ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSICS
т. 47, вып. 3, 1988

О РОЖДЕНИИ D^* И D В РАСПАДАХ B-МЕЗОНОВ

ВОЛОШИН М. Б., ШИФМАН М. А.

ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ ГКИАЭ

(Поступила в редакцию 20 апреля 1987 г.)

Рассматриваются распады $B\to D^*e\nu$ и $B\to De\nu$. Показано, что в некотором теоретическом пределе вероятность распадов такого типа надежно вычисляется и полностью насыщает полулептонную ширину. Реальные B- и D-мезоны лежат в области, достаточно близкой к этому пределу. Вероятность распада $B\to D^*e\nu$ вычисляется для мягких D^*-мезонов с точностью $\sim 10\%$. Получены также оценки полных относительных вероятностей этих распадов ~ 8 и $\sim 2\%$ соответственно (с ожидаемой точностью до $\sim 1,5$). Предлагаемый подход может быть использован для грубой оценки вероятностей нелептонных мод B-мезонов с D- и D^*-мезонами в конечном состоянии.

1. Введение

Изучение эксклюзивных распадов B-мезонов, которое по существу еще только начинается, может со временем дать весьма обширную информацию как об элементах матрицы Кобаяши — Маскавы, так и о сильной динамике кварков в адронах (см., например, обзоры [1, 2]). В связи с этим важно по возможности на современном уровне понимания кварковой динамики дать теоретические предсказания вероятностей эксклюзивных мод распада в терминах элементов матрицы смешивания V_{bu} и V_{bc}. Здесь будут рассмотрены распады

$$B\to D^*e\nu,\quad B\to De\nu. \tag{1}$$

Наше исходное наблюдение таково. Существует предел, в котором анализ распадов типа (1) был бы абсолютно надежным и параметрически точным. Предположим, что массы начального и конечного тяжелых кварков (Q_1 и Q_2 соответственно) очень велики, и, кроме того, удовлетворяют соотношению

$$(m_1+m_2)\Lambda_{\text{КХД}}\ll(m_1-m_2)^2\ll(m_1+m_2)^2. \tag{2}$$

При этом в системе покоя распадающегося кварка Q_1 кварк Q_2, рожденный в реакции $Q_1\to Q_2e\nu$, будет иметь кинетическую энергию, малую по сравнению с его массой, но большую по сравнению с $\Lambda_{\text{КХД}}$. В подобном режиме одновременно применимы два описания.

С одной стороны, партонный подход, в котором вероятность $\Gamma((Q_1\bar q)\to e\nu+X)$ оценивается как вероятность распада свободного кварка, $Q_1\to Q_2e\nu$ ($\bar q$ — легкий антикварк):

$$\Gamma_{part}(Q_1\bar q)=\Gamma(Q_1\to Q_2e\nu)=(G^2\Delta^2/15\pi^3)\,|V_{12}|^2, \tag{3}$$

$$\Delta=m_1-m_2=M_1-M_2.$$

В обсуждаемом пределе мы не делаем различия между массой кварка m_i и массой соответствующего мезона M_i. В формуле (3) V_{12} — элемент матрицы Кобаяши — Маскавы для перехода $Q_1\to Q_2$, G — константа Ферми.

С другой стороны, поскольку отдача кварка Q_2 мала, мезон $(Q_1\bar q)_{0^-}$ после испускания виртуального W-бозона с вероятностью единица превращается в мезон $(Q_2\bar q)_{0^-}$ либо $(Q_2\bar q)_{1^-}$ (подробности см. ниже). Если так, вероятность распада псевдоскалярного мезона $(Q_1\bar q)$ должна быть равна сумме вероятностей:

$$\Gamma(Q_1\bar q)=\Gamma((Q_1\bar q)_{0^-}\to(Q_2\bar q)_{0^-}e\nu)+\Gamma((Q_1\bar q)_{0^-}\to(Q_2\bar q)_{1^-}e\nu). \tag{4}$$

Каждое из двух слагаемых в (4) легко фиксируется, если учесть, что в рассматриваемом пределе (2)

$$\langle (Q_2\bar{q})_{0^-}|\bar{Q}_2\gamma_\mu Q_1|(Q_1\bar{q})_{0^-}\rangle=(p_1+p_2)_\mu,$$
$$\langle (Q_2\bar{q})_{1^-}|\bar{Q}_2\gamma_\mu\gamma_5 Q_1|(Q_1\bar{q})_{0^-}\rangle=2m\varepsilon_\mu. \tag{5}$$

Здесь p_1 и p_2 — импульсы начального и конечного мезонов, m — масса любого тяжелого кварка, ε_μ — амплитуда поляризации $(Q_2\bar{q})_1$-мезона. Используя (5), получаем

$$\Gamma((Q_1\bar{q})_{0^-}\to(Q_2\bar{q})_{0^-}e\nu)=(G^2\Delta^5/60\pi^3)|V_{12}|^2,$$
$$\Gamma((Q_1\bar{q})_{0^-}\to(Q_2\bar{q})_{1^-}e\nu)=(G^2\Delta^5/20\pi^3)|V_{12}|^2. \tag{6}$$

Сравнивая формулы (3) и (6), приходим к следующему выводу. В гипотетическом пределе (2) полулептонная ширина мезона $(Q_1\bar{q})$, вычисленная по партонной формуле, полностью насыщается двумя эксклюзивными каналами: распадом на псевдоскалярное состояние типа D и векторное состояние типа D^*. Имеет место абсолютная дуальность между партонным результатом и этими двумя модами распадов. Отношение выходов вектора и псевдоскаляра равно трем. Иными словами, 25% полулептонной ширины приходится на «D»$e\nu$ и 75% — на «D^*»$e\nu$.

Разумеется в реальных распадах (1) ситуация не вполне соответствует экстрем-нерелятивистскому пределу, обсуждавшемуся выше. Отметим, однако, что в переходах $B\to D$ параметр

$$((M_B-M_D)/(M_B+M_D))^2\sim 0{,}2, \tag{7}$$

что уже является достаточно малым параметром. Поэтому, как кажется, оправдана следующая стратегия (которой мы и будем следовать ниже): при вычислении динамических величин (формфакторов) будем предполагать, что b- и c-кварки в соответствующих мезонах нерелятивистские и их кинетической энергией можно пренебречь. Мы не будем, однако, пользоваться нерелятивистскими выражениями для кинематических факторов, например фазового объема. Для факторов такого типа будут использованы точные формулы.

Более конкретно, основные результаты работы таковы. Амплитуда процесса $B\to D^*e\nu$ будет найдена для D^*-мезонов с малыми импульсами с точностью до членов порядка $\mu^2/m_c^2=O(5\%)$, где μ — характерный импульс кварков в мезоне. Далее будет показано, что полные вероятности распадов (1) должны составлять с точностью до фактора $\sim 1{,}5$ соответственно, ~ 80 и 20% от $\Gamma(B\to e\nu+$ очарованные адроны$)$.

2. Анализ адронных амплитуд $\langle D(D^*)|J_\alpha|B\rangle$. Спектр мягких D^*-мезонов

При описании распадов (1) по существу единственный вопрос, который следует адресовать теории: чему равны матричные элементы от тока

$$J_\alpha=\bar{c}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)b\equiv V_\alpha+A_\alpha \tag{8}$$

для переходов $B\to D(D^*)$? Отвечая на него, прежде всего заметим следующее.

В кинематической точке, соответствующей максимально возможной инвариантной массе лептонной пары, мезон $D^*(D)$ покоится (в системе покоя B). Если пренебречь скоростью (тяжелых) c-, b-кварков в мезонах, получаем

$$\langle D^*|A_\alpha|B\rangle=2\sqrt{M_BM_{D^*}}\varepsilon_\alpha, \tag{9а}$$

$$\langle D|V_\alpha|B\rangle=\begin{cases}2\sqrt{M_BM_D} & \text{при } \alpha=0,\\ 0 & \text{при } \alpha=1,2,3,\end{cases} \tag{9б}$$

где ε_α — вектор поляризации D^*.

При выводе (9) предполагается, что координатные «волновые функции» легкого антикварка в D-, D^*-, B-мезонах одинаковы. (Мы не предполагали потенциального описания для легкого антикварка.) Термин «волновая функция» использован выше условно. Фактически имеется в виду, что состояние легкого антикварка не изменится, если покоящийся b-кварк в B-мезоне заменить на c-кварк. При такой «адиабатической» замене, осуществляемой током $\bar{c}\gamma_\alpha b$, B переходит в D с вероятностью единица. Ток $\bar{c}\gamma_\alpha\gamma_5 b$ переворачивает спин b-кварка, так что из синглетного по спину состояния B мы попадаем в триплетное состояние D^* опять-таки с вероятностью единица. Ясно, что точность сделанных выше утверждений порядка $(\mu/m_c)^2$, где μ — характерный импульс кварка в мезоне. Фактор $2\sqrt{M_B M_D}$ в (9) связан с переходом от нормировки, используемой в нерелятивизме, к релятивистской нормировке матричных элементов.

Так как лептонный ток $l_\mu = \bar{e}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu$ поперечен (массой e, естественно, пренебрегаем), в обсуждаемой кинематике он имеет только пространственные компоненты l_i, а $l_0=0$. Поэтому амплитуда распада $B \to D e\nu$ в рассматриваемой точке обращается в нуль (это явление хорошо известно из K_{e3}-распада), а для вероятности распада $B \to D^* e\nu$ в пределе малого импульса D^*-мезона $|\mathbf{p}| \ll M_{D^*}$ имеем

$$\left.\frac{d\Gamma(B \to D^* e\nu)}{dp}\right|_{\mathbf{p}^2 \ll M_{D^*}^2} = \frac{G^2 |V_{bc}|^2}{4\pi^3}(M_B - M_{D^*})^2 \mathbf{p}^2, \tag{10}$$

где $p = |\mathbf{p}_{D^*}|$.

Как уже говорилось в связи с соотношениями (9), мы пренебрегли движением c-кварка в D^*-мезоне, которое должно приводить к степенным поправкам порядка $\mu^2/m_c^2 \sim 5\%$ (если характерный импульс в мезоне μ составляет ~ 300 МэВ), а также пертурбативными глюонными поправками к матричным элементам аксиального (и векторного) тока между покоящимися b- и c-кварками. Пертурбативные глюонные перенормировки векторного и аксиального токов отличны от нуля, так как в рассматриваемой кинематике величина q не велика по сравнению с массами m_b и m_c и с их разностью, поэтому несохранение токов стопроцентно существенно. Одноглюонная поправка может быть вычислена явно. Она сводится к умножению правых частей (9а) и (9б) соответственно на $1+(\alpha_s/\pi)F_A(m_c/m_b)$ и $1+(\alpha_s/\pi)F_V(m_c/m_b)$, где

$$F_A(x) = \frac{x+1}{x-1}\ln x - \frac{8}{3}, \qquad F_V = F_A + \frac{2}{3}, \qquad x = \frac{m_c}{m_b}. \tag{11}$$

(Отметим, что коэффициент при $\ln(m_c/m_b)$ в этих поправках соответствует найденной нами ранее [3] так называемой гибридной аномальной размерности тока $(\bar{q}\Gamma b)$.) При $m_c/m_b \simeq 0{,}3$ факторы $F_{A,V}$ составляют $F_A \simeq -0{,}43$, $F_V \simeq 0{,}24$, так что глюонные поправки весьма малы (не превышают 3%) и ими можно пренебречь.

Таким образом, с учетом неопределенностей $O(\mu^2/m_c^2)$ в амплитуде можно ожидать, что соотношение (10) при $p \to 0$ имеет точность $\sim 10\%$. Поэтому если бы удалось измерить спектр мягких D^*-мезонов в распаде $B \to D^* e\nu$, то это позволило бы весьма надежно определить величину $|V_{bc}|$ независимым образом.

3. Полные ширины $\Gamma(B \to De\nu)$ и $\Gamma(B \to D^*e\nu)$

Прежде всего отметим, что различные динамические вычисления $\mathrm{BR}(B \to D(D^*)e\nu)$ известны в литературе [4]. Заключения, к которым мы придем ниже, довольно близки численно к результатам предыдущих работ [4], и единственно новое в этом разделе — обсуждение точности результатов и их модельной независимости.

В формуле (10) отброшены все члены порядка $\mathbf{p}_D^2/M_D^2$, потому что такие же поправки возникают и в матричных элементах (9) при удалении от рассмотренной выше кинематической точки $q^2 = q_{max}^2 = (M_B - M_D)^2$.

Чтобы обсудить влияние этих членов и найти полные вероятности распадов (1), рассмотрим общий вид матричных элементов токов. Так, например, переход $B\to D$ описывается в общем случае двумя формфакторами:

$$\langle D(p_2)|V_\mu(q)|B(p_1)\rangle = f_+(q^2)(p_1+p_2)_\mu + f_-(q^2)(p_1-p_2)_\mu. \qquad (12)$$

Напомним, что из-за поперечности лептонного тока, $q_\mu l_\mu=0$, вероятность распада $B\to De\nu$ не зависит от f_-.

В терминах формфакторов f_+ и f_- формула (9б) переписывается в виде

$$f_+(q^2_{max})+\frac{M_B-M_D}{M_B+M_D}f_-(q^2_{max})=\frac{2\sqrt{M_BM_D}}{M_B+M_D},\qquad q^2_{max}=(M_B-M_D)^2. \qquad (13)$$

Заметим теперь, что в пределе $M_B=M_D$ векторный ток сохраняется и, следовательно, $f_-(0)=0$, $f_+(0)=1$. При $M_B\neq M_D$ $f_-(0)=O((M_B-M_D)/(M_B+M_D))$. Далее, характерным масштабом q^2, на котором изменяются формфакторы $f_\pm$, является масса состояний, содержащих одновременно b- и c-кварки, т. е.

$$q^2_{\text{хар}}\sim(M_B+M_D)^2,$$

$$f_\pm(q^2)-f_\pm(0)\sim f_\pm(0)\,q^2/q^2_{\text{хар}}\qquad (q^2_{max}/q^2_{\text{хар}}\sim 0{,}2). \qquad (14)$$

В итоге можно ожидать, что относительный вклад f_- в правой части (13) порядка[1] $(M_B-M_D)^2/(M_B+M_D)^2\simeq 0{,}23$ и с этой же точностью

$$f_+(0)=2\sqrt{M_BM_D}/(M_B+M_D)\approx 0{,}88. \qquad (15)$$

В этом же приближении при оценке полной вероятности $\Gamma(B\to De\nu)$ следует пренебречь зависимостью f_+ от q^2 при изменении q^2 в физической области от 0 до q^2_{max}. Если так, то

$$\Gamma(B\to De\nu)=\frac{G^2f_+^2(0)M_B^5}{768\pi^3}0{,}404|V_{bc}|^2. \qquad (16)$$

Отличие $f_+(0)$ в (15) от единицы, вообще говоря, выходит за рамки приближения, поэтому в дальнейших соотношениях читатель вправе положить $f_+(0)=1$.

Для численной прикидки относительной вероятности данной моды можно поступить двояко: а) разделить (16) на экспериментальное значение ширины B-мезона ($\tau_B=1{,}2\cdot10^{-12}$ с), тогда

$$\mathrm{BR}(B\to De\nu)=(f_+(0)/0{,}88)^2|V_{bc}/0{,}045|^2\cdot 2{,}7\,\%, \qquad (17)$$

б) разделить (16) на полулептонную ширину, вычисляемую в партонной модели,

$$\Gamma_{sl}=\frac{G^2m_b^5}{192\pi^3}(|V_{bc}|^2\,0{,}5+|V_{bu}|^2), \qquad (18)$$

где фактор 0,5 учитывает подавление[2] перехода $(b\to c)$ по сравнению с $(b\to u)$ из-за фазового объема. Тогда

$$\frac{\Gamma(B\to De\nu)}{\Gamma_{sl}}\simeq f_+^2(0)\left(\frac{M_B}{m_b}\right)^5 0{,}2\left[1+2\frac{|V_{bu}|^2}{|V_{bc}|^2}\right]^{-1}\simeq 0{,}2 \qquad (19)$$

при $m_b=4{,}9$ ГэВ, $f_+=0{,}88$, $|V_{bu}/V_{bc}|\leqslant 0{,}3$ [5].

Принимая во внимание, что экспериментально $\Gamma_{sl}/\Gamma_{tot}(B)$ близко к 11%, из (19) опять получаем

$$\mathrm{BR}(B\to De\nu)\approx 2\,\%.$$

Для распада $B\to D^*e\nu$ эффекты движения D^*, определяющие отклонения от выражения (9а) для матричного элемента, также приводят к поправкам

[1] Напомним в этой связи о теореме Адемоло – Гатто.

[2] В нем имеется неопределенность ~10% из-за того, что не ясно, следует ли использовать массу токового или конституэнтного кварка [1, 2].

$O((M_B-M_{D^*})^2/(M_B+M_{D^*})^2)$. Поэтому, пренебрегая этими членами, используем выражение (9а) во всей физической области и получаем

$$\mathrm{BR}(B\to D^*e\nu)\simeq 12\%\,|V_{bc}/0{,}045|^2. \tag{20}$$

Альтернативная оценка через партонное значение полулептонной ширины дает

$$\Gamma(B\to D^*e\nu)/\Gamma_{sl}\simeq[1+2|V_{bu}/V_{bc}|^2]^{-1}\simeq 0{,}8 \tag{21}$$

при тех же значениях параметров, что и в (18).

Напомним, что ожидаемая точность в амплитудах определяется параметром (7) и, следовательно, ширины $\Gamma(B\to D(D^*)e\nu)$ фиксируются с точностью до фактора 1,5.

Подведем итог. Полулептонные распады B-мезонов с очарованным кварком в конечном состоянии, по-видимому, практически исчерпываются модами $De\nu$ и $D^*e\nu$. Соотношение между ними ожидается примерно равным 20 : 80. Интересно, что оба утверждения весьма близко воспроизводят точный результат, относящийся к пределу (2). (В этом пределе «D» : «D^*»= =25 : 75.) Относительные вероятности $De\nu$ и $D^*e\nu$ должны составлять ~2 и 8—10% соответственно [3].

Подчеркнем, однако, что мы ожидаем резко иной картины для распадов, связанных с переходом b-кварка в легкий кварк, т. е. для $b\to ue\nu$. Действительно, для распадов этого типа нет оснований ожидать доминантности какого-либо одного или двух эксклюзивных адронных каналов, например $B\to\pi e\nu$ и $B\to\rho e\nu$. Для них совершенно необоснованно было бы использовать соотношения типа (9), так как волновые функции кварков в легких мезонах существенно отличны от таковых в B-мезонах. Нет в этом случае и малого параметра, аналогичного $((M_B-M_D)^2/(M_B+M_D)^2)$. Для распадов такого типа, вероятно, следует ожидать малости каждого эксклюзивного канала. Например, весьма естественно ожидать, что справедливо неравенство $\Gamma(B\to\rho e\nu)/\Gamma(B\to D_*e\nu)\ll|V_{bu}/V_{bc}|^2$.

4. Заключение

Отметим в заключение, что приведенные выше оценки для выхода D- и D^*-мезонов в полулептонных распадах B-мезонов можно, вероятно, использовать и для грубой оценки рождения D и D^* и в чисто адронных распадах после умножения на число доступных каналов распада виртуального W-бозона. (Неопределенности с возможным дополнительным вкладом перехода $W\to cs$ не превышают других неопределенностей этой оценки.) Так что можно ожидать, что форма спектра D^* в мягкой части должна грубо описываться выражением (10), умноженным на 9 — число каналов фрагментации W.

Наконец, можно попытаться применить выражение (9) для матричных элементов к оценке ширин эксклюзивных адронных распадов. Так, например, получаемая таким образом оценка ширины распада $B^-\to D^{0*}F^-$ составляет

$$\Gamma/\Gamma_{sl}\simeq 0{,}12(f_F/200\ \text{МэВ})^2(1+2|V_{bu}/V_{bc}|^2)^{-1}, \tag{22}$$

где f_F — константа перехода F-мезона в аксиальный ток $\bar{c}\gamma_\mu\gamma_5 s$. При $f_F\simeq 200$ МэВ [6] имеем $\mathrm{BR}(B\to D^*F)\sim 1\%$. Распад же с векторным мезоном F^* должен иметь примерно в 3 раза большую вероятность, $\mathrm{BR}(B\to D^*F^*)\sim 3\%$.

Мы благодарны М. В. Данилову за полезные стимулирующие обсуждения.

[3] Любопытно, что, хотя развиваемая теория работает тем лучше, чем лучше выполнены соотношения (2), качественно ее можно попробовать «протянуть» даже в распады $D\to K(K^*)e\nu$, в которых s-кварк конечно же нельзя трактовать нерелятивистским образом. Даже в этих распадах получаются небессмысленные числа. Так, принимая $f_+(D\to K)=2\sqrt{M_DM_K}/(M_D+M_K)$ и повторяя все выкладки, данные для $B\to D(D^*)e\nu$, получаем $\mathrm{BR}(D^0\to Ke\nu)\approx 3\%$, $\mathrm{BR}(D^0\to K^*e\nu)\approx 6\%$, что грубо соответствует экспериментальной ситуации, хотя на опыте, по-видимому,

$$\mathrm{BR}(D^0\to K^*e\nu)<\mathrm{BR}(D^0\to Ke\nu).$$

Литература

1. *Уральцев Н. Г., Хозе В. А.* // УФН. 1985. Т. 146. С. 507.
2. *Шифман М. А.* // УФН. 1987. Т. 151. С. 193.
3. *Волошин М. Б., Шифман М. А.* // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 463.
4. *Wirbel M., Stech B., Bauer M.* // Z. Phys. C. 1985. V. 29. P. 637. *Körner J. G.* // Proc. Intern. Symp. on Production and Decays of Heavy Hadrons/Eds Schubert K., Waldi R. Heidelberg, May 1986. P. 279. *Grinstein B., Wise M., Isgur N.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 298.
5. *Stone S.* Review talk at VI Intern. Conf. Phys. in Collision. Chicago, 3—5 Sep. 1986; Preprint CLNS-86-753, Oct. 1986.
6. *Novikov V. et al.* // Proc. Intern. Conf. Neutrinos-78/Ed. Fowler E. Purdue Univ., 1978. P. C278. *Блок Б. Ю., Елецкий В. Л.* // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1246.

ON PRODUCTION OF D^* AND D MESONS IN B-MESON DECAYS

VOLOSHIN M. B., SHIFMAN M. A.

We consider decays $B \to D^* e\nu$ and $B \to De\nu$. In a certain theoretical limit, the probability of decays of such a type is shown to be unambiguously calculable, and these two decay channels exactly saturate the semileptonic decay width. It is argued that actual B and D mesons are in fact not far from this limit. Furthermore, the rate of $B \to D^* e\nu$ for slow D^* mesons is calculated with the expected accuracy of the order of 10%. Total branching ratios of $B \to D^* e\nu$ and $B \to De\nu$ are estimated within a factor of 1.5 to be, respectively, ~8% and ~2%. Our approach can also be used for a rough estimate of nonleptonic decay rates of B mesons involving D or D^* in the final state.