

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**ПОЛЯРИЗАЦИЯ БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ  
И НЕЙТРОНОВ***Левинтов И. И.*

## ПОЛЯРИЗАЦИЯ ПРИ РАССЕЯНИИ

Нецентральность ядерных сил приводит, как известно, к сильной зависимости взаимодействия от полного момента системы нуклонов. В частности, энергетические уровни отличающиеся разной ориентацией спина относительно орбитального момента (значением  $(\mathbf{l}, \mathbf{s})$ ), отстоят друг от друга на несколько *Мэв* (спин-орбитальное взаимодействие). Таким образом, зависимость ядерных сил от ориентации спина относительно орбиты в системе нуклонов близка, по порядку величины, к зависимости сил от ориентации спинов (ср. синглетное и триплетное состояния дейтона). Одним из следствий этого в теории строения ядер являются особенности порядка следования заполнения ядерных оболочек<sup>1</sup>.

Спин-орбитальное взаимодействие сказывается также в процессах упругого рассеяния и ядерных реакциях и приводит в случае лёгких элементов к появлению резонансов, связанных с разной ориентацией  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{s}$  в промежуточном состоянии. Важными экспериментальными следствиями проявления  $\mathbf{l}$ - и  $\mathbf{s}$ -взаимодействия в ядерных реакциях являются особенности в характере угловых распределений и поляризации продуктов реакции. В случае частиц со спином  $1/2$  под поляризацией  $\mathbf{P}$  понимают вектор, равный среднему значению спина частицы  $\mathbf{P} = \frac{\psi^* \boldsymbol{\sigma} \psi}{\psi^* \psi}$ , где  $\boldsymbol{\sigma}$  — оператор спина Паули. Таким образом, если направление преимущественной ориентации спинов совпадает с осью  $Z$ , то величина поляризации

$$|\mathbf{P}| = \frac{n \uparrow - n \downarrow}{n \uparrow + n \downarrow},$$

где  $n \uparrow$ ,  $n \downarrow$  — доля частиц со спинами, ориентированными по и против  $Z$  соответственно.

На возможность появления поляризации быстрых нуклонов при рассеянии неполяризованных пучков на неполяризованных мишенях указал Швингер<sup>2</sup>. Основные результаты квантово-механической теории поляризации быстрых нуклонов получены в работах Вольфенштейна<sup>3,4</sup>, Лепора<sup>5</sup> и Далица<sup>6</sup>. В данном обзоре вопросы поляризации будут рассмотрены на простейшем примере рассеяния частиц со спином  $1/2$  на частицах со спином 0.

Упругое рассеяние и поляризация ядерных частиц со спином  $1/2$  при наличии связи спина с орбитой допускают наглядную качественную интерпретацию, правильно отражающую основные особенности этих процессов.

Эти наглядные представления — не более чем иной способ записи сложных формул, но они полезны, так как отражают суть дела, которая при формальном изложении затемнена.

Рассмотрим сначала бесспиновое рассеяние, т. е. случай, когда взаимодействие частиц не зависит от ориентации их спиновых и орбитальных моментов. В случае ядерных сил, для которых спиновые взаимодействия очень велики, это имеет фактически место лишь для частиц с нулевым спином.

### 1. Упругое рассеяние незаряженных частиц со спином 0

Используя результаты точной теории (см., например, Мот и Месси<sup>7</sup>), представим волновую функцию падающих частиц  $\psi_{\text{пад}}$  в виде бесконечной плоской волны, движущейся вдоль оси  $Z$  (ось  $Z$  совпадает с направлением падающего пучка):

$$\psi_{\text{пад}} = e^{ikz}, \quad (1)$$

где

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar} = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar},$$

$\mu$  и  $E$  — приведённая масса и энергия в системе центра тяжести ( $\mu$ -системе):

$$E = \frac{M_1}{M_1 + M_2} E_{\text{лаб}}, \quad \mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}.$$

Волновая функция рассеянных частиц, являющаяся результатом решения уравнения Шредингера для поля центральных сил, представляется на больших расстояниях от центра как расходящаяся волна в виде

$$\psi_{\text{расс}} = \frac{1}{r} e^{ikr} f(\theta) = \frac{1}{r} e^{ikr} \sum_0^{l_{\text{макс}}} (2l + 1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l^0(\cos \theta), \quad (2)$$

причём  $f(\theta)$  нормирована таким образом, что сечение рассеяния

в угле  $\theta$ :  $\sigma(\theta) = \psi_{\text{расс}}^* \psi_{\text{расс}} = |f(\theta)|^2$  и полное сечение

$$\sigma_{\text{полн}} = \int_0^\pi |f(\theta)|^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta = \frac{4\pi}{k^2} \sum_0^{l_{\text{макс}}} (2l + 1) \cdot \sin^2 \delta_l \quad (3)$$

Написанные выражения обычно интерпретируются следующим образом. Каждая отдельная частица, представляемая бесконечной плоской волной  $e^{ikhz}$ , может рассеяться, имея одновременно набор разных моментов количества движения ( $l$ ) относительно  $z$ -системы. Рассеянные  $l$ -волны имеют сдвиг фазы ( $\delta_l$ ) относительно невозмущённой падающей волны и амплитуду  $\sim \sin \delta_l$ , которая определяется интерференцией падающей и рассеянной  $l$ -волны. В случае ядерных (короткодействующих) сил при данной энергии частиц в рассеянии участвует ограниченное число  $l$ -волн, т. е. отличными от нуля являются немногие фазы  $\delta_l$ . Это вызвано тем, что момент количества движения частицы  $hl \approx |\mathbf{r}, \mathbf{p}| = r_0 p$ , где  $r_0$  — параметр удара, а  $p$  — импульс. Таким образом, рассеяние с моментом  $l$  можно считать происходящим с кольца рассеяния, расположенного в плоскости нормальной оси падающего пучка и имеющего диаметр  $2r_0 \approx 2 \frac{\hbar l}{p} \approx \frac{\lambda}{2} l$ . Если частица с импульсом  $\mathbf{p}$  обладает столь большим моментом, что  $r_0 > R$ , где  $R$  — радиус действия ядерных сил, то взаимодействия нет и сдвиг фазы  $\delta_l = 0$ .

Так как  $R \approx r_n A^{1/3}$ , где  $r_n$  — «радиус» нуклона, равный  $1,5 \cdot 10^{-13}$  см, а  $A$  — атомный номер, то при данных энергии и массе налетающей частицы максимальный момент  $l_{\text{макс}}$ , для которого  $\delta_l \neq 0$ , в общем увеличивается с массой ядра, так как частица с большим параметром удара попадает в область действия ядерных сил из-за увеличения радиуса ядра. Максимальную величину  $l_{\text{макс}}$ , для которой  $\delta_l \neq 0$ , можно грубо оценить, положив:

$$l_{\text{макс}} \approx \frac{R}{\lambda} = 1,4 \frac{r_n m_n^{1/2}}{\hbar} A^{2/3} \left( \frac{A_0}{A + A_0} \right)^{1/2} E^{1/2},$$

где  $m_n$  — масса нуклона,  $A$  и  $A_0$  — атомные номера ядра мишени и налетающего ядра,  $E$  — энергия налетающей частицы.

Сдвиг фазы зависит от энергии налетающей частицы и определяется потенциалом взаимодействия  $U(r)$ :

$$\sin \delta_l \approx - \int_0^\infty \psi_{\text{расс}}^* U(r) \psi_{\text{пад}} dr, \quad (4)$$

так что силам притяжения ( $U(r) < 0$ ) соответствуют  $\delta > 0$ , а силам отталкивания  $\delta < 0$ . Силы притяжения приводят при

некоторых энергиях взаимодействующих частиц к резонансным эффектам. В случае наличия резонанса

$$\operatorname{tg} \delta_l = \frac{\Gamma_l}{E_{\text{рез}} - E}, \quad (5)$$

где  $\Gamma_l$  и  $E_{\text{рез}}$  — ширина и энергия резонанса. Следовательно, при энергии, соответствующей резонансу,  $\delta_{\text{рез}} = \frac{\pi}{2}$ .

Таким образом, сдвиги фаз полностью характеризуют взаимодействие, так как их величины, с одной стороны, определяют зависимости сечений и угловых распределений процесса от энергии и, с другой стороны, однозначно связаны с характером ядерных сил. Поэтому конечной задачей всякого эксперимента по рассеянию является (по крайней мере в принципе) определение набора сдвигов фаз и их зависимости от энергии.

Угловое распределение амплитуд волн, рассеянных с моментом  $l$ , определяется сферическими функциями типа  $P_l(\cos \theta)$  (полиномы Лежандра).

Для понимания поляризации важно графически интерпретировать угловую зависимость  $P_l(\cos \theta)$ .

То, что в разложении рассеянной волны по собственным функциям момента количества движения входят только полиномы типа  $P_l(\cos \theta)$ , связано с осевой симметрией рассеяния и означает, что рассеянные волны отвечают частицам с вектором момента количества движения, имеющим проекцию на ось падения  $Z$ , равную 0.

В случае рассеяния центральными силами классических частиц равенство нулю проекций моментов на ось падающего пучка очевидно. На рис. 1 изображены классические частицы

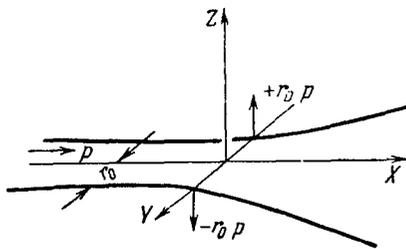


Рис. 1

с параметром удара  $r_0$ , рассеянные в плоскости  $XY$ . Их моменты, равные векторному произведению  $[\mathbf{r}, \mathbf{p}]$ , нормальны к плоскости рассеяния и, следовательно, имеют нулевую проекцию на ось падающего пучка. Кроме того, заметим, что проекция момента правой частицы на ось, нормальную к плоскости рассеяния, равна  $+r_0 p$ , а проекция момента левой частицы на ту же ось равна  $-r_0 p$ .

Такой характер классического рассеяния наводит на мысль рассмотреть и волново-механическое рассеяние в определённой плоскости (например  $X', Y'$ ), где  $X'$  совпадает с осью падающего

пучка. При таком рассмотрении рассеянная волна, соответствующая моменту  $l$ , имеющему нулевую проекцию на ось падающего пучка (эта волна имеет угловую зависимость амплитуды  $P_l(\cos \theta)$ , см. (2)), представляется как суперпозиция волн, имеющих определенные проекции момента на ось  $Z'$ , нормальную к плоскости рассеяния. Это разложение эквивалентно повороту прежней системы координат, в которой ось падающего пучка совпадала с осью  $Z$ , вокруг оси  $Y$  на угол  $\frac{\pi}{2}$  и его можно легко провести, используя, например, теорему сложения полиномов Лежандра.

В результате получается:

$$\begin{aligned}
 (\psi_l)_{\text{расс}}(\theta) &= \frac{1}{r} (2l + 1) \cdot \sin \delta_l e^{i(kr + \delta_l)} \cdot P_l^0(\cos \theta) = \\
 &= \frac{1}{r} \cdot \sin \delta_l \sum_{m=-l}^{m=+l} a_l^m \cdot e^{i(kr + \delta_l + m\theta)}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

В равенстве (6) левая часть отвечает волне, имеющей нулевую проекцию момента на ось падающего пучка, а правая часть даёт искомое представление этой волны в виде группы из  $(2l + 1)$  волн, принадлежащих определённым значениям проекции момента на ось, нормальную к плоскости рассеяния (ось  $Z'$ ). Проекции момента на ось  $Z'$  принимают значения

$$mh = lh, (l - 1)h, \dots, 0, \dots, -(l - 1)h, -lh.$$

Волны с проекциями момента  $> 0$  соответствуют в классической картине прохождению частиц справа от центра рассеяния и наоборот.

Коэффициенты разложения  $a_l^m = [P_l^m(\cos 90^\circ)]^2$  представляют амплитуды вероятности различных значений проекции момента количества движения на ось  $Z$  (нормальную к плоскости рассеяния) для частицы, рассеивающейся в плоскости  $X', Y'$  с моментом  $l$ .

Значения этих коэффициентов для  $S$ -,  $P$ - и  $D$ -волн таковы:

$$\begin{array}{l}
 S\text{-волна } (l=0) \quad m=0, \quad a_0^0=1, \\
 P\text{-волна } (l=1) \quad \left\{ \begin{array}{l} m=+1, \quad a_1^{+1}=1, \\ m=0, \quad a_1^0=0, \\ m=-1, \quad a_1^{-1}=1, \end{array} \right. \\
 D\text{-волна } (l=2) \quad \left\{ \begin{array}{l} m=+2, \quad a_2^{+2}=9, \\ m=+1, \quad a_2^{+1}=0, \\ m=0, \quad a_2^0=1/4, \\ m=-1, \quad a_2^{-1}=0, \\ m=-2, \quad a_2^{-2}=9. \end{array} \right.
 \end{array}$$

Существует точная геометрическая интерпретация процесса рассеяния, представленного в виде разложения (6). Однако эта интерпретация не проста и поэтому плохо служит основной цели этой работы — дать наглядное представление о волново-механической сущности процессов рассеяния и поляризации. Поэтому мы ограничимся изложением упрощённой, но весьма наглядной качественной картины, правильно отражающей все особенности процессов.

Сделаем это сначала для  $P$ -рассеяния. Так как  $P_1(\cos \theta) = \cos \theta$ , то рассеянная  $P$ -волна: ( $r \rightarrow \infty$ )

$$\begin{aligned} \psi_{P \text{ расc}} &= \frac{1}{r} \sin \delta_1 \cdot e^{i(kr + \delta_1)} \cos \theta = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} \sin \delta_1 \{ e^{i(kr + \delta_1 + \theta)} + e^{i(kr + \delta_1 - \theta)} \}. \end{aligned} \quad (7)$$

Раньше (левая часть (7)) рассеянная  $P$ -волна описывалась одной радиальной волной  $\frac{1}{r} e^{i(kr + \delta_1)}$  с амплитудой, зависящей от  $\theta$ , как  $\cos \theta$ . Теперь (правая часть (7)) то же  $P$ -рассеяние представлено в виде суперпозиции двух интерферирующих волн с амплитудами  $a_1^{\pm 1} = 1$ , не зависящими от угла рассеяния  $\theta$ . Но зато разность хода этих волн, т. е. разность показателей экспонент в выражении (7), зависит от  $\theta$ . Когда  $\theta = 0$  (рассеяние вперёд), разность хода равна нулю и волны взаимно усиливаются, причём амплитуда положительна ( $\cos 0 = +1$ ). Когда  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , разность хода равна  $\pi$  и волны взаимно гасятся; когда  $\theta = \pi$  (рассеяние назад), разность хода составляет  $2\pi$  и волны опять взаимно усиливаются, но амплитуда становится отрицательной ( $\cos \pi = -1$ ).

С другой стороны, одна из этих волн  $e^{i(kr + \delta_1 + \theta)}$  (будем её в дальнейшем обозначать  $\psi_1^{+1}$ ) соответствует моменту, проекция которого на ось  $Z'$  равна  $+1\hbar$ , а другая  $\psi_1^{-1} \sim e^{i(kr + \delta_1 - \theta)}$  имеет момент  $-1\hbar$ . Наконец, так как речь идёт о  $P$ -рассеянии, волны должны отходить от кольца рассеяния диаметром  $\sim \frac{\lambda}{2}$ .

На рис. 2а изображено кольцо рассеяния диаметром  $\frac{\lambda}{2}$ . Волны  $\psi_{\text{пад}}^{+1}$  и  $\psi_{\text{пад}}^{-1}$ , представляющие падающую частицу, подходят к кольцу рассеяния слева направо вдоль оси  $X'$  к точкам  $a$  и  $b$ . Рассеянные волны  $\psi_{\text{расc}}^{-1}$ ,  $\psi_{\text{расc}}^{+1}$  отходят из точек  $a$  и  $b$  в плоскости  $Z'Y'$ . Стрелки соответствуют средним значениям векторов моментов количества движения, связанных с волнами  $\psi_1^{\pm 1}$ . Их проекции на ось падающего пучка равны нулю, а на ось  $Z'$  равны  $\pm 1\hbar$ . Сдвиг фазы  $\delta_1$  при рассеянии показан как излом рассеянных  $\psi_1^{\pm 1}$  волн по сравнению с соответствующими падающими вол-

нами в точках  $(a, b)$  \*). На рис. 2а амплитуда рассеянных волн должна быть  $\sim \sin \delta_1$  (на графике это условие не соблюдено).

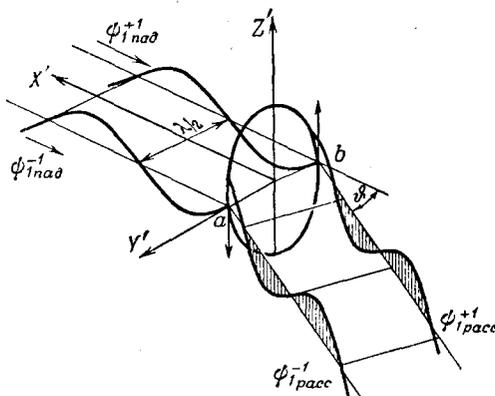


Рис. 2а.

Следует подчеркнуть, что падающие  $\psi_1^{\pm 1}$  и  $\psi_1^{-1}$  волны подходят к кольцу с одинаковой фазой. Это обстоятельство связано с тем, что обе волны принадлежат одной и той же частице и, следовательно, когерентны.

Для получения результирующей амплитуды волны, рассеянной на угол  $\theta$ , следует вращать обе волны  $\psi_1^{\pm 1}$  в плоскости  $X', Y'$  вокруг стрелок моментов на нужный угол. В результате возникает разность хода, которая приводит к взаимному гашению при рассеянии на  $\theta = 90$  (рис. 2б) и усилению при  $\theta = 0, \pi$ .

При  $P$ -рассеянии на  $\theta > \frac{\pi}{2}$  амплитуда рассеянных волн меняет знак, оставаясь по абсолютной величине равной амплитуде волн, рассеянных вперёд на угол  $\pi - \theta$ . Это обстоятельство вытекает из нечётности  $P$ -функции (перемена знака при отражении в начале координат) и

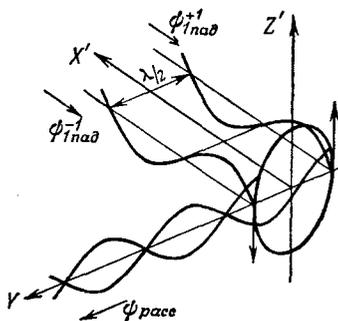


Рис. 2б.

не проявляется при вращении  $P$ -волн на  $\theta > \frac{\pi}{2}$  в данном упрощённом графическом представлении. Поэтому для правильного пред-

\*) Фактически сдвиг фазы проходит постепенно (непрерывность  $\psi, \dot{\psi}$ ) и измеряется, как разность фаз падающей и рассеянной волны на бесконечности.

ставления следует рисовать рассеянные назад волны, в случае  $P$ -рассеяния, с противоположной фазой.

Рассуждения, аналогичные предыдущим, непосредственно приводят к представлению  $S$ -рассеяния в виде одной волны, исходящей из центра рассеяния (рис. 3). В отличие от  $P$ -волн  $S$ -волна — чётная и поэтому фаза её не обращается при рассеянии на  $\theta > \frac{\pi}{2}$ . На рис. 3

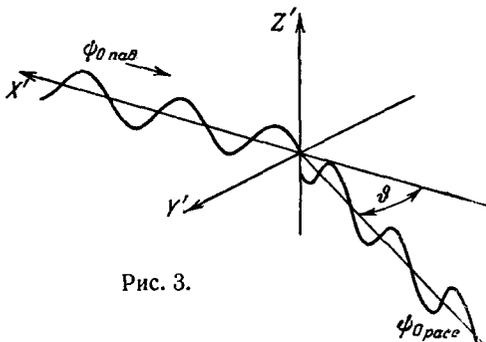


Рис. 3.

ясно, что амплитуда  $S$ -волны не зависит от  $\theta$ .

Волны, отвечающие более высоким моментам, следует представлять исходящими из колец диаметром  $\frac{l\lambda}{2}$ . Соответственно

этому при наблюдении под разными  $\theta$  амплитуда результирующей рассеянной волны с моментом  $l$  будет переходить через нуль  $l$  раз (нули полиномов Лежандра). Волны, соответствующие нечёт-

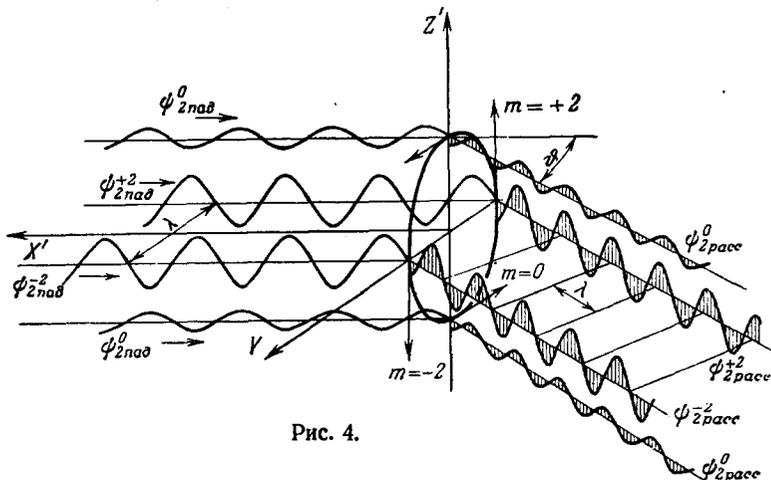


Рис. 4.

ным  $l$ , имеют, в частности, нуль при  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , волны же, соответствующие чётным  $l$ , имеют при  $\theta = \frac{\pi}{2}$  максимум. Например,  $D$ -рассеяние показано на рис. 4. В данном случае, кроме волн с проекциями момента на ось  $Z'$ , равными  $\pm 2h$ , появляется ещё

волна с нулевой проекцией на эту ось. Так как эта волна имеет также момент, равный  $2h$ , то нулевая проекция на оси  $X'$  и  $Y'$  означает, что её можно представить в виде суперпозиции двух волн с проекциями  $\pm 2h$  на ось  $Y'$ , что и показано на рис. 4. Разность хода этих волн не меняется при изменении  $\theta$  в плоскости  $X', Y'$ .

Так как  $D$ -волны — чётные, то рассеяние симметрично относительно  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , и следовательно, в данном случае, как и в случае  $S$ -волн, не нужно менять знак фазы при переходе через  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

Если в рассеяние вовлечено  $l$  моментов, то амплитуда результирующей волны в направлении  $\theta$  определяется интерференцией

всех  $\sum_0^{l_{\text{макс}}} (2l + 1)$  парциальных волн, отвечающих разным  $l$  и  $m$ , так как все они когерентны. Поэтому наблюдаемая под углом  $\theta$  интенсивность рассеяния не может быть связана с волной, принадлежащей какому-либо одному значению  $l$ .

Если среди рассеянных волн имеются волны с разной чётностью (например,  $S$  и  $P$ ), то рассеяние вперёд и назад в  $\psi$ -системе не симметрично.

Таким образом, приведённая наглядная интерпретация рассеяния качественно совпадает с результатами точной теории.

Остановимся на вопросе определения фаз. Если в рассеянии принимают участие  $l$  моментов, то дифференциальное сечение может быть представлено в виде

$$\sigma(\theta) \approx \left| \sum_{l=0}^{l_{\text{макс}}} (2l + 1) + e^{i\delta_l} \cdot \sin \delta_l P_l(\cos \theta) \right|^2 = \sum_0^{2l_{\text{макс}}} a_n \cdot \cos^n \theta, \quad (8)$$

где  $a_n$  зависят от  $\delta_l$  квадратично. Разлагая экспериментальные результаты  $\sigma(\theta)$  по степеням  $\cos \theta$ , можно найти коэффициенты  $a_n$  и таким образом получить  $2l_{\text{макс}} + 1$  квадратных уравнений для определения  $l_{\text{макс}} + 1$  фазы. Система  $2l_{\text{макс}} + 1$  квадратных

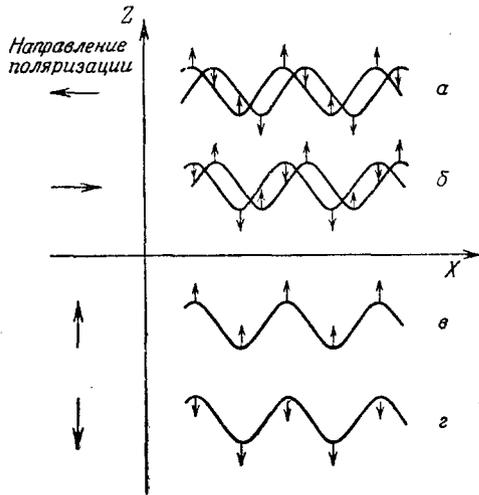


Рис.5.

уравнений позволяет однозначно определять абсолютные величины и относительные знаки  $I_{\text{макс}} + 1$  фазы. Таким образом, из одних данных по угловому распределению при наличии только короткодействующих сил нельзя установить, являются ли они силами притяжения или отталкивания. Для этого нужно знать абсолютный знак хотя бы одной фазы. Если кроме короткодействующих сил имеются кулоновские силы, то неопределённость в знаке фаз короткодействующих сил снимается, так как знак кулоновских фаз известен, если известен заряд частиц.

## 2. Рассеяние неполяризованных незаряженных частиц со спином $1/2$ на ядре со спином 0 (например, $p$ на $\text{He}^4$ )

Прежде чем перейти к вопросам рассеяния спиновых частиц, рассмотрим определение поляризованного и неполяризованного пучка<sup>3, 7</sup>.

Для этого заметим, что вектор поляризации  $\mathbf{P}$ , равный среднему значению спина частицы  $\frac{\psi^* \boldsymbol{\sigma} \psi}{\psi^* \psi}$ , может иметь любое направление в пространстве относительно оси  $Z$ , в то время как «проекция» спина на ось  $Z$  принимает только два значения. Поэтому полностью поляризованный в некотором направлении  $\mathbf{P}$  пучок частиц со спином  $1/2$  определяется как чистое состояние, имеющее функцию, которая является суперпозицией двух частных состояний (спиновых функций) с собственными значениями спина, направленными по и против оси  $Z$ , т. е.

$$\psi_{\text{поляриз}} = A_{+\frac{1}{2}} \psi^{\uparrow} + A_{-\frac{1}{2}} \psi^{\downarrow}, \quad (9)$$

где  $A_{\pm \frac{1}{2}}$  — амплитуды с определёнными фазовыми множителями типа  $a_{\pm \frac{1}{2}} e^{i\alpha}$ , зависящими от направления вектора поляризации  $\mathbf{P}$  относительно  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Амплитуды  $A_{\pm \frac{1}{2}}$  нормированы таким образом, что  $|A_{+\frac{1}{2}}|^2 + |A_{-\frac{1}{2}}|^2 = 1$ .

Так, например, если направление распространения поляризованного пучка и направление поляризации  $\mathbf{P}$  совпадают с осью  $X$ , то каждую поляризованную частицу можно представить как суперпозицию двух когерентных плоских волн  $\psi^{\uparrow}$  и  $\psi^{\downarrow}$  с равными амплитудами  $a_{+\frac{1}{2}}$  и  $a_{-\frac{1}{2}}$ , сдвинутыми по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ , причём волна, обладающая направлением спина по оси  $Z$  ( $\psi^{\uparrow}$ ), сдвинута по фазе относительно волны ( $\psi^{\downarrow}$ ) на  $\delta = +\frac{\pi}{2}$  (рис. 5, а.) Если поляризация  $\mathbf{P}$  направлена против оси  $X$ , то волны меняются местами (рис. 5, б.).

В частности, для пучка, поляризованного вдоль оси  $Z$ , одна из амплитуд в разложении (9) обращается в нуль, и мы имеем просто  $\psi^\uparrow$  для пучка, поляризованного по оси  $Z$ , и  $\psi^\downarrow$  для пучка, поляризованного против оси  $Z$  (рис. 5, в, г).

Естественный (неполяризованный пучок) можно рассматривать как смесь частиц с противоположными направлениями поляризации. Таким образом, естественный пучок следует представлять как смешанное состояние, слагающееся из некогерентных между собой волн типа (9), обладающих противоположными направлениями поляризации\*). Выбор направления оси  $Z$  и направления поляризации для некогерентных компонент естественной (неполяризованной) смеси совершенно произволен и определяется характером задачи. Для графического представления процессов рассеяния удобно направить ось  $Z$  нормально к плоскости рассеяния и считать, что естественный пучок состоит из смеси частиц, поляризованных по и против оси  $Z$ . Таким образом, каждой частице, поляризованной по  $Z$ , сопоставляется плоская волна  $\psi^\uparrow$ , а каждой частице, поляризованной против  $Z$ , — волна  $\psi^\downarrow$ . Эти волны между собой некогерентны, так как в данном случае соответствуют разным частицам.

Рассмотрим теперь рассеяние нейтронов ( $s = \frac{1}{2}$ ) на  $\text{He}^4$  ( $s = 0$ ). Анализ экспериментальных данных<sup>8,9</sup> по угловому распределению рассеяния  $n - \text{He}^4$  при энергии несколько  $Mэв$  позволяет заключить, что в рассеянии принимают участие  $S$ - и  $P$ -волны. Так как  $S$  — уровень  $\text{He}^5$ , если он существует, должен лежать очень высоко, то сближение невозбуждённого ядра  $\text{He}^4$  и нейтрона (или протона) в  $S$ -состоянии невозможно. Иными словами, при рассеянии нейтронной  $S$ -волны действуют силы отталкивания и, следовательно, сдвиг фазы  $\delta_S < 0$ . Наоборот, рассеяние  $P$ -волн связано с наличием двух широких уровней ( $\Gamma \sim 1 Mэв$ ) при энергии нейтронов  $\sim 1$  и  $\sim 4 Mэв$ . Предполагается, что систему  $n - \text{He}^4$  при этих энергиях можно грубо рассматривать как невозмущённое ядро с «вращающимся» вокруг него нейтроном, обладающим относительным орбитальным моментом  $l = 1$ , причём уровни при  $1 Mэв$  и  $4 Mэв$  отличаются относительной ориентацией спина нейтрона и орбитального момента. Именно уровню

\*) Исходя из этого определения, неполяризованный пучок можно описать суперпозицией состояний  $c = \sum_{\lambda} \left\{ A_{1/2, \lambda} S^{1/2} + A_{-1/2, \lambda} S^{-1/2} \right\} \epsilon_{\lambda}$ , где  $\epsilon_{\lambda}$  — так называемая статистическая переменная, определяемая таким образом, что  $\epsilon_i^* \epsilon_l = \delta_{il}$ . В любой результат физического измерения поляризации  $\epsilon_{\lambda}$  входит обязательно в виде  $\epsilon_i^* \epsilon_l$ . Это соответствует факту невозможности одновременного обнаружения одной и той же частицы в состояниях с противоположными поляризациями.

$E_{\text{рез}} \sim 1$  Мэв соответствует параллельная ориентация спина и орбиты (в обычных спектроскопических обозначениях)  ${}^2P_{3/2}$ , а уровню при  $E_{\text{рез}} \sim 4$  Мэв соответствует антипараллельная ориентация спина и орбиты ( ${}^2P_{1/2}$ ). Соответственно этому (см. формулу (5)) существенно различаются и сдвиги фаз  $P$  волн  $\delta_{P_{3/2}}$  и  $\delta_{P_{1/2}}$  для состояний  ${}^2P_{3/2}$  и  ${}^2P_{1/2}$ . Таким образом, имеет место сильное спин-орбитальное расщепление  $P$ -фазы.

Исследуем поведение  $P$ -волны при рассеянии неполяризованного пучка нейтронов. Пусть энергия налетающих нейтронов соответствует энергии уровня промежуточного ядра  $\text{He}^{3*}$ , имеющего полный момент  $j = l + s = \frac{1}{2}$  и чётность  $(-1)$  (уровень  ${}^2P_{1/2}$ ), т. е. положим, что фаза  $\delta_{P_{1/2}} = \frac{\pi}{2}$ . Все остальные фазы

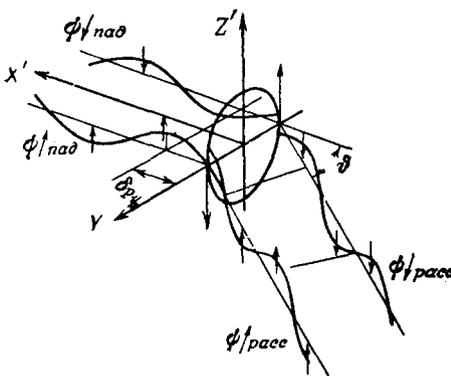


Рис. 6.

положим на время равными нулю. Таким образом, рассеиваются в основном только  $P$ -волны со спином, ориентированным антипараллельно орбитальному моменту, т. е.  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$  волны. Графически этот случай показан на рис. 6. На рис. 6 следовало бы к каждой падающей волне  $\psi_1^{+1\downarrow}$  или  $\psi_1^{-1\uparrow}$  пририсовать вторую волну с противоположным направлением спина, но поскольку эти волны соответствовали бы параллель-

ной ориентации спина и орбитального момента и по условию не рассеивались бы ( $\delta_{P_{3/2}} = 0$ ), мы их опустили.

На рис. 6 в отличие от рис. 2 падающие волны  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$  соответствуют разным частицам, так как обладают разными направлениями поляризации. Иначе говоря, моменты времени взаимодействия для частиц, отвечающих волнам  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$ , не коррелированы, т. е. падающие волны  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$  некогерентны. Разность их фаз беспорядочно меняется во времени. На рис. 6 это отражено тем, что падающие волны  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$  подходят к кольцу рассеяния с разными (произвольными) фазами.

В результате рассеяния волны  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$  приобретают одинаковые сдвиги фаз (в нашем примере  $\delta_{P_{1/2}} = \frac{\pi}{2}$ ), но остаются

некогерентными, так как ясно, что некогерентность сохраняется при действии любых возмущений. Но это значит, что при изменении угла рассеяния  $\theta$  от 0 до  $\pi$  не возникает определённой разности хода между рассеянными волнами  $\psi_1^{+1\downarrow}$  и  $\psi_1^{-1\uparrow}$ . Иными словами, средняя по времени амплитуда суммы некогерентных рассеянных волн при любом  $\theta$  остаётся равной сумме их амплитуд, так как интерференционные члены в сумме по времени равны нулю.

Таким образом, в отличие от случая рассеяния частиц без спина (рис. 2б), когда для  $P$ -волн при  $\theta = 90^\circ$  имело место полное исчезновение амплитуды, так как волны  $\psi_1^{+1}$  и  $\psi_1^{-1}$  были когерентны и для  $\theta = 90^\circ$  разность их хода была равна  $\pi$ , взаимодействие при наличии сильной спин-орбитальной связи (отлична от нуля только одна фаза  $\delta_{P_{1/2}}$ ) приводит к сферически симметричному рассеянию.

Из данного рассуждения может показаться, что и в случае рассеяния чистой  $P_{3/2}$ -волны угловое распределение амплитуды должно быть сферически симметричным. Точная теория показывает, что для волн с  $j > 1/2$  это не так\*). Так, например, под углом  $90^\circ$  интенсивность  $P_{3/2}$ -рассеяния падает до  $1/4$  её значения при  $\theta = 0$ . Неизотропность рассеяния чистых волн с  $j > 1/2$  (в частности,  $P_{3/2}$ -рассеяния) можно качественно понять, если вспомнить, что волны, связанные с определённым направлением поляризации (спина) падающего пучка относительно оси  $Z'$ , представляются суперпозицией когерентных волн, отвечающих разным значениям проекции полного момента  $j$  на ось  $Z'$ , и, следовательно, рассеиваются из нескольких мест на кружке рассеяния (ср.  $D$ -рассеяние, см. рис. 4).

\*) Можно показать, что для волн  $P_{1/2}$  изложенное рассмотрение совпадает с результатами точной теории. Следуя Лепору<sup>5</sup>, амплитуду рассеянной волны при рассеянии неполяризованного пучка частиц со спином  $1/2$  на частицах со спином 0 можно записать как некогерентную смесь:

$$\frac{1}{r} e^{ikr} \cdot f(\theta) \chi_{1/2}^{+1/2}, \quad \frac{1}{r} e^{ikr} \cdot f(\theta) \chi_{1/2}^{-1/2},$$

где  $\chi_{1/2}^{\pm 1/2}$  — спиновые функции, а  $f(\theta) = A(\theta) + (\sigma, \mathbf{n}) B(\theta)$ . Здесь  $A(\theta)$  и  $B(\theta)$  даны в формулах (11), (12),  $(\mathbf{n})$  — единичный вектор нормали к плоскости рассеяния, а  $\sigma$  — векторный оператор спина. Для  $\delta_{1/2}$  имеем из (11) и (12):

$$A(\theta) = \cos \theta \cdot e^{i \delta_{1/2}} \cdot \sin \delta_{1/2}; \quad B(\theta) = i \cdot \sin(\theta) \cdot e^{i \delta_{1/2}} \cdot \sin \delta_{1/2}.$$

Далее, выбрав ось координат спина вдоль  $\mathbf{n}$ , имеем  $(\sigma, \mathbf{n}) = \sigma_Z$ . После простых преобразований получаем для рассеянной волны некогерентную смесь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} e^{i(kr + \delta_1)} \cdot \sin \delta_{1/2} (\cos \theta + i \sin \theta) \chi_{1/2}^{-1/2} &= \frac{1}{r} \cdot \sin \delta_{1/2} e^{i(kr + \delta_{1/2} + \theta)} \chi_{1/2}^{-1/2}, \\ \frac{1}{r} e^{i(kr + \delta_1)} \cdot \sin \delta_{1/2} (\cos \theta - i \sin \theta) \chi_{1/2}^{+1/2} &= \frac{1}{r} \cdot \sin \delta_{1/2} e^{i(kr + \delta_{1/2} - \theta)} \chi_{1/2}^{+1/2}, \end{aligned} \right\}$$

т. е. как раз эквивалент наших графических представлений.

В реальных процессах рассеяния обычно участвует одновременно несколько волн, принадлежащих разным значениям орбитального  $l$  и полного  $j$  моментов. Поэтому наблюдаемая под углом  $\theta$  интенсивность рассеяния не может быть связана с волной, принадлежащей какому-нибудь одному значению  $l, j$ .

Теория<sup>11</sup> приводит к угловой зависимости сечения  $\sigma(\theta)$  при рассеянии неполяризованных частиц со спином  $1/2$  на частицах со спином 0, имеющей следующий вид:

$$\sigma(\theta) = AA^* + BB^*, \quad (10)$$

где

$$A = \frac{\lambda}{2\pi^{3/2}} \sum_{l=0}^{l_{\max}} \left[ (l+1) e^{i\delta_l^+} \sin \delta_l^+ + l \cdot e^{i\delta_l^-} \cdot \sin \delta_l^- \right] P_l(\cos \theta), \quad (11)$$

$$B = -\frac{i\lambda}{2\pi^{3/2}} \sum_{l=0}^{l_{\max}} \left[ e^{i\delta_l^+} \cdot \sin \delta_l^+ - e^{i\delta_l^-} \cdot \sin \delta_l^- \right] \cdot P_l^1(\cos \theta). \quad (12)$$

$\delta_l^\pm$  определяются как сдвиги фаз в состояниях со спином, параллельным или антипараллельным орбитальному моменту.

Выясним, насколько однозначно определяется набор фаз  $\delta_l^\pm$  из величин  $\sigma(\theta)$ . Для этого заметим, что  $P_l^1(\cos \theta)$  в (12) содержит  $\cos \theta$  в степени не выше  $l_{\max} - 1$ . Непосредственным следствием этого является то, что  $\sigma(\theta)$  при спиновом рассеянии, так же как и при бесспиновом рассеянии включает члены с  $\cos \theta$  в степени не выше  $2l_{\max}$ , т. е.

$$\sigma(\theta) = \sum_0^{2l_{\max}} a'_n \cos^n \theta, \quad (13)$$

причём каждый определяемый из эксперимента коэффициент  $a'_n$  зависит от сдвигов фаз квадратично, и следовательно, из данных по угловым распределениям можно и в случае спинового рассеяния получить лишь  $2l_{\max} + 1$  квадратных уравнений для определения фаз. Между тем, число неизвестных фаз в нашем случае тоже равно  $2l_{\max} + 1$ , так как каждому значению орбитального момента с  $l > 0$  соответствуют две фазы. Таким образом, в случае взаимодействия частицы со спином  $1/2$  с частицами со спином 0 фазы определяются из данных по угловым распределениям двузначно как по знаку, так и по абсолютной величине. Для однозначного определения необходимо иметь ещё  $2l_{\max} + 1$  других квадратных уравнений.

В заключение укажем, что выражение (13) справедливо при рассеянии частиц со спином любой величины<sup>11</sup>. С другой стороны, число возможных сдвигов фаз, а следовательно, и неоднозначность фазового анализа из данных по упругому рассеянию очень быстро возрастает с увеличением спина взаимодействующих частиц.

### 3. Осевая асимметрия при рассеянии поляризованных частиц со спином $1/2$ на частицах с нулевым спином

Рассмотрим рассеяние поляризованного пучка нейтронов со спином, направленным, например, против  $Z'$ , т. е. против нормали и плоскости рассеяния, на  $\text{He}^4$  при энергии, соответствующей резонансу  $P_{1/2}$ , и учтём существование потенциального  $S_{1/2}$ -рассеяния с фазой  $\delta_0$ . Так как падающий пучок поляризован (состояние чистое), то и в  $S_{1/2}$ - и  $P_{1/2}$ -рассеянии принимает участие одна и та же частица, т. е. рассеянные  $S_{1/2}$ - и  $P_{1/2}$ -волны когерентны. Таким образом, мы рассмотрим случай, когда в рассеянии интерферируют волны с одинаковым  $j = 1/2$ , но с разной чётностью ( $S_{1/2}$ -волна имеет чётность  $(+)$ , а  $P_{1/2}$ -волна имеет чётность  $(-)$ ).

На рис. 7 показаны лишь те члены падающей волны, для которых фактически имеет место взаимодействие. На кольцо

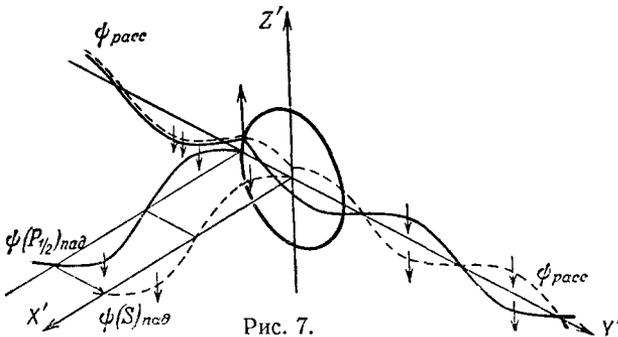


Рис. 7.

рассеяния попадает поляризованная  $S_{1/2}$ -волна (т. е. волна, приходящая в центр кольца рассеяния и имеющая спин, направленный против  $Z'$ ) и поляризованная  $P_{1/2}$ -волна (т. е.  $P$ -волна со спином, направленным антипараллельно орбитальному моменту). Волны рассеиваются под  $\theta = 90^\circ$ . Из рис. 7 видно, что если при некотором соотношении фаз  $\delta_{S_{1/2}}$  и  $\delta_{P_{1/2}}$  волны, рассеянные вправо (влево), взаимно уничтожаются, то рассеянные влево (вправо) волны взаимно усиливаются, т. е. имеет место осевая асимметрия рассеяния в плоскости, нормальной к направлению поляризации.

При заданном соотношении фаз направление асимметрии ( $\sigma_{\text{право}} - \sigma_{\text{лево}} \geq 0$ ), очевидно, зависит от направления спина (по или против  $Z'$ ) в падающей волне.

Асимметрия может возникнуть и при интерференции других волн, например  $P_{1/2}$ - и  $P_{3/2}$ -волн в случае, если фазы рассеяния  $\delta_{P_{1/2}}$  и  $\delta_{P_{3/2}}$  не равны. В этом случае рассеяние под  $90^\circ$  не даст асимметрии. На рис. 8 изображены рассеянные под  $90^\circ$   $P$ -волны, соответствующие полному спину  $j = 3/2$  и  $j = 1/2$ . Кольцо рассеяния повернуто так, что ось падающего пучка направлена

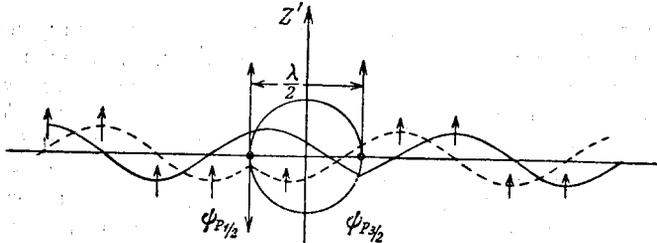


Рис. 8.

нормально к плоскости рисунка. Из рис. 8 ясно, что при любых значениях фаз  $\delta_{1/2}$  и  $\delta_{3/2}$  разность хода между волнами  $P_{1/2}$  и  $P_{3/2}$ , рассеянными под  $90^\circ$  направо, остаётся равной по абсолютной величине разности хода волн  $P_{1/2}$  и  $P_{3/2}$ , рассеянных под  $90^\circ$  налево, и следовательно, при  $\theta = 90^\circ$  асимметрии нет. При интерференции  $P_{1/2}$  —  $3/2$ -волн максимальная асимметрия имеет место вблизи  $45^\circ$  (в  $\zeta$ -системе).

#### 4. Поляризация при рассеянии неполяризованных пучков (спин $1/2$ ) на неполяризованной мишени (спин 0)

Совершенно аналогично предыдущему случаю рассеяния поляризованных волн  $\psi\downarrow$  рассматривается рассеяние неполяризованного пучка нейтронов на  $\text{He}^4$  при одновременном участии в рассеянии, например,  $S$ - и  $P$ -волн. В данном случае начальное состояние отличается от рассеяния поляризованного пучка (см. рис. 7) наличием второй системы волн  $\psi\uparrow$  со спином, направленным по  $Z'$  (рис. 9, а и 9, б), причём обе системы  $\psi\downarrow$  и  $\psi\uparrow$  некогерентны. В силу некогерентности  $\psi\downarrow$  и  $\psi\uparrow$  рассеяние  $\psi\downarrow$  можно рассматривать независимо от  $\psi\uparrow$ . Очевидно, что если взять соотношение фаз  $\delta_{S_{1/2}}$  и  $\delta_{P_{1/2}}$  то же, что для рис. 7, то рассеяние  $\psi\uparrow$  даст асимметрию такой же величины, какую давала  $\psi\downarrow$  (см. рис. 7), но противоположного направления. Рассеянные под  $\theta = 90^\circ$  волны  $\psi\uparrow$  и  $\psi\downarrow$  показаны на рис. 9, а и 9, б. Полная картина рассеяния

неполяризованного пучка получается, если совместить кольца рассеяния рис. 9, а и 9, б. Таким образом, при некоторых соотношениях фаз рассеяние неполяризованного пучка может привести при определённых  $\theta$  к полному или частичному пространственному разделению  $\psi_{\text{расс}}^{\downarrow}$  и  $\psi_{\text{расс}}^{\uparrow}$ , т. е. к поляризации.

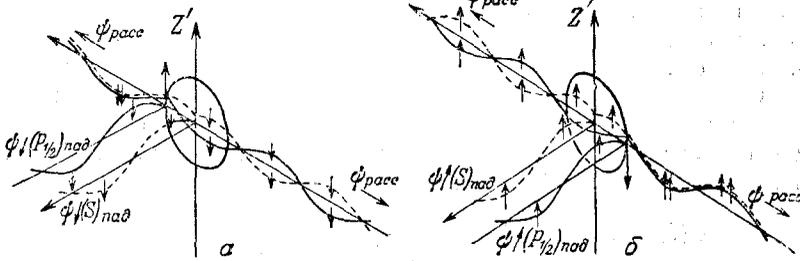


Рис. 9.

Заметим, что систему неполяризованный пучок нейтронов +  $\text{He}^4$  можно трактовать как смешанное состояние, состоящее из двух чистых подсостояний, изображённых на рис. 9, а и 9, б.

Общая картина распределения направлений поляризации при взаимодействии неполяризованного пучка с неполяризованной мишенью показана на рис. 10. В точной теории показывается, что поляризация всегда направлена нормально к плоскости рассеяния. Для случая  $P$ -рассеяния это очевидно, так как направление спина рассеянных волн параллельно или антипараллельно направлению вектора момента, среднее значение которого для  $P$ -волн нормально плоскости рассеяния (см. § 1).

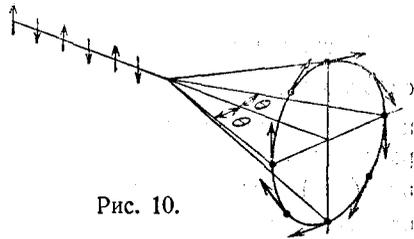


Рис. 10.

Можно показать<sup>3</sup>, что рассеяние пучка, поляризованного вдоль оси падения, не отличается от рассеяния неполяризованного пучка. Наконец, ясно, что интенсивность рассеяния неполяризованного пучка на неполяризованной мишени азимутально симметрична.

На примере рис. 7 и 9 можно сформулировать основные условия возникновения поляризации при рассеянии неполяризованных частиц или осевой асимметрии при рассеянии поляризованных частиц: 1) в рассеянии должно участвовать по крайней мере одно состояние с  $l \neq 0$ ; 2) необходима интерференция по крайней

мере двух состояний с разными  $j$  или чётностью; 3) необходимо, чтобы взаимодействие и, стало быть, фазы по крайней мере одного из интерферирующих состояний с данным  $l$ , зависели от ориентации спина относительно орбитального момента. В противном случае рассеяние не отличается от случая с нулевым спином. В строгой теории показывается, что эти условия возникновения асимметрии и поляризации относятся не только к случаю рассеяния частиц со спином  $1/2$  на ядре с нулевым спином, но и к рассеянию частиц с любым спином на любых неполяризованных мишенях.

Общее выражение для поляризации  $P_{\text{расс}}(\theta)$  и углового распределения  $\sigma(\theta, \varphi)$  при рассеянии пучка частиц со спином  $1/2$  и с начальной поляризацией  $P_{\text{пад}}(\theta)$  на ядрах с нулевым спином получено Лепором<sup>5</sup>. Именно:

$$\sigma(\theta, \varphi) = (AA^* + BB^*) \left[ 1 + \frac{A^*B + B^*A}{A^*A + B^*B} (P_{\text{пад}}, \mathbf{n}) \right], \quad (14)$$

$$P_{\text{расс}}(\theta) = \frac{AA^*P_{\text{пад}} + (AB^* + BA^*)\mathbf{n} + i(A^*B - B^*A)[P_{\text{пад}}, \mathbf{n}]}{AA^* + BB^* + (A^*B + B^*A)(P_{\text{пад}}, \mathbf{n})} + \frac{BB^*[2(P_{\text{пад}}, \mathbf{n})\mathbf{n} - P_{\text{пад}}]}{AA^* + BB^* + (A^*B + B^*A)(P_{\text{пад}}, \mathbf{n})}. \quad (15)$$

В случае неполяризованного падающего пучка

$$P_{\text{расс}}(\theta) = \frac{AB^* + BA^*}{AA^* + BB^*} \mathbf{n}. \quad (16)$$

В этих выражениях  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, нормальный плоскости рассеяния  $\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{k}_0]}{\sin \theta}$ , где  $\mathbf{k}_0$ ,  $\mathbf{k}$  — направления падающего и рассеянного пучков,  $A$ ,  $B$  — величины, определяющие амплитуду рассеянной волны (см. (11), (12)) и зависящие от фаз рассеяния ( $\delta^\pm$ ), соответствующих состояниям с параллельной или антипараллельной ориентациями спина и орбиты. Каждая из фаз  $\delta_l^\pm$  является суммой

$$\delta_l^\pm = \alpha_l + \beta_l^\pm + \gamma_l^\pm, \quad (17)$$

где  $\alpha_l$  — сдвиг фаз из-за кулоновского поля, который для малых  $Z$  и больших углов рассеяния, вследствие слабости взаимодействия магнитного момента протона с магнитным орбитальным моментом, не зависит от ориентации спина относительно орбитального момента,  $\alpha_l = \arg \Gamma(l + ia)$ , где  $\Gamma$  — гамма-функция,  $a = Z_1 Z_2 e^2 \mu / k \hbar^2$ ;  $\mu$  — приведённая масса системы  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$  — заряды взаимодействующих частиц,  $\beta_l^\pm$  — сдвиг фаз из-за потенциального рассеяния и  $\gamma_l^\pm$  — сдвиг фаз, определяющийся резонансным рассея-

нием. Вблизи резонанса

$$\operatorname{tg} \gamma_l^\pm = \frac{\Gamma_l^\pm}{E_l^\pm - E}, \quad (18)$$

где  $E$  — энергия налетающей частицы,  $E_l^\pm$  — резонансная энергия и  $\Gamma_l^\pm$  — ширина резонанса. Для рассеяния нуклонов на  $\text{He}^4$  при энергии порядка нескольких  $Mэв$  сдвиги фаз, обусловленные ядерным взаимодействием, т. е.  $\beta_l^\pm$  и  $\gamma_l^\pm$ , отличны от нуля лишь для  $S$ - и  $P$ -волн. В этом случае формулы для  $\sigma(\theta)$  и  $P(\theta)$  могут быть приведены к следующему виду<sup>3</sup>:

$$\sigma(\theta) = \lambda^2 \left\{ \left| 1 - \frac{\eta}{2s^2} \exp[-i\eta \ln s^2] + \sin \delta_0 e^{i\delta_0} + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos \theta [2 \sin \delta_{s_{1/2}} \exp[i(\delta_{s_{1/2}} + \sigma_1)]] + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \delta_{p_{1/2}} \exp[i(\delta_{p_{1/2}} + \sigma_1)] \right|^2 + \sin^2 \theta \cdot \sin(\delta_{s_{1/2}} - \delta_{p_{1/2}}) \right\}, \quad (19)$$

$$P(\theta) \cdot \sigma(\theta) = \\ = -2\lambda^2 \cdot \sin \theta \cdot \sin(\delta_{s_{1/2}} - \delta_{p_{1/2}}) \left\{ \sin \delta_0 \cdot \sin(\delta_{s_{1/2}} + \delta_{p_{1/2}} + \sigma_1 - \sigma_0) - \right. \\ \left. - \left( \frac{\eta}{2s^2} \right) \cdot \sin(\delta_{s_{1/2}} + \delta_{p_{1/2}} + \sigma_1 + \eta \ln s^2) + 3 \cos \theta \cdot \sin \delta_{s_{1/2}} \cdot \sin \delta_{p_{1/2}} \right\} \mathbf{n}. \quad (20)$$

Здесь  $\delta_0$ ,  $\delta_{s_{1/2}}$  и  $\delta_{p_{1/2}}$  — фазы для  $S_{1/2}$ -,  $P_{1/2}$ - и  $P_{3/2}$ -волн, обусловленные чисто ядерным взаимодействием,

$$\eta = \lambda \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar^2} \mu, \quad \sigma_1 = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \eta, \quad s = \sin \frac{\theta}{2}.$$

Полагая в (19) и (20)  $\eta = 0$ , непосредственно получаем формулы для рассеяния и поляризации нейтронов на ядрах с нулевым спином при учёте  $S$ - и  $P$ -рассеяния.

Метод обнаружения и измерения поляризации пучка быстрых частиц со спином  $1/2$  состоит в измерении осевой асимметрии рассеяния или другого поляризующего процесса. Пусть, например, пучок нейтронов или протонов с поляризацией  $\mathbf{P}_0$  (направление  $\mathbf{P}_0$  совпадает с осью  $X$ ) и энергией  $E$  распространяется вдоль оси  $Z$  и рассеивается на ядре «анализаторе» со спином 0, помещённом в начале координат (рис. 11). Сечение рассеяния поляризованного пучка на ядре «анализаторе» зависит, вообще говоря, от азимутального угла  $\varphi$ . Из

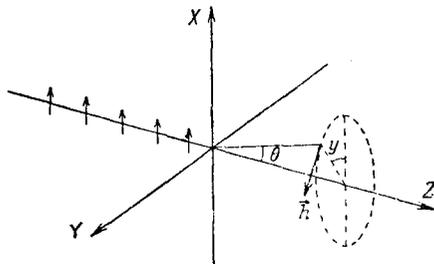


Рис. 11.

Рис. 11. Сечение рассеяния поляризованного пучка на ядре «анализаторе» зависит, вообще говоря, от азимутального угла  $\varphi$ . Из

(10), (14), (16) находим:

$$\sigma(E, \theta, \varphi) = \sigma(\theta) [1 + P(\theta, E)_{\text{расс}}(\mathbf{P}_0, \mathbf{n})], \quad (21)$$

где  $\sigma(\theta)$  и  $P(\theta, E)$  — сечение и поляризация, которые имели бы место при рассеянии неполяризованного пучка с той же энергией на ядре-«анализаторе», а  $\mathbf{n}$  — нормаль к плоскости рассеяния.

Из (21) следует, что в случае рассеяния под углом  $\theta$  в плоскости, нормальной направлению поляризации в падающем пучке (плоскость  $Z, Y$ ), отношение  $R$  интенсивности волны, рассеянной направо, к интенсивности волны, рассеянной налево, равно

$$R = \frac{\sigma\left(E, \theta, +\frac{\pi}{2}\right)}{\sigma\left(E, \theta, -\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1 + P(\theta, E)_{\text{расс}} P_0}{1 - P(\theta, E)_{\text{расс}} P_0}, \quad (22)$$

откуда, зная  $R$  и  $P(\theta, E)_{\text{расс}}$ , можно определить  $P_0$ . Если  $P(\theta, E)_{\text{расс}}$  и  $P_0 \sim 1$ , то  $R$  может быть очень большим.

Рассмотрим явление поляризации при рассеянии частиц со спином  $1/2$  на частице со спином 0 с точки зрения определения сдвигов фаз. Для этого удобно вместо поляризации  $\mathbf{P}(\theta)$  ввести величину  $\sigma(\theta) \mathbf{P}(\theta)$ , которую можно назвать «эффективным сечением ориентации спина». Из (10) и (16) находим  $\sigma(\theta) \mathbf{P}(\theta) = AB^* + BA^*$ , где  $A, B$  даны в (11), (12). Замечая, что максимальная степень  $\cos \theta$ , входящая в  $A$ , равна  $I_{\text{макс}}$ , а максимальная степень  $\cos \theta$ , входящая в  $B$ , равна  $I_{\text{макс}} - 1$ , непосредственно получаем:

$$\sigma(\theta) \mathbf{P} | \mathbf{P}(\theta) | = AB^* + BA^* = \sum_0^{I_{\text{макс}}-1} a_n'' \cdot \cos^n \theta \cdot \sin \theta, \quad (23)$$

где коэффициенты  $a_n''$ , квадратично зависящие от сдвигов фаз, отличны от  $a_n'$  в (13). Таким образом, при разложении полученных из опыта значений  $\sigma(\theta) | \mathbf{P}(\theta) |$  по степеням  $\cos \theta$  можно получить  $2I_{\text{макс}}$  квадратных уравнений для определения  $2I_{\text{макс}} + 1$  сдвигов фаз.

С другой стороны, из данных по угловому распределению рассеяния  $\sigma(\theta)$  можно получить  $2I_{\text{макс}} + 1$  других квадратных уравнений для определения фаз.

Из этого следует важный вывод. Экспериментальные данные по угловому распределению поляризации  $\mathbf{P}(\theta)$  вместе с данными о  $\sigma(\theta)$  при упругом рассеянии частиц со спином  $1/2$  на частице со спином 0 определяют систему из  $4I_{\text{макс}} + 1$  квадратных уравнений, из которых однозначно определяются величины и относительные знаки всех  $2I_{\text{макс}} + 1$  фаз. Как и в случае рассеяния бесспиновых частиц, для определения истинного знака фаз требуются ещё допол-

нительные данные о знаке хотя бы одной фазы. Таким образом, для получения максимальных сведений о взаимодействии спиновых частиц необходимы совместные исследования рассеяния и поляризации.

Интересным примером применения поляризации для фазового анализа является установление порядка следования уровней  $\text{Li}^{5*}$ . Анализ данных по рассеянию  $p\text{--He}^4$  приводит к заключению, что в области энергий до  $\sim 5$  Мэв ядерное рассеяние определяется  $S$ - и  $P$ -волнами, причём зависимость  $\sigma(\theta)$  от энергии указывается на потенциальный характер  $S$ - и резонансный характер  $P$ -рассеяния. Фазовый анализ  $P$ -рассеяния допускает двужначную интерпретацию. Если предположить, что  $S$ -фаза отрицательна в области энергии  $0\text{--}5$  Мэв, то двужначность  $P$ -фаз проявляется в том, что данные по  $\sigma(\theta)$  одинаково хорошо совместимы с предположением, что энергия уровня  $P_{3/2}$  больше энергии уровня  $P_{1/2}$  (так называемый нормальный порядок следования уровней), причём  $(E_{\text{рез}})_{P_{3/2}} \cong \cong 3,5$  Мэв, а  $(E_{\text{рез}})_{P_{1/2}} \cong 2,3$  Мэв, так и с предположением, что  $(E_{\text{рез}})_{P_{3/2}} < (E_{\text{рез}})_{P_{1/2}}$  (обращённый порядок следования уровней), причём  $(E_{\text{рез}})_{P_{3/2}} \cong 3$  Мэв, а  $(E_{\text{рез}})_{P_{1/2}} \gg 3,5$  Мэв. Вопрос о том, какой порядок следования уровней существует, фактически имеет большое значение.

Дело в том, что предположение о существовании сильной зависимости ядерных сил от ориентации спина и орбиты даёт возможность естественно объяснить наблюдаемый порядок заполнения ядерных оболочек, причём как теоретические соображения, так и экспериментальные значения «магических» чисел указывают, что расщепление ядерных уровней вследствие спин-орбитальной связи происходит так, что уровни с моментом  $j = l + \frac{1}{2}$  имеют энергию связи большую, т. е. лежат

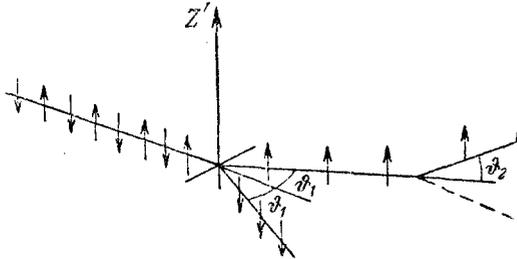


Рис. 12.

ниже, чем уровни с моментом  $j = l - \frac{1}{2}$ . Иными словами, в ядерных оболочках имеет место обращённый порядок следования уровней. Так как расщепление уровней  $P_{1/2}$  и  $P_{3/2}$  в  $\text{Li}^{5*}$  является простейшим случаем спин-орбитального взаимодействия, то экспериментальное установление порядка следования этих уровней представляет большой интерес.

Истинный порядок следования  $P$ -уровней был установлен в опыте по двойному рассеянию  $p\text{--He}^4$  (рис. 12). В этом опыте

протоны, однажды рассеянные на  $\text{He}^4$  и, таким образом, частично поляризованные, подвергаются вторичному рассеянию на  $\text{He}^4$ , которое даёт осевую асимметрию.

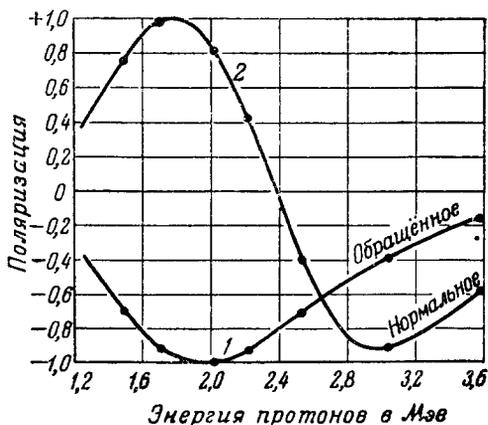


Рис. 13.

На рис. 13 приведены значения  $P(90^\circ)$  при рассеянии протонов на  $\text{He}^4$  под  $90^\circ$  (в  $\psi$ -системе) в зависимости от  $E_p$ , лабор. Кривая 1

подсчитана по фазам с обращённым порядком следования уровней, а кривая 2 — по фазам с нормальным порядком уровней  $\text{Li}^{3*}$ . Легко видеть, что эксперимент по двойному рассеянию протонов с энергией  $\sim 3,5$  Мэв должен дать совершенно различные результаты в зависимости от того, какой порядок уровней правилен.

На рис. 14 показана схема опыта. Пучок протонов с энергией 3,1 Мэв (сила тока 3 мка) попадает в камеру, наполненную гелием при атмосферном давлении. Однократно рассеянные протоны ( $\theta_1 = 90^\circ$  в  $\psi$ -системе) в направлении 2 выделяются системой щелей. Эти

протоны оказываются частично поляризованными. Их поляризация  $P_1(90^\circ)$  существенно зависит от порядка следования уровней и равна  $P_1(90^\circ)_{\text{норм}} \cong -0,9$  для нормального порядка следования

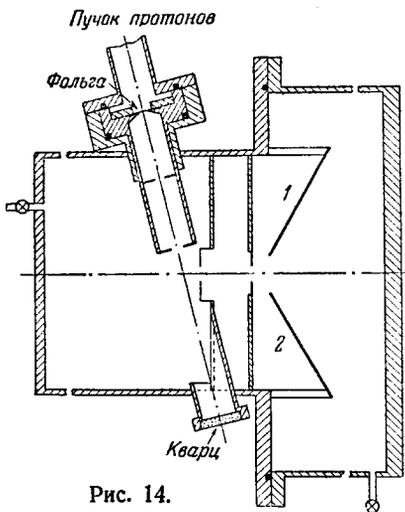


Рис. 14.

уровней и  $P_1(90^\circ)_{\text{ср}} \cong -0,25$  для сбращённого порядка (см. рис. 13). Направление второго рассеяния ( $\theta_2 = 90^\circ$  в  $\zeta$ -системе) выделяется двумя толстослойными пластинками. В результате первого рассеяния и последующего торможения в  $\text{He}^4$  протоны замедляются, и второе рассеяние происходит при энергии  $\sim 2 \text{ Мэв}$ , что соответствует поляризации  $P_2(90^\circ)_{\text{норм}} \cong +0,9$  для нормального порядка и  $P_2(90^\circ)_{\text{обр}} \cong -1$  для сбращённого порядка следования уровней (см. рис. 13). Так как второе рассеяние испытывает уже частично поляризованные в первом рассеянии протоны, то должна иметь место определённая осевая асимметрия для рассеяния вперёд и назад по отношению к первоначальному пучку протонов в плоскости первого рассеяния. Иными словами, отношение числа протонов, попадающих на эмульсию 1, к числу протонов, попадающих на эмульсию 2, должно существенно зависеть от истинного порядка следования уровней.

Используя формулу (22), сразу получаем, что в случае нормального порядка следования уровней

$$R_{\text{норм}} = \frac{\sigma_{\text{вперёд}}}{\sigma_{\text{назад}}} = \frac{1 + P_1(90^\circ)P_2(90^\circ)}{1 - P_1(90^\circ)P_2(90^\circ)} = \\ = \frac{1 + (-0,9)(+0,9)}{1 - (-0,9)(+0,9)} \cong 0,1,$$

а для сбращённого порядка следования уровней

$$R_{\text{обр}} = \frac{1 + (-0,35)(-1)}{1 - (0,35)(-1)} \cong 2.$$

В таблице даны результаты, полученные авторами при 24-часовой экспозиции, из которых следует правильность сбращённого порядка уровней.

Начальная энергия (Мэв)	Число треков на пластинке № 1	Число треков на пластинке № 2	$R$	Теоретические значения	
				сбращённый дублет	нормальный дублет
3,25	364	191	1,9	2,6	1/20,2
3,5	61	33	1,85	1,9	1/6,6

В опытах по двойному рассеянию пучков поляризованных в результате первого рассеяния частиц проходит до второго рассеяния значительный слой вещества. В связи с этим встаёт вопрос о деполаризации<sup>3</sup>.

Если через вещество проходит полностью поляризованный пучок, то процент деполаризации  $(1 - P_f)$  после прохождения

через слой толщиной  $dt$  в среде, содержащей  $N$  рассеивающих центров в единице объема, определяется:

$$1 - P_f = S_{\text{депол}} \cdot N \cdot dt, \quad (24)$$

где  $P_f$  — средняя поляризация частиц, не испытавших рассеяния  $\dagger$  — поляризация частиц, рассеявшихся на угол  $\theta < \theta_0$ , а  $S_{\text{депол}}$  — коэффициент деполяризации. Величина  $\theta_0$  зависит от специфики эксперимента. В ниже изложенных примерах  $\theta_0$  принимается  $5,7^\circ$ .

Деполяризация при прохождении вещества может определяться двумя основными процессами:

1) поворотом магнитного момента поляризованной частицы в результате воздействия хаотических магнитных полей атомов вещества и магнитных полей, связанных с относительным движением заряда частицы и зарядов вещества  $z$ . Процент уменьшения поляризации  $n$  и  $p$  за счёт этих эффектов при прохождении  $1 \text{ см}$  газа при нормальных условиях имеет порядок:

$$S_{\text{депол}} < 3,6 \cdot 10^{-9} (z^2 + 2z) \%,$$

2) поворотом спина при ядерных соударениях. Например, при  $(n - p)$ -взаимодействии в  $S$  состоянии возможны соударения  $\uparrow\uparrow$  с сечением  $2\sigma_p$ , которые вследствие сохранения проекции полного момента системы  $j_z$ , не ведут к деполяризации, и соударения  $\uparrow\downarrow$  с сечением  $\sigma_s + \sigma_p$ , которые ведут к изменению направления спина в  $1/2$  случаев. Таким образом, вероятность деполяризации при каждом  $(n - p)$ -соударении  $\approx \frac{1/2(\sigma_s + \sigma_p)}{\sigma_s + 3\sigma_p} \approx \frac{1}{2}$ , где  $\sigma_s$ ,  $\sigma_t$  — триплетное и синглетное сечения:  $\sigma_s = 63 \cdot 10^{-24} \text{ см}$ ,  $\sigma_t = 4,4 \cdot 10^{-24} \text{ см}$ . Например, величина  $1 - P_f$  для полностью остановившегося в водороде протона с  $E_{\text{начальн}} = 7 \text{ Мэв}$  оказывается равной  $\sim 10^{-5}$ . Таким образом, если заряжённые поляризованные частицы имеют энергию, при которой ионизационный пробег  $R_i$  меньше ядерного пробега  $R_\alpha$  (для протонов  $R_i$  приближается к  $R_\alpha$  при  $E_p \sim 10^9 \text{ эв}$ ), то их можно тормозить без деполяризации.

Наоборот, энергия поляризованных нейтронов не может быть уменьшена без существенной деполяризации.

В настоящее время значения фаз известны лишь для рассеяния  $p - \text{He}^4$ ,  $n - \text{He}^4$ ,  $n - \text{O}^{16}$  и  $n - \text{C}^{12}$  в области энергии от 1 до 5  $\text{Мэв}$ , причём, данные, достаточно точные для расчёта поляризации, имеются, повидимому, лишь для рассеяния  $p - \text{He}^4$  и  $n - \text{He}^4$ .

На рис. 15 даны значения фаз ядерного рассеяния для системы  $p - \text{He}^4$ , полученные Критчфилдом и Доддером<sup>8</sup> из анализа данных Фриера и др.<sup>13</sup> по угловому рассеянию  $p - \text{He}^4$ . Фазы указаны в градусах, а энергия в лабораторной системе координат. На рис. 16 приведены значения фаз  $n - \text{He}^4$ <sup>14</sup>.

Процедура фазового анализа данных по угловым распределениям довольно сложна и производится путём разложения полученных в эксперименте  $\sigma(\theta)$  по шаровым функциям нулевого и первого

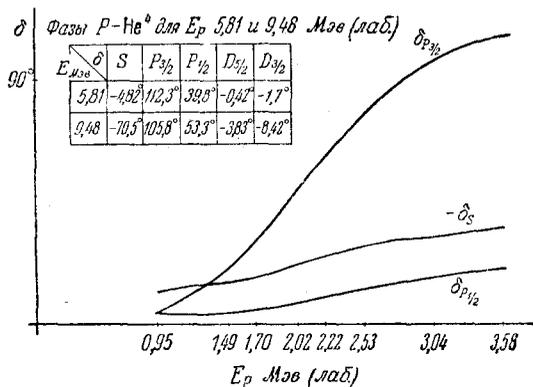


Рис. 15.

порядков. Ошибки в абсолютной величине фаз определяются главным образом неточностями в измерениях  $\sigma(\theta)$ , а также процедурой фазового анализа<sup>15</sup>. Для данных по p-He<sup>4</sup> ошибки  $\delta_{P_{1/2}}$  и  $\delta_{P_{3/2}}$  составляют  $\sim 2^\circ$ , а для  $\delta_{S_{1/2}} \sim 5^\circ$ . Ошибки фаз для n-He<sup>4</sup> не указаны авторами, но, вероятно, довольно велики.

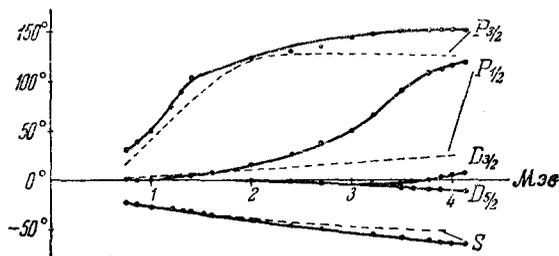


Рис. 16.

Следует вообще заметить, что фазовый анализ данных о  $\sigma(\theta)$  характеризуется малой устойчивостью, т. е. большими ошибками в фазе при сравнительно малых ошибках в величине  $\sigma(\theta)$ . Это особенно сказывается вдали от резонансов, а также в случае широких и перекрывающихся резонансов, как, например, при рассеянии n-He<sup>4</sup>.

Неточность усугубляется тем, что данные по  $\sigma(\theta)$  могут быть получены с достаточной точностью лишь в ограниченном интервале  $\theta$ . Даже в благоприятном случае n-He<sup>4</sup>, когда угол рассеяния нейтронов определяется по энергии отдачи He<sup>4</sup> в иониза-

ционной камере или пропорциональном счётчике, достоверные данные по  $\sigma(\theta)$  могут быть получены лишь в интервале  $\theta 70^\circ - 180^\circ$  в  $\psi$ -системе<sup>14</sup>.

В связи с этим укажем, что поляризационные измерения могли бы служить важным дополнительным материалом не только в смысле однозначности, но (и главным образом) для существенного уточнения фазовых кривых, полученных из  $\sigma(\theta)$ . Дело в том, что анализ выражений (19) и (20) показывает, что поляризационные эффекты и эффекты, связанные с угловым распределением сечения, обладают различной чувствительностью к величине  $\sin(\delta_{3/2} - \delta_{1/2})$ , т. е. к величине спин-орбитального расщепления. Именно поляриза-

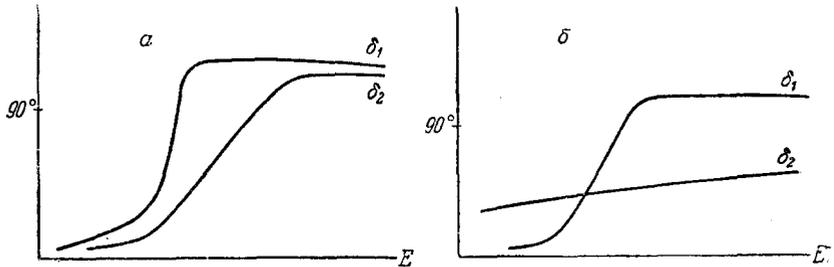


Рис. 17.

ционные эффекты пропорциональны  $|\sin(\delta_{3/2} - \delta_{1/2})|$ , а эффекты сечения пропорциональны  $|\sin(\delta_{3/2} - \delta_{1/2})|^2$ . Таким образом, поляризация — чувствительный индикатор спин-орбитального расщепления уровней, и сравнительно грубые поляризационные измерения могли бы повести к существенному уточнению фаз.

В случае широких резонансов качественные поляризационные измерения могут иногда разрешить вопрос, имеется ли один резонанс и потенциальное рассеяние или два перекрывающихся резонанса. В случае одного резонанса + потенциальное рассеяние примерный ход фаз вблизи резонанса показан на рис. 17, а. В случае двух перекрывающихся резонансов — на рис. 17, б. При интерференции двух состояний величина поляризации (см. формулу (20)):

$$|P| \sim \sin(\delta_1 - \delta_2) \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2. \quad (25)$$

Из (25) и рис. 17 следует, что для перекрывающихся уровней поляризация не меняет знака при изменении энергии внутри резонансного «горба», а в случае интерференции потенциального и резонансного рассеяний меняет знак.

На рис. 18 и 19 приведены рассчитанные на основании фазовых данных рис. 15 и 16 графики поляризации протонов и нейтронов в зависимости от  $\theta$  при разных  $E_p, n, E$  даны в лабораторной системе, а  $\theta$  — в  $\psi$ -системе.

Расчёт поляризации нейтронов и протонов проводился при помощи формул (19) и (20). Из-за неточности фаз  $p - He^4$  данные рис. 19 имеют лишь ориентировочный характер.

Из рис. 18 и 19 следует, что при некоторых энергиях и углах поляризация может приближаться к 100%.

Таким образом, рассеяние на  $He^4$  является одним из методов для получения и анализа поляризованных пучков. С точки зрения обнаружения поляризации частиц, полученных в ядерных реак-

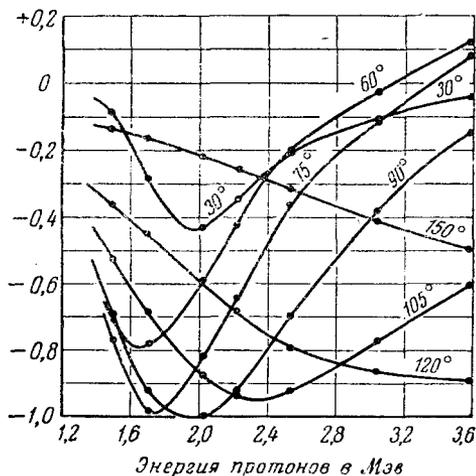


Рис. 18.

циях, протоны более удобны, чем нейтроны, так как могут быть замедлены (в результате ионизационного торможения) без деполаризации до энергий, при которых поляризация и, стало быть, азимутальная асимметрия при рассеянии на  $He^4$  проявляются особенно эффективно.

Нейтроны замедляются лишь при ядерных соударениях, ведущих к существенной деполаризации, и поэтому рассеяние нейтронов на гелии может эффективно обнаруживать поляризацию лишь для нейтронов в определённом интервале энергии.

С экспериментальной точки зрения важно подчеркнуть, что характер интерферирующих состояний, необходимых для возникновения поляризации при рассеянии, не обязательно должен быть связан с ядерным взаимодействием.

Мы разобрали случай, когда поляризация возникает при интерференции  $S$ -волны и одного из  $P$ -резонансов ( $P_{1/2}$ ) ядра  $He^{5*}$  или в результате интерференции уровней  $P_{1/2}$  и  $P_{3/2}$ . Если при данной энергии реализуется лишь одно состояние с определённым  $j$

(острый и высокий резонанс), то поляризация всё же возможна при рассеянии протонов в результате интерференции этого состояния с кулоновским рассеянием.

Существуют ещё некоторые взаимодействия, приводящие к поляризации. При прохождении быстрых нейтронов вблизи ядра с большим  $Z$  имеет место взаимодействие собственного магнитного момента нейтронов с магнитным моментом, вызванным относительным движением заряда  $Z$ . Это чисто электромагнитное взаимодей-

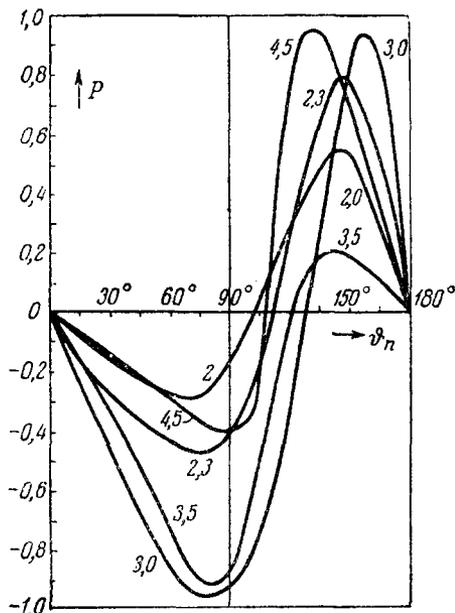


Рис. 19.

ствие существенно зависит от ориентации спина нейтронов относительно орбитального момента движения нейтрона по отношению к ядру и, несмотря на его малость, приводит к появлению волн, рассеянных на небольшие углы, которые могут интерферировать с ядерным дифракционным рассеянием (последнее для ядер с большим  $A$  и малых углов можно считать свободным от спин-орбитального взаимодействия). В результате имеют место значительные поляризационные эффекты в пределах углов рассеяния порядка  $5^{\circ}$ .

Величина поляризации  $P_{\text{расс}}$  определяется выражением

$$P_{\text{расс}} = \frac{2 \left( \frac{k}{4\pi} \right) \sigma_{\text{полн}} \cdot \gamma \cdot \text{ctg} \frac{\theta}{2}}{\sigma(0) + \gamma^2 \text{ctg} \frac{\theta}{2}} \quad \text{п.} \quad (26)$$

Здесь  $\mathbf{n}$  — нормаль к плоскости рассеяния  $\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{k}_0]}{k^2 \cdot \sin \theta}$ , где  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}$  — направления падающих и рассеянных нейтронов

$$\gamma = \frac{1}{2} \mu \left( \frac{\hbar}{mc} \right) \left( \frac{Ze^2}{\hbar c} \right),$$

где  $\mu$  — магнитный момент нейтрона,  $m$  и  $Z$  — масса и заряд рассеивающего ядра,  $\theta$  — угол рассеяния в  $\zeta$ -системе.  $\sigma_{\text{полн}}$  определяется как полное сечение согласно модели непрозрачного ядра и принимается равным для  $kR \ll 1$   $\sigma_{\text{полн}} = 4\pi R^2$  и для  $kR \gg 1$

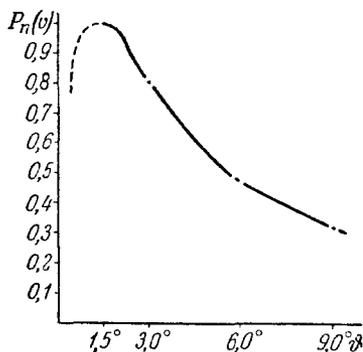


Рис. 20.

$\sigma_{\text{полн}} = 2\pi R^2$ , где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;  $R$  — радиус ядра.  $\sigma(0)$  — дифференциальное ядерное сечение для  $\theta = 0$ , принимаемое равным для  $kR \ll 1$   $\sigma(0) = \frac{\sigma_{\text{полн}}}{4\pi}$  и для  $kR \gg 1$   $\sigma(0) = \frac{\sigma_{\text{полн}}}{2} \frac{\pi}{\lambda^2} R^2$ .

(Из (26) следует, что  $P_{\text{расс}}$  принимает максимальное значение для углов  $\theta_0$ , определяемых соотношениями

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2} = \begin{cases} \frac{Ze^2}{2Me^2} \frac{\mu_n}{R} & \text{для } kR \ll 1, \\ \frac{Ze^2}{Me^2} \frac{\mu_n}{kR} & \text{для } kR \gg 1, \end{cases} \quad (27)$$

причём величина поляризации при оптимальном угле  $\theta_0$

$$P(\theta_0) = \begin{cases} kR & \text{для } kR \ll 1, \\ \sim 1 & \text{для } kR \gg 1. \end{cases}$$

С помощью экстраполяции Швингер оценивает  $P(\theta)$  при рассеянии нейтронов с  $E \cong 1$  Мэв на Рб (рис. 20).

Автор приносит глубокую благодарность Я. Б. Зельдовичу, А. С. Компанейцу и Я. А. Смородинскому за обсуждение вопросов поляризации.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. M. G. Mayer, Phys. Rev. **75**, 1969 (1949).
  2. J. S. Schwinger, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
  3. L. Wolfenstein, Phys. Rev. **75**, 1664 (1949).
  4. L. Wolfenstein, Phys. Rev. **75**, 342 (1949).
  5. J. Lepore, Phys. Rev. **79**, 137 (1950).
  6. Dalitz, Proc. Phys. Soc. A **65**, 175 (1952).
  7. Мотт и Мессси, Теория атомных столкновений. М., ИЛ, 1951.
  8. C. Critchfield a. D. Dodder, Phys. Rev. **76**, 602 (1949).
  9. Ландау и Смородинский, Journ. of Phys. USSR **8**, 154 (1944).
  10. R. Adair, Phys. Rev. **86**, 155 (1952).
  11. C. N. Jang, Phys. Rev. **74**, 764 (1948).
  12. M. Heusingveld a. G. Freier, Phys. Rev. **85**, 81 (1951).
  13. Freier, Lampi, Sleater a. Williams, Phys. Rev. **75**, 1345 (1949).
  14. P. Huber, E. Baldinger, Helv. Phys. Acta **25**, 437 (1952).
  15. D. Dodder, Gammel, Phys. Rev. **88**, 520 (1952).
  16. J. S. Schwinger, Phys. Rev. **73**, 407 (1948).
-