

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**ЯДЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЯХ*)****Э. Ферми**

Часть I

1. ВВЕДЕНИЕ

Мезонная теория была важным фактором в развитии физики за последние 15 лет. Одним из замечательных достижений теории является предсказание возможности генерации мезонов при соударениях нуклеонов больших энергий. При сравнительно низких энергиях может образоваться только один мезон. При более высоких энергиях становится возможным множественное испускание мезонов.

В данной работе делается попытка развития грубого теоретического приближения для расчёта выхода ядерных столкновений при очень больших энергиях. В частности, рассматриваются такие столкновения двух нуклеонов, в результате которых возникает несколько π -мезонов**) и, возможно, некоторое число антинуклеонов.

Для анализа процессов подобного рода обычная теория, рассматривающая образование и поглощение π -мезонов как малое возмущение, совершенно неприменима. В самом деле, из-за большого численного значения постоянной взаимодействия высшие приближения превышают предыдущие и ряд последовательных приближений расходится. Мы постараемся исследовать возможность другого метода, исходящего из совершенно иных соображений. Основная идея заключается в следующем.

При столкновении двух нуклеонов с очень большой энергией (в системе центра инерции) их энергия внезапно выделяется в

*) Часть I представляет перевод статьи Э. Ферми, опубликованной в Progress of Theoretical Physics 5, № 4 (1950), посвящённом 15-летию теории Юкава; часть II — перевод статьи того же автора в Physical Reviews 81, 683 (1951).

**) Автор пользуется малоудачным, по мнению редакции, термином «пионы».

небольшой эффективный объём, окружающий нуклеоны. Наглядно это явление можно представить себе как соударение, при котором два нуклеона, вместе с окружающей их π -мезонной «оболочкой», сталкиваются друг с другом так, что весь эффективный объём пространства, заполненный нуклеонами и окружающим их π -мезонным полем, внезапно насыщается весьма большой порцией энергии. Так как взаимодействие нуклеонов с π -мезонным полем велико, мы можем ожидать, что эта энергия согласно статистическим законам быстро распределится по различным степеням свободы, присутствующим в данном объёме. В таком случае можно статистически вычислить вероятность образования в этом маленьком объёме определённого числа π -мезонов с заданным распределением энергии. Далее предполагается, что концентрация энергии быстро падает и что частицы, в которые конвертирует энергия, вылетают по всем направлениям.

Можно думать, что подобная картина, вероятно, соответствует действительности, как предельный случай, обратный случаю теории возмущений. Вместе с тем, исследование теории, которая отклоняется от неизвестной истины в противоположную сторону, нежели обычная теория, может оказаться полезным хотя бы потому, что таким путём действительная картина явлений может быть заключена между двумя известными теоретическими пределами. Можно надеяться, что теория предлагаемого вида окажется достаточно хорошим приближением к действительности в области очень больших энергий, когда число возможных состояний с данной энергией велико, что резко повышает вероятность установления статистического равновесия.

Состояние, которое мы считаем своего рода статистическим равновесием, характеризуется следующим. Прежде всего, должны выполняться законы сохранения заряда и импульса. Далее, можно считать, что в статистическом равновесии участвуют только те состояния, которые наиболее быстро достигаются системой, исходя из начального состояния. Например, радиационные процессы с образованием фотонов, безусловно, не успеют начаться. Единственные переходы, которые можно считать наиболее быстрыми, суть переходы, предсказываемые теорией Юкавы. Последовательность таких переходов, начинающаяся из исходного состояния, в котором присутствуют два сталкивающихся нуклеона, может привести только к образованию определённого числа заряженных или нейтральных π -мезонов и, также предположительно, к образованию пар нуклеонов — антинуклеонов. Ниже обсуждаются только такие процессы. Подчёркнём существование дополнительного закона сохранения разности между числом нуклеонов и числом антинуклеонов.

Предлагаемая теория имеет некоторое сходство с точкой зрения Гайзенберга¹, который описывает столкновение между

нуклеонами высокой энергии, предполагая, что π -мезонная «жидкость», окружающая нуклеоны, приводится в своего рода турбулентное движение энергией удара. Он использует количественные законы турбулентности для оценки распределения энергии турбулентного движения между вихрями различных размеров. Турбулентность представляет начало приближения к тепловому равновесию жидкости. Она описывает переход энергии движения во многие состояния с возрастающими волновыми числами. С количественной точки зрения, предлагаемая нами теория представляет собой попытку довести точку зрения Гайзенберга до её крайних следствий в отношении возможности действительного достижения состояния статистического равновесия.

Множественное образование мезонов было также исследовано в интересной работе Льюиса, Оппенгеймера и Вутуйсена². Авторы подчёркивают важность сильной связи, ожидаемой в псевдоскалярной теории для процессов высокой кратности.

В предлагаемой теории имеется только один произвольный параметр — эффективный объём Ω , в который выделяется энергия сталкивающихся нуклеонов. Так как π -мезонное поле, окружающее нуклеоны, имеет протяжённость порядка $\hbar/\mu c$, где μ есть масса π -мезона, можно считать, что и Ω имеет линейные размеры такого же порядка. До тех пор, пока лоренцовым сокращением можно пренебречь, в качестве Ω можно взять шар радиуса $\hbar/\mu c$. Однако, если нуклеоны (в системе центра инерции) налетают друг на друга с очень большой энергией, то тогда окружающее их π -мезонное поле испытывает лоренцово сжатие и объём Ω соответствующим образом уменьшается.

В согласии с этими соображениями объём Ω считается зависящим от энергии:

$$\Omega = \Omega_0 \frac{2Mc^3}{W}, \quad (1)$$

где Ω_0 есть эффективный объём без лоренцова сжатия, W — полная энергия двух сталкивающихся нуклеонов в системе центра инерции, а M — масса нуклеона. Множитель $\frac{2Mc^3}{W}$ есть коэффициент лоренцова сжатия. Объём Ω_0 можно взять в виде шара радиуса R :

$$\Omega_0 = \frac{4}{3} \pi R^3. \quad (2)$$

Из предположений теории следует, что, полагая

$$R = \frac{\hbar}{\mu c} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad (3)$$

можно рассчитывать получить удовлетворительное согласие с известными фактами.

Такой выбор эффективного объема, хотя и удовлетворителен по порядку величины, но, очевидно, произволен и может быть заменён другим для улучшения согласия с экспериментом. Увеличение Ω_0 повышает вероятность процессов с образованием большого числа частиц.

Согласно развиваемой точке зрения, полный поперечник для соударения двух нуклеонов будет порядка геометрического сечения π -мезонного облака. В численных расчётах полный поперечник принимается нами равным площади круга радиуса R :

$$\sigma_{\text{полн.}} = \pi R^2. \quad (4)$$

Если R взять согласно (3), то тогда $\sigma_{\text{полн.}} = 6 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$. Для вычисления поперечного сечения процесса, в котором, например, образуются три π -мезона, полное сечение (4) следует уменьшить на относительную вероятность того, что в результате столкновения двух нуклеонов возникнет именно три π -мезона, а не какое-нибудь иное число частиц этого или другого рода.

Вероятность перехода в состояние данного типа пропорциональна квадрату эффективного матричного элемента и плотности состояний на единичный интервал энергии (статистический вес). Наше предположение о статистическом равновесии заключается в допущении, что квадрат эффективного матричного элемента пропорционален вероятности того, что все частицы, отвечающие данному состоянию, одновременно находятся в объёме Ω . Например, в случае наличия n полностью независимых частиц с импульсами $p_1, p_2, \dots, p_n$, эта вероятность есть $(\Omega/V)^n$, где V есть нормировочный объём. Статистический вес в данном случае равен

$$\left(\frac{V}{8\pi^3 \hbar^3} \right)^n \frac{d}{dW} Q(W),$$

где $Q(W)$ есть объём импульсного пространства, отвечающий полной энергии W . Вероятность возникновения рассматриваемого состояния предполагается нами пропорциональной произведению

$$S(n) = \left(\frac{\Omega}{8\pi^3 \hbar^3} \right)^n \frac{dQ(W)}{dW}. \quad (5)$$

Существуют, однако, осложнения, возникающие из-за того, что частицы не независимы.

а) В системе центра инерции независимыми переменными являются координаты и импульсы только $n-1$ частиц из n . По этой причине в (5) показатель степени Ω будет $n-1$, а не n . Кроме того, пространство импульсов $Q(W)$ будет $3(n-1)$ -мерным, а не $3n$ -мерным.

б) Некоторые из частиц могут быть тождественными и это следует учесть при вычислении $Q(W)$.

в) Некоторые из частиц могут обладать спином, и в таком случае следует учесть соответствующую кратность состояний.

г) Сохранение момента количества движения ограничивает статистическое равновесие только такими состояниями, момент которых равен моменту двух сталкивающихся нуклеонов. Во всех рассматриваемых случаях $\hbar$ нуклеонов много меньше, чем радиус $\hbar/\mu c$ сферы взаимодействия. В соответствии с этим имеет смысл рассматривать столкновения с различными значениями прицельного расстояния b (b равно расстоянию между двумя прямыми, по которым движутся нуклеоны до соударения). В единицах $\hbar$ момент количества движения есть $l = b/\lambda$. Поперечное сечение для столкновения с прицельным параметром между b и $b + db$ есть $2\pi b db = 2\pi \lambda^2 l dl$. Столкновения с различными прицельными параметрами следует рассматривать отдельно, и для каждого l нужно вычислять вероятности различных возможных процессов. Поперечное сечение для процесса данного вида получается суммированием по всем l .

Найдено, что в большинстве случаев результаты, полученные таким путём, отличаются незначительным численным множителем от результатов, получающихся при пренебрежении сохранением момента количества движения.

Для облегчения расчётов сохранение момента, как правило, не учитывается. В типичных случаях, однако, даются поправки на сохранение момента количества движения.

2. ПРИМЕР. ОБРАЗОВАНИЕ π -МЕЗОНОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ НУКЛЕОНОВ МАЛОЙ ЭНЕРГИИ

В качестве первого примера рассмотрим простейший случай — образование π -мезонов при столкновении двух нуклеонов с энергией, близкой к порогу образования π -мезона. Следует отметить, что в этом случае статистическое приближение может оказаться ошибочным из-за малой величины энергии и, соответственно, малого числа возможных состояний. Для начала мы упростим задачу и не будем обращать внимания на спин и различные возможные заряды нуклеонов и π -мезонов. Рассмотрим процесс в системе центра инерции. Пусть $T/2$ будет кинетической энергией каждого из сталкивающихся нуклеонов. π -мезон может быть испущен при $T > \mu c^2$. Мы предположим, что это неравенство выполняется, но будем считать, что кинетическая энергия настолько близка к порогу, что в результате реакции могут возникнуть только нерелятивистские нуклеоны и π -мезон.

Сохранение энергии приводит только к двум видам возможных состояний: состояния (а), в которых происходит упругое рассеяние двух нуклеонов без образования π -мезона, и состояния (б),

в которых образуется π -мезон и после реакции присутствуют три частицы.

Статистический вес состояний (а) получается следующим образом. Так как импульсы нуклеонов равны по величине и антипараллельны, пространство импульсов будет трёхмерным и в формуле (5) следует положить $n=1$. Приведённая масса в нашем случае есть $M/2$, импульс $p = \sqrt{MT}$ и объём фазового шара $Q(T) = 4\pi p^3/3$, в соответствии с чем, согласно (5), мы приходим к обычному выражению для статистического веса:

$$S_2 = \frac{\Omega \cdot M^{3/2}}{4\pi^2 \hbar^3} \sqrt{T}. \quad (6)$$

S_2 следует сравнить со статистическим весом S_3 состояний (б), в которых присутствуют три частицы: два нуклеона и π -мезон. Так как в этом случае из трёх частиц независимы только две (сохранение импульса), в (5) следует положить $n=2$. Сохранение импульса следует учесть и при вычислении объёма импульсного пространства. Пусть p есть импульс π -мезона и пусть $-\frac{1}{2}p \pm q$ будут импульсы нуклеонов. В таком случае кинетическая энергия

$$T_1 = \left(\frac{1}{2\mu} + \frac{1}{4M} \right) p^2 + \frac{1}{M} q^2, \quad (7)$$

где $T_1 = T - \mu c^2$ есть кинетическая энергия, остающаяся после образования π -мезона. Формула (7) описывает шестимерный эллипсоид в импульсном пространстве векторов p и q . Объём этого эллипсоида

$$Q_3 = \frac{\pi^3}{3!} \left(\frac{4M^2\mu}{2M+\mu} \right)^{3/2} T_1^3; \quad (8)$$

множитель $\pi^3/3!$ для шестимерного шара есть аналог множителя $4\pi/3$ для трёхмерного шара. Подставляя Q_3 в (5), имеем:

$$S_3 = \frac{\Omega^2}{16\pi^3 \hbar^6} \left(\frac{M^2\mu}{2M+\mu} \right)^{3/2} T_1^2 \approx \frac{\Omega^2 M^{3/2} \mu^{3/2} T_1^2}{32 \sqrt{2} \pi^3 \hbar^6}, \quad (9)$$

где мы произвели упрощение, учитывая, что $\mu \ll M$. Вероятности событий (а) и (б) пропорциональны S_2 и S_3 . Так как S_3 очень мало, в качестве вероятности образования π -мезона можно взять S_3/S_2 :

$$\frac{S_3}{S_2} = \frac{\Omega \mu^{3/2}}{8 \sqrt{2} \pi \hbar^3} \frac{(T - \mu c^2)^2}{\sqrt{T}} \approx \frac{\Omega \mu (T - \mu c^2)^2}{8 \sqrt{2} \pi \hbar^3 c}; \quad (10)$$

мы заменили в знаменателе T на μc^2 , так как в нашем случае кинетическая энергия лишь незначительно превышает порог реакции. Лоренцовым сокращением объёма в этом случае можно пренебречь и в качестве Ω можно взять Ω_0 по формулам (2) и (3). Окончательно

$$\frac{S_3}{S_2} = \frac{1}{6 \sqrt{2}} \left(\frac{T}{\mu c^2} - 1 \right)^2. \quad (11)$$

Поперечное сечение для образования π -мезона есть произведение полного сечения (4) и вероятности (11). Например, при бомбардировке покоящихся нуклеонов нуклеонами с энергией 345 Мэв (наибольшая энергия протонов в Беркли), $T = 165$ Мэв, в системе центра инерции. С другой стороны, $\mu c^2 = 140$ Мэв и вероятность образования π -мезона $S_3/S_2 = 0,0038$. Таким образом, при данной энергии бомбардировки 0,4 процента нуклеонных столкновений должны приводить к образованию π -мезона.

Более подробный анализ показывает, что при столкновении двух протонов вероятности образования положительного π -мезона в два раза превышает (11) и составляет 0,0076. В самом деле, при образовании положительного π -мезона в конечном состоянии остаются протон и нейтрон, а статистический вес этих частиц, вследствие их нетождественности, в два раза больше статистического веса двух протонов. Аналогично, вероятность образования положительного π -мезона при столкновении протона с нейтроном в два раза меньше, чем (11) и составляет 0,0019, как и вероятность образования отрицательного π -мезона в этих же условиях.

Для примера рассмотрим обстрел углерода протонами с энергией 345 Мэв. В этом случае столкновения налетающего протона с ядерными протонами и нейтронами равновероятны. Стало быть, вероятность образования положительного π -мезона есть $0,0076/2 + 0,0019/2 = 0,0048$, а вероятность образования отрицательного π -мезона составляет всего $0,0019/2 = 0,001$. Ядерное сечение углерода равно, примерно, $3 \cdot 10^{-25}$ см² и, умножив его на вероятности процессов, мы получим сечение $1,4 \cdot 10^{-27}$ см² для образования положительных π -мезонов и $3 \cdot 10^{-28}$ см² — для отрицательных. Учитывая крайнюю грубость расчётов, следует признать, что полученные величины находятся в неожиданно хорошем согласии с опытными данными. До сих пор мы не учитывали сохранения момента количества движения. После образования π -мезона энергия трёх частиц (π -мезона и двух нуклеонов) мала и они будут находиться в s -состоянии.

Следовательно, для процесса будут играть существенную роль начальные состояния только с нулевым моментом, для которых наибольшее сечение есть $\pi \lambda^2$, что гораздо меньше, чем (4). Однако в данном случае удельный вес упругого рассеяния по сравнению с генерацией π -мезонов также меньше, ибо рассеиваются частицы только с нулевым моментом.

Вычисления показывают, что оба эти эффекта почти погашают друг друга, и учёт сохранения момента изменяет полученные ранее поперечники образования π -мезонов на множитель $2/3$. Более значительно меняется угловое распределение нуклеонов. Пренебрегая сохранением момента, следует ожидать, что в системе центра инерции рассеяние нуклеонов будет сферически симме-

тричным. В случае же сохранения момента, поперечник сечения упругого рассеяния на единицу телесного угла оказывается уже не постоянным, а меняется, примерно, как $1/\sin \theta$, где θ есть угол рассеяния в системе центра инерции.

3. ФОРМУЛЫ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ВЕСОВ

Приведём стандартные формулы для статистических весов S для ряда простых случаев.

Рассмотрим прежде всего случай образования n частиц с массами $m_1, m_2, \dots, m_n$. Пренебрегая спином и сохранением импульса и считая частицы статистически независимыми, получим для S две формулы, отвечающие классическому и крайне релятивистскому случаям:

$$S_n = \frac{(m_1 m_2 \dots m_n)^{3/2} \Omega^n}{2^{3n/2} \pi^{3n/2} \hbar^{3n}} \frac{T^{\frac{3n}{2}-1}}{\left(\frac{3n}{2}-1\right)!} \quad (\text{класс.}), \quad (12)$$

$$S_n = \frac{\Omega^n}{\pi^{2n} \hbar^{3n} c^{3n}} \frac{W^{3n-1}}{(3n-1)!} \quad (\text{кр. рел.}). \quad (13)$$

В (12) T есть общая кинетическая энергия n частиц, а в (13) W есть их общая кинетическая энергия плюс энергия покоя. Легко получить S и для того случая, когда s частиц (обычно нуклоны) являются классическими, а n частиц (обычно π -мезоны)—крайне релятивистскими. Пренебрегая опять спином, статистической зависимостью и сохранением импульса и считая, что все классические частицы имеют нуклеонную массу M , находим:

$$S(s, n) = \frac{M^{\frac{3s}{2}} \Omega^{n+s}}{2^{\frac{3s}{2}} \pi^{2n+\frac{3s}{2}} \hbar^{3s+3n} c^{3n}} \frac{(W - sMc^2)^{3n+\frac{3s}{2}-1}}{\left(3n+\frac{3s}{2}-1\right)!} \quad (14)$$

или, что то же самое,

$$S(s, n) = \frac{M^{\frac{3s}{2}} \Omega^{\frac{s}{2} + \frac{1}{3}}}{2^{\frac{3s}{2}} \pi^{\frac{s}{2} + \frac{2}{3}} \hbar^{\frac{3s}{2} + 1} c^{-\frac{3s}{2} + 1}} \frac{\left(\frac{\Omega^{1/3}}{\pi^{2/3} \hbar c} (W - sMc^2)\right)^{3n+\frac{3s}{2}+1}}{\left(3n+\frac{3s}{2}-1\right)!}. \quad (15)$$

Используя (15), можно получить сумму $S(s, n)$ по всем возможным n . Если среднее значение $\bar{n} \gg 1$, то тогда

$$\sum_{n=0}^{\infty} S(s, n) \simeq \frac{M^{\frac{3s}{2}} \Omega^{\frac{s}{2} + \frac{1}{3}}}{3 \cdot 2^{\frac{3s}{2}} \pi^{\frac{s}{2} + \frac{2}{3}} \hbar^{\frac{3s}{2} + 1} c^{-\frac{3s}{2} + 1}} \exp\left(\frac{\Omega^{1/3} (W - sMc^2)}{\pi^{2/3} \hbar c}\right). \quad (16)$$

Численные значения (15) и (16), принимая для Ω (1), (2) и (3), суть:

$$Mc^2 S(s, n) = \frac{6,31}{w^{1/3}} \left(\frac{98,8}{w} \right)^{\frac{s}{2}} \frac{\left(6,31 \frac{w-s}{w^{1/3}} \right)^{3n + \frac{3s}{2} - 1}}{\left(3n + \frac{3s}{2} - 1 \right)!}, \quad (17)$$

$$Mc^2 \sum_{n=0}^{\infty} S(s, n) \simeq \frac{2,10}{w^{1/3}} \left(\frac{98,8}{w} \right)^{\frac{s}{2}} \exp \left(6,31 \frac{w-s}{w^{1/3}} \right), \quad (18)$$

где

$$w = W/Mc^2, \quad (19)$$

и предполагается, что $\mu/M = 0,15$.

В приведённых формулах мы пренебрегали сохранением импульса. Равенство нулю полного импульса легко учесть приближённо. Приближение состоит в том, что мы считаем массу π -мезона ничтожно малой по сравнению с массой нуклеона. В таком случае импульс нуклеонов будет гораздо больше импульса π -мезонов, так как кинетическая энергия, примерно равномерно распределяется между всеми частицами, и для сохранения импульса достаточно потребовать равенства нулю суммарного импульса одних только нуклеонов. Формула (15) изменится при этом следующим образом: а) вместо s всюду (кроме выражения $W - sMc^2$) следует писать $s-1$, так как теперь мы имеем $s-1$ статистически независимых импульсов тяжёлых частиц; б) множитель $M^{\frac{3s}{2}}$ должен

быть заменён на $\frac{M^{\frac{3(s-1)}{2}}}{s^{3/2}}$, так как вместо M следует брать величину, аналогичную приведённой массе. При таком учёте сохранения импульса формулы (17) и (18) принимают вид:

$$Mc^2 S(s, n) = \frac{6,31}{s^{\frac{3}{2}} w^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{98,8}{w} \right)^{\frac{s-1}{2}} \frac{[6,31 (w-s) w^{-1/3}]^{3n + \frac{3s}{2} - 1}}{\left(3n + \frac{3s}{2} - 1 \right)!}, \quad (20)$$

$$Mc^2 \sum_{n=0}^{\infty} S(s, n) \simeq \frac{2,10}{s^{\frac{3}{2}} w^{\frac{1}{3}}} \left(\frac{98,8}{w} \right)^{\frac{s-1}{2}} \exp [6,31 (w-s) w^{-1/3}]. \quad (21)$$

Во всех приведённых формулах частицы считаются статистически независимыми. До тех пор, пока в процессе участвует небольшое число нуклеонов и π -мезонов, ошибка будет малой, но для процессов высокой кратности пренебрежение статистической зависимостью частиц может привести к существенным ошибкам. Точные формулы очень сложны, так как имеется, по крайней

мере, три вида π -мезонов и четыре вида нуклеонов и антинуклеонов. Мы не пытались вводить соответствующих усложнений в области сравнительно низких энергий. В этом случае статистическая зависимость была учтена приближённо, считая, что среди статистически независимых частиц имеется только один вид π -мезонов, один вид нуклеонов и один вид антинуклеонов. Такое допущение вообще не является справедливым и в области высоких энергий оно приводит к завышению кратности процессов.

Для случая очень высоких энергий статистические корреляции можно простым образом учесть, заменяя статистическую модель термодинамической, что будет сделано в разделе 6.

Все вышеприведённые формулы не учитывают сохранения момента количества движения. Возникающие от этого погрешности будут обсуждены в разделе 6, где будут даны соответствующие поправки.

4. МНОЖЕСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАНИЕ π -МЕЗОНОВ

В разделе 2 мы рассмотрели образование одного π -мезона при сравнительно низкой энергии. Теперь мы рассмотрим столкновения при более высоких энергиях, в результате которых может возникать несколько π -мезонов. Грубую картину этих процессов можно получить, вычисляя, согласно (20), относительные вероятности образования 0, 1, 2, ..., n ... π -мезонов. В этой формуле следует положить $s = 2$. Статистическими корреляциями и сохранением момента количества движения будем пренебрегать. Вероятности различных значений n пропорциональны величине

$$\left\{ \frac{251}{w} (w-2)^3 \right\}^n / \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}, \dots, \frac{6n+1}{2} \right). \quad (22)$$

В табл. I даны вычисленные по этой формуле вероятности генерации π -мезонов при различной кратности процесса. В первом столбце дана энергия w нуклеонов в единицах Mc^2 в системе

Таблица I

w	w'	$n=0$	1	2	3	4	5	6	7	$\bar{n}$
2,5	2,1	49	47	4						0,6
3	3,5	9	59	30	2					1,2
3,5	5,1	2	31	46	18	3				1,9
4	7,0		13	40	33	11	2			2,5
5	11,5		2	15	34	31	14	3	1	3,5

центра инерции. Во втором столбце приведена энергия w' первичной частицы (включая и энергию покоя) в лабораторной

системе координат. В следующих восьми столбцах даны выраженные в процентах вероятности процессов различной кратности n . Последний столбец показывает среднее число образованных π -мезонов.

Мы видим, что для кинетической энергии бомбардирующей частицы порядка 1000 Мэв, соответствующей первой строчке таблицы, вероятность упругого рассеяния двух нуклонов составляет 50%. Эта вероятность быстро падает и становится меньше одного процента для энергии бомбардировки порядка 5000 Мэв. С ростом энергии обстрела вероятность кратных процессов растёт, как это следует из таблицы. Согласно (22), наивероятное значение n приближённо равно $2,1(w-2)/w^{\frac{1}{3}}$.

В разделе 6 будет показано, что в области высоких энергий пренебрежение сохранением момента количества движения и статистическими корреляциями приводит к весьма существенным ошибкам. Табл. I даёт только качественные указания на переход от упругого рассеяния к образованию одиночных π -мезонов и затем к кратному образованию этих частиц. Количественные закономерности кратной генерации π -мезонов более достоверно выражает формула (32).

5. ОБРАЗОВАНИЕ АНТИНУКЛЕОНОВ

Если общая энергия двух сталкивающихся частиц $> 4Mc^2$ в системе центра инерции, то тогда становятся возможными процессы, приводящие к образованию нуклеонно-antinуклеонных пар. Если энергия лишь слегка превышает порог $4Mc^2$, образование пар не может сопровождаться образованием дополнительных π -мезонов. С ростом энергии пары, как правило, будут сопровождаться некоторым количеством π -мезонов. Для средних энергий $w < 10$ можно пользоваться формулой (20). Подставляя в неё $s=4$, мы получим статистический вес для образования нуклеонной пары, сопровождающейся испусканием n π -мезонов. При $s=2$ мы получим величину, пропорциональную вероятности того, что пара не образуется и в конце реакции присутствуют два начальных нуклона и n π -мезонов.

Опуская в (20) общий множитель Mc^2 , имеем:

$$S(4, n) = \frac{775}{w^{\frac{11}{6}}} \frac{[6,31(w-4)w^{-1/3}]^{3n + \frac{7}{2}}}{\left(3n + \frac{7}{2}\right)!} \quad (23)$$

При нормировке этих вероятностей к единице следует учесть, что в рассматриваемой области энергий вероятность образования пар не превышает 1%, в силу чего в нормировочном делителе вероятностью образования пар можно пренебречь, и тогда нормировочный делитель превращается в $\sum S(2, n)$. Для вычисления

этой суммы можно применить (21), в результате чего мы приходим к такому выражению для вероятности образования нуклеонной пары и n π -мезонов:

$$P(4, n) = \frac{105}{w} \left(6,31 \frac{w-4}{w^{1/3}} \right)^{3n + \frac{7}{2}} \frac{\exp \left[-6,31 \frac{w-2}{w^{1/3}} \right]}{\left(3n + \frac{7}{2} \right)!}. \quad (24)$$

Числа в столбцах от $n=0$ до $n=4$ включительно следует умножить на 10^{-4} .

Табл. II составлена по формуле (24). w и w' имеют тот же смысл, что и в табл. I. Следующие пять столбцов дают вероятность образования пары и одновременного образования n π -мезонов. Эти вероятности умножены на 10^4 . Восьмой столбец даёт полную вероятность P образования пары.

Как и выше, мы пренебрегали статистическими корреляциями, упомянутыми в разделе 3, и сохранением момента количества движения. По этой причине величины в табл. II дают лишь

Таблица II

w	w'	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	p
$4+\epsilon$	$7,0+\epsilon$	$1000 \epsilon^{7/2}$					$0,1 \epsilon^{7/2}$
4,5	9,1	14	0,6				$1,5 \cdot 10^{-3}$
5	11,5	27	8	0,7			$3,6 \cdot 10^{-3}$
5,5	14,1	21	21	5	0,5		$4,7 \cdot 10^{-3}$
6	17,0	12	25	14	3	0,3	$5,4 \cdot 10^{-3}$

качественное указание на результаты, которые ниже будут получены путём более корректных вычислений.

Наибольшая вероятность образования антинуклеона в рассмотренной нами области энергий есть 0,005. При столкновениях с такими энергиями, по всей вероятности, образуется в среднем два или три π -мезона, откуда следует, что среднее число антинуклеонов, приходящихся на один π -мезон, порядка 0,002. Мы видим, что обнаружить антинуклеоны очень затруднительно даже в области достаточно высоких энергий.

6. СТОЛКНОВЕНИЯ ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Изучение столкновений сверхэнергичных нуклеонов можно упростить, предполагая, что все образующиеся при этом частицы являются крайне релятивистскими, и допуская, что детальный статистический расчёт вероятностей различных событий в данном случае может быть заменён термодинамическим.

Вначале мы будем пренебрегать сохранением момента количества движения. Эффект сохранения будет учтён в конце этого раздела.

Сверхвысокая плотность энергии, внезапно возникающая в объёме Ω , приводит к множественному образованию π -мезонов и нуклеонно-antinуклеонных пар. Так как оба вида частиц являются крайне релятивистскими, плотность энергии будет, согласно закону Стефана, пропорциональна четвёртой степени температуры T .

π -мезоны, как и фотоны, подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Мы предполагаем, что температура настолько высока, что массой покоя можно пренебречь. В таком случае связь между энергией и импульсом π -мезонов будет такой же, как и для фотонов, и закон Стефана для π -мезонов будет таким же, как и в обычном случае чёрного излучения. Единственная разница заключается в статистическом весе. Для фотона статистический множитель есть 2 в соответствии с двумя возможными направлениями поляризации. Если предположить, что π -мезоны имеют спин нуль и отличаются только величиной заряда $\pm e$ или 0, то для них статистический множитель будет 3. Таким образом, умножив стефановскую плотность на $3/2$, мы получим плотность энергии π -мезонов:

$$\frac{3 \cdot 6,494}{2 \pi^2 \hbar^3 c^3} (kT)^4, \quad (25)$$

где численный множитель

$$6,494 = \frac{\pi^4}{15} = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \right)^4.$$

Плотность энергии нуклеонов и антинуклеонов выражается аналогичным образом. Следует только учесть, что статистический множитель в данном случае есть 8 (так как мы имеем четыре сорта нуклеонов и антинуклеонов с двумя возможными направлениями спина) и что эти частицы подчиняются принципу Паули. В крайне релятивистском случае плотность энергии нуклеонов и антинуклеонов есть

$$\frac{4 \cdot 5,682}{\pi^2 \hbar^3 c^3} (kT)^4, \quad (26)$$

где численный множитель

$$5,682 = 6 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{n} \right)^4.$$

Для получения температуры полную энергию системы следует приравнять произведению объёма Ω и суммарной плотности (25) и (26). Учитывая (1), имеем

$$(kT)^4 = 0,152 \frac{\hbar^3 c^3 W^3}{Mc^2 \Omega_0}. \quad (27)$$

Для вычисления числа π -мезонов, нуклеонов и антинуклеонов необходимо знать плотность этих частиц, которая может быть получена стандартными методами статистической механики. В крайне релятивистском случае плотность частиц пропорциональна третьей степени температуры. Для полной плотности π -мезонов и нуклеонов мы имеем:

$$n_{\pi} = 0,367 \frac{(kT)^3}{\hbar^3 c^3}, \quad n_N = 0,855 \frac{(kT)^3}{\hbar^3 c^3}. \quad (28)$$

Полное число π -мезонов и нуклеонов получается путём умножения Ω на (28) с последующей заменой температуры согласно (27). Результат, однако, должен быть изменён в соответствии с сохранением момента количества движения. Мы приведём результаты с поправкой на сохранение. Сохранение момента количества движения снижает полное число частиц и вводит в формулы (28) дополнительный численный множитель 0,51. Кроме этого, сохранение момента количества движения приводит к анизотропии углового распределения в смысле преобладания частиц, возникающих с импульсом, параллельным импульсу начальных нуклеонов. Учитывая все эти поправки, можно показать, что

$$\text{число } \pi\text{-мезонов} = 0,091 \left(\frac{\Omega_0 M W^2}{c \hbar^3} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,54 \sqrt{\frac{W}{Mc^2}}, \quad (29)$$

число нуклеонов и антинуклеонов =

$$= 0,21 \left(\frac{\Omega_0 M W^2}{c \hbar^3} \right)^{\frac{1}{4}} = 1,3 \sqrt{\frac{W}{Mc^2}}. \quad (30)$$

В соответствии с этими результатами полное число заряженных частиц, возникающих при сверхэнергичных столкновениях, равно

$$1,2 \left(\frac{W'}{mc^2} \right)^{\frac{1}{4}},$$

где W' — энергия налетающей первичной частицы в лабораторной системе координат. В этих формулах для Ω_0 были взяты значения (2) и (3).

Выведенные формулы справедливы только для сверхвысоких энергий, порядок которых легко оценить. Подставляя в (27) Ω_0 , согласно (2) и (3) мы получим связь между температурой и энергией:

$$\frac{kT}{Mc^2} = 0,105 \sqrt{\frac{W}{Mc^2}}, \quad (31)$$

откуда следует, что релятивистское условие для нуклеонов $\left(\frac{kT}{Mc^2} > 1 \right)$ выполняется только при $W > 100 Mc^2$. В лабораторной системе координат это соответствует энергии бомбардирующих частиц $\geq 5 \cdot 10^{12}$ эв. При более низких энергиях число

образующихся антинуклеонных пар будет быстро убывать, так как на образование каждой пары требуется минимум $2Mc^2$ энергии. В этом интервале энергии образование пар по всей вероятности лучше описывается формулами раздела 5.

Сравнение (29) с (30) показывает, что число нуклеонов и антинуклеонов, возникающих при сверхэнергичных столкновениях, превосходит число π -мезонов. Причина этого заключается в разнице статистических весов (8 для нуклеонов и 3 для π -мезонов). Антипротоны, наиболее интересные с экспериментальной точки зрения, очевидно, составляют только одну четверть от полного числа частиц (30). Поэтому даже в области сверхвысоких энергий антипротоны образуются в меньшем количестве, чем π -мезоны.

В области промежуточных энергий, где множественное образование π -мезонов ещё возможно, также можно пользоваться методом термодинамики, считая, однако, что в термодинамическом равновесии находится только π -мезонный газ и что активационная энергия пар слишком высока для того, чтобы эти частицы могли образоваться в заметном количестве. Плотность энергии в таком случае будет определяться формулой (25). Численный коэффициент в формуле (27) в этих условиях будет 0,046 вместо 0,152, причём величину W в этой формуле надо заменить на $W - 2Mc^2$, так как собственная энергия нуклеонов не участвует в энергии π -мезонного газа. Вводя ещё множитель 0,51 для учёта сохранения момента количества движения, мы получим следующее приближённое выражение для промежуточных энергий:

$$\text{Число } \pi\text{-мезонов} = 0,323 \frac{M^{\frac{1}{4}} R^{\frac{3}{4}} (W - 2Mc^2)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^{\frac{3}{4}} c^{\frac{1}{4}} W} = 1,34 \frac{(w - 2)^{\frac{3}{2}}}{w}, \quad (32)$$

где $w = \frac{W}{Mc^2}$. Для промежуточных энергий от 10^4 до 10^5 Мэв эта формула, по всей вероятности, даёт лучшие количественные результаты для множественных процессов, чем табл. I. В частности, следует отметить, что кратности, приведённые в последних двух строчках табл. I, сильно завышены: согласно (32) при этих энергиях среднее число π -мезонов должно быть всего порядка 2. Расхождение обусловлено двумя эффектами, которые не были учтены при составлении табл. I: статистическими корреляциями между различными видами π -мезонов и сохранением момента количества движения. Формула (32) приближённо учитывает оба эти обстоятельства.

В настоящее время множественное образование нуклеонов ещё не доступно эксперименту, что затрудняет сравнение наших результатов с опытом. Современная теория, повидимому, приводит к слишком низкой кратности, кроме области энергий порядка

$10^{12} - 10^{13}$ эз. По мере накопления опытных данных можно будет улучшить согласие нашей теории с экспериментом путём изменения значения (3) для R . Если наблюдаемая кратность процессов окажется больше теоретической, то тогда величину R надо будет увеличить, а в противоположном случае уменьшить.

В настоящей теории мы рассматривали только один тип мезонов, а именно π -мезоны. Если существуют более тяжёлые частицы, тесно связанные с нуклеонами (как это, повидимому, вытекает из последних опытов Андерсона³), то они также могут достичь статистического равновесия. Однако большая величина их массы покоя ставит их в невыгодные условия в смысле конкуренции с образованием π -мезонов (кроме области сверхвысоких энергий) и можно ожидать, что в большинстве случаев число π -мезонов будет превосходить число более тяжёлых мезонов.

Часть II

УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ π -МЕЗОНОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ СОУДАРЕНИЯХ НУКЛЕОНОВ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИИ

1. ВВЕДЕНИЕ

Выше (часть I) был обсуждён метод вычисления вероятности образования π -мезонов при соударениях нуклеонов большой энергии. Метод основан на предположении, что взаимодействие между π -мезонами и нуклеонами является настолько сильным, что успевает установиться статистическое равновесие между всеми состояниями, совместимыми с законами сохранения энергии, заряда, момента количества движения и т. д. Точнее говоря, предполагается, что при столкновении двух энергичных нуклеонов весь запас энергии, имеющийся в системе центра масс, выделяется в небольшой эффективный объём, размеры которого порядка размеров π -мезонного облака, окружающего нуклеоны. Путём последовательности процессов Юкава эта энергия может породить состояния, в которых наряду с начальными нуклеонами присутствует некоторое количество π -мезонов. Состояния, в которые может перейти система из начального состояния двух нуклеонов, ограничиваются рядом законов сохранения. Далее делается основное допущение, что вероятность возникновения того или иного состояния пропорциональна вероятности того, что все частицы, отвечающие данному состоянию, будут одновременно находиться в эффективном объёме.

При сравнительно малых энергиях, когда лоренцовым сокращением можно пренебречь, эффективный объём Ω_0 можно считать равным объёму сферы радиуса R

$$\Omega_0 = \frac{4\pi R^3}{3}, \quad (33)$$

где R порядка $\frac{\hbar}{\mu c}$. Численное значение

$$R = \frac{\hbar}{\mu c} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad (34)$$

повидимому, даёт результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом, и это значение было принято для численных расчётов.

При исследовании столкновений в области больших энергий следует учесть лоренцово сжатие. Это было сделано в части I путём замены эффективного объёма Ω_0 величиной

$$\Omega = \frac{(2 Mc^2)}{W} \Omega_0, \quad (35)$$

где W есть полная энергия (включая и энергию покоя) двух сталкивающихся нуклеонов в системе центра инерции, а величина $\frac{2 Mc^2}{W}$ есть известный коэффициент лоренцова сжатия. Этот пункт можно обосновать следующим образом.

При всех рассматриваемых энергиях де-бройлевская длина волны нуклеонов много меньше R , в силу чего движение нуклеонов можно рассматривать как квазиклассическое. π -мезонное поле, окружающее нуклеоны, будет лоренцово сжато и в результате столкновения вся энергия выделится сначала в сжатый объём (35). Вскоре после этого начнутся различные реакции, и одновременно с этим эффективный объём начнёт расширяться, что приведёт к постепенному падению концентрации энергии. Предположение (35) будет справедливым, если допустить, что эффективное время реакции определяется максимальной концентрацией энергии и что равновесие, достигнутое на этой ранней стадии процесса, «замораживается» раньше, чем расширение эффективного объёма становится ощутимым.

На этих основаниях выражение (35) было использовано в части I для вычисления вероятного числа заряженных частиц, образующихся при ядерных столкновениях в области очень больших энергий. Были получены две различные формулы для этого числа, а именно,

$$1,2 \left(\frac{W'}{Mc^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (36)$$

и

$$1,06 \left(\frac{W'}{Mc^2} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (37)$$

причём первая соответствует случаю рождения нуклеонно-анти-

нуклеонных пар, а вторая — их отсутствию. W' есть энергия первичного нуклеона в лабораторной системе координат.

Для проверки этих формул в настоящее время имеется лишь небольшой опытный материал. Наибольшее количество звёзд в космических лучах, вызванных энергичными протонами, представляет собой взрывы тяжёлых ядер, происходящие в условиях, в которых процессы множественного образования частиц должны играть очень большую роль. Случаи, когда можно считать, что столкновение произошло между протоном космических лучей и отдельным нуклеоном, очень редки. Недавно Шайн⁴ с сотрудниками обнаружили очень интересный случай такого рода, вызванный, повидимому, протоном с энергией порядка $3 \cdot 10^{13}$ эв. Наблюдалось 15 треков минимальной ионизации, причём большинство из них расположено в конусе с раствором порядка 0,003 радиана. Наличие только двух треков меньшей энергии указывает на то, что столкновение произошло на поверхности ядра и что в процессе мог участвовать только один нуклеон. Другая фотография со сходными характеристиками была опубликована бристольской группой⁵. В этом случае энергия первичного протона была значительно меньше и её можно оценить в $3 \cdot 10^{12}$ эв. При $W' = 3 \cdot 10^{13}$ эв формулы (36) и (37) дают для вероятного числа заряженных частиц значения 16 и 14 (наблюдено 15). Для второй звезды, предполагая $W' = 3 \cdot 10^{12}$ эв, из этих формул получаются наименее вероятные значения 9 и 8 (наблюдено 7). Согласие с экспериментом показывает, что предположение о лоренцовом сжатии эффективного объёма не должно содержать большой ошибки. Следует, однако, помнить, что среднее число частиц, возникающих в процессах данного вида, зависит только от корня четвёртой степени от Ω , в силу чего изменение этого объёма в 2 или в 3 раза вызовет лишь малые изменения среднего числа частиц.

2. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Главная цель настоящей работы состоит в исследовании углового распределения на основе статистической модели. В лабораторной системе координат угловое распределение частиц, возникающих при высокоэнергичных ядерных соударениях, проявляет поразительную тенденцию распада на два распределения: одно из них, очень узкое, содержит около 50% частиц, а второе, содержащее остальные частицы, имеет вид конуса с гораздо более широким раствором. Шайн⁴ с сотрудниками настойчиво придерживаются этой точки зрения и заключают, что при переходе к системе центра масс угловое распределение сводится к двум пучкам частиц в двух полярных направлениях. Хотя такая концентрация и кажется странной, она, однако, не сводится в систе-

ме центра инерции к очень малым углам, ибо заметное число частиц отклоняется от полярной оси на углы до 40 или 50 градусов. В случае звезды Шайна полная энергия в системе центра инерции порядка 250 Mc^2 . Включая и ненаблюдаемые нейтральные частицы, можно считать, что в звезде имеется примерно 25 частиц, каждая из которых в среднем имеет энергию порядка 10^{10} эв , — оценка, вполне совместимая с прямыми измерениями энергии в лабораторной системе координат. Частица с энергией 10^{10} эв имеет длину волны $\lambda \approx 2 \cdot 10^{-15} \text{ см}$. Радиус действия ядерных сил $R = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, исходя из чего можно думать, что наибольшее отклонение от полярной оси должно иметь порядок $\frac{\lambda}{R} \approx 0,015 \approx 1^\circ$. Такое допущение, очевидно, находится в резком противоречии с наблюдениями, которые указывают на гораздо более широкое угловое распределение.

Приступим к обсуждению углового распределения, вытекающего из статистической теории. С первого взгляда может показаться, что эта теория приведет к изотропному распределению в системе центра инерции, так как можно думать, что испарение частиц из эффективного объема Ω будет подчиняться аналогу распределения Максвелла, приводящему к сферической симметрии. Более подробный анализ показывает, однако, что такое заключение ошибочно, и что теория приводит к распределению, очень сходному с наблюдаемым. Количественно это вытекает из следующих соображений.

Крайне невероятно, что столкновение двух нуклеонов окажется строго центральным. Гораздо более вероятными являются такие столкновения, при которых частицы пролетают на некотором расстоянии друг от друга и при которых система обладает значительным моментом количества движения. В случае звезды Шайна момент может достигать многих сотен или тысяч единиц $\hbar$. Так как момент должен сохраняться между начальным и конечным состояниями, вылетающие частицы должны иметь весь начальный запас момента количества движения. Вследствие этого угловое распределение вылетающих частиц уже не будет сферически симметричным, даже в том случае, если буквально следовать статистическому или термодинамическому методу вычислений, развитому в части I. Закон статистического распределения обычно пишется в предположении, что единственной сохраняющейся величиной является энергия, и вид этого закона изменится, если система такова, что в ней сохраняются и другие величины, например, момент количества движения. Изменения закона статистического равновесия нарушают изотропное распределение скоростей частиц.

Прежде чем приступать к количественным выводам, рассмотрим качественно роль лоренцова сокращения, сплющивающего

эффективный объём Ω . На рис. 1 прямые a и b суть траектории двух нуклеонов в системе центра инерции, а кривая c представляет собой сечение сплющенного эффективного объёма Ω , в который выделяется энергия в начальный момент времени. Момент количества движения в данном случае направлен вверх, перпендикулярно к плоскости рисунка.

Введём систему координат x, y, z , начало которой совпадает с центром объёма Ω , ось y направлена по траекториям a и b

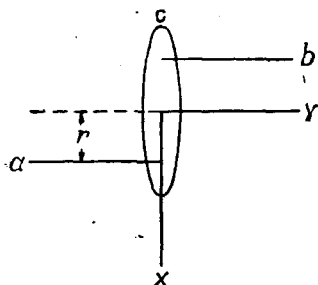


Рис. 1. Траектории нуклеонов в системе центра масс.

в двух нуклеонах, а ось z (не показанная на рис. 1) перпендикулярна к плоскости ab и совпадает с направлением момента количества движения. После столкновения все образовавшиеся частицы разлетятся из объёма Ω . Так как эффективный объём сильно сплюснут и y -размерами можно пренебречь, z -компонента момента количества движения частицы, вылетающей из точки x, z (y очень мало), будет

$$Z = xp \cos \vartheta, \quad (38)$$

где p есть импульс частицы, а ϑ — угол между импульсом и осью y . Вылетающие частицы должны унести большой запас момента количества движения, откуда следует, что частицы, испущенные из точек с $x > 0$, должны иметь $\cos \vartheta > 0$, причём $\cos \vartheta$ должен быть максимальным и, стало быть, угол ϑ для таких частиц будет очень малым. Частицы, вылетающие из точек с $x < 0$, также несут большой запас положительного момента количества движения; для них $\cos \vartheta < 0$ и близок к -1 , т. е. угол ϑ близок к 180° . Из этих качественных рассуждений следует, что угловое распределение частиц не будет изотропным и что частицы преимущественно будут испускаться в двух полярных направлениях $\vartheta = 0^\circ$ и $\vartheta = 180^\circ$. Для количественной оценки эффекта необходимо знать истинную форму эффективного объёма Ω . Предположение, что этот объём есть сильно сплюснутый эллипсоид, получающийся лоренцовым сжатием сферы (33), является слишком упрощённым, особенно в случае, изображённом на рис. 1, когда нуклеоны a и b сталкиваются на больших прицельных расстояниях. С другой стороны, без значительного произвола невозможно специализировать действительную форму эффективного объёма. Поэтому в дальнейших расчётах мы считаем объём Ω сплюснутым эллипсоидом с поперечной осью R и с очень малой осью симметрии, полностью отдавая себе отчёт в грубости такой модели.

Проведём вычисления в термодинамическом приближении, которое применимо в области очень больших энергий. Если

в процессе столкновения сохранялась бы одна только энергия W , то тогда среднее число частиц в состоянии с энергией w в объеме Ω было бы равно

$$\frac{1}{e^{\beta w} - 1}, \quad (39)$$

где $\beta = \frac{1}{kT}$. Формула справедлива для частиц, подчиняющихся статистике Бозе-Эйнштейна. В противоположном случае в знаменателе -1 следует заменить на $+1$. В рассматриваемом приближении угловое распределение оказывается не зависящим от типа статистики частиц, на основании чего в дальнейшем будет подробно рассмотрен случай одной только статистики Бозе-Эйнштейна. Формула (39) неприменима в том случае, если наряду с энергией сохраняется и z -компонента момента количества движения. В таком случае вместо (39) следует писать

$$\frac{1}{e^{\beta w - \lambda z} - 1}, \quad (40)$$

где постоянные β и λ подбираются таким образом, чтобы полная энергия и z -компонента момента количества движения имели бы правильные значения*).

Мы ограничимся только случаем, когда все частицы являются крайне релятивистскими в системе центра инерции, в соответствии с чем полагаем:

$$w = cp, \quad z = xp\eta, \quad (41)$$

где $\eta = \cos \vartheta$. Вводя обозначения

$$\gamma = c\beta, \quad \rho = \frac{\lambda R}{c\beta}, \quad (42)$$

запишем закон распределения (40) в виде:

$$\frac{1}{\exp \left[\gamma p \left(1 - \frac{\rho \eta x}{R} \right) \right] - 1}. \quad (43)$$

Число частиц в элементе объема фазового пространства равно выражению (43), умноженному на элемент фазового объема и деленному на $(2\pi\hbar)^3$. Рассмотрим элемент фазового объема, соответствующий пространственному элементу объема

$$\left(\frac{2Mc^2}{W} \right) \pi (R^2 - x^2) dx, \quad (44)$$

*) Заметим, что сохраняется не только z -компонента момента, но и его x - и y -компоненты. В (40) фигурирует только z -компонента потому, что коэффициенты типа λ для остальных компонент обращаются в нуль, если компоненты момента по двум остальным направлениям исчезают. По этой же причине в (40) отсутствуют члены, соответствующие импульсу образующихся частиц, хотя импульс тоже сохраняется (в системе центра инерции полный импульс исчезает).

заключённому между абсциссами x и $x + dx$, и элементу импульсного объёма

$$2\pi p^2 dp d\eta, \quad (45)$$

отвечающего частицам с величиной импульса между p и $p + dp$, для которых $\cos \vartheta$ лежит между η и $\eta + d\eta$. Число частиц в таком элементе есть

$$dn = \frac{Mc^3}{2\pi\hbar^3 W} \frac{(R^2 - x^2) dx p^2 dp d\eta}{\exp\left[\gamma p \left(1 - \frac{\rho\eta x}{R}\right)\right] - 1}. \quad (46)$$

Интегрирование этого выражения (по p от 0 до ∞ , по x от $-R$ до $+R$ и по η от -1 до $+1$) приводит к следующему значению полного числа N частиц данного вида:

$$N = \frac{a}{2\pi} \frac{Mc^3 R^3}{W\hbar^3 \gamma^3} \left(\frac{1 + \rho^2}{\rho^3} \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho} - \frac{2}{\rho^2} \right), \quad (47)$$

где численный множитель

$$a = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 2,413 \quad (48)$$

возникает от интегрирования по p . Умножив (46) на энергию cp частиц и интегрируя по p , x и η , получим полную энергию частиц:

$$W' = \frac{b}{3\pi} \frac{Mc^3 R^3}{W\hbar^3 \gamma^4} \left(\frac{1}{\rho} \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho} + \frac{2}{1 - \rho^2} \right), \quad (49)$$

где

$$b = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{15} = 6,494. \quad (50)$$

Наконец, умножив (46) на $x\rho\eta$ и интегрируя, получим полную z -компоненту момента количества движения частиц:

$$M_z = \frac{b}{2\pi} \frac{Mc^3 R^4}{W\hbar^3 \gamma^4} \left(\frac{2}{\rho^3} + \frac{\left(\frac{4}{3\rho}\right)}{1 - \rho^2} - \frac{1 + \frac{1}{3}\rho^2}{\rho^4} \ln \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right). \quad (51)$$

Формулы (49) и (51) выражают энергию и момент частиц одного определённого рода, например, нейтральных π -мезонов. Если в системе присутствуют частицы разного рода, например, нейтральные и заряженные π -мезоны или различные виды нуклонов и антинуклонов, то тогда (49) и (51) сохраняют свой вид, но численное значение постоянной b становится другим. Из формул (49) и (51) можно определить параметры γ и ρ . В случае столкновения, изображённого на рис. 1, каждый из начальных нуклонов имеет

энергию $\frac{W}{2}$ и импульс $\frac{W}{2c}$. Следовательно, полный момент этой системы равен $M_z = W \frac{r}{c}$, где r есть прицельное расстояние нуклеонов от центра эффективного объема Ω . Исходя из этого выражения для M_z и деля (51) на (49), имеем:

$$\frac{r}{R} = \frac{3 f_1(\rho)}{2 f_2(\rho)}, \quad (52)$$

где f_1 и f_2 суть функции, стоящие в скобках в (51) и (49) соответственно. Правая часть (52), как функция ρ , дана во втором столбце табл. III. Соотношение (52) можно использовать для вычисления параметра ρ , фигурирующего в законе распределения (43). Параметр $\rho=0$ при $r=0$, т. е. для строго центрального столкновения. В этом случае η выпадает из (43) и угловое распределение оказывается сферически симметричным. Для больших значений r , ρ приближается к единице и в таком случае функция распределения (43) резко зависит от угла ϑ . Для получения явного вида углового распределения, проинтегрируем (46) по ρ и по x , в результате чего мы получим число частиц, для которых η лежит между η и $\eta + d\eta$. Мы имеем:

$$\frac{dn}{d\eta} = \frac{aMc^2 R^3 f_4(\rho\eta)}{2\pi W \hbar^3 \gamma^3}, \quad (53)$$

где

$$f_4(x) = \frac{2}{a^2(1-a^2)} - \frac{1}{a^3} \ln \left(\frac{1+a}{1-a} \right). \quad (54)$$

Численные значения этой функции приведены в табл. III.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Угловое распределение частиц дается формулой (53). Так как $d\eta = -\sin \vartheta d\vartheta$ пропорционально элементу телесного угла, $\frac{dn}{d\eta}$ будет постоянным для изотропного распределения. Это будет иметь место, например, для строго центрального столкновения, когда $r=\rho=0$. Если прицельный параметр r , а стало

Таблица III
Численные данные для (52) и (54)

ρ	$\frac{3 f_1(\rho)}{2 f_2(\rho)}$	$f_4(\rho)$
0	0,000	1,33
0,1	0,022	1,35
0,2	0,048	1,40
0,3	0,088	1,53
0,4	0,123	1,63
0,5	0,160	1,88
0,6	0,204	2,26
0,7	0,270	2,95
0,8	0,368	4,39
0,9	0,528	8,96
0,92	0,574	11,3
0,94	0,634	15,3
0,96	0,710	23,3
0,98	0,814	47,7
0,99	0,876	97,0
1,0	1,000	

быть, и r отличны от нуля, то в таком случае функция $f_4(p\eta)$ не является постоянной и достигает наибольших значений для $\eta = \pm 1$. Максимумы этой функции тем более выражены, чем ближе r к единице.

Следует ожидать, что r меняется от столкновения к столкновению в пределах от 0 до R . Среднее значение r равно $\frac{R}{\sqrt{2}}$. Столкновения, для которых r больше (или меньше), чем это значение, будут приводить к угловому распределению более

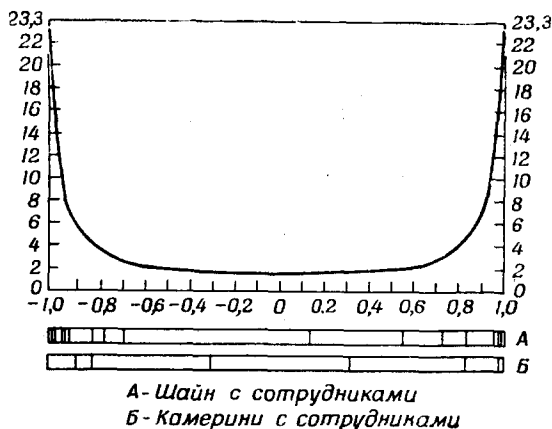


Рис. 2. Зависимость $f_4(0,959 \eta)$ от η .

(или менее) резко выраженному, чем в случае среднего столкновения с $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$.

Рис. 2 представляет функцию $f_4(p\eta)$ как функцию η для $p = 0,959$, что соответствует $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$. Кривая представляет собой угловое распределение для среднего столкновения; для изотропного распределения мы получили бы прямую, параллельную оси η . Легко видеть, что частицы редко группируются в двух направлениях $\eta = +1$ и $\eta = -1$, причём концентрация частиц имеет ещё заметную величину для $\eta = \pm 0,8$, чему соответствуют углы 37° и 143° . Для сравнения с экспериментом мы изобразили на рис. 2 предполагаемый вид углового распределения для двух вышеупомянутых звёзд^{4, 5}. При обработке опытных данных был допущен некоторый произвол при переходе от лабораторной системы к системе центра инерции, так что полученные результаты являются лишь общим указанием на характер экспериментальных

данных. Легко заметить, что теоретическое угловое распределение отнюдь не несовместимо с опытом.

Как уже было отмечено выше, возможно, что различные столкновения будут сопровождаться разным угловым распределением образующихся частиц. Центральные столкновения должны приводить к более изотропному распределению, чем на рис. 2, а в случае очень эксцентричных столкновений угловое распределение будет более резким.

Вычисленное нами угловое распределение не зависит от энергии столкновения. Для малых энергий изложенная простая теория, однако, неприменима по двум причинам: во-первых, в этом случае лоренцово сжатие эффективного объема мало и, во-вторых, при малых энергиях частицы нельзя считать крайне релятивистскими в системе центра инерции.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. Heisenberg, *Nature* **164**, 65 (1949); *Zeits.f. Physik* **126**, 569 (1949).
2. H. W. Lewis, J. R. Oppenheimer and S. A. Wouthuysen, *Phys. Rev.* **73**, 127 (1948).
3. A. J. Seriff, R. B. Leighton, C. Hsiao, E. W. Cowan and C. D. Anderson, *Phys. Rev.* **78**, 290 (1950).
4. Lord, Fainberg and Schein, *Phys. Rev.* **80**, 970 (1950).
5. Camerini, Fowler, Lock and Muirhead, *Phil. Mag.* **41**, 413 (1950).

ОТ ПЕРЕВОДЧИКА

И. Я. Померанчук [ДАН **78**, 889 (1951)] обратил внимание, что выводы, сделанные Ферми, могут оказаться количественно несправедливыми, благодаря незаконности применения статистики релятивистского идеального газа к сильно взаимодействующей системе. Так как размеры области, в которой рождаются частицы, сравнимы с радиусом их взаимодействия, то они (частицы) будут сильно взаимодействовать друг с другом, что в свою очередь приведёт к рождению новых частиц.
