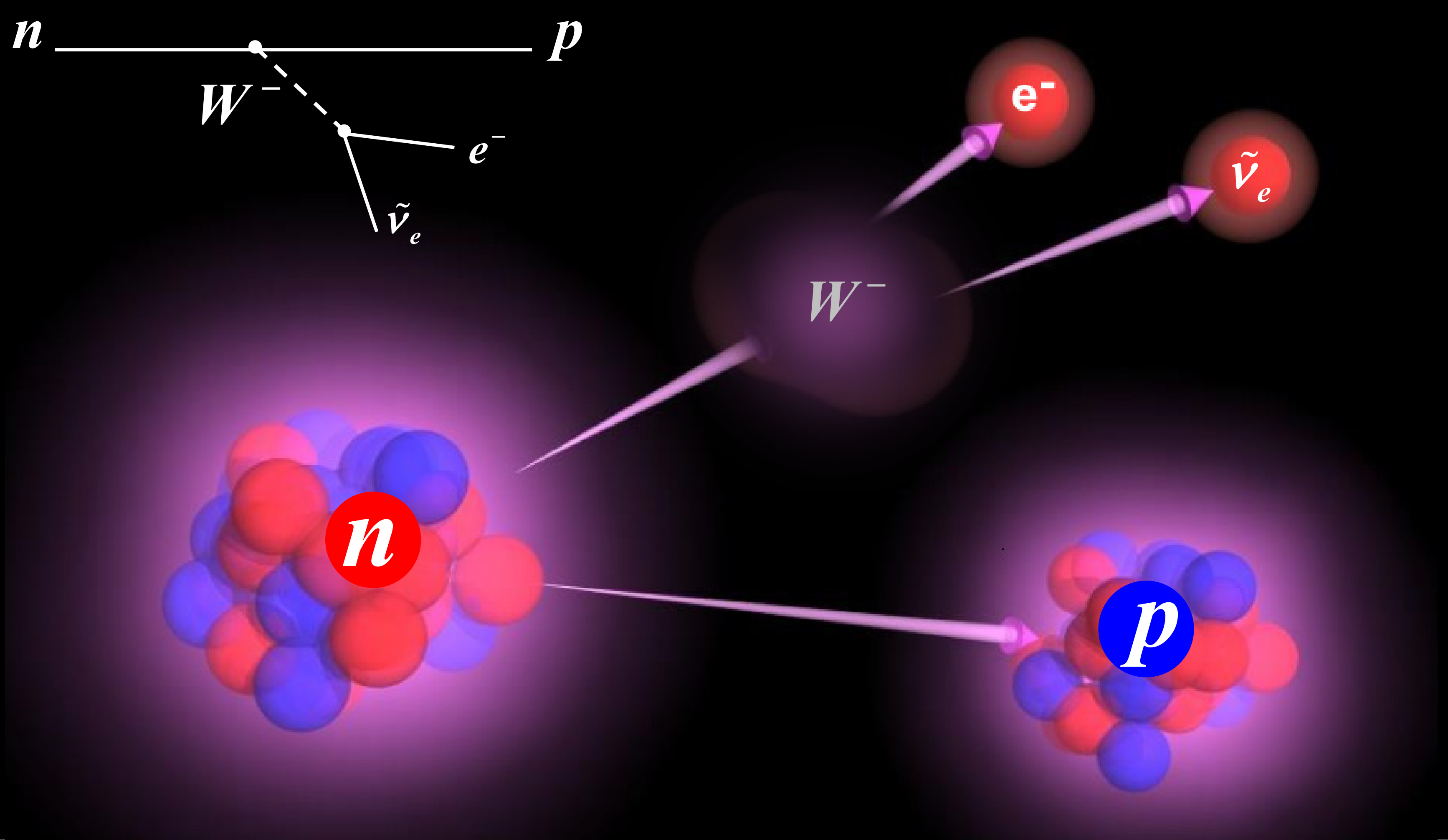
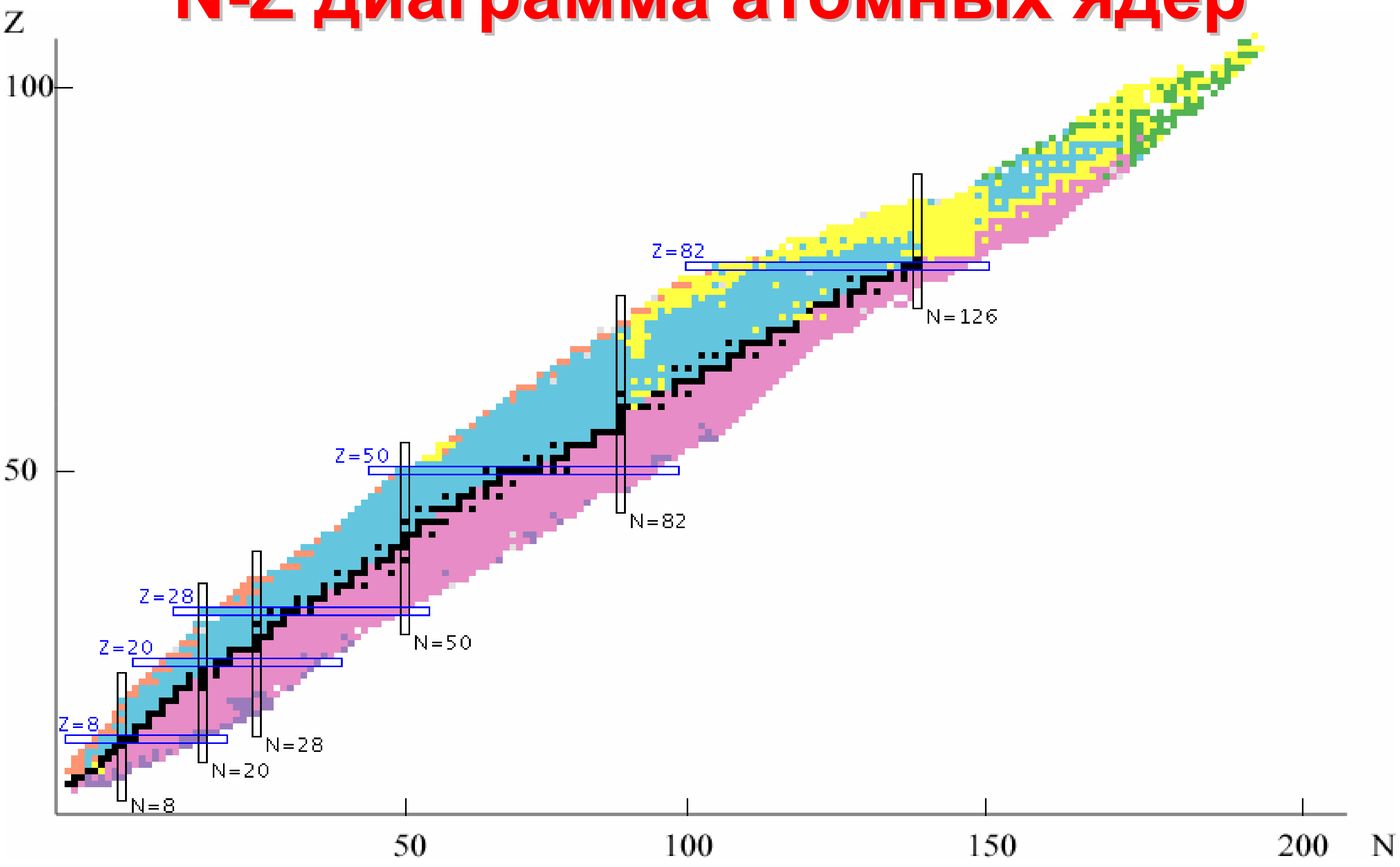
Рождение и жизнь атомных ядер



Структура атомных ядер

N-Z диаграмма атомных ядер



Известно ~300 стабильных ядер и ~3500 радиоактивных ядер.
Это только часть радиоактивных ядер. Всего их может быть ~7000.

Атомное ядро – связанная система протонов и нейтронов

$$(A,Z)$$

Z – заряд ядра – число протонов в ядре.
N – число нейтронов в ядре
A – массовое число – суммарное число протонов и нейтронов в ядре.

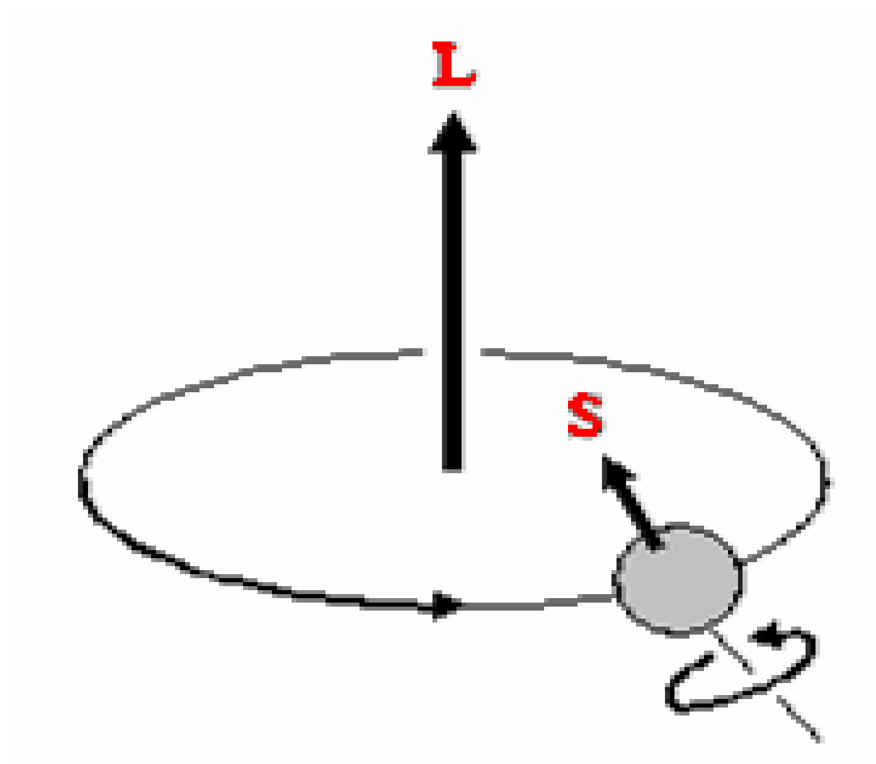
$$A = Z + N$$

$$^{40}Ca$$

Характеристики протона, нейтрона и электрона

Характеристика	Протон	Нейтрон	Электрон
Масса mc^2, МэВ	938.272	939.565	0.511
Электрический заряд (в единицах элементарного заряда)	$+1$	0	-1
Спин	1/2	1/2	1/2
Изоспин	1/2	1/2	
Проекция изоспина	+1/2	–1/2	
Чётность	$+1$	$+1$	
Статистика	Ферми-Дирака		
Магнитный момент (для нуклонов - в ядерных магнетонах, для электрона - в магнетонах Бора)	+2.79	-1.91	+1.001
Время жизни	$> 10^{32}$ лет	885.7 ± 0.8 с	$>4.6 \cdot 10^{26}$ лет
Тип распада		$n \to p + e^{-} + \overline{\nu}_e$	

Спиновый момент частицы

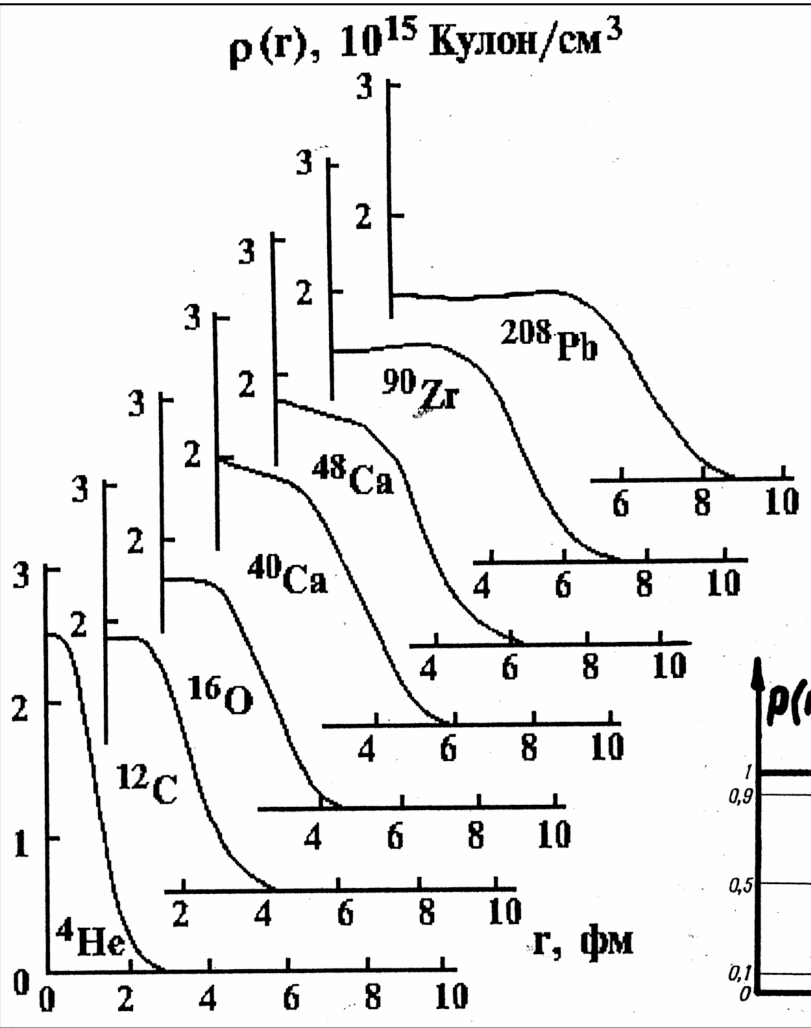


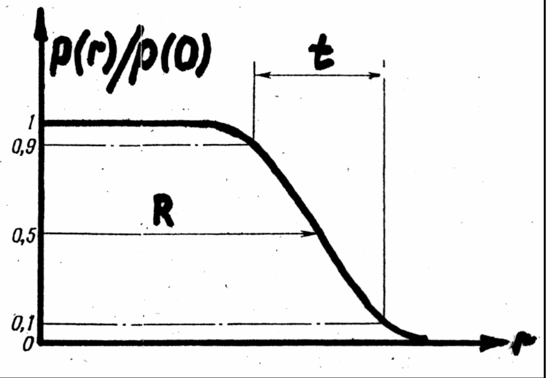
Спин — собственный момент количества движения частицы. Спин имеет квантовую природу и не связан с какими-либо перемещениями частицы в пространстве. Спин измеряется в единицах постоянной Планка и равен s — характерное для каждой частицы полуцелое или целое (включая нуль) положительное число

$$S^2 = \hbar^2 s(s+1)$$

Размер ядра

Радиальное распределение плотности заряда в различных ядрах





$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$R = 1.2 \cdot A^{1/3}$ **Фм**

$t = 4.4a = 2.5$ **Фм**

Энергия связи ядра W(A,Z)

Энергия связи ядра W(A,Z) – минимальная энергия, которую необходимо затратить для того, чтобы разделить атомное ядро на отдельные составляющие его нейтроны и протоны.

$$M(A,Z)c^2 + W(A,Z) =$$

$$= Z \cdot m_p c^2 + (A-Z)m_n c^2$$

Модели атомных ядер

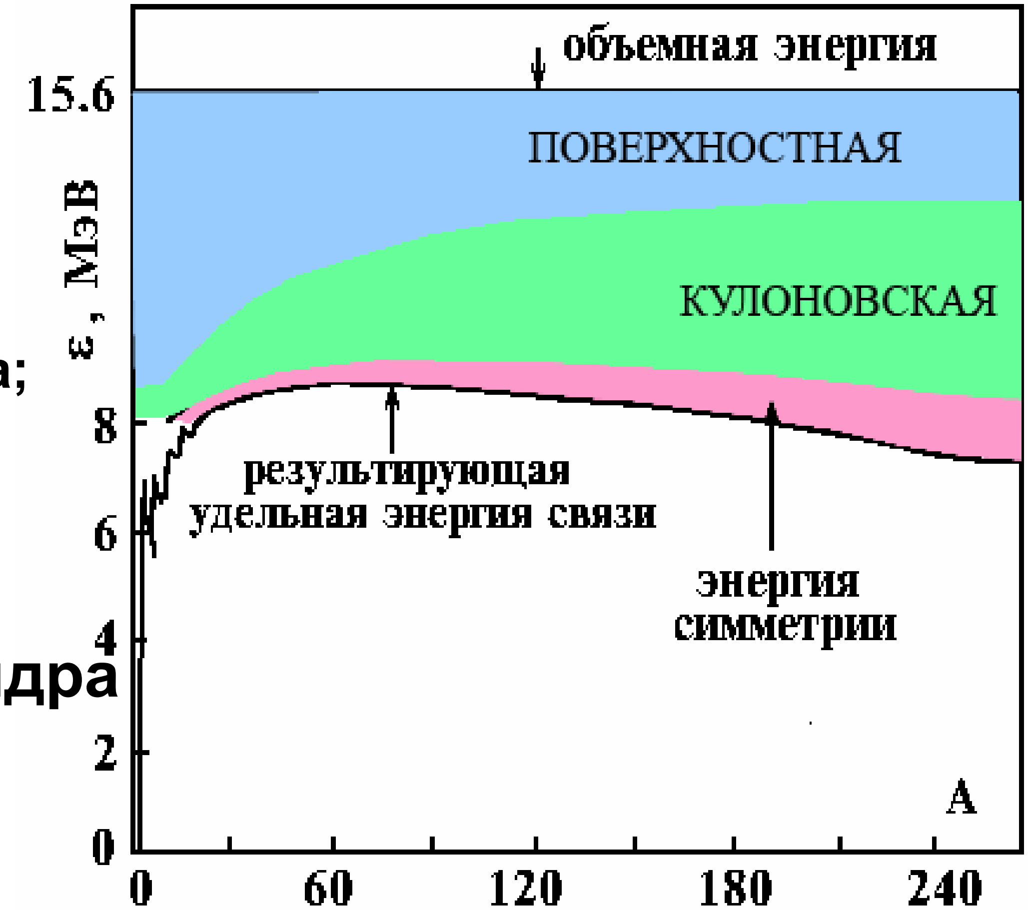
Энергия связи ядра W(A,Z)

Формула Бете-Вайцзеккера

$$W(A,Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - -\delta \frac{(A-2Z)^2}{A} + \zeta A^{-3/4}$$

α = **15.6 МэВ,**
β = **17.2 МэВ,**
γ = **0.72 МэВ,**
δ = **23.6 МэВ.**

ζ = **+34 МэВ – чётно-чётные ядра;**
ζ = **0 – нечётные ядра;**
ζ = **–34 МэВ – нечётно-нечётные ядра.**



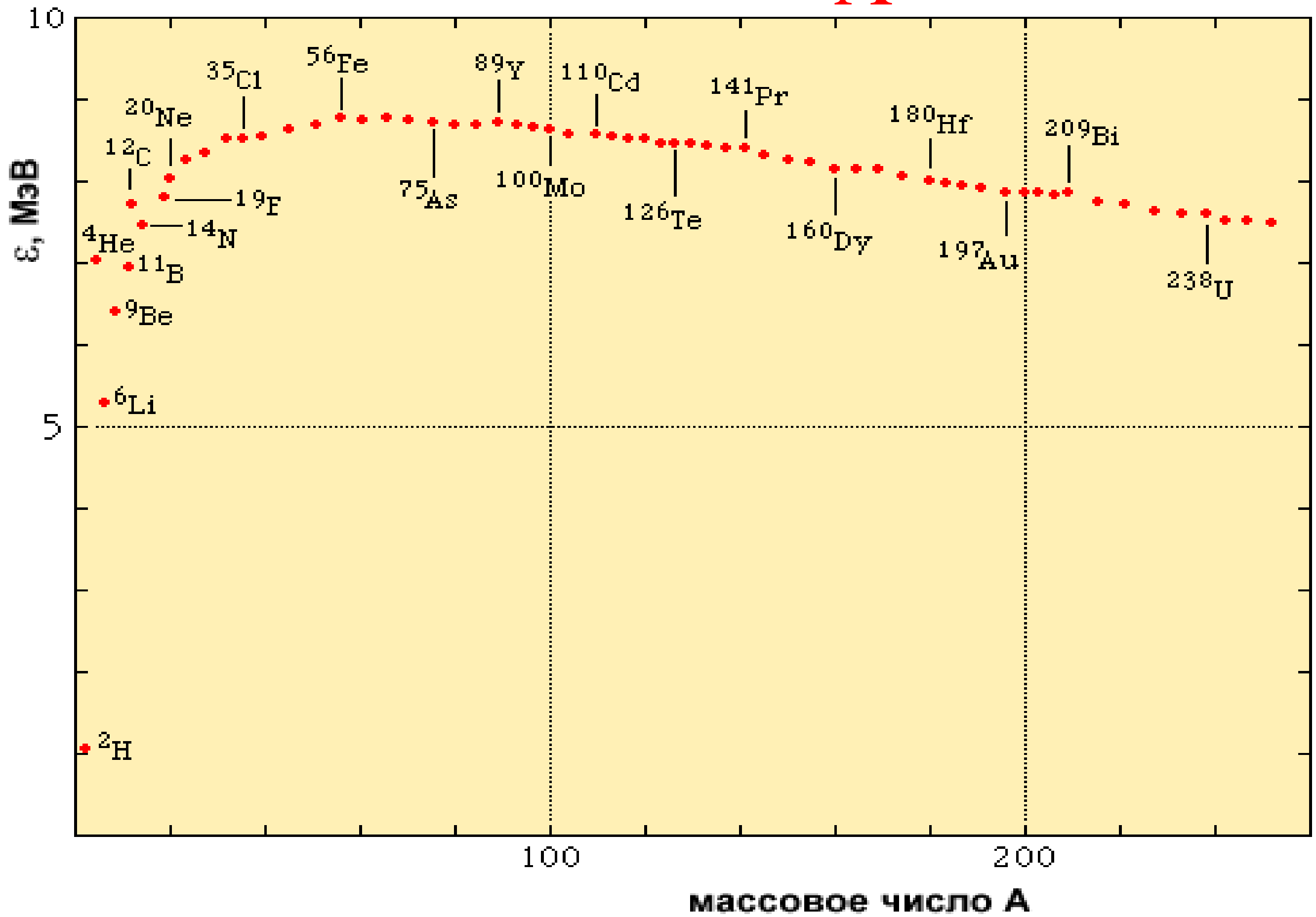
Удельная энергия связи ядра

$$\varepsilon(A,Z) = \frac{W(A,Z)}{A}$$

Удельная энергия связи ядра ε(A,Z)

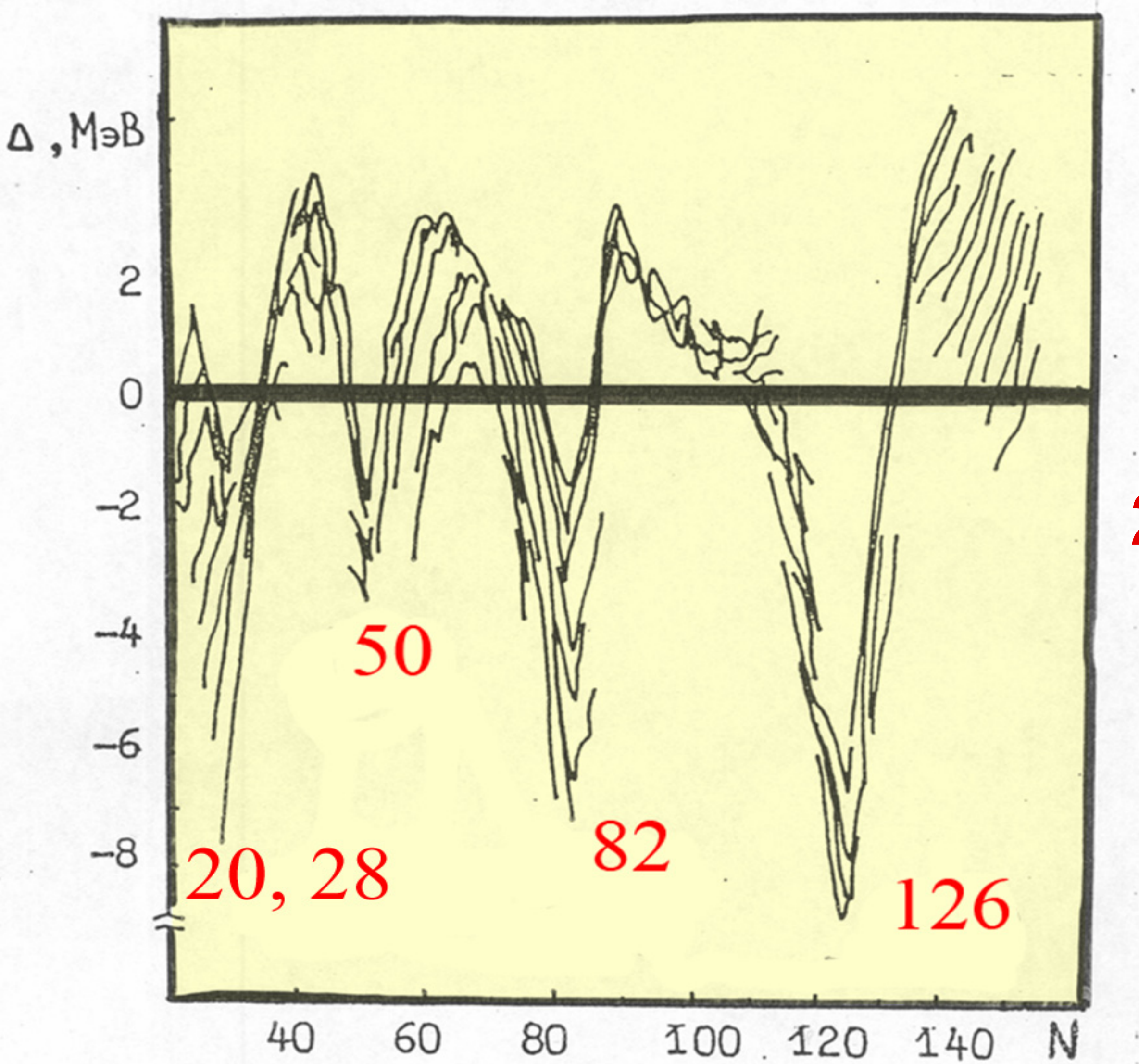
Удельная энергия связи ядра ε (A,Z) – средняя энергия связи, приходящаяся на один нуклон.

$$\varepsilon(A,Z) = \frac{W(A,Z)}{A}$$



Зависимость удельной энергии связи $\varepsilon = W/A$ от массового числа

Магические числа

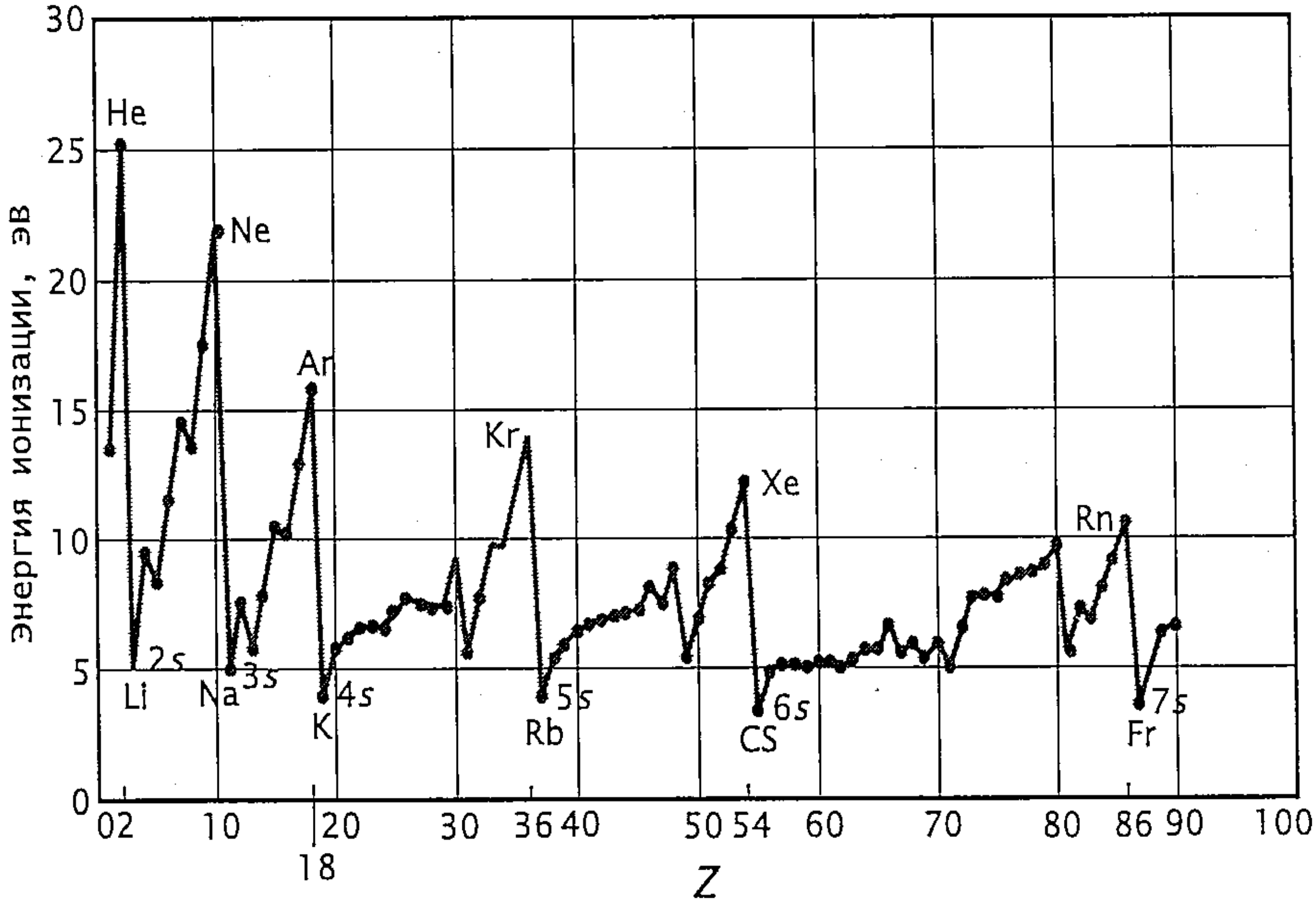


Магические числа

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

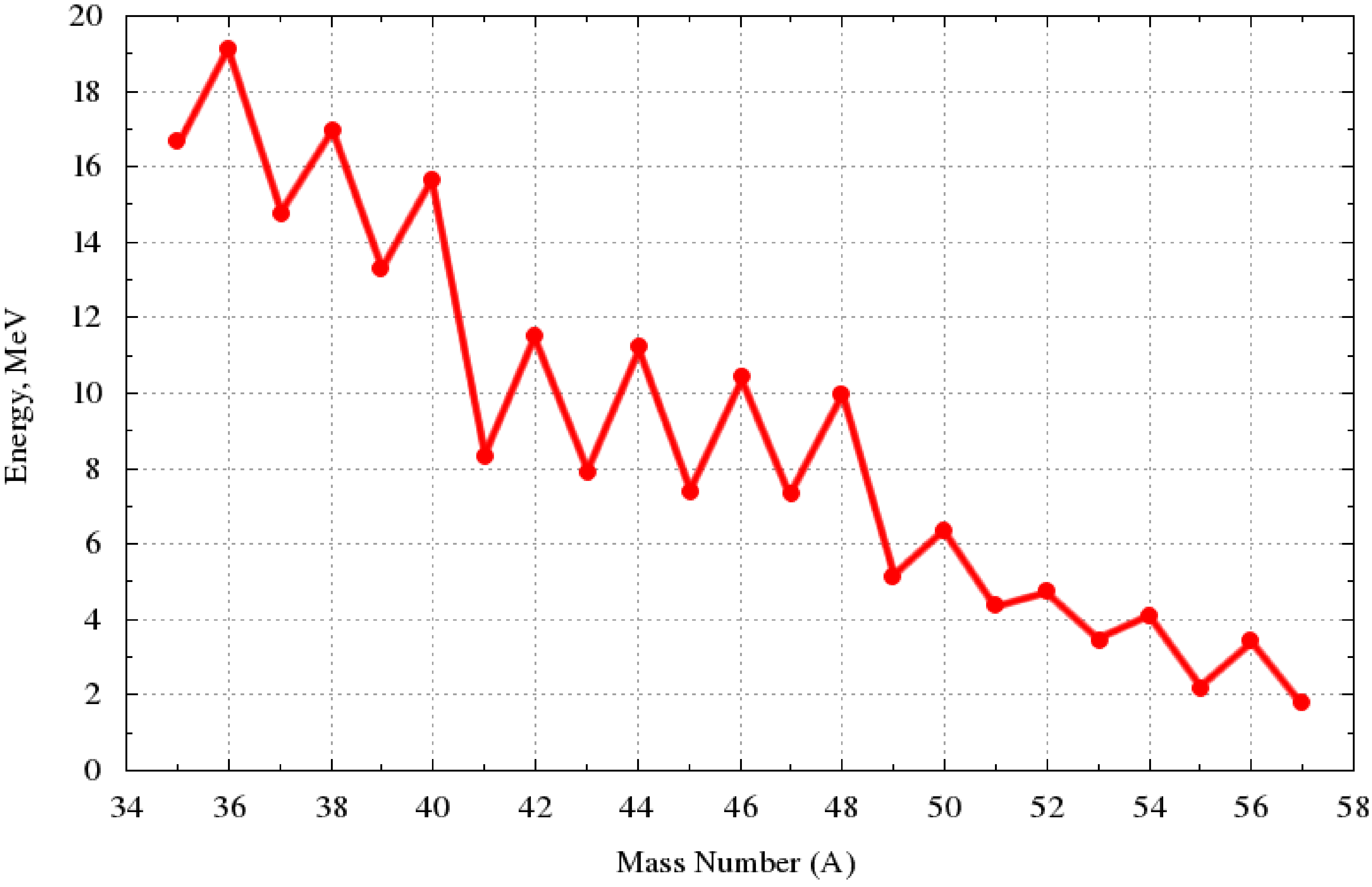
Δ – разница между экспериментально измеренной энергией связи ядра и результатами расчета по формуле Бете-Вайцзеккера.

Потенциал ионизации атома



Зависимость первой энергии ионизации (она соответствует энергии связи в атоме самого удаленного электрона) от Z вплоть до $Z = 90$. Энергия возрастает с увеличением Z, пока оболочка не оказывается заполненной (что соответствует $Z = 2$, 10, 18, 36, 54 и 86). Следующий электрон должен оказаться на более высокой оболочке (более удаленной от ядра), т. е. слабее связанным. Ионизационный потенциал (в В) численно равен энергии ионизации (в эВ).

Изотопы кальция



Потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия

$$V = V_1(r) + V_2(r)(\vec{s}_1\vec{s}_2)$$

$$+V_3(r)(\vec{s}_1\vec{n})(\vec{s}_2\vec{n})$$

$$+V_4(r)(\vec{L}\vec{s})$$

Нуклон-нуклонное взаимодействие можно описать с помощью потенциала, зависящего от нескольких величин:

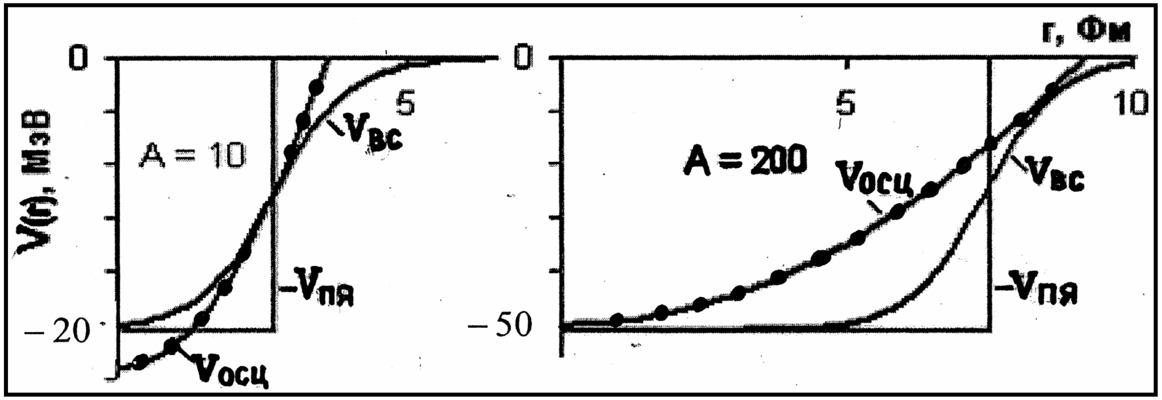
- **расстояния между нуклонами,**
- **взаимной ориентации спинов нуклонов,**
- **нецентрального характера ядерных сил,**
- **величины спин-орбитального взаимодействия.**

4 типа взаимодействий

- Сильное (ядерное)
- Электромагнитное
- Слабое
- Гравитационное

Кванты – переносчики взаимодействий
8gl, γ, W±, Z. Гравитон?

Ядерный потенциал



Прямоугольный потенциал $V_{пя}$

$$V_{пя}(r) = \begin{cases} -V_0, & r \le R, \\ 0, & r \ge R. \end{cases}$$

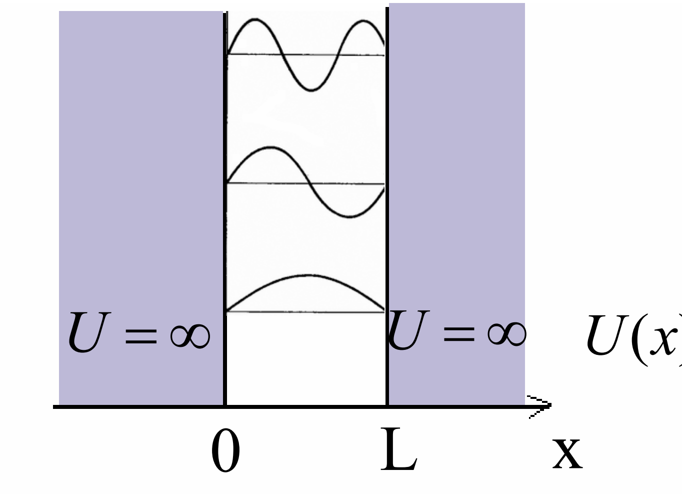
Осцилляторный потенциал $V_{осц}$

$$V_{осц}(r) = -V_0 + \frac{1}{2} M\omega^2 r^2,$$

Потенциал Вудса-Саксона $V_{ВС}$

$$V_{BC}(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}.$$

Бесконечная прямоугольная яма



$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0$$

$$U(x) = \begin{cases} 0 & при \quad 0 < x < L \\ \infty & при \quad x \le 0,\ x \ge L \end{cases}$$

Частица всегда находится в области $0 \le x \le L$. Вне этой области $\psi = 0$.
Уравнение Шредингера для частицы, находящейся в области $0 \le x \le L$.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

Волновая функция имеет вид

$$\psi = A\sin kx + B\cos kx, \qquad k = (2mE/\hbar^2)^{1/2}.$$

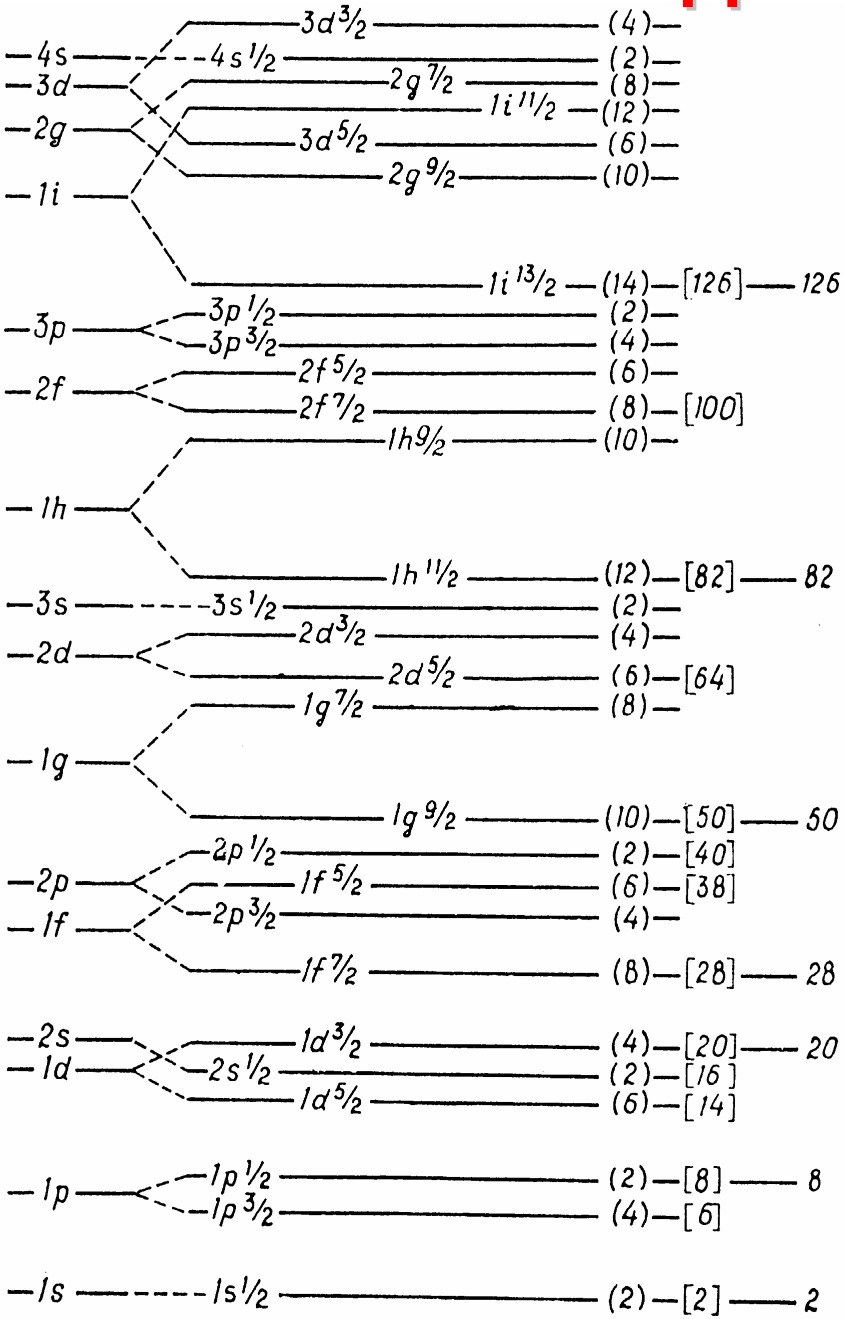
Из граничных условий $\psi(0) = 0$, $\psi(L) = 0$ и условий непрерывности волновой функции

$$B = 0, \qquad A\sin kL = 0.$$
$$kL = n\pi, \qquad n = 1, 2, 3\ldots,$$

т. е. внутри ямы устанавливаются стоячие волны, а энергия состояния частиц имеет дискретный спектр значений E_n

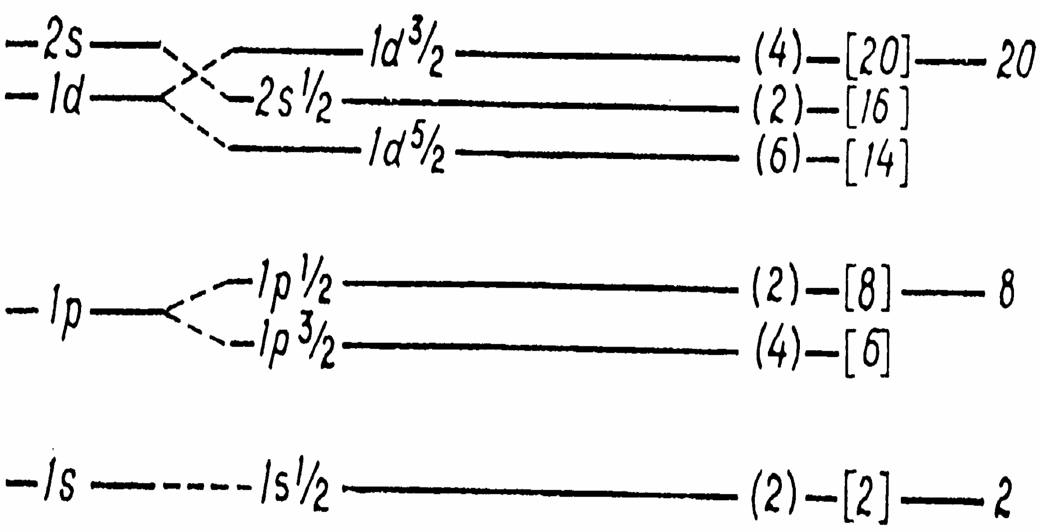
$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2mL^2}, \qquad \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right)$$

Модель оболочек



Одночастичные уровни в сферически-симметричном потенциале.

$$\left| nljj_z \right\rangle$$



Модель оболочек

Квантовые числа нуклонов

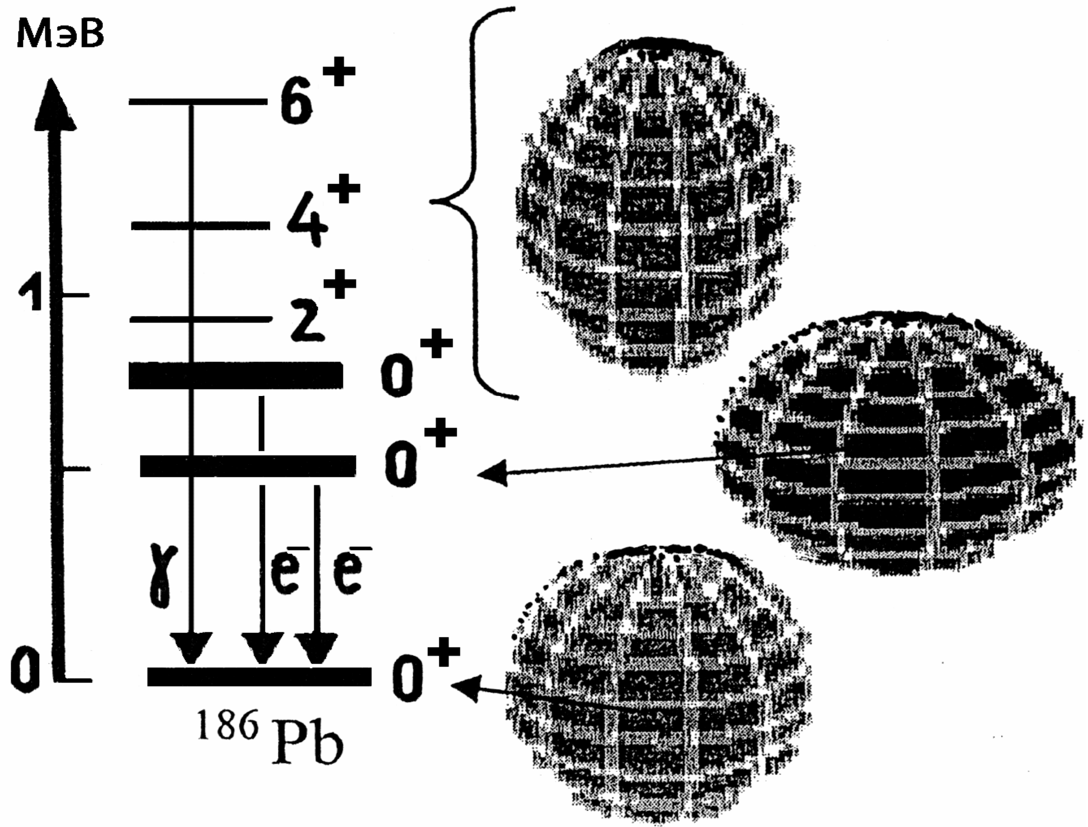
n — главное квантовое число

$\vec{l}$ — орбитальный момент нуклона

$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ — полный момент количества движения

j_z — проекция полного момента количества движения

Форма ядра



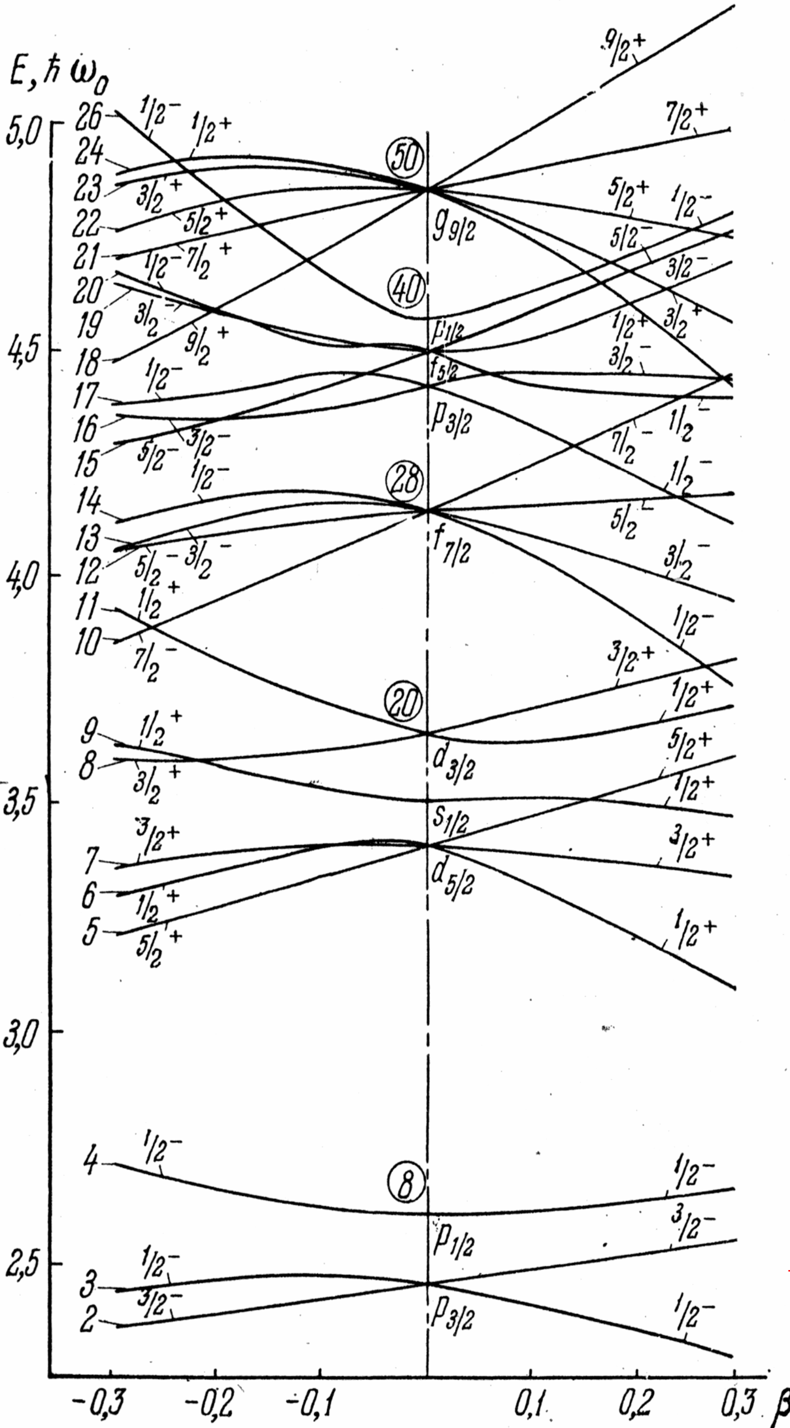
Форма атомных ядер может изменяться в зависимости от того в каком возбужденном состоянии оно находится. Так, например, ядро ^{186}Pb в основном состоянии (0^+) сферически симметрично, в первом возбужденном состоянии 0^+ имеет форму сплюснутого эллипса, а в состояниях 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ форму вытянутого эллипсоида.

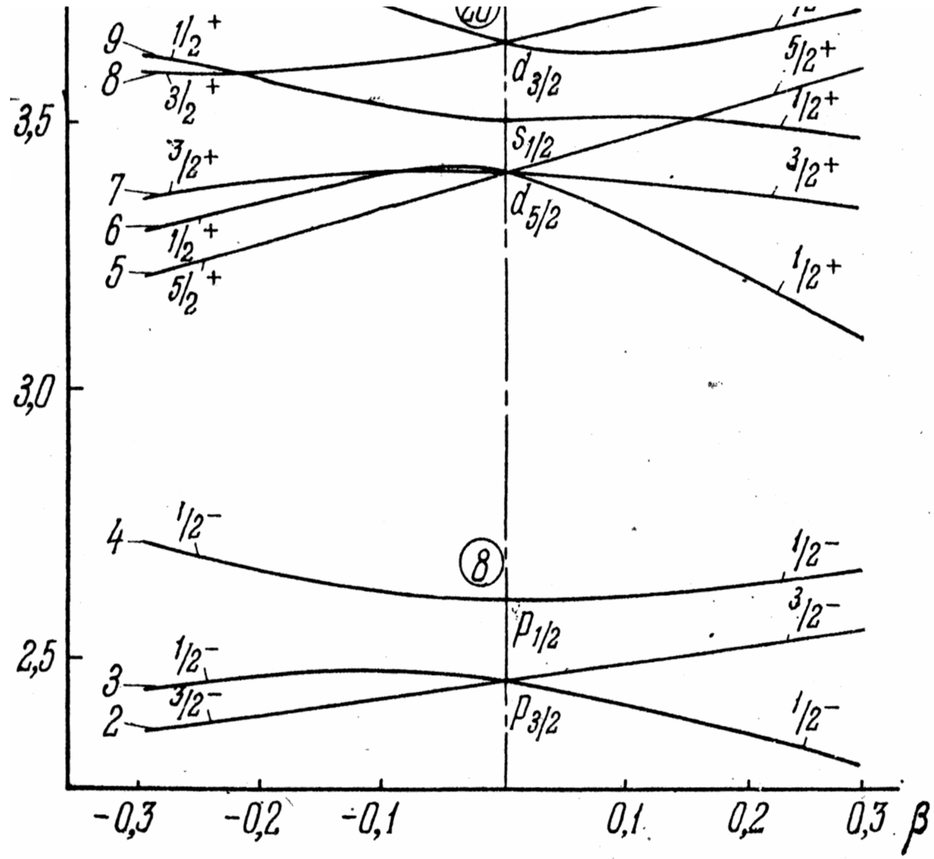
Квадрупольные моменты ядер

Наблюдаемые квадрупольные моменты ядер *Q*

$$Q = \frac{J(2J-1)}{(J+1)\cdot(2J+3)} Q_0$$

Одночастичные состояния в деформированных ядрах



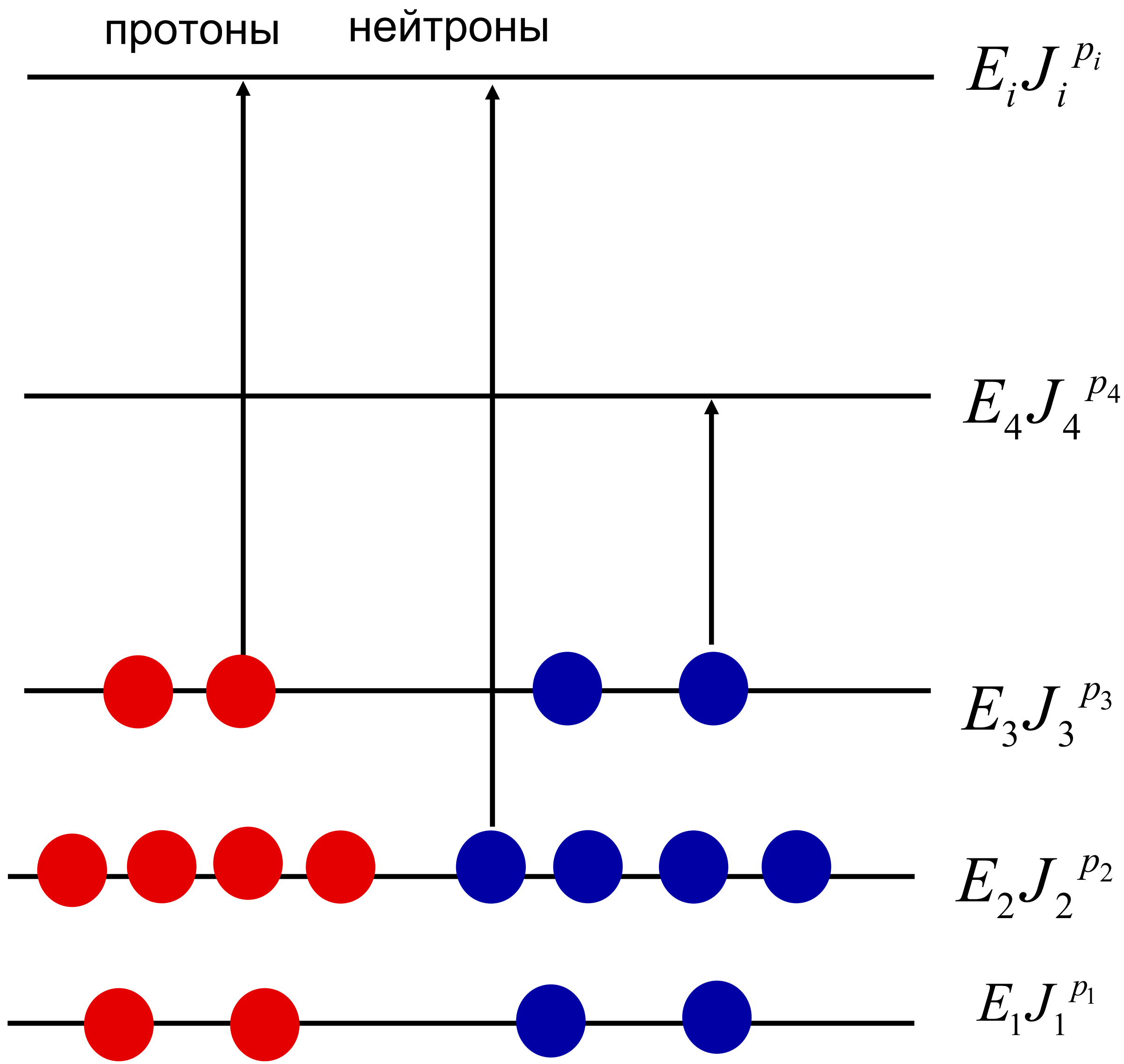


Потенциал Нильсона

$$V_{Нильс}(\vec{r}) = \frac{1}{2}M(\omega_{xy}^2(x^2+y^2)+\omega_z^2 z^2)+C\vec{l}\vec{s}+D\vec{l}^2$$

Возбужденные состояния атомных ядер

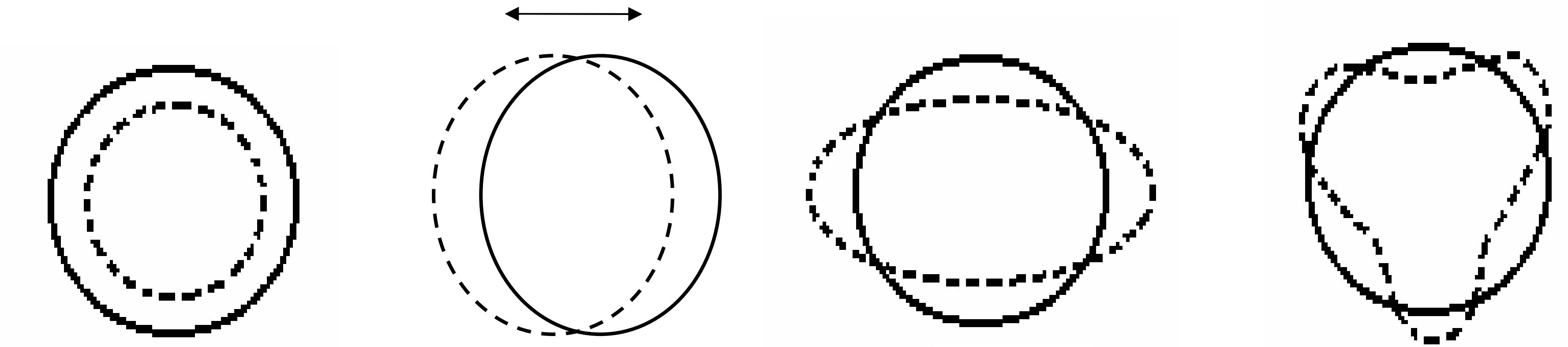
Одночастичные возбуждения атомных ядер



Одночастичные возбуждённые состояния ядер возникают при переходе одного или нескольких нуклонов на более высокие одночастичные орбиты.

Коллективные колебательные и вращательные возбужденные состояния атомных ядер

Колебательные состояния сферических ядер



J = 0 *монопольные*

J = 1 *дипольные*

J = 2 *квадрупольные*

J = 3 *октупольные*

Дипольные колебания J=1 не относятся к внутренним возбуждениям ядра. Энергии квадрупольных и октупольных возбуждений в квантовой теории могут принимать дискретные значения

$$E_{квадр} = n_2\hbar\omega_2, \qquad E_{окт} = n_3\hbar\omega_3,$$

Энергия возбуждения ядра, в котором одновременно происходят различные поверхностные колебания формы, имеет вид

$$E = \sum_{J\geq 2} n_J\hbar\omega_J$$

n_J – **число фононов определенного типа,**

$\hbar\omega_J$ – **энергия фонона.**

Вращательные состояния деформированных ядер

$$E_{класс} = \frac{L^2}{2\Im}, \qquad E_{вращ} = \frac{\hbar^2}{2\Im} J(J+1)$$

L — вращательный момент, $\Im$ — момент инерции ядра.

Волновой функцией вращающегося ядра является собственная функция оператора квадрата полного момента $\hat{J}^2$, имеющего собственные значения $\hbar^2 J(J+1)$, т.е. сферическая функция $Y_{JM}(\theta, \varphi)$. Волновая функция ядра, имеющего форму аксиально-симметричного эллипсоида, не изменяется при пространственной инверсии, т. е. переходит сама в себя. Поэтому волновая функция ядра, имеющего форму эллипсоида симметрична, что исключает состояния с $J = 1, 3, 5, \ldots$ Чётность P сферической функции равна $(-1)^J$. Поэтому чётность вращательных состояний четно-четного ядра всегда положительна.

Возбужденные состояния 2^+

1. Квадрупольные колебания сферического ядра

$0^+, 2^+, 4^+$ $\qquad E = 2\hbar\omega$

2^+ $\qquad E = \hbar\omega$

0^+ $\qquad E = 0$

2. Вращение деформированного ядра

8^+

6^+

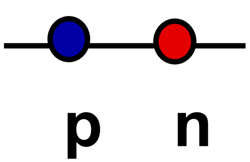
4^+

2^+

0^+

$$E = \frac{\hbar^2}{2\Im} J(J+1)$$

3. Одночастичные возбуждения

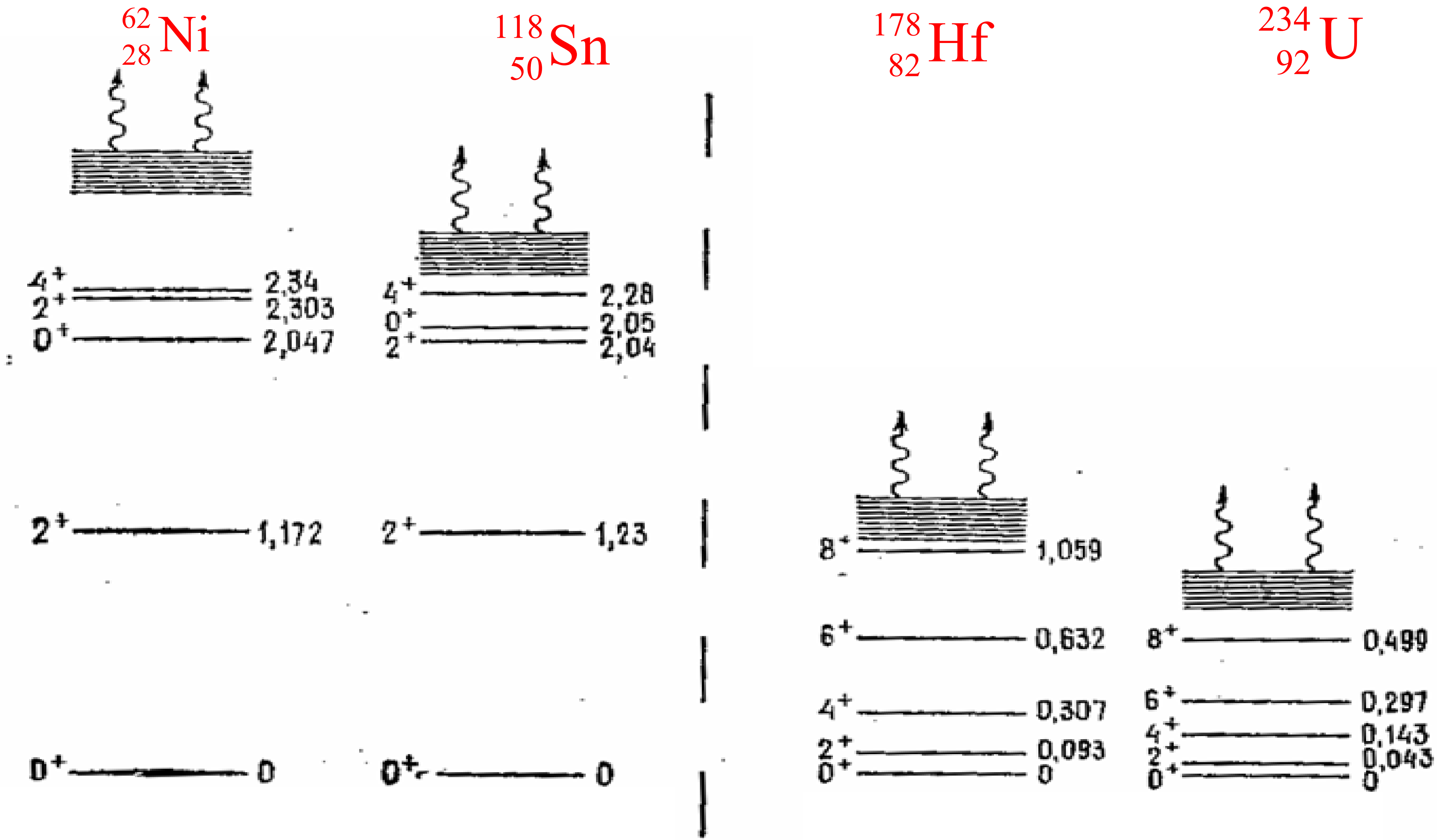


$3/2^-$

$$\vec{J} = \vec{\frac{3}{2}} + \vec{\frac{3}{2}} = 0, 1, 2, 3$$

$$P = (-1)(-1) = +1$$

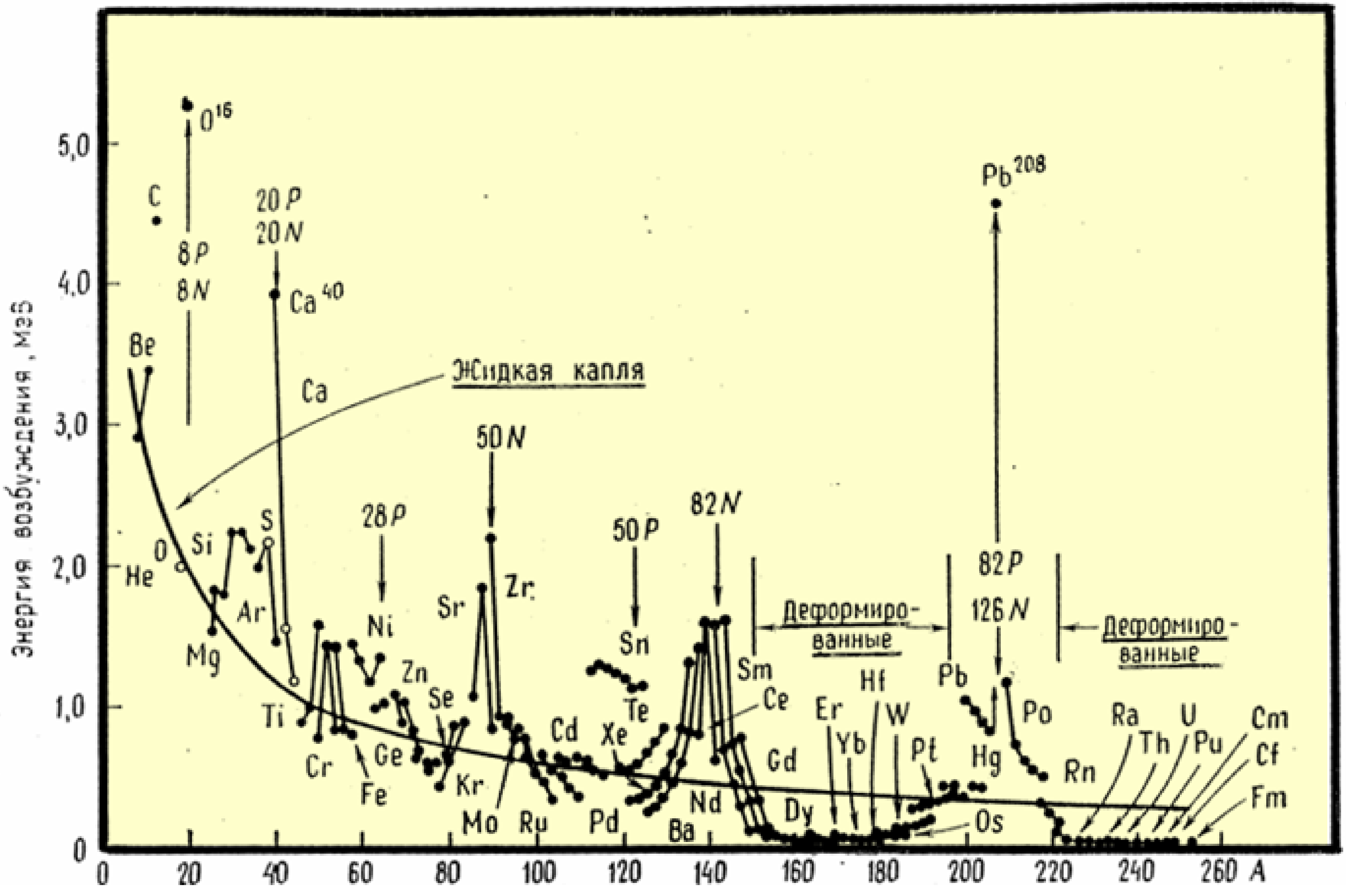
Пример. Возбужденные состояния 2⁺



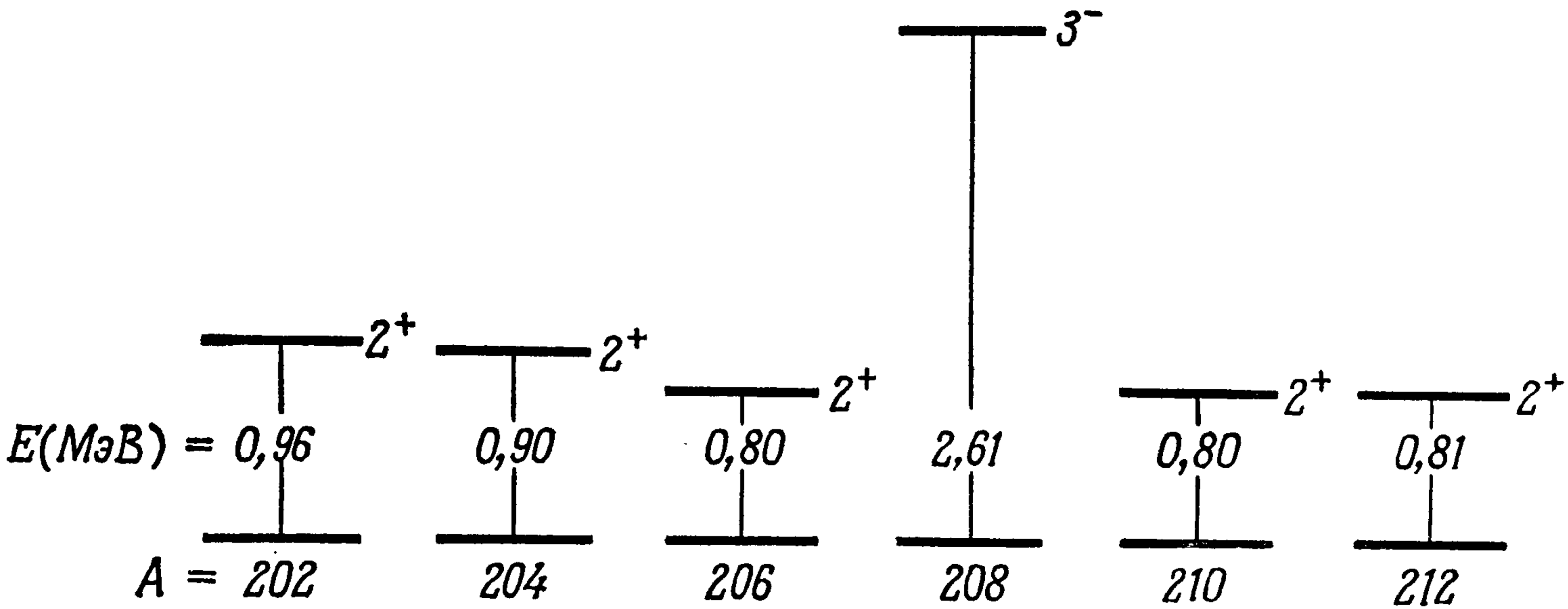
Колебательные состояния чётно-чётных сферических атомных ядер

Вращательные состояния деформированных чётно-чётных атомных ядер

Возбужденные состояния 2^+



Изотопы свинца



Основные и первые возбужденные состояния изотопов свинца с четным числом нуклонов в ядре A

Корпускулярные и волновые свойства частиц. Принцип неопределенности

Экспериментальное подтверждение идеи корпускулярно-волнового дуализма привело к пересмотру привычных представлений о движении частиц и способе описания частиц. Для классических материальных точек характерно движение по определенным траекториям, так, что их координаты и импульсы в любой момент времени точно известны. Для квантовых частиц это утверждение неприемлемо, так как для квантовой частицы импульс частицы связан с ее длиной волны, а говорить о длине волны в данной точке пространства бессмысленно. Поэтому для квантовой частицы нельзя одновременно точно определить значения ее координат и импульса. Если частица занимает точно определенное положение в пространстве, то ее импульс полностью неопределен и наоборот, частица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату. Неопределенность в значении координаты частицы Δx и неопределенность в значении компоненты импульса частицы Δp_x связаны соотношением неопределенности, установленным В. Гейзенбергом в 1927 году.

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \hbar$$

Из принципа неопределенности следует, что в области квантовых явлений неправомерна постановка некоторых вопросов, вполне естественных для классической физики. Так, например, не имеет смысла говорить о движении частицы по определенной траектории. Необходим принципиально новый подход к описанию физических систем. Не все физические величины, характеризующие систему, могут быть измерены одновременно. В частности, если время жизни некоторого состояния равно Δt, то неопределенность величины энергии этого состояния ΔE не может быть меньше $\Delta E / \hbar$.

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

Нобелевская премия по физике

1932 г. - В. Гейзенберг.

За создание квантовой механики

Волновая функция

В квантовой физике состояние системы описывается волновой функцией. Так как для квантовой частицы нельзя одновременно точно определить значения ее координат и импульса, то не имеет смысла говорить о движении частицы по определенной траектории в пространстве можно определить только вероятность нахождения частицы в данной точке в данный момент времени, которая определяется квадратом модуля волновой функции —

$$W \sim |\psi(x,y,z,t)|^2 dV$$

Нобелевская премия по физике

1954 г. – М. Борн

За фундаментальные исследования в квантовой механике, в особенности за статистическую интерпретацию волновой функции

Основной постулат квантовой механики

Обозначим действие оператора $\hat{f}$ на волновую функцию ψ $(\hat{f}\psi)$. Определение оператора $\hat{f}$ состоит в том, что интеграл от произведения $(\hat{f}\psi)$ на комплексно сопряженную функцию ψ^* даёт среднее значение величины $\overline{f}$.

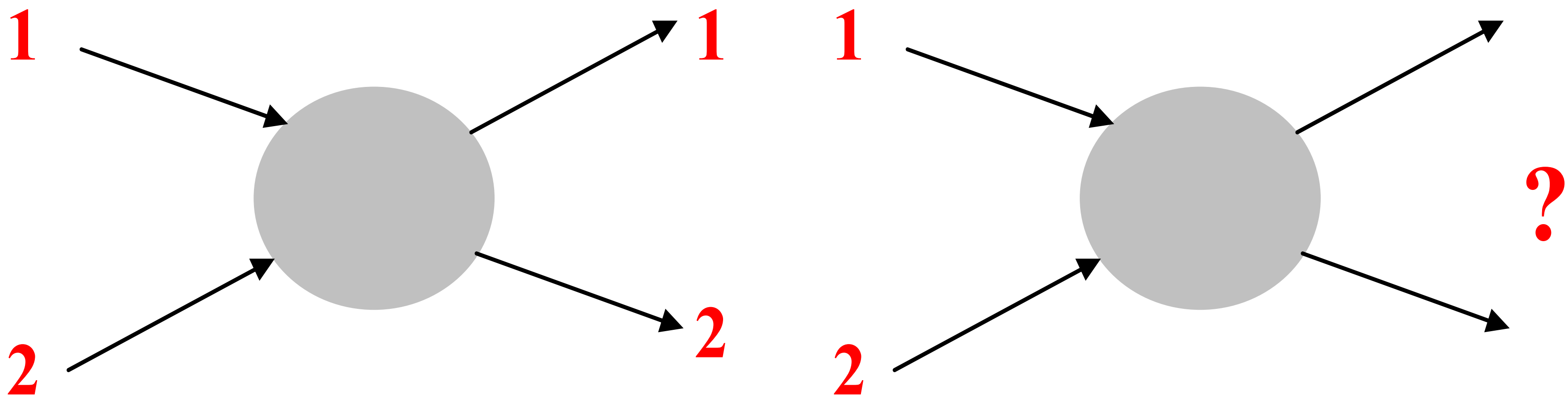
$$\overline{f} = \int \psi^* \hat{f} \psi \, dx$$

Это основной постулат квантовой механики.

Все свойства физической системы полностью определяются заданием её волновой функции.

Экспериментально измеряемые средние значения любой физической величины f, характеризующей систему, может быть вычислено по известной волновой функции ψ.

Статистика



Принцип тождественности частиц

Волновая природа микрочастиц не позволяет установить, какая из возможностей реализуется в ситуации, когда две тождественные частицы оказываются друг от друга на расстоянии де-бройлевской длины волны.

Различие между классической и квантовой статистиками

Две частицы 1, 2. Два различных одночастичных состояния $\psi_n \psi_m$

Классическая статистика

1. Обе частицы в состоянии ψ_n $\psi_n(1)\psi_n(2)$
2. Обе частицы в состоянии ψ_m $\psi_m(1)\psi_m(2)$
3. Первая частица в состоянии ψ_n, вторая – в ψ_m $\psi_n(1)\psi_m(2)$
4. Первая частица в состоянии ψ_m, вторая – в ψ_n $\psi_m(1)\psi_n(2)$

Статистика Ферми. Антисимметричная волновая функция

Одна частица находится в состоянии ψ_n, другая – в ψ_m и наоборот

$$\psi_{asim} = \psi_n(1)\psi_m(2) - \psi_m(1)\psi_n(2)$$

Статистика Бозе-Эйнштейна. Симметричная волновая функция

1. Обе частицы в состоянии ψ_n $\psi_n(1)\psi_n(2)$
2. Обе частицы в состоянии ψ_m $\psi_m(1)\psi_m(2)$
3. Одна из частиц в состоянии ψ_n, другая – в ψ_m и наоборот

$$\psi_{sim} = \psi_n(1)\psi_m(2) + \psi_m(1)\psi_n(2)$$

Фермионы. Бозоны. Принцип Паули.

Частицы с целым (в том числе с нулевым) спином подчиняется статистике Бозе-Эйнштейна (γ-кванты, π-мезоны, α-частицы и др.). Частицы с целым спином называются *бозонами*. Частицы с полуцелым спином подчиняются статистике Ферми-Дирака (электроны, кварки, нейтрино, протоны, нейтроны, ядра с нечётным числом нуклонов и т.д.). Частицы и ядра с полуцелым спином называются *фермионами*.

Для тождественных фермионов справедлив принцип Паули.

Принцип Паули: в системах, подчиняющихся статистике Ферми-Дирака и описываемых антисимметричными волновыми функциями, не должно существовать двух тождественных частиц с полностью совпадающими характеристиками.

Для системы тождественных фермионов

$$\psi(2,1,...,A) = -\psi(1,2,...,A).$$

Если частицы 1 и 2 находятся в одинаковом состоянии, тогда $\psi(2,1,...,A)$ и $\psi(1,2,...,A)$ одна и та же функция и $\psi = -\psi$, $2\psi = 0$, $\psi = 0$, т. е. такое состояние не существует.

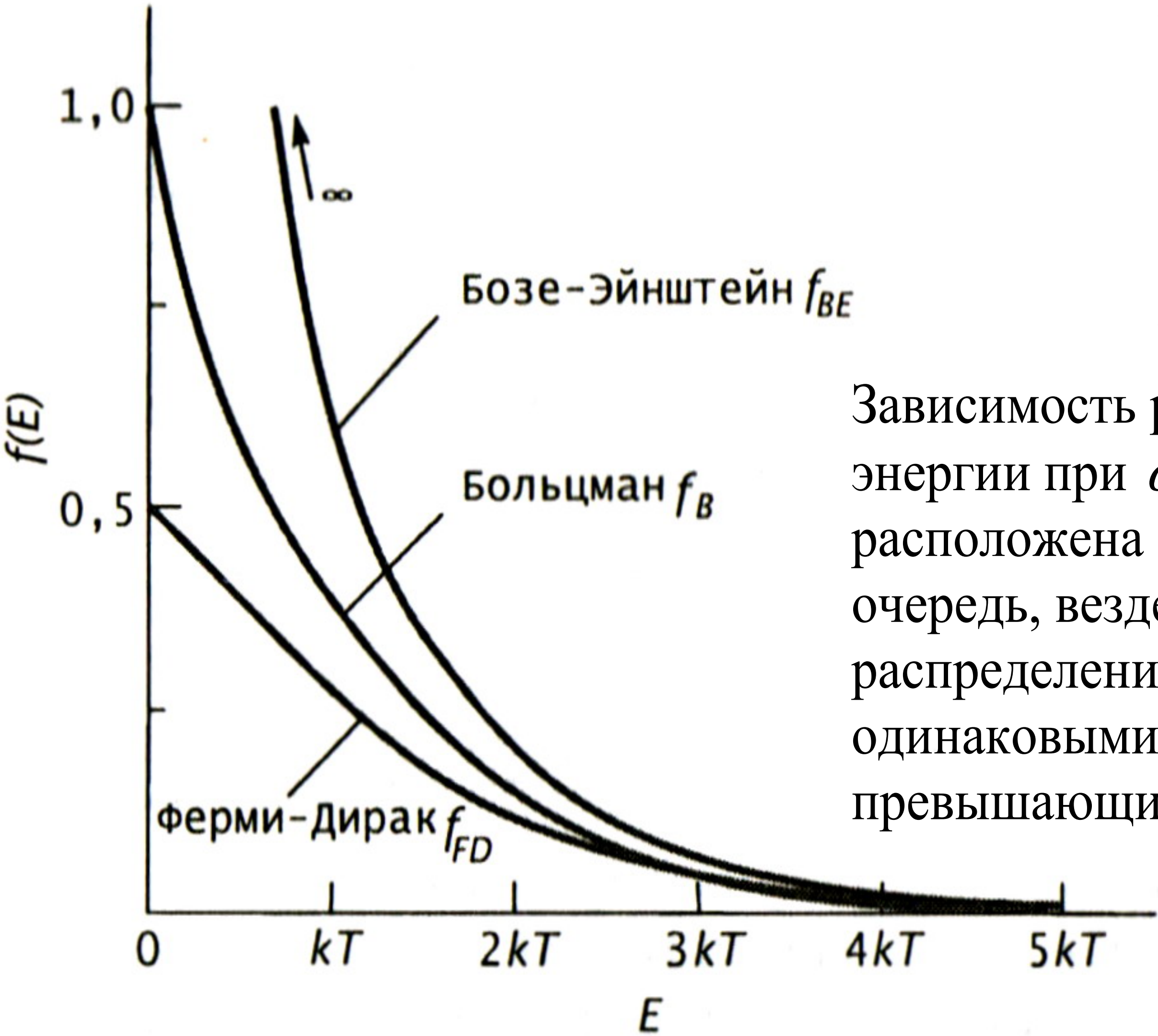
Принцип Паули определяет строение электронных оболочек атомов, заполнение нуклонных состояний в ядрах.

Нобелевская премия по физике

1945 г. – В. Паули.

За открытие принципа Паули

Распределения Больцмана f_B, Ферми-Дирака f_{FD}, Бозе-Эйнштейна f_{BE}



$$f_B = \frac{1}{e^{\alpha} e^{E/kT}}$$

$$f_{BE} = \frac{1}{e^{\alpha} e^{E/kT} - 1}$$

$$f_{FD} = \frac{1}{e^{\alpha} e^{E/kT} + 1}$$

Зависимость распределений f_B, f_{BE} и f_{FD} от энергии при $\alpha = 0$. Кривая f_{BE} расположена выше f_B, которая, в свою очередь, везде превышает f_{FD}. Все распределения становятся примерно одинаковыми и сливаются при энергиях, превышающих примерно $5kT$.

Классическая физика	*Квантовая физика*
1. Описание состояния	
$(x,\ y,\ z,\ p_x,\ p_y,\ p_z,\ t)$	$\psi(x,\ y,\ z,\ t)$
2. Изменение состояния во времени	
$\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\dfrac{dH}{d\vec{p}},\ \dfrac{d\vec{p}}{dt}=-\dfrac{dH}{d\vec{r}}$	$i\hbar\dfrac{d\Psi}{dt}=\widehat{H}\Psi$
3. Измерения	
$x,\ y,\ z,\ p_x,\ p_y,\ p_z$	$\Delta x\cdot\Delta p_x \approx \hbar$ $\Delta y\cdot\Delta p_y \approx \hbar$ $\Delta z\cdot\Delta p_z \approx \hbar$
4. Детерминизм	4. Статистическаятеория
Динамическое (не статистическое) описание	$\lvert\psi(x,\ y,\ z,\ t)\rvert^2$ $\left\langle F\right\rangle=\int\Psi^*\widehat{F}\Psi dV$
5. Гамильтониан	
$H = E + U(x,\ y,\ z) = \dfrac{\vec{p}^{\,2}}{2m}+U(x,y,z)$	$\widehat{H}=\widehat{E}+\widehat{U}(x,y,z)=\dfrac{\hat{p}^{2}}{2m}+\widehat{U}(x,y,z)$