

621.039.6

ТЕОРИЯ МАГНИТНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО РЕАКТОРА *)

А. Д. Сахаров

В работе И. Е. Тамма **) изложены свойства высокотемпературной плазмы в магнитном поле, дающие надежду на осуществимость МТР. Ниже излагаются другие вопросы теории МТР, а именно: § 1. Термоядерные реакции. Тормозное излучение.

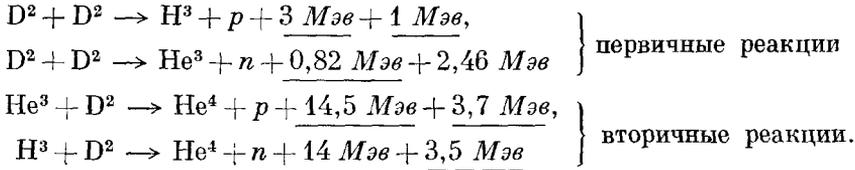
*) Работа выполнена в 1951 г. Воспроизводится по сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. I, М., Изд-во АН СССР, 1958, стр. 20.

**) См. указанный сборник, стр. 3.

§.2. Расчет большой модели. Критический радиус. Краевые явления. § 3. Мощность подмагничивания. Оптимальная конструкция. Производительность по активным веществам. §4. Дрейф в неоднородном магнитном поле. Подвешенный ток. Индукционная стабилизация. § 5. Проблема плазменной, неустойчивости.

§ 1. ТЕРМОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

В МТР могут идти следующие реакции:



Подчеркнута энергия, которая сообщается заряженным частицам и поддерживает термоядерную реакцию в МТР.

Скорость протекания реакции характеризуется временем τ , в течение которого каждое ядро испытывает одно столкновение, сопровождающееся реакцией:

$$\left. \begin{aligned} \tau_D^{-1} &= N_D([\overline{\sigma v}]_1 + [\overline{\sigma v}]_2), \\ \tau_{H^3}^{-1} &= N_D[\overline{\sigma v}]_{H^3+D}, \\ \tau_{He^3}^{-1} &= N_D[\overline{\sigma v}]_{He^3+D}. \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

N_D — число дейтронов в 1 см^3 ; $[\overline{\sigma v}]$ — усредненное по максвелловскому распределению произведение сечения на относительную скорость.

В таблице приведены для ориентации в порядках величины времени τ , соответствующие $N_D = 0,77 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (использованы отчетные данные 1950 г.).

$T, \text{ кэв}$	Время жизни D по отношению к обеим реакциям (первичн.)	Время жизни H ³	Время жизни He ³	$T, \text{ кэв}$	Время жизни D по отношению к обеим реакциям (первичн.)	Время жизни H ³	Время жизни He ³
10	7620	134	27 400	100	202	13,8	89,9
20	1770	34	8 850	200	112	18,0	51,2
50	421	15,3	322	300	85,5	23,0	46,4

На графике № 1 *) отложено, в функции температуры, количество энергии Q_1 , сообщаемое при той же плотности $N_D = 0,77 \cdot 10^{14}$ заряженным частицам в 1 см^3 в 1 сек ; учтены только первичные реакции **).

Для сравнения приведена энергия Q_2 , уносимая тормозным (рентгеновским) излучением, вычисленная по формуле

$$Q_2 = a N_D^2 \sqrt{T (\text{Мэв})} (1 + \alpha T). \quad (1.2)$$

$\alpha = 5,05 \text{ Мэв}^{-1}$ (этот член обусловлен в основном электронно-электронными соударениями); $a = 1,7 \cdot 10^{-20}$. На графике рис. 1 видно, что в системе достаточно больших размеров возможна самоподдерживающаяся реакция ($Q_1 > Q_2$).

*) Графики даны на стр. 571 в «Приложении».

**) $Q_1 = \frac{N_D}{\tau_D} \frac{3 \text{ Мэв} + 1 \text{ Мэв} + 0,82 \text{ Мэв}}{4} 1,6 \cdot 10^{-7}$.

§ 2. РАСЧЕТ БОЛЬШОЙ МОДЕЛИ. КРИТИЧЕСКИЙ РАДИУС.
КРАЕВЫЕ ЯВЛЕНИЯ *)

Рассмотрим ~~прямой бесконечный цилиндр~~ радиуса R . Пренебрежем эффектами, обусловленными ~~нейтральными~~ частицами. В этом предположении радиальный ионный ток j (в стационарном случае) отсутствует. Согласно ¹

$$j \sim \frac{n^2}{r^{1/2}} \left(\frac{\nabla n}{n} + \frac{1}{4} \frac{\nabla T}{T} \right); \quad (2.1)$$

отсюда при $j = 0$ имеем

$$nT^{1/4} = \text{const} - n_0 T_0^{1/4}, \quad (2.1a)$$

где n_0 и T_0 — число дейтронов в 1 см³ и температура на оси цилиндра. Из (2.1a) видно, что $p = 2nT$ (давление) максимально в центре и спадает до малого значения у стенки. Согласно ¹ магнитное поле в системе с цилиндрической симметрией меняется так, что остается постоянной сумма давлений газа и магнитного поля,

$$\frac{H^2}{8\pi} + 2nT = \text{const}. \quad (2.1b)$$

Запишем далее закон сохранения энергии. Пусть $\pi \frac{\partial p z}{\text{см}^2 \text{сек}}$ есть тепловой поток, обусловленный теплопроводностью плазмы. Имеем

$$\text{div } \pi = \left(\frac{n}{N_D} \right)^2 Q(T), \quad (2.1в)$$

где $Q = Q_1 - Q_2 = 0,77 \cdot 10^{14}$ см⁻³ (относительно Q_1 и Q_2 см. выше). Тогда (T — в эргах)

$$\pi = \frac{3,6 \cdot 10^{-8} n^2}{H^2 \sqrt{T}} \left(\nabla T + \frac{7}{2 \left(\sqrt{\frac{M}{2m}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{41}{8} \right)} \frac{T}{n} \nabla n \right). \quad (2.2)$$

Из (2.1a) имеем $\frac{T}{n} \nabla n = -\frac{1}{4} \nabla T$, т. е.

$$\pi = -\frac{3,5 \cdot 10^{-8} n^2}{H^2 \sqrt{T}} \nabla T. \quad (2.1г)$$

Совместное рассмотрение уравнений (2.1a), (2.1г) дает возможность найти распределение всех величин по радиусу трубы, а также то критическое значение радиуса, при котором выделение термоядерной энергии сравнивается с уходом тепла к стенкам. Для рассмотрения были введены безразмерные переменные. В частности, магнитное поле входит в комбинации, пропорциональной HR , откуда следует, что критический радиус R_K обратно пропорционален H_0 **). Найдено (при пренебрежении вторичными реакциями и краевыми эффектами для $T_0 = 107$ кэв)

$$R_K H_0 \approx 10^7 \text{ гс} \cdot \text{см}. \quad (2.3)$$

Приняв $H_0 = 25\,000$ гс, имеем $R_K = 400$ см.

*) Расчет большой модели (с пренебрежением краевыми явлениями и вторичными реакциями) впервые был произведен И. Е. Таммом в октябре 1950 г. Обнадеживающие результаты, касающиеся роли процессов с нейтральными частицами, были получены И. Е. Таммом для системы с малой плотностью (температурный скачок).

**) Этот результат легко понять без всяких вычислений. Выделение тепла на 1 см цилиндра $\sim R^2 Q n_0^2$. Уход тепла пропорционален $\sim n_0^2 T^{1/2} H^{-2}$. Для нахождения R_K приравняем эти выражения. Отсюда $R_K^2 \sim T^{1/2} Q^{-1} H_0^{-2}$.

Заметим, что численное значение коэффициента термодиффузии, равное $\frac{1}{4}$ при $\frac{\nabla T}{T}$ в формуле (2,1), имеет принципиальное значение для осуществимости МТР. Это проще всего понять из следующих соображений. Теплоотдача всякого тела по порядку величины (в стационарном случае, при не очень неоднородном выделении энергии) пропорциональна

$$I = L \int_{T_1}^{T_0} \kappa(T) dT,$$

где L — линейные размеры, κ — теплопроводность, T_0 — температура в центре, T_1 — температура на границе. В нашем случае $\kappa \sim \frac{n^2}{T^{1/2}}$. Пусть

$n \sim T^{-\alpha}$, где α , для общности, не обязательно равно $\frac{1}{4}$ [обобщение формулы (2,1a)]. Имеем $\kappa \sim \frac{1}{T^{1/2+2\alpha}}$. При $\alpha = \frac{1}{4}$ $I \sim \ln \frac{T_0}{T_1} \approx 15$; при $\alpha > \frac{1}{4}$

I может быть весьма велико. Например, при $\alpha = \frac{1}{2}$ $I \sim \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{1/2} \approx 10^3$.

При $\alpha < \frac{1}{4}$ интеграл сходится при $T_1 \rightarrow 0$. Было проверено, что наличие в дейтериевой плазме примесей с $Z > 1$ (гелий, воздух и т. д.) уменьшает α , т. е. действует в этом смысле в благоприятную сторону (расчеты Е. С. Фрадкина).

На графиках № 2 и 3 (стр. 571) изображены распределения T и n для случая $H_0 = 25\,000$ гс; T_1 принято около 1000° (см. ниже). Магнитное поле в центре спадает до очень малых величин, поэтому n_0 можно вычислять по формуле

$$n_0 = \frac{H_0^3}{16\pi T}. \quad (2,4)$$

При $H_0 = 25\,000$ гс, $T = 100$ кэв $= 1,6 \cdot 10^{-7}$ эрг имеем $n_0 = 0,77 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$. На графике № 4 изображено выделение энергии в единице объема при n_0 , описываемом формулой (2,4), $H_0 = 25\,000$ гс. Очевидно, наиболее целесообразно работать при наименьшей температуре, при которой термоядерная реакция является самоподдерживающейся.

В имеющихся в настоящее время расчетах не учитывались вторичные реакции и возрастание тормозного излучения при появлении в системе He 3 и He 4 . Вероятно, первый из упомянутых факторов (снижающий R_R) более важен. Видимо, можно дополнительно уменьшить R_R принудительным сжиганием He 3 .

Лишь самые предварительные качественные оценки могут быть сделаны по вопросу о ходе решения вблизи стенки, где важную роль играют летящие от стенки нейтральные атомы и молекулы (полностью аналогичная задача была решена И. Е. Таммом для случая малой модели, причем выявился эффект температурного скачка).

Пренебрежем: а) рекомбинацией в объеме плазмы (будем учитывать только рекомбинацию на стенках), б) столкновениями нейтральных атомов между собой.

При этих предположениях можно найти качественную картину решения (рис. 1) и затем проверить законность исходных предположений. Температура ионов испытывает около стенки скачок T' . Летящие от стенки медленные нейтральные частицы испытывают перезарядку на очень малом расстоянии от стенки (доли миллиметра). Возникают быстрые нейтральные частицы, которые обладают заметным пробегом порядка 1 см. Разница пробега быстрых и медленных нейтральных частиц обуслов-

лена тем, что пробег есть произведение времени свободного пролета на скорость частицы. Время свободного пролета определяется относительной скоростью нейтральных и заряженных частиц и изменяется при изменении скорости нейтральной частицы лишь в $\sqrt{2}$ раз.

Разберем предельный случай, когда вероятность ионизации равна произведению некоторого α на вероятность перезарядки; $\alpha \ll 1$.

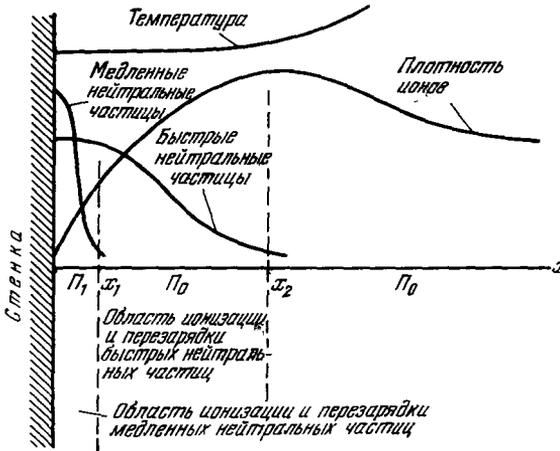


Рис. 1.

Пусть полный поток быстрых нейтральных частиц есть j_n . Имеем $\pi_0 \sim \frac{3}{2} T' j_n + \pi_1$ (π_0 — поток в области $x > x_1$; π_1 — поток в области $x < x_1$, много меньше, см. ниже, и им можно пренебречь). Согласно теории альbedo вероятность ионизации быстрой нейтральной частицы есть $1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\alpha}} \approx \sqrt{\alpha^*}$. Поэтому

поток ионов есть $j_i = \sqrt{\alpha} j_n$. Вероятность ионизации медленной частицы есть αj_n , т. е. меньше вероятности ионизации быстрой частицы; ею также можно прене-

бречь. При $x < x_1$ n мало. Поэтому $\pi_1 \sim \nabla(n^2)$, а температуру можно считать постоянной.

$$\pi_1 = \frac{7}{2} T' j_i = \frac{7}{2} \frac{4 \cdot 10^{-10} \sqrt{T'} \nabla(n^2)}{H^2}, \tag{2,5}$$

$$\pi_1 = \frac{7}{3} \sqrt{\alpha} \pi_0;$$

$$\nabla(n^2) = \frac{n_1^2}{x},$$

где n_1 — число ионов в точке

$$x_1 = \frac{1}{\sigma n_1} \frac{v_0}{v}.$$

Здесь σ — сечение перезарядки, v_0 — скорость медленных нейтральных частиц, v_1 — скорость ионов.

В настоящее время не рассмотрена задача сшиваия решений в областях $x < x_1$, $x_1 < x < x_2$ и $x > x_2$.

Ограничимся предварительной оценкой теплового потока, при котором возможен температурный скачок в 10 эв (применительно к условиям большой модели; в малой модели температурный скачок несомненен). Примем: $n_1 = 1,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $\alpha = 1$ (т. е. находимся на грани применимости намеченной выше теории), $T' = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$, $\sigma = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2}$,

$H = 50\,000 \text{ эс}$, $\frac{v_0}{v_1} = 0,05$ (комнатная температура стенки). Получаем

$x_1 = 0,01 \text{ см}$ (порядка радиуса ларморовской окружности для ионов, т. е. и в этом отношении находимся на грани применимости теории); $\pi = 5 \cdot 10^8 \sim 50 \text{ вт/см}^2$, что имеет правильный порядок величины.

*) Ионизация есть аналог поглощения; перезарядка есть аналог рассеяния. Альbedo полупространства $\frac{2}{1 + \sqrt{\alpha}} - 1$.

§ 3. МОЩНОСТЬ ПОДМАГНИЧИВАНИЯ. ОПТИМАЛЬНАЯ КОНСТРУКЦИЯ. ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ПО АКТИВНЫМ ВЕЩЕСТВАМ

На рис. 2 обозначены основные параметры МТР.

Найдем оптимальное соотношение ϑ и d , обеспечивающее минимум массы меди и мощности подмагничивания в самоподдерживающемся режиме. Отношение D/ϑ определяется, очевидно, конструктивными соображениями; оно порядка 3—5.

Произведение $d(\vartheta - d)$ пропорционально $H_0 R_0$ и должно считаться заданным. Ищем $\min D(\vartheta^2 - d^2) \sim \vartheta(\vartheta^2 - d^2)$. Он удовлетворяется при $\vartheta \approx 2,2d$. Примем

$$\vartheta = 2d, \quad D = 6d; \quad (3,1)$$

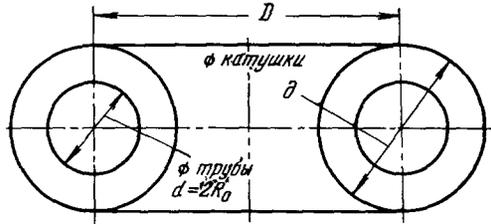


Рис. 2.

при этом мощность подмагничивания $P \sim H_0^2 d$. Мощность, выделяемая в результате термоядерной реакции и производительность по активным веществам

$$W \sim n_0^2 d^3 \sim H_0^4 d^3 \sim P^2 d.$$

Для характеристики численных коэффициентов в этих формулах разберем следующий пример (всюду в дальнейшем, когда речь идет о численных характеристиках, имеем в виду этот пример):

$H_0 = 50\,000$ гс,	
$d = 4$ м,	} объем = $0,96 \cdot 10^9$ см ³ ,
$\vartheta = 8$ м,	
$D = 24$ м,	
$n_0 = 3,0 \cdot 10^{14}$ см ⁻³ ,	} поверхность = $0,96 \cdot 10^7$ см ² ;
$T_0 = 100$ кэв,	
	выделение термоядерной энергии
	$17,6 \cdot 10^6$ эрг/см ³ сек.

Масса меди в обмотке (с учетом коэффициента заполнения $k = 0,5$) 13 000 т. Плотность тока в обмотке 400 а/см² (средняя 200 а/см²). Мощность подмагничивания около 400 000 квт (с учетом неоднородности заполнения обмотки и других конструктивных моментов — несколько больше). Выделение термоядерной энергии (считая, что в среднем с приведенной выше скоростью реакция идет в 0,5 объема трубы)

$$W = 8,8 \cdot 10^{15} \text{ эрг/сек} = 880\,000 \text{ квт.}$$

При этом выгорает ядер D

$$\frac{8,8 \cdot 10^{15} \text{ эрг/сек}}{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/Мэв}} \cdot \frac{4}{3,3 \text{ Мэв} + 4 \text{ Мэв}} = 3 \cdot 10^{22} \frac{\text{ядер D}}{\text{сек}}$$

(что составляет 150 г/сутки). Можно рассчитывать получить около 100 г Т в сутки или в 80 раз больше U²³³ *). Увеличение мощности P и массы меди в 2,5 раза увеличивают эту производительность в 8,5 раза (без изменения плотности тока). Увеличивая плотность тока в n раз, можем уменьшить линейные размеры в n^{1/2} раз, оставляя неизменным произведение H₀R₀. При этом масса меди уменьшится в n^{3/2} раз, а мощность подмагничивания возрастет в n^{1/2} раз. В этом же отношении возрастет выход активных веществ.

*) Заметим, что энергетическая ценность U²³³, который может сжигаться в простых реакторах, значительно превышает выделение тепла в самом термоядерном реакторе.

§ 4. ДРЕЙФ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ. ПОДВЕШЕННЫЙ ТОК. ИНДУКЦИОННАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ

Магнитное поле в МТР (в пренебрежении экранировкой плазменными токами) совпадает с полем прямого тока. Неоднородность магнитного поля приводит к весьма опасным эффектам дрейфа (рис. 3). Для частицы массы M в точке A поле направлено по оси z , а градиент поля — по оси x ,

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\frac{H_z}{x}.$$

П о д в е ш е н н ы й т о к. Рассмотрим движение заряженных частиц в магнитном поле, созданном обмоткой МТР ($\sim 50\,000$ гс) и осевым током

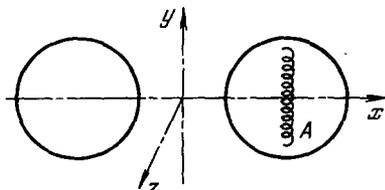


Рис. 3.

(200 гс), созданным кольцевым проводником, проходящим по оси трубы МТР. Магнитные силовые линии в таком поле приобретают винтообразный характер (рис. 4). В случае приведенных выше примерных чисел центр ларморовской окружности частицы, двигаясь по магнитной силовой линии, обегает ось y в 40 раз чаще, чем осевой ток (ось z). Дивергенция векторного поля скоростей движения центра ларморовской окружности в пренебрежении дрейфом должна быть равна нулю (это утверждение следует из теоремы Лиувилля). На это движение накладывается дрейф. Дивергенция этого векторного поля тоже должна быть равна нулю; поэтому проекции результирующих траекторий на сечение тороида (плоскость x, y) представляют собой замкнутые траектории, смещенные на некоторую величину Δ относительно того положения, которое они занимали бы при отсутствии дрейфа. Оценки дрейфа показывают, что эта величина всегда достаточно мала. Так, для протона с энергией 14 Мэв ($v_0 = 5,2 \cdot 10^9$ см/сек) скорость винтового движения $2 \cdot 10^7$, а скорость дрейфа $1,5 \cdot 10^6$ см/сек. Отсюда $\Delta \sim 20$ см. Заметим, что в этом случае мы избегаем трудности, связанной с наличием объемных зарядов. Возникает вопрос: как осуществить осевой ток? В настоящее время не ясно, можно ли провести через горячую область тросы, поддерживающие осевое кольцо и подводящие ток и охлаждающую воду. Не исключено, что может быть создана такая конфигурация защитных полей, например, при помощи пропускания сильного тока по тросам, которая предохранит тросы от попадания на них горячего газа.

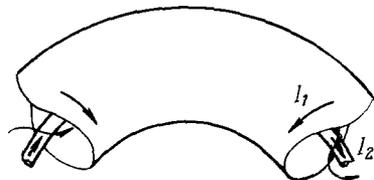


Рис. 4.

Продискутируем другую возможность — подвеску осевого кольца при помощи магнитного поля (дополнительное горизонтальное поле с $H' \sim 100$ гс не нарушит качественной картины магнитного поля в тороиде).

Материал кольца должен выдерживать высокие температуры, так как единственным механизмом охлаждения кольца является тепловое излучение, соответствующее даже при $T = 1400^\circ \text{C}$ около 40 вт/см² [$\pi = 5 \cdot 10^{-5} T^4$ (К⁴)], т. е. очень малой величине. Одной из возможностей изготовления кольца, работающего при таких температурах, служит применение труб из тугоплавких металлов, содержащих расплавленный легкий металл (Li, Be, Al и т. д.).

Постоянный ток — 200 000 а. Общая мощность, необходимая для поддержания постоянного тока, составит 2000—10 000 квт. Большие

трудности должны представить передача этой энергии (в форме радиочастоты) кольцу и выпрямление переменного тока.

Другой способ антидрейфовой стабилизации, который технически несравненно более приемлем и который поэтому необходимо тщательно изучить,— это создание осевого тока непосредственно в плазме индукционным методом. В этом способе не ясно, разрушается ли высокотемпературная плазма в момент обращения индукционного тока в нуль.

§ 5. ПРОБЛЕМА ПЛАЗМЕННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Необходимо выяснить, существуют ли в случае плазмы в магнитном поле такие возмущения, которые согласно уравнениям плазменной динамики нарастают (по экспоненциальному или степенному закону) во времени. Нужно рассмотреть ряд случаев. Наиболее исследован теоретически и экспериментально случай протекания тока по плазме параллельно внешнему магнитному полю, где найдены неустойчивость и турбулизация плазмы. Можно опасаться наличия неустойчивости также в случае неоднородной плазмы при наличии дрейфового тока. В настоящее время эта проблема только поставлена.

ПРИЛОЖЕНИЕ

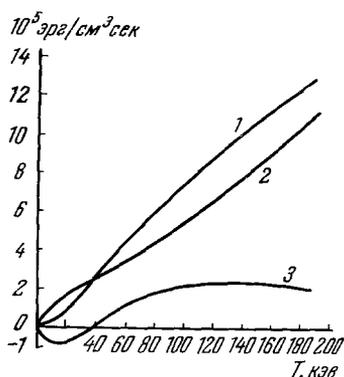


График № 1. 1 — Энергия, сообщаемая заряженным частицам; 2 — энергия тормозного излучения; 3 — их разность.

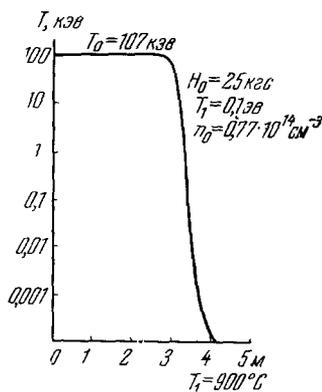


График № 2. Распределение температуры.

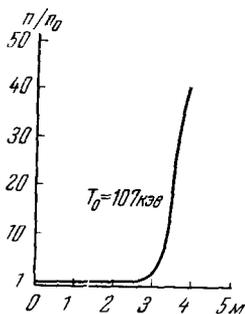


График № 3. Распределение плотности.

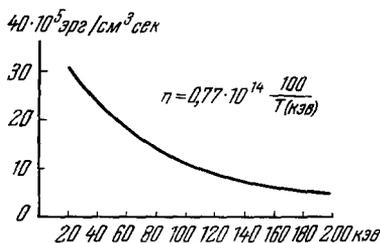


График № 4. Полная выделяемая мощность.