1971 г. Август *Том 104, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12

МНОЖЕСТВЕННАЯ ГЕНЕРАЦИЯ АДРОНОВ И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Е. Л. Фейнберг

СОДЕРЖАНИЕ

«Многое еще можно сказать в до-мажоре».

А. Шенберг *)

1. ВВЕДЕНИЕ

а) Цель статьи

Эта статья имеет целью реабилитировать статистическую теорию множественной генерации, как существенный, хотя и частный, элемент теории соударений сильно взаимодействующих частиц, и показать, что она отвечает на ряд назревших вопросов.

В течение многих лет внимание теоретиков было сосредоточено на бинарных реакциях типа $A + B \to A' + B'$, где A', B' могут быть и распадающимися резонансами или гиперонами. Однако при высоких энергиях подавляющую часть соударений составляют истинно множественные процессы с числом конечных частиц $n \geqslant 5$, и именно их исследование, долгое время бывшее уделом лишь физики космических лучей, выступает теперь на первый план также и в ускорительной области. Здесь возникают качественно отличные особенности, и естественно вспомнить о статистической теории.

Она возникла в работах Гейзенберга [1], Ватагина [2], Ферми [3], Померанчука [4] и Ландау [5] примерно двадцать (и более) лет назад, когда о механизме сильных взаимодействий почти ничего не было известно. Она утратила авторитет, когда экспериментально было доказано (в космических лучах, а через 10 лет — и на ускорителях), что в подавляющем

*) Арнольд Шенберг — композитор, создатель и «бог» атональной и додекафонной музыки. Высказывание относится к последним годам его жизни.

большинстве случаев не выполняется основная гипотеза теории — не образуется единая компаунд-система, единый «кипящий котел», из которого по этой теории должны вылетать все конечные частицы.

Мы постараемся показать, что несмотря на это, именно благодаря лучшему пониманию механизма соударения статистическая теория оказывается правильной и плодотворной, хотя отнюдь не охватывающей все явление целиком. Более того, она ставит и некоторые принципиальные проблемы (см. гл. 6). Однако все это имеет место при двух обязательных условиях:

1. Нужно тщательно выбирать объект применения, удовлетворяющий основному требованию теории,— статистическую систему. Такие объекты, как оказывается, существуют. Часто это лишь подсистема всей системы, возникающей при соударении и не описываемой в целом статистически.

2. Нужно пользоваться не первоначальным вариантом теории, предложенным Ферми [3], а свободным от его внутренней противоречивости вариантом Померанчука [4] (который и указал на это внутреннее противоречие). Этот подход был испробован некогда в нескольких работах [6–9], но затем основательно забыт *). Недавно, однако, было показано [12–15], что он превосходно объясняет генерацию тяжелых частиц (вплоть до $\widetilde{He}_3$), и в связи с этим его основы были пересмотрены заново. Отличие от варианта Ферми является кардинальным.

В последнее время приобретает популярность статистическая теория «с лоренц-инвариантным фазовым объемом». Ее применяют при ускорительных энергиях, компенсируя недостатки модели Ферми путем подбора значений ряда произвольных параметров (подробнее см. Дополнение).

Странным и «несовременным» может показаться обращение к такой простой, грубой и даже наивной теории в век электронно-вычислительных машин, позволяющих обрабатывать многочастичные диаграммы почти любой сложности. Однако мы постараемся показать, что физически прозрачная статистическая теория обладает огромными достоинствами прежде всего потому, что она адекватна проблеме — выделяет и учитывает главные физические свойства процесса. Строгость же, например, диаграммного метода часто оказывается иллюзорной, поскольку он обычно основан на произвольном выборе «наиболее существенных» диаграмм, что и ведет к ошибкам. Неслучайно многочисленные диаграммные подсчеты генерации тяжелых пар дали совершенно неверные результаты, а статистическая теория предсказала явление точно (см. ниже. п. 4, в).

б) История вопроса

Вспомним, однако, давнюю и поучительную историю всего дела. В 1936 г. еще никто не думал о множественной генерации мезонов. Были открыты электронно-фотонные ливни Оже — теперешние широкие атмосферные ливни, но каскадная теория Баба́ и Гайтлера еще не существовала. Казалось возможным — и даже более вероятным, — что все множество электронов ливня возникает при очень высокой энергии в одном акте. В частности, как указал Гейзенберг [1], такую возможность открывал теперь уже давно оставленный вариант теории слабых взаимодействий (Конопинский и Уленбек), в котором лагранжиан взаимодействия содер-

*) По-видимому, последние обзоры статистической теории относятся к 1961 г. [8–11, 17]. Обзор Кретцшмара [8б] выделяется, в частности, тем, что работе Померанчука в нем уделено значительное место. Здесь (как и в [6, 7, 9]) подчеркивается, что ряд противоречий теории Ферми с опытом (чрезмерно большие поперечные импульсы, избыток тяжелых и странных частиц) устраняется, если считать температуру распада низкой, а объем большим, как этого требует статистическая теория Померанчука.

жал высшие производные ψ-операторов по времени. Каждая производная — это лишний энергетический множитель. Отсюда сильный рост взаимодействия с энергией. Значит, при высокой энергии должна нарушаться теория возмущений и возникать множественная генерация *). Гейзенберг указал, что, взаимодействуя между собой, конечные частицы придут в термодинамическое равновесие, их энергии распределятся по Планку соответственно некоторой температуре. Все их квазиклассическое облако будет расширяться и, мультиплицируя, охлаждаться, пока не охладится до некоторой критической температуры, при которой мультипликация прекратится. После объяснения ливней Оже как каскадного процесса об этой идее Гейзенберга прочно забыли.

Затем стали накапливаться сведения о сильно взаимодействующих мезонах в космических лучах. До прямого открытия пионов Латтесом, Оккиалини и Пауэлом такие сведения были не очень определенными. Это не помешало Ватагину заметить [2], что при множественной генерации (n частиц) в квантовомеханическом выражении для вероятности процесса

$$dW_n = \frac{2\pi}{\hbar} |M_n|^2 \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{V dp_i}{(2\pi)^3}\right) \delta\left(E - \sum_1^n E_i\right) \tag{1}$$

главную роль играет резко зависящий от числа частиц и от импульсов статистический вес конечного состояния, а не матричный элемент M_n. Поэтому относительные вероятности различных каналов должны определяться статистическими соображениями.

Эту основную мысль статистической теории впоследствии высказал и Ферми [3], детально развив ее. С него обычно и начинают всю историю.

Идея, что вероятность состояния определяется фазовым объемом, есть основа микроканонического распределения в классической статистической механике. Поэтому и здесь становится естественным и даже неизбежным применение термодинамики. Термодинамика и даже гидродинамика (см. ниже) «внутри нуклона», конечно, выглядит парадоксом. Однако она — *полностью обоснованное следствие квазиклассичности системы*, если только единая система образуется, что и является основной гипотезой теории.

Ферми сформулировал весьма наглядную картину. Основное предположение в его модели состоит в том, что при соударении двух быстрых нуклонов (аналогично для пионов), имеющих лоренцовски сжатые объемы **),

$$V_F = V_0 \frac{M}{E_c}, \tag{2}$$

$$V_0 \sim \frac{4\pi}{3} \frac{1}{\mu^3} \tag{2a}$$

(M — масса нуклона, μ — масса пиона, E_c — энергия одного нуклона в СЦИ); эти нуклоны, перекрываясь, полностью взаимодействуют и выделяют всю свою энергию в объеме V_F (2) (в СЦИ). В этом объеме сразу устанавливается термодинамическое равновесие между степенями свободы всех генерируемых частиц. При данной полной энергии системы

$$W = 2E_c; \tag{3}$$

отсюда по термодинамическим формулам сразу определяется состав, множественность и энергии рождающихся и изотропно разлетающихся частиц.

---

*) Теория эта, как и «подтверждавшие» ее эксперименты, оказалась неверной.
**) Здесь и всюду далее $\hbar = c = 1$; μ — масса пиона, $\mu \approx 0{,}138$ *Гэв*.

Теория Ферми стала широко применяться для объяснения экспериментов. Как ни странно, результаты оказались сначала неплохими при *малых* множественностях (одна-две новые частицы) и доступных тогда на ускорителях *низких* энергиях ($E_{\text{лаб}} \sim 2 - 3$ *Гэв*). Особенно хорошие результаты получались, когда С. З. Беленьким и А. И. Никишовым было учтено [16, 17], что конечные нуклоны могут вылетать в изобарном состоянии $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ и лишь затем, распадаясь, давать пион. Однако при переходе к бо́льшим $E_{\text{лаб}}$ обнаружились резкие несогласия. Главную причину мы

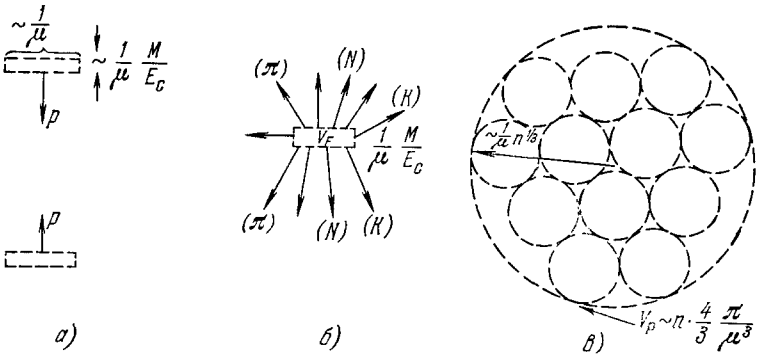

Рис. 1. Картина соударения по Ферми и по Померанчуку.
а) До соударения; *б*) разлет статистической системы после соударения по Ферми; *в*) конечное состояние системы перед распадом на отдельные частицы по Померанчуку.

теперь знаем. В действительности в подавляющем большинстве соударений отнюдь не справедлива основная гипотеза — *не образуется единая компаунд-система*: налетающая частица обычно проскакивает вперед, отдавая на образование новых частиц лишь часть своей энергии («лидирующая частица»).

Конечно, это может быть только одной из причин. Так, при $N\tilde{N}$-аннигиляции, по-видимому, имеет место образование единой системы, и разлет в СЦИ изотропен, но состав частиц теория Ферми предсказывает совершенно неверно: примесь K-частиц в действительности составляет ~ 3—7%, а предсказывается $\sim 30\%$.

Но есть и вторая причина — внутренняя противоречивость двух предположений Ферми: если первичные адроны так сильно взаимодействуют, что уже на пути порядка $\frac{1}{\mu}\frac{M}{E_c}$, равном толщине области их перекрывания, полностью тормозятся и передают свою энергию пионным степеням свободы (рис. 1, *б*), то недопустимо считать, что родившиеся в объеме V_F (2) пионы разлетаются, не взаимодействуя. Скорее следует ожидать, что они продолжают взаимодействовать и испытывать взаимные превращения до тех пор, пока не разойдутся на расстояние порядка радиуса сил $1/\mu$, так что при генерации n частиц вся система займет объем

$$V_P = nV_0 \tag{4}$$

(рис. 1, *в*).

На это обстоятельство указал, как уже упоминалось, Померанчук [4]. Отсюда получилась и совсем иная множественность. В самом деле, если, как это сделал Ферми, применить к статистической системе формулы термодинамики черного излучения, то в системе единиц, в которой $\hbar = c = k = 1$ (k — постоянная Больцмана), имеем для плотности энер-

гии ε, температуры T, плотности энтропии s и полной энтропии $S = sV$, пропорциональной числу частиц n (учтем только, что у пионов 3 внутренние степени свободы, а не 2, как у фотона):

$$\varepsilon = \frac{W}{V} = \text{const} \cdot T^4, \quad \text{const} = \frac{\pi^2}{10} \approx 0{,}99; \tag{5а}$$

$$s = \text{const} \cdot T^3, \quad \text{const} = \frac{4\pi^2}{30} \approx 1{,}32; \tag{5б}$$

$$S = \text{const} \cdot n, \quad \text{const} = \frac{2\pi^4}{45\zeta(3)} \approx 3{,}61. \tag{5в}$$

Отсюда

$$n \sim W^{3/4} V^{1/4}. \tag{6}$$

Согласно (2), (3) имеем в теории Ферми

$$n \equiv n_F = 3{,}8 \left(\frac{E_c}{M}\right)^{1/2} \approx 3{,}2 \left(\frac{E_L}{M}\right)^{1/4}, \tag{7}$$

в теории же Померанчука, согласно (3), (4),

$$n \equiv n_P = 5{,}7 \frac{E_c}{M} \approx 4{,}0 \left(\frac{E_L}{M}\right)^{1/2} \tag{8}$$

(здесь E_L — лабораторная энергия налетающего нуклона).

Таким образом, множественность в модели Померанчука совершенно иная, и притом бóльшая. Отметим, что при больших энергиях температура распада системы (определяющая среднюю энергию генерированных частиц), как следует из (5а), (2) и (3), у Ферми велика и растет с энергией:

$$T_F \approx 1{,}2 \left(\frac{E_L}{M}\right)^{1/4} \mu \gg \mu, \tag{9}$$

а у Померанчука, согласно (4), постоянна и мала:

$$T_P \sim \mu. \tag{10}$$

Действительно, она должна соответствовать такому состоянию, в котором соударяющиеся пионы уже не могут генерировать новые частицы. Это будет, когда они станут нерелятивистскими. Отсюда и бóльшая множественность.

Еще до того, как статья Померанчука вышла из печати, Ландау заметил, что расчет Померанчука недостаточен. Если частицы продолжают взаимодействовать и испытывать превращения при разлете и их много, то они будут из-за макроскопического давления в системе дополнительно ускоряться, процесс нужно рассматривать гидродинамически (ибо условия применения гидродинамики те же, что для термодинамики — малость длины пробега), и это, конечно, должна быть релятивистская гидродинамика. Соответственно Ландау развил исключительно изящную теорию [5, 18]. По свидетельству Е. М. Лифшица [19], Ландау говорил, что ни одна его работа не потребовала от него такого труда, как эта теория.

Впоследствии она была математически развита рядом авторов. Кроме того, в работах японских теоретиков было показано, как уравнения релятивистской гидродинамики получаются при больших числах заполнения из квантовой теории поля. В результате возникла очень стройная теория с весьма определенными предсказаниями. Можно было ожидать, что она должна быть применима при $E_L \gtrsim 10^{12}$ *эв*, когда n очень велико.

Ландау принял основную гипотезу статистической теории — образование общей термодинамически квазиравновесной (здесь — гидродинамической) системы в объеме $V = V_F$ (см. (2)), в котором перекрываются сталкивающиеся нуклоны. При этом он считал, что только на этой стадии

проходят ударные волны и растет энтропия. В дальнейшем же разлет происходит изэнтропийно. Поэтому энтропия и, следовательно, окончательная средняя множественность устанавливаются уже в этом малом объеме V_F. В результате множественность в теории Ландау совпадает с множественностью в модели Ферми (7):

$$n_L \sim n_F \sim \left(\frac{E_L}{M}\right)^{1/4}. \tag{11}$$

Окончательный же распад гидродинамической системы на отдельные частицы происходит, когда данный элемент системы, расширяясь, охладится до некоторой температуры $T = T_к$, при которой частицы перестают взаимодействовать и порождать новые частицы. Следовательно, эта критическая температура та же, что у Померанчука:

$$T_L \sim T_P \sim \mu. \tag{12}$$

Как и в модели Померанчука, она определяет окончательный состав генерированных частиц [18].

Однако впоследствии выяснилось, что формулу для множественности (11) нельзя считать достоверной. Дело в том, что вязкость в работе [18б] была оценена неправильно — по существу эта оценка относилась только к конечной стадии. Если же оценить роль вязкости квантовополевыми методами [20] или из размерностных соображений [21], то легко обнаружить, что вязкость и, следовательно, возрастание энтропии играют роль долго после того, как система расширилась за пределы начального объема V_F. В результате при том же уравнении состояния, которое использовал Ландау, вместо (11) можно получить [21]

$$n \sim \left(\frac{E_L}{M}\right)^{1/3}. \tag{13}$$

Теория Ландау принадлежит, несомненно, к изящнейшим построениям. Если не говорить о частных ее допущениях (выбор уравнения состояния и т. п.), то она использует только одну принципиальную гипотезу — гипотезу об образовании исходной единой системы при столкновении адронов высокой энергии, а в остальном чрезвычайно последовательна и обоснована.

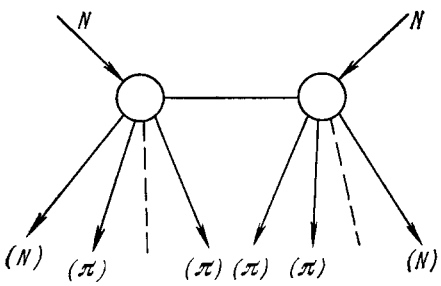

Рис. 2. Периферический процесс. Обмениваемая частица — пион или реджион.

в) Основные механизмы неупругих соударений

Осуществляется ли эта основная гипотеза теории при $E_L \gtrsim 10^{12}$ *эв* хотя бы в части соударений? Это до сих пор неясно. Наоборот, и эксперимент, и теоретические подходы все больше указывают на преобладание *периферических* (при $E_L \sim 10-100$ *Гэв*) (рис. 2) и даже *мультипериферических* [22] процессов (при еще более высоких энергиях). Так, квантовополевая теория, основанная на уравнении Бете — Солпитера [23], показывает, что процесс неупругого соударения при весьма высоких энергиях описывается в основном фейнмановскими диаграммами типа рис. 3, где однопионный обмен связывает неприводимые части (прямоугольники), имеющие инвариантную массу $\mathfrak{M} = \sqrt{s_0} \sim 2 - 4$ *Гэв*. С ростом первичной энергии растет логарифмически число неприводимых центров, но не их

средняя энергия — именно это обеспечивает правильную асимптотику полного и упругого сечений и логарифмический рост полной множественности. Все свойства этих неприводимых центров — сгустков ядерной материи, распадающихся на конечные пионы,— соответствуют свойствам файрболов, о существовании которых основательно свидетельствуют опыты в космических лучах — при $E_L \leqslant 10^{12} - 10^{13}$ *эв* (два файрбола) [24, 25, 26, 116] и при $E_L \sim 10^{11} - 10^{12}$ *эв* [27, 28] (один файрбол); см. обзор [29] (хотя эти выводы все еще уязвимы и встречают критику).

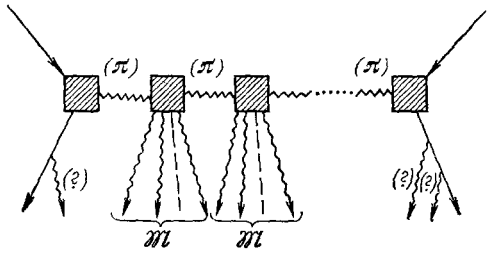

Рис. 3. Мультипериферический процесс.
Обмениваемая частица — пион. Неприводимые вершины обозначены штрихованным квадратом. Нуклоны в конечном состоянии могут быть возбуждены, и в таком случае они, распадаясь, испускают мезоны.

Попытка обработать экспериментальные данные при $E_L \sim 20-30$ *Гэв* по феноменологической схеме полюсов Редже [30] также приводит, при удачном подборе многочисленных произвольных констант, к схеме типа рис. 3, но с *обменом* реджизованными мезонами — *полюсами* Редже R_i, в основном соответствующими невакуумным траекториям (рис. 4) [31]. Существенно, что и здесь приходится вводить «кластеры» (clusters), т. е. скопления генерируемых пионов типа файрболов, не сводимые

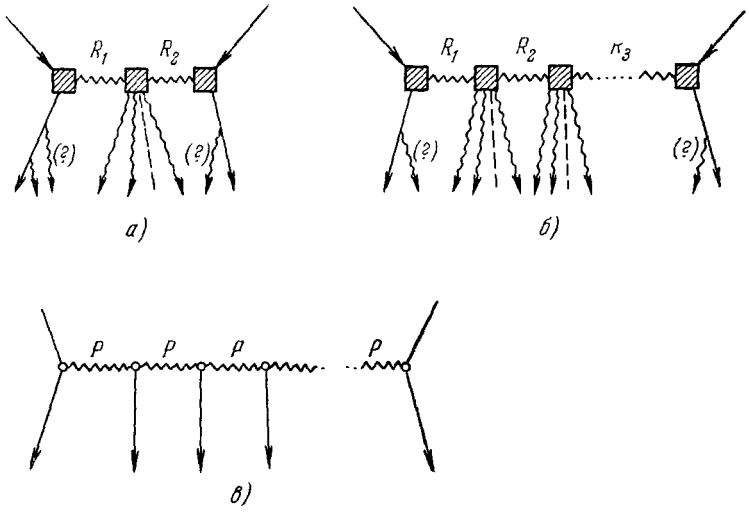

Рис. 4. Образование кластеров или файрболов при реджионном обмене.
R_1, R_2, . . . — реджевские траектории (не обязательно вакуумные). *а*) Один промежуточный кластер; *б*) мультиреджионный процесс; *в*) мультиреджионный процесс без образования кластеров и при обмене вакуумным полюсом (P — полюс Померанчука).

к системе частиц, периферически обменивающихся отдельными полюсами. Ван-Хов [32] определяет кластер как совокупность конечных частиц, таких, что в системе покоя этой совокупности поперечные и продольные (по отношению к оси соударения) импульсы отдельной частицы имеют одинаковый порядок величины. Этому определению удовлетворяет и файрбол. При более высоких энергиях схема рис. 4, *а* переходит в *мультиреджионную* схему рис. 4, *б*, отличающуюся от *мультипериферической* [22] или *мультифайрболной* [23] схемы рис. 3 только тем, что в реджевском подходе обмениваемые

пионы «реджизированы»— заменены пионными полюсами Редже. Таким образом, редже-полюсной подход к проблеме множественной генерации при высоких энергиях, первоначально [30] основывавшийся на мультипериферической цепочке с обменом только вакуумным полюсом P и с генерацией только одной-двух частиц в каждой вершине (рис. 4, *в*), постепенно эволюционировал (учет решающего вклада невакуумных полюсов и введение кластеров типа файрболов в вершинах [31]). Теперь он отличается от мультипериферической схемы[22, 23] лишь отсутствием динамического уравнения, вытекающего из квантовой теории поля (уравнение Бете — Солпитера), а также заменой пионов на пионные траектории. Это последнее отличие для большинства выводов несущественно (см. [33]).

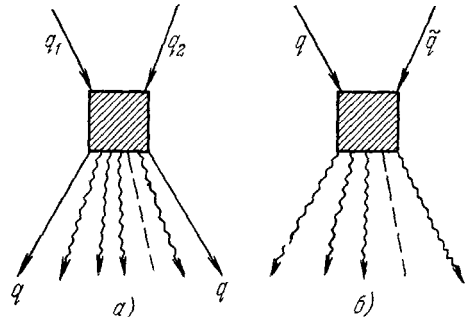

Рис. 5. *а*) Центральное соударение двух адронов q_1, q_2; *б*) аннигиляция пары адронов q, $\tilde{q}$.

Во всех этих схемах нет места для прямого применения теории Ландау *). Для нее нужны неперифериче́ские, центральные соударения типа схемы рис. 5 **) либо образование весьма больших кластеров (с массой $\mathfrak{M} \gtrsim 20$ *Гэв*). К разлету каждого такого кластера можно применять гидродинамическую теорию. При низких энергиях ($E_L \sim 10$—20 *Гэв*) центральные соударения в какой-то доле случаев (см. ниже, гл. 2) присутствуют. Но неизвестно, выживают ли они при $E_L \gtrsim 10^{12}$ *эв*, где была бы применима теория Ландау ***).

---

*) Параллельно с гидродинамической теорией Ландау развивалась гидродинамическая же теория Гейзенберга [34], менее разработанная и, казалось, принципиально иная. Однако Г. А. Милехин показал [35], что обе теории в принципе совпадают, различаясь только выбором уравнения состояния.

**) Вопрос о том, чем отличаются центральные соударения (рис. 5) от периферических (рис. 2—4), довольно запутан. Интуитивно часто считают, что в центральных соударениях больше множественность, чем в периферических, меньше параметр удара и соответственно меньше угловые моменты l (изотропия разлета). Как видно уже из сказанного, мы за основу берем другой признак: в центральном соударении все частицы в конечном состоянии образуют единую систему типа кластера по Ван-Хову, в которой ни одна из частиц кинематически не выделена (подробнее см. ниже, гл. 2, начало). Хотя, как правило, это соответствует упомянутому только что разделению соударений по эффективным значениям l и одновременно по множественности, однозначности здесь нет [36]. В частности, для диаграммы рис. 4, *в* чем *больше* множественность (число вершин), тем больше эффективные l, тем *менее* изотропен разлет. Однако такая диаграмма реализуется в ничтожной доле соударений. С другой стороны, файрбол или кластер — результат центрального соударения частиц, быть может, виртуальных. Поэтому возможно и такое определение: центральное соударение — это такое соударение, в результате которого вся система образует единую компаунд-систему, можно сказать, единый кластер. (Однако при сверхвысокой энергии кластера гидродинамический разлет может сделать $p_{\parallel} \gg p_{\perp}$.) Этот критерий, которым мы и будем пользоваться, точнее определен в гл. 2.

***) Сравнительно недавно Хагедорн [37] в серии работ развил теорию гидродинамического типа, отличающуюся от теории Ландау (и Гейзенберга) тем, что в ней феноменологически учитываются нецентральные, периферические соударения. В этой теории генерация частиц вычисляется по статистическим формулам для каждого данного элемента перекрывающихся объемов сталкивающихся адронов. Скорость же всего элемента в СЦИ описывается функцией распределения скоростей, подбираемой из сравнения с опытом. Автор считает, что температура каждого элемента не превосходит некоторой предельной температуры T_0, а генерированные частицы разлетаются, не взаимодействуя. Из сравнения с опытом подбирается $T_0 \sim \mu$. Легко видеть, что результат такого подсчета совершенно такой же, как при использовании статистической

Все это выяснилось только в последующие годы. При появлении же теории Ландау она произвела настолько сильное впечатление, что работа Померанчука [4] была отодвинута в тень. Сам И. Я. Померанчук не любил о ней вспоминать, и она была почти забыта (см., однако, [6–9]).

Но теперь мы видим, что это было неправильно. Схему Померанчука следует рассматривать как правомерный предельный случай *при малых энергиях* того же подхода, который в области больших энергий приводит к теории Ландау. Если в формулах теории Ландау рассмотреть случай, когда «макроскопическая» гидродинамическая скорость не успевает (даже к моменту распада на отдельные частицы) дорасти до значения, близкого к скорости света, то мы получим условие (весьма грубое) *)

$$n \leqslant 10. \tag{14}$$

Итак, если статистическая система невелика, то в ней еще нет необходимости учитывать гидродинамическое движение отдельных участков (а также нет заметного лоренцовского сжатия каждой из конечных частиц). При этом стадию изэнтропийного разлета нельзя отделить от начальной диссипативной стадии и для множественности нельзя считать справедливыми ни формулу (11), ни формулу (13). Таким образом, здесь *при соблюдении соотношения* (14) *существуют все условия для применения статистической модели Померанчука.*

Вместе с тем число $n \sim 10$ уже настолько велико, что статистические закономерности (с соответственной точностью, например, порядка $1/\sqrt{n}$) должны проявляться **).

г) Вывод для дальнейшего рассмотрения

Все дальнейшее основано на том, что существует ряд объектов, которые удовлетворяют условиям применимости статистической теории. Согласно (3), (8), (14) это должны быть статистические системы с полной энергией (в их системе покоя) $W \leqslant M/3 \sim 3$—6 *Гэв*. Ими являются (более подробное обсуждение см. ниже):

1. Возможное центральное соударение типа рис. 5 при $E_L \leqslant 5$—25 *Гэв* (рис. 5, *а*).

2. Объект, возникающий при $N\tilde{N}$-аннигиляции — в покое или при $E_L \leqslant 5$—25 *Гэв* (рис. 5, *б*).

3. Файрбол или кластер с массой того же порядка при «статистически-периферическом» процессе соударения типа рис. 3 и 4.

4. Сильно возбужденная система, возникающая в *любой* адронной вершине, например в вершине простого периферического процесса типа рис. 2 или при аннигиляции лептонов типа рис. 6, *а*, или в электромагнит-

---

теории Померанчука: начальная температура элемента может быть высока, но взаимодействие и охлаждение при разлете приводит к тому, что спектр и состав частиц определяются конечной температурой $T_K \sim T_0 \sim \mu$. Неудивительно поэтому, что состав, распределение по $p_\perp$ и другие характеристики процесса получаются такими же, как в нашем рассмотрении. Но, кроме того, учет движения статистических подсистем вдоль оси соударения дает дополнительные результаты. Они получаются при удачном подборе двух неизвестных функций распределения «гидродинамических» скоростей и представляют феноменологический элемент теории.

*) Это условие выписано для соударений адрон — адрон. При соударении адрон — ядро или ядро — ядро при столь же малых гидродинамических скоростях множественность существенно больше и статистическая теория верна при больших n.

**) Вопрос о точности статистических формул при ограниченных n выясняется, если сравнить статистический вес, вычисленный по формуле статистик Бозе и Ферми, с точными формулами. Для них известны наиболее общие подсчеты И. Л. Розенталя и В. М. Максименко [112] (см. также [17, 67]).

ном процессе с «глубокой неупругостью» типа рис. 6, *б*, или при упругом рассеянии адрона («дифракционная генерация»), рис. 6, *в*, и т. п.

Мы увидим, что действительно многие характерные черты этих систем получают естественное объяснение в рамках описанной модели.

Мы будем использовать все соотношения статистической теории в их буквальном смысле, рассматривая, в частности, расширение системы

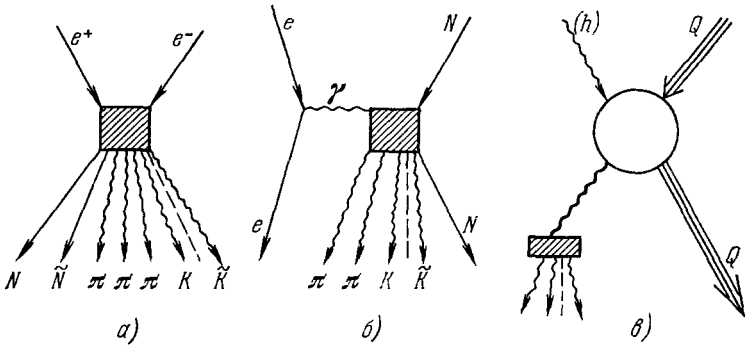

Рис. 6. Различные процессы образования статистически распадающейся подсистемы.

а) Аннигиляция пары лептонов ($e\tilde{e}$ или $\mu\tilde{\mu}$) в адроны; *б*) электромагнитный процесс «глубокой неупругости» при соударении лептона с нуклоном; *в*) дифракционное возбуждение адрона h (пиона, нуклона и т. п.) в состояние, статистически распадающееся на адроны (Q — адрон или ядро-спектатор).

во времени и пространстве. Принципиальное обоснование такого подхода дает квазиклассичность системы с большим числом степеней свободы. Его кажущаяся наивность и грубость окупаются его адекватностью, а также тем фактом, что теория содержит лишь *один неопределенный параметр*, подбираемый из сравнения с экспериментом,— температуру распада $T_к$, известную к тому же заранее по порядку величины (10).

Вместе с тем, как мы увидим в гл. 6, исследуя статистическую модель, мы вплотную подходим и к принципиальному вопросу о роли статистического и динамического начал в элементарном акте. Не исключено, что статистическая трактовка затрагивает фундаментальные проблемы квантовой теории поля.

2. ОБРАЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ПРОЦЕССЕ СОУДАРЕНИЯ БЫСТРЫХ АДРОНОВ

а) Выделение статистической подсистемы

Как мы уже подчеркивали, успех применения статистической теории определяется правильным выбором объекта, удовлетворяющего условиям ее справедливости. Поэтому прежде всего необходимо обсудить данные о механизмах генерации.

По-видимому, уже широко признано, что эти механизмы многообразны (см., например, обзор [38], в котором подчеркивается, что ряд экспериментальных данных свидетельствует о наложении распределений разных типов, соответственно соударениям с разными коэффициентами неупругости). Статистическая теория рассматривает только *распад* возникшей статистической системы, вероятность (сечение) возникновения которой лежит вне компетенции статистической теории и должна быть оценена иными способами, в настоящее время прежде всего из эксперимента

(такой «статистико-периферический» подход был использован уже давно в сочетании с одномезонным обменом [39–41]).

Характерный признак статистической системы состоит в том, что входящие в нее частицы обмениваются большими 4-импульсами k. Точнее, для i-й и j-й частиц манделстамовские переменные s_{ij} и $-t_{ij}$ одного порядка (передаваемый импульс порядка энергии частиц):

$$s_{ij} \sim -t_{ij} \equiv k_{ij}^2 \equiv \Delta_{ij}^2 \qquad (15)$$

(мы привели также обычно используемые в этих вопросах обозначения k и Δ вместо t), в то время как в периферических соударениях $s \gg -t$. Соответственно частицы разлетаются из статистической системы изотропно (или приблизительно изотропно), в то время как при периферическом соударении они коллимированы. На критерии (15) основан метод распознавания типа процесса, предложенный Дрёминым [42]. Именно, для данного отдельного соударения, промерив импульсы всех вылетающих n частиц, расположенных в известной последовательности, $i = 1, 2, \ldots, n$, вычисляют значение $k_{i,i+1}$ для 4-импульса, передаваемого от первых i частиц к остальным $n - i$ частицам. Затем на графике, где абсциссой служит номер i, наносят значения $k_{i,i+1}^2$ и соединяют эти точки сплошной кривой. В тех местах, где $k_{i,i+1}^2$ мало, как можно ожидать, происходит периферическое взаимодействие. На рис. 7 приведен пример [43], иллюстрирующий метод сопоставления определенной фейнмановской диаграммы данному соударению *). В табл. I приведены данные аналогичных измерений величин $k_{i,i+1}^2$ и $s_{i,i+1} = -(p_i + p_{i+1})^2$, где p_i, p_{i+1} — импульсы

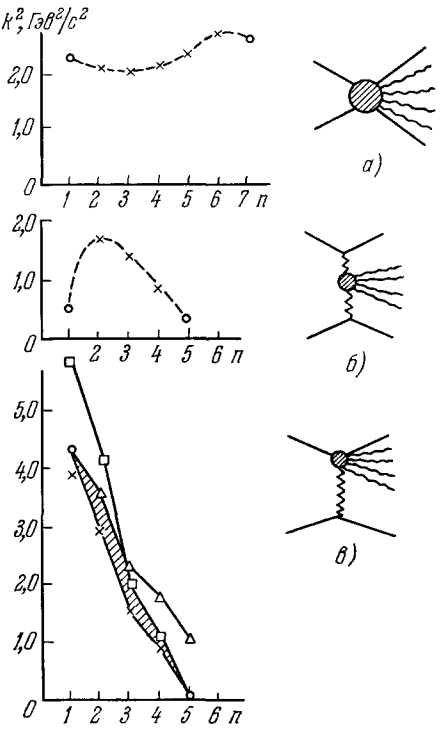

Рис. 7. Выделение периферических связей (малые k^2) в индивидуальных актах множественной генерации и сопоставление данному акту определенной фейнмановской диаграммы согласно [42,43].

Штрихованный кружок — неприводимая вершина (кластер, файрбол).

Таблица I

Распределение отношений $|s_{i,\,i+1}/t_{i,\,i+1}|$ при pN-соударениях с $E_L \sim 200$ *Гэв* [44]

$s_{i,\,i+1}/t_{i,\,i+1}$	$0 \div 0{,}5$	$0{,}5 \div 1{,}0$	$1{,}0 \div 2{,}0$	$> 2{,}0$
Доля случаев в %	61	11	11	17

i-й и $(i+1)$-й частиц для pN-соударений при энергии $\sim$200 *Гэв* (в космических лучах) [44]. Мы видим, что здесь периферическая связь частиц

*) Разумеется, из-за флуктуаций (число частиц невелико) этот метод не обеспечивает достоверного сопоставления. Недавно был предложен и применяется [108] более совершенный корреляционный метод выделения кластеров типа файрболов.

(примем для нее условно, например, критерий $|s_{i,i+1}\, t_{i,i+1}| > 2{,}0$) может иметь место только в 17% случаев, основная же доля частиц взаимодействует непериферически, частицы генерируются в форме статистической системы (кластера), которую принято называть файрболом.

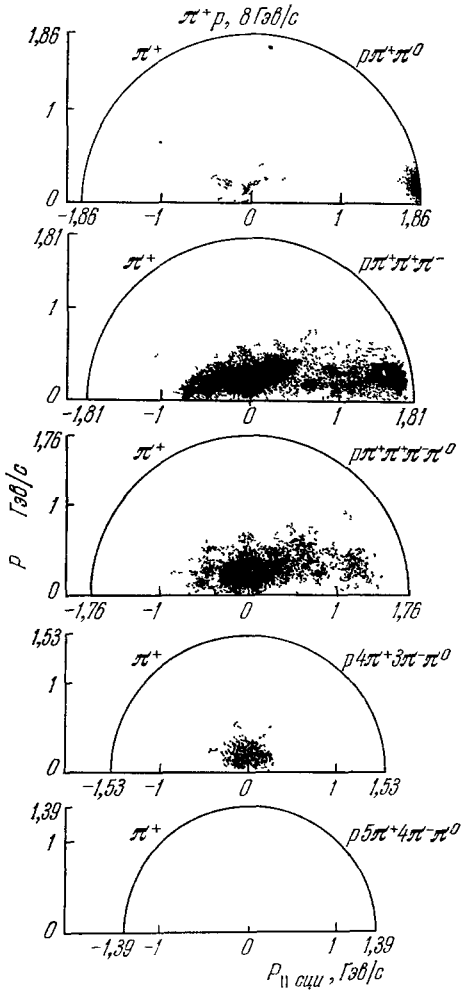

Рис. 8. Зависимость распределения в СЦИ по продольным $p_{\parallel}$ и поперечным $p_{\perp}$ (к оси соударения) импульсам конечных частиц от множественности n_{π} при π^+p-соударении ($E_L = 8$ *Гэв*) [45].

Каждая точка — отдельная частица. Видно, что при малых n_{π} частицы коллимированы, но при $n_{\pi} \gtrsim \langle n_{\pi} \rangle$ (здесь $\langle n_{\pi} \rangle \approx 6$) частицы разлетаются с $p_{\parallel} \sim p_{\perp}$, как и должно быть для статистической системы, покоящейся в СЦИ

Однако такого рода измерения очень немногочисленны и наличие статистической системы часто устанавливается по более простым признакам, прежде всего по тому, что для совокупности частиц удается найти систему отсчета, в которой разлет частиц изотропен или почти изотропен (и в силу этого удовлетворяет определению кластера по Ван-Хову).

На рис. 8 приведены весьма показательные результаты изучения процесса соударения π^+p при $E_L = 8$ *Гэв* [45].

Раздельно для разных множественностей показаны значения продольной $p_{\parallel}$ и поперечной $p_{\perp}$ составляющих импульса отдельных генерированных пионов в общей СЦИ. Мы видим, что при малых множественностях (число генерированных частиц равно 1—2) новые частицы летят в направлении первичных. Но по мере роста n распределение становится все более и более изотропным, причем $p_{\perp} \sim p_{\parallel} \sim 0{,}4$ *Гэв/с*.

Согласно определению кластера, которое дает Ван-Хов (см. п. 1, в) [32], эти частицы в совокупности можно рассматривать как кластер, покоящийся в общей СЦИ. Подобные кластеры из малого числа частиц можно искать и тогда, когда конечное число частиц мало, $n = 3-4$. Для этих случаев Ван-Хов развил интересный метод анализа эксперимента [32], с успехом примененный уже к реакциям $\pi + p \to 2\pi + N$ и $\pi + p \to 3\pi + N$, а также $K + p \to K + \pi + N$. Первые результаты показывают преобладающую роль процессов с дифракционным образованием малых (2π и 3π) кластеров. Но нас прежде всего интересуют гораздо большие n. Для них метод [32] становится, видимо, непреодолимо сложным, а вывод о преобладающей роли дифракционного механизма образования кластеров преждевременным.

Таким образом, начиная со средней множественности для рис. 8 (это $\langle n_{\pi} \rangle \sim 6$), мы можем рассматривать все или почти все генерированные пионы как статистическую систему, покоящуюся в СЦИ.

Аналогичные результаты были получены и в других работах, где, правда, измерение отдельных кинематических характеристик не было столь исчерпывающим: при соударении pN (при $E_L = 24$ и 21 *Гэв*) [46, 47] и πN [58] и т. д. Те же выводы дал анализ ускорительных данных в работе [48]; см. также обзоры [29, 65] и ниже рис. 10 и 19 и их анализ.

Таким образом, *если* нас интересуют господствующие — *средние и большие множественности* (а не редкие случаи генерации одной-трех частиц, на которых много лет сосредоточивалось внимание при сравнении теорий — например, модели полюсов Редже — с экспериментом), то, по-видимому, можно утверждать, что *характерным процессом при соударении адронов является образование статистической системы*, обычно *в отрыве* от теряющих малую долю своей энергии первичных частиц, причем при ускорительных энергиях эта система покоится в общей СЦИ. Это один из важнейших результатов экспериментов последних лет.

При $E_L \gtrsim 100$ *Гэв* можно говорить о файрболе с массой $\mathfrak{M} \sim 2$—4 *Гэв*, при меньших энергиях — об еще «недоросшем» файрболе, о кластере

б) Средняя энергия статистической подсистемы, образующейся в периферических взаимодействиях

Опыт показывает, что при pN-соударениях для $E_L \sim 20$—30 *Гэв*[38, 49] (а также, по-видимому, для $E_L \sim 200$ *Гэв* [28]) средняя энергия W такой системы в ее СЦИ имеет порядок $0{,}3\sqrt{s}$, где s — инвариантная энергия соударяющихся частиц.

Если ввести коэффициент неупругости K по отношению к энергии, переходящей в эту систему, то можно написать (в очевидном обозначении)

$$W \approx \langle E_{\text{стат. сист, СЦИ}} \rangle = \langle K \rangle \sqrt{s} \approx 0{,}3\sqrt{s}. \qquad (16$$

Однако распределение значений K чрезвычайно размыто (см., напри мер, [28, 38, 50]).

Коэффициент неупругости можно определять по-разному. Так, если под ним понимать всю энергию, уходящую на новообразованные частицы (включая, например, быстрый пион, возникший от распада возбудившегося и пролетевшего вперед нуклона), $K_0\sqrt{s}$, то $K_0 \geqslant K$. По-видимому, можно считать $\langle K_0 \rangle \approx 0{,}4$.

Однако в эту картину необходимо внести два существенных усложнения. Во-первых, файрбол все же движется в СЦИ, причем как целое получает не только поперечный импульс с $p_\perp^{f,b} \sim 1$ *Гэв* [51], но и продольное движение в общей СЦИ с лоренц-фактором $\bar{\gamma}$, который растет с энергией. Все же при умеренных энергиях $\bar{\gamma} \approx 1$. Лишь при $E_L \sim 200$ *Гэв*, по-видимому, $\bar{\gamma} \approx 1{,}2$ а при $E_L \sim 1000$ *Гэв* $\bar{\gamma} \approx 1{,}5$ [28, 52] (эти оценки сделаны в космических лучах, где измерения очень трудны, и приведенные цифры следует рассматривать как приближенные). Из-за этого движения только при не очень высокой энергии (при $E_L \lesssim 50$ *Гэв*) $E_{\text{стат. сист, СЦИ}}$, даваемая формулой (16), совпадает с массой статистической системы $\mathfrak{M}$, и можно еще считать

$$\mathfrak{M} = K\sqrt{s}, \qquad (17)$$

$$\langle K \rangle \sim 0{,}3. \qquad (18)$$

Во-вторых, и это более существенно, всегда имеется примесь частиц, генерированных при распаде возбудившейся в процессе соударения и пролетающей вперед первичной частицы. При малых множественностях они преобладают (ср. рис. 8). При средних и больших множественностях

их относительных вклад может быть невелик. Однако, с одной стороны, он может быть различен в πN-и NN-соударениях. С другой стороны, именно эти частицы в лабораторной системе обладают наибольшей энергией и в соответствующих экспериментах могут играть главную роль.

Важно подчеркнуть, что *если энергия возбуждения* этой частицы достигает *нескольких Гэв*, то ее *распад* также можно рассматривать *статистически*. От файрбола она отличается не очень существенно; например, если речь идет о возбуждении нуклона, то барионное число равно единице, а не нулю, как в случае кластеров на рис. 8.

Возбуждение может происходить либо через обмен пионом или мезонным полюсом, как на рис. 2—4, либо дифракционно, при упругом рассеянии (рис. 6,*в*) (например, но отнюдь не обязательно, при обмене вакуумным полюсом). Рис. 4,*в*, по существу, тоже описывает дифракционное возбуждение специального типа, одно время привлекавшее усиленное внимание теоретиков, но играющее в целом малую роль; по некоторым оценкам оно дает долю порядка 1% всех неупругих соударений.

При дифракционном возбуждении налетающей частицы массы m и энергии E_L до состояния с массой $\mathfrak{M}$ должно соблюдаться известное ограничение на передаваемый продольный импульс $q_{\|}$, $q_{\|}\mu^{-1} < 1$ [54]. Ему можно придать вид [55]

$$q_{\|} = \frac{\mathfrak{M}^2 - m^2}{2E_L} < \mu. \tag{19}$$

Поэтому при энергии E_L возможно возбуждение до состояния с $\mathfrak{M}$, равным (считая $\mathfrak{M}^2 \gg m^2$)

$$\mathfrak{M} \lesssim \sqrt{2\mu E_L} \approx 0{,}5\sqrt{E_{L,\ Гэв}}, \tag{20}$$

где $E_{L,\ Гэв}$ выражено в *Гэв*. Следовательно, при $E_L \sim 16$ *Гэв* возможны $\mathfrak{M} \sim 2$ *Гэв*, при $E_L \sim 70$ *Гэв* — $\mathfrak{M} \sim 4$ *Гэв*. И действительно, в $\pi^- N$-соударениях при 16 *Гэв* было обнаружено дифракционное расщепление $\pi \to 3\pi$ и $\pi \to 5\pi$, причем в последнем случае в согласии с (20) было найдено, что $\mathfrak{M} = 1{,}8$—$1{,}9$ *Гэв* [56]. Такая система имеет в основном те же свойства, что и статистическая система, возникающая при $N\bar{N}$-аннигиляции в покое (рис. 5, *б*), где $\mathfrak{M} = 1{,}88$ *Гэв*. В частности, можно ожидать, что здесь в $\sim 5\%$ случаев будут присутствовать пары $K\bar{K}$, как это имеет место при аннигиляции (см. ниже, п. 5, д) (экспериментальные данные по этому вопросу пока отсутствуют). При $E_L \sim 70$ *Гэв* дифракционное возбуждение в πN-соударении, как мы видим, может давать статистическую систему такой же массы, как периферическое образование файрбола.

Как мы уже упоминали, анализ малочастичных процессов (число новообразованных пионов равно 1—2, $E_L \sim 10$—16 *Гэв*) по методу Ван-Хова [32] приводит к заключению о преобладающей роли дифракционного возбуждения налетающей частицы до «кластерного состояния». Мы видим, что этот процесс при больших E_L может приводить к образованию больших кластеров, порядка массы файрбола, $n_\pi \sim 8$. И действительно, сечение дифракционной диссоциации пиона на 3 и 5 пионов сильно растет с энергией [57]. Этот рост можно связывать с увеличением фазового объема для кластера массы $\mathfrak{M} \sim 2$ *Гэв*. Однако все же этот процесс при $n \sim \langle n \rangle \gg 1$ не является главным каналом множественной генерации *).

*) Существует, впрочем, и обратное мнение, не подтвержденное экспериментально. С ним трудно согласиться. Оно могло бы основываться только на господствующей роли обмена померанчуковским полюсом не только для упругих, но и для неупругих соударений. Однако уже давно было показано [113, 114], что при реально имеющих место множественностях (и соответственно значениях $\mathfrak{M}$) $\cos\theta_t$ в поперечном канале отнюдь не велик (он порядка единицы), условие реджевской асимптотики не выполнено и иерархия траекторий при $s \to \infty$ полностью разрушается: вакуумный полюс отнюдь не дает наибольшего вклада.

в) Относительный вклад частиц от статистической системы (файрбола), покоящейся в СЦИ, и от возбуждения налетающей частицы

Этот вклад пока еще не определен. Из рис. 8 ясно, что в πN-соударении при 8 *Гэв*, когда $n < \langle n \rangle$, этот вклад невелик. Но в тех же процессах при $E_L \sim 60$ *Гэв*, как показало исследование [58], из которого заимствован рис. 9, угловое распределение релятивистских заряженных частиц в СЦИ (583 соударения собраны вместе), даже после исключения дифракционно генерированных троек и пятерок, неизотропно. Это распределение можно разбить на три части: а) изотропная часть (примерно

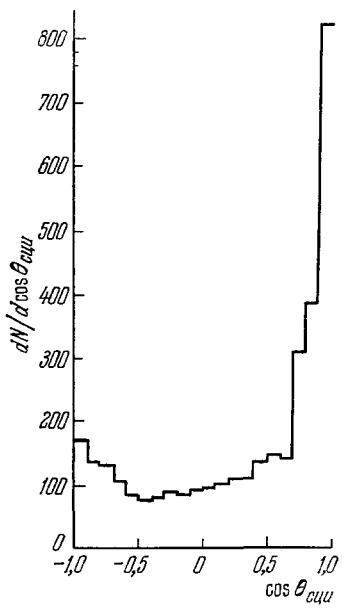

Рис. 9. Угловое распределение заряженных частиц в СЦИ (угол вылета $\theta_{СЦИ}$ по отношению к импульсу первичного пиона в $\pi^- N$-соударениях при E_L=60 *Гэв* (сводный график 583 событий) [58].

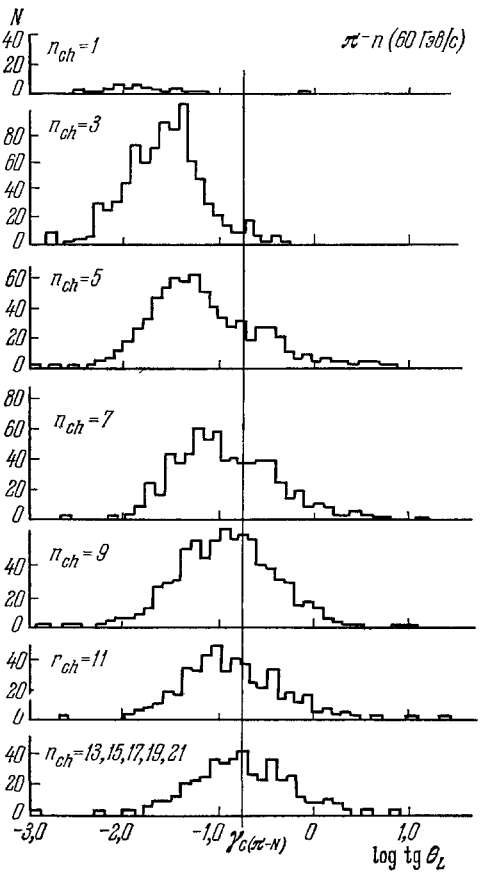

Рис. 10. Угловое распределение вылетающих частиц (в масштабе lg tg θ_L, θ_L — угол вылета частицы в лабораторной системе) для $\pi^- n$-соударений, $E_L = 60$ *Гэв*, при различных множественностях n_{ch} [58].

γ_c (π — N) указывает лоренц-фактор системы центра инерции. Видно, что частицы возникают главным образом в кластере, и по мере роста n_{ch} скорость кластера в СЦИ уменьшается.

половина частиц), которую можно приписать распаду статистической системы, покоящейся в СЦИ; б) большой пик вперед, который можно приписать возбуждению и распаду налетающего пиона, и в) небольшой пик назад, который в той же мере можно приписать распаду возбужденного при соударении нуклона. При таком толковании следует считать, что вероятность возбуждения вершины в периферическом πN-столкновении велика.

Еще более показателен в этом смысле рис. 10, где угловое распределение частиц в $\pi^- n$-соударении при $E_L = 10$ *Гэв* построено как функция

величины $\lg \operatorname{tg} \theta_L$ (θ_L — угол вылета в лабораторной системе) раздельно для разных чисел заряженных частиц n_{ch}. В таком масштабе кривая гауссова типа означает изотропный разлет частиц в некоторой системе отсчета. Положение максимума кривой $\theta_{L,\max}$ дает значение лоренц-фактора этой системы γ_0 в лабораторной системе, $\gamma_0 = -\lg \operatorname{tg} \theta_{L,\max}$. Прямая $\gamma_{c(\pi-N)}$ указывает значение лоренц-фактора системы центра инерции. Мы видим, что даже при $n_{ch} = 3$ разлет является приближенно изотропным в системе, движущейся в СЦИ вперед со значительной скоростью ($\gamma_0 \neq \gamma_{c(\pi-N)}$). Это полностью соответствует выводу на основе метода Ван-Хова о том, что при таких малых n_{ch} доминирует образование кластера, возникающего при дифракционном возбуждении налетающего пиона. При увеличении n_{ch} нарастает вклад второго максимума (тоже,

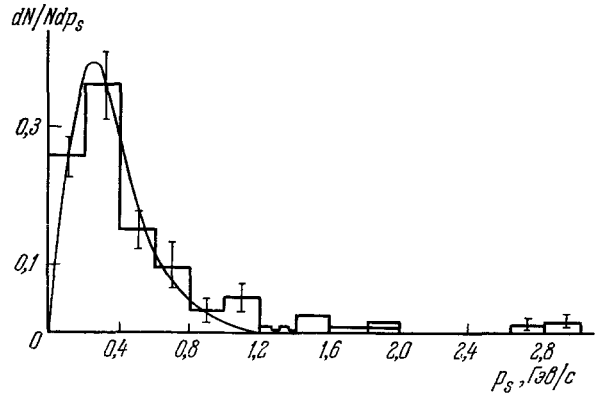

Рис. 11. Распределение генерированных заряженных частиц по импульсам p_s в соударении pN при $E_L \sim 200$ *Гэв* (космические лучи) [27].

Сплошная кривая — распределение Бозе для температуры $T = 0{,}8\ \mu$ (p_s — импульс в системе симметрии).

по крайней мере приближенно, изотропного типа), описывающего разлет системы, *покоящейся* в СЦИ (ее γ_0 совпадает с $\gamma_{c(\pi-N)}$). При средней для этих соударений множественности $\langle n_{ch} \rangle = 6{,}24 \pm 0{,}15$ (см. кривую для $n_{ch} = 7$) этот вклад уже определяющий. При $n_{ch} \geqslant 13$ разлет вполне симметричен в СЦИ.

Легко видеть, что этот предельный случай как раз и соответствует вполне центральному соударению. В самом деле, здесь $\sqrt{s} \sim 10{,}5$ *Гэв*, поэтому при центральном соударении на генерацию пионов (учитывая энергию покоя одного нуклона) остается $\sqrt{s} - m_N \sim 9{,}6$ *Гэв*. Согласно (32) (см. ниже) по статистической теории, рассматриваемой нами, это позволяет получить в среднем $\langle n_\pi \rangle \sim 9{,}6/0{,}43 \approx 22$ пиона, т. е. ~ 14 заряженных пионов, что согласуется с $n_{ch} \sim 13$. Другими словами, это тот случай, когда начальные частицы теряют практически всю кинетическую энергию и входят в состав статистической системы.

В NN-столкновении вероятность столь же большого возбуждения налетающей частицы, по-видимому, не так велика (это видно уже из того, что на рис. 9 задний пик — от возбужденного нуклона — по площади в 5—6 раз меньше переднего, который мы приписываем возбуждению пиона). То же можно усмотреть из рис. 11, где дано распределение по импульсам частиц, генерированных в pN-столкновении при $E_L \sim 200$ *Гэв* [27] (оно построено в системе отсчета, в которой суммарный импульс частиц, летящих вперед, равен суммарному импульсу частиц, летящих назад; эта сис-

тема не сильно отличается от СЦИ). Видно, что подавляющее большинство частиц описывается планковским распределением (сплошная кривая) при $T \sim \mu$ (точнее, $T = 0{,}8\ \mu$ с точностью $\pm 0{,}2\ \mu$) и, таким образом, может быть приписано распаду файрбола. Быстрые частицы вне этой кривой немногочисленны.

Кошиба [59] находит, что при $E_L \sim 10^3$ *Гэв* возбуждение нуклона до состояния с массой ≈ 2 *Гэв* (он называет это состояние «алеф») происходит в каждом соударении. Это не противоречит сказанному выше.

г) Центральные соударения и их доля

Значения коэффициентов неупругости K распределены непрерывно. Поэтому центральные соударения (рис. 5, *а*), в которых начальные частицы теряют большую часть своей энергии и оказываются энергетически равноправными с генерированными частицами, нельзя строго отделить от периферических. Однако приближенно такое разделение провести можно. Более того, оно и экспериментально обнаруживается, как мы увидим, довольно четко.

Критерий для выделения центральных соударений может быть основан именно на том, что в этом случае *нуклоны входят в состав статистической системы*, при ускорительных энергиях покоящейся в СЦИ, так что *их кинетическая энергия после соударения в среднем равна* (в СЦИ) $\frac{3}{2}T$, а так как $T \sim \mu$, то $\frac{3}{2}T \approx 0{,}2$ *Гэв*. Следовательно, средняя доля теряемой нуклоном кинетической энергии $K_{\text{кин}}$ удовлетворяет соотношению

$$(1 - K_{\text{кин}})(E_c - m_N) \approx \frac{3}{2}T, \tag{21}$$

$$K_{\text{кин}} \approx 1 - \frac{3}{2}T/(E_c - m_N), \tag{21а}$$

где $E_c = \frac{1}{2}\sqrt{s}$ — энергия до соударения. Полный коэффициент неупругости K_0, поскольку $K_0 E_c = K_{\text{кин}}(E_c - m_N)$, связан с $K_{\text{кин}}$ соотношением $K_0 = K_{\text{кин}}[1 - (m_N/E_c)]$. Для центральных соударений

$$K_0 \gtrsim 1 - \frac{m_N + \frac{3}{2}T}{E_c}. \tag{21б}$$

В работе [62] исследовалось распределение по поперечным импульсам $p_\perp$ протонов от pp-соударений с $E_L = 12{,}5$ *Гэв* ($E_c \approx 2{,}5$ *Гэв*) порознь для разных $K_{\text{кин}}$. В этом случае для центральных соударений, согласно (21а), должно быть $K_{\text{кин}} \gtrsim 0{,}87$ (и, согласно (21б), $K_0 \gtrsim 0{,}55$). Действительно, в эксперименте (см. рис. 14) распределение по $p_\perp$ для таких (и более медленных) протонов оказалось существенно отличным от распределения протонов с меньшим $K_{\text{кин}}$ (более крутым). Как будет показано в п. 4, д, оно точно соответствует предсказанию статистической теории при $T \approx 0{,}92\mu$. Поэтому доля таких соударений, можно считать, и есть доля центральных соударений. Согласно рис. 14 (который воспроизводит рис. 2 в [62]) эту долю ξ_{centr} можно грубо оценить цифрой 0,2. Совсем грубо будем считать

$$\xi^{pp}_{\text{centr}} \sim 0{,}1 \qquad (E_L = 12{,}5\ \textit{Гэв}). \tag{22}$$

Старые, менее надежные оценки доли таких соударений при $E_L \leqslant \leqslant 20$—30 *Гэв* также давали цифры порядка 0,1 (в pN-соударениях; см., например, [60, 61]).

Существуют соображения [63], по которым она должна убывать с энергией. К сожалению, экспериментальные данные при больших энергиях отсутствуют (хотя получить их, произведя такие же измерения, как в [62], и применив изложенное выше рассмотрение, вероятно, уже нетрудно).

Аналогичную оценку для ξ_{centr} в πN-соударениях пока не производили. Весьма косвенную оценку можно получить из [58], где показано, что события с очень большой множественностью, $n_s > 10$ (в то время как $\langle n_s \rangle \approx 5$), составляют около 9% всех событий. Если в этом распределении выделить изотропную часть, приписав ее центральным соударениям, то, поскольку она составляет около половины всех частиц, можно заключить, что и для πN-столкновений вероятность образования единой для всех частиц статистической системы (т. е. центрального соударения) не превышает 5—10% (вопреки старой оценке [60], где указывалась цифра $\sim$50%).

Изложенные экспериментальные данные указывают на объекты, которые мы истолковываем как статистические системы. Однако, только применив к ним статистическую теорию и обнаружив, что предписываемые ею разнообразные количественные характеристики соответствуют опыту, можно будет убедиться в правильности этого истолкования и в то же время убедиться в справедливости и плодотворности статистической теории. К этому применению мы и переходим.

3. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Мы уже упоминали, что вариант Померанчука пытались использовать, когда обнаружилось расхождение теории Ферми с опытом. Если для генерации при соударении двух частиц это расхождение еще можно было объяснить периферическим характером взаимодействия, то аннигиляция нуклонов — чистый случай, подпадающий под статистическую теорию [17, 115]. Но и здесь теория Ферми давала слишком большую примесь тяжелых частиц, слишком малую множественность пионов, слишком большую их энергию. Все это устранялось, если произвольно вместо $V = V_F$ (2) брали $V = (10—15)V_F$. Это фактически означало переход (для данного частного процесса) к модели типа Померанчука, которая в работах [6-9] применялась к аннигиляции и явно, притом с успехом (хотя и не всегда последовательно).

Теория предполагает, что при расширении статистической системы (рис. 1, *в*) термодинамическое равновесие сохраняется в каждый момент времени. *В момент разлета* частицы уже не взаимодействуют и их распределение по импульсам при температуре T и полном объеме V определяется формулами статистик Бозе и Ферми. Для частиц сорта i

$$dn_i(\mathbf{p}) = \frac{g_i}{(2\pi)^3} V \frac{d\mathbf{p}}{e^{z_i \sqrt{1+x^2} - \mu_i/T} \pm 1}, \quad z_i = \frac{m_i}{T}, \quad x = \frac{|\mathbf{p}|}{m_i}, \tag{23}$$

где m_i — масса, g_i — внутренний (спиновый и изотопный) статистический вес частиц, μ_i — химический потенциал. Он определяется заданием разности чисел частиц и античастиц вначале. Мы будем считать его равным нулю, учитывая сохранение этой разности только в факторах g_i (случай $\mu_i \neq 0$ см. [18]).

Полное число бозе- и ферми-частиц данного сорта (индексы B и F) равно

$$n_{F,i} = \frac{g_i}{2\pi^2} VT^3 F_F(z_i), \quad F_F(z_i) = z_i^3 \int_0^\infty \frac{x^2\,dx}{e^{z_i\sqrt{1+x^2}}+1}, \tag{24}$$

$$n_{B,i} = \frac{g_i}{2\pi^2} VT^3 F_B(z_i), \quad F_B(z_i) = z_i^3 \int_0^\infty \frac{x^2\,dx}{e^{z_i\sqrt{1+x^2}}-1}, \tag{24а}$$

$$z_i = m_i/T.$$

Аналогично полная энергия всех частиц данного сорта равна

$$E_{F,i} = \frac{g_i}{2\pi^2} VT^4 \Phi_F(z_i), \quad \Phi_F(z_i) = z_i^4 \int_0^\infty \frac{x^2\sqrt{1+x^2}\,dx}{e^{z_i\sqrt{1+x^2}}+1}, \tag{25}$$

$$E_{B,i} = \frac{g_i}{2\pi^2} VT^4 \Phi_B(z_i), \quad \Phi_B(z_i) = z_i^4 \int_0^\infty \frac{x^2\sqrt{1+x^2}\,dx}{e^{z_i\sqrt{1+x^2}}-1}. \tag{25а}$$

Полную энергию статистической системы будем обозначать через W:

$$W = \sum_i (E_{F,i} + E_{B,i}). \tag{25б}$$

В предельных случаях:

$$T \ll m_i, \quad z_i \gg 1: \quad \Phi_F = \Phi_B = zF_F = zF_B = \left(\frac{\pi}{2} z^5\right)^{1/2} e^{-z}, \tag{26}$$

$$T \gg m_i, \quad z_i \ll 1: \quad F_F = 1{,}80, \quad F_B = 2{,}40, \quad \Phi_F = 5{,}68, \quad \Phi_B = 6{,}49, \tag{26а}$$

$$T = m_i, \quad z_i = 1: \quad F_F = 1{,}52, \quad F_B = 1{,}78, \quad \Phi_F = 5{,}25, \quad \Phi_B = 5{,}78. \tag{26б}$$

Более подробные таблицы см. в [18].

В качестве объема V при данной полной множественности конечного состояния n (n есть сумма всех $n_{B,i}$ и $n_{F,i}$) мы, согласно Померанчуку, принимаем

$$V = nV_0, \quad n = \sum_i (n_{B,i} + n_{F,i}), \tag{27}$$

где V_0 по порядку величины — объем одной частицы (2а). Но, чтобы быть точнее, мы *введем* здесь *единственный неопределенный параметр теории* α, *подбираемый из сравнения с экспериментом*, положив, в отличие от (2а),

$$V_0 = \alpha \cdot \frac{4}{3} \frac{\pi}{\mu^3}. \tag{28}$$

Известно, во всяком случае, что α должно быть порядка единицы. Так оно и оказывается.

Характеристики, которые мы будем рассматривать для процесса множественной генерации, это: а) температура распада $T_к$, б) средняя энергия частиц $\langle\varepsilon\rangle$, в) средняя множественность $\langle n\rangle$, г) состав генерируемых частиц, д) средний поперечный импульс $\langle p_\perp\rangle$, его распределение $N(p_\perp)\,dp_\perp$ и зависимость $\langle p_\perp\rangle$ от множественности и массы частиц, е) оценка для продольного импульса $p_\parallel$.

Затем в гл. 5 мы рассмотрим не процесс множественной генерации, а тесно связанное с ним статистическое упругое рассеяние на большие углы.

При сравнении с экспериментом всюду будет предполагаться, что числа генерируемых π^+-, π^-- и π^0-мезонов равны между собой:

$$n_{\pi^+} = n_{\pi^-} = n_{\pi^0} = \frac{1}{3} n_\pi. \tag{29}$$

Это чрезвычайно грубое предположение. Во-первых, известно, что генерируются не только пионы непосредственно, но и ρ-, ω- и η-мезоны, дающие пионы лишь после распада. Так, согласно [64], при аннигиляции $N\bar{N}$ хотя бы один из этих резонансов присутствует всегда. Во-вторых, даже при генерации пионов нужно учесть реальные значения коэффициентов Клебша — Гордана. Вообще, согласно опыту, при $N\bar{N}$-аннигиляции, если множественность не очень велика, результат сильно зависит от спина всей системы [64]. Но нас интересуют здесь типичные — большие — множественности, а главное, начальный изотопический спин и спин, как правило, неопределенны и по ним фактически нужно усреднять.

Мы будем считать, что *распад происходит изотропно*. Конечно, и это предположение очень грубое. Так, при распаде на две частицы учет углового момента системы приводит к распределению по углам в СЦИ типа $(\sin\theta)^{-1}$ (см. [61], а также [93, 94]). Высказывались предположения и о более сильной угловой зависимости [59]. Поэтому и при анализе эксперимента отнюдь *не следует считать, что наличие слабого отступления от изотропии* (например, типа $(\sin\theta)^{-1}$) *свидетельствует против наличия статистической системы или подсистемы.*

При развитии теории соответствующие улучшения по обоим пунктам нетрудно будет произвести. Мы же здесь ставим своей целью выяснить основные моменты, не загромождая изложение деталями. Как будет видно, уже при таком подходе результаты оказываются положительными.

4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА МНОЖЕСТВЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ (СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ)

Важнейшим свойством распада системы в рассматриваемой теории является малость температуры распада $T_к \equiv T_P \sim \mu$ (см. (10)). Уже поэтому ясно, что частицы, более тяжелые, чем пион, будут примешаны в экспоненциально малой пропорции (подробнее см. гл. 2). Поэтому можно считать $\langle n \rangle \approx \langle n_\pi \rangle$, $W \approx E_\pi$, где n_π — число всех пионов, E_π — их суммарная энергия. Подставив (28) в (27), а затем результат — в (24а) и заменив здесь n на $\langle n_\pi \rangle$, получаем уравнение для определения температуры распада $T_к$ (мы положили уже $g_\pi = 3$):

$$\alpha \cdot \frac{2}{\pi} F_B(z_к) = z_к^3, \quad z_к = \frac{\mu}{T_к}. \tag{30}$$

При простейшем предположении, $\alpha = 1$, графическое решение этого уравнения дает

$$z_к = 1{,}03, \quad T_к = 0{,}97\mu \qquad (\alpha = 1). \tag{31}$$

F_B — медленная функция. Поэтому практически, согласно (30), $z_к \sim \alpha^{1/3}$. При $\alpha = 0{,}5$ и $\alpha = 2{,}0$ имеем соответственно $T_к = 1{,}19\ \mu$ и $T = 0{,}79\ \mu$.

Мы будем, как правило, пользоваться значением $\alpha = 1$, иногда обсуждая при сравнении с экспериментом возможность других значений α.

а) Средняя энергия пионов $\langle \varepsilon_\pi \rangle$

Деля полную энергию пионов $E_B \equiv E_\pi$ (25а), которую мы считаем приближенно равной всей энергии статистической системы W (25б), на их среднее число $n_B \approx \langle n_\pi \rangle$ (24а), получаем (по-прежнему $\alpha = 1$)

$$\langle \varepsilon_\pi \rangle = T_{\text{к}} \frac{\Phi_B(z_{\text{к}})}{F_B(z_{\text{к}})} \approx 0{,}43 \ \textit{Гэв} \tag{32}$$

(при $\alpha \neq 1$ $\langle \varepsilon_\pi \rangle \sim \alpha^{-1/3}$).

Этот результат хорошо согласуется с экспериментом.

К сожалению, сравнение теоретической цифры (32) с экспериментальными данными, приводимыми обычно, не всегда убедительно, так как при подсчете среднего на опыте значительный вклад дают немногие нестатистически генерированные пионы высокой энергии (ср. хвост больших p на рис. 11). Все же, если, например, обратиться к экспериментальным данным, собранным в обзоре [38], мы получим следующее.

Для NN-соударений по результатам всех 23 работ, в которых было $E_L \geqslant 10$ *Гэв*, находим

$$\langle \varepsilon_\pi \rangle_{\text{exp}} = 0{,}46 \ \textit{Гэв} \qquad (NN,\ E_L \geqslant 10 \ \textit{Гэв}).$$

Для πN-соударений с $E_L \geqslant 4{,}5$ *Гэв* среднее по всем 17 работам дает

$$\langle \varepsilon_\pi \rangle_{\text{exp}} = 0{,}54 \ \textit{Гэв} \qquad (\pi N,\ E_L \geqslant 4{,}5 \ \textit{Гэв}).$$

Неудивительно, что эта цифра велика. В п. 2, в мы подчеркивали, что именно в πN-соударениях вклад быстрых нестатистических частиц особенно велик. Тем более это верно при столь невысокой энергии.

Зато для $N\bar{N}$-аннигиляции в покое, дающей статистическую систему в наиболее чистом виде, по всем 15 работам получаем

$$\langle \varepsilon_\pi \rangle_{\text{exp}} = 0{,}41 \ \textit{Гэв} \qquad (N\bar{N}\text{-аннигиляция}),$$

в прекрасном согласии с (32).

Распределение по ε и импульсам $p = \sqrt{\varepsilon^2 - \mu^2}$ дается планковской формулой (23).

Таким образом, ни средняя температура распада, ни средняя энергия пионов в СЦИ статистической системы вообще *не зависят от начальной энергии*. Этот важный результат оправдывается на опыте (в общей СЦИ соударения энергия частиц зависит от движения всего сгустка, которое при $E_L \leqslant 60$ *Гэв*, по-видимому, еще не проявляется). Именно, как мы увидим, значение T определяет состав генерируемых частиц (п. 4, в) и их распределение по поперечным импульсам (п. 4, г). Они оказываются не зависящими от W.

Добавим, что в космических лучах средняя энергия пионов, рождаемых в файрболах, всегда оценивалась цифрой $\sim 0{,}5$ *Гэв* [24–29], а распределение по p всегда получалось в основном согласующимся с (23) при $T \sim \mu$, как это видно, например, из рис. 11.

б) Средняя множественность $\langle n_\pi \rangle$

Разделив $E_\pi \approx W$ на $\langle \varepsilon_\pi \rangle$ (32), получим

$$\langle n_\pi \rangle = \frac{W}{T_{\text{к}}} \frac{F_B(z_{\text{к}})}{\Phi_B(z_{\text{к}})} \approx 2{,}3 W_{\textit{Гэв}} \tag{33}$$

($W_{\textit{Гэв}}$ измеряется в *Гэв*; $\langle n_\pi \rangle \sim \alpha^{1/3}$).

При сравнении этой формулы с экспериментом (см., например, [64]) необходимо тщательно разделять разные типы процессов.

1) Простейший и, как всегда, наиболее чистый случай — *аннигиляция пары* частиц. Мы можем ожидать, что здесь вся энергия переходит в статистическую систему, так что $\sqrt{s} = W$ (см. рис. 5, *б*). То же должно быть верно и при адронной аннигиляции лептонов (см. рис. 6). Конечно, помимо схемы рис. 5, *б*, возможен и более сложный процесс, когда некоторые частицы генерируются и вне статистической системы, как на рис. 12. Такие дополнительные частицы будут коллимированы вблизи направления импульса породившей их частицы. Угловое распределение всех частиц получится неизотропным, а описание процесса будет, по существу, типа рис. 4, *а* (с одним кластером), т. е. близким к мультипериферическому. Действительно в [64в] в процессах $\bar{p}p \to K\bar{K} + n_\pi\pi$, $E_L = 5{,}7$ *Гэв*, такой неизотропный вклад в распределение обнаружен. Из рис. 6 в работе [64в] можно видеть, что он охватывает около 25% всех каонов и менее 15% всех пионов. Мультипериферическая теория без кластеров (рис. 4, *в*) хорошо описывает угловое распределение при малых множественностях ($n_\pi = 1$—3) и плохо — при средних и больших ($\langle n_\pi \rangle \approx 5$), что и понятно.

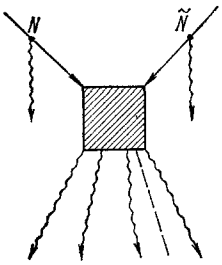

Рис. 12. Возможный нестатистический вклад в процесс аннигиляции $\bar{N}N \to$ адроны.

Отвлекаясь от этих деталей, мы здесь, однако, будем считать упрощенно, что процесс следует схеме рис. 5, *б*, так что $W = \sqrt{s}$. Тогда *)

$$\langle n_\pi \rangle = 2{,}3W_{Гэв} = 4{,}6E_{c,\,Гэв} \equiv 2{,}3\sqrt{s_{Гэв^2}}. \tag{34}$$

Эксперимент при $2{,}2 < 2E_c < 3{,}4$ *Гэв* дает, согласно [64а], в случае $\bar{p}p$-аннигиляции эмпирическую формулу

$$\langle n_\pi \rangle = 2{,}3W_{Гэв}^{0{,}98}, \tag{34а}$$

что неправдоподобно точно соответствует теории при $\alpha = 1$. Правда, с другой стороны, приводилась и иная эмпирическая формула для множественности заряженных пионов (при $2E_c \leqslant 3{,}5$ *Гэв*) [64г]:

$$\langle n_{\pi\pm} \rangle = (1{,}64 \pm 0{,}25) + (0{,}77 \pm 0{,}15)\, W_{Гэв}. \tag{35}$$

Она внешне сильно отличается от (34) и (34а). Однако, считая $\langle n_\pi \rangle = \frac{3}{2}\langle n_{\pi\pm} \rangle$, можно убедиться, что при $W < 2{,}5$ *Гэв* численное согласие остается хорошим, а при $W = 3{,}5$ *Гэв* расхождение не превышает $\sim 25\%$, т. е. остается порядка погрешности как теории, так и эксперимента.

Однако последняя сводка всех данных по энергетической зависимости $\langle n_\pi \rangle$ [116] приводит к систематическому занижению $\langle n_\pi \rangle$ по сравнению с (34) при больших E_L. Согласие могло бы быть восстановлено, если положить $T_k \sim (1{,}2$—$1{,}4)\ \mu$. Но возможно, что здесь просто сказывается увеличение вклада быстрых нестатистических пионов (рис. 12), из-за чего на долю статистической системы остается энергия, меньшая чем $2E_c$.

2) При сравнении с опытом для pN- и πN-соударений решающим является задание *доли полной энергии, переходящей в статистическую подсистему*, т. е. K. Следовало бы порознь рассматривать эксперименты для разных K. К сожалению, соответствующие данные в литературе отсут-

*) Мы пренебрегли различием изотопных и статистических весов для pp- и $\bar{n}n$- аннигиляции, с одной стороны, и $n\bar{p}$ и $p\bar{n}$ — с другой. Как показано в [17], для $\langle n \rangle$ это различие невелико.

ствуют, и мы вынуждены очень грубо рассматривать средние величины. Именно, чтобы как-то учесть и немногие нестатистические частицы, положим $K = \langle K_0 \rangle = 0.4$. Подставляя (17) в (33), получаем для соударений

$$\langle n_\pi \rangle = 1.8E_c = 1.3\sqrt{(E_L + M)M} = \begin{cases} 5{,}8\,(E_L = 20\ \text{Гэв}), \\ 7{,}0\,(E_L = 30\ \text{Гэв}), \end{cases} \tag{36}$$

где снова E_c, E_L и M выражены в *Гэв*. Согласно (29) можно написать

$$\langle n_{\pi\pm} \rangle = \frac{2}{3}\langle n_\pi \rangle = 0{,}61\sqrt{s} \approx 0{,}86\sqrt{E_L/M}, \tag{36а}$$

где s — в (*Гэв*)^2.

В NN-соударениях число заряженных пионов $\langle n_{\pi\pm} \rangle$ при грубом предположении (29) составляет поэтому при 20 и 30 *Гэв* соответственно 3,9 и 4,7. Опыт [49, 65] дает соответственно 4 и 4,6. Точное совпадение, конечно, является обманчивым хотя бы потому, что при усреднении опытных данных входят (хотя их относительно немного) случаи очень малой множественности, не описываемые статистической моделью, а также потому, что использование единого $\langle K_0 \rangle$ для всех частиц чрезвычайно огрубляет результат. Наконец, измеряемое на опыте число заряженных частиц при периферическом соударении включает пролетевшие вперед «лидирующие» частицы (см. сноску на стр. 562).

Зависимость $\langle n_\pi \rangle$ от E_L (36) на первый взгляд противоречит обычно приводимым (для эксперимента при высоких энергиях) зависимостям $\langle n_\pi \rangle \sim E_L^{1/4}$ или $\langle n_\pi \rangle \sim \ln E_L$. В действительности, однако, противоречия нет. Мы встречаемся здесь с тонким обстоятельством.

Дело в том, что формула (36), как и вся статистическая теория, верна лишь при небольших n_π, — согласно (14) и (36) при $E_L < 60$ *Гэв*.

При $E_L \gtrsim 50$—100 *Гэв* и особенно при генерации вполне сформировавшихся файрболов на их кинетическую энергию тратится все возрастающая часть полной энергии. Так, есть указания, что при двух файрболах их лоренц-фактор в общей СЦИ $\bar{\gamma}$ растет как $E_c^{1/2}$ [24–29, 52]. В частности, при $E_L \sim 300$ *Гэв* [28] измерения дают $\bar{\gamma} \sim 1.3$. Поэтому полная энергия двух файрболов в общей СЦИ, равная $\langle K \rangle \cdot 2E_c$, есть

$$2\mathfrak{M}_{f,b}\bar{\gamma} \sim 2\langle \varepsilon_\pi \rangle \langle n_\pi \rangle E_c^{1/2} \sim 2\langle K \rangle E_c. \tag{37}$$

Следовательно, если считать, как обычно, что $\mathfrak{M}_{f,b}$, $\langle K \rangle$ и $\langle \varepsilon_\pi \rangle$ (32) не зависят от энергии, то в соответствии с указаниями эксперимента отсюда получаем

$$\mathfrak{M}_{f,b} \sim \langle n_\pi \rangle \sim E_c^{1/2} \sim E_L^{1/4}. \tag{38}$$

Эти соображения приводились с самого начала при изучении кинематических характеристик файрболной модели [26, 66]. Если же $\bar{\gamma}$ или $\langle K \rangle$ иначе зависят от энергии, то и закон для множественности будет иным. Кроме того, играет роль зависимость числа файрболов от энергии. В квантово-полевой теории [22, 23] она является логарифмической. Поэтому $n_\pi \sim n_0 \log E_L$, где n_0 — среднее число частиц от одного файрбола.

Таким образом, зависимость $\langle n_\pi \rangle$ от E_L имеет один вид (36), пока сгусток единственный и он покоится в СЦИ, и совсем другой вид при больших энергиях, когда сказывается его движение и начинают появляться новые кластеры или файрболы. Опыт это подтверждает.

На рис. 13, *а*, где экспериментальные данные для πN-соударений заимствованы из [65], нанесена кривая согласно (36). Мы видим, что ее согласие с экспериментом вполне удовлетворительно *).

Эмпирически именно такое разбиение единой опытной кривой $\langle n(E_L)\rangle$ на две: $\langle n\rangle \sim E_L^{1/2}$ при $\langle n\rangle \lesssim 10$ и $\langle n\rangle \sim E_L^{1/4}$ —при больших множественностях подсказывается и кривой рис. 13, *б*, которую мы заимствуем из

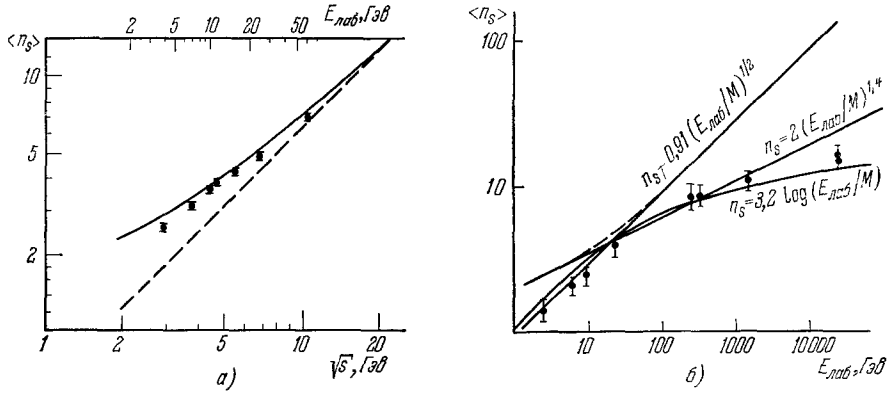

Рис. 13. Зависимость множественности заряженных частиц n_s от инвариантной энергии соударений $\sqrt{s}$.

а) Для πN-соударений по данным [65] и по формуле (36а). Сплошная кривая, $\langle n_{\pi\pm}\rangle + 1$, учитывает вклад начальных частиц, перезарядившихся с вероятностью 50%; пунктир — $\langle n_{\pi\pm}\rangle$, без их учета; *б*) то же при NN-соударениях по данным [79] для $\langle n_s\rangle$ в зависимости от E_L. Теория — (36а), с поправкой на вклад первичных частиц — пунктир (эмпирические формулы из [79], рис. 27).

книги [79] (рис. 27 этой книги). Мы видим, что даже числовой коэффициент 0,91 в эмпирической формуле, выписанной на рисунке, согласуется с теоретическим в (36а) (0,86). Заметим, что подобное же разбиение на две кривые с разными законами множественности производит и Хайакава (см. в [67] рис. 3.19).

Таким образом, множественности при аннигиляции и при соударении, а также при соударениях в разных областях значений W различны из-за различий в механизме возникновения и в движении в СЦИ статистической системы. Если же учесть эти различия, то множественность хорошо объясняется одной и той же статистической теорией при одном и том же значении температуры распада.

Недавно Бьоркен и Бродский [68] применили по существу также статистическую модель к случаю e^+e^--аннигиляции в адроны, т. е. к процессу рис. 6, *а*. Используя несколько иной — более квантовомеханический — метод подсчета (это дало, в частности, возможность вычислить парциальные сечения аннигиляции в состояние с данным n), они получили для $\langle\varepsilon_\pi\rangle$ значение 0,375 *Гэв* (в отличие от 0,43 *Гэв* (32)) и соответственно для множественности заряженных пионов

$$n_{\pi\pm} = \frac{2}{3}\,\frac{\sqrt{s}}{0{,}375\ Гэв} \approx 1{,}8W, \tag{39}$$

вместо следующего из (33) 1,5 W.

*) Точнее, нанесена, согласно (36а), величина $n_s = n_{\pi\pm} + 1{,}0 = 0{,}61\sqrt{s} + 1{,}0$: полное число заряженных частиц $\langle n_s\rangle$ превышает число генерированных заряженных пионов $n_{\pi\pm}$ на некоторую величину ν, примерно равную единице, так как первичная заряженная частица, грубо говоря, в половине случаев сохраняет заряд. Штриховая линия дает (36а) без этой поправки. Поскольку нуклон мишени часто бывает нерелятивистским, быть может, ближе к истине было бы $\nu = 1/2$. Соответствующие кривые на рис. 13, *а* и 13, *б* не нанесены.

Нужно, однако, проявить осторожность, применяя теорию к аннигиляции пар частиц большой энергии, когда W превышает энергию наблюдавшихся файрболов. В самом деле, нет уверенности, что при сколь угодно большом s действительно образуется *единая* распадающаяся на пионы система. Если это так, то здесь в конце концов возникнет случай, описываемый гидродинамической теорией, что представляло бы большой интерес. Однако в рамках квантовополевой теории [23] получается, что и здесь, когда W превышает 3—5 *Гэв*, начинается образование второго файрбола, т. е. что процесс носит мультипериферический характер, энергия статистической системы не может быть очень большой.

в) Состав генерируемых частиц

В вопросе о составе частиц статистическая теория, и притом именно рассматриваемый ее вариант, приводит к замечательному успеху. В то же время первоначальная теория Ферми оказывается совершенно непригодной.

Дело в том, что, согласно варианту Ферми, температура, определяющая термодинамическое равновесие, очень велика, $T_F \gg \mu$ (см. (9)). Из формул (7) и (8) следует

$$T_F \approx 0{,}4\,\langle n_\pi\rangle\,\mu, \tag{40}$$

т. е. уже при $E_L \sim 20$—30 *Гэв*, $\langle n_\pi\rangle \sim 6$—$7$ эта температура порядка массы каона. Следовательно, числа каонов и пионов должны быть одного порядка, на опыте же они различаются в ~ 10 раз. Подобное же расхождение имеет место при аннигиляции $N\bar{N}$ (как об этом говорилось в гл. 1), даже при аккуратном учете коэффициентов Клебша — Гордана [17]. При еще больших множественностях (и энергиях) должны были бы преобладать пары $N\bar{N}$. Это резко расходится с действительностью. Попытки применить соображения $SU(3)$-симметрии и гипотезу кварков для определения состава частиц в статистической теории Ферми не приводят к улучшению. Так, в работе [69] авторы пришли к выводу, что при $\pi^- p$-соударении разные конечные состояния статистической системы (πN, $K\Sigma$, $K\Lambda$, ηN и т. д.) должны иметь вероятности одного порядка. Это резко противоречит и эксперименту, и рассматриваемой нами статистической теории.

Между тем характерная черта рассматриваемой модели — сравнительно низкая и не зависящая от энергии равновесная температура распада $T_K \equiv T_P \sim \mu$ (31). Из-за этого примесь частиц, более тяжелых, чем пионы, оказывается весьма малой при *всех энергиях* E_c.

Впервые состав генерируемых частиц в статистической теории при столь низких температурах вычислял С. З. Беленький [18а], который особенно подчеркивал, что изучение состава является наилучшим способом для определения температуры распада. Уже из формул (24), (24а) для отношения средних чисел каонов всех четырех родов (K^+, K^-, K^0, $\bar{K}^0$) и пионов всех трех зарядов $\langle n_\pi\rangle$ следует (учитывая для $\langle n_K\rangle$ вследствие малости $T_K \ll m_K$ формулу (26))

$$\frac{\langle n_K\rangle}{\langle n_\pi\rangle} = \frac{g_K}{g_\pi}\,\frac{F_B(m_K/T_K)}{F_B(m_\pi/T_K)} \approx \frac{4}{3}\,\frac{1}{F_B(1)}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{m_K}{\mu}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_K}{\mu}} \approx 0{,}17. \tag{41}$$

Однако и этот подсчет неточен. Статистические формулы, пренебрегающие сохранением странности S, барионного числа B и т. п., могут быть верны, лишь если полное число частиц каждого сорта велико, а при $\langle n_\pi\rangle \sim 10$, согласно (41), $\langle n_K\rangle$ мало. Поэтому теорию нужно улучшить [12, 14].

Пусть сначала речь идет о системе с $S = B = 0$.

Нас интересует редкая возможность генерации пары частиц q, $\tilde{q}$ массы m_q в присутствии большого числа пионов ($n_\pi \gg 1$). Статистический вес такой системы с полной энергией W есть произведение статистических весов $d\rho_q(E_q)\, d\rho_{\tilde{q}}(E_{\tilde{q}})$ частиц q и $\tilde{q}$ с импульсами $\mathbf{p}_q$, $\mathbf{p}_{\tilde{q}}$ и с энергиями E_q и $E_{\tilde{q}}$, и статистического веса $\rho^{(\pi)}(W - E_q - E_{\tilde{q}})$ всех пионов с энергией $W - E_q - E_{\tilde{q}}$:

$$d\rho^{(\pi)}_{q\tilde{q}} = d\rho_q(E_q)\, d\rho_{\tilde{q}}(E_{\tilde{q}})\, \rho^{(\pi)}(W - E_q - E_{\tilde{q}}),$$
$$d\rho_q = (2\pi)^{-3} g_q V\, d\mathbf{p}_q, \quad d\rho_{\tilde{q}} = (2\pi)^{-3} g_{\tilde{q}} V\, d\mathbf{p}_{\tilde{q}}. \tag{42}$$

Здесь q и $\tilde{q}$ — нерелятивистские (при $T_к \ll m_q$) частицы. Поэтому

$$E_q = m_q + \frac{p_q^2}{2m_q}, \quad E_{\tilde{q}} = m_q + \frac{p_{\tilde{q}}^2}{2m_q}.$$

Но этот процесс — редкое событие. Гораздо более вероятно, что система распадется только на пионы,— статистический вес этого состояния $\rho^{(\pi)}(W)$. Поэтому вероятность генерации пары есть отношение $\rho^{(\pi)}_{q\tilde{q}}$ к сумме $\rho^{(\pi)}_{q\tilde{q}}$ и $\rho^{(\pi)}$ или, практически, просто к $\rho^{(\pi)}$. Напишем далее приближенно

$$\rho^{(\pi)}(W) = \rho^{(\pi)}(W - E_q - E_{\tilde{q}})\rho^{(\pi)}(E_q + E_{\tilde{q}}).$$

Поскольку речь идет о сравнительно тяжелых частицах, а $T \sim \mu$, то $\rho^{(\pi)}(E_q + E_{\tilde{q}})$ — число состояний большого числа пионов, и для него можно воспользоваться термодинамическим приближением $\rho^{(\pi)}(E) = \exp(S(E))$, где $S(E) = \int dE/T$ — энтропия. В нашей теории температура не зависит ни от полной энергии, ни от объема. Поэтому $S(E) = E/T$.

Собирая вместе все эти формулы, получаем вероятность генерации пары $dw = d\rho^{(\pi)}_{q\tilde{q}}/\rho^{(\pi)}$:

$$dw_{m_q \mathbf{p}_q,\, m_{\tilde{q}} \mathbf{p}_{\tilde{q}}} = (2\pi)^{-6} g_q g_{\tilde{q}} V^2\, d\mathbf{p}_q\, d\mathbf{p}_{\tilde{q}} \exp\left\{-\frac{2m_q}{T} - \frac{p_q^2 + p_{\tilde{q}}^2}{2m_q T}\right\}. \tag{43}$$

Легко видеть, что те же рассуждения для более общего случая генерации n_h тяжелых частиц масс m_1, m_2, ... дают, если затем проинтегрировать по импульсам,

$$w_{m_1, \ldots, m_{n_h}} = \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{V}{V_0}\right)^{n_h} \left(\frac{T}{\mu}\right)^{\frac{3}{2} n_h} \left(\frac{m_1 \ldots m_{n_h}}{\mu^{n_h}}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_{n_h}}{T}} g_1 g_2 \ldots g_{n_h}. \tag{44}$$

Однако в действительности среди состояний, учитываемых в произведении внутренних статистических весов $g_1 g_2 \ldots$, могут встретиться тождественные (например, 1-я частица протон, 2-я — нейтрон либо наоборот), которые следует учитывать только один раз. Поэтому лучше писать общий внутренний вес в форме $g_{q_1 q_2 \ldots q_{n_h}}$.

Здесь рассматривался случай статистической системы с $S = B = 0$, которая чаще всего распадается только на пионы. Но при центральном соударении, например pp или $K^- p$, чисто пионное состояние невозможно: вероятность редкого состояния m_{q_1}, m_{q_2}, ... со статистическим весом $\rho_{m_1, m_2, \ldots}$ в этом случае получится делением не на статистический вес $\rho^{(\pi)}$, а на суммарный статистический вес основных каналов распада.

При pp-соударении он будет определяться с хорошей точностью каналом $N+N+$ пионы:

$$\rho_{NN}^{(\pi)} = \int d\rho_{N_1}\, d\rho_{N_2} \rho^{(\pi)} (W - E_{N_1} - E_{N_2})$$
$$= g_{N_1 N_2} \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{V}{V_0}\right)^2 \left(\frac{T}{\mu}\right)^3 \left(\frac{m_N}{\mu}\right)^3 e^{\frac{W - m_{N_1} - m_{N_2}}{T}}, \qquad (45а)$$

а при $K^- p$ — суммой каналов $\Lambda+$ пионы, $\Sigma+$ пионы и $K^+ N+$ пионы:

$$\rho_{\Lambda}^{(\pi)} + \rho_{\Sigma}^{(\pi)} + \rho_{KN}^{(\pi)} = e^{W/T} \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{V}{V_0}\left(\frac{T}{\mu}\right)^{3/2} \left\{\left(\frac{m_\Lambda}{\mu}\right)^{3/2} g_\Lambda e^{-m_\Lambda/T} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{m_\Sigma}{\mu}\right)^{3/2} g_\Sigma e^{-m_\Sigma/T} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{V}{V_0}\left(\frac{T}{\mu}\right)^{3/2} \left(\frac{m_N m_K}{\mu^2}\right)^{3/2} g_{NK} e^{-\frac{m_N + m_K}{T}}\right\} \qquad (45б)$$

(при $T \sim \mu$ члены в сумме одного порядка, остальные же каналы дают малый вклад). Поэтому вероятность состояния с n_h частиц $m_1, \ldots, m_{n_h}$, например при центральном соударении двух нуклонов, равна отношению выражений (44) и (45а):

$$w_{m_1, \ldots, m_{n_h}} = \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{V}{V_0}\right)^{n_h - 2} \left(\frac{T}{\mu}\right)^{3/2(n_h - 2)} \frac{g_{q_1 q_2 \ldots q_{n_h}}}{g_{q_1^0 q_2^0}}$$
$$\left(\frac{m_1 m_2 \ldots m_{n_h}}{m_N^2 \mu^{n_h - 2}}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_1 + \ldots + m_{n_h} - 2m_N}{T}} \qquad (46)$$

Так как $V/V_0 \sim n$ (в чисто пионной системе $n = n_\pi$), то V/V_0 в этих формулах удобно заменять через наблюдаемое среднее число пионов. Эти формулы показывают, что *вероятность генерации тяжелых частиц* очень резко — *экспоненциально — падает с ростом их массы*. Количественно очень существенно, что в экспоненте стоит сумма масс всех тяжелых частиц (например, благодаря этому возникает коэффициент 2 в формуле (43)), чего не было в ранних работах.

Поскольку $T \sim \mu$, при увеличении массы m_q генерируемой частицы на $m_N \sim 1$ *Гэв* вероятность генерации пары $q\tilde{q}$ падает на ~ 5 порядков. Опыт (см. ниже табл. I) полностью подтвердил этот результат [12, 13]. Физическая причина такой резкой зависимости ясна уже из вывода формулы (43). Вместо пары $q\tilde{q}$ может за счет той же энергии возникнуть примерно $2m_q/\mu \gg 1$ пионов (при $q \equiv N$ — примерно 13 пионов). Вероятность же состояния экспоненциально зависит от энтропии, которая пропорциональна числу частиц. Следовательно, пионное состояние гораздо вероятнее состояния с парой тяжелых частиц. Если даже пара $q\tilde{q}$ и возникнет в начальный момент, она в процессе расширения сгустка с большой вероятностью аннигилирует в пионы. Отсюда и возникает фактор $\sim 10^5$. Он частично компенсируется большими предэкспоненциальными множителями.

Далее, при данной полной массе более вероятен канал с большим числом частиц. Так, например, $\tilde{d}$ может возникнуть не только в паре с d, но и в сочетании $\tilde{d}N_1N_2$, где N_1, N_2 — два нуклона. Суммарные массы частиц здесь одинаковы (с точностью до энергии связи дейтона, что несущественно), но n_h различны. Так как $m_N \gg \mu$ и $V/V_0 \gg 1$, то хотя экспонента в обоих случаях одинакова, согласно (44), более вероятен канал $\tilde{d}N_1N_2$.

Существенно, что рыхлость дейтона не играет большой роли. Дело в том, что при температуре $T \sim 100$ *Мэв* антинуклоны генерируются с небольшими скоростями и успевают провзаимодействовать (ср. большое

сечение реакции $p + p \to d + \pi^+$ при энергии ~ 100 *Мэв*, известное давно). Эта рыхлость системы вносит фактор $\eta_{\tilde{q}} \leqslant 1$, который можно — хотя и ненадежно — оценить. Он оценивался для антидейтона в модели Ферми, $\eta_d \leqslant \frac{1}{6}$ [70]. У нас он, по-видимому, еще ближе к единице из-за большого объема системы. Можно думать, что $\eta_{\tilde{d}} \sim \frac{1}{2}$ и (для $\widetilde{\mathrm{He}}_3$) $\eta_{\widetilde{\mathrm{He}}_3} \approx 1$.

Следует подчеркнуть, что это рассмотрение *справедливо для статистической системы любого происхождения*: для аннигиляции пары адронов (рис. 5) или лептонов (рис. 6, *а*); при электромагнитном процессе с «глубокой неупругостью» (рис. 6, *б*); при периферическом соударении с сильным ($W \gtrsim 3$ *Гэв*) возбуждением налетающего нуклона (рис. 2), в том числе при дифракционном возбуждении; при образовании отдельной подсистемы типа файрбола (рис. 3 и 4) и т. п. Существенно лишь значение полной энергии статистической системы W (а также сохраняющиеся квантовые числа — странность, барионное число).

Однако система с необходимой (для генерации данной тяжелой пары) энергией при данной начальной энергии E_L может возникать не в любом из таких механизмов. Так, при периферическом образовании файрбола $W \sim \mathfrak{M}_{\mathrm{f.b}} \sim 2$—$4$ *Гэв*. Уже при pp-соударении с $E_L \leqslant 30$ *Гэв* и среднем коэффициенте неупругости $\langle K \rangle \sim 0{,}3$ образуется система с $\langle W \rangle \sim \sim 0{,}3 \cdot 7{,}6 \sim 2{,}3$ *Гэв* («почти файрбол»). В ней могут возникнуть пары $K\tilde{K}$ в сопровождении большого числа пионов. При возникновении же пары $p\tilde{p}$ число сопровождающих пионов очень мало. Генерация более тяжелых частиц ($\Lambda\tilde{\Lambda}$, $\tilde{d}d$) здесь энергетически возможна только при соударении с большим коэффициентом неупругости, например при центральном соударении — гораздо более редком, чем среднее. Следовательно, *сечение генерации* частиц $\tilde{q}$ $\sigma_{\tilde{q}}$ получается из вероятности (44) или (46) после умножения не на полное сечение неупругого соударения, а на *сечение соударения* $\sigma(K > K_{\min}^{(q)})$ *с коэффициентом неупругости* K, *превышающим* минимальное $K_{\min}^{(q)}$, при котором статистическая система имеет достаточную энергию. Обозначим это сечение соударения, составляющее долю $\xi(K > K_{\min}^{(q)})$ полного неупругого сечения, через $\sigma(K > K_{\min}^{(q)})$:

$$\sigma(K > K_{\min}^{(q)}) = \xi(K > K_{\min}^{(q)})\,\sigma_{\mathrm{inel}}, \quad \sigma_q = \langle n_q \rangle \sigma(K > K_{\min}^{(q)}). \tag{47}$$

Для центральных соударений, согласно (22), при энергии $E_L \sim \sim 15$—20 *Гэв* $\xi \sim 0{,}1$. Поэтому при больших $K_{\min}$ сечение (45) мало. Но зато в этих соударениях энергия статистической подсистемы больше, чем в «среднем» соударении, в некоторое число ν раз, $1 < \nu < \langle K \rangle^{-1} \sim \sim 2{,}5$, и соответственно во столько же раз больше V/V_0 в (43) — (45). Таким образом, факторы ξ и ν действуют в разные стороны, а упомянутый ранее фактор «рыхлости» $\eta < 1$. Объединяя их в общий фактор

$$A_i = \nu_i^{\beta_i} \eta_i \xi_i, \tag{48}$$

где степень β зависит от степени V в (43) —(45), можно считать A не сильно отличным от единицы (более подробные оценки для $\tilde{d}$ и $\widetilde{\mathrm{He}}_3$ дают $A_i \sim 0{,}3$—5 [15]). Поэтому, заменив $V/V_0 = \langle n_\pi \rangle$ (причем в интервале $20 \leqslant E_L \leqslant 70$ *Гэв* $\langle n_\pi \rangle \sim 5$—$9$), мы для грубых оценок можем применять формулы (43) — (46), не обращая внимания на значение $K_{\min}$ в данном процессе.

Здесь важно правильно учесть значения внутренних статистических весов: для генерации K^--мезона возможны состояния K^-K^+ и K^-K^0,

так что $g_{K\text{-}K} = 2$; для генерации $\tilde{p}$, $-\tilde{p}p$ и $\tilde{p}n$, т. е. учитывая по 2 направления спина, $g_{\tilde{p}N} = 2 \cdot 4 = 8$; для $\tilde{d}$ наиболее вероятен канал $\tilde{d}N_1N_2$ и для числа нетождественных состояний (например, состояния $\tilde{d}np$ и $\tilde{d}pn$ совпадают) прямым подсчетом находим $g_{\tilde{d}N_1N_2} = 30$; для $\widetilde{\text{He}}_3$ (наиболее вероятный канал $\widetilde{\text{He}}_3N_1N_2N_3$) $g_{\widetilde{\text{He}}_3N_1N_2N_3} = 40$ (если же пренебречь тождественностью состояний, то $g_{\tilde{d}N_1N_2} = g_{\tilde{d}}g_{N_1}g_{N_2} = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ и $g_{\widetilde{\text{He}}_3N_1N_2N_3} = g_{\widetilde{\text{He}}_3}g_{N_1}g_{N_2}g_{N_3} = 128$.

Мы выбрали для сравнения с экспериментом предсказываемое число *отрицательных* частиц разных масс потому, что среди *не*статистически генерированных частиц в pp-соударениях (например, при периферическом возбуждении протона до изобарного состояния и последующем распаде) π^+- и K^+-частицы обладают преимуществом. Именно поэтому их число всегда больше числа π^-- и K^--частиц.

В приведенных результатах содержится главный вывод, чуждый модели Ферми: число тяжелых частиц мало и, поскольку при дальнейшем росте энергии растет число файрболов, но температура распада остается той же, *относительная примесь K^--мезонов и антинуклонов остается малой и почти постоянной.*

Действительно, *при $\tilde{p}N$-ангиляции* в покое ($\langle n_\pi \rangle = 4{,}5$, $\langle n_{\pi^-} \rangle = 1{,}5$) опыт [64б] дает

$$\frac{\tilde{p}N \to \tilde{K}K + \text{пионы}}{\tilde{p}N \to \text{все}} = (6{,}8 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-2}. \qquad (49)$$

Так как под $\tilde{K}K$ понимается и K^-K, и $\tilde{K}^0K$, число пар K^-K вдвое меньше, что означает $\langle n_{K^-} \rangle / \langle n_{\pi^-} \rangle \sim 0{,}034/1{,}5 \approx 2{,}5\%$ [49]. Это согласуется с теорией при $T \approx 0{,}91\ \mu$. Близкую оценку мы получим и из работы [64в]: при $p_L = 5{,}7$ *Гэв/с* здесь для отношения (49) получена цифра $0{,}15 \pm 0{,}03$.

Таблица II

Экспериментальные данные при $E_L = 70$ *Гэв*

Частицы	π^-	$\tilde{p}$	$\tilde{d}$	$\widetilde{\text{He}}_3$
$p_L^{(\tilde{q})}$ *Гэв/с* (максимум спектра)	~ 4	9	13	20
$d^2\sigma_q/d\Omega\, dp_L$ *см²/стер·Гэв/с* на ядро Al при $\theta_L = 0$ (в максимуме спектра)	$2{,}5 \cdot 10^{-24}$	$3 \cdot 10^{-26}$	$3 \cdot 10^{-30}$	$5 \cdot 10^{-35}$
Отношение к сечению для π^-, $d\sigma_q/d\sigma_{\pi^-} =$ $T_к/\mu =$	1	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$ (1,05)	$1{,}2 \cdot 10^{-6}$ (0,97)	$2 \cdot 10^{-11}$ (0,94)
Отношение к сечению для $\tilde{p}$, $d\sigma_q/d\sigma_{\tilde{p}} =$ $T_к/\mu =$		1	$1 \cdot 10^{-4}$ (0,90)	$1{,}7 \cdot 10^{-9}$ (0,89)
Отношение к сечению для $\tilde{d}$, $d\sigma_q/d\sigma_{\tilde{d}} =$ $T_к/\mu =$			1	$1{,}7 \cdot 10^{-5}$ (0,89)

(Цифры несколько уточнены по сравнению с [15].)

Так как при этой энергии в отсутствие K-пар $\langle n_{\pi^-}\rangle \sim 3$, то $\langle n_{K^-}\rangle/\langle n_{\pi^-}\rangle = 0{,}5\cdot 0{,}15/3 \sim 2{,}5\%$.

Для pp-соударений при $E_L \sim 20$ *Гэв* существуют данные [19] $\langle n_{K^-}\rangle/\langle n_{\pi^-}\rangle \sim 1\cdot 10^{-2}$, что указывает на $T \sim 0{,}85\mu$.

В космических лучах принято оценивать $\langle n_K\rangle/\langle n_\pi\rangle$ цифрой порядка 10%, что указывает ($\langle n_{\pi^-}\rangle = 3$) на $T \approx 0{,}96\,\mu$. Однако значительный вклад здесь дает распад возбужденных изобар (согласно Кошибе [59] они дают главный вклад) и более детальное сравнение затруднено.

Наконец, на Серпуховском ускорителе были получены данные при $E_L \sim 70$ *Гэв* ($\langle n_{\pi^-}\rangle \approx 3$) [72, 73]. Здесь античастицы высокой энергии, близкой к максимальной, несомненно, в значительной мере генерируются нестатистически. Поэтому для сравнения с теорией следует отобрать тяжелые частицы с лабораторным импульсом в области

$$p_L^{(q)} \sim m_q\gamma_c. \tag{50}$$

$\gamma_c \approx 6{,}5$ — лоренц-фактор системы центра инерции: именно в эту область попадут тяжелые частицы массы m_q, если они генерировались с малой кинетической энергией ($\sim T \sim \mu$) в статистической системе, покоящейся в СЦИ. И действительно, максимум спектров $\tilde{p}$ и $\tilde{d}$ оказался в области $p_L^{(\tilde{p})} \sim 7$—9 *Гэв/с* и $p_L^{(\tilde{d})} \sim 13$ *Гэв/с*. Ядра $\widetilde{\mathrm{He}}_3$ в соответствии с этим искали — и нашли — при $p_L^{(\widetilde{\mathrm{He}}_3)} \sim 20$ *Гэв/с* (для пионов, если усреднить по импульсам в СЦИ, $\langle p_L^{(\pi)}\rangle = \langle\varepsilon_\pi\rangle\gamma_c \sim 3$ *Гэв/с*). При наблюдении под углом $\theta_L = 0$ (соответствующий пересчет произвел Ю. Д. Прокошкин) имеем табл. II.

Следует иметь в виду, что точность эксперимента для $\widetilde{\mathrm{He}}_3$ невелика: зарегистрировано только пять случаев. Далее, в эксперименте определялось *дифференциальное* сечение для определенных θ_L и, что особенно существенно, $p_L^{(q)}$, в то время как табл. I относится к *полному* сечению. Наконец, на опыте мишенью служили ядра Al, а не нуклоны, что может быть особенно существенно для «рыхлых» систем ($\tilde{d}$, $\widetilde{\mathrm{He}}_3$). С другой стороны, в теоретической табл. I фигурируют довольно неопределенные факторы A_i.

Тем не менее мы попробуем сравнить эти данные, как это ни рискованно, с теорией.

Для каждого экспериментально найденного отношения определим ту температуру T, при которой это отношение (каждое сечение берется в максимуме его спектра) согласуется с табл. II, *если считать все коэффициенты A_i равными единице*. Полученные так значения T/μ выписаны в табл. II в скобках. Как мы видим,

$$T \sim (0{,}89 - 1{,}05)\,\mu, \tag{51}$$

что и следовало ожидать.

Можно сравнить и абсолютные значения сечения. Для этого нужно теоретическое полное сечение генерации $\sigma_q = \langle n_q\rangle\sigma_{\mathrm{inel}}$ поделить на эффективные значения телесного угла, в котором летят вперед частицы в лабораторной системе, $\Delta\Omega \sim 2\pi/\gamma_c^2$ (γ_c — лоренц-фактор системы центра инерции), а также импульса Δp_L (для $\tilde{d}$ положим $\Delta p_L^{(\tilde{d})} \sim 8$ *Гэв/с*) и умножить на «эффективное число нуклонов» в ядре Al, $N_{\mathrm{eff}} \sim A^{2/3} = 9$. Это даст, например, для $\tilde{d}$ при $T = \mu$

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dp_L}\right)_{\text{на ядро Al}} \sim \frac{\langle n_{\tilde{d}}\rangle\,\sigma_{\mathrm{inel}}}{\Delta\Omega_L\cdot\Delta p_L} N_{\mathrm{eff}} = 2{,}6\cdot 10^{-30} A_{\tilde{d}}. \tag{52}$$

Это не противоречит экспериментальной цифре $3\cdot 10^{-30}$.

В такое рассмотрение укладывается и генерация гиперонов. Так, недавно были опубликованы сводные данные по генерации Ω^--частиц в K^-p-соударениях при $E_L = 5—10$ *Гэв/с*[74]. Здесь Ω^- могут возникнуть в состояниях $\Omega^-K^+K^+$, $\Omega^-K^+K^0$ и $\Omega^-K^0K^0$ (а также в более тяжелых системах), и легко убедиться, что по энергетическим соображениям речь может идти только о центральных соударениях, $K > 0{,}75$, сечение которых $\sigma(K > 0{,}75) = \xi\sigma_{K^-p,\,\mathrm{inel}}$; $\xi \ll 1$. Опыт подтверждает это тем, что частицы Ω^- вылетают изотропно в СЦИ.

Используя в данном случае формулу (45б) вместо (45а), можно получить формулу, аналогичную формуле (46), и подсчитать вероятность генерации Ω^-, а умножив на $\xi\sigma_{Kp,\mathrm{inel}}$,— сечение генерации σ_{Ω^-}. Мы находим при трех значениях $T/\mu = 0{,}9$; $1{,}0$; $1{,}1$ значения σ_{Ω^-} равными соответственно (в микробарнах) 11ξ, 43ξ и 129ξ [15]. Опыт дает $\sigma_{\Omega^-} = 2{,}5 \pm 1{,}0$ *мкб*. Следовательно, теория объясняет эксперимент при $T/\mu \sim 0{,}9—1{,}0$, если вероятность центрального K^-p-соударения (при $E_L \sim 10$ *Гэв*) $\xi \sim 1/4 \div 1/8$, что представляется разумным.

Подытоживая, мы можем сказать, что современный (все еще скудный) эксперимент по генерации тяжелых частиц при высокой энергии может быть легко понят с точки зрения статистической теории, если считать, что критическая температура распада лежит в области

$$T \sim (0{,}9 - 1{,}1)\,\mu. \tag{53}$$

При этом следует иметь в виду, что мы говорили о грубом варианте теории, в котором, по существу, не учитывается сохранение полного спина и лишь очень грубо учитывается сохранение полного изотопспина системы. Теория, конечно, может быть в этом отношении усовершенствована, например так, как в работе [17], если ввести коэффициенты Клебша — Гордана, или иным приближенным способом [75].

Формулы (43) — (46) справедливы для генерации *любых* сильно взаимодействующих частиц. В частности, первоначально они были получены для оценки вероятности генерации гипотетических кварков [13]. Эта вероятность, как мы видим, при $m_q \gg 3m_N$ очень мала. Однако, как было там же показано, если кварки взаимодействуют с пионами не очень сильно, то, возникнув на ранней стадии (при высокой температуре), пара $\tilde{q}q$ может в процессе расширения сгустка не успеть аннигилировать. Поэтому, как это ни парадоксально, *не* очень сильно взаимодействующие тяжелые частицы должны генерироваться с большей вероятностью, чем сильно взаимодействующие частицы той же массы *).

Заметим, что формула, в основных чертах совпадающая с (43), была получена также Хагедорном в его гидродинамической теории [37]. Это неудивительно, поскольку в этой теории температура также мала ($T_0 \sim \mu$).

В некоторых других применениях статистической теории к оценке вероятности генерации тяжелых пар вместо формулы типа (43) применялась непригодная здесь формула с экспонентой $\exp(-m_q/T)$ (вместо $\exp(-2m_q/T)$ (43)), к тому же в варианте модели Ферми (см., например, [77]), что, естественно, приводило к неудовлетворительному результату.

---

*) Недавно [76] было теоретически рассчитано сечение превращения нуклона в три кварка в результате дифракционного расщепления, причем процесс был рассмотрен по формулам, известным для дифракционного расщепления дейтона. Однако этот подсчет неверен; здесь не было учтено, что если нуклон возбудится до состояния с массой $\mathfrak{M} \gg 3m_N$, то такая система распадется на протон и большое число пионов ($n_\pi \sim (3m_q - m_N)/\mu \gg 1$) с гораздо большей вероятностью, чем на три тяжелых кварка — в соответствии с формулами статистической теории.

г) Поперечный импульс

Приблизительное постоянство поперечного импульса $p_\perp$ генерируемых частиц, установленное экспериментально в огромном интервале первичной энергии E_L — от нескольких *Гэв* до $\sim 10^6$ *Гэв*,— является одной из наиболее замечательных черт процесса множественной генерации. В статистической теории оно объясняется непринужденно и является следствием независимости от первичной энергии температуры распада $T_к$ и средней энергии в системе покоя сгустка $\langle \varepsilon_\pi \rangle$ *). Более того, статистическая теория, как мы увидим, объясняет и распределение по $p_\perp$, и его зависимость от множественности n, а также от массы частиц.

Распределение по $p_\perp$ получается из формулы (23), если ввести продольную компоненту $p_\parallel$ и азимутальный угол φ и проинтегрировать по $p_\parallel$ и φ. Для пионов, положив

$$x = \frac{p_\perp}{\mu}, \quad y = \frac{p_\parallel}{\mu}, \quad z = \frac{\mu}{T}, \tag{54}$$

имеем формулу, получавшуюся уже давно [78]:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{g_\pi}{2\pi^2} VT^3 x \int\limits_0^\infty \frac{dy}{e^{z\sqrt{1+x^2+y^2}} - 1} = \mathfrak{N} x \sqrt{1+x^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_1(nz\sqrt{1+x^2}), \tag{55}$$

здесь $\mathfrak{N}$ — нормирующий множитель, K_1 — цилиндрическая функция мнимого аргумента. Поскольку $z \sim 1$, величина $z\sqrt{1+x^2}$ превосходит единицу, можно ограничиться первым членом суммы и заменить K_1 его асимптотическим выражением. Тогда

$$\frac{dn}{dx} \approx \text{const} \cdot x \sqrt[4]{1+x^2}\, e^{-z\sqrt{1+x^2}} \approx \tag{56}$$

$$\approx Ax^{3/2} e^{-\frac{\mu}{T}x}, \qquad A = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{\mu}{T}\right)^{5/2}, \quad x = \frac{p_\perp}{\mu}. \tag{56а}$$

Последнее выражение (56а) написано для области $x \gg 1$. Среднее значение (при $\alpha = 1$, $T = 0{,}97\mu$) равно, согласно (56),

$$\left\langle \frac{p_\perp}{\mu} \right\rangle = 2{,}37, \quad \langle p_\perp \rangle = 0{,}33 \ \textit{Гэв/с}. \tag{57}$$

Двойное распределение — по $p_\perp$ и $p_\parallel$ (проинтегрированное только по φ) — в наиболее существенной области $\sqrt{m_i^2 + p_\parallel^2 + p_\perp^2} \gg T$ имеет очевидную форму:

$$\frac{dn(p_\parallel, p_\perp)}{dp_\parallel dp_\perp} = \frac{g_i}{(2\pi)^2} V p_\perp e^{-\frac{1}{T}\sqrt{m_i^2 + p_\parallel^2 + p_\perp^2}}. \tag{55а}$$

И форма распределения (56) (см. ниже), и значение $\langle p_\perp \rangle$ (57) прекрасно соответствуют экспериментальным данным как в ускорительной области [49], так и в космических лучах при $E_L \lesssim 1000$ *Гэв* [79] ($\langle p_\perp \rangle_{\text{exp}} \approx 0{,}32 - 0{,}38$ *Гэв/с* **)).

---

*) Очевидно, что оно резко противоречит статистической теории Ферми, где T растет с энергией; см. (40).

**) Часто пользуются эмпирической формулой Коккони, Кестера и Перкинса (см. [67], стр. 234), известной только из препринта (UCRL 100222, 167, 1962 г.):

$$dn/dp_\perp \sim \text{const} \cdot p_\perp \exp(-p_\perp/p_0), \tag{56б}$$

хорошо описывавшей эксперимент для pp-соударений при 23 *Гэв*, если считать $p_0 = 0{,}17$ *Гэв/с* и $\langle p_\perp \rangle = 2p_0 = 0{,}34$ *Гэв/с*. Как видим, $\langle p_\perp \rangle$ прекрасно согласуется с (57), а отличие функциональной зависимости (56б) от (56) или (56а), вероятно, нельзя было заметить на уровне эксперимента 1962 г. Сравнение с новыми данными, подтверждающими (56), см. ниже.

Приближенная формула (56а) дает

$$\langle p_\perp \rangle = \frac{5}{2} T \approx 2{,}42\mu \approx 0{,}335 \text{ Гэв/с}. \tag{57а}$$

Если же речь идет о тяжелых частицах с массой $m_q \gg \mu \sim T$, то в (24) можно положить

$$\frac{1}{T}\sqrt{m_q^2 + p_\perp^2 + p_\parallel^2} \approx \frac{m_q}{T} + \frac{p_\perp^2 + p_\parallel^2}{2m_q T}.$$

Пренебрегая единицей в знаменателе в (24), как для бозе-, так и для ферми-частиц после интегрирования по $p_\parallel$ и φ получаем

$$\frac{dn_q(p_\perp)}{dp_\perp} = Bp_\perp e^{-\frac{p_\perp^2}{2m_q T}}, \quad B = \frac{1}{m_q T}, \tag{58}$$

$$\langle p_\perp \rangle_q = \sqrt{\frac{\pi}{2} m_q T}. \tag{58а}$$

Аналогично, если проинтегрировать по $p_\perp$ и φ, можно получить распределение по продольному импульсу $p_\parallel$. Мы приведем результат только для пионов, для хвоста распределения — при $p_\parallel^2 + p_\perp^2 + \mu^2 \gg T^2$, т. е. поскольку $\langle p_\perp \rangle \approx 2{,}5\ T$, практически при всех $p_\parallel$

$$\frac{dn(p_\parallel)}{dp_\parallel} = \text{const} \cdot e^{-\frac{1}{T}\sqrt{\mu^2 + p_\parallel^2}} \left(1 + \frac{1}{T}\sqrt{\mu^2 + p_\parallel^2}\right). \tag{59}$$

Дополнительные формулы см. в справочнике [80].

1) *Зависимость* $\langle p_\perp \rangle$ *от массы.* Таким образом, распределения по $p_\perp$ пионов (56), (56а) и для тяжелых частиц, $m_q \gg \mu$ (58), различны: одно с хорошей точностью экспоненциальное, другое — гауссово. Отношение средних значений (57а), (58а) для тяжелых частиц разных типов (K, N, Λ, Ξ, Ω^-) равно

$$\frac{\langle p_\perp \rangle_q}{\langle p_\perp \rangle_\pi} = \frac{\sqrt{2\pi}}{5}\sqrt{\frac{m_q}{T}} \approx 0{,}50\sqrt{\frac{m_q}{T}} = \tag{60}$$

$$\begin{array}{cccccc} K & N & \Lambda & \Sigma & \Xi & \Omega^-. \\ =0{,}96 & 1{,}33 & 1{,}45 & 1{,}50 & 1{,}57 & 1{,}77 \end{array} \tag{60а}$$

Из эксперимента действительно известно, что $\langle p_\perp \rangle$ растет с массой частиц m_q. К сожалению, детальное сравнение с опытом затруднено тем, что на опыте пока не отделяют тяжелые частицы, генерированные в статистической подсистеме, от частиц, генерированных вне ее: так, например, *нуклоны отдачи* при коэффициенте неупругости, *не* близком к единице, *не должны* описываться формулами (58) — (60), и их следовало бы исключить из опытных данных при сравнении со статистической теорией. Наоборот, при $K \sim 1$ нуклон отдачи входит в статистическую систему и формулы (58) — (60) применимы. Все же приведем сравнение с опытом при не очень больших E_L, когда вклад соударений с большим K при генерации тяжелых частиц велик,— с довольно старой сводкой данных [85] (для Ω^- — цифра из [74]) (табл. III). Очевидно, что согласие очень хорошее. Расхождение для K^0 может быть связано как раз с тем, что их масса невелика и они в значительной степени генерируются при $K \ll 1$.

Существует, по-видимому, только один эксперимент, в котором измерено распределение по $p_\perp$ нуклонов (протонов) при определенных K. Он произведен в Аргоннской лаборатории при pp-столкновениях с $E_L \approx \approx 12{,}5$ *Гэв* [62]. Оказалось (рис. 14), что распределения по $p_\perp$ при $K \leqslant 0{,}70$ все описываются гауссовой кривой $\exp(-bp_\perp^2)$ с $b = 3{,}0$ (*Гэв/с*)^2 вплоть до $p_\perp \sim 1{,}4$ *Гэв/с* (после чего экспериментальные точки лежат выше

кривой). Но при $K \geqslant 0{,}87$ (именно, $K=0{,}87$ и $K=0{,}94$), хотя распределение имеет (вплоть до $p_\perp \sim 0{,}4$—$0{,}65$) ту же форму, однако b существенно больше. Если судить по опубликованному графику, то можно грубо оценить его цифрой $b_{\text{exp}} \approx 4{,}0$—$4{,}4$ $(Гэв/c)^{-2}$.

Таблица III

Частицы	$\langle p_\perp \rangle_{\text{эксп}}$ при p, 10 Гэв	Статистическая теория, $T=0{,}97\ \mu$
π^+	$0{,}30 \pm 0{,}01$	0,33
K^0	$0{,}39 \pm 0{,}02$	0,32
p	$0{,}44 \pm 0{,}05$	0,44
Λ^0	$0{,}46 \pm 0{,}02$	0,48
$\Sigma^\pm$	$0{,}51 \pm 0{,}04$	0,50
Ξ	$0{,}56 \pm 0{,}08$	0,52
$\Omega^- (K^-_p)$	$0{,}53 \pm ?$	0,58

В этом опыте соударение можно считать центральным, если кинетическая энергия протона в конце процесса является тепловой. Так как вначале полная энергия частицы $E_c = \frac{1}{2}\sqrt{s} = 2{,}50$ Гэв то, согласно (21а), это будет, если $K = 1 - \frac{0{,}2}{1{,}56} \approx$ $\approx 0{,}87$.

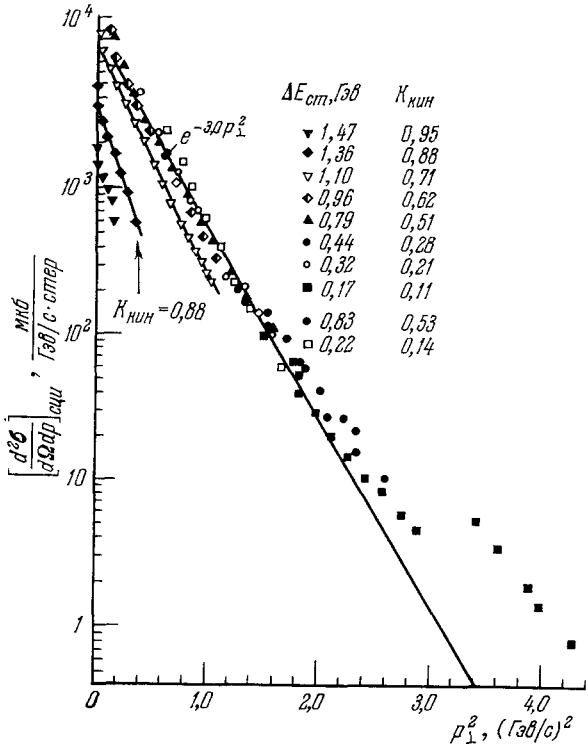

Рис. 14. Распределение по поперечным импульсам протонов отдачи при разных значениях коэффициента неупругости (pp-соударения, $E_L \approx 12{,}5$ Гэв) в процессе $pp \to p + \text{любые частицы}$ [62].

Таким образом, экспериментальные кривые для $K = 0{,}88$ и $0{,}94$ не случайно отличны от кривых с меньшими K: они отвечают центральному соударению и по форме согласуются с теоретической кривой (58). Сравнивая теоретическое значение показателя с экспериментальным, $(2m_N T)^{-1} = b_{\text{exp}} \approx 4{,}2$ $(Гэв\ c)^{-2}$, находим $T = 0{,}92\mu$, что согласуется со всеми другими оценками (ср. п. 4, в, а также ниже).

Абсолютное значение сечения центрального соударения, как можно грубо оценить по графику в журнале, составляет $\xi(K > 0{,}87) \sim {}^1/_5 \div {}^1/_{10}$ от полного неупругого сечения. Эта цифра также согласуется с другими оценками (ср. п. 4, в).

Кривые для нецентральных соударений содержат вклад очень быстрых пионов от распада возбужденной лидирующей частицы и, как легко понять, должны иметь меньший наклон, что соответствует опыту.

В отсутствие других данных, отобранных по коэффициенту неупругости K, можно все же пытаться применять приведенные формулы тогда, когда тяжелая частица сопровождается большим числом пионов. $n_\pi \gg \langle n_\pi \rangle$, считая, что здесь K велико. Имеющиеся же измерения часто относятся к малым множественностям.

На рис. 15 приведены распределения по $p_\perp$ для различных генерированных частиц при pp-соударениях с энергией $E_L = 12{,}2$ *Гэв* [81], при закрепленном значении $p_\parallel = 0{,}6$ *Гэв/с*. Мы рассматриваем только распределения для π^- и K^-, поскольку, как уже говорилось, π^-- и K^--мезоны в гораздо большей степени могут генерироваться нестатистическим механизмом. Сплошными линиями проведены кривые статистической теории (55а) для температуры $T = \mu$ и $p_\parallel = 0{,}6$ *Гэв/с*, штриховыми — для $T = 0{,}9\mu$. Для каждой кривой подобран свой нормирующий множитель. Он не может быть определен теоретически, поскольку неизвестна доля соударений, дающих статистическую систему. Мы видим, что эксперимент описывается теорией вполне удовлетворительно *).

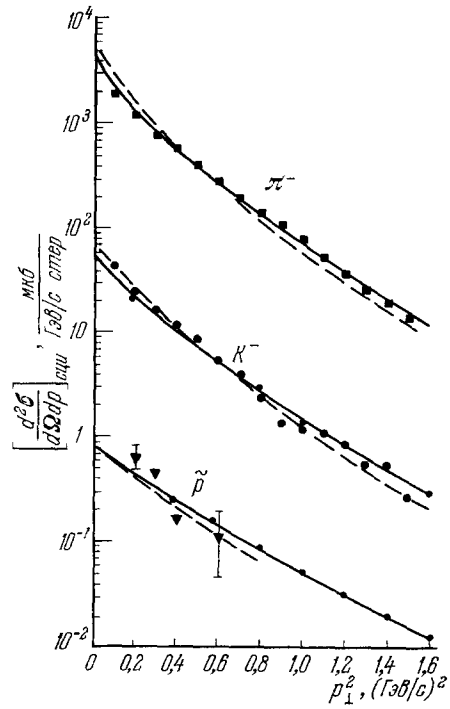

Рис. 15. Распределение по поперечным импульсам частиц π^-, K^- и $\tilde{p}$, генерированных в pp-соударениях, $E_L \approx 12{,}5$ *Гэв*, при закрепленном продольном импульсе $p_\parallel = 0{,}6$ *Гэв/с* [81].

Кривые — статистическая теория, формула (55а) (кривые нормированы к эксперименту, так как K неизвестно), сплошные — при $T = \mu$, штриховые — при $T = 0{,}9\ \mu$.

Любопытно, что π- и K-мезоны с массами, различающимися в 3,5 раза, случайно обладают близкими $\langle p_\perp \rangle$ из-за различного вида распределений (56) и (58).

Наконец, на рис. 16 мы решаемся привести сводные данные о значениях $\langle p_\perp \rangle$ для различных тяжелых частиц, заимствуя эти данные из обзора [38]. Поскольку здесь усреднены результаты по всем соударениям, без отбора центральных, ожидать хорошего согласия со статистической теорией нельзя. Тем не менее расхождение не является очень сильным, а рост $\langle p_\perp \rangle$ с массой частицы очевиден **).

При сравнении с измерениями в космических лучах и даже на ускорителях при больших энергиях нужно учесть, что движение статистической системы (файрбола?) как целого в общей СЦИ может быть довольно значительно. Оно наложится на распределение (56).

*) В работе [82] авторы продлили измерения до больших $p_\perp$, вплоть до $p_\perp \approx 2$ *Гэв с*. При $p_\perp \gtrsim 1{,}6$ *Гэв/с* начинается расхождение с излагаемой здесь теорией. Нужно, однако, иметь в виду, что при $E_L = 12{,}2$ *Гэв максимальная* энергия статистической системы в СЦИ равна $\sqrt{s} \approx 5$ *Гэв*. Заведомо больше чем 2 *Гэв* уносят соударяющиеся нуклоны. Следовательно, если $p_\perp \geq 1{,}6$ *Гэв/с*, то один пион уносит 1,7 *Гэв* и на остальные пионы приходится так мало энергии, что число их не может быть велико. Здесь следует ожидать большого вклада нестатистических процессов и формула (55а) не может быть применена.

**) Расхождение с теорией значительно только при высокой энергии, когда тяжелые частицы могут генерироваться и в нецентральных соударениях, к которым теория неприложима.

2) *Зависимость* $\langle p_\perp \rangle$ *от множественности и форма распределения по* $p_\perp$. Планковское распределение по $|\mathbf{p}|$ в космических лучах демонстрировалось

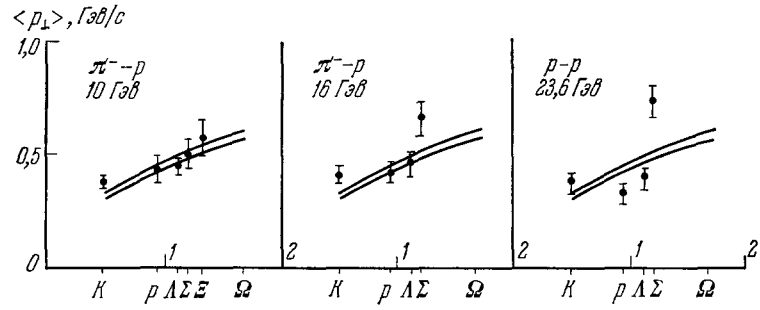

Рис. 16. Зависимость $\langle p_\perp \rangle$ от массы частиц.
Экспериментальные точки из обзора [48] (Ω^- из [74]). Кривые — статистическая теория (58а) для $T = \mu$ и $T = 0{,}9\ \mu$.

уже довольно давно (ср. рис. 11). Однако трудность измерения импульсов частиц делала эти результаты не вполне надежными. Но теперь мы располагаем точно измеренными распределениями по $p_\perp$ и $p_\parallel$ частиц (заведомо в основном пионов), генерированных в $\pi^- p$-соударениях при $E_L = 25$ *Гэв* [83] и в pp-соударениях при E_L от $E_L = 13$ *Гэв* до $E_L = 28{,}5$ *Гэв* [84]. В обоих случаях авторы констатировали превосходное совпадение формы распределений по $p_\perp$ с теоретической формулой (56а), а по $p_\parallel$ — с формулой, отличающейся от (59) отсутствием фактора $p_\parallel^{1/2}$, Однако данные приводятся для $p_\parallel \gg \mu$. где это отличие трудно заметить.

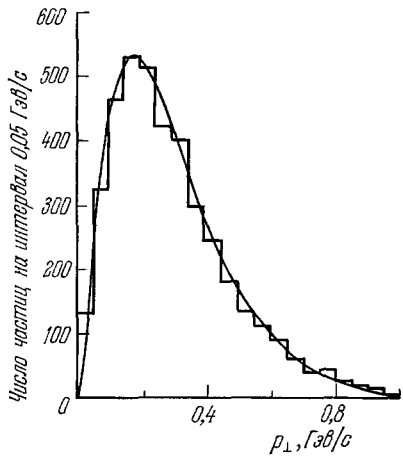

Рис. 17. Распределение по $p_\perp$ пионов, генерированных в $\pi^- p$-соударениях в 10-лучевых событиях ($E_L \approx 25$ *Гэв*).
Кривая — по формуле статистической теории (56а) с наилучшим подбором значения $T_K = 0{,}85\ \mu$ (см. текст [83]).

Рассмотрим распределение по $p_\perp$. Экспериментальный результат запишем в форме

$$\frac{dn(p_\perp)}{dp_\perp} = A p_\perp^{3/2} e^{-a_\perp p_\perp}. \tag{61}$$

Соответствие с этой формулой видно, например, из рис. 17 (отобраны случаи с $n_{\pi\pm} = 10$), взятого из [83].

Тогда a оказывается заметно зависящим от множественности заряженных частиц n_{ch}, которую мы можем отождествить с $n_{\pi\pm} = \frac{2}{3} n_\pi$. Именно, в $\pi^- p$-соударениях [83] и в pp-соударениях [84] (в $(\text{Гэв}/c)^{-1}$)

$$a_{\perp,\,\text{exp}}^{\pi^- p} = 5{,}36 + 0{,}30 n_{\pi\pm}, \tag{62}$$

$$a_{\perp,\,\text{exp}}^{pp} = (6.54 \pm 0{,}05) + (0{,}28 \pm 0{,}01)\, n_{\pi\pm}. \tag{62а}$$

Если сначала отвлечься от зависимости от $n_{\pi\pm}$, то для средней множественности при этих энергиях. $\langle n_{\pi\pm} \rangle = 4 - 5$, имеем

$$a_{\perp,\,\text{exp}}^{\pi^- p} \approx 6{,}7, \tag{63}$$

$$a_{\perp,\,\text{exp}}^{pp} \approx 7{,}8. \tag{63а}$$

Согласно (56а) $a_\perp = 1/T$. Следовательно, в первом случае температура распада получается равной 1,08 μ, а во втором — 0,92 μ. Эти значения близки к определяемому совершенно независимо из состава генерируемых частиц (см. (51)), что является ярким успехом теории.

Однако теория оказывается способной на большее — она объясняет также зависимость $a_\perp$ от $n_{\pi\pm}$.

Чем объясняется различие n_π для разных случаев соударений данных частиц при данном E_L с точки зрения статистической теории? Причин две. Во-первых, флуктуируют коэффициент неупругости K и однозначно связанная с ним энергия статистической системы W, или, что то же, средняя множественность $\langle n_\pi \rangle$. Во-вторых, сгусток с данной энергией W, расширяясь, может распасться либо до достижения критической температуры $T_к$, либо «переохладившись». В первом случае его объем будет меньше среднего объема при распаде, $\langle n_\pi \rangle V_0$, во втором — больше. Соответственно при $T < T_к$ множественность будет меньше средней, $n_\pi < \langle n_\pi \rangle$, во втором случае — больше, $n_\pi > \langle n_\pi \rangle$.

Таким образом, *при любом* данном K чем больше множественность, тем меньше температура распада и, следовательно, тем больше $a_\perp$, что и дает эксперимент (62), (62а).

Произведем подсчет при закрепленном K, а значит, и W.

Так как в момент распада $V = n_\pi V_0$, температура есть T, то, согласно (25а), отождествляя полную энергию всех пионов с W, можно написать

$$W = \frac{g_\pi}{2\pi^2} n_\pi V_0 T^4 \Phi_B \left(\frac{\mu}{T}\right). \tag{64}$$

С другой стороны, в случае «нормального» распада, при $T = T_к$, имеем

$$W = \frac{g_\pi}{2\pi^2} \langle n_\pi \rangle V_0 T_к^4 \Phi_B \left(\frac{\mu}{T_к}\right). \tag{64а}$$

Следовательно, T выражается через n_π из уравнения

$$n_\pi \frac{\Phi_B(z)}{z^4} = \langle n_\pi \rangle \frac{\Phi_B(z_к)}{z_к^4}, \tag{65}$$

где $z = \mu/T$, $z_к = \mu/T_к$.

Графическое решение этого уравнения дает T как функцию отношения $n_\pi/\langle n_\pi \rangle$. Для $n_\pi/\langle n_\pi \rangle = 0{,}50$; 1,00; 2,00 получаем $z = 0.88$; 1,03; 1,21. Очевидно, $a_\perp = 7{,}26\ z\ (Гэв/c)^{-1}$.

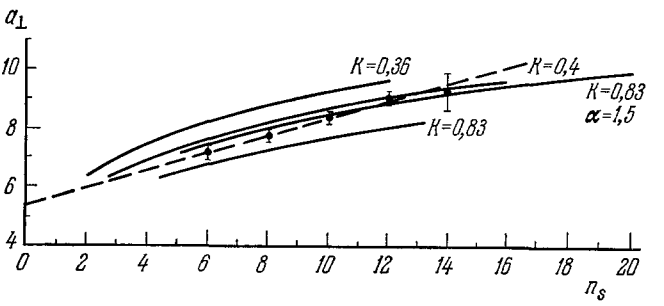

Рис. 18. Теоретическая зависимость температуры распада системы от множественности при разных коэффициентах неупругости K (сплошные кривые; $\alpha = 1$ всюду, кроме одной кривой, где $\alpha = 1{,}5$).

Экспериментальные точки и эмпирическая кривая (штрихованная) — из [83].

На рис. 18 нанесены экспериментальные значения $a_{\perp,\,\mathrm{exp}}^{\pi^- p}$ и проведенная через них эмпирическая кривая (62) (пунктир), заимствованные

из работы[83]. Сплошными кривыми показана теоретическая зависимость при разных предположениях относительно K, или, что то же, относительно $\langle n_\pi \rangle$, когда единственный свободный параметр теории α принят, как почти повсюду, равным единице. В одном случае для иллюстрации принято $\alpha = 1{,}5$. Значение $K = 0{,}83$ очень грубо соответствует центральному $\pi^- p$-соударению, когда протон входит в статистическую систему на равных правах с пионами *).

Очевидно, что статистическая теория дает объяснение наблюдаемой зависимости. Чувствительность к величине K невелика.

д) Продольные импульсы

Долгое время сравнение с экспериментом было здесь затруднено тем, что экспериментаторы не давали достаточно детальных данных в области очень малых $p_\parallel$ в СЦИ, $p_\parallel \lesssim T \sim \mu$, где должны доминировать частицы из статистической системы. Но недавно была, наконец, опубликована важная

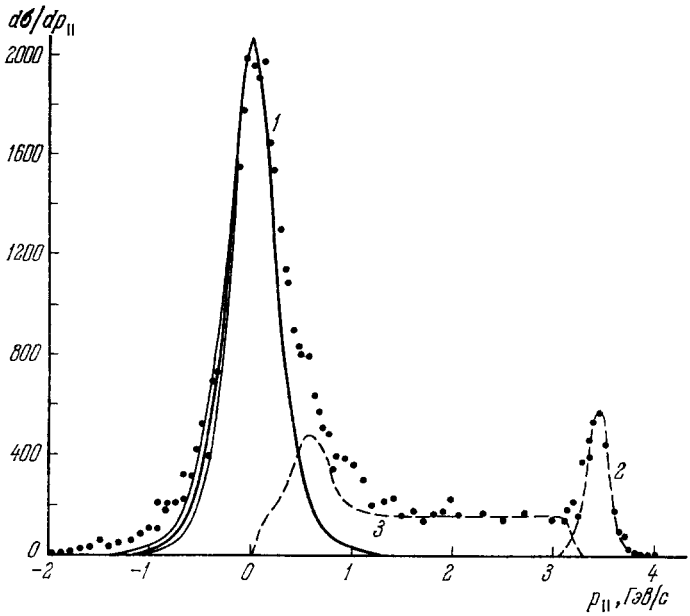

Рис. 19. Распределение по $p_\parallel$ в СЦИ для отрицательно заряженных частиц, генерированных в $\pi^- p$-соударении при $E_L = 25$ *Гэв*.

Точки — эксперимент [117]. Кривые: *1* — статистическая теория при $T = \mu$ (формула (59)); *2* — упругое рассеяние (проведена «на глазок»); *3* — разность между экспериментальными точками и суммой кривых *1* + *2* («нестатистические» частицы). Тонкие кривые — теория при $T = 0{,}9\ \mu$ и $T = 1{,}1\ \mu$.

кривая, дающая детальное распределение отрицательных частиц (конечно, в основном π^-) по $p_\parallel$ в СЦИ при $\pi^- p$-соударении с $E_L = 25$ *Гэв* [117]. На рис. 19 воспроизведены экспериментальные точки и, кроме того, нанесены:

а) Распределение, предписываемое теорией (формула (59)) для частиц из статистической системы, находящейся в покое в СЦИ, при $T = \mu$

*) Заметим, что в этих соударениях $\langle n_s \rangle \approx 5$, так что экспериментальные точки ближе соответствуют центральным соударениям.

(жирная кривая *1*), а также при $T = 0{,}9\ \mu$ и $T = 1{,}1\ \mu$ (тонкие кривые). Подобран единственный параметр — значение в максимуме ($p_{\parallel} = 0$). Мы видим, что статистическая теория прекрасно описывает эту основную часть генерированных частиц.

б) Проведенная «на глазок» кривая *2*, описывающая небольшой максимум при $p_{\parallel} \approx 3{,}4$ *Гэв/с*, который явно соответствует упруго рассеянным пионам (начальный импульс в СЦИ равен 3,46 *Гэв/с*).

в) Превышение (кривая *3*) экспериментальных точек (при $p_{\parallel} > 0$) над статистической кривой *1* и кривой *2*. Очевидно, что сюда входят первичные пионы, отдавшие часть своей энергии на образование статистической системы, пионы от дифракционной диссоциации $\pi \to 3\pi$ и т. п. Небольшой максимум на этой кривой при $p_{\parallel} \sim 1$ *Гэв/с* может соответствовать именно пионам от дифракционной диссоциации, когда каждая частица сохраняет в среднем 1/3 первичного импульса.

Общее количество «статистических» частиц (под теоретической кривой *1*) примерно в два раза больше, чем «нестатистических» (под кривой *3*).

Избыточные («нестатистические») частицы при $p_{\parallel} < 0$ можно истолковать как «изобарные» частицы от возбудившегося при соударении и распавшегося протона мишени.

Таким образом, мы видим здесь очень хорошее подтверждение общей картины периферических соударений (рис. 4, *а*) и статистической теории.

Заметим, что ранее публиковавшиеся экспериментальные распределения для *pp*-соударений при $E_L = 21$ *Гэв* [84] и $\pi^- p$ при $E_L = 25$ *Гэв* [83] описывались формулой

$$\frac{dn(p_{\parallel})}{dp_{\parallel}} = n a_{\parallel} e^{-a_{\parallel} p_{\parallel}}, \tag{66}$$

$$a^{pp}_{\parallel,\,\mathrm{exp}} = (0{,}76 \pm 0{,}03) + (0{,}41 \pm 0{,}01)\, n_{\pi\pm}\ (\text{Гэв/с})^{-1}, \tag{67}$$

$$a^{\pi^- p}_{\parallel,\,\mathrm{exp}} = -0{,}23 + 0{,}39 n_{\pi\pm}\ (\text{Гэв/с})^{-1}. \tag{68}$$

При отождествлении с (59) получаются нелепые значения $T = (3\text{—}6)\mu$. В действительности формулы (66)—(68), по-видимому, описывают в основном «изобарные» пионы. В самом деле, пересчитав распад изобары (предполагаемый изотропным и статистическим, с $T = \mu$ в ее системе покоя) в СЦИ, можно убедиться, что их распределение эффективно соответствует гораздо большей температуре. и преобладает при $p_{\parallel} \gtrsim \mu$ над (59).

5. СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

Мы переходим к одному из неожиданных достижений статистической теории — к предсказанному ею и, по-видимому, подтвержденному опытом явлению упругого рассеяния на большие углы особого типа.

Этот успех неожидан потому, что речь идет о редком явлении, по существу — о флуктуации. Теория могла бы оказаться здесь чрезмерно грубой. По-видимому, однако, это не так. Столь же неожиданным было и описанное выше (п. 4, г, 2) успешное объяснение зависимости распределения по $p_{\perp}$ от n (см. рис. 18). Она оказалась следствием флуктуации момента распада на отдельные частицы.

Правда, в вопросе о статистическом рассеянии мы впервые сталкиваемся и с возможным разногласием (отсутствие эриксоновских флуктуаций). Однако, как мы покажем, оно может быть, с одной стороны, следствием простых, пока не учитываемых фактов, а с другой — ведет к постановке интереснейшего и фундаментального вопроса о роли статистического и динамического начал в элементарном акте (гл. 6).

Речь идет об относительно редких случаях центральных соударений типа рис. 5, когда *все* частицы образуют единую систему. Как подробно обсуждалось в гл. 4 (в связи с формулой (47)), доля $\xi(K \sim 1)$ таких соударений с коэффициентом неупругости $K \sim 1$ мала (ср. рис. 9и 14); $\xi \sim 0{,}10$.

Среди многочисленных каналов распада такой системы будут и каналы с числом конечных частиц, равным только двум. В частности, конечные две частицы могут совпасть с начальными, и тогда процесс будет выглядеть как *упругое рассеяние*. Конечно, если полная энергия $W = \sqrt{s}$ велика и среднее число генерируемых частиц соответственно также велико, это будет редкой флуктуацией. Ее вероятность можно вычислить по общему правилу как отношение статистического веса двухчастичного состояния $\rho_2(W)$ к суммарному статистическому весу всех возможных конечных состояний $\sum\limits_i \rho_i(W)$:

$$w_2 = \frac{\rho_2(W)}{\sum\limits_i \rho_i(W)} \tag{69}$$

(мы для упрощения пренебрежем двухчастичными конечными состояниями с частицами иной природы, чем начальные).

На описанную возможность указали Фаст, Хагедорн и Джонс [86], получившие и количественную оценку.

Возникает, однако, вопрос: как выделить такое рассеяние на фоне обычного упругого рассеяния, в чем его характерные особенности, качественно отличающие именно этот процесс?

Такой особенностью является прежде всего *симметрия в угловом распределении относительно* $\theta_c = 90°$ в СЦИ всего статистического сгустка. В самом деле, очевидно, что в статистической системе память о начальном направлении движения может сохраниться только из-за отличия от нуля углового момента системы. Он может достигать величины порядка $l_{\max} \sim p_c\sqrt{\sigma_c}$, где $p_c \sim \sqrt{s}$ — начальный импульс одной частицы в СЦИ, а σ_c — полное сечение рассматриваемого центрального соударения, $\sqrt{\sigma_c}$ — его радиус (максимальный параметр удара). Однако взаимная перестановка начальных частиц не может сказаться на свойствах промежуточной системы и симметрия рассеяния вперед — назад необходима. Из-за отличия $l_{\max}$ от нуля распределение не обязано быть изотропным, однако оно близко к изотропии, так как $l_{\max}$ не очень велики.

Другие типы рассеяния этим свойством симметрии, вообще говоря, не обладают (очевидное исключение — рассеяние тождественных частиц, $pp \to pp$ и т. п.).

Что же следует понимать под «обычным» рассеянием? Прежде всего, дифракционное или теневое рассеяние, обусловленное наличием неупругих процессов. Именно:

а) *Дифракционное периферическое рассеяние*, дающее главный вклад, представляет собой, например, согласно квантовополевой теории [22,23], теневое рассеяние вследствие неупругих процессов типа рис. 2, *а*. С точки зрения теории комплексных орбитальных моментов оно в целом может описываться вакуумным полюсом или другой ведущей траекторией (совокупностью разрезов и т. п.). Это рассеяние сконцентрировано в области малых углов, имеет резкую направленность вперед и ширина конуса θ_0 падает с ростом s, $\theta_0 \sim s^{-1/2}$ или $\theta_0 \sim (s \ln s)^{-1/2}$. Известно, что может присутствовать и конус, направленный назад, описываемый соответствующей траекторией в кросс-канале. Однако он, во всяком случае, существенно слабее переднего конуса.

б) *Многократное периферическое рассеяние*, лежащее в области промежуточных углов, также сжимающееся во все более узкий конус по мере роста энергии (см. [87]).

в) *Дифракционное центральное рассеяние*, являющееся теневым рассеянием, обусловленным неупругими центральными соударениями типа рис. 5. И в этом рассеянии конус сжимается по мере роста энергии. Однако, поскольку радиус центрального соударения меньше, чем у периферического, этот конус шире, чем периферическая дифракция (п. а-в нашем перечислении). На фоне этих видов рассеяния и выступает принципиально отличное от них *статистическое рассеяние*, которое мы здесь рассматриваем. Оно имеет нетеневое происхождение, его угловое распределение слабо зависит от энергии, является широким и, как уже говорилось, в отличие от всех остальных перечисленных дифракционных типов рассеяния, не описывается конусом, направленным вперед, но симметрично относительно $\theta_c = 90°$.

Теперь ясно, что статистическое рассеяние — сравнительно слабый эффект. Его полное сечение составляет лишь очень малую часть полного сечения центральных соударений σ_c (редкий канал распада), которое само существенно меньше полного сечения периферических соударений. Он может обнаружиться только при достаточно высокой энергии, когда все остальные — дифракционные — вклады сожмутся в узкий передний (и, кроме того, может быть, задний) конус. Тогда в области $\theta_c \sim 90°$ может обнажиться слабый вклад статистического рассеяния. Нужно подчеркнуть, что он *может* проявиться; однако произойдет это только в том случае, если его сечение падает с энергией слабее, чем падают при закрепленном угле θ_c хвосты сужающихся дифракционных рассеяний (а между тем, как мы увидим, оно убывает с энергией примерно экспоненциально). Случится это или нет, зависит от тонкого обстоятельства, от соотношения этих двух быстро падающих с энергией видов рассеяния в области $\theta_c \sim 90°$.

По-видимому, все же такая благоприятная ситуация имеет место. На рис. 20 мы приводим экспериментальные угловые распределения упругого np-рассеяния из работы [88] для все возрастающих энергий. Видно, что передний конус, при низких энергиях простирающийся дальше угла $\theta_c = 90°$, сжимается по мере роста энергии. Наконец, при $p_L \sim 4{,}5$—5 *Гэв/с* обнаруживается симметрия относительно $\theta_c = \pi/2$, ни следа которой не было при низких энергиях.

На рис. 21 приведены экспериментальные данные по $\pi^- p$- и $\pi^+ p$-упругому рассеянию, иллюстрирующие тот же эффект.

В случае упругого $\bar{p}p$-рассеяния эксперимент еще не доведен до достаточно высоких энергий и симметрии пока нет. К сожалению, отсюда был сделан вывод [91] о противоречии с предсказанием статистической теории. Это, конечно, явно преждевременно. В данном случае нужно также учесть, что статистическое $\bar{p}p$-рассеяние может быть слабее, чем статистическое pp-рассеяние (см. ниже), и потому симметрия относительно $\theta_c = \frac{\pi}{2}$ может обнаружиться лишь при более высоких энергиях, чем для pp- или np-рассеяния. (Может, конечно, оказаться, что статистическое $\bar{p}p$-рассеяние падает с энергией быстрее, чем хвост дифракционного рассеяния. Тогда оно никогда не будет наблюдаться, как это было объяснено выше, в отличие от рассеяния других пар частиц.)

Физическое отличие статистического рассеяния от дифракционного состоит, как мы видим, в том, что оно идет через *промежуточное компаунд-состояние*. Это приводит прежде всего к совсем другой фазе рассеяния δ: в случае компаунд-состояния δ сильно отличается от фазы падающей волны δ_0, соответственно значительному запаздыванию вылета частицы из-за

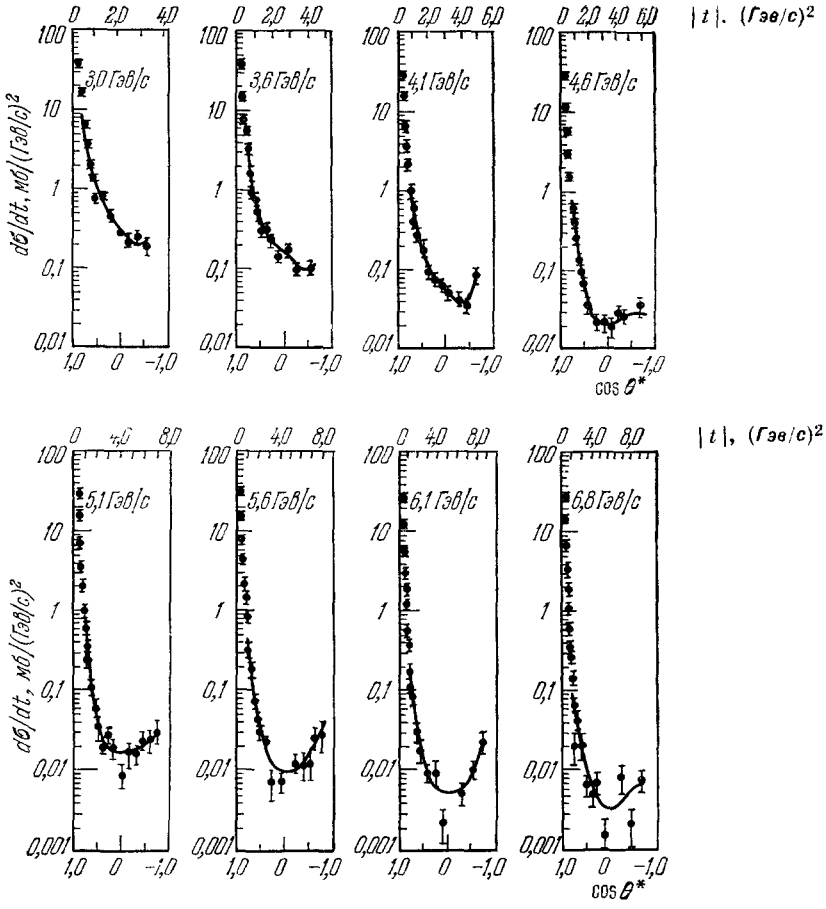

Рис. 20. Угловое распределение при упругом np-рассеянии для начальных импульсов, возрастающих от 3,0 до 6,8 *Гэв/с*.

По мере сжатия дифракционного конуса обнаруживается симметрия относительно $\theta_{СЦИ} = 90°$ [88, 89].

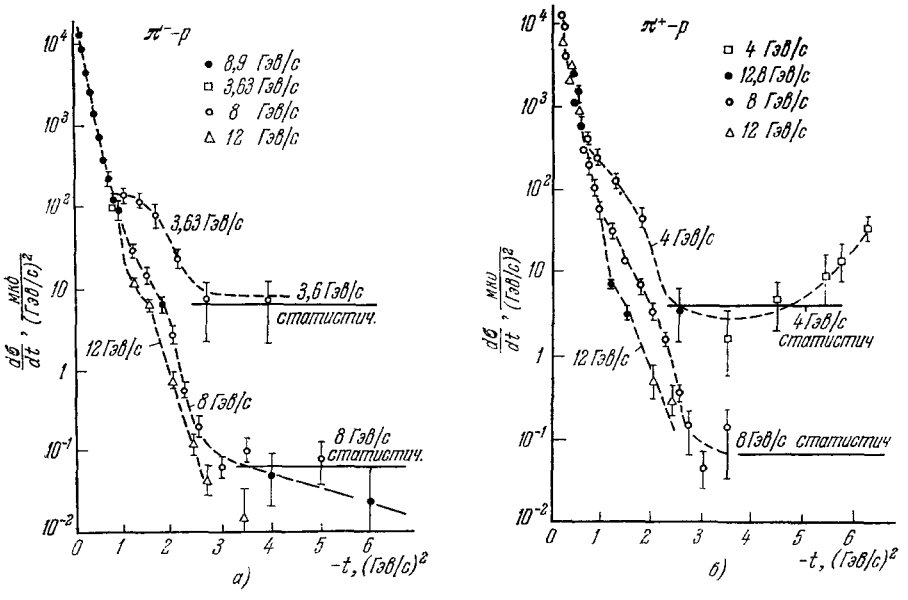

Рис. 21. π^+p- и π^-p-упругое рассеяние на большие углы $\theta_{СЦИ}$.

В области углов $\theta_{СЦИ} = 90°$ нанесены предсказания статистической теории [90]

большого времени жизни компаунд-состояния, $\delta - \delta_0 \gg \pi$. Дифракционные же процессы, а также вообще процессы рассеяния, идущие через обмен виртуальной частицей или реджевским полюсом, аналогичны прямым процессам ядерной физики низких энергий. Они соответствуют изменению фазы на величину $\lesssim \pi$ (подробнее см. [13]). Поэтому статистическое рассеяние некогерентно с остальными видами рассеяния, складывать надо их сечения, а не амплитуды. Более того, существует ли вообще для последовательно рассматриваемого статистического рассеяния понятие амплитуды (и, следовательно, фазы рассеяния) — непростой принципиальный вопрос (см. гл. 6).

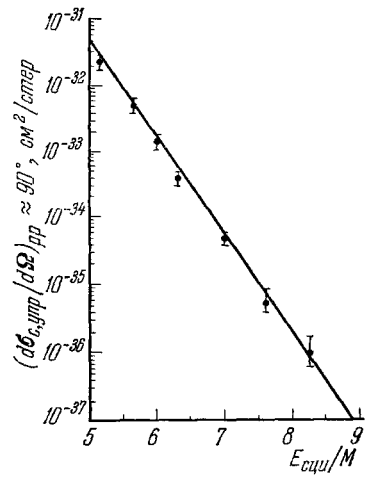

Рис. 22. pp-рассеяние на угол $\approx 90°$ в СЦИ как функция энергии.

Сплошная линия — по статистической теории [86] (расчет фазовых объемов на ЭВМ по теории Ферми).

Переходя к теоретическим формулам, мы прежде всего должны подчеркнуть, что, как это ни удивительно, количественный расчет эффекта не прост и не однозначен. Несомненно, в значительной мере это связано с тем, что речь идет об огромной флуктуации — 2 частицы вместо $n \sim \langle n \rangle \gg 1$ в конечном состоянии. Вероятность ее экспоненциально мала, и привычные подсчеты флуктуаций недостаточны. Существует ряд подходов.

В первых оригинальных работах[86] числитель и все существенные члены — все каналы — знаменателя формулы (69) были рассчитаны на ЭВ машине по модели Ферми (предполагая к тому же разные объемы V_F для пионов и для странных частиц, которых здесь может быть немало). Затем результат был интерполирован с помощью аналитического выражения: для pp-рассеяния

$$w_2 \equiv w_{pp} = e^{-3,3(E-2m_N)}, \tag{70}$$

для πp-рассеяния

$$w_2 \equiv w_{\pi p} = e^{-3,17(E-1,40)}, \tag{71}$$

где $E = \sqrt{s}$ — полная энергия в СЦИ, измеряемая в *Гэв*. $E - 2m_N$ — максимальная энергия, которая может быть затрачена на генерацию новых частиц в pp-соударении.

Для того чтобы получить полное сечение статистического рассеяния, нужно w_2 умножить на сечение образования компаунд-состояния, σ_{comp} (по существу, это сечение центрального соударения, $K \sim 1$), которое составляют некоторую (малую, ср. (22)) долю полного сечения неупругого соударения σ_{inel}. Эта доля на основании дополнительных соображений в работе [86] считается зависящей от энергии и равной $z^{-2}\gamma^{-2}$, где γ — лоренц-фактор налетающей частицы в СЦИ, а $z (z \sim 1)$ — числовой параметр, определяемый из сравнения с опытом,

$$\sigma_{stat} = \frac{1}{z^2\gamma^2}\sigma_{inel} w_2. \tag{72}$$

Дифференциальное сечение статистического рассеяния получается в предположении изотропии — делением на 4π.

Эта формула (в сочетании с (70), (71)) прекрасно описала экспериментальные данные (рис. 22) [86].

Затем появилась теоретическая работа Бляласа и Вайскопфа [61] (см. также работу Коккони[71]), исходившая из термодинамического приближе-

ния для пионной части системы (мы использовали этот подход в п. 4, в при подсчете состава генерируемых частиц). Именно, при NN-рассеянии в знаменателе главным является канал с двумя нуклонами и любым числом пионов, полный статистический вес которого в модели Померанчука есть (45а). В числителе же стоит статистический вес системы, содержащей только два нуклона N_1 и N_2. Учитывая сохранение энергии и импульса, имеем (в СЦИ)

$$\rho_2 = g_{N_1N_2}\left(\frac{V}{(2\pi)^3}\right)^2 \int d\mathbf{p}_1\, d\mathbf{p}_2 \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)\, \delta(W - E_1 - E_2) =$$

$$= g_{N_1N_2}\frac{V^2}{4(2\pi)^5} W^2 \sqrt{1 - \frac{4m_N^2}{W^2}}. \qquad (73)$$

Отношение формул (73) и (45а) дает точно аналитическую экспоненциальную зависимость (70) — (72), правда, с другим предэкспоненциальным фактором. Однако этот подсчет нехорош по двум причинам.

Во-первых, отношение получается не безразмерным (то же в [61]). Во-вторых, формула (45а), основанная на модели Померанчука, здесь вряд ли подходит. В самом деле, речь идет о возможности для компаунд-системы, которая после расширения до объема $\langle n \rangle V_0 \gg V_0$ распалась бы на много частиц, случайно распасться только на два нуклона. Трудно представить себе, как это могло бы произойти на конечной стадии, когда объем системы во много раз больше совокупного объема двух нуклонов. Поэтому интересующий нас распад должен случиться на ранней стадии, когда $V \leqslant 2V_0$. Для определенности положим $V = 2 \cdot \frac{4\pi}{3}\frac{1}{\mu^3}\beta$, где $\beta \leqslant 1$. Это значит, что в данном случае расчет нужно производить по модели с закрепленным объемом, не зависящим от энергии. При этом связь энтропии с энергией системы и температурой отлична от имеющей место в модели Померанчука, где $S = W/T$. Именно [61], здесь из $VT^4 \approx W$ (точнее, для релятивистских пионов $\frac{\pi^2}{10}VT^4 = W$, но $\pi^2/10 \approx 1$) следует

$$S = \int \frac{dW}{T} \approx \frac{4}{3} V^{1/4} W^{3/4} + \log C, \qquad (74)$$

где константа C определяется особо и, согласно [61], равна $1/15 \div 1/11$ при $0{,}512 \leqslant \beta \leqslant 1{,}33$. Поэтому в сечении получается существенно иная экспоненциальная зависимость [61]

$$\sigma_{\text{stat}} \sim e^{-\frac{4}{3}V^{1/4}W^{3/4}}, \quad V = 2V_0\beta. \qquad (75)$$

Параметр β уточняется на основе сравнения с экспериментом.

Однако в интервале энергий, в котором пока имеются экспериментальные данные, различие формул (70) и (75) заметить трудно.

Мы не привели в (75) предэкспоненциального фактора и его зависимости от энергии. Как уже упоминалось, он имеет неправильную размерность. Это связано с тем, что термодинамическое приближение для статистического веса пионной части безразмерно $\sim \exp S$, а статистический вес двухчастичного состояния из-за учета законов сохранения (δ-функции) имеет размерность (энергия)$^{-4}$.

Исправив этот недостаток, можно получить [14] в модели Померанчука

$$\sigma^{\text{el}}_{pp,\,\text{stat}} = \frac{\pi^2}{2}\sigma_{pp,\,\text{comp}}\left(\frac{W}{m_N}\right)^{2/3}\left(\frac{T}{m_N}\right)^{7/3}\frac{1 - \frac{4m_N^2}{W^2}}{\left(1 - \frac{2m_N}{W}\right)^{4/3}} e^{-\frac{W - 2m_N}{T}}. \qquad (76)$$

или в физически более правдоподобной для данного конкретного случая модели с закрепленным объемом:

$$\sigma^{\mathrm{el}}_{pp,\,\mathrm{stat}} = \frac{\pi^2}{2C}\,\sigma_{pp,\,\mathrm{comp}}\left(\frac{W}{m_N}\right)^{5/4}\frac{1-\dfrac{4m_N^2}{W^2}}{\left(1-\dfrac{2m_N}{W}\right)^{3/4}}\,\frac{e^{-\frac{4}{3}V^{1/4}(W-2m_N)^{3/4}}}{(m_N V)^{7/12}}. \qquad (77)$$

Здесь не учтены поправки на сохранение изотопспина и т. п., а также вклад канала с генерацией каонов (подробнее см. [61]).

На рис. 23 показаны энергетические зависимости, получаемые при разных подходах. Пока эксперимент реально охватил область $W \sim (5{,}0-8{,}0)\,m_N$

Однако и последняя формула содержит неудовлетворительный момент: энтропия пионов системы в малом объеме $\sim V_0$ подсчитывается, как для газа Бозе. Между тем взаимодействие пионов здесь очень велико (конечно, в первоначальной статистической теории множественной генерации, у Ферми делалось то же самое, но это не может служить оправданием).

Особый интерес представляет сравнение pp- и $\bar{p}p$-рассеяний. Дело в том, что при $\bar{p}p$-соударении возможна полная аннигиляция. Поэтому в знаменателе формулы (69) добавляется слагаемое $\rho^{(\pi)}(W)$, которое при не очень больших W больше главного члена в случае NN-рассеяния $\rho^{(\pi)}_{N_1N_2}(W)$. Оставляя только эти два канала, имеем

$$w_{2,\,\bar{p}p} = \frac{\rho_2}{\rho^{(\pi)}(W)+\rho^{(\pi)}_{\bar{N}N}(W)}, \qquad (78)$$

причем, согласно (74), $\rho^{(\pi)}(W) \sim \exp\left(\frac{4}{3}V^{1/4}W^{3/4}\right)$. Опуская в (78) слагаемое $\rho^{(\pi)}_{\bar{N}N}$, игравшее главную роль в $\sigma^{\mathrm{el}}_{pp,\,\mathrm{stat}}$, получаем $\sigma^{\mathrm{el}}_{\bar{p}p,\,\mathrm{stat}}$, отличающееся от (77) не только предэкспоненциальным множителем, но и тем, что в экспоненте вместо $(W-2m_N)^{3/4}$ стоит $W^{3/4}$. Поэтому

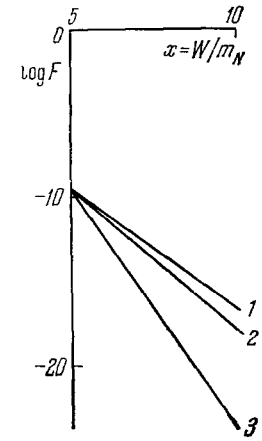

Рис. 23. Энергетическая зависимость статистического pp-рассеяния по разным моделям.

1 — интерполяция числовых подсчетов по модели Ферми с рядом дополнительных предположений [86], хорошо описывающая эксперимент, 2 — модель Померанчука (76) при $T = \mu$, в данном частном случае физически неадекватная 3 — модель с закрепленным объемом (77) типа [61] при задающем объем параметре $\beta = 0{,}5$ (небольшое изменение β даст полное совпадение с кривой 1)

$$\frac{\sigma^{\mathrm{el}}_{\bar{p}p,\,\mathrm{stat}}}{\sigma^{\mathrm{el}}_{pp,\,\mathrm{stat}}} = \frac{2}{\pi^3}(m_N V)^{5/4}\left(\frac{W}{m_N}\right)^{3/4}\left(1-\frac{2m_N}{W}\right)^{3/4} e^{-\frac{4}{3}V^{1/4}W^{3/4}\left[1-\left(1-\frac{2m_N}{W}\right)^{3/4}\right]}. \qquad (79)$$

Считая $W \gg 2m_N$, получим экспоненциальный фактор в (79) в виде $\exp\left(-\frac{2m_N}{W^{1/4}}V^{1/4}\right) \ll 1$ (аналогичные рассуждения для модели Померанчука, $V \sim \langle n\rangle V_0$, дают $\exp(-2m_N/T_{\mathrm{eff}})$; см. [13]).

Таким образом, из-за конкуренции нового, аннигиляционного канала сечение $\bar{p}p$-рассеяния экспоненциально малым множителем отличается от сечения pp-рассеяния. Однако при $E_L \sim 20-30$ *Гэв* он существенно погашается большим предэкспоненциальным множителем ($\sim 10^3-10^4$).

Поэтому вывод о том, что статистическое $\bar{p}p$-рассеяние много меньше pp-рассеяния, сделанный ранее без учета предэкспоненциального фактора [13,92], нельзя считать обоснованным.

Это рассмотрение статистического рассеяния должно быть дополнено. Нужно учесть теневую дифракцию, обусловленную образованием компаунд-системы. Вопрос подробно рассмотрен в работах [93,94], причем только такое рассмотрение обеспечивает унитарность теории (в более ранней работе, не учитывающей дифракции [95], был сделан вывод о внутренней противоречивости теории статистического рассеяния; он, таким образом, не обоснован). В результате эксперимент удается описать очень детально, хотя для этого и требуется вводить новые параметры, подбираемые из сравнения с экспериментом (радиус компаунд-системы или максимальный эффективный угловой момент рассеяния и т. п.). Ясно, что рассеяние под закрепленным углом, например при $\theta_{\text{СЦИ}} = 90°$, при энергиях W ниже некоторой критической W_{crit}, пока, главную роль играют дифракционные хвосты, будет иметь совсем иной вид, чем при энергии больше критической, когда преобладает статистическое рассеяние. Из-за экспоненциальной зависимости от W обоих видов рассеяния изменение режима при $W \sim W_{\text{crit}}$ должно быть резким, типа излома. Этот эффект действительно был обнаружен[96]. На рис. 24 показаны экспериментальные точки и теоретическая кривая (наложение дифракции и статистического рассеяния), полученная при определенном подборе дополнительных параметров (их значения оказываются разумными).

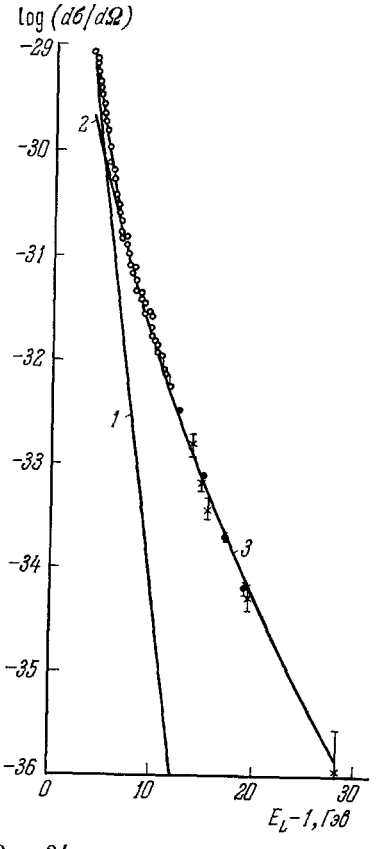

Рис. 24. pp-рассеяние при закрепленном угле в СЦИ, $\theta_{\text{СЦИ}} = 90°$ как функция энергии[96].

Излом при $E_L = E_{\text{crit}} \approx 6$ *Гэв*, согласно [93, 94], объясняется тем, что дифракционный конус сжимается и при $E_L > E_{\text{crit}}$ главную роль играет статистическое рассеяние (70), (72) (необходимо подобрать значения некоторых дополнительных параметров). Точки — эксперимент. Кривые: *1* — дифракция; *2* — статистическое рассеяние; *3* — их сумма.

Вся эта в целом очень благоприятная для статистической теории ситуация была поставлена под угрозу в одном пункте — в вопросе о так называемых эриксоновских флуктуациях. Вопрос возник по аналогии с другим явлением, тоже идущим через образование компаунд-состояния, но встречающимся в ядерной физике низких энергий. Именно, Эриксон (см., например. обзор [97]) обратил внимание на следующее обстоятельство. Пусть на ядре рассеивается, например, нуклон, энергия которого (величина порядка 5—20 *Мэв*) определена с погрешностью ΔE такой, что

$$\Delta E \ll \Gamma, \tag{80}$$

где Γ — ширина уровня компаунд-ядра, и уровни ядра перекрываются, $D \ll \Gamma$, где D — расстояние между уровнями. Тогда интерференция рассеяния на многих уровнях приводит к резким колебаниям сечения (сечение часто падает до нуля) при изменении энергии падающей частицы на ве-

личину порядка Г. Это предсказание было полностью подтверждено опытом, и само явление стало исходным пунктом целого направления в физике ядра. Казалось бы, что такое же явление должно иметь место и при статистическом рассеянии в области гэвных энергий. Конечно, нам неизвестна здесь величина Г для компаунд-системы, образовавшейся при центральном соударении двух быстрых нуклонов. Но если оценить ее время жизни величиной $\tau \sim 1/\mu$ («естественный масштаб времени»), то можно оценить и необходимую моноэнергетичность соударяющихся нуклонов (80). Она оказалась достижимой. Опыты в ЦЕРН, поставленные с десятикратным запасом в величине ΔE при $= E_L$ 16 *Гэв*[98] привели к заведомо отрицательному результату — никаких флуктуаций обнаружено не было. Это дало основания для вывода, что либо концепция статистического рассеяния неверна и предыдущие ее успехи случайны, либо по каким-то неясным причинам теорию эриксоновских флуктуаций нельзя переносить на наш случай.

Такие возможные причины, несомненно, указать можно. Аналогия с явлениями в ядерной физике низких энергий не может считаться вполне убедительной. Так, система нуклон — ядро при низких энергиях имеет четко выраженные резонансные уровни. В области же декагэвных энергий таких уровней нет. Далее, при *pp*-рассеянии в гэвной области речь идет о распаде компаунд-системы по экспоненциально маловероятному каналу, причем число частиц в промежуточном состоянии неопределенно, а в ядерной физике низких энергий рассматриваются основные каналы и число частиц сохраняется на всех стадиях. Конечно, непосредственно неясно, почему эти последние различия могут исключить эриксоновские флуктуации. Но есть еще одна принципиальная и интересная возможность, которая заслуживает особого обсуждения. Мы к ней и перейдем.

6. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ДИНАМИКА И «ИСТИННАЯ СТАТИСТИКА»

Обосновывая статистическую трактовку множественной генерации, всегда, начиная с работ Ватагина и Ферми, исходят из квантовомеханической формулы (1). Поэтому обычно подразумевают, что процесс описывается некоторой амплитудой и потому, как всегда в квантовой механике, является динамическим. Именно, задание исходной волновой функции (или функционала) однозначно определяет конечную волновую функцию (или функционал). В частности, процесс обратим — квадраты модулей матричных элементов прямого и обратного переходов совпадают. При таком подходе статистическая теория есть лишь приближенный метод вычисления квантовомеханической величины.

Однако последовательное применение статистического подхода уже давно, по существу, выводило за рамки этой идеологии. Так, в гидродинамической теории Ландау, являющейся последовательным обобщением статистической теории, рассматривается изменение энтропии замкнутой системы во времени. Между тем, в квантовой механике для любой замкнутой системы, не подвергаемой процессу измерения (наблюдения), энтропия сохраняется [99]. Она может меняться только в «истинно статистической теории».

Далее, попытка использовать вероятность перехода, даваемую статистической теорией, в дисперсионных соотношениях [100] привела к абсурдным результатам. Оказалось, что для согласования с требованиями унитарности необходимо модули элементов S-матрицы, извлекаемые из статистической теории, в промежуточном состоянии заново перенормировать. Эта операция противоречит обычному S-матричному подходу и означает

предположение, что в промежуточном состоянии имеет место акт наблюдения, или, иначе, вмешательство внешней системы.

Все это побудило Д. С. Чернавского [101,102] (см. также [14]) поставить интересный вопрос: не являются ли системы, изучаемые в статистической теории множественной генерации, «истинно статистическими»? Тогда они должны описываться не амплитудой перехода, а матрицей плотности.

В классической механике вопрос о происхождении различия между статистическими и динамическими системами в настоящее время в значительной мере прояснен [103,104] на путях, которые качественно намечались уже давно (Борель и другие авторы). Несколько упрощая и огрубляя вопрос, можно сказать, что все дело в динамической устойчивости или неустойчивости системы. Именно, если характеризующий состояние системы параметр (координата и т. п.) x при изменении начального значения x_0 (в момент $t = 0$) на δx_0 с течением времени уклоняется от «невозмущенного значения» $x(t)$ на сколь угодно большую величину $\delta(x)$, экспоненциально зависящую от t,

$$\delta x = \delta x_0 e^{\lambda t}, \quad \lambda > 0, \tag{81}$$

то система неустойчива и тогда она превращается в статистическую. В самом деле, если система обладает таким свойством, то сколь угодно слабое внешнее воздействие, имевшее место в какой-то момент в процессе эволюции системы, сделает ее практически необратимой: если в конечном состоянии (в момент $t \gg \frac{1}{\lambda}$) изменить все скорости частиц на обратные, то система вернется в исходное состояние x_0 только при практически невероятном событии — если точно такое же, но обратно направленное малое возмущение (и никакое другое, даже сколь угодно малое!) подействует точно в нужный момент времени. Это означает, что такая система практически не может быть изолирована от внешних воздействий. С точки зрения квантовой механики это означало бы, что она должна описываться как подсистема большой системы, с которой она взаимодействует, т. е. должна описываться матрицей плотности.

Перенос этих соображений на квантовую теорию поля не осуществлен еще так, как это сделано в классической механике (несколько более подробное развитие намеченных соображений в квантовой механике, в частности, в вопросе о сохранении энтропии, см. в работе [14]). Поэтому пока еще не удалось исследовать устойчивость системы, содержащей статистическое рассеяние частиц высокой энергии, когда виртуально возбуждаются многие степени свободы и число частиц неопределенно. Вместо этого был рассмотрен модельный пример, показывающий, как из-за изменения чисто количественных характеристик (массы и скорости падающих частиц и т. п.) процесс рассеяния в нерелятивистской квантовой механике может из динамического (динамически устойчивого) превратиться в статистический (динамически неустойчивый).

Именно, в работе [101] рассмотрено рассеяние частиц массы m, импульса p на собрании рассеивающих центров, хаотически размещенных в пределах объема радиуса R, такого, что максимальный рассеиваемый угловой момент велик, $L_{\max} = pR \gg 1$. Потенциал $V(\mathbf{r})$ как функция точки $\mathbf{r}$ является стохастической величиной с радиусом корреляции r_0, средним значением, равным (для простоты) нулю, и среднеквадратичным изменением V_0. Решение уравнения Шрёдингера для этого случая дает сдвиг парциальной фазы на выходе (при $r = R$) δ_l. Исследованию подлежит устойчивость (по существу, устойчивость по Ляпунову) этого сдвига фазы при малом возмущении потенциала на величину $\delta V \lesssim V_0$ в некоторой точке. Если система динамически устойчива, то δ_l изменится на малую

величину ξ_l порядка $\delta V/V_0$. Однако в действительности в общем случае решение имеет вид

$$\xi_l(R) = \xi_l^0 e^{\lambda_l(R)}, \tag{82}$$

где $\xi_l^0 \sim \delta V/V_0$ — малое изменение фазы, вызванное локальным возмущением потенциала, а $\lambda_l(R)$ — характеристические числа проблемы. Их знак и величина при данном R (играющем ту же роль, что время в классической проблеме, о которой говорилось выше) и определяют динамическую устойчивость системы. Можно сказать, что играет роль некоторая эффективная величина $\overline{\lambda}(R)$, равная в отсутствие сферической симметрии потенциала $V(\mathbf{r})$

$$\overline{\lambda}(R) = \frac{mV_0}{p^2 (pr_0)^{1/2}} L_{\max}^{3/2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{pr_0}{2}\right)^2}. \tag{83}$$

Отсюда видно, что искажение фазы ξ_l может отнюдь не быть малой величиной порядка $\xi_l \sim \delta V/V_0$. Оно экспоненциально зависит от $L_{\max} = pR$ и других параметров и дважды экспоненциально от pr_0. Система динамически устойчива и нечувствительна к внешним малым возмущениям δV (т. е. является динамической), если $\lambda(R) \lesssim 1$. Система динамически неустойчива (и, согласно сказанному выше, превращается в статистическую), если $\lambda(R) > 1$. Мы видим, что переход от одного случая к другому происходит очень резко при изменении p, r_0, R, m и V_0. Это главный и принципиальный вывод из рассмотренной задачи. Применять полученную формулу к конкретным интересующим нас явлениям можно только весьма условно и приближенно.

Так, например, желая оценить ситуацию при рассеянии нуклона кинетической энергии ~ 10 *Мэв* на ядре в случае, если рассеяние идет через компаунд-состояние, мы должны представить себе рассеивающие центры закрепленными (как видно, например, из гл. 3 в [105], это не мешает образованию эриксоновских флуктуаций). Средний импульс нуклона, вошедшего в такую систему, $p \sim \sqrt{2mV_0}$ при $V_0 \sim 30$ *Мэв* равен $p \sim 250$ *Мэв/с*. Радиус корреляции потенциала определяется тепловыми волнами в ядре. Так как температура здесь мала, $T \sim 1 - 5$ *Мэв*, определяемый ими радиус корреляции $\frac{1}{T} \sim (30—150)\frac{1}{\mu}$ много больше радиуса ядра. Следовательно, под радиусом корреляции нужно понимать радиус ядра, $r_0 \sim R$. Далее, эффективное $L_{\max}$, как показывает опыт, порядка 2—3 в легких ядрах и порядка 7 в тяжелых. Все это дает $pr_0 \sim pR \sim \frac{2r_0}{140} A^{1/3} \sim 2A^{1/3} \sim L_{\max}$, где A — атомный вес ядра. Следовательно, экспонента $\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{pr_0}{2}\right)^2\right\}$ мала, $\sim \exp\left(-\frac{1}{2}A^{2/3}\right) \ll 1$, $\overline{\lambda(R)} \sim \frac{1}{2}(2-7)\, e^{-\frac{1}{2}A^{2/3}} \lesssim 1$. Таким образом, система динамически устойчива, нечувствительна к внешним возмущениям, и имеет смысл говорить об амплитуде процесса. Становится понятным, почему здесь имеют место эриксоновские флуктуации — типичное свойство динамических, а не статистических систем [101,105].

Переносить формулу (83) на статистическое NN-рассеяние при $E_L \sim 10—20$ *Гэв* еще менее законно: здесь речь идет о релятивистской проблеме с неопределенным числом частиц. Тем не менее с чисто иллюстративной целью авторы[101] производят оценку и здесь.

В данном случае промежуточное состояние — система пионов (и двух нуклонов) с энергией частицы порядка температуры T, причем T гораздо выше, чем в ядре, $T \gg \mu$. Размер системы — того же порядка $R \sim \mu^{-1}$. $L_{\max}$ можно оценить из импульса падающего нуклона в СЦИ p_0. При

$E_L \sim 16$ *Гэв* $p_0 \sim \frac{1}{2} W \sim 19\mu$, $L_{max} = p_0 R \sim 19$ (p_0 отнюдь не p частицы в статистической системе!). Далее, эффективно можно считать $V_0 \sim \sim p$. Поэтому можно положить $mV_0/p^2 \sim 1$.

Таким образом, $\overline{\lambda(R)} \sim 19^{3/2} e^{-1/8} \sim 80$. Следовательно, $\overline{\lambda(R)} \gg 1$, система динамически неустойчива. Возмущение фазы гигантски отличается от малой величины $\delta V/V_0$: $\xi \sim \frac{\delta V}{V} e^{80} \sim \frac{\delta V}{V} \cdot 10^{35}$. Достаточно возмутить потенциал на величину $\delta V \sim V_0 \cdot 10^{-35} \sim 10^{-27}$ *эв*, чтобы фаза изменилась на величину порядка единицы.

Разумеется, такие числовые оценки отнюдь не заслуживают в этом случае доверия. Важнее другое: из-за высокой температуры, возникающей в системе в процессе статистической генерации, радиус корреляции r_0 мал и экспоненциальный фактор $\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{pr_0}{2}\right)^2\right)$, резко снижающий $\overline{\lambda}$ в компаунд-ядре, выпадает. Поэтому $\overline{\lambda(R)}$ может быть велико. Из-за этого внешне сходные физические системы (компаунд-ядро в ядерной физике низких энергий и компаунд-состояние в статистической теории множественной генерации и рассеяния релятивистских частиц) *могут* иметь принципиально разные свойства.

Таким образом, этот пример показывает *возможность* возникновения релятивистской системы из многих частиц, отличающейся крайней неустойчивостью по отношению к ничтожному изменению внешних условий: электрическое или магнитное поле пролетающего атома, срыв электрона с оболочки водорода мишени, испускание мягкого электромагнитного излучения (радиокванта) протоном отдачи — всего этого достаточно, чтобы систему, возникающую при статистическом рассеянии нуклон — нуклон или вообще при множественной генерации, нельзя было считать изолированной системой (само число частиц здесь несущественно, их может быть мало). В таком случае это— *истинно статистическая система*, описываемая матрицей плотности, но не амплитудой.

Легко показать, что в этом случае эриксоновские флуктуации при pp-рассеянии не должны иметь места [14]. Это — самый общий путь устранения противоречия статистической теории с экспериментом в том единственном пункте, где оно, возможно, встречается.

Разумеется, изложенные в этом разделе работы следует рассматривать как постановку проблемы, но не как решение ее. Представляется, однако, очевидным, что даже такая постановка проблемы очень важна для физики элементарных частиц. Так, например, если при соударениях действительно имеет место «истинная статистичность», то на обычно рассматриваемые амплитуды процессов для строго определенных импульсов нужно смотреть как на абстракции и их нужно заменять некоторыми усредненными величинами и т. п. Интересно, что вопрос о необходимости подобного рода усреднений поднимается с совсем другой стороны теоретиками, которых занимает проблема устранения принципиальных трудностей современной теории [106, 107].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы постарались показать, что статистическая теория множественной генерации частиц при правильном использовании является физически адекватным и практически полезным средством. Разумеется, она не может претендовать на общее и полное описание процесса взаимодействия. Но в качестве вспомогательного инструмента она дает удивительно много, с неожиданной для такой приближенной теории количественной точностью описывая многие характеристики процесса.

Она, вероятно, даже необходима в квантовополевой (или в реджизованной) теории, предсказывающей образование кластеров (файрболов) из многих (5—10) частиц. В самом деле, неясно, как иначе в настоящее время можно описать распад такого кластера.

При рассмотрении различных приложений мы неоднократно сталкивались с одной и той же трудностью — экспериментальные данные не позволяют определить энергию статистической подсистемы W, к которой относится данный эксперимент. Мы вынуждены были иногда обращаться к средним значениям коэффициента неупругости K и т. п. Между тем, если бы экспериментальные данные были расклассифицированы по значениям K, то возникала бы возможность более подробного и более уверенного анализа. Пример: данные по pp-рассеянию, показанные на рис. 14, и проведенный в связи с ними анализ распределения $p_\perp$ для протонов. Было бы хорошо, если бы такое определение W статистической подсистемы стало возможным и в других случаях.

Наконец, в гл. 6 мы кратко изложили работы [101, 102], показывающие, что статистическая теория может играть большую принципиальную роль в физике элементарных частиц. Эта возможность, по существу, только намечена, но она так многозначительна и привлекательна, что безусловно заслуживает самого интенсивного дальнейшего исследования.

ДОПОЛНЕНИЕ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНЫМ ФАЗОВЫМ ОБЪЕМОМ

В ряде работ получил применение вариант статистической теории, который предложили Сривастава и Сударшан [109]. Он сводится к замене dp_i в выражении для фазового пространства i-й частицы на релятивистски инвариантную величину dp_i/ε_i, где $\varepsilon_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$ — энергия частицы (Lorentz invariant phase space — LIPS). Трехмерный объем при этом учитывается фактором V, не зависящим ни от множественности, ни от энергии. Кроме того (это широко принято, но не связано непосредственно с LIPS), для разных частиц берут различные объемы V_i. Для того чтобы при закрепленном V получать наблюдаемую на опыте долю тяжелых частиц, приходится считать, например, что для K-частиц V_K раз в 10 меньше, чем для пионов. Такое отсутствие равновесия между K- и π-частицами нам представляется в высшей степени неудовлетворительным.

Формула для вероятности канала, которой реально пользуются (см., например, [110]), имеет вид (в СЦИ)

$$w = A \prod_{i=1}^{n} \left[(2s_i + 1)\, m_i \frac{V_i}{V_0} \right] R_n(W), \tag{Д,1}$$

$$R_n(W) = \frac{1}{(6\pi^2)^n} \int \delta^3 \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \right) \delta \left(W - \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \right) \prod_i \frac{d^3 p_i}{\varepsilon_i}; \tag{Д,2}$$

здесь W — полная энергия системы, s_i — спин, m_i — масса i-й частицы, A — неопределенный общий фактор.

В таком случае можно сказать, что модели Ферми, Померанчука и LIPS различаются, по существу, только тем, что используют разные объемы:

$$\text{у Ферми} \quad V_F = V_0 \frac{2M}{W}, \tag{Д,3а}$$

$$\text{у Померанчука} \quad V_P = V \langle n \rangle, \tag{Д,3б}$$

$$\text{в LIPS} \quad V_{\text{LIPS}} = \beta_i \frac{V_0}{\varepsilon_i}, \quad \beta_i = m_i \frac{V_i}{V_0}. \tag{Д,3в}$$

Если в (Д,3в) положить для оценки ε_i равным средней энергии $\varepsilon_i \approx W/\langle n \rangle$, то для множественности $\langle n \rangle$, согласно (6), получим:

$$\text{у Ферми} \quad \langle n_F \rangle \sim W^{1/2}, \tag{Д,4а}$$

$$\text{у Померанчука} \quad \langle n_P \rangle \sim W, \tag{Д,4б}$$

$$\text{в LIPS} \quad \langle n_{\text{LIPS}} \rangle \sim \beta_i^{1/3} W^{2/3}, \tag{Д,4в}$$

т. е. в LIPS множественность — промежуточная между моделями Ферми и Померанчука.

Применение LIPS к эксперименту позволяло получать хорошие результаты, однако для этого нужно было делать специальные предположения относительно V_i. Именно, анализ экспериментов по аннигиляции $p\bar{p}\to$пионы + каоны при $E_L \leqslant 7$ *Гэв* [110, 111] показал, что экспериментально наблюдаемые значения $\langle n_\pi \rangle$ и $\langle n_K \rangle$ получаются, если для пионов считать $V_\pi \sim (4-8)\, V_0$, а для каонов $V_K \sim 0{,}1\, V_\pi$, т. е. $\beta_\pi \sim (4-8)\, m_\pi$, $\beta_K \sim (0{,}4-0{,}8)\, m_K$. Так как при $p\bar{p}$-аннигиляции в этой области энергий $\langle n_\pi \rangle \sim 4-8$, а $\langle \varepsilon \rangle$ — постоянная величина, $\langle \varepsilon_\pi \rangle \sim 0{,}4-0{,}5$ *Гэв* (см. (32)), то (Д, 3б) и (Д, 3в) совпадают, когда $\beta_\pi \sim \langle n_\pi \rangle\, m_\pi$, как это приближенно и получено в работе [110]. Таким образом, сравнение с экспериментом заставляет в модели LIPS брать тот же объем, что и в модели Померанчука. Однако этого оказывается недостаточным для получения правильного состава. Приходится брать очень малые V_K, в то время как в модели Померанчука состав автоматически получается правильным.

Разумеется, по мере роста W, если сохранять примерно тот же объем $V_{\mathrm{LIPS}} \sim (4-8)\, V_0$, доля K-частиц будет получаться все большей (в таблицах, рассчитанных в [110], она доходит до 50%), что явно противоречит опыту.

Отметим, однако, что зависимость $\langle n_\pi \rangle$ от энергии при $p\bar{p}$-аннигиляции, согласно [110], хорошо согласуется с моделью LIPS. Можно убедиться, что предсказание формулы (33) даст в то же время завышенное $\langle n_\pi \rangle$ (примерно на $\Delta n_\pi \sim 1$). Однако вряд ли стоит делать из этого какие-либо выводы и пытаться уточнять теорию. В самом деле, неизвестно, например, какой вклад на опыте дают диаграммы типа рис. 12, в которых множественность меньше, чем для рис. 5, *а*.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. Heisenberg, Zs. Phys. **101**, 533 (1936).
2. G. Wataghin, Phys. Rev. **63**, 137 (1943); **66**, 149 (1944).
3. E. Fermi, Progr. Theor. Phys. **5**, 570 (1950); УФН **46**, 71 (1952).
4. И. Я. Померанчук, ДАН СССР **78**, 889 (1951).
5. Л. Д. Ландау, Изв. АН СССР, сер. физ. **17**, 51 (1953).
6. N. Yajima, K. Kobayakawa, Progr. Theor. Phys. **19**, 192 (1958).
7. S. C. Frautschi, Progr. Theor. Phys. **22**, 15 (1959).
8. M. Kretzschmar, а) Zs. Phys. **150**, 247 (1958); б) Ann. Rev. Nucl. Sci. **11**, 1 (1961).
9. В. М. Максименко, Кандидатская диссертация (ФИАН, 1960).
10. Z. Koba, Nuovo Cimento **18**, 608 (1960); Acta Phys. Polonica **20**, 213 (1961).
11. R. Hagedorn, Fortschr. d. Phys. **9**, 1 (1961).
12. В. М. Максименко, И. Н. Сисакян, Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, Письма ЖЭТФ **3**, 340 (1966).
13. И. Н. Сисакян, Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, ЖЭТФ **52**, 545 (1967).
14. И. Н. Сисакян, Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, Тр. ФИАН **59** (1971).
15. E. L. Feinberg, Production of Heavy Particles and Light Antiparticles in Statistical Theory, Препринт ФИАН № 44, 1970; ЯФ **13**, 659 (1971).
16. С. З. Беленький, А. И. Никишов, ЖЭТФ **28**, 744 (1955).
17. С. З. Беленький, В. М. Максименко А. И. Никишов, И. Л. Розенталь, УФН **62**, 1 (1957).
18. а) С. З. Беленький, ДАН СССР **99**, 523 (1954); б) С. З. Беленький, Л. Д. Ландау, УФН **56**, 309 (1955).
19. Л. Д. Ландау, Собрание трудов, т. 2, М., «Наука», 1966, стр. 441.
20. C. Iso, K. Mori, M. Namiki, Progr. Theor. Phys. **22**, 403 (1959).
21. Е. Л. Фейнберг, в сборнике «Квантовая теория поля и гидродинамика», Тр. ФИАН **29**, 155 (1965).
22. D. Amati, S. Fubini, A. Stanghellini, Nuovo Cimento **20**, 896 (1962).
23. И. М. Дремин, И. И. Ройзен, Р. Б. Уайт, Д. С. Чернавский, ЖЭТФ **48**, 952 (1965); V. N. Akimov, D. S. Chernavskii, I. M. Dremin, I. I. Royzen, Nucl. Phys. **B14**, 285 (1969).
24. P. Ciok et al., Nuovo Cimento **8**, 166 (1958); **10**, 741 (1958).
25. K. Niu, Nuovo Cimento **10**, 994 (1958).
26. G. Cocconi, Phys. Rev. **111**, 1699 (1958).
27. Н. А. Добротин, С. А. Славатинский, 10th International Conference on Cosmic Rays, Calgary, 1967.
28. С. А. Славатинский, Докторская диссертация (ФИАН, 1968).
29. M. Miesowicz, Progress in Cosmic Rays and Elementary Particle Physics **10**(1969).

30. К. А. Тер-Мартиросян, ЖЭТФ **44**, 341 (1963).
31. Chan Hong-Mo., et al., Nuovo Ci mento **57A**, 93 (1968).
32. L. Van Hove, a) Hadron Scattering at High Energies, Lectures at the 3rd Hawaii Topical Conference on Particle Physics, August 1969, CERN, preprint Ref. TH. 1115-CERN; б) Nucl. Phys. **B9**, 331 (1969).
33. И. М. Дремин, Письма ЖЭТФ **11**, 272 (1970).
34. W. Heisenberg, Zs. Phys. **164**, 65 (1949); **133**, 65 (1952).
35. Г. А. Милехин, Труды Междунар. конф. по физике космич. лучей, Москва, 1959, т. 1, стр. 223.
36. L. Michejda, Fortschr. d. Phys. **16**, 707 (1968).
37. R. Hagedorn, Suppl. Nuovo Cimento **3**, 147 (1965); R. Hagedorn, J. Ranft, ibid. **6**, 169 (1968); R. Hagedorn, ibid. **6**, 311 (1968).
38. V. S. Barashenkov, V. M. Maltsev, Fortschr. d. Phys. **15**, 435 (1967).
39. Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, ДАН **81**, 795 (1951).
40. И. М. Дремин, Д. С. Чернавский, ЖЭТФ **43**, 551 (1962).
41. И. М. Грамениицкий, И. М. Дремин и др., ЖЭТФ **40**, 1093 (1961); **14**, 613 (1962)
42. И. М. Дремин, ЯФ **5**, 1286 (1967).
43. И. М. Дремин, Г. Б. Жданов и др., Письма ЖЭТФ **4**, 156 (1966).
44. Н. А. Добротин, С. А. Славатинский, Изв. АН СССР, сер. физ. **24**, 1836 (1970).
45. Aachen—Berlin—CERN Collaboration and Cracow Bubble Chamber Group. See e.g.: O. Czyzewsky, Topical Conference on Hihg-Energy Collisions of Hadrons, CERN, Geneva, 1968, vol. 1.
46. P. Dodd et al., Aix-le-Provence Intern. Conf. on Elementary Particles, vol. 1, 1961, p. 433.
47. Г. Б. Жданов, М. И. Третьякова и др., Труды ФИАН **46**, 177 (1970).
48. L. S. Peak, Nuovo Cimento **63A** 400 (1969).
49. F. Turkot, Topical Conference on High-Energy Collisions of Hadrons, CERN, 1968, p. 316.
50. М. М. Чернявский, Кандидатская диссертация (ФИАН, 1970).
51. N. G. Zelevinskaya et al., 11th Intern. Conf. on Cosmic Rays, Budapest, 1969 (Suppl. to Acta Physica Hungarica, 1970).
52. J. Gierula, Intern. Conference on Theoretical Aspects of Very High Energy Phenomena, CERN, 1961, p. 171.
53. K. A. Ter-Martirosjan, 14th Intern. Conf. on High Energy Physics, Vienna, 1968.
54. E. L. Feinberg, I. Y. Pomeranchuck, Suppl. Nuovo Cimento **3**, 652 (1956).
55. M. L. Good, W. D. Walker, Phys. Rev. **120**, 1857 (1960).
56. R. Huson et al., Phys. Letters **28B**, 208 (1968).
57. Alma-Ata — Budapest — Cracow — Dubna — Moscow — Tashkent — Ulhan Bator Collaboration, Coherent Production of Particles on Emulsion Nuclei by 45 GeV/c and 60 GeV/cπ^--mesons. XIth Intern. Conf. on Cosmic Rays, Budapest, 1969; Acta Phys. Hung., 1970; Phys. Lett. **31B**, 241 (1970).
58. Alma-Ata — Cracow — Dubna — Moscow — Sofia — Tashkent — Ulhan Bator Collaboration, General Characteristics of π^--mseon Interactions Obtained in Nuclear Emulsions at 45 GeV/c and 60 GeV/c, XIth Intern. Conf. on Cosmic Rays, Budapest, 1969; Acta Physica Hung., 1970; Phys. Lett. **31B**, 237 (1970).
59. M. Koshiba, 10th Intern. Cosmic Ray Conf., Calgary, 1967; 11th Intern. Cosmic Ray Conf., Budapest, 1969.
60. Е. Л. Фейнберг, 12-я Международная конференция по физике высоких энергий, Дубна, 1964.
61. A. Bialas, V. Weisskopf, Nuovo Cimento **35**, 1211 (1965).
62. G. J. Marmer et al., Phys. Rev. Lett. **23**, 1469 (1969).
63. R. Hagedorn, Nuovo Cimento **35**, 216 (1965).
64. а) Symposium on nucleon — antinucleon interactions, May 9, 1968, Argonne National Laboratory, HEPD, paper by W.A. Cooper; б) ibid., Paper by T. E. Kalogeropoulos; в) H. M. Atherton et al., Nucl. Phys. **B16**, 416 (1970); г) K. Böckmann et. al., Nuovo Cimento **42**, 954 (1966).
65. O. Czyzewski, 11th Intern. Conf. on Cosmic Rays, Budapest, 1969.
66. Э. Г. Бубелев, Г. Т. Зацепин, Труды Междунар. конф. по физике космич. лучей, т. 1, Москва, 1959, стр. 285.
67. S. I. Hayakawa, Cosmic Ray Physics, J. Wiley and Sons, N.Y., 1969.
68. J. D. Bjorken, S. J. Brodsky, Phys. Rev. **D1**, 1416 (1970).
69. S. T. Drell, D. R. Speiser, J. Weyers, Preludes in Theoretical Physics in Honor of V. Weisskopf, North Holland, 1966, p. 294.
70. R. Hagedorn, Nuovo Cimento **25**, 1017 (1962).
71. G. Cocconi, Nuovo Cimento **33**, 643 (1964).

72. F. Binon et al., Phys. Lett. **30B**, 510 (1969).
73. Yu. M. Antipov et al., Preprint IHEP 70—16, Serpukhov, 1970.
74. R. Speth, H. Schiller, et al. (Aachen—Berlin—CERN—London—Vienna collaboration), Phys. Lett. **29B**, 252 (1969).
75. T. Ericson, Intern. Conf. on Theoretical Aspects of Very High Energy Phenomena, CERN, 1961, p. 205.
76. J. Dooher, Phys. Rev. Lett. **23**, 1471 (1969).
77. G. Domokos, T. Fulton, Phys. Rev. Lett. **20**, 546 (1966).
78. Г. А. Милехин, И. Л. Розенталь, ЖЭТФ **33**, 197 (1957); Suppl. Nuovo Cimento 8 (n° 2), 770 (1958).
79. В. С. Мурзин, Л. И. Сарычева, Космические лучи, М., Атомиздат, 1968.
80. А. М. Балдин, В. И. Гольданский, В. М. Максименко, И. Л. Розенталь, Кинематика ядерных реакций, М., Атомиздат, 1968.
81. Argonne Nat. Lab.—Michigan University Group., см.: E. Lilletuhn, Proc. of the Lund Intern. Conf. on Elementary Particles.
82. D. G. Crabb et al., Phys. Rev. Lett., **21**, 830 (1968); **23**, 1056 (1969).
83. J. W. Elbert et al., Phys. Rev. Lett. **20**, 124 (1968).
84. D. B. Smith, R. J. Sprafka et al., Phys. Rev. Lett. **23**, 1064 (1969).
85. A. Bigi et al. Xth Intern. Conf. on High Energy Physics, CERN, 1962, p. 247.
86. G. Fast, R. Hagedorn, Nuovo Cimento **27**, 208 (1963); G. Fast, et al., Nuovo Cimento **27**, 856 (1963); R. Hagedorn, Nuovo Cimento **35**, 216 (1965).
87. И. В. Андреев, И. М. Дремин, ЯФ 8, 814 (1968).
88. J. Cox et al., Phys. Rev. Lett. **21**, 641 (1968); **21**, 645 (1968).
89. M. L. Perl et al., Phys. Rev. **138**, B707 (1965).
90. J. Orear et al., Phys. Rev. **152**, 1162 (1966).
91. A. Bialasz, O. Czyzewski, Phys. Lett. **21**, 574 (1967).
92. E. L. Feinberg, Preprint FIAN, № 127 (1968).
93. И. Н. Сисакян, Д. С. Чернавский, ЖЭТФ **30**, 1588 (1966); ЯФ **4**, 653 (1966); Изв. АН СССР, сер. физ. **32**, 346 (1968).
94. И. Н. Сисакян, Е. Л. Фейнберг, Д. С. Чернавский, Письма ЖЭТФ **4**, 432 (1966).
95. Ching-Hung Woo, Phys. Rev. **137**, B449 (1965).
96. C. W. Akerlof et al., Phys. Rev. Lett. **17**, 1105 (1966); Phys. Rev. **159**, 1138 (1967).
97. Т. Эриксон, Т. Майер-Кукук, УФН **92**, 271 (1967).
98. J. V. Allaby, G. Cocconi et al., Nuovo Cimento **23**, 389 (1966).
99. И. фон Нейман, Математические основы квантовой механики, М., «Наука», 1964, гл. V.
100. Т. И. Ефремидзе и др., Препринт ФИАН А-53 (1965).
101. Н. М. Пухов, Д. С. Чернавский, Препринт ФИАН № 29 (1968); Журн. теорет. и матем. физ. **7**, 219 (1971).
102. Д. С. Чернавский, Доклад, представленный на XV Международную конференцию по физике высоких энергий, Киев, 1970.
103. H. Poincaré, J. de phys. **4**, 5, 369 (1906); E. Borel, Mechanique statistique classique (1925).
104. Н. С. Крылов, Работы по обоснованию статистической физики, М., Изд-во АН СССР, 1950; А. Н. Колмогоров, ДАН СССР **119**, 861 (1958); Я. Г. Синай, ДАН СССР **158**, 1261 (1963).
105. Е. Л. Фейнберг, Труды Проблемного симпозиума по физике ядра, Тбилиси, т. 2, 1967, стр. 387.
106. В. Я. Файнберг, Лекция в летней школе по физике элементарных частиц в г. Отеця (ЭССР) 1967. Препринт ФИАН (1967) № 134.
107. A. S. Wightman, XIVth Intern. Conf. on High Energy Physics, Vienna, 1968, p. 431.
108. И. М. Дремин, Д. С. Чернавский, Доклад, представленный на Международную конференцию по физике высоких энергий, Киев, август — сентябрь 1970 г.; ЯФ **14**, вып. 2 (8)(1971).
109. P. P. Srivastava, E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. **110**, 765 (1958).
110. J. M. Connel, J. Shapiro, Nuovo Cimento **28**, 1272 (1963).
111. I. Bar-Nir et al., Nucl. Phys. **B20**, 45 (1970).
112. В. М. Максименко, И. Л. Розенталь, ЖЭТФ **32**, 658 (1957).
113. И. М. Дремин, Д. С. Чернавский, ЖЭТФ **45**, 1943 (1963).
114. A. P. Contogouris, S. C. Frautschi et al., Phys. Rev. **129**, 974 (1963).
115. С. З. Беленький, И. Л. Розенталь, ЖЭТФ **30**, 595 (1956).
116. P. L. Jain, R. K. Shivpuri, Nuovo Cimento **70A**, 632 (1970).
117. V. Barger, W. D. Walker, Comm. Nucl. and Particle Phys. **4**, 127 (1970).