

## ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ КОТЛОВ С ЦЕПНЫМИ ЯДЕРНЫМИ РЕАКЦИЯМИ \*)

*Э. Ферми.*

Основные результаты и методы расчёта котлов с ядерными цепными реакциями, происходящими в смеси натурального урана и графита, были получены большим числом исследователей, работавших частично независимо друг от друга, а частично в сотрудничестве. Важный вклад в идеи, лежащие в основе теории котлов, был сделан Сцилардом и Вигнером. Существенные экспериментальные результаты, получение которых позволило продвинуться дальше в понимании закономерностей цепных ядерных реакций, принадлежат многим исследователям. Из них следует прежде всего отметить Г. Андерсона (Колумбийский Университет) и В. Цинна (Металлургическая лаборатория Чикагского университета), а также Р. Вильсона и Е. Грейтца из Принстона, Аллисона, Уиттекера и В. Вильсона из Чикагского университета.

Впервые цепная ядерная реакция была осуществлена в Металлургической Лаборатории, руководимой А. Комптоном.

### ВОЗНИКНОВЕНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ НЕЙТРОНОВ В КОТЛЕ

Рассмотрим некоторую массу урана, распределённую между соответствующим образом уложенными блоками графита. Такую систему мы будем именовать котлом. Если какое-либо из ядер урана, помещённого в котёл, подвергнется делению, в акте деления возникнет в среднем  $\nu$  нейтронов. Эти нейтроны имеют непрерывный спектр энергии со средней энергией около  $10^6$  eV.

Быстрый нейтрон, образовавшийся при делении, будет замедляться, теряя свою энергию при упругих столкновениях с ядрами углерода и урана, а также при неупругих столкновениях с ядрами урана. В результате большинство нейтронов будет замедлено до тепловых энергий. Процесс замедления от энергии порядка  $10^6$  eV до тепловой требует около 100 столкновений с ядрами углерода. После того, как нейтрон будет замедлен до тепловой энергии, он продолжает диффундировать в котле до тех пор, пока не будет поглощён каким-либо ядром. В некоторых случаях, однако, может случиться так, что ней-

---

\*) Перевод из Science 5, 2715, 105 (1947).

трон будет поглощён ещё до того, как он полностью замедлится. Нейтрон может быть захвачен либо ядром углерода, либо ядром урана. Эффективное сечение захвата у ядер углерода весьма мало. Для тепловых нейтронов оно составляет около  $5 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup>.

Для графита с плотностью 1,6 такое сечение захвата отвечает среднему пробегу до поглощения около 25 м. Если принять, что эффективное сечение захвата углеродом следует закону  $\frac{1}{v}$ , то можно полностью пренебречь поглощением нейтронов больших энергий в графите. Поэтому, в достаточно хорошем приближении можно считать, что в процессе замедления не происходит никакого заметного поглощения нейтронов.

Захват нейтронов ядрами урана может приводить либо к делению, либо к радиационному захвату ( $n, \gamma$ -процесс). Последний процесс имеет место при резонансном захвате нейтронов ядрами урана. Относительная вероятность деления и резонансного захвата нейтронов оказывается различной в зависимости от энергии нейтрона.

Грубо говоря, можно рассмотреть три интервала энергии:

1) Нейтроны с энергией, превышающей порог деления U-238. Такие нейтроны мы будем именовать быстрыми нейтронами. При захвате быстрого нейтрона главным процессом является деление, которое имеет место обычно в основном изотопе U-238. Резонансное поглощение является менее вероятным, чем деление, но всё же происходит с заметной вероятностью.

2) Нейтроны с энергией, лежащей в интервале между порогом деления и тепловой энергией. Мы будем называть такие нейтроны нейтронами средних энергий. Для нейтронов средних энергий основным процессом является резонансный захват. Эффективное сечение резонансного захвата является быстро меняющейся функцией энергии нейтрона. Имеется ряд резонансных максимумов, которые достаточно хорошо могут быть описаны с помощью теории Брейта-Вигнера. Практически резонансное поглощение становится существенным для нейтронов с энергией, меньшей 10 000 eV. Оно растёт с уменьшением энергии нейтронов.

3) Нейтроны с тепловой энергией (тепловые нейтроны). Для тепловых нейтронов в равной мере существенны поглощение с последующим делением и резонансный захват. Эффективные сечения для обоих процессов следуют приближению закона  $\frac{1}{v}$  и поэтому их относительная вероятность не зависит от энергии.

Пусть  $\sigma_f$  и  $\sigma_r$  представляют эффективные сечения для деления и резонансного захвата нейтронов с энергией порядка  $kT$  и  $\eta$  — среднее число нейтронов, возникающих при захвате одного нейтрона ядром урана. Тогда  $\eta$  связано с  $\gamma$  соотношением

$$\eta = \frac{\gamma \sigma_f}{\sigma_f + \sigma_r}, \quad (1)$$

поскольку лишь часть  $\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_r}$  тепловых нейтронов захватывается ураном с последующим делением.

Предыдущие рассуждения показывают, что лишь часть первоначально имевшихся быстрых нейтронов будет захвачена ядрами урана и вызовет реакцию деления.

Для систем, имеющих конечные размеры, необходимо учесть дополнительную потерю нейтронов из-за утечки их за пределы системы.

Мы ограничиваемся пока системами, имеющими практически бесконечные размеры. Обозначим через  $P$  вероятность того, что первоначально имевшийся быстрый нейтрон будет так или иначе захвачен ядром урана с последующим делением. Тогда среднее число нейтронов второго поколения будет равно

$$k = P\gamma. \quad (2)$$

Величину  $k$  называют обычно коэффициентом размножения системы. Если  $k > 1$ , то в системе может протекать саморазвивающаяся цепная реакция, если же  $k < 1$ , то такая реакция невозможна.

Следует подчеркнуть, что если даже  $k > 1$ , то саморазвивающаяся реакция может протекать лишь тогда, когда утечка нейтронов через внешние границы системы достаточно мала. Этого можно, очевидно, добиться, увеличивая размеры котла.

### ИСТОРИЯ ЖИЗНИ НЕЙТРОНА В КОТЛЕ

Быстрый нейтрон, появившийся первоначально в котле, может принять участие в следующих основных процессах:

1) Нейтрон может быть захвачен ядром урана до того, как его энергия заметно уменьшится из-за столкновений с ядрами. В этом случае, поглощенный нейтрон может вызвать деление ядра U-238.

Однако, вероятность деления быстрыми нейтронами мала и составляет обычно около 1%. Действительно, если в системе имеется много графита и мало урана, упругие столкновения нейтрона с ядрами углерода будут приводить к быстрому уменьшению его энергии до значений, лежащих ниже порога деления ядер U-238. Если же, напротив, в системе много урана, то станут весьма вероятными неупругие столкновения, в результате которых энергия нейтрона будет ещё быстрее уменьшаться ниже порога деления U-238.

2) Поэтому в большинстве случаев нейтрон будет замедляться без захвата, теряя свою энергию преимущественно из-за столкновений с ядрами углерода. Можно просто показать, что для уменьшения энергии нейтрона в среднем в  $e$  раз требуется 6,3 столкновений с ядрами углерода. Следовательно, для уменьшения энергии нейтрона в 10 раз требуется 14,6 столкновений, а для замедления нейтрона от энергии в  $10^6$  eV до тепловой энергии  $\frac{1}{40}$  eV требуется 110 столкновений.

В процессе замедления нейтрон может подвергнуться резонансному захвату ядром урана. Обозначим через  $p$  вероятность того, что нейтрон не будет захвачен при замедлении его до тепловой энергии. Одним из наиболее важных моментов при проектировании котлов является возможное снижение вероятности резонансного захвата нейтрона в процессе замедления.

3) Если нейтрон не захвачен в процессе замедления, он достигнет тепловой энергии и впоследствии захватывается ядром урана или углерода уже как тепловой нейтрон.

В том случае, когда уран и графит распределены в котле равномерно, вероятности этих двух конкурирующих процессов относятся как соответствующие эффективные сечения поглощения урана и углерода, умноженные на атомные концентрации обоих элементов. Поскольку, однако, фактически уран распределён в котле неравномерно, последнее утверждение может иметь лишь приближённый характер.

Обозначим через  $f$  вероятность того, что тепловой нейтрон будет захвачен ядром урана. Для осуществления цепной ядерной реакции в котле обычно стремятся по возможности увеличить вероятности  $p$  и  $f$ . К сожалению, однако, увеличение одной из этих величин приводит к уменьшению другой: для увеличения  $f$  нужно создать систему с большим содержанием урана, чтобы уменьшить вероятность захвата нейтрона в углероде. С другой стороны, однако, процесс замедления в системе, содержащей относительно меньшее количество углерода, будет происходить медленнее. Поэтому в такой системе вероятность резонансного поглощения нейтрона в ходе процесса замедления будет относительно велика.

Ясно поэтому, что необходимо найти оптимальное отношение количества урана и углерода в системе.

В однородной смеси урана и графита значения  $p$  и  $f$  зависят только от относительной концентрации этих элементов. Если, однако, не ограничиваться однородными смесями, то можно добиться более благоприятных условий путём соответствующего геометрического расположения обоих компонент.

Фактически это действительно оказывается возможным благодаря следующему обстоятельству: эффективное сечение резонансного поглощения, выводящего нейтроны из игры в ходе замедления, является весьма быстро меняющейся функцией энергии. Оно выражается формулой Брейта-Вигнера. Поэтому, если мы распределим уран не равномерно, а в виде отдельных крупных блоков, то можно ожидать, что уран, находящийся внутри блока, будет экранирован тонким поверхностным слоем от воздействия нейтронов, энергия которых лежит близко к резонансной энергии. Резонансное поглощение нейтронов ядрами урана, лежащими внутри блока, оказывается значительно меньше, чем резонансное поглощение изолированным атомом.

Ясно, конечно, что наряду с уменьшением резонансного поглощения уменьшается также и захват тепловых электронов в уране. Однако

теоретические расчёты и опыт показывают, что при определённых размерах блоков выигрыш, получаемый от снижения потерь нейтронов на резонансный захват, перекрывает соответствующую потерю от уменьшения захвата тепловых нейтронов.

Типичной структурой котла является решётка из урановых блоков, вставленных в массу графита. Решётка может, например, представлять решётку из урановых стержней или кубическую решётку из кусков урана. Первый способ расположения является несколько менее выгодным с точки зрения поглощения нейтронов, но зачастую имеет ряд практических преимуществ, так как он позволяет легче решить проблему отвода тепла, выделяющегося в котле. В дальнейшем мы, однако, будем рассматривать лишь кубическую решётку.

Можно привести в качестве примера некоторые типичные значения для вероятностей различных конкурирующих процессов захвата нейтронов. Эти вероятности не являются, конечно, неизменными, но зависят от структуры решётки. Ниже мы приводим средние значения вероятностей, взятые для хорошей решётки.

Рассмотрим нейтрон, первоначально образовавшийся в результате деления ядра в урановом блоке. С вероятностью порядка  $3\%$ , до того, как нейтрон успеет потерять заметную долю своей энергии, он будет захвачен другим ядром урана и вызовет в нём реакцию деления.

В  $97\%$  случаев он будет замедляться и либо подвергнется захвату в резонансной области, либо достигнет тепловой энергии. Вероятность резонансного захвата в процессе замедления составляет около  $10\%$ . В остальных  $87\%$  случаев нейтрон будет замедляться до тепловой энергии. Примерно в  $10\%$  случаев тепловой нейтрон будет поглощён ядром углерода, а в остальных  $77\%$  случаев он будет поглощён в уране. Если принять, для примера, значение  $\eta$  равным двум, то историю жизни одного поколения нейтронов можно схематически представить в виде табл. I.

Таблица I

Вероятность	Тип процесса	Число нейтронов на один захваченный нейтрон	Число нейтронов в поколении на один нейтрон
3	Деление на быстрых нейтронах	2	0,06
10	Резонансное поглощение	0	0
10	Захват в углероде	0	0
77	Захват тепловых нейтронов в уране	$\eta$	$0,77 \eta$

Для коэффициента размножения в этом случае можно написать следующее выражение:

$$k = 0,06 + 0,77 \eta. \quad (3)$$

Из (3) вытекает, что если  $\eta$  больше 1,22, коэффициент размножения в рассматриваемой решётке больше единицы.

Для вычисления коэффициента размножения необходимо вычислить вероятности различных перечисленных процессов. Ниже мы кратко приведём некоторые отправные моменты для практического расчёта этих величин.

### Вероятность деления на быстрых нейтронах

Вероятность деления на быстрых нейтронах можно легко вычислить для случая весьма малых блоков.

В этом случае, очевидно

$$P_F = \sigma_F n d, \quad (4)$$

где  $\sigma_F$  — среднее значение эффективного сечения деления быстрыми нейтронами,  $n$  — концентрация ядер урана в блоке и  $d$  — среднее значение расстояния, которое нейтрон, образовавшийся в блоке, должен пройти до того, как он достигнет поверхности блока.

В случае больших блоков расчёт  $P_F$  становится более сложным, так как в большем блоке нейтрон испытывает значительное число столкновений с ядрами, и упругие и неупругие столкновения становятся в равной мере существенными.

В частности, процесс неупругих столкновений в блоках больших размеров приводит к быстрому уменьшению энергии нейтронов ниже порога деления U-238 и переводит их в область резонансных энергий.

### Резонансное поглощение

Если в графитовом замедлителе находится изолированный атом урана, то отнесённая к единице времени вероятность резонансного захвата нейтрона с энергией большей, чем тепловая, имеет вид:

$$\frac{q\lambda}{0,158} \int \sigma(E) \frac{dE}{E}, \quad (5)$$

где  $q$  — число быстрых нейтронов, попадающих в 1 см<sup>3</sup> системы в единицу времени,  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега и  $\sigma(E)$  — значение эффективного сечения резонансного поглощения при энергии  $E$ .

Интеграл берётся по всем значениям энергии от тепловой до средней энергии нейтронов деления. Можно показать, что основную долю в значение интеграла (5) вносят резонансные пики в сечении  $\sigma(E)$ , которое выражается известной формулой Брейта-Вигнера.

Применение формулы (5) к резонансному поглощению в решётке из урана и графита может привести к очень заметным ошибкам. По-

следнее связано с указанным выше эффектом самоэкранирования, который существенно уменьшает плотность нейтронов с энергией, близкой к резонансной, внутри урановых блоков. Поэтому лучшим способом решения задачи о резонансном поглощении является прямое измерение числа нейтронов с резонансной энергией, поглощённых в урановых блоках различных размеров.

Подобные измерения были впервые проведены в Принстонском университете. Результаты измерений были сведены в виде эмпирических формул, удобных для расчётов.

### Вероятность поглощения тепловых нейтронов

Вероятность поглощения теплового нейтрона в уране в системе с однородным распределением урана и графита выражается формулой

$$\frac{N_u \sigma_u}{N_c \sigma_c + N_u \sigma_u} \quad (6)$$

Здесь  $N_u$  и  $N_c$  — числа атомов урана и углерода в единице объёма,  $\sigma_u$  и  $\sigma_c$  — эффективные сечения захвата тепловых нейтронов. Более сложным является случай, когда уран распределён в графите в виде решётки из блоков. В этом случае плотность тепловых нейтронов не постоянна вдоль системы. Именно, поскольку поглощение тепловых нейтронов в уране значительно больше, чем в графите, она велика вдали от урановых блоков и мала вблизи и внутри них.

Пусть  $\bar{n}_c$  и  $\bar{n}_u$  — средние плотности тепловых нейтронов в графите и в урановых блоках. Число тепловых нейтронов, поглощённых в уране и графите, будет пропорционально, соответственно,  $N_u \sigma_u \bar{n}_u$  и  $N_c \sigma_c \bar{n}_c$ .

Поэтому вместо уравнения (6) можно написать:

$$f = \frac{N_u \sigma_u \bar{n}_u}{N_u \sigma_u \bar{n}_u + N_c \sigma_c \bar{n}_c} \quad (7)$$

Средние плотности  $\bar{n}_u$  и  $\bar{n}_c$  с достаточной для практики степенью точности можно вычислить, пользуясь уравнением диффузии. Для простоты расчёта, вместо ячейки решётки можно рассматривать сферическую ячейку того же объёма. Граничным условием на поверхности сферы служит условие равенства нулю радиальной производной от нейтронной плотности.

Можно также считать, что число нейтронов, замедляющихся до тепловой энергии в единице объёма в единицу времени, постоянно по всей части ячейки, заполненной графитом. Эти упрощения не приводят к существенным погрешностям, если только размеры ячейки не слишком велики. Пользуясь указанными упрощающими предположениями, можно получить следующее выражение для вероятности поглощения теплового нейтрона в уране:

$$f = \frac{3a^2 (1 - \alpha) (1 + \beta) e^{-\beta + \alpha} - (1 + \alpha) (1 - \beta) e^{\beta - \alpha}}{a^3 - \beta^3 (\alpha + s - as) (1 + \beta) e^{-\beta + \alpha} - (\alpha + s + as) e^{\beta - \alpha}} \quad (8)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — радиусы блока и ячейки, выраженные в условных единицах  $1 = \sqrt{\frac{\lambda\Lambda}{3}}$ , где  $\Lambda$  — диффузионная длина в графите; величина  $s$  означает

$$s = \frac{\lambda \cdot 1 + \gamma}{\sqrt{3} (1 - \gamma)}, \quad (9)$$

где  $\gamma$  — коэффициент отражения блока для тепловых нейтронов.

### РЕШЁТКА, СОСТОЯЩАЯ ИЗ БОЛЬШОГО ЧИСЛА ЯЧЕЕК

Плотность нейтронов с данной энергией в решётке, состоящей из большого числа ячеек, изменяется от точки к точке вдоль решётки.

Можно получить простое математическое описание поведения такой системы, если пренебречь, в первом приближении, локальным изменением нейтронной плотности из-за периодической структуры решётки и заменить неомогенную систему некоторой эквивалентной томогенной системой.

В этом параграфе мы именно таким образом упростим задачу, заменив все истинные нейтронные плотности их средними значениями, полученными при усреднении по всему объёму ячейки. При этом, средняя нейтронная плотность будет плавной функцией точки, как если бы мы имели дело с однородной уранографитовой системой.

Пусть  $Q(x, y, z)$  — число быстрых нейтронов, возникающих в единице объёма за секунду в некоторой точке  $(x, y, z)$  внутри котла. Эти нейтроны диффундируют и замедляются в котле. В ходе замедления часть из них испытывает резонансное поглощение. Пусть  $q(x, y, z)$  — число нейтронов, превращающихся в единицу объёма в единицу времени в тепловые нейтроны. Мы будем называть  $q$  плотностью рождающихся тепловых нейтронов.

Мы будем предполагать, что если первоначально быстрый нейтрон появился в точке  $O$ , то вероятность того, что он замедлится до тепловой энергии в некоторой заданной точке, будет выражаться гауссовой функцией от расстояния до точки  $O$ . Это предположение может быть оправдано, если процесс замедления протекает на расстоянии значительно превышающем длину свободного пробега.

Экспериментально было найдено, что распределение рождающихся тепловых нейтронов относительно точечного источника быстрых нейтронов лишь приближённо может быть выражено гауссовой функцией. Для описания результатов измерений употреблялись формулы, представлявшие суперпозицию двух или трёх гауссовых кривых с различными средними пробегами. Мы ограничимся, однако, более простым случаем простого гауссового распределения.

$p$ -я часть первоначально возникших быстрых нейтронов достигает тепловой энергии. Распределение рождающихся тепловых нейтронов от источника с мощностью, равной единице, помещённого в на-

чале координат, имеет вид:

$$q_1 = \frac{p}{\pi^{3/2} r_0^3} e^{-\frac{r^2}{r_0^2}} \quad (10)$$

Для графита с плотностью, равной 1,6, средний пробег  $r_0$  равен примерно 35 см.

Плотность рождающихся тепловых нейтронов в точке  $P$  можно выразить через плотность быстрых нейтронов  $Q$  суммированием всех бесконечно малых источников  $Q(P') d\tau'$  ( $d\tau'$  представляет элемент объёма, окружающий точку  $P'$ ).

Мы получаем таким образом:

$$q(P) = \frac{p}{\pi^{3/2} r_0^3} \int Q(P') e^{-\frac{(p'-p)^2}{r_0^2}} d\tau'. \quad (11)$$

Плотность тепловых нейтронов  $n(x, y, z)$  связана с  $q$  дифференциальным уравнением:

$$\frac{\lambda v}{3} \Delta n - \frac{vn}{\Lambda} + q = 0, \quad (12)$$

где  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега (между двумя столкновениями) тепловых, нейтронов,  $v$  — их средняя скорость и  $\Lambda$  — средняя длина пути тепловых нейтронов до захвата. Уравнение (12) представляет баланс всех процессов, приводящих к появлению или исчезновению тепловых нейтронов в данной точке. Первый член представляет увеличение числа нейтронов, обусловленное диффузией (величина  $\frac{\lambda v}{3}$  равна коэффициенту диффузии тепловых нейтронов). Второй член — убыль их из-за поглощения. Наконец, третий член представляет число рождающихся тепловых нейтронов.

Следует заметить, что средняя длина пути теплового нейтрона до поглощения  $\Lambda$  в уравнении (12) значительно короче, чем соответствующая величина  $\Lambda_0$  в чистом графите. Действительно, тепловые нейтроны в решётке захватываются преимущественно ядрами урана. В первом приближении  $\Lambda$  выражается через  $\Lambda_0$  следующим образом:

$$\Lambda = \Lambda_0 (1 - f). \quad (13)$$

При встречающихся на практике значениях величина  $\Lambda$  составляет около 300 см, в то время как  $\Lambda_0$  в чистом графите — около 2500 см. При поглощении одного теплового нейтрона, в уране в результате деления возникает  $\eta$  новых нейтронов. Эту величину необходимо ещё увеличить на несколько процентов, чтобы учесть эффект деления на быстрых нейтронах. Пусть  $\varepsilon\eta$  представляет исправленное таким образом число быстрых нейтронов, возникших в результате деления. Число тепловых нейтронов, поглощённых в единице объёма за 1 сек., равно  $\frac{vn}{\Lambda}$ . Из этого числа  $f$ -я доля захватывается ядрами урана.

Мы находим поэтому

$$Q = f\epsilon\eta \frac{vn}{\Lambda} + Q_0, \quad (14)$$

где  $f\epsilon\eta \frac{v}{\Lambda}$  представляет число быстрых нейтронов, возникших в ходе цепной реакции, а  $Q_0$  — число быстрых нейтронов от внешнего источника (если такой имеется). В большинстве случаев, однако,  $Q_0$  равно нулю.

Из уравнений (11), (12) и (14) можно исключить все неизвестные величины кроме  $n$ . Тогда имеем:

$$\frac{3}{\lambda\Lambda} n - \Delta n = \frac{3f\epsilon\eta f}{\pi^{3/2} r_0^3 \lambda\Lambda} \int_0^{\tau} n(P') e^{-\frac{(p'-p)^2}{r_0^2}} d\tau' + \frac{3p}{\pi^{3/2} r_0^3 \lambda\Lambda} \int_0^{\tau} Q_0(P') e^{-\frac{(p'-p)^2}{r_0^2}} d\tau'. \quad (15)$$

Решение уравнения (15) можно получить, разлагая  $Q_0$  и  $n$  в ряды Фурье.

Если  $Q_0$  можно представить в виде  $Q_0 \sin \omega_1 x \cdot \sin \omega_2 y \cdot \sin \omega_3 z$ , то общее выражение для  $n$  имеет вид:

$$n = \frac{\Delta p Q_0}{v} \frac{\sin \omega_1 x \sin \omega_2 y \sin \omega_3 z}{\left(1 + \frac{\lambda\Lambda}{3} \omega^2\right) e^{-\frac{\omega_0^2 r_0^2}{4}} - \epsilon p f \eta} \quad (16)$$

где

$$\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2.$$

Если размеры котла конечны, но очень велики по сравнению со средней длиной свободного пробега, то граничные условия задачи можно формулировать в виде требования, чтобы нейтронная плотность обращалась в нуль на внешней поверхности котла.

Так, например, если котёл представляет куб со стороной  $a$  и начало координат помещено в одном из углов куба, величины  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  и  $\omega_3$  равны:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{a}, \quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{a}, \quad \omega_3 = \frac{\pi n_3}{a}, \quad (17)$$

где  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  — положительные целые числа (номера соответствующих Фурье-компонент).

Критический размер системы может быть найден из условия обращения в нуль знаменателя в выражении (16), взятого для первой гармоники (1, 1, 1), поскольку в этом случае нейтронная плотность неограниченно возрастает.

Поэтому критические условия определяются уравнением

$$\left(1 + \frac{3\pi^2 \lambda\Lambda}{a^2} \frac{1}{3}\right) e^{\frac{3\pi^2}{a^2} \frac{r_0^2}{4}} = \epsilon p f \eta. \quad (18)$$

В правой части уравнения (18) стоит не что иное, как коэффициент размножения  $k$ . Поэтому (18) можно переписать в виде

$$(1 + \pi^2 \lambda \Lambda / a^2) e^{\frac{3\pi^2 r_0^2}{4a^2}} = k. \quad (19)$$

В большинстве случаев величина  $\frac{3\pi^2 r_0^2}{4a^2}$ , стоящая в экспоненте, и второй член в скобках малы по сравнению с единицей. Поэтому выражение (19) можно упростить, переписав его в виде

$$k = 1 + \frac{3\pi^2}{a^2} \left( \frac{\lambda \Lambda}{3} + \frac{r_0^2}{4} \right). \quad (20)$$

С помощью последней формулы можно определить критический размер котла кубической формы. Если, например, принять следующие численные значения:  $\lambda = 2,6$  см,  $\Lambda = 350$  см,  $r_0^2 = 1200$  см<sup>2</sup> и  $k = 1,06$ , то из (20) мы находим для критического размера кубического котла  $a = 584$  см.

Естественно, что приведённые значения постоянных имеют гипотетический характер. Фактически значения постоянных существенно зависят от структуры решётки, хотя, конечно, они могут варьировать лишь в некотором интервале.

Полезно вывести приближённое соотношение между мощностью котла и плотностью тепловых нейтронов в центре котла.

Примерно 50% тепловых нейтронов, поглощающихся в котле, вызывают деление. При каждом акте деления освобождается энергия порядка 200 MeV. Это соответствует выделению примерно  $1,6 \cdot 10^{-4}$  эргов на каждый захваченный тепловой нейтрон.

Поскольку в единице объёма за 1 сек. поглощается  $\frac{vn}{\Lambda}$  тепловых нейтронов, при этом выделяется энергия

$$\frac{vn}{\Lambda} 1,6 \cdot 10^{-4} = 4,6 \cdot 10^{-7} vn \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{сек}}. \quad (21)$$

Так как плотность тепловых нейтронов  $n$  имеет максимальное значение в центре котла и уменьшается до нуля на его поверхности, ясно, что выделение энергии происходит внутри котла неравномерно.

Для кубического котла  $n$  можно приближённо представить в виде

$$n = n_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \sin \frac{\pi z}{a}, \quad (22)$$

где  $n_0$  — плотность тепловых нейтронов в центре котла. Интегрируя выражение (21) по всему объёму котла, можно получить следующую формулу для мощности:

$$W = \frac{8}{\pi^3} \cdot 4,6 \cdot 10^{-7} n v a^3 = 1,2 \cdot 10^{-7} n_0 v a^3. \quad (23)$$

Если положить  $a$  равным 584 см, то  $W = 24n_0v \frac{\text{эрг}}{\text{сек}}$ . Когда котёл работает с мощностью 1 kW, поток тепловых нейтронов в центре котла равен  $n_0v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{нейтронов}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ .

#### ОПИСАНИЕ УРАНО-ГРАФИТОВОГО КОТЛА АРГОНИСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Первый котёл был пущен в 1942 г. на площадке Чикагского университета. После того, как котёл проработал несколько месяцев, он был перенесён в Аргонискую лабораторию близ Чикаго. Здесь он работает и до настоящего времени и служит для самых разнообразных исследовательских работ.

Решётка Аргонисского котла имеет неоднородную структуру. Поскольку в момент его пуска имелось недостаточное количество металлического урана, металлический уран помещён лишь в центральной части котла. В периферических частях котла металлический уран заменён окисью урана.

Режим работы котла регистрируется с помощью ионизационных камер, наполненных  $\text{BF}_3$  и соединённых с усилителями или гальванометрами. Поскольку в котле нет системы охлаждения, его мощность ограничена необходимостью поддержания достаточно низкой температуры. Котёл может неограниченно долго работать с мощностью 2kW.

Однако он часто на короткое время, порядка часа или двух, запускается на мощность около 100 kW. Для исследовательских работ с нейтронами часто используется колонна из графита размером  $5 \times 5$  футов, сооружённая сверху котла и экранированная со всех сторон. Нейтроны диффундируют из котла в колонну, в которой быстро замедляются до тепловой энергии. Практически все нейтроны в колонне на расстоянии всего нескольких футов над верхушкой котла являются уже чисто тепловыми нейтронами.

Котёл снабжён также рядом отверстий в защите и выдвигающимися графитовыми стержнями, позволяющими исследовать процессы внутри котла или вводить в него образцы для облучения их нейтронами.

Когда котёл работает на мощности 100 kW, поток нейтронов в центре составляет около  $4 \cdot 10^{10} \frac{\text{нейтронов}}{\text{см}^2 \text{сек}}$ .