



---

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Физический факультет

Курсовая работа

**Эффект спаривания нуклонов**

**Выполнила:**

студентка 2-го курса 208 группы

Жуляева Дарья Сергеевна

**Научный руководитель:**

к.ф.-м.н., с.н.с. Третьякова Татьяна Юрьевна

Москва

2020

## Содержание:

Введение.....	3
Описание эффекта спаривания.....	8
Оценка энергии спаривания.....	11
Мультиплет основного состояния.....	14
Произведенные расчеты.....	15
1. Сравнение нейтронного и протонного спариваний.....	15
2. Спаривание нейтронов.....	18
3. Спаривание протонов.....	20
4. Спаривание нейтрона с протоном.....	21
Заключение.....	24
Список литературы.....	26

## Введение

Атомное ядро является сложной самосогласованной системой  $N$  нейтронов и  $Z$  протонов. Уже достаточно долгое время предпринимаются попытки построения универсальной общей теории ядра, которая бы могла охватить весь диапазон известных изотопов, а также дать хорошее соответствие с экспериментальными данными. Так, основные модели ядра – оболочечная и обобщенная – неплохо описывают многие свойства сферических и деформированных атомных ядер. Однако следствием рассмотрения усредненного потенциала и нуклонов как независимых частиц становится невозможность описать некоторые свойства основных и возбужденных состояний ядер, полученных экспериментальным путем. О том, что силы спаривания тождественных нуклонов играют существенную роль в ядерной динамике, свидетельствуют следующие факты [5].

### 1) Характеристики основных состояний

Для всех без исключения четно-четных ядер полный момент и четность основного состояния  $J^P = 0^+$

### 2) Состав ядер

При анализе карты атомных ядер становится видно, что наиболее энергетически выгодными состояниями являются конфигурации с четным числом нуклонов одного типа. (Стабильных нечетно-нечетных изотопов всего 4:  ${}^2_1H$ ,  ${}^6_3Li$ ,  ${}^{10}_5B$ ,  ${}^{14}_7Ne$ ; стабильных изотопов четно-четно ядер значительно больше, чем четно-нечетных)

### 3) Четно-нечетный эффект

Систематическое исследование энергий связи  $E_{bind}(A)$  показывает, что для ядер с нечетным массовым числом  $A$  выполняется правило

$$E_{bind}(A) < \frac{1}{2} [ E_{bind}(A-1) + E_{bind}(A+1) ]$$

Этот эффект получил название четно-нечетного скачка энергии связи EOS (even-odd staggering). На рис.1 показана зависимость энергии связи в

ядрах-изобарах с  $A = 132$  от заряда ядра. На графике видно расслоение энергий связи на три группы ядер: с четным  $A$  (четные  $N$  и  $Z$ ), нечетным  $A$  (четное  $N$ , нечетное  $Z$  или нечетное  $N$ , четное  $Z$ ) и с четным  $A$  и нечетными значениями  $N$  и  $Z$ .

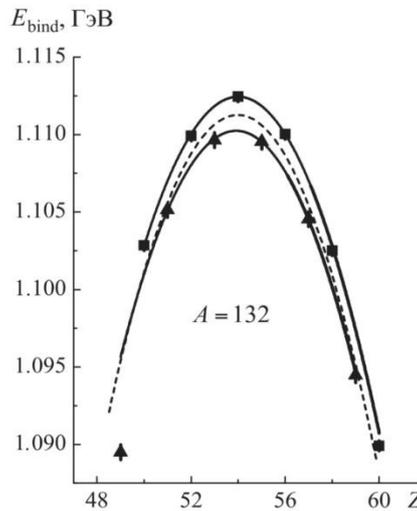


Рис. 1 Зависимость энергии связи ядер-изобар  $A = 132$  от заряда ядра  $Z$ . Квадраты — значения энергии связи чётно-чётных ядер, треугольники — с нечётно-нечётными  $N$  и  $Z$ . Пунктир соответствует усредненным значениям для  $A=131$  и  $A=133$ . Экспериментальные данные взяты из [7]

Порядок разности между энергиями связи чётно-чётных и нечётно-нечётных ядер составляет  $\sim 2$  МэВ. Зависимость энергии связи для чётно-нечётных ядер (с нечётным  $A$ ) располагается между данными зависимостями (пунктир на рис.1) соответствует усредненной зависимости от  $Z$  для ядер с  $A=131$  и  $A=133$ . Величина этого эффекта есть расслоение массовой поверхности, и представляется как отклонение экспериментального значения энергии связи  $E_{bind}(N,Z)$  от среднего значения энергий связи соседних ядер:

$$\Delta_n(N, Z) = E_{bind}(N, Z) - \frac{1}{2} [ E_{bind}(N-1, Z) + E_{bind}(N+1, Z) ]$$

в случае если нечётное значение  $A$  получается путем прибавления (вычитания) нейтрона, аналогичная формула для протона

$$\Delta_p(N, Z) = E_{bind}(N, Z) - \frac{1}{2} [ E_{bind}(N, Z-1) + E_{bind}(N, Z+1) ]$$

Также проявление EOS-эффекта хорошо видно в зависимостях энергии отделения нуклона от массового числа  $A$ . Энергия отделения нейтрона

$$S_n(N, Z) = M(N - 1, Z) + m_n - M(N, Z) = E_{bind}(N, Z) - E_{bind}(N - 1, Z)$$

На рис.2 представлены зависимости  $S_n(N)$  в изотопах кальция  $^{48-78}Ni$ , олова  $^{100-138}Sn$  и свинца  $^{179-220}Pb$ . Ярко выраженный пилообразный характер зависимости указывает на парное взаимодействие между нуклонами. В случае четного числа нейтронов энергия отделения  $S_n$  увеличивается за счет дополнительного притяжения пары нейтронов.

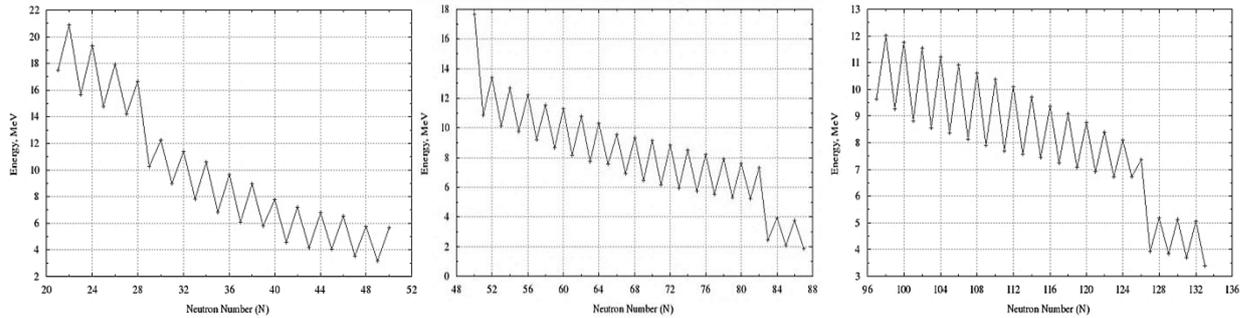


Рис. 2 Зависимость энергии отделения нейтрона  $S_n$  от числа нейтронов  $N$  в изотопах  $Ni$ ,  $Sn$  и  $Pb$ . Пилообразная зависимость  $S_n$  (А) объясняется эффектом спаривания нуклонов в атомных ядрах. Повышенная величина изменения энергии отделения нейтрона при  $N = 20, 28, 50, 82$  и  $126$  соответствует заполнению ядерных оболочек. Экспериментальные данные взяты из [10]

#### 4) Энергетическая щель

Если сравнивать спектры четно-четных и четно-нечетных ядер, то у первых значительно меньшее количество возбужденных состояний в диапазоне  $<1,5$  МэВ, при этом большинство этих уровней принадлежит к вращательным или колебательным спектрам. Данная закономерность наглядно представлена на рис.3 на примере изотопов кальция  $^{42-45}Ca$ . Это можно объяснить, если учесть, что для образования низших одночастичных состояний в четно-четном ядре необходимо разорвать связь между спаренными нуклонами.

#### 5) Моменты инерции

Если рассчитывать моменты инерции, основываясь на независимости нуклонов в ядре, то полученные значения будут в несколько раз меньше значения экспериментальных. Также имеются существенные различия в моментах инерции четно-четных и соседних четно-нечетных ядер, и эти различия превышают предполагаемые изменения от добавления одного

нуклона. Однако при учетывании эффекта спаривания достигается согласование теории и эксперимента.

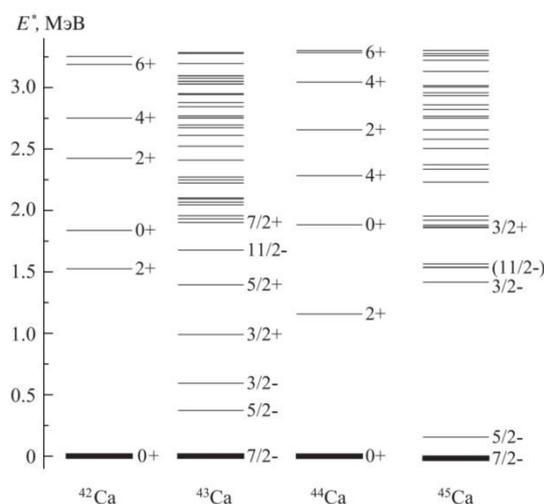


Рис. 3 Спектры возбужденных состояний изотопов кальция  $^{42-45}\text{Ca}$ . Экспериментальные данные взяты из [7]

### б) Деформации

В модели независимых частиц сферическое основное состояние реализуется только для ядер с полностью заполненными оболочками. Все ядра с незаполненными оболочками деформированы. Однако из экспериментальных данных следует, что ядра в окрестности магических ядер также имеют сферические основные состояния. Переход к эллипсоидальной форме происходит при заполнении примерно четверти мест в последней оболочке и по мере ее заполнения деформация резко возрастает, достигая максимума к середине заполнения оболочки.

### 7) Низколежащие состояния $2^+$

В рамках оболочечной модели без учета спаривания нельзя описать низколежащие уровни  $2^+$  в ядрах вблизи магических чисел. В ядрах, расположенных вблизи магических ядер, имеются возбужденные состояния положительной четности  $2^+$  и  $4^+$ , природа которых отличается от вращательной или колебательной. Ведь колебательные и вращательные спектры не предполагают, что соотношение энергий этих уровней  $E(4^+)/E(2^+)$  будет меньше 2. При этом на рис.4 видно, что

области с такими соотношениями существуют и располагаются как раз вдоль линий магических чисел. Эти состояния также имеют коллективную природу, обусловленную спариванием нуклонов в ядрах, имеющих пары тождественных нуклонов на внешней оболочке.

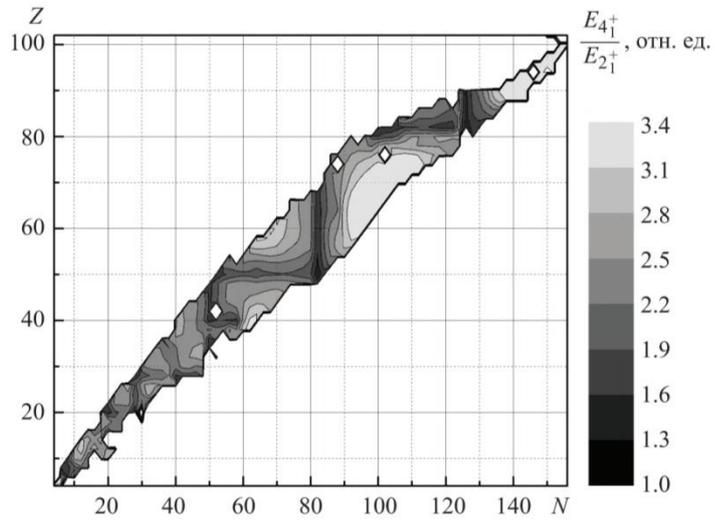


Рис. 4 Отношение энергий первых возбужденных состояний с  $J^P = 4^+$  и  $J^P = 2^+$ .

Исходя из всех вышеперечисленных явлений, становится очевидным необходимость рассмотрения взаимодействия нуклонов между собой, в частности, учитывание эффекта спаривания, о котором и пойдет речь в данной работе.

## Описание эффекта спаривания

Возникновение эффекта спаривания можно представить себе следующим образом. Пусть существуют две частицы на оболочке  $(n, l, j)$ , первая в состоянии  $|j_1, m_1\rangle$ , и вторая в состоянии  $|j_2, m_2\rangle$ . Плотности вероятности их нахождения показаны в разрезе на рис.5, зона их перекрытия выделена, а  $\theta_{12}$  – это угол между векторами  $j_1$  и  $j_2$ . С квантовой точки зрения остаточное взаимодействие между частицами дает наибольший эффект тогда, когда перекрытие максимально. Это требование выполняется при  $\theta_{12}=0, \pi$ , то есть всего два случая: векторы  $j_1$  и  $j_2$  параллельны или антипараллельны. Так как первый случай с  $\theta_{12}=0$  означает нахождение обеих частиц в одном и том же состоянии, что запрещено принципом Паули, если рассматриваемые частицы есть идентичные фермионы. Второй же случай  $\theta_{12}=\pi$  разрешен, тогда одна из частиц находится в состоянии  $|j, m\rangle$ , а вторая – в состоянии  $|j, -m\rangle$ . Тогда происходит спаривание и  $M_{12} = m_1 + m_2 = 0$ . Отсюда следует  $J_{12} = 0$ . Это означает, что нуклоны движутся по одной орбите в противоположных направлениях. При этом состояния  $J_{12} \neq 0$  соответствуют частичному перекрытию.

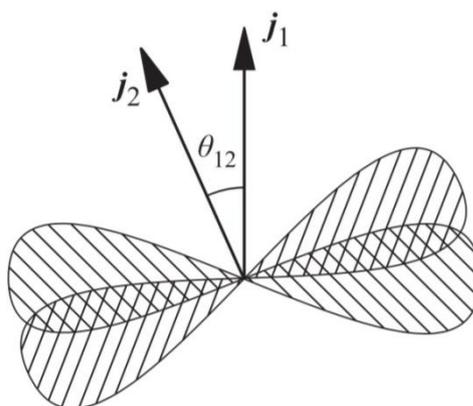


Рис. 5 Схематическое изображение перекрытия пространственных распределений волновых функций двух нуклонов в состояниях  $j_1$  и  $j_2$ .

Квантовые числа пары нуклонов, находящихся на оболочке  $(n, l, j)$ , будут

$$P = ((-1)^l)^2 = +1 \text{ и } |j - j| < J < j + j$$

Причем в случае двух тождественных нуклонов значения полного момента импульса будут принимать только четные значения (в силу принципа Паули). Это можно понять, посмотрев на рис.6.

$m_1$ $m_2$	9/2	7/2	5/2	3/2	1/2	-1/2	-3/2	-5/2	-7/2	-9/2
9/2	<del>X</del>	8 →	7 →	6 →	5 →	4 →	3 →	2 →	1 →	0 ↓
7/2		<del>X</del>	6 →	5	4	3	2	1 →	0 ↓	-1 ↓
5/2			<del>X</del>	4 →	3	2	1 →	0 ↓	-1	-2 ↓
3/2				<del>X</del>	2 →	1 →	0 ↓	-1	-2	-3 ↓
1/2					<del>X</del>	0	-1 ↓	-2	-3	-4 ↓
-1/2						<del>X</del>	-2	-3 ↓	-4	-5 ↓
-3/2							<del>X</del>	-4	-5 ↓	-6 ↓
-5/2								<del>X</del>	-6	-7 ↓
-7/2									<del>X</del>	-8 ↓
-9/2										<del>X</del>

Рис. 6 Две тождественных частицы в одной и той же оболочке  $j$  не могут иметь одинаковое значение  $m$ , соответственно клетки по диагонали вычеркнуты. В клетках указано значение  $M = m_1 + m_2$ . Значения  $M$  от 8 до -8 соответствуют значению  $J = 8$ , от 6 до -6 – значению  $J = 6$  и т.д. В итоге четными  $J$  исчерпываются все возможные значения  $M$ .

В нулевом порядке теории возмущений все эти состояния представляют собой собственные функции гамильтониана  $H_0$  с собственным значением  $2\varepsilon_j$ , где  $\varepsilon_j$  – значение энергии частицы на оболочке  $j$ . Тогда без учета остаточного взаимодействия наблюдался бы вырожденный мультиплет. Но на самом деле в наблюдаемых ядрах состояние  $J^P = 0^+$  является основным (см. рис.7), остальные же конфигурации близки друг к другу и возникают при более высоких энергиях. Предполагая, что все эти состояния возникают за счет одной и той же чистой конфигурации, делаем вывод, что состояние  $J^P = 0^+$  связано значительно сильнее остальных [2].

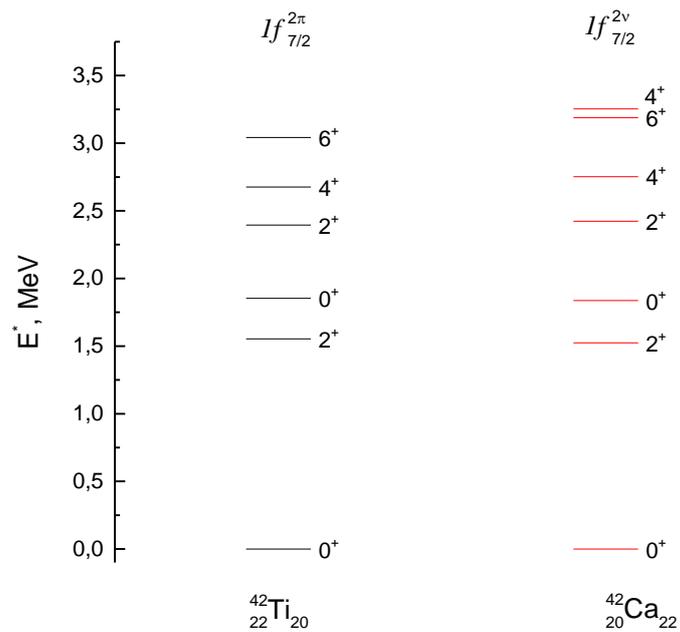


Рис. 7 Спектры низколежащих возбужденных состояний для  $^{42}\text{Ti}$  и  $^{42}\text{Ca}$ . Экспериментальные данные [9].

Это различие есть проявление взаимодействия спаривания, которое можно трактовать как остаточное взаимодействие притяжения (так как оно усиливает связь ядра), которое проявляется между двумя идентичными нуклонами практически только тогда, когда они находятся в состоянии с полным моментом количества движения равным нулю.

## Оценка энергии спаривания

Традиционно величина четно-нечетного эффекта EOS является оценкой сил спаривания нуклонов, ее можно рассчитать на основе экспериментальных значений энергий отделения нуклона. По пилообразным скачкам (на рис.2) можно оценить вклад эффекта спаривания, однако тенденция к убыванию зависимости  $S_n(N)$  приводит к неопределенности в том, как именно определить величину эффекта спаривания (рис. 8). Можно рассмотреть два варианта расчета [3]. Так, простейшей оценкой являются

$$\Delta_{nn}(N) = (-1)^N [S_n(N) - S_n(N - 1)],$$

$$\Delta_{nn}^{(3)}(N) = (-1)^N [S_n(N) - S_n(N + 1)],$$

Где  $S_n(N)$  – энергия отделения нейтрона в ядре  $(N, Z)$ .

Видно, что  $\Delta_{nn}^{(3)}(N) = \Delta_{nn}(N + 1)$  и то, что всегда при четных  $N$   $\Delta_{nn}^{(3)}(N) > \Delta_{nn}(N)$  (для нечетных же  $N$  – наоборот).

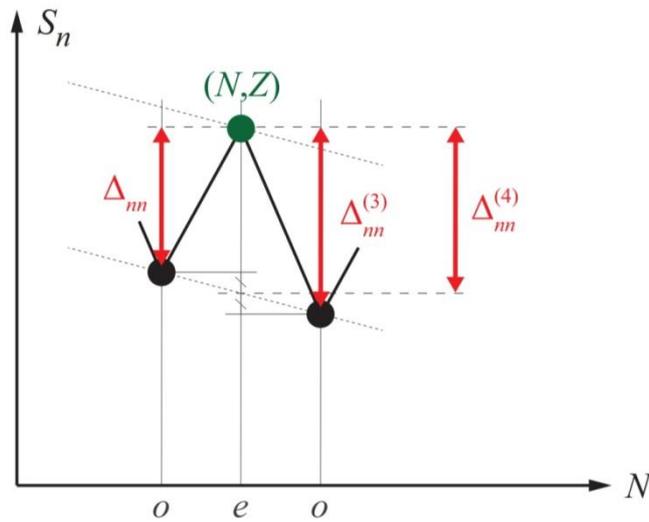


Рис. 8 Иллюстрация соотношений для оценки спаривания двух нейтронов через энергии отделения нейтрона  $S_n$  в изотопах.

Для того чтобы исключить влияние изменения общего потенциала [3], получаем оценку эффекта спаривания через усредняющую оценку  $\Delta_{nn}^{(4)}(N)$ :

$$\Delta_{nn}^{(4)}(N) = \frac{1}{2} [\Delta_{nn}^{(3)}(N) + \Delta_{nn}(N)] = \frac{(-1)^N}{2} [-S_n(N - 1) + 2S_n(N) - S_n(N + 1)]$$

Поскольку определение величины четно-нечетного эффекта EOS из экспериментальных данных применяется, прежде всего, для получения аналитических зависимостей энергии спаривания от числа нуклонов, то в некоторых современных расчетах используются еще более сглаживающие формулы [3, 4], поэтому имеет смысл рассчитывать и  $\Delta_{nn}^{(5)}(N)$ , которое введем подобно  $\Delta_{nn}^{(4)}(N)$ :

$$\Delta_{nn}^{(5)}(N) = \frac{1}{2} [\Delta_{nn}^{(4)}(N) + \Delta_{nn}^{(4)}(N + 1)] = \frac{(-1)^N}{4} [S_n(N + 2) - 3S_n(N + 1) + 3S_n(N) - S_n(N - 1)].$$

Аналогичные соотношения имеют место и для протонов.

Как можно было уже заметить, все вышенаписанные формулы рассчитывают величину взаимодействия тождественных нуклонов. Однако существует не менее интересный третий случай парного взаимодействия нейтрона с протоном. В силу зарядовой независимости ядерных сил его зависимость от числа нуклонов должна быть столь же сильной. На рис. 9 показаны энергии отделения нейтрона  $S_n(Z)$  и протона  $S_p(Z)$  в изотонах  $N = 40$ . В данном случае интерес представляет собой зависимость  $S_n(Z)$ , так как она определяется спариванием внешних нейтрона и протона. Хорошо видно, что в отличие от зависимости  $S_p(Z)$ , которая отражает знакомый нам эффект спаривания протонов, амплитуда колебаний  $S_n(Z)$  существенно меньше, так как речь идет о взаимодействии нуклонов с разных подболочек.

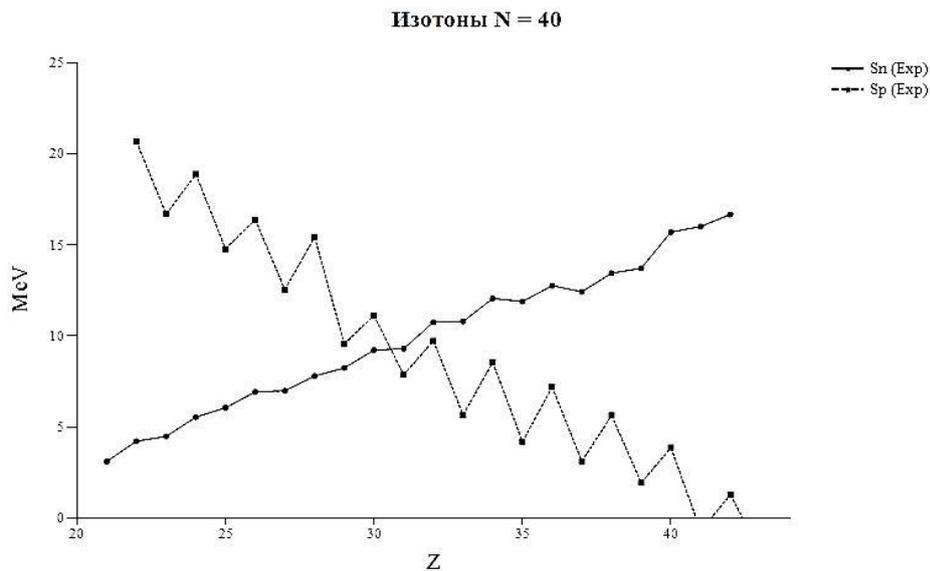


Рис. 9 Зависимости энергий отделения нейтрона  $S_n$  и протона  $S_p$  от числа протонов  $Z$  в изотонах  $N = 40$  для экспериментальных значений масс. Экспериментальные данные [7]

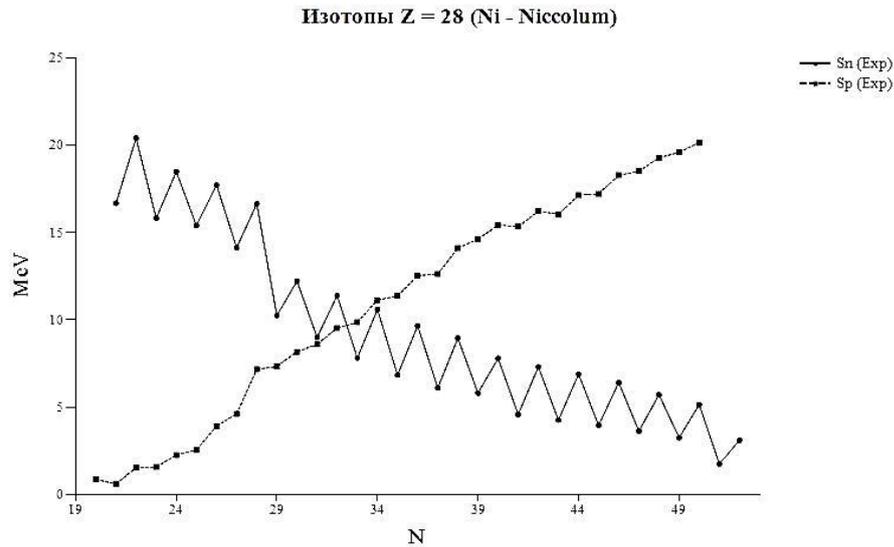


Рис. 10 Зависимости энергий отделения нейтрона  $S_n$  и протона  $S_p$  от числа нейтронов  $N$  в изотопах  $Z = 28$  для экспериментальных значений масс. Экспериментальные данные [7]

Диаметрально противоположная ситуация на рис.10, где зависимости для тех же величин представлены для изотопов  $Z=28$ .

Аналогично спариванию тождественных нуклонов наиболее прямым способом оценки пр-взаимодействия является разность энергии отделения нуклона в соседних изотопах [3]:

$$\Delta_{np}(N, Z) = S_n(N, Z) - S_n(N, Z - 1) = S_p(N, Z) - S_p(N - 1, Z)$$

Так как вопрос изучения пр-взаимодействия и его оценивания активно обсуждается, то в литературе предложено множество вариантов его рассмотрения [5, 8]. Основными такими формулами являются:

$$\Delta_{np}^{(3)}(N, Z) = \frac{(-1)^{N+1}}{2} [S_d(N + 1, Z + 1) - S_d(N, Z)]$$

$$\Delta_{np}^{(4)}(N, Z) = \frac{1}{2} [\Delta_{np}^{(3)}(N, Z) + \Delta_{np}^{(3)}(N - 1, Z - 1)]$$

$$\Delta_{np}^{(7)}(N, Z) = \frac{1}{2} [\Delta_{np}(N, Z) + \Delta_{np}(N + 1, Z + 1)]$$

Где  $S_d(N, Z) = E_{bind}(N, Z) - E_{bind}(N - 1, Z - 1) - 2,224MeV$  - энергия отделения дейтрона.

## Мультиплет основного состояния

В спектрах атомных ядер наблюдаются характерные наборы энергетических состояний, образующихся в результате взаимодействия внешних нуклонов между собой. Изучение структуры мультиплетов позволяет получить информацию о характере взаимодействия валентных нуклонов.

Для тождественных нуклонов состояния мультиплета имеют четные значения  $J$ , при этом изоспин  $T = 1$  и спин  $S = 0$ . Набор этих состояний принято называть мультиплетом основного состояния (GSM). Если же рассматривается спаривание нейтрона с протоном, то помимо вышеописанных состояний образуются еще и изоскалярные состояния с изоспином  $T = 0$  и спином  $S = 1$ , в таком случае  $J$  принимает нечетные значения. Положения различных уровней GSM-мультиплета может быть оценено в приближении  $\delta$ -сил спаривания [4, 5] (притягивающий  $\delta$ -потенциал  $V(r_1, r_2) = -V_0 \cdot \delta(r_1 - r_2)$  представляет собой предельный случай короткодействующего потенциала и позволяет для заданных конфигураций нуклонов проследить некоторые закономерности спектров двухчастичных состояний ядер). В этом приближении величина относительного энергетического сдвига принимает вид:

$$\frac{\Delta E_J}{\Delta E_0} = (2j + 1) \begin{pmatrix} j & j & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{cases} 1, & T = 1 \\ 1 + \frac{(2j + 1)^2}{J(J + 1)}, & T = 0 \end{cases}$$

Где  $J$  – полный момент пары нуклонов и  $\begin{pmatrix} j & j & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  –  $3j$  символ Вигнера [1], а сдвиг энергии основного состояния  $\Delta E_0$  относительно положения вырожденных уровней определяется энергией спаривания  $\Delta_{NN}$ . Соответственно, можно найти энергию уровня  $E_J$ , используя ранее рассчитанное значение энергии спаривания пары нуклонов:

$$E_J = \Delta_{NN} \left( 1 - \frac{\Delta E_J}{\Delta E_0} \right)$$

## Произведенные расчеты

В данной работе производился расчет атомных ядер с числами нуклонов и протонов, заключенными между двумя магическими числами – 20 и 28, то есть для изотопов элементов от  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$  до  ${}^{56}_{28}\text{Ni}$ . Это было сделано для наблюдения эффекта спаривания по мере заполнения ядерной оболочки ( $1f_{7/2}$ ). Все вычисления были выполнены на базе самой современной компиляции экспериментальных данных по массам атомных ядер АМЕ 2016 [7]. Не брались к рассмотрению дважды магические ядра, так как их свойства резко отличаются от стандартных ядер.

### 1. Сравнение нейтронного и протонного спариваний

Для начала был произведен расчет  $\Delta_{NN}^{(4)}$  и  $\Delta_{NN}^{(5)}$  для нейтронов и протонов по соответствующим формулам через энергии отделения нуклонов. Для удобства сравнения были найдены средние значения дельт по каждой группе изотопов и изотонов. Все результаты приведены в табл.1 и табл.2. После чего был построен график зависимости  $\Delta_{NN}^{(4)}(N,Z)$  и  $\Delta_{NN}^{(5)}(N,Z)$  (см. рис.11 и рис.12). Для более качественного сравнения были отброшены точки с  $N, Z = 20, 28$ , а так же ядра с  $N = Z$ . Из графиков хорошо видно, что в спаривание нейтронов несколько больше спаривания протонов (в среднем разница  $\sim 0,1$  МэВ). Однако если обратиться к работе [6] (в ней было представлено сравнение аппроксимаций экспериментальных данных для величин нейтронного и протонного спариваний кривой  $\Delta = C/\sqrt{A}$ , где  $A$  – массовое число), то видим обратную ситуацию. Ведь полученные там значения коэффициента: для протонов  $C = 13.66$ , а для нейтронов  $C = 12.18$ . Но фитирование в [6] проводилось для всех известных на тот момент ядер, в то время как в данной работе рассматривалась конкретная область из 64 изотопов (к тому же близкая к прямой  $N = Z$ ). Интересно заметить, что на середине заполнения оболочки ( $1f_{7/2}$ ) различие между спариванием двух протонов и двух нейтронов становится минимальным. В частности такие ядра как  ${}^{44}\text{Ti}$ ,  ${}^{46}\text{Ti}$ ,  ${}^{48}\text{Ti}$ ,  ${}^{48}\text{Cr}$ ,  ${}^{50}\text{Cr}$ ,  ${}^{54}\text{Fe}$  и зеркальные к ним имеют почти идентичные значения  $\Delta_{pp}$  и  $\Delta_{nn}$  соответственно.

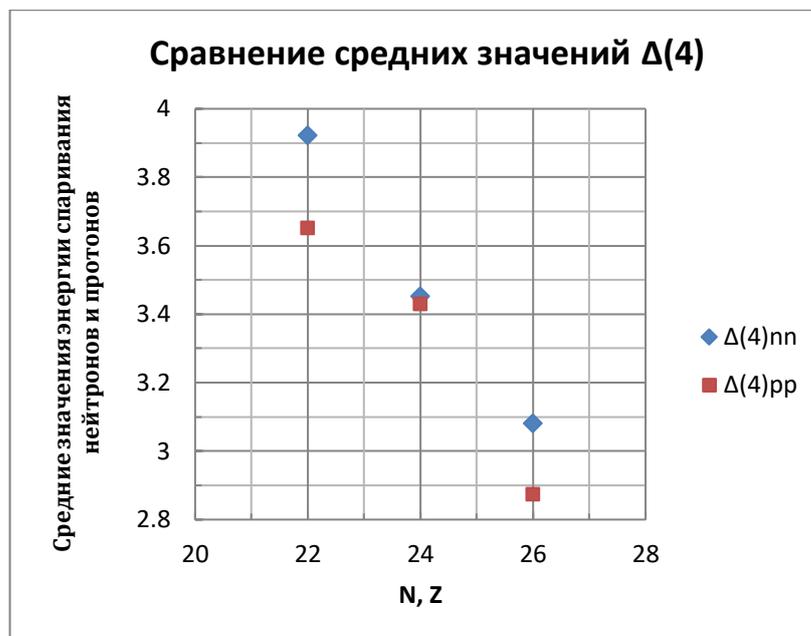


Рис. 11 Сравнение средних по группе изотонов значений  $\Delta_{nn}^{(4)}$  и по группе изотопов  $\Delta_{pp}^{(4)}$ . Представлены зависимости оценок спаривания нейтронов и протонов от числа N и Z соответственно.

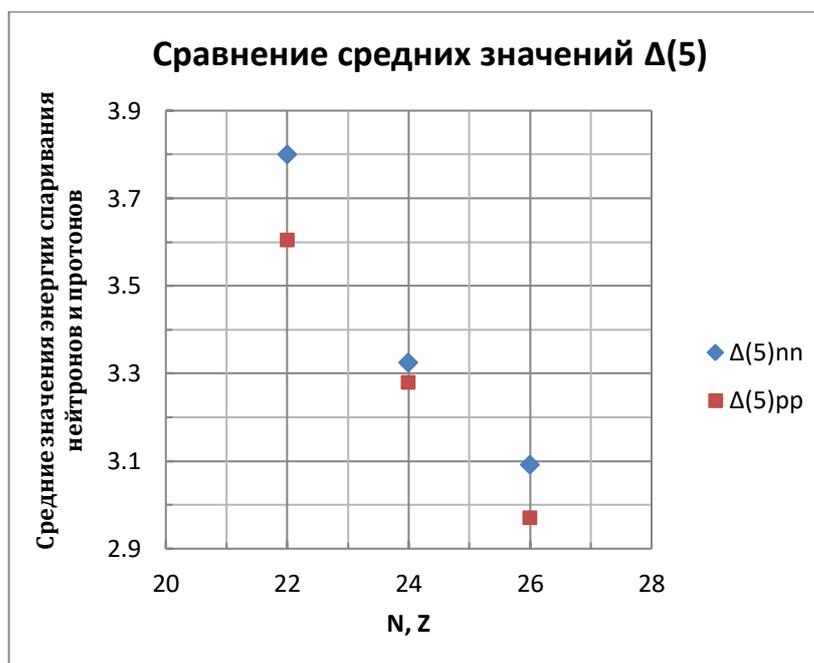


Рис. 12 Сравнение средних по группе изотонов значений  $\Delta_{nn}^{(5)}$  и по группе изотопов  $\Delta_{pp}^{(5)}$ . Представлены зависимости оценок спаривания нейтронов и протонов от числа N и Z соответственно.

Табл. 1 В последней колонке отображены средние значения дельт 4 и 5 по группам для одинакового количества нейтронов. Расчет произведен по экспериментальным значениям энергии отделения нейтрона.

Нейтронное спаривание				Средние значения	
N	Z	$\Delta^4$ , МэВ	$\Delta^5$ , МэВ	$\langle \Delta^4 \rangle$ , МэВ	$\langle \Delta^5 \rangle$ , МэВ
20	22	3,88	4,24	3,93	4,24
	24	3,98	4,25		
22	20	3,33	3,35	4,22	4,10
	22	5,39	5,30		
	24	4,33	4,17		
	26	3,87	3,79		
	28	4,16	3,89		
24	20	3,46	3,40	3,65	3,51
	22	3,98	3,76		
	24	4,46	4,27		
	26	3,498	3,35		
	28	2,87	2,79		
26	20	3,05	2,98	3,23	3,26
	22	3,12	3,13		
	24	3,08	3,17		
	26	3,96	4,03		
	28	2,96	3,004		
28	20	3,74	3,38	3,41	3,19
	22	3,68	3,34		
	24	3,44	3,19		
	26	3,39	3,19		

Табл. 2 В последней колонке отображены средние значения дельт 4 и 5 по группам для одинакового количества протонов. Расчет произведен по экспериментальным значениям энергии отделения протона.

Протонное спаривание				Средние значения	
Z	N	$\Delta^4$ , МэВ	$\Delta^5$ , МэВ	$\langle \Delta^4 \rangle$ , МэВ	$\langle \Delta^5 \rangle$ , МэВ
20	22	3,91	4,22	3,96	4,21
	24	4,02	4,19		
	26	3,95	4,05		
	28	4,38	4,37		
22	20	3,16	3,15	3,99	3,93
	22	5,37	5,25		
	24	4,32	4,19		
	26	3,82	3,79		
	28	3,32	3,29		
24	20	3,09	2,92	3,64	3,48
	22	3,87	3,65		
	24	4,48	4,26		
	26	3,58	3,39		
	28	3,19	3,16		
26	20	2,63	2,90	3,12	3,18
	22	2,98	2,98		
	24	3,02	3,03		
	26	3,93	3,98		
	28	3,04	2,99		
28	24	3,04	3,02	3,16	3,04
	26	3,28	3,06		

Далее на основе представленных выше расчетов было произведено построение спектров низколежащих состояний для рассматриваемых ядер.

## 2. Спаривание нейтронов

Для расчета мультиплетов посредством величин  $\Delta_{nn}$  брались ядра с полностью заполненными оболочками для протонов (то есть ядра кальция и никеля) и в то же время с четным количеством нейтронов.

Так, на рис.13 приведены результаты расчета мультиплетов основных состояний для четно-четных изотопов кальция. Основной конфигурацией  $^{42}\text{Ca}$  является пара нейтронов в состоянии  $(1f_{7/2})^{2\nu}$  сверх магического остова  $^{40}\text{Ca}$ . Традиционно считается, что  $2_1^+$  соответствует состоянию  $s = 2$  и  $J = 2$ , но расчетам в  $\delta$ -потенциале лучше соответствует состояние  $2_2^+$  как в  $^{42}\text{Ca}$ , так и в  $^{44}\text{Ca}$  (в  $^{46}\text{Ca}$  рассчитанный уровень  $2^+$  находится между  $2_1^+$  и  $2_2^+$  экспериментальными уровнями). Хорошее соответствие имеется у вычисленного значения  $E(6^+) = 3,158$  МэВ и взятого из базы данных (здесь и далее все экспериментальные значения взяты из [9])  $E(6^+) = 3,189$  МэВ для

$^{42}\text{Ca}$ , а также минимальные расхождения имеет ядро  $^{44}\text{Ca}$  для энергии первых двух уровней.

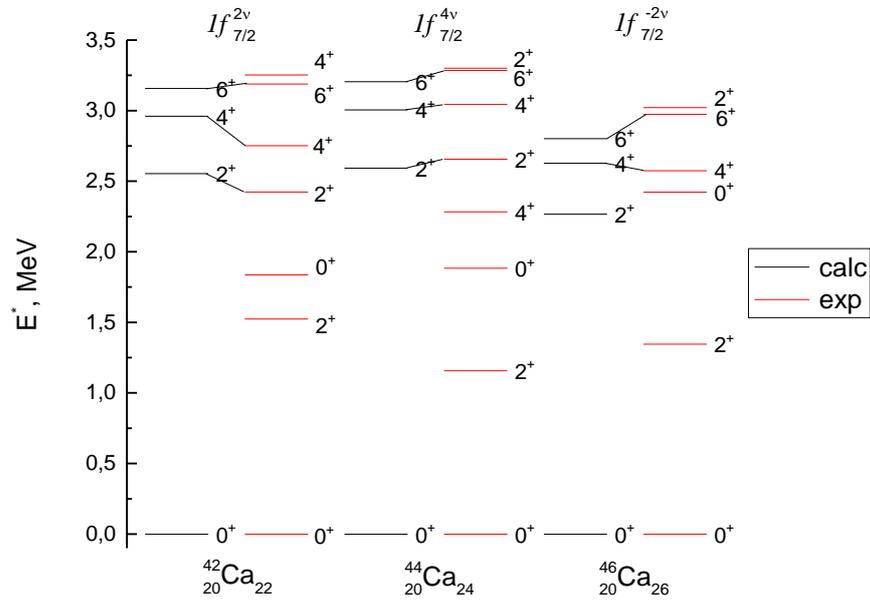


Рис. 13 Мультиплеты основного состояния в изотопах кальция. Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Слева находятся рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

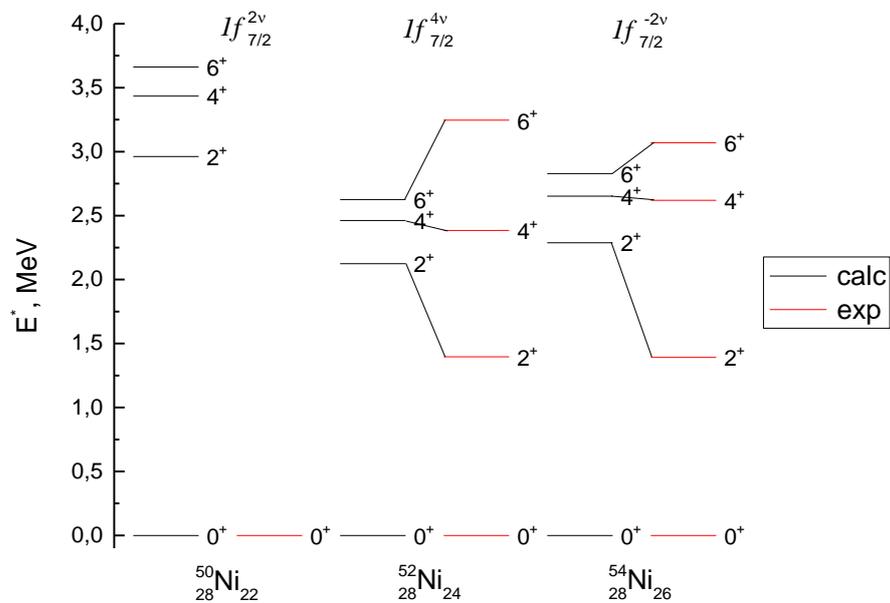


Рис. 14 Мультиплеты основного состояния в изотопах никеля. Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Слева находятся рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

Из аналогичных соображений были найдены значения нижних возбужденных состояний для никеля, они изображены на рис.14. В этом случае мы видим серьезные расхождения с экспериментом для энергий уровней  $2^+$  для  $^{52}\text{Ni}$  и  $^{54}\text{Ni}$ , неплохие сравнения имеют лишь состояния  $4^+$  у данных ядер и состояние  $6^+$  для  $^{54}\text{Ni}$ .

### 3. Спаривание протонов

В отличие от предыдущего пункта, где нас интересовало нейтронное спаривание, в этом рассматриваются уже изотоны с магическими числами нейтронов  $N = 20, 28$  и с четным числом протонов.

Как и в случае нейтронов, энергия спаривания протонов на оболочке  $1f_{7/2}$  находится около значения в 3МэВ. Спектры ядер-изотонов с  $N=20$  представлены на рис.15. В ядре  $^{42}\text{Ti}$  пара протонов сверх дважды магического остова  $^{40}\text{Ca}$  формирует мультиплет основного состояния в соответствии с энергией спаривания протонов  $\Delta_{pp} = 3,148$  МэВ. Видно, что в целом вычисленные значения хорошо согласуются с экспериментом, в отличие от спектров для ядер с  $N=28$ , изображенных на рис.16, где “правильное” местоположение имеют только  $4^+$  и  $6^+$ . Примечательно, что с увеличением пар нейтронов для соответствующих ядер (Ti, Cr, Fe) увеличивается и оценка эффекта протонного спаривания  $\Delta_{pp}$ .

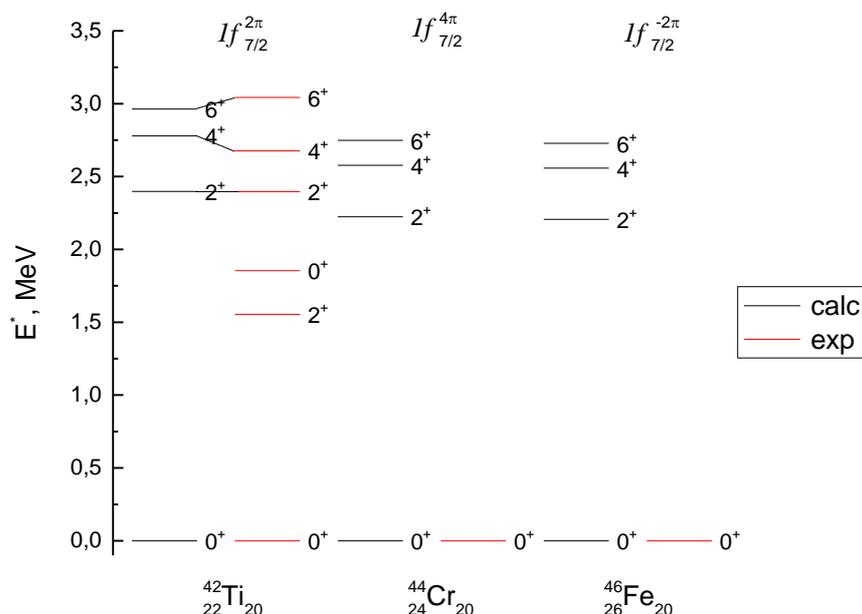


Рис. 15 Спектры изотонов  $N=20$ . Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Для каждого изотопа слева – рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

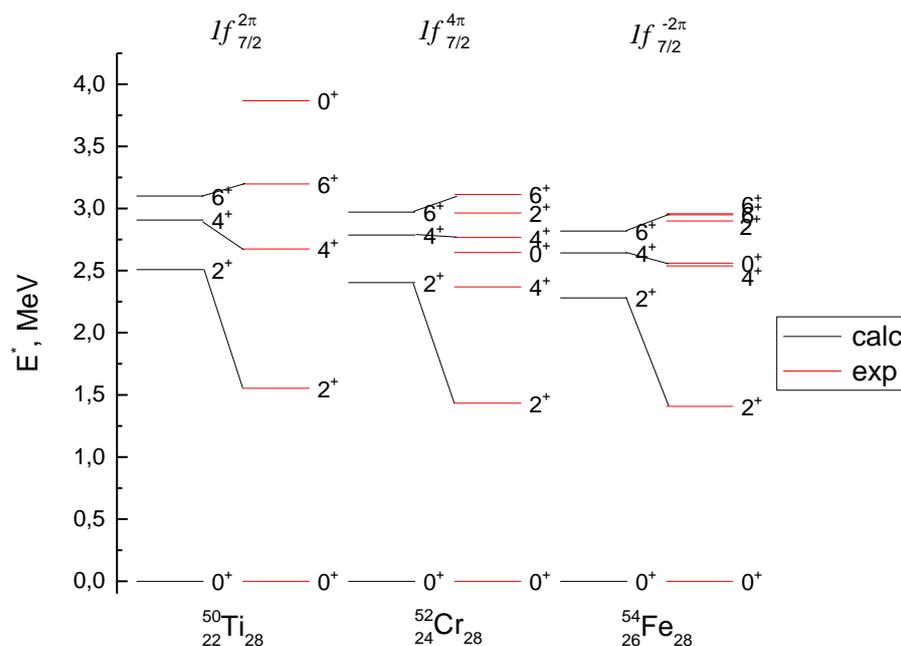


Рис. 16 Спектры изотонов  $N=28$ . Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Для каждого изотопа слева – рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

#### 4. Спаривания нейтрона с протоном

Большинство атомных ядер в основном состоянии имеет минимально возможное значение изоспина и в случае ядер с  $N = Z$  полный изоспин ядра должен быть равен нулю. Но для пары нейтрон-протон, которая определяет полный момент и изоспин ядра, возможны как состояния  $T = 0$ , так и  $T = 1$ . Основным состоянием таких ядер является все же  $0^+$  при  $T = 1$ . Поэтому была предпринята попытка построения спектров для нечетно-нечетных ядер с изовекторными и изоскалярными комбинациями (по предварительно вычисленными  $\Delta_{np}^{(7)}$ ). На рис.17, 18, 19 представлены мультиплеты основных состояний для  $^{42}\text{Sc}$ ,  $^{46}\text{V}$  и  $^{50}\text{Mn}$ . Как видно из спектров, расчет в приближении  $\delta$ -потенциала хорошо описывает положение уровней с большим  $J$  и не только в изотопах с одной парой нуклонов (дырок), но и с несколькими парами нуклонов сверх заполненного остова. Что касается уровней мультиплета с нечетными  $J$ , то данное приближение правильно производит лишь порядок уровней (хотя для ванадия уровни  $3^+$  и  $7^+$  находятся не на своих местах), однако получить количественное описание изоскалярной и изовекторной частей мультиплета невозможно.

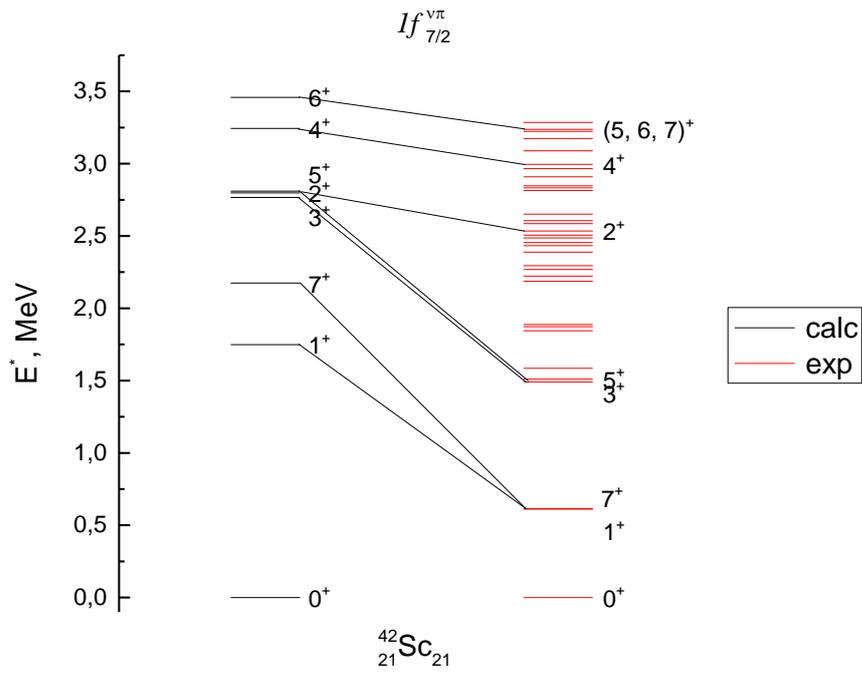


Рис. 17 Спектр скандия для T=0 (нечетные J) и T=1 (четные J). Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Слева – рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

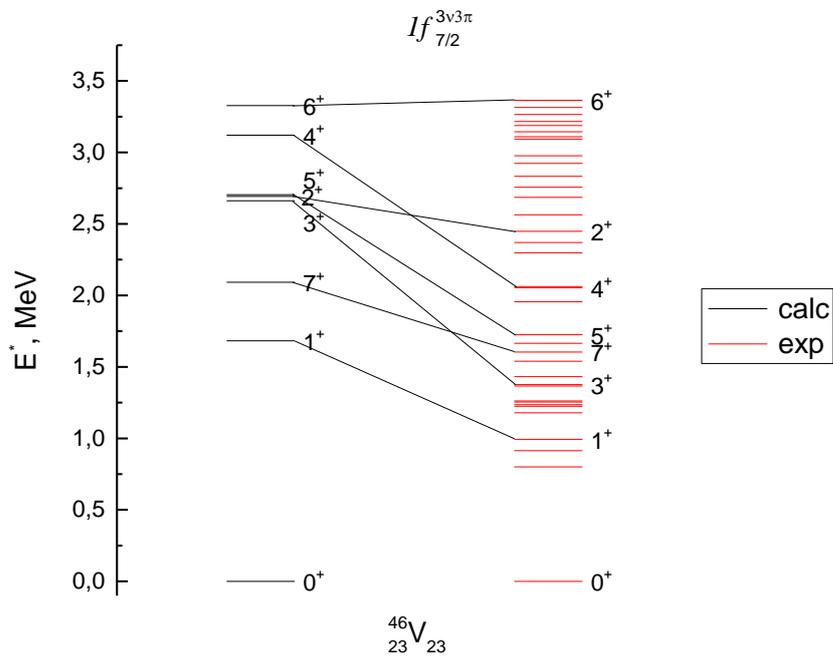


Рис. 18 Спектр ванадия для T=0 (нечетные J) и T=1 (четные J). Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Слева – рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

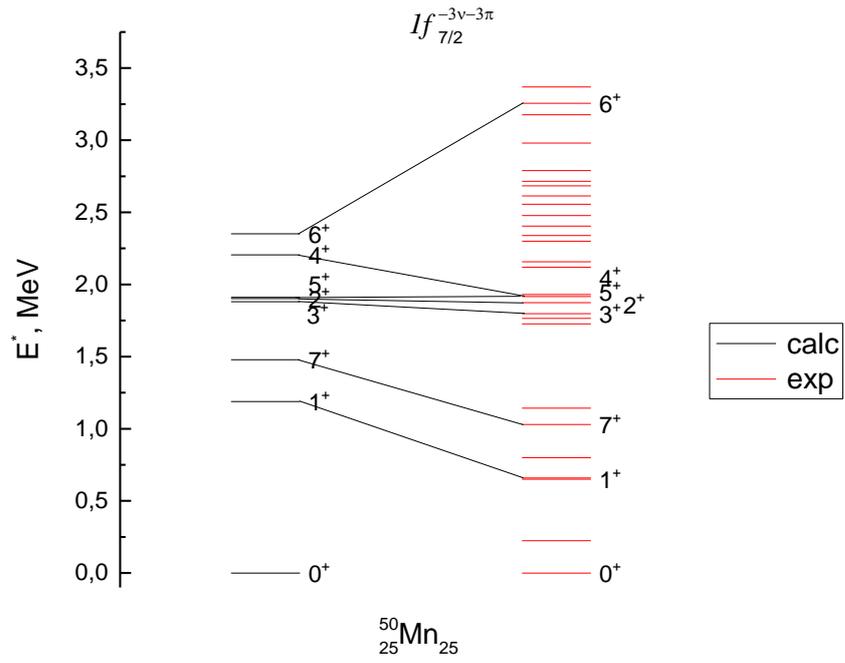


Рис. 19 Спектр марганца для  $T=0$  (нечетные  $J$ ) и  $T=1$  (четные  $J$ ). Над спектром указана основная конфигурация валентных нуклонов. Слева – рассчитанные значения, справа – экспериментальные данные.

## Заключение

Целью данной работы являлось показать важность такого эффекта как нуклонное спаривание в ядрах. В начале работы были представлены эффекты, которые объясняются нуклонным спариванием. Наиболее важным фактом является основное состояние четно-четных ядер, в котором спин и четность всегда  $J^P = 0^+$ . Короткодействующие силы притяжения между парой нуклонов приводят к образованию энергетической щели в спектрах четно-четных ядер, так как для возбуждения ядра необходимо разорвать связь пары. Отправной точкой изучения спаривания является EOS-эффект, то есть расслоение массовой поверхности ядер с четными и нечетными  $A$ . Отсюда появилась идея рассчитывания величин  $\Delta_{NN}$  посредством нахождения разности энергий отделения нуклона для двух соседних ядер. Далее лишь представлялись варианты различных усреднений этой величины посредством охватывания нескольких точек  $S_N$ .

Было выполнено сравнение средних по различным группам изотопов и изотонов оценок протонного и нейтронного спариваний. В результате чего выяснилось, что хоть и ненамного, но нейтронное спаривание больше протонного. Данный факт, хоть и противоречит аппроксимации зависимостей  $\Delta_{NN}$  от массового числа, все же имеет место быть из-за частности сектора рассмотрения ядер.

Простейшим способом описания эффектов спаривания нуклонов в рамках одночастичной оболочечной модели является введение остаточного взаимодействия в виде притягивающего  $\delta$ -потенциала. На основе данного приближения выполнено построение мультиплетов основных состояний для различных ядер. Анализ спектров полумагических четно-четных ядер показал, что энергии спаривания  $\Delta_{NN}$  соответствуют расщеплению мультиплета не только в случае одной пары над остовом, но сохраняется по мере заполнения оболочки парами тождественных нуклонов. Таким образом, между энергией спаривания, рассчитанной из экспериментальных значений энергии отделения нуклона, и расщеплением мультиплета основного состояния в экспериментальном спектре возбужденных состояний ядра существует однозначное соответствие. Это позволяет исходя из значения энергии спаривания предсказать наличие в данной области возбужденных состояний с определенным  $J^P$ .

По аналогии с формулами для расчета спаривания тождественных нуклонов были предприняты попытки нахождения оценки  $\Delta_{np}$ , на основе которой

построены спектры для нечетно-нечетных ядер. Наглядно показано, что такой подход к оцениванию спаривания различных нуклонов неэффективен и дает значительные отклонения от экспериментальных данных. Кроме того, в отличие от четно-четных ядер, экспериментальные спектры нечетно-нечетных обладают существенно большей плотностью состояний, что затрудняет поиск уровней, отвечающих спариванию нуклонов.

---

Хочу поблагодарить своего научного руководителя Т.Ю.Третьякову за важные коррективы к написанному тексту и помощь в поиске научной литературы.

## Список литературы

1. Бор О., Моттelson Б.// Структура атомного ядра. Т.1. М. 1971. – 76с., 170с.
2. Валантэн Л.//Субатомная физика (ядра и частицы). Т. 2. М. 1986. – 48с.
3. Владимирова Е.В., Дашков И.Д., Ишханов Б.С., Третьякова Т.Ю. //УЗФФ МГУ №3. М. 2018. 3-4 с.
4. Ишханов Б.С., Сидоров С.В., Третьякова Т.Ю. //УЗФФ МГУ. М. 2017. – 11-16 с.
5. Ишханов Б.С., Степанов М.Е., Третьякова Т.Ю. //ВМУ. Сер.3. Физ. Астр. М. 2014. 3-7 с.
6. P. MÖLLER, J.R. NIX// Nucl. Phys. A 536. 1992. P.20
7. Audi G. et al. // Chin. Phys. C. V.36, No. 12.2012. P.1287;  
Wang M. et al. // Ibid. P.1603.
8. Wang M., Audi G., Wapstra A.H. et al. // Chinese Phys. C. 2012. 36. P. 1603.
9. <https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/chartNuc.jsp>
10. [http://cdfc.sinp.msu.ru/services/calc\\_thr/calc\\_thr\\_ru.html#2](http://cdfc.sinp.msu.ru/services/calc_thr/calc_thr_ru.html#2)