1947 г. УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК Т. XXXI, вып. 2

ТЕОРИЯ МЕЗОТРОНА И ЯДЕРНЫЕ СИЛЫ

В. Л. Гинзбург

Введение. § 1. Волновые уравнения для мезотрона. Взаимодействие с электромагнитным полем. § 2. Ядерные силы. § 3. О затруднениях теории

ВВЕДЕНИЕ

Под теорией мезотрона понимают круг вопросов, связанных, с одной стороны, с трактовкой мезотрона, наблюдаемого в космических лучах и, с другой стороны, с мезотронной теорией ядерных сил. Оба эти раздела теории мезотрона далеки от завершения и находятся в стадии разработки, которая сталкивается, к тому же, с серьёзными затруднениями. Поэтому, естественно, что законченное изложение теории мезотрона дано быть не может и наша цель состоит лишь в освещении современного состояния вопроса*).

Мезотроном или мезоном в настоящее время называют не только полутяжёлую частицу, наблюдаемую в космических лучах, но и многочисленные гипотетические частицы, масса которых является промежуточной между массами протона и электрона. Мы будем пользоваться термином «мезотрон», оговаривая, когда это необходимо, о какой (гипотетической или наблюдаемой) частице идёт речь.

В космических лучах мезотроны были открыты в 1937 году [1]; жёсткая компонента космических лучей на уровне моря и небольших высотах состоит в основном именно из этих частиц. При этом на уровне моря на долю мезотронной жёсткой компоненты приходится $\sim 70\%$ всех частиц космического излучения. В лабораторных условиях, насколько известно, мезотроны ещё получены не были. В космических же лучах изучение свойств мезотронов затрудняется рядом обстоятельств, в первую очередь тем, что в них отсутствует большое количество медленных частиц. Поэтому, несмотря на интенсивную экспериментальную работу, целый ряд основных характеристик мезотрона ещё надёжно не установлен. Более того, нельзя даже утверждать, что в космических лучах наблюдается лишь один сорт полутяжёлых частиц или хотя бы лишь полутяжёлые частицы с одним значением массы покоя. Величина заряда, а тем более значение спина ме-

---

*) Статья написана в сентябре 1946 г.

зотрона также не могут считаться надёжно экспериментально установленными. Тем не менее, отвлекаясь от обсуждения вопроса о достоверности имеющихся данных, мы можем сделать следующие утверждения:

1. Имеются мезотроны обоих знаков заряда. Величина заряда, повидимому, равна $\pm e$, где e — заряд электрона. Во всяком случае заряд мезотрона не равен $\pm 2e$ и т. д.; предполагать же, что заряд мезотрона близок к $\pm e$, но отличен от этого значения, нет никаких оснований.

2. Масса мезотрона равна примерно $m = 200\, m_0$, где m_0 — масса электрона. Наиболее часто встречающиеся значения m лежат в пределах между 150 m_0 и 250 m_0. Таким образом, во всяком случае подавляющее число полутяжёлых частиц космических лучей на уровне моря имеет массу, близкую к 200 m_0; предположение о том, что это большинство частиц имеет лишь одно значение массы, представляется не противоречащим опыту.

3. Мезотрон спонтанно распадается, причём время жизни в связанной с ним системе координат равно $\tau_0 \cong 2 \cdot 10^{-6}$ сек. При распаде мезотрона вылетает электрон (или позитрон). Второй вылетающей частицей, скорее всего, является нейтрино. Однако это не доказано и совсем исключить возможность распада мезотрона на электрон и фотон ещё нельзя. Если распад происходит с вылетом электрона и нейтрино, то спин мезотрона равняется нулю или единице, так как спины электрона и нейтрино равны половине, а полный спин при распаде должен сохраняться. Более вероятным является значение спина, равное нулю (см. § 1). Если распад происходит с вылетом электрона и фотона, то спин мезотрона равен половине *).

При изучении свойств мезотрона основное значение имеет количественное сравнение наблюдаемых на опыте процессов, вызываемых мезотронами с теоретическими расчётами, выполненными при определённых предположениях о свойствах мезотрона. Так, например, для суждения о спине мезотрона производится сравнение[2] наблюдаемых на опыте больших ионизационных толчков с вычислениями, проведёнными в предположении, что спин мезотрона равен 0, 1/2 или 1.

Для количественного расчёта различных эффектов, обусловленных взаимодействием мезотронов с веществом, необходимо знать исходные свойства мезотрона (масса, спин) и характер его взаимодействия с электромагнитным полем (фотонами), лёгкими частицами (электронами и нейтрино) и тяжёлыми, ядерными, частицами (протонами и нейтронами). В отношении обоих этих вопросов теория в настоящее время не может сделать никаких однозначных высказываний. Однако, если ограничиться рассмотрением частиц с определёнными значениями

*) Спин предполагается выраженным в единицах $\hbar$, т. е. если мы говорим, что спин равен $\frac{1}{2}$ или 1, то это значит, что он равен $\frac{1}{2}\,\hbar$ или $\hbar$.

спина и массы покоя*), то число уравнений и выражений для энергии взаимодействия, возможных с точки зрения требований релятивистской инвариантности, оказывается относительно небольшим. Кроме того, по крайней мере вначале, естественно ограничиться рассмотрением частиц со спином, не превышающим единицы. Это допущение связано с тем, что теория частиц со спином >1 оказывается весьма сложной и значение спина $\leqslant 1$ явно выделяется не только своей простотой, но и некоторыми существенными особенностями [4]. Выше, говоря о спине мезотрона, мы уже учли это обстоятельство, предполагая, что спин нейтрино равен $1/2$ и спин мезотрона не больше единицы (если бы, например, спин нейтрино равнялся $3/2$, что в принципе возможно, то распад мезотрона на электрон и нейтрино был бы совместим с предположением о том, что спин мезотрона равен 2; аналогично, распад мезотрона на электрон и фотон совместим с допущением, что спин мезотрона равен $3/2$).

На основании сказанного, в теории мезотрона и ядерных сил рассматриваются почти исключительно частицы со спином 0, $1/2$ и 1.

Простейшим является взаимодействие мезотрона с электромагнитным полем. Это взаимодействие определяется в первую очередь наличием у мезотрона электрического заряда. Электромагнитное взаимодействие мезотронов, приводящее к образованию δ-электронов и тормозному излучению, существенно для определения спина мезотрона и будет рассмотрено в § 1.

Более сложным и в то же время важным является вопрос о взаимодействии мезотронов с ядерными частицами, а также электронами и нейтрино. Процессами, обусловленными этим взаимодействием и существенными для космических лучей, являются распад мезотрона (если он происходит на электрон и нейтрино) и ядерное рассеяние (обсуждение см. в [5]). Далее, поскольку мезотроны неустойчивы, они не могут приходить из мирового пространства и должны генерироваться преимущественно в верхних слоях атмосферы; образование же мезотронов первичными космическими частицами, которыми вероятнее всего являются протоны, повидимому, не носит электромагнитного характера, а обусловлено ядерным взаимодействием.

Важность вопроса о взаимодействии мезотрона с ядерными частицами связана, однако, не только с процессами в космических лучах, но, в гораздо большей мере, с проблемой ядерных сил. Как известно, после создания Ферми теории β-распада, Таммом [6] в 1934 г. была развита теория ядерных сил, связывающая появление этих сил с тем, что тяжёлые частицы (протон и нейтрон) обмениваются лёгкими частицами (электронами, позитронами и нейтрино). При этом обмене протон, например, испускает позитрон, и нейтрино превращаясь в нейтрон;

*) Сказанное означает, что не рассматриваются варианты теории, допускающие изменение спина и массы частиц (см. например [3]). Теория частиц с переменными свойствами относительно сложна и неоднозначна, вследствие чего сделанное ограничение, во всяком случае вначале, вполне естественно.

нейтрон же, поглощая те же лёгкие частицы, переходит в протон и т. д. В результате подобного обмена зарядом, протон и нейтрон, находящиеся на некотором расстоянии друг от друга, испытывают силовое взаимодействие.

Ситуация здесь аналогична взаимодействию, например, двух движущихся электронов, обусловленному обменом фотонами. В электромагнитном случае вместо понятия об обмене фотонами можно исходить из волновых представлений: с этой точки зрения каждый из электронов создаёт вокруг себя поле, которое действует на другой электрон. Подобные волновые представления применимы и к ядерным силам, т. е. можно сказать, что нейтрон создаёт вокруг себя электронно-нейтринное поле, действующее на протон, и т. д.

В количественном отношении теория электронно-нейтринных ядерных сил (или так называемых β-сил) оказалась несостоятельной, так как в виду слабости β-взаимодействия силы оказываются меньшими необходимых на фактор порядка 10^{10} — 10^{12} (см.[7]).

С целью обойти затруднения, встретившиеся в теории β-сил, Юкава в 1935 году сделал предположение о существовании особого поля ядерных сил. При квантовании это поле связывается с некоторыми частицами, аналогичными фотонам, появляющимся при квантовании электромагнитного поля. В отличие от фотонов новые частицы, которые мы называем теперь мезотронами, вообще говоря, могут быть заряжены, и кроме того их масса покоя не равна нулю. Легко показать (см. § 2), что масса частиц m прямо связана с радиусом r_0 действия сил, обусловленных обменом этими частицами, а именно:

$$r_0 \sim \frac{1}{\varkappa} = \frac{\hbar}{mc}. \qquad (1)$$

Из экспериментальных данных известно, что радиус действия ядерных сил порядка $r_0 \sim 2 \cdot 10^{-13}$ *см* и, следовательно, согласно (1) $m \sim 200\ m_0$. Масса новых частиц оказывается таким образом как раз того же порядка, как масса космического мезотрона. Понятно поэтому, что после открытия полутяжёлой частицы в космических лучах мезотронная теория ядерных сил получила мощный стимул для дальнейшего развития.

В мезотронной теории ядерных сил эти силы обусловливаются тем, что протон и нейтрон обмениваются между собой мезотронами. При этом, если спин мезотрона целый и равен 0 или 1, обмен может производиться одним мезотроном, так как спин протона (нейтрона) при превращении в нейтрон (протон) может меняться на 0 или 1. (В теории же β-сил обмен происходил двумя частицами, каждая из которых имела спин 1/2.) Предположение о том, что спин мезотрона целый, является поэтому более простым и было принято Юкавой. Для того чтобы включить в свою теорию β-распад, Юкава предположил, что мезотрон может распадаться на электрон и нейтрино; далее, поскольку существует как β^- (электронный), так и β^+ (позитронный) распады, то было предположено, что мезотроны могут иметь оба знака заряда. Оба эти предположения (распад мезотрона и существование мезотронов обоих знаков заряда) находятся в согласии со свойствами мезотронов, наблюдаемых в космических лучах, что ещё более подкрепляет всю концепцию о связи ядерных сил с наблюдаемыми мезотронами.

Однако попытка построения количественной теории ядерных сил, находящейся в согласии со всеми экспериментальными данными, не увенчалась пока успехом и сталкивается с серьёзными затруднениями. В связи с этим сколько-либо законченной теории ядерных сил в настоящее время не существует и, строго говоря, связь мезотронов, наблюдаемых в космических лучах, с ядерными силами не может считаться доказанной. Тем не менее совокупность качественных соображений, указанных выше, а также почти несомненное наличие ядерного взаимодействия мезотронов в космических лучах не дают серьёзной возможности сомневаться в общности всего круга вопросов о мезотронах и ядерных силах.

Более подробно мезотронная теория ядерных сил обсуждается в § 2.

§ 1. ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МЕЗОТРОНА. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Вид уравнений, которым должна удовлетворять волновая функция мезотрона Ψ, определяется принимаемым значением спина этой частицы. Уравнения должны при этом быть релятивистски инвариантны и, следовательно, волновая функция является спинором какого-либо ранга (или, в общем случае, совокупностью спиноров). Число независимых компонент функции Ψ должно, очевидно, быть связано с числом возможных проекций спина на какое-либо направление — в этом и состоит идея описания частиц с помощью многокомпонентных функций. Сказанное уже в значительной мере определяет характер волновой функции и соответствующего волнового уравнения.

Если спин мезотрона равен нулю, функция Ψ имеет лишь одну компоненту и таким образом является либо скаляром, либо псевдоскаляром, который, как известно, эквивалентен полностью антисимметричному тензору 4-го ранга φ_{iklm}, имеющему лишь одну независимую компоненту, например, компоненту φ_{1234} *).

*) Псевдотензором называется величина, ведущая себя так же, как тензоры при всех преобразованиях координат, сводимых к поворотам. При изменении же знака какой-либо пространственной координаты знак компонент тензора и знак компонент псевдотензора могут меняться по-разному. Например, псевдотензор нулевого ранга, т. е. псевдоскаляр, имеет лишь одну компоненту, знак которой различен в правой и левой системах координат. Такими же свойствами обладает полностью антисимметричный тензор 4-го ранга φ_{iklm}, у которого имеется лишь одна независимая компонента $\varphi_{1234} = = \varphi_{2314} = -\varphi_{2341} = -\varphi_{2134} = \ldots$

Волновое уравнение для частицы со спином нуль таково:

$$\left.\begin{aligned} &(\square - \varkappa^2)\varphi = 0 \\ &\square \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_4^2}; \quad x_4 = ict. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

В случае, если волновая функция является псевдоскалярной, в уравнении (2) нужно заменить φ на φ_{iklm}.

Уравнение (2) так же, как другие волновые уравнения, о которых речь будет итти ниже, представляет собою уравнение некоторого поля — в данном случае поля скаляра φ. Установление связи между классическим полем и соответствующей ему совокупностью корпускул достигается путём квантования этого поля; при квантовании поле Ψ (в случае (2) — поле скаляра φ) рассматривается как оператор. Останавливаться здесь на квантовой теории волновых полей мы не будем (см. [9], [10]) и ограничимся указанием простейшего пути, на котором можно связать массу частицы с величиной $\varkappa$, фигурирующей в уравнении (2).

Плоская волна, являющаяся решением уравнения (2), имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} &\varphi = Ae^{i(\nu t \pm \mathbf{k}\,\mathbf{r})}, \\ &\frac{\nu^2}{c^2} - \mathbf{k}^2 - \varkappa^2 = 0. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Вместе с тем, согласно основному положению квантовой механики — соотношению де-Бройля, импульс частицы $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ и квадрат энергии

$$E^2 = m^2c^4 + \mathbf{p}^2 = (\hbar\nu)^2.$$

Отсюда и из (3) следует, что уравнение (2) описывает частицы с массой покоя m, определяемой равенством

$$\varkappa = \frac{mc}{\hbar}. \tag{4}$$

Одним из существенных результатов квантовой теории поля является вывод, что частицы с целым спином, описываемые обычными тензорами, должны подчиняться статистике Бозе-Эйнштейна. Частицы же с полуцелым спином, описываемые спинорами нечётного ранга должны подчиняться статистике Ферми-Дирака [11], [9].

Известное различие между случаями, когда Ψ является скаляром и псевдоскаляром, проявляется, если заменить уравнение (2) системой уравнений 1-го порядка. Для скаляра имеем

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = \chi_i, \\ &\frac{\partial\chi_i}{\partial x_i} = \varkappa^2\varphi, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

где, как и везде ниже, $i = 1, 2, 3, 4$, и по дважды встречающимся индексам производится суммирование.

В псевдоскалярном случае

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\varphi_{iklm}}{\partial x_i}=\chi_{klm},\\&\frac{\partial\chi_{klm}}{\partial x_i}-\frac{\partial\chi_{lmi}}{\partial x_k}+\frac{\partial\chi_{mik}}{\partial x_l}-\frac{\partial\chi_{ikl}}{\partial x_m}=\varkappa^2\varphi_{iklm}.\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

Системы (5) и (6) эквивалентны уравнению (2) для φ или φ_{iklm}, в чём легко убедиться, исключая из (5) или (6) соответственно χ_i или χ_{klm}. Разница между скалярным и псевдоскалярным мезотронами, имеющими одинаковый спин, равный нулю, и одинаковую массу (если постоянные $\varkappa$ в (5) и (6) равны друг другу), проявляется лишь при рассмотрении их взаимодействия с частицами с полуцелым спином (см. § 2). В отношении взаимодействия с электромагнитным полем обе схемы (скалярная и псевдоскалярная) совершенно эквивалентны. Поэтому в этом параграфе мы просто будем говорить о мезотроне (частице) со спином нуль.

Частица со спином 1 должна описываться волновой функцией с 3-мя независимыми компонентами, так как проекция спина в этом случае может принимать значение 0 и ± 1. Простейшая после скаляра тензорная волновая функция — 4-мерный вектор — имеет между тем четыре компоненты. Тем не менее частица со спином 1 описывается векторной волновой функцией φ_i, удовлетворяющей уравнению

$$(\Box-\varkappa^2)\,\varphi_i=0.\tag{7}$$

Это уравнение имеет не три, а четыре решения, одно из которых отвечает частице со спином нуль. Для того чтобы исключить это лишнее решение, на φ_i нужно наложить также условие

$$\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_i}=0.\tag{8}$$

Система уравнений (7)—(8) и описывает частицу со спином 1 и массой, определяемой согласно (4).

Вместо уравнений (7)—(8) в ряде случаев удобно пользоваться эквивалентной системой уравнений 1-го порядка

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\varphi_k}{\partial x_i}-\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_k}=g_{ik},\\&\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_k}=-\varkappa^2\varphi_i.\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

Частица со спином 1 может, кроме того, описываться не векторной, а псевдовекторной волновой функцией или, что эквивалентно, волновой функцией φ_{ikl}, где $\varphi_{ikl}=-\varphi_{kil}=-\varphi_{ilk}$. В этом случае вместо (9) имеем:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\varphi_{ikl}}{\partial x_l}=g_{ik},\\&\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_l}+\frac{\partial g_{kl}}{\partial x_i}+\frac{\partial g_{li}}{\partial x_k}=\varkappa^2\varphi_{ikl}.\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

Различие между векторным и псевдовекторным вариантами теории существенно лишь при рассмотрении взаимодействия с частицами полуцелого спина (протонами, нейтронами, электронами и нейтрино). Поэтому в этом параграфе, если это не оговорено, волновая функция частицы со спином 1 считается векторной.

Частицы со спином 1/2 подчиняются известному уравнению Дирака

$$\gamma_k \frac{\partial \Psi}{\partial x_k} + \varkappa \Psi = 0, \tag{11}$$

где γ_k — 4-рядные матрицы, Ψ — биспинор, имеющий четыре компоненты, и попрежнему имеет место соотношение $\varkappa = \frac{mc}{\hbar}$ (подробнее см., например, [12]).

Уравнения для частиц со спином, бо́льшим единицы [4], и с переменным спином [3] также могут быть написаны. Однако рассмотрение взаимодействия этих частиц с внешним полем или другими частицами оказывается сопряжённым с известными затруднениями [4, 13] и мало исследовано. Поэтому мы не будем здесь касаться этого вопроса.

Введение взаимодействия частиц со спином 0, 1/2 и 1 с электромагнитным полем, описываемым векторным потенциалом A_k, достигается заменой в уравнениях (2), (5), (6), (9), (10) и (11)

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \text{ на } \Pi_k = \frac{\partial}{\partial x_k} - \frac{ie}{\hbar c} A_k, \tag{12}$$

где e — приписываемый частице заряд.

Возможность замены (12) ясна, в частности, из того, что вариантность $\frac{\partial}{\partial x_k}$ и A_k одинакова; поэтому при такой замене уравнения остаются релятивистско инвариантными. Заметим, что в применении к системе уравнений замена (12) должна производиться с известной осторожностью, а именно так, чтобы не сделать систему противоречивой; последнее имеет, например, место, если произвести замену (12) в системе уравнений (7) — (8), а не (9).

Правильное введение взаимодействия с электромагнитным полем путём замены (12), а также введение взаимодействия с другими полями (частицами) автоматически достигается при использовании вариационного принципа, на чём мы останавливаться не будем (см., например, [9, 10]).

Переход к нерелятивистскому приближению или к уравнению 2-го порядка показывает, что частицы со спином 1/2 и 1, взаимодействие которых с полем определяется лишь зарядом (замена (12)), ведут себя так, как если бы они кроме того имели магнитный момент, равный целому магнетону Бора [10, 12]

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}. \tag{13}$$

Таким образом, в указанных условиях отношение магнитного момента к спиновому моменту количества движения равно $\frac{e}{mc}$ для частиц со спином $1/2$ и равно $\frac{e}{2mc}$ для частиц со спином 1.

Однако помимо «взаимодействия с зарядом» в случае спинов $1/2$ и 1 можно также ввести взаимодействие с «истинным» магнитным моментом μ_1. Например, в случае уравнения Дирака при наличии такого момента, а также заряда e, уравнение движения приобретает вид:

$$\left(\gamma_k \frac{\partial}{\partial x_k} - \frac{ie}{\hbar c}\gamma_k A_k + \frac{\mu_1}{\hbar c}\frac{\gamma_k\gamma_l}{2i}F_{kl} + \varkappa\right)\Psi = 0, \tag{14}$$

где $F_{kl} = \frac{\partial A_l}{\partial x_k} - \frac{\partial A_k}{\partial x_l}$ — тензор напряжённостей электромагнитного поля.

В нерелятивистском приближении магнитный момент частицы, описываемой уравнением (14), равен (см. 16):

$$\left.\begin{aligned} \mu_0 + \mu_1 &= \gamma\mu_0, \\ \gamma &= \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_0}\right). \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Введение аналогичного имеющемуся в уравнении (14) члена, содержащего F_{kl}, возможно и в случае уравнений (9) для спина 1; полный момент в этом случае также можно представить в виде (15).

Наконец как в (14), так и в (9) можно ввести член, содержащий F_{kl} и производные от волновых функций, с чем, однако, связаны известные осложняющие обстоятельства.

В нерелятивистском приближении все приведённые уравнения переходят в уравнение типа Паули:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left\{\frac{1}{2m}\left[-i\hbar\nabla - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right]^2 + e\varphi - \gamma\mu_0(\mathbf{sH})\right\}\Psi, \tag{16}$$

где $\mathbf{A}$ и φ — трёхмерные векторный и скалярный потенциалы, $\mathbf{H}$ — напряжённость магнитного поля и $\mathbf{s}$ — оператор спина. Для частицы со спином нуль $\gamma = 0$. Для электрона, когда постоянная μ_1 в (14) равна нулю, спиновой член имеет известный вид — $\mu_0(\sigma\mathbf{H})$, где σ — двухрядные матрицы Паули и Ψ — двухкомпонентная функция (уравнение Паули для частицы со спином 1 см., например, в [14]). Различие между частицами со спином 0, $1/2$ и 1 проявляется лишь в виде последнего члена в (16); пренебрегая этим членом, мы получаем, очевидно, обычное уравнение Шредингера.

Простейшей проблемой, в которой учитывается взаимодействие, является движение частицы в заданном поле; в первую очередь представляет интерес кулоновское поле $\left(e\varphi = -\frac{e^2Z}{r}\right)$. Решение задач такого типа, базирующееся на использовании уравнения (16), составляет основное содержание нерелятивистской квантовой механики.

Релятивистская теория атома водорода основана на решении задачи о движении электрона, подчиняющегося уравнению (14) $c\mu_1 = 0$, $\mathbf{A} = 0$ и $e\varphi = -iA_4 = \frac{e^2 Z}{r}$ (см. [12]). Согласие теории с опытом, имеющее место в этом случае, является основным аргументом в пользу применения к электрону уравнения Дирака с $\mu_1 = 0$. Решена также задача о движении в кулоновом поле частицы со спином нуль [12]. В обоих этих случаях собственные функции задачи образуют полную ортогональную систему и удовлетворяют очевидным общим требованиям (обеспечивают конечность энергии и т. п.). В случае частиц со спином 1 с $\gamma = 1$ и $\gamma \neq 1$, а также частицы со спином $1/2$ с $\gamma \neq 1$ (т. е. с $\mu_1 \neq 0$), напротив, задача о движении в кулоновом поле решения не имеет [15, 16], в том смысле, что допустимые решения не образуют полной системы функций и имеются решения, отвечающие падению частицы на силовой центр. Причина падения состоит в том, что для спина $1/2$ при $\gamma \neq 1$, а в случае спина 1 и при $\gamma = 1$, частица имеет магнитный момент и в релятивистском приближении*); энергия взаимодействия этого момента с полем кулоновского центра имеет вид:

$$U \sim -\frac{1}{r^3}. \tag{17}$$

В поле же типа (17) как в классической, так и в квантовой теории движение является лимитационным, т. е. имеет место падение частицы на центр (подробнее см. § 2). Наличие у частицы момента приводит к затруднениям и при рассмотрении различных радиационных процессов (рассеяния света, тормозного излучения и т. д.). Подробнее вопрос о трудностях, с которыми сталкивается теория, будет рассмотрен в § 3.

Сейчас же остановимся на результатах вычисления эффективных сечений для различных электромагнитных процессов, проведённых для частиц с разными спинами и значениями γ (сводка результатов заимствована в основном из обзора Паули [10] **)).

Все сечения вычислены в первом неисчезающем приближении теории возмущений.

В табл. 1 приведены эффективные сечения для рассеяния мезотронов фиксированным кулоновским центром и в табл. 2 для рассеяния на электроне (δ-образование).

*) Электрон Дирака, для которого μ_1 в (14) равно нулю в нерелятивистском приближении имеет магнитный момент $\frac{e\hbar}{2mc}$; однако в крайне релятивистском приближении электрон ведёт себя, как частица без магнитного момента [13, 14, 15, 73].

**) Некоторые сечения сопоставляются также в обзоре Росси и Грейзена [47].

Спин везде выражен в единицах $\hbar$, а магнитный момент в единицах $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$.

Таблица 1

Рассеяние мезотронов кулоновским центром

E и m — начальная энергия и масса мезотрона; θ — угол рассеяния; $\eta = \frac{E}{mc^2}$ (энергия E включает энергию покоя); $d\Omega$ — телесный угол;

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2}.$$

	Спин	Магнитный момент (значение γ)	Сечение для рассеяния	Ссылка на литературу
I	0	0	$\frac{1}{4} r_0^2 \frac{\eta^2}{(\eta^2-1)^2} \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$	16
II	$^1/_2$	1	$\frac{1}{4} r_0^2 \left[\frac{\eta^2}{(\eta^2-1)^2} - \frac{1}{\eta^2-1} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right] \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$	17
III	$^1/_2$	$\gamma \neq 1$	$\frac{(\gamma-1)^2}{4} r_0^2 \frac{d\Omega}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}$; $(\eta \gg 1)$	16
IV	1	1	$\frac{1}{4} r_0^2 \left[\frac{\eta^2}{(\eta^2-1)^2} + \frac{1}{6} \sin^2 \theta\right] \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$	18, 19
V	1	$\gamma \neq 1$	$\frac{(\gamma-1)^2}{3} r_0^2 \eta^2 d\Omega$; $(\eta \gg 1)$	16

В обеих таблицах сечения для случаев III и IV на порядок выше относительно величины $\eta = \frac{E}{mc^2}$, чем для случаев I и II. Для случая V сечение ещё на порядок выше. В этом проявляется уже отмеченная роль магнитного момента, активно влияющего на зависимость сечения от энергии. Приведённые сечения для случаев III, IV и V при больших энергиях оказываются заведомо неверными [22, 23]. В случае табл. 1 это ясно уже из того, что задача о движении мезотрона в кулоновом поле (для случаев III, IV и V) при строгой постановке не имеет решения и поэтому результаты, получаемые методом теории возмущений, нуждаются в специальном исследовании с целью выяснения области их применимости. Сечения для случаев I и II во всяком случае вполне возможны и в их справедливости нет никаких оснований сомневаться.

Таблица 2

Упругое рассеяние мезотронов на электроне

εE — энергия, переданная электрону. Члены порядка $\frac{m}{m_0}\frac{mc^2}{\varepsilon E}$ и меньшие отброшены (m_0 — масса электрона). $E \gg mc^2$. Остальные обозначения — см. табл. 1.

	Спин	Магнитный момент (значение γ)	Сечение на одно соударение (в системе координат, где электрон вначале покоился)	Ссылка на литературу
I	0	0	$2\pi r_0^2 \frac{m}{m_0}\frac{mc^2}{E}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2}(1-\varepsilon)$	16
II	$^1/_2$	1	$2\pi r_0^2 \frac{m}{m_0}\frac{mc^2}{E}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2}\left(1-\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{2}\right)$	17, 20
III	$^1/_2$	$\gamma \neq 1$	$\pi(\gamma-1)^2 r_0^2 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon}(1-\varepsilon)$	16
IV	1	1	$\frac{2\pi}{3} r_0^2 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon}\left(1-\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{2}\right)$	19, 21
V	1	$\gamma \neq 1$	$\frac{2\pi}{3} r_0^2 \frac{m}{m_0}\frac{E}{mc^2} d\varepsilon(1-\varepsilon)$	16

В табл. 3 приведены дифференциальные и полные сечения для рассеяния света на мезотроне. Значения фигурирующих в таблице начальной и конечной энергий фотона связаны известным соотношением

$$k = k_0 \frac{1}{1+\frac{k_0}{mc^2}(1-\cos\theta)}.$$

Эффективные сечения для тормозного излучения и рождения мезотронных пар фотонами приведены в табл. 4 и 5. Ядро при этом считается конечным и имеющим радиус

$$R = \frac{5}{6} Z^{1/3} \frac{\hbar}{mc}.$$

Для случая II формулы, имеющиеся в [29], приведены с соответствующим этому предположению изменением.

Приведённые в таблицах 3, 4, 5 сечения для случаев I и II не вызывают сомнения для сколь угодно больших энергий. Напротив, для случаев III и IV (случай V не исследовался) получаются сечения, недопустимым образом растущие с энергией и справедливые поэтому лишь для не слишком больших энергий (см. [21], [22], [23], [33] и § 3). Например, в случае рассеяния света (Комптон-эффекта) сечения III и IV табл. 3 *справедливы лишь, если*

$$\left.\begin{aligned} k_0 = \hbar\nu \ll \frac{mc^2}{a} = 137\, mc^2, \\ \text{или} \qquad \lambda = \frac{2\pi c}{\nu} \ll \frac{e^2}{mc^2}. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Мы привели соответствующие сечения главным образом для ориентировки и чтобы наглядно проиллюстрировать влияние спина и магнитного момента на различные процессы.

Таблица 3

Рассеяние света на мезотронах

Рассеивающий мезотрон предполагается вначале покоящимся. k_0 и k — начальная и конечная энергии фотона. Остальные обозначения — см. табл. 1.

	Спин	Магнитный момент (значение γ)	Сечение для рассеяния на угол θ. Справедливо для всех энергий (кроме случая III)	Полное сечение для рассеяния при условии $k_0 \gg mc^2$	Ссылка на литературу
I	0	0	$r_0^2 \frac{1}{2} \frac{k^2}{k_0^2} \cos^2\theta\, d\Omega$	$\pi r_0^2 \frac{mc^2}{k_0}$	24
II	1/2	1	$r_0^2 \frac{1}{2} \frac{k^2}{k_0^2} \left(\frac{k_0}{k} + \frac{k}{k_0} - \sin^2\theta\right) d\Omega$	$\pi r_0^2 \frac{mc^2}{k_0}\left(\frac{1}{2} + \ln\frac{2k_0}{mc^2}\right)$	27, 28, 29
III	1/2	$\gamma \neq 1$	$(\gamma-1)^4 r_0^2 \frac{1}{4} \frac{k}{k_0}\left(\frac{k}{mc^2}\right)^2 d\Omega + \ldots \quad k \gg mc^2$	$\frac{\pi}{4}(\gamma-1)^4 r_0^2 \cdot \frac{k_0}{mc^2} + \ldots$	30
IV	1	1	$r_0^2 \frac{1}{2} \frac{k^2}{k_0^2} \{1 + \cos^2\theta + \frac{1}{48(mc^2)^2}[kk_0(28 - 64\cos\theta + 12\cos^2\theta) + (k^2 + k_0^2)(29 - 16\cos\theta + \cos^2\theta)]\} d\Omega$	$\frac{5\pi}{36} r_0^2 \frac{k_0}{mc^2}$	24, 25, 26

Экспериментальное исследование процессов, производимых мезотроном космических лучей, может, в принципе, позволить определить его спин. До настоящего времени единственным эффектом, который

Таблица 4

Тормозное излучение мезотронов

Начальная энергия мезотрона $E \gg mc^2$; εE — энергия излучаемого фотона; Z — атомный номер материала; $A = \frac{12(1-\varepsilon)}{5mc^2\varepsilon Z^{1/3}}$, $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$.

	Спин	Магнитный момент (значение γ)	Сечение (в системе координат, где ядро покоится)	Ссылка на литературу
I	0	0	$r_0^2 \alpha Z^2 d\varepsilon \frac{16}{3}\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)(\ln A - 1/2)$	31
II	$1/2$	1	$r_0^2 \alpha Z^2 d\varepsilon \frac{16}{3}\left(\frac{3\varepsilon}{4} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)(\ln A - 1/2)$	29
III	$1/2$	$\gamma \neq 1$	$r_0^2 \alpha Z^2 (\gamma - 1)^4 d\varepsilon \left\{ \frac{1-\varepsilon}{mc^2 Z^{1/3}} E + \frac{\varepsilon}{2} \ln^2 A - \frac{3\varepsilon}{2} \ln A + \ldots \right\}$	30
IV	1	1	$r_0^2 \alpha Z^2 d\varepsilon \left\{ \frac{E}{mc^2 Z^{1/3}} \cdot \frac{\pi}{60}(2 - 2\varepsilon + 7\varepsilon^2) + \frac{\varepsilon}{12}\left(17 + \frac{7\varepsilon^2}{2(1-\varepsilon)}\right) \ln^2 A + \left(\frac{16(1-\varepsilon)}{3\varepsilon} + \frac{13\varepsilon}{12} - \frac{5\varepsilon^3}{24(1-\varepsilon)}\right) \ln A + \ldots \right\}$	31, 32

удалось использовать для этой цели, является образование больших ионизационных толчков под значительными толщинами свинца или железа. Предполагая, что ионизационный эффект определяется электромагнитным тормозным излучением мезотронов (образование δ-электронов оказывается несущественным), можно провести соответствующие вычисления и сравнить их с опытом [2, 34]. При этом оказывается, что вычисления сходятся с опытом, если считать, что спин мезотрона равен 0 или $^1/_2$ ($\gamma = 1$). Различить между спинами 0 и $^1/_2$ пока нельзя, так как точность экспериментов и теоретических подсчётов является недостаточной и не превосходит 100%. Однако нельзя также полностью исключить возможность того, что спин мезотрона равен 1 (или спин равен $^1/_2$ с $\gamma \neq 1$). Дело в том, что при вычислениях приходится пользоваться эффективным сечением для тормозного излучения в области больших энергий, где оно, строго говоря, не применимо и, далее, при некоторой энергии это сечение фактически

Таблица 5

Рождение мезотронных пар фотонами

E — энергия фотона ($E \gg mc^2$); εE — энергия положительного мезотрона; Z — атомный номер материала; $B = \frac{12\varepsilon(1-\varepsilon)}{5mc^2 Z^{1/3}} E$.

	Спин	Магнитный момент (значение γ)	Сечение (в системе координат, где ядро покоится)	Ссылка на литературу
I	0	0	$r_0^2 \alpha Z^2 \, d\varepsilon \, \frac{16}{3} \varepsilon (1-\varepsilon) \left(\ln B - \frac{1}{2}\right)$	31
II	$^1/_2$	1	$r_0^2 \alpha Z^2 \, d\varepsilon \, \frac{16}{3} \left[\frac{3}{4} - \varepsilon(1-\varepsilon)\right] (\ln B - {}^1/_2)$	29
III	$^1/_2$	$\gamma \neq 1$	$r_0^2 \alpha Z^2 (\gamma - 1)^4 \, d\varepsilon \left[\frac{\varepsilon(1-\varepsilon) E}{mc^2 Z^{1/3}} + \ldots\right]$	30
IV	1	1	$r_0^2 \alpha Z^2 \, d\varepsilon \left[\frac{E}{mc^2 Z^{1/3}} \frac{\pi}{40} (7 - 2\varepsilon + 2\varepsilon^2) + \ldots\right]$	31, 32

обрезать. При такой ситуации исключение значения спина, равного 1, может быть убедительным лишь, если используемое эффективное сечение является минимальным возможным для этого спина и вместе с тем приводит к образованию значительно бóльшего числа толчков, чем наблюдается на опыте. По мнению ряда авторов [2, 33], именно такое положение и имеет место. Однако по нашему мнению [35], используемое сечение [2, 33] не является минимальным, так как оно основано на применении формул для Комптон-эффекта до энергии $\hbar\nu \sim \frac{mc^2}{\alpha}$, что противоречит условию (18). Поэтому указанное сравнение теории с опытом, строго говоря, указывает лишь на то, что для предположения о равенстве спина мезотрона единице с точки зрения экспериментов в космических лучах нет особых оснований. Далее, если спин всё же равен единице, то вычисления, основанные на теории возмущений, неприменимы при энергиях, меньших, чем это обычно предполагается [2, 34]. Наконец, можно сделать вывод о том, что тормозное излучение и другие процессы, обусловленные не электромагнитными, а ядерными силами, не играют большой роли, так как уже минимальное возможное электромагнитное тормозное излучение частицы со спином нуль позволяет объяснить наблюдаемые ионизационные эффекты.

§ 2. ЯДЕРНЫЕ СИЛЫ

Между ядерными частицами (протонами и нейтронами) действуют особые ядерные силы; в ядре эти силы не только компенсируют электростатическое отталкивание между протонами, но и обеспечивают устойчивость ядра. Действием ядерных сил объясняется также рассеяние нейтронов на протонах и отличие наблюдаемого рассеяния протонов протонами от ожидаемого при наличии одного лишь кулоновского взаимодействия. Ядерные силы являются короткодействующими, причём радиус их действия порядка $r_0 \sim 10^{-13}$ *см*. На малых расстояниях (порядка r_0) энергия взаимодействия, соответствующая ядерным силам, весьма велика и достигает MeV. Далее, ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов ядерных частиц и обладают свойством насыщения. Последнее означает, что энергия связи большого числа A ядерных частиц возрастает пропорционально A, а не пропорционально A^2, как это имеет место, например, в случае кулоновского взаимодействия системы зарядов. По этой причине объём ядра примерно пропорционален A, в отличие от атома, размеры которого слабо зависят от Z.

Задача теории ядерных сил состоит, очевидно, в объяснении указанных качественных свойств этих сил и в установлении связи между различными измеряемыми на опыте ядерными величинами. Для количественной проверки теории могут быть использованы данные, относящиеся к протону, нейтрону и дейтрону (расчёт более тяжёлых ядер, в виду его чрезвычайной сложности, с этой точки зрения в настоящее время интереса не представляет). Из опыта известны: энергия связи дейтрона, равная 2,18 MeV [36], квадрупольный момент дейтрона $Q = +2{,}7 \cdot 10^{-27}$ *см*^{2} (см., например, [37]) и постоянные, характеризующие рассеяние протон — нейтрон и протон — протон (литературу и обсуждение см. [38, 39]). Понимаемая в более широком смысле, теория ядерных сил охватывает также вопросы, относящиеся к отдельным протону и нейтрону и их взаимодействию с другими частицами. В этой области из эксперимента известны значения магнитного момента протона [40] и нейтрона [41], которые равны соответственно $\mu_p = 2{,}789\,\mu_0$ и $\mu_N = -1{,}93\,\mu_0$, где $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2Mc}$ — ядерный магнетон (M — масса протона) *). Далее известны постоянные β-распада различных ядер, откуда при некоторых предположениях (см., например, [7]) можно приближённо найти время жизни свободного нейтрона, который, в конечном счёте, должен превратиться в протон + электрон + нейтрино. К этому же кругу вопросов следует отнести взаимодействие ядерных частиц с мезотронами (рассеяние, рождение) и мезотронов с лёгкими частицами (распад мезотрона).

*) Отрицательный знак магнитного момента нейтрона означает, что этот магнитный момент направлен противоположно спину, т. е. собственному механическому моменту нейтрона.

Поскольку ядерные силы действуют также между незаряженными нейтронами, обычно считается очевидным, что эти силы совершенно отличны от электромагнитных. Строго говоря, такая точка зрения не верна, так как, например, мыслимо объяснение ядерных сил специфическими особенностями движения частиц со спином 1 в электрическом поле [42]. Однако, очевидное из факта β-распада существование неэлектромагнитных взаимодействий, а также ряд других соображений заставляют думать, что ядерные силы не сводятся к электромагнитным и объясняются мезотронной теорией, идея которой указана во введении.

Особенно простой и наглядной является классическая форма мезотронной теории ядерных сил, в которой используется понятие о неквантованном мезотронном поле. При этом подробная классическая схема имеет не только иллюстративное, но и вполне реальное значение, так как в статическом приближении, когда состояние ядерных частиц считается неизменным, результаты классической и квантовой теории совпадают [37, 43]. Ситуация здесь такая же, как в электродинамике, где кулоновское взаимодействие $-\frac{e^2Z}{r}$ может быть взято или из классической теории, как это обычно и делают, или получено в результате рассмотрения обмена фотонами [44]. Использование статического взаимодействия оправдано при пренебрежении нестатическим взаимодействием, что, вообще говоря, допустимо в теории дейтрона (поскольку скорости протона и нейтрона в дейтроне малы по сравнению со скоростью света). Разумеется, для более полного и строгого рассмотрения проблемы ядерных сил необходимо использование теории квантованного мезотронного поля; то же относится к вычислению рассеяния мезотронов на ядерных частицах и т. д.

Наша цель в дальнейшем будет состоять лишь в пояснении основных моментов теории и обсуждении её результатов. Поэтому мы подробнее остановимся только на упомянутой классической теории (квантование мезотронного поля в применении к теории ядерных сил см. в [9, 45, 46]).

В классических терминах появление ядерных сил связано с тем, что протон и нейтрон являются источниками некоторого поля (мезотронного поля), которое, действуя на другие ядерные частицы, обусловливает силовое взаимодействие. Если поле является скалярным, то при отсутствии источников оно подчиняется уравнению (2). Наличие источников означает, что в правой части уравнения должна появиться функция, играющая роль плотности заряда или тока в электродинамике. В этом последнем случае для точечной частицы плотность заряда равна $e\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)$, где δ — дельта-функция $\left(\int \delta d\mathbf{r} = 1,\ \delta = 0 \text{ при } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}_0\right)$ и $\mathbf{r}_0$ — положение заряда.

В интересующем нас статическом случае уравнение (2) переходит в $\Delta\varphi - \varkappa^2\varphi = 0$, и плотность «мезотронного заряда» равна $g\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)$, где $\mathbf{r}_0$ — положение ядерной частицы. Поэтому уравнение для поля принимает вид:

$$\Delta\varphi - x^2\varphi = -4\pi g\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0). \tag{19}$$

Поскольку положение ядерной частицы считается фиксированным, ясно, что она считается достаточно тяжёлой и описываемой поэтому классически. Заметим, что в квантовой теории для общего случая нестатического скалярного поля имеем

$$\square\varphi - x^2\varphi = -4\pi g\beta\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0), \tag{20}$$

где φ нужно рассматривать как оператор и β — матрица Дирака. Появление β связано с тем, что ядерные частицы мы считаем подчиняющимися уравнению Дирака *).

Решение уравнения (19) таково:

$$\varphi = g\frac{e^{-xr}}{r}. \tag{21}$$

Используя выражения для энергии поля, можно показать [9], что две ядерные частицы, создающие поле φ и находящиеся на расстоянии r, притягиваются **), причём энергия их взаимодействия равна

$$U = -g^2\frac{e^{-xr}}{r}. \tag{22}$$

Радиус сил, как ясно из (22), порядка $\frac{1}{x}$. Поскольку в квантовой теории $x = \frac{mc}{\hbar}$ (см. § 1), мы получаем, таким образом, связь (1) между радиусом сил и массой мезотрона. Заметим, что выше мы не проводили различия между протоном и нейтроном. Это можно делать лишь, если поле φ не заряжено и, следовательно, отвечающие ему частицы также не заряжены (нейтральные мезотроны или нейтретто). Сейчас это обстоятельство для нас не существенно, о нём ещё будет итти речь ниже.

Взаимодействие (22) не зависит от взаимной ориентации спинов ядерных частиц, что противоречит опыту. Для того чтобы пояснить вопрос о ядерных силах, зависящих от спина, рассмотрим взаимодействие протонов и нейтронов с нейтральным векторным полем. Вся теория в этом случае чрезвычайно родственна обычной электродина-

---

*) Заметим, что в правой части уравнения (20) опущен ещё один возможный член, содержащий производные от δ-функции и пропорциональный постоянному множителю, независимому от g.

**) Поле скаляра φ в статическом приближении аналогично ньютоновскому полю тяготения, формальный переход к которому достигается тем, что x считается равным нулю. Отсюда ясно, что и в скалярной теории ядерных сил частицы притягиваются (см. ниже замечание о том, что скалярное поле предполагается незаряженным).

мике *) и переходит в эту последнюю, если положить $\varkappa=0$. Для того чтобы аналогия с электродинамикой выступила в более привычной форме, перепишем уравнения векторного поля (9) в другом виде, вводя обозначения:

$$\left.\begin{aligned}&\varphi_k=A_k, \quad \varphi_4=A_4=i\varphi, \quad (A_1, A_2, A_3)=\mathbf{A},\\ &g_{ik}=F_{ik}, \quad (F_{23}, F_{31}, F_{12})=\mathbf{H}, \quad (F_{41}, F_{42}, F_{43})=i\mathbf{E}.\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

В обозначениях (23) уравнения (9) принимают вид

$$\begin{gathered}\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\mathbf{H}=0,\\ \operatorname{rot}\mathbf{H}+\varkappa^2\mathbf{A}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\mathbf{E}+\varkappa^2\varphi=0.\end{gathered} \tag{24}$$

При $\varkappa=0$ уравнения (24) переходят в уравнения Максвелла для вакуума. То же относится к уравнениям (7)—(8), имеющим в новых обозначениях вид

$$\left.\begin{aligned}&\Box\,\mathbf{A}-\varkappa^2\mathbf{A}=0,\\ &\Box\,\varphi-\varkappa^2\varphi=0.\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Предположим теперь, что ядерные частицы создают векторное поле, обладая «мезотронным зарядом» g и мезотронным «моментом» $\frac{f}{\varkappa}$. Тогда в общем случае квантовой теории вместо (25) имеют место уравнения:

$$\left.\begin{aligned}\Box\,\mathbf{A}-\varkappa^2\mathbf{A}=-4\pi g\boldsymbol{\alpha}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)+\frac{4\pi f}{\varkappa}\Big\{&\operatorname{rot}(\beta\sigma\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0))-\\ &-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(i\beta\boldsymbol{\alpha}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0))\Big\},\\ \Box\,\varphi-\varkappa^2\varphi=-4\pi g\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)+\frac{4\pi f}{\varkappa}&\operatorname{div}(i\beta\boldsymbol{\alpha}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)),\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

где β, $\boldsymbol{\alpha}$ и σ — матрицы теории Дирака и (φ, $\mathbf{A}$) — квантовое поле.

В интересующем нас статическом случае φ и $\mathbf{A}$ являются классическими величинами и при этом:

$$\left.\begin{aligned}&\Delta\mathbf{A}-\varkappa^2\mathbf{A}=\frac{4\pi f}{\varkappa}\operatorname{rot}(\sigma\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)),\\ &\Delta\varphi-\varkappa^2\varphi=-4\pi g\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0).\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

*) Указанная близость связана с тем, что электродинамика представляет собой также теорию векторного поля (4-мерным вектором является потенциал поля A_k).

В (27) и поля φ и **A**, и вектор спина σ можно трактовать классически. Решение системы (27) таково:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\frac{f}{\varkappa}\,\mathrm{rot}\left(\sigma\,\frac{e^{-\varkappa r}}{r}\right), \\ \varphi &= \frac{g}{r}\,e^{-\varkappa r}. \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

В электродинамике энергия частицы с зарядом e и магнитным моментом μ, находящейся в поле (φ, **A**), равна $e\varphi - (\mu\mathbf{H})$. Такой же вид имеет энергия взаимодействия в случае векторного мезотронного поля, причём e соответствует g и μ отвечает $\frac{f}{\varkappa}\,\sigma$. Поэтому энергия взаимодействия двух одинаковых ядерных частиц со спинами σ_1 и σ_2, как вытекает из элементарных вычислений, оказывается равной [37]:

$$\left.\begin{aligned} U &= g^2U_1 + \frac{2}{3}f^2U_2 + f^2U_3, \\ U_1 &= \frac{e^{-\varkappa r}}{r}, \quad U_2 = (\sigma_1\sigma_2)\,\frac{e^{-\varkappa r}}{r}, \\ U_3 &= \frac{1}{\varkappa^2}\,(\sigma_2\nabla_2)(\sigma_1\nabla_1)\,\frac{e^{-\varkappa r}}{r} = \\ &= \frac{1}{\varkappa^2}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\varkappa}{r} + \frac{\varkappa^2}{3}\right)\left(-3\,\frac{(\sigma_1\mathbf{r})(\sigma_2\mathbf{r})}{r^2} + (\sigma_1\sigma_2)\right)\frac{e^{-\varkappa r}}{r}, \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

где **r** — радиус-вектор одной из частиц относительно другой. Взаимодействие с энергией (29) приводит, очевидно, к силам, зависящим от взаимной ориентации спинов, а также к нецентральным силам, зависящим от ориентации спинов относительно **r**.

Векторы $\frac{f}{\varkappa}\,\sigma_1$ и $\frac{f}{\varkappa}\,\sigma_2$ представляют собой мезотронные «квази-магнитные» моменты ядерных частиц, причём в квантовой теории векторы σ являются операторами — известными матрицами Паули $\left(\frac{\hbar}{2}\,\sigma\right.$ — собственный момент количества движения частицы$\left.\right)$.

Рассмотрение векторов как операторов ничего в классическом решении (29) не меняет.

Выше было рассмотрено взаимодействие ядерных частиц со скалярным и векторным полями. Два других случая, когда поля носят псевдоскалярный и псевдовекторный характер (см. § 1), могут быть рассмотрены аналогичным образом и приводят к энергии взаимодействия, выражающейся линейной комбинацией членов U_1, U_2 и U_3 (см. (29)). Таким образом, общее выражение мезотронной теории для энергии взаимодействия имеет вид

$$U = C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3, \qquad (30)$$

где постоянные C_1, C_2 и C_3 произвольны.

До сих пор мы считали мезотронное поле незаряженным; отличие такого векторного поля от электромагнитного состоит лишь в том, что покоящаяся масса «кванта мезотронного поля» — мезотрона равна $m=\frac{\hbar\varkappa}{c}$, тогда как покоящаяся масса фотона равна нулю. Мы рассматриваем нейтральное поле не только в силу простоты этого случая, но и по более глубоким соображениям. Если поле является заряженным (в этом случае при квантовании ему соответствуют заряженные мезотроны), то для сил также получается выражение типа (30), но *лишь в случае взаимодействия протона с нейтроном*. Для случая же одинаковых ядерных частиц (два протона или два нейтрона) энергия взаимодействия в рассматриваемом приближении равна нулю. Этот результат вполне понятен с точки зрения квантовой схемы, оперирующей понятием обмена мезотронами между ядерными частицами, так как протон способен испустить лишь положительный мезотрон, который может поглотиться нейтроном, но не может поглотиться другим протоном и т. п. Поэтому обмен одним заряженным мезотроном между одинаковыми ядерными частицами произойти не может, а между различными может, чем и объясняется указанный характер энергии взаимодействия. Между тем, экспериментальные данные свидетельствуют о том, что силы протон — протон и протон — нейтрон одного порядка величины [38]. В рамках развиваемой здесь схемы объяснить этот факт можно лишь, предположив, что существует нейтральный мезотрон (нейтретто). Избежать предположения о существовании нейтретто в принципе возможно лишь в теориях, оперирующих с обменом парами частиц или возбуждёнными зарядовыми состояниями (см. § 3). В общем, аргументы в пользу существования нейтретто следует признать довольно вескими. Однако на опыте и в первую очередь в космических лучах никаких определённых указаний в пользу присутствия нейтретто ещё не получено. Если нейтретто действительно имеется и играет существенную роль для ядерных сил, то масса этой частицы должна быть порядка массы заряженного мезотрона (это следует из (1)) и частица эта должна относительно сильно взаимодействовать с ядром. Отсюда следует, что в земной атмосфере нейтретто должны образовываться в заметном количестве так же, как это имеет место в отношении заряженных мезотронов. Далее, заметен должен быть и обратный процесс — захват нейтретто ядром, который приведёт к ядерному расщеплению. Сказанное заставляет предположить, что наблюдаемые в космических лучах ядерные расщепления («звёзды») могут в значительной своей доле вызываться именно нейтретто. Существующие экспериментальные данные этому предположению не противоречат [48].

Выяснение вопроса о существовании нейтретто чрезвычайно актуально; в первую очередь интерес с этой точки зрения представляет, повидимому, исследование «звёзд» в космических лучах [48].

Объяснение ядерных сил обменом одними нейтральными мезотронами («нейтральная» теория) представляется неудовлетворительным, так как при этом теряется связь между ядерными силами и поведением заряженных мезотронов в космических лучах, а также связь с β-распадом *). Между тем, именно эта связь является одной из наиболее привлекательных черт мезотронной теории ядерных сил. Поэтому обычно рассматриваются различные варианты смешанной теории, в которой фигурируют как заряженные, так и нейтральные мезотроны. Особенно популярной теорией смешанного типа является так называемая «симметричная» теория [49], [9], [37], в которой ядерные силы протон — протон и протон — нейтрон в точности равны (в состоянии симметричном относительно «зарядовой координаты» [39]).

В общей теории, учитывающей как заряженные, так и нейтральные мезотроны, статическая энергия взаимодействия имеет вид (30), причём постоянные C_1, C_2, C_3 зависят также от «зарядового состояния» ядерных частиц, т. е. от того, находятся ли они в «состоянии» протона или «состоянии» нейтрона.

«Обменный» характер ядерных сил, обусловленных заряженными мезотронами, который связан с непрерывным обменом зарядом между ядерными частицами (отсюда и происходит термин «обменная» сила), обеспечивает также насыщение ядерных сил (см. выше и подробнее в [7]).

Решение задач ядерной физики в нерелятивистском приближении сводится к интегрированию уравнения Шредингера для протонов и нейтронов с потенциальной энергией (30). Основной здесь, конечно, является проблема дейтрона и рассмотрение рассеяния протон — протон и протон — нейтрон. Однако исследование этих вопросов сталкивается с существенной трудностью на первых же шагах. Дело в том, что ядерная энергия имеет вид (17), т. е. пропорциональна — $\frac{1}{r^3}$, а в этом случае уравнение Шредингера имеет недопустимые решения, соответствующие падению частиц друг на друга; иначе можно сказать, что если потенциал имеет полюс более высокого порядка, чем $\frac{1}{r^2}$, задача о нахождении полной системы стационарных состояний решения не имеет. Этот результат носит в известной мере классический характер, так как в классической механике потенциалы $\frac{1}{r^{2+\varepsilon}}$ $(\varepsilon \geqslant 0)$ также приводят к падению частицы на центр (см., например, [50]). К тому же выводу легко притти квантово-механически. Частица не может упасть на центр, если её средняя кинетическая энергия при приближении к центру растёт быстрее, чем уменьшается средняя потенциальная энергия. Далее, средняя кинетическая энергия частицы, находящейся в области порядка r от центра, равна $T=\frac{p^2}{2m}\sim\frac{\text{const.}}{r^2}$, так как,

*) Взаимодействие ядерных частиц с заряженными мезотронами позволяет также в принципе указать путь для объяснения аномальных магнитных моментов протона и нейтрона (как мы видели выше, эти моменты не равны ядерному магнетону для протона и нулю для нейтрона, как это следует из теории Дирака) [46].

в силу соотношения неопределённостей, $p^2 \gtrsim \frac{\hbar^2}{r^2}$. Отсюда ясно, что если средняя потенциальная энергия при $r \to 0$ уменьшается медленнее, чем $-\frac{1}{r^2}$, падение невозможно; если же $U \sim -\frac{1}{r^{2+\varepsilon}}$ $(\varepsilon \geqslant 0)$, то нижнего уровня существовать не будет, так как при уменьшении области, в которой находится частица, её энергия стремится к $-\infty$. То же, конечно, относится к задаче двух тел, которая, как известно, в относительных координатах сводится к задаче о движении одной частицы в поле центра сил.

Таким образом, если в (30) $C_3 \neq 0$, то проблема дейтерона решения не имеет. Положить $C_3 = 0$ без дальнейшего также нельзя, так как во всех вариантах теории с одним сортом мезотронов постоянная C_3 пропорциональна C_2 [45]. Поэтому, полагая $C_3 = 0$, мы оставляем в (30) лишь член $C_1 U_1$, не дающий спиновой зависимости сил, что противоречит опыту. Положить $C_3 = 0$, сохранив в то же время $C_2 \neq 0$, можно лишь предполагая, что имеется по крайней мере два сорта мезотронов. Именно такой вариант теории, в котором вводятся векторные и псевдоскалярные мезотроны, получил известное распространение [43, 51]. При этом используется «симметричная» теория и в результате всего вводятся мезотроны четырёх сортов: нейтральные (векторные и псевдоскалярные) и заряженные (векторные и псевдоскалярные). Масса векторных и псевдоскалярных частиц может быть различной [51]. Не говоря уже о том, что введение мезотронов нескольких сортов вызывает чувство неудовлетворённости, теория приводит к затруднениям, делающим её успех $\left(\text{исключение члена с } U \sim -\frac{1}{r^3}\right)$ совершенно иллюзорным. Во-первых, член типа $\frac{1}{r^3}$ исключается лишь в статическом приближении и появляется с соответствующими осложнениями при нестатическом рассмотрении [52]. Во-вторых, теория приводит к одному результату, прямо противоречащему опыту; именно, из теории следует [53, 54], что рассеяние нейтронов на протонах должно быть сильнее, например, под углом $\pi/2$, чем под углом, близким к нулю (в системе координат, где протон вначале покоился). На опыте же с нейтронами с энергией > 10 MeV, когда эффект асимметрии становится заметным, наблюдается обратная зависимость [55].

Наконец, в-третьих, если бы даже указанный путь исключения члена с $1/r^3$ приводил к цели в теории ядерных сил, он не позволил бы устранить другое, не менее важное затруднение, связанное с первым. Дело в том, что рассмотрение рассеяния мезотронов на протоне — нейтроне приводит к заключению, что если у тяжёлой частицы имеется «квазимагнитный» момент $f/\varkappa$ (см. выше), то эффективное сечение для рассеяния неограниченно растёт с энергией [46, 35], что недопустимо *).

*) Точнее, неограниченный рост сечения с энергией противоречит общим положениям теории лишь при известных дополнительных условиях [22], которые однако, в интересующих нас случаях выполнены.

Эта очень существенная трудность, которую мы ещё обсудим в § 3, введением двух сортов мезотронов не устраняется, так как мезотроны каждого сорта могут рассеиваться независимо друг от друга и в силу того, что $f \neq 0$ (хотя $C_3 = 0$) это рассеяние будет неограниченно возрастать с энергией. Таким образом, «смешанная, симметричная» теория Меллера-Розенфельда [47], Швингера [51] и др. является неудовлетворительной по целому ряду причин.

Другая группа вариантов теории ядерных сил основана на «обрезании» недопустимого потенциала типа $\frac{1}{r^3}$. Это значит, что выражение для потенциала $U_3 \sim -1/r^3$ считается справедливым лишь до некоторого рассеяния r_0. При $r < r_0$ этот потенциал «обрезается», т. е. заменяется на какой-либо другой, не содержащий недопустимой особенности, например, на потенциал $U = \text{const.}$ (при $r \leqslant r_0$). Операция «обрезания» носит формальный характер, является нерелятивистской и может оправдываться лишь надеждой на то, что более полная и точная теория автоматически приведёт к какому-то изменению потенциала (или даже более глубокому изменению всей обычной схемы введения ядерных сил), которое эквивалентно некоторому «обрезанию» (см. [37] и § 3). С «обрезанием» связано введение новой постоянной r_0 и точнее даже новой функции $U(r)$ при $r < r_0$. На первый взгляд может показаться, что при произвольном выборе $U(r)$ можно получить любые результаты. Это, однако, неверно, так как величина r_0 должна не превосходить радиуса ядерных сил $\frac{\hbar}{mc}$ (иначе использование выражений мезотронной теории становится беспредметным, а также по другим причинам [17]) и, далее, вид функции $U(r)$ при разумных предположениях не сильно сказывается на результатах [37]. Поэтому, проводя «обрезание» и сравнивая вычисления с экспериментальными данными о дейтероне, можно исключить некоторые теоретические возможности. Так, «симметричная» теория с одними векторными — заряженным и нейтральным — мезотронами [37] оказывается неудовлетворительной, так как для правильного получения уровня дейтерона и сечения для рассеяния нейтрон—протон приходится принять, что $r_0 \gtrsim \frac{\hbar}{mc}$ и, главное, знак квадрупольного момента дейтерона оказывается неправильным *), а его величина большей, чем наблюдаемая, примерно, в 10 раз. Напротив, в случае «нейтральной» векторной теории дейтеронные данные удаётся с ней согласовать [37]. Однако, как уже указывалось, использование одних нейтральных мезотронов представляется неудовлетворительным. Впрочем, ввести дополнительное относительно слабое взаимодействие протона — нейтрона с заряженным мезотроном в этой схеме, повидимому, вполне возможно. Подобный вариант «несимметричной» теории (векторные нейтретто + заряженные мезотроны), на-

*) Квадрупольный момент дейтерона имеет положительный знак [40], что соответствует вытянутой, сигарообразной форме дейтерона.

сколько нам известно, не просчитывался. Аналогичный, хотя в некотором отношении более простой и заманчивый, вариант «несимметричной» теории недавно рассмотрен Хюльтеном [54], но лишь весьма неполно. В этой схеме нейтральный мезотрон является скалярным, а относительно слабо взаимодействующий заряженный мезотрон выбран псевдоскалярным. Член типа $1/r^3$ присутствует от псевдоскалярного мезотрона и таким образом «обрезание» необходимо.

В то время как в «симметричной» теории силы нейтрон — протон и протон — протон в ^1S состоянии строго равны, в «несимметричной» теории это равенство носит лишь приближённый характер, что не противоречит эксперименту (см. [54, 38, 39]). Кроме того, в «симметричной» теории с заряженными мезотронами одного типа встречаются трудности при сопоставлении данных о β-распаде в ядре и распаде мезотрона в космических лучах [51, 53]. В «несимметричной» теории это затруднение смягчается [54].

Далее, указанный выше вывод о том, что рассеяние нейтронов на протонах должно быть вперёд слабее, чем под большим углом, является весьма общим и, повидимому, присущ любой теории, в которой основная часть ядерных сил носит «обменный» характер, т. е. обусловлена «обменом» заряженными мезотронами [53]. Дело в том, что при обменном взаимодействии протон и нейтрон в акте рассеяния меняются местами. Точнее, из-за обмена зарядом частица, бывшая протоном, превращается в нейтрон и наоборот. При соударении наиболее вероятным является, вообще говоря, небольшое отклонение частицы и, таким образом, превалирует рассеяние на малые углы; рассеивающая же частица в случае быстрой падающей частицы в основном отлетает под углом $\frac{\pi}{2}$ к этой последней. Однако при обмене рассеиваемая и рассеивающая частицы в указанном смысле меняются местами, чем и объясняется превалирование рассеяния нейтронов на $\frac{\pi}{2}$ — в этом случае по сути дела наблюдается покоившийся вначале протон, передавший свой заряд падающему нейтрону. Эта общая аргументация так же, как и вычисления [53], показывает, что если опыты с рассеянием [55] правильны, то основное ядерное взаимодействие не носит «обменного» характера. Простейшая теория необменных ядерных сил основана на введении нейтретто, что уже само по себе является некоторым аргументом в пользу самого этого введения и рассмотрения «несимметричной» теории. Одна из основных задач, встающих перед «нейтральной», а также «несимметричной» теориями, состоит в объяснении насыщения ядерных сил. Объяснить насыщение в этих случаях весьма трудно [37] и в большинстве случаев, в частности у Хюльтена [54], насыщение места не имеет *). Однако, в настоящее время даже независимо

---

*) Указанием на это обстоятельство я обязан проф. И. Е. Тамму, которого пользуюсь возможностью поблагодарить за просмотр рукописи и замечания.

от вопроса о насыщении ещё нельзя сказать, способна ли «несимметричная» теория с «обрезанием» объяснить все имеющиеся данные. Как мы видели, несмотря на введение «обрезания»», удовлетворить всем этим данным совсем нелегко, что и придаёт подобного рода попыткам известный интерес.

Вместе с тем следует иметь в виду, что в теориях с «обрезанием» полностью сохраняется затруднение, связанное с неограниченным ростом сечений для рассеяния мезотронов, что, казалось бы, уже само по себе делает эти теории неудовлетворительными. Однако в этом вопросе можно рассуждать так же, как в случае «обрезания» потенциала $1/r^3$, а именно считать, что более полная теория приведёт к «обрезанию» сечений. Такая точка зрения может считаться допустимой, если «обрезание» сечений нужно производить для длин волн, меньших радиуса «обрезания» для потенциала $r_0 \sim \hbar/mc$, т. е. для энергий мезотрона $E = \hbar\nu > mc^2$.

В случае «заряженной» и «симметричной» теорий это места не имеет, и сечение оказывается бо́льшим наблюдаемого уже при $E \sim mc^2$ [35, 58]. В «несимметричной» теории Хюльтена ввиду относительной слабости взаимодействия с заряженными частицами указанное затруднение, повидимому, отпадает[54] (в [54] $f^2/\hbar c \sim 0{,}01$, в то время как, например, в «симметричной» теории $f^2/\hbar c \sim 0{,}1$). Вместе с тем, разумеется, даже взаимно согласованное обрезание выражений для потенциала и для рассеяния является минимальным успехом и, главным образом, лишь перемещает центр тяжести вопроса в область обоснования «обрезательных» операций. В рамках общей схемы теории ядерных сил, о которой речь была выше, имеется вместе с тем ещё одна соблазнительная возможность[59], основанная на рассмотрении нестатических сил, т. е. на учёте релятивистских эффектов. Теория является «несимметричной», причём так же как в [53], нейтральный мезотрон считается скалярным, а заряженный — псевдоскалярным. Однако существенная разница состоит в том, что взаимодействие псевдоскалярного мезотрона с протоном — нейтроном выбирается таким, что в нерелятивистском приближении оно отсутствует, т. е. C_3 в (30) равно нулю, и «трудность $1/r^3$» отпадает.

В релятивистском же приближении заряженный мезотрон обусловливает взаимодействие, оказывающееся весьма существенным. В качественном отношении эта теория Тамма[59] находится в согласии с основными опытными данными и вместе с тем является единственной схемой разбираемого типа, лишённой глубоких внутренних трудностей («обрезание» потенциала и сечений). Однако не следует забывать, что количество и точность имеющихся в настоящее время данных о системе двух ядерных частиц таковы, что любая теория ядерных сил стоит сейчас перед серьёзнейшим количественным испытанием. Поэтому до проведения количественных расчётов, что ещё не сделано, более детальное обсуждение теории Тамма является преждевременным.

Помимо рассмотренных выше теорий, базирующихся на представлении об обмене одним мезотроном с целым спином, делались попытки построения «парных» теорий. В этих последних протон и нейтрон обмениваются сразу парой частиц разного знака со спином $1/2$ и массой порядка $200\,m_0$ [60, 61]. Подобные теории, также приводящие к трудностям, приобрели бы, по нашему мнению, интерес лишь в случае, если бы спин мезотрон в космических лучах равнялся $1/2$. Между тем, в настоящее время более вероятно, что спин мезотрона является целым и при его распаде вылетает электрон и нейтрино. Окончательное экспериментальное выяснение этого вопроса представляется весьма важным.

Существуют также «парные» теории, оперирующие с обменом парой частиц с целым спином (см., например, [62]). Интересных результатов на этом пути получено не было.

О теориях ядерных сил, связанных с введением возбуждённых спиновых и зарядовых состояний ядерных частиц, будет сказано в § 3.

§ 3. О ЗАТРУДНЕНИЯХ ТЕОРИИ

Как мы видели в §§ 1 и 2, теория мезотрона и ядерных сил сталкивается с существенными затруднениями, проявляющимися в появлении потенциала типа $1/r^3$ и неограниченном росте сечений для рассеяния света на мезотроне и для рассеяния мезотронов на протоне — нейтроне. Все эти затруднения мы будем условно называть «затруднениями мезотронной теории» или «затруднениями 2-го рода». В дираковской теории электрона или теории частицы со спином нуль и скалярной волновой функцией аналогичные трудности не появляются. Вместе с тем, как известно, релятивистская квантовая теория электрона и всех других частиц также сталкивается с фундаментальными затруднениями, которые мы будем называть «затруднениями 1-го рода» и которые связаны с бесконечностью собственной энергии элементарных частиц в существующей квантовой теории любого поля. «Затруднения 1-го рода» или, иначе, отсутствие теории элементарных частиц приводят к тому, что в строгой постановке описание движения электрона и других частиц в настоящее время невозможно. Подробнее останавливаться на обсуждении «затруднений 1-го рода» здесь нет места и мы ограничимся ссылкой на литературу, в которой это обсуждение приводится [9, 10, 29, 63, 64, 65]. Чрезвычайно важно, однако, подчеркнуть тот известный факт, что наличие «затруднений 1-го рода» не делает ещё теорию бесплодной. Действительно, задача о движении электрона Дирака в кулоновском поле имеет решение, которое к тому же согласуется с опытом; точно так же вычисление эффективных сечений для различных радиационных процессов с участием электрона, проводимое методом теории возмущений, приводит к результатам не только внутренне непротиворечивым, но и согласующимся с опытом.

При наличии «затруднений 2-го рода», напротив (и в этом-то затруднения и состоят), уже первое неисчезающее приближение теории возмущений приводит к некорректным результатам (неограниченному росту сечений) и, кроме того, либо не имеет решения даже задача о движении частицы в кулоновском поле (см. § 1), либо появляется «недозволенный» потенциал типа $1/r^3$.

Анализ показывает, что появление «затруднений 2-го рода» связано или с наличием у частиц магнитного («квазимагнитного») момента, или с тем, что рассеиваемые частицы являются заряженными [66]. В § 1 мы видели, что сечение для рассеяния света на частице со спином 1/2 неограниченно растёт, если эта частица имеет «истинный» магнитный момент, т. е. $\mu_1 \neq 0$, (см. (14)). Рост сечения для рассеяния света на частице со спином единица также связан с наличием у неё магнитного момента в релятивистском приближении [14,73]. Далее, рост сечения для рассеяния мезотронов на протоне — нейтроне имеет место, если тяжёлая частица обладает «квазимагнитным» моментом, описываемым членом, вполне аналогичным члену с μ_1 в (14). Падение частиц со спином 1 и со спином 1/2 и с $\gamma \neq 1$ на кулоновский центр также вызвано наличием у этих частиц «истинного» магнитного момента *), в силу чего эффективный потенциал оказывается имеющим вид $-\frac{1}{r^3}$. Наконец, появление потенциала $-\frac{1}{r^3}$ в теории ядерных сил связано с «квазимагнитным» моментом; это видно уже из того, что энергия взаимодействия двух магнитных моментов μ_1 и μ_2 в магнитостатике равна

$$U = -\frac{3(\mu_1 \mathbf{r})(\mu_2 \mathbf{r})}{r^5} + \frac{(\mu_1 \mu_2)}{r^3}, \tag{31}$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор одной из частиц относительно другой. «Недозволенный» потенциал U_3 в (29) переходит в (31), если положить $\varkappa = 0$, т. е. $m = 0$, что как раз и соответствует переходу к электродинамике.

Как уже вскользь упомянуто, «затруднения 2-го рода» появляются также при рассеянии заряженных мезотронов, например, векторных не на моменте, а на «квазиэлектрическом» заряде тяжёлой частицы. В этом случае неограниченный рост сечений вызван уменьшением числа промежуточных состояний при рассеянии. Последнее связано с тем, что протон может испустить лишь положительный, а нейтрон лишь отрицательный мезотроны [68, 69, 9].

Легко видеть, что по крайней мере основные «затруднения 2-го рода», связанные с наличием магнитного (или «квазимагнитного») момента, имеют классическую природу [66, 14, 67, 3]. Остановимся на этом вопросе несколько подробнее, начав со случая рассеяния света на магнитном моменте.

*) Мы говорим об «истинном» моменте в отличие от магнитного момента электрона Дирака, который в крайне релятивистском приближении не проявляется [13, 14, 15, 73].

Классическое нерелятивистское уравнение движения для момента имеет, как известно, вид:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt}\equiv\dot{\mathbf{S}}=[\boldsymbol{\mu}\mathbf{H}]=\delta[\mathbf{S}\mathbf{H}], \tag{32}$$

где $\mathbf{S}$ — момент количества движения частицы и $\boldsymbol{\mu}$ — её магнитный момент, который, как обычно, считается равным $\delta\mathbf{S}$, где δ — постоянная.

Рассматривая рассеяние света и полагая магнитное поле $\mathbf{H}$ равным $\mathbf{H}_0 e^{i\nu t}$, без труда находим [3], что эффективное сечение для этого процесса равно

$$\sigma=\frac{8\pi\delta^4}{3c^4}\frac{([\mathbf{S}\mathbf{H}_0])^2}{H_0^2}\nu^2=\text{const.}\,\nu^2, \tag{33}$$

т. е. неограниченно растёт с частотой как ν^2, точно так же как при квантовом расчёте, проводимом методом теории возмущений. Причина такого положения совершенно понятна. Классический расчёт, указанный выше, проводится, полагая поле $\mathbf{H}$ в (32) равным внешнему полю падающей волны, что вполне соответствует квантово-механическому расчёту в 1-ом неисчезающем приближении теории возмущений. Между тем, по смыслу в (32) под полем $\mathbf{H}$ нужно понимать полное поле, равное сумме поля внешнего и собственного поля магнитного момента. Учёт собственного поля показывает [23], что если в (32) под $\mathbf{H}$ понимается внешнее поле $\mathbf{H}_{вн}$, то само это уравнение нужно писать в виде:

$$\dot{\mathbf{S}}=\delta[\mathbf{S}\mathbf{H}_{вн}]-\frac{\delta^2}{c^2r_0}[\mathbf{S}\ddot{\mathbf{S}}]+\frac{2\delta^2}{3c^3}[\mathbf{S}\dddot{\mathbf{S}}], \tag{34}$$

где r_0 — эффективный радиус частицы, имеющей момент $\delta\mathbf{S}$ (в классической электронной теории рассматривать точечную частицу, как известно, нельзя, так как для точечной частицы второй член в правой части формулы (34) обращается в ∞ подобно тому, как это имеет место в отношении электромагнитной массы точечного заряда).

Последний член в (34), представляющий собой аналог известной силы радиационного трения, нарушает консервативность уравнения, и рассматривать его мы не будем. Уравнение (34) даже без последнего члена приводит к сечению, которое при малых частотах имеет вид (33), а при больших частотах постоянно:

$$\sigma=\frac{8\pi}{3}r_0^2\frac{([\mathbf{S}\mathbf{H}_0])^2}{S^2H_0^2}=\text{const.} \tag{35}$$

При этом, если в духе принципа соответствия положить $S\sim\hbar$, $\delta\sim\frac{e}{mc}$ и $r_0\sim\frac{e^2}{mc^2}$, то условие малости частоты означает, что

$$\hbar\nu\ll mc^2\quad\left(\lambda=\frac{2\pi c}{\nu}\gg\frac{\hbar}{mc}\right). \tag{36}$$

Частота может считаться большой при соблюдении обратного неравенства ($\hbar\nu \gg mc^2$). Таким образом, учёт собственного поля магнитного момента приводит в классической теории к устранению «затруднения 2-го рода», связанного с рассеянием света на этом моменте.

Энергия взаимодействия двух магнитных моментов имеет вид (31), т. е. типа $\frac{1}{r^3}$. Из сказанного в § 2 ясно, что и в классической теории движение пары магнитных моментов будет лимитационным, т. е. произойдёт их падение друг на друга, если только не учитывать какой-либо энергии кроме потенциальной энергии и кинетической энергии орбитального движения. При пренебрежении действием собственного поля никакой другой зависящей от r энергии действительно нет. Однако учёт собственного поля путём использования уравнения (34) без последнего члена приводит к тому, что по мере сближения моментов и всё ускоряющейся их прецессии возрастает энергия, связанная с этой прецессией и имеющая вид [3] :

$$T_{\text{пр}} = \frac{c^2 r_0}{2\delta^2 S^2}\mathbf{K}^2, \quad \mathbf{K} = \mathbf{S} + \frac{\delta^2}{c^2 r_0}[\mathbf{S}\dot{\mathbf{S}}]. \tag{37}$$

Можно без труда убедиться в том, что $T_{\text{пр}}$ при $r \to 0$ растёт как $\frac{1}{r^6}$ и, таким образом, общая аргументация § 2, указывающая на неизбежность падения при $U \sim -\frac{1}{r^3}$, отпадает *).

Если положить $r_0 \sim \frac{e^2}{mc^2}$, $S \sim \hbar$ и $\delta \sim \frac{e}{mc}$, то $|U| \sim T_{\text{пр}}$ и $\frac{\partial(U+T_{\text{пр}})}{\partial r} = 0$ при

$$r \sim \sqrt[3]{\frac{e^2}{\hbar c}}\,\frac{\hbar}{mc}. \tag{38}$$

Из сказанного ясно, что в случае магнитного (и «квазимагнитного») момента «затруднения 2-го рода» имеют классическую природу и связаны с неучётом собственного поля.

Возникает, однако, вопрос, почему не приводит к затруднениям 2-го рода неучёт собственного поля в случае частицы с зарядом (но без момента). Для того чтобы ответить на этот вопрос, достаточно напомнить хорошо известную ситуацию с учётом собственного поля в классической электронной теории. В уравнении движения $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E}$ под полем $\mathbf{E}$ нужно понимать сумму внешнего $\mathbf{E}_{\text{вн}}$ и собственного по-

*) Если магнитные моменты параллельны друг другу и линии, их соединяющей, то U попрежнему $\sim -\frac{1}{r^3}$, а прецессия моментов отсутствует и падение должно иметь место. Однако существование такого исключительного положения не имеет особого значения, так как в классической теории, например, даже в центральном кулоновском поле, происходит падение заряда на центр, если орбитальный момент количества движения этого заряда равен нулю.

лей, причём исключение собственного поля приводит к уравнению

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E}_{вн} - m_{эл}\ddot{\mathbf{r}} + \frac{2e^2}{3c^3}\dddot{\mathbf{r}}, \tag{39}$$

где электромагнитная масса $m_{эл} \sim \frac{e^2}{r_0 c^2}$ (r_0 — радиус частицы). Учёт собственного поля, помимо диссипативного члена $\frac{2e^2}{3c^3}\dddot{\mathbf{r}}$ ведёт к появлению электромагнитной массы или, другими словами, члена $-m_{эл}\ddot{\mathbf{r}}$ такого же вида, как заранее предполагаемый инерционный член $m\ddot{\mathbf{r}}$. Более того, если считать, что m в (39) есть полная измеряемая на опыте масса частицы, то учитывать электромагнитную массу не только не нужно, но просто недопустимо. Отличие случая магнитного момента состоит в том, что здесь консервативный член, учитывающий влияние собственного поля и пропорциональный $[\mathbf{S}\ddot{\mathbf{S}}]$, имеет вид, совершенно отличный от вводимого с самого начала инерционного члена $\dot{\mathbf{S}}$ (подробнее см. [3]).

Аналогичное положение имеет место не только в нерелятивистской, но и в релятивистской квантовой теории. Например, в уравнении Дирака член с массой фигурирует с самого начала (член $\varkappa\Psi$ в (14)). Поэтому использование теории возмущений, эквивалентное неучёту собственного поля, приводит к корректным результатам. Напротив, теория возмущений приводит к появлению «затруднений 2-го рода» в тех случаях, когда в исходных уравнениях, т. е., так сказать, уже в нулевом приближении не учтена консервативная часть реакции собственного поля.

В классической теории, если мы хотим не учитывать собственное поле магнитного момента, то вместо уравнения

$$\dot{\mathbf{S}} = \delta[\mathbf{S}\mathbf{H}_{вн}] \tag{40}$$

нужно использовать уравнение

$$\dot{\mathbf{S}} = \delta[\mathbf{S}\mathbf{H}_{вн}] - \frac{\delta^2}{c^2 r_0}[\mathbf{S}\ddot{\mathbf{S}}]. \tag{41}$$

В нерелятивистской квантовой теории можно поступать точно таким же образом, рассматривая вектор $\mathbf{S}$ как оператор. Из уравнения (40) и в квантовом и классическом случаях следует, что собственный момент количества движения частицы (т. е. её спин) $\mathbf{S}$ как в поле, так и без поля остаётся неизменным по величине, т. е. $\mathbf{S}^2 = \mathrm{const}$.

Таким образом, в случае уравнения (40) и соответствующего ему уравнения Паули (16) спин меняться не может и поэтому допустимо рассмотрение частицы с одним определённым значением спина. Напротив, в случае уравнения (41) момент количества движения частицы равен $\mathbf{K}$ (см. (37)), а являющаяся интегралом движения энергия имеет вид:

$$E=\frac{c^2r_0^2}{2\delta^2S^2}\mathbf{K}^2-\delta(\mathbf{SH}). \tag{42}$$

В этом случае в поле собственный момент (спин) не сохраняется. Это значит, что в квантовой теории нельзя ограничиться рассмотрением одного значения спина, например, равного $\hbar/2$. Вместо этого необходимо допустить, что частица может находиться в состояниях с другими значениями спина, равными $^3/_2\hbar$, $^5/_2\hbar$, $^7/_2\hbar$ и т. д. В случае целого спина нужно предполагать, что возможны состояния со спином 0, 1, 2 и т. д. Высшим значениям спина соответствует бо́льшая собственная энергия. Таким образом, учитывая собственное поле, мы приходим к представлению о существовании возбуждённых спиновых состояний элементарных частиц.

Вычисление рассеяния света при учёте возбуждённых состояний приводит [69, 67] к прекращению роста сечения для рассеяния. Вопрос о «трудности $1/r^3$» в квантовой теории с возбуждёнными состояниями корректно не рассматривался. Соображения, основанные на соответствии с классической теорией (см. выше), заставляют думать, что введение возбуждённых спиновых состояний устранит и эту трудность.

Как оказывается [69, 68], устранение неограниченного роста сечения для рассеяния векторных заряженных мезотронов на «квазиэлектрическом» заряде может быть достигнуто введением возбуждённых зарядовых состояний протона и нейтрона, т. е. предположением о том, что заряд этих частиц может также равняться $+2e$, $+3e\ldots$ и $-e$, $-2e\ldots$ и т. д. Собственная энергия протона — нейтрона в состояниях с зарядом, не равным $+e$ или 0, больше, чем в этих нормальных состояниях, чем и объясняется несущественность новых состояний в обычных условиях.

Введение возбуждённых зарядовых состояний может рассматриваться как результат учёта реакции собственного заряженного поля тяжёлой частицы на её движение. Далее, введение возбуждённых состояний может быть обосновано не только вышеизложенным образом [8], но и в результате детального квантового рассмотрения собственного поля частиц. Это рассмотрение возможно, однако, лишь при определённом крайнем предположении об энергии взаимодействия частицы с полем. Именно, эта энергия должна быть в известном смысле велика так, чтобы, например, в случае «квазизарядового» взаимодействия выполнялось бы неравенство $g^2/\hbar c \gg 1$, где g — «квазиэлектрический» заряд частицы (если $g=e$, где e — элементарный электрический заряд, то $e^2/\hbar c=\frac{1}{137}$ и таким образом в электродинамике указанное неравенство, разумеется, не выполнено). Подобная теория, так называемая теория «сильной связи», подвергается в последнее время детальной разработке [69-72, 79-88].

Наличие возбуждённых зарядовых состояний в известной мере стирает различие между протоном и нейтроном, так как, например, обе эти частицы могут испустить положительный мезотрон, но при этом нейтрон перейдёт в состояние с зарядом $-e$, которое является возбуждённым. В результате, при учёте возбуждённых состояний, по крайней мере, в принципе можно объяснить близость сил протон — протон и протон — нейтрон [85], а также преимущественное рассеяние нейтронов на малые углы [80] без введения нейтральных мезотронов. Одновременно, как уже сказано, отпадают трудности, связанные с рассеянием. Вопрос о «трудности $1/r^3$» остаётся невыясненным, но, как нам кажется, имеется серьёзная надежда на её устранение.

Настоящим пробным камнем для теорий, вводящих представление в возбуждённых состояниях протона — нейтрона, явится, конечно, экспериментальное выяснение вопроса о самом существовании этих состояний. Соответствующая энергия возбуждения должна быть порядка 10—30 MeV и таким образом лежит в области, доступной уже в настоящее время. Однако, специальных опытов в этом направлении не ставилось и в экспериментальном отношении вопрос остаётся совершенно открытым (в связи с возможными опытами см. [87, 88]).

Вместе с тем нельзя забывать, что изложенный выше путь устранения «затруднений 2-го рода», путём введения возбуждённых состояний, как и приводящая к тому же теория «сильной связи» носят нерелятивистский (относительно тяжёлых частиц) характер. Это связано с тем, что частица считается протяжённой, имеющей радиус r_0 (см., например, (41)). При $r_0 \longrightarrow 0$ получаются расходящиеся выражения, что является проявлением в этом случае фундаментальных «затруднений 1-го рода». Нерелятивистская же в самой своей основе теория может иметь лишь ограниченную, главным образом эвристическую ценность, примерно такую же, как «удачная» теория ядерных сил с «обрезанием» (см. § 2). Настоящая теория ядерных сил безусловно должна быть релятивистской или, точнее, допускающей релятивистскую формулировку (с последующим переходом к нерелятивистскому приближению для решения нерелятивистских задач). Только в этом случае можно устранить почти полную неопределённость и произвол в выборе выражений для энергии взаимодействия тяжёлой частицы с полем и получить известную гарантию надёжности всех построений.

Существование «затруднений 1-го рода» не позволяет в настоящее время релятивистски рассматривать собственное поле элементарных частиц. Поэтому возможности теории ограничиваются сейчас рассмотрением радиационных процессов методами теории возмущений и решением механических задач без учёта излучения. «Внутренние» же свойства частицы, как, например, её масса, учитываются в уравнениях движения введением в теоретическом отношении произвольных постоянных.

В силу сказанного до решения фундаментальных проблем теории элементарных частиц, единственный мыслимый путь релятивистского рассмотрения возбуждённых состояний состоит в построении теории, не стремящейся детально учесть собственное поле частиц, а вводящей новые степени свободы и новые постоянные [3, 74]. В случае, например, частицы с «истинным» моментом эти степени свободы и постоянные соответствуют координатам, определяющим положение момента, и моментам инерции [74]. Построение подобной релятивистской схемы сталкивается с рядом трудностей и неисследованных вопросов и ещё не продвинуто в достаточной мере [3, 74]. Дальнейшая работа в этом направлении представляется нам особенно актуальной.

Резюмируя всё изложенное в этом обзоре, мы видим, что теория мезотрона и ядерных сил ещё не решила основных стоящих перед ней задач и находится в стадии энергичных поисков способов устранения различных трудностей, с которыми она сталкивается. Ведущиеся в последнее время (сентябрь 1946 г.) попытки преодоления этих затруднений можно несколько условно сгруппировать вокруг трёх направлений.

1. Имеется ещё надежда [59] на успех «несимметричной», релятивистской теории, не связанной с необходимостью «обрезания», о которой была речь в § 2. Вопрос о возможности такого пути будет быстро решён в результате сравнения количественных расчётов с опытными данными.

2. Продолжается рассмотрение различных теорий с «обрезанием». Особый интерес здесь имели бы попытки как-то обосновать это «обрезание» сечений и потенциала и ввести его в последовательные релятивистские рамки; последнее связано также с усилиями, направленными на хотя бы частичное устранение «затруднений 1-го рода» [64,78]. Относящиеся сюда же расчёты радиационных процессов с учётом затухания [75, 77] не кажутся нам последовательными [3] и во всяком случае не убедительны (см. также [89]). Существенным их дефектом является также фактическое отсутствие связи с теорией ядерных сил и устранением её затруднений.

3. Соображения, изложенные выше, делают, как нам кажется, весьма соблазнительными представления о возбуждённых спиновых и зарядовых состояниях. Развитие соответствующей нерелятивистской теории как в обычном виде [3, 67, 68], так и в приближении «сильной связи» [69—72, 79—88] обязательно должно базироваться на релятивистском рассмотрении вопроса (см. выше и [3, 74]). Вместе с тем нет никакой гарантии, что решение задачи будет найдено хотя бы на одном из перечисленных направлений. Более того, весьма распространено мнение, что подлинный успех теории мезотрона и ядерных сил будет достигнут лишь в результате фундаментального пересмотра и развития существующей квантовой теории. Какая точка зрения здесь правильна, выяснится, разумеется, только в процессе дальнейшей работы.

В заключение следует подчеркнуть, что для развития любых вариантов теории крайне важно и существенно пополнение и уточнение экспериментальных данных и в первую очередь окончательное определение спина мезотрона в космических лучах и выяснение вопроса о существовании нейтрального мезотрона и возбуждённых спиновых и зарядовых состояний.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. S. H. Neddermeyer a. C. D. Anderson, Phys. Rev. **51**, 884 (1937).
2. R. F. Christy a. S. Kusaka, Phys. Rev. **59**, 414 (1941).
3. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **13**, 33 (1943).
4. M. Fierz Helv. Phys. Acta **12**, 3 (1939).
   M. Fierz a. W. Pauli, Proc. Roy. Soc. **173**, 211 (1939).
5. В. Л. Гинзбург, Journal of Phys. **10**, 298 (1946).
6. И. Е. Тамм, Nature **133**, 981 (1934); Sow. Phys. **10**, 567 (1936).
7. Г. А. Бете и Р. Ф. Бечер, Физика атомного ядра, § 44, Харьков (1938).
8. H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Japan **17**, 48 (1935).
9. G. Wentzel, Einführung in die Quantentheorie der Wellenielder, Wien (1943).
10. W. Pauli, Rev. Mod. Phys. **13**, 203 (1941).
11. W. Pauli, Phys. Rev., **58**, 716 (1940).
12. Л. де-Бройль, Магнитный электрон, Харьков (1936).
13. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **12**, 425 (1942).
14. В. Л. Гинзбург, Journal of Physics, **5**, 47 (1941).
15. И. Е. Тамм, ДАН, **29**, 551 (1940); Phys. Rev., **58**, 952 (1940).
16. H. C. Corbena, J. Schwinger, Phys. Rev., **58**, 953 (1940).
17. C. Moller, Zschr. f. Phys., **70**, 786 (1931); Ann. d. Phys., **14**, 531 (1932).
18. O. Laporte, Phys. Rev., **54**, 905 (1938).
19. H. S. W. Massey a. H. C. Corben, Proc. Cambr. Phil. Soc., **35**, 463 (1939).
20. H. Bhabha, Proc. Roy. Soc., **164**, 257 (1938).
21. J. K. Oppenheimer, H. Snyder a. K. Serber, Phys. Rev., **57**, 75 (1940).
22. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, **10**, 718 (1940).
23. Л. Д. Ландау и Я. А. Смородинский, ЖЭТФ, **11**, 35 (1941).
24. F. Bootha, A. H. Wilson, Proc. Roy. Soc., **175**, 483 (1940).
25. M. Kobayasi a. R. Utiyama, Sc. Pap. Inst. of Phys. Chem. Res., **37**, 221 (1940).
26. Я. А. Смородинский, ЖЭТФ, **10**, 840 (1940).
27. O. Kleina, I. Nishina, Zschr. f. Phys., **52**, 853 (1929).
28. И. Е. Тамм, Zschr. f. Phys., **62**, 545 (1930).
29. В. Гейтлер, Квантовая теория излучения, М. — Л., (1940).
30. S. B. Batdorf a. R. Thomas, Phys. Rev., **59**, 621 (1941).
31. R. F. Christy a. S. Kusaka, Phys. Rev., **59**, 405 (1941).
32. Я. А. Смородинский, ЖЭТФ, **12**, 181 (1942).
33. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev., **59**, 462 (1941).
34. С. З. Беленький, ЖЭТФ (в печати).
35. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **12**, 460 (1942).
36. S. Flügge a. J. Mattauch, Phys. Zschr., **44**, 81 (1943).
37. H. A. Bethe, Phys. Rev., **57**, 260, 390 (1940).
38. Л. Д. Ландау и Я. А. Смородинский, Journ. of. Phys., **8**, 154 (1944).
39. Я. А. Смородинский, Journal of Phys., **8**, 219 (1944).
40. J. M. B. Kellog, I. I. Rabi, N. F. Ramsey a. J. R. Zacharias, Phys. Rev., **56**, 728 (1939).
41. L. W. Alvarez a. F. Bloch, Phys. Rev., **57**, 111 (1940).
42. Л. Д. Ландау и И. Е. Тамм, ДАН, **29**, 555 (1940).
43. C. Moller a. L. Rosenfeld, Kgl. Danske Vid. Sels. Math. Phys. Medd., **17**, № 8 (1940).
44. P. A. M. Dirac, V. Fock a. B. Podolsky, Sow. Phys., **2**, 468 (1932).
45. N. Kemmer, Proc. Roy. Soc., **166**, 127 (1938).
46. N. Kemmer, W. Heitler a. H. Frölich, Proc. Roy. Soc. **166**, 154 (1938).

47. B. Rossi a. K. Greisen, Rev. Mod. Phys., **13**, 240 (1941).
48. В. Л. Гинзбург, УФН, **29**, 29 (1946).
49. N. Kemmer, Proc. Cambr. Phil. Soc., **34**, 354 (1938).
50. Л. Ландау и Л. Пятигорский, Механика, §§ 19, 20, М. — Л. (1940).
51. J. Schwinger, Phys. Rev., **61**, 387 (1942).
52. N. Hu. Phys. Rev., **67**, 339 (1945).
53. L. Hulthén, Arkiv för mat. astr. och fysik, **29**, A, № 33 (1943); **30**, A, № 9 (1944); **31**, A, № 15 (1944). Phys. Rev., **67**, 193 (1945);
54. L. Hulthén, Rev. Mod. Phys., **17**, 263 (1945).
55. E. Amaldi, D. Bocciarelli, B. Ferretti a. G. C. Trabacchi, Naturwiss, **30**, 582 (1942).
56. L. W. Nordheim, Phys. Rev., **55**, 506 (1940); H. A. Bethe a. L. W. Nordheim, Phys. Rev., **57**, 998 (1940).
57. S. Rosental, Phys. Rev., **60**, 612 (1941).
58. W. Pauli a. S. M. Dancoff, Phys. Rev., **62**, 85 (1942).
59. И. Е. Тамм, Journal of Physics, **9**, 449 (1945).
60. R. E. Marshak, Phys. Rev., **57**, 1101 (1940).
61. R. E. Marshak a. V. Weisskopf, Phys. Rev., **59**, 130 (1941).
62. W. Pauli a. N. Hu, Rev. Mod. Phys., **17**, 267 (1945).
63. В. Л. Гинзбург, ДАН, **23**, 773, 896 (1939); **24**, 130 (1939).
64. W. Pauli, Rev. Mod. Phys., **15**, 175 (1943).
65. W. Heisenberg, Zschr. f. Phys., **120**, 513 (1942), **123**, № 1—2 (1944).
66. W. Heisenberg, Zschr. f. Phys., **113**, 61 (1939).
67. В. Л. Гинзбург, ДАН, **31**, 319 (1941).
68. W. Heitler a. S. T. Ma, Proc. Roy. Soc., **176**, 368 (1940).
69. G. Wentzel, Helv. Phys. Acta., **13**, 269 (1940); **14**, 633 (1941); **15**, 685 (1942); **16**, 222, 551 (1943).
70. J. R. Oppenheimer a. J. Schwinger, Phys. Rev., **60**, 150 (1940).
71. R. Serber a. S. M. Dancoff, Phys. Rev., **63**, 143 (1943).
72. W. Pauli a. S. Kusaka, Phys. Rev., **63**, 400 (1943).
73. А. Д. Галанин, Journal of Physics, **6**, 27, 35 (1942).
74. В. Л. Гинзбург и И. Е. Тамм, ЖЭТФ (в печати).
75. W. Heitler, Proc. Cambr. Phil. Soc., **37**, 219 (1941).
76. W. Heitler a. H. W. Reng, Proc. Cambr. Phil. Soc., **38**, 296 (1941).
77. J. Hamilton, W. Heitler a. H. W. Peng, Phys. Rev., **64**, 78 (1943). W. Heitler a. P. Walsh, Rev. Mod. Phys., **17**, 252 (1945).
78. W. Pauli, Phys. Rev., **64**, 332 (1943).
79. G. Wentzel, Helv. Phys. Acta, **17**, 252 (1944).
80. G. Wentzel, Helv. Phys. Acta, **18**, 430 (1945).
81. M. Fierz a. G. Wentzel, Helv. Phys. Acta, **17**, 215 (1944).
82. M. Fierz, Helv. Phys. Acta, **18**, 158 (1945).
83. K. Bleuler, Helv. Phys. Acta, **17**, 405 (1944).
84. A. Houriet, Helv. Phys. Acta, **18**, 473 (1945).
85. R. Jost, Helv. Phys. Acta, **19**, 113 (1946).
86. J. M. Blat, Phys. Rev., **69**, 285 (1946).
87. J. M. Jauch, Phys. Rev., **69**, 275 (1946).
88. J. L. Lopes, Phys. Rev., **70**, 5 (1946).
89. H. A. Bethe a. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev., **70**, 451 (1946).