1962 г. Ноябрь *Т. LXXVIII, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ПРОВЕРКА *PC*- И *PCT*-ИНВАРИАНТНОСТЕЙ В ПРОЦЕССАХ РАСПАДА

М. И. Широков

ВВЕДЕНИЕ

1. В 1956 г. Ли и Янг подвергли сомнению [1] инвариантность физических процессов относительно операции P.

P определяется (см., например [2], § 7) как операция изменения знака пространственных координат или импульсов всех частиц в данной физической системе: x_i, y_i, z_i заменяется на $-x_i$, $-y_i$, $-z_i$ (i — номер частицы) или $\mathbf{p}_i$ заменяется на $-\mathbf{p}_i$ (если состояние системы задается в импульсном представлении). Проекции спинов не меняются. Все остальные переменные, которые могут характеризовать состояние каждой отдельной частицы (заряд, проекция изотопического спина и т.д.), при действии P не изменяются (по определению P).

Процесс перехода системы из какого-то состояния Ψ_0 в некоторое другое состояние Φ называется инвариантным относительно P, если амплитуда вероятности перехода из Ψ_0 в Φ равна амплитуде вероятности перехода из $P\Psi_0$ в $P\Phi$, где $P\Psi_0$—состояние, полученное из состояния Ψ в результате действия операции P.

Неинвариантность относительно P действительно была установлена в ряде известных опытов (см., например, обзор [3]).

Этот факт можно было бы истолковать как свидетельство того, что пустое пространство (физический вакуум) имеет определенную спиральность, так что отраженное пространство отличается от неотраженного. Такое толкование имеет следующие основания [1].

Если пространство во всех отношениях однородно, то легко проверить, что геометрическая операция отражения $x \to -x$ коммутирует с геометрической операцией смещения (сдвига) во времени. Поэтому если P является представлением операции $x \to -x$ (если операция P адекватно описывает изменение состояния отраженной физической системы по сравнению с неотраженной), то оператор P должен коммутировать с оператором $U(t, t_0)$— оператором эволюции изолированной физической системы во времени (представляющим геометрическую операцию сдвига во времени на $t - t_0$): $UP = PU$. Действительно, если операторы P и U претендуют на адекватное (истинное) представление соответствующих геометрических операций, то они должны обладать теми же перестановочными соотношениями, как и эти исходные операции. Из $UP = PU$ или $P^{-1}UP = U$ получается, что $\langle \Phi, U\Psi_0 \rangle$— амплитуда вероятности перехода из Ψ_0 в Φ— равна $\langle P\Phi, UP\Psi_0 \rangle$, т. е. все физические процессы должны быть инвариантны относительно P.

Однако возможно и другое истолкование экспериментов по «несохранению четности»: они свидетельствуют только о том, что определенная

выше операция P не является адекватным (истинным) представлением геометрической операции $\mathbf{x} \to -\mathbf{x}$. Пространство же не является «правым» или «левым», поэтому должен существовать другой оператор, представляющий $\mathbf{x} \to -\mathbf{x}$ и коммутирующий с U. Еще в 1952 г. Вик, Вайтман и Вигнер указали [5], что представлением $\mathbf{x} \to -\mathbf{x}$ мог бы быть и оператор PC где C — оператор зарядового сопряжения *).

Такую точку зрения можно изложить еще в терминах «заряда-псевдоскаляра» [6]: при пространственном отражении частицы ее электрический заряд меняет знак, так что заряженная частица не имеет определенной P-четности [5]. Поскольку в операцию PC входит также изменение знака лептонного и барионного чисел и странности, и эти характеристики являются псевдоскалярными.

Еще одна формулировка [7, 8]: зеркальным отражением частицы является античастица, а не сама частица.

Если оператор PC объявлен представлением $\mathbf{x} \to -\mathbf{x}$, то должна существовать инвариантность всех физических процессов относительно PC Эта гипотеза «сохранения комбинированной четности» восстанавливает равноправность правого и левого в вакууме, может вместе с тем объяснить опыты по «несохранению четности» и, что не менее важно, обеспечивает «сохранение четности» в сильных взаимодействиях путем привлечения дополнительной гипотезы о том, что сильные взаимодействия инвариантны также и относительно операции C **). Тогда можно ввести обычное понятие внутренней пространственной P-четности для частиц, участвующих в процессе. Для частиц, не являющихся самозарядовосопряженными, это понятие имеет ограниченную область применимости (более широкую, впрочем, чем понятие изобарического спина).

2. Гипотеза о PC-инвариантности достаточна для объяснения опытов по «несохранению четности», но она не является необходимым следствием этих опытов. Поставим задачу проверить такую инвариантность. Если обнаружится, что ее нет, то либо нужно искать другие представления $\mathbf{x} \to -\mathbf{x}$, либо допустить «спиральность» физического вакуума. Раз речь идет об экспериментальном выяснении свойств пространства, мы не можем проекты соответствующих опытов основывать на каких-либо частных допущениях о виде взаимодействия (например, допущение о локальности взаимодействия). В частности, нельзя заменять исследование PC-инвариантности исследованием инвариантности относительно виттеровского обращения времени T (определение T см. далее, § 1), опираясь на теорему Людерса-Паули [2, 9], имеющей силу только для определенного класса теорий (см. далее, п. 3).

*) Обычно C *определяют* как оператор замены частицы на соответствующую античастицу; при этом надо дополнительно оговаривать, что понимается под античастицей к такой частице, как π^-- или K-мезон. Более непосредственно C можно определить как оператор, изменяющий электрический заряд, барионное число, лептонное число, странность каждой частицы на противоположные (в смысле алгебраической перемены знака перед соответствующей характеристикой). Знаки импульсов и вообще все механические характеристики частиц (масса, спин) C не изменяет.

**) В соответствии с определением инвариантности процесса (данным выше на примере P-инвариантности) это означает, например, что угловое распределение частиц, их поляризация и прочие механические характеристики процесса $a + b \to c + d$ (столкновение частицы a с частицей b, в результате которого появляются частицы c и d) должны быть те же самые, что и у соответствующих античастиц в зарядовосопряженном процессе $\tilde{a} + \tilde{b} \to \tilde{c} + \tilde{d}$. Следует заметить, что для истолкования каждого отдельного эксперимента по «несохранению четности» достаточно было бы предположить, что распадающаяся частица не имеет определенной внутренней четности (т. е. является суперпозицией четной и нечетной собственных функций оператора P), не связывая это с наличием заряда. Тогда однородность пространства не будет запрещать известные асимметрии, но трудно будет объяснить «сохранение четности» в сильных взаимодействиях.

Это означает, что мы должны сравнивать характеристики процессов с характеристиками зарядовосопряженных процессов.

Ограничимся проверкой PC-инвариантности только для процессов распада (для «слабых взаимодействий»). Для взаимодействий «сохраняющих четность» проверка PC сводится к проверке C-инвариантности. В электромагнитных взаимодействиях C-инвариантность твердо установлена. Не ожидают ее нарушения и в сильных взаимодействиях. По-видимому, наиболее доступными опытами в этом направлении являются опыты по взаимодействию антипротонов с протонами [10, 11]. Частично они уже проделаны [12, 13]. Придется отказаться от обсуждения зарядовосопряженных к β-распаду процессов. Самый доступный из них, β-распад антинейтрона, пока невозможно исследовать из-за малого числа антинейтронов и их большого времени жизни.

Распады $\pi^{\pm}$-, $\mu^{\pm}$-, K-мезонов, а также и антигиперонов уже наблюдались. Соответствующие эксперименты и будут обсуждаться с целью подытожить известные данные о PC-инвариантности и указать дальнейшие возможные эксперименты.

3. Оказывается, что большинство этих опытов можно рассматривать как проверку PCT-инвариантности. В настоящей работе эти опыты обсуждаются и с этой точки зрения, а также с целью различить экспериментальные следствия PC- и PCT-инвариантностей.

Стоит подчеркнуть разницу между понятиями PCT-инвариантности и PCT-теоремы (или теоремы Людерса — Паули). PCT-инвариантность означает равенство амплитуд перехода из состояния Ψ в состояние Φ и перехода $\Phi' \to \Psi'$, где Ψ' и Φ' суть PCT-инверсированные состояния Ψ и Φ (см. далее, § 1). Можно поставить вопрос об экспериментальной проверке гипотезы о PCT-инвариантности физических процессов, аналогично проверке P-, PC- или T-инвариантности.

Теорема Людерса — Паули утверждает, что инвариантность относительно произведения операций PCT является следствием некоторых общих постулатов [2, 9], не содержащих предположений об инвариантности относительно каких-либо инверсий, т. е. что для определенного класса теорий PCT-инвариантность является свойством этого класса, но не следствием прямого предположения об отражательных свойствах пространства и частиц. Ввиду существования такой теоремы проверка PCT-инвариантности является одновременно проверкой справедливости предпосылок теоремы Людерса — Паули.

Большая часть рассматриваемых экспериментов уже предлагалась в ряде работ, среди которых особо стоит отметить специально посвященные проверке PCT-теоремы работы Стаппа [11], Людерса и Зумино [15].

4. Метод экспериментальной проверки инвариантности или неинвариантности процесса относительно какой-либо операции логически заключается в следующем. Предположим, что данная инвариантность имеет место; исходя из этого предположения, найдем следствия для наблюдаемых величин и проверим эти следствия на опыте.

Часть следствий из обсуждаемых инвариантностей для конкретных процессов может быть достаточно просто получена исходя непосредственно из определения операций (см., например, примечание**) на стр. 472), без привлечения какого-либо математического аппарата. Однако большинство следствий получить таким образом просто трудно, особенно ввиду того, что кроме обсуждаемой инвариантности необходимо одновременно принимать во внимание инвариантность относительно смещений и вращений пространства (т. е. сохранение полного импульса и момента количества движения и релятивистскую инвариантность). Такая инвариантность всюду в данной работе предполагается. Ее н е о б х о д и м о учитывать потому, что

некоторые симметрии эксперимента (в угловом распределении и т. п.), на первый взгляд вытекающие из обсуждаемых инвариантностей, могут следовать уже из этих законов сохранения. Поэтому обсуждение большей части экспериментов мы будем проводить на базе теории, учитывающей эти законы сохранения, а также унитарность амплитуды перехода U (так называемая общая, или феноменологическая, теория реакций). Мы воспользуемся теорией в форме представленной в работах [16, 19] *).

Такой подход означает проверку PC- и PCT-инвариантностей в чистом виде, без помощи посторонних частных допущений, таких, например, как локальность взаимодействия или те или иные свойства аналитичности амплитуды перехода.

§ 1. АМПЛИТУДА ПЕРЕХОДА. ВЕКТОР ПОЛЯРИЗАЦИИ. ПРАВИЛА ОТБОРА PC-, T- И PCT-ИНВАРИАНТНОСТЕЙ

1. Нас интересуют переходы одной или двух свободных частиц в какое-то конечное состояние (происходящие вследствие распада частицы или взаимодействия двух частиц), состоящее тоже из свободных частиц. Амплитуда вероятности присутствия в момент времени t нужного конечного состояния Φ в проэволюционировавшем начальном состоянии $\Psi(t)$ равна $(\Phi, \Psi(t))$, где $\Psi(t) = U(t, t_0)\Psi_0$. Ψ_0 — заданное (в момент времени t_0) начальное состояние, $U(t, t_0)$ — оператор развития во времени **).

Так, амплитуда вероятности π-мезону с импульсом $\mathbf{p}_0$ распасться на μ-мезон с импульсом $\mathbf{p}_1$ и проекцией спина n_1 и нейтрино ν с импульсом $\mathbf{p}_2$ и проекцией n_2 равна матричному элементу от U между волновыми функциями соответствующих состояний свободных частиц

$$(\Phi, U\Psi_0) = (|\mathbf{p}_1 n_1 \mathbf{p}_2 n_2\rangle, U|\mathbf{p}_0)).$$

О матрице U мы знаем только то, что следует из законов сохранения. Последние налагают определенные ограничения на U, получаемые как следствия коммутации U с операторами смещений и вращений в пространстве, а также других возможных преобразований: отражений, зарядового сопряжения и т. п., инвариантность относительно которых предполагается ***).

---

*) Помимо релятивизма и возможности рассмотрения нейтрино она обладает также достоинством простоты (в смысле меньшей громоздкости формул), даже по сравнению с более известной формой Вольфенштейна [20]. Последняя даже в своей релятивистской модификации (см. Стапп [21]) для большинства обсуждаемых процессов распада непригодна.

**) В процессах рассеяния $U(\infty, -\infty)$ называется S-матрицей. В случае распада вместо S-матрицы следует брать $U(T, 0)$; отсчет времени начинается с момента рождения нестабильной частицы. В качестве T надо брать момент времени, много большими времени жизни распадающейся частицы (но меньшими времени жизни продуктов ее распада).

***) Процессы в смещенной в пространстве как целое, повернутой и т. д. изолированной физической системе должны протекать так же, как и в непреобразованной системе. А именно, если $\Psi_1 = U\Psi_0$ есть результат эволюции некоторого состояния Ψ_0, а результат эволюции смещенного, повернутого и т. д. состояния $D\Psi_0$ есть Ψ_1, $\Psi_1 = D\Psi_0$, то выражение «так же» означает, что Ψ_D отличается от Ψ только иным расположением (ориентацией) в пространстве. А именно, $\Psi_1 = D\Psi$ для всех преобразований, кроме лоренцевского. Если $\Psi_1 = D\Psi$, то имеет место $UD\Psi_0 = DU\Psi_0$, и поскольку это верно для любого состояния Ψ_0, то $UD = DU$, т. е. U коммутирует с соответствующим оператором преобразования.

В случае лоренцевских преобразований L, Ψ_L оказывается еще и смещенной в пространстве по сравнению с $L\Psi$. В результате несколько более сложного рассмотрения оказывается, что $[L, U]$ хотя и не равняется нулю, но равно известному оператору.

Таким образом, феноменологическая теория заключается в умении описать состояния свободных частиц и извлечении следствий из инвариантности U относительно некоторых преобразований (подробнее см. гл. VI в [22]).

Начальные и конечные состояния задаются перечислением имеющихся в этих состояниях частиц с указанием импульса $\mathbf{p}$ каждой частицы и проекции ее спина n. Такое описание будет релятивистским, если, зная волновую функцию $|\mathbf{p}, n\rangle$ состояния в одной лоренцевской системе, мы можем найти волновую функцию этого состояния в другой системе отсчета. Необходимые для этого формулы следуют из теории представлений неоднородной группы Лоренца (см., например, [23]).

Закон сохранения полного импульса математически выражается в диагональности U по индексам полного импульса. Так, вышеупомянутый элемент $\langle \mathbf{p}_1 n_1 \mathbf{p}_2 n_2 | U | \mathbf{p}_0 \rangle$ должен иметь вид

$$\langle \mathbf{p}_1 n_1 \mathbf{p}_2 n_2 | U | \mathbf{p}_0 \rangle = \langle \mathbf{P} \mathbf{p} n_1 n_2 | U | \mathbf{p}_0 \rangle \delta(\mathbf{P} - \mathbf{p}_0). \tag{1,1}$$

Мы ввели вместо $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ переменные полного импульса $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ и относительного импульса $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$. В дальнейшем индексы $\mathbf{P}$ мы будем опускать (будем считать, что выбрана с. ц. и. реакции, где $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 = 0$), так что среди индексов элемента U будут фигурировать только относительные импульсы. Об ограничениях, налагаемых на U законом сохранения полного момента, см. § 4 и приложение А.

2. В дальнейшем понадобится понятие вектора поляризации частицы. Поскольку нам не встретятся частицы со спином большим $1/2$, более сложных понятий (а именно, тензоров поляризации) вводить не будем. Для нейтрино вообще не нужно вводить понятие поляризации *), поэтому достаточно определить вектор поляризации только для частиц с ненулевой массой покоя.

Определим состояние свободной частицы со спином следующим образом: 1) укажем импульс частицы $\mathbf{p}$ (например, в с. ц. и. реакции); 2) в лоренцевской системе, где частица покоится, зададим ее спиновое состояние. Пусть $\langle | n \rangle$, $n = -1/2, +1/2$ обозначают волновые функции частицы с определенными спиновыми проекциями n в этой системе. Определим обычным образом матрицу плотности

$$\varrho_{n_1, n_2} = \sum_n a_n \langle n_1 | n \rangle \langle n_2 | n \rangle^*, \tag{1,2}$$

где a_n — веса отдельных чистых состояний $\langle | n \rangle$. Для неполяризованного состояния $a_{-1/2} = a_{1/2}$. При надлежащей нормировке $\mathrm{Sp}\, \varrho = 1$.

Вектор поляризации определим в лоренцевской системе, где частица покоится, как удвоенное среднее значение оператора полного момента $\mathbf{M}$, равного оператору спина (поскольку орбитальный момент в этой системе равен нулю):

$$P_k = 2\,\mathrm{Sp}\, M_k \varrho = \mathrm{Sp}\, \sigma_k \varrho \quad (k = x, y, z), \tag{1,3}$$

σ_k — матрицы Паули. Связь с другими возможными определениями см., например, в [24]. Вопрос о лоренцевских преобразованиях определенного таким образом вектора поляризации рассматривался в работе [18], п. 3. В дальнейшем будут предлагаться измерения таких компонент поляризации, для которых эти специальные преобразования несущественны. Измерения вектора поляризации производятся обычными способами (например, по разности вторичных рассеяний направо-налево).

*) Состояние двухкомпонентного нейтрино полностью характеризуется одним указанием его импульса. В случае четырехкомпонентного нейтрино можно было бы ввести понятие поляризации (для справок см. работы [16,17]), однако поляризация нейтрино пока недоступна экспериментальному измерению.

3. *PC-инверсия.* Пусть $|\mathbf{p}n\varepsilon\rangle$ — волновая функция состояния некоторой частицы, обладающей определенным импульсом $\mathbf{p}$ и проекцией спина n на некоторую фиксированную ось. ε означает знак заряда, лептонное число, барионное число, странность. Действие PC определяется как произведение операций P и C:

$$PC|\mathbf{p}n\varepsilon\rangle = |\mathbf{p}, n, -\varepsilon\rangle e^{i\eta(\varepsilon)} \tag{1.4}$$

Можно показать, что возможный фазовый множитель $\exp i\eta$ не зависит от $\mathbf{p}$ и n, но может быть разным для разных частиц (аналогично внутренней P-четности частицы) *).

Пусть $(|\mathbf{p}, n_1, n_2\rangle, U|M\rangle)$ — амплитуда перехода $a \to 1 + 2$ (распад частицы a с проекцией спина M на две частицы 1 и 2 с относительным импульсом $\mathbf{p}$ и проекциями спинов n_1 и n_2). По определению PC-инвариантности амплитуда перехода $a \to 1 + 2$ должна равняться амплитуде перехода из PC-инверсированного начального состояния (античастица $\tilde{a}$ с той же проекцией спина M в соответствии с (1,4)) в PC-инверсированное состояние $\tilde{1} + \tilde{2}$:

$$(|\mathbf{p}n_1n_2\rangle, U|M\rangle) = (PC|\mathbf{p}n_1n_2\rangle, UPC|M\rangle) = e^{i(\eta_a - \eta_1 - \eta_2)}(|-\mathbf{p}n_1n_2\rangle, \tilde{U}|M\rangle) \tag{1.5}$$

Тильда $\sim$ над U в (1,5) означает, что выписанный элемент относится к процессу $\tilde{a} \to \tilde{1} + \tilde{2}$. Таким образом, PC-инвариантность связывает амплитуды взаимно зарядовосопряженных процессов.

Вероятность распада неполяризованной частицы a **) по каналу $1 + 2$ пропорциональна выражению

$$\sum_M \sum_{n_1n_2} \int d^3p\,|(|\mathbf{p}n_1n_2\rangle, U|M\rangle)|^2$$

В силу (1,5) это выражение равно

$$\sum_M \sum_{n_1n_2} d^3p\,|(|-\mathbf{p}n_1n_2\rangle, \tilde{U}|M\rangle)|^2,$$

т. е. вероятности распада $\tilde{a} \to \tilde{1} + \tilde{2}$. Отсюда вытекает, что равны и полные вероятности распадов a и $\tilde{a}$ (по всем каналам), т. е. их времена жизни.

В приложении Б получены следствия PC-инвариантности также и для распадов типа $a \to 1 + 2 + 3$ в случае, когда частица a (и соответственно $\tilde{a}$) поляризована или когда измеряется поляризация продуктов распада. На примере π- и μ-распадов будет показано, как можно получить некоторые следствия элементарным путем.

4. *Обращение времени по Вигнеру.* Инвариантность относительно обращения времени T по Вигнеру формулируется иначе, чем прочие инвариантности. Если имеет место T-инвариантность, то амплитуда перехода из состояния Ψ_0 в состояние Φ_f должна быть равна вероятности перехода из состояния $T\Phi_f$ в состояние $T\Psi_0$. В случае реакций типа $a + b \to c + d$ это означает равенство амплитуд прямой реакции и реакции обратной $c + d \to a + b$, в которой начальное состояние является T-инверсией (см. далее) конечного состояния прямой реакции, а конечное состоя-

*) Это следует из перестановочных свойств P и C с генераторами трехмерных вращений M_k (оператор полного момента) и лоренцевских преобразований (см., например, работу [4]).

**) Можно показать (см. приложение Б), что полная вероятность распада по какому-либо каналу не зависит от состояния поляризации частицы, поэтому оговорка относительно неполяризованности несущественна.

ние является T-инверсированным начальным состоянием прямой реакции. Подробнее см. § 21 и 25 книги [22], а также гл. I, п. 5 обзора [9]. В терминах элементов U-матрицы все изложенное записывается следующим образом:

$$\langle \Phi_f,\ U(t,0)\,\Psi_0\rangle = \langle T\Psi_0,\ U(t,0)\,T\Phi_f\rangle, \tag{1,6}$$

где T-инверсия определяется соотношением (см. работы [22, 25])

$$T\,|\,\mathbf{p}n\varepsilon\rangle = |\,-\mathbf{p},\ -n,\ \varepsilon\rangle(-1)^{n}e^{i\xi}. \tag{1,7}$$

Как и в (1,4), ξ не зависит от импульса $\mathbf{p}$ и проекции спина n. При T-инверсии спиновые проекции n на фиксированную ось квантования меняют свой знак. Для распада $a \to 1+2$ из (1,6) и (1,7) получаем

$$(|\,\mathbf{p}n_1n_2\rangle,\ U\,|\,M\rangle) = e^{i(\xi_a-\xi_1-\xi_2)}\,(|\quad M\rangle,\ U\,|\,-\mathbf{p},\ -n_1,-n_2\rangle). \tag{1,8}$$

Соотношение (1,8) связывает элементы амплитуды перехода прямой $a \to 1+2$ и обратной $1+2 \to a$ реакций. Последняя практически неосуществима (в отличие от реакций типа $a+b \to c+d$) и поэтому из одного только соотношения (1,8) для процессов распада не следует никаких правил отбора.

Покажем, что если продукты распада $a \to 1+2$ взаимодействуют слабо, то унитарность матрицы U, т. е. $U^{+}U = 1$ (см. § 19 в работе [22]), совместно с (1,8) дает некоторое правило отбора для процесса $a \to 1+2$.

Введем формально матрицу перехода R, определяя ее соотношением $U = 1 + iR$. Для переходов с изменением состояния U и iR совпадают. Перепишем $1 = U^{+}U$ в виде $1 = U^{+}(1+iR)$, или $1 - U^{+} = iU^{+}R$, или $R^{+} = U^{+}R$. Возьмем от обеих частей последнего равенства матричный элемент между состояниями $|f\rangle$ — конечное состояние и $|a\rangle$ — начальное:

$$\langle f|R^{+}|a\rangle = \langle f|U^{+}R|a\rangle \quad \sum_n \langle f|U^{+}|n\rangle\langle n|R|a\rangle$$

$$= \langle f|R|a\rangle + i\sum_n \langle f|R^{+}|n\rangle\langle n|R|a\rangle. \tag{1,9}$$

При вычислении матричного произведения сумма $\sum_n$ берется по всевозможным состояниям n, на которые может распадаться частица a. Если эти состояния могут переходить друг в друга только в результате слабого взаимодействия, то можно пренебречь членом $i\sum_n \langle f|R^{+}|n\rangle\langle n|R|a\rangle$. Действительно, возьмем распад $\pi \to \mu + \nu$. Слабость взаимодействия продуктов распада означает, что матричные элементы $\langle \mu\nu|R|\mu\nu\rangle$ и $\langle \mu\nu|R|e\nu$ процессов $\mu+\nu \to \mu+\nu$ и $e+\nu \to \mu+\nu$ очень малы (индексы μ, e, ν обозначают род частиц, проекции спинов и импульсы частиц). Исходя из величины $10^{-41}\ см^2$ сечения взаимодействия нейтрино (из котла) с нуклонами, универсальности фермиевского четырехфермионного слабого взаимодействия и того возможного роста сечения с энергией, который следует из этого взаимодействия [26], можно дать оценку 10^{-10} для порядка величины этого элемента.

Итак, с точностью, большей чем миллионная доля процента, (1,9) превращается в соотношение эрмитовости для R-матрицы

$$\langle f|R^{+}|a\rangle = \langle f|R|a\rangle \text{ или } \langle a|R|f\rangle = \langle f|R|a\rangle^{*}. \tag{1,10}$$

Это соотношение (называемое обычно принципом детального баланса) тоже связывает матричные элементы прямого и обратного процессов, как и соотношение (1,8). Поэтому комбинация (1,8) и (1,10) дает правило отбора для самого процесса $a \to 1+2$

$$(|\,\mathbf{p}n_1n_2\rangle,\ R\,|\,M\rangle) = e^{i(\xi_a-\xi_1-\xi_2)}\,(|\,-\mathbf{p},\ -n_1,\ -n_2\rangle,\ R\,|\,-M\rangle)^{*}. \tag{1,11}$$

Оно не имеет простых экспериментальных следствий. Для проверки T-инвариантности надо иметь поляризованные частицы a и изучать поляризацию продуктов распада (см. табл. 1 в § 2).

5. *PCT-инверсия.* PCT-инвариантность означает равенство (с точностью до фазового множителя) амплитуд прямого процесса и процесса, в котором поменялись местами начальные и конечные состояния, частицы заменены соответствующими античастицами, причем проекции их спинов имеют обратные знаки (определение PCT-инверсии получается комбинированием (1,4) и (1,7)).

Для процессов распада в случае слабого взаимодействия продуктов распада правило отбора PCT-инвариантности получается комбинированием (1,5) и (1,11) и имеет вид для $a \to 1 + 2$

$$(\langle \mathbf{p} n_1 n_2 \rangle,\ U \mid M\rangle) = e^{i\alpha} (\langle \mathbf{p},\ -n_1, -n_2 \rangle,\ \tilde{U} \mid -M\rangle)^*. \qquad (1.12)$$

Фаза α складывается из фаз η и ξ. Точно так же как из PC-инвариантности, отсюда следует равенство весов взаимно зарядовосопряженных каналов распадов a и $\tilde{a}$ [11, 9] и равенство времен жизни a и $\tilde{a}$ [27, 28]. Отметим, что последнее равенство получается и в случае сильного взаимодействия продуктов распада. Этот случай разобран в приложении Б.

§ 2. РАСПАДЫ π- И μ-МЕЗОНОВ

Установленное экспериментально равенство времен жизни π^-- и π^+-, μ^+- и μ^--мезонов (см. работу [29], гл. 2) является самым простым следствием PC- и PCT-инвариантностей и первым свидетельством справедливости хотя бы одной из них [27, 11]. Следующим по простоте следствием должна была бы быть тождественность угловых распределений заряженных продуктов распада π^+- и π^--мезонов и неполяризованных μ^+ и μ^-. Однако уже из инвариантности относительно трехмерных вращений следует изотропия всех этих распределений (так что эта тождественность не имеет отношения к проверке PC- или PCT-инвариантности). Действительно, покоящийся π-мезон или покоящийся неполяризованный μ-мезон не выделяет никакого направления в пространстве. В конечном состоянии измеряется направление импульса заряженной частицы. Должны быть равны амплитуды (и вероятности) перехода из повернутого произвольным образом начального состояния (которое будет полностью совпадать с первоначальным неповернутым состоянием) в таким же образом повернутое конечное состояние, характеризующееся другим направлением импульса заряженной частицы (конечно, предполагается, что распадающаяся частица или ее продукты распада являются изолированной физической системой, не подверженной действию никаких внешних полей). Таким образом, переходы в состояния с разными направлениями импульса должны быть равновероятны, т. е. угловое распределение должно быть изотропным *).

Обсудим более сложные эксперименты.

1. Прежде всего заметим, что вследствие вращательной инвариантности μ-мезоны в распаде $\pi \to \mu + \nu$ и электроны в распаде $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$ неполяризованных μ-мезонов могут иметь только продольную поляризацию (направления вылета нейтрино в $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$ не регистрируются)**)

*) Можно рассуждать и так: в начальном состоянии нет никакого выделенного направления, относительно которого мог бы отсчитываться угол вылета заряженной частицы.

**) Если нейтрино двухкомпонентное, то μ-мезоны от распада $\pi \to \mu + \nu$ полностью поляризованы вдоль импульса. Расчеты по теории четырехфермионного взаи-

Действительно, предположим, что есть какая-нибудь неравная нулю компонента поляризации $\mathbf{P}_\perp$, перпендикулярная к импульсу $\mathbf{p}$ мюона или электрона. Рассуждая так же, как и ранее, получим, что такую же по модулю величину должна иметь и компонента, полученная из $\mathbf{P}_\perp$ вращением этого вектора вокруг $\mathbf{p}$, в том числе и компонента противоположного направления, т. е. мы заключаем, что частица должна обладать одновременно как компонентой $\mathbf{P}_\perp$, так и $-\mathbf{P}_\perp$; это означает, что ее результирующая перпендикулярная компонента равна нулю.

Покажем, что продольные компоненты поляризации μ^+- и μ^--мезонов от распадов покоящихся пионов противоположно направлены, если эти распады PC-инвариантны. На рис. 1, *а* изображен вылетевший в направлении $\mathbf{p}$ μ^--мезон. Вектор, показанный рядом с вектором импульса $\mathbf{p}$ (и параллельный ему), изображает поляризацию мезона. При P-инверсии получаем рис. 1, *б* (напомним, что поляризация является псевдовектором), и далее, при C-инверсии, получим рис. 1, *в*. Как видно, у μ^+ вектор поляризации оказался направленным противоположно импульсу. Для удобства сопоставления с исходным рис. 1, *а* можно произвести поворот в плоскости листа на 180° (см. рис. 1, *г*). Требование PC-инвариантности (совместно с вращательной инвариантностью) означает, что сколько π^--мезонов распадается в состояние, изображенное на рис. 1, *а*, столько же должно быть распадов π^+ в состояние рис. 1, *г*.

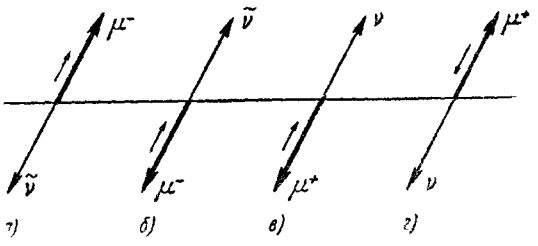

Рис. 1

Точно так же показывается, что если продольная компонента e от распада μ^- направлена вдоль импульса e, то вследствие PC-инвариантности продольная компонента e^+ в $\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}$ должна быть направлена против импульса e^+. Можно также убедиться, что это утверждение верно и в том случае, когда $\mu^\pm$-мезоны обладают теми поляризациями, которые они приобрели после $\pi^\pm$-распадов (см. также приложение Б).

При переходе в лабораторную систему отсчета, где π-мезон движется, импульс распадного мюона меняет направление, а вектор поляризации не меняет *). Поэтому в лабораторной системе он не будет направлен вдоль импульса. Однако по-прежнему вектор поляризации μ^- будет направлен противоположно вектору поляризации μ^+, если направления вылета μ^- и μ^+ составляют одинаковые углы с направлением движения π-мезона. В частности, продольные компоненты таких μ^- и μ^+ будут противоположно направлены и в лабораторной системе.

В приложении В показывается, что все разобранные соотношения между поляризациями μ^+ и μ^- (или e^+ и e^-) вытекают также и из PCT-инвариантности. Далее мы приведем сводку остальных следствий PC- и PCT-инвариантностей (см. табл. 1). Они являются частными случаями формул (В,4) и (В,5) приложения В.

2. Вследствие наличия непродольных компонент поляризации μ-мезонов в лабораторной системе угловое распределение F электронов от

модействия с двухкомпонентным нейтрино в случае варианта $V-A$ или $V+A$ дают для продольной поляризации электронов в $\mu^- \to e + \nu + \tilde{\nu}$ величину, близкую к 100% [30, 33]. Такая же величина получается и при гипотезе ненаблюдаемости знака массы [32, 34].

*) Точнее, он незначительно поворачивается [18, 23]. Но этот поворот релятивистского происхождения не изменяет конечного результата рассуждений.

μ-распадов зависит не только от угла θ между импульсом $\mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}$ и $\mathbf{p}_e$ (импульс электрона в с.ц.и. μ-распада), но и от угла φ между векторами $[\mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}} \times \mathbf{p}_e]$ и $[\mathbf{p}_{\pi\,\text{лаб}} \times \mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}]$. Можно показать, что в силу вращательной инвариантности угловое распределение $F(\theta, \varphi)$ является четной функцией φ.

Если μ^+ и μ^- происходили от распадов π^+ и π^- соответственно (и не деполяризовались), то из PC-инвариантности следует $F(\theta, \varphi) = F^+(\theta, -\varphi)$, а из PCT — $F^-(\theta, \varphi) = F^+(\theta, \varphi)$. Поскольку F^+ — четная функция φ, как PC-, так и PCT-инвариантность ведет к равенству угловых распределений e^+ и e^-.

3. В перечисленных экспериментах T-инвариантность не вела ни к каким следствиям (см. табл. I), как можно установить, исходя из (B, 12). Поэтому PC- и PCT-инвариантности имели одинаковые следствия. Различия между ними появляются только в самых сложных экспериментах: поляризация электронов от поляризованных μ-мезонов.

Если имеет место PC-инвариантность, то поляризация e^+ в каскаде $\pi^+ \to \mu^+ + \nu$, $\mu^+ \to e^+ + \nu + \tilde{\nu}$ следующим образом связана с поляризацией e^- в каскаде $\pi^- \to \mu^- + \tilde{\nu}$, $\mu^- \to e^- + \nu + \tilde{\nu}$ (см. приложение B):

$$\left.\begin{aligned} P_z^+(\theta, \varphi) &= -P_z^-(\theta, \varphi) \equiv P^-(\theta, \varphi), \\ P_x^+(\theta, \varphi) &= -P_x^-(\theta, -\varphi), \\ P_y^+(\theta, \varphi) &= P_y^-(\theta, -\varphi). \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

Здесь P_z — проекция вектора поляризации на направление импульса $\mathbf{p}_e$ электрона в с.ц.и. распада μ-мезона, P_y — проекция на направление $[\mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}} \times \mathbf{p}_e]$, т. е. на направление, перпендикулярное к $\mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}$ и импульсу электрона — все равно, в с.ц.и. μ-распада или в лабораторной системе. Орт $\mathbf{x}$ пусть составляет с выше определенными ортами $\mathbf{z}$ и $\mathbf{y}$ правую тройку взаимно ортогональных ортов.

Если же π- и μ-распады PCT-инвариантны, то

$$\left.\begin{aligned} P_z^+(\theta, \varphi) &= -P^-(\theta, \varphi), \\ P_x^+(\theta, \varphi) &= P_x^-(\theta, \varphi), \\ P_y^+(\theta, \varphi) &= -P_y^-(\theta, \varphi), \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

т. е. $\mathbf{P}^+(\theta, \varphi) = \mathbf{P}^-(\theta, \varphi)$.

Таблица I

π- и μ-распады

Измеряемые величины	PC	PCT	T
Векторы поляризации μ-мезонов от $\pi_{\mu 2}$- и ν-распада	$\mathbf{P}_\mu^+ = -\mathbf{P}_\mu^-$	$\mathbf{P}_\mu^+ = -\mathbf{P}_\mu^-$	
Продольные компоненты поляризации e^+ и e^- в каскадах $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$	$P_\parallel^+ = -P_\parallel^-$	$P_\parallel^+ = P_\parallel^-$	
Угловые распределения e^+ и e^- в каскадах $\pi^- \to \mu^- \to e^-$	$I^+(\theta, \varphi) = I^-(\theta, \varphi)$	$I^+(\theta, \varphi) = I^-(\theta, \varphi)$	
Перпендикулярные компоненты поляризации e^+ и e^- в каскадах $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$	$P_\perp^+ = P_\perp^-$	$P_\perp^+ = P_\perp^- = 0$	

Поскольку компонента поляризации электрона $P_{\parallel}(0, \varphi)$, параллельная импульсу электрона $\mathbf{p}_{e\,\text{лаб}}$, является линейной комбинацией компонент $\mathbf{P}_x$ и $\mathbf{P}_y$, то $P_{\parallel}^{+}(\theta, \varphi) = -P_{\parallel}^{-}(\theta, -\varphi)$ в случае PC-инвариантности и $P_{\parallel}^{+}(0, \varphi) = -P_{\parallel}^{-}(\theta, \varphi)$ в случае PCT-инвариантности. Перпендикулярная к $\mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}$ и $\mathbf{p}_{e\,\text{лаб}}$ компонента $P_{\perp}$ равна P_n.

В таблице I выписаны соотношения между проинтегрированными по φ компонентами $P_{\parallel}(\theta, \varphi)$ и $P_{\perp}(\theta, \varphi)$, обозначенными через $P_{\parallel}$ и $P_{\perp}$. Конечно, если имеет место T-инвариантность, то различие между PC и PCT исчезает: тогда $P_{\parallel}(\theta, \varphi)$ является четной функцией φ, а $P_{\perp}(\theta, \varphi)$ $P_{\perp}(\theta, \varphi)$ нечетной, в частности $P_{\perp} = \int_0^{2\pi} d\varphi P_{\perp}(\theta, \varphi) \equiv 0$ *). Четность $P_{\parallel}(0, \varphi)$ следует уже из вращательной инвариантности.

4. Эксперимент. В работах [38] и [39] измерялись продольные компоненты $P_{\parallel}$ поляризации e^+ и e^-. Заметим, что $P_{\parallel}^{+}$ и $P_{\parallel}^{-}$ имеют разные знаки как в случае неполяризованных μ-мезонов, так и в случае, когда μ-мезоны обладают теми поляризациями, которые они приобрели после π-распада (см. п. 1). Поляризация электронов измерялась при помощи поглощения их тормозного излучения в намагниченном железе. Коэффициент поглощения γ-квантов в этом случае зависит от их поляризации, которая однозначно связана с поляризацией электронов. Знаки продольных компонент поляризации e^+ и e^- оказались противоположными и в пределах ошибок опыта (довольно больших) равными по абсолютной величине **).

Попытка измерения поляризаций космических μ^+- и μ^--мезонов, предпринятая Алихановым, Любимовым и др.[11], еще не дала определенного заключения о соотношении знаков и величин поляризаций (хотя результат не противоречит PC- и PCT-инвариантностям в пределах ошибок опыта).

Следует отметить, что в последних опытах с μ^--мезонами, полученными от ускорителей [12], точность измерения величины продольной поляризации μ^--мезонов существенно улучшена. Однако соответствующего опыта с μ^+-мезонами еще не произведено.

Большая деполяризация μ^--мезонов в веществе до их распада не позволила проверить равенство величин асимметрии вперед-назад в $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$-распадах (эксперимент п. 2). Проведенные измерения (см. [29], раздел 7.10) подтверждают только, что знаки этих асимметрий одинаковы.

Перпендикулярная компонента поляризации $P_{\perp}$ еще не измерялась даже и у позитронов.

---

*) Многие авторы указывали, что измерение $P_{\perp}$ проверяет T-инвариантность. Хори и др.[32] исходят из несохраняющего четность взаимодействия Ферми самого общего вида; нейтрино считается четырехкомпонентным, см. также[35]. В работах [36], [37] указано, что большая асимметрия вперед-назад, а также обнаруженная на опыте большая продольная поляризация электронов[38] μ-распада (близкая к 100%) не позволяют ожидать, что $P_{\perp}$ будет велико, даже если нет T-инвариантности.

**) Грин и Хёрст отмечали [40], что поскольку асимметрия вперед-назад в $\pi \to \mu \to e$-каскаде не является псевдоскалярной величиной, ее наличие, строго говоря, не свидетельствует о P-неинвариантности. Она может быть объяснена введением четностного μ-мезонного дублета (два μ^+-мезона и два μ^--мезона с противоположными четностями). Описанный опыт устраняет такую гипотезу: она не может объяснить наблюдаемую разницу в числе поглощенных γ-квантов при противоположных направлениях магнитного поля.

Кроме того, этот опыт дает прямое свидетельство C-неинвариантности распада $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$; если бы он был зарядовоинвариантен, то знаки $P_{\parallel}^{+}$ и $P_{\parallel}^{-}$ были бы одинаковые [14]. Обычно об отсутствии C-инвариантности заключают на основании теоремы Людерса—Паули [27]: поскольку асимметрия вперед-назад указывает и на PT-неинвариантность (из PT-инвариантности вытекают те же следствия, что и из P для всех опытов, кроме опытов п. 3), то, значит, нет и C-инвариантности.

5. Как мы видим, проверенные до сих пор симметрии (равенство времен жизни и $P_\parallel^+ = -P_\parallel^-$) вытекают как из PC-, так и из PCT-инвариантности. Можно спросить, что же собственно следует считать проверенным (см. примечание редактора к работе [13])?

Таблица II

PC, PCT	Нет, нет	Нет, да	Да, нет	Да, да
Эксперимент	Нет	Да	Да	Да

В первой строке табл. II выписаны четыре возможных варианта: нет ни PC-, ни PCT-инвариантности; нет PC, но есть PCT и т.д. Во второй строке выпишем экспериментальные следствия каждого варианта в виде ответа на вопрос: если принять тот или иной вариант, то имеют место или нет те соотношения между поляризациями и угловыми распределениями зарядовосопряженных процессов, которые выписаны в первых трех строках табл. I?

Из табл. II видно, что если эксперимент отвечает «нет» на такой вопрос, то нет ни PC-, ни PCT-инвариантности. Если «да», как это сейчас и имеет место (может быть, лучше было бы сказать, что эксперимент не противоречит ответу «да»), остается три варианта. Если считать PCT-инвариантность более фундаментальной с теоретической точки зрения (т. е. ее нарушение ожидается в последнюю очередь), то опытное «да» не следует расценивать как подтверждение PC-инвариантности. Если нет никакой предвзятой теоретической точки зрения, то объективным следствием из ответа «да» является просто констатация справедливости одного из трех вариантов табл. II.

Чтобы установить, какой из них имеет место в действительности, необходимы опыты по измерению непродольных компонент $P_\perp = P_n$ или P_s, как это видно из (2,1) и (2,2).

Если окажется, что $P_\perp^+ = P_\perp^- = 0$, то имеют место обе инвариантности. Если же $P_\perp^+$ и $P_\perp^-$ не равны нулю (но равны по модулю), то верна либо PC-, либо PCT-инвариантность, в зависимости от относительного знака $P_\perp^+$ и $P_\perp^-$.

Измерение $P_s(0, \varphi)$ (с целью установить, имеет ли место соотношение $P_x^+(0, \varphi) = -P_x^-(0, -\varphi)$ или $P_x(0, \varphi) = -P_x(0, \varphi)$ (см. (2,1) и (2,2)) требует громоздких пересчетов из лабораторной системы в с.ц.и. μ-мезона с учетом релятивистского поворота спина [18, 23].

§ 3. РАСПАДЫ K-МЕЗОНОВ

1. Прежде всего отметим факт равенства времен жизни K^+ и K^- и приблизительное равенство весов соответствующих каналов их распадов, установленное для каналов $K \to \mu + \nu$, $\to \pi + \pi$, $\to \pi + \pi + \pi$ [41, 49]. Это первое и пока единственное свидетельство в пользу PC- и PCT-инвариантностей $K^\pm$-распадов.

Заметим, что если бы существовали сильные переходы $\pi + \pi \to \pi + \pi + \pi$, то из PCT-инвариантности не следовало бы равенство весов каналов $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$ и $K^- \to \pi^- + \pi^0$, а также $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ и $K^- \to \pi^- + \pi^- + \pi^+$ (см. [15], а также приложение Б). Однако такие переходы запрещены обобщенной теоремой Фарри (см. [2], § 17).

Обсудим возможности более детальной проверки PC- и PCT-инвариантностей в $K^\pm$-распадах.

2. Канал $K \to \mu + \nu$ обладает наибольшим весом. Поскольку все экспериментальные данные лучше всего согласуются с нулевым значением спина K-мезона, относительно $K \to \mu + \nu$ можно повторить все, что говорилось о $\pi \to \mu + \nu$ (и далее $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$, см. табл. 1). Экспериментально измерена только угловая асимметрия в каскаде $K^+ \to \mu^+ \to e^+$ [45].

3. Из π-мезонных каналов можно обсуждать лишь $K_{\pi 3}$-распады. Нулевой спин K-мезона ведет к изотропии как $K^+_{\pi 2}$-, так и $K^-_{\pi 2}$-распада.

Из *PC*-инвариантности следует равенство угловых и импульсных распределений распадов $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ и $K^- \to \pi^- + \pi^- + \pi^+$, а также $K^+ \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$ и $K^- \to \pi^- + \pi^0 + \pi^0$:

$$F^+(p^{(1)}, \theta_2) = F^-(p^{(1)}, \theta_2) \tag{3,1}$$

(см. приложение Б, п. 1). С помощью (А, 1) легко убедиться, что угловое распределение зависит только от θ_2 (функция $D^J(-\pi, 0, \pi - \varphi)$ равна единице при $J = 0$). θ_2 определяется как угол между векторами $\mathbf{p}^{(1)}$ и $\mathbf{p}^{(2)}$, где $\mathbf{p}^{(1)}$ -импульс π (в с.ц.и. реакции) в случае $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ и импульс π^+ в случае $K^- \to \pi^- + \pi^- + \pi^+$, а $\mathbf{p}^{(2)}$ — относительный импульс двух π^+- или двух π^--мезонов соответственно в лоренцевской системе, где их полный импульс равен нулю (см. приложение А).

Из *PCT*-инвариантности не следует (3,1) [15]. Если бы были известны матричные элементы перехода $K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ (т. е. была бы известна функция $F^+(p^{(1)}, \theta_2)$) и матричные элементы реакций $\pi^+ + \pi^+ + \pi^- \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ и $\to \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$, то из *PCT*-инвариантности следовал бы определенный вид функции $F^-(p^{(1)}, \theta_2)$ (см. далее § 4, п. 4), который можно было бы сравнить с опытным распределением. Соотношение (3,1) еще не проверено, так как достаточная статистика набрана только по τ^+-распаду [46].

4. $K_{\mu 3}$- и K_{e3}-распады в принципе представляют много возможностей проверки *PC*- и *PCT*-инвариантностей. Однако вес этих каналов мал и наблюдались лишь единичные случаи $K^-_{\mu 3}$- и K^-_{e3}-распадов [44]. Поэтому не будем обсуждать соответствующие опыты. Рассматривая всевозможные частные случаи соотношений (Б, 8) и (Б, 15), нетрудно составить таблицу, подобную табл. 1. В основном все эти опыты были предложены разными авторами (главным образом для другой цели — определения варианта слабого взаимодействия). По поводу угловых распределений см., например, [47]; измерение компоненты поляризации μ или e, перпендикулярной к плоскости распадов $K \to \mu + \nu + \pi$ или $K \to e + \nu + \pi$, предлагалось в [48]; о полном наборе опытов для этих распадов см. работу [50]. Напомним, что для нашей цели нужно, чтобы подобные опыты были произведены как с K^+-, так и с K^--распадами.

5. Интерпретация распадов нейтральных K-мезонов с точки зрения проверки *PC*- и *PCT*-инвариантностей представляет определенные трудности.

В распадах странность не сохраняется, поэтому теряется различие между K^0 и $\tilde{K}^0$: свободный K^0 по истечении некоторого времени после своего рождения может обнаружить свойства $\tilde{K}^0$ при сильном взаимодействии с веществом (вследствие возможного перехода $K^0 \to \pi + \pi \to \tilde{K}^0$).

В эксперименте наблюдаются распады нейтральных K-мезонов с двумя резко отличающимися временами жизни (около 10^{-10} и 10^{-7} *сек* [44]).

В большинстве предложений по проверке *PC*-инвариантности (см., например, [51], а также [52]) принимается гипотеза Гелл-Манна и Пайса [53], согласно которой, в частности, долгоживущий K^0-мезон обладает по отношению к распадам определенной зарядовой (точнее, *PC*-) четностью. Из этой гипотезы и из предполагаемой *PC*-инвариантности процессов

распадов вытекают некоторые правила отбора. В случае их невыполнения прежде чем заключать о PC-неинвариантности, следует усомниться в менее фундаментальной гипотезе Гелл-Манна и Пайса.

Ввиду такого положения мы ограничимся обсуждением двух экспериментальных фактов, касающихся распадов долгоживущего нейтрального K-мезона; назовем его K_l^0-мезоном (long-lived).

1) *Равенство чисел π^-- и π^+-мезонов в K_l^0-распадах.* Основными каналами распада K_l^0 являются [11]:

$$K_l^0 \to \pi^- + e^+ + \nu \quad \text{и} \quad K_l^0 \to \pi^+ + \mu^- + \nu \tag{3,2}$$

и зарядовосопряженные каналы. Общее число π^--мезонов от каналов (3,2) должно равняться числу всех π^+-мезонов от зарядовосопряженных каналов если: а) K_l^0 имеет определенную PC-четность (или PCT-четность, так как операция T никак не меняет волновую функцию покоящейся бесспиновой частицы), т. е. является K_2^0 в обозначении Гелл-Манна и Пайса; б) выше упомянутые распады инвариантны относительно PC [9] или PCT [7, 10]. В последних экспериментах [51] отношение общего числа всех зарегистрированных в K_l^0-распадах π^--мезонов к общему числу π^+-мезонов оказалось равным $0{,}90 \pm 0{,}18$, т. е. нет противоречия с предположениями а) и б). Если бы это отношение отличалось от единицы (как это было в ранних работах, см. [14], стр. 262), то скорее всего надо было бы вернуть сомнению (а).

2) *Отсутствие распадов $K_l^0 \to \pi^- + \pi^+$.* Учитывая существование двух времен жизни нейтральных K-мезонов и предполагая PCT-инвариантность в их распадах, Вейнберг показал [55], что из факта отсутствия распадов $K_l^0 \to \pi^- + \pi^+$ и $K_l^0 \to \pi^0 + \pi^0$ вытекают, в частности, соотношения вида (Б, 14), характерные для T-инвариантности. (См. изложение Далитца [56], разд. 5.) Следовательно, отсутствие $K_l^0 \to \pi^- + \pi^+$ устанавливает T-инвариантность или, поскольку PCT-инвариантность уже предположена, PC-инвариантность. Гипотеза Гелл-Манна и Пайса в доказательстве Вейнберга не используется.

§ 4. КАСКАД $\bar{p} + p \to \Lambda + \bar{\Lambda}$, $\Lambda \to p + \pi^-$, $\bar{\Lambda} \to \bar{p} + \pi^+$

Этот каскад взят не только в качестве примера возможного эксперимента, в котором известны относительные поляризации гиперона и антигиперона [57]. Реакция $\bar{p} + p \to \Lambda + \bar{\Lambda}$ дала пока наибольшее число наблюденных антигиперонов и именно антилямбда-частиц [58]. Для распада Λ и $\bar{\Lambda}$ возможно осуществить полный набор опытов по проверке PC-инвариантности, т. е. такой набор, из которого PC-инвариантность следует с необходимостью (т. е. из которого следует выполнение всех соотношений вида (1,5)). В случае неполного набора не исключено, что это имитируется какой-то другой симметрией (например, PCT-инвариантностью).

1. Чтобы указать такой полный набор, нам придется воспользоваться результатами общей теории реакций.

Будем задавать состояние свободной частицы указанием ее импульса и проекции ее спина m на направление импульса (helicity). В § 1 обсуждались лишь следствия сохранения полного импульса (не считая PC-, T- и PCT-инвариантностей). Закон сохранения полного момента накладывает дальнейшие ограничения на матричные элементы $\langle \mathbf{p} m_1 m_2 | U | M \rangle \equiv \langle \mathbf{p} m_1 m_2 | U | M \rangle$ (см. § 1, п. 1, в частности (1,1)), описывающие распад частицы a со спином J и проекцией M на две частицы, 1 и 2, со спинами s_1 и s_2 и их проекциями m_1 и m_2 (на направление их относительного

импульса p). Можно показать [16, 17, 59], что эти элементы имеют вид

$$\langle \mathbf{p} m_1 m_2 | U | M \rangle = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} D^J_{m_1 - m_2, M}(-\pi, \vartheta, \pi - \varphi) \langle m_1 m_2 | U^J | \rangle; \qquad (4.1)$$

ϑ и φ суть сферические углы p относительно некоторой тройки осей O_a (к которой относятся также и проекции M). $|\mathbf{p}|$ выражается через массы покоя частиц a, 1 и 2. $D^J_{m,n}(\varphi_2, 0, \varphi_1)$ являются известными функциями, сводящимися в частных случаях $m = 0$ или $n = 0$ к сферическим функциям (см. приложение Г). Углы $-\pi, \vartheta, \pi - \varphi$ суть эйлеровы углы $\varphi_2, 0, \varphi_1$ поворота *) осей O_a, совмещающего их с такой тройкой осей O_1: $\mathbf{z}_1 \parallel \mathbf{p}$, $\mathbf{y}_1 \parallel [\mathbf{z}_a \times \mathbf{p}]$ (O_1 — именно та тройка осей, к которой отнесены проекции m_1 и m_2). Соотношение (4,1) означает, что зависимость $\langle \mathbf{p} m_1 m_2 | U | M \rangle$ от углов ϑ и φ полностью известна. В этом и состоит следствие закона сохранения полного момента.

В случае распада $\Lambda \to p + \pi$ имеем

$$\langle m | R(\vartheta, \varphi) | M \rangle = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} D^{1/2}_{m, M}(-\pi, \vartheta, \pi - \varphi) \langle m | R^{1/2} | \rangle. \qquad (4.2)$$

Введена матрица $R = \frac{1}{i}(U - 1)$, остальные переобозначения очевидны. Поскольку $m = \pm 1/2$, распад $\Lambda \to p + \pi$ описывается всего двумя комплексными элементами $\langle -1/2 | R^{1/2} | \rangle \equiv R_-$ и $\langle +1/2 | R^{1/2} | \rangle \equiv R_+$ [59]. В литературе в качестве параметров, определяющих распад $\Lambda \to p + \pi$, обычно берут s и p амплитуды R_0 и R_1, т. е. элементы матрицы перехода, занумерованные значениями 0 и 1 орбитального момента продуктов распада [60]. Соотношения между R_-, R_+ и R_0, R_1 таковы:

$$R_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_0 + R_1), \qquad R_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_0 - R_1). \qquad (4,3)$$

В терминах элементов $\langle m | R(\vartheta, \varphi) | M \rangle$ правила отбора PC-инвариантности имеют вид

$$\langle m | R(\vartheta, \varphi) | M \rangle = \varkappa (-1)^{m-M} \langle -m | \widetilde{R}(\vartheta, -\varphi) | -M \rangle. \qquad (4,4)$$

Вывод (4,4) аналогичен выводу формулы (Б, 4) приложения Б. С помощью (4,1) и (Г, 7) (4.4) может быть переписано в виде следующих соотношений между элементами $\langle m | R^{1/2} | \rangle$:

$$\langle m | R^{1/2} | \rangle = \varkappa \langle -m | \widetilde{R}^{1/2} | \rangle, \quad m = -1/2, \; 1/2 \qquad (4,5)$$

($\varkappa$ — некоторый фазовый множитель, см. приложение Б).

В терминах элементов R_l, $l = 0, 1$ имеем соответственно

$$R_l = \varkappa (-1)^l \widetilde{R}_l. \qquad (4,6)$$

В полном наборе опытов по проверке PC-инвариантности должны содержаться эксперименты, позволяющие проверить справедливость этих двух комплексных соотношений (или соответствующих им четырех действительных, см. далее).

Ясно, что прежде всего мы должны иметь Λ и $\widetilde{\Lambda}$ с известными поляризациями. Измерив и сравнив затем угловые распределения и поляризации протонов (соответственно антипротонов) распада, мы можем надеяться найти и сравнить между собой элементы R и $\widetilde{R}$.

*) Определения углов Эйлера (в случае поворота системы координат): 1) φ_1 — угол вращения вокруг орта z. При этом орт y переходит в орт y′; 2) ϑ — угол вращения вокруг y′. При этом z переходит в z′; 3) φ_2 — угол вращения вокруг z′. Все вращения происходят по часовой стрелке (если смотреть с конца того орта, вокруг которого производится вращение). Подразумевается, что тройки осей правые.

2. Пусть реакция вида

$$\tilde{p} + p \to Y + \tilde{Y} + N\pi \quad (N = 0, 1, 2, \ldots) \tag{4,7}$$

P-инвариантна. Тогда векторы поляризации Y и $\tilde{Y}$ будут перпендикулярны к импульсу $\mathbf{p}_a$ падающего антипротона и импульсу $\mathbf{p}$ гиперона Y, если по всем переменным, связанным с мезонами, произведено интегрирование. Чжоу Гуан-чжао показал [57], что векторы поляризаций Y и $\tilde{Y}$ (вылетающих в среднем в противоположных направлениях после вышеупомянутого интегрирования) равны по величине и оба либо параллельны, либо антипараллельны вектору $[\mathbf{p}_a \times \mathbf{p}]$. Если поляризация не обращается в нуль при интегрировании по всем углам вылета гиперона, то средняя (перпендикулярная) поляризация Y равна средней поляризации $\tilde{Y}$.

При преобразовании в лабораторную систему перпендикулярная компонента не изменяется [21, 23], поэтому такое же соотношение между поляризациями Y и $\tilde{Y}$ будет иметь место и в лабораторной системе.

3. Пользуясь (4,2) и формулами приложения А, вычислим выражения углового распределения и поляризации продуктов распада $\Lambda \to p + \pi^-$ (или $\tilde{\Lambda} \to \tilde{p} + \pi^+$) через элементы $\langle m|R^{1/2}|n\rangle$.

Ось z квантования для спиновых проекций M гиперона (антигиперона) считаем направленной по импульсу гиперона $\mathbf{p}_\Lambda$ (соответственно антигиперона $\mathbf{p}_{\tilde{\Lambda}}$) в лабораторной системе. Ось y как для Λ, так и для $\tilde{\Lambda}$ считаем параллельной $[\mathbf{p}_a \times \mathbf{p}_\Lambda]$, т. е. направленной по (или против) вектору поляризации Λ или $\tilde{\Lambda}$ (см. выше). В этой системе осей векторы поляризации Λ и $\tilde{\Lambda}$ имеют проекции

$$P_x = P_z = 0, \quad P_y = P^\Lambda. \tag{4,8}$$

Приводим только результаты вычислений. Угловое распределение протонов распада $\Lambda \to p + \pi^-$ имеет вид

$$F(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi}\{|R_-|^2 + |R_+|^2\}\left\{1 - \frac{|R_-|^2 - |R_+|^2}{|R_-|^2 + |R_+|^2} P^\Lambda \sin\vartheta \sin\varphi\right\} \propto$$

$$\propto 1 - \alpha P^\Lambda \cos(\widehat{\mathbf{p}_p \mathbf{P}^\Lambda}), \tag{4,9}$$

где ϑ и φ – сферические углы импульса $\mathbf{p}_p$ протона, отсчитываемые от выбранной системы осей. Для коэффициента асимметрии α более известно выражение $\alpha = 2\,\mathrm{Re}\, R_0 R_1^*/|R_0|^2 + |R_1|^2$ [60]. При интегрировании (4,9) по ϑ и φ получаем, что вероятность распада Λ по каналу $p\pi^-$ равна $|R_-|^2 + |R_+|^2$. Аналогично получим, что вероятность распада $\tilde{\Lambda}$ по каналу $\tilde{p}\pi^+$ равна $|\tilde{R}_-|^2 + |\tilde{R}_+|^2$, что в силу (4,5) равно $|R_+|^2 + |R_-|^2$. Поскольку равны вероятности по соответствующим каналам, и времена жизни должны быть одинаковы. Измеренные времена жизни Λ и $\tilde{\Lambda}$ соответственно равны [44, 58]:

$$(2{,}7 \pm 0{,}1)\cdot 10^{-10}\ \text{сек} \quad \text{и} \quad \left(2{,}8\ {}^{+1{,}1}_{-0{,}7}\right)\cdot 10^{-10}\ \text{сек}.$$

Далее из (4,5) следует, что коэффициенты угловой асимметрии Λ и $\tilde{\Lambda}$ имеют разные знаки: $\alpha = -\tilde{\alpha}$. Поскольку Λ и $\tilde{\Lambda}$ поляризованы одинаково (если они берутся из реакции (4,7)), это означает, что $F(\vartheta, \varphi) = \tilde{F}(\vartheta, -\varphi)$, или что асимметрия вверх-вниз $A = (B - H)/(B + H)$ для Λ и $\tilde{\Lambda}$ вследствие PC-инвариантности имеет разные знаки. (B – число протонов распада, вылетевших в верхнюю полусферу от плоскости

реакции; «вверх» и для Λ, и для $\widetilde{\Lambda}$ определено одинаково, как направление $[\mathbf{p}_a \times \mathbf{p}_\Lambda]$.)

Перпендикулярная к $\mathbf{p}_\Lambda$ и $\mathbf{p}_p$ компонента поляризации распадных протонов

$$P_\perp^p(\vartheta, \varphi) F(\vartheta, \varphi) = \frac{P^\Lambda}{2\pi} (\mathrm{Re}\, R_- R_+^* \cos\varphi + \mathrm{Im}\, R_- R_+^* \cos\vartheta \sin\varphi); \qquad (4,10)$$

$P_\perp^p$ вычислено в с. ц. и. распада. Поскольку это компонента в направлении $[\mathbf{p}_\Lambda \times \mathbf{p}_p]$, она может быть определена и в лабораторной системе как компонента, перпендикулярная к импульсам Λ и распадного протона (ввиду того, что $[\mathbf{p}_\Lambda \times \mathbf{p}_p] \| [\mathbf{p}_\Lambda \times \mathbf{p}_{p\ \text{лаб}}]$). В возможности вычислить такую инвариантную компоненту и заключается достоинство выбранной системы осей zyx.

Сравним средние перпендикулярные компоненты поляризации распадных протонов и антипротонов в каскаде

$$\widetilde{p} + p \to \Lambda + \widetilde{\Lambda} \quad \ldots, \quad \Lambda \to p + \pi^-, \quad \widetilde{\Lambda} \to \widetilde{p} + \pi^+, \qquad (4,11)$$

вылетевших в полусферу $-\pi/2 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$ (назовем ее левой):

$$P_{\perp л}^p = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\varphi \int_0^\pi \sin\vartheta\, d\vartheta P_\perp^p(\vartheta, \varphi) = \frac{2P^\Lambda}{\pi} \mathrm{Re}\, R\, R_+^* = P_{\perp л}^{\widetilde{p}}; \qquad (4,12)$$

здесь использовано (4,5). Напоминаем, что оси z для Λ и $\widetilde{\Lambda}$ разные.

Такое же соотношение имеет место для средних по правой полусфере. Поскольку $P_{\perp л} = -P_{\perp п}$, то в статистику можно включать все протоны (антипротоны), но при усреднении поляризацию протонов из правой полусферы следует брать с обратным знаком:

$$P_{\perp л}^p - P_{\perp п}^p = P_{\perp л}^{\widetilde{p}} - P_{\perp п}^{\widetilde{p}}. \qquad (4,13)$$

Для перпендикулярных компонент, усредненных по области $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$, $0 \leqslant \vartheta \leqslant \pi/2$ (вылет вверх и вперед, краткое обозначение вп), получаем

$$P_{\perp вп}^p = \int_0^\pi d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin\vartheta\, d\vartheta P_\perp^p(\vartheta, \varphi) = \frac{P^\Lambda}{2\pi} \mathrm{Im}\, R\, R_+^* = -P_{\perp вп}^{\widetilde{p}} \qquad (4,14)$$

Имеет место также и такое аналогичное (4,13) соотношение

$$P_{\perp вп}^p - P_{\perp вз}^p - P_{\perp нп}^p + P_{\perp нз}^p = -(P_{\perp вп}^{\widetilde{p}} - P_{\perp вз}^{\widetilde{p}} - P_{\perp нп}^{\widetilde{p}} + P_{\perp нз}^{\widetilde{p}}) \qquad (4,15)$$

(индексы вп, вз, нп и нз соответственно обозначают вверх и вперед, вверх и назад, вниз и вперед, вниз и назад).

Изложенное иллюстрирует, как получаются вытекающие из PC-инвариантности, т. е. из равенств (4,5), соотношения между угловыми распределениями и поляризациями продуктов распада частицы и античастицы. В общем виде такие соотношения выводятся в приложении Б.

3. Предположим, что экспериментально подтверждены равенство времен жизни, соотношение $\alpha = -\widetilde{\alpha}$ и соотношения (4,13) и (4,15) (табл. III). Следуют ли из этих соотношений уравнения (4,5)? Оказывается, что система

$$\left.\begin{aligned} |R_+|^2 + |R_-|^2 &= |\widetilde{R}_+|^2 + |\widetilde{R}_-|^2, \\ |R_-|^2 - |R_+|^2 &= -|\widetilde{R}_-|^2 + |\widetilde{R}_+|^2, \\ \mathrm{Im}\, R_- R_+^* &= \mp \mathrm{Im}\, \widetilde{R}_- \widetilde{R}_+^*, \\ \mathrm{Re}\, R\, R_+^* &= \pm \mathrm{Re}\, \widetilde{R}_- \widetilde{R}_+^* \end{aligned}\right\} \qquad (4,16)$$

действительно имеет своим решением (4,5) независимо от варианта знаков в последних двух уравнениях. Знаки $\pm$ поставлены на тот случай, если знак поляризации $P^{\tilde{p}}_{\perp}$ антипротона не будет определен (см. работу [11]). Для наших целей не нужен также знак поляризации протона.

4. *T- и PCT-инвариантности.* Взаимодействие продуктов распада Λ относится к разряду сильных. Однако соответствующие фазы $\pi\Lambda$-взаимодействий при ~ 30 *Мэв* все меньше 10^{-2}. Если совсем пренебречь взаимодействием, то из T-инвариантности и эрмитовости R-матрицы следует (см. приложение Б, п. 2):

$$\langle m | R^{1/2} | \rangle = \Xi_0 \langle | R^{1/2} | m \rangle = \Xi_0 \langle m | R^{1/2} | \rangle^*, \tag{4,17}$$

откуда $\operatorname{Im} R_+ R_+^* = 0$. Поэтому правая и левая части (4,14) и (4,15) должны обращаться в нуль (см. табл. III).

Комбинацией (4,5) и (4,17) получается «правило отбора» из PCT-инвариантности:

$$\langle m | R^{1/2} | \rangle = K \Xi_0 \langle m | \tilde{R}^{1/2} | \rangle^* \tag{4,18}$$

Отсюда следует: $\operatorname{Re} R_+ R_+^* = \operatorname{Re} \tilde{R}_+^* \tilde{R}_+$, т. е. такое же соотношение, как и из (4,5), но $\operatorname{Im} R_+ R_+^* = \operatorname{Im} \tilde{R}_+ \tilde{R}_+^* = -\operatorname{Im} \tilde{R}_+ \tilde{R}_+^*$. Это значит, что если в правой части (4,15) заменить знак $-$ на $+$, то получим соответствующее следствие PCT-инвариантности (см. табл. III).

Таблица III

Распады Λ и $\tilde{\Lambda}$

Измеряемая величина	PC	PCT	T
Асимметрия вверх-вниз $A = (B - H)/(B + H)$ для Λ и $\tilde{\Lambda}$	$A = -\tilde{A}$ или $\alpha = -\tilde{\alpha}$	$A \cong -\tilde{A}$	
Перпендикулярная к $\mathbf{p}_\Lambda (\mathbf{p}_{\tilde{\Lambda}})$ и $\mathbf{p}_p (\mathbf{p}_{\tilde{p}})$ компонента поляризации распадного протона (антипротона)	$P^p_{\perp л} = P^{\tilde{p}}_{\perp л}$	$P^p_{\perp л} \cong P^{\tilde{p}}_{\perp л}$	
	$P^p_{\perp вп} = -P^{\tilde{p}}_{\perp вп}$	$P^p_{\perp вп} \cong -P^{\tilde{p}}_{\perp вп}$	$P^p_{\perp вп} \cong 0 \cong P^{\tilde{p}}_{\perp вп}$

В принципе можно проверить PCT, даже если не пренебрегать πN-взаимодействием. Для этого нужно произвести полный опыт для Λ и узнать R_+ и R_-. Затем с помощью соотношений (ср. (Б,14))

$$K^* \langle m | \tilde{R}^{1/2} | \rangle^* = \sum_n \langle m | U^* | n \rangle \langle n | R^{1/2} | \rangle, \tag{4,19}$$

заменяющих (4,18), можно найти $\tilde{R}_+$ и $\tilde{R}_-$ и вычислить ожидаемые результаты опытов для $\tilde{\Lambda}$ (угловое распределение и поляризация антипротонов). Заметим еще раз, что при этом не должно получаться точное равенство весов каналов $\Lambda \to p + \pi^-$, $\tilde{\Lambda} \to \tilde{p} + \pi^+$, а также $\Lambda \to n + \pi^0$ и $\tilde{\Lambda} \to \tilde{n} + \pi^0$, но только определенное соотношение между ними.

В более простом случае распада $\Sigma^- \to n + \pi^-$, когда имеется всего один канал, Чжоу Гуан-чжао[63] получил следующее выражение для отношения коэффициентов асимметрии:

$$\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} = -\frac{\cos(\Delta_s - \Delta_p)(\delta_s - \delta_p))}{\cos(\Delta_s - \Delta_p)(\delta_s - \delta_p))}, \qquad (4,20)$$

где δ_s и δ_p - фазы $\pi^- n$ и π - n-рассеяния при 120 *Мэв* ($\delta_s - \delta_p = -17°$), а фаза Δ_s определяется как разность фаз элемента $\langle l=0 | R | \Sigma^- \rangle$ и фазы δ_s:

$$\langle l=0 | R | \Xi \rangle = |\langle l=0 | R | \Sigma^- \rangle| e^{i(\Delta_s + \delta_s)}$$

Аналогично определяется $\Delta_p (l=1)$.

Если распад $\Sigma^- \to n + \pi^-$ T-инвариантен, то $\Delta_s = \Delta_p = 0$, тогда $\tilde{\alpha}/\alpha = -1$ (как и в случае PC-инвариантности, поскольку инвариантность относительно PCT предполагается). Если же, например, окажется $\Delta_s - \Delta_p \sim 90°$, то отношение (4,20) может оказаться даже положительным. Распад не будет PCT-инвариантным, если вычисленное по формуле (4,20) значение $\tilde{\alpha}$ не совпадает с измеренным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проделанные эксперименты не противоречат предположению о PC- или PCT-инвариантности рассмотренных процессов. Следовательно, необходимы дополнительные специальные эксперименты, если мы хотим узнать, какая из инвариантностей, PC или PCT (или обе вместе), имеет место в действительности*). Это эксперименты такого же характера, какие требуются для проверки T-инвариантности (см. табл. I и III). Нужно измерять перпендикулярные компоненты векторов поляризации частиц распада. Трудности таких измерений усугубляются тем, что для наших целей их надо произвести и с отрицательно заряженными частицами, которые деполяризуются или же захватываются веществом (μ - и K -мезоны). Заметим, что сейчас T-инвариантность установлена более или менее надежно только для β-распада нейтрона [56, 61].

Перечислим эксперименты, которые желательно поставить с целью дальнейшей проверки и различения PC- и PCT-инвариантностей. (Большая часть этих экспериментов была предложена в работах [14, 15 71].)

1. Измерение поляризаций μ^+-мезонов в $\pi^{\pm}$- и $K^{\pm}_{\mu 2}$-распадах, см. § 2 и 3.

2. Измерение асимметрии вперед-назад в $\pi \to \mu \to e$ - и $K \to \mu \to e$ - каскадах.

3. Измерение перпендикулярной компоненты поляризации e^+ и e^- в $\pi \to \mu \to e$-каскаде (при этом надо обеспечить сохранение поляризации μ-мезонов, см. § 2), а также в $K_{\mu 2} \to \mu \to e$-каскаде.

4. Измерение угловых распределений в распадах $K^-_{3л}$, $K^{\pm}_{\mu 3}$ и $K^{\pm}_{e3}$. В последних двух желательно измерить также поляризацию μ и e.

5. Уточнение равенства времен жизни, а также измерения весов разных каналов распадов гиперонов и антигиперонов. Измерения угловых распределений и поляризаций продуктов их распада.

---

*) Строго говоря, проделанные эксперименты (по π- и μ-распадам, например) не могут опровергнуть утверждения: «PC-инвариантности нет, но есть PCT-инвариантность» (или: «нет PCT-, но есть PC-инвариантность»).

ПРИЛОЖЕНИЕ

А. СВЕДЕНИЯ ИЗ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РЕАКЦИЙ

1. В § 4 для распадов вида $a \to 1+2$ была приведена формула (4,1), следующая из закона сохранения полного момента. Употребленный в § 4 способ задания состояния свободной частицы путем указания ее импульса и проекции спина m на направление импульса (helicity) возможен как для частиц ненулевой, так и нулевой массы покоя [16,17]. Поэтому формула (4,1) годится также и для распада $\pi \to \mu + \nu$ (в случае «двухкомпонентного нейтрино» его проекция m_2 и, следовательно, проекция спина μ-мезона m_1 принимают только одно значение).

В случае распада $a \to 1+2+3$ [19]

$$\langle \mathbf{p}^{(1)}\mathbf{p}^{(2)} m_1 m_2 m_3 \mid U \mid M\rangle = \frac{1}{4\pi}\sqrt{2J+1}\sum_{j,\,m} D^{J}_{m_3;\,m_2,\,m}(-\pi,\ \vartheta_2,\ \pi\quad \varphi_2)\sqrt{2j+1}\cdot \tag{A,1}$$

$$D^{J}_{m;\,m_1,\,M}(-\pi,\ \vartheta,\ \pi\quad \varphi_1)\langle m_1 m_2 m_3/mp^{(1)}\quad l^{J}\ \rangle.$$

Относительные импульсы $\mathbf{p}^{(1)}$ и $\mathbf{p}^{(2)}$ здесь имеют особое определение [65]: $\mathbf{p}^{(1)}$ есть суммарный импульс частиц 2 и 3 в лоренцевской с. ц. и. K_{123} трех частиц 1, 2, 3; он равен $-\mathbf{p}_1$, т. е. антипараллелен импульсу частицы 1 в K_{123}; $\mathbf{p}^{(2)}$ — импульс частицы 2 в лоренцевской системе K_{23}, где суммарный импульс 2 и 3 равен нулю. Выражение $\mathbf{p}^{(2)}$ через импульсы $\mathbf{p}_2$ и $\mathbf{p}_3$ частиц 2 и 3 в K_{123} приведено в работах [19] и [66]. ϑ_1, φ_1 обозначают сферические углы $\mathbf{p}^{(1)}$, отсчитываемые от некоторой тройки ортов O_i, относительно которых проквантовано спиновое состояние распадающейся частицы (проекция M). ϑ_2 и φ_2 — сферические углы $\mathbf{p}^{(2)}$, отсчитываемые от тройки ортов O_i, определяемой следующим образом: $\mathbf{z}_1 \parallel \mathbf{p}^{(1)}$, $\mathbf{y}_1 \parallel [\mathbf{z}_a \mathbf{p}^{(1)}]$, где $\mathbf{z}_a$ — третья ось O_i. Проекции m_1 квантуются относительно ортов O_1, а m_2 и m_3 суть спиновые проекции на $\mathbf{p}^{(2)}$.

2. Для формулировки правил отбора P-, T- и PCT-инвариантностей в терминах наблюдаемых величин оказывается удобным ввести так называемые циклические проекции определенного в § 1 вектора поляризации $\mathbf{P}$ и оператора $\boldsymbol{\sigma}$ $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$

$$P_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(P_x - iP_y) = \mathrm{Sp}\,(\sigma_{-1}\varrho),\quad P_0 = P_z;$$

$$P_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(P_x + iP_y)/\sqrt{2} = -P^{*}_{-1}, \tag{A,2}$$

$$\sigma_{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\quad \sigma_0 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\quad \sigma_{+1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \tag{A,3}$$

Матрицу плотности ϱ теперь можно представить в виде

$$\varrho = {}^1\!/_2 I + {}^1\!/_2 \sum_{\tau=-1}^{+1} (\sigma^{I}_{\tau} P_{\tau}) \tag{A,4}$$

(t означает транспонирование). Всюду в дальнейшем проекция P_z P_0 означает проекцию вектора поляризации на импульс частицы.

4. Если волновая функция Ψ' продуктов реакции представляется в виде $\Psi' = U\Psi_0$, то их матрица плотности выражается через матрицу плотности ϱ_0 начального состояния и U следующим образом (см. [20], разд. 4): $\varrho' = U\varrho_0 U^{+}$.

Введем в это соотношение вместо матрицы плотности каждой частицы величины $\mathrm{Sp}\,\varrho$ и P_τ ($\tau = -1,0,+1$). Результат вычислений (см. [20], разд. 4) запишем в виде единой формулы, охватывающей как выражение $F = \mathrm{Sp}\,UU^{+}/2$ для углового распределения продуктов распада неполяризованной частицы, так и более сложные формулы для их поляризации при поляризованной распадающейся частице:

$$\varrho'(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ p^{(1)};\ \vartheta_2,\ \varphi_2\ \ldots;\ q_1\tau_1,\ q_2\tau_2\ \ldots) =$$

$$= \sum_{q_a\tau_a} (q_1\tau_1 q_2\tau_2\ \ldots \mid W(\vartheta_1,\ \varphi_1, p^{(1)};\ \vartheta_2,\ \varphi_2\ \ldots) \mid q_a\tau_a)\,\varrho_0(q_a\tau_a), \tag{A,5}$$

$$(q_1\tau_1 q_2\tau_2\ \ldots \mid W(\vartheta_1,\ \varphi_1\ldots) \mid q_a\tau_a) = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,\sigma^{q_1}_{\tau_1}\sigma^{q_2}_{\tau_2}\ \ldots\ R\sigma^{lq_a}_{\tau_a}R^{l} \tag{A,6}$$

Развернутую запись (А, 6) см. в приложении Б. σ^{q}_{τ} для частицы со спином ${}^1\!/_2$ обозначает $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ при $q = 0$ и $\tau = \sigma^{1}_{\tau} = \sigma_\tau$, $\tau = -1,0,+1$; для частицы со спином 0 $\sigma^{q}_{\tau} = 0$ при $q \neq 0$ и $\sigma^{0}_{0} = 1$. Вместо U-матрицы мы ввели матрицу перехода R, см. § 1.

Остальные обозначения: $\varrho_0(0,\ 0)=1$ означает число распадающихся частиц и $\varrho_0(1,\ \tau)=P_\tau$— циклические проекции их вектора поляризации. $\varrho^1(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ p^{(1)};\ \vartheta_2\varphi_2\ldots;\ 00;\ 00)$ означает угловое распределение $I(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ p^{(1)},\ \vartheta_2;\ \varphi_2\ldots)$ продуктов реакции (а также их распределение по модулям относительных импульсов [65]). $\varrho'(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ p^{(1)};\ \vartheta_2,\ \varphi_2\ldots;1\tau;\ 00\ldots)/I(\vartheta_1,\varphi_1,p^{(1)};\ \vartheta_2,\varphi_2\ldots)$— циклические проекции вектора поляризации продукта распада 1, испущенного в направлении ϑ_1,φ_1 (с импульсом $p^{(1)}$), при условии, что другие частицы вылетели в направлениях, характеризуемых углами $\vartheta_2,\ \varphi_2$ и т. д. Эти проекции отнесены к тройке ортов O_1, определенной выше в п. 1.

Б. ПРАВИЛА ОТБОРА, ВЫТЕКАЮЩИЕ ИЗ *PC*-, *T*-, *PCT*-ИНВАРИАНТНОСТЕЙ

1. *PC-инверсия.* Если процесс $a\to1+2+3$ инвариантен относительно PC, то (см. § 1, п. 3)

$$\langle PC\,|\,\mathbf{p}^{(1)}\mathbf{p}^{(2)}m_1m_2m_3\rangle,\ RPC\,|\,\mathbf{p}_aM\rangle)=(|\,\mathbf{p}^{(1)}\mathbf{p}^{(2)}m_1m_2m_3\rangle,\ R\,|\,\mathbf{p}_aM\rangle). \qquad (\text{Б},1)$$

Спиновые проекции не изменяются при пространственном отражении, но у нас теперь оси квантования z для m параллельны направлениям импульсов, которые при отражении меняются на противоположные. Оси квантования y для m при отражении не меняются. Действительно, для начального состояния единственным дополнительным выделенным направлением, кроме направления $\mathbf{z}_a$ импульса a в лабораторной системе, может быть только направление поляризации, которая является псевдовектором и при отражении не меняется. Ось y_1 (см. § 1) тоже не изменяется: $\mathbf{y}_1\|[\mathbf{p}_a\times\mathbf{p}^{(1)}]\,\|\,[-\mathbf{p}_a\times\times-\mathbf{p}^{(1)}]$. Аналогично $\mathbf{y}_2'\|\mathbf{y}_2$ (для квантования m_2 и m_3). Обозначим соответственно через O_a',O_1', O_2' «отраженные» тройки ортов, у которых орты $\mathbf{z}$ отражены, а орты $\mathbf{y}$ нет. Нам надо отнести спиновые проекции в левой части (Б, 1) к этим новым ортам, чтобы сохранить и после отражения определение их как проекций на направление импульса. Заметим, что O' отличаются от O только поворотом на 180° вокруг осей y. Волновая функция Ψ_m состояния с определенной проекцией m на старую ось z следующим образом выражается через спиновые функции $\Phi_{m'}$ с определенными проекциями m' на новую ось z:

$$\Psi_m=\sum_{m'=-s}^{+s}\Phi_{m'}D^s_{m',\,m}(0,\ \pi,\ 0)=(\quad 1)^{s+m}\Phi_{-m}. \qquad (\text{Б},2)$$

Поэтому

$$\langle PC\,|\,\mathbf{p}^{(1)}\mathbf{p}^{(2)}m_1m_2m_3\rangle,\ RPC\,|\,\mathbf{p}_aM\rangle)=$$

$$=(-1)^{m_1+m_2+m_3-M}K\,(|-\mathbf{p}^{(1)},\ -\mathbf{p}^{(2)},\quad m_1,\ -m_2,\quad m_3\rangle,\ \widetilde{R}\,|\,-\mathbf{p}_a,\quad M\rangle). \qquad (\text{Б},3)$$

Знак $\sim$ над R означает, что матричный элемент в правой части описывает процесс с соответствующими античастицами. K — несущественное для дальнейшего произведение фазовых множителей $\exp i\eta$ и $(-1)^s$.

Формула (А,1) означает, что элемент U или R зависит не от направлений $\mathbf{z}_a$, $\mathbf{p}^{(1)}$ и $\mathbf{p}^{(2)}$ в отдельности, а от их взаимной ориентации. Точнее, он зависит от эйлеровых углов $\{-\pi,\ \vartheta_1,\ \pi-\varphi_1\}$ и $\{-\pi,\ \vartheta_2,\pi-\varphi_2\}$, указывающих ориентацию O_1 относительно O_a и O_2 относительно O_1 (см. § 4, п. 1; подробности в работе [67]). Легко убедиться (хотя бы на пространственной модели), что если эта ориентация ранее задавалась углами $\vartheta_1,\ \varphi_1$; $\vartheta_2,\ \varphi_2$, то ориентация O_1' относительно O_a' и O_2' относительно O_1' задается углами $\vartheta_1,-\varphi_1$; $\vartheta_2,-\varphi_2$ соответственно.

Итак, из (Б,3) и (Б,1) получаем соотношение

$$\langle m_1m_2m_3\,|\,R\,(\vartheta_1,\ \varphi_1,p^{(1)};\ \vartheta_2,\ \varphi_2)\,|\,M\rangle=$$

$$=K\,(-1)^{m_1+m_2+m_3-M}\langle-m_1,\quad m_2,\quad m_3\,|\,\widetilde{R}\,(\vartheta_1,\quad\varphi_1,\ p^{(1)};\ \vartheta_2,\quad-\varphi_2)\,|\,-M\rangle. \qquad (\text{Б},4)$$

Получим вытекающее отсюда правило отбора в терминах коэффициентов W; см. (А,6).

Выпишем формулу (А,6) в развернутом виде:

$$(q_1\tau_1q_2\tau_2\ \ldots\,|\,W\,(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ \ldots)\,|\,q_a\tau_a)=\tfrac{1}{2}\sum'(\sigma^{q_1}_{\tau_1})_{m_1',\,m_1}(\sigma^{q_2}_{\tau_2})_{m_2'm_2}\ldots$$

$$\ldots\,\langle m_1m_2\ \ldots\,|\,R\,(\vartheta_1,\ \varphi_1\ \ldots)\,|\,M\rangle\,\langle m_1'm_2'\ \ldots\,|\,R\,(\vartheta_1\varphi_1\ \ldots)\,|\,M'\rangle^*(\sigma^{q_a}_{\tau_a})_{M,\,M'}. \qquad (\text{Б},5)$$

$\sum'$ означает суммирование по всем дважды встречающимся индексам. Подставим

вместо элементов R в (Б,5) равные им правые части соотношений (Б,4):

$$-\tfrac{1}{2}\sum(\sigma^{q_1}_{\tau_1})_{m_1',m_1}\ldots(-1)^{m_1+m_2+\ldots-M}\langle -m_1,\ m_2\ldots|\widetilde{R}(\vartheta_1,\ -\varphi_1,\ldots)|-M\rangle\times$$

$$\times(-1)^{-m_1'-m_2'-\ldots+M'}\langle m_1',\ m_2',\ldots|\widetilde{R}(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ldots)|M'\rangle^*(\sigma^{q_a}_{\tau_a})_{M,M'}\ldots \quad (Б,6)$$

Исходя из определений матриц σ^q_τ (см. приложение А) и из выражений (А,3) для σ_{+1}, σ_0, σ_{-1}, можно проверить, что σ^q_τ обладают свойствами

$$(\sigma^q_\tau)_{m',m}=(-1)^q(\sigma^q_{-\tau})_{-m',-m}. \quad (Б,7)$$

Вставим правые части (Б,7) в (Б,6) вместо $(\sigma^q_\tau)_{m',m}$ и сменим обозначения индексов суммирования: вместо m введем $-\widetilde{m}$. Сумма от этого не изменится: так как m пробегают значения $+1/2$ и $-1/2$, это будет означать только перегруппировку членов суммы. Замечая еще, что $(-1)^{m-m'}=(-1)^\tau$ для ненулевых элементов σ^q_τ, (Б,6) можно продолжить так:

$$-\tfrac{1}{2}\sum(-1)^{q_1-\tau_1}(\sigma^{q_1}_{-\tau_1})_{\widetilde{m}_1',\widetilde{m}_1}(-1)^{q_2-\tau_2}(\sigma^{q_2}_{-\tau_2})_{\widetilde{m}_2',\widetilde{m}_2}\ldots$$

$$\ldots\langle\widetilde{m}_1\ldots|\widetilde{R}(\vartheta_1,\ \varphi_1,\ldots)|\widetilde{M}\rangle\langle\widetilde{m}_1'\ldots|\widetilde{R}(\vartheta_1,\ \varphi_1\ldots)|\widetilde{M}'\rangle^*(-1)^{q_a-\tau_a}(\sigma^{q_a}_{-\tau_a})_{\widetilde{M},\widetilde{M}'}\ldots \quad (Б,7')$$

Сравнивая полученное выражение с определением (Б,5) для W-коэффициента, видим, что оно равно

$$(-1)^{q_1+q_2+\ldots+q_a}(-1)^{\tau_1+\tau_2+\ldots+\tau_a}(q_1,\ -\tau_1,q_2,\ -\tau_2\ldots|W(\vartheta_1,\ \varphi_1\ldots)|q_a\ -\tau_a),$$

т. е. мы получаем соотношение

$$(q_1\tau_1q_2\tau_2q_3\tau_3|W((\vartheta_1,\varphi_1,p^{(1)};\ \vartheta_2,\varphi_2)|q_a\tau_a)=$$

$$=(-1)^{q_1+q_2+q_3+q_a}(-1)^{\tau_1+\tau_2+\tau_3+\tau_a}\times$$

$$\times(q_1,-\tau_1q_2\ -\tau_2q_3\ -\tau_3|\widetilde{W}(\vartheta_1,\ \varphi_1,p^{(1)};\ \vartheta_2,-\varphi_2)|q_a,-\tau_a) \quad (Б,8)$$

Оно отличается от полученного в [68] правила отбора, вытекающего из P-инвариантности, только тем, что в правой части (Б,8) стоят W-коэффициенты для зарядово-сопряженного процесса.

Соответствующее (Б, 8) соотношение для распада $a\to1+2$ получается удалением из (Б, 8) индексов q_3, τ_3 и $p^{(1)}$, ϑ_2, φ_2.

Простейшее следствие из (Б, 8) получается, когда все q и τ равны нулю: угловые распределения продуктов распада неполяризованных частицы и античастицы равны. Поскольку интеграл по всем углам от углового распределения не зависит от поляризации частицы *), простейшее следствие (Б. 8) ведет также к равенству времен жизни частицы и античастицы и равенству весов соответствующих (взаимно зарядово сопряженных) каналов распада.

2. *Обращение времени по Вигнеру.* Из соотношений (1,6), (1,7) и (Б, 2) аналогично предыдущему (так же как и в предыдущем пункте, требуется переотнесение m-проекций к «отраженным» тройкам ортов) получаем для распада $a\to1+2\ldots$

$$\langle m_1m_2\ldots|R(\vartheta_1,\varphi_1\ldots)|M\rangle=\Xi\langle M|R(\vartheta_1,\ \varphi_1\ldots)|m_1m_2\ldots\rangle \quad (Б,9)$$

Ξ определяется аналогично К в (Б, 3) и (Б, 4).

С помощью (4, 1) и (А, 1) можно показать, что в m_1m_2JM-представлении (Б,9) превращается в соотношение

$$\langle m_1m_2\ldots|R^J|M\rangle=\Xi_0\langle M|R^J|m_1m_2\ldots\rangle. \quad (Б,10)$$

Если выбрать фазовые множители так, чтобы $\Xi_0=1$ (Ξ_0 не равно Ξ), то (Б,10) будет означать, что матрица R^J симметрична вследствие T-инвариантности.

---

*) Исходя из (А, 6), (А, 1) и (Г,2) можно показать, что

$$\int\int d\cos\vartheta_1\,d\varphi_1\int\int d\cos\vartheta_2\,d\varphi_2\,(000000|W(\vartheta_1,\varphi_1\ldots)|q_a\tau_a)\sim\delta_{q_a,0}\delta_{\tau_a,0}.$$

Если продукты распада взаимодействуют слабо, то $R^+ = R$ (см. § 1, п. 4); тогда (Б, 9) можно переписать в виде

$$\langle m_1 m_2 \ldots | R(\vartheta_1 \varphi_1 \ldots) | M\rangle = \Xi \langle m_1 m_2 \ldots | R(\vartheta_1, \quad \varphi_1 \ldots) | M\rangle^*, \qquad (\text{Б},11)$$

откуда следует такое правило отбора:

$$\langle q_1 \tau_1 \ldots | W(\vartheta_1, \varphi_1 p^{(1)}; \vartheta_2, \varphi_2 \ldots) | q_a \tau_a\rangle =$$

$$= (-1)^{\tau_1 + \ldots + \tau_a} \langle q_1, -\tau_1 \ldots | W(\vartheta_1, -\varphi_1, p^{(1)}; \vartheta_2, -\varphi_2 \ldots) | q_a - \tau_a\rangle. \qquad (\text{Б},12)$$

Доказательство его аналогично приведенному выше выводу (Б,8). Отличия: после использования (Б,11) надо воспользоваться вместо (Б,7) соотношением

$$(\sigma^q_\tau)_{m', m} = (-1)^\tau (\sigma^q_{-\tau})_{m, m'}. \qquad (\text{Б},13)$$

Кроме того, не нужна замена $m \to -\widetilde{m}$.

Разберем случай сильного взаимодействия продуктов распада. В § 1, п. 4 было показано, что в соотношении (1,9) под n можно понимать только такие состояния n (на которые может распадаться частица a), которые могут переходить в состояния f в результате сильного взаимодействия.

Поскольку $\langle f | R^+ | a\rangle = \langle a | R | f\rangle^*$, то (1,9) связывает матричные элементы прямой $a \to n$ (в том числе $a \to f$) и обратной реакций, как и соотношения (Б, 9) или (Б, 10). Согласно (Б, 10) (если $\Xi_0 = 1$) имеем $\langle f | R^+ | a\rangle = \langle f | R | a\rangle^*$, что́ вместе с (1,9) приводит в общем случае к следующему уравнению для матричных элементов процессов $a \to n$ (ср.[63]):

$$\langle f | R | a\rangle^* = \sum_n \langle f | U^+ | n\rangle \langle n | R | a\rangle. \qquad (\text{Б},14)$$

Конечно, все соответствующие элементы сильных процессов (фазы) должны быть известны.

Подчеркнем, что их можно получить, изучая отдельно процессы рассеяния и прочие сильные взаимодействия. Например, для распада $\Sigma^- \to \pi^- + n$ достаточно знать фазы $\pi^- + n \to \pi^- + n$-рассеяния (см., например, [62]). Действительно, поскольку $U^+(t, 0) = U^{-1}(t, 0) = U(0, t)$, то (1, 9) фактически имеет вид $R^+(t, 0) = U(0, t) R(t, 0)$. $U(0, t)$ осуществляет обратную эволюцию продуктов распада от момента времени t до момента $t = 0$. Сначала они сходятся (как свободные частицы, если радиус r_0 их сильного взаимодействия конечен); в момент распада τ они находятся в малом объеме и взаимодействуют; к моменту $t = 0$ они уже разошлись и могут считаться свободными, если радиус r_0 конечен, а их относительная скорость v не очень мала, так что $r_0/v \ll \tau$. Численно элементы $U(0, t)$ равны элементам $U^+(t, 0)$, которые можно считать равными элементам $U^+(t, -t)$ (или даже $U^+(\infty, -\infty)$), поскольку и в том и в другом случае начальные и конечные состояния являются состояниями свободных частиц, а вероятности реакций в единицу времени, вычисленные с помощью $U(t, 0)$ или $U(t, -t)$, практически совпадают, если $r_0/\vartheta \ll \tau$.

3. Правило отбора, следующее из PCT-инвариантности в случае слабого взаимодействия продуктов распада, получаем комбинированием (Б, 8) и (Б, 12):

$$\langle q_1 \tau_1 \ldots | W(\vartheta_1, \varphi_1 p^{(1)}; \vartheta_2, \varphi_2 \ldots) | q_a \tau_a\rangle =$$

$$= (-1)^{q_1 + \ldots + q_a} \langle q_1 \tau_1 \ldots | \widetilde{W}(\vartheta_1, \varphi_1, p^{(1)}; \vartheta_2, \varphi_2 \ldots) | q_a \tau_a\rangle. \qquad (\text{Б},15)$$

Как и из (Б, 8), при всех q и τ, равных нулю, отсюда получается равенство угловых распределений продуктов распада a и $\widetilde{a}$, равенство их времен жизни [27, 28] и равенство весов соответствующих каналов распада [14, 9]. Покажем, что равенство полных вероятностей распада (времен жизни) получается и в случае сильного взаимодействия продуктов распада.

Для полной вероятности распада $\widetilde{\lambda}_{\text{полн}}$ античастицы имеем выражение

$$\widetilde{\lambda}_{\text{полн}} = Tr\widetilde{Q}' = Tr\widetilde{R}\varrho_0\widetilde{R}^\dagger = Tr(U^\dagger R)^* \varrho_0 (U^\dagger R)^{*\dagger} =$$

$$= \sum_f \sum_{n', n''} \langle f | U^{\dagger *} | n'\rangle \langle n' | R^* | a\rangle \langle a | R^{*\dagger} | n''\rangle \langle n'' | U^* | f\rangle, \qquad (\text{Б},16)$$

где Tr или $\sum_f$ означает суммирование по всем каналам (и в каждом канале — интегрирование по всем импульсным переменным и суммирование по всем спиновым). Имеем

$$\sum_f \langle f | U^{\dagger *} | n'\rangle \langle n'' | U^* | f\rangle = \delta_{n', n''},$$

если состояния f исчерпывают все состояния, достижимые из состояний n', n'' т. е. из состояния a в конечном счете. Поэтому из (Б,16) вытекает

$$\widetilde{\lambda}_{\text{полн}} = Tr R^* \varrho_0 R^{*\dagger} = \lambda_{\text{полн}};$$

ϱ_0 — матрица плотности, описывающая какое-нибудь чистое состояние $|a\rangle$ цеста бильной частицы.

Аналогичным образом мы получим равенство весов каналов $a \to f_0$ и $\widetilde{a} \to \widetilde{f}_0$, если состояния f_0 выделенного канала в результате сильного взаимодействия не переходят в остальные состояния f. В этом случае сумма $\sum_{f_0} \langle f_0 | U^\dagger | n' \rangle \langle n'' | U | f_0 \rangle$ близка к нулю, если n' и n'' не совпадают ни с одним из состояний f_0. Далее,

$$\sum_{f_0} \langle f_0 | U^\dagger | f_0' \rangle \langle f_0'' | U | f_0 \rangle = \sum_{f} \langle f | U^\dagger | f_0' \rangle \langle f_0'' | U | f \rangle = \delta_{f_0', f_0''},$$

поскольку $\langle f_0' | U^\dagger | f \rangle \simeq 0$, если f не совпадает с f_0'.

В. *PC*- И *PCT*-ИНВАРИАНТНОСТЬ В КАСКАДЕ $\pi \to \mu \to e$

Мы видели, что в простых частных случаях формулировки (Б, 8) и (Б,15) сразу дают следствия *PC*- и *PCT*-инвариантностей в терминах экспериментально наблюдаемых величин. Легко также видеть, что когда $q_1 = 1$, $\tau_1 = 0$, а остальные q и τ равны нулю, — как из (Б, 8), так и из (Б, 15) вытекает уже полученный нами в § 2 результат: продольные компоненты поляризации μ^+- и μ^--мезонов от распадов покоящихся π-мезонов имеют противоположные знаки.

Сейчас на примере каскада $\pi \to \mu \to e$ мы проиллюстрируем, как из правил отбора (Б, 8) и (Б,15) следует получать все остальные следствия: соотношения между угловыми распределениями и поляризациями частиц во взаимно зарядовосопряженных процессах.

Как было установлено в § 2, мы знаем относительные спиновые состояния μ^+- и μ^--мезонов, если они взяты от распадов π^+- и π^--мезонов. Следует только учесть, что в лабораторной системе вектор поляризация μ-мезона будет иметь и непродольную компоненту (см. § 2, п. 1). Выберем такую тройку осей для распада $\mu \to e + \nu + \widetilde{\nu}$: ось $z_a \parallel \mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}$, а ось $y_a \parallel [\mathbf{p}_{\pi\,\text{лаб}} \times \mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}]$.

Тогда непродольная компонента будет направлена вдоль оси x_a, а проекции векторов поляризации μ^+ и μ^-, вылетевших под одинаковыми углами к направлению $\mathbf{p}_{\pi\,\text{лаб}}$, связаны следующим образом:

$$P^+_{z_a} = -P^-_{z_a}, \qquad P^+_{x_a} = -P^-_{x_a}, \qquad P^+_{y_a} = P^-_{y_a} = 0. \tag{В,1}$$

Нам понадобятся соответствующие (В,1) соотношения для циклических проекций $\mathbf{P}$. Ввиду того что $P_y = 0$, имеем два эквивалентных выражения

$$P^+_\nu = -P^-_\nu, \qquad \nu = -1, 0, +1, \tag{В,2}$$

$$P^+_\nu = (-1)^{1+\nu} P^-_{-\nu}, \qquad \nu = -1, 0, +1. \tag{В,2'}$$

Общая формула для углового распределения и поляризации электронов распада $\mu^+ \to e^+ + \nu + \widetilde{\nu}$ получается из (А,5) интеграцией по углам вылета нейтрино (т. е. по углам ϑ_2, φ_2; см. приложение А):

$$\varrho'(\vartheta, \varphi; q\tau 0000) = (q\tau\, 0000 \mid W(\vartheta, \varphi) \mid 00)\, \varrho_0(0, 0) + \sum_\nu (q\tau\, 0000 \mid W(\vartheta, \varphi) \mid 1\nu)\, P^+_\nu. \tag{В,3}$$

Четыре нуля обозначают суммирование по поляризациям нейтрино; в дальнейшем они опускаются. ϑ — угол между $\mathbf{p}_{\mu\,\text{лаб}}$ и импульсом $\mathbf{p}^{(1)}$ электрона в с. ц. и. μ-мезона. Заметим, что первый член правой части (В,3) не зависит от ϑ, φ и не равен нулю, только если $\tau = 0$.

Если μ-распад *PC*-инвариантен, то ввиду (Б,8) и (В,2') равенство (В,3) приводит к такому соотношению:

$$\varrho'(\vartheta, \varphi; q\tau) = (-1)^{q+\tau} (q - \tau \mid \widetilde{W} \mid 00) \cdot 1 + \sum_\nu (-1)^{q+\tau} (q - \tau \mid \widetilde{W}(\vartheta, -\varphi) \mid 1, -\nu)\, (-1)^{1+\nu} (-1)^{1+\nu} P^-_{-\nu} =$$

$$= (-1)^{q+\tau} \widetilde{\varrho}'(\vartheta, -\varphi; q, -\tau); \tag{В,4}$$

а из *PCT*-инвариантности с помощью (В,2) следует

$$\varrho'(\vartheta,\varphi;\ q\tau)=(-1)^q\,(q\tau\,|\,\widetilde{W}\,|\,00)\cdot 1+$$
$$+\sum_{\nu}(-1)^q\,(q\tau\,|\,\widetilde{W}(\vartheta,\varphi)\ \ 1\nu)\,(-1)^1\,(-P_{\nu}^{-})=(-1)^q\,\widetilde{\varrho}'(\vartheta,\varphi;\ q\tau). \quad (\text{В},5)$$

Частные следствия (В, 4) и (В, 5) были перечислены в пунктах 1,2 и 3 § 2:

1. Если μ неполяризованы, то как из *PC*-, так и из *PCT*-инвариантности следует, что продольные компоненты поляризации e^+ и e^- имеют противоположные знаки: $P_{\parallel}^{+}=-P_{\parallel}^{-}$. Независимость $P_{\parallel}$ от углов и равенство нулю остальных компонент поляризации в этом случае уже отмечались выше.

2. Можно показать, что угловое распределение электронов μ-распадов вследствие вращательной инвариантности является четной функцией φ: $F(\vartheta,\varphi)=F(\vartheta,-\varphi)$. Поэтому, если μ^- и μ^+ происходили от распадов π^- и π^+ соответственно (и не деполяризовались), то как *PC*-, так и *PCT*-инвариантность ведут к равенству угловых распределений e^+ и e^-: $F^+(\vartheta,\varphi)=F^-(\vartheta,\varphi)$[14].

3. Если выписать (В, 4) и (В, 5) при $q=1$, $\tau=-1,0,-1$ в обычных декартовых проекциях, то получаем соответственно (2,1) и (2,2).

Г. Функции $D^{j}_{mn}(\Phi_2,\ \Theta,\ \Phi_1)$

$$D^{j}_{mn}(\Phi_2,\ \theta,\ \Phi_1)=e^{-im\Phi_2}\,d^{j}_{mn}(\theta)\,e^{-in\Phi_1}. \quad (\Gamma,1)$$

Общие выражения и рекуррентные соотношения для функций $d^{j}_{mn}(\theta)$ см. в работах [17] и [69]. Там же приведена дальнейшая литература, которую можно дополнить § 7 книги [70], где введена функция P^{j}_{mn}: $d^{j}_{mn}=i^{n-m}P^{j}_{mn}$.

Следует отметить, что выписанные на стр. 95 в работе [70] матрицы функций P^{l}_{mn} для $l=1/2$, 1, 2 неправильны. Они не соответствуют формуле (22) в § 7 и изображают, по-видимому, функцию $(-1)^{m-n}P^{l}_{mn}$.

1. Соотношения ортогональности:

$$\int_0^{\pi} d^{j_1}_{mn}(\theta)\,d^{j_2}_{m'n}(\theta)\sin\theta\,d\theta=\frac{2\delta_{j_1,j_2}}{2j_1+1}, \quad (\Gamma,2)$$

$$\sum_{m} d^{j}_{mn_1}(\theta)\,d^{j}_{mn_2}(\theta)=\delta_{n_1,n_2}. \quad (\Gamma,3)$$

2. Разложение произведения двух D-функций:

$$D^{a}_{\alpha,\alpha'}(\varphi_2,\theta,\varphi_1)\,D^{b}_{\beta,\beta'}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)=\sum_{c} D^{c}_{\gamma,\gamma'}(\varphi_2,\theta,\varphi_1)\,C^{c\gamma}_{a\alpha b\beta}C^{c\gamma'}_{a\alpha' b\beta'} \quad (\Gamma,4)$$

$$\sum_{\alpha',\beta'} D^{a}_{\alpha,\alpha'}(\varphi_2,\theta,\varphi_1)\,D^{b}_{\beta,\beta'}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)\,C^{c\gamma'}_{a\alpha' b\beta'}=D^{c}_{\gamma,\gamma'}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)\,C^{c\gamma}_{a\alpha b\beta}. \quad (\Gamma,5)$$

$C^{c\gamma}_{a\alpha b\beta}$ обозначает коэффициент Клебша—Гордана, см., например, [69].

3. Некоторые симметричные свойства:

$$D^{j*}_{mn}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)=(-1)^{m-n}D^{j}_{-m,-n}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1), \quad (\Gamma,6)$$

$$d^{j}_{mn}(\theta)=(-1)^{m-n}d^{j}_{n,m}(\theta)=(-1)^{m-n}d^{j}_{-m,-n}(\theta), \quad (\Gamma,7)$$

$$d^{j}_{m,n}(\theta)=(-1)^{j-n}d^{j}_{-m,n}(\pi-\vartheta)=(-1)^{j+m}d^{j}_{m,-n}(\pi-\vartheta), \quad (\Gamma,8)$$

$$D^{j*}_{mn}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)=[D^{j}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)]^{-1}_{nm}=D^{j}_{nm}(\pi-\varphi_1,\ \theta,\ -\pi-\varphi_2). \quad (\Gamma,9)$$

4. Связь с ненормированными полиномами Лежандра и со сферическими функциями (нормированными):

$$D^{j}_{0,0}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)=d^{j}_{0,0}(\theta)=P_j(\cos\theta), \quad (\Gamma,10)$$

$$D^{j}_{0,n}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)=\sqrt{\frac{4\pi}{2j+1}}\,Y_{j,n}(\theta,\pi-\varphi_1), \quad (\Gamma,11)$$

$$D^{j}_{m,0}(\varphi_2,\ \theta,\ \varphi_1)=\sqrt{\frac{4\pi}{2j+1}}\,(-1)^m\,Y_{j,m}(\theta,\pi-\varphi_2). \quad (\Gamma,12)$$

5. Частные значения:

$$d^{j}_{m,\,n}(0,\pi,0)=(-1)^{j-m}\delta_{m,\,-n}, \tag{Г,13}$$

$$d^{j}_{m,\,n}(90^\circ)=(-1)^{j-n}d^{j}_{m,\,n}(90^\circ)=(-1)^{j+m}d^{j}_{m,\,-n}(90^\circ) \tag{Г,14}$$

$$d^{1/2}_{m,\,n}(\theta)=\begin{array}{|c|cc|}\hline m\backslash n & 1/2 & 1/2 \\ \hline 1/2 & \cos\theta/2 & \sin\theta/2 \\ -1/2 & \sin\theta/2 & \cos\theta/2 \\ \hline\end{array},\qquad d^{1}_{m,\,n}(\theta)=\begin{pmatrix}\frac{1+\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \frac{1-\cos\theta}{2}\\ \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}\\ \frac{1-\cos\theta}{2} & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \frac{1+\cos\theta}{2}\end{pmatrix} \tag{Г,15}$$

Дополнение при корректуре (к § 3). К настоящему времени равенство чисел τ- и π-мезонов в распадах долгоживущих K^0-мезонов подтверждено на бо́льшем экспериментальном материале: кроме [54] см. также D. Luers et al., Phys. Rev. Letts. **7**, 255 (1961). Это согласуется, если не с PC-, то с PCT-инвариантностью этих распадов [27] (см. § 3, п. 5). Поскольку в цитированных выше работах с точностью 0,3% установлено также отсутствие двухмезонных распадов долгоживущих K^0_1, на основании теоремы Вейнберга [56, 55] заключаем, что совокупность этих данных согласуется с предположением о PC-инвариантности распадов долгоживущих K^0. Пока это единственный довод в пользу справедливости именно PC-инвариантности в распадах странных частиц.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956). Перевод в сб. «Новые свойства симметрии элементарных частиц», М., ИЛ, 1957.
2. Н. Мэтьюс, Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц, М., ИЛ, 1959.
3. А. И. Алиханов, Слабые взаимодействия. Новейшие исследования β-распада, М., Физматгиз, 1960.
4. Ю. М. Широков, ЖЭТФ **38**, 140 (1960); Nucl. Phys. **15** (1), 13 (1960).
5. G. C. Wick, A. S. Wightman, E. P. Wigner, Phys. Rev. **88**, 101 (1952), ссылка[9].
6. Ю. М. Широков, ЖЭТФ **34**, 717 (1958); Ta You-Wu, Amer. J. Phys. **26**, 568 (1958); E. Lubkin, Nuovo Cimento **15**, 153 (1960).
7. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **32**, 405 (1957); Nucl. Phys. **3**, 127 (1957).
8. T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev. **105**, 1671 (1957).
9. Г. Гравер т, Г. Людерс, Г. Рольник, УФН **71**, 289 (1960).
10. A. Pais, Phys. Rev. Lett. **3**, 242 (1959).
11. М. И. Широков, ЖЭТФ **40**, 1387 (1961), разд. 3.
12. G. R. Lynch, Revs. Mod. Phys. **33**, 395 (1961).
13. B. C. Maglić et al., Phys. Rev. Lett. **7**, 178 (1961).
14. H. P. Stapp, Phys. Rev. **107**, 634 (1957).
15. G. Luders, B. Zumino, Phys. Rev. **106**, 385 (1957).
16. Чжоу Гуан-чжао, ЖЭТФ **36**, 909 (1959).
17. M. Jacob, G. C. Wick, Ann. Phys. **7**, 404 (1959).
18. М. И. Широков, ЖЭТФ **39**, 633 (1960).
19. М. И. Широков, ЖЭТФ **40**, 1387 (1961).
20. L. Wolfenstein, Ann. Rev. Nucl. Sci. **6**, 43 (1956).
21. H. P. Stapp, Phys. Rev. **103**, 425 (1957).
22. А. М. Балдин, В. И. Гольданский, И. Л. Розенталь, Кинематика ядерных реакций, М., Физматгиз, 1959.
23. Чжоу Гуан-чжао, М. И. Широков, ЖЭТФ **34**, 1230 (1958); Ю. М. Широков, ЖЭТФ **35**, 1005 (1958).
24. H. Tolhoek, Rev. Mod. Phys. **28**, 277 (1956), разд. 2.
25. F. Coester, Phys. Rev. **89**, 619 (1953); L. S. Biedenharn, M. E. Rose, Rev. Mod. Phys. **25**, 736 (1953).
26. К физике нейтрино высоких энергий. ОИЯИ, 1960, Д-577; см., например, Д. И. Блохинцев, стр. 50 и 54, И. В. Полубаринов, стр. 67.
27. T. D. Lee, R. Oehme, C. N. Yang, Phys. Rev. **106**, 340 (1957).
28. F. Coester, Phys. Rev. **107**, 299 (1957).

29. А. О. Вайсенберг, УФН **70**, 429 (1960).
30. T. Kinoshita, A. Sirlin, Phys. Rev. **106**, 1110 (1957).
31. H. Überall, Nuovo cimento **6**, 376 (1957).
32. S. Hori, H. Segawa, A. Wakasa, Progr. Theor. Phys. **19**, 249 (1958)
33. L. B. Okun, V. M. Šehter, Nuovo cimento **10**, 359 (1958).
34. S. Hori, A. Wakasa, Nuovo cimento **6**, 304 (1957).
35. B. Jakšić, J. Šoln, Nuovo cimento **8**, 427 (1958).
36. R. T. Sharp, G. Bach, Canad. J. Phys. **35**, 1199 (1957).
37. D. J. Candlin, Nuovo cimento **6**, 390 (1957).
38. P. C. Macq, K. N. Crowe, R. P. Haddock, Phys. Rev. **112**, 2061 (1958)
39. G. Culligan, S. C. F. Frank, J. R. Holt, Proc. Phys. Soc. **73**, 169 (1959).
40. H. S. Green, C. A. Hurst, Nucl. Phys. **4**, 589 (1957).
41. А. Т. Алиханов et al., Proc. Rochester Conf., 1960, стр. 539; ЖЭТФ **38**, 1918 (1960). V. L. Telegdi. Proc. Rochester Conf. 1960, стр. 714.
42. G. Backenstoss et al., Phys. Rev. Lett. **6**, 415 (1961). M. Bardon et al. Phys. Rev. Lett. **7**, 23 (1961); Phys Rev. **126**, 1826 (1962)
43. J. Werle, Nucl. Phys. **4**, 693 (1957).
44. Э. О. Оконов, УФН **67**, 245 (1959).
45. C. A. Coombes et al., Bull. Amer. Phys. Soc. **2**, 379 (1957)
46. S. McKenna et al., Nuovo cimento **10**, 763 (1958).
47. J. Werle, Nucl. Phys. **4**, 176 (1957); L. Okun, Nucl. Phys **5**, 461 (1958).
48. R. Gatto, Progr. Theor. Phys. **19**, 146 (1958), J. J. Sakurai, Phys. Rev. **109**, 980 (1958). S. W. MacDowell, Nuovo cimento **9**, 258 (1958).
49. B. Bhowmik et al., Nuovo cimento **20**, 857 (1961).
50. Н. Г. Ивантер, ЖЭТФ **34**, 1202; **35**, 111 (1958).
51. R. Gatto, Phys. Rev. **106**, 168 (1957); A. Pais, S. B. Treiman, Phys Rev. **106**, 1106 (1957).
52. S. Okubo, Bull. Amer. Phys. Soc. **3**, 12 (1958).
53. M. Gell-Mann, A. Pais, Phys. Rev. **97**, 1387 (1955).
54. D. Neagu, E. O. Okonov et al., Proc. Rochester Conf., 1960, стр. 607; М. Аникина, Д. Нягу, Э. Оконов и др., ЖЭТФ **42**, 130 (1962)
55. S. Weinberg, Phys. Rev. **110**, 782 (1958).
56. R. H. Dalitz, Revs. Mod. Phys. **31**, 823 (1959).
57. Чжоу Гуан-чжао, ЖЭТФ **36**, 938 (1959).
58. J. Button et al., Proc. Rochester Conf., 1960. стр. 481.
59. M. Jacob, Nuovo cimento **9**, 826 (1958).
60. T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev. **108**, 1645 (1957); L. Durand. III, L. F. Landovitz, J. Leitner, Phys. Rev. **112**, 273 (1958).
61. O. Chamberlain, Proc. Rochester Conf., 1960, стр. 656.
62. Г. Бете, Ф. Гофман, Мезоны и поля, т. II, гл. 33, М., ИЛ, 1957.
63. Chou Kuang-chao, Nucl. Phys. **9**, 652 (1958/59).
64. M. T. Burgy, V. E. Krohn, T. B. Novey, G. R. Ringo, V. L. Telegdi Phys. Rev. **120**, 1829 (1960).
65. R. H. Dalitz, Phys. Rev. **94**, 1046 (1954).
66. Г. Н. Кошылов, Препринт ОИЯИ Е-528; ЖЭТФ **39**, 1091 (1960).
67. М. Н. Широков, ЖЭТФ **32**, 1026 (1957).
68. М. Н. Широков, ЖЭТФ **36**, 1524 (1958).
69. А. Эдмондс, Угловые моменты в квантовой механике. в сб. «Деформация атомных ядер». М., ИЛ, 1958.
70. И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос и З. Я. Шапиро Представления группы вращений и группы Лоренца, М., Физматгиз, 1958.
71. R. A. Sachs, S. B. Treiman. Phys Rev Letts **8**, 137 (1962).