1959 г. Март       Т. LXVII, вып. 3
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДЕЙТОНОВ С ЯДРАМИ

*А. Г. Ситенко*

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение . . . . . . . . . . 377
I. Взаимодействие дейтонов с ядрами в области малых и средних энергий . . 379
§ 2. Упругое рассеяние дейтонов . . . . . . 379
§ 3. Реакции срыва (d, p) и (d, n) . . . . . . 384
§ 4. Реакции (d, p) и (d, n) с образованием составного ядра . . . . . . 404
§ 5. Неупругое рассеяние дейтонов . . . . . . 408
§ 6. Взаимодействие дейтонов с тяжелыми ядрами . . . . . . 413
II. Взаимодействие дейтонов с ядрами в области высоких энергий . . . . . . 420
§ 7. Дифракционное взаимодействие дейтонов с ядрами . . . . . . 420
§ 8. Расщепление быстрых дейтонов в кулоновском поле ядра . . . . . 430
§ 9. Образование дейтонов при столкновении быстрых нуклонов с ядрами . . . . . . 433
III. Дополнение . . . . . . . . . . 439



## § 1. Введение

Ядерные реакции под действием дейтонов играют важную роль в ядерной физике. Сечения этих реакций оказываются значительно больше сечений соответствующих реакций, вызываемых другими заряженными частицами. Поэтому дейтоны широко используются для получения радиоактивных изотопов.

Своеобразные особенности ядерных реакций, вызванных дейтонами, обусловлены свойствами дейтона: его рыхлой структурой, связанной с малостью энергии связи, и асимметричным распределением электрического заряда в дейтоне.

Вследствие малости энергии связи дейтона нейтрон и протон в дейтоне значительную часть времени проводят вне области действия ядерных сил. Поэтому при столкновении дейтона с ядром образование составного ядра, при котором падающий дейтон целиком поглощается ядром, не обязательно. Более вероятными оказываются процессы, при которых ядром поглощается только одна из частиц, первоначально входящих в состав дейтона; вторая частица при этом непосредственно оказывается продуктом реакции. Такой процесс, при котором одна из частиц дейтона поглощается ядром, а вторая освобождается, получил название реакции срыва или стриппинга.

Механизм реакции срыва может быть различным в зависимости от энергии падающего дейтона. Если энергия падающего дейтона меньше высоты кулоновского барьера, то благодаря кулоновским силам отталкивания, действующим на протон, в область действия ядерных сил ядра может попасть только нейтрон. В этом случае конечное ядро образуется в результате захвата нейтрона, а протон вылетает с излишком кинетической энергии, обусловленным как отдачей, полученной при развале дейтона, так и кулоновским отталкиванием.

Асимметричное распределение электрического заряда в дейтоне приводит также к возможности электрического расщепления дейтона, при котором одновременно освобождаются нейтрон и протон. Это расщепление может иметь место при любых энергиях падающих дейтонов, превосходящих порог расщепления.

В области энергий, превосходящих высоту кулоновского барьера, реакция срыва обусловлена главным образом прямым взаимодействием одной из частиц дейтона с ядром. Так как размеры дейтона велики, то вторая частица при этом может вообще не попасть в область действия ядерных сил. Таким образом, захват одной из частиц дейтона непосредственно сопровождается освобождением другой частицы. Угловое распределение освобождающихся частиц при этом определяется состоянием конечного ядра, образующегося вследствие реакции. Поэтому в области не очень высоких энергий реакция срыва может быть использована как средство изучения свойств ядер. В настоящее время спины и четности многих состояний легких ядер определены с помощью реакций срыва.

Особенно просто выглядит картина срыва в области высоких энергий, когда применимо квазиклассическое приближение. В этом случае импульс, уносимый освобождающейся частицей, равен ее импульсу в момент столкновения и складывается из импульса движения центра тяжести дейтона и импульса относительного движения частиц в дейтоне.

Реакция срыва при высоких энергиях падающих дейтонов используется для получения быстрых почти моноэнергетических нейтронов.

Кроме реакции срыва при высоких энергиях, можно указать еще на один механизм взаимодействия дейтонов с ядрами, приводящий к дополнительному выходу нейтронов и протонов. Этот механизм заключается в дифракционном расщеплении дейтона, происходящем вдали от ядра.

Вопросам взаимодействия дейтонов с ядрами в настоящее время посвящено большое количество работ как теоретических, так и экспериментальных. Однако в литературе на русском языке эти вопросы освещены недостаточно полно. В связи с этим представляется целесообразным дать обзор теоретических работ, посвященных процессам взаимодействия дейтонов с ядрами. (Экспериментальные работы в обзоре не рассматриваются; ссылки на экспериментальные работы носят в значительной мере случайный характер.)

Основное внимание в обзоре уделено процессам прямого взаимодействия дейтонов с ядрами, которые подвергались в последнее время наиболее интенсивному изучению. Мы ограничимся рассмотрением области энергий дейтонов, в которой образование мезонов не играет существенной роли. Для удобства всю область энергий разделим на две части: область малых и средних энергий ($E_d < 20$ *Мэв*) в область высоких энергий (20 *Мэв* $< M_d < 300$ *Мэв*).

В области малых и средних энергий рассмотрены следующие процессы: упругое рассеяние дейтонов, влияние на упругое рассеяние пространственной структуры дейтона и поглощения дейтонов, реакции срыва, обусловленные прямым взаимодействием, интерференция между прямыми процессами и процессами с образованием составного ядра и, наконец, неупругое рассеяние дейтонов на ядрах, сопровождающееся как возбуждением ядра, так и расщеплением дейтонов.

Отдельно рассмотрены процессы, в которых определяющую роль играет кулоновское взаимодействие: кулоновское расщепление дейтонов и реакция (d, p) на тяжелых ядрах. Эти процессы играют важную роль в области малых энергий, особенно в случае тяжелых ядер.

В области высоких энергий основное внимание уделено дифракционному взаимодействию дейтонов с ядрами. Отдельно рассмотрено расщепление дейтонов в электромагнитном поле ядер, а также образование дейтонов при столкновении быстрых нуклонов с ядрами.

## I. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДЕЙТОНОВ С ЯДРАМИ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ И СРЕДНИХ ЭНЕРГИЙ

### § 2. Упругое рассеяние дейтонов

1. Роль кулоновского взаимодействия. В области малых и средних энергий падающих дейтонов упругое рассеяние в основном определяется кулоновским взаимодействием. Рассеяние дейтонов с образованием составного ядра характеризуется чрезвычайно малой вероятностью. Это объясняется большой энергией возбуждения составного ядра, образующегося в результате захвата дейтона. Распад такого ядра с испусканием дейтона сильно затруднен вследствие конкуренции других возможных процессов распада.

Кулоновский потенциальный барьер, окружающий ядро, образуется благодаря комбинированному действию ядерных сил, действующих на малых расстояниях между нуклонами, и кулоновских сил отталкивания вне ядра. Высота кулоновского барьера для дейтона $B$ может быть определена следующим образом:

$$B = \frac{Ze^2}{R},$$

где $e$ — заряд дейтона, $Ze$ — заряд ядра и $R$ — радиус области ядерного взаимодействия, который следует считать равным сумме радиуса ядра $R_{\mathrm{A}}$ и радиуса дейтона $R_{\mathrm{d}}$

$$R = R_{\mathrm{A}} + R_{\mathrm{d}}.$$

Считая, что $R_{\mathrm{A}} = r_0 A^{1/3}$ ($A$ — массовое число, $r_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-13}$ *см*) и $R_{\mathrm{d}} = 2{,}1 \cdot 10^{-13}$ *см*, получим для $B$ выражение

$$B = 1{,}2ZA^{-1/3}(1 + 1{,}75A^{-1/3})^{-1} \text{ Мэв}.$$

Для прохождения дейтона через кулоновский барьер существенна относительная кинетическая энергия, равная $\frac{M_{\mathrm{A}}}{M_{\mathrm{A}} + M_{\mathrm{d}}} E_{\mathrm{d}}$, где $E_{\mathrm{d}}$ — кинетическая энергия падающего дейтона по отношению к бесконечно тяжелому ядру, $M_{\mathrm{d}}$ и $M_{\mathrm{A}}$ — массы дейтона и ядра. Барьер не играет роли, если $E_{\mathrm{d}} \gg B'$, где $B'$ — эффективная высота барьера, равная

$$B' = \frac{M_{\mathrm{A}} + M_{\mathrm{d}}}{M_{\mathrm{A}}} B = 1{,}2Z(A+2)A^{-\frac{4}{3}}(1 + 1{,}75A^{-\frac{1}{3}})^{-1} \text{ Мэв}. \tag{2.1}$$

Ниже приведены значения эффективной высоты барьера $B'$ в *Мэв* для различных ядер.

| Ядро | $He_4^2$ | $Be_9^4$ | $Ne_{20}^{10}$ | $Ca_{40}^{20}$ | $Zn_{60}^{30}$ | $Sn_{112}^{50}$ | $Yb_{174}^{70}$ | $U_{238}^{92}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B'$ | 1,0 | 1,5 | 2,8 | 4,8 | 6,4 | 9,2 | 11,5 | 14,0 |

Кулоновское взаимодействие дейтона с ядром удобно характеризовать параметром

$$n = \frac{Ze^2}{\hbar v},$$

где $v$ — скорость падающего дейтона. В случае малых значений этого параметра ($n \ll 1$) кулоновское взаимодействие можно учитывать с помощью теории возмущений. В обратном предельном случае $n \gg 1$ применимо квазиклассическое приближение. Для тяжелых ядер параметр $n$ больше единицы уже в области средних энергий дейтона.

Рассеяние заряженных частиц кулоновским полем, как известно, определяется законом Резерфорда. При упругом рассеянии дейтонов *отклонения от закона Резерфорда возможны вследствие двух причин.* Во-первых, возможны отклонения, вызванные пространственной структурой дейтона, и, во-вторых, если энергия падающего дейтона больше высоты кулоновского барьера, возможны отклонения, обусловленные проникновением дейтона через барьер, приводящим к поглощению дейтонов.

2. Структура дейтона и упругое рассеяние. Дейтон, состоящий из нейтрона и протона, представляет собой сложное атомное ядро, обладающее пространственной структурой. Пространственные размеры дейтона характеризуются средним расстоянием между нейтроном и протоном, входящими в его состав. Это расстояние обычно называют радиусом дейтона. Радиус дейтона благодаря малой энергии связи ($\varepsilon = 2{,}23$ *Мэв*) оказывается больше радиуса действия ядерных сил между нейтроном и протоном. Второй особенностью структуры дейтона является чрезвычайная асимметрия распределения электрического заряда в нем; центр массы и центр заряда в дейтоне не совпадают друг с другом. Поэтому даже в том случае, когда энергия падающего дейтона значительно меньше высоты кулоновского барьера, можно ожидать появления отклонений от закона Резерфорда. Характер этих отклонений был выяснен в работе Френча и Гольдбергера [63].

Движение дейтона в кулоновском поле ядра, которое для простоты можно считать точечным, будем описывать уравнением Шредингера

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{4M}\Delta_d - \frac{\hbar^2}{M}\Delta_r + V(r) + \frac{Ze^2}{\left|\mathbf{r}_d - \frac{1}{2}\mathbf{r}\right|} - E\right\}\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_d) = 0. \qquad (2.2)$$

Здесь $\Delta_d$ и $\Delta_r$ — операторы Лапласа по координатам центра тяжести дейтона $\mathbf{r}_d$ и относительным координатам $\mathbf{r}$; $V(r)$ — потенциал ядерного взаимодействия между нейтроном и протоном; $\frac{Ze^2}{\left|\mathbf{r}_d - \frac{1}{2}\mathbf{r}\right|}$ — энергия кулоновского взаимодействия дейтона с ядром, зависящая от радиуса-вектора протона $\mathbf{r}_d - \frac{1}{2}\mathbf{r}$; $E$ — полная энергия дейтона, равная $E = \frac{\hbar^2 k^2}{4M} - \varepsilon$, и $\mathbf{k}$ — волновой вектор падающего дейтона.

Для нахождения решения уравнение (2.2) удобно переписать в виде

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{4M}\Delta_d - \frac{\hbar^2}{M}\Delta_r + V(r) + \frac{Ze^2}{r_d} - E\right\}\Psi = Ze^2\left\{\frac{1}{r_d} - \frac{1}{\left|\mathbf{r}_d - \frac{1}{2}\mathbf{r}\right|}\right\}\Psi. \qquad (2.3)$$

Разложим в левой части уравнения (2.3) функцию $\Psi$ в ряд по собственным функциям относительного движения системы нейтрон — протон

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_d) = \varphi_0(r)\,\psi(\mathbf{r}_d) + \text{ортогон. слагаемое},$$

где $\varphi_0(r)$ — волновая функция основного состояния дейтона. Умножим (2.3) на $\varphi_0(r)$ и проинтегрируем по $d\mathbf{r}$. Рассматривая правую часть (2.3) как возмущение, заменим в ней $\Psi$ на $\Psi_0 = \varphi_0(r)\,\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)$, где $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)$ — волновая функция дейтона в состоянии с определенным импульсом $\mathbf{k}$

в кулоновском поле. Таким образом получим

$$\left\{\Delta_d - \frac{2kn}{r_d} + k^2\right\} \psi(\mathbf{r}_d) = 2kn \int \left\{\frac{1}{\left|\mathbf{r}_d - \frac{1}{2}\mathbf{r}\right|} - \frac{1}{r_d}\right\} \varphi_0^2(r)\, \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)\, d\mathbf{r}, \quad (2.4)$$

$n = \frac{Ze^2}{\hbar v}$, $v$ — скорость падающего дейтона.

Функция $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)$, нормированная на единичную плотность частиц в падающем потоке, имеет вид

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{-\frac{\pi}{2}n} \Gamma(1 + in) e^{i\mathbf{kr}} F(-in,\ 1,\ i(kr - \mathbf{kr})), \quad (2.5)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция и $F(\alpha, \gamma, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Функция $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)$ является решением уравнения (2.4) без правой части и описывает рассеяние дейтонов кулоновским полем ядра без учета пространственной структуры дейтона. На бесконечности $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)$ имеет вид суммы плоской и расходящейся сферической волн.

Функция $\psi(\mathbf{r}_d)$, определяемая неоднородным уравнением (2.4), описывает упругое рассеяние дейтонов с учетом их пространственной структуры.

Неоднородный член в (2.4) при больших значениях параметра $n$ весьма мал. Действительно, в интеграле (2.4) вклад, отличный от нуля, будут давать только значения $r > 2r_d$ вследствие сферической симметрии основного состояния дейтона. Поскольку, однако, эффективные значения $r$ порядка радиуса дейтона $R_d$, а глубокое проникновение дейтона при больших $Z$ к кулоновскому центру невозможно, то поправками к закону Резерфорда в случае $n \gg 1$ можно пренебречь.

Используя асимптотическую функцию Грина в кулоновском поле

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \to -\frac{1}{4\pi r} e^{i(kr - n \ln 2kr)} \psi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}'),$$

где $\mathbf{k}' = \frac{\mathbf{r}}{r} k$, а

$$\psi_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) = e^{-\frac{\pi}{2}n} \Gamma(1 - in) e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}} F(in,\ 1,\ -i(kr - \mathbf{k}'\mathbf{r})), \quad (2.6)$$

можно найти асимптотическое выражение для решения уравнения (2.4). Коэффициент при расходящейся волне в найденном выражении будет определять амплитуду упругого рассеяния дейтонов. Эта амплитуда упругого рассеяния имеет вид

$$f(\vartheta) = f_R(\vartheta) - \frac{nk}{2\pi} \int \psi_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r}_d) \left\{\frac{1}{\left|\mathbf{r}_d - \frac{1}{2}\mathbf{r}\right|} - \frac{1}{r_d}\right\} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_d)\, \varphi_0^2(r)\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}_d, \quad (2.7)$$

где $\vartheta$ — угол рассеяния (угол между векторами $\mathbf{k}'$ и $\mathbf{k}$) и $f_R(\vartheta)$ — обычная амплитуда рассеяния кулоновским полем

$$f_R(\vartheta) = -\frac{Ze^2}{4Mv} \frac{e^{-in \ln \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}}{\sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \frac{\Gamma(1 + in)}{\Gamma(1 - in)}.$$

Выбирая в качестве волновой функции основного состояния дейтона функцию Хюльтена

$$\varphi_0(r) = N \frac{e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}}{r}, \quad \beta = 7\alpha, \quad N^2 = \frac{\alpha}{2\pi(1 - \alpha r_t)}, \quad \alpha = \frac{\sqrt{M\varepsilon}}{\hbar} \quad (2.8)$$

($r_t = 1{,}6\cdot 10^{-13}$ *см* — эффективный радиус действия ядерных сил в триплетном состоянии), интеграл, входящий в (2.7), можно представить в виде

$$-8\pi N^2\left[\int\limits_{4\alpha}^{\infty}+\int\limits_{4\beta}^{\infty}-2\int\limits_{2\alpha+2\beta}^{\infty}\right]\frac{d\gamma}{\gamma^2}\int d\mathbf{r}\,\frac{e^{-\gamma r}}{r}\,\psi^*_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r})\,\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

Интегрирование по $d\mathbf{r}$ можно выполнить, воспользовавшись формулой (10.1) дополнения.

Таким образом, для дифференциального сечения упругого рассеяния дейтонов получим выражение

$$d\sigma=\Bigg|\,1-32\pi N^2k^2\frac{2\pi n}{e^{2\pi n}-1}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\exp\left(in\ln\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)\times$$

$$\times\left[\int\limits_{4\alpha}^{\infty}+\int\limits_{4\beta}^{\infty}-2\int\limits_{2\alpha+2\beta}^{\infty}\right]\frac{d\gamma}{\gamma^2}(\gamma^2-2i\gamma k)^{2n}\left(\gamma^2+4k^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)^{-2n-1}\times$$

$$\times F\left(-in,\ -in,\ 1;\ -\frac{4k^2}{\gamma^2}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)\Bigg|^2 d\sigma_R. \qquad (2.9)$$

Здесь $d\sigma_R$ — сечение рассеяния точечных частиц кулоновским полем, определяемое формулой Резерфорда

$$d\sigma_R=\left(\frac{Ze^2}{4Mv^2}\right)^2\frac{do}{\sin^4\frac{\vartheta}{2}}.$$

Если $n \ll 1$, то из (2.9) для отношения сечений $d\sigma/d\sigma_R$ найдем

$$\frac{d\sigma}{d\sigma_R}=\left\{\frac{1}{1-\alpha r_t}\frac{4\alpha}{q}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{q}{4\alpha}+\operatorname{arctg}\frac{q}{4\beta}-2\operatorname{arctg}\frac{q}{2\alpha+2\beta}\right)\right\}^2,$$

$$q=2k\sin\frac{\vartheta}{2}. \qquad (2.10)$$

Это отношение равно единице при малых углах рассеяния и уменьшается с увеличением угла. Например, при $E_d = 4$ *Мэв* и $\vartheta = 180°$ для отношения получим 0,3. Формула (2.10) соответствует борновскому приближению.

В случае больших $n$ формула (2.9) для отношения сечений $d\sigma/d\sigma_R$ дает единицу независимо от угла рассеяния.

При произвольных $n$ интегрирование (в 2.9) можно выполнить только численным путем. Например, в случае рассеяния дейтонов с энергией 14 *Мэв* на Al ($n = 0{,}8$) численное интегрирование при $\vartheta = 140°$ дает $d\sigma/d\sigma_R = 0{,}67$ (борновское приближение в этом случае дает 0,11).

Таким образом, для дейтонов с энергией, меньшей высоты кулоновского барьера, отношение $d\sigma/d\sigma_R$ при малых $n$ монотонно уменьшается с увеличением угла. С увеличением $n$ это уменьшение становится менее заметным и при $n \gg 1$ имеет место резерфордовское рассеяние.

3. Проникновение дейтонов через барьер и рассеяние. Опыты по упругому рассеянию дейтонов средних энергий на тяжелых ядрах показывают, что рассеяние при малых углах является чисто резерфордовским, однако, начиная с некоторого угла, зависящего от энергии дейтона, сечение резко уменьшается по сравнению с величиной, определяемой формулой Резерфорда. Например, в случае упругого

рассеяния дейтонов с энергией 15,2 *Мэв* на $Pb_{208}$ отношение сечения упругого рассеяния к сечению, определяемому формулой Резерфорда, равно единице вплоть до угла рассеяния $\vartheta = 30°$, однако при бо́льших углах это отношение экспоненциально уменьшается[73]. Этот экспоненциальный спад сечения с ростом угла, как было показано Портером[105], можно объяснить эффектом поглощения дейтонов в падающем пучке.

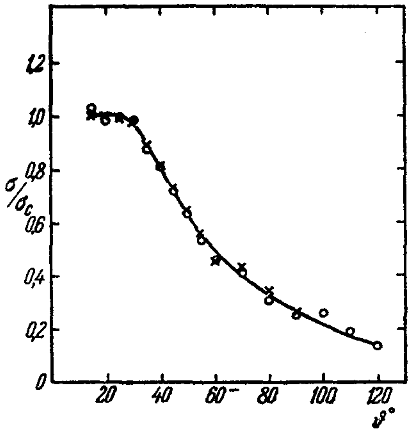


Рис. 1. Зависимость отношения сечения упругого рассеяния дейтонов к сечению Резерфорда от угла рассеяния при $E_d = 15{,}2$ *Мэв* (кружки — $Pb^{208}$, крестики — $Bi^{209}$).

В рассматриваемой области энергий длина волны дейтона значительно меньше радиуса ядра $\left(\text{при } E_d = 15\ \textit{Мэв} \text{ отношение } \frac{R}{\lambda} \cong 10\right)$, поэтому можно пользоваться квазиклассическим рассмотрением. Для упрощения будем считать, что траектории дейтона в кулоновском поле ядра не искажаются ядерными силами. Тогда уменьшение сечения рассеяния в зависимости от угла можно объяснить поглощением дейтонов вдоль кулоновской траектории.

Таким образом, сечение упругого рассеяния можно записать в виде

$$d\sigma = T(\vartheta)\, d\sigma_R, \tag{2.11}$$

где $T(\vartheta)$ — коэффициент прохождения дейтона через ядро при фиксированном угле рассеяния, равный

$$T = \exp\left(-\int \frac{dx}{l(x)}\right) \tag{2.12}$$

($x$ — координата дейтона вдоль траектории и $l(x)$ — средняя длина свободного пробега дейтона в ядерном веществе).

Вводя расстояние наибольшего сближения $b$, которое связано с углом рассеяния $\vartheta$ соотношением

$$b(\vartheta) = \frac{Ze^2}{E_d}\left(1 + \frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}}\right), \tag{2.13}$$

получим

$$\int \frac{dx}{l(x)} = 2\int\limits_{b(\vartheta)}^{\infty} dr\, \frac{dx}{dr}\, \frac{1}{l(r)},$$

где $r$ — радиус в плоскости орбиты дейтона. Интегрирование по частям дает

$$\int \frac{dx}{l(x)} = 2\int\limits_{b(\vartheta)}^{\infty} dr\, x(r)\, \frac{d}{dr}\left(-\frac{1}{l(r)}\right),$$

так как $x = 0$ при $r = b$ и $l^{-1} \to 0$ при $r \to \infty$. Длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности ядерного вещества.

Предполагая, что плотность ядерного вещества зависит от радиуса по закону

$$\rho(r) = \frac{1}{2}\left(1 - \operatorname{th}\frac{r-R}{d}\right)\rho_0, \tag{2.14}$$

где $R$ — радиус ядра и $d$ — ширина диффузного края ядра, имеем

$$\frac{1}{l(r)} = \frac{1}{2l_0}\left(1 - \operatorname{th}\frac{r-R}{d}\right)$$

($l_0$ — средняя длина свободного пробега частиц в центре ядра).

Считая для упрощения траекторию дейтона внутри ядра прямолинейной, окончательно получим

$$T(\vartheta) = \exp\left\{-\frac{1}{l_0 d}\int_{b(\vartheta)}^{\infty} dr \times \right.$$

$$\left. \times \left(r^2 - b^2(\vartheta)\right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{sech}^2\frac{r-R}{d}\right\}. \qquad (2.15)$$

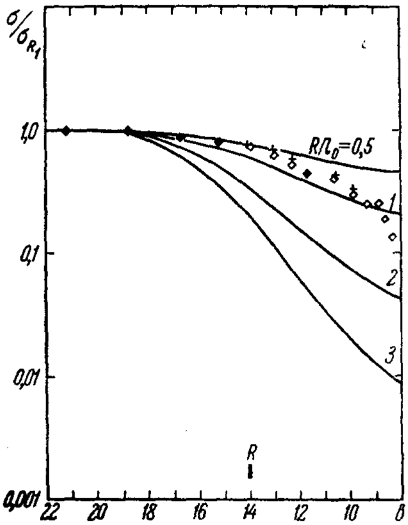


Рис. 2. Зависимость $\sigma/\sigma_R$ от расстояния наибольшего сближения $в(\vartheta)$ при различных значениях $R/l_0$ ($E_d = 12{,}2$ *Мэв*, $R = 14 \cdot 10^{-13}$ *см*, $d = 3{,}5 \times 10^{-13}$ *см*).

Если границу ядра считать резкой, то $\frac{d}{dr}\left(-\frac{1}{l(r)}\right) \underset{d\to 0}{\longrightarrow} \frac{1}{l_0}\delta(r-R)$, при этом

$$T(\vartheta) = \exp\left\{-\frac{2R}{l_0}\left(1 - \frac{b^2(\vartheta)}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}.$$

Соответствующим подбором параметров $R$, $d$ и $l_0$ можно согласовать зависимость отношения сечения от угла рассеяния, определяемую формулой (2.15), с экспериментально наблюдаемой зависимостью (рис. 2). Наилучшее согласие получается при выборе следующих значений для параметров: $R = 14 \cdot 10^{-13}$ *см*, $d = 3{,}5 \cdot 10^{-13}$ *см* и $\frac{R}{l_0} \simeq 1$ (в случае упругого рассеяния дейтонов на $Pb_{208}$ и $Bi_{209}$ при $E_d = 15{,}2$ *Мэв* [105]).

Следует иметь в виду, что уменьшение сечения упругого рассеяния с ростом угла может быть также связано с возможностью электрического расщепления дейтона.

## § 3. Реакции срыва (d, p) и (d, n)

1. Введение. Наибольший интерес в области малых и средних энергий представляют реакции (d, p) и (d, n), которые в настоящее время широко используются в ядерной спектроскопии для изучения свойств ядер. Эти реакции могут происходить двумя различными способами.

Во-первых, под действием дейтонов возможно образование составного ядра, которое затем распадается с испусканием протона или нейтрона. Схематически такой двухступенчатый процесс можно представить следующим образом:

$$A + d \to C \to B + p.$$

В этом случае при достаточно малой энергии падающих дейтонов могут наблюдаться резонансные явления (особенно для легких ядер), обусловленные квазидискретной структурой спектра составного ядра. Угловое распределение продуктов реакции при этом будет симметричным в системе центра инерции относительно направления, перпендикулярного к направлению падающего дейтона [4].

Во-вторых, возможны прямые переходы (реакция срыва или стриппинг), при которых ядро поглощает только один из нуклонов, первоначально входящих в состав дейтона,

$$A + d \rightarrow B + p.$$

Возможность таких прямых переходов обусловлена малой энергией связи дейтона. Угловое распределение продуктов реакции при прямых переходах характеризуется резко выраженной структурой, изучение которой позволяет определять спин и четность конечного состояния остаточного ядра, если известны спин и четность начального состояния исходного ядра.

На возможность использования дейтонных реакций в целях получения данных по спектроскопии ядра впервые было указано Батлером [43]. Теория реакции срыва для дейтонов средних энергий также была дана Батлером [44], который определил угловое распределение продуктов реакции срыва, используя условие непрерывности волновых функций на поверхности ядра. Результаты теории оказались в хорошем соответствии с опытными данными.

Вывод углового распределения при реакции срыва, предложенный Батлером, является чрезвычайно сложным, поэтому имеется ряд работ [35, 92, 87, 70, 61, 116, 121], в которых угловое распределение найдено другими способами. Батя, Хуанг, Хаби и Ньюис определили [35] угловое распределение для реакции срыва, воспользовавшись борновским приближением. Хотя применимость такого приближения в указанной области энергий мало оправдана, результаты оказались весьма близкими к результатам Батлера. В дальнейшем Дайтчем и Френчем [57] было показано, что борновское приближение приводит к тем же результатам, что и теория Батлера (см. также [30, 118]).

Наиболее последовательная теория реакции срыва на основе теории возмущений с учетом рассеяния дейтонной и протонной волн была развита в работе Тобокмана [116].

В настоящем параграфе мы рассмотрим теорию реакции срыва [21] на основе метода Ландау и Лифшица [17], примененного ими к реакции расщепления дейтона в кулоновском поле на тяжелых ядрах.

Для определенности в дальнейшем будем говорить о реакции (d, p), хотя полученные результаты будут применимы и к реакциям (d, n), поскольку в случае легких ядер кулоновским взаимодействием можно пренебречь.

2. Энергетические соотношения. Важную роль при реакциях срыва в области малых и средних энергий падающих дейтонов играют энергетические соотношения. Уравнение баланса энергии при реакции A (d, p) B, в предположении, что исходное ядро A находилось в основном состоянии ($E_A = 0$), может быть записано в системе центра инерции в виде

$$E_d - \varepsilon = E_p - S_n + E_B,$$

где $E_d$ и $E_p$ — кинетические энергии налетающего дейтона и испускаемого протона, $\varepsilon$ — энергия связи дейтона, $S_n$ — энергия связи поглощаемого нейтрона в ядре B, если последнее находится в основном состоянии, и $E_B$ — энергия возбуждения ядра B в конечном состоянии. (При учете конечности массы ядер $E_d$ и $E_p$ следует рассматривать как полную кинетическую энергию системы до столкновения и после столкновения.)

Изменение полной кинетической энергии системы (величина $Q$) при реакции срыва равно

$$Q = E_p - E_d = S_n - \varepsilon - E_B.$$

Наибольший интерес представляют реакции срыва, в результате которых образуется ядро в основном или слабовозбужденном состоянии. Если ядро B образуется в основном состоянии ($E_{\rm B}=0$), то $Q$ реакции будет равно $\sim 6$ *Мэв*.

Предположив, что состояние нуклонов, входящих в ядро A, при образовании ядра B не изменяется, поглощенному нейтрону можно приписать энергию $E_{\rm n}=E_{\rm B}-S_{\rm n}=E_{\rm d}-E_{\rm p}-\varepsilon$.

Эта энергия может быть как отрицательной, так и положительной. Если $E_{\rm n}<0$, то состояние нейтрона в ядре будет связанным. Если $E_{\rm n}>0$, состояние будет виртуальным, т. е. ядро B будет нестабильным относительно распада с испусканием нейтрона.

Приведенные энергетические соотношения будут также применимы к реакциям срыва (d, n), если в указанных соотношениях n и p поменять местами.

3. Угловое распределение при реакции срыва. Определим угловое распределение частиц, образующихся в результате срыва A (d, p) B. Будем предполагать, что масса ядра A бесконечно велика по сравнению с массой дейтона. Тогда уравнение Шредингера, описывающее движение дейтона (системы нейтрон + протон) в поле, обусловленном наличием ядра A, можно записать в виде

$$\left\{H_{\rm A}-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\rm n}-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\rm p}+V_{\rm n}+V_{\rm p}+V_{\rm np}-E\right\}\Psi(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n},\ \mathbf{r}_{\rm p})=0, \qquad (3.1)$$

где $H_{\rm A}$ — гамильтониан внутреннего движения исходного ядра A, $\zeta$ — координата, описывающая это движение; $\Delta_{\rm n}$ и $\Delta_{\rm p}$ — операторы Лапласа соответственно по координатам нейтрона $\mathbf{r}_{\rm n}$ и координатам протона $\mathbf{r}_{\rm p}$; $V_{\rm n}$ и $V_{\rm p}$ — потенциалы взаимодействия нейтрона и протона с ядром A, $V_{\rm np}$ — потенциал ядерного взаимодействия нейтрона с протоном и $E$ — полная энергия всей системы.

Для решения уравнения (3.1) разложим искомую функцию $\Psi$ по волновым функциям остаточного ядра B. Эти волновые функции, которые мы обозначим через $\varphi_b(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n})$ ($b$ — квантовое число), удовлетворяют уравнению

$$\left\{H_{\rm A}-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\rm n}+V_{\rm n}-E_b\right\}\varphi_b(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n})=0. \qquad (3.2)$$

Будем предполагать, что функция $\varphi_b$ подчиняется условию нормировки

$$\int\varphi_b(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n})\,\varphi_{b'}^{*}(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n})\,d\zeta\,d\mathbf{r}_{\rm n}=\delta_{bb'}. \qquad (3.3)$$

Решение уравнения (3.1) может быть представлено в виде

$$\Psi(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n},\ \mathbf{r}_{\rm p})=\sum_b\psi_b(\mathbf{r}_{\rm p})\,\varphi_b(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n})+\text{ортогон. слагаемые}, \qquad (3.4)$$

где коэффициенты разложения $\psi_b$, зависящие от координат протона, можно рассматривать как волновые функции протона, освобождающегося вследствие реакции, соответствующие определенным состояниям $\varphi_b$ остаточного ядра B.

Подставив (3.4) в (3.1) и воспользовавшись условием ортогональности функций $\varphi_b$, получим следующее уравнение для определения функций $\psi_b$:

$$\left\{\Delta_{\rm p}+k_{\rm p}^2-\frac{2M}{\hbar^2}V_{\rm p}\right\}\psi_b(\mathbf{r}_{\rm p})=\frac{2M}{\hbar^2}\int\varphi_b^{*}(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n})\,V_{\rm np}\,\Psi(\zeta,\ \mathbf{r}_{\rm n},\ \mathbf{r}_{\rm p})\,d\zeta\,d\mathbf{r}_{\rm n}, \qquad (3.5)$$

где $k_p^2 = \frac{2M}{\hbar^2}(E - E_b)$. Это дифференциальное уравнение с помощью функции Грина можно свести к интегральному уравнению.

Для нахождения сечения реакции (d, p) важно знать только асимптотику функции $\psi_b(\mathbf{r}_p)$. Эту асимптотику легко найти, воспользовавшись асимптотическим выражением для функции Грина [5] уравнения (3.5):

$$G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_p') \to -\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik_p r_p}}{r_p}\psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p'), \quad \mathbf{k}_p = \frac{\mathbf{r}_p}{r_p}k_p, \ r_p \to \infty . \tag{3.6}$$

Здесь $\psi_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)$ — волновая функция освобождающегося протона в состоянии с определенным волновым вектором $\mathbf{k}_p$, учитывающая рассеяние протона в поле остаточного ядра B. На бесконечности $\psi_{\mathbf{k}_p}$ имеет вид суммы плоской и сходящейся сферической волн.

Используя (3.6), получим следующее асимптотическое выражение для функции $\psi_b$, справедливое при больших $\mathbf{r}_p$:

$$\psi_b(\mathbf{r}_p) \to f\frac{e^{ik_p r_p}}{r_p}, \quad r_p \to \infty , \tag{3.7}$$

$$f = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}\int \psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)\,\varphi_b^*(\zeta, \mathbf{r}_n)\,V_{np}\Psi(\zeta, \mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p)\,d\zeta\,d\mathbf{r}_n\,d\mathbf{r}_p. \tag{3.8}$$

Коэффициент при расходящейся волне в (3.7) $f$ представляет собой амплитуду реакции (d, p). Дифференциальное сечение реакции связано с амплитудой соотношением

$$d\sigma = \frac{v_p}{v_d}|f|^2 dO, \tag{3.9}$$

где $v_d$ — скорость падающего дейтона и $v_p$ — скорость выделяющего протона.

Формула (3.8) определяет точное значение амплитуды реакции, для вычисления которого, однако, необходимо знание точной волновой функции всей системы $\Psi(\zeta, \mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p)$. Приближенно амплитуду реакции можно вычислить, заменив точную функцию $\Psi$ в (3.8) «падающей» волной

$$\Psi_{\zeta_0}(\zeta, \mathbf{r}_n, \mathbf{r}_p) = \varphi_a(\zeta)\,\varphi_0(r)\,\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d),$$

где $\varphi_a(\zeta)$ — волновая функция исходного ядра A, $\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\frac{e^{-\alpha r}}{r}$ — волновая функция основного состояния дейтона $\left(\alpha = \sqrt{\frac{M\varepsilon}{\hbar^2}}, \ \varepsilon\text{ — энергия связи дейтона}\right)$ и $\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d)$ — волновая функция движения дейтона как целого в поле ядра A, складывающаяся на бесконечности из падающей плоской волны с волновым вектором $\mathbf{k}_d$ и рассеянной расходящейся сферической волны. (Эта замена фактически означает использование первого приближения теории возмущений.)

Таким образом, для амплитуды реакции получим следующее выражение:

$$f = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}\int \psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)\,F^*(\mathbf{r}_n)\,V_{np}\varphi_0(r)\,\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d)\,d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_p, \tag{3.10}$$

где

$$F^*(\mathbf{r}_n) = \int \varphi_b^*(\zeta, \mathbf{r}_n)\,\varphi_a(\zeta)\,d\zeta. \tag{3.11}$$

Очевидно, $F(\mathbf{r}_n)$ можно рассматривать как волновую функцию нейтрона в конечном состоянии.

В силу короткодействующего характера ядерных сил в интеграле, входящем в (3.10), можно воспользоваться соотношением (см. дополнение)

$$V_{np}\varphi_0(r) = -\frac{4\pi\hbar^2}{M}\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\,\delta(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p). \tag{3.12}$$

(Это равенство соответствует нулевому радиусу действия ядерных сил между нейтроном и протоном в дейтоне.) Таким образом, окончательно амплитуду реакции получим в виде

$$f = 2\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\int \psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r})\,F^*(\mathbf{r})\,\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}. \tag{3.13}$$

В этом интеграле главный вклад дает область интегрирования вне ядра ($r > R$, $R$ — радиус ядра), поскольку в рассматриваемой области энергий ($E_d < 20$ *Мэв*) длина свободного пробега дейтонов и протонов в ядерном веществе очень мала и поэтому волновые функции $\psi_{\mathbf{k}_d}$ и $\psi_{\mathbf{k}_p}$, описывающие свободные состояния дейтонов и протонов, обращаются в нуль в области внутри ядра.

Учет возможности проникновения дейтонов и протонов внутрь ядра соответствует рассмотрению возможности процесса (d, p) с образованием составного ядра.

Волновую функцию нейтрона, входящего в состав остаточного ядра, удобно разложить по шаровым функциям

$$F(\mathbf{r}) = \sum_{l,\,m} \mathfrak{R}_l(r)\,Y_{lm}(\vartheta, \varphi). \tag{3.14}$$

Отдельные члены этого разложения соответствуют различным состояниям нейтрона с определенными значениями орбитального момента. Заметим, что согласно оболочечной модели в сумме по $l$ должно быть только одно слагаемое, т. е. нейтрон должен находиться в ядре только с определенным значением $l$.

Во внешней области $r > R$ радиальная волновая функция нейтрона может быть найдена точно. Если энергия нейтрона $E_n$ отрицательна, то радиальная волновая функция нейтрона в состоянии с орбитальным моментом $l$ в области вне ядра имеет вид

$$\mathfrak{R}_l(r) = C_l\mathfrak{k}_l(k_n r), \quad r > R,$$

где $\mathfrak{k}_l(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,K_{l+\frac{1}{2}}(x)$ — сферическая функция Макдональда, $k_n = \sqrt{\frac{2M\,|E_n|}{\hbar^2}}$ и $C_l$ — нормировочная постоянная. Постоянную $C_l$ удобно выразить через приведенную ширину состояния $\gamma_l$, которая определяется значением радиальной волновой функции нейтрона на поверхности ядра с помощью соотношения

$$\gamma_l = \frac{\hbar^2 R}{2M}\,|\,\mathfrak{R}_l(R)\,|^2.$$

В случае виртуального состояния нейтрона ($E_n > 0$) приведенная ширина $\gamma_l$ пропорциональна истинной нейтронной ширине $\Gamma_l$, характеризующей вероятность распада остаточного ядра B с испусканием нейтрона, уносящего орбитальный момент $l$. Таким образом, выражая $C_l$ через $\gamma_l$, имеем

$$\Re_l(r) = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2 R}\gamma_l}\,\frac{\mathfrak{k}_l(k_n r)}{\mathfrak{k}_l(k_n R)}, \qquad r > R. \tag{3.15}$$

Поскольку в (3.13) область интегрирования внутри ядра несущественна, при вычислении амплитуды $f$ можно воспользоваться разложением (3.14), в котором в качестве радиальных функций $\Re_l(r)$ следует принять выражения (3.15). Таким образом, получим

$$f = \sqrt{\frac{4M\alpha}{\pi\hbar^2 R}}\sum_{l,\,m}\sqrt{\gamma_l}\,I_l^m, \tag{3.16}$$

где

$$I_l^m = \int \psi_{\mathbf{k}_p}^*(\mathbf{r})\,\frac{\mathfrak{k}_l(k_n r)}{\mathfrak{k}_l(k_n R)}\,Y_{lm}^*(\vartheta, \varphi)\,\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}. \tag{3.17}$$

Подставляя полученное выражение для амплитуды реакции в (3.9), найдем дифференциальное сечение процесса

$$d\sigma = \frac{k_p}{k_d}\,\frac{8M\alpha}{\pi\hbar^2 R}\left|\sum_{l,\,m}\sqrt{\gamma_l}\,I_l^m\right|^2 dO. \tag{3.18}$$

4. Учет спинов. Учет спинов ядер, а также спинов дейтона, нейтрона и протона, приводит к появлению в (3.16) дополнительного множителя, зависящего от этих спинов и их проекций.

Действительно, при наличии спинов в общем выражении для амплитуды реакции (3.8) в качестве волновой функции начального состояния $\Psi$ следует взять

$$\Psi_0 = \varphi(\zeta)\,\varphi_0(r)\,\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d)\,\chi_{i\mu_i}\chi_{1\mu_1},$$

где $\chi_{i\mu_i}$ и $\chi_{1\mu_1}$ — спиновые волновые функции исходного ядра ($i$ и $\mu_i$ — спин и его проекция для исходного ядра) и дейтона ($\mu_1$ — проекция спина дейтона). Спиновые волновые функции будем считать ортонормированными согласно условию

$$\sum \chi_{i\mu_i}\chi_{i'\mu_i'} = \delta_{ii'}\delta_{\mu_i\mu_i'}.$$

В качестве волновой функции конечного состояния следует взять

$$\psi_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)\,\chi_{\frac{1}{2}\mu}\,\varphi_{j\mu_j}(\zeta, \mathbf{r}_n),$$

где $\chi_{\frac{1}{2}\mu}$ — спиновая функция освобождающегося протона, а $\varphi_{j\mu_j}$ — полная волновая функция остаточного ядра в состоянии со спином $j$ и проекцией спина $\mu_j$. Очевидно, спин остаточного ядра $j$ является суммой спина исходного ядра $i$, орбитального момента $l$ поглощаемого нейтрона и спина нейтрона $\frac{1}{2}$.

Волновую функцию остаточного ядра можно разложить по спиновым функциям исходного ядра, спиновым функциям нейтрона и собственным функциям орбитального момента нейтрона

$$\varphi_{j\mu_j}(\zeta, \mathbf{r}_n) = \sum_{\substack{l,\,s,\,m,\,\mu_s\\ \mu_i,\,\mu_n}} \varphi_{jls}(\zeta, \mathbf{r}_n)\left(\mu_i\,\mu_n \,\middle|\, i\tfrac{1}{2}s\mu_s\right)(\mu_s m \mid slj\mu_j)\,\chi_{i\mu_i}\chi_{\frac{1}{2}\mu_n}Y_{lm}, \tag{3.19}$$

где $\left(\mu_i\mu_n \,\middle|\, i\frac{1}{2}s\mu_s\right)$ и $(\mu_s m \mid slj\mu_j)$ — коэффициенты Клебша — Жордана.

Заметим, что интеграл

$$\int \varphi_{jls}(\zeta, \mathbf{r}_n)\, \varphi_i^*(\zeta)\, d\zeta = \Re_{jl}(r_n)$$

можно рассматривать как радиальную волновую функцию поглощенного нейтрона, которую в области вне ядра можно представить в виде

$$\Re_{jl}(r_n) = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2 R}\gamma_{jls}}\, \frac{\mathfrak{f}_l(k_n r_n)}{\mathfrak{f}_l(k_n R)}, \quad r_n > R,$$

где $\gamma_{jls}$ – приведенная ширина состояния, в котором поглощенный нейтрон обладает орбитальным моментом $l$ и ядро характеризуется полным спином $j$.

Используя (3.19) и разложение спиновой функции дейтона по спиновым функциям нейтрона и протона

$$\chi_{1\mu_1} = \sum_{\mu_n \mu_p} \left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\mu_n \mu_p \,\middle|\, 1\mu_1\right) \chi_{\mu_n} \chi_{\mu_p},$$

амплитуду реакции после выполнения интегрирования и суммирования по спиновым переменным получим в виде

$$f = \sqrt{\frac{4M\alpha}{\pi\hbar^2 R}} \sum_{l,\, s,\, m,\, \mu_s,\, \mu_n} \sqrt{\gamma_{jls}} \left(\mu_i \mu_n \,\middle|\, i\,\frac{1}{2}\, s\mu_s\right) (\mu_s m \mid slj\mu_j) \times \\ \times \left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\mu_n \mu_p \,\middle|\, 1\mu_1\right) I_l^m, \tag{3.20}$$

где $I_l^m$ по-прежнему будет определяться выражением (3.17).

Сечение реакции (d, p) будет определяться квадратом модуля (3.20). При этом сечение необходимо усреднить по значениям проекций спинов в начальном состоянии и просуммировать по значениям проекций спинов в конечном состоянии

$$\frac{1}{3(2i+1)} \sum |f|^2 = \frac{4M\alpha}{\pi\hbar^2 R}\, \frac{1}{3(2i+1)} \sum_{\substack{\mu_i,\, \mu_1 \\ \mu_j,\, \mu_p}} \Bigg| \sum_{l,\, s,\, m,\, \mu_s,\, \mu_n} \sqrt{\gamma_{jls}} \left(\mu_i \mu_n \,\middle|\, i\,\frac{1}{2}\, s\mu_s\right) \times \\ \times (sl\mu_s m \mid j\mu_j) \left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\mu_n \mu_p \,\middle|\, 1\mu_1\right) I_l^m \Bigg|^2.$$

Суммирование можно выполнить, воспользовавшись последовательно следующими соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{\mu_d,\, \mu_p} \left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\mu_n \mu_p \,\middle|\, 1\mu_d\right) \left(\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\mu_n' \mu_p \,\middle|\, 1\mu_d\right) = \frac{3}{2}\,\delta_{\mu_n \mu_n'}, \\ &\sum_{\mu_i,\, \mu_n} \left(i\,\frac{1}{2}\,\mu_i \mu_n \,\middle|\, s\mu_s\right) \left(i\,\frac{1}{2}\,\mu_i \mu_n \,\middle|\, s'\mu_s'\right) = \delta_{ss'}\delta_{\mu_s \mu_s'}, \\ &\sum_{\mu_s,\, \mu_j} (sl\mu_s m \mid j\mu_j)(sl'\mu_s m' \mid j\mu_j) = \frac{2j+1}{2l+1}\,\delta_{ll'}\delta_{mm'}, \end{aligned}\right\} \tag{3.21}$$

вытекающими из свойств ортогональности коэффициентов Клебша—Жордана.

Окончательно в результате усреднения и суммирования по спиновым состояниям получим выражение для сечения реакции (d, p):

$$d\sigma = \frac{2j+1}{2i+1}\,\frac{k_p}{k_d}\,\frac{4M\alpha}{\pi\hbar^2 R}\sum_l \frac{\gamma_{jl}}{2l+1}\sum_m |I_l^m|^2 dO. \tag{3.22}$$

Здесь $i$ и $j$ — спины начального состояния ядра $A$ и конечного состояния ядра B и $\gamma_{jl} = \sum\limits_s \gamma_{jls}$.

Суммирование в (3.22) производится только по тем значениям $l$, которые удовлетворяют правилам перехода

$$\left| |i-j| - \frac{1}{2} \right| \leqslant l \leqslant i+j+\frac{1}{2}.$$

При этом, если четность начального состояния ядра A и конечного состояния ядра B одинаковы, то возможны только четные значения $l$, если же четности начального и конечного состояний различны, то возможны только нечетные значения $l$.

Амплитуда $I_l^m$, входящая в (3.22), определяется выражением

$$I_l^m = \int \psi_{\mathbf{k}_p}^*(\mathbf{r})\,\frac{\mathfrak{k}_l(k_n r)}{\mathfrak{k}_l(k_n R)}\,Y_{lm}(\vartheta, \varphi)\,\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}, \tag{3.23}$$

где $\psi_{\mathbf{k}_d}$ — волновая функция, описывающая движение дейтона как целого в поле ядра A, и $\psi_{\mathbf{k}_p}$ — волновая функция, описывающая движение протона в поле ядра B. Величина $k_n$ связана с энергией $E_n$ поглощенного нейтрона соотношением $k_n = \sqrt{-\frac{2ME_n}{\hbar^2}}$.

Формула (3.22) определяет угловое распределение протонов, образующихся при реакции срыва (d, p).

5. Приближение плоских волн. Нахождение углового распределения протонов, образующихся при реакции срыва, сводится к вычислению интеграла (3.17). В явном виде этот интеграл удается вычислить, если пренебречь рассеянием дейтонной и протонной волн в поле ядра, т. е. заменить волновые функции $\psi_{\mathbf{k}_d}$ и $\psi_{\mathbf{k}_p}$ в интеграле (3.17) плоскими волнами $e^{i\mathbf{k}_d\mathbf{r}}$ и $e^{i\mathbf{k}_p\mathbf{r}}$, причем интегрирование производить только по области вне ядра $r > R$. Таким образом, $I_l^m$ приближенно можно представить в виде

$$I_l^m = \int\limits_{r>R} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} Y_{lm}^*(\vartheta, \varphi)\,\frac{\mathfrak{k}_l(k_n r)}{\mathfrak{k}_l(k_n R)}\,d\mathbf{r}, \qquad \mathbf{k} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p. \tag{3.24}$$

Очевидно, приближением плоских волн можно пользоваться только в том случае, если энергия падающего дейтона $E_d$ и энергия вылетающего протона $E_p$ значительно больше высоты кулоновского барьера $\frac{Ze^2}{R}$.

Используя разложение плоской волны по шаровым функциям

$$e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} = 4\pi \sum_{l,\,m} i^l j_l(kr)\,Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}})\,Y_{lm}(\vartheta, \varphi),$$

а также свойство ортогональности шаровых функций, найдем

$$I_l^m = 4\pi i^l Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}}) \int\limits_R^\infty j_l(kr)\,\frac{\mathfrak{k}_l(k_n r)}{\mathfrak{k}_l(k_n R)}\,r^2 dr =$$

$$= 4\pi i^l Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}})\,\frac{R^2}{k^2+K_n^2}\left\{\frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR)\,\frac{d}{dR}\ln \mathfrak{k}_l(k_n R)\right\}. \tag{3.24'}$$

Подставляя полученное выражение для $I_l^m$ в (3.22) и выполняя суммирование по $m$ согласно соотношению

$$\sum_m |Y_{lm}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi},$$

окончательно получим для сечения реакции срыва в приближении плоских волн следующее выражение:

$$d\sigma = \frac{2j+1}{2i+1}\frac{k_p}{k_d}\frac{4M\alpha R^3}{\hbar^2}\frac{1}{\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}^2}\sum_l \gamma_{jl}\left|\frac{dj_l(kR)}{dR} - \right.$$

$$\left. - j_l(kR)\frac{d}{dR}\ln \mathfrak{k}_l(k_n R)\right|^2 dO. \qquad (3.25)$$

При этом мы использовали соотношение $k^2+k_n^2 = 2\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}$, вытекающее из закона сохранения энергии.

Угловое распределение протонов, определяемое формулой (3.25), зависит от энергий падающего дейтона $E_d$ и испускаемого протона $E_p$, а также от орбитального момента $l$ поглощаемого нейтрона.

Для определенных начального состояния ядра А и конечного состояния ядра В допустимые значения $l$ определяются правилами отбора:

a) $j$ является векторной суммой $i$, $l$ и $\frac{1}{2}$, т. е.

$$\left||j-i|-\frac{1}{2}\right| \leqslant l \leqslant j+i+\frac{1}{2}.$$

b) Если начальное и конечное состояния имеют одинаковую четность, то $l$ четные. Если четности различны, то допустимые значения $l$ нечетные.

Эти правила отбора ограничивают число слагаемых в (3.25) и часто приводят только к одному слагаемому, соответствующему определенному $l$.

Формула (3.25) содержит два множителя, зависящие от угла вылета протона $\vartheta$ (угол между векторами $\mathbf{k}_p$ и $\mathbf{k}_d$).

1) Дейтонный множитель $\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}^{-2}$.

Протон, имеющий первоначально средний импульс $\frac{1}{2}\mathbf{k}_d$, испускается с импульсом $\mathbf{k}_p$. Разность $\mathbf{k}_p-\frac{1}{2}\mathbf{k}_d$ определяет импульс относительного движения протона в дейтоне в момент отрыва нейтрона. Множитель $\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}^{-2}$ пропорционален вероятности данного значения относительного импульса в дейтоне. Этот множитель как функция угла $\vartheta$ между $\mathbf{k}_p$ и $\mathbf{k}_d$, имеет максимум в направлении вперед. Чем больше угол вылета, тем больше должен быть импульс относительного движения в дейтоне и тем меньше его вероятность. Дейтонный множитель одинаков для переходов с различными $l$. Зависимость дейтонного множителя от угла представлена на рис. 3.

2) Нейтронный множитель $\left|\frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR)\frac{d}{dR}\ln \mathfrak{k}_l(k_n R)\right|^2$.

Нейтрон уходит из дейтона с импульсом $\mathbf{k}=\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p$. Этот импульс нейтрон передает ядру. Множитель

$$\left|\frac{dj_l(kR)}{dR} - j_l(kR)\frac{d}{dR}\ln \mathfrak{k}_l(k_n R)\right|^2$$

пропорционален вероятности того, что нейтрон с импульсом $\mathbf{k}$ может быть найден на поверхности ядра в состоянии с орбитальным моментом $l$. Этот множитель, содержащий сферические функции Бесселя, является осциллирующей функцией угла $\vartheta$, осцилляции уменьшаются с увеличением $\vartheta$. Если $l=0$, то нейтронный множитель имеет главный максимум в направлении вперед $\vartheta=0$. Для всех других значений $l$ при $\vartheta=0$ имеем минимум. Положение первичного максимума при $l\neq 0$ можно найти из квазиклассического условия захвата нейтрона $kR=l$, где $k=\left[(k_d-k_p)^2+4k_dk_p\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$. Чем больше момент $l$, тем больший импульс $k$ необходим для нейтрона, чтобы он смог проникнуть на расстояние $R$.

С ростом $l$ первичный максимум нейтронного множителя смещается в сторону бо́льших углов $\vartheta$ и уменьшается по величине. Зависимость нейтронного множителя от угла для различных $l$ представлена на рис. 3.

На рис. 3 представлена также характерная зависимость дифференциального сечения от угла $\vartheta$ для различных значений $l$.

Если правила отбора допускают несколько различных значений $l$, то дифференциальное сечение будет представляться в виде суммы аддитивных слагаемых (без интерференции), соответствующих различным значениям $l$. Веса соответствующих слагаемых будут определяться приведенными ширинами $\gamma_{jl}$.

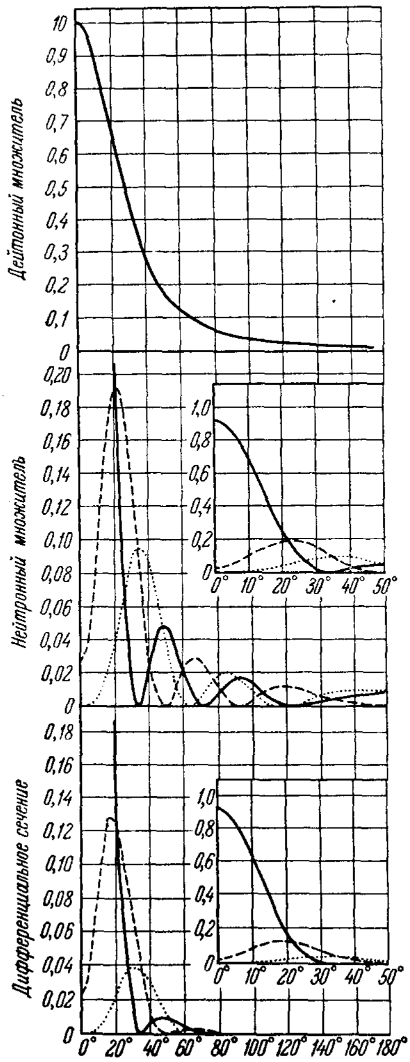


Рис. 3. Угловое распределение при реакции срыва. Сплошная кривая $l=0$, пунктирная $l=1$ и точечная $l=2$. $E_d=6{,}9$ *Мэв*, $E_p=10{,}8$ *Мэв*, $R=7\cdot 10^{-13}$ *см*.

6. Переход к модели Сербера. Если энергия падающего дейтона достаточно велика $E_d\gg\varepsilon$, нейтрон при срыве будет захватываться в виртуальное состояние ($k_n=i\varkappa_n$, которому соответствует энергия конечного ядра, лежащая в области непрерывного спектра. Обозначив через $\rho_{jl}$ плотность конечных состояний ядра, сечение срыва, при котором энергия конечного ядра лежит в интервале $dE_j$, можно записать в виде

$$d\sigma=\frac{2j+1}{2i+1}\,\frac{8M\varkappa R^3}{\hbar^2}\,\frac{k_p}{k_d}\,\frac{1}{\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}^2}\sum_l\gamma_{jl}\left|\frac{dj_l(kR)}{dR}-j_l(kR)\,\frac{d}{dR}\ln h_l^{(1)}(\varkappa_n R)\right|^2\rho_{jl}\,dE_j\,do. \qquad (3.26)$$

При наличии большого числа слагаемых с различными $l$ в (3.26) главную роль играют углы, при которых разность $k^2 - \varkappa_n^2$ очень мала, поэтому

$$\left\{\frac{dj_l(kR)}{dR} h_l^{(1)}(\varkappa_n R) - j_l(kR)\frac{dh_l^{(1)}\varkappa_n R}{dR}\right\} \approx -\frac{i}{kR^2}.$$

Используя принцип детального равновесия, согласно которому приведенная ширина $\gamma_{jl}$ связана с вероятностью прилипания нейтрона к ядру $\zeta_l$ и плотностью конечных состояний ядра $\rho_{lj}$ соотношением [2]

$$\gamma_{jl} = \frac{(2l+1)(2i+1)\zeta_l}{2\pi x_n R(2j+1)\rho_{jl}},$$

и замечая, что при $\varkappa_n R \gg 1$ приближенно $|h_l^{(1)}(\varkappa_n R)|^2 \simeq \frac{1}{\varkappa_n^2 R^2}$, получим следующее выражение:

$$d\sigma = \frac{2M\alpha}{\pi\hbar^2 k_d}\frac{1}{\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}^2}\sum_l (2l+1)\zeta_l dE_j do.$$

Мы видим, что энергия дейтона делится примерно пополам между нейтроном и протоном.

В случае быстрых нейтронов можно считать, что они поглощаются ядром, если только параметр столкновения меньше радиуса ядра. Поскольку мы интересуемся процессом срыва необходимо учитывать только те нейтроны, с которыми связаны протоны, не взаимодействующие с ядром. Если проекция расстояния между нейтроном и протоном равна $\rho$, то, очевидно, этим нейтронам будут соответствовать прицельные параметры $l\lambda$ $\left(\lambda = \frac{2}{k_d}\right)$, заключенные в интервале между $R-\rho$ и $R$. Выполняя суммирование по прицельным параметрам в указанном интервале, усредняя по различным значениям $\rho$ и интегрируя по энергиям и углам вылетающих протонов, получим формулу Сербера [111] для полного сечения реакции срыва

$$\sigma_p = \frac{\pi}{2}RR_d, \quad R_d \ll R. \tag{3.27}$$

Распределение вылетающих протонов по углам и энергиям соответствует при этом «прозрачной» модели Сербера [111]

$$d\sigma(\vartheta) = \sigma_p\sqrt{\frac{\varepsilon}{E_d}}\frac{\vartheta\, d\vartheta}{\left(\frac{\varepsilon}{E_d}+\vartheta^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \quad d\sigma(E_p) = \frac{\sigma}{\pi}\frac{\sqrt{\varepsilon E_d}dE_p}{\left(E_p-\frac{1}{2}E_d\right)^2+\varepsilon E_d}. \tag{3.28}$$

7. Учет конечности массы ядра. В случае реакции срыва на легких ядрах учет конечности массы ядра может приводить к заметным поправкам. Покажем, как следует видоизменить результаты предыдущих разделов, чтобы учесть конечность массы ядра.

1) В выражении для амплитуды реакции (3.10) следует заменить массу протона $M$ приведенной массой протона $\frac{MM_B}{M+M_B}$. (Массы нейтрона и протона мы по-прежнему будем считать равными и обозначим их $M$, массы исходного ядра A и остаточного ядра B обозначим $M_A$ и $M_B$.)

2) В приведенную ширину $\gamma_{jl}$ входит приведенная масса нейтрона, поэтому в формуле (3.15) массу нейтрона $M$ следует заменить приведенной массой нейтрона $\frac{MM_A}{M+M_A}$.

3) В выражении для скорости дейтона $v_d = \frac{\hbar k_d}{M_d}$, входящем в сечение (3.9), массу дейтона $M_d = 2M$ следует заменить приведенной массой $\frac{2MM_A}{2M + M_A}$.

Учет указанных поправок приводит к появлению в выражении для сечения (3.22) добавочного множителя

$$\left(1+\frac{M}{M_B}\right)^{-1}\left(1+\frac{M}{M_A}\right)^{-1}\left(1+\frac{2M}{M_A}\right)^{-1} = \left(1+\frac{2M}{M_A}\right)^{-2}.$$

4) В выражение (3.10) входят векторы $\mathbf{r}_n$ и $\mathbf{r}_p$, определяющие координаты нейтрона и протона относительно центра тяжести начального ядра. Введем вектор $\mathbf{r}'_p = \mathbf{r}_p - \frac{M}{M_B}\mathbf{r}_n$, определяющий координаты протона относительно центра тяжести остаточного ядра B. Очевидно в (3.10) при учете конечности массы ядра волновая функция $\phi_{\mathbf{k}_p}$, описывающая движение протона в поле остаточного ядра $B$, должна зависеть от $\mathbf{r}'_p$. Таким образом, в приближении плоских волн для амплитуды реакции получим

$$f = 2\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\int e^{i\mathbf{kr}} F(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}_b - \frac{M_A}{M_B}\mathbf{k}_p.$$

Замечая также, что

$$k^2 + k_n^2 = 2\frac{M_A}{M_B}\left\{\alpha^2 + \left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p\right)^2\right\},$$

окончательно получим в приближении плоских волн с учетом конечности массы ядра следующее выражение для дифференциального сечения реакции срыва (d, p):

$$d\sigma = \frac{2j+1}{2i+1}\frac{k_p}{k_d}\frac{\left(1+\frac{M}{M_A}\right)^4}{\left(1+\frac{M}{M_B}\right)^2}\frac{4M\alpha R^3}{\hbar^2}\frac{1}{\left\{\alpha^2+\left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d-\mathbf{k}_p\right)^2\right\}^2}\sum_l \gamma_{jl}\left|\frac{dj_l(kR)}{dR} - \right.$$
$$\left. - j_l(kR)\frac{d}{dR}\ln \mathfrak{f}_l(k_n R)\right|^2 do,$$
$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_d - \frac{M_A}{M_B}\mathbf{k}_p. \tag{3.29}$$

Эта формула определяет угловое распределение протонов в системе центра инерции.

8. Сравнение с экспериментом. Угловое распределение продуктов реакции срыва, определяемое формулой (3.25), впервые было найдено Батлером. Несмотря на большое число допущений, сделанных при выводе формулы (3.25) (предположение о нулевом радиусе действия ядерных сил между нейтроном и протоном, замена точной волновой функции системы $\Psi$ в выражении для амплитуды (3.8) приближенной функцией $\Psi_0$, пренебрежение рассеянием дейтонной и протонной волн в поле ядра и пренебрежение возможностью проникновения дейтона и протона внутрь ядра), угловое распределение, даваемое этой формулой, находится в хорошем согласии с экспериментальными данными для большого числа реакций (особенно для легких ядер).

На рис. 4, 5, 6 и 7 показаны наблюдаемые на опыте угловые распределения для ряда реакций. Наблюдаемые угловые распределения и теоретические угловые распределения, определяемые формулой (3.25), хорошо совпадают в области малых углов. В области же больших углов может иметь место расхождение, обусловленное возможностью процессов с образованием составного ядра.

При сравнении экспериментальных данных с формулой (3.25) приходится подбирать наилучшим образом параметр $R$, значение кото-

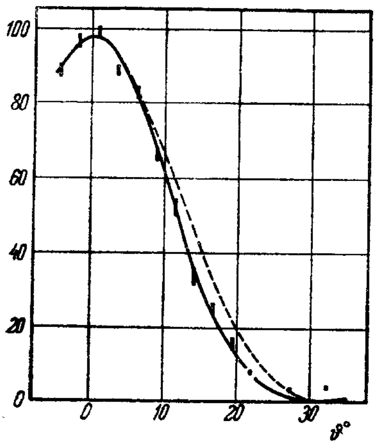


Рис. 4. Угловое распределение протонов $Al^{27}(d,p)Al^{28}$, $E_d=8$ *Мэв*, $Q_0=5{,}49$ *Мэв*, $l=0$. Сплошная кривая $R=6{,}15\cdot 10^{-13}$ *см*, пунктирная $R=5{,}4\cdot 10^{-13}$ *см*.

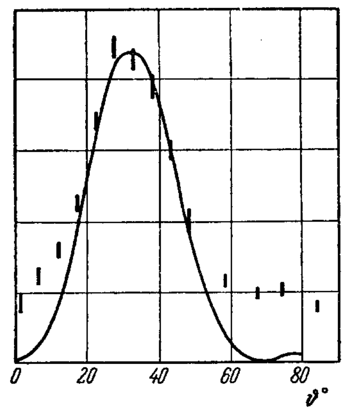


Рис. 5. Угловое распределение протонов $Si^{28}(d,p)Si^{29}$, $E_d=8{,}18$ *Мэв*, $Q_1=4{,}97$ *Мэв*, $E_1=1{,}28$ *Мэв*, $l=2$, $R=4{,}4\cdot 10^{-13}$ *см*.

рого может несколько отличаться от обычно принимаемого значения радиуса ядра $R_0$. Хорошее согласие с опытом получается при выборе $R$

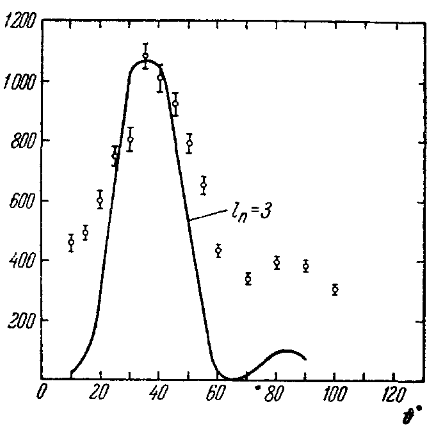


Рис. 6. Угловое распределение протонов $Ca^{42}(d, p)Ca^{43}$, $E_d=7$ *Мэв*, $Ca^{43}$ в основном состоянии, $l=3$, $R=7{,}5\cdot 10^{-13}$ *см*.

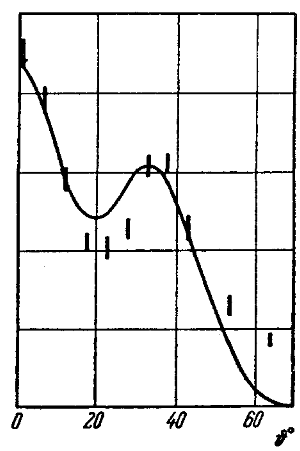


Рис. 7. Угловое распределение протонов $Mg^{25}(d, p)Mg^{26}$, $E_d=8{,}21$ *Мэв*, $Q_1=7{,}05$ *Мэв*, $E_1=1{,}83$ *Мэв*, $l=\binom{0}{2}$ (смесь), $R=5{,}3\cdot 10^{-13}$ *см*.

несколько большим радиуса ядра $R_0$, определяемого по эмпирической формуле

$$R_0=\left(1{,}7+1{,}22A^{\frac{1}{3}}\right)\cdot 10^{-13}\ см,$$

где $A$ — массовое число ядра.

На рис. 4 показано, как изменяется угловое распределение при изменении величины $R$ примерно на 10%.

Однако в ряде случаев на опыте наблюдаются значительные отклонения от предсказаний теории Батлера. Эти отклонения указывают на важность учета ядерного, а также кулоновского рассеяния частиц, участвующих в реакции срыва [32].

9. Учет рассеяния дейтонной и протонной волн. Волновые функции дейтона и протона с учетом кулоновского и ядерного рассеяния в области вне ядра можно взять в виде

$$\psi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{l,m} i^l e^{i\eta_l(n_\mathrm{d})} \{F_l(n_\mathrm{d} k_\mathrm{d} r) - \alpha_l^\mathrm{d} H_l(n_\mathrm{d}, k_\mathrm{d} r)\} r^{-1} Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}, \varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}) Y_{lm}(\vartheta, \varphi), \tag{3.30}$$

$$\psi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{l,m} i^l e^{-i\eta_l(n_\mathrm{p})} \{F_l(n_\mathrm{p}, k_\mathrm{p} r) - \alpha_l^{\mathrm{p}*} H_l^*(n_\mathrm{p}, k_\mathrm{p} r)\} r^{-1} Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}, \varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}) Y_{lm}(\vartheta, \varphi), \tag{3.31}$$

где $F_l(n, kr)$ и $G_l(n, kr)$ — регулярная и иррегулярная радиальные кулоновские функции, являющиеся решениями уравнения

$$\frac{d^2 u_l}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2MZe^2}{\hbar^2 r}\right] u_l = 0,$$

$H_l = F_l - iG_l$; $\eta_l = \arg\Gamma(1 + l + in)$ — кулоновская фаза рассеяния; $n = \frac{Ze^2}{\hbar v}$, где $v$ — скорость частицы; амплитуды $\alpha_l^\mathrm{d}$ и $\alpha_l^\mathrm{p}$ описывают чисто ядерное рассеяние парциальных дейтонной и протонной волн.

Амплитуды $\alpha_l^\mathrm{d}$ и $\alpha_l^\mathrm{p}$ могут быть выражены через логарифмическую производную радиальной волновой функции $f_l$ на поверхности ядра [4]

$$\alpha_l = \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{f_l - \Delta + is}{f_l - \Delta - is} \, \frac{H_l^*(R)}{H_l(R)}\right\},$$

где

$$\Delta_l = R\left[\frac{G_l G_l' + F_l F_l'}{G_l^2 + F_l^2}\right]_{r=R}, \quad s_l = R\left[\frac{G_l F_l' - F_l G_l'}{G_l^2 + F_l^2}\right]_{r=R}.$$

В предельных случаях выражения для амплитуд $\alpha_l$ упрощаются.

а) Абсолютно непроницаемое ядро

$$\alpha_l = \frac{F_l(R)}{H_l(R)}.$$

в) Вблизи резонансной энергии

$$\alpha_l^s = -\frac{i}{2}\,\frac{\Gamma_l^s}{E - E^s + \frac{i}{2}\Gamma_l}\,\frac{H_l^*(R)}{H_l(R)}.$$

с) Черное ядро

$$\alpha_l = \begin{cases} \frac{1}{2} & l \leqslant kR \\ 0 & l > kR. \end{cases}$$

Однако, используя функции (3.30) и (3.31), интеграл $I_l^m$ в явном виде не удается вычислить. Численные расчеты, выполненные Тобокманом и Калосом [117], показали, что учет кулоновского и ядерного рассеяния дейтона и протона может приводить к заметным отклонениям от результатов теории Батлера.

На рис. 8 и 9 приведены графики, показывающие влияние кулоновского и ядерного рассеяния на угловое распределение протонов в реакции (d, p).

Кулоновское рассеяние дейтонной и протонной волн приводит к смещению максимумов углового распределения в сторону больших углов, уширению и уменьшению максимумов. Величина полного сечения при этом также уменьшается. В случае малых энергий падающих дейтонов кулоновские эффекты могут полностью изменить картину углового распределения. Если энергия дейтона значительно превосходит высоту кулоновского

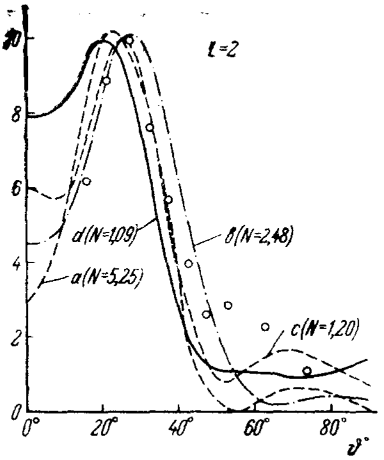


Рис. 8. Угловое распределение протонов $F^{19}(d, p)F^{20}$, при $E_d = 14{,}3$ *Мэв*, $Q_0 = 4{,}37$ *Мэв*, $l = 2$, $R = 5{,}05 \times 10^{-13}$ *см*, *а* — приближение плоских волн, *в* — учтено кулоновское рассеяние, *с* — учтено кулоновское рассеяние и поглощение протонов с $l_p \leqslant 4$, *d* — учтено кулоновское рассеяние и рассеяние на непроницаемой сфере для протонов. *N* — нормировочный множитель.

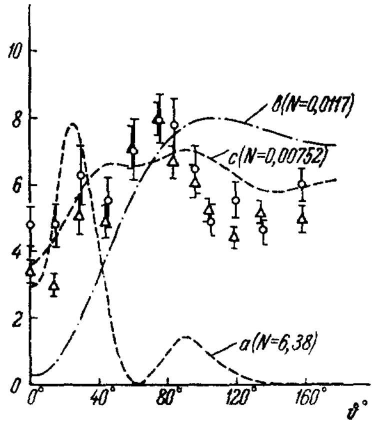


Рис. 9. Угловое распределение протонов $Ti^{48}(d, p)Ti^{49}$, $E_d = 2{,}6$ *Мэв*, $Q_0 = 4{,}46$ *Мэв*, $l = 1$, $R = 6{,}49 \cdot 10^{-13}$ *см*, *а* — приближение плоских волн, *в* — учтено кулоновское рассеяние, *с* — учтено кулоновское рассеяние и поглощение протонов с $l \leqslant 1$.

барьера, то в этом случае кулоновские эффекты, хотя и вносят заметное изменение в угловое распределение, однако не нарушают однозначности выбора $l$ для поглощаемого нейтрона.

Ядерное рассеяние дейтонной и протонной волн влияет на характер углового распределения в направлении, противоположном влиянию кулоновского рассеяния. Вследствие ядерного рассеяния максимумы углового распределения смещаются в сторону меньших углов, а ширина максимумов уменьшается. При этом величина полного сечения уменьшается так же, как и при учете кулоновских эффектов.

10. Изучение структуры ядер с помощью реакций срыва. Реакции срыва (d, p) и (d, n) на легких ядрах в случае дейтонов средних энергий являются важным средством изучения свойств ядер. Наибольший интерес представляют реакции срыва, приводящие к образованию остаточного ядра в основном или в слабовозбужденном состоянии.

Прохождение моноэнергетического пучка дейтонов через слой вещества A приводит к образованию среди продуктов реакции моноэнергетических групп протонов или нейтронов. Каждая такая группа соответствует определенному уровню остаточного ядра B. Измеряя $Q$ реакции для различных групп протонов, можно определить уровни энергии $E_B$ остаточного ядра В на основе соотношения

$$E_B = S_n - \varepsilon - Q.$$

Однако более важное значение в ядерной спектроскопии реакции срыва имеют в связи с характерным угловым распределением продуктов этих реакций. Изучение вида углового распределения протонов (или нейтронов) определенной группы позволяет сделать заключение о значениях спина и четности соответствующего состояния остаточного ядра.

Если спин и четность начального состояния ядра А известны, то для нахождения спина и четности конечного состояния ядра В необходимо сравнить экспериментально наблюдаемое угловое распределение протонов с распределением, определяемым формулой (3.25). Это сравнение позволяет найти возможные значения орбитального момента $l$ нейтрона, поглощаемого ядром. Очень часто удовлетворительное согласие с опытом удается получить при одном определенном значении $l$. Первое указание о возможном значении $l$ можно получить, исследуя экспериментальную кривую углового распределения при малых углах. Максимум вперед указывает, что присутствует $l=0$; минимум вперед указывает, что $l=0$ отсутствует.

Если $l$ найдено, то правила отбора определяют четность конечного состояния однозначно, а спин $j$ — внутри допустимых значений, получаемых векторным сложением $i$, $l$ и $\frac{1}{2}$. Для мишени удобно выбирать ядра А с равным нулю или малым значением спина, так как в этом случае число возможных значений $j$ будет минимальным. Если $i=0$, то возможны только два значения $j$ (при $l=0$ спин $j$ определяется однозначно).

Реакция срыва может быть также использована для нахождения приведенных ширин уровней остаточного ядра по интенсивностям групп протонов, испускаемых при реакции. Действительно, определив по виду углового распределения возможные значения $l$, можно путем подбора соответствующего значения радиуса $R$ совместить в области малых углов кривую углового распределения, определяемую формулой (3.25), с экспериментально определяемой кривой. Тогда, зная из опыта абсолютную величину сечения в первом максимуме, можно на основе формулы (3.25) вычислить приведенную ширину $\gamma_{jl}$ соответствующего уровня остаточного ядра В[114,65].

Если в конечном состоянии остаточного ядра поглощенный нейтрон может характеризоваться несколькими возможными значениями орбитального момента $l$, то подобным образом можно определить приведенные ширины $\gamma_{jl}$, соответствующие различным значениям $l$.

Согласно оболочечной модели нуклон в ядре может находиться только в состоянии с определенным орбитальным моментом. Возможные значения $l$ можно рассчитать на основе оболочечной модели ядра. Поэтому значения приведенных ширин $\gamma_{jl}$, получаемые из реакции срыва, могут быть использованы для оценки степени приближенного характера оболочечной модели [34, 45].

Значения приведенных ширин, получаемые из данных по реакциям срыва на основе формулы (3.25), оказываются в несколько раз меньше значений приведенных ширин, получаемых другими способами (например, из опытов по (p, p) рассеянию и т. д.). Это связано с приближенным характером формулы (3.25). Как было показано в [87, 117], учет рассеяния дейтонной и протонной волн приводит к уменьшению множителя $\sum_m |I_l^m|^2$, входящего в более точную формулу (3.22) для сечения. Поэтому учет рассеяния дейтонной и протонной волн позволяет получить более правильные значения для приведенных ширин. Несмотря на то, что приближение плоских волн, приводящее к формуле (3.25), дает слишком малые абсолютные значения для приведенных ширин, отношения приведенных ширин для различных уровней, даваемые этим приближением, оказываются правильными [65].

11. Поляризация при реакции срыва. Из общих соображений симметрии очевидно, что частицы, освобождающиеся вследствие реакции срыва, могут быть поляризованы в направлении, перпендикулярном плоскости, в которой лежат волновые векторы падающего дейтона и освобождающейся частицы. Определение поляризации при реакции срыва может дать дополнительные сведения о значении спина остаточного ядра.

В приближении плоских волн поляризация продуктов реакции срыва отсутствует. Действительно, в этом случае нейтроны (если мы рассматриваем реакцию A(d, p)B) поглощаются ядрами A независимо от поляризации падающего дейтона, поэтому освобождающиеся протоны неполяризованы. Однако учет взаимодействия освобождающегося протона с ядром приводит к возникновению поляризации.

На возможность поляризации при реакции срыва впервые было указано Ньюнсом [99], который определил поляризацию протонов, считая ядро абсолютно непрозрачным для протонов.

Возможность поглощения протона ядром приводит к тому, что среднее значение проекции орбитального момента нейтрона, первоначально связанного с протоном в дейтоне и поглощенного затем ядром, положительно в направлении вектора $\mathbf{k}_p \times \mathbf{k}_d$. Учет этого обстоятельства приводит к возникновению поляризации протонов. Действительно, полный момент поглощаемого нейтрона может принимать значения $l+\frac{1}{2}$ и $l-\frac{1}{2}$, т. е. орбитальный и спиновой моменты могут быть параллельны или антипараллельны. Поскольку в дейтоне спины нейтрона и протона параллельны и при захвате положительное значение проекции орбитального момента более вероятно, то при $j_n = l+\frac{1}{2}$ протоны будут частично поляризованы в направлении вектора $\mathbf{k}_p \times \mathbf{k}_d$, а при $j_n = l-\frac{1}{2}$ в противоположном направлении. Величина поляризации будет при этом определяться выражением

$$P = \pm \frac{2}{3(2j_n+1)} \left( \frac{\sum\limits_m m\,|I_l^m|^2}{\sum\limits_m |I_l^m|^2} \right), \quad j_n = l \pm \frac{1}{2}. \tag{3.32}$$

Таким образом, знак поляризации дает указание о значении $j_n$. Поскольку спин остаточного ядра $j$ является векторной суммой $i$ и $j_n$, то знание $j_n$ облегчает нахождение $j$. Например, если $i=0$, то $j = j_n = l \pm \frac{1}{2}$, и, следовательно, $j$ однозначно определяется знаком поляризации.

Горовиц и Месях [88] определили поляризацию протонов при реакции срыва, воспользовавшись для ядра моделью непроницаемой сферы. При этом они получили тот же знак для поляризации, что и Ньюнс.

Честон [49] определил поляризацию протонов при реакции срыва, возникающую вследствие спин-орбитального взаимодействия между протоном и остаточным ядром. Параметры потенциала этого взаимодействия выбирались на основе данных по рассеянию протонов ядрами при малых энергиях. Оказалось, что поляризация, обусловленная спин-орбитальной связью, противоположна поляризации, возникающей в случае абсолютно черного ядра или непроницаемой сферы.

Экспериментально поляризация протонов была обнаружена Гильманом[84] в реакции $C^{12}(d, p)C^{13}$. Экспериментальный определенный знак поляризации соответствует данным Честона, однако абсолютная величина поляризации оказалась примерно в три раза больше рассчитанного значения. В дальнейшем Тобокманом, Ньюнсом и Рефаи[123] было показано, что правильный знак поляризации протонов при срыве можно получить, учтя рассеяние дейтонной волны на ядре. Экспериментальные результаты[124,125] согласуются с [123].

12. Угловые корреляции при (d, p$\gamma$)- и (d, n$\gamma$)-реакциях. Дополнительные сведения о спине конечного состояния ядра при реакции срыва A(d, p)B можно получить, изучая угловую корреляцию между протонами и $\gamma$-квантами, испускаемыми ядром B, если оно образуется в возбужденном состоянии. Теория угловых корреляций для реакций (d, p$\gamma$) и d(n, $\gamma$) была дана Биденгарном, Босйром и Шарпи[36]. (См. также [68, 107, и 89].)

Определение угловой корреляции при реакции (d, p$\gamma$) сводится к нахождению при фиксированном направлении вылета протона углового распределения $\gamma$-излучения. Матричный элемент для такого процесса срыва с последующим испусканием $\gamma$-кванта с моментом $L$ и его проекцией $M$ будет пропорционален произведению амплитуды реакции срыва (3.20) на матричный элемент мультипольного момента $(Q_{LM})_{j\mu_j;\, j_f\mu_f}$, соответствующий переходу остаточного ядра из состояния $j$, $\mu_j$ в состояние $j_f$, $\mu_f$ вследствие испускания $\gamma$-кванта. Используя (3.20) и (3.24¹), получим с точностью до не зависящих от проекций моментов множителей (которые не влияют на угловое распределение)

$$M=\sum_{\substack{l s m \mu_s\\ \mu_n \mu_j}} \sqrt{\gamma_{js}}\, i^l \left(\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\mu_p\mu_n \,|\, 1\mu_d\right)\left(i\tfrac{1}{2}\mu_i\mu_n \,|\, s\mu_s\right)\times$$
$$\times (sl\mu_s m \,|\, j\mu_j)\, q_l(\mathbf{k})\, Y^*_{lm}(\vartheta_{\mathbf{k}}\varphi_{\mathbf{k}})\,(Q_{LM})_{j\mu_j;\, j_f\mu_f}, \qquad (3.33)$$

где для сокращения записи введено обозначение

$$q_l(\mathbf{k})=\left\{\frac{dj_l(kR)}{dR}-j_l(kR)\frac{d}{dR}\ln\mathfrak{P}_l(k_nR)\right\}.$$

В (3.33) производится суммирование по возможным значениям проекции $\mu_j$ в «промежуточном» состоянии.

Так как оператор мультипольного момента $Q_{LM}$ является $L$-вектором, т. е. величиной, преобразующейся по $(2L+1)$-мерному неприводимому представлению группы вращений, и волновые функции $\varphi_{j\mu_j}$ и $\varphi_{j_f\mu_f}$ также является $L$-векторами (при $L=j$ и $L=j_f$), то матричные элементы от $Q_{LM}$ совпадают с точностью до множителей, не зависящих от проекций моментов, с коэффициентами разложения

$$\varphi_{j\mu_j}\varphi_{j_f\mu_f}=\sum_L (jj_f\mu_j\mu_f \,|\, LM)\,\varphi_{LM}.$$

Квадрат модуля матричного элемента (3.33) определяет вероятность испускания $\gamma$-кванта с заданным моментом $L$ и его проекцией $M$. Угловое распределение при таком испускании однозначно определяется известными функциями $F_{LM}$, которые приведены, например, в [1]. Таким образом, для углового распределения $\gamma$-квантов, усредненного по поляризациям моментов в начальном и конечном состояниях, получим следующее выражение:

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}_\gamma) \sim \sum_{\substack{\mu_d\mu_i\mu_p \\ \mu_f M}} \left| \sum_{\substack{l s m \mu_s \\ \mu_n \mu_j}} \sqrt{\gamma_{jls}}\, i^l \left(\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\mu_p\mu_n \,|\, 1\mu_d\right)\left(i\,\tfrac{1}{2}\mu_i\mu_n \,|\, s\mu_s\right)(sl\mu_s m \,|\, j\mu_j) \times \right.$$

$$\left. \times (jj_f\mu_j\mu_f \,|\, LM)\, Y^*_{lm}(\vartheta_k, \varphi_k)\, q_l(\mathbf{k}) \right|^2 F_{LM}(\mathbf{k}_\gamma). \qquad (3.34)$$

Это выражение обычно называют функцией корреляций.

Суммирование в (3.34) по $\mu_d$, $\mu_p$, $\mu_i$ и $\mu_n$ можно выполнить, используя свойство ортогональности коэффициентов Клебша—Жордана (3.21). Воспользовавшись затем разложением двух шаровых функций по шаровым функциям

$$Y^*_{lm} Y_{l'm'} = (-1)^m \sum_\nu \sum_{\mu=-\nu}^{\nu} \left[\frac{(2l+1)(2l'+1)}{4\pi(2\nu+1)}\right]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times (ll'\,00 \,|\, \nu 0)(ll' - mm' \,|\, \nu\mu) Y_{\nu\mu}, \qquad (3.35)$$

а также правилом суммирования по проекциям моментов [38]

$$\sum_{mm'\mu_s} (-1)^m (sl\mu_s m \,|\, j\mu_j)(sl'\mu_s m' \,|\, j\mu_j)(ll' - mm' \,|\, \nu\mu) =$$

$$= (-1)^{-l+l'-s+\mu_j}(2j+1)(jj\mu_j - \mu_j \,|\, \nu 0)\, W(l_j l'_j;\, s\nu), \qquad (3.36)$$

окончательно функцию корреляций получим в виде

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}_\gamma) = \sum_{ll's\nu} \sqrt{\gamma_{ls}\gamma_{l's}}\, i^{l-l'} (-1)^s (2l+1)^{\frac{1}{2}} (2l'+1)^{\frac{1}{2}} (ll'00 \,|\, \nu 0)(LL1-1 \,|\, \nu 0) \times$$

$$\times W(ljl'j;\, s\nu)\, W(jLjL;\, j_f\nu)\, q_l(\mathbf{k})\, q_{l'}(\mathbf{k})\, P_\nu(\cos\theta), \qquad (3.37)$$

где $\theta$ — угол между направлением вылета $\gamma$-кванта и направлением импульса $\mathbf{k}$, передаваемого ядру, образующемуся при срыве; $W(abcd;\, ef)$ – вещественные коэффициенты Рака [106]; множитель $i^{l-l'}$, входящий в (3.37), вещественен, так как в силу сохранения четности разность $l-l'$ может быть только четным числом.

Вследствие правила сложения моментов наивысшая степень полиномов Лежандра, входящих в функцию корреляций (3.37), $\nu_{max}$ является целым четным числом, равным или меньшим любого из чисел $2j$, $2l_{max}$ и $2L$.

Если угловое распределение $\gamma$-квантов не изотропно, то $l$ отлично от нуля. По виду углового распределения $\gamma$-квантов можно, вообще говоря, определить относительную величину приведенных ширин $\gamma_{jls}$.

Если спин исходного ядра равен нулю $i=0$, то угловые корреляции зависят только от $j$, $j_f$, $l$ и $L$ и не зависят от $\gamma_{jls}$. В этом случае по наблюдаемым корреляциям можно однозначно выбрать одно из двух возможных значений $j$, определяемых по угловому распределению протонов.

На рис. 10 приведено угловое распределение $\gamma$-квантов, наблюдавшееся[53] в реакции $Be^9(d, p)Be^{10}$.

13. Образование дейтонов при столкновении нуклонов с ядрами. Процессом, обратным по отношению к реакции срыва, является так называемая реакция пик-апа́ (захваты) при которой падающий на ядро протон вырывает из него нейтрон, в результате чего образуется дейтон. Процесс пик-апа́, так же как и реакция срыва, происходит вследствие прямого взаимодействия, при котором переход из начального состояния в конечное состояние происходит без образо-

вания составного ядра. Используя принцип детального равновесия для обратных процессов, сечение реакции пик-апа можно связать с сечением реакции срыва. Так для реакции B(p, d)A сечение будет определяться формулой

$$d\sigma_{\mathrm{pd}} = \frac{3\,(2i+1)}{2\,(2j+1)}\,\frac{k_{\mathrm{d}}^2}{k_{\mathrm{p}}^2}\,d\sigma_{\mathrm{dp}}, \tag{3.38}$$

где $d\sigma_{\mathrm{dp}}$ определяется выражением (3.22).

С помощью формулы (3.38) можно определять спины и четности ядер, изучая угловое распределение дейтонов, образующихся в результате реакции. Экспериментально реакции (p, d) и (n, d) в области средних энергий наблюдались на ряде ядер. Следует однако заметить, что использование реакций пик-апа для изучения свойств ядер связано с экспериментальными трудностями, обусловленными большим отрицательным значением величины $Q$ для этих реакций.

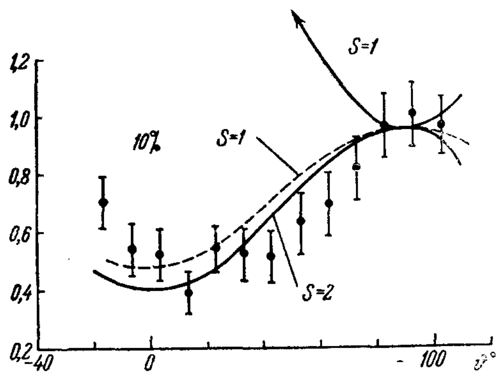


Рис. 10. Угловое распределение γ-квантов при переходе ядра $B^{10}$ из первого возбужденного состояния $(2^+)$ 3,37 *Мэв* в основное состояние $0^+$ при $E_d = 3{,}5$ *Мэв* $\theta_p = 20°$. $S$ — спин канала.

14. Другие прямые процессы с участием дейтонов. Реакции срыва возможны не только при столкновении дейтонов с ядрами, но также при столкновении с ядрами других легких ядер. Например, при столкновении с ядрами тритонов или ядер $He^3$ вследствие процесса срыва возможно образование дейтонов, которые будут характеризоваться угловым распределением, сходным с угловым распределением при реакциях (d, p) и (d, n). Теория (t, d)- и ($He^3$, d)- реакций была рассмотрена Ньюнсом[98] и Батлером и Салпетером[47]. Дифференциальные сечения (t, d)- и ($He^3$, *d*)-реакций определяются формулами такого же типа, как и (3.22), однако вместо дейтонного множителя $\left\{x^2 + \left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p\right)^2\right\}^{-2}$ в эти формулы входит множитель, определяющий вероятность относительного импульса $\frac{2}{3}\mathbf{k}_t - \mathbf{k}_d$ в основном состоянии тритона или $He^3$. Качественно этот множитель дает такую же зависимость от угла, как и дейтонный множитель.

В сечение реакции срыва A(t, d)B, так же как и в сечение реакции срыва A(d, p)B, входит в качестве параметра приведенная нейтронная ширина $\gamma_{jl}$. Одновременное изучение переходов A → B, вызванных как дейтонами, так и тритонами, позволяет исключить этот неопределенный параметр из теории.

Вследствие трудности практического получения пучков тритонов или ядер $He^3$ большее значение играют обратные реакции (d, t) и (d, $He^3$), вызванные дейтонами. Эти реакции также происходят без образования составного ядра. Нейтрон или протон бомбардируемого ядра захватывается дейтоном на лету, без проникновения дейтона внутрь ядра. Угловое распределение продуктов этих реакций носит такой же характер, как угловое распределение при реакциях пик-апа, вызванных протонами.

§ 4. Реакции (d, p) и (d, n) с образованием составного ядра

1. Нахождение амплитуды реакции. Угловое распределение для реакции (d, p), рассчитанное на основе механизма срыва, и наблюдаемое экспериментально угловое распределение обычно хорошо совпадают в области малых углов. В области же больших углов может иметь место расхождение, обусловленное возможностью процесса с образованием составного ядра. Образование составного ядра играет особенно существенную роль при энергиях дейтонов, близких к резонансным. Однако в ряде случаев наблюдаемое экспериментально угловое распределение уже в области малых углов отличается от распределения, предсказываемого, как теорией срыва, так и теорией составного ядра. Это указывает на важную роль интерференции между обоими процессами, которая может быть существенна в случае малых энергий и очень легких ядер, когда проявляется квазидискретная структура спектра составного ядра [32, 96].

Интерференция между процессом срыва и процессом с образованием составного ядра была рассмотрена Томасом в [115] и независимо в [55, 22].

Для нахождения углового распределения протонов в реакции (d, p) при учете прямых переходов и переходов с образованием составного ядра удобно воспользоваться методом Бете, изложенным, например, в [3].

Рассмотрим реакцию A(d, p)B. Волновая функция всей системы будет удовлетворять уравнению Шредингера

$$\{H-E\}\Psi=0, \tag{4.1}$$

где $E$ — полная энергия всей системы. Полный гамильтониан удобно записать в виде

$$H=-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\mathrm{p}}+H_{\mathrm{B}}+V_{\mathrm{pB}}, \tag{4.2}$$

где $H_{\mathrm{B}}$ — гамильтониан внутреннего движения остаточного ядра B, а $V_{\mathrm{pB}}$ — потенциал взаимодействия протона с остаточным ядром B, включающий и взаимодействие протона с поглощенным нейтроном.

Для нахождения решения уравнения (4.1) представим волновую функцию $\Psi$ в виде

$$\Psi=\varphi_a\varphi_{\mathrm{d}}\psi_{\mathrm{d}}+\varphi_b\psi_{\mathrm{p}}+c\varphi_c+\text{ортогон. слагаемые}. \tag{4.3}$$

Здесь $\varphi_a$, $\varphi_{\mathrm{d}}$ и $\varphi_b$ — внутренние волновые функции исходного ядра, дейтона и остаточного ядра, нормированные на единицу; $\varphi_c$ — волновая функция составного ядра, отличная от нуля только внутри конечной области, определяемой ядерным радиусом $R_c$; $c$ — коэффициент, который в дальнейшем определяется. Для простоты мы рассмотрим случай, когда имеется один уровень составного ядра $E_c$. Функция $\psi_{\mathrm{d}}$ описывает относительное движение дейтона и ядра A ($\psi_{\mathrm{d}}\neq 0$ при $r_{\mathrm{n}}, r_{\mathrm{p}}>R_{\mathrm{A}}$), а также спин $s$ во входном канале. (Спин входного канала $s$ определяется как векторная сумма спина дейтона и спина ядра A.) Функция $\psi_{\mathrm{p}}$ описывает относительное движение протона и остаточного ядра B ($\psi_{\mathrm{p}}\neq 0$ при $r_{\mathrm{p}}>R_{\mathrm{B}}$), а также спин $s'$ в выходном канале ($s'$ — векторная сумма спина вылетающего протона и спина остаточного ядра). Если справедливо (4.1), то должны удовлетворяться следующие уравнения:

$$\int\varphi_a^*\varphi_{\mathrm{d}}^*(H-E)\Psi\,d\mathbf{r}\,d\tau_{\mathrm{A}}=0,\qquad \int\varphi_b^*(H-E)\Psi\,d\tau_{\mathrm{B}}=0, \tag{4.4}$$

$$\int\varphi_c^*(H-E)\Psi\,d\tau_c=0. \tag{4.5}$$

Уравнения (4.4) являются дифференциальными уравнениями для волновых функций $\psi_d$ и $\psi_p$. Уравнение (4.5) служит для нахождения коэффициента $c$ при волновой функции составного ядра в (4.3).

Определим волновую функцию вылетающего протона $\psi_p$. Подставляя (4.1) и (4.3) в (4.4), имеем

$$\{\Delta_p + k_p^2 - U_p\}\psi_p = \frac{2M}{h^2}\int \varphi_b^* V_{pB}(\varphi_a\varphi_d\psi_d + c\varphi_c)\,d\tau_B, \tag{4.6}$$

$$U_p = \frac{2M}{h^2}\int \varphi_b^* V_{pB}\varphi_b\,d\tau_B. \tag{4.7}$$

Используя асимптотическую функцию Грина (3.6), нетрудно найти для решения уравнения (4.5) следующее асимптотическое выражение, справедливое при больших $r_p$;

$$\psi_p \longrightarrow \frac{e^{ik_pr_p}}{r_p}\chi_{s'\mu_s'} f_{s\mu_s;\ s'\mu_s'}. \tag{4.8}$$

При этом амплитуда реакции $f$ равна сумме $f = f^B + f^c$, в которой первое слагаемое $f^B$ является амплитудой прямого перехода (реакции срыва)

$$f^B = -\frac{M}{2\pi h^2}\int \psi_{k_p}^*\chi_{s'\mu_s'}^*\varphi_b^* V_{pB}\psi_{k_d}\chi_{s\mu_s}\varphi_d\varphi_a\,d\tau, \tag{4.9}$$

а второе слагаемое $f^c$ — амплитуда реакции (d, p) с образованием составного ядра

$$f^c = -c\frac{M}{2\pi h^2}\int \psi_{k_p}^*\chi_{s'\mu_s'}^*\varphi_b^* V_{pB}\varphi_c\,d\tau. \tag{4.10}$$

($\chi_{s\mu_s}$ и $\chi_{s'\mu_s'}$ — спиновые волновые функции входного и выходного каналов соответственно.)

При вычислении $f^B$ заметим, что $V_{pB} = V_{pn} + V_{pA}$. Однако вкладом $V_{pA}$ в $f^B$ можно пренебречь, поскольку $\psi_d$ отлично от нуля только при $r_p > R_A$, а $V_{pA}$ вследствие короткодействующего характера ядерных сил эффективно только при $r_p < R_A$. Таким образом, имеем

$$f^B = -\frac{M}{2\pi h^2}\int \psi_{k_p}^*\chi_{s'\mu_s'}^*\varphi_b^* V_{pn}\varphi_a\varphi_d\psi_{k_d}\chi_{s\mu_s}\,d\tau.$$

Разлагая спиновую волновую функцию конечного состояния системы $\chi_{s'\mu_s'}$ по собственным функциям $Y_{lm}$ орбитального момента нейтрона, поглощаемого ядром, и используя условие нулевого радиуса действия ядерных сил (3.12), окончательно получим

$$f^B = \sqrt{\frac{M\alpha}{\pi h^2 R}}\sum_{l,m}\sqrt{\gamma_{jl}}\,(lsm\mu_s\,|\,s'\mu_s')\,I_l^m,\quad |s-s'| \leqslant l \leqslant s+s', \tag{4.11}$$

где $I_l^m$ определяются выражением (3.17).

Коэффициент $c$ при волновой функции составного ядра в (4.3) можно определить, используя (4.5), подобно тому, как это сделано в [3]:

$$c = \frac{\int \varphi_c^* V_{dA}\varphi_a\varphi_d\psi_{k_d}\chi_{s\mu_s}\,d\tau}{E - E_c + \frac{i}{2}\Gamma_c}. \tag{4.12}$$

Здесь $V_{dA}$ — потенциал взаимодействия дейтона с ядром A; $\Gamma_c$-полная ширина резонансного уровня энергии составного ядра $E_c$ в состоянии с определенным моментом $I_c$, равная сумме дейтонной и протонной ширин $\Gamma^{\mathrm{d}}$ и $\Gamma^{\mathrm{p}}$, которые можно соответственно определить как $\Gamma^{\mathrm{d}} = k_{\mathrm{d}} \sum\limits_{l_{\mathrm{d}}} | U^{I_c}_{l_{\mathrm{d}} s} |^2$ и $\Gamma^{\mathrm{p}} = k_{\mathrm{p}} \sum\limits_{l_{\mathrm{p}}} | U^{I_c}_{l_{\mathrm{p}} s'} |^2$, где

$$U^{I_c}_{l_{\mathrm{d}} s} = \frac{2\sqrt{2M}}{\hbar} \int i^{-l_{\mathrm{d}}} e^{-i\eta l_{\mathrm{d}}} f_{l_{\mathrm{d}}}(r_{\mathrm{d}}) Y^*_{l_{\mathrm{d}} s I_c \mu_s} \varphi^*_{\mathrm{d}} \varphi^*_a V_{\mathrm{dA}} \varphi_c \, d\tau,$$

$$U^{I_c}_{l_{\mathrm{p}} s'} = \frac{2\sqrt{M}}{h} \int i^{-l_{\mathrm{p}}} e^{i\eta l_{\mathrm{p}}} f_{l_{\mathrm{p}}}(r_{\mathrm{p}}) Y^*_{\mathrm{p} s' I_c \mu_s} \varphi_l^* V_{\mathrm{pB}} \varphi_c \, d\tau. \tag{4.13}$$

Таким образом, амплитуда реакции (d, p) с образованием составного ядра определяется выражением

$$f^c = -\frac{M}{2\pi\hbar^2} \frac{\int \psi^*_{\mathbf{k}_{\mathrm{p}}} \chi^*_{s'\mu_s'} \varphi^*_b V_{\mathrm{pB}} \varphi_c \, d\tau \int \varphi^*_c V_{\mathrm{dA}} \varphi_a \varphi_{\mathrm{d}} \chi_{s\mu_s} \psi_{\mathbf{k}_{\mathrm{d}}} \, d\tau}{E - E_c + \frac{i}{2}\Gamma_c}. \tag{4.14}$$

Используя выражения для $\psi_{\mathbf{k}_{\mathrm{d}}}$ и $\psi_{\mathbf{k}_{\mathrm{p}}}$, а также правила сложения моментов, амплитуду (4.14) можно представить в виде

$$f^c = -\sum_{l_{\mathrm{d}},\, l_{\mathrm{p}},\, m_{\mathrm{p}}} 2^{-\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} (2l_{\mathrm{d}} + 1)^{\frac{1}{2}} (l_{\mathrm{d}} s 0 \mu_s \,|\, I_c \mu_s)(l_{\mathrm{p}} s' m_{\mathrm{p}} \mu_s' \,|\, I_c \mu_s) \times$$

$$\times \frac{U^{I_c *}_{l_{\mathrm{d}} s} U^{I_c}_{l_{\mathrm{p}} s'}}{E - E_c + \frac{i}{2}\Gamma_c} Y_{l_{\mathrm{p}} m_{\mathrm{p}}}(\vartheta, \varphi). \tag{4.15}$$

если ось $z$ выбрать в направлении вектора $\mathbf{k}_{\mathrm{d}}$.

2. Сечение реакции. Дифференциальное сечение реакции (d, p) в случае неполяризованных частиц определяется квадратом модуля амплитуды реакции, усредненным по проекциям спина входного канала и просуммировать по проекциям спина выходного канала

$$d\sigma_{s;\,s'} = \frac{1}{2s+1} \frac{v_{\mathrm{p}}}{v_{\mathrm{d}}} \sum_{\mu_s,\, \mu_s'} | f_{s\mu_s;\, s'\mu_s'} |^2 \, do. \tag{4.16}$$

Замечая, что амплитуда реакции (d, p) равна сумме амплитуд прямых переходов и переходов с образованием составного ядра (4.9), сечение представим в виде суммы трех слагаемых:

$$d\sigma_{ss'} = d\sigma^{\mathrm{B}}_{ss'} + d\sigma^{c}_{ss'} + d\sigma^{interf}_{ss'}. \tag{4.17}$$

Окончательно дифференциальное сечение для реакции (d, p) без учета спинов каналов $s$ и $s'$ получается путем усреднения (4.16) по возможным значениям $s$ и суммирования по возможным значениям $s'$

$$d\sigma = \sum_{s,\, s'} \frac{2s+1}{3(2i+1)} d\sigma_{ss'}. \tag{4.18}$$

(Дробь в (4.18) определяет статистический вес спина $s$ во входном канале.)

Слагаемое $d\sigma^{\mathrm{B}}$ в общем сечении (4.17) определяет вклад прямых переходов. Усредненное и просуммированное по различным значениям $s$ и $s'$ это слагаемое, как и следовало ожидать, совпадает с выражением (3.22).

Слагаемое $d\sigma^c$ в (4.17) определяет вклад переходов с образованием составного ядра. Чтобы упростить выражение для $d\sigma^c$, воспользуемся разложением произведения двух шаровых функций по шаровым функциям (3.35). Тогда сумма от квадрата модуля $f^c$ может быть записана в виде

$$\sum_{\mu_s\mu_s'} |f^c|^2 = \sum_{l_d l_d' l_p l_p'} \frac{\pi}{2}(2l_d+1)^{\frac{1}{2}}(2l_d'+1)^{\frac{1}{2}} \frac{U^*_{l_d s} U_{l_d' s} U_{l_p s'} U^*_{l_p' s'}}{(E-E_c)^2+\frac{1}{4}\Gamma_c^2} \times$$

$$\times \sum_L \left[\frac{(2l_p+1)(2l_p'+1)}{4\pi(2L+1)}\right]^{\frac{1}{2}} (l_p l_p' 00|L0) \times \sum_{\mu_s\mu_s' m_p m_p' M} (-1)^{m_p} \times$$

$$\times (l_d s 0\mu_s | I_c\mu_s)(l_d' s 0\mu_s | I_c\mu_s)(l_p s' m_p \mu_s' | I_c\mu_s)(l_p' s' m_p' \mu_s' | I_c\mu_s) \times$$

$$\times (l_p l_p' - m_p m_p' | LM) Y_{LM}.$$

Суммирование по проекциям моментов можно выполнить с помощью правила (3.36). В результате для дифференциального сечения, определяющего угловое распределение протонов при реакции (d, p) с образованием составного ядра, получим формулу Блатта и Биденхарна[40]:

$$d\sigma^c_{ss'} = \frac{\lambda_d^2}{2s+1}\sum_{L=0}^{\infty} R_L(s, s') P_L(\cos\vartheta)\, do, \tag{4.19}$$

$$R_L(s, s') = \frac{1}{4\left[(E-E_c)^2+\frac{1}{4}\Gamma_c^2\right]} \sum_{l_d l_d' l_p l_p'} (2I_c+1)^2 (2l_d+1)^{\frac{1}{2}} (2l_d'+1)^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times (2l_p+1)^{\frac{1}{2}} (2l_p'+1)^{\frac{1}{2}} \times (l_d l_d' 00|L0)(l_p l_p' 00|L0) W(l_d I_c l_d' I_c; sL) \times$$

$$\times W(l_p I_c l_p' I_c; s'L) k_d k_p \operatorname{Re}\{U^*_{l_d s} U_{l_d' s} U_{l_p s'} U^*_{l_p' s'}\}. \tag{4.20}$$

Суммирование в (4.20) по $l_d$ и $l_d'$ производится от $|I_c - s|$ до $I_c + s$, а по $l_p$ и $l_p'$ от $|I_c - s'|$ до $I_c + s'$.

Интегрируя (4.19) по углам, нетрудно получить для интегрального сечения формулу Брейта и Вигнера

$$\sigma^c = \pi\lambda_d^2 \frac{2I_c+1}{2s+1} \frac{\Gamma_d\Gamma_p}{(E-E_c)^2+\frac{1}{4}\Gamma_c^2}. \tag{4.21}$$

Подставляя (4.12) и (4.15) в (4.17), найдем интерференционное слагаемое в сечении

$$d\sigma^{interf} = -\frac{1}{2s+1}\frac{v_d}{v_d}\sqrt{\frac{2M\alpha}{\hbar^2 R}} \sum_{l_d l_p l_n} \sum_{\mu_s\mu_s' m_p m_n} (2l_d+1)^{\frac{1}{2}} (l_n s m_n \mu_s | s'\mu_s')(l_d s 0 \mu_s | I_c\mu_s) \times$$

$$\times (l_p s' m_p \mu_s' | I_c\mu_s) \cdot \sqrt{\gamma_{l_n}} \operatorname{Re}\left\{ I^{m_n}_{l_n} \frac{U_{l_d s} U^*_{l_p s'}}{E - E_c - \frac{i}{2}\Gamma_c} Y^*_{l_p m_p}(\vartheta, \varphi)\right\} do. \tag{4.22}$$

В конкретных случаях выражение (4.22), так же как и (4.20), значительно упрощается. В качестве примера рассмотрим случай, когда орбитальный момент поглощаемого нейтрона равен нулю $l_n = 0$. При этом спины входного и выходного каналов оказываются одинаковыми, так как $(l_n s m_n \mu_s \mid s' \mu_s') \to (0 s 0 \mu_s \mid s' \mu_s') = \delta_{ss'} \delta_{\mu_s \mu_s'}$. Выполняя в (4.22) суммирование по $\mu_s (m_p = 0)$ с помощью соотношения

$$\sum_{\mu_s} (l_d s 0 \mu_s \mid I_c \mu_s)(l_p s 0 \mu_s \mid I_c \mu_s) = \frac{2I_c+1}{2l_d+1} \delta_{l_d l_p},$$

имеем

$$d\sigma^{interf} = -\frac{2I_c+1}{2s+1} \frac{v_p}{v_d} \sqrt{\frac{M\alpha}{2\pi h^2 R}} \sqrt{\gamma_{jo}} \sum_{l=|I_c-s|}^{I_c+s} \operatorname{Re}\left\{ I_0^0 \frac{U_l^d U_l^{p*}}{E-E_c-\frac{1}{2}\Gamma_c} \right\} P_l(\cos\vartheta)\, do. \tag{4.23}$$

В приближении плоских волн интерференционное слагаемое для случая $l_n = 0$ имеет вид

$$d\sigma^{interf} = -\frac{2I_c+1}{2s+1} \frac{v_p}{v_d} \sqrt{\frac{M\alpha}{2h^2 R}} \frac{R^2 \sqrt{\gamma_{jo}}}{\alpha^2 + \left(\frac{1}{2}\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p\right)^2} \times$$
$$\times \left\{ \frac{dj_0(kR)}{dR} - j_0(kR) \frac{d}{dR} \ln \mathfrak{f}_0(K_n R) \right\} \times$$
$$\times \sum_{l=|I_c-s|}^{I_c+s} \operatorname{Re}\left\{ \frac{U_l^d U_l^{p*}}{E-E_c-\frac{i}{2}\Gamma_c} \right\} P_l(\cos\vartheta)\, do. \tag{4.24}$$

Таким образом, вследствие интерференции между прямым процессом (реакцией срыва) и процессом с образованием составного ядра в случае энергий составного ядра, лежащих в области квазидискретного спектра, угловое распределение может быть сильно изменено даже в области малых углов по сравнению с угловым распределением, даваемым теорией срыва.

Если интервал размытости энергии падающих дейтонов велик по сравнению с расстоянием между соседними уровнями составного ядра, то интерференционное слагаемое (4.22), возникающее от наложения обеих амплитуд, при усреднении по энергии исчезает. Поэтому среднее сечение реакции (d, p) будет выражаться в виде суммы сечений, соответствующих процессу срыва и процессу (d, p) с образованием составного ядра. Тоже самое будет иметь место, если энергия составного ядра лежит в области квазинепрерывного спектра.

## § 5. Неупругое рассеяние дейтонов

1. Процессы неупругого рассеяния. При столкновении дейтонов с ядрами возможны также процессы неупругого рассеяния: рассеяние дейтона, сопровождающееся возбуждением ядра A(d, d') A*, рассеяние, сопровождающееся расщеплением дейтона A(d. np) A, и, наконец, рассеяние, при котором происходит возбуждение ядра и одновременно расщепляется дейтон A(d, np) A*. Подобно реакциям срыва эти процессы также могут осуществляться без образования составного ядра. Угловое распределение при таких процессах неупругого рассеяния, как и при реакциях срыва, характеризуется сложной струк-

турой, изучение которой позволяет сделать заключение о величине спина и четности конечного состояния ядра.

Механизм процессов неупругого рассеяния сходен с механизмом реакций срыва. Особенно просто процесс неупругого рассеяния можно описать, если предположить, что при столкновении дейтона с ядром только одна из составных частей дейтона (например, нейтрон) взаимодействует с ядром, а вторая (протон) находится вне области действия ядерных сил. При этом взаимодействие оказывается существенным только с поверхностью ядра. Передача энергии взаимодействующей частицей (нейтроном) ядру может происходить как без нарушения связи между нейтроном и протоном в дейтоне, так и с нарушением этой связи. В первом случае будет иметь место неупругое рассеяние дейтона, сопровождающееся возбуждением ядра [91], во втором случае рассеяние сопровождается расщеплением дейтона, при этом возможно также одновременное возбуждение ядра [23].

2. Возбуждение ядра при рассеянии дейтонов. При рассмотрении неупругого рассеяния дейтонов удобно исходить из уравнения (3.1), в котором, однако, следует пренебречь взаимодействием протона с ядром. Тогда

$$\left\{H_{A}-\frac{\hbar^2}{4M}\Delta_{\mathrm{d}}-\frac{\hbar^2}{M}\Delta+V_{\mathrm{n}}+V_{\mathrm{np}}-E\right\}\Psi(\zeta,\,\mathbf{r},\,\mathbf{r}_{\mathrm{d}})=0, \tag{5.1}$$

где $E=E_{\mathrm{d}}-\varepsilon$. Предполагается, что исходное ядро находится в основном состоянии $E_{a_0}=0$. Решение уравнения (5.1) будем искать в виде

$$\Psi(\zeta,\,\mathbf{r},\,\mathbf{r}_{\mathrm{d}})=\sum_{a}\varphi_a(\zeta)\,\varphi_0(r)\,\psi_a(\mathbf{r}_{\mathrm{d}})+\text{ортогон. слагаемые}, \tag{5.2}$$

где $\varphi_a(\zeta)$ и $\varphi_0(r)$ являются решениями уравнений

$$(H_{A}-E_a)\,\varphi_a(\zeta)=0,\quad \left(-\frac{\hbar^2}{M}\Delta+V_{\mathrm{np}}+\varepsilon\right)\varphi_0(r)=0. \tag{5.3}$$

Тогда из (5.1) для нахождения волновой функции движения центра тяжести дейтона после рассеяния получим

$$\{\Delta_{\mathrm{d}}+k'^2\}\,\psi_a(\mathbf{r}_{\mathrm{d}})=\frac{4M}{\hbar^2}\int\varphi_a^*(\zeta)\,\varphi_0(r)\,V_{\mathrm{n}}\,\Psi(\zeta,\,\mathbf{r},\,\mathbf{r}_{\mathrm{d}})\,d\zeta\,d\mathbf{r}, \tag{5.4}$$

где $k'^2=\frac{4M}{\hbar^2}(E_{\mathrm{d}}-E_a)$, $E_a$ — энергия возбуждения ядра в конечном состоянии. Заменяя точную волновую функцию $\Psi$ в правой части (5.4) падающей волной $\Psi_0=e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\mathrm{d}}}\varphi_0(r)\,\varphi_{a_0}(\zeta)$ ($\mathbf{k}$ — волновой вектор падающего дейтона), асимптотику решения уравнения (5.4) получим в виде

$$\psi_a(\mathbf{r}_{\mathrm{d}})\longrightarrow f\,\frac{e^{ik'r_{\mathrm{d}}}}{r_{\mathrm{d}}},\quad f=-\frac{M}{\pi\hbar^2}\int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_{\mathrm{d}}}\,\varphi_0^2(r)\,\varphi_a^*(\zeta)\,V_{\mathrm{n}}\,\varphi_{a_0}(\zeta)\,d\zeta\,d\mathbf{r}\,d\mathbf{r}_{\mathrm{d}}. \tag{5.5}$$

Дифференциальное сечение рассеяния дейтона, сопровождающегося возбуждением уровня ядра $E_a$, равно

$$d\sigma=\frac{k'}{k}\,|f|^2\,dO. \tag{5.6}$$

При вычислении амплитуды рассеяния для простоты пренебрежем спином нейтрона. Предполагая, что взаимодействие нейтрона с ядром имеет место только на поверхности ядра, интеграл по внутренним координатам ядра, входящий в (5.6), представим в виде

$$\int\varphi_a^*(\zeta)\,V(\mathbf{r}_{\mathrm{n}},\,\zeta)\,\varphi_{a_0}(\zeta)\,d\zeta=\frac{\delta(r_{\mathrm{n}}-R)}{R^2}\sum_{l,\,m}\langle\mu_j\,|\,V\,|\,\mu_i lm\rangle\,Y_{lm}^*(\vartheta_{\mathrm{n}},\,\varphi_{\mathrm{n}}), \tag{5.7}$$

где $R$ — радиус ядра, $l$ — момент, передаваемый нейтроном ядру и

$$\langle\mu_j | V | \mu_i lm\rangle = \int \varphi_a^*(\zeta) V(\mathbf{r}_n, \zeta) \varphi_{a_0}(\zeta) Y_{lm}(\vartheta_n, \varphi_n)\, d\zeta\, dO_n.$$

(Мы считаем, что функции $\varphi_{a_0}$ и $\varphi_a$ соответствуют состояниям ядра со спинами и проекциями спинов $i$, $\mu_i$ и $j$, $\mu_j$.)

Переходя в интеграле (5.5) от переменных $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_d$ к переменным $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_n$ и используя разложение плоской волны по шаровым функциям, найдем

$$f = -\frac{4M}{h^2} \int e^{\frac{i}{2}\mathbf{qr}} \varphi_0^2(r)\, d\mathbf{r} \sum_{l,m} (-i)^l j_l(qR) \langle\mu_j | V | \mu_i lm\rangle Y_{lm}^*(\vartheta_q, \varphi_q).$$

Сечение (5.6) следует просуммировать по различным проекциям спина в конечном состоянии $\mu_j$ и усреднить по значениям проекции спина в начальном состоянии $\mu_i$. Таким образом получим

$$d\sigma = \frac{k'}{k} \left| \int e^{\frac{i}{2}\mathbf{qr}} \varphi_0^2(r)\, d\mathbf{r} \right|^2 \sum_l |B_l|^2 j_l^2(qR)\, dO, \tag{5.8}$$

где

$$|B_l|^2 = \frac{4M^2}{(2i+1)\pi h^4} \sum_{\mu_i \mu_j m} |\langle\mu_j |V| \mu_i lm\rangle|^2.$$

Учет спинов нейтрона и протона приводит к замене полученного выражения для $|B_l|^2$ следующим выражением:

$$|B_l|^2 = \frac{4M^2}{3\pi(2i+1)h^4} \sum_{\mu_i \mu \mu_j \mu' m} \left| \int \varphi_{j\mu_j}^* \chi_{1\mu'}^* V \chi_{1\mu} \varphi_{i\mu_i} Y_{lm}\, d\zeta\, dO \right|^2$$

($\chi_{1\mu}$ и $\chi_{1\mu'}$ — спиновые функции дейтона до и после рассеяния.) Поскольку, однако, теория не дает возможности вычислить абсолютную величину сечения, коэффициент $|B_l|^2$ следует рассматривать как неопределенный параметр, входящий в теорию.

Замечая, что $\int \varphi_0^2(r) e^{\frac{i}{2}\mathbf{qr}}\, d\mathbf{r} = \frac{4\alpha}{q} \operatorname{arctg} \frac{q}{4\alpha}$, окончательно сечение рассеяния дейтона, сопровождающегося переходом ядра из состояния со спином $i$ в состояние со спином $j$, запишем в виде[91]

$$d\sigma_{ij} = \frac{k'}{k} \left( \frac{4\alpha}{q} \operatorname{arctg} \frac{q}{4\alpha} \right)^2 \sum_l |B_l|^2 j_l^2(qR)\, dO, \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}. \tag{5.9}$$

Величина $l$ определяет момент, передаваемый дейтоном ядру при рассеянии. Суммирование в (5.9) распространяется по целочисленным значениям $l$, которые определяются правилами перехода

$$\mathbf{j} = \mathbf{i} + \mathbf{l} + \mathbf{1}$$

(если $i = 0$ и $l = 0$, то $j = 0$ или 1). Значения $l$ являются нечетными или четными в зависимости от того, изменяется четность ядра при переходе или не изменяется.

Формула (5.9) определяет угловое распределение дейтонов при малых углах. (Очевидно, при больших углах необходимо учитывать неупругое рассеяние с образованием составного ядра.) По виду наблюдаемого на опыте углового распределения можно, используя формулу (5.9), определить величину $l$. (Если правила перехода допускают несколько возможных значений $l$, то главную роль играет наименьшее значение.) Определив $l$ и зная спин и четность ядра в начальном состоянии, можно определить спин и четность конечного состояния ядра.

Так же как и при реакции срыва, для наилучшего согласия с опытными данными приходится выбирать для $R$ значение, несколько большее радиуса ядра $R_0$.

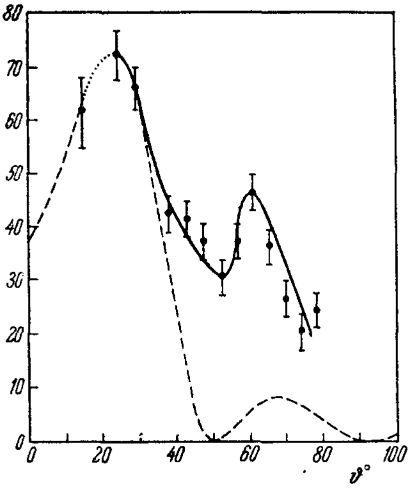


Рис. 11. Угловое распределение дейтонов при неупругом рассеянии $Li^7(d, d')Li^{7*}$, $E_d = 15{,}1$ *Мэв*, $Q = -4{,}61$ *Мэв*, $l = 1$, $R = 4{,}8 \cdot 10^{-13}$ *см*.

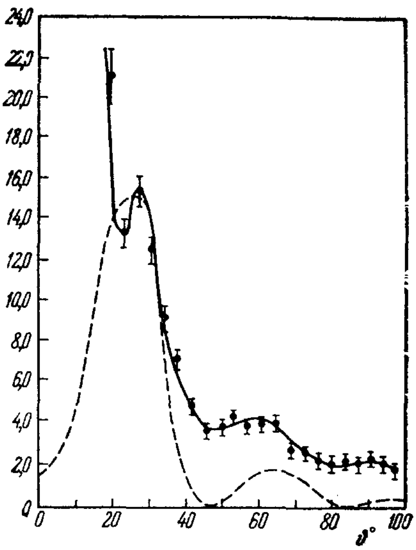


Рис. 12. Угловое распределение дейтонов при неупругом рассеянии $Mg^{24}(d, d')\,Mg^{24*}$, $E_d = 15{,}1$ *Мэв*, $Q = -1{,}37$ *Мэв*, $l = 2$, $R = 6{,}2 \cdot 10^{-13}$ *см*.

На рис. 11 и 12 показано угловое распределение дейтонов, неупруго рассеянных на ядрах $Li^7$ и $Mg^{24}$, [78]. Энергия падающих дейтонов равна $E_d = 15{,}1$ *Мэв*. Сравнение показывает удовлетворительное согласие данных теории с опытом.

3. Расщепление дейтонов при рассеянии. Рассеяние дейтона на ядре может сопровождаться расщеплением дейтона, причем возможен также одновременный переход ядра в возбужденное состояние. Для описания процесса расщепления можно воспользоваться уравнением (5.1), однако решение теперь следует искать в виде

$$\Psi(\zeta, \mathbf{r}, \mathbf{r}_d) = \sum_{\mathbf{f}a} \varphi_a(\zeta)\, \varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r})\, \psi_{\mathbf{f}a}(\mathbf{r}_d) + \text{ортогон. слагаемые}, \tag{5.10}$$

где $\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r})$ — волновая функция относительного движения нейтрона и протона в несвязанном состоянии; $\mathbf{f}$ — волновой вектор относительного движения системы.

Функция $\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r})$ является решением уравнения

$$\left(-\frac{\hbar^2}{M}\Delta + V_{np} - \varepsilon_f\right)\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) = 0, \tag{5.11}$$

где $\varepsilon_f = \frac{\hbar^2 f^2}{M}$ — энергия относительного движения системы нейтрон — протон. Если предположить, что взаимодействие между нейтроном и протоном имеет место только в $S$-состоянии (это предположение оправдывается при небольших энергиях относительного движения), то эта функция может быть записана в виде суммы плоской волны и сходящейся сферической волны

$$\varphi_{\mathbf{f}}^{(s)}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{fr}} + \frac{a^{(s)}}{r} e^{-ifr}, \quad s = 0,\ 1, \tag{5.12}$$

где $a^{(s)} = -\frac{1}{\alpha_s - if}$ — длина рассеяния нейтрона протоном в $S$-состоянии, зависящая от спинового состояния системы нейтрон — протон. Если система нейтрон — протон находится в триплетном состоянии $s = 1$, то $\alpha_1 = \alpha = \sqrt{\frac{M\varepsilon}{\hbar^2}}$, где $\varepsilon = 2{,}23$ *Мэв* — энергия связи дейтона. Если же система нейтрон — протон находится в синглетном состоянии $s = 0$, то $\alpha_0 = \alpha' = \sqrt{\frac{M\varepsilon_0}{\hbar^2}}$, где $\varepsilon_0 = 69$ *кэв* — энергия виртуального уровня дейтона.

Наличие в (5.12) сходящейся сферической волны соответствует образованию частиц.

Легко убедиться, что волновые функции $\varphi_{\mathbf{f}}^{(1)}(\mathbf{r})$ ортогональны волновой функции $\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{e^{-\alpha r}}{r}$, описывающей связанное состояние системы нейтрон — протон

$$\int \varphi_0(r)\, \varphi_{\mathbf{f}}^{(1)}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r} = 0.$$

Функции $\varphi_{\mathbf{f}}^{(1)}(\mathbf{r})$ вместе с функцией $\varphi_0(r)$ образуют полную систему ортонормированных функций, удовлетворяющих соотношению

$$\varphi_0(r)\, \varphi_0(r') + \int \varphi_{\mathbf{f}}^{*}(\mathbf{r})\, \varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r}') \frac{d\mathbf{f}}{(2\pi)^3} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{5.13}$$

Заметим, что волновые функции $\varphi_{\mathbf{f}}^{(0)}(\mathbf{r})$, соответствующие синглетным состояниям системы нейтрон — протон, не ортогональны волновой функции $\varphi_0(r)$. Ортогональность полных функций в этом случае обусловлена ортогональностью спиновых волновых функций в синглетном и триплетном состояниях.

Используя разложение (5.10) и выбирая в качестве падающей волны $\Psi_0 = e^{i\mathbf{kr}_{\mathrm{d}}} \varphi_0(r)\, \varphi_{a_0}(\zeta)$, нетрудно найти следующее выражение для амплитуды расщепления дейтона:

$$f = -\frac{M}{\pi\hbar^2} \int e^{-i\mathbf{qr}_{\mathrm{d}}} \varphi_{\mathbf{f}}^{*}(\mathbf{r})\, \varphi_a^{*}(\zeta)\, V \varphi_0(r)\, \varphi_{a_0}(\zeta)\, d\zeta\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}_{\mathrm{d}}, \tag{5.14}$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$, а модуль $\mathbf{k}'$ определяется соотношением

$$k^2 = \frac{4M}{\hbar^2}(E_{\mathrm{d}} - \varepsilon - E_a - \varepsilon_{\mathrm{f}}).$$

Учитывая спин ядра, а также спин нейтрона и протона и производя выкладки, аналогичные предыдущему случаю, окончательно получим для дифференциального сечения расщепления дейтона при рассеянии на ядре следующую формулу:

$$d\sigma^{(s)} = \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{k'}{k} \left| \frac{1}{\alpha^2 + \left(\mathbf{f} - \frac{1}{2}\mathbf{q}\right)^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{q\,(i\alpha^{(s)} - f)} \ln \frac{f + \frac{1}{2} q + i\alpha}{f - \frac{1}{2} q + i\alpha} \right|^2 \sum_l |B_l^{(s)}|^2 j_l^2(qR)\, d\mathbf{f}\, dO. \tag{5.15}$$

При выводе (5.15) мы использовали соотношение

$$\int \varphi_{\mathbf{f}}^{(s)*}(\mathbf{r})\,\varphi_0(r)\,e^{\frac{i}{2}\mathbf{qr}}d\mathbf{r}=\sqrt{8\pi\alpha}\left\{\frac{1}{\alpha^2+\left(\mathbf{f}-\frac{1}{2}\mathbf{q}\right)^2}+\frac{1}{q\,(i\alpha^{(s)}-f)}\ln\frac{f+\frac{1}{2}q+i\alpha}{f-\frac{1}{2}q+i\alpha}\right\}.$$

Суммирование в (5.15) производится по значениям $l$, которые определяются правилами перехода $\mathbf{j}=\mathbf{i}+\mathbf{l}+\mathbf{1}$. При этом берутся только четные значения $l$, если четность ядра не изменяется, и наоборот. Если состояние ядра при расщеплении дейтона не изменяется ($j=i$, $E_a=0$), то в сумме (5.15) остается только одно слагаемое, соответствующее $l=0$.

Волновой вектор центра тяжести $\mathbf{k}'$ и относительный волновой вектор $\mathbf{f}$ можно выразить через волновые векторы освобождающихся нейтрона и протона $\mathbf{k}_\mathrm{n}$ и $\mathbf{k}_\mathrm{p}$ с помощью равенств

$$\mathbf{k}'=\mathbf{k}_\mathrm{n}+\mathbf{k}_\mathrm{p},\quad \mathbf{f}=\frac{1}{2}(\mathbf{k}_\mathrm{n}-\mathbf{k}_\mathrm{p}).$$

Формула (5.15) дает дифференциальное распределение по углам и энергиям нейтронов и протонов, освобождающихся при расщеплении дейтона.

Выражение (5.15) является весьма сложным. Если мы, однако, ограничимся областью малых углов между волновыми векторами центра тяжести системы нейтрон — протон до и после расщепления $q r_{\text{эф}} \ll 1$ ($r_{\text{эф}}\sim\alpha^{-1}$), то результаты существенно упрощаются. Предполагая также, что $f_{\text{эф}}\ll k$, получим следующие формулы для распределения по импульсам образующихся при расщеплении протонов

$$d\sigma^{(1)}(k_\mathrm{p})=\frac{8\alpha}{3\pi}\frac{\left(\frac{1}{4}k^2-k_\mathrm{p}^2-\alpha^2\right)^{3/2}(2\mathbf{k}_\mathrm{p}-\mathbf{k})^2}{\left(\frac{1}{4}k^2-k_\mathrm{p}^2\right)^4}\,|B^{(1)}|^2 j_0^2(|2\mathbf{k}_\mathrm{p}-\mathbf{k}|R)\,d\mathbf{k}_\mathrm{p},\quad s=1, \tag{5.16}$$

$$d\sigma^{(0)}(k_\mathrm{p})=\frac{8\alpha}{\pi}\frac{(\alpha-\alpha_0)^2\left(\frac{1}{4}k^2-k_\mathrm{p}^2-\alpha^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{1}{4}k^2-k_\mathrm{p}^2\right)^2\left(\frac{1}{4}k^2-k_\mathrm{p}^2-\alpha^2-\alpha_0^2\right)}\,|B^0|^2 j_0^2(|2\mathbf{k}_\mathrm{p}-\mathbf{k}|R)\,d\mathbf{k}_\mathrm{p},\ s=0. \tag{5.17}$$

Формулы (5.16) и (5.17) выписаны для случая, когда состояние ядра при расщеплении дейтона остается неизменным.

Аналогичные формулы будут иметь место также для нейтронов, образующихся при расщеплении.

## § 6. Взаимодействие дейтонов с тяжелыми ядрами

1. Дейтонные реакции в кулоновском поле. В предыдущих параграфах при рассмотрении столкновений дейтонов с ядрами мы пренебрегали кулоновским взаимодействием дейтона с зарядом ядра. Такое пренебрежение оказывается справедливым в случае энергий дейтона, значительно превосходящих высоту кулоновского барьера. Если же энергия падающего дейтона сравнима с высотой кулоновского барьера или меньше ее, то кулоновское взаимодействие играет существенную роль.

Для дейтонов средних энергий ($E_d > 5$ *Мэв*), сталкивающихся с легкими ядрами, кулоновскими эффектами можно пренебречь. Однако при столкновениях дейтонов с тяжелыми ядрами кулоновское взаимодействие оказывается весьма существенным. Особенно существенным оказывается кулоновское взаимодействие в случае малых энергий дейтонов, когда классическое расстояние наибольшего сближения $b = \frac{Ze^2}{E_d}$ значительно больше радиуса ядра $R$.

Вследствие несовпадения центра тяжести и центра заряда в дейтоне кулоновское взаимодействие может приводить к различным процессам расщепления дейтона. Возможны следующие процессы: освобождение нейтрона и протона, захват нейтрона и освобождение протона, захват протона и освобождение нейтрона, захват обеих частиц. Все эти процессы возможны даже в том случае, когда энергия падающего дейтона меньше высоты кулоновского барьера. Действительно, благодаря сравнительно малой энергии связи дейтона вне ядра может произойти «диссоциация» дейтона, приводящая затем к указанным реакциям. Вероятность процесса, происходящего с «предварительным» электрическим расщеплением дейтона, оказывается значительно больше вероятности такого же процесса, связанного с образованием составного ядра.

В применении к реакции (d, p) механизм «предварительного» расщепления дейтона был указан Опенгеймером и Филлипсом[102]. (Реакция (d, p) при малых энергиях иногда называется процессом Опенгеймера и Филлипса.) Теория всех перечисленных процессов в квазиклассическом приближении (энергия дейтона значительно меньше высоты кулоновского барьера) была дана Лифшицем[18] (см. также [33, 119]). Однако квазиклассическое приближение, в котором учитывались только «лобовые» столкновения дейтона с ядром (столкновения с равным нулю орбитальным моментом дейтона относительно ядра), позволило определить только ход эффективных сечений с энергией дейтона.

В дальнейшем в работе Ландау и Лифшица[17] был развит метод, позволяющий произвести вычисление эффективных сечений указанных процессов. В своей работе Ландау и Лифшиц рассмотрели реакцию (d, np) на тяжелых ядрах. Теория реакции (d, p) на тяжелых ядрах была дана в работах Тер-Мартиросяна[25] и Биденхорна, Байера и Гольдштейна[37].

2. Реакция (d, p) на тяжелых ядрах. Рассмотрим реакцию (d, p) на тяжелых ядрах, предполагая, что энергия падающего дейтона меньше высоты кулоновского барьера $E_d < \frac{Ze^2}{R}$. В этом случае угловое распределение протонов, освобождающихся вследствие реакции, в основном определяется действием кулоновского поля ядра. При этом, в отличие от реакции (d, p) на легких ядрах, угловое распределение весьма слабо зависит от орбитального момента поглощаемого нейтрона $l$ и характеризуется максимумом в направлении назад. Рассмотрение существенно упрощается в предельном случае $n_d = \frac{Ze^2}{\hbar v_d} \gg 1$ и $n_p = \frac{Ze^2}{\hbar v_p} \gg 1$, когда применимо квазиклассическое приближение.

Для нахождения дифференциального сечения можно воспользоваться общей теорией реакции (d, p), изложенной в § 3, согласно которой

$$d\sigma = \frac{2j+1}{2i+1}\,\frac{4M\alpha}{\pi\hbar^2 R}\,\frac{k_p}{k_d}\sum_{l,m}\frac{\gamma_{jl}}{2l+1}\,|I_l^m|^2\,dO. \qquad (6.1)$$

Однако при вычислении коэффициентов $I_l^m$ следует воспользоваться волновыми функциями дейтона и протона в кулоновском поле.

В качестве волновой функции дейтона следует взять кулоновскую функцию

$$\varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r}) = e^{-\frac{\pi}{2}n_\mathrm{d}}\,\Gamma(1+in_\mathrm{d})\,e^{i\mathbf{k}_\mathrm{d}\mathbf{r}}F(-in_\mathrm{d},\,1,\,i(k_\mathrm{d}r-\mathbf{k}_\mathrm{d}\mathbf{r})), \tag{6.2}$$

слагающуюся на бесконечности из плоской волны с волновым вектором $\mathbf{k}_\mathrm{d}$ и расходящейся сферической волны.

В качестве волновой функции протона следует взять кулоновскую функцию, содержащую на бесконечности плоскую волну с волновым вектором $\mathbf{k}_\mathrm{p}$ и сходящуюся сферическую волну

$$\psi_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r}) = e^{-\frac{\pi}{2}n_\mathrm{p}}\,\Gamma(1-in_\mathrm{p})\,e^{i\mathbf{k}_\mathrm{p}\mathbf{r}}F(in_\mathrm{p},\,1,\,-i(k_\mathrm{p}r-\mathbf{k}_\mathrm{p}\mathbf{r})). \tag{6.3}$$

Интеграл (3.17) можно приближенно вычислить в предельном случае $n_\mathrm{d} \gg 1$ и $n_\mathrm{p} \gg 1$. В этом случае интегрирование в (3.17) можно распространить по всему пространству $\mathbf{r}$, так как вклад области $r < R$ оказывается очень малым. Действительно, в квазиклассическом приближении $n_\mathrm{d} \gg 1$ и $n_\mathrm{p} \gg 1$ в (3.17) главный вклад дают расстояния, бóльшие расстояний до точек наибольшего сближения $b_\mathrm{d} = \frac{Ze^2}{E_\mathrm{d}}$ и $b_\mathrm{p} = \frac{Ze^2}{E_\mathrm{p}}$, которые при малых энергиях падающего дейтона оказываются значительно больше радиуса ядра $R$.

Воспользовавшись разложением функции $\mathfrak{k}_l(x)$ в ряд

$$\mathfrak{k}_l(x) = \frac{\pi}{2}\frac{e^{-x}}{x}\sum_{k=0}^{l}\frac{(l+k)!}{k!\,(l-k)!\,(2x)^k}, \tag{6.4}$$

можно заметить, что в интеграле (3.17) множитель

$$e^{-k_\mathrm{n}r}\,\psi^*_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r})\,\varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r}) = \exp\{-k_\mathrm{n}r + \ln\psi^*_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r})\,\varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r})\}$$

является экспоненциально быстро меняющейся функцией $\mathbf{r}$. Величина интеграла от такой быстро изменяющейся функции определяется в основном областью вблизи точки перевала $\mathbf{r}_1(r_1,\,\vartheta_1,\,\varphi_1)$, в которой функция $F(\mathbf{r}) = -k_\mathrm{n}r + \ln\psi^*_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r})\,\varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r})$ имеет экстремум. Поэтому медленно изменяющуюся шаровую функцию в (3.17) можно вынести за знак интеграла при $\vartheta = \vartheta_1$ и $\varphi = \varphi_1$. В оставшемся интеграле функцию $\mathfrak{k}_l(k_\mathrm{n}r)$ можно приближенно заменить первым членом разложения (6.4), если $k_\mathrm{n}r_1 > l(l+1)/2$. Это условие почти всегда выполняется, если $l$ не очень велико, а $|E_\mathrm{n}|$ не очень мало[18].) Таким образом имеем

$$I_l^m = \frac{\pi}{2k_\mathrm{n}}\,\frac{Y^*_{lm}(\varphi_1,\,\vartheta_1)}{\mathfrak{k}_l(k_\mathrm{n}R)}\int\frac{e^{-k_\mathrm{n}r}}{r}\,\psi^*_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r})\,\varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}.$$

Подставляя полученное выражение для $I_l^m$ в (6.1), найдем

$$d\sigma = \frac{2j+1}{2i+1}\,\frac{k_\mathrm{p}}{k_\mathrm{d}}\,\frac{Ma}{4\hbar^2k_\mathrm{n}^2R}\left|\int\frac{e^{-k_\mathrm{n}r}}{r}\,\psi^*_{\mathbf{k}_\mathrm{p}}(\mathbf{r})\,\varphi_{\mathbf{k}_\mathrm{d}}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}\right|^2\sum_l\frac{\gamma_{jl}}{|\mathfrak{k}_l(k_\mathrm{n}R)|^2}\,dO. \tag{6.5}$$

Из (6.5) следует, что от $l$ зависит только абсолютная величина сечения; угловое распределение в принятом приближении вообще не зависит от $l$.

Входящий в сечение (6.5) интеграл от кулоновских функций может быть точно вычислен

$$\int \frac{e^{-k_n r}}{r} \psi^*_{k_p}(\mathbf{r}) \psi_{k_d}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r} = 8\pi^2 \left[\frac{n_p n_d}{(e^{2\pi n_p}-1)(e^{2\pi n_d}-1)}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{(k_n - ik_p)^2 + k_d^2}{(\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p)^2 + k_n^2}\right]^{in_p} \times$$

$$\times \left[\frac{(k_n - ik_d)^2 + k_p^2}{(\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p)^2 + k_n^2}\right]^{in_d} \frac{1}{(\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p)^2 + k_n^2} \, \frac{F(-in_p, -in_d, 1, -\zeta)}{1+\zeta}.$$

Здесь $\zeta = \zeta_0 \sin^2 \vartheta/2$, $\zeta_0 = \frac{4k_p k_d}{(\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p)^2 + k_n^2}$ и $\vartheta$ — угол между векторами $\mathbf{k}_d$ и $\mathbf{k}_p$. Квадрат модуля от этого интеграла равен

$$\left|\int \ldots\right|^2 = \frac{64\pi^4 n_p n_d}{(e^{2\pi n_p}-1)(e^{2\pi n_d}-1)} \, \frac{\exp\{2n_d(\pi - \varphi_d) + 2n_p\varphi_p\}}{[(k_d - k_p)^2 + k_n^2]^2} \left|\frac{F(in_p, in_d, 1, -\zeta)}{1+\zeta}\right|^2,$$

где углы $\varphi_p$ и $\varphi_d$ определяются равенствами

$$\varphi_p = \operatorname{arctg} \frac{2k_n k_p}{k_d^2 - k_p^2 + k_n^2}, \qquad \varphi_d = \operatorname{arctg} \frac{2k_n k_d}{k_d^2 - k_p^2 - k_n^2} \quad \text{при } E_n < 0,$$

$$\varphi_p = 0, \qquad \varphi_d = 0 \quad \text{при } E_n > 0.$$

В предельном случае $n_p \gg 1$, $n_d \gg 1$ для гипергеометрической функции можно воспользоваться следующим асимптотическим выражением:

$$|F(in_p, in_d, 1, -\zeta)|^2 \simeq \frac{1+\zeta}{2\pi n_d \zeta} \, \frac{\exp\{2n_d\psi_d + 2n_p(\pi - \psi_p)\}}{\sqrt{(4\rho/\zeta) - (1-\rho)^2}}, \tag{6.6}$$

$$\psi_p = \arccos \frac{(1-\rho)\zeta - 2\rho}{2\rho\sqrt{1+\zeta}}, \qquad \psi_d = \arccos \frac{(1-\rho)\zeta + 2}{2\sqrt{1+\zeta}}, \qquad \rho = \frac{n_p}{n_d}.$$

Используя это асимптотическое выражение, сечение получим в виде [25]

$$d\sigma = \frac{2j+1}{2i+1} \frac{k_p}{k_d} \frac{M\alpha}{\hbar^2 k_n R} \sum_l \frac{\gamma_l}{|\mathfrak{f}_l(k_n R)|^2} \, \frac{32\pi^3 n_p}{[(k_d - k_p)^2 + k_n^2]^2} \exp\{2n_p\varphi_p - 2n_d\varphi_d\}\, N(\zeta)\, dO,$$

$$N(\zeta) = \frac{\exp\{-2n_p\psi_p + 2n_d\psi_d\}}{\zeta(1+\zeta)\sqrt{(4\rho/\zeta) - (1-\rho)^2}}. \tag{6.7}$$

Выражение, стоящее под знаком экспоненты в $N(\zeta)$, растет с ростом $\zeta$, т. е. угла $\vartheta$; поэтому сечение $d\sigma$ экспоненциально возрастает с увеличением угла $\vartheta$. При $\vartheta = \pi$ функция $N(\zeta)$ максимальна, при малых $\pi - \vartheta$ зависимость $N(\zeta)$ от $\pi - \vartheta$ близка к кривой Гаусса. В этом легко убедиться, разлагая выражение, стоящее под знаком экспоненты в $N(\zeta)$, в ряд по $\zeta_0 - \zeta \simeq \zeta_0 (\pi - \vartheta)^2/4$. Таким образом, можно получить

$$N(\zeta) \sim \exp\left\{-\frac{(\pi-\vartheta)^2}{\delta^2}\right\}, \tag{6.8}$$

где $\delta^2 = \frac{(k_d - k_p)^2 + k_n^2}{n_d \alpha k_d}$. Ширина $\delta$ гауссовского распределения в направлении назад тем меньше, чем больше $Z$, чем меньше энергия падающего дейтона $E_d$ и чем больше энергия поглощаемого нейтрона $E_n$.

В работе [37] рассмотрен конкретный параметр, позволяющий проследить, как изменяется характер углового распределения протонов с изменением параметра $n_d$. Поскольку угловое распределение протонов слабо зависит от энергии уровня, на который захватывается нейтрон, то для этого уровня выбрано произвольное значение 2,23 *Мэв*. Угловые распределения протонов, нормированные к единице в точках максимумов, показаны на рис. 13 для различных энергий падающих дейтонов при $Z=92$. Параметр $n_d$ изменяется от $n_d=7,1$ при $E_d=10$ *Мэв* до $n_d=1,3$ при $E_d=300$ *Мэв*. С ростом энергии угловое распределение качественно изменяет свой характер. Если при энергии $E_d$ порядка десятков *Мэв* угловое распределение характеризуется максимумом в направлении назад, то уже при энергии в 200 *Мэв* распределение характеризуется максимумом в направлении вперед.

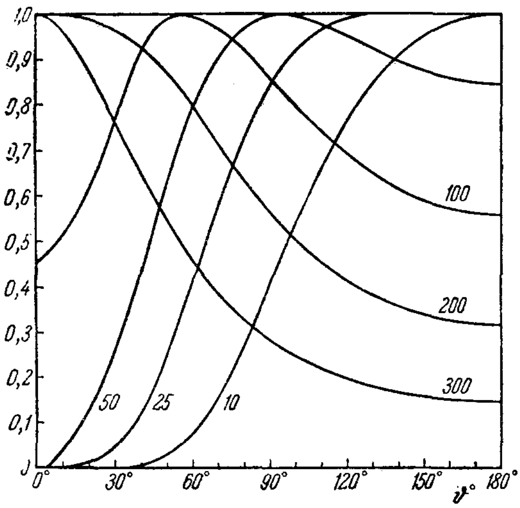


Рис. 13. Угловое распределение протонов в зависимости от энергии падающего дейтона $E_d \cdot Z=92$.

Полное сечение реакции (d, p) на тяжелых ядрах определяется интегрированием (6.7) по телесному углу $dO$. Замечая, что $dO=\frac{4\pi}{\zeta_0}d\zeta$, получим

$$\int N(\zeta)\,dO=\frac{4\pi}{\zeta_0}\int_0^{\zeta_0}\frac{\exp\{-2n_p\psi_p+2n_d\psi_d\}}{\zeta(1+\zeta)\sqrt{(4\rho/\zeta)-(1-\rho)^2}}\,d\zeta.$$

Вследствие быстрого убывания $N(\zeta)$ с ростом $\zeta_0-\zeta$ в этом интеграле существенны значения $\zeta$, близкие к $\zeta_0$. Разлагая выражение, стоящее под знаком экспоненты, в ряд по степеням $x=\zeta_0-\zeta$ и распространяя интегрирование до бесконечности, найдем

$$\int N(\zeta)\,dO=\frac{\pi}{4n_d}\left[\frac{(k_d-k_p)^2+k_n^2}{ak_d}\right]^2\exp\{-2n_p\psi_p(0)+2n_d\psi_d(0)\},$$

где $\psi_p(0)$ и $\psi_d(0)$ — значения соответствующих углов при $\zeta=\zeta_0$. (Предэкспоненциальный множитель вынесен из-под знака интеграла при $\zeta=\zeta_0$.) Окончательно для полного сечения реакции (d, p) получим следующую формулу [25]:

$$\sigma=\frac{2j+1}{2i+1}\frac{4\pi^4 M}{\hbar^2 k_d^2 k_n^2 R_\alpha}\sum_l\frac{\gamma_{jl}}{|\mathfrak{f}_l(k_nR)|^2}\exp\{-\Phi(E_d,E_n)\},\tag{6.9}$$

$$\Phi(E_d,E_n)=-2n_p(\varphi_p-\psi_p(0))+2n_d(\varphi_d-\psi_d(0))=$$

$$=2\operatorname{Re}\left\{-n_p\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{-E_n}-\sqrt{2\varepsilon}}{\sqrt{E_p}}+n_d\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{-2E_n}-\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{E_d}}\right\}.$$

(Заметим, что энергии $E_d$, $E_n$ и $E_p$ связаны соотношением $E_d - \varepsilon = E_p + E_n$.) Экспоненциальный множитель в (6.9), определяющий зависимость сечения от энергии падающего дейтона, может быть получен также в квазиклассическом приближении [18, 93].

Формула (6.9) определяет сечение реакции (d, p) при захвате нейтрона на определенный уровень. Энергия нейтрона $E_n$, соответствующая максимальному сечению реакции (d, p) при фиксированной энергии падающего дейтона $E_d$, может быть найдена из условия минимума функции $\Phi(E_d, E_n)$, стоящей в экспоненте. Эта наиболее вероятная энергия поглощаемого нейтрона $E_n$ является функцией энергии дейтона $E_d$ и убывает с возрастанием $E_d$ до тех пор, пока $E_d < 1{,}7\varepsilon$. ($E_n$ лежит при этом интервале $1{,}5 - 0{,}5\varepsilon$.) Если $E_d > 1{,}7\varepsilon$, то наиболее вероятная энергия поглощаемого нейтрона оказывается равной нулю.

3. Расщепление дейтона в кулоновском поле ядра. Дейтон, пролетающий на некотором расстоянии от ядра, может под действием кулоновского поля последнего расщепиться на нейтрон и протон. Если энергия падающего дейтона меньше высоты кулоновского барьера, то вероятность такого электрического расщепления оказывается значительно больше вероятности процесса (d, np) с образованием составного ядра.

В предположении нулевого радиуса действия ядерных сил между нейтроном и протоном амплитуда расщепления дейтона в кулоновском поле ядра, согласно (3.13), равна

$$f = 2\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \int e^{-i\mathbf{k}_n\mathbf{r}} \psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r})\, \psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}. \tag{6.10}$$

Здесь в качестве волновой функции нейтрона взята плоская волна, а в качестве волновых функций дейтона и протона взяты кулоновские функции (6.2) и (6.3). Используя (6.10), можно получить следующее выражение для сечения:

$$d\sigma = \frac{2M\alpha k_n k_p}{\pi^2 \hbar^2 k_d} \frac{n_d n_p}{(e^{2\pi n_d} - 1)(e^{2\pi n_p} - 1)} |I|^2 dE_n\, dO_n\, dO_p, \tag{6.11}$$

где посредством $I$ обозначен интеграл

$$I = \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} F(-in_d, 1, i(k_d r - \mathbf{k}_d\mathbf{r}))\, F(-in_p, 1, i(k_p r - \mathbf{k}_p\mathbf{r}))\, d\mathbf{r}, \tag{6.12}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_n.$$

Этот интеграл может быть точно вычислен

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{d}{d\lambda}\left(BF(-in_d, -in_p, 1, \zeta)\right)\Big|_{\lambda=0}, \\ B &= -4\pi i\,(q^2 - 2\mathbf{q}\mathbf{k}_d - 2\lambda k_d)^{in_d}(q^2 + 2\mathbf{q}\mathbf{k}_p - 2\lambda k_p)^{in_p} q^{-2(in_d + in_p + 1)}, \\ \zeta &= 2\frac{q^2(k_d k_p + \mathbf{k}_d\mathbf{k}_p) - 2(\mathbf{q}\mathbf{k}_d + \lambda k_d)(\mathbf{q}\mathbf{k}_p - \lambda k_p)}{(q^2 - 2\mathbf{q}\mathbf{k}_d - 2\lambda k_d)(q^2 + 2\mathbf{q}\mathbf{k}_p - 2\lambda k_p)}. \end{aligned}\right\} \tag{6.13}$$

В случае достаточно малых энергий дейтона и протона выражение для сечения можно существенно упростить. Действительно, если $n_d \gg 1$ и $n_p \gg 1$, то для гипергеометрической функции $F(-in_d, -in_p, 1, \zeta)$ справедливо асимптотическое представление (6.6). При этом сечение, как функция энергии освобождающегося нейтрона, будет иметь наибольшее значение при $E_n = 0$ и экспоненциально убывать с увеличением $E_n$. Как функция от направления вылетающего протона сечение максимально при движении протона в направлении, обратном направлению падающего дейтона, и экспоненциально убывает при отклонении от этого направления. Поэтому при вычислении интеграла $I$ во всех неэкспоненциальных выражениях (экспоненциальный множитель содержится, согласно (6.6), в гипергеометрической функции) можно положить

$$k_{\mathrm{n}} = 0, \qquad \mathbf{q} = \mathbf{k}_{\mathrm{d}} - \mathbf{k}_{\mathrm{p}}, \qquad \mathbf{k}_{\mathrm{d}}\mathbf{k}_{\mathrm{p}} = -\,\mathbf{k}_{\mathrm{d}}\mathbf{k}_{\mathrm{p}}.$$

При выполнении этих условий производная $\left.\frac{d\zeta}{d\lambda}\right|_{\lambda=0}$ обращается в нуль, так что член в $I$, содержащий производную от гипергеометрической функции, выпадает. Таким образом, для квадрата модуля получим

$$|I|^2 = \frac{\beta^2 M\varepsilon}{h^2}\,\frac{64\pi^2}{(k_{\mathrm{d}}+k_{\mathrm{p}})^6\,(k_{\mathrm{d}}-k_{\mathrm{p}})^2}\,|F(-in_{\mathrm{d}},\ -in_{\mathrm{p}},\ 1,\ \zeta)|^2,$$

где введено обозначение $\beta = \frac{Ze^2}{h}\left(\frac{M}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$ и $k_{\mathrm{p}}$ соответствует значению $E_{\mathrm{p}} = E_{\mathrm{d}} - \varepsilon$. Аргумент гипергеометрической функции $\zeta$, входящий в экспоненту асимптотического выражения, следует разложить в ряд по степеням энергии нейтрона $E_{\mathrm{n}}$ и угла $\theta_{\mathrm{p}}$, образуемого векторами $\mathbf{k}_{\mathrm{p}}$ и $-\mathbf{k}_{\mathrm{d}}$:

$$\zeta = -\frac{4k_{\mathrm{d}}k_{\mathrm{p}}}{(k_{\mathrm{d}}-k_{\mathrm{p}})^2}\left\{1 - \frac{\theta_{\mathrm{p}}^2}{4} + \frac{3k_{\mathrm{p}}^2-k_{\mathrm{d}}^2}{2k_{\mathrm{p}}^2\,(k_{\mathrm{d}}-k_{\mathrm{p}})^2}\,k_{\mathrm{n}}^2 - \frac{k_{\mathrm{n}}^2\sin^2\theta_{\mathrm{n}}}{(k_{\mathrm{d}}-k_{\mathrm{p}})^2} + \frac{k_{\mathrm{n}}\theta_{\mathrm{p}}\sin\theta_{\mathrm{n}}\cos\varphi}{k_{\mathrm{d}}-k_{\mathrm{p}}}\right\}$$

($\theta_{\mathrm{n}}$ — угол между векторами $\mathbf{k}_{\mathrm{n}}$ и $-\mathbf{k}_{\mathrm{d}}$; $\varphi$ — разность азимутов $\mathbf{k}_{\mathrm{n}}$ и $\mathbf{k}_{\mathrm{p}}$ относительно вектора $-\mathbf{k}_{\mathrm{d}}$, как полярной оси).

*Использовав асимптотическую формулу* (6.6) для квадрата модуля гипергеометрической функции, получим следующее выражение для сечения:

$$d\sigma = \beta^3\,\frac{\hbar^2}{M\varepsilon}\,\frac{\varepsilon^2\,(\varepsilon E_{\mathrm{n}})^{\frac{1}{2}}\exp(-\beta\Phi)}{\pi\sqrt{2}\,E_{\mathrm{d}}\,(E_{\mathrm{d}}+\varepsilon)^2\,[(2E_{\mathrm{d}})^{\frac{1}{2}}+(E_{\mathrm{d}}-\varepsilon)^{\frac{1}{2}}]^2}\,dE_{\mathrm{n}}\,d\theta_{\mathrm{n}}\,d\theta_{\mathrm{p}}, \tag{6.14}$$

где

$$\Phi = \Phi_0 + E_{\mathrm{n}}\Phi_1 + E_{\mathrm{n}}\sin^2\theta_{\mathrm{n}}\Phi_2 + \theta_{\mathrm{p}}^2\Phi_3 + \theta_{\mathrm{p}}E_{\mathrm{n}}^{\frac{1}{2}}\sin\theta_{\mathrm{n}}\cos\varphi\Phi_4,$$

причем

$$\Phi_0 = \left(\frac{8\varepsilon}{E_{\mathrm{d}}-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\arccos\left(\frac{E_{\mathrm{d}}-\varepsilon}{E_{\mathrm{d}}+\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} - 4\left(\frac{\varepsilon}{E_{\mathrm{d}}}\right)^{\frac{1}{2}}\arccos\left(\frac{E_{\mathrm{d}}}{E_{\mathrm{d}}+\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\Phi_1 = \frac{(2\varepsilon)^{\frac{1}{2}}}{(E_{\mathrm{d}}-\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}\arccos\left(\frac{E_{\mathrm{d}}-\varepsilon}{E_{\mathrm{d}}+\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{2\varepsilon\,(E_{\mathrm{d}}-3\varepsilon)}{(E_{\mathrm{d}}+\varepsilon)^2\,(E_{\mathrm{d}}-\varepsilon)},$$

$$\Phi_2 = \frac{4\varepsilon}{(E_{\mathrm{d}}+\varepsilon)^2},$$

$$\Phi_3 = \frac{\varepsilon}{[(2E_{\mathrm{d}})^{1/2}+(E_{\mathrm{d}}-\varepsilon)^{1/2}]^2},$$

$$\Phi_4 = \frac{4\varepsilon}{(E_{\mathrm{d}}+\varepsilon)\,[(2E_{\mathrm{d}})^{1/2}+(E_{\mathrm{d}}-\varepsilon)^{1/2}]}.$$

Полное эффективное сечение $\sigma(E_{\mathrm{d}})$, как функция энергии дейтона, получается интегрированием (6.14) по энергии нейтрона (которое можно производить, ввиду быстрой сходимости интеграла, в пределах от 0 до $\infty$) и по всем направлениям нейтрона и протона (интегрирование по $\theta_p$ также можно производить в пределах от 0 до $\infty$). В результате вычисления получается

$$\sigma = (4\pi)^{\frac{3}{2}} \beta^{\frac{1}{2}} \frac{\hbar^2}{M\varepsilon} \varepsilon^{\frac{3}{2}} E_d^{-1} (E_d + \varepsilon)^{-2} \Phi_1^{-\frac{3}{2}} e^{-\beta\Phi_0}. \tag{6.15}$$

Например, для Bi ($Z = 83$) сечение расщепления оказывается равным $\sigma = 4{,}5 \cdot 10^{-26}$ *см*$^2$ при $E_d = 8{,}2$ *Мэв* и $\sigma = 0{,}3 \cdot 10^{-26}$ *см*$^2$ при $E_d = 6{,}3$ *Мэв*.

После интегрирования (6.14) только по направлениям протона (по $dO_p$) угол $\theta_n$ из получающегося выражения выпадает, т. е. распределение нейтронов по направлениям (не коррелированное с направлением протонов) оказывается изотропным. Для распределения нейтронов по энергиям при этом получается следующее выражение:

$$d\sigma(E_n) = 2\sqrt{\pi}\,\sigma(\beta\Phi_1)^{\frac{3}{2}} E_n^{\frac{1}{2}} e^{-\beta E_n \Phi_1} dE_n. \tag{6.16}$$

Угловое распределение протонов можно найти путем интегрирования (6.14) по $dE_n\, dO_n$, в результате которого получается

$$d\sigma(\theta_p) = \sigma \frac{\beta\Phi_1\Phi_3}{\pi(\Phi_1 + \Phi_2)} \exp\left\{-\beta \frac{\Phi_1\Phi_3}{\Phi_1 + \Phi_2} \theta_p^2\right\} dO_p. \tag{6.17}$$

Таким образом распределение протонов на углах $\theta_p$ оказывается гауссовым с максимумом в направлении, обратном направлению движения дейтона.

## II. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДЕЙТОНОВ С ЯДРАМИ В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

### § 7. Дифракционное взаимодействие дейтонов с ядрами

1. Ядерная дифракция. При рассмотрении взаимодействия дейтонов с ядрами в области энергий дейтонов порядка нескольких десятков *Мэв* и выше можно пользоваться оптической моделью, согласно которой ядро феноменологически рассматривается как некоторое тело, характеризуемое определенными оптическими свойствами (показателем преломления и коэффициентом поглощения). Если длина свободного пробега нуклонов в ядерном веществе мала по сравнению с размерами ядра, то последнее можно рассматривать как черное поглощающее тело. Рассмотрение особенно упрощается в случае абсолютно черного ядра.

Как известно, поглощение частиц, рассеиваемых ядром, вызывает возмущение падающей волны и приводит к дополнительному упругому рассеянию, не связанному с образованием составного ядра. В случае точечных частиц (например, нейтронов), длина волны которых мала по сравнению с размерами ядра, это рассеяние аналогично дифракции света от абсолютно черного шара.

Специфическими особенностями должно отличаться дифракционное рассеяние сложных частиц — дейтонов. Помимо поглощения и упругого дифракционного рассеяния, имеющих место для точечных частиц, в случае дейтонов имеют место следующие процессы: срыв нейтрона или протона и дифракционное расщепление дейтона.

В случае реакции срыва быстрый дейтон, проходя мимо ядра, может задеть за ядро протоном или нейтроном, при этом вторая частица может пройти вне ядра. Это приведет к тому, что протон или нейтрон будет мгновенно захвачен ядром, а вторая, освободившаяся частица, первоначально входившая в состав дейтона, будет продолжать свой путь вне ядра. Теория реакции срыва при высоких энергиях была дана Сербером[111].

Вследствие малой энергии связи дейтона при дифракционном взаимодействии дейтонов с ядрами возможно дифракционное расщепление дейтона, происходящее вдали от ядра. Это расщепление, приводящее к освобождению нейтрона и протона, происходит при достаточно большом изменении импульса дейтона, возникающем в результате дифракционного рассеяния. Возможность дифракционного расщепления дейтона была независимо установлена Ахиезером и Ситенко[9, 10, 28], а также Фейнбергом[26, 7] и Глаубером [71].

Дифракционное рассеяние частиц поглощающими ядрами может быть исследовано оптическим методом при помощи принципа Гюйгенса, который допускает обобщение, позволяющее учесть кулоновское взаимодействие, а также сложную структуру рассеиваемых частиц.

Рассмотрим прежде всего простейшую задачу о дифракционном рассеянии точечных частиц (например, нейтронов) поглощающими ядрами. Для простоты ограничимся случаем абсолютно черного сферического ядра, радиус которого обозначим через $R$. Будем считать, что длина волны $\lambda$ падающей частицы мала по сравнению с размерами ядра $\lambda \ll R$. Для нейтронов это условие будет выполнено, если энергия нейтрона превосходит 10 *Мэв*.

Свободное движение частиц в плоскости, перпендикулярной направлению волнового вектора падающей частицы (ось $z$), описывается волновой функцией $\psi_\varkappa = e^{i\varkappa\rho}$, где $\varkappa$ и $\rho$ — проекции волнового вектора и радиуса-вектора частицы на плоскость, перпендикулярную оси $z$. Функции $\psi_\varkappa$ нормированы согласно условию $\int \psi_\varkappa^* \psi_{\varkappa'}\, d\rho = \delta_{\varkappa\varkappa'}$.

Падающим частицам соответствует волновая функция $\psi_0 = 1$. Наличие поглощающего ядра приводит к поглощению части этой функции при $\rho < R$. Дифракционная картина может быть получена, если разложить часть волновой функции, соответствующую рассеянным частицам, $\Psi = \{\Omega(\rho) - 1\}\psi_0$, где

$$\Omega(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho \leqslant R, \\ 1, & \rho > R, \end{cases}$$

по функциям $\psi_\varkappa$:

$$\Psi = \sum_\varkappa a_\varkappa \psi_\varkappa. \tag{7.1}$$

Дифференциальное сечение дифракционного рассеяния, при котором волновой вектор $\varkappa$ рассеянной частицы лежит в интервале $d\varkappa$, связано с $a_\varkappa$ соотношением

$$d\sigma = |a_\varkappa|^2 \frac{d\varkappa}{(2\pi)^2}.$$

Если $k$ — величина волнового вектора частицы, то $\varkappa = k \sin\vartheta$ и $d\varkappa = k^2\, dO$, где $dO$ — элемент телесного угла. Амплитуда рассеяния $f(\vartheta)$ связана с коэффициентом разложения $a_\varkappa$ соотношением

$$f(\vartheta) = -i \frac{k}{2\pi} a_\varkappa. \tag{7.2}$$

Из (7.1) следует, что

$$a_\varkappa = \int \psi_\varkappa^* \{\Omega(\rho) - 1\} \psi_0\, d\rho.$$

Выполняя интегрирование и используя (7.2), получим хорошо известные формулы:

$$f(\vartheta) = iR\frac{J_1(kR\vartheta)}{\vartheta}, \qquad d\sigma_e = \frac{R^2 J_1^2(kR\vartheta)}{\vartheta^2}\,dO, \qquad \sigma_e = \pi R^2 \tag{7.3}$$

(так как дифракционное рассмотрение справедливо при малых углах, то $\sin\vartheta$ можно заменить на $\vartheta$). Сечение поглощения нейтронов также равно

$$\sigma_a = \pi R^2.$$

Полное сечение взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами можно определить, зная амплитуду упругого рассеяния на нулевой угол

$$\sigma_t = 4\pi\lambda\, \mathrm{Im}\, f(0); \tag{7.4}$$

для нейтронов $f(0) = i\frac{kR^2}{2}$ и $\sigma_t = 2\pi R^2$, как и должно быть.

В случае рассеяния быстрых нейтронов несферическими ядрами, помимо упругого рассеяния, возможно также рассеяние нейтронов, сопровождающееся возбуждением ядра. В этом случае функцию $\Omega$ следует считать равной нулю в области тени ядра на плоскости, перпендикулярной к волновому вектору падающего нейтрона, и равной единице вне этой области. Очевидно, площадь тени будет зависеть от взаимной ориентации оси симметрии ядра и волнового вектора падающего нейтрона. При этом дифрагированную волновую функцию следует раскладывать по произведениям функций $\psi_\varkappa$ на собственные функции вращательных состояний несферического ядра. Возбуждение вращательных уровней несферических ядер при дифракционном рассеянии быстрых нейтронов было рассмотрено Дроздовым[15].

В области больших энергий, когда длина свободного пробега частиц в ядерном веществе становится сравнимой с размерами ядра, последнее следует рассматривать как полупрозрачное тело, которое характеризуется комплексным коэффициентом поглощения

$$b = b_1 - i2(\nu - 1)k,$$

где $b_1$ — коэффициент поглощения и $\nu$ — коэффициент преломления ядерного вещества. При этом множитель $\Omega$ следует считать равным

$$\Omega(\rho) = \begin{cases} e^{-b\sqrt{R^2-\rho^2}}, & \rho < R, \\ 1, & \rho > R. \end{cases}$$

Для нейтронов полупрозрачность ядер начинает сказываться при энергиях, превышающих 100 *Мэв*.

2. **Дифракционное рассеяние и дифракционное расщепление дейтонов.** Приведенное рассмотрение дифракции точечных частиц допускает обобщение на случай дифракционного рассеяния слабо связанных сложных частиц — дейтонов абсолютно черными ядрами, если по-прежнему пользоваться разложением дифрагированной волной функции, но ввести вместо одного два множителя $\Omega_n$ и $\Omega_p$ для нейтрона и протона. (При таком рассмотрении, очевидно, пренебрегается кулоновским взаимодействием дейтона с ядром.)

Для исследования дифракции дейтонов необходимо учитывать как движение их центра инерции, так и относительное движение нейтрона и протона в дейтоне. Движение центра инерции дейтона в плоскости, перпендикулярной направлению волнового вектора падающего дейтона (ось $z$), описывается волновой функцией $\psi_\varkappa = e^{i\varkappa\rho_d}$, где $\varkappa$ и $\rho_d$ — проекции волнового вектора рассеянного дейтона и радиуса-вектора центра инерции дейтона на плоскость, перпендикулярную оси $z$. Относительное движение частиц в дейтоне описывается функцией $\varphi_0(r)$, и относительное движение нейтрона и протона, освобождающихся в результате расщепления дейтона,—функцией $\varphi_{\mathfrak{f}}(\mathbf{r})$. Функции $\varphi_{\mathfrak{f}}$ вместе с функцией $\varphi_0$ образуют полную систему ортонормированных функций.

Так как дейтон представляет собой слабо связанную систему, в которой нейтрон и протон проводят значительную часть времени вне области действия ядерных сил, то картина дифракции дейтонов на абсолютно черном ядре определяется разложением функции $\Psi = (\Omega_n\Omega_p - 1)\psi_0\varphi_0$ по полной системе функций $\psi_{\varkappa}\varphi_0$ и $\psi_{\varkappa}\varphi_{\mathfrak{f}}$:

$$\Psi = \sum_{\varkappa} a_{\varkappa}\psi_{\varkappa}\varphi_0 + \sum_{\varkappa,\,\mathfrak{f}} a_{\varkappa\mathfrak{f}}\psi_{\varkappa}\varphi_{\mathfrak{f}}. \tag{7.5}$$

Коэффициенты разложения $a_{\varkappa}$ и $a_{\varkappa\mathfrak{f}}$ можно рассматривать как амплитуды вероятности соответственно дифракционного рассеяния и дифракционного расщепления дейтона. Из (7.5) следует, что

$$a_{\varkappa} = -\int\int \varphi_0(r)\,\psi_{\varkappa}^*(\rho_d)\{\omega_n + \omega_p - \omega_n\omega_p\}\,\psi_0(\rho_d)\,\varphi_0(r)\,d\rho_d\,d\mathbf{r}, \tag{7.6}$$

$$a_{\varkappa\mathfrak{f}} = -\int\int \varphi_{\mathfrak{f}}^*(\mathbf{r})\,\varphi_{\varkappa}^*(\rho_d)\{\omega_n + \omega_p - \omega_n\omega_p\}\,\psi_0(\rho_d)\,\varphi_0(r)\,d\rho_d\,d\mathbf{r}, \tag{7.7}$$

где для удобства введено обозначение $\omega(\rho) = 1 - \Omega(\rho)$.

Воспользовавшись разложением

$$\omega(\rho) = \frac{1}{2\pi}\int \frac{RJ_1(gR)}{g}\,e^{i\mathbf{g}\boldsymbol{\rho}}\,d\mathbf{g}, \tag{7.8}$$

можно представить амплитуду упругого рассеяния $f(\vartheta)$, связанную с $a_{\varkappa}$ соотношением (7.2), в виде

$$f(\vartheta) = ik\Big\{2\frac{4\alpha}{\varkappa}\,\mathrm{arctg}\,\frac{\varkappa}{4\alpha}\,\frac{RJ_1(\varkappa R)}{\varkappa} -$$
$$-\frac{1}{2\pi}\int\frac{4\alpha}{|2\mathbf{g}-\boldsymbol{\varkappa}|}\,\mathrm{arctg}\,\frac{|2\mathbf{g}-\boldsymbol{\varkappa}|}{4\alpha}\,\frac{RJ_1(gR)}{g}\,\frac{RJ_1(|\boldsymbol{\varkappa}-\mathbf{g}|R)}{|\boldsymbol{\varkappa}-\mathbf{g}|}\,d\mathbf{g}\Big\}. \tag{7.9}$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния дейтонов при этом равно:

$$d\sigma_e = R^2\Big|2\frac{2p}{\varkappa'}\,\mathrm{arctg}\,\frac{\varkappa'}{2p}\,\frac{J_1(\varkappa')}{\varkappa'} -$$
$$-\frac{1}{2\pi}\int\frac{2p}{|2\mathbf{g}'-\boldsymbol{\varkappa}'|}\,\mathrm{arctg}\,\frac{|2\mathbf{g}'-\boldsymbol{\varkappa}'|}{2p}\,\frac{J_1(g')}{g'}\,\frac{J_1(\boldsymbol{\varkappa}'-\mathbf{g}')}{|\boldsymbol{\varkappa}'-\mathbf{g}'|}\,d\mathbf{g}'\Big|^2 d\boldsymbol{\varkappa}',$$

где введены безразмерные величины $\boldsymbol{\varkappa}' = \boldsymbol{\varkappa}R$, $\mathbf{g}' = \mathbf{g}R$ и $p = \frac{R}{R_d}$. В предельном случае больших $p$ эта формула сильно упрощается

$$d\sigma_e = 2\pi R^2\left\{\left(\frac{2p}{\varkappa'}\,\mathrm{arctg}\,\frac{\varkappa'}{2p}\right)^2\frac{J_1^2(\varkappa')}{\varkappa'} + \frac{1}{2p}J_1(\varkappa')\,J_0(\varkappa')\right\}d\varkappa',\quad \varkappa' \ll p,\quad p \gg 1.$$

Для получения интегрального сечения упругого рассеяния воспользуемся условием полноты системы функций $\psi_{\varkappa}$. Из формулы (7.6) следует, что

$$\sigma_e = \int I^2(\rho_d)\,d\rho_d,\quad I(\rho_d) = \int\{\omega_n + \omega_p - \omega_n\omega_p\}\,\varphi_0^2(r)\,d\mathbf{r}.$$

Если $p \gg 1$, то вклад в сечение $\sigma_t$, вносимый областью $\rho_d < R$, оказывается равным $\pi R^2$ с точностью до членов порядка $1/p^2$. В области

$\rho_d > R$ произведение $\omega_n\omega_p$ равно нулю и поэтому

$$I(\rho_d) = 2\int_0^\infty \frac{2p}{g}\operatorname{arctg}\frac{g}{2p}J_1(g)J_0\left(\frac{g\rho_d}{R}\right)dg =$$

$$= 4p\int_0^1 \frac{dy}{y}I_1\left(\frac{2p}{y}\right)K_0\left(\frac{\rho_d}{R}\frac{2p}{y}\right), \rho_d > R.$$

Используя асимптотические выражения для $I_1(x)$ и $K_0(x)$ при $x \gg 1$, получим

$$I(\rho_d) = \sqrt{\frac{R}{\rho_d}}\int_1^\infty \frac{d\zeta}{\zeta^2}e^{-4ab\zeta}, \quad b = \rho_d - R > 0, \quad p \gg 1,$$

и, следовательно, вклад, вносимый областью $\rho_d > R$ в $\sigma_e$, равен

$$2\pi R\int_0^\infty db\left|\int_1^\infty e^{-4ab\zeta}\frac{d\zeta}{\zeta^2}\right|^2 = \frac{2\pi}{3}(1-\ln 2)RR_d.$$

Таким образом, интегральное сечение дифракционного упругого рассеяния дейтонов равно

$$\sigma_e = \pi R^2 + \frac{2\pi}{3}(1-\ln 2)RR_d, \quad R_d \ll R. \tag{7.10}$$

Помимо чисто упругого рассеяния, аналогичного дифракционному рассеянию точечных частиц, в случае сложных частиц — дейтонов имеет место еще дифракционное расщепление. Используя выражение (7.7), амплитуду дифракционного расщепления $a_{\varkappa f}$ представим в виде

$$a_{\varkappa f} = -\frac{(2\pi)^{\frac{3}{2}}R}{\alpha^{\frac{5}{2}}}\left\{\frac{J_1(pz)}{z}[\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{z}) + \Phi(\mathbf{u}, -\mathbf{z})] - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2\pi}\int d\mathbf{g}\frac{J_1(g)}{g}\frac{J_1\left(p\left|\mathbf{z}-\frac{\mathbf{g}}{p}\right|\right)}{\left|\mathbf{z}-\frac{\mathbf{g}}{p}\right|}\Phi\left(\mathbf{u}, \frac{2\mathbf{g}}{p}-\mathbf{z}\right)\right\},$$

$$\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{z}) = \frac{1}{1+(\mathbf{z}-\mathbf{u})^2} + \frac{1}{2z(1-u)}\ln\frac{u+z+i}{u-z+i},$$

где $\mathbf{z} = \boldsymbol{\varkappa}/2\alpha$ и $\mathbf{u} = \mathbf{f}/\alpha$. Сечение дифракционного расщепления связано с амплитудой $a_{\varkappa f}$ соотношением

$$d\sigma_d = |a_{\varkappa f}|^2\frac{d\boldsymbol{\varkappa}\,d\mathbf{f}}{(2\pi)^5}. \tag{7.11}$$

Для интегрального сечения дифракционного расщепления получим следующее выражение:

$$\sigma_d = \frac{R^2}{\pi^2}\int\int d\mathbf{z}\,d\mathbf{u}\left|\frac{J_1(pz)}{z}[\Phi(\mathbf{u}, \mathbf{z}) + \Phi(\mathbf{u}, -\mathbf{z})] - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2\pi}\int d\mathbf{g}\frac{J_1(g)}{g}\frac{J_1\left(p\left|\mathbf{z}-\frac{\mathbf{g}}{p}\right|\right)}{\left|\mathbf{z}-\frac{\mathbf{g}}{p}\right|}\Phi\left(\mathbf{u}, \frac{2\mathbf{g}}{p}+\mathbf{z}\right)\right|^2. \tag{7.12}$$

Если $\rho \gg 1$, то

$$\sigma_{\text{d}} = \frac{2}{3} R R_{\text{d}} \int\limits_{0}^{\infty} u I(u)\, du,$$

где $I(u)$ дает распределение продуктов расщепления по относительным энергиям и имеет вид

$$I(u) = \frac{3}{(1+u^2)^2}\left[u + \frac{2u}{1+u^2} - \arcsin\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}\right] - 16(1-\ln 2)\frac{u}{(1+u^2)^3} \qquad (7.13)$$

Интегральное сечение дифракционного расщепления дейтонов равно

$$\sigma_{\text{d}} = \frac{\pi}{3}\left(2\ln 2 - \frac{1}{2}\right) R R_{\text{d}}, \quad R_{\text{d}} \ll R. \qquad (7.14)$$

Наряду с реакцией срыва дифракционное расщепление дейтона приводит к освобождению нейтрона и протона, т. е. увеличивает выход нейтронов, возникающих при взаимодействии быстрых дейтонов с ядрами.

3. Реакция срыва при высоких энергиях. При рассмотрении реакции срыва в области высоких энергий падающих дейтонов (энергий, превосходящих несколько десятков *Мэв*) также можно воспользоваться дифракционным методом. При этом в случае абсолютно черного ядра оказывается возможным развить теорию реакции срыва с учетом конечности радиуса ядра [12].

Определим сечение процесса, при котором одна из частиц, первоначально входивших в состав дейтона, освобождается, а вторая захватывается ядром. Для определенности рассмотрим реакцию, в результате которой освобождается нейтрон, а протон поглощается ядром. Этот процесс можно описывать волновой функцией

$$\Psi = \Omega_{\text{n}} \psi_0(\rho_{\text{d}})\, \varphi_0(r).$$

Разложив $\Psi$ в интеграл по функциям $e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\text{n}}}$ ($\mathbf{r}_{\text{n}}$ — радиус-вектор нейтрона), мы найдем амплитуду вероятности того, что нейтрон будет обладать волновым вектором $\mathbf{k}$, а протон будет находиться в точке $\mathbf{r}_{\text{p}}$. Эта амплитуда вероятности, очевидно, равна

$$a_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_{\text{p}}) = \int e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\text{n}}} \Omega_{\text{n}} \varphi_0(r)\, d\mathbf{r}_{\text{n}}. \qquad (7.15)$$

Интегрируя $|a_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_{\text{p}})|^2$ по $d\boldsymbol{\rho}_{\text{p}}$ в пределах от $\rho_{\text{p}} = 0$ до $\rho_{\text{p}} = R$, найдем дифференциальное сечение срыва $d\sigma_{\text{n}}$, при котором волновой вектор освобождающегося нейтрона лежит в интервале $d\mathbf{k}$:

$$d\sigma_{\text{n}} = \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int\limits_{\rho_{\text{p}} < R} d\boldsymbol{\rho}_{\text{p}} \,|a_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{p}})|^2 = \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int d\boldsymbol{\rho}_{\text{p}} \{1 - \Omega_{\text{p}}\} \,|a_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{\rho}_{\text{p}})|^2. \qquad (7.16)$$

В предельном случае $p \gg 1$ (плоский край ядра) амплитуда $a_k(r_{\text{p}})$ может быть найдена в явном виде. С точностью до несущественного фазового множителя эта амплитуда равна

$$a_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}_{\text{p}}) = \frac{\sqrt{2\pi\alpha}}{P(k_x - iP)} e^{P x_{\text{p}}},$$

где $P = (\alpha^2 + k_y^2 + k_z^2)^{\frac{1}{2}}$ и ось $x$ направлена по нормали к границе ядра. Дифференциальное сечение реакции срыва в этом предельном случае *определяется выражением*

$$d\sigma_{\mathrm{n}}=\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\frac{\pi R\alpha}{(\alpha^2+k^2)}\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{(\alpha^2+k_z^2+\varkappa^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}},\quad R_{\mathrm{d}}\ll R. \tag{7.16'}$$

Полное сечение срыва, используя полноту системы функций $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{\mathrm{n}}}$, можно записать в виде

$$\sigma_{\mathrm{n}}=\int\int d\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{p}}\,d\boldsymbol{r}_{\mathrm{n}}\{1-\Omega_{\mathrm{p}}\}\,\Omega_{\mathrm{n}}\varphi_0^2(r).$$

Подставляя сюда разложения (7.8) для $\Omega_{\mathrm{n}}$ и $\Omega_{\mathrm{p}}$, окончательно получим

$$\sigma_{\mathrm{n}}=\pi R^2\left\{1-2\int\limits_0^{\infty}\frac{p}{\zeta}\operatorname{arctg}\frac{\zeta}{p}\frac{J_1^2(\zeta)}{\zeta}d\zeta\right\},\quad p=\frac{R}{R_{\mathrm{d}}}. \tag{7.17}$$

В предельном случае больших $p$ это выражение упрощается. Замечая, что при $p\gg 1$

$$\int\limits_0^{\infty}\frac{p}{\zeta}\operatorname{arctg}\frac{\zeta}{p}\frac{J_1^2(\zeta)}{\zeta}d\zeta=\frac{1}{2}-\int\limits_0^{1}d\zeta K_1\left(\frac{p}{\zeta}\right)I_1\left(\frac{p}{\zeta}\right)\approx\frac{1}{2}-\frac{1}{4p},$$

получим для полного сечения реакции срыва приближенную формулу Сербера

$$\sigma_{\mathrm{n}}^{s}=\frac{\pi}{2}RR_{\mathrm{d}},\quad R_{\mathrm{d}}\ll R. \tag{7.18}$$

Зависимость $\sigma_{\mathrm{n}}$ от $p$ представлена на рис. 14. В случае свинца $p=4{,}2$ и формула (7.17) дает $\sigma_{\mathrm{n}}=3{,}2\cdot 10^{-25}$ *см*$^2$, в то время как формула Сербера дает $\sigma_{\mathrm{n}}^{s}=2{,}7\cdot 10^{25}$ *см*$^2$. При $p=1$ $\sigma_{\mathrm{n}}=5{,}8\cdot 10^{-26}$ *см*$^2$ и $\sigma_{\mathrm{n}}^{s}=6{,}9\cdot 10^{-26}$ *см*$^2$.

Формулами (7.17) и (7.18), очевидно, будет определяться также сечение срыва протона.

Чтобы найти распределение освобождающихся нейтронов по энергиям, выражение (7.16) нужно проинтегрировать по перпендикулярным составляющим вектора $\mathbf{k}$:

$$d\sigma_{\mathrm{n}}(k_z)=\frac{dk_z}{2\pi}\int\frac{d\varkappa}{(2\pi)^2}\int d\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{p}}\{1-\Omega_{\mathrm{p}}\}\left|\int d\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{n}}e^{-i\varkappa\rho_{\mathrm{n}}}\Omega_{\mathrm{n}}\int dz e^{ik_z z}\varphi_0(r)\right|^2.$$

Используя свойство полноты системы функций $e^{i\varkappa\rho_{\mathrm{n}}}$, а также разложения (7.8) для $\Omega_{\mathrm{n}}$ и $\Omega_{\mathrm{p}}$, окончательно получим:

$$d\sigma_{\mathrm{n}}=\sigma_{\mathrm{n}}(\boldsymbol{k})\,d\boldsymbol{k},$$

$$\sigma_{\mathrm{n}}(\boldsymbol{k})=\frac{4p^2R^2}{\pi}\int\limits_0^1 K_0^2\left(p\zeta\sqrt{1+\boldsymbol{k}^2}\right)\left(\arcsin\zeta+\zeta\sqrt{1-\zeta^2}\right)\zeta d\zeta, \tag{7.19}$$

где безразмерная величина $\boldsymbol{k}$ связана с энергией освобождающегося нейтрона $E_{\mathrm{n}}$ соотношением

$$K=\frac{E_{\mathrm{n}}-\frac{1}{2}E_{\mathrm{d}}}{\sqrt{\varepsilon E_{\mathrm{d}}}}$$

($E_{\mathrm{d}}$ — энергия падающего дейтона). Формула (7.19) и определяет распределение вылетающих нейтронов по энергиям при произвольном значении параметра $p=\frac{R}{R_d}$.

В предельном случае $p \gg 1$ формула (7.19) переходит в формулу Сербера

$$\sigma_n(k) = \frac{\pi}{4} R R_d \frac{1}{(1+K^2)^{3/2}}, \quad R_d \ll R. \tag{7.20}$$

Мы видим, что центром распределения является значение энергии нейтрона, равное половине энергии падающего дейтона. Ширина распределения равна $\Delta = 2\sqrt{2^{\frac{2}{3}}-1}\sqrt{\varepsilon E_d}$, что составляет 31 *Мэв* при энергии дейтонов 190 *Мэв*.

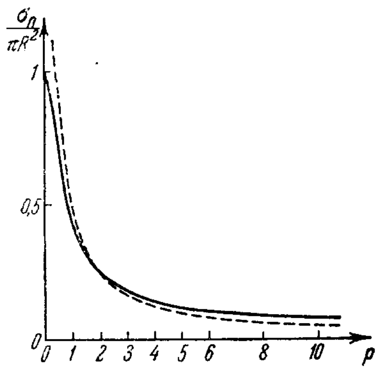


Рис. 14. Зависимость $\sigma_n$ от $p=\frac{R}{R_d}$. (Пунктирная кривая соответствует $\sigma_n^s=\frac{\pi}{2} R R_d$.)

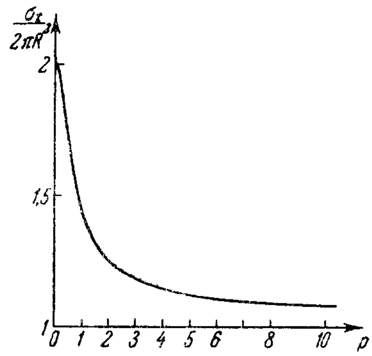


Рис. 15. Зависимость полного сечения $\sigma_t$ от параметра $p=\frac{R}{R_d}$.

Для получения углового распределения нейтронов выражение (7.16) следует проинтегрировать по $dk_z$. Ограничиваясь предельным случаем $p \gg 1$, получим:

$$d\sigma = \frac{R R_d}{\pi (1+\zeta^2)^{\frac{3}{2}}} \left\{1 - \frac{1}{2\zeta^3}\left[(1+\zeta^2)\operatorname{arctg}\zeta - \zeta\right]\right\} dO_\zeta, \tag{7.21}$$

где $\zeta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0}$, $\vartheta_0 = \left(\frac{\varepsilon}{E_d}\right)^{\frac{1}{2}}$ и $dO_\zeta = 2\pi\zeta d\zeta$. Мы видим, что нейтроны в основном, движутся в конусе, ось которого совпадает с направлением первоначального пучка дейтонов и угол раствора которого по порядку величины равен $\vartheta_0 = \left(\frac{\varepsilon}{E_d}\right)^{\frac{1}{2}}$, что составляет около 6° для дейтонов с энергией 190 *Мэв*.

Экспериментально наблюдаемые угловое и энергетическое распределения нейтронов, освобождающихся вследствие реакции срыва при высоких энергиях, находятся в согласии с данными теории. Выход нейтронов при энергии падающих дейтонов $\sim 200$ *Мэв* в полтора-два раза превышает значение, даваемое формулой (7.18)[110]. Формула (7.17) лишь частично объясняет это превышение. Оставшаяся разница может быть обусловлена как кулоновским, так и дифракционным расщеплением дейтонов, которые экспериментально не исследовались.

4. Полное сечение дифракционного взаимодействия дейтонов с ядрами. Полное сечение взамодействия быстрых дейтонов с ядрами $\sigma_t$ можно определить, зная амплитуду упругого рассеяния на нулевой угол согласно (7.4). Амплитуда рассеяния дейтонов абсолютно черным ядром на нулевой угол равна

$$f(0)=i\frac{k}{2\pi}\int\int\varphi_0^2(r)\{\omega_n+\omega_p-\omega_n\omega_p\}\,d\rho_d d\mathbf{r}.$$

Следовательно, полное сечение определяется выражением

$$\sigma_t=2\int\int\varphi_0^2(r)\{\omega_n+\omega_p-\omega_n\omega_p\}\,d\rho_d\,d\mathbf{r}. \qquad (7.22)$$

Используя формулу (7.8), получим

$$\sigma_t=4\pi R^2\left\{1-\int_0^\infty\frac{p}{\zeta}\operatorname{arctg}\frac{\zeta}{p}\frac{J_1^2(\zeta)}{\zeta}\,d\zeta\right\}, \quad p=\frac{R}{R_d}. \qquad (7.23)$$

(Сечение $\sigma_t$, естественно, не учитывает кулоновского рассеяния.) На рис. 15 представлена зависимость $\sigma_t$ от $p$.

В предельном случае $p\gg 1$ находим

$$\sigma_e=2\pi R^2+\pi RR_d, \quad R_d\ll R. \qquad (7.24)$$

Можно показать, что при любых значениях $p=\dfrac{R}{R_d}$ имеют место следующие соотношения:

$$\sigma_e+\sigma_d=\frac{1}{2}\sigma_t, \quad \sigma_n+\sigma_p+\sigma_a=\frac{1}{2}\sigma_t, \qquad (7.25)$$

где $\sigma_a$ — сечение поглощения дейтона ядром. Действительно, подставляя в (7.11) выражение (7.7) и интегрируя по $\varkappa$ и $\mathbf{f}$, найдем

$$\sigma_e+\sigma_d=\int\int\varphi_0^2(r)\{\omega_n+\omega_p-\omega_n\omega_p\}\,d\rho_d d\mathbf{r}.$$

Сравнивая это выражение с (7.22), мы и получим соотношения (7.25).

Используя выражение (7.17) для сечений срыва $\sigma_n$ и $\sigma_p$, а также выражение (7.23) для полного сечения, легко убедиться, что сечение поглощения дейтона ядром равно

$$\sigma_a=2\pi R^2\int_0^\infty\frac{p}{\zeta}\operatorname{arctg}\frac{\zeta}{p}\frac{J_1^2(\zeta)}{\zeta}\,d\zeta, \quad p=\frac{R}{R_d}. \qquad (7.26)$$

В предельном случае $p\gg 1$ это выражение дает

$$\sigma_a=\pi R^2-\frac{\pi}{2}RR_d, \quad R_d\ll R. \qquad (7.27)$$

Действительно, сечение поглощения одной частицы ядром равно $\pi R^2$, а так как сечение процесса, при котором одна частица дейтона попадает в ядро, а другая проходит вне ядра, равно $\frac{\pi}{2}RR_d$, то сечение поглощения обеих частиц равно $\pi R^2-\frac{\pi}{2}RR_d$.

5. Взаимодействие быстрых нуклонов с дейтонами. Характерной особенностью рассеяния нуклонов при больших энергиях

(больше 400 *Мэв*) на нуклонах является наличие неупругого рассеяния, — рассеяния, сопровождающегося рождением $\pi$-мезонов.

В области энергий 800—1400 *Мэв* было обнаружено [52, 48], что упругое и неупругое сечения практически равны друг другу и постоянны. Такими свойствами обладает рассеяние частиц на абсолютно черном шаре. Поэтому в указанной области энергий взаимодействие двух нуклонов можно описывать с помощью дифракционной модели, согласно которой полное сечение взаимодействия будет равно $2\pi R^2$, где $R$ — радиус области взаимодействия. Принимая для сечения взаимодействия значение $\sigma_0 = 45$ *мб*, получим для радиуса области взаимодействия значение $R \simeq 0{,}85 \cdot 10^{-13}$ *см*.

В той же области энергий (800—1400 *Мэв*) полное сечение взаимодействия нуклона с дейтоном оказалось заметно меньше суммы сечений взаимодействия нуклона со свободными нейтроном и протоном [52]. Этот эффект оказалось возможным объяснить, воспользовавшись дифракционным механизмом взаимодействия нуклонов при очень высоких энергиях [72]. Очевидно, поглощение или рассеяние падающей частицы нуклоном дейтона уменьшается, если этот нуклон попадает в область тени другого нуклона (эффект затмения).

Рассмотрим рассеяние быстрого нуклона связанной системой нуклонов (дейтоном). Если скорости нуклонов внутри дейтона малы по сравнению со скоростью падающего нуклона, то их движением можно пренебречь в течение времени прохождения нуклона через дейтон. Рассеяние нуклона на неподвижных нейтроне и протоне с координатами $\mathbf{r}_n$ и $\mathbf{r}_p$ можно характеризовать функциями $\Omega_n$ и $\Omega_p$ с центрами в точках нахождения нейтрона и протона:

$$\Psi = \Omega_n \Omega_p \psi_0.$$

Раскладывая $\Psi$ по функциям $\psi_\varkappa = e^{i\varkappa\rho}$ и усредняя получаемую амплитуду по всем возможным относительным расстояниям между нейтроном и протоном внутри дейтона, получим для амплитуды упругого рассеяния нуклона выражение, совпадающее с (7.9), в котором, однако, под $R$ следует понимать радиус области взаимодействия двух нуклонов. Используя затем (7.4), можно получить следующее выражение для полного сечения взаимодействия нуклона с дейтоном:

$$\sigma_t = 2\sigma_0 \left\{1 - \int_0^\infty \frac{p}{\zeta} \operatorname{arctg} \frac{\zeta}{p} \frac{J_1^2(\zeta)}{\zeta} d\zeta\right\}, \quad \sigma_0 = 2\pi R^2; \quad p = \frac{R}{R_d}. \tag{7.28}$$

Если $p \ll 1$, то нетрудно получить

$$\sigma_t = 2\sigma_0 \left\{1 - \frac{2}{3} p\right\}, \quad R \ll R_d. \tag{7.29}$$

При этом главный вклад в полное сечение взаимодействия дают процессы, сопровождающиеся расщеплением дейтона. Можно показать, что сечение упругого рассеяния нуклонов дейтоном в случае $p \ll 1$ равно

$$\sigma_l = \frac{\pi^3}{2} R^2 p^2 \ln \frac{1}{p}, \quad p \ll 1. \tag{7.30}$$

В действительности, однако, $p$ немного меньше единицы $\left(p \simeq \frac{0{,}85}{2{,}1} = 0{,}4\right)$. Воспользовавшись графиком на рис. 15, мы получим для полного сечения значение $\sigma_{t0} \simeq 1{,}8\sigma_0 \simeq 81$ *мб*, что находится в удовлетворительном согласии с опытными данными [52].

## § 8. Расщепление быстрых дейтонов в кулоновском поле ядра

1. Электрическое и магнитное расщепления дейтона. Взаимодействие быстрого дейтона с кулоновским полем ядра также может приводить к расщеплению дейтона на нейтрон и протон. Хотя кулоновское расщепление дейтонов в области высоких энергий для большинства ядер менее существенно по сравнению с расщеплением, обусловленным непосредственным ядерным столкновением, а также дифракционным расщеплением, в случае очень тяжелых ядер сечение кулоновского расщепления оказывается того же порядка величины, что и сечение ядерного расщепления.

Кулоновское расщепление дейтонов в области высоких энергий было рассмотрено Данковым [58], который определил сечение процесса, а также нашел угловое и энергетическое распределение продуктов, образующихся при расщеплении (см. также [97]). Релятивистские поправки при кулоновском расщеплении, а также магнитное расщепление дейтона, сопровождающееся переходом системы n — p из триплетного состояния в синглетное, было рассмотрено в [20].

Рассмотрим взаимодействие быстрого дейтона с кулоновским полем ядра. Если выполнено условие $n = \frac{Ze^2}{\hbar v} \ll 1$, можно воспользоваться теорией возмущений, считая малым возмущением энергию взаимодействия дейтона с кулоновским полем ядра.

Для нахождения сечения расщепления дейтона удобно использовать систему координат, в которой до столкновения дейтон, как целое, покоится, а ядро движется со скоростью $\mathbf{v}$. Потенциалы электромагнитного поля движущегося ядра в этом случае определяются соотношениями

$$\varphi = \frac{Ze}{r(t)}, \quad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{v}}{c}\varphi, \quad r(t) = \{(1-\beta^2)\rho^2 + (z - vt)^2\}^{\frac{1}{2}}.$$

При этом энергия возмущения, зависящая от времени, будет равна

$$V(t) = e\varphi(\mathbf{r}_p) - \frac{e}{2Mc}\{\mathbf{p}_p\mathbf{A}(\mathbf{r}_p) + \mathbf{A}(\mathbf{r}_p)\mathbf{p}_p\} - \mathbf{m}_p\mathbf{H}(\mathbf{r}_p) - \mathbf{m}_n\mathbf{H}(\mathbf{r}_n), \tag{8.1}$$

$$\mathbf{p}_p = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_p}, \qquad \mathbf{H} = -\frac{1}{c}(1-\beta^2)[\mathbf{v}, \nabla\varphi], \qquad \mathbf{m}_p = \frac{e\hbar}{2Mc}\mu_p\boldsymbol{\sigma}_p,$$

$$\mathbf{m}_n = \frac{e\hbar}{2Mc}\mu_n\boldsymbol{\sigma}_n$$

($\mu_p$ и $\mu_n$ — магнитные моменты протона и нейтрона, выраженные в ядерных магнетонах).

В качестве волновых функций начального и конечного состояний системы следует взять

$$\Psi_i = \psi_i e^{-\frac{i}{\hbar}E_i t}, \quad \psi_i = \varphi_0(r)\chi_{1\mu_d}, \qquad E_i = -\varepsilon,$$

$$\Psi_f = \psi_f e^{-\frac{i}{\hbar}E_f t}, \quad \psi_f = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_d}\varphi_{\mathbf{f}}^{(s)}(\mathbf{r})\chi_{s\mu_s}, \quad E_f = \frac{\hbar^2 k^2}{4M} + \varepsilon_f, \tag{8.2}$$

где $\mathbf{k}$ — волновой вектор движения центра инерции и $\mathbf{f}$ — волновой вектор относительного движения системы $\mathbf{n}-\mathbf{p}$ после расщепления.

При выбранной нормировке волновых функций дифференциальное сечение расщепления, при котором векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{f}$ находятся в интервалах $d\mathbf{k}$ и $d\mathfrak{f}$, определяется выражением

$$d\sigma = |a|^2 \frac{d\mathbf{k}\, d\mathfrak{f}}{(2\pi)^6}, \tag{8.3}$$

где $a$ — амплитуда вероятности перехода, равная

$$a = -\frac{i}{\hbar}(\psi_{\mathfrak{f}},\ V\psi_i),\ V = \int_{-\infty}^{\infty} V(t)\, e^{i\omega t} dt,\ \omega = \frac{E_f - E_i}{\hbar}.$$

Замечая, что $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{r(t)}\, dt = \frac{2}{V} K_0\left(\frac{\omega}{V}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho\right) e^{i\frac{\omega}{V}z}$, найдем

$$V = \frac{2Ze^2}{v}\left\{e^{i\frac{\omega}{v}z_{\mathrm{p}}}\left(1 + i\frac{\hbar v}{Mc^2}\frac{\partial}{\partial z_{\mathrm{p}}}\right) K_0\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{\mathrm{p}}\right) - \right.$$

$$- \frac{\hbar\omega}{2Mc^2}\sqrt{1-\beta^2}\left(\mu_{\mathrm{p}}\,[\mathbf{n}_{\mathrm{p}},\ \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{p}}]_z K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{\mathrm{p}}\right) e^{i\frac{\omega}{v}z_{\mathrm{p}}} + \right.$$

$$\left.\left. + \mu_{\mathrm{n}}\,[\mathbf{n}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{n}}]_z K_1\left(\frac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}\,\rho_{\mathrm{n}}\right) e^{i\frac{\omega}{v}z_{\mathrm{n}}}\right)\right\}.$$

Выполняя также интегрирование в $a$ по координатам центра инерции дейтона, получим

$$a = -i\frac{2ze^2}{\hbar v}\frac{(2\pi)^2\delta\left(k_z - \frac{\omega}{v}\right)}{\varkappa^2 + (1-\beta^2)\,k_z^2}\left(\varphi_{\mathfrak{f}}\chi_{s\mu_s},\ \left\{e^{-\frac{i}{2}\mathbf{kr}}\left(1 - i\frac{\hbar v}{Mc^2}\frac{\partial}{\partial z}\right) + \right.\right.$$

$$+ i\frac{\hbar}{2Mc^2}\left([\mathbf{v},\mathbf{k}]\ \mathbf{S}\left(\mu_{\mathrm{p}} e^{-\frac{i}{2}\mathbf{kr}} + \mu_{\mathrm{n}} e^{\frac{i}{2}\mathbf{kr}}\right) - \frac{1}{2}[\mathbf{v},\ \mathbf{k}]\,(\sigma_{\mathrm{n}} - \sigma_{\mathrm{p}})\left(\mu_{\mathrm{p}} e^{-\frac{i}{2}\mathbf{kr}} - \right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\left. - \mu_{\mathrm{n}} e^{\frac{i}{2}\mathbf{kr}}\right)\right)\right\}\varphi_0\chi_{1\mu_d}\right),$$

где $\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\sigma_{\mathrm{n}} + \sigma_{\mathrm{p}})$ — оператор спина системы $n - p$.

При вычислении интеграла по относительной координате $\mathbf{r}$ заметим, что величину $k$ следует считать ограниченной, так как очень большим $k$ отвечают малые значения параметра столкновения, которые, однако, не должны быть меньше радиуса ядра $R$. Действительно, при значениях прицельного параметра, меньших радиуса ядра $R$, будет иметь место ядерное соударение, при котором кулоновское взаимодействие мало существенно. Поэтому при рассмотрении кулоновского расщепления дейтона следует считать, что $k$ ограничено, причем максимальное значение $k$ по порядку величины равно $R^{-1}$.

Эффективное значение относительного расстояния между нейтроном и протоном в дейтоне порядка $R_{\mathrm{d}}$; поэтому эффективное значение произведения $\mathbf{kr}$, равное по порядку величины отношению $R_{\mathrm{d}}/R$, будет значительно меньше единицы. Раскладывая экспоненты $e^{\pm\frac{1}{2}\mathbf{kr}}$ в ряд и ограничиваясь в разложении первым неисчезающим членом, получим следующее выражение для амплитуды вероятности:

$$a = a_E\delta_{1s} + a_M\delta_{0s},$$

где $a_E$ и $a_M$ — амплитуды вероятности электрического и магнитного переходов, равные соответственно

$$a_E = i\,\frac{2Z}{\hbar v}\,\frac{e^2(2\pi)^2\sqrt{8\pi\alpha}}{\varkappa^2+(1-\beta^2)k_z^2}\,\delta\left(k_z-\frac{\omega}{v}\right)\frac{kf}{(\alpha^2+f^2)^2}\,(\cos\vartheta\cos\vartheta' +$$

$$+\sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\varphi-\beta^2\cos\vartheta\cos\vartheta')\,\delta_{\mu\mu_d}, \qquad (8.4)$$

$$a_M = i\,\frac{Ze^2}{2Mc^2}\,(\mu_n-\mu_p)\,\frac{(2\pi)^2\sqrt{8\pi\alpha}}{\varkappa^2+(1-\beta^2)k_z^2}\,\delta\left(k_z-\frac{\omega}{v}\right)\frac{\alpha-\alpha'}{(f^2+\alpha^2)(f-i\alpha')}\left|\mathbf{k}\,\frac{\mathbf{v}}{v}\right|\delta_{0\mu_p}, \qquad (8.5)$$

где $\vartheta$ — угол между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{v}$, $\vartheta'$ — угол между $\mathbf{f}$ и $\mathbf{V}$ и $\varphi$ разность азимутальных углов векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{f}$.

При электрическом расщеплении дейтона спин системы n—p не изменяется; при магнитном расщеплении система n — p переходит из триплетного в синглетное состояние.

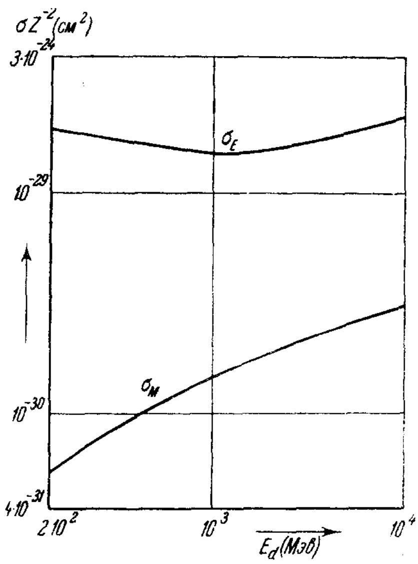


Рис. 16.

Возводя (8.4) в квадрат и замечая, что $\delta^2 \longrightarrow \frac{1}{2\pi}\,\delta\left(k_z-\frac{\omega}{v}\right)$, после интегрирования по $d\mathbf{k}$ получим следующее выражение для дифференциального сечения электрического расщепления дейтона:

$$d\sigma_E = \left(\frac{Ze^2}{\hbar V}\right)^2\frac{2\alpha f^2}{\pi(\alpha^2+f^2)^4}\left\{\sin^2\vartheta' \times\right.$$

$$\times \ln\frac{\Gamma^2-\beta^2}{1-\beta^2}+[2(1-\beta^2)\cos^2\vartheta'-$$

$$\left.-\sin^2\vartheta']\,\frac{\Gamma^2-1}{\Gamma^2-\beta^2}\right\}d\mathbf{f}, \qquad (8.6)$$

где $\Gamma = \frac{\hbar v}{(\varepsilon+\varepsilon_f)R}$. (При интегрировании по углам $\vartheta$ мы ограничились в силу указанных замечаний областью углов от 0 до $\vartheta_{max}$, для которого $\cos\vartheta_{max} = \Gamma^{-1}$.)

Интегрируя (8.6) по углам, найдем распределение продуктов расщепления по энергиям:

$$d\sigma_E(\varepsilon_f) = \frac{8}{3}\left(\frac{Ze^2}{Mc^2}\right)^2\frac{Mc^2\sqrt{\varepsilon}\,\varepsilon_f^{\frac{3}{2}}}{\beta^2(\varepsilon+\varepsilon_f)^4}\,\ln\frac{\Gamma^2}{1-\beta^2}\,d\varepsilon_f. \qquad (8.7)$$

Так как верхний предел для $k_{max}$ определен только по порядку величины, то (8.7) имеет смысл только в том случае, если под знаком логарифма стоит большое число ($\Gamma \gg 1$). Это условие выполняется при больших энергиях дейтона. Множитель $(1-\beta^2)^{-1}$ под знаком логарифма учитывает релятивистское возрастание сечения электрического расщепления с ростом энергии дейтона.

Используя (8.5), нетрудно найти распределение продуктов по энергиям в случае магнитного расщепления

$$d\sigma_M(\varepsilon_f) = \frac{2}{3}\left(\frac{Ze^2}{Mc^2}\right)^2(\mu_n-\mu_p)^2\,\frac{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_f}\,(\sqrt{\varepsilon}+\sqrt{\varepsilon'})^2}{(\varepsilon+\varepsilon_f)^2(\varepsilon'+\varepsilon_f)}\,\ln\frac{\Gamma^2}{1-\beta^2}\,d\varepsilon_f. \qquad (8.8)$$

(Распределение продуктов по углам при магнитном расщеплении оказывается изотропным.)

Интегрирование (8.7) и (8.8) по энергиям $\varepsilon_f$ можно выполнить численным образом. На рис. 16 представлен ход интегральных сечений $\sigma_E$ и $\sigma_M$ в интервале энергий $F_d = 0{,}2 - 10$ *Бэв* при $R = 1{,}1 \cdot 10^{-13}$ *см*. Сечение магнитного расщепления $\sigma_M$ в крайне релятивистском случае на порядок меньше сечения электрического расщепления $\sigma_E$.

2. Поляризация нейтронов при электромагнитном расщеплении дейтонов. Несмотря на относительную малость сечения магнитного расщепления, последнее легко может быть обнаружено, поскольку интерференция между электрическим и магнитным процессами приводит к возникновению поляризации продуктов расщепления. Поляризация нейтронов, образующихся при расщеплении дейтонов в электромагнитном поле ядра, была рассмотрена Савицким [108].

При фиксированных значениях волновых векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{f}$ поляризация нейтронов будет, очевидно, пропорциональна следующему выражению:

$$\frac{1}{3}\sum_{\mu}(a_E\chi_{1\mu}+a_M\chi_{00})^*\,\sigma_n\,(a_E\chi_{1\mu}+a_M\chi_{00}).$$

С учетом нормировки, как нетрудно убедиться, поляризация нейтронов будет равна

$$P(\mathbf{f},\mathbf{k})=\frac{\frac{2}{3}\operatorname{Re}(a^E a^{M*})}{|a_E|^2+\frac{1}{3}|a_M|^2}.$$

Используя (8.4) и (8.5) и переходя в лабораторную систему отсчета (переходу соответствует замена $\mathbf{k} \to \mathbf{k}-\mathbf{k}_0$), для поляризации нейтронов можно получить следующее выражение:

$$P=\frac{\frac{1}{6}\Lambda^2(\mu_p-\mu_n)(\alpha-\alpha')\frac{f(\mathbf{fk}-\mathbf{fk}_0)\,|[\mathbf{k},\mathbf{k}_0]|}{(\alpha^2+f^2)(\alpha'^2+f^2)}}{\frac{(\mathbf{fk}-\mathbf{fk}_0)^2}{(\alpha^2+f^2)^2}+\frac{1}{48}\Lambda^4(\mu_p-\mu_n)^2(\alpha-\alpha')^2\frac{|[\mathbf{k},\mathbf{k}_0]|^2}{\alpha'^2+f^2}}, \tag{8.9}$$

где под $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}$ следует понимать волновые векторы центра инерции системы $\mathrm{n}-\mathrm{p}$ в лабораторной системе до и после расщепления и $\Lambda = \frac{h}{Mc}$ — комптоновская длина волны нуклона. В рассматриваемом случае $n \ll 1$ поляризация нейтронов не зависит от заряда ядра $Z$ и оказывается значительной при малых значениях косинуса угла между векторами $\mathbf{f}$ и $\mathbf{k}-\mathbf{k}_0$. Заметим, что поляризация весьма чувствительна по отношению к углам вылета нейтронов и протонов. Если предположить, что $E_n = E_p = \frac{E_d}{2}$, то при $E_d = 100$ *Мэв*, угле вылета нейтрона $\vartheta = 10°$ и относительном угле между протоном и нейтроном $\theta = 18°$ поляризация равна $P = -0{,}21$.

## § 9. Образование дейтонов при столкновении быстрых нуклонов с ядрами

1. Способы образования дейтонов. При столкновении быстрых нуклонов с ядрами возможно образование энергичных дейтонов. Экспериментально образование дейтонов впервые наблюдалось при бомбардировке ядер нейтронами с энергией 90 *Мэв* [77]. Наблюдавшийся пучок дейтонов испускался в направлении вперед с полушириной $\sim 25-30°$, при этом максимум энергетического

распределения дейтонов соответствовал энергиям 60—65 *Мэв*. Полное сечение для C было равно $2{,}6 \cdot 10^{-26}$ *см*$^2$ и возрастало для более тяжелых ядер. В дальнейшем образование дейтонов наблюдалось так же при бомбардировке ядер протонами (см., например, [83]). Резкая направленность дейтонов и большая энергия свидетельствуют о том, что наблюдавшиеся дейтоны не являются продуктами испарения составного ядра.

Можно указать на два способа возникновения дейтонов при столкновении быстрых нуклонов с ядрами, происходящих без образования составного ядра.

Во-первых, прямой захват (пик-ап), при котором дейтоны образуются вследствие непосредственного захвата налетающим нуклоном какого-либо нуклона ядра. Дейтоны, образующиеся при таком прямом захвате, характеризуются резкой направленностью вперед и могут обладать энергией того же порядка, что и налетающий нуклон. Чу и Гольдбергер [50] на основе борновского приближения дали теорию прямого захвата, которая в дальнейшем была развита Хайдманом [82].

Во-вторых, возможен косвенный захват. Падающий нуклон, сталкиваясь с каким-либо нуклоном ядра, теряет только часть своей энергии. Нуклон ядра, получивший эту энергию, может образовать дейтон, захватив на своем пути другой нуклон ядра. Механизм косвенного захвата был предложен Брансденом [41]. При энергиях падающих нуклонов больше 300 *Мэв* косвенный захват играет более важную роль по сравнению с прямым захватом.

2. Прямой захват. Рассмотрим образование дейтонов при столкновении быстрых нейтронов с ядрами вследствие прямого захвата. Пусть $\mathbf{r}_0$ — радиус-вектор падающего нейтрона, $\mathbf{r}_1$ — радиус-вектор захватывающего протона, $\mathbf{r}_2$ и т. д. — радиусы-векторы остальных нуклонов в ядре. Считая взаимодействие падающего нейтрона с захватываемым протоном малым возмущением, амплитуду перехода можно записать в виде

$$f = -\frac{M}{2\pi h^2}\int e^{-i\mathbf{k}_d(\mathbf{r}_0+\mathbf{r}_1)/2}\,\varphi_0(\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_1)\,\varphi_f^*(2,\dots A)\,V_{01}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}\varphi_i(1,\dots A)\,d\tau, \qquad (9.1)$$

где $\mathbf{k}$ — волновой вектор падающего нейтрона, $\mathbf{k}_d$ — волновой вектор образующегося дейтона, $\varphi_0$ — волновая функция дейтона, $\varphi_i$ и $\varphi_f$ — волновые функции ядра в начальном и конечном состояниях.

Ограничиваясь случаем тяжелых ядер, можно воспользоваться моделью Ферми, согласно которой ядро рассматривается как совокупность невзаимодействующих частиц, заключенных в сферическом ящике ядерных размеров. Тогда в качестве начальной волновой функции можно взять

$$\varphi_i(1,\dots A) = V^{-\frac{1}{2}}e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}_1}\varphi_i(2,\dots A),$$

где $\mathbf{p}$ — волновой вектор протона, $V$ — объем ядра. Интегрирование в (9.1) по $\mathbf{r}_2,\dots\mathbf{r}_A$ дает единицу, если эти нуклоны остаются в первоначальном состоянии; интегрирование по $\mathbf{r}_1$ приводит к результату, отличному от нуля, если $\mathbf{k}-\mathbf{k}_d=\mathbf{p}$. Так как в распределении Ферми $p$ ограничено верхним пределом $L$, то сечение будет отлично от нуля только при условии $|\mathbf{k}-\mathbf{k}_d| \ll L$. В действительности быстрый нуклон передает импульс, бóльший $L$. Для учета этой возможности введем поправку к модели Ферми. Эта поправка к модели Ферми сводится к учету взаимодействия между захватываемым протоном и другим нуклоном ядра. При этом волновую функцию начального состояния можно взять в виде

$$\varphi_i(1,\ldots A)=V^{-\frac{1}{2}}e^{i\mathbf{P}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)}\varphi_p(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\,\varphi_i(3,\ldots A). \tag{9.2}$$

В качестве волновой функции конечного состояния можно взять

$$\varphi_f(2,\ldots A)=V^{-\frac{1}{2}}e^{i\mathbf{p}'\mathbf{r}_2}\varphi_f(3,\ldots A), \tag{9.3}$$

Выбирая взамен переменных $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ новые переменные $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}'=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2$ и $\mathbf{r}_2$, амплитуду реакции получим в виде

$$f=-\frac{M}{2\pi h^2}F\left(\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{k}_d\right)G_{p\mathbf{P}}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d)V^{-1}\int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P}-\mathbf{p}')\mathbf{r}_2}d\mathbf{r}_2, \tag{9.4}$$

где в последнем интеграле интегрирование следует производить по области ядра и

$$F\left(\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{k}_d\right)=\int e^{i\left(\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{k}_d\right)\mathbf{r}}\varphi_0(\mathbf{r})V(r)\,d\mathbf{r},$$

$$G_{p\mathbf{P}}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d)=\int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d+\mathbf{P})\mathbf{r}'}\varphi_p(\mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'.$$

Если взаимодействие между нейтроном и протоном будем описывать потенциалом Юкавы

$$V(r)=V_0\frac{e^{-\mu r}}{\mu r},\quad V_0=67{,}8\ \text{Мэв},\quad \mu=0{,}847\cdot10^{13}\ \text{см}^{-1},$$

а в качестве волновой функции дейтона возьмем (2.8), то

$$F(\mathbf{l})=\frac{4\pi NV_0}{\mu l}\left\{\operatorname{arctg}\frac{l}{\alpha+\mu}-\operatorname{arctg}\frac{l}{\beta+\mu}\right\},\quad \mathbf{l}=\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{k}_d. \tag{9.5}$$

Выбрав волновую функцию относительного движения нейтрона и протона взаимодействущих друг с другом в ядре, в виде

$$\varphi_p(\mathbf{r}')=B\frac{\alpha}{(\alpha^2+p^2)^{\frac{1}{2}}}\left[\frac{\sin(pr'+\delta)}{\sin\delta}-e^{-\mu r'}\right]e^{-\gamma r'},\quad B=V^{-\frac{1}{2}}\alpha^{-1},$$

$$\delta=-\operatorname{arcctg}\frac{\alpha}{p},\quad \gamma=\sigma^{\frac{1}{3}}R,$$

найдем также функцию

$$G(\mathbf{q})=\frac{4\pi V^{-\frac{1}{2}}}{(\alpha^2+p^2)^{\frac{1}{2}}}\left\{-\frac{1}{q^2+(\mu+\gamma)^2}+\frac{\gamma^2+q^2-\alpha\gamma-p^2}{(\gamma^2+q^2+p^2)^2-4q^2p^2}\right\},\quad \mathbf{q}=\mathbf{k}-\mathbf{k}_d+\mathbf{P}. \tag{9.6}$$

Дифференциальное сечение образования дейтона определяется квадратом модуля амплитуды (9.4), проинтегрированным по возможным значениям $\mathbf{p}'$. Заметим, что это интегрирование дает

$$\int\frac{V}{(2\pi)^3}d\mathbf{p}'\left|V^{-1}\int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P}-\mathbf{p}')\mathbf{r}_2}d\mathbf{r}_2\right|=\int d\mathbf{p}'\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P}-\mathbf{p}')=1.$$

Таким образом, если начальное состояние нуклонов в ядре характеризуется векторами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$, то сечение образования дейтона с волновым вектором $\mathbf{k}_d$ равно

$$\sigma_{p\mathbf{P}}=\frac{k_d}{2k}\left(\frac{M}{2\pi\hbar^2}\right)^2F^2\left(\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{k}_d\right)\frac{3}{4}wG^2_{p\mathbf{P}}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_d). \tag{9.7}$$

Здесь множитель 3/4 учитывает вес триплетного состояния нейтрона и протона, образующих дейтон. Множитель $w$ определяет число различных пар протон — протон или протон — нейтрон в ядре.

Волновые векторы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$ можно выразить через волновые векторы нуклонов 1 и 2 в начальном состоянии $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$, когда расстояние между нуклонами велико по сравнению с $\mu^{-1}$, посредством соотношений

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \quad \mathbf{P} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2). \tag{9.8}$$

Энергия вылетающего дейтона определяется из закона сохранения энергии

$$\frac{\hbar^2}{2M}(k^2 + p_1^2 + p_2^2) - U_0 = \frac{\hbar^2 k_{\mathrm{d}}^2}{4M} + \frac{\hbar^2}{2M}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_{\mathrm{d}} + \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 - \varepsilon, \tag{9.9}$$

где $U_0$ — глубина потенциальной ямы для нуклона в ядре, которая принимается равной 29 *Мэв*.

Чтобы получить сечение образования дейтона независимо от начального состояния нуклонов 1 и 2, выражение (9.7) следует умножить на вероятность $\mathfrak{P}(\mathbf{p}, \mathbf{P})$ определенного значения $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$ и затем проинтегрировать по всем значениям $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$ с учетом условия сохранения энергии (9.9). Эта вероятность равна

$$\mathfrak{P}(\mathbf{p}, \mathbf{P})\, d\mathbf{p}\, d\mathbf{P} = \frac{9}{2\pi^2 L^6}\, d\mathbf{p}\, d\mathbf{P}, \tag{9.10}$$

если $p_1$ и $p_2 < L$ и равна нулю в противном случае. Коэффициент в (9.10) находится из условия нормировки $\int \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P} = 1$.

В выражении для сечения (9.7) только один множитель $G_{\mathrm{pP}}^2$ зависит от $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$.

Заметим, что интеграл $\int G^2 \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P}$ при фиксированном значении $\mathbf{k}_{\mathrm{d}}$ приближенно можно заменить на

$$\int G^2 \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P}\, |_{k_{\mathrm{d}}} \simeq \int G^2 \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P} \int \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P}\, |_{k_{\mathrm{d}}} = \int G^2 \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P}\, \frac{dE}{40},$$

если энергию $E$ измерять в *Мэв*. Введем обозначение

$$\int w G_{\mathrm{pP}}^2 \mathfrak{P} d\mathbf{p}\, d\mathbf{P} = N(Q), \quad \mathbf{Q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_{\mathrm{d}}. \tag{9.11}$$

Эта функция определяет распределение по импульсам для нуклонов в ядре. Если $Q$ очень мало, то поправкой к модели Ферми можно пренебречь, при этом $N(Q) \simeq V$. В общем случае, при произвольных $Q$ функцию $N(Q)$ из (9.11) получить в явном виде не удается. Численное интегрирование для $n(Q) = \frac{NQ}{A}$ дает

$$n = 17 \cdot 10^{-39}\ \text{см}^3\ \ Q \to 0; \quad n = 3{,}6 \cdot 10^{-39}\ \text{см}^3; \quad Q = 1{,}3 \cdot 10^{13}\ \text{см}^{-1};$$

$$n = 7{,}6\, \frac{10^{65}}{Q^8}\, 10^{-39}\ \text{см}^3, \quad Q \text{ — велико}.$$

Эти значения соответствуют температуре распределения Ферми $0 \sim 9$ *Мэв*

($L = 1{,}0 \cdot 10^{13}$ *см*$^{-1}$, $V = 17 \cdot A \cdot 10^{-39}$ *см*$^3$, $\alpha^{-1} = 5{,}39 \cdot 10^{-13}$ *см*).

Таким образом, дифференциальное сечение образования дейтона при прямом захвате, отнесенное к одному *Мэв*, равно

$$\sigma = A\, \frac{k_{\mathrm{d}}}{2k} \left(\frac{M}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{3}{4} F^2\left(\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{k}_{\mathrm{d}}\right) n(\mathbf{k} - \mathbf{k}_{\mathrm{d}}) \frac{1}{40}. \tag{9.12}$$

На рис. 17 и 18 приведены дифференциальные сечения, отнесенные к одному нуклону, при разных энергиях испускаемых дейтонов и энергетические спектры дейтонов под различными углами. (Энергия падающего нуклона равна 90 *Мэв.*) Выход более быстрых дейтонов спадает с ростом угла быстрее, чем выход более медленных дейтонов. Наиболее вероятное значение энергии дейтона уменьшается с увеличением угла вылета. Эти закономерности спектра дейтонов находятся в согласии с экспериментальными данными.

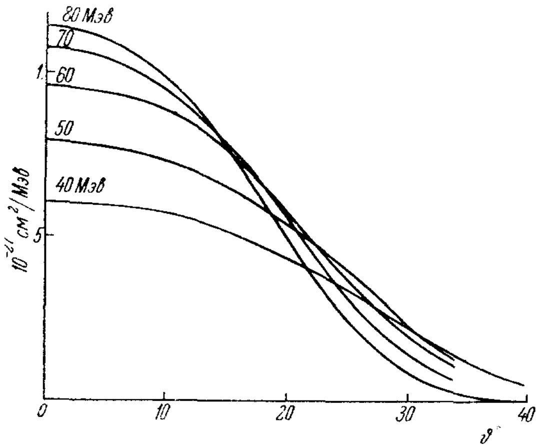


Рис. 17.

В результате численного интегрирования в [82] получены следующие значения для полного сечения образования дейтонов:

$\sigma = 1{,}94 \cdot A \cdot 10^{-26}$ *см*², $E_n = 90$ *Мэв*; $\sigma = 0{,}37 \cdot A \cdot 10^{-26}$ *см*², $E_n = 200$ *Мэв*.

Для больших энергий падающих нуклонов ($E_n > 0{,}5$ *Бэв*) получено следующее асимптотическое выражение для сечения

$$\sigma \longrightarrow 7{,}7 \cdot A \cdot \left(\frac{100}{E_n \text{ Мэв}}\right)^6 10^{-25} \text{ см}^2, \tag{9.13}$$

т. е. полное сечение при больших энергиях обратно пропорционально шестой степени энергии падающих нуклонов.

Сечение образования дейтона, отнесенное к одному нуклону, порядка $r_0^2$, где $r_0$ — радиус объема, приходящегося на один нуклон в ядре. Поэтому во всем объеме ядра $\frac{4\pi}{3} r_0^3 A$ для образования дейтонов будет эффективным только объем $\pi r_0 (r_0 A^{\frac{1}{3}})^2$. Это означает, что эффективное число $A$ в (9.12) следует считать равным $\frac{3}{4} A^{\frac{2}{3}}$.

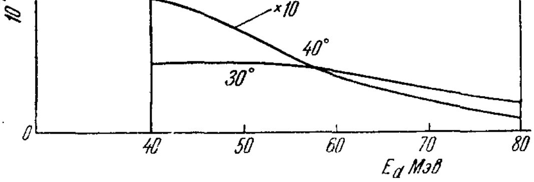


Рис. 18.

Таким образом, для С при $E_n = 90$ *Мэв* получается сечение, равное $8 \cdot 10^{-26}$ *см*², которое примерно в три раза превосходит экспериментально измеренное сечение.

3. Косвенный захват. Рассматривая снова взаимодействие падающего нейтрона с нуклоном ядра как малое возмущение, амплитуду косвенного перехода, приводящего к образованию дейтона, за-

пишем в виде

$$f = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}\int e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}_0}\, e^{-i\mathbf{k}_d(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)/2}\,\varphi_0(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\,\varphi_f(3,\ldots A)\,V_{01}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_0}\varphi_i(1,\ldots A)\,d\tau, \tag{9.14}$$

где $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ – волновые векторы падающего нейтрона до и после столкновения, $\mathbf{k}_d$ — волновой вектор образующегося дейтона.

Используя модель Ферми с поправкой на взаимодействие между нуклонами 1 и 2 и выбирая новые переменные $\mathbf{r}=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_d=\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)$ и $\mathbf{r}'=\mathbf{r}_0-\mathbf{r}_1$, представим амплитуду в виде

$$f = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}F(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\,G_p(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\,V^{-\frac{1}{2}}\int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P})\mathbf{r}_d}\,d\mathbf{r}_d, \tag{9.15}$$

где

$$F(\mathbf{k}-\mathbf{k}') = \int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}'}V(r')\,d\mathbf{r}',\quad G_p(\mathbf{k}-\mathbf{k}') = \int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}/2}\varphi_0(r)\,\varphi_p(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}.$$

Заметим, что $F(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$ определяет также сечение рассеяния свободного нейтрона нуклоном 1, которое в системе центра инерции имеет вид

$$\sigma(\mathbf{k}-\mathbf{k}') = \left(\frac{M}{4\pi\hbar^2}\right)^2 F^2(\mathbf{k}-\mathbf{k}').$$

Используя (2.8) и (9.6), множитель $G_p$ можно получить в явном виде

$$G_p(\mathbf{k}-\mathbf{k}') = \frac{8\pi N}{|\mathbf{k}-\mathbf{k}'|\,(\alpha^2+p^2)^{1/2}}\left\{\frac{1}{4}\operatorname{ctg}\delta\ln\frac{(\alpha^2+q_1^2)\,(\beta^2+q_2^2)}{(\alpha^2+q_2^2)\,(\beta^2+q_1^2)}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{(\beta-\alpha)\,(\alpha\beta+q_1q_2)\,(q_1+q_2)}{(\alpha^2-q_1q_2)\,(\beta^2-q_1q_2)+(q_1+q_2)^2\alpha\beta}+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{(\alpha-\beta)\,2(q_1+q_2)}{4\,(\mu+\alpha)\,(\mu+\beta)+(q_1+q_2)^2}\right\},$$

$$q_{1,\,2} = \frac{1}{2}|\mathbf{k}-\mathbf{k}'| \pm p.$$

Дифференциальное сечение образования дейтона определяется квадратом модуля (9.15), проинтегрированным по всем возможным значениям $\mathbf{k}'$. Интегрирование квадрата модуля последнего множителя в (9.15) дает

$$\int\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}\left|V^{-\frac{1}{2}}\int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P})\mathbf{r}_d}\,d\mathbf{r}_d\right|^2 = \int d\mathbf{k}'\,\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P}) = 1.$$

Таким образом, сечение образования дейтона с волновым вектором $\mathbf{k}_d$ при заданном значении $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$ в начальном состоянии определяется выражением

$$\sigma_{p\mathbf{P}} = \frac{k_d}{2k}\,4\,\{\sigma_{np}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')+\sigma_{nn}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\}\,wG_p^2(\mathbf{k}-\mathbf{k}'),\quad \mathbf{k}'=\mathbf{k}-\mathbf{k}_d+2\mathbf{P}. \tag{9.16}$$

Здесь $w$ — число нейтрон-протонных пар в ядре, находящихся в триплетном состоянии $w=\frac{3}{8}Z(A-Z)$. В (9.16) взята сумма сечений $\sigma_{np}$ и $\sigma_{nn}$, поскольку дейтон может образоваться при рассеянии падающего нейтрона как на протоне, так и на нейтроне ядра.

Энергия испускаемого дейтона определяется из условия сохранения энергии

$$\frac{\hbar^2}{2M}(k^2+p_1^2+p_2^2)-2U_0 = \frac{\hbar^2k_d^2}{4M}-\varepsilon+\frac{\hbar^2}{2M}(\mathbf{k}-\mathbf{k}'+\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2)^2. \tag{9.17}$$

Сечение (9.16) следует усреднить по всевозможным значениям векторов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{P}$ в области $p_1$ и $p_2 < L$. Это усреднение удается выполнить только численным путем. При этом для сечений $\sigma_{np}$ и $\sigma_{nn}$ берутся экспериментальные значения при соответствующих энергиях.

Полное сечение образования дейтонов при косвенном захвате пропорционально квадрату массового числа ядра $A$ в отличие от прямого захвата, при котором сечение пропорционально $A$.

В [41] получены следующие значения для сечения косвенного захвата:

$$\sigma = 3{,}6 \cdot A^2 10^{-28}\ \textit{см}^2, \quad E_n = 100\ \textit{Мэв}; \quad \sigma = 5{,}5 \cdot A^2 \cdot 10^{-28}\ \textit{см}^2, \quad E_n = 200\ \textit{Мэв};$$

$$\sigma = 4{,}5 \cdot A^2 \cdot 10^{-28}\ \textit{см}^2, \quad E_n = 300\ \textit{Мэв}.$$

Предполагая, что изменение с энергией $\sigma_{np}$ и $\sigma_{nn}$ мало, можно получить асимптотическую зависимость сечения от энергии при косвенном захвате

$$\sigma \sim \frac{1}{E_n}.$$

Если при энергии $E_n = 100$ *Мэв* сечение косвенного захвата составляет только 11% от сечения прямого захвата, то уже при энергии $E_n = 300$ *Мэв* оно в два раза превосходит последнее. Таким образом, при больших энергиях главную роль будет играть косвенный захват.

*Энергетический спектр и угловое распределение при косвенном захвате* отличаются от энергетического спектра и углового распределения в случае прямого захвата. Максимум энергетического спектра дейтонов при косвенном захвате сдвинут в сторону меньших энергий по сравнению с максимумом энергетического спектра дейтонов, испускаемых при прямом захвате. Дифференциальное сечение косвенного захвата значительно слабее зависит от угла вылета по сравнению со случаем прямого захвата. В частности, механизм косвенного захвата *объясняет наблюдающееся экспериментально большое количество энергичных дейтонов*, испускаемых под большими углами при столкновении быстрых нуклонов с ядрами [83, 79, 94].

## III. ДОПОЛНЕНИЕ

**1. Интеграл от произведения кулоновских функций.** Встречавшиеся в § 2 и § 6 интегралы, содержащие произведение двух кулоновских функций, являются частными случаями следующего интеграла

$$\int d\mathbf{r}\,\frac{e^{-\lambda r}}{r}\,e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}F\left(in_1,\ 1,\ i(k_1 r - \mathbf{k}_1\mathbf{r})\right)F\left(in_2,\ 1,\ i(k_2 r - \mathbf{k}_2\mathbf{r})\right) =$$

$$= \frac{2\pi}{\alpha}\,e^{-\pi n_1}\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{in_1}\left(\frac{\gamma+\delta}{\gamma}\right)^{-in_2} F\left(1 - in_1,\ in_2,\ 1,\ \frac{\alpha\delta - \beta\gamma}{\alpha(\gamma+\delta)}\right).$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(q^2 + \lambda^2),\ \beta = \mathbf{k}_2\mathbf{q} - i\lambda k_2,\ \gamma = \mathbf{k}_1\mathbf{q} + i\lambda k_1 - \alpha,\ \delta = \mathbf{k}_1\mathbf{k}_2 + k_1 k_2 - \beta, \tag{1}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3, \qquad \lambda > 0,\ Im\,\lambda = 0.$$

Вывод этого интеграла приведен в работе [100].

2. Псевдопотенциал. В области малых и средних энергий *взаимодействие между нейтроном и протоном проявляется главным* образом в $S$-состоянии. Поскольку детальный характер ядерного взаимодействия при этом оказывается несущественным, то для описания

ядерного взаимодействия между нейтроном и протоном можно воспользоваться псевдопотенциалом, который соответствует нулевому радиусу действия ядерных сил. Очевидно, псевдопотенциал можно ввести, если длина волны относительного движения нейтрона и протона велика по сравнению с радиусом действия ядерных сил. Это условие выполнено, если энергия относительного движения нейтрона и протона меньше 20 *Мэв*.

Обозначим волновую функцию, описывающую движение нейтрона и протона, через $\Psi(\mathbf{r}_n\mathbf{r}_p)$. Если нейтрон и протон не находятся в одной точке, эта функция удовлетворяет уравнению Шредингера

$$H_0\Psi = E\Psi, \qquad \mathbf{r}_n \neq \mathbf{r}_p, \tag{2}$$

где $H_0$ — гамильтониан нейтрона и протона во внешнем поле, не взаимодействующих друг с другом. Эта функция при $r \to 0$ должна удовлетворять определенному граничному условию, которое соответствует наличию взаимодействия между нейтроном и протоном. Если волновой вектор относительного движения нейтрона и протона в момент соударения обозначим через $\mathbf{k}$, то граничное условие можно записать в виде

$$\Psi \to \left(e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + a\frac{e^{ikr}}{r}\right)\psi(\mathbf{r}_d), \quad r \to 0, \tag{3}$$

где функция $\psi(\mathbf{r}_d)$ определяется внешним полем, а выражение в скобках представляет собой волновую функцию относительного движения. Если бы взаимодействие между нейтроном и протоном отсутствовало, то относительное движение описывалось бы плоской волной. Наличие взаимодействия в $S$-состоянии приводит к появлению расходящейся сферической волны. Величина $a$, входящая в граничное условие, есть длина рассеяния, для которой можно воспользоваться выражением $a = -\frac{1}{\alpha + ik}$, справедливым при рассеянии свободных нейтронов протонами.

Граничное условие (3) и уравнение (2) можно записать в виде одного уравнения [4]

$$(H_0 - E)\Psi = -V(\mathbf{r})\frac{\partial(re^{-ikr}\Psi)}{\partial r}, \tag{4}$$

где $V(\mathbf{r}) = \frac{4\pi\hbar^2}{M}\frac{\delta(\mathbf{r})}{\alpha + ik}$ — псевдопотенциал, описывающий взаимодействие нейтрона и протона.

Можно показать, что уравнение (4) допускает решение, описывающее связанное состояние системы нейтрон — протон. Из (4) для относительного движения свободных нейтрона и протона получим уравнение

$$\left\{\frac{\hbar^2}{M}\Delta_r + \varepsilon\right\}\varphi(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r})\frac{\partial(re^{-ikr}\psi)}{\partial r}, \tag{5}$$

где $\varepsilon = \frac{\hbar^2k^2}{M}$ — энергия относительного движения. Нетрудно убедиться, что волновая функция основного состояния дейтона $\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\frac{e^{-\alpha r}}{r}$ удовлетворяет уравнению (5), если только $\varepsilon = -\frac{\hbar^2\alpha^2}{M}$. Действительно, используя вид $\varphi_0$, правую часть (5) можно преобразовать

$$-V(\mathbf{r})\frac{\partial(re^{-ikr}\varphi_0)}{\partial r} = V(\mathbf{r})\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}(ik+\alpha)e^{-(ik+\alpha)r} = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\frac{4\pi\hbar^2}{M}\delta(\mathbf{r}).$$

Таким образом, из (5) получим уравнение

$$(\Delta_r - \alpha^2)\varphi_0(\mathbf{r}) = -4\pi\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\,\delta(\mathbf{r}),$$

которое тождественно удовлетворяется.

Используя для описания взаимодействия дейтона с ядром уравнение типа (4), для амплитуды реакции срыва можно получить следующее точное выражение:

$$f = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}\int \psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)\,F^*(\mathbf{r}_n)\,V(\mathbf{r})\,\frac{\partial(re^{-ikr}\Psi)(\mathbf{r},\mathbf{r}_d)}{\partial r}\,d\mathbf{r}_n\,d\mathbf{r}_p.$$

Подставляя в это выражение взамен функции $\Psi$ падающую волну $\varphi_0\psi_{\mathbf{k}_d}$ и используя явное выражение для псевдопотенциала, найдем

$$f = -\frac{M}{2\pi\hbar^2}\int \psi^*_{\mathbf{k}_p}(\mathbf{r}_p)\,F^*(\mathbf{r}_n)\left\{-\frac{4\pi\hbar^2}{M}\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\,\delta(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_p)\right\}\psi_{\mathbf{k}_d}(\mathbf{r}_d)\,d\mathbf{r}_n\,d\mathbf{r}_p.$$

Сравнивая это выражение с (3.10), мы видим, что в предположении нулевого радиуса действия ядерных сил имеет место соотношение

$$V_{np}\varphi_0 = -\frac{4\pi\hbar^2}{M}\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\,\delta(\mathbf{r}). \qquad (6)$$

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА


### Монографии и обзорные работы

1. Ахиезер А., Берестецкий В., Квантовая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1953.
2. Ахиезер А., Померанчук И., Некоторые вопросы теории ядра, ГИТТЛ, М.—Л., 1950.
3. Бете Г., Физика ядра, ч. 2, ГИТТЛ, М.—Л., 1948.
4. Блатт Дж., Вайскопф В., Теоретическая ядерная физика, ИЛ, М., 1954.
5. Мотт Н., Месси Г., Теория атомных столкновений, ИЛ, М., 1951.
6. Huby R., Реакции срыва, Progr. Nucl. Phys. 3, 177—218 (1953).

### Оригинальные работы

7. Алиев А., Фейнберг Е., Дифракционное расщепление быстрых нерелятивистских дейтонов, ЖЭТФ **30**, 115 (1956).
8. Анастасевич В., К выводу формулы для сечения образования нейтронов большой энергии при столкновении дейтона с ядром ЖЭТФ **32**, 626 (1957).
9. Ахиезер А., Ситенко А., К теории реакции расщепления дейтона'
10. Ач. зап. Харьков. ун-та **64**, 9 (1955).
Ухиезер А., Ситенко А., О дифракционном рассеянии быстрых дейтонов ядрами, ДАН **107**, 385 (1956).
11. Ахиезер А., Ситенко А., О дифракционном рассеянии и дифракционном расщеплении быстрых дейтонов ядрами, ЖЭТФ **32**, 794 (1957).
12. Ахиезер А., Ситенко А., К теории реакции срыва при высоких энергиях, ЖЭТФ **33**, 1040 (1957).
13. Гречухин Д., К вопросу об угловом распределении дейтонов в реакции $Be^9$ (p, d) $Be^8$, ЖЭТФ **32**, 1460 (1957).
14. Джелепов В., Понтекорво Б., Исследования по физике частиц высоких энергий, Атомная энергия **3**, 413 (1957).
15. Дроздов С., Рассеяние быстрых нейтронов несферическими ядрами, ЖЭТФ 28, 734, 736 (1955).
16. Иванчик И., Об абсолютном значении сечений срыва и дифракционного расщепления дейтона, ЖЭТФ 32, 164 (1957).
17. Ландау Л., Лифшиц Е., К теории передачи энергии при столкновениях, ЖЭТФ 18, 750 (1948).
18. Лифшиц Е., Столкновения дейтонов с ядрами, ЖЭТФ 8, 930 (1938).
19. Мигдал А., Теория ядерных реакций с образованием медленных частиц, ЖЭТФ 28, 3 (1955).
20. Розенцвейг Л., Ситенко А., Расщепление релятивистского дейтона в электрическом поле ядра, ЖЭТФ **30**, 427 (1956).
21. Ситенко А., К теории реакции срыва, ЖЭТФ **31**, 636 (1956).

22. Ситенко А., К теории реакций (d, p) и (d, n), Укр. фіз. журнал 2, 3 (1957).
23. Ситенко А., О расщеплении дейтонов при рассеянии на ядрах, Атомная энергия 3, 324 (1957).
24. Ситенко А., Тартаковский В., О дифракционном расщеплении дейтонов, Укр. фіз. журнал 4, (1959) в печати.
25. Тер-Мартиросян К., Реакция 249 (d, p) на тяжелых ядрах, ЖЭТФ 29, 713 (1955).
26. Фейнберг Е., О взаимодействии быстрых дейтонов с ядрами, ЖЭТФ 29, 115 (1955).
27. Abraham G., Абсолютная величина сечения реакции (d, p), Proc. Phys. Soc. A67, 273 (1954).
28. Akhiezer A., Sitenko A., Дифракционное рассеяние быстрых дейтонов ядрами, Phys. Rev. 106, 1236 (1957).
29. Auerbach T., French J., Связь между моментами в дейтонных реакциях, Phys. Rev. 98, 1276 (1955).
30. Austern N., Применимость борновского приближения к реакции срыва, Phys. Rev. 89, 318 (1953).
31. Austern N., Butler S., Кулоновские эффекты в реакциях срыва, Phys. Rev. 95, 605 (1954).
32. Baumgartner E., Fulbright H., Реакции $O^{16}$ (d, p), (d, $\alpha$) и (d, d) в области энергии 3,4—4,2 *Мэв*, Phys. Rev. 107, 219 (1957).
33. Bethe H., Процесс Опенгеймера — Филлипса, Phys. Rev. 53, 39 (1938).
34. Bethe H., Butler S., О возможности проверки оболочечной модели ядра, Phys. Rev. 85, 1045 (1952).
35. Bhatia A., Huang K., Huby R., Newns H., Угловое распределение в (d, p)- и (d, n)-реакциях, Phil. Mag. 43, 485 (1952).
36. Biedenharn L., Boyer K., Charpie R., Угловая корреляция излучения в дейтонных реакциях срыва, Phys. Rev. 88, 517 (1952).
37. Biedenharn L., Boyer K., Goldstein M., Дейтонные реакции срыва на тяжелых ядрах, Phys. Rev. 104, 383 (1956).
38. Biedenharn L., Blatt J., Rose M., Некоторые свойства коэффициентов Рака, Rev. Mod. Phys. 24, 249 (1952).
39. Biedenharn L., Rose M., Теория угловых корреляций в ядерных реакциях, Rev. Mod. Phys. 25, 729 (1953).
40. Blatt J., Biedenharn L., Угловые распределения в ядерных реакциях и сечения реакций, Rev. Mod. Phys. 24, 258 (1952).
41. Bransden B., Образование дейтонов при столкновении быстрых нейтронов с ядрами, Proc. Phys. Soc. A65, 738 (1952).
42. Brueckner K., Eden R., Francis N., Реакции при высоких энергиях и наличие корреляций между нуклонами в основных состояниях ядер, Phys. Rev. 98, 1445 (1955).
43. Butler S., Об угловом распределении в ядерных реакциях (d, p) и d, n, Phys. Rev. 80, 1095 (1950).
44. Butler S., Угловое распределение в реакциях (d, p) и (d, n), Proc. Roy. Soc. A208, 559 (1951).
45. Butler S., Реакция срыва и оболочечная модель ядра, Phys. Rev. 88, 685 (1952).
46. Butler S., Прямые ядерные реакции, Phys. Rev. 106, 272 (1957).
47. Butler S., Salpeter E., Дифференциальные сечения для реакций срыва и захвата, Phys. Rev. 88, 133 (1952).
48. Chen F., Leavitt C., Shapiro A., Полные p—p- и p—n-сечения при космотронных энергиях, Phys. Rev. 103, 211 (1956).
49. Cheston W., Поляризация протонов в (d, p)-реакциях, Phys. Rev. 96, 1590 (1954).
50. Chew G., Goldberger M., Образование дейтона при столкновении быстрого нуклона с ядром, Phys. Rev. 77, 470 (1950).
51. Clementel E., Сечение процессов (d, p) и (d, n), Nuovo Cim. 11, 412 (1954).
52. Coor T., Hill D., Hornya K. W., Smith L., Snow G., Williams R., Ядерные сечения для нейтронов при энергиях 1,4 *Бэв*, Phys. Rev. 98, 1369 (1955).
53. Cox S., Williamson R., Определение угловых распределений и корреляций в (d, p)-реакциях на $Be^9$, $B^{10}$ и $Mg^{24}$, Phys. Rev. 105, 1799 (1957).
54. Dabrowski J., Sawicki J., Простая модель для ядра $Li^6$ и реакция $Li^6$ (n, t) $He^4$, Phys. Rev. 97, 1002 (1955).
55. Dabrowski J., Прямое взаимодействие и образование составного ядра в ядерных реакциях, Acta Phys. Polon. 15, 249 (1956).
56. Dabrowski J., Tulczyjew B., Замечание о реакции $C^{12}$ (d, p) $C^{13}$ вблизи 4 *Мэв* резонанса, Acta Phys. Polon 16, 231 (1957).

57. Daitch P., French J., Теория реакции срыва в борновском приближении, Phys. Rev. 87, 900 (1952).
58. Dancoff S., Расщепление дейтона на лету, Phys. Rev. **72**, 1017 (1947).
59. El Nadi M., Замечания о реакциях срыва, Proc. Phys. Soc. **A70**, 62 (1957).
60. Feinberg E., Pomerančuk J., Неупругие дифракционные процессы при высоких энергиях, Suppl. Nuovo Cim. 3, 652 (1956).
61. Francis N., Watson K., Теория дейтонных реакций срыва, Phys. Rev. **93**, 313 (1954).
62. French A., Учет нуклонного обмена в реакциях срыва, Phys. Rev. **107**, 1655 (1957).
63. French J., Goldberger M., Рассеяние дейтонов кулоновским полем, Phys. Rev. **87**, 899 (1952).
64. Friedman F., Tobocman W., Приближенное квантовомеханическое описание расщепления дейтона, Phys. Rev. 92, 93 (1953).
65. Fulton T., Owen G., Ядерные реакции, подобные реакции срыва, Phys. Rev. **108**, 789 (1957).
66. Fujimoto Y., Kikuchi K., Yoshida S., Приведенные ширины из реакций (d, p), Progr. Theor. Phys. **11**, 264 (1954).
67. Galicky V., Landau L., Migdal A., Расщепление дейтона в кулоновском поле ядер, Physica 22, 1168 (1956).
68. Gallaher L., Cheston W., Угловые корреляции в (d, pγ)-реакциях, Phys. Rev. 88, 684 (1952).
69. Gell-Mann M., Goldberger M., Формальная теория рассеяния, Phys. Rev. **91**, 398 (1953).
70. Gerjuoy E., Теория d, p- и d, n-реакций, Phys. Rev. 91, 645 (1953).
71. Glauber R., Процессы срыва дейтонов при высоких энергиях, Phys. Rev. 99, 1515 (1955).
72. Glauber R., Нуклонные сечения на дейтонах при высоких энергиях, Phys. Rev. **100**, 242 (1955).
73. Gove H., Упругое рассеяние протонов, дейтонов и альфа-частиц на тяжелых элементах, Phys. Rev. 99, 1353 (1955).
74. Grant I., Теория (d, p)- и (d, n)-реакций I, Proc. Phys. Soc. **A67**, 981 (1954).
75. Grant I., Теория (d, p)- и (d, n)-реакций II, Proc. Phys. Soc. **A68**, 244 (1955).
76. Guth E., Mullin C., Теория фото- и электрорасщепления ядер $Be^9$, Phys. Rev. **76**, 234 (1949).
77. Hadley J., York H., Протоны и дейтоны, выбиваемые нейтронами из ядер при энергии 90 *Мэв*, Phys. Rev. **80**, 346 (1950).
78. Haffner I., Угловое распределение неупруго-рассеянных дейтонов, Phys. Rev. **103**, 1398 (1956).
79. Hagiwara H., Tanifuji M., Непрямой (p, d)-процесс, Progr. Theor. Phys. **18**, 97 (1957).
80. Hagiwara H., Tanifuji M., Предварительное замечание о непрямом (p, t)-процессе, Progr. Theor. Phys. **18**, 322 (1957).
81. Heidmann J., Рассеяние нейтронов при энергии 90 *Мэв* альфа-частицами, Phil. Mag. **41**, 444 (1950).
82. Heidmann J., Образование быстрых дейтонов при бомбардировке ядра быстрыми нуклонами, Phys. Rev. **80**, 171 (1950).
83. Hess W., Moyer B., Образование дейтонов при бомбардировке ядер быстрыми нуклонами, Phys. Rev. **101**, 337 (1956).
84. Hillman P., Поляризация протонов, образующихся при реакции срыва на углероде, Phys. Rev. **104**, 176 (1956).
85. Hittmair O., Определение вида связи по угловым корреляциям при срыве, Zeitschrift f. Physik **143**, 465 (1955).
86. Hittmair O., Оболочечная модель и поляризация протонов в реакциях срыва, Zeitschrift f. Physik **144**, 449 (1956).
87. Horowitz J., Messiah A., Теория реакций (d, p) и (d, n), J. Phys. Radium **14**, 695 (1953).
88. Horowitz J., Messiah A., Поляризация продуктов в реакциях (d, p) и (d, n), J. Phys. Radium **14**, 731 (1953).
89. Horowitz J., Messiah A., Угловые корреляции в реакциях (d, pγ), J. Phys. Radium **15**, 142 (1954).
90. Horowitz J., К теории реакций срыва, Physica 22, 969 (1956).
91. Huby R., Newus H., Неупругое рассеяние дейтонов, Phil. Mag. 42, 1442 (1951).
92. Huby R., Теория реакции срыва дейтона, Proc. Roy. Soc. **A215**, 385 (1952).
93. Kapur P., Расщепление дейтонов, Proc. Roy. Soc. **A163**, 553 (1937).
94. Kikuchi K., Образование дейтонов при бомбардировке атомных ядер нуклонами, Progr. Theor. Phys. 18, 503 (1957).

95. Madansky L., Owen G., Реакция срыва для тяжелых частиц, Phys. Rev. **99**, 1608 (1955).
96. Marion J., Weber G., Эффект образования составного ядра в реакции $C^{13}$ (d,p)$C^{14}$, Phys. Rev. **103**, 167 (1956).
97. Mullin C., Guth E., Электрическое возбуждение и расщепление ядер, Phys. Rev. **82**, 141 (1951).
98. Newns H., Теория (d, t)-реакций, Proc. Phys. Soc. **A65**, 916 (1952).
99. Newns H., Поляризационные эффекты в (d, p)- и (d, n)-реакциях, Proc. Phys. Soc. **A66**, 477 (1953).
100. Nordsiek A., Вычисление интегралов, встречающихся в теории тормозного излучения, Phys. Rev. **93**, 785 (1954).
101. Oppenheimer J., Расщепление дейтона при соударении, Phys. Rev. **47**, 845 (1935).
102. Oppenheimer J., Phillips M., Замечание о функции превращения для дейтона, Phys. Rev. **48**, 500 (1935).
103. Owen G., Madansky L., Ядерный срыв в реакции $B^{11}$(d,n)$C^{12}$, Phys. Rev. **105**, 1766 (1957).
104. Peaslee D., Реакции, вызываемые дейтонами, Phys. Rev. **74**, 1001 (1948).
105. Porter C., Упругое рассеяние альфа-частиц и дейтонов на тяжелых ядрах, Phys. Rev. **99**, 1400 (1955).
106. Racah G., Алгебра тензорных операторов, Phys. Rev. **62**, 438 (1942).
107. Satchelor G., Spiers J., Угловая корреляция $\gamma$-излучения, обусловленного реакцией срыва дейтона, Proc. Phys. Soc. **A65**, 980 (1952).
108. Sawicki J., Поляризация нуклонов, возникающих при расщеплении дейтонов в электромагнитном поле ядра, Bull. L'Acad. Polonaise 5, 283 (1957).
109. Sawicki J., Поляризация протонов в (d, p)-реакции, Phys. Rev. **106**, 172 (1957).
110. Schecter L., Crandall W., Shelton A., Быстрые заряженные частицы, образующиеся при бомбардировке ядер дейтонами с энергией 190 *Мэв*, Phys. Rev. **90**, 633 (1953).
111. Serber R., Образование быстрых нейтронов при стрипинге, Phys. Rev. **72**, 1008 (1947).
112. Shapiro M., Сечение образования составного ядра под действием заряженных частиц, Phys. Rev. **90**, 171 (1953).
113. Stapp H., Теория рассеяния дейтонов при высоких энергиях, Phys. Rev. **107**, 607 (1957).
114. Thomas R., Приведенные ширины в процессах срыва, Phys. Rev. **91**, 453 (1953).
115. Thomas R., Матрица рассеяния для (n, d)- и (p, d)-реакций, Phys. Rev. **100**, 25 (1955).
116. Tobocman W., Теория (d, p)-реакции, Phys. Rev. **94**, 1655 (1954).
117. Tobocman W., Kalos M., Численное вычисление угловых распределений в (d, p)-реакциях, Phys. Rev. **97**, 132 (1955).
118. Tobocman W., Импульсное приближение для реакций срыва, Phys. Rev. **108**, 74 (1957).
119. Volkoff G., Процесс Оппенгеймера — Филлипса, Phys. Rev. **57**, 866 (1940).
120. Yoccoz J., Кулоновские эффекты в реакциях срыва, Proc. Phys. Soc. **A67**, 813 (1954).
121. Yoshida S., Реакция срыва дейтонов, Progr. Theor. Phys. **10**, 370 (1953).
122. Lubitz C., Parkinson W., Номограммы для угловых распределений в реакциях срыва, Rev. Sci. Instr. **26**, 400 (1955).
123. Newns H., Refai M., Поляризация при срыве. Proc. Phys. Soc. **71**, 627 (1958).
124. Bokhari и др., Pros. Phys. Soc. **72**, 88 (1958).
125. Juveland A., Jentshke W., Поляризация протонов в (d, p)-реакциях на $C^{12}$ и $Si^{23}$, Phys. Rev. **110**, 456 (1958).