

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
<b>Глава 1. ФИЗИКА ЧАСТИЦ И ИНФЛЯЦИОННАЯ КОСМОЛОГИЯ. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ . . . . .</b>	<b>9</b>
§ 1.1. Скалярное поле и спонтанное нарушение симметрии . . . . .	9
§ 1.2. Фазовые переходы в калибровочных теориях элементарных частиц . . . . .	14
§ 1.3. Теория горячей расширяющейся Вселенной . . . . .	17
§ 1.4. Некоторые свойства моделей Фридмана . . . . .	21
§ 1.5. Проблемы стандартного сценария . . . . .	25
§ 1.6. Сценарий раздувающейся Вселенной. Очерк развития . . . . .	35
§ 1.7. Сценарий хаотического раздувания . . . . .	40
§ 1.8. Самовосстанавливающаяся Вселенная . . . . .	53
<b>Глава 2. СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ, ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ И СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ . . . . .</b>	<b>62</b>
§ 2.1. Классическое и квантовое скалярные поля . . . . .	62
§ 2.2. Квантовые поправки к эффективному потенциалу $V(\phi)$ . . . . .	65
§ 2.3. $1/N$ -разложение и эффективный потенциал в теории $\lambda\phi^4/N$ . . . . .	70
§ 2.4. Эффективный потенциал и квантово-гравитационные эффекты . . . . .	75
<b>Глава 3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИММЕТРИИ ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ . . . . .</b>	<b>78</b>
§ 3.1. Фазовый переход в простейших моделях со спонтанным нарушением симметрии . . . . .	78
§ 3.2. Фазовые переходы в реалистических теориях слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий . . . . .	83
§ 3.3. Высшие порядки теории возмущений и инфракрасная проблема в термодинамике калибровочных полей . . . . .	85
<b>Глава 4. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПРИ ПОВЫШЕНИИ ПЛОТНОСТИ ХОЛОДНОГО ВЕЩЕСТВА . . . . .</b>	<b>89</b>
§ 4.1. Восстановление симметрии в теориях без нейтральных токов . . . . .	89
§ 4.2. Усиление нарушения симметрии и конденсация векторных мезонов в теориях с нейтральными токами . . . . .	90
<b>Глава 5. ТЕОРИЯ ТУННЕЛИРОВАНИЯ И РАСПАД МЕТАСТАБИЛЬНОЙ ФАЗЫ ВО ВРЕМЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПЕРВОГО РОДА . . . . .</b>	<b>93</b>
§ 5.1. Общая теория образования пузырьков новой фазы . . . . .	93
§ 5.2. Приближение тонких стенок . . . . .	97
§ 5.3. Выход за рамки приближения тонких стенок . . . . .	101

Глава 6. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ГОРЯЧЕЙ ВСЕЛЕННОЙ	105
§ 6.1. Фазовые переходы с нарушением симметрии между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями . . . . .	105
§ 6.2. Доменные стенки, струны и монополи . . . . .	110
Глава 7. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ИНФЛЯЦИОННОЙ КОСМОЛОГИИ . . . . .	120
§ 7.1. Основные направления развития инфляционной теории . . .	120
§ 7.2. Раздувающаяся Вселенная и мир де Ситтера . . . . .	120
§ 7.3. Квантовые флуктуации во время раздувания . . . . .	124
§ 7.4. Туннелирование в раздувающейся Вселенной . . . . .	131
§ 7.5. Квантовые флуктуации и генерация адиабатических возмущений плотности . . . . .	137
§ 7.6. Достаточно ли адиабатических возмущений плотности с плоским спектром для образования наблюдаемой структуры Вселенной? . . . . .	148
§ 7.7. Изотермические возмущения и адиабатические возмущения с неплоским спектром . . . . .	151
§ 7.8. Непертурбативные эффекты: струны, ежи, стенки, пузыри и тому подобное . . . . .	157
§ 7.9. Разогрев Вселенной после раздувания . . . . .	162
§ 7.10. Возникновение барионной асимметрии Вселенной . . . . .	166
Глава 8. НОВЫЙ СЦЕНАРИЙ РАЗДУВАЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ . . . . .	173
§ 8.1. Основы старого сценария раздувающейся Вселенной . . . . .	173
§ 8.2. $SU(5)$ -симметричная теория Коулмена—Вайнберга и новый сценарий раздувающейся Вселенной (первоначальный упрощенный вариант). . . . .	176
§ 8.3. Уточнение нового сценария раздувающейся Вселенной . . .	179
§ 8.4. Реликтовое раздувание в $N = 1$ супергравитации . . . . .	183
§ 8.5. Модель Шафи — Виленкина . . . . .	185
§ 8.6. Новый сценарий раздувающейся Вселенной: проблемы и перспективы . . . . .	189
Глава 9. СЦЕНАРИЙ ХАОТИЧЕСКОГО РАЗДУВАНИЯ . . . . .	192
§ 9.1. Основные черты сценария и вопрос о начальных условиях .	192
§ 9.2. Простейшая модель, основанная на теории $SU(5)$ . . . . .	196
§ 9.3. Хаотическое раздувание в супергравитации . . . . .	197
§ 9.4. Модифицированная модель Старобинского и комбинированный сценарий . . . . .	200
§ 9.5. Раздувание в теориях Калуцы—Клейна и в теории суперструн . . . . .	203
Глава 10. ИНФЛЯЦИЯ И КВАНТОВАЯ КОСМОЛОГИЯ . . . . .	208
§ 10.1. Волновая функция Вселенной . . . . .	208
§ 10.2. Квантовая космология и глобальная структура раздувающейся Вселенной . . . . .	221
§ 10.3. Самовосстанавливающаяся раздувающаяся Вселенная и квантовая космология . . . . .	227
§ 10.4. Глобальная структура раздувающейся Вселенной и проблема общей космологической сингулярности . . . . .	235
§ 10.5. Инфляция и антропный принцип . . . . .	238
§ 10.6. Квантовая космология и сигнатура пространства-времени . . .	249
§ 10.7. Проблема космологической постоянной, антропный принцип и удвоение Вселенной . . . . .	250
Заключение . . . . .	261
Список литературы . . . . .	263
	275

ББК 22.382

Л59

УДК 539.12

Линде А. Д. **Физика элементарных частиц и инфляционная космология.** — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. — 280 с.  
ISBN 5-02-014345-6.

Посвящена обсуждению космологических следствий современных теорий элементарных частиц. Особое внимание уделено так называемому сценарию раздувающейся (инфляционной) Вселенной, создание которого привело к сильным изменениям в существовавших ранее представлениях о крупномасштабной структуре Вселенной и о самых ранних стадиях ее эволюции.

Для физиков, работающих в области теории элементарных частиц, теории сверхплотного вещества и космологии, а также аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области теоретической физики.  
Ил. 35. Библиогр.: 359 назв.

**Рецензент**

доктор физико-математических наук профессор *И. Д. Новиков*

Л  $\frac{1605070000-007}{053(02)-90}$  98-90

© Издательство «Наука».  
Главная редакция  
физико-математической  
литературы, 1990

ISBN 5-02-014345-6

## ПРЕДИСЛОВИЕ

За последние 15 лет в физике элементарных частиц произошла подлинная революция, связанная с созданием и развитием единых калибровочных теорий слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий. Одной из основных идей, на которых базируются эти теории, служит идея о спонтанном нарушении симметрии между разными типами взаимодействий за счет возникновения во всем пространстве постоянных классических скалярных полей  $\phi$  (так называемых хиггсовских полей). В отсутствие таких полей нет принципиальной разницы между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями. Спонтанное появление во всем пространстве постоянных скалярных полей означает, по существу, перестройку вакуума, в результате которой часть векторных (калибровочных) полей приобретает большую массу.<sup>1</sup> Взаимодействия, осуществляемые этими векторными полями, становятся короткодействующими. Это и приводит к нарушению симметрии между разными типами взаимодействий в единых теориях.

В рамках калибровочных теорий со спонтанным нарушением симметрии впервые было получено непротиворечивое описание слабых и сильных взаимодействий при высоких энергиях. Впервые оказалось возможным рассчитывать процессы в теории слабых и сильных взаимодействий с учетом высших порядков теории возмущений. Благодаря замечательному свойству этих теорий — асимптотической свободе — появилась принципиальная возможность описывать взаимодействия элементарных частиц друг с другом при энергиях вплоть до  $E \sim M_p \sim 10^{19}$  ГэВ в системе центра масс, т. е. до планковской энергии, начиная с которой становятся важными квантово-гравитационные эффекты.

Не будем обсуждать здесь подробно свойства калибровочных теорий, напомним лишь основные этапы их развития. В 60-е годы Глэшоу, Вайнберг и Салам предложили единую теорию слабых и электромагнитных взаимодействий [1]. Подлинный прогресс в этой области начался в 1971—1973 гг. после доказательства перенормируемости этих теорий [2]. В 1973 г. было доказано, что ряд вариантов таких теорий, в частности квантовая хромодинамика, служащая для описания сильных взаимодействий, обладает свойством асимптотической свободы (убывания силы взаимодействий при сверхвысоких энергиях [3]). В 1974 г. были предложены первые варианты единых калибровочных теорий слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий с простой группой симметрии — так называемых теорий великого объединения [4]. В 1976 г. появились первые варианты объединения всех фундаментальных взаимодействий, включая гравитационное, в рамках теории суперграви-

тации [5]. Затем последовало развитие теории типа Калуцы — Клейна, согласно которым наше четырехмерное пространство-время возникает в результате спонтанной компактификации пространства большей размерности [6]. Наконец, в самое последнее время основные надежды на построение единой теории всех взаимодействий стали возлагаться на теорию суперструн [7]. Детальное обсуждение современных теорий элементарных частиц содержится в ряде прекрасных обзоров и монографий (см., например, [8—17]).

Бурное развитие теории элементарных частиц привело не только к большим успехам в понимании взаимодействий частиц при сверхвысоких энергиях, но и (вследствие этого) к существенному прогрессу в теории сверхплотного вещества. Действительно, 10 лет назад сверхплотным считалось вещество с плотностью, незначительно превосходящей ядерную,  $\rho \sim 10^{14} \div 10^{15}$  г/см<sup>3</sup>, и не было почти никаких идей о том, как описать вещество при  $\rho \gg 10^{15}$  г/см<sup>3</sup>. Основные трудности были связаны с теорией сильных взаимодействий, характерные константы связи в которой при  $\rho > 10^{15}$  г/см<sup>3</sup> были велики. Это делало ненадежными расчеты свойств вещества с помощью стандартных методов теории возмущений. Однако благодаря асимптотической свободе в квантовой хромодинамике соответствующие константы связи с ростом температуры (плотности) вещества уменьшаются. Это открывает возможность описать поведение вещества при температурах вплоть до  $T \sim M_p \sim 10^{19}$  ГэВ, что соответствует плотности вещества  $\rho_p \sim M_p^4 \sim 10^{94}$  г/см<sup>3</sup>. Таким образом, современные теории элементарных частиц, в принципе, позволяют описывать свойства вещества с плотностью, на 80 порядков превосходящей ядерную!

Исследование свойств сверхплотного вещества, описываемого едиными калибровочными теориями, началось в 1972 г. с работы Киржница [18], в которой было указано, что при достаточно высокой температуре  $T$  классическое скалярное поле  $\phi$ , приводящее к нарушению симметрии в теории, должно исчезнуть. Это означает, что при достаточно высокой температуре в среде должен произойти фазовый переход (или последовательность фазовых переходов), после чего симметрия между разными типами взаимодействий восстанавливается. В результате фазовых переходов свойства элементарных частиц и законы, по которым они взаимодействуют друг с другом, существенно меняются.

Этот вывод был подтвержден в ряде последующих работ на данную тему [19—24]. Оказалось, что аналогичные фазовые переходы могут происходить и при повышении плотности холодного вещества [25—29], и при наличии внешних полей и токов [22, 23, 30—33]. Для краткости и в соответствии со сложившейся терминологией будем в дальнейшем называть соответствующие процессы фазовыми переходами в калибровочных теориях. Характерные значения критической температуры и плотности, при которых происходят такие фазовые переходы, чрезвычайно велики. Например, критическая температура фазового перехода в единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий Глэшоу — Вайнберга — Салама [1] имеет порядок  $10^2$  ГэВ  $\sim 10^{15}$  К. Температура, при которой восстанавливается симметрия между сильными и электрослабыми взаимодействиями в теориях великого объединения, еще выше:  $T_c \sim 10^{15}$  ГэВ  $\sim 10^{28}$  К. Для сравнения напомним, что максимальные температуры, достигающиеся во время взрывов сверхновых, имеют порядок  $10^{11}$  К. Поэтому изучать такие фазовые переходы в лабораторных условиях в настоящее время не представляется возможным. Однако

соответствующие экстремальные условия могли существовать на самых ранних стадиях эволюции Вселенной.

Действительно, согласно стандартному варианту теории горячей Вселенной, Вселенная должна была расширяться, постепенно остывая, из состояния, когда ее температура могла достигать  $T \sim 10^{19}$  ГэВ [34, 35]. Это означает, что на самых ранних стадиях эволюции Вселенной симметрия между сильными, слабыми и электромагнитными взаимодействиями должна была быть восстановлена. При остывании Вселенной должен был происходить ряд фазовых переходов, в результате которых симметрия между разными видами взаимодействий нарушалась [18—24].

Этот вывод был первым свидетельством важности разрабатываемых сейчас единых теорий элементарных частиц и теории сверхплотного вещества для теории эволюции Вселенной. Интерес космологов к современным теориям элементарных частиц особенно возрос после того, как оказалось, что в рамках теорий великого объединения могут быть естественным образом реализованы условия, необходимые для возникновения наблюдаемой барионной асимметрии Вселенной (т. е. отсутствия антивещества в наблюдаемой части Вселенной) [36—38].

В свою очередь, космология оказалась важным источником информации для теории элементарных частиц. Быстрое развитие теории элементарных частиц за последние годы привело к возникновению несколько необычной ситуации в этой области теоретической физики. Действительно, характерные значения энергий элементарных частиц, необходимых для непосредственной проверки теорий великого объединения, имеют порядок  $10^{15}$  ГэВ. Для проверки супергравитации, теорий Калуцы — Клейна и теории суперструн нужно было бы иметь частицы с энергией порядка  $10^{19}$  ГэВ. В то же время ускорители, планируемые в ближайшем будущем, будут создавать пучки частиц с энергиями всего лишь порядка  $10^4$  ГэВ. По оценкам специалистов, крупнейший ускоритель, который можно было бы построить на Земле (радиусом около  $6 \cdot 10^3$  км), позволил бы изучать взаимодействие частиц с энергиями порядка  $10^7$  ГэВ. Примерно такую же энергию (в пересчете на систему центра масс) имеют наиболее энергичные частицы в космических лучах. Но это все еще на 12 порядков меньше, чем планковская энергия  $E_p \sim M_p \sim 10^{19}$  ГэВ.

Трудности экспериментального изучения взаимодействий при сверхвысоких энергиях можно представить себе наглядно, если учесть, что  $10^{15}$  ГэВ — это средняя кинетическая энергия легкового автомобиля, а  $10^{19}$  ГэВ — кинетическая энергия небольшого самолета. Оценки показывают, что для ускорения частиц до энергий порядка  $10^{15}$  ГэВ при современных технологических возможностях необходимо было бы иметь ускоритель длиной порядка светового года.

Неверно было бы думать, что строящиеся сейчас теории элементарных частиц вовсе будут лишены экспериментальной базы. Достаточно вспомнить грандиозные по своим масштабам эксперименты по обнаружению распада протона, предсказываемого теориями великого объединения. Не исключено также, что с помощью ускорителей удастся обнаружить относительно легкие (с массами  $m \sim 10^2 \div 10^3$  ГэВ) частицы, предсказываемые некоторыми вариантами теорий, основанных на супергравитации и теории суперструн. Однако информация, получаемая только из этого источника, была бы ограничена примерно в такой же степени, как и информация о теории слабых взаимодействий, ко-

торию можно было бы получить, имея в своем распоряжении только аппаратуру для регистрации радиоволн с характерной энергией  $E_\gamma$ , не превышающей  $10^{-5}$  эВ (заметим, что  $E_p/E_W \sim E_W/E_\gamma$ , где  $E_W \sim 10^2$  ГэВ — характерный энергетический масштаб в единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий).

Единственная лаборатория, в которой когда-либо могли существовать и взаимодействовать друг с другом частицы с энергиями порядка  $10^{15}$  —  $10^{19}$  ГэВ, — это наша Вселенная на самых ранних стадиях ее эволюции.

В начале 70-х годов Я. Б. Зельдович писал, что Вселенная — это ускоритель для бедных: эксперимент не потребовал финансирования, и нам осталось лишь обрабатывать его результаты [39]. В последние годы становится все более очевидным, что Вселенная — это единственный ускоритель, который когда-либо мог продуцировать частицы с энергиями, достаточными для непосредственной проверки единых теорий всех фундаментальных взаимодействий, и в этом смысле Вселенная становится не только ускорителем для бедных, но и ускорителем для самых богатых. В настоящее время значительная часть вновь предлагаемых теорий элементарных частиц прежде всего проходит тест на «космологическую полноценность», и лишь малая доля новых теорий выдерживает это испытание.

На первый взгляд могло бы показаться, что трудно извлечь какую-либо надежную и достаточно определенную информацию, изучая результаты эксперимента, осуществленного свыше 10 млрд лет тому назад. Однако результаты конкретных исследований, проведенных за последние годы, свидетельствуют об обратном. Так, оказалось, что в результате фазовых переходов в теориях великого объединения в горячей Вселенной должно было родиться много магнитных монополей, плотность которых в настоящее время должна была превышать наблюдаемую плотность вещества  $\rho \sim 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup> примерно на 15 порядков [40]. Первоначально казалось, что неопределенности, имеющиеся и в теории горячей Вселенной, и в теориях великого объединения, очень велики, так что избавиться от трудности с реликтовыми монополями не составит труда. Однако многочисленные попытки решить эту проблему в рамках стандартной теории горячей Вселенной не привели к успеху. Аналогичная ситуация возникла при рассмотрении теорий со спонтанным нарушением дискретной симметрии (например, со спонтанным нарушением  $CP$ -инвариантности). Фазовые переходы в таких моделях должны были приводить к возникновению сверхмассивных доменных стенок, существование которых находилось бы в резком противоречии с астрофизическими данными [41—43]. Переход к более сложным теориям, таким, как  $N = 1$  супергравитация, не решил указанных проблем, но привел к возникновению новых трудностей. Так, оказалось, что согласно большей части теорий, основанных на  $N = 1$  супергравитации, распад гравитино (суперпартнеров гравитона, частиц со спином  $3/2$ ), существовавших на ранних стадиях эволюции Вселенной, приводит к расхождению с наблюдательными данными примерно на 10 порядков [44, 45].

В этих же теориях существуют так называемые скалярные поля Полоньи [46, 45]. Плотность энергии, которая должна была бы быть запасена к настоящему времени в этих полях, в большинстве теорий расходится с космологическими данными на 15 порядков [47, 48]. Аналогичная трудность имеется в ряде теорий с аксионами [49], в частности в простейших моделях, основанных на теории суперструн [50]. Большинство теорий Калуцы — Клейна, основан-

ных на рассмотрении супергравитации в пространстве размерности  $d = 11$ , приводит к энергии вакуума порядка —  $M_p^4 \sim -10^{94}$  г/см<sup>3</sup> [16], что отличалось бы от космологических данных примерно на 125 порядков!..

Этот список можно было бы продолжить, но уже того, что было сказано выше, вполне достаточно для понимания причин большого интереса к космологии среди специалистов по теории элементарных частиц. Еще одна, более общая причина состоит в том, что никакое подлинное объединение всех видов взаимодействий, включающее гравитационные взаимодействия, невозможно без анализа наиболее важного проявления этого объединения, которым служит существование Вселенной. Особенно ясно видно это на примере теорий Калуцы — Клейна и теорий суперструн, в рамках которых одновременно приходится решать вопрос о свойствах пространства, образовавшегося после компактификации «лишних» измерений, и о феноменологии элементарных частиц.

Некоторые из трудностей, перечисленных выше, до сих пор не удается преодолеть. Это приводит к возникновению важных ограничений на развиваемые сейчас теории элементарных частиц. Тем более удивительным оказалось то обстоятельство, что большую часть указанных проблем, совместно с рядом других проблем, давно стоявших перед теорией горячей Вселенной, удалось решить в рамках одного, причем довольно простого, сценария развития Вселенной — так называемого сценария раздувающейся (инфляционной) Вселенной [51—57]<sup>1)</sup>. Согласно этому сценарию, Вселенная на самых ранних стадиях своей эволюции находилась в неустойчивом вакуумоподобном состоянии и расширялась экспоненциально быстро (эта стадия и называется стадией раздувания, или инфляции). Затем происходил распад вакуумоподобного состояния, Вселенная разогревалась, и дальнейшая ее эволюция описывалась стандартной теорией горячей Вселенной.

За несколько лет своего существования сценарий раздувающейся Вселенной прошел путь от довольно фантастичной гипотезы до теории, которой в настоящее время придерживается большинство космологов. Это, конечно, не означает, что сейчас, наконец, появилась полная ясность в отношении физических процессов, протекавших в ранней Вселенной. Незавершенность имеющейся картины отражена уже в самом слове «сценарий», несколько неожиданном в лексиконе физиков-теоретиков. Современный вид этого сценария лишь в самых общих чертах напоминает те простые модели, с которых начинали его авторы. Многие детали сценария раздувающейся Вселенной меняются вместе с изменением теории элементарных частиц, о скорости развития которой мы уже говорили. Тем не менее основные моменты этого сценария сейчас уже довольно хорошо разработаны, и кажется возможным подвести некоторые предварительные итоги его развития.

В данной книге делается первая попытка систематического изложения инфляционной космологии. Этому предшествуют изложение общей теории спонтанного нарушения симметрии и обсуждение фазовых переходов в сверхплотном веществе, описываемом современными теориями элементарных частиц. От-

<sup>1)</sup> Название «inflationary universe scenario» впервые было предложено Гусом [53]. Слово inflation переводится либо как раздувание, либо как инфляция. Первый термин более правильно передает физическую сущность рассматриваемых процессов, второй позволяет избежать путаницы в применении слов раздувание и расширение. В зависимости от контекста будут использоваться оба эти термина.

бор материала, его распределение по главам и степень подробности изложения определялись как кругом интересов автора, так и желанием сделать эту книгу полезной одновременно и для специалистов по квантовой теории поля, и для астрофизиков. Поэтому автор старался сосредоточиться на обсуждении вопросов, необходимых для понимания основного содержания книги, отсылая читателя за подробностями и техническими деталями к оригинальной литературе.

С целью сделать книгу доступной более широкому кругу читателей, изложению основного материала предпослана большая вводная глава, написанная на относительно элементарном уровне. Автор надеется, что, используя эту главу как путеводитель по книге, а саму книгу — как путеводитель по оригинальной литературе (обширный список которой для этой цели включен в книгу), читатель постепенно сможет составить достаточно полное и точное представление о современном состоянии данной области знаний. В этом ему также может помочь ознакомление с книгой А. Д. Долгова, Я. Б. Зельдовича и М. В. Сажина «Космология ранней Вселенной» (М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988) и книгой И. Д. Новикова «Как взорвалась Вселенная» (М.: Наука, 1988).

Автор приносит извинения тем ученым, чьи исследования в области инфляционной космологии не удалось достаточно полно обсудить. Многие материалы, вошедшие в книгу, базируются на идеях и работах А. Гуса, Д. А. Киржница, Л. А. Кофмана, М. А. Маркова, В. Ф. Муханова, И. Д. Новикова, И. Л. Розенталя, А. Д. Сахарова, А. А. Старобинского, С. В. Хоукинга и других ученых, чей вклад в современную космологию невозможно полностью отразить в одной монографии, сколь бы подробно она ни была написана.

Эта книга посвящается памяти Якова Борисовича Зельдовича, которого по праву можно считать основоположником советской космологической школы.

# ФИЗИКА ЧАСТИЦ И ИНФЛЯЦИОННАЯ КОСМОЛОГИЯ. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ

## § 1.1. Скалярное поле и спонтанное нарушение симметрии

Скалярные поля  $\varphi$  играют фундаментальную роль в единых теориях слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий. По своей математической структуре теория этих полей проще теории спинорных полей  $\psi$ , описывающих, например, электроны или кварки, и проще теории векторных полей  $A_\mu$ , описывающих фотоны, глюоны и т. д. Однако наиболее интересные свойства этих полей, важные и для теории элементарных частиц, и для космологии, были поняты относительно недавно.

Напомним основные свойства таких полей. Рассмотрим сначала простейшую теорию однокомпонентного действительного скалярного поля  $\varphi$  с лагранжианом <sup>1)</sup>

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{m^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4. \quad (1.1.1)$$

Здесь  $m$  — масса скалярного поля;  $\lambda$  — константа его взаимодействия с самим собой. Будем для простоты полагать всюду, что  $\lambda \ll 1$ . При малых  $\varphi$ , когда последним членом в (1.1.1) можно пренебречь, поле  $\varphi$  удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона

$$(\square + m^2)\varphi \equiv \ddot{\varphi} - \Delta\varphi + m^2\varphi = 0, \quad (1.1.2)$$

где точка обозначает дифференцирование по времени. Это уравнение имеет общее решение в виде суперпозиции плоских волн, соответствующих распространению частиц с массой  $m$  и импульсом  $k$  [58]:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= (2\pi)^{-3/2} \int d^4k \delta(k^2 - m^2) [e^{ikx} \varphi^+(k) + e^{-ikx} \varphi^-(k)] = \\ &= (2\pi)^{-3/2} \int \frac{d^3k}{V 2k_0} [e^{ikx} a^+(\mathbf{k}) + e^{-ikx} a^-(\mathbf{k})], \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

<sup>1)</sup> Всяду в книге используется система единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ , принятая в теории элементарных частиц. Для перехода к более традиционным единицам следует домножить рассматриваемые величины на соответствующие степени  $\hbar$  и  $c$ , исходя из соображений размерности ( $\hbar = 6,6 \times 10^{-22}$  МэВ·с =  $10^{-27}$  эрг·с,  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/с). При этом, например, уравнение (1.1.1) переписется в следующем виде:

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{m^2 c^2}{2\hbar^2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4.$$

где  $a^\pm(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2k_0}} \varphi^\pm(k)$ ;  $k_0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$ ,  $kx = k_0 t - \mathbf{kx}$ . Согласно

но (1.1.3), поле  $\varphi(x)$  колеблется вблизи точки  $\varphi = 0$ . Причина этого состоит в том, что минимум плотности потенциальной энергии поля  $\varphi$  (так называемого эффективного потенциала)

$$V(\varphi) = \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 + \frac{m^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \quad (1.1.4)$$

находится в точке  $\varphi = 0$  (рис. 1, а).

Основные успехи в объединении слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий были достигнуты после того, как от

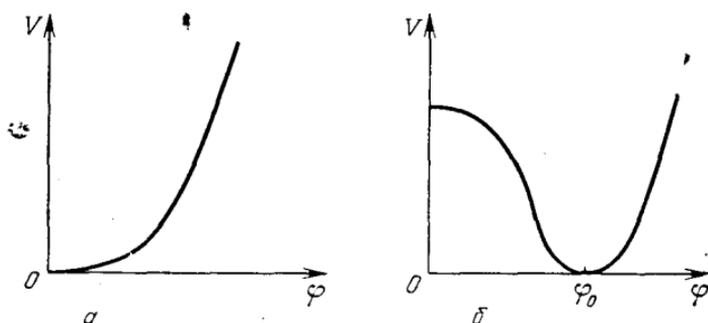


Рис. 1. Эффективный потенциал  $V(\varphi)$  в простейших теориях скалярного поля  $\varphi$ : а — в теории (1.1.1), б — в теории (1.1.5)

простых теорий типа (1.1.1) с  $m^2 > 0$  перешли к несколько странным на первый взгляд теориям с отрицательным квадратом массы:

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 + \frac{\mu^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4. \quad (1.1.5)$$

Решение типа (1.1.3) для этой теории вместо колебаний вблизи точки  $\varphi = 0$  описывает экспоненциальное нарастание мод с  $\mathbf{k}^2 < \mu^2$ :

$$\delta\varphi(\mathbf{k}) \sim \exp(\pm \sqrt{\mu^2 - \mathbf{k}^2} t) e^{\mp i\mathbf{kx}}. \quad (1.1.6)$$

Причина этого состоит в том, что минимум эффективного потенциала

$$V(\varphi) = \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 - \frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \quad (1.1.7)$$

находится теперь уже не в точке  $\varphi = 0$ , а в точке  $\varphi_0 = \pm\mu/\sqrt{\lambda}$  (рис. 1, б). Поэтому, даже если изначально поле  $\varphi$  было равно нулю, то вскоре (за время порядка  $\mu^{-1}$ ) должен осуществиться переход из точки  $\varphi = 0$  в устойчивое состояние с классическим полем  $\varphi_0 = \pm\mu/\sqrt{\lambda}$ . Это явление и называется спонтанным нарушением симметрии.

<sup>1)</sup> Обычно минимум  $V(\varphi)$  достигается на однородных полях  $\varphi$ . Поэтому часто градиентные члены в выражении для  $V(\varphi)$  опускают.

После нарушения симметрии возбуждения поле  $\varphi$  вблизи точки  $\varphi_0 = \pm\mu/\sqrt{\lambda}$  тоже можно описать решением типа (1.1.3). С этой целью сделаем замену переменных

$$\varphi \rightarrow \varphi + \varphi_0. \quad (1.1.8)$$

Тогда лагранжиан (1.1.5) приобретает вид

$$\begin{aligned} L(\varphi + \varphi_0) &= \frac{1}{2} [\partial_\mu(\varphi + \varphi_0)]^2 + \frac{\mu^2}{2} (\varphi + \varphi_0)^2 - \frac{\lambda}{4} (\varphi + \varphi_0)^4 = \\ &= \frac{1}{2} (\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{3\lambda\varphi_0^2 - \mu^2}{2} \varphi^2 - \lambda\varphi_0\varphi^3 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4 + \frac{\mu^2}{2} \varphi_0^2 - \\ &\quad - \frac{\lambda}{4} \varphi_0^4 - \varphi (\lambda\varphi_0^2 - \mu^2) \varphi_0. \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

Из (1.1.9) следует, что эффективный квадрат массы поля  $\varphi$  при  $\varphi_0 \neq 0$  равен не  $-\mu^2$ , а

$$m^2 = 3\lambda\varphi_0^2 - \mu^2, \quad (1.1.10)$$

и в минимуме  $V(\varphi)$  (1.1.7) при  $\varphi_0 = \pm\mu/\sqrt{\lambda}$

$$m^2 = 2\lambda\varphi_0^2 = 2\mu^2 > 0, \quad (1.1.11)$$

т. е. квадрат массы поля  $\varphi$  имеет правильный знак. Возвращаясь к старым переменным, решение для поля  $\varphi$  можно записать в виде

$$\varphi = \varphi_0 + (2\pi)^{-3/2} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2k_0}} [e^{ikx} a^+(\mathbf{k}) + e^{-ikx} a^-(\mathbf{k})]. \quad (1.1.12)$$

Интеграл в (1.1.12) соответствует частицам (квантам) поля  $\varphi$  массы  $m$  (1.1.11), распространяющимся на фоне постоянного классического поля  $\varphi_0$ .

Наличие во всем пространстве постоянного классического поля  $\varphi_0$  не приводит к существованию какой-то выделенной системы отсчета, связанной с этим полем: лагранжиан (1.1.9) имеет релятивистски инвариантный вид независимо от значения  $\varphi_0$ . По сути дела, появление во всем пространстве однородного поля  $\varphi_0$  — это просто перестройка вакуумного состояния. В этом смысле пространство, заполненное полем  $\varphi_0$ , остается «пустым». Зачем же понадобилось «портить» хорошую теорию (1.1.1)?

Дело в том, что возникновение поля  $\varphi_0$  приводит к изменению масс тех частиц, которые с ним взаимодействуют. Мы в этом уже убедились на примере «исправления» знака квадрата массы поля  $\varphi$  в теории (1.1.5). Аналогичным образом скалярные поля могут изменять массы фермионов и векторных частиц.

Рассмотрим две простейшие модели. Первая — это упрощенная  $\sigma$ -модель, иногда используемая для феноменологического описания сильных взаимодействий при низких энергиях [26]. Лагранжиан этой модели представляет собой сумму лагранжиана (1.1.5) и лагранжиана безмассовых фермионов  $\psi$ , взаимодействующих с полем  $\varphi$  с константой связи  $h$ :

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu\varphi)^2 + \frac{\mu^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4 + \bar{\psi} (i\partial_\mu\gamma_\mu - h\varphi) \psi. \quad (1.1.13)$$

Видно, что после нарушения симметрии фермионы приобретут массу

$$m_\psi = h |\varphi_0| = h\mu/\sqrt{\lambda}. \quad (1.1.14)$$

Следующая модель — это так называемая модель Хиггса [59], описывающая абелево (аналог электромагнитного) векторное поле  $A_\mu$ , которое взаимодействует с комплексным скалярным полем  $\chi = (1/\sqrt{2})(\chi_1 + i\chi_2)$ . Лагранжиан этой теории выглядит следующим образом:

$$L = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2 + (\partial_\mu + ieA_\mu)\chi^*(\partial_\mu - ieA_\mu)\chi + \mu^2\chi^*\chi - \lambda(\chi^*\chi)^2. \quad (1.1.15)$$

Как и в теории (1.1.7), при  $\mu^2 < 0$  скалярное поле  $\chi$  приобретает классическую часть. Легче всего описать этот эффект, совершив замену переменных

$$\begin{aligned} \chi(x) &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi(x) + \varphi_0) \exp \frac{i\zeta(x)}{\varphi_0}; \\ A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) - \frac{1}{e\varphi_0} \partial_\mu \zeta(x), \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

после чего лагранжиан (1.1.15) переходит в

$$\begin{aligned} L = &-\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2 + \frac{e^2}{2}(\varphi + \varphi_0)^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \\ &-\frac{3\lambda\varphi_0^2 - \mu^2}{2}\varphi^2 - \lambda\varphi_0\varphi^3 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + \frac{\mu^2}{2}\varphi_0^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi_0^4 - \varphi(\lambda\varphi_0^2 - \mu^2)\varphi_0. \end{aligned} \quad (1.1.17)$$

Заметим, что вспомогательное поле  $\zeta(x)$  полностью исчезло из лагранжиана (1.1.17). Теория (1.1.17) описывает векторные частицы массы  $m_A = e\varphi_0$ , взаимодействующие со скалярным полем с эффективным потенциалом (1.1.7). При  $\mu^2 > 0$ , как и раньше, в теории происходит нарушение симметрии, возникает поле  $\varphi_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$ , и векторные частицы  $A_\mu$  приобретают массу  $m_A = e\mu/\sqrt{\lambda}$ . Указанный механизм возникновения массы у векторных мезонов называется механизмом Хиггса, а сами поля  $\chi$ ,  $\varphi$  — хиггсовскими полями. Возникновение классического поля  $\varphi_0$  нарушает симметрию теории (1.1.15) относительно группы калибровочных преобразований  $U(1)$ :

$$\begin{aligned} A_\mu &\rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \zeta(x); \\ \chi &\rightarrow \chi \exp [i\zeta(x)]. \end{aligned} \quad (1.1.18)$$

Основная идея построения единых теорий слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий состоит в том, что до нарушения симметрии все векторные мезоны, являющиеся переносчиками взаимодействий, были безмассовыми и между разными ти-

пами взаимодействий не было принципиальной разницы. Однако после нарушения симметрии часть векторных бозонов приобретает массу и соответствующие взаимодействия становятся короткодействующими; тем самым симметрия между различными типами взаимодействий нарушается. Так, модель Глэшоу—Вайнберга—Салама [1] до возникновения постоянного скалярного хиггсовского поля  $H$  имеет симметрию  $SU(2) \times U(1)$  и описывает электрослабые взаимодействия за счет обмена безмассовыми векторными бозонами. После появления постоянного скалярного поля  $H$  часть векторных бозонов ( $W_\mu^\pm$  и  $Z_\mu^0$ ) приобретает массу  $\sim eH \sim \sim 100$  ГэВ, и соответствующие взаимодействия становятся короткодействующими (слабые взаимодействия), а одно поле (электромагнитное поле  $A_\mu$ ) остается безмассовым.

Модель Глэшоу—Вайнберга—Салама была предложена еще в 60-е годы [1], но истинный взрыв интереса к теориям такого типа начался в 1971—1973 гг., когда было доказано, что калибровочные теории со спонтанным нарушением симметрии являются перенормируемыми, т. е. в них есть столь же хорошо разработанный способ обращения с ультрафиолетовыми расходимостями, как в обычной квантовой электродинамике [2]. Доказательство перенормируемости единых теорий чрезвычайно сложно, но физическая идея, лежащая в его основе, весьма проста: квантовая электродинамика перенормируема, а основное отличие единых теорий от квантовой электродинамики состоит просто в возникновении во всем пространстве однородных классических скалярных полей  $\phi_0$ . Естественно, что наличие таких полей (так же, как и наличие обычного классического электрического или магнитного поля) не должно сказываться на свойствах теории в области высоких энергий, т. е., в частности, не должно разрушить исходную перенормируемость теории. Создание единых калибровочных теорий со спонтанным нарушением симметрии и доказательство их перенормируемости вывело теорию элементарных частиц в начале 70-х годов на качественно новый уровень ее развития.

Число типов скалярных полей, фигурирующих в единых теориях, может быть довольно велико. Так, в простейшей  $SU(5)$ -симметричной теории [4] присутствуют два хиггсовских поля. Одно из них, поле  $\Phi$ , представляется бесследовой матрицей размером  $5 \times 5$ . Один из вариантов нарушения симметрии в этой теории осуществляется за счет возникновения классического поля

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{2}{15}} \phi_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}, \quad (1.1.19)$$

где поле  $\phi_0$  весьма велико:  $\phi_0 \sim 10^{15}$  ГэВ. До нарушения симметрии все векторные частицы в этой теории являются безмассовыми,

и нет различия между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями. При этом лептоны могут легко переходить в кварки и наоборот. После появления поля (1.1.19) часть векторных мезонов ( $X$ - и  $Y$ -мезоны, ответственные за переходы кварков в лептоны) приобретает огромную массу  $M_{X,Y} = \sqrt{5/3}g\phi_0/2 \sim \sim 10^{16}$  ГэВ, где  $g^2 \sim 0,3$  — калибровочная константа связи в группе  $SU(5)$ . Тем самым переход кварков в лептоны оказывается сильно подавленным, и протон становится почти стабильным. При этом исходная симметрия  $SU(5)$  нарушается,  $SU(5) \rightarrow \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , т. е. сильные взаимодействия (группа  $SU(3)$ ) отделяются от электрослабых (группа  $SU(2) \times U(1)$ ). Затем возникает еще одно классическое скалярное поле  $H \sim \sim 10^2$  ГэВ, которое, как и в теории Глэшоу—Вайнберга—Салама, нарушает симметрию между слабыми и электромагнитными взаимодействиями [4, 12].

Более детальное обсуждение эффекта Хиггса и общих свойств теорий со спонтанным нарушением симметрии содержится в гл. 2. В § 2.1 рассмотрена элементарная теория спонтанного нарушения симметрии. В § 2.2 это явление изучается с учетом квантовых поправок к эффективному потенциалу  $V(\phi)$ . Как будет показано в § 2.2, в ряде случаев квантовые поправки могут сильно модифицировать общий вид потенциала (1.1.7). Особенно интересные и неожиданные свойства эффективного потенциала  $V(\phi)$  выявляются при его исследовании с помощью  $1/N$ -приближения. Эти свойства, обсуждаемые в § 2.3, могут иметь непосредственное отношение к интенсивно обсуждающейся сейчас в литературе проблеме тривиальности теории  $\lambda\phi^4/4$ .

## § 1.2. Фазовые переходы в калибровочных теориях элементарных частиц

Идея спонтанного нарушения симметрии, которая оказалась столь полезной при построении единых калибровочных теорий, задолго до этого была использована в теории твердого тела и в квантовой статистике при описании таких явлений, как ферромагнетизм, сверхтекучесть, сверхпроводимость и т. д.

Рассмотрим, например, выражение для энергии сверхпроводника в феноменологической теории сверхпроводимости Гинзбурга — Ландау [60]:

$$E = |E_0 + \frac{H^2}{2} + \frac{1}{2m} |(\nabla - 2ieA)\Psi|^2 - \alpha |\Psi|^2 + \beta |\Psi|^4. \quad (1.2.1)$$

Здесь  $E_0$  — энергия нормального металла без магнитного поля  $H$ ;  $\Psi$  — поле, описывающее бозе-конденсат куперовских пар;  $\alpha$  и  $\beta$  — некоторые (положительные) параметры.

Если теперь учесть, что потенциальная энергия поля входит в лагранжиан с отрицательным знаком, то нетрудно понять, что модель Хиггса (1.1.15) является просто релятивистским обобщением теории сверхпроводимости Гинзбурга — Ландау (1.2.1),

а классическое поле  $\varphi$  в модели Хиггса представляет собой аналог бозе-конденсата куперовских пар <sup>1)</sup>.

Аналогия между едиными теориями со спонтанным нарушением симметрии и теорией сверхпроводимости оказалась чрезвычайно полезной при изучении свойств сверхплотного вещества, описываемого едиными теориями. Действительно, как хорошо известно, поле  $\Psi$ , описывающее бозе-конденсат куперовских пар, при повышении температуры уменьшается до нуля, и сверхпроводимость исчезает. Оказалось, что и однородное скалярное поле  $\varphi$  тоже должно исчезать при повышении температуры вещества, т. е. симметрия между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями при сверхвысокой температуре должна быть восстановлена [18—24].

Детальная теория фазовых переходов с исчезновением классического поля  $\varphi$  описана в [24]. Основная идея, в несколько огрубленном виде, состоит в следующем. Равновесное значение поля  $\varphi$  при фиксированной температуре  $T \neq 0$  определяется не положением минимума потенциальной энергии  $V(\varphi)$ , а положением минимума свободной энергии  $F(\varphi, T) \equiv V(\varphi, T)$ , совпадающей с  $V(\varphi)$  при  $T = 0$ . Известно, что зависящий от температуры вклад в свободную энергию  $F$  от ультрарелятивистских скалярных частиц массы  $m$  при температуре  $T$  дается выражением [61]

$$\Delta F = \Delta V(\varphi, T) = -\frac{\pi^2}{90} T^4 + \frac{m^2}{24} T^2 \left[ 1 + O\left(\frac{m}{T}\right) \right]. \quad (1.2.2)$$

Если теперь учесть, что в модели (1.1.5)

$$m^2(\varphi) = d^2V/d\varphi^2 = 3\lambda\varphi^2 - \mu^2,$$

см. (1.1.10), то полное выражение для  $V(\varphi, T)$  можно записать в виде

$$V(\varphi, T) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda\varphi^4}{4} + \frac{\lambda T^2}{8}\varphi^2 + \dots, \quad (1.2.3)$$

где опущены члены, не зависящие от  $\varphi$ . Вид  $V(\varphi, T)$  при разных значениях температуры показан на рис. 2.

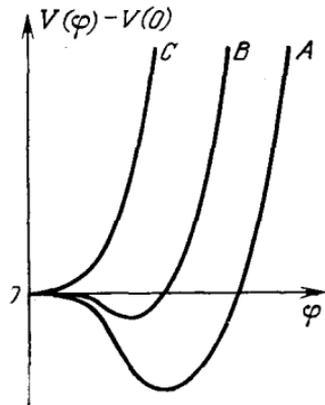


Рис. 2. Эффективный потенциал  $V(\varphi, T)$  в теории (1.1.5) при различных температурах:  $A - T = 0$ ;  $B - 0 < T < T_c$ ;  $C - T > T_c$ . Поле  $\varphi$  с ростом температуры меняется плавно, что соответствует фазовому переходу второго рода

<sup>1)</sup> Там, где это не может привести к недоразумениям, будем обозначать классическое скалярное поле не  $\varphi_0$ , а просто  $\varphi$ .

Из (1.2.3) видно, что с ростом температуры  $T$  равновесное значение поля  $\varphi$ , отвечающее минимуму  $V(\varphi, T)$ , уменьшается, а при температуре, превышающей критическую температуру

$$T_c = 2\mu/\sqrt{\lambda}, \quad (1.2.4)$$

единственным минимумом  $V(\varphi, T)$  оказывается минимум при  $\varphi = 0$ , т. е. симметрия восстанавливается (см. рис. 2). При этом из (1.2.3) следует, что поле  $\varphi$  с ростом температуры уменьшается до нуля непрерывно, т. е. фазовый переход с восстановлением симметрии в теории (1.1.5) является переходом второго рода.

Заметим, что в рассматриваемом случае при  $\lambda \ll 1$  величина  $T_c \gg m$  во всем интересующем нас интервале значений  $\varphi$  ( $\varphi \lesssim \varphi_0$ ), так что использование высокотемпературного разложения  $V(\varphi, T)$  в ряд по степеням  $m/T$  в (1.2.2) вполне оправдано. Однако далеко

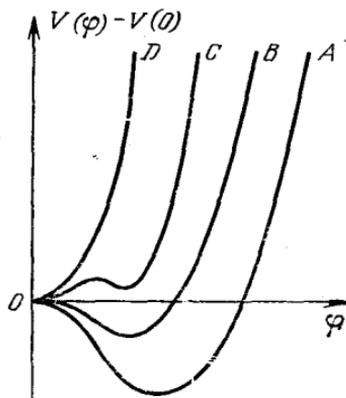


Рис. 3. Поведение эффективного потенциала  $V(\varphi, T)$  в теориях, в которых фазовый переход оказывается переходом первого рода. При  $T < T_{c_1}$  (кривая A) эффективный потенциал имеет один минимум при  $\varphi \neq 0$ . При  $T_{c_1} < T < T_c$  (кривая B) потенциал имеет два минимума, причем глубина минимума при  $\varphi \neq 0$  больше. При  $T_c < T < T_{c_2}$  (кривая C) более глубоким является минимум при  $\varphi = 0$ . При  $T > T_{c_2}$  остается только один минимум при  $\varphi = 0$ .

не во всех теориях фазовый переход происходит при  $m \ll T_c$ . В таких теориях часто бывает, что в момент фазового перехода эффективный потенциал  $V(\varphi, T)$  имеет два локальных минимума, один из которых отвечает стабильному, а другой — метастабильному состоянию системы (рис. 3). В этом случае фазовый переход является переходом первого рода и осуществляется за счет рождения и последующего расширения пузырьков стабильной фазы внутри метастабильной фазы, как при кипячении воды. Изучение фазовых переходов первого рода в калибровочных теориях показало [62], что такие переходы иногда бывают сильно затянутыми, так что переход происходит из сильно перегретого (при повышении температуры) или из сильно переохлажденного (при понижении температуры) состояния. Такие процессы происходят взрывообразно, что может приводить к ряду важных и интересных эффектов в расширяющейся Вселенной. Образование пузырьков новой фазы — это, как правило, подбарьерный процесс, теория которого излагается в [62].

Известно, что сверхпроводимость разрушается не только при нагревании сверхпроводника, но и при наличии внешних полей  $H$  и токов  $j$ . Аналогичные эффекты имеют место и в единых калиб-

ровочных теориях [22, 23]. В то же время поле  $\phi$ , будучи скаляром, должно зависеть не просто от тока  $\mathbf{j}$ , а от квадрата тока  $\mathbf{j}^2 = \rho^2 - \mathbf{j}^2$ , где  $\rho$  — плотность заряда. Поэтому в то время, как увеличение тока  $\mathbf{j}$  обычно ведет к восстановлению симметрии в калибровочных теориях, увеличение плотности  $\rho$ , как правило, приводит к усилению нарушения симметрии [27]. Это явление и другие эффекты, которые должны иметь место в сверхплотном холодном веществе, обсуждаются в работах [27—29].

### § 1.3. Теория горячей расширяющейся Вселенной

В развитии космологии XX в. было два важнейших этапа. Первый этап начался в 20-е годы, когда А. А. Фридман на основе общей теории относительности Эйнштейна создал теорию однородной и изотропной расширяющейся Вселенной [63]. Согласно этой теории, метрику однородной и изотропной Вселенной можно записать в следующем виде [63—65]:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (1.3.1)$$

где  $k = +1, -1$  или  $0$  для замкнутой, открытой или плоской Вселенной Фридмана;  $a(t)$  — «радиус» Вселенной, или, точнее, ее масштабный фактор (полный размер Вселенной может быть бесконечным). Термин «плоская Вселенная» связан с тем, что при  $k = 0$  метрику (1.3.1) можно представить в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (1.3.2)$$

Видно, что в каждый момент времени пространственная часть метрики описывает обычное трехмерное евклидово (плоское) пространство, а при постоянном  $a(t)$  (или при медленно меняющемся  $a(t)$ , что может иметь место на поздних стадиях эволюции Вселенной) метрика плоской Вселенной описывает пространство Минковского.

Геометрическая интерпретация трехмерной пространственной части (1.3.1) для  $k = \pm 1$  несколько сложнее [65]. Аналогом замкнутого мира в каждый фиксированный момент времени  $t$  является сфера  $S^3$ , вложенная в некоторое вспомогательное четырехмерное пространство  $(x, y, z, \tau)$ . Координаты этой сферы связаны соотношением

$$x^2 + y^2 + z^2 + \tau^2 = a^2(t), \quad (1.3.3)$$

а метрика на ее поверхности может быть записана в виде

$$dl^2 = a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (1.3.4)$$

где  $r, \theta$  и  $\varphi$  — сферические координаты на поверхности сферы  $S^3$ .

Аналогом открытой Вселенной при фиксированном  $t$  является поверхность гиперболоида

$$x^2 + y^2 + z^2 + \tau^2 = -a^2(t). \quad (1.3.5)$$

Эволюция масштабного фактора Вселенной  $a(t)$  описывается уравнениями Эйнштейна

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} G(\rho + 3p)a, \quad (1.3.6)$$

$$H^2 + \frac{k}{a^2} \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3} G\rho. \quad (1.3.7)$$

Здесь  $\rho$  — плотность энергии вещества во Вселенной;  $p$  — его давление;  $G = M_p^{-2}$  — гравитационная постоянная, где  $M_p = 1,2 \cdot 10^{19}$  ГэВ — масса Планка;  $H = \dot{a}/a$  — «постоянная» Хаббла, которая, вообще говоря, зависит от времени. Закон сохранения энергии, вытекающий из (1.3.6), (1.3.7), можно записать в виде

$$\dot{\rho}a^3 + 3(\rho + p)a^2\dot{a} = 0. \quad (1.3.8)$$

Для определения того, как Вселенная эволюционирует во времени, необходимо знать еще так называемое уравнение состояния вещества, которое показывает, как связаны между собой плотность энергии вещества и давление в нем. Предположим, например, что уравнение состояния вещества во Вселенной имеет вид  $p = \alpha\rho$ . Тогда из закона сохранения энергии следует, что

$$\rho \sim a^{-3(1+\alpha)}. \quad (1.3.9)$$

В частности, для нерелятивистской пылевидной материи с  $p = 0$

$$\rho \sim a^{-3}, \quad (1.3.10)$$

а для горячего ультрарелятивистского газа невзаимодействующих частиц с  $p = \rho/3$

$$\rho \sim a^{-4}. \quad (1.3.11)$$

В обоих случаях (и вообще для любой среды с  $p > -\rho/3$ ) величина  $8\pi G\rho/3$  при малых  $a$  становится много больше, чем  $k/a^2$ . Тогда из уравнения (1.3.7) следует, что при малых  $a$  закон расширения Вселенной имеет вид

$$a \sim t^{2/3(1+\alpha)}. \quad (1.3.12)$$

В частности, для пылевидной материи

$$a \sim t^{1/3}, \quad (1.3.13)$$

а для ультрарелятивистского газа

$$a \sim t^{1/2}. \quad (1.3.14)$$

Таким образом, независимо от типа модели ( $k = \pm 1, 0$ ), масштабный фактор Вселенной обращается в нуль в некоторый момент времени  $t = 0$ , а плотность вещества в это время становится бесконечной. Можно убедиться, что в этот же момент обращается в бесконечность и тензор кривизны пространства  $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ . По этой причине точка  $t = 0$  называется точкой начальной космологической сингулярности.

Расширение открытой и плоской Вселенной продолжается неограниченно. В то же время в замкнутой Вселенной с  $p > -\rho/3$  по мере ее расширения наступает момент, когда член  $a^{-2}$  в (1.3.7) сравнивается с  $8\pi G\rho/3$ . Начиная с этого момента, масштабный фактор  $a$  убывает, обращаясь в нуль в некоторый момент  $t_k$  (рис. 4). Таким образом, замкнутая Вселенная, заполненная веществом с  $p > -\rho/3$ , имеет конечное время жизни  $t_k$ .

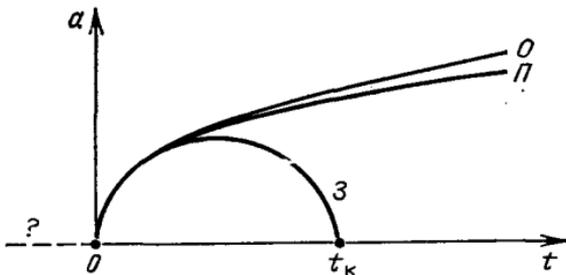


Рис. 4. Эволюция масштабного фактора  $a(t)$  для трех разных вариантов теории горячей Вселенной Фридмана: открытой (O), плоской (П) и замкнутой (3)

Нетрудно проверить, что полное время жизни замкнутой Вселенной, заполненной пылевидной материей с общей массой  $M$ , равно [65]

$$t_k = \frac{4M}{3} G = \frac{4M}{3M_p^2} \sim \frac{M}{M_p} \cdot 10^{-43} \text{ с.} \quad (1.3.15)$$

(Переход к последнему выражению связан с тем, что в используемой системе единиц  $M_p^{-1} \sim 10^{-43} \text{ с.}$ )

Время жизни замкнутой Вселенной, заполненной горячим ультрарелятивистским газом частиц одного сорта, удобно выразить через полную энтропию Вселенной  $S = 2\pi^2 a^3 s$ , где  $s$  — плотность энтропии. Если, как это часто предполагается, полная энтропия Вселенной не меняется (адиабатическое расширение), то

$$t_k = \left( \frac{32}{45\pi^2} \right)^{1/6} \frac{S^{2/3}}{M_p} \sim S^{2/3} \cdot 10^{-43} \text{ с.} \quad (1.3.16)$$

Эти оценки будут полезны при обсуждении вопроса о трудностях стандартной теории расширяющейся Вселенной.

До середины 60-х годов оставалось неясным, какой была Вселенная на ранних стадиях своей эволюции — горячей или холодной. Решающим моментом, ознаменовавшим собой начало второго этапа в развитии современной космологии, было открытие Пензиасом и Вильсоном в 1964—1965 гг. микроволнового реликтового излучения с температурой  $T_\gamma \approx 2,7 \text{ К}$ , приходящего к нам из самых отдаленных областей Вселенной. Существование такого излучения предсказывалось теорией горячей Вселенной [66, 67], которая сразу же после открытия реликтового излучения стала общепринятой.

Согласно этой теории, Вселенная на самых ранних стадиях ее эволюции была заполнена ультрарелятивистским горячим газом, состоящим из фотонов, электронов, позитронов, кварков, антикварков и т. д., причем избыток барионов над антибарионами в эту эпоху составлял малую долю (не более  $10^{-8}$ ) общего числа частиц. Благодаря убыванию эффективных констант связи в единых теориях слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий, при высокой плотности эффекты, связанные с взаимодействиями этих частиц друг с другом, слабо сказывались на уравнении состояния вещества, и величины  $s$ ,  $\rho$  и  $p$  определялись следующими выражениями [61]:

$$\rho = 3p = (\pi^2/30) N(T) T^4; \quad (1.3.17)$$

$$s = (2\pi^2/45) N(T) T^3, \quad (1.3.18)$$

где эффективное число сортов частиц

$$N(T) = N_B(T) + (7/8) N_F(T). \quad (1.3.19)$$

Здесь  $N_B$  и  $N_F$  — число сортов бозонов и фермионов с массами  $m \ll T$ <sup>1)</sup>.

В реалистических теориях элементарных частиц величина  $N(T)$  с ростом  $T$  увеличивается, но относительно медленно, меняясь в пределах от  $10^2$  до  $10^4$ . Если Вселенная расширялась адиабатически, так что  $sa^3 \approx \text{const}$ , то из (1.3.18) следует, что при расширении Вселенной величина  $aT$  также оставалась приблизительно постоянной, т. е. температура Вселенной падала как

$$T(t) \sim a^{-1}(t). \quad (1.3.20)$$

Реликтовое излучение, обнаруженное Пензиасом и Вильсоном, и является результатом остывания горячего фотонного газа при расширении Вселенной. Точная формула для зависимости температуры от времени в ранней Вселенной может быть получена из (1.3.7) и (1.3.17):

$$t = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{45}{\pi N(T)}} \frac{M_p}{T^2}. \quad (1.3.21)$$

На поздних стадиях эволюции Вселенной частицы и античастицы аннигилируют, плотность энергии фотонного газа относительно быстро падает [ср. (1.3.10) и (1.3.11)] и основной вклад в плотность вещества начинают давать небольшой избыток барионов над антибарионами, а также другие поля и частицы, наличие которых определяет сейчас так называемую скрытую массу Вселенной.

Наиболее детальное и точное изложение теории горячей Вселенной содержится в фундаментальной монографии Я. Б. Зельдовича и И. Д. Новикова [34] (см. также [35]).

<sup>1)</sup> Точнее,  $N_B$  и  $N_F$  — число бозонных и фермионных степеней свободы. Например, для фотонов  $N_B = 2$ , для нейтрино  $N_F = 1$ , для электронов  $N_F = 2$  и т. д.

Развитие этой теории в 70-е годы шло в нескольких направлениях. Для последующего нам будет особенно важно развитие теории горячей Вселенной в связи с теорией фазовых переходов в сверхплотном веществе [18—24] и с теорией образования барионной асимметрии Вселенной [36—38].

А именно, как уже говорилось в предыдущем параграфе, при сверхвысокой температуре симметрия в теориях великого объединения должна быть восстановлена. Применительно, например, к простейшей  $SU(5)$ -модели это означает, что при температуре  $T \gtrsim 10^{15}$  ГэВ не было принципиальной разницы между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями и кварки могли легко переходить в лептоны, т. е. не было никакого сохранения барионного заряда. В момент времени  $t_1 \sim 10^{-35}$  с после начала расширения Вселенной, когда температура Вселенной понизилась до  $T_{c_1} \sim 10^{11} \div 10^{15}$  ГэВ, произошел первый фазовый переход с нарушением симметрии в теории великого объединения, например  $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . Во время этого перехода сильные взаимодействия отделились от электрослабых, лептоны — от кварков, и начались процессы распада сверхтяжелых мезонов, приводящие в конечном счете к генерации барионной асимметрии Вселенной. Затем в момент времени  $t_2 \sim 10^{-10}$  с, когда температура упала до  $T_{c_2} \sim 10^2$  ГэВ, произошел фазовый переход, во время которого нарушилась симметрия между слабыми и электромагнитными взаимодействиями,  $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3) \times U(1)$ . При дальнейшем понижении температуры до  $T_{c_3} \sim 10^2$  МэВ произошел фазовый переход (или два разных фазовых перехода) с образованием барионов и мезонов из кварков и с нарушением киральной инвариантности в теории сильных взаимодействий.

Физические процессы на более поздних стадиях эволюции Вселенной в гораздо меньшей степени определялись спецификой единых калибровочных теорий; их описание можно найти в упомянутых выше книгах [34, 35]. Что же касается настоящей книги, то основная часть ее содержания будет относиться к тому, что происходило около 10 млрд лет назад, в период времени  $t \lesssim 10^{-10}$  с от начала расширения Вселенной.

#### § 1.4. Некоторые свойства моделей Фридмана

Для того чтобы ориентироваться в проблематике современной космологии, необходимо хотя бы в общих чертах представлять себе характерные значения используемых величин, связь между ними, их физический смысл и интерпретацию.

Начнем с уравнения Эйнштейна (1.3.7), которое будет особенно важно для нас в дальнейшем. Что можно сказать о параметре Хаббла  $H = \dot{a}/a$ , плотности  $\rho$  и величине  $k$ ?

На самых ранних стадиях эволюции Вселенной (вблизи сингулярности) величины  $H$  и  $\rho$  могли быть сколь угодно велики. Обычно считается, однако, что при плотности  $\rho \gtrsim M_p^4 \sim 10^{94}$  г/см<sup>3</sup>

квантово-гравитационные эффекты становятся настолько велики, что квантовые флуктуации метрики начинают превосходить классическое значение  $g_{\mu\nu}$ , и описание Вселенной в терминах классического пространства-времени становится невозможным [34]. Поэтому в дальнейшем будем ограничиваться обсуждением явлений, происходящих при  $\rho \lesssim M_p^4$ ,  $T \lesssim M_p \sim 10^{19}$  ГэВ,  $H < M_p$  и т. д. Это ограничение можно слегка уточнить, если учесть, что квантовые поправки к уравнениям Эйнштейна в теории горячей Вселенной становятся значительными уже при  $T \sim M_p/\sqrt{N} \sim 10^{17} \div 10^{18}$  ГэВ и  $\rho \sim M_p^4/N \sim 10^{90} \div 10^{92}$  г/см<sup>3</sup>. Стоит заметить также, что термодинамическое равновесие в расширяющейся Вселенной может установиться не сразу, а лишь тогда, когда температура  $T$  будет достаточно низкой. Так, в моделях типа  $SU(5)$  характерное время установления термодинамического равновесия сравнивается с временем жизни Вселенной  $t$  (1.3.21) лишь при  $T \lesssim T^* \sim 10^{16}$  ГэВ (если не говорить о гипотетических процессах с участием гравитонов, которые могли бы привести к установлению равновесия еще в допланковскую эпоху при  $\rho \gg M_p^4$ ).

Вопрос о поведении Вселенной при плотностях порядка планковской и об отсутствии термодинамического равновесия в соответствующую эпоху чрезвычайно важен, и мы часто будем возвращаться к его обсуждению в дальнейшем. Заметим, однако, что значение  $T^* \sim 10^{16}$  ГэВ превосходит характерное значение критической температуры фазового перехода в теориях великого объединения  $T_c \lesssim 10^{15}$  ГэВ.

Значения  $H$  и  $\rho$  в настоящую эпоху известны не вполне точно. Например,

$$H = 100h \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк}) = 10^{-4}h \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{пк}) \sim h \cdot (3 \cdot 10^{17})^{-1} \text{ с}^{-1} \sim h \cdot 10^{-10} \text{ лет}^{-1}, \quad (1.4.1)$$

где значение  $h$  находится в пределах от 1/2 до 1 (1 мегапарсек (Мпк) равен  $3,09 \cdot 10^{24}$  см, или  $3,26 \cdot 10^6$  св. лет). Для плоской Вселенной ( $k = 0$ ) значения  $H$  и  $\rho$  связаны однозначно с помощью уравнения (1.3.7); соответствующее значение  $\rho = \rho_c(H)$  называется критической плотностью, так как при большей плотности (для заданного  $H$ ) Вселенная должна быть замкнутой, а при меньшей — открытой:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3H^2 M_p^2}{8\pi}. \quad (1.4.2)$$

В настоящее время критическая плотность Вселенной равна

$$\rho_c \approx 2 \cdot 10^{-29} h^2 \text{ г}/\text{см}^3. \quad (1.4.3)$$

Отношение действительной плотности Вселенной к критической характеризуется величиной  $\Omega$ :

$$\Omega = \rho/\rho_c. \quad (1.4.4)$$

В величину  $\rho$  дает вклад светящаяся барионная материя, плотность которой имеет порядок  $10^{-2}\rho_c$ , а также скрытое (несветящееся) вещество, плотность которого должна быть по крайней мере на порядок больше. Совокупность наблюдательных данных свидетельствует о том, что сейчас

$$0,1 \leq \Omega \lesssim 2. \quad (1.4.5)$$

Таким образом, сейчас Вселенная отличается от плоской не слишком сильно (а согласно сценарию раздувающейся Вселенной  $\Omega = 1$  с высокой степенью точности, см. ниже). Кроме того, как мы уже говорили, на более ранних стадиях эволюции Вселенной ее возможное отличие от плоской было несущественно из-за относительно малого значения  $ka^{-2}$  по сравнению с  $8\pi G\rho/3$  в (1.3.7). Поэтому ниже ограничимся оценками для случая плоской Вселенной ( $k = 0$ ).

Из (1.3.13) и (1.3.14) следует, что возраст Вселенной, заполненной ультрарелятивистским газом, связан с величиной  $H = \dot{a}/a$  соотношением

$$t = 1/2H, \quad (1.4.6)$$

а для Вселенной с уравнением состояния  $p = 0$

$$t = 2/3H. \quad (1.4.7)$$

Если, как это часто предполагают, основной вклад в скрытую массу Вселенной дает нерелятивистское вещество, то возраст Вселенной сейчас определяется соотношениями (1.4.7), (1.4.1):

$$t \sim (2/3h) \cdot 10^{10} \text{ лет}, \quad 1/2 \lesssim h \lesssim 1. \quad (1.4.8)$$

Величина  $H(t)$  определяет не только возраст Вселенной, но и размеры «горизонта», т. е. размеры области Вселенной, доступной нашим наблюдениям. Точнее говоря, различают два «горизонта» — горизонт частиц и горизонт событий [35]. Горизонт частиц ограничивает причинно связанную область Вселенной, которую наблюдатель в принципе может видеть в данный момент времени  $t$ .

Если учесть, что свет распространяется по световому конусу  $ds^2 = 0$ , то из (1.3.1) следует, что скорость изменения координаты  $r$  светового фронта равна

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{1 - kr^2}}{a(t)}, \quad (1.4.9)$$

а физическое расстояние, пройденное светом к моменту времени  $t$ , равно

$$R_{\text{ч}}(t) = a(t) \int_0^{r(t)} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (1.4.10)$$

В частности, при  $a(t) \sim t^{2/3}$  (1.3.13)

$$R_{\text{ч}}(t) = 3t = 2H^{-1}(t). \quad (1.4.11)$$

Величина  $R_{\text{ч}}$  определяет фактически размер наблюдаемой части Вселенной в момент  $t$ . Из (1.4.1) и (1.4.11) получаем размер наблюдаемой сейчас области Вселенной (расстояние до горизонта частиц):

$$R_{\text{ч}} = 0,9h^{-1} \cdot 10^{28} \text{ см.} \quad (1.4.12)$$

Горизонт событий является понятием в определенном смысле дополнительным к горизонту частиц: он ограничивает область Вселенной, из которой к нам когда-либо (до некоторого времени  $t_{\text{max}}$ ) может прийти информация о событиях, происходящих сейчас (в момент времени  $t$ ):

$$R_{\text{с}}(t) = a(t) \int_t^{t_{\text{max}}} \frac{dt'}{a(t')}. \quad (1.4.13)$$

Обычно под величиной  $t_{\text{max}}$  понимают либо  $t = \infty$ , либо время, когда замкнутая Вселенная коллапсирует. Для плоской Вселенной с  $a(t) \sim t^{2/3}$  горизонт событий отсутствует,  $R_{\text{с}}(t) \rightarrow \infty$  при  $t_{\text{max}} \rightarrow \infty$ . Для нас в дальнейшем будет особенно интересен случай  $a(t) \sim e^{Ht}$ , где  $H = \text{const}$ . Этот закон расширения соответствует миру де Ситтера. Из (1.4.13) следует, что в мире де Ситтера существует горизонт событий,

$$R_{\text{с}}(t) = H^{-1}. \quad (1.4.14)$$

Смысл этого результата состоит в том, что наблюдатель в экспоненциально расширяющейся Вселенной видит лишь те события, которые происходят на расстоянии не более чем  $H^{-1}$  от него. Ситуация здесь вполне аналогична ситуации с черной дырой, из-под поверхности которой нельзя получить никакой информации. Разница состоит лишь в том, что наблюдатель в мире де Ситтера (в экспоненциально расширяющемся мире Фридмана) будет видеть себя не рядом с черной дырой (или внутри нее), а как бы со всех сторон окруженным «черной дырой», располагающейся на расстоянии  $H^{-1}$  от него.

В заключение отметим еще одно обстоятельство, которое часто вызывает недоумение. Рассмотрим две точки в плоской Вселенной Фридмана, находящиеся в момент времени  $t$  на расстоянии  $R$  друг от друга. Если эти две точки не меняют свои пространственные координаты, т. е. в этом смысле неподвижны, но участвуют в общем расширении Вселенной, то расстояние между ними будет увеличиваться со скоростью

$$dR/dt = (\dot{a}/a) R = HR. \quad (1.4.15)$$

Это означает, что две точки, находящиеся друг от друга на расстоянии более  $H^{-1}$ , разбегаются со скоростью, превышающей скорость света  $c = 1$ . Следует подчеркнуть, что в этом обстоятельстве нет ничего парадоксального, так как здесь идет речь о скорости увеличения расстояния между предметами, увлекаемыми общим космологическим расширением, а вовсе не о скорости передачи

сигнала, связанной с локальным изменением пространственных координат частиц, или о скорости их относительного движения. Невозможность наблюдения сверхсветовой скорости относительно движения удаляющихся друг от друга тел связана с невозможностью ввести статическую систему отсчета в мире Фридмана размером более  $H^{-1}$ . Вместе с тем увеличение со сверхсветовой скоростью расстояния между телами, расположенными на расстоянии больше чем  $H^{-1}$  друг от друга, является весьма важным фактом, лежащим в основе существования горизонта событий в мире де Ситтера.

## § 1.5. Проблемы стандартного сценария

После открытия реликтового излучения теория горячей Вселенной сразу стала общепринятой. Правда, специалисты отмечали также и трудности этой теории, которые, однако, в течение многих лет считались временными. Чтобы был более понятен смысл тех перемен, которые происходят сейчас в космологии, перечислим некоторые из проблем стандартной теории горячей Вселенной.

**1. Проблема сингулярности.** Из формул (1.3.9) и (1.3.12) следует, что при всех «разумных» уравнениях состояния плотность вещества во Вселенной при  $t \rightarrow 0$  стремится к бесконечности, причем соответствующие решения оказываются формально непродолжимыми в область  $t < 0$ .

Один из наиболее мучительных вопросов, стоящих перед космологами, состоит в том, было ли что-нибудь до момента  $t = 0$ , и если нет, то как и откуда возникла Вселенная? Рождение и смерть Вселенной, подобно рождению и смерти человека, является одной из наиболее волнующих проблем, стоящих не только перед космологией, но и перед всем современным естествознанием.

Первоначально были надежды, что эту проблему удастся если не решить, то хотя бы обойти, изучая более общие модели Вселенной, чем модель Фридмана, например модели неоднородной анизотропной Вселенной, заполненной веществом с каким-либо экзотическим уравнением состояния, и т. д. Однако после исследования общей структуры пространства-времени вблизи сингулярности [68] и после того, как был доказан ряд теорем о сингулярностях в общей теории относительности с помощью топологических методов [69, 70], возможность решить эту проблему в рамках классической теории гравитации стала представляться маловероятной.

**2. Проблема плоскостности (евклидовости) пространства.** Эта проблема допускает несколько эквивалентных или почти эквивалентных формулировок, оттеняющих ту или иную сторону вопроса.

**Проблема евклидовости.** В школе учат, что наш мир описывается геометрией Евклида, в которой сумма углов треугольника равна  $180^\circ$  и параллельные прямые не пересекаются (или «пересекают-

ся на бесконечности»). В институте говорят, что геометрия нашего мира — это геометрия Римана, а параллельные прямые могут пересекаться или, наоборот, расходиться на бесконечности. Однако никто не объясняет, почему то, чему учат в школе, тоже верно (или почти верно), т. е. почему геометрия нашего мира с такой огромной степенью точности является евклидовой. Этот факт оказывается еще более удивительным, если учесть, что в общей теории относительности имеется лишь один естественный масштаб размерности длины — планковская длина  $l_p \sim M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см. Можно было бы ожидать, что геометрия мира мало отличается от евклидовой лишь на расстояниях меньших или порядка  $l_p$ , т. е. меньших характерного радиуса кривизны пространства. Между тем, ситуация прямо противоположна: в малых масштабах  $l \lesssim l_p$  квантовые флуктуации метрики приводят к тому, что пространство-время вообще нельзя описывать в терминах классической геометрии (пространственно-временная пена [71]). В то же время по непонятной причине пространство оказывается почти в точности евклидовым в больших масштабах, по меньшей мере до  $l \sim 10^{28}$  см, т. е. в масштабах, на 60 порядков превосходящих планковский.

**Проблема плоскостности.** Степень серьезности поставленной выше проблемы легче всего понять на примере изучения Вселенной Фридмана (1.3.1). С помощью (1.3.7) можно показать, что

$$|\Omega - 1| = \frac{|\rho(t) - \rho_c|}{\rho_c} = \dot{a}^{-2}(t), \quad (1.5.1)$$

где  $\rho$  — плотность вещества во Вселенной;  $\rho_c$  — критическая плотность, отвечающая плоской Вселенной с тем же значением параметра Хаббла  $H(t)$ .

Как было отмечено в § 1.4, современное значение  $\Omega$  известно не вполне точно,  $0,1 \lesssim \Omega \lesssim 2$ , т. е. отличие нашей Вселенной от плоской сейчас может быть довольно большим. В то же время, как следует из (1.3.14), на ранних стадиях эволюции горячей Вселенной  $\dot{a}^{-2} \sim t$ , т. е. значение  $|\Omega - 1| = |\rho/\rho_c - 1|$  было весьма мало. Оценки показывают, что для того, чтобы сейчас значение  $\Omega$  лежало в интервале  $0,1 \lesssim \Omega \lesssim 2$ , необходимо, чтобы в ранней Вселенной выполнялось неравенство  $|\Omega - 1| \lesssim 10^{-59} M_p/T^2$ , так что при  $T \sim M_p$

$$|\Omega - 1| = |\rho/\rho_c - 1| \lesssim 10^{-59}. \quad (1.5.2)$$

Это означает, что если бы изначально (в планковский момент времени  $t_p \sim M_p^{-1}$ ) плотность Вселенной превосходила  $\rho_c$ , скажем на  $10^{-55} \rho_c$ , то Вселенная была бы замкнутой, предельное значение  $t_K$  во Вселенной было бы весьма мало и к настоящему времени Вселенная уже давно должна была бы полностью коллапсировать. В то же время, если бы плотность в планковский момент времени была меньше  $\rho_c$  на  $10^{-55} \rho_c$ , то современная плотность вещества во Вселенной была бы исчезающе малой и зарождение жизни во Вселенной стало бы невозможным. Вопрос о том, по какой причине

наша Вселенная на самых ранних стадиях своей эволюции имела плотность, близкую к критической с такой фантастической точностью [см. (1.5.2)], обычно и называют проблемой плоскостности Вселенной.

**Проблема полной энтропии и полной массы Вселенной.** Отражением той же трудности является вопрос о том, почему столь велики полная энтропия  $S$  и полная масса  $M$  вещества в наблюдаемой части Вселенной размером  $R_{\text{ч}} \sim 10^{28}$  см. Полная энтропия  $S$  имеет порядок  $(R_{\text{ч}}T_{\gamma})^3 \sim 10^{87}$ ; здесь  $T_{\gamma} \sim 2,7$  К — температура реликтового излучения. Полная масса дается выражением  $M \sim R_{\text{ч}}^3 \rho_{\text{с}} \sim 10^{55}$  г  $\sim 10^{49}$  т.

Если бы Вселенная была открытой и ее плотность в планковский момент времени отличалась от критической, скажем, на  $10^{-55} \rho_{\text{с}}$ , то, как легко убедиться, полная масса и энтропия наблюдаемой части Вселенной были бы сейчас на много порядков меньше.

Особенно трудной становится соответствующая проблема при рассмотрении замкнутой Вселенной. Из (1.3.15) и (1.3.16) следует, что полное время существования замкнутой Вселенной  $t_{\text{к}}$  имеет порядок  $M_p^{-1} \sim 10^{-43}$  с и становится большим ( $\sim 10^{10}$  лет) лишь при чрезвычайно больших значениях полной массы и энтропии вещества, содержащегося во всей Вселенной. Но почему полная энтропия Вселенной так велика и почему масса Вселенной должна на десятки порядков превосходить планковскую массу  $M_p$ , единственный параметр размерности массы, фигурирующий в общей теории относительности? Эта проблема эквивалентна по-детски наивному вопросу: почему во Вселенной так много вещей?

**Проблема размера Вселенной.** Еще одна проблема, связанная с проблемой плоскостности, состоит в следующем. Согласно теории горячей Вселенной, полный размер  $l$  той области Вселенной, которая сейчас доступна наблюдениям, менялся пропорционально  $a(t)$ , т. е. обратно пропорционально температуре  $T$  (так как величина  $aT$  при адиабатическом расширении горячей Вселенной практически не меняется, см. § 1.3). Это означает, что при  $T \sim M_p \sim 10^{19}$  ГэВ  $\sim 10^{32}$  К размер области, из которой образовалась наблюдаемая часть Вселенной размером  $10^{28}$  см, имел порядок  $10^{-4}$  см, что на 29 порядков превосходит планковскую длину  $l_p \sim M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см. Почему Вселенная при планковской плотности имела размер, по крайней мере на 29 порядков превышающий планковский? Откуда берутся такие большие числа?

Здесь так подробно обсуждается проблема плоскостности, поскольку понимание различных ее аспектов важно не только для понимания трудностей стандартной теории горячей Вселенной, но и для сравнительной оценки различных вариантов сценария раздувающейся Вселенной.

**3. Проблема крупномасштабной однородности и изотропии Вселенной.** В § 1.3 мы предполагали, что Вселенная изначально была

полностью однородна и изотропна. В действительности, однако, даже сейчас Вселенная не является полностью однородной и изотропной, по крайней мере в относительно малых масштабах. Это означает, что нет никаких оснований думать, что Вселенная была однородна и изотропна с самого начала. Наиболее естественно было бы предположить хаотические начальные условия в различных, достаточно далеко отстоящих друг от друга точках Вселенной [72]. Однако, как было показано при определенных допущениях в работе Коллинза и Хоукинга [73], множество начальных данных, при которых Вселенная асимптотически (при больших  $t$ ) стремится к Вселенной Фридмана (1.3.1), имеет меру нуль на множестве всех допустимых начальных условий. В этом состоит сущность проблемы однородности\* и изотропии Вселенной. Более детальное обсуждение всех тонкостей этой проблемы содержится в книге [34].

**4. Проблема горизонта.** Отчасти острота проблемы изотропии Вселенной была смягчена тем обстоятельством, что эффекты, связанные с наличием вещества и рождением элементарных частиц в расширяющейся Вселенной, могут привести к локальной изотропизации Вселенной [34, 74]. Однако ясно, что такие эффекты не могут обеспечить глобальную изотропизацию Вселенной хотя бы потому, что причинно-несвязанные области Вселенной, находящиеся друг от друга на расстоянии, превышающем размер горизонта частиц (который в простейших случаях имеет порядок  $R_{\text{ч}} \sim \sim t$ , где  $t$  — время существования Вселенной), никак не могут воздействовать друг на друга. Между тем изучение реликтового излучения показывает, что в момент  $t \sim 10^5$  лет Вселенная была с большой точностью однородна и изотропна в масштабах, на много порядков превосходящих  $t$ . При этом температура  $T$  в различных областях Вселенной различалась не более чем на  $10^{-4} - 10^{-5} T$ . С учетом того, что наблюдаемая часть Вселенной сейчас состоит примерно из  $10^6$  областей, которые в момент  $t \sim 10^5$  лет были причинно-несвязанными, вероятность случайной коррелированности температуры  $T$  в этих областях с указанной точностью не превышает  $10^{-24}$ . Найти достаточно убедительное объяснение этого факта в рамках стандартного сценария чрезвычайно трудно. Соответствующая проблема называется проблемой горизонта, или проблемой причинности [48, 56].

У проблемы горизонта есть еще один аспект, который также будет важен для нас в дальнейшем. А именно, как уже отмечалось при обсуждении проблемы плоскостности, в планковский момент времени  $t_p \sim M_p^{-1} \sim 10^{-43}$  с размер каждой из причинно-связанных областей (радиус горизонта частиц) равнялся  $l_p \sim 10^{-33}$  см, в то время как размер области, из которой образовалась наблюдаемая часть Вселенной, был порядка  $10^{-4}$  см. Соответствующая область Вселенной, таким образом, состояла из  $(10^{29})^3 \sim 10^{87}$  причинно-несвязанных областей. Почему расширение Вселенной (или выход Вселенной из области с плотностью, превышающей планковскую) должно было начаться одновременно (или почти

одновременно) в огромном количестве причинно-несвязанных областей? Вероятность того, что это произошло случайно, близка к  $e^{\pi} (-10^{90})$ .

**5. Проблема образования галактик.**‡ Как известно, Вселенная неполностью однородна, в ней существуют такие немаловажные неоднородности, как звезды, галактики, скопления галактик и т. д. Для объяснения возникновения галактик необходимо, чтобы на самых ранних стадиях эволюции Вселенной существовали «затраченные» неоднородности [75] со спектром, который обычно считается почти не зависящим от пространственного масштаба неоднородностей [76]. Причина возникновения таких неоднородностей плотности в ранней Вселенной до последнего времени оставалась совершенно неясной.

**6. Проблема барионной асимметрии.** Суть этой проблемы состоит в том, чтобы понять, почему во Вселенной есть вещество (барионы) и почти нет антивещества и почему, с другой стороны, плотность барионов на много порядков меньше плотности фотонов,  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ .

Перечисленные выше проблемы в течение долгого времени казались почти метафизическими. Например, основной вопрос, связанный с проблемой сингулярности, можно было бы сформулировать так: «Что было, когда еще ничего не было?». Что же касается остальных проблем, то от них всегда можно было отмахнуться, сказав, что начальные условия во Вселенной по счастливой случайности были ровно такими, чтобы в конечном счете Вселенная приобрела как раз такой вид, какой она сейчас имеет. Еще один вариант ответа основан на так называемом антропном принципе и выглядит почти совершенно метафизично: мы живем в однородной изотропной Вселенной, содержащей избыток вещества над антивеществом просто потому, что в неоднородной анизотропной Вселенной, содержащей равное количество вещества и антивещества, жизнь была бы невозможна, и никто не задавал бы глупых вопросов [77].

К сожалению, этот остроумный ответ не вполне удовлетворителен, поскольку не объясняет ни малость отношения  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ , ни высокую степень однородности и изотропии Вселенной, ни наблюдаемый спектр галактик. С помощью одного только антропного принципа не удастся объяснить также и то, почему Вселенная должна быть однородна и изотропна и все ее свойства должны быть приблизительно одинаковы в масштабе всей ее наблюдаемой части размером  $l \sim 10^{28}$  см: для возникновения жизни было бы вполне достаточно, чтобы хорошие условия возникли, например, в области размером порядка размера Солнечной системы  $l \sim \sim 10^{14}$  см. Кроме того, в основе антропного принципа лежало неявное предположение о том, что существует много разных вселенных, и жизнь возникает там, где это ей удается. При этом оставалось неясным, в каком смысле можно говорить о разных вселенных,

если наша Вселенная — это все, что существует. Ниже мы еще вернемся к обсуждению этого вопроса и обоснуем некоторый вариант антропного принципа в рамках теории раздувающейся Вселенной [57, 78, 79].

Первая брешь в равнодушии большинства физиков к упомянутым выше «метафизическим» проблемам была пробита тогда, когда оказалось, что проблему барионной асимметрии можно решить в теориях с нарушенной  $CP$ -инвариантностью при учете неравновесных процессов с несохранением барионного заряда [36—38]. Такие процессы могут происходить во всех теориях великого объединения. Открытие возможного механизма генерации барионной асимметрии Вселенной было воспринято всеми с огромным энтузиазмом. За этим значительным успехом, однако, последовала целая серия неприятностей.

**7. Проблема доменных стенок.** Как мы видели, симметрия в теории (1.1.5) при  $T > 2\mu/\sqrt{\lambda}$  была восстановлена. При понижении температуры в расширяющейся Вселенной происходит нарушение симметрии. Однако в разных причинно-несвязанных областях Вселенной нарушение симметрии осуществлялось независимо, и поэтому в каждой из огромного числа таких областей, из которых состояла Вселенная в момент фазового перехода, в результате нарушения симметрии может возникнуть как поле  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$ , так и поле  $\varphi = -\mu/\sqrt{\lambda}$ . Домены, заполненные полем  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$ , отделяются от доменов с полем  $\varphi = -\mu/\sqrt{\lambda}$  доменными стенками. Плотность энергии стенок столь велика, что наличие хотя бы одной такой стенки в наблюдаемой части Вселенной привело бы к недопустимым космологическим последствиям [41]. Это означает, что теории со спонтанно нарушенной дискретной симметрией противоречат космологическим данным. Первоначально основным классом таких теорий считался класс теорий со спонтанным нарушением  $CP$ -инвариантности [80]. В дальнейшем оказалось, что доменные стенки возникают в простейшем варианте  $SU(5)$ -теории, в котором имеется дискретная инвариантность  $\Phi \rightarrow -\Phi$  [42], а также в большей части теорий с аксионами [43]. Многие из таких теорий весьма привлекательны, и хотелось бы найти способ спасти хотя бы часть из них.

**8. Проблема реликтовых монополей.** Кроме доменных стенок после фазовых переходов с нарушением симметрии могут образоваться и другие структуры. Так, в теориях с нарушенной  $U(1)$ -симметрией типа модели Хиггса и в некоторых других теориях возникают вихревые нити типа нитей Абрикосова в сверхпроводнике [81]. Но наиболее важным эффектом является образование сверхтяжелых магнитных монополей Хоффа — Полякова [82, 83], которые должны в большом количестве рождаться во время фазовых переходов при  $T_c \sim 10^{14} \div 10^{15}$  ГэВ практически во всех теориях великого объединения [34]. Как было показано Я. Б. Зельдовичем

и М. Ю. Хлоповым [40], аннигиляция монополей идет очень медленно, и к настоящему времени плотность монополей должна была бы быть того же порядка, что и плотность барионов. Однако это привело бы к катастрофическим последствиям, поскольку масса каждого монополя примерно в  $10^{16}$  раз больше массы протона и, следовательно, плотность вещества во Вселенной примерно на 15 порядков превосходила бы критическую плотность  $\rho_c \sim 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup>. При такой плотности Вселенная уже давно полностью коллапсировала бы. Проблема реликтовых монополей — это одна из наиболее острых проблем, с которыми столкнулись современные теории элементарных частиц и космология, поскольку она относится практически ко всем единым теориям слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий.

**9. Проблема реликтовых гравитино.** Одно из наиболее интересных направлений в современной физике элементарных частиц связано с суперсимметрией — симметрией между фермионами и бозонами [85]. Не будем перечислять здесь всех достоинств суперсимметричных теорий (см. по этому поводу [13, 14]). Заметим только, что суперсимметричные теории и, в частности,  $N = 1$  супергравитация открывают возможность решить проблему иерархии масс в единых теориях [15], т. е. объяснить физическую причину существования резко различающихся масштабов масс,  $M_p \gg \gg M_X \sim 10^{15}$  ГэВ,  $M_X \gg m_W \sim 10^2$  ГэВ.

Одна из наиболее интересных попыток решить проблему иерархии масс в рамках  $N = 1$  супергравитации опиралась на предположение о том, что гравитино (частица спина  $3/2$ , являющаяся суперпартнером гравитона) имеет массу  $m_{3/2} \sim m_W \sim 10^2$  ГэВ [15]. Однако, как показано в [86], гравитино такой массы в больших количествах должны рождаться на самых ранних стадиях эволюции Вселенной за счет столкновения частиц высокой энергии, а распадаются они очень медленно.

Основная часть таких гравитино должна была бы распасться лишь на поздних стадиях эволюции Вселенной, после синтеза гелия и других легких элементов. Это привело бы к ряду следствий, противоречащих наблюдательным данным [44, 45]. Поэтому встал вопрос, можно ли как-нибудь «спасти» Вселенную от последствий распада гравитино или же мы должны отказаться от указанной возможности решить проблему иерархии.

В последние годы были предложены модели со сверхлегкими или сверхтяжелыми гравитино, в которых указанные трудности не возникают [87]. Тем не менее представлялось бы весьма желательным как-то избежать сильных ограничений на параметры  $N = 1$  супергравитации, возникающих в теории горячей Вселенной.

**10. Проблема полей Полоньи.** Проблема гравитино — не единственная проблема, возникающая в феноменологических теориях, основанных на  $N = 1$  супергравитации (и на теории суперструн). Одним из существенных ингредиентов этих теорий являются так

называемые скалярные поля Полоньи  $\chi$  [46, 15]. Эти поля имеют относительно небольшую массу и слабо взаимодействуют с другими полями. Однако на самых ранних стадиях эволюции Вселенной они должны были находиться вдали от минимума соответствующего эффективного потенциала  $V(\chi)$ . На поздних стадиях эволюции эти поля начинают колебаться вблизи минимума  $V(\chi)$ . При этом энергия полей Полоньи  $\rho_\chi$  с расширением Вселенной убывает по тому же закону, что и энергия нерелятивистского вещества,  $\rho_\chi \sim a^{-3}$ , т. е. гораздо медленнее, чем энергия горячей плазмы. Оценки плотности энергии, запасенной в этих полях к настоящему времени, показывают, что в наиболее типичных случаях эта плотность должна была бы примерно на 15 порядков превышать критическую [47, 48]. В несколько более совершенных моделях между теоретическими предсказаниями плотности  $\rho_\chi$  и наблюдательными данными имеется противоречие не в  $10^{15}$ , а «всего» в  $10^6$  раз [48], что, однако, тоже весьма нежелательно.

**11. Проблема энергии вакуума.** Как уже говорилось, появление во всем пространстве постоянного однородного скалярного поля  $\varphi$  — это просто перестройка вакуума, после которой пространство в некотором смысле остается «пустым»: постоянное скалярное поле не создает связанной с ним выделенной системы отсчета, не мешает движению тел через заполненное им пространство и т. д. Однако при возникновении скалярного поля меняется плотность энергии вакуума, которая определяется величиной  $V(\varphi)$ . Без учета гравитационных эффектов изменение плотности энергии вакуума ни на чем не сказалось бы. Однако в общей теории относительности от плотности энергии вакуума зависят свойства пространства-времени. Величина  $V(\varphi)$  входит в уравнение Эйнштейна в следующем виде:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} = 8\pi G(\bar{T}_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}V(\varphi)), \quad (1.5.3)$$

где  $T_{\mu\nu}$  — полный тензор энергии-импульса материи;  $\bar{T}_{\mu\nu}$  — тензор энергии-импульса вещества (элементарных частиц);  $g_{\mu\nu}V(\varphi)$  — тензор энергии-импульса вакуума (постоянного скалярного поля  $\varphi$ ). Из сравнения тензора энергии-импульса вещества

$$\bar{T}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad (1.5.4)$$

и  $g_{\mu\nu}V(\varphi)$  можно убедиться в том, что «давление» вакуума имеет знак, противоположный знаку плотности его энергии:  $p = -\rho = -V(\varphi)$ .

Из космологических данных следует, что плотность энергии вакуума в настоящее время  $\rho_{\text{вак}}$  не должна по абсолютной величине превышать критическую плотность  $\rho_c \sim 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup>:

$$|\rho_{\text{вак}}| = |V(\varphi_0)| \lesssim 10^{-29} \text{ г/см}^3. \quad (1.5.5)$$

Это значение  $V(\varphi)$  было достигнуто после того, как произошла последовательность фазовых переходов с нарушением симметрии. В простейшей  $SU(5)$ -теории во время первого фазового перехода  $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  плотность энергии вакуума, т. е.  $V(\varphi)$ , уменьшается примерно на  $10^{80}$  г/см<sup>3</sup>. Во время фазового перехода  $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3) \times U(1)$  плотность энергии вакуума уменьшается примерно на  $10^{25}$  г/см<sup>3</sup>. Наконец, во время фазового перехода с образованием барионов из кварков плотность энергии вакуума понижается еще примерно на  $10^{14}$  г/см<sup>3</sup> и удивительным образом после всех этих огромных скачков становится равной нулю с точностью до  $\pm 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup>! Кажется невероятным, чтобы полное или почти полное обращение плотности энергии вакуума в нуль было случайным и не имело каких-то глубоких физических причин. Проблема энергии вакуума в теориях со спонтанным нарушением симметрии [88] считается сейчас одной из основных проблем, стоящих перед теорией элементарных частиц.

Плотность энергии вакуума, умноженную на  $8\pi G$ , обычно называют космологической постоянной  $\Lambda$  [89]; в данном случае  $\Lambda = 8\pi G V(\varphi)$  [88]. Поэтому проблему энергии вакуума часто называют также проблемой космологической постоянной.

Следует отметить, что далеко не во всех теориях удастся хотя бы в принципе обеспечить малость плотности энергии вакуума в современную эпоху. Это одна из наиболее трудных проблем теорий Калуцы — Клейна, основанных на  $N = 1$  супергравитации в пространстве  $d = 11$  [16]. В то же время имеющиеся указания на возможность решить проблему энергии вакуума в теориях суперструн [17] существенно стимулировали интерес к этим теориям.

**12. Проблема единственности Вселенной.** Суть этой проблемы наиболее ясно была сформулирована Эйнштейном, который сказал, что «мы хотим не только знать, как устроена природа (и как происходят природные явления), но и по возможности достичь цели, может быть, утопической и дерзкой на вид, — узнать, почему природа является именно такой, а не другой» [90, с. 245]. Еще несколько лет назад могло показаться довольно бессмысленным задавать вопросы о том, почему наше пространство-время четырехмерно, почему есть слабые, сильные и электромагнитные взаимодействия, а не какие-нибудь другие, почему постоянная тонкой структуры  $\alpha = e^2/4\pi$  равна  $1/137$  и т. д. В последнее время, однако, отношение к такого рода вопросам изменилось, поскольку в единых теориях элементарных частиц зачастую существует много различных решений соответствующих уравнений, которые, в принципе, могли бы описывать нашу Вселенную.

Например, в теориях со спонтанным нарушением симметрии эффективный потенциал часто имеет несколько локальных минимумов. Так, в теории (1.1.5) таких минимумов два:  $\varphi = \pm \mu/\sqrt{\lambda}$ . В простейшей суперсимметричной теории великого объединения с группой симметрии  $SU(5)$  существуют три разных локальных минимума эффективного потенциала относительно поля  $\Phi$  оди-

наковой глубины [91]. Степень вырожденности эффективного потенциала в суперсимметричных теориях (число типов вакуумных состояний с одинаковой плотностью энергии) еще более возрастает с учетом того, что эффективный потенциал имеет несколько минимумов одинаковой глубины и по отношению к остальным хиггсовским полям, входящим в теорию [92]. Возникает вопрос, каким образом и почему мы попали именно в минимум, в котором симметрия нарушена до  $SU(3) \times U(1)$  (этот вопрос становится особенно сложным, если учесть, что при высокой температуре Вселенная находилась в  $SU(5)$ -симметричном минимуме,  $\Phi = H = 0$  [93], и не видно никаких причин, которые заставили бы всю Вселенную при охлаждении перескочить в минимум  $SU(3) \times U(1)$ ).

В теориях Калуцы — Клейна и в теории суперструн предполагается, что наше пространство имеет размерность  $d > 4$ , но  $d - 4$  размерности спонтанно скомпактифицировались, т. е. радиус кривизны пространства в соответствующих направлениях стал порядка  $M_p^{-1}$ . Мы не можем двигаться в этих направлениях, вследствие чего пространство и кажется нам четырехмерным.

Наиболее часто обсуждаются сейчас теории с  $d = 10$  [17] и  $d = 11$  [16], но рассматриваются также теории с  $d = 26$  [94] и  $d = 506$  [95, 96]. Один из основных вопросов, которые возникают в связи с этим, — почему скомпактифицировались именно  $d - 4$  размерности, а не  $d - 5$  или  $d - 3$ ?

Кроме того, обычно имеется большое число вариантов компактификации  $d - 4$  размерностей, каждому из которых отвечают свои законы физики элементарных частиц в четырехмерном пространстве. При этом часто задают вопрос, почему природа выбрала именно тот способ компактификации, который привел к возникновению сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий с теми константами связи, которые мы измеряем на опыте? С увеличением исходной размерности пространства  $d$  эта проблема становится все более и более острой. Так, по оценкам некоторых специалистов, в теории суперструн с  $d = 10$  возможно примерно  $10^{1500}$  вариантов компактификации десятимерного пространства в четырехмерное (часть которых может, правда, оказаться неустойчивыми) и существует еще больше вариантов с учетом возможности компактификации в пространство другого числа измерений. Поэтому вопрос о том, почему окружающий нас мир устроен так, а не иначе, в последние годы превратился в одну из основных проблем современной физики.

Список проблем, стоящих перед космологией и теорией элементарных частиц, конечно, можно было бы продолжить, но мы ограничились здесь лишь теми, которые имеют какое-то отношение к основной теме этой книги.

Проблема энергии вакуума пока еще не решена окончательно. Основные попытки ее решения связаны с построением новых теорий элементарных частиц и теорий суперструн, а также с квантовой космологией, включающей в себя сценарий раздувающейся Вселенной. Решение проблемы барионной асимметрии было предло-

жено А. Д. Сахаровым задолго до создания сценария раздувающейся Вселенной [36], однако этот сценарий вносит в решение указанной проблемы много нового [97—99]. Что же касается остальных десяти проблем, то все они либо полностью, либо частично могут быть решены в рамках сценария раздувающейся Вселенной, к описанию которого мы сейчас и переходим.

## § 1.6. Сценарий раздувающейся Вселенной. Очерк развития

Основная идея, на которой базируются все существующие варианты раздувающейся Вселенной, состоит в том, что на самых ранних стадиях своей эволюции Вселенная могла находиться в неустойчивом вакуумоподобном состоянии, обладающем большой плотностью энергии. Как уже говорилось в предыдущем параграфе, давление и плотность энергии вакуума связаны соотношением  $p = -\rho$ . Это означает, что согласно (1.3.8) плотность энергии вакуума не меняется при расширении Вселенной («пустота» остается «пустотой», даже если она «весит»). Но тогда из (1.3.7) следует, что Вселенная Фридмана в неустойчивом вакуумном состоянии  $\rho > 0$  при больших временах  $t$  должна расширяться экспоненциально, а именно

$$a(t) = H^{-1} \operatorname{ch} Ht \quad (1.6.1)$$

для  $k = +1$  (замкнутая Вселенная),

$$a(t) = H^{-1} e^{Ht} \quad (1.6.2)$$

для  $k = 0$  (плоская Вселенная),

$$a(t) = H^{-1} \operatorname{sh} Ht \quad (1.6.3)$$

для  $k = -1$  (открытая Вселенная). Здесь

$$H = \sqrt{\frac{8\pi}{3} G\rho} = \sqrt{\frac{8\pi\rho}{3M_p^2}}.$$

В более общем случае (и этот случай оказывается особенно важным) величина  $H$  во время расширения меняется, но достаточно медленно:

$$\dot{H} \ll H^2. \quad (1.6.4)$$

В этом случае за характерное время  $\Delta t = H^{-1}$  величина  $H$  меняется мало, так что можно говорить о квазиэкспоненциальном расширении Вселенной

$$a(t) = a_0 e^{\int_0^t H(t) dt} \sim a_0 e^{Ht}, \quad (1.6.5)$$

или о квазидеситтеровской стадии ее расширения. Этот режим расширения Вселенной и называют стадией раздувания, или инфляционной стадией.

Инфляция заканчивается тогда, когда величина  $H$  начинает быстро убывать. При этом энергия, запасенная в вакуумоподобном состоянии, переходит в тепловую энергию и Вселенная разогревается до чрезвычайно большой температуры. С этого момента эволюция Вселенной описывается стандартной теорией горячей Вселенной с тем важным уточнением, что начальные условия на стадии расширения горячей Вселенной определяются процессами, происшедшими на инфляционной стадии, и практически не зависят от устройства Вселенной до раздувания. Как будет показано ниже, именно указанное «уточнение» и позволяет решить подавляющее большинство проблем теории горячей Вселенной, обсуждавшихся в предыдущем параграфе.

Впервые пространство (1.6.1)—(1.6.3) было описано в работах де Ситтера в 1917 г. [100], т. е. еще до создания теории расширяющейся Вселенной Фридмана. Однако решение де Ситтера было получено в форме, отличной от (1.6.1)—(1.6.3), и его физический смысл долгое время был не вполне ясен. До создания сценария раздувающейся Вселенной мир де Ситтера использовался в основном как удобный полигон для отработки методов общей теории относительности и квантовой теории поля в искривленном пространстве.

На возможность того, что Вселенная на ранних стадиях своей эволюции могла расширяться экспоненциально, будучи заполнена сверхплотным веществом с уравнением состояния  $p = -\rho$ , впервые указал Глинер [51] (см. также [101—103]). В то время, однако, эти работы не вызвали существенного интереса, поскольку речь в них шла в основном о сверхплотном барионном веществе, уравнение состояния которого, согласно современным теориям, близко к  $p = \rho/3$ .

В дальнейшем было понято, что постоянное (или почти постоянное) скалярное поле  $\phi$ , появляющееся в единых теориях элементарных частиц, может играть роль вакуумного состояния с плотностью энергии  $V(\phi)$  [88]. Поле  $\phi$  в расширяющейся Вселенной зависит от температуры, и во время фазовых переходов с изменением поля  $\phi$  накопленная в нем энергия переходит в тепловую [21—24]. Если, как это иногда бывает, фазовый переход происходит из сильно переохлажденного метастабильного вакуумного состояния, полная энтропия Вселенной после фазового перехода может существенно увеличиться [23, 24, 104] и, в частности, холодная фридмановская Вселенная может стать горячей. Соответствующая модель Вселенной развивалась Г. В. Чибисовым и автором данной книги (см. по этому поводу [24, 105]).

Значительную роль в развитии современных космологических представлений сыграла модель эволюции Вселенной, предложенная А. А. Старобинским [52] и основанная на том, что мир де Ситтера является решением уравнений Эйнштейна с квантовыми поправками [106]. Это решение нестабильно, и после распада вакуумоподобного начального состояния (плотность энергии которого связана с кривизной пространства  $R$ ) мир де Ситтера переходит в горячую Вселенную Фридмана [52].

Модель Старобинского была важным этапом на пути к созданию сценария раздувающейся Вселенной. Однако основные преимущества стадии раздувания в это время еще не были выявлены. Главной целью, преследовавшейся при создании модели Старобинского, было решить проблему начальной космологической сингулярности. Этой цели в то время достичь не удалось, и вопрос о начальных условиях в модели Старобинского оставался не вполне ясным. Кроме того, неоднородности плотности, возникающие после распада мира де Ситтера в этой модели, оказались слишком велики [107]. Все это потребовало сильной модификации основ модели [108—110]. В модифицированном виде модель Старобинского является одним из интенсивно разрабатываемых вариантов сценария раздувающейся Вселенной. Необходимость рассмотрения моделей со стадией экспоненциального расширения Вселенной была полностью осознана лишь после работы Гуса [53], который предложил использовать экспоненциальное расширение (раздувание) Вселенной в переохлажденном вакуумном состоянии  $\varphi = 0$  для решения трех из перечисленных в § 1.5 проблем: проблем плоскостности, горизонта и реликтовых монополей (возможность решить таким образом проблему плоскостности независимо была предложена также А. В. Веряскиным, В. Г. Лапчинским и В. А. Рубаковым [111]). Сценарий Гуса базировался на трех основных положениях.

1. Изначально Вселенная расширяется, находясь в состоянии со сверхвысокой температурой и с восстановленной симметрией,  $\varphi(T) = 0$ .

2. Рассматриваются теории, в которых потенциал  $V(\varphi)$  сохраняет локальный минимум при  $\varphi = 0$  даже при низкой температуре. В результате Вселенная в ходе эволюции надолго задерживается в метастабильном состоянии  $\varphi = 0$ . Температура ее в этом состоянии падает, тензор энергии-импульса постепенно становится равным  $T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}V(0)$ , и Вселенная в течение длительного времени экспоненциально расширяется (раздувается).

3. Раздувание идет до начала фазового перехода в устойчивое состояние  $\varphi_c \neq 0$ . Этот фазовый переход идет путем образования пузырьков, содержащих поле  $\varphi = \varphi_c$ . За счет столкновения стенок пузырьков Вселенная подогревается, и дальнейшая ее эволюция описывается теорией горячей Вселенной.

Экспоненциальное расширение Вселенной приводило к уменьшению роли члена  $ka^{-2}$  в уравнении Эйнштейна (1.3.7), т. е. к тому, что Вселенная (при сохранении величины  $\rho$  в правой части (1.3.7)) становилась все более и более плоской. Этот же процесс приводил к тому, что вся наблюдаемая часть Вселенной размером  $10^{28}$  см возникала за счет раздувания очень малой области пространства, которая изначально была причинно-связанной. Монополи в этом сценарии рождались в местах столкновения стенок нескольких пузырьков экспоненциально большого размера, и поэтому их плотность оказывалась экспоненциально малой.

Основная идея сценария Гуса проста и очень привлекательна. Однако, как отметил сам Гус [53], столкновение стенок огромных пузырьков должно приводить к недопустимому нарушению однородности и изотропии Вселенной после раздувания. Попытки как-то исправить ситуацию оставались безрезультатными [112, 113] до тех пор, пока исследователям не удалось преодолеть определенный психологический барьер и отказаться от всех трех основных положений, на которых базировался сценарий Гуса, сохранив при этом идею о необходимости раздувания Вселенной на ранних стадиях ее эволюции.

Отказ от положений (2), (3) был осуществлен при создании так называемого нового сценария раздувающейся Вселенной [54, 55]. Этот сценарий основан на том, что инфляция может идти не только до фазового перехода из переохлажденного состояния  $\varphi = 0$ , но и после образования фазы  $\varphi \neq 0$ , если при этом поле  $\varphi$  растет до своего равновесного значения  $\varphi_0$  достаточно медленно, так что время «скатывания» поля  $\varphi$  в минимум  $V(\varphi)$  много больше чем  $H^{-1}$ . Это условие может быть реализовано, если эффективный потенциал поля  $\varphi$  имеет достаточно плоский участок вблизи точки  $\varphi = 0$ . Если раздувание на стадии скатывания поля  $\varphi$  достаточно велико, то стенки пузырьков поля  $\varphi$  (если они образуются) после раздувания оказываются друг от друга на расстоянии, много большем, чем  $10^{28}$  см, и не приводят к возникновению неоднородностей в наблюдаемой области Вселенной. Разогрев Вселенной после раздувания в этом сценарии происходит не за счет столкновения стенок пузырьков, а за счет рождения частиц классическим полем  $\varphi$ , совершающим затухающие колебания вблизи минимума  $V(\varphi)$ .

Новый сценарий раздувающейся Вселенной оказался свободным от основных недостатков сценария Гуса. С помощью этого сценария удалось предложить решение не только проблем плоскостности, горизонта и реликтовых монополей, но и проблемы однородности и изотропности Вселенной, а также ряда других проблем, упомянутых в § 1.5. В частности, оказалось, что во время раздувания в этом сценарии образуются неоднородности плотности со спектром, почти не зависящим от логарифма длины волны (так называемый плоский спектр, или спектр Зельдовича [76]). Это был важный шаг на пути к решению проблемы образования крупномасштабной структуры Вселенной.

Успехи нового сценария раздувающейся Вселенной были столь велики, что большинство исследователей и сейчас, говоря о сценарии раздувающейся Вселенной, подразумевают при этом именно новый сценарий [54, 55]. Между тем, с нашей точки зрения, этот сценарий все еще далек от совершенства. Имеется по меньшей мере три трудности, мешающие успешной реализации данного сценария.

1. В соответствии с этим сценарием необходимо было бы иметь реалистическую теорию элементарных частиц, эффективный потенциал в которой удовлетворяет целому ряду не вполне естест-

венных требований. Так, потенциал  $V(\varphi)$  должен быть чрезвычайно близок к плоскому ( $V(\varphi) \approx \text{const}$ ) при значениях поля  $\varphi$ , близких к  $\varphi = 0$ . Если, например,  $V(\varphi)$  при малых  $\varphi$  ведет себя как  $V(0) - \lambda\varphi^4/4$ , то для того, чтобы неоднородности плотности, генерируемые во время раздувания, имели требуемую амплитуду

$$\delta\rho/\rho \sim 10^{-4} \div 10^{-5}, \quad (1.6.6)$$

необходимо, чтобы константа  $\lambda$  была чрезвычайно мала [114]:

$$\lambda \sim 10^{-12} \div 10^{-14}. \quad (1.6.7)$$

В то же время кривизна эффективного потенциала  $V(\varphi)$  вблизи его минимума при  $\varphi = \varphi_0$  должна быть достаточно велика для того, чтобы после раздувания поле  $\varphi$  колебалось с большой частотой и Вселенная могла разогреться до достаточно большой температуры  $T$ . Предложить естественную и в то же время реалистическую теорию элементарных частиц, удовлетворяющую всем необходимым требованиям, оказалось довольно трудно.

2. Слабовзаимодействующее поле  $\varphi$  (1.6.7) в ранней Вселенной скорее всего не находилось в состоянии термодинамического равновесия с другими полями. Но даже если бы оно находилось в состоянии термодинамического равновесия, высокотемпературные поправки в  $V(\varphi)$ , имеющие вид  $\sim \lambda T^2 \varphi^2$ , при малых  $\lambda$  не успевают изменить начальное значение поля  $\varphi$  и сделать поле  $\varphi$  равным нулю за время от рождения Вселенной до предполагаемого начала ее раздувания [115, 116]. В принципе, можно предложить теории, в которых  $\delta\rho/\rho \lesssim 10^{-5}$  (1.6.6), а высокотемпературные поправки к  $V(\varphi)$  все-таки достаточно велики, но сделать это непросто, что является еще одной (и пока еще не преодоленной) трудностью на пути реализации нового сценария раздувающейся Вселенной.

3. И в новом, и в старом сценарии инфляция начинается лишь тогда, когда температура Вселенной опускается достаточно низко,  $T^4 \lesssim V(0)$ . Из условия (1.6.6) следует не только ограничение на  $\lambda$  (1.6.7), но и (в большинстве моделей) ограничение на величину  $V(\varphi)$  на последних стадиях раздувания, которая в новом сценарии раздувающейся Вселенной практически совпадает с  $V(0)$  [116, 117]:

$$V(0) \lesssim 10^{-13} M_p^4. \quad (1.6.8)$$

Это означает, что раздувание начинается при  $T^2 \lesssim 10^{-7} M_p^2$ , т. е. через время  $t$  от начала расширения Вселенной, которое на шесть порядков больше планковского времени  $t_p \sim M_p^{-1}$  (1.3.21). Но для того чтобы горячая замкнутая Вселенная до этого времени, ее полная энтропия с самого начала должна была превышать  $S \sim 10^9$ , см. (1.3.16). Таким образом, ни в рамках сценария Гуса, ни в рамках нового сценария раздувающейся Вселенной проблема плоскостности для замкнутой Вселенной не решается [116]. Этот вывод можно было бы рассматривать как аргумент в пользу того, что Вселенная является не замкнутой, а открытой или плоской. Думается, однако, что здесь речь идет не о недостат-

ках теории замкнутой Вселенной, а скорее о еще одной трудности нового сценария раздувающейся Вселенной.

К счастью, имеется еще один вариант сценария раздувающейся Вселенной — так называемый сценарий хаотического раздувания [56, 57], который свободен от перечисленных выше трудностей. Этот сценарий основан не на теории высокотемпературных фазовых переходов, а просто на изучении эволюции Вселенной, заполненной хаотически (или почти хаотически, см. ниже) распределенным скалярным полем  $\varphi$ . В рамках этого сценария мы и обсудим сейчас основные изменения, происшедшие за последние годы в наших представлениях о самых ранних стадиях эволюции Вселенной и ее структуре в предельно больших масштабах.

### § 1.7. Сценарий хаотического раздувания

Проиллюстрируем основную идею сценария хаотического раздувания на примере простейшей теории скалярного поля  $\varphi$ , лагранжиан которого

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \quad (1.7.1)$$

не содержит членов типа  $\xi R \varphi^2$ . Будем предполагать также, что потенциал  $V(\varphi)$  при  $\varphi \gtrsim M_p$  растет медленнее, чем (примерно)  $\exp(6\varphi/M_p)$ . Этому условию, в частности, удовлетворяет любой потенциал, который при  $\varphi \gtrsim M_p$  увеличивается степенным образом:

$$V(\varphi) = \lambda \varphi^n / n M_p^{n-4}, \quad (1.7.2)$$

$$n > 0, \quad 0 < \lambda \ll 1.$$

Для того чтобы изучить эволюцию Вселенной, заполненной скалярным полем  $\varphi$ , нужно как-то задать начальные значения этого поля и его производных в разных точках пространства, а также топологию пространства и его метрику, согласующуюся с начальными условиями для поля  $\varphi$ . Можно было бы предположить, например, что во всем пространстве поле  $\varphi$  с самого начала находилось в равновесном состоянии  $\varphi = \varphi_0$ , отвечающем минимуму  $V(\varphi)$ . Однако такое предположение было бы еще более неубедительно, чем предположение о том, что вся Вселенная с самого начала была абсолютно однородна и изотропна. Действительно, независимо от того, была ли Вселенная изначально горячей или ее динамика определялась только классическим полем  $\varphi$ , в момент времени  $t \sim t_p \sim M_p^{-1}$  после сингулярности (или после квантового рождения Вселенной, см. ниже) плотность энергии  $\rho$  (а следовательно, и величина  $V(\varphi)$ ) была определена лишь с точностью до  $O(M_p^4)$  в силу квантовомеханического принципа неопределенности. Поэтому предположение о том, что поле  $\varphi$  изначально находилось в точке  $\varphi = \varphi_0$ , не является более правдоподобным, чем предположение, что оно находилось в любой другой

точке, в которой выполняются условия

$$\partial_0 \varphi \partial^0 \varphi \lesssim M_p^4; \quad (1.7.3)$$

$$\partial_i \varphi \partial^i \varphi \lesssim M_p^4, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1.7.4)$$

$$V(\varphi) \lesssim M_p^4; \quad (1.7.5)$$

$$R^2 \lesssim M_p^4. \quad (1.7.6)$$

Последнее неравенство нужно понимать несколько условно: необходимо, чтобы инварианты, составленные из тензора кривизны  $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ , были меньше планковских ( $R_{\mu\nu\alpha\beta} R^{\mu\nu\alpha\beta} \lesssim M_p^4$ ,  $R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} \lesssim M_p^4$  и т. д.). Обычно считают, что момент, когда все указанные условия начинают выполняться, является моментом, начиная с которого описание рассматриваемой области Вселенной может осуществляться на языке классического пространства-времени. (В нестандартных вариантах теории гравитации соответствующие условия, вообще говоря, могут отличаться от (1.7.3)—(1.7.6).) Именно начиная с этого момента, можно говорить о задании начального распределения классического поля  $\varphi(x)$  в рассматриваемой области Вселенной.

Поскольку априори нет никаких оснований ожидать, что  $\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi \ll M_p^4$ ,  $R^2 \ll M_p^4$  или  $V(\varphi) \ll M_p^4$ , естественно предположить, что наиболее типичными начальными условиями в момент, когда классическое описание Вселенной впервые становится возможным, являются условия

$$\partial_0 \varphi \partial^0 \varphi \sim M_p^4; \quad (1.7.7)$$

$$\partial_i \varphi \partial^i \varphi \sim M_p^4, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1.7.8)$$

$$V(\varphi) \sim M_p^4; \quad (1.7.9)$$

$$R^2 \sim M_p^4. \quad (1.7.10)$$

Мы еще не раз вернемся к обсуждению этих условий в основном тексте книги, а пока постараемся понять возможные следствия сделанного выше предположения, которое представляется достаточно естественным [56, 118].

Исследование расширения Вселенной с начальными условиями (1.7.7)—(1.7.10) все еще представляет собой весьма сложную задачу. К счастью, однако, существует упрощающее обстоятельство, позволяющее далеко продвинуться на пути ее решения. А именно наибольший интерес для нас представляет изучение возможности образования областей Вселенной, выглядящих как часть экспоненциально расширяющейся Вселенной Фридмана. Как уже говорилось в § 1.4, экспоненциально расширяющаяся Вселенная Фридмана — это мир де Ситтера, который доступен неподвижному наблюдателю лишь в своей малой части радиусом  $H^{-1}$ . Наблюдатель видит себя как бы окруженным черной дырой, располагающейся на расстоянии  $H^{-1}$  от него и соответствующей горизонту событий в мире де Ситтера. Как известно, все, что

попадает внутрь черной дыры, уже не может выйти обратно и повлиять на физические процессы вне черной дыры. Это утверждение (с некоторыми несущественными здесь оговорками) называется теоремой об «отсутствии волос» у черной дыры [119]. Аналогичная теорема имеет место и для мира де Ситтера. Все частицы и другие неоднородности, находящиеся внутри сферы радиусом  $H^{-1}$ , за время порядка  $H^{-1}$  выходят за пределы этой сферы (за горизонт событий) и никак не влияют на события, происходящие внутри горизонта («отсутствие волос» у мира де Ситтера [120, 121]). В результате этого локальные свойства геометрии расширяющейся Вселенной с тензором энергии-импульса  $T_{\mu\nu} \approx g_{\mu\nu}V(\varphi)$  экспоненциально быстро приближаются к свойствам геометрии мира де Ситтера, т. е. Вселенная становится однородной и изотропной, причем полный размер области однородности и изотропии экспоненциально быстро растет [120—122].

Такой режим будет возможен, если начальный размер домена, внутри которого происходит расширение, превысит  $2H^{-1}$ . При  $V(\varphi) \sim M_p^4$  размер горизонта предельно мал,  $H^{-1} \sim M_p^{-1}$ , т. е. речь идет о самых маленьких доменах, которые еще можно описывать в терминах классического пространства-времени. Кроме того, нужно, чтобы расширение было приблизительно экспоненциальным, с тем чтобы размер горизонта событий  $H^{-1}(t)$  рос достаточно медленно, и неоднородности во время расширения успевали бы уходить за горизонт, не оказывая обратного влияния на расширение внутри горизонта. Это условие выполняется, если  $\dot{H} \ll H^2$ . Именно так и обстоит дело на стадии раздувания.

Таким образом, для выяснения возможности возникновения раздувающихся областей во Вселенной с начальными условиями (1.7.7)—(1.7.10) достаточно изучить вопрос о том, может ли инфляционный режим возникнуть в планковскую эпоху в отдельно взятом домене Вселенной минимального размера  $l$ , который еще можно рассматривать в терминах классического пространства-времени,  $l \sim H^{-1}(\varphi) \sim M_p^{-1}$ .

Условие (1.7.9) означает, что типичное начальное значение поля  $\varphi = \varphi_0$  в ранней Вселенной чрезвычайно велико. Например, в теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$  при  $\lambda \ll 1$

$$\varphi_0(x) \sim M_p/\sqrt[4]{\lambda} \gg M_p. \quad (1.7.11)$$

Согласно (1.7.4) и (1.7.11), поле  $\varphi_0(x)$  в каждой области размером порядка размера горизонта событий  $H^{-1}(\varphi) \sim M_p^{-1}$  меняется относительно незначительно,  $\Delta\varphi \sim M_p \ll \varphi_0$ . Эволюция поля  $\varphi$  в каждой такой области, как мы уже говорили, идет независимо от того, что происходит в остальной части Вселенной. Рассмотрим такую область Вселенной начального размера  $O(M_p^{-1})$ , в которой величины  $\partial_\mu\varphi$   $\partial^\mu\varphi$  и квадраты компонент тензора кривизны  $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ , ответственных за неоднородность и анизотропию Вселен-

ной, в несколько раз меньше  $V(\varphi) \sim M_p^4$ ). Поскольку, согласно (1.7.7)–(1.7.10), все эти величины одного и того же порядка, вероятность существования областей рассматриваемого типа не должна быть сильно подавлена по сравнению с единицей. Дальнейшая эволюция таких областей оказывается чрезвычайно интересной.

Действительно, относительная малость начальной анизотропии и неоднородности пространства в таких областях позволяет рассматривать пространство как локально фридмановское, с метрикой типа (1.3.1), подчиняющейся уравнению (1.3.7):

$$H^2 + \frac{k}{a^2} \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3M_p^2} \left(\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{(\nabla\varphi)^2}{2} + V(\varphi)\right). \quad (1.7.12)$$

В то же время поле  $\varphi$  удовлетворяет уравнению

$$\square \varphi = \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - \frac{1}{a^2} \Delta\varphi = -V'(\varphi), \quad (1.7.13)$$

где  $H = \dot{a}/a$ ;  $V'(\varphi) = dV/d\varphi$ ;  $\square$  — ковариантный оператор Даламбера, а  $\Delta$  — оператор Лапласа на трехмерном пространстве с метрикой, не зависящей от времени:

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (1.7.14)$$

Для достаточно однородного и медленно меняющегося поля  $\varphi$  ( $\dot{\varphi}^2, (\nabla\varphi)^2 \ll V$ ;  $\ddot{\varphi} \ll V'$ ) уравнения (1.7.12) и (1.7.13) сводятся к уравнениям следующего вида:

$$H^2 + \frac{k}{a^2} \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3M_p^2} V(\varphi); \quad (1.7.15)$$

$$3H\dot{\varphi} = -V'(\varphi). \quad (1.7.16)$$

Нетрудно убедиться, что если Вселенная расширяется ( $\dot{a} > 0$ ) и, как говорилось, начальное значение поля  $\varphi$  много больше, чем (1.7.11), то решение системы уравнений (1.7.15) и (1.7.16) быстро выходит на асимптотический режим квазиэкспоненциального расширения (раздувания), при котором членом  $ka^{-2}$  в (1.7.15) можно пренебречь. Существование такого режима нетрудно понять. Действительно, при больших  $a^2$  из (1.7.15) следует, что  $H^2 = 8\pi V(\varphi)/3M_p^2$ . Тогда из (1.7.16) вытекает, что

$$\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 = \frac{M_p^2 V'}{48\pi V}. \quad (1.7.17)$$

1) Заметим, что величины  $\partial_\mu\varphi$   $\partial^\mu\varphi$  и  $R^2$  не могут быть больше, чем  $V(\varphi)$ , в одной малой части рассматриваемой области и меньше, чем  $V(\varphi)$ , в другой ее части, поскольку разбиение классического пространства на части размером меньше  $M_p^{-1}$  и рассмотрение классического поля  $\varphi$  в каждой из таких частей отдельно не представляется возможным из-за больших квантовых флуктуаций метрики в этом масштабе.

Для  $V(\varphi) \sim \varphi^n$  отсюда следует, что

$$\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 = \frac{n^2 M_p^2}{48\pi\varphi^2} V(\varphi), \quad (1.7.18)$$

т. е. что  $\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi)$  при

$$\varphi \gg \frac{n}{4\sqrt{3\pi}} M_p. \quad (1.7.19)$$

Это значит, что при больших  $\varphi$  тензор энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  поля  $\varphi$  практически полностью определяется величиной  $g_{\mu\nu}V(\varphi)$ , т. е.  $p \approx -\rho$ , и Вселенная расширяется квазиэкспоненциально. Из-за того что скорость изменения поля  $\varphi$  и величины  $V(\varphi)$  при

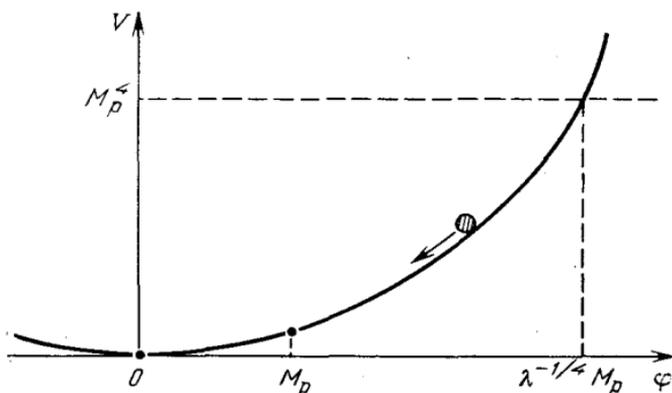


Рис. 5. Эволюция однородного классического скалярного поля  $\varphi$  в теории с  $V(\varphi) = (\lambda/4)\varphi^4$  без учета квантовых флуктуаций этого поля. При  $\varphi > \lambda^{-1/4} M_p$  плотность энергии поля  $\varphi$  превышает планковскую и классическое описание эволюции Вселенной невозможно. При  $M_p/3 \lesssim \varphi \lesssim \lambda^{-1/4} M_p$  поле  $\varphi$  медленно уменьшается, а Вселенная в это время расширяется квазиэкспоненциально (раздувается). При  $\varphi \lesssim M_p/3$  поле  $\varphi$  быстро колеблется вблизи минимума  $V(\varphi)$  и отдает свою энергию рождающимся при этом частицам (разогрев Вселенной)

$\varphi \gg M_p$  много меньше скорости расширения Вселенной ( $\dot{\varphi}/\varphi \ll \ll H$ ,  $\dot{H} \ll H^2$ ), Вселенная в каждый момент времени с большой степенью точности выглядит, как мир де Ситтера с законом расширения

$$a(t) \sim e^{Ht}, \quad (1.7.20)$$

где

$$H(\varphi(t)) = \sqrt{8\pi V(\varphi)/3M_p^2} \quad (1.7.21)$$

медленно уменьшается со временем [56].

В указанном режиме поле  $\varphi(t)$  ведет себя следующим образом (рис. 5):

$$\varphi(t) = \varphi_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} M_p t\right) \quad (1.7.22)$$

для теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$ ;

$$\varphi^{2-n/2}(t) = \varphi_0^{2-(n/2)} + t \left(2 - \frac{n}{2}\right) \sqrt{\frac{n\lambda}{24\pi}} M_p^{3-(n/2)} \quad (1.7.23)$$

для теории  $V(\varphi) \sim \varphi^n$  (1.7.2) при  $n \neq 4$ . В частности, для теории  $V(\varphi) = m^2\varphi^2/2$  (т. е. при  $n = 2$ ,  $\lambda M_p^2 = m^2$ )

$$\varphi(t) = \varphi_0 - \frac{mM_p}{2\sqrt{3\pi}} t. \quad (1.7.24)$$

В то же время поведение масштабного фактора Вселенной описывается следующей общей формулой:

$$a(t) = a_0 \exp \left[ \frac{4\pi}{nM_p^2} (\varphi_0^2 - \varphi^2(t)) \right]. \quad (1.7.25)$$

Напомним, что согласно (1.7.19) этот режим (режим раздувания Вселенной) кончается при  $\varphi \lesssim nM_p/12$ . Если  $\varphi_0 \gg M_p$ , то из (1.7.24) следует, что полная степень раздувания Вселенной  $P$  за это время равна

$$P \approx \exp \left( \frac{4\pi}{nM_p^2} \varphi_0^2 \right). \quad (1.7.26)$$

Таким образом, согласно (1.7.26), степень раздувания мала для малых начальных значений поля  $\varphi$  и экспоненциально нарастает по мере увеличения  $\varphi_0$ . Это означает, что большая часть физического объема Вселенной возникает не за счет расширения областей, которые с самого начала по случайным причинам содержали малое поле  $\varphi$  (или сильно неоднородное и быстро меняющееся поле  $\varphi$ , которое не приводит к экспоненциальному расширению Вселенной), а за счет раздувания областей размером больше радиуса горизонта событий  $H^{-1}(\varphi)$ , изначально заполненных достаточно однородным и медленно меняющимся полем  $\varphi = \varphi_0$  максимально большой величины. Единственным принципиальным ограничением на значение однородного медленно меняющегося поля  $\varphi$  является ограничение  $V(\varphi) \lesssim M_p^4$  (1.7.5). Как уже говорилось, вероятность существования доменов размером  $\Delta l \gtrsim \gtrsim H^{-1}(\varphi) \sim M_p^{-1} \times \varphi^2$ ,  $(\nabla\varphi)^2 \lesssim V(\varphi) \sim M_p^4$  в ранней Вселенной не должна быть заметно подавлена. Это обстоятельство в совокупности с полученным выше результатом (1.7.26) позволяет думать, что большая часть физического объема современной Вселенной возникла именно за счет экспоненциального расширения областей интересующего нас типа.

Если, как мы полагаем, в начальном состоянии

$$V(\varphi_0) \sim \lambda\varphi_0^n/nM_p^{n-4} \sim M_p^4, \quad (1.7.27)$$

то степень раздувания соответствующей области равна

$$P \sim \exp \left[ \frac{4\pi}{n} \left( \frac{\lambda}{n} \right)^{-2/n} \right]. \quad (1.7.28)$$

В частности, для теории  $\lambda\varphi^4/4$

$$P \sim \exp(\pi/\sqrt{\lambda}), \quad (1.7.29)$$

а для теории  $m^2\varphi^2/2$

$$P \sim \exp(\pi\sqrt{2} M_p^2/m^2). \quad (1.7.30)$$

После того как поле  $\varphi$  уменьшается до величины порядка  $M_p$ , см. (1.7.19), величина  $H$ , играющая роль коэффициента трения в уравнении (1.7.13), становится недостаточно большой для того, чтобы препятствовать быстрому скатыванию поля  $\varphi$  в минимум потенциала при  $\varphi = \varphi_0$ . Поле  $\varphi$  начинает колебаться вблизи минимума  $V(\varphi)$  и передает свою энергию частицам, рождающимся за счет этих колебаний. Родившиеся частицы сталкиваются друг с другом и переходят в состояние термодинамического равновесия, т. е. Вселенная становится горячей [54, 123, 124] (рис. 6).

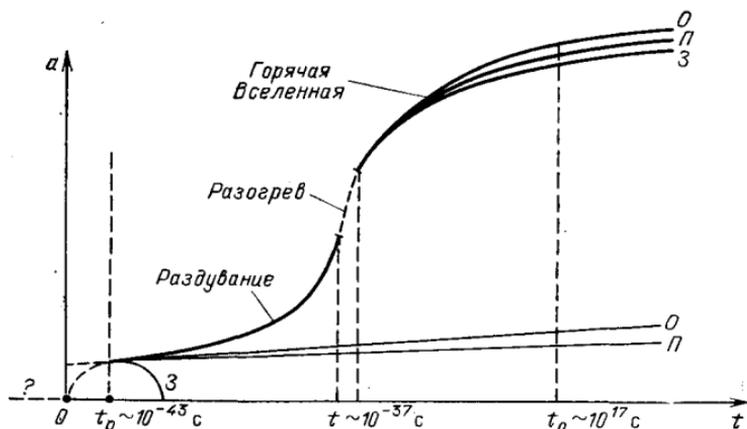


Рис. 6. Поведение размера Вселенной (точнее, ее масштабного фактора) для открытой (O), плоской (П) и замкнутой (З) моделей Фрийдмана (тонкие линии) и эволюция раздувающейся области Вселенной (жирные линии). Из-за квантово-гравитационных флуктуаций классическое описание расширения Вселенной возможно не ранее чем через  $t \sim t_p = M_p^{-1} \sim 10^{-43}$  с от момента большого взрыва  $t = 0$  (или от момента начала раздувания в данной области). Раздувание в простейших моделях продолжается примерно  $10^{-37}$  с. За это время раздувающаяся область Вселенной увеличивается в  $10^{10^7} - 10^{10^{14}}$  раз. Затем происходит разогрев, и дальнейшая эволюция рассматриваемой области описывается теорией горячей Вселенной

Если разогрев Вселенной происходит достаточно быстро (за время меньше или порядка  $H^{-1}$  ( $\varphi \sim M_p$ )), то практически вся энергия колеблющегося поля переходит в тепловую, и температура Вселенной после разогрева  $T_R$  определяется соотношением

$$\frac{\pi^2 N(T_R)}{30} T_R^4 \sim V\left(\varphi \sim \frac{n}{12} M_p\right). \quad (1.7.31)$$

Так, при  $N(T) \sim 10^3$  для теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$   $T_R = c\sqrt{\lambda} M_p$ , где  $c = O(10^{-1})$ . Однако во многих реалистических вариантах инфляционного сценария температура Вселенной после разогре-

ва на много порядков меньше чем  $V^{1/4}$  ( $\varphi \sim nM_p/12$ ) из-за неэффективности процесса разогрева за счет слабого взаимодействия поля  $\varphi$  с самим собой и с другими полями (см. ниже).

Для нас особенно важно то обстоятельство, что значение  $T_R$ , так же как и поведение поля  $\varphi$  вблизи  $\varphi \sim M_p$ , практически не зависит от начального значения поля  $\varphi_0$  при  $\varphi_0 \gg M_p$ , т. е. начальная температура Вселенной после ее разогрева не зависит от начальных условий на стадии раздувания, от длительности стадии раздувания и т. д. Единственный параметр, который изменяется во время раздувания, — это масштабный фактор, который вырастет согласно (1.7.28)–(1.7.30). Именно это обстоятельство и позволяет решить большинство проблем, перечисленных в § 1.5.

Прежде всего обратимся к обсуждению проблем плоскостности, однородности и изотропии пространства. Заметим, что во время квазиэкспоненциального расширения Вселенной правая часть уравнения (1.7.12) уменьшается очень медленно, в то время как член  $ka^{-2}$  в левой части убывает экспоненциально быстро. Иначе говоря, величина  $ka^{-2}$ , характеризующая отличие трехмерной геометрии Вселенной от геометрии плоского мира, экспоненциально быстро уменьшается (хотя глобальная геометрия Вселенной при этом не меняется). Для решения проблемы плоскостности необходимо, чтобы за время раздувания начальный размер области  $\Delta l \sim M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см вырос примерно в  $10^{30}$  раз (см. § 1.5). В большинстве конкретных реализаций сценария хаотического раздувания это условие выполняется с избытком (см. ниже). Причем, в отличие от того, что имеет место в новом сценарии раздувающейся Вселенной, в рассматриваемом сценарии раздувание может начаться при сколь угодно высокой плотности энергии и при сколь угодно малом времени от начала расширения Вселенной, т. е. до того, как замкнутая Вселенная начнет коллапсировать. После того как замкнутая Вселенная проходит стадию раздувания, ее размер (а следовательно, и время жизни) становится экспоненциально большим. Тем самым проблема плоскостности в сценарии хаотического раздувания решается, даже если Вселенная замкнута.

Решение проблемы плоскостности в этом сценарии имеет простую и наглядную интерпретацию: при раздувании шара его топология не меняется, но геометрия его поверхности становится все более и более плоской (рис. 7). Указанная аналогия неполна, но достаточно полезна и наглядна. Ясно, например, что если Гималаи сильно растянуть в горизонтальном направлении, сохранив их высоту неизменной, то на месте этих гор окажется равнина. То же самое происходит и при раздувании Вселенной. Например, быстрое раздувание тормозит изменение амплитуды поля  $\varphi$  во времени (член  $3H\varphi$  в (1.7.13) играет роль вязкого трения), т. е. распределение поля  $\varphi$  в координатах  $r, \theta, \varphi$  «замерзает». В это время общий масштаб Вселенной  $a(t)$  экспоненциально растет, т. е. распределение классического поля  $\varphi$  в единице физического объема экспоненциально быстро становится пространственно од-

нородным,  $\partial_i \varphi \partial^i \varphi \rightarrow 0$ . При этом тензор энергии-импульса экспоненциально быстро становится равным  $g_{\mu\nu} V(\varphi)$  (с точностью до малых поправок  $\sim \dot{\varphi}^2$ ), тензор кривизны приобретает вид

$$R_{\mu\nu\alpha\beta} = H^2 (g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta} g_{\nu\alpha}); \quad (1.7.32)$$

$$R_{\mu\nu} = 3H^2 g_{\mu\nu}; \quad (1.7.33)$$

$$R = 12H^2 = \frac{32\pi}{M_p^2} V(\varphi), \quad (1.7.34)$$

и отличие Вселенной от однородной изотропной Вселенной Фридмана (1.3.1) внутри рассматриваемого домена становится экспоненциально малым (в полном соответствии с теоремой об «отсутствии

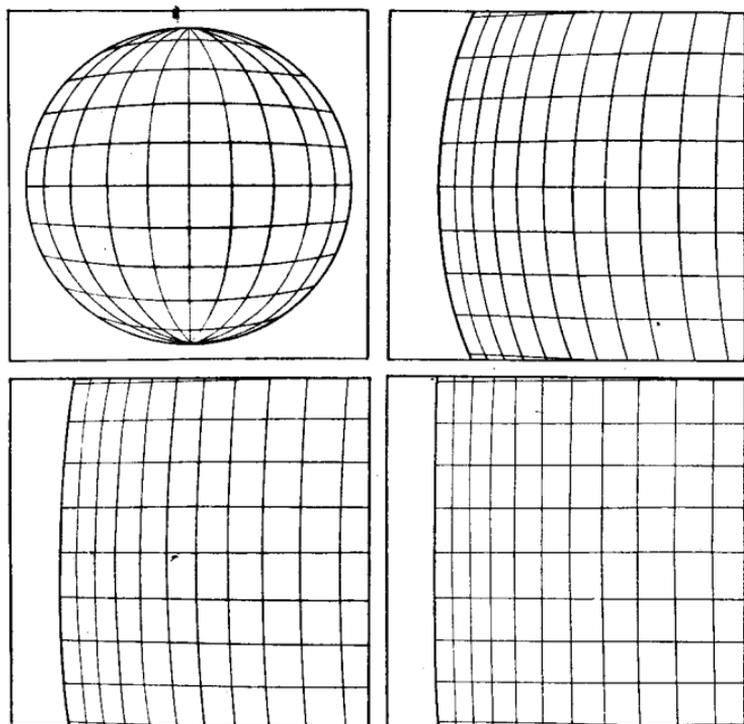


Рис. 7. Зависимость геометрии поверхности тела от его размеров. При сильном увеличении размеров тела геометрия его поверхности становится практически евклидовой. Этот эффект лежит в основе решения проблем плоскостности, однородности и изотропии наблюдаемой части Вселенной за счет ее экспоненциально быстрого раздувания

волос» у мира де Ситтера), а сам этот домен приобретает экспоненциально большие размеры. Тем самым решается проблема однородности и изотропии наблюдаемой части Вселенной [54—56, 120—122].

Растяжение масштабов всех неоднородностей приводит к экспоненциальному изменению плотности монополей, доменных стенок, гравитино и других объектов, которые рождаются до или во время инфляции. Если температура Вселенной после разогрева

$T_R$  недостаточно велика для повторного рождения монополей, то соответствующие проблемы снимаются.

Выглаживая исходные неоднородности и выбрасывая монополи и доменные стенки за пределы наблюдаемой части Вселенной, инфляция сама приводит к появлению специфических крупномасштабных неоднородностей [107, 114, 125]. Теория этого явления довольно сложна, она будет обсуждаться в гл. 7. Физическая же причина возникновения крупномасштабных неоднородностей в раздувающейся Вселенной связана с перестройкой вакуумного состояния за счет экспоненциально быстрого расширения Вселенной. Хорошо известно, что расширение Вселенной часто приводит к рождению элементарных частиц [74]. Оказывается, что в раздувающейся Вселенной рождения обычных частиц не происходит, но происходит превращение коротковолновых квантовых флуктуаций  $\delta\varphi$  поля  $\varphi$  в длинноволновые за счет раздувания Вселенной. Коротковолновые флуктуации поля  $\varphi$  в раздувающейся Вселенной ничем не отличаются от коротковолновых флуктуаций в мире Минковского (1.1.13) (поле с импульсом  $k \gg H$  «не чувствует» кривизну пространства). Однако после того, как длина волны флуктуации  $\delta\varphi$  становится больше, чем размер горизонта  $H^{-1}$ , ее амплитуда «замерзает» (за счет члена с трением  $3H\dot{\varphi}$  в (1.7.13)), т. е. поле  $\delta\varphi$  перестает осциллировать, но в то же время длина волны поля  $\delta\varphi$  продолжает экспоненциально расти. С точки зрения обычного квантования скалярных полей в мире Минковского возникновение таких конфигураций скалярного поля интерпретируется не как рождение частиц поля  $\varphi$  (1.1.3), а как генерация неоднородного (квази)классического поля  $\delta\varphi(x)$ , степень квазиклассичности которого экспоненциально быстро растет по мере расширения Вселенной. В определенном смысле можно сказать, что раздувающаяся Вселенная работает как лазер, постоянно генерирующий классическое поле  $\varphi$  длиной волны  $l \sim k^{-1} \sim H^{-1}$ . Важное отличие, однако, состоит в том, что длина волны образовавшегося неоднородного классического поля  $\delta\varphi$  затем экспоненциально растет со временем. Поэтому возникшие мелкомасштабные неоднородности поля  $\varphi$  растягиваются на экспоненциально большие расстояния (с почти полным сохранением их амплитуды), а на их месте снова генерируются мелкомасштабные неоднородности  $\delta\varphi(x)$ . Характерное время увеличения масштаба в раздувающейся Вселенной  $\Delta t = H^{-1}$ . Средняя амплитуда поля  $\delta\varphi(x)$  с длиной волны  $l \sim k^{-1} \sim H^{-1}$ , генерирующегося за это время, равна [126—128]

$$|\delta\varphi(x)| \sim H(\varphi)/2\pi. \quad (1.7.35)$$

Поскольку величина  $H(\varphi)$  во время раздувания меняется очень медленно, амплитуда возмущений поля  $\varphi$ , образовавшихся за время  $\Delta t = H^{-1}$ , слабо зависит от  $t$ . Если теперь учесть, что длина волны  $l \sim k^{-1}$  флуктуаций  $\delta\varphi(x)$  экспоненциально зависит от времени раздувания  $t$ , то можно показать, что спектр неоднородностей поля  $\varphi$ , образовавшихся во время раздувания, а вместе

с ним и спектр неоднородностей плотности  $\delta\rho$ , пропорциональных  $\delta\varphi$ , почти не зависит от длины волны  $l$  (от импульса  $k$ ) в логарифмическом масштабе их изменения. Как уже говорилось, спектры неоднородностей такого типа давно привлекали внимание специалистов по теории образования галактик [76]. Эта теория требует, однако, чтобы относительная амплитуда возмущений плотности с таким спектром была достаточно мала:

$$\delta\rho/\rho \sim 10^{-4} \div 10^{-5}. \quad (1.7.36)$$

В то же время оценки величины  $\delta\rho/\rho$  в теории  $V(\varphi) \sim \lambda\varphi^4/4$  приводят к значению [114, 116]:

$$\delta\rho/\rho \sim 10^2 \sqrt{\lambda}, \quad (1.7.37)$$

откуда следует, что константа  $\lambda$  должна быть чрезвычайно мала:

$$\lambda \sim 10^{-12} \div 10^{-14}, \quad (1.7.38)$$

как и в новом сценарии раздувающейся Вселенной. При значении  $\lambda \sim 10^{-14}$  характерная степень раздувания Вселенной имеет порядок

$$P \sim \exp(\pi/\sqrt{\lambda}) \sim 10^{10^7}. \quad (1.7.39)$$

После раздувания область начальным размером  $\Delta l \sim l_p \sim M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см приобретает размер

$$l \sim M_p^{-1} \exp(\pi/\sqrt{\lambda}) \sim \underline{10^{10^7} \text{ см}}, \quad (1.7.40)$$

что на много порядков больше размеров наблюдаемой области Вселенной  $R_H \sim 10^{28}$  см. Полная длительность раздувания согласно (1.7.22) имеет порядок

$$\tau \sim \frac{1}{4} \sqrt{\frac{6\pi}{\lambda}} M_p^{-1} \ln \frac{1}{\lambda} \sim 10^8 M_p^{-1} \sim 10^{-35} \text{ с}. \quad (1.7.41)$$

Оценки (1.7.39) и (1.7.40) помогают понять, как решается проблема горизонта в рассматриваемом сценарии: расширение различных областей наблюдаемой части Вселенной размером  $l \lesssim \lesssim 10^{28}$  см началось практически одновременно, поскольку все они возникли за счет раздувания области Вселенной размером не более  $10^{-33}$  см, начавшегося одновременно с точностью до  $\Delta t \sim \sim t_p \sim 10^{-43}$  с. Экспоненциальное расширение Вселенной делает ее причинно-связанной в масштабах, на много порядков превосходящих размер горизонта в теории горячей Вселенной  $R_H \sim ct$ .

Полученные результаты могут показаться совершенно фантастическими, особенно если учесть, что вся наблюдаемая сейчас часть Вселенной, которая, согласно теории горячей Вселенной, расширялась в течение примерно  $10^{10}$  лет, несоизмеримо меньше, чем один раздувшийся домен, имевший минимальный начальный размер  $\Delta l \sim l_p \sim M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см (1.7.40). Здесь следует еще раз подчеркнуть, что столь быстрое увеличение размеров Вселенной не противоречит стандартному ограничению на скорость рас-

пространения сигнала,  $v \leq c = 1$  (см. § 1.4). В то же время необходимо понимать, что конкретные численные оценки (1.7.39) и (1.7.40) существенно зависят от используемой модели. Например, в теории  $V(\varphi) = m^2\varphi^2/2$  при соблюдении условия  $\delta\rho/\rho \sim \sim 10^{-5}$  характерная степень раздувания  $P$  равна не  $10^{10^7}$ , а  $10^{10^{14}}$ . Для нас будет важно лишь то, что размеры рассматриваемых областей Вселенной после раздувания обычно оказываются на много порядков больше размеров наблюдаемой части Вселенной. Соответственно величина  $ka^{-2}$  в (1.3.7) становится на много порядков меньше чем  $8\pi G\rho/3$ , т. е. Вселенная после раздувания оказывается (локально) неотличимой от плоской Вселенной. Это означает, что плотность Вселенной в настоящее время должна быть **очень близка** к критической:

$$\Omega = \rho/\rho_c = 1 \quad (1.7.42)$$

с точностью до малой поправки  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$ , связанной с локальными неоднородностями плотности в наблюдаемой части Вселенной. Этот вывод является одним из важных предсказаний сценария раздувающейся Вселенной, справедливость которого, в принципе, может быть проверена с помощью астрономических наблюдений.

Вернемся теперь к вопросу о разогреве Вселенной после раздувания. При  $\lambda \sim 10^{-14}$  в теории  $\lambda\varphi^4/4$  характерная температура Вселенной после разогрева согласно (1.7.31) не может превышать

$$T_R \sim 10^{-1}\lambda^{1/4} M_p \sim 3 \cdot 10^{14} \text{ ГэВ}. \quad (1.7.43)$$

В действительности значение  $T_R$ , как правило, оказывается еще ниже. Во-первых, частота колебаний поля  $\varphi$  вблизи минимума  $V(\varphi)$  в рассматриваемой теории не превышает  $\sqrt{\lambda} M_p \sim 10^{12}$  ГэВ, и разогреть Вселенную до большей температуры можно далеко не во всех теориях. Кроме того, слабость взаимодействия поля  $\varphi$  с другими полями затягивает процесс разогрева Вселенной. В результате этого амплитуда колебаний поля  $\varphi$  уменьшается при расширении Вселенной из-за наличия члена  $3H\dot{\varphi}$  в уравнении движения поля  $\varphi$ , и температура Вселенной после разогрева в некоторых теориях оказывается много меньше, чем (1.7.43). Это, вообще говоря, может привести к определенным трудностям при рассмотрении вопроса о барионной асимметрии Вселенной. Действительно, во время раздувания Вселенной ее исходная барионная асимметрия экспоненциально быстро уменьшается, и последующее возникновение барионной асимметрии становится не только теоретически привлекательным, как в обычной теории горячей Вселенной, но необходимым. Между тем механизм генерации барионной асимметрии, предложенный в [36—38] и разработанный в рамках теорий великого объединения, эффективно работает, лишь если температура была достаточно велика для того, чтобы в горячей плазме существовали сверхтяжелые частицы, последующий распад которых приводит к возникновению избытка барионов над антибарио-

нами. Обычно для этого требуется, чтобы температура Вселенной превышала  $10^{15}$  ГэВ. Этого далеко не всегда удастся добиться в сценарии раздувающейся Вселенной. К счастью, однако, генерация барионов после раздувания может идти и при гораздо меньшей температуре за счет неравновесных процессов во время разогрева Вселенной [123]. Кроме того, в последние годы стали широко изучаться модели, в которых барионная асимметрия может

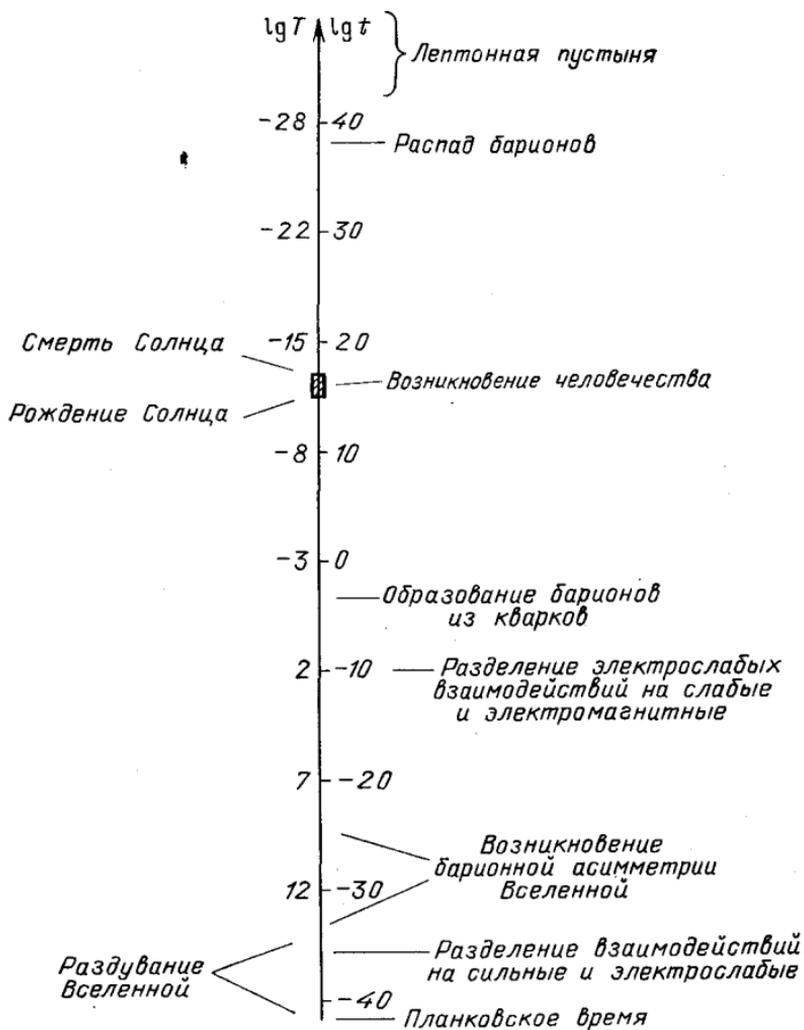


Рис. 8. Основные этапы эволюции раздувающейся области Вселенной. Время  $t$  дано в секундах и отсчитывается от начала раздувания, температура  $T$  — в гигаэлектрон-вольтах ( $1 \text{ ГэВ} \approx 10^{13} \text{ К}$ ). Типичное время жизни области Вселенной от начала раздувания до коллапса (если ее плотность превосходит критическую) на много порядков больше времени распада протона в простейших теориях великого объединения

возникать, даже если температура во Вселенной после раздувания никогда не превышала  $10^2$  ГэВ [97—99, 129—131]. Таким образом, стадию расширения горячей Вселенной можно «сшить» со стадией раздувания, и получившийся при этом сценарий [56] оказывается

свободным от большинства трудностей, присущих стандартной теории горячей Вселенной.

С точки зрения эволюции каждого отдельного раздувающегося домена, все преимущества новой теории были достигнуты за счет существования непродолжительной стадии раздувания (инфляции), см. рис. 8. Однако начальная и конечная стадии развития каждой из раздувающихся областей зависят от глобальной структуры раздувающейся Вселенной, к обсуждению которой мы сейчас и переходим.

## § 1.8. Самовосстанавливающаяся Вселенная

Внимательный читатель уже, вероятно, заметил, что при обсуждении проблем, решаемых с помощью сценария раздувающейся Вселенной, мы обходим молчанием самую важную из них — проблему космологической сингулярности. Мы также ничего не говорили о глобальной структуре раздувающейся Вселенной, ограничиваясь утверждениями о том, что ее локальные свойства весьма близки к свойствам наблюдаемого мира. Изучение вопроса о глобальной структуре Вселенной и проблемы космологической сингулярности в рамках сценария раздувающейся Вселенной таило в себе некоторые неожиданности. До создания этого сценария не было никаких оснований полагать, что наш мир в больших масштабах сильно неоднороден. Напротив, астрономические данные свидетельствовали в пользу того, что в больших масштабах, по меньшей мере порядка всей наблюдаемой части Вселенной  $R_c \sim \sim 10^{28}$  см, неоднородности  $\delta\rho/\rho$  в среднем не превышают  $10^{-4}$ . Поэтому для понимания эволюции Вселенной представлялось вполне достаточным исследовать однородные (или слабо неоднородные) космологические модели типа модели Фридмана (или анизотропных моделей Бьянки) [65].

Между тем, из результатов предыдущего параграфа становится ясно, что наблюдаемая часть Вселенной скорее всего представляет собой ничтожно малую часть всего мира, и вывод об однородности всего мира на основании наблюдения его малой части — недопустимая экстраполяция. Более того, изучение вопроса о глобальной геометрии раздувающейся Вселенной показывает, что Вселенная, являясь локально фридмановской, в предельно больших масштабах *должна быть* абсолютно неоднородной, и ее глобальная геометрия и динамика ее развития как целого не имеют ничего общего с геометрией и динамикой развития Вселенной Фридмана [57, 78, 132, 133].

Для того чтобы проиллюстрировать это важное и несколько неожиданное утверждение, рассмотрим более тщательно поведение скалярного поля  $\phi$  в сценарии хаотического раздувания в простейшей модели (1.7.1) с эффективным потенциалом  $V(\phi) = = \lambda\phi^4/4$  с учетом длинноволновых флуктуаций поля  $\phi$ , возникающих во время раздувания [57]. Как следует из (1.7.21) и (1.7.22),

за характерное время

$$\Delta t = H^{-1}(\varphi) = \sqrt{\frac{3}{2\pi\lambda}} \frac{M_p}{\varphi^2} \quad (1.8.1)$$

классическое однородное поле  $\varphi$  уменьшается на величину

$$\Delta\varphi = M_p^2/2\pi\varphi. \quad (1.8.2)$$

За это же время согласно (1.7.36) генерируются неоднородности поля  $\varphi$  с длиной волны  $l \gtrsim H^{-1}$  и со средней амплитудой

$$|\delta\varphi(x)| \approx \frac{H(\varphi)}{2\pi} = \sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} \frac{\varphi^2}{M_p}. \quad (1.8.3)$$

Нетрудно убедиться, что при  $\varphi \ll \varphi^*$ , где

$$\varphi^* = \lambda^{-1/6} M_p, \quad (1.8.4)$$

влияние квантовых флуктуаций поля  $\varphi$  на его эволюцию несущественно,  $|\delta\varphi(x)| \ll \Delta\varphi$ . Именно на поздних стадиях раздувания, когда поле  $\varphi$  становится меньше  $\varphi^* = \lambda^{-1/6} M_p$ , формируются малые неоднородности  $\delta\varphi$  поля  $\varphi$  и малые неоднородности плотности  $\delta\rho$ ,

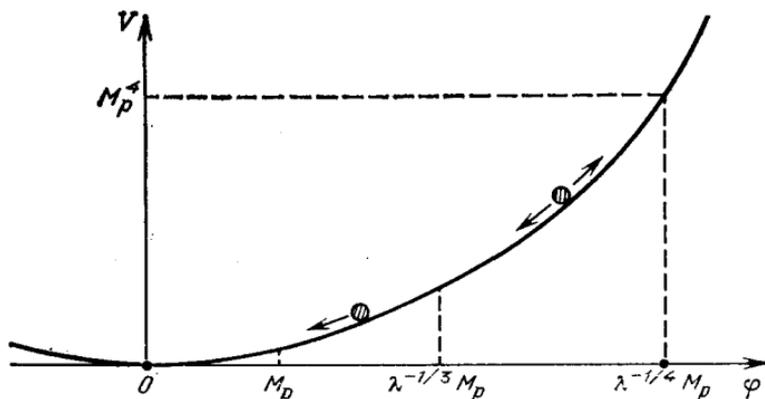


Рис. 9. Эволюция скалярного поля  $\varphi$  в простейшей теории поля с эффективным потенциалом  $V(\varphi) = (\lambda/4)\varphi^4$  с учетом квантовых флуктуаций поля  $\varphi$ . В области  $\varphi \gtrsim \lambda^{-1/6} M_p$  ( $V(\varphi) \gtrsim M_p^4$ ) велики квантово-гравитационные флуктуации метрики, и классическое описание пространства в простейших теориях невозможно. При  $M_p/3 \lesssim \varphi \lesssim \lambda^{-1/6} M_p$  поле  $\varphi$  эволюционирует относительно медленно, а Вселенная расширяется квазиэкспоненциально. При  $\lambda^{-1/6} M_p \lesssim \varphi \ll \lambda^{-1/6} M_p$  амплитуда поля  $\varphi$  сильно флуктуирует, что ведет к нескончаемому рождению новых и новых раздувающихся областей Вселенной. При  $M_p/3 \lesssim \varphi \ll \lambda^{-1/6} M_p$  флуктуации поля имеют относительно небольшую амплитуду. Поле  $\varphi$  скатывается вниз, а флуктуации приводят к рождению неоднородностей плотности, нужных для образования галактик. При  $\varphi \lesssim M_p/3$  поле начинает быстро осциллировать вблизи точки  $\varphi = 0$ , рождает пары частиц, и вся энергия колеблющегося поля переходит в тепловую

приводящие к образованию галактик. С другой стороны, при  $\varphi \gg \gg \varphi^*$  только усредненное поле  $\varphi$  подчиняется уравнению (1.7.22), и роль флуктуаций становится весьма существенной (рис. 9).

Рассмотрим область раздувающейся Вселенной размером  $\Delta l \sim \sim H^{-1}(\varphi)$ , содержащую поле  $\varphi \gg \varphi^*$ . Согласно теореме об «отсутст-

вии волос» у мира де Ситтера, раздувание в этой области Вселенной идет независимо от того, что происходит в других областях. Поле в такой области можно считать в высокой степени однородным, поскольку начальные неоднородности поля  $\varphi$  уменьшились за счет раздувания, а новые неоднородности (1.8.3), возникшие во время раздувания, имеют длину волны  $l > H^{-1}$ . За характерное время  $\Delta t = H^{-1}$  рассматриваемая область увеличивается в  $e$  раз, а ее объем — в  $e^3$  раз, так что ее можно разбить примерно на  $e^3$  областей размером  $O(H^{-1})$ , каждая из которых снова будет содержать почти однородное поле  $\varphi$ , отличающееся от начального

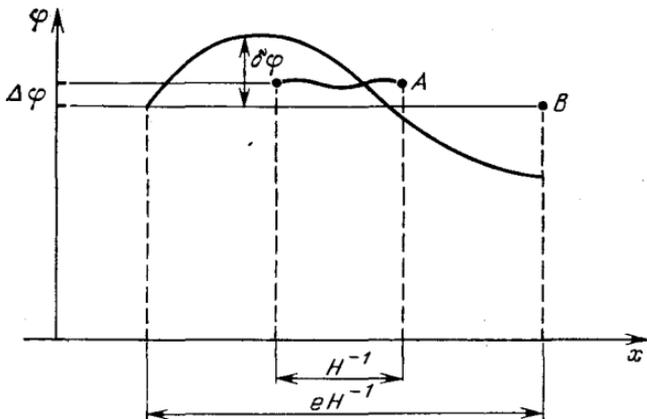


Рис. 10. Эволюция поля  $\varphi \gg \varphi^* = \lambda^{-1/6} M_p$  в раздувающейся области Вселенной начального размера  $\Delta l = H^{-1}(\varphi)$ . Изначально (A) поле  $\varphi$  в этом домене относительно однородно, поскольку неоднородности  $\delta\varphi(x)$  с длиной волны  $l \sim H^{-1}(\varphi)$ , генерируемые за счет раздувания, имеют порядок  $\delta\varphi \sim \sim H/2\pi \ll \varphi$ . Через время  $\Delta t = H^{-1}$  размер этой области вырастает в  $e$  раз (B). При  $\varphi \gg \varphi^*$  среднее уменьшение  $\Delta\varphi$  поля  $\varphi$  в рассматриваемой области много меньше, чем  $|\delta\varphi| \sim H/2\pi$ . Это означает, что почти в половине всего объема рассматриваемой области поле  $\varphi$  не уменьшается, а растет. Таким образом, за время  $\Delta t = H^{-1}$  объем, занятый *увеличивающимся* полем  $\varphi$ , вырастает примерно в  $e^3/2 \approx 10$  раз

поля  $\varphi$  на величину  $\delta\varphi(x) - \Delta\varphi \approx \delta\varphi(x)$ . Это означает, однако, что почти в  $e^3/2$  областей размером  $O(H^{-1})$  поле  $\varphi$  вместо того, чтобы уменьшиться, возрастет на величину порядка  $|\delta\varphi(x)| \sim H/2\pi \gg \Delta\varphi$  (рис. 10). За следующий интервал времени  $\Delta t = H^{-1}$  этот процесс повторится и т. д. Нетрудно убедиться, что полный объем Вселенной, занятый *постоянно растущим* полем  $\varphi$ , будет увеличиваться примерно как  $\exp[(3 - \ln 2) Ht] \gtrsim \gtrsim \exp[3\sqrt{\lambda}(\varphi^2/M_p)t]$ , в то время как полный объем, занятый *не убывающим* полем  $\varphi$ , будет расти почти так же быстро, как  $\exp[3H(\varphi)t]$ .

Это означает, что области пространства, содержащие поле  $\varphi$ , постоянно порождают все новые области с еще большим значением поля  $\varphi$ , причем с увеличением  $\varphi$  процесс рождения и расширения новых областей идет со все возрастающей скоростью. Для более

полного понимания физической сути этого явления полезно рассмотреть те редкие, но все время возникающие области, в которых поле  $\varphi$  постоянно растет, т. е. увеличивается примерно на  $\delta\varphi \sim \sim H(\varphi)/2\pi$  за каждый последующий промежуток времени  $\Delta t = = H^{-1}(\varphi)$ . Скорость роста поля в таких областях определяется уравнением

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{H^2(\varphi)}{2\pi} = \frac{4V(\varphi)}{3M_p^2} = \frac{\lambda\varphi^4}{3M_p^2}, \quad (1.8.5)$$

откуда

$$\varphi^{-3}(t) = \varphi_0^{-3} - \lambda t/M_p^2. \quad (1.8.6)$$

Это означает, что через время

$$\tau = M_p^2/\lambda\varphi_0^3 \quad (1.8.7)$$

поле  $\varphi$  должно стать бесконечно большим. Фактически, однако, речь идет о том, что поле  $\varphi$  в этих областях достигает такого значения  $\varphi$ , при котором  $V(\varphi) \sim M_p^4$  (т. е.  $\varphi \sim \lambda^{-1/4}M_p$ ). При больших плотностях классическое рассмотрение таких областей пространства становится невозможным. Более того, формальное изучение раздувающихся областей с  $V(\varphi) \gg M_p^4$  показывает, что в них основная доля энергии поля  $\varphi$  концентрируется не в величине  $V(\varphi)$ , а в энергии, связанной с неоднородностями  $\delta\varphi(x)$  и пропорциональной  $H^4 \sim V^2/M_p^4$ . Поэтому в подавляющей части областей Вселенной с  $V(\varphi) \gg M_p^4$  процесс раздувания, скорее всего, прерывается.

Таким образом, через время  $\tau \sim M_p^2/\lambda\varphi_0^3$  в части Вселенной, изначально заполненной полем  $\varphi_0 \gg \varphi^*$ , образуются раздувающиеся области с  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . Часть из этих областей при дальнейшем расширении будет переходить в область с  $V(\varphi) \gg M_p^4$ , т. е. в пространственно-временную пену, описывать которую в терминах классического пространства-времени мы не можем. Для нас будет важно, однако, что объем Вселенной, заполненный *неубывающим* полем  $\varphi$ , таким, что  $V(\varphi) \sim M_p^4$ , будет продолжать расти *предельно быстро*, как  $\exp(cM_p t)$ ,  $c = O(1)$ . В результате этого большая часть физического объема начальной раздувающейся области Вселенной с  $\varphi = \varphi_0 \gg \varphi^*$  через время  $t \gg \tau$  (1.8.7) в синхронной системе отсчета (см. § 10.3) должна будет содержать предельно большое поле  $\varphi$ , такое, что  $V(\varphi) \sim M_p^4$ .

Это вовсе не означает, что вся Вселенная должна находиться в состоянии с планковской плотностью. Флуктуации поля  $\varphi$  постоянно приводят к формированию не только областей с  $\varphi \gg \varphi^*$ , но и областей с  $\varphi \ll \varphi^*$ . Такие области в конечном счете и дают начало огромным относительно однородным областям Вселенной, в одной из которых мы сейчас находимся. Характерный размер каждой такой области после раздувания превышает

$$l^* \sim M_p^{-1} \exp \frac{\pi(\varphi^*)^2}{M_p^2} \sim M_p^{-1} \exp(\pi\lambda^{-1/3}) \sim 10^6 \cdot 10^4 \text{ см} \quad (1.8.8)$$

при  $\lambda \sim 10^{-14}$ . Это гораздо меньше размера  $l \approx M_p^{-1} \exp(\pi\lambda^{-1/2}) \sim 10^{107}$ , см. (1.7.40), который получался без учета квантовых флуктуаций, но все еще на сотни порядков больше размеров наблюдаемой части Вселенной.

Более детальное обоснование приведенных выше результатов было получено в [132, 133] в рамках стохастического подхода к теории раздувающейся Вселенной, развитого в [134, 135]. Рассмотрим теперь два основных следствия этих результатов.

**Самовосстанавливающаяся раздувающаяся Вселенная и проблема сингулярности.** Как говорилось в предыдущем параграфе, наиболее естественное начальное значение поля  $\varphi$  в раздувающейся области Вселенной — это  $\varphi \sim \lambda^{-1/4} M_p \gg \varphi^* \sim \lambda^{-1/6} M_p$ . Такая

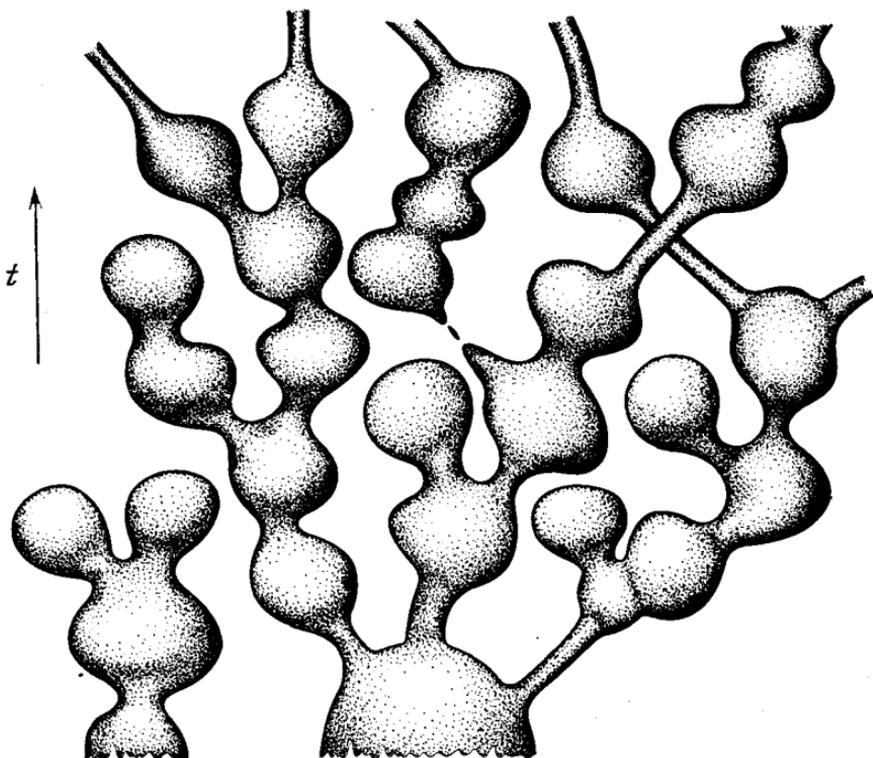


Рис. 11. Условная картина, отображающая основные особенности глобальной структуры раздувающейся Вселенной. Одна область раздувающейся Вселенной порождает много новых раздувающихся областей, причем свойства пространства-времени и законы взаимодействия элементарных частиц друг с другом в разных областях могут быть различны. С учетом процесса постоянного воссоздания раздувающихся областей эволюция Вселенной как целого не имеет конца и может не иметь начала

область бесконечно порождает все новые и новые области раздувающейся Вселенной, содержащие поле  $\varphi \gg \varphi^*$ . Вследствие этого вся Вселенная как целое никогда не сколлапсирует, даже если она исходно представляла собой замкнутую Вселенную Фрийдмана (рис. 11). Иными словами, вопреки стандартным ожиданиям, даже

в замкнутой Вселенной в будущем никогда не возникнет глобальной сингулярной пространственноподобной гиперповерхности, т. е. Вселенная как целое никогда не превратится «в ничто». Аналогично нет никаких оснований считать, что такая гиперповерхность существовала в прошлом, т. е. что Вселенная как целое в какой-то момент времени  $t = 0$  возникла «из ничего».

Этот вывод вовсе не означает, что в раздувающейся Вселенной отсутствуют сингулярности. Напротив, значительная часть физического объема Вселенной все время находится в состоянии, близком к сингулярному, с плотностью энергии порядка планковской,  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . Важно, однако, что разные области Вселенной проходят через сингулярное состояние в разное время, так что нет единого конца времени, после которого пространство и время исчезают. Не исключено также, что и единого начала времени для Вселенной тоже не существовало.

Стоит заметить, что стандартное утверждение о наличии общей космологической сингулярности (т. е. о наличии глобальной сингулярной пространственноподобной гиперповерхности во Вселенной или, что то же самое, о наличии единого начала или конца времени для всего мира) не является непосредственным следствием известных топологических теорем о сингулярностях в общей теории относительности [69, 70] или анализа поведения общих решений уравнений Эйнштейна вблизи сингулярности [68]. Соответствующее утверждение базируется в первую очередь на анализе однородных космологических моделей типа Вселенной Фридмана или моделей Бьянки. Некоторые авторы подчеркивали, что единого начала и конца времени во Вселенной может и не быть, если наша Вселенная является локально фридмановской, но глобально неоднородной (так называемая квазиоднородная Вселенная, см. [34, 136]). Однако в отсутствие всяких экспериментальных оснований для гипотезы о сильной неоднородности Вселенной в больших масштабах указанная возможность решить проблему общей космологической сингулярности не вызывала значительного интереса.

В настоящее время отношение к этому вопросу существенно изменилось. Действительно, единственное известное нам объяснение однородности наблюдаемой части Вселенной связано со сценарием раздувающейся Вселенной. Но, как мы только что убедились, из этого же сценария следует, что Вселенная в предельно больших масштабах должна быть абсолютно неоднородна, с перепадами плотности от  $\rho \lesssim 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup> (как в наблюдаемой части Вселенной) до  $\rho \sim M_p^4 \sim 10^{94}$  г/см<sup>3</sup> (в значительной части физического объема Вселенной). Поэтому для утверждений о существовании единого начала или единого конца всего мира сейчас нет достаточных оснований.

В принципе, не исключено, что Вселенная могла родиться как целое «из ничего» или из единой начальной сингулярности. Такая гипотеза может быть достаточно разумной, если при этом рождается компактная (например, замкнутая) Вселенная размером  $l =$

$= O(M_p^{-1})$ . Однако для некомпактной Вселенной соответствующая гипотеза не только трудноинтерпретируема, но и совершенно неправдоподобна, так как возможность того, что все причинно-несвязанные области бесконечной Вселенной выпли из сингулярности *одновременно*, кажется абсолютно невероятной (см. обсуждение проблемы горизонта в § 1.5). К счастью, в рамках развиваемого сценария такая гипотеза оказывается ненужной, и в этом смысле представляется возможным обойти основную идейную трудность, связанную с проблемой космологической сингулярности [57].

**Проблема единственности Вселенной и антропный принцип.** Процесс нескончаемого рождения новых и новых областей раздувающейся Вселенной идет при  $\lambda^{-1/2} M_p \lesssim \varphi \lesssim \lambda^{-1/4} M_p$ , т. е. при  $\lambda^{-1/2} M_p^4 \lesssim V(\varphi) \lesssim M_p^4 (10^{-5} M_p^4 \lesssim V(\varphi) \lesssim M_p^4$  для  $\lambda \sim 10^{-14}$ ). Для описания этого процесса не нужно апеллировать к гипотетическим явлениям, имеющим место при плотностях выше планковской.

В то же время важно, что значительная часть физического объема Вселенной должна все время находиться при плотности, близкой к планковской, и экспоненциально расширяться с хаббловской постоянной  $H$  порядка  $M_p$ . В реалистических теориях элементарных частиц помимо скалярного поля  $\varphi$ , ответственного за раздувание, имеется большое число других типов скалярных полей  $\Phi$ ,  $H$  и т. д. с массами  $m \ll M_p$ . Раздувание приводит к генерации длинноволновых флуктуаций не только у поля  $\varphi$ , но и у всех скалярных полей с  $m \ll H \sim M_p$ . В результате этого Вселенная заполняется полями  $\varphi$ ,  $\Phi$  и т. д., медленно меняющимися в пространстве и принимающими все допустимые значения, при которых  $V(\varphi, \Phi, \dots) \lesssim M_p^4$ . В тех областях, где раздувание кончается, скалярные поля «скатываются» в ближайший минимум эффективного потенциала  $V(\varphi, \Phi, \dots)$ , и Вселенная разбивается на домены экспоненциально большого размера (мини-вселенные), заполненные полями  $\varphi$ ,  $\Phi$  и т. д., которые принимают в разных доменах значения, соответствующие всем локальным минимумам  $V(\varphi, \Phi, \dots)$ . В теориях Калуцы—Клейна и в теории суперструн квантовые флуктуации могут привести к локальному изменению типа компактификации в масштабе  $O(H^{-1}) \sim O(M_p^{-1})$ . Если область Вселенной после изменения типа компактификации продолжает раздуваться, то в силу теоремы об «отсутствии волос» у мира де Ситтера свойства Вселенной вне этой области (ее размерность и тип компактификации) не оказывают на эту область никакого влияния, и после раздувания образуется мини-вселенная экспоненциально большого размера с измененным типом компактификации.

В результате Вселенная разбивается на мини-вселенные, в которых реализуются все возможные типы (метастабильных) вакуумных состояний и все возможные типы компактификации, при которых может реализоваться режим раздувания. Мы живем в области Вселенной, в которой есть слабые, сильные и электро-

магнитные взаимодействия и пространство-время четырехмерно. Однако не исключено, что это происходит не потому, что данная область единственная или самая лучшая, а потому, что такие области есть, их должно быть экспоненциально много (или, скорее всего, бесконечно много) и жизнь нашего типа в областях другого рода была бы невозможна [57, 78].

Это рассуждение основано на антропном принципе, справедливость которого мы ранее сами подвергали сомнению. Но теперь ситуация изменилась. Вовсе не обязательно, чтобы кто-то сидел и создавал одну Вселенную за другой, пока не будет достигнут удачный результат. Вселенная, раз возникнув (или существуя вечно), сама создает экспоненциально большие области (минивселенные) с разными свойствами элементарных частиц и пространства-времени внутри каждой из них. При этом, чтобы возникли хорошие условия для жизни в окрестности Солнечной системы, необходимо навести порядок в масштабах гораздо больших, чем размер всей наблюдаемой части Вселенной. Действительно, для того чтобы возникли галактики, в простой модели, рассмотренной нами, требуется иметь  $\lambda \sim 10^{-14}$ , а это, как мы видели, приводит к характерному размеру областей однородности  $l \sim \sim 10^6 \cdot 10^4$  см. Таким образом, в рамках развиваемого подхода удается снять основные возражения против применения антропного принципа в космологии.

Этот вывод имеет важное методологическое значение. Излишними становятся попытки построить теорию, в которой наблюдаемое состояние Вселенной и наблюдаемые законы взаимодействия элементарных частиц были бы единственно возможными и реализовались бы во всей Вселенной. Вместо этого возникает задача построения теорий, согласно которым могут образовываться большие области Вселенной нашего типа. Вопрос о наиболее естественных начальных условиях вблизи сингулярности и о вероятности рождения раздувающейся Вселенной сменяется вопросом о том, какие значения принимают физические поля, каковы свойства пространства в большей части раздувающейся Вселенной и каков наиболее вероятный способ формирования наблюдаемой нами области размером  $R_{\text{ч}} \sim 10^{28}$  см.

Новая постановка задачи открывает гораздо более широкие возможности построения реалистических моделей раздувающейся Вселенной и, вместе с тем, реалистических теорий элементарных частиц.

\*

В этой вводной главе мы на примере простейших моделей проследили за некоторыми наиболее важными этапами развития современных космологических представлений. Изменения, происшедшие за последние годы в теории эволюции Вселенной, весьма существенны и, вероятно, уже необратимы. Было разработано то, что постепенно вместо сценария раздувающейся (инфляционной) Вселенной стало называться инфляционной теорией или даже

инфляционной парадигмой. Ясно, однако, что мы пока еще в самом начале пути, и многие детали теории в дальнейшем будут пересмотрены. Идеи, которые обсуждались в предыдущих параграфах, могут быть реализованы в рамках самых разных теорий. Эти теории могут в конечном счете оказаться весьма далекими от изученных нами простых моделей. В частности, например, поля  $\phi$ , ответственные за раздувание Вселенной, вовсе не обязательно являются элементарными скалярными полями. Их роль в некоторых теориях может взять на себя и скаляр кривизны  $R$ , и конденсат фермионов  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  или векторных мезонов  $\langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle$ , или даже логарифм радиуса кривизны компактифицированного пространства. Для дальнейшей разработки инфляционной теории необходимы детальное исследование различных конкретных моделей, более строгое и тщательное обоснование полученных выше качественных выводов, касающихся структуры и эволюции Вселенной.

# СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ, ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ И СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ

## § 2.1. Классическое и квантовое скалярные поля

Как мы видели, существенную роль в современных космологических моделях (так же как и в современных теориях элементарных частиц) играют классические (или квазиклассические) скалярные поля. При этом нередко приходится иметь дело с неоднородными классическими полями, и иногда возникают вопросы о том, какие поля и в каком смысле можно считать классическими.

Прежде всего напомним, что, согласно стандартной схеме квантования скалярного поля  $\varphi(x)$ , функциям  $\varphi^+(k)$  и  $\varphi^-(k)$  в (1.1.3) ставятся в соответствие операторы  $\varphi_k^+$  и  $\varphi_k^-$  рождения и уничтожения скалярных частиц с импульсом  $k$ . Перестановочные соотношения имеют вид [58]

$$(2k_0)^{-1} [\varphi_k^-, \varphi_q^+] \equiv [a_k^-, a_q^+] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{q}), \quad (2.1.1)$$

причем оператор  $a_k^-$ , действуя на вакуум, дает нуль:

$$\bar{a}_k^- |0\rangle = 0; \langle 0 | a_k^+ = 0; \langle 0 | \varphi(x) | 0\rangle = 0. \quad (2.1.2)$$

Оператор  $a_k^+$  рождает частицу с импульсом  $\mathbf{k}$ :

$$a_k^+ |\psi\rangle = |\psi, \mathbf{k}\rangle, \quad (2.1.3)$$

а оператор  $\bar{a}_k^-$  уничтожает ее:

$$\bar{a}_k^- |\psi, \mathbf{k}\rangle = |\psi\rangle. \quad (2.1.4)$$

Рассмотрим функцию Грина скалярного поля  $\varphi$  [58]

$$G(x) = \langle 0 | T(\varphi(x)\varphi(0)) | 0\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{-ikx}}{m^2 - k^2 - i\varepsilon} d^4k. \quad (2.1.5)$$

Здесь  $T$  — знак упорядочения по времени;  $\varepsilon$  указывает способ обхода особенности при  $k^2 = m^2$  (в дальнейшем будем оба знака опускать). Вычисление  $G(x)$  показывает, что при  $t = 0$ ,  $x \geq m^{-1}$  эта величина экспоненциально убывает с ростом  $x$ , т. е. корреляция между  $\varphi(x)$  и  $\varphi(0)$  становится малой. При  $m = 0$  функция  $G(x)$  с ростом  $x$  убывает степенным образом.

Полезно вычислить также величину  $G(0)$ , которая после перехода к евклидову пространству (виковского поворота  $k_0 \rightarrow -ik_4$ ) записывается в виде

$$G_0 = \langle 0 | \varphi^2 | 0\rangle = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{k^2 + m^2} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^2k}{2\sqrt{k^2 + m^2}}. \quad (2.1.6)$$

Если усреднение идет не по обычному вакууму в мире Минковского, а, например, по состоянию, содержащему частицы, то величину  $\langle 0 | \varphi^2 | 0 \rangle \equiv \langle \varphi^2 \rangle$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \langle \varphi^2 \rangle &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2\sqrt{k^2 + m^2}} (1 + 2\langle a_k^+ a_k^- \rangle) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{\sqrt{k^2 + m^2}} \left( \frac{1}{2} + n_k \right). \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

Здесь  $n_k$  — плотность числа частиц с импульсом  $\mathbf{k}$ . Например, для бозе-газа при ненулевой температуре

$$n_k = \frac{1}{\exp\left(\frac{\sqrt{k^2 + m^2}}{T}\right) - 1}. \quad (2.1.8)$$

Если теперь рассмотреть бозе-конденсат  $\varphi_0$  невзаимодействующих частиц поля  $\varphi$  с массой  $m$  и нулевым импульсом  $\mathbf{k}$ , то в этом случае

$$n_k = (2\pi)^3 \varphi_0^2 m \delta(\mathbf{k}). \quad (2.1.9)$$

Для когерентной волны  $\varphi_p$  частиц с импульсом  $\mathbf{p}$

$$n_k = (2\pi)^3 \varphi_p^2 \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{p}). \quad (2.1.10)$$

И в том и в другом случае  $n_k$  обращается в бесконечность при некотором значении  $\mathbf{k}$ ; тогда некоммутативность операторов  $a_k^\pm$  (2.1.1) становится несущественной,  $n_k \gg 1$  в формуле (2.1.7). Поэтому конденсат  $\varphi_0$  и когерентную волну  $\varphi_p$  можно назвать *классическими* скалярными полями. При проведении вычислений удобно разбить поле  $\varphi$  на классическое поле (конденсат)  $\varphi_0$  ( $\varphi_p$ ) и надконденсатные возбуждения (скалярные частицы), причем квантовые эффекты ассоциировать только с последними. Формально это эквивалентно тому, что у исходного поля  $\varphi$  вакуумное среднее отличается от нуля,  $\langle 0 | \varphi | 0 \rangle = \varphi_0$ , и для возвращения к стандартному формализму (2.1.2) нужно выделить из  $\varphi$  его классическую часть  $\varphi_0$ , см. (1.1.12).

Рассмотренные выше случаи не являются наиболее общими. Если конденсат образуется за счет динамических эффектов (минимизация релятивистски-инвариантного эффективного потенциала), то частицы, из которых он составлен, меняют свои свойства и сам конденсат (в отличие от (2.1.9), (2.1.10)) может оказаться релятивистски-инвариантным. Именно это имеет место в теориях типа модели Глэшоу—Вайнберга—Салама, где величина  $\langle \varphi^2 \rangle$  может быть представлена в виде

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2\sqrt{k^2 + m^2}} + \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2\sqrt{k^2}} n_k, \quad (2.1.11)$$

где  $k = \sqrt{\mathbf{k}^2}$ ;

$$n_k = (2\pi)^3 \varphi_0^2 k \delta(\mathbf{k}). \quad (2.1.12)$$

Смысл такого представления состоит в том, что постоянное классическое скалярное поле  $\varphi_0$  из (1.1.12) является лоренц-инвариантным, и поэтому может быть конденсатом, лишь если составляющие его частицы имеют нулевой импульс и нулевую энергию, т. е. нулевую массу (ср. (2.1.14) и (2.1.7)).

Интерпретация постоянного классического поля как конденсата не обязательна, но она оказывается очень полезной и плодотворной при анализе фазовых переходов в калибровочных теориях. При этом релятивистски-инвариантный вид конденсата, описываемого формулами (2.1.11), (2.1.12), приводит к существованию ряда эффектов, отсутствующих в теории твердого тела с конденсатом стандартного типа (2.1.9). Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в следующей главе.

Заметим, что  $n_k \gg 1$  при  $\sqrt{k^2 + m^2} \ll T$  для ультрарелятивистского бозе-газа (2.1.8). Поэтому можно условно разбить поле  $\varphi$  на квантовую часть, соответствующую  $\sqrt{k^2 + m^2} \gtrsim T$ , и (квази)-классическую часть с  $\sqrt{k^2 + m^2} \ll T$ . Однако такое разбиение не очень полезно, так как основной вклад в большую часть термодинамических функций идет от возбуждений с  $\sqrt{k^2 + m^2} \sim T$ .

Гораздо более интересные эффекты возникают в раздувающейся Вселенной, где основной вклад в  $\langle \varphi^2 \rangle$ , в неоднородности плотности и ряд других величин дают именно длинноволновые моды с  $k \ll H$ , для которых  $n_k \gg 1$ . Интерпретация этих мод как неоднородных классических полей  $\delta\varphi$  существенно облегчает понимание ряда принципиальных особенностей сценария раздувающейся Вселенной. Соответствующие эффекты рассматривались в § 1.8, их обсуждение будет продолжено в гл. 7, 10.

Сформулируем еще некоторые критерии, помогающие понять, является ли поле  $\varphi$  (квази)классическим. Один из этих критериев уже обсуждался: наличие моды с  $n_k \gg 1$ . Другим критерием является поведение корреляционной функции  $G(x)$  при больших  $x$ . В обычном случае (без классических полей) эта функция при больших  $x$  убывает либо экспоненциально, либо степенным образом (как  $x^{-2}$ ). В случае же, когда существует конденсат (2.1.9), (2.1.11) или когерентная волна (2.1.10), корреляционная функция перестает убывать при больших  $x$  (так как конденсат всюду одинаков, т. е. его значения в разных точках скоррелированы). Возникновение «дальнего порядка» есть еще один критерий возникновения классического поля в среде. Этот критерий давно успешно применяется в теории фазовых переходов. В теории раздувающейся Вселенной, как будет показано далее, соответствующая корреляционная функция убывает лишь на экспоненциально больших расстояниях  $x \sim H^{-1}e^{Ht}$ ,  $Ht \gg 1$ , что и дает возможность говорить о генерации классического поля  $\delta\varphi(x)$  во время раздувания.

Несколько неожиданным является вывод о том, что классическое поле  $\varphi$  не может быть слишком неоднородным (если только оно не представляет собой когерентную волну с одним выделенным

импульсом (2.1.10)). Действительно, пусть в некоторой области пространства  $\nabla\varphi \sim k\varphi \gg m\varphi$ . Для того чтобы выделить это поле на фоне квантовых флуктуаций, необходимо, чтобы поле  $\varphi$  было больше чем вклад в дисперсию  $\sqrt{\langle\varphi^2\rangle}$  от квантовых флуктуаций с импульсом  $\sim k \gg m$ . С помощью (2.1.6) получаем

$$\varphi^2 \gtrsim ck^2, \quad (2.1.13)$$

где  $c = O(1)$ , или

$$(\nabla\varphi)^2 \lesssim \varphi^4. \quad (2.1.14)$$

Это означает, в частности, что начальные значения для классического скалярного поля  $\varphi$  не могут быть произвольными; неоднородности классического скалярного поля не могут превосходить некоторого предела.

Еще более важные ограничения можно получить с учетом квантовой гравитации. Согласно современным представлениям, при плотности энергии порядка планковской флуктуации метрики становятся столь велики, что говорить о классическом пространстве-времени с классической метрикой  $g_{\mu\nu}$  (в том же смысле, как о классическом поле  $\varphi$ ) становится невозможно. Это приводит к невозможности рассматривать классические поля  $\varphi$ , если не выполнены условия

$$\partial_\mu\varphi \partial^\mu\varphi \lesssim M_p^4, \quad \mu = 0, 1, 2, 3, \quad (2.1.15)$$

$$V(\varphi) \lesssim M_p^4. \quad (2.1.16)$$

Эти ограничения были существенно использованы при обсуждении начальных условий в раздувающейся Вселенной в § 1.7.

## § 2.2. Квантовые поправки к эффективному потенциалу $V(\varphi)$

В § 1.1 исследован вопрос о нарушении симметрии в простейших моделях квантовой теории поля без учета квантовых поправок к эффективному потенциалу скалярного поля  $\varphi$ . Между тем в ряде случаев квантовые поправки оказываются существенными. В то же время весьма полезно представлять себе область значений поля  $\varphi$ , при которых квантовыми поправками к  $V(\varphi)$  можно пренебречь.

Согласно [137, 138] квантовые поправки к классическому выражению для эффективного потенциала даются совокупностью всех одночастично-неприводимых вакуумных диаграмм (диаграмм, которые не распадаются на две при разрезании одной линии) в теории с лагранжианом  $L(\varphi + \varphi_0)$  без членов, линейных по  $\varphi$ . Соответствующие диаграммы с одной, двумя и т. д. петлями для теории (1.1.5) изображены на рис. 12. Разложение по количеству петель в данном случае соответствует разложению по малой константе связи  $\lambda$ . В однопетлевом приближении (с учетом лишь первой диаграммы на рис. 12)

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + \frac{1}{2(2\pi)^4} \int d^4k \ln[k^2 + m^2(\varphi)]. \quad (2.2.1)$$

Здесь  $k^2 = k_4^2 + \mathbf{k}^2$  (сделан виковский поворот  $k_0 \rightarrow -ik_4$  и интегрирование идет в евклидовом пространстве импульсов); эффективный квадрат массы поля  $\varphi$  равен

$$m^2(\varphi) = 3\lambda\varphi^2 - \mu^2. \quad (2.2.2)$$

Как и раньше, опущен индекс нуль у классического поля  $\varphi$  в уравнениях (2.2.1) и (2.2.2). Интеграл в (2.2.1) расходится при

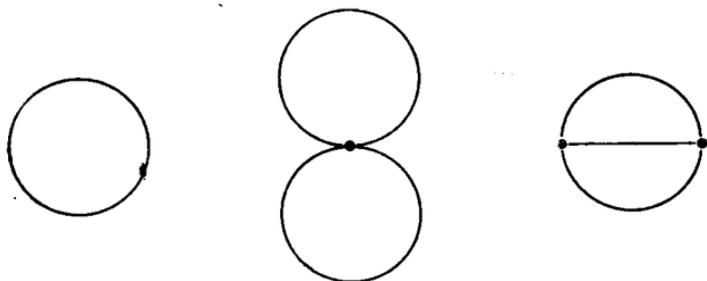


Рис. 12. Диаграммы для  $V(\varphi)$  в теории скалярного поля (1.1.5)

больших  $k$ . Для доопределения выражения (2.2.1) необходимо сделать перенормировку волновой функции, массы, константы связи и энергии вакуума [2, 8, 9]. С этой целью к  $L(\varphi + \varphi_0)$  (1.1.5) можно добавить контрчлены

$$c_1 (\partial_\mu (\varphi + \varphi_0) \partial^\mu (\varphi + \varphi_0)), \quad c_2 (\varphi + \varphi_0)^2, \quad c_3 (\varphi + \varphi_0)^4 \quad \text{и} \quad c_4.$$

Смысл выражения (2.2.1) становится особенно ясным после интегрирования по  $k_4$ . Результат (с точностью до бесконечной константы, устраняемой перенормировкой энергии вакуума, т. е. добавлением  $c_4$  к  $L(\varphi + \varphi_0)$ ) выглядит следующим образом:

$$V(\varphi) = \frac{\mu^2}{2} \varphi^2 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4 + \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \sqrt{k^2 + m^2(\varphi)}. \quad (2.2.3)$$

Таким образом, эффективный потенциал  $V(\varphi)$  в однопетлевом приближении дается суммой классического выражения для потенциальной энергии поля  $\varphi$  и зависящего от  $\varphi$  сдвига вакуумной энергии за счет квантовых флуктуаций поля  $\varphi$ . Для определения величин  $c_i$  необходимо наложить нормировочные условия на потенциал  $V(\varphi)$ , которые можно выбрать, например, в следующем виде [139]:

$$\left. \frac{dV}{d\varphi} \right|_{\varphi=\mu/\sqrt{\lambda}} = 0; \quad \left. \frac{d^2V}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=\mu/\sqrt{\lambda}} = 2\mu^2. \quad (2.2.4)$$

Эти нормировочные условия означают, что положение минимума  $V(\varphi)$  при  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$  и кривизна  $V(\varphi)$  в минимуме (совпадающая в низшем порядке по  $\lambda$  с квадратом массы скалярного поля  $\varphi$ ) остаются такими же, как и в классической теории. Существуют и другие варианты нормировочных условий, например условия Коулмена—Вайнберга [137]

$$\left. \frac{d^2V}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} = m^2; \quad \left. \frac{d^4V}{d\varphi^4} \right|_{\varphi=M} = \lambda, \quad (2.2.5)$$

где  $M$  — некоторая нормировочная точка. Все физические результаты, получаемые с помощью нормировочных условий (2.2.4) и (2.2.5), эквивалентны после установления надлежащего соответствия между параметрами  $\mu$ ,  $m$ ,  $M$  и  $\lambda$  в перенормированных выражениях для  $V(\varphi)$  в обоих подходах. Для практических целей при работе с теориями со спонтанным нарушением симметрии обычно бывают удобнее условия (2.2.4), однако в ряде случаев, связанных с исследованием принципиальных особенностей теории, более удобными являются условия (2.2.5), так как первое из них определяет квадрат массы скалярного поля до нарушения симметрии. Поскольку в этом параграфе для нас интересны свойства  $V(\varphi)$  при определенных значениях  $m^2(\varphi) = d^2V/d\varphi^2$  в минимуме  $V(\varphi)$ , будем использовать условия (2.2.4). В этом случае эффективный потенциал  $V(\varphi)$  выглядит следующим образом [23]:

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + \frac{(3\lambda\varphi^2 - \mu^2)^2}{64\pi^2} \ln \frac{3\lambda\varphi^2 - \mu^2}{2\mu^2} + \frac{21\lambda\mu^2}{64\pi^2}\varphi^2 - \frac{27\lambda^2}{128\pi^2}\varphi^4. \quad (2.2.6)$$

Видно, что при  $\lambda \ll 1$  квантовые поправки становятся важными лишь при асимптотически больших  $\varphi$  (при  $\lambda \ln(\varphi/\mu) \gg 1$ ), когда необходимо учитывать высшие поправки по  $\lambda$ . При  $\lambda > 0$  учет высших поправок к выражению для  $V(\varphi)$  при больших  $\varphi$  является весьма трудной задачей, которую удастся решить только для специального класса теорий типа  $\lambda\varphi^4$  (см. следующий параграф).

Гораздо дальше удастся продвинуться в выяснении роли квантовых поправок в теориях с несколькими различными константами

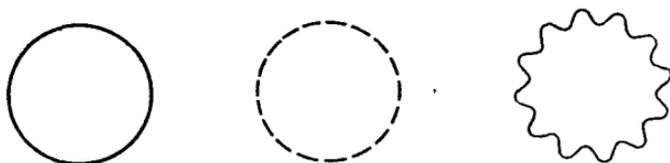


Рис. 13. Диаграммы для  $V(\varphi)$  в модели Хиггса. Сплошная, штриховая и волнистая линии отвечают полям  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  и  $A_\mu$  соответственно

связи. В качестве примера рассмотрим модель Хиггса (1.1.15) в поперечной калибровке  $\partial_\mu A_\mu = 0$ . В этом случае эффективный потенциал в однопетлевом приближении дается диаграммами, приведенными на рис. 13.

При  $e^2 \ll \lambda$  вкладом векторных частиц можно пренебречь, и ситуация становится аналогичной описанной выше. При  $e^2 \gg \lambda$  можно пренебречь вкладом скалярных частиц. В этом случае выражение для  $V(\varphi)$  приобретает следующий вид [139]:

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2\varphi^2}{2} \left(1 - \frac{3e^4}{16\pi^2\lambda}\right) + \frac{\lambda\varphi^4}{4} \left(1 - \frac{9e^4}{32\pi^2\lambda}\right) + \frac{3e^4\varphi^4}{64\pi^2} \ln \frac{\lambda\varphi^2}{\mu^2}. \quad (2.2.7)$$

Отсюда видно, что при  $\lambda < 3e^4/16\pi^2$  эффективный потенциал приобретает дополнительный минимум при  $\varphi = 0$ , а при  $\lambda < 3e^4/32\pi^2$  этот минимум становится даже глубже, чем обычный минимум при  $\varphi = \varphi_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$  (рис. 14).

Таким образом, при  $\lambda < 3e^4/32\pi^2$  нарушение симметрии в модели Хиггса становится энергетически невыгодным. Этот эффект

осуществляется не за счет больших логарифмических факторов типа  $\lambda \ln(\varphi/\mu) \gtrsim 1$ , но из-за специальных соотношений между  $\lambda$  и  $e^2$  ( $\lambda \sim e^4$ ), при которых классические члены в выражении для эффективного потенциала (2.2.7) становятся того же порядка, что квантовые поправки по константе  $e^2$ . Высшие поправки к (2.2.7) пропорциональны  $\lambda^2$  и  $e^6$  и не приводят к существенной модификации вида  $V(\varphi)$  (2.2.7) в интересующей нас области  $\varphi \lesssim \mu/\sqrt{\lambda}$ . Заметим теперь, что  $m_A^2 = e^2\varphi_0^2 = e^2\mu^2/\lambda$ ,  $m_\varphi^2 = 2\lambda\varphi_0^2$  с точностью до высших поправок по  $e^2$ . Это означает, что нарушение симметрии в модели Хиггса энергетически выгодно лишь при

$$m_\varphi^2 > \frac{3e^2}{16\pi^2} m_A^2. \quad (2.2.8)$$

Этот результат означает, применительно к модели Глэшоу — Вайнберга — Салама, что масса хиггсовского бозона в этой теории (точнее, в ее стандартной версии с одним сортом хиггсовских бозонов и без сверхтяжелых фермионов, при  $\sin^2 \theta_W \approx 0,23$ ) должна удовлетворять неравенству [139, 140]

$$m_\varphi \gtrsim 7 \text{ ГэВ}. \quad (2.2.9)$$

Из выражения (2.2.7) следуют также ограничения на константу связи хиггсовских бозонов друг с другом  $\lambda(\varphi = \varphi_0) = \frac{1}{6} \frac{d^4V}{d\varphi^4} \Big|_{\varphi=\varphi_0}$ . [139]. Действительно,  $\lambda > 0$ ,

$$\lambda(\varphi_0) = \lambda + e^4/2\pi^2, \quad (2.2.10)$$

откуда следует, что  $V(\varphi)$  имеет минимум при  $\varphi_0 \neq 0$ , если

$$\lambda(\varphi_0) > 11e^4/16\pi^2, \quad (2.2.11)$$

причем минимум при  $\varphi = \varphi_0$  глубже минимума при  $\varphi = 0$ , если

$$\lambda(\varphi_0) > 19e^4/32\pi^2. \quad (2.2.12)$$

В модели Вайнберга — Салама из ограничения типа (2.2.12) следует условие

$$\lambda(\varphi_0) \gtrsim 3 \cdot 10^{-3}. \quad (2.2.13)$$

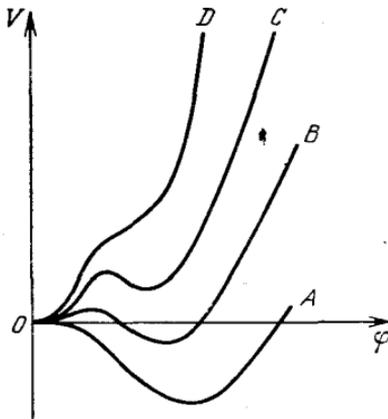


Рис. 14. Эффективный потенциал в модели Хиггса: A —  $\lambda > 3e^4/16\pi^2$ ; B —  $3e^4/16\pi^2 > \lambda > 3e^4/32\pi^2$ ; C —  $3e^4/32\pi^2 > \lambda > 0$ ; D —  $\lambda = 0$

В действительности, с учетом космологических соображений соответствующие ограничения могут быть несколько усилены. Как уже говорилось во введении, в ранней Вселенной при  $T \gtrsim \gtrsim 10^2$  ГэВ симметрия в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама была восстановлена и единственным минимумом  $V(\varphi, T)$  был минимум при  $\varphi = 0$ . Минимум при  $\varphi \neq 0$  появляется лишь после охлаждения Вселенной, и если при этом эффективный потенциал  $V(\varphi)$  продолжает иметь минимум в точке  $\varphi = 0$ , то заранее не ясно, успеет ли поле  $\varphi$  «перескочить» из локального минимума при  $\varphi = 0$  в глобальный минимум при  $\varphi = \varphi_0 \approx 250$  ГэВ и каковы будут свойства Вселенной после такого фазового перехода. С помощью теории туннелирования при высокой температуре [62] удалось показать, что вероятность этого фазового перехода в модели Глэшоу — Вайнберга — Салама чрезвычайно сильно подавлена. Поэтому фазовый переход успеваает произойти, лишь если минимум  $V(\varphi)$  при  $\varphi = 0$  очень мелкий,  $\left. \frac{d^2V}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} \ll \mu^2$ . Это условие приводит к несколько более сильному ограничению на массу хиггсовского бозона [141—144]

$$m_\varphi \gtrsim 10 \text{ ГэВ}. \quad (2.2.14)$$

Выделенным с точки зрения космологии (так же как и с точки зрения теории элементарных частиц) является случай, когда  $\left. \frac{d^2V}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} = 0$ . Эта теория называется теорией Коулмена — Вайнберга [137]. Эффективный потенциал этой теории, основанный на модели Хиггса (1.1.15), имеет вид

$$V(\varphi) = \frac{25e^4}{128\pi^2} \left( \varphi^4 \ln \frac{\varphi}{\varphi_0} - \frac{\varphi^4}{4} + \frac{\varphi_0^4}{4} \right). \quad (2.2.15)$$

Здесь добавлен член  $(25e^4/512\pi^2) \varphi_0^4$ , для того чтобы фиксировать современную плотность энергии вакуума  $V(\varphi_0) = 0$ . В модели  $SU(5)$  соответствующий эффективный потенциал имеет вид

$$V(\varphi) = \frac{25g^4}{128\pi^2} \varphi^4 \left( \ln \frac{\varphi}{\varphi_0} - \frac{1}{4} \right) + \frac{9}{32\pi^2} M_x^2, \quad (2.2.16)$$

где  $g^2$  — калибровочная константа связи в группе  $SU(5)$ ;  $M_x$  — масса  $X$ -бозона, а величина  $\varphi$  определяется формулой (1.1.19). Выражение (2.2.16) легло в основу первых вариантов нового сценария раздувающейся Вселенной, так что мы к нему еще не возвращаемся.

В то время как поправки, связанные с нулевыми флуктуациями векторных полей, стимулируют динамическое восстановление симметрии, эффекты, связанные с фермионами, приводят к динамическому нарушению симметрии. Рассмотрим в качестве примера упрощенную  $\sigma$ -модель (1.1.13). При больших  $\varphi$  эффективный потенциал в этой теории дается следующим выражением [145]:

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2} \varphi^2 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4 + \frac{9\lambda^2 - 4h^4}{64\pi^2} \ln \frac{\lambda\varphi^2}{\mu^2}. \quad (2.2.17)$$

Видно, что при больших  $\varphi$  вклад фермионов отрицателен и при  $3\lambda < 2h^2$  эффективный потенциал  $V(\varphi)$  не ограничен снизу (рис. 15).

Разумеется, при  $\varphi \rightarrow \infty$  однопетлевое приближение становится неприменимым. Однако при  $\lambda \ll h^2$  существует такая область значений поля  $\varphi$  ( $\varphi^2 \sim (\mu^2/\lambda) \times \exp(\lambda/h^4)$ ), при которых  $V(\varphi) < V(\mu/\sqrt{\lambda})$ , а однопетлевое приближение все еще дает надежные результаты. Таким образом, в  $\sigma$ -модели при  $\lambda \ll h^2$ , или, что то же самое, при  $m_\varphi \ll m_\psi$ , состояние  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$  является неустойчивым и происходит сильное динамическое нарушение симметрии.

Этот результат нетрудно обобщить на более широкий класс теорий, включающий теорию Глэшоу — Вайнберга — Салама, что приводит к существованию совокупности ограничений на массу

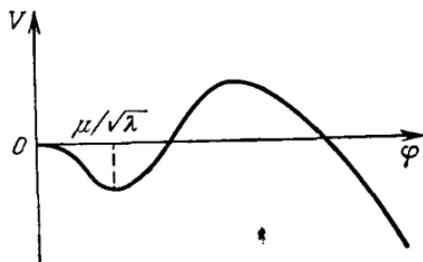


Рис. 15. Эффективный потенциал в теории (1.1.13) при  $m_\psi \gg m_\varphi$

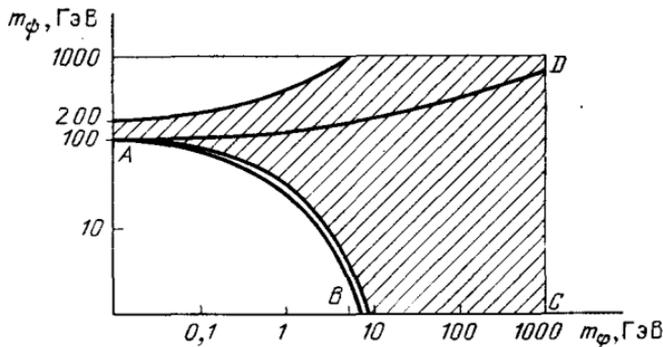


Рис. 16. Массы хиггсовского бозона  $m_\varphi$  и тяжелых фермионов  $m_\psi$  (точнее,  $(\sum_i m_{\psi_i}^4)^{1/4}$ ), допустимые с учетом квантовых поправок к эффективному потенциалу в модели Глэшоу—Вайнберга—Салама и космологических соображений (заштрихованная область). Область, ограниченная кривой  $ABCD$ , отвечает области абсолютной устойчивости фазы со спонтанным нарушением симметрии,  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$

хиггсовского мезона и массы фермионов в этой теории [139—151] (рис. 16). Уточнение этих ограничений с учетом космологических соображений содержится в гл. 6.

### § 2.3. $1/N$ -разложение и эффективный потенциал в теории $\lambda\varphi^4/N$

Как правило, стандартная теория возмущений не дает возможности исследовать поведение эффективного потенциала при  $\varphi \rightarrow \infty$ . Важным исключением являются асимптотически свободные (по всем константам связи) теории. Например, в безмассовой

теории  $\lambda\varphi^4$  с отрицательным значением  $\lambda$  удается доказать, что  $V(\varphi)$  как в классическом приближении, так и с учетом квантовых поправок неограниченно убывает при  $\varphi \rightarrow \infty$  [137, 152]. Для теории  $\lambda\varphi^4$  с  $\lambda > 0$  в общем случае исследовать этот вопрос с помощью теории возмущений не удастся. Существует, однако, класс теорий, в котором удается довольно далеко продвинуться в понимании свойств  $V(\varphi)$  как при малых, так и при больших  $\varphi$ , и при этом получается ряд неожиданных результатов.

Рассмотрим  $O(N)$ -симметричную теорию скалярного поля  $\Phi = \{\Phi_1, \dots, \Phi_N\}$  с лагранжианом

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{\mu^2}{2} \Phi^2 - \frac{\lambda}{4! N} (\Phi^2)^2, \quad (2.3.1)$$

где  $\Phi^2 = \sum_i \Phi_i^2$ . Поле  $\Phi$  может иметь классическую часть  $\Phi_0 = \sqrt{N} \{\varphi, 0, \dots, 0\}$ . Введем также составное поле

$$\hat{\chi} = \mu^2 + \frac{\lambda}{6N} \Phi^2 \quad (2.3.2)$$

с классической частью  $\chi$  и добавим к (2.3.1) член

$$\Delta L = \frac{3N}{2\lambda} (\hat{\chi} - \mu^2 - \frac{\lambda}{6N} \Phi^2)^2, \quad (2.3.3)$$

так что

$$L' = L + \Delta L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{3N}{\lambda} \mu^2 \hat{\chi} + \frac{3N}{\lambda} \hat{\chi}^2 - \frac{1}{2} \hat{\chi} \Phi^2. \quad (2.3.4)$$

Теория (2.3.4) эквивалентна теории (2.3.1), поскольку уравнение Лагранжа для поля  $\hat{\chi}$  в теории (2.3.4) — это как раз уравнение (2.3.2), а уравнение Лагранжа для поля  $\Phi$  в теории (2.3.4) с учетом (2.3.2) дает уравнение Лагранжа для поля  $\Phi$  в теории (2.3.1) [153]. Эффективный потенциал  $V(\varphi, \chi) \equiv Nv(\varphi, \chi)$ , соответствующий теории (2.3.4), в однопетлевом приближении дается уравнением [154]

$$v(\varphi, \chi) = -\frac{3}{2} \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{96\pi^2} \right) \chi (\chi - 2\mu^2) + \frac{1}{2} \chi \varphi^2 + \frac{\chi^2}{128\pi^2} \left( 2 \ln \frac{\chi}{M^2} - 1 \right), \quad (2.3.5)$$

где  $M$  — нормировочная масса;

$$(\chi - \mu^2) \left( \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{96\pi^2} \right) = \frac{\varphi^2}{6} + \frac{\chi}{96\pi^2} \ln \frac{\chi}{M^2}. \quad (2.3.6)$$

Эффективный потенциал  $V(\varphi) \equiv Nv(\varphi)$  в исходной теории (2.3.1) равен  $V(\varphi, \chi(\varphi))$ . Важно, что все высшие поправки к выражениям (2.3.5), (2.3.6) содержат высшие степени  $1/N$  и исчезают в пределе  $N \rightarrow \infty$ . В этом смысле выражения (2.3.5), (2.3.6) являются *точными* в пределе  $N \rightarrow \infty$ .

Наложим теперь следующие нормировочные условия на  $\mu^2$  и  $\lambda$  в (2.3.5), (2.3.6):

$$\operatorname{Re} \frac{d^2 v}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0} = \mu^2; \quad (2.3.7)$$

$$\operatorname{Re} \frac{d^3 v}{d\varphi^3} \Big|_{\varphi=0} = \lambda. \quad (2.3.8)$$

Отсюда следует, что параметр  $M^2$  в (2.3.5) после перенормировки следует положить равным  $\mu^2$ .

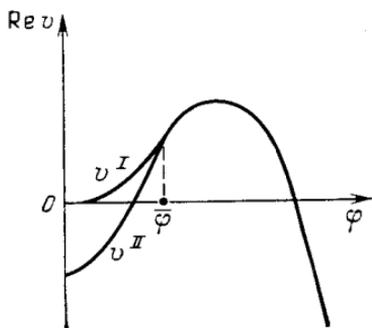
Знаки  $\mu^2$  и  $\lambda$  в (2.3.7) и (2.3.8) могут быть любыми. Рассмотрим для простоты случай  $\mu^2 > 0$ ,  $\lambda > 0$ . Поле  $\chi$  оказывается двузначной функцией  $\varphi$  при  $\varphi < \bar{\varphi}$ , где

$$1 - \frac{\lambda}{96\pi^2} \ln \frac{\chi(\bar{\varphi})}{\mu^2} = 0. \quad (2.3.9)$$

В результате эффективный потенциал  $v(\varphi)$  при  $\varphi < \bar{\varphi}$  оказывается двузначной функцией  $\varphi$  ( $v^I(\varphi)$  и  $v^{II}(\varphi)$ ;  $v^I > v^{II}$ , см. рис. 17) [154]. Нормировочные условия (2.3.7) и (2.3.8) выполняются на верхней ветви  $v(\varphi)$ .

Поле  $\chi$  на ветви  $v^I$  чрезвычайно велико  $\left(\frac{\lambda}{96\pi^2} \ln \frac{\chi}{\mu^2} > 1\right)$ , и можно было бы спросить, действительно ли уравнения (2.3.5), (2.3.6) надежны при таких больших  $\chi$  для любого большого, но конечного  $N$ . Ответ на этот вопрос является положительным, так как величина  $\chi$  на ветви  $v^{II}$  велика, но конечна и не зависит от  $N$ , и поэтому для любого сколь угодно большого  $\chi$  должно существовать такое  $N$ , что поправки  $\sim O(1/N)$  к выражениям (2.3.5), (2.3.6) для этого  $\chi$  будут малы [155].

Рис. 17. Эффективный потенциал  $v(\varphi)$  в теории (2.3.1) при  $\mu^2 > 0$



При  $\varphi = 0$ , как было показано в [153] в низшем порядке по  $1/N$ , функция Грина  $G_{\chi\chi}(k^2)$  поля  $\chi$  на верхней ветви  $v^I$  имеет тахонный полюс при  $k^2 = -\mu^2 e^{1/\lambda}$ . При помощи тех же аргументов, которые были использованы выше, можно показать, что высшие поправки по  $1/N$  к  $G_{\chi\chi}(k^2)$  могут изменить тип особенности при  $k^2 < 0$ , но не могут изменить того обстоятельства, что  $G_{\chi\chi}(k^2)$  меняет свой знак при  $k^2 < 0$ . Такое поведение  $G_{\chi\chi}(k^2)$  противоречит теореме Челлена — Лемана и означает неустойчивость теории относительно генерации классического поля  $\chi$ . Причина этого состоит просто в том, что точка  $\varphi = 0$  на ветви  $v^I$  — не точка минимума, а седловая точка потенциала  $v(\varphi, \chi)$ , и осуществляется переход в точку минимума  $\varphi = 0$  на ветви  $v^{II}$ .

Однако и эта точка не является точкой абсолютного минимума  $v(\varphi)$ . Действительно, согласно (2.3.5), (2.3.6),

$$v(\varphi) = -4\pi^2 \frac{\varphi^4}{\ln(\varphi^2/\mu^2)} \left(1 + \frac{i\pi}{\ln(\varphi^2/\mu^2)}\right) \quad (2.3.10)$$

при  $\varphi \rightarrow \infty$ . Это означает, что потенциал  $v(\varphi)$  не ограничен снизу и теория (2.3.1) неустойчива относительно генерации сколь угодно больших полей  $\varphi$  [155].

Против такого вывода можно было бы выдвинуть ряд возражений, главное из которых состоит в следующем. Уравнение (2.3.10) верно при  $N = \infty$ , но при любом конечном  $N$  может существовать столь большое  $\varphi = \varphi_N$ , что при  $\varphi > \varphi_N$  выражение (2.3.10) становится ненадежным, и поэтому при  $\varphi > \varphi_N$  может существовать абсолютный минимум  $v(\varphi)$ .

Снять указанное возражение можно с помощью комбинированного применения  $1/N$ -разложения и уравнения ренормгруппы [155]. С этой целью сначала отметим, что эффективная константа связи  $\lambda(\varphi) = d^4V/d\varphi^4$ , которую можно вычислить с использованием (2.3.5) и (2.3.6), ведет себя так, как показано на рис. 18. Отсюда следует несколько выводов:

- 1) теория  $\lambda\varphi^4/N$  с  $\lambda > 0$  при достаточно большом  $N$  эквивалентна теории с  $\lambda < 0$ , представляющей собой просто другую ветвь той же самой теории;
- 2) в отличие от того, что ожидается обычно, теория  $\lambda\varphi^4/N$  с  $\lambda > 0$  нестабильна, а теория с  $\lambda < 0$  — метастабильна при малых  $\varphi$ ;
- 3) при достаточно больших  $\varphi$  величина  $\text{Re } \lambda$  становится отрицательной и стремится к нулю с ростом  $\varphi$ .

Последнее обстоятельство оказывается решающим. Действительно, возьмем столь большое  $\varphi = \varphi_1$ , что при нем величина  $\lambda$  уже является отрицательной и малой, и возьмем столь большое  $N(\varphi_1)$ , что высшие поправки по  $1/N$  к значению  $\lambda(\varphi)$  при  $\varphi \sim \varphi_1$  будут малы. В таком случае можно воспользоваться уравнением ренормгруппы для того, чтобы продолжить величину  $\lambda(\varphi)$  от  $\varphi = \varphi_1$  до  $\varphi \rightarrow \infty$ , поскольку теория  $\lambda\varphi^4/N$  при  $\lambda < 0$  асимптотически свободна. Затем следует проинтегрировать  $\lambda(\varphi)$  по  $\varphi$  и получить величину  $v(\varphi)$ . Результат соответствующих вычислений тождественно воспроизводит значение  $v(\varphi)$  (2.3.10) и подтверждает тем самым, что эффективный потенциал в этой теории действительно не ограничен снизу при больших  $\varphi$  [155].

Этот вывод оказывается верным независимо от знака  $\mu^2$  и  $\lambda$  при  $\varphi = 0$ . Интересно, что спонтанное нарушение симметрии, которое должно было бы существовать в теории (2.3.1) при  $\mu^2 < 0$ , в действительности имеет место лишь на верхней (нестабильной) ветви  $v(\varphi)$ ; на нижней (метастабильной) ветви  $v(\varphi)$  эффективный квадрат массы поля  $\varphi$  всегда оказывается положительным и нарушение симметрии отсутствует [154].

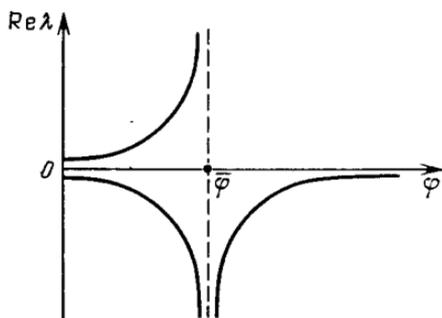


Рис. 18. Эффективная константа связи  $\lambda(\varphi)$  в теории (2.3.1)

Полученные результаты довольно неожиданны и во многих отношениях поучительны. Оказалось, что квантовые поправки могут привести к неустойчивости даже такой теории, в которой этого меньше всего можно было ожидать, например в теории (2.3.1) с  $\mu^2 > 0$  и  $\lambda > 0$ . Оказалось также, что при больших  $N$  в этой теории нет спонтанного нарушения симметрии при  $\mu^2 < 0$ . Кроме того, выяснилось, что теория (2.3.1) при  $\lambda < 0$  и при  $\lambda > 0$  — это на самом деле две ветви одной и той же теории. Они смыкаются при экспоненциально больших значениях  $\varphi$ , и при дальнейшем увеличении  $\varphi$  эффективная константа  $\lambda(\varphi)$  становится отрицательной и стремится к нулю снизу. Впрочем, последний результат не является таким уж неожиданным. Именно так и должна была бы вести себя эффективная константа  $\lambda$  при больших полях и больших импульсах согласно исследованию с помощью уравнения ренормгруппы (см., например, [58]). Такое патологическое поведение эффективной константы  $\lambda$  и составляло сущность так называемой проблемы нуль-заряда [156, 157]. Долгое время соответствующие результаты считались недостаточно надежными, и не исключено, что во многих реалистических ситуациях проблема нуль-заряда действительно не возникает (см., например, [158]). С другой стороны, основные возражения против надежности результатов работ [156, 157], по-видимому, не относятся к их выводу с помощью  $1/N$ -разложения [155, 159]. В последние годы наличие проблемы нуль-заряда в теории  $\lambda\varphi^4$  было, как многие считают, достаточно убедительно доказано с помощью аналитических [160] и численных методов [161] («тривиальность» теории  $\lambda\varphi^4$ ).

Проведенный выше анализ помогает ясно понять суть этой проблемы на примере теории (2.3.1): согласно нашим результатам, при больших  $N$  не существует теории (2.3.1) с устойчивым вакуумом и ненулевой константой взаимодействия  $\lambda$ .

Возникает вопрос, не относится ли этот результат и к реалистическим теориям элементарных частиц со спонтанным нарушением симметрии?

Прежде всего, проанализируем, сколь серьезны недостатки теории (2.3.1). На первый взгляд наличие полюса при  $k^2 \sim \sim -\mu^2 e^{1/\lambda}$  на верхней ветви  $\nu(\varphi)$  не очень страшно, так как обычно считается, что физика низких энергий «не чувствует» структуры теории при сверхбольших импульсах и массах. Это действительно так при больших  $k^2 > 0$ . Однако пример с нарушением симметрии в теории (1.1.5) показывает, что наличие тахионного полюса при  $k^2 = -\mu^2 < 0$  приводит к тем более быстрому развитию неустойчивости, чем больше тахионная масса, см. (1.1.6). Поэтому верхняя ветвь потенциала  $\nu(\varphi)$  действительно соответствует неустойчивому вакуумному состоянию. (Аналогичная неустойчивость имеет место и в многокомпонентном варианте квантовой электродинамики при достаточно больших  $N$  [159, 162].) С другой стороны, время жизни Вселенной в точке  $\varphi = 0$  на нижней ветви при  $\lambda \ll 1$  экспоненциально велико, так что вывод о неустойчивости вакуума в этой теории вовсе не означает, что она не

может правильно описывать наш мир. Возможная проблема здесь состоит в том, что при температуре  $T \gtrsim \mu e^{1/\lambda}$  локальный минимум при  $\varphi = 0$  на ветви  $\nu^{\text{II}}$  тоже исчезает [155, 163]. Однако в теории раздувающейся Вселенной температура может никогда не достигать столь больших значений.

Переходя к обсуждению более реалистических теорий, следует обратить внимание на то, что при  $\lambda \ll 1$  тахионный полюс на верхней ветви  $\nu(\varphi)$  находится при  $|k^2| \gg M_p^2$ , и в точке  $\bar{\varphi}$ , в которой сливаются ветви  $\nu^{\text{I}}$  и  $\nu^{\text{II}}$ , значение эффективного потенциала  $V(\varphi)$  превосходит планковскую плотность энергии  $M_p^4$ . В таком случае, как будет показано в следующем параграфе, все основные качественные и количественные результаты, полученные без учета квантовой гравитации, становятся ненадежными. Более того, при еще меньших импульсах и плотностях могут стать важными квантовые поправки к  $V(\varphi)$ , связанные с наличием других полей материи. Эти поправки не меняют вид  $V(\varphi)$  при малых  $\varphi$ , но вполне могут ликвидировать неустойчивость, возникающую при больших полях и импульсах. Именно так и происходит с нестабильностью, связанной с проблемой нуль-заряда, при переходе к асимптотически свободным теориям [3, 152].

Основной практический вывод из § 2.2, 2.3 состоит в том, что при наиболее естественных соотношениях между константами связи ( $\lambda \sim e^2 \sim h^2 \ll 1$ ) квантовые поправки к  $V(\varphi)$  в теориях слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий становятся существенными лишь при экспоненциально больших значениях полей, так что классическое выражение для  $V(\varphi)$  часто является вполне хорошим приближением. В ряде случаев квантовые поправки могут привести к неустойчивости вакуума при экспоненциально больших значениях полей или импульсов, однако от этой трудности, в принципе, можно избавиться, не меняя при этом общего вида эффективного потенциала при малых  $\varphi$ .

#### § 2.4. Эффективный потенциал и квантово-гравитационные эффекты

При анализе раздувания Вселенной в гл. 1 мы часто обращались к рассмотрению полей  $\varphi \gg M_p$ . Возникает вопрос, не приведут ли квантово-гравитационные эффекты к сильной модификации  $V(\varphi)$  при  $\varphi \gg M_p$  и, в конечном счете, к несправедливости сценария хаотического раздувания? Соответствующие подозрения высказывались в ряде работ (см., например, [164]), поэтому на этом вопросе стоит остановиться отдельно.

Гравитационные поправки  $\Delta V(\varphi)$  к потенциалу  $V(\varphi)$  имеют двойное происхождение. Поправки первого типа связаны с гравитационным взаимодействием вакуумных флуктуаций (см. диаграммы на рис. 19). Вся совокупность этих диаграмм может быть просуммирована, и окончательный результат выглядит следующим

образом [165]:

$$\Delta V(\varphi) = c_1 \frac{d^2 V}{d\varphi^2} \frac{V}{M_p^2} \ln \frac{\Lambda^2}{M_p^2} + c_2 \frac{V^2(\varphi)}{M_p^4} \ln \frac{\Lambda^2}{M_p^2}. \quad (2.4.1)$$

Здесь  $c_i$  — числовые коэффициенты порядка единицы;  $\Lambda$  — импульс обрезания. Видно, что эти поправки расходятся при  $\Lambda \rightarrow \infty$  и, вообще говоря, не сводятся просто к перенормировке исходного потенциала  $V(\varphi)$ . Это отражает известную трудность, связанную с неперенормируемым характером квантовой гравитации.

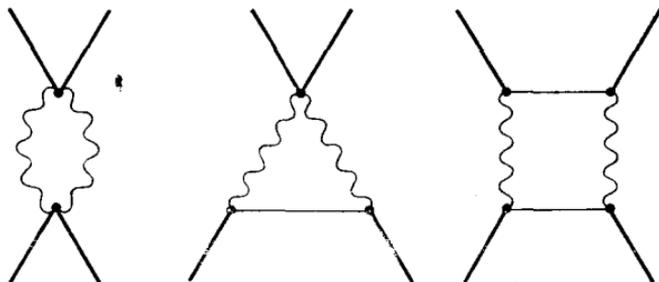


Рис. 19. Диаграммы для  $V(\varphi)$  с учетом гравитационных эффектов: жирные линии — внешнее классическое поле  $\varphi$ ; тонкие линии — скалярные частицы  $\varphi$ ; волнистые линии — гравитоны

Обычно считают, однако, что при импульсах больших или порядка  $M_p$  в теории происходит естественное обрезание, связанное либо с нетривиальной структурой гравитационного вакуума, либо с тем, что при  $|k^2| \gtrsim M_p^2$  гравитация становится частью более общей теории, не содержащей расходимостей. Если, в соответствии с этим предположением, квадрат импульса обрезания  $\Lambda^2$  не превосходит  $M_p^2$  на много порядков, то

$$\Delta V = \tilde{c}_1 \frac{d^2 V}{d\varphi^2} \frac{V}{M_p^2} + \tilde{c}_2 \frac{V^2}{M_p^4}, \quad (2.4.2)$$

где  $\tilde{c}_i = O(1)$ . Нетрудно видеть, что при

$$m_\varphi^2 = d^2 V/d\varphi^2 \ll M_p^2; \quad (2.4.3)$$

$$V(\varphi) \ll M_p^4 \quad (2.4.4)$$

гравитационные поправки к  $V(\varphi)$  пренебрежимо малы. В частности, для теории  $\lambda\varphi^4$  условие (2.4.4) является более сильным, чем (2.4.3). Оно выполняется при

$$\varphi \ll \varphi_p = \lambda^{-1/4} M_p. \quad (2.4.5)$$

При  $\lambda \sim 10^{-14}$  из (2.4.5) следует весьма слабое ограничение на  $\varphi$ :

$$\varphi \ll 3000 M_p. \quad (2.4.6)$$

Таким образом, в классическом пространстве-времени, в котором условие (2.4.5) выполнено (см. § 1.7), указанные квантово-гравитационные поправки к  $V(\varphi)$  несущественны.

Другой тип поправок к  $V(\varphi)$  связан с изменением спектра вакуумных флуктуаций во внешнем гравитационном поле. Однако из-за того что тензор кривизны сам пропорционален  $V(\varphi)$ , соответствующие поправки в большинстве случаев при  $V(\varphi) \ll M_p^4$  также несут незначительный вклад в  $V(\varphi)$  от длинноволновых флуктуаций скалярного поля  $\varphi$ , генерируемых во время раздувания. Но учет этого эффекта, как уже отмечалось в § 1.8, ведет не к трудностям реализации сценария хаотического раздувания, а, напротив, к возникновению самоподдерживающегося режима раздувания в большей части физического объема Вселенной. Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в гл. 10.

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИММЕТРИИ ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

### § 3.1. Фазовый переход в простейших моделях со спонтанным нарушением симметрии

Теперь, после обсуждения основных особенностей спонтанного нарушения симметрии в квантовой теории поля, можно перейти к изучению поведения симметрии в термодинамически равновесных системах частиц, взаимодействующих согласно единым теориям слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий. Рассмотрим, прежде всего, термодинамически равновесную систему скалярных частиц  $\phi$  с лагранжианом (1.1.5). Такие частицы не несут никакого сохраняющегося заряда, и их число тоже не сохраняется. Поэтому химический потенциал таких частиц равен нулю, и плотность этих частиц в импульсном пространстве равна

$$n_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\exp(k_0/T) - 1}, \quad (3.1.1)$$

где  $k_0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$  — энергия частицы с импульсом  $\mathbf{k}$  и массой  $m$ . При  $T = 0$  все частицы исчезают ( $n_{\mathbf{k}} \rightarrow 0$ ), и мы возвращаемся к ситуации, описанной в предыдущей главе.

При ненулевой температуре все физически интересные величины (термодинамические потенциалы, функции Грина и т. д.) в рассматриваемой системе определяются не вакуумными, а гиббсовскими средними

$$\langle \dots \rangle = \frac{\text{Sp} [\exp(-H/T) \dots]}{\text{Sp} [\exp(-H/T)]}, \quad (3.1.2)$$

где  $H$  — гамильтониан системы. В частности, параметр нарушения симметрии («классическое» скалярное поле  $\phi$ ) в системе определяется не величиной  $\langle 0 | \phi | 0 \rangle$ , а величиной  $\phi(T) = \langle \phi \rangle$ .

Для того чтобы исследовать поведение  $\phi(T)$  при  $T \neq 0$ , рассмотрим уравнение Лагранжа для поля  $\phi$  в рассматриваемой теории:

$$(\square + \mu^2 - \lambda\phi^2) \phi = 0 \quad (3.1.3)$$

и возьмем гиббсовское среднее от этого уравнения. Получающееся уравнение имеет следующий вид:

$$\square \phi(T) - [\lambda\phi^2(T) - \mu^2] \phi(T) - 3\lambda\phi(T) \langle \phi^2 \rangle - \lambda \langle \phi^3 \rangle = 0. \quad (3.1.4)$$

Здесь, как и при анализе спонтанного нарушения симметрии при  $T = 0$ , мы выделили аналог классического поля  $\varphi(T)$ , сделав сдвиг  $\varphi \rightarrow \varphi + \varphi(T)$ , так, чтобы

$$\langle \varphi \rangle = 0. \quad (3.1.5)$$

В низшем порядке по  $\lambda$  среднее  $\langle \varphi^3 \rangle$  равно нулю. Что касается величины  $\langle \varphi^2 \rangle$ , то она дается выражением

$$\begin{aligned} \langle \varphi^2 \rangle &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2\sqrt{k^2 + m^2}} (1 + 2\langle a_k^+ a_k^- \rangle) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{\sqrt{k^2 + m^2}} \left( \frac{1}{2} + n_k \right). \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Первый член в (3.1.6) исчезает после перенормировки массы поля  $\varphi$  в теории поля (при  $T = 0$ ). В результате получаем

$$\langle \varphi^2 \rangle = F(T, m(\varphi)) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\sqrt{k^2 + m^2(\varphi)} \left( \exp \frac{\sqrt{k^2 + m^2(\varphi)}}{T} - 1 \right)}. \quad (3.1.7)$$

Как будет видно, в рассматриваемой теории ( $\lambda \ll 1$ ) все интересные эффекты имеют место лишь при  $T \gg m$ , когда можно пренебречь  $m$  в (3.1.7). В этом случае

$$\langle \varphi^2 \rangle = F(T, 0) = T^2/12, \quad (3.1.8)$$

и уравнение (3.1.4) выглядит следующим образом:

$$\square \varphi(T) - [\lambda \varphi^2(T) - \mu^2 + (\lambda/4) T^2] \varphi(T) = 0. \quad (3.1.9)$$

Для постоянных  $\varphi(T)$  из уравнения (3.1.9) получаем

$$\varphi(T) [\lambda \varphi^2(T) - \mu^2 + (\lambda/4) T^2] = 0. \quad (3.1.10)$$

Это уравнение при достаточно малых температурах имеет два решения:

$$\varphi(T) = 0; \quad \varphi(T) = \sqrt{\mu^2/\lambda - T^2/4}. \quad (3.1.11)$$

Второе решение исчезает при температуре, превосходящей критическую температуру

$$T_c = 2\mu/\sqrt{\lambda} = 2\varphi_0. \quad (3.1.12)$$

Чтобы получить спектр возбуждений при  $T \neq 0$ , нужно сделать сдвиг  $\varphi \rightarrow \varphi + \delta\varphi$  в (3.1.9). При  $\varphi(T) = 0$  соответствующее уравнение имеет следующий вид:

$$\square \delta\varphi - [-\mu^2 + (\lambda/4) T^2] \delta\varphi = 0, \quad (3.1.13)$$

что соответствует массе скалярного поля при  $\varphi = 0$

$$m^2 = -\mu^2 + (\lambda/4) T^2. \quad (3.1.14)$$

Величина  $m^2$  (3.1.14) при  $T < T_c$  отрицательна и становится положительной при  $T > T_c$ . Для второго решения (3.1.11) квадрат массы поля положителен:

$$m^2 = 3\lambda\varphi^2(T) - \mu^2 + (\lambda/4)T^2 = 2\lambda\varphi^2(T). \quad (3.1.15)$$

Таким образом, решение  $\varphi(T) = \sqrt{\mu^2/\lambda - T^2/4}$  устойчиво при  $T < T_c$  и исчезает при  $T > T_c$ , в момент, когда решение  $\varphi = 0$  становится устойчивым. Это означает, что при температуре  $T = T_c$  происходит фазовый переход с восстановлением симметрии в теории (1.1.5) [18—24].

Полученные результаты иллюстрируются на рис. 20. Видно, что величина  $\varphi(T)$  с повышением температуры убывает плавно, что соответствует фазовому переходу второго рода.

Эти результаты можно получить также и другим способом, основанным на обобщении понятия эффективного потенциала

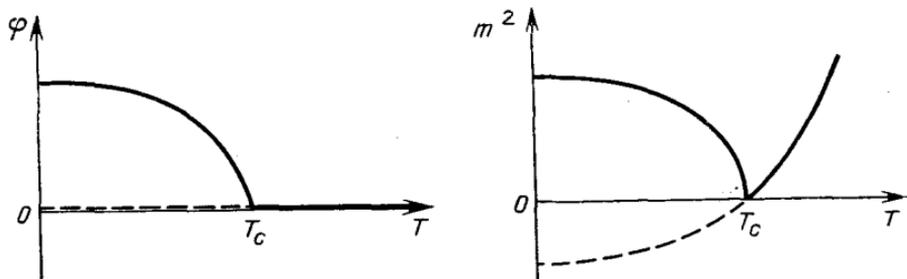


Рис. 20. Величины  $\varphi(T)$  и  $m^2(T)$  в теории (1.1.5): штриховая линия соответствует нестабильной фазе  $\varphi = 0$  при  $T < T_c$

$V(\varphi)$  на случай ненулевой температуры. Не будем долго останавливаться здесь на этом вопросе, заметим только, что эффективный потенциал  $V(\varphi, T)$  в точках своего экстремума совпадает со свободной энергией  $F(\varphi, T)$ . Для вычисления  $V(\varphi, T)$  достаточно учесть, что квантовая статистика при  $T \neq 0$  эквивалентна евклидовой квантовой теории поля, периодичной с периодом  $1/T$  по оси «мнимого времени» [166, 20]. Поэтому для перехода от  $V(\varphi, 0)$  к  $V(\varphi, T)$  следует просто все импульсы  $k_4$  бозонов в евклидовых интегралах заменить величинами  $2\pi nT$  для бозонов и  $(2n + 1)\pi T$  для фермионов и вместо интегрирования по  $k_4$  провести суммирование по  $n$ :  $\int dk_4 \rightarrow 2\pi nT \sum_{n=-\infty}^{\infty}$ . Например, выражение (2.2.1) для

$V(\varphi)$  в теории (1.1.5) при  $T \neq 0$  переходит в

$$V(\varphi, T) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + \frac{T}{2(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int d^3k \ln[(2\pi nT)^2 + k^2 + m^2(\varphi)], \quad (3.1.16)$$

где  $m^2(\varphi) = 3\lambda\varphi^2 - \mu^2$ . Для перенормировки этого выражения следует использовать те же контрчлены, что и при  $T = 0$ . Результат вычисления  $V(\varphi, T)$  при  $T \gg m$  дается выражением (1.2.3). Нетрудно убедиться, что уравнение  $dV/d\varphi = 0$ , определяющее равновесные значения  $\varphi(T)$ , совпадает с (3.1.10), а величина  $d^2V/d\varphi^2$ , определяющая квадрат массы поля  $\varphi$ , совпадает (при равновесных  $\varphi(T)$ ) с (3.1.14), (3.1.15). Описание фазового перехода с помощью исследования  $V(\varphi, T)$  приведено в § 1.2.

Методы, развитые выше, можно легко обобщить для рассмотрения более сложных моделей. Например, в модели Хиггса (1.1.15) в поперечной калибровке  $\partial_\mu A_\mu = 0$  вместо уравнения (3.1.4) для постоянного поля  $\varphi(T)$  имеет место уравнение

$$\langle \delta L/d\varphi \rangle = \varphi(T) [\mu^2 - \lambda\varphi^2(T) - 3\lambda \langle \chi_1^2 \rangle - \lambda \langle \chi_2^2 \rangle + e^2 \langle A_\mu^2 \rangle] = 0. \quad (3.1.17)$$

Предположим сначала, что  $\lambda \sim e^2$ . Тогда, как и в теории (1.1.5), фазовый переход происходит при  $T \gg m_\chi, m_A$ . В этом случае

$$\langle \chi_1^2 \rangle = -\langle \chi_2^2 \rangle = -(1/3) \langle A_\mu^2 \rangle = T^2/12, \quad (3.1.18)$$

и уравнение (3.1.17) выглядит так:

$$\varphi \left( \lambda\varphi^2 - \mu^2 + \frac{4\lambda + 3e^2}{12} T^2 \right) = 0. \quad (3.1.19)$$

Отсюда следует, что фазовый переход в модели Хиггса происходит при критической температуре

$$T_{c_1}^2 = 12\mu^2/(4\lambda + 3e^2). \quad (3.1.20)$$

В соответствии с (3.1.19) величина  $\varphi(T)$  зависит от  $T$  непрерывным образом, т. е. фазовый переход является переходом второго рода [18—20].

Если, однако, рассмотреть теорию с  $\lambda \lesssim e^4$ , то  $m_A(T_{c_1}) \approx \approx e\mu/\lambda \gtrsim T_{c_1}$ , т. е. условие  $T \gg m_A$  нарушается и вклад векторных частиц в (3.1.19) при  $T \sim T_{c_1}$  сильно подавлен. В этом случае при вычислении  $\langle A_\mu^2 \rangle = -3F(T, m_A)$  нельзя пренебрегать  $m_A$  по сравнению с  $T$ , и все формулы сильно модифицируются. Проще всего это понять, если учесть, что при  $m < T$  величина  $F(T, m)$  может быть представлена в виде ряда по  $m/T$  следующим образом:

$$F(T, m) = \frac{T^2}{12} \left[ 1 - \frac{3}{\pi} \frac{m}{T} + O\left(\frac{m^2}{T^2}\right) \right]. \quad (3.1.21)$$

Если теперь учесть, что в низшем порядке теории возмущений  $m_A = e\varphi$ , то формула (3.1.19) переписывается в виде

$$\varphi \left( \lambda\varphi^2 - \mu^2 + \frac{4\lambda + 3e^2}{12} T^2 - \frac{3e^3}{4\pi} T\varphi \right) = 0. \quad (3.1.22)$$

Это уравнение, в отличие от (3.1.19), имеет уже в некоторой области температур  $T_{c_1} < T < T_c$ , не два, а три решения, соответ-

ствующие трем разным экстремумам  $V(\varphi, T)$ , см. рис. 21. Решение  $\varphi = 0$  метастабильно при  $T > T_c$ . Решение  $\varphi_2 \neq 0$  отвечает локальному максимуму  $V(\varphi, T)$  и всегда нестабильно. Фазовый переход из фазы  $\varphi = \varphi_1$  в фазу  $\varphi = 0$  при нагревании начинает происходить при температуре  $T_c$ , при которой

$$V(\varphi_1(T_c), T_c) = V(0, T_c). \quad (3.1.23)$$

В модели Хиггса при  $\lambda \lesssim e^4$

$$T_c = \left( \frac{15\lambda}{2\pi^2} \right)^{1/4} \mu, \quad (3.1.24)$$

см. [23]. Видно, что в рассматриваемом случае фазовый переход осуществляется скачком, т. е. является переходом первого рода (см. рис. 21).

Напомним, что для  $\lambda \lesssim 3e^4/16\pi^2$  квантовые поправки к  $V(\varphi, T)$  приводят к существованию локального минимума  $V(\varphi)$  даже при

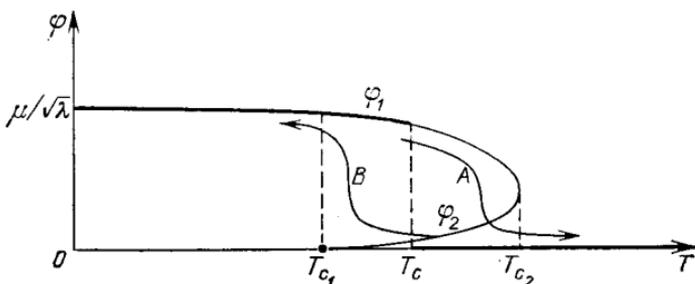


Рис. 21. Зависимость  $\varphi(T)$  в модели Хиггса при  $3e^4/16\pi^2 < \lambda \lesssim e^4$ : жирная линия соответствует устойчивому состоянию системы; стрелки показывают поведение  $\varphi$  с ростом (A) и убыванием (B) температуры

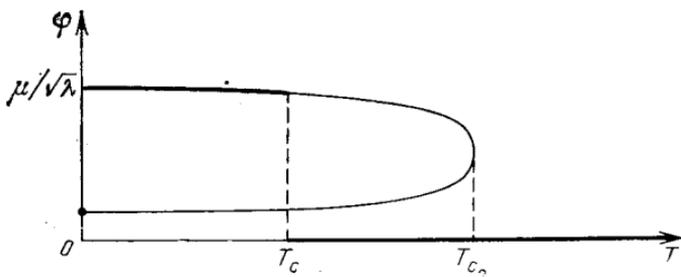


Рис. 22. Зависимость  $\varphi(T)$  в модели Хиггса при  $\lambda < 3e^4/16\pi^2$

$T = 0$  (рис. 22), а для  $\lambda < 3e^4/32\pi^2$  этот минимум становится глубже обычного минимума при  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$  (см. § 2.2). Таким образом, при  $\lambda \rightarrow 3e^4/32\pi^2$  критическая температура  $T_c \rightarrow 0$ . Это не означает, однако, что в такой теории фазовый переход легко осуществить в лабораторных условиях. Дело в том, что фазовый переход первого рода идет за счет подбарьерного рождения и последующего роста пузырьков новой фазы. Рождение пузырьков зачастую бывает сильно подавленным, так что время фазового перехода может оказаться чрезвычайно большим. Поэтому фазовый

переход при нагревании системы реально происходит из перегретой фазы  $\varphi_1$  при некоторой температуре, превышающей температуру  $T_c$ . В то же время при охлаждении системы фазовый переход первого рода происходит из переохлажденной фазы при  $T < T_c$ . Теория рождения пузырьков новой фазы будет рассмотрена в гл. 5, а космологические следствия фазовых переходов первого рода — в гл. 6 и 7.

### § 3.2. Фазовые переходы в реалистических теориях слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий

Как было показано в предыдущем параграфе, фазовый переход в модели Хиггса при наиболее естественных соотношениях между константами связи  $\lambda$  и  $e^2$  является переходом второго рода, но при  $\lambda \sim e^4$  он становится переходом первого рода. Нетрудно убедиться, что аналогичный вывод справедлив и для фазового перехода в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама.

Например, при  $\lambda \sim e^2$  аналог уравнения (3.1.19) в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама выглядит следующим образом [24]:

$$\varphi \left\{ \lambda \varphi^2 - \mu^2 + \left[ 2\lambda + \frac{e^2(1 + 2 \cos^2 \theta_W)}{\sin^2 2\theta_W} \right] \frac{T^2}{12} \right\} = 0, \quad (3.2.1)$$

где  $\theta_W$  — угол Вайнберга;  $\sin^2 \theta_W \approx 0,23$ . Из (3.2.1) следует, что

$$T_c^2 = \frac{4\mu^2}{2\lambda + \frac{e^2(1 + 2 \cos^2 \theta_W)}{\sin^2 2\theta_W}} = \frac{2\varphi_0^2}{1 + \frac{e^2(1 + 2 \cos^2 \theta_W)}{2\lambda \sin^2 2\theta_W}}, \quad (3.2.2)$$

где  $\varphi_0 \approx 250$  ГэВ. Полагая  $\lambda \sim e^2 \sim 0,1$ , получаем

$$T_c \approx 200 \text{ ГэВ}, \quad (3.2.3)$$

что более чем вдвое превышает массы частиц  $W^\pm$ ,  $Z^0$  и массу хиггсовского бозона при  $\lambda \sim e^2$ ,  $T = 0$ . В этом случае анализ, аналогичный проведенному в § 3.1, показывает, что фазовый переход с большой степенью точности может быть назван переходом второго рода: скачок поля  $\varphi$  в точке фазового перехода оказывается на порядок меньше чем  $\varphi_0$ .

В то же время переходы, происходящие в теориях великого объединения при  $T \gtrsim 10^{14}$  ГэВ, как правило, оказываются переходами первого рода с большим скачком поля  $\varphi$  в критической точке [104]. Это происходит по двум причинам. Во-первых, при  $T \sim 10^{14}$  ГэВ эффективная калибровочная постоянная  $g^2 \approx 0,3$ , т. е. втрое больше чем  $e^2$  при  $T \sim 10^2$  ГэВ. Во-вторых, в теориях великого объединения имеется очень большое число частиц, дающих вклад в температурные поправки к величине эффективного потенциала. В результате всего этого критическая температура фазового перехода  $T_c$  оказывается примерно такой же, как мас-

сы частью при этой температуре. Как было показано в § 3.1, данное обстоятельство приводит к фазовому переходу первого рода.

В качестве примера рассмотрим  $SU(5)$ -симметричную теорию [91]. Эффективный потенциал в этой теории (в простейшем варианте) равен

$$V(\Phi) = -\frac{\mu^2}{2} \text{Sp } \Phi^2 + \frac{a}{4} (\text{Sp } \Phi^2)^2 + \frac{b}{2} \text{Sp } \Phi^4, \quad (3.2.4)$$

где  $\Phi$  — бесследовая матрица размером  $5 \times 5$ . Обозначим  $\lambda = a + (7/15)b$ . Если  $b > 0$ ,  $\lambda > 0$ , то симметричное состояние  $\Phi = 0$  нестабильно относительно генерации скалярного поля (1.1.19),

$$\Phi = \sqrt{\frac{2}{15}} \varphi \cdot \text{diag} \left( 1, 1, 1, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right), \quad (3.2.5)$$

нарушающего симметрию  $SU(5)$  до  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . При  $T = 0$  минимум  $V(\varphi)$  соответствует  $\varphi_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$ . Вклад в температурные поправки к  $V(\varphi)$  дают 24 хиггсовских бозона разных типов и 12 векторных  $X$ - и  $Y$ -бозонов. В результате аналог уравнения (3.2.1) для  $\varphi(T)$  в  $SU(5)$ -теории имеет следующий вид [104]:

$$\varphi \left[ \mu^2 - \beta T^2 - \lambda \varphi^2 - \frac{T\varphi}{30\pi} Q(g^2, \lambda, b) \right] = 0, \quad (3.2.6)$$

где

$$\beta = (75g^2 + 130a + 94b)/60; \quad (3.2.7)$$

$$Q = 7\lambda \sqrt{10b} + \frac{16}{3} b \sqrt{10b} + 3 \sqrt{15} \lambda^{3/2} + 2 \sqrt{15} \lambda g + \frac{75}{4} \sqrt{2} g^3. \quad (3.2.8)$$

Как мы уже говорили, фазовый переход с нарушением симметрии при охлаждении происходит в промежутке между  $T_{c1}$  и  $T_c$ , где

$$T_{c1} = \mu/\sqrt{\beta}. \quad (3.2.9)$$

Для оценки величины скачка в точке фазового перехода определим  $\varphi_1(T_{c1})$ , см. рис. 21. При  $T = T_{c1}$  два первых члена в (3.2.6) сокращаются, и из (3.2.6) следует, что

$$\varphi_1(T_{c1}) = Q\varphi_0/30\pi \sqrt{\beta\lambda}. \quad (3.2.10)$$

Для наиболее естественных значений параметров  $a \approx b \approx g^2 = 0,3$  из (3.2.7)–(3.2.10) следует, что

$$\varphi_1(T_{c1}) \approx 0,75 \varphi_0, \quad (3.2.11)$$

т. е. скачок поля во время фазового перехода весьма велик (имеет тот же порядок величины, что и  $\varphi_0$ ).

Выше был изучен лишь один «канал» фазового перехода, когда переход непосредственно идет из фазы  $SU(5)$  в фазу  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . В действительности фазовый переход обычно идет с образованием промежуточных фаз типа  $SU(4) \times U(1)$

и т. д. [167, 42]. Каждый из промежуточных фазовых переходов также является переходом первого рода. Обсуждение кинетики фазовых переходов в простейшей версии  $SU(5)$ -теории будет содержаться в гл. 6.

### § 3.3. Высшие порядки теории возмущений и инфракрасная проблема в термодинамике калибровочных полей

Анализ высокотемпературного восстановления симметрии в теории (1.1.5), проведенный в § 3.1, базировался на использовании низшего порядка теории возмущений по  $\lambda$ . Возникает вопрос, сколь надежны результаты, полученные таким образом?

Этот вопрос не вполне тривиален. Например, высшие поправки по  $\lambda$  к выражению для  $V(\varphi, T)$  при  $T \neq 0$  кроме малых членов  $\sim \lambda^n T^4$ ,  $\lambda^n T^2 m^2$  могут содержать члены, пропорциональные  $m^{-n}$ . При малых  $m$  такие члены становятся большими.

Чтобы проанализировать этот вопрос более детально, рассмотрим диаграммы  $N$ -го порядка по  $\lambda$  для  $V(\varphi, T)$  в теории (1.1.5) при  $\varphi = 0$ . Вклад этих диаграмм в  $V(0, T)$  может быть записан в виде выражения типа

$$V_N(0, T) \sim$$

$$\sim (2\pi T)^{N+1} \lambda^N \int d^3 p_1 \dots d^3 p_{N+1} \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} \prod_{k=1}^{2N} [(2\pi r_k T)^2 + \mathbf{q}_k^2 + m^2(T)]^{-1}, \quad (3.3.1)$$

где  $\mathbf{q}_k$  — однородная линейная комбинация  $\mathbf{p}_i$ ;  $r_k$  — соответствующая комбинация  $n_i$ ,  $i = 1, \dots, N+1$ ,  $k = 1, \dots, 2$ . При  $m \rightarrow 0$  лидирующий член в сумме по  $n_i$  — это член, в котором все  $n_i = 0$  ( $r_k = 0$ ), поскольку множители, содержащие члены  $(2\pi r_k T)^2$ , не сингулярны при  $m \rightarrow 0$ ,  $\mathbf{q}_k \rightarrow 0$ . Этот лидирующий член дается выражением

$$\Delta V_N(0, T) \sim (2\pi T)^{N+1} \lambda^N \int d^3 p_1 \dots d^3 p_{N+1} \prod_{k=1}^{2N} [\mathbf{q}_k^2 + m^2(T)]^{-1} \sim \sim \lambda^3 T^4 \left( \frac{\lambda T}{m(T)} \right)^{N-3}. \quad (3.3.2)$$

Видно, что начиная с  $N = 4$  в теории возмущений для  $V(0, T)$  появляются опасные члены  $\sim (\lambda T/m)^{N-3}$ , которые приводят к невозможности получить надежные результаты по теории возмущений при  $m < \lambda T$ . К счастью, однако, с помощью (3.1.14) можно показать, что  $m \gg \lambda T$  всюду вне малой области вблизи критической температуры  $T_c$ , в которой

$$|T - T_c| \lesssim \lambda T_c. \quad (3.3.3)$$

Всюду вне этой области результаты, полученные в предыдущих двух параграфах, являются надежными.

Гораздо сложнее обстоит дело с описанием фазовых переходов в неабелевых калибровочных теориях, описывающих взаимодействия полей Янга — Миллса  $A_\mu^a$  друг с другом и со скалярными полями  $\phi$  с константой связи  $g^2$ . В такой теории при  $T \neq 0$  ряды теории возмущений расходятся при  $m_A \lesssim g^2 T$ . Поскольку при всех температурах выше критической величина  $m_A$  в классическом приближении обращается в нуль ( $m_A \sim g\phi(T)$ ), встает вопрос, приведут ли высокотемпературные поправки к возникновению достаточно большой массы  $m_A(T) \neq 0$  и к соответствующему обрезанию степенных инфракрасных расходимостей типа  $(g^2 T/m_A)^N$ ?

В работах [168, 169] было показано, что высокотемпературные эффекты приводят к появлению полюса функции Грина полей Янга — Миллса  $G_{\mu\nu}^{ab}(k)$  при  $k_0 \sim gT$ ,  $\mathbf{k} = 0$ . Этот результат можно было бы интерпретировать как появление инфракрасного обрезания на массе  $m_A \sim gT$ , делающего члены  $(g^2 T/m_A)^N$  малыми. В действительности, однако, такая интерпретация неверна. Из анализа, проведенного выше, следует, что лидирующие инфракрасные расходимости при  $m_A \rightarrow 0$  связаны не с поведением функций Грина при  $\mathbf{k} = 0$ ,  $k_0 \neq 0$ , а с их поведением при  $k_0 = 0$ ,  $\mathbf{k} \rightarrow 0$  ( $k_0 = 0$  как раз соответствует  $n_i = 0$  в (3.3.1)). Поведение  $G_{\mu\nu}^{ab}(k)$  в этом пределе легче всего изучить в кулоновой калибровке, в которой [166, 24]

$$G_{00}^{ab} = \delta^{ab} [k^2 + \pi_{00}(k)]^{-1}; \quad (3.3.4)$$

$$G_{i0}^{ab} = G_{0j}^{ab} = 0; \quad (3.3.5)$$

$$G_{ij}^{ab} = \delta^{ab} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) G(k), \quad (3.3.6)$$

где  $k = |\mathbf{k}|$ ;  $a, b$  — изотопические индексы;  $i, j = 1, 2, 3$ ;  $\pi_{00}(0) \sim \sim g^2 T^2$  в низшем порядке по  $g^2$ .

Таким образом, в величине  $G_{00}^{ab}$  действительно появляется инфракрасное обрезание за счет появления плазмонной массы  $m_0 \sim gT$ , что соответствует обычному дебаевскому экранированию электростатического поля в горячей плазме [166]. В квантовой электродинамике известно, однако, что статическое магнитное поле в плазме ничем не экранируется, и, следовательно, инфракрасное обрезание в  $G_{ij}(k_0 = 0, \mathbf{k} \rightarrow 0)$  не возникает ни в каком порядке теории возмущений [166]. В янг-миллсовском газе инфракрасное обрезание при  $k_0 = 0, \mathbf{k} \rightarrow 0$  на импульсе  $k \sim gT$  тоже не возникает. Однако обрезание на импульсе  $k \sim g^2 T$  в принципе может возникнуть. Это связано с тем, что безмассовые янг-миллсовские частицы (в отличие от фотонов) непосредственно взаимодействуют друг с другом и в термодинамике янг-миллсовского газа появляются такие же инфракрасные расходимости, как в теории скалярного поля в точке фазового перехода второго рода. Разница состоит в том, что в точке фазового перехода масса скалярного поля обращается в нуль «по определению» (кривизна  $V(\phi)$  в точке фазового перехода меняет знак), в то время как

отсутствие (или возникновение) инфракрасного обрезания в термодинамике янг-миллсовского газа не следует ни из каких общих соображений. Из общих соображений следует лишь то, что ожидаемый масштаб инфракрасного обрезания  $k \sim g^2 T$ . Этот вывод следует и из анализа наиболее сильно расходящейся части теории [170] и из анализа конкретных диаграмм, которые могут привести к такому обрезанию [24, 171, 172]. К сожалению, при  $k \sim g^2 T$  все высшие поправки к диаграммам для поляризованного оператора янг-миллсовского поля дают вклад одного порядка, и поэтому до сих пор вопрос об инфракрасном поведении функций Грина янг-миллсовского поля при  $k \lesssim g^2 T$  остается открытым. Между тем, от решения этого вопроса зависит степень надежности нашего понимания ряда принципиальных особенностей термодинамики калибровочных теорий. Рассмотрим три основные возможности, которые иллюстрируют значение этого вопроса.

1. В термодинамике янг-миллсовского газа нет инфракрасного обрезания при  $k \sim g^2 T$ . В этом случае высшие порядки теории возмущений для всех термодинамических величин становятся больше низших и исследование термодинамических свойств калибровочных теорий с помощью теории возмущений при  $T > T_c$  становится невозможным. С разумной степенью уверенности можно утверждать только, что при сверхвысокой температуре плотность энергии должна быть пропорциональна  $T^4$  (из соображений размерности). Это достаточно лишь для самого грубого подхода к теории эволюции горячей Вселенной при  $T > T_c$ .

2. Функция Грина янг-миллсовских частиц  $G_{ij}^{ab}(k)$  имеет тахионный полюс или меняет знак при некотором импульсе  $k \sim g^2 T$ . В обоих случаях может возникнуть нестабильность по отношению к генерации классических полей Янга—Миллса. Особенно интересен второй случай, в котором нестабильность может привести к спонтанной кристаллизации янг-миллсовского газа при сверхвысокой температуре. Это явление могло бы привести к нетривиальным следствиям при рассмотрении вопроса о возникновении крупномасштабной структуры Вселенной.

3. В наиболее благоприятном случае (с точки зрения применимости результатов теории возмущений) в теории возникает обрезание за счет того, что  $G^{-\frac{1}{2}}(0)$  оказывается положительной величиной  $m(T)$  порядка  $g^2 T$ . Тогда оказывается, что несколько первых членов теории возмущений по  $g^2$  для термодинамического потенциала янг-миллсовского газа можно вычислить надежно (вплоть до членов  $\sim g^6 T^4$ ) [171, 172]. В принципе, возникновение такого обрезания может привести к конфайнменту монополей в горячей янг-миллсовской плазме [173], см. гл. 6.

Таким образом, термодинамические свойства среды, описываемой калибровочными теориями, изучены еще далеко не полностью, и не следует закрывать глаза на соответствующие трудности и неопределенности. В то же время имеется ряд достаточно надежно установленных результатов. В приложении к теории фазовых пере-

ходов, рассматриваемой в этой главе, инфракрасная проблема в термодинамике янг-миллсовского газа не приводит к модификации результатов, относящихся к области температур  $T < T_c$ . Что же касается поведения  $\varphi(T)$  при  $T > T_c$ , то можно утверждать, что при  $T > T_c$  должно происходить сильное уменьшение  $\varphi(T)$  по сравнению с  $\varphi_0$ , а при больших  $T$  величина  $\varphi(T)$  не может превышать  $O(gT)$ . (Действительно, при  $\varphi(T) \gg gT$  янг-миллсовские поля имеют массу  $m_A \gg g^2 T$ , теория возмущений становится надежной, а она предсказывает, что  $\varphi(T) = 0$  при  $T > T_c$ .) Возникающие неопределенности необходимо иметь в виду при обсуждении некоторых сложных и достаточно тонких проблем теории фазовых переходов, таких, как проблема рождения и эволюции монополей<sup>4</sup> в теориях великого объединения. В большинстве случаев, которые мы будем обсуждать ниже, указанные неопределенности несущественны, поэтому в дальнейшем обычно будем считать, что при достаточно большой температуре  $\varphi(T) = 0$ , в соответствии с результатами, полученными в предыдущих параграфах. Здесь следует сделать еще одну, последнюю, но очень важную оговорку. Выше всюду предполагалось, что поле  $\varphi$  имеет достаточно времени чтобы скатиться в минимум  $V(\varphi, T)$ . Это, казалось бы, естественное предположение справедливо далеко не всегда, и именно существование исключений из данного «правила» приводит к трудностям с новым сценарием раздувающейся Вселенной и к возможности реализовать сценарий хаотического раздувания (см. гл. 8 и 9).

## ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПРИ ПОВЫШЕНИИ ПЛОТНОСТИ ХОЛОДНОГО ВЕЩЕСТВА

### § 4.1. Восстановление симметрии в теориях без нейтральных токов

В гл. 2 и 3 обсуждались фазовые переходы в горячем сверхплотном веществе, когда повышение плотности достигалось за счет повышения температуры. Однако фазовые переходы могут происходить и в холодном веществе, повышение плотности которого идет за счет увеличения плотности сохраняющегося заряда или числа частиц при нулевой температуре. В первых работах, в которых изучался этот вопрос, утверждалось, что повышение плотности холодного вещества тоже приводит к восстановлению симметрии [25, 26]. Основная идея работ [25, 26] состояла в том, что энергия фермионов, взаимодействующих со скалярным полем, пропорциональна  $g\varphi \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ . При увеличении плотности фермионов  $j_0 = \langle \bar{\psi}\gamma_0\psi \rangle$  величина  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  также растет, и состояние с  $\varphi \neq 0$  становится все более энергетически невыгодно.

В качестве примера рассмотрим теорию (1.1.13) с лагранжианом

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 + \frac{\mu^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4 + \bar{\psi} (i\partial_\mu \gamma_\mu - h\varphi) \psi. \quad (4.1.1)$$

Существование фермионов с плотностью  $j_0 \neq 0$  возможно при наличии у них химического потенциала  $\alpha$ , который (при  $\alpha \gg \gg m_\psi = h\varphi$ ) связан с  $j_0$  соотношением [61]

$$j_0 = \alpha^3 / 3\pi^2. \quad (4.1.2)$$

Для того чтобы вычислить поправки к  $V(\varphi)$  с учетом существования  $j_0$  (4.1.2), необходимо добавить  $i\alpha$  к компоненте  $k_4$  импульса фермионов при вычислении однопетлевого вклада фермионов в  $V(\varphi)$  [166]. В результате этого уравнение для равновесного значения поля  $\varphi$  в теории (4.1.1) приобретает следующий вид [25, 26]:

$$\frac{dV}{d\varphi} = 0 = \varphi \left[ \lambda\varphi^2 - \mu^2 + \frac{h^2}{2} \left( \frac{9j_0^2}{\pi^2} \right)^{1/3} \right]. \quad (4.1.3)$$

При  $j_0 = 0$  получаем, как и раньше,  $\varphi = \pm \mu / \sqrt{\lambda}$ . Однако видно, что наличие фермионов с  $j_0 \neq 0$  приводит к изменению эффективного значения  $\mu^2$ , и при  $j_0 > j_c$ , где

$$j_c = \frac{2\sqrt{2}\pi}{3} \left( \frac{\mu}{h} \right)^3, \quad (4.1.4)$$

симметрия в теории (4.1.1) восстанавливается.

## § 4.2. Усиление нарушения симметрии и конденсация векторных мезонов в теориях с нейтральными токами

Эффекты, приводящие к восстановлению симметрии в теории (4.1.1), возникают лишь за счет квантовых поправок к  $V(\varphi)$  при  $\alpha \neq 0$ . Это связано с тем, что в модели (4.1.1) ток фермионов  $j_\mu = \langle \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \rangle$  не взаимодействует непосредственно ни с какими физическими полями. В то же время, как было показано в [27, 24], в реалистических теориях с нейтральными токами, в которых ток фермионов  $j_\mu$  взаимодействует с нейтральным массивным векторным полем  $Z_\mu$ , повышение плотности фермионов  $j_0$  ведет к усилению нарушения симметрии, а эффекты, рассмотренные в работах [25, 26], являются лишь малыми квантовыми поправками по отношению к эффектам, рассмотренным в работах [27, 24]. Дальнейшее изучение этого вопроса показало, что эффекты, возникающие при повышении плотности фермионов в неабелевых теориях, не сводятся к усилению нарушения симметрии. При достаточно большой плотности возникает классическое векторное заряженное поле и происходит перераспределение электрического заряда между бозонами и фермионами разных типов [28, 29].

В качестве примера рассмотрим эффекты, возникающие в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама при наличии ненулевой плотности нейтрино  $n_\nu = 1/2 \langle \bar{\nu}_e \gamma_0 (1 - \gamma_5) \nu_e \rangle$ . Оператор плотности лептонного заряда, который в этой теории сохраняется, равен

$$l = \bar{e} \gamma_0 e + 1/2 \bar{\nu}_e \gamma_0 (1 - \gamma_5) \nu_e. \quad (4.2.1)$$

Ясно, что при заданной плотности лептонного заряда  $n_L = \langle l \rangle$  наиболее энергетически выгодным было бы распределение фермионов

$$n_{eR} = 1/2 \langle \bar{e} \gamma_0 (1 + \gamma_5) e \rangle = n_{eL} = 1/2 \langle \bar{e} \gamma_0 (1 - \gamma_5) e \rangle = n_\nu.$$

Однако возникновение ненулевой плотности электронов возможно лишь при условии, что одновременно возникает какая-то подсистема, компенсирующая их электрический заряд. Роль этой подсистемы в случае теории Глэшоу — Вайнберга — Салама может играть конденсат  $W$ -бозонов. Напомним, что в этой теории имеется три поля  $A_\mu^a$ ,  $a = 1, 2, 3$ , и поле  $B_\mu$ , из которых после нарушения симметрии образуются электромагнитное поле

$$A_\mu = B_\mu \cos \theta_W + A_\mu^3 \sin \theta_W, \quad (4.2.2)$$

массивное нейтральное поле

$$Z_\mu = B_\mu \sin \theta_W - A_\mu^3 \cos \theta_W \quad (4.2.3)$$

и заряженное поле

$$W_\mu^\pm = (1/\sqrt{2})(A_\mu^1 \mp A_\mu^2). \quad (4.2.4)$$

Для описания эффектов, связанных с ненулевой плотностью лептонов, нужно прибавить к лагранжиану теории член  $\alpha l$ , где  $\alpha$  —

соответствующий химический потенциал. Конденсат векторного поля, возникающий при достаточно большой плотности фермионов, имеет вид

$$W_1^\pm = C; \quad (4.2.5)$$

$$W_0^\pm = W_2^\pm = W_3^\pm = A_i^3 = 0; \quad (4.2.6)$$

$$A_0^3 = \pm \varphi/2, \quad (4.2.7)$$

где величины  $C$  и  $\varphi$  определяются из уравнений

$$\left\langle \frac{\delta L}{\delta A_0^3} \right\rangle = \frac{2e^2}{\sin \theta_W} C^2 A_0^3 + e(n_{e_L} + n_{e_R}) = 0; \quad (4.2.8)$$

$$\left\langle \frac{\delta L}{\delta \varphi} \right\rangle = \varphi \left( \mu^2 - \lambda \varphi^2 + \frac{e^2 Z_0^2}{\sin^2 2\theta_W} + \frac{e^2 C^2}{2 \sin^2 \theta_W} \right) = 0; \quad (4.2.9)$$

$$\left\langle \frac{\delta L}{\delta Z_0} \right\rangle = \frac{e^2 \varphi^2 Z_0}{2 \sin 2\theta_W} + e(2n_{e_R} + n_{e_L} + 2n_\nu) = 0, \quad (4.2.10)$$

а величины  $n_\nu$ ,  $n_{e_R}$  и  $n_{e_L}$  выражаются через соответствующие эффективные химические потенциалы  $\alpha_\nu$ ,  $\alpha_{e_R}$  и  $\alpha_{e_L}$ , учитывающие вклад от постоянных полей  $A_0$  и  $Z_0$ :

$$n_\nu = \frac{1}{6\pi^2} \left( \alpha + \frac{eZ_0}{\sin 2\theta_W} \right)^3; \quad (4.2.11)$$

$$n_{e_R} = \frac{1}{6\pi^2} (\alpha + eZ_0 \operatorname{tg} \theta_W + eA_0)^3; \quad (4.2.12)$$

$$n_{e_L} = \frac{1}{6\pi^2} (\alpha - eZ_0 \operatorname{ctg} \theta_W + eA_0)^3. \quad (4.2.13)$$

Решение  $W_1^\pm = C \neq 0$  может возникнуть лишь при достаточно большой плотности лептонов  $n_L = n_\nu + n_{e_R} + n_{e_L}$ . Для определения критического значения  $n_L = n_L^c$  предположим, что  $\lambda \gg e^4$ , и учтем, что, как можно будет впоследствии убедиться, поле  $Z_0$  при  $n_L \sim n_L^c$  оказывается высшего порядка малости по  $e^2$  по сравнению с  $A_0^3$  и  $C$ . Поэтому при определении  $n_L^c$  можно положить  $Z_0 = 0$  в (4.2.9)–(4.2.13), что делает дальнейший анализ очень простым.

А именно при низких плотностях существует только тривиальное решение  $W_1^\pm = 0$ , и из (4.2.8)–(4.2.13) следует, что  $A_0^3 = A_0 \sin \theta_W = -(\alpha/e) \sin \theta_W$ ,  $n_{e_L} = n_{e_R} = 0$ . Начиная с  $(\alpha/e) \sin \theta_W = \varphi_0/2$  возникает решение  $W_1^\pm = C \neq 0$ . В этой точке

$$n_\nu = n_L^c = \frac{1}{6\pi^2} \left( \frac{e\varphi_0}{2 \sin \theta_W} \right)^3 = \frac{M_W^3}{6\pi^2}, \quad (4.2.14)$$

где  $M_W$  — масса  $W$ -бозона. При повышении плотности фермионов указанное решение становится энергетически выгоднее решения  $C = 0$ . Это связано с тем, что, как можно убедиться, энергия, необходимая для создания классического поля  $W^\pm$ , имеет высший

порядок малости по сравнению с выигрышем в энергии, который достигается за счет перераспределения лептонного заряда между нейтрино и электронами и уменьшения тем самым ферми-энергии лептонов.

Окончательный вывод состоит в том, что с ростом плотности фермионов увеличиваются величины  $C$  и  $Z_0$ . При достаточно большой плотности фермионов возникают конденсаты заряженных бозонов  $W^\pm$ . Это приводит к асимптотическому выравниванию парциальных плотностей правых и левых лептонов (барионов) различных типов в сверхплотном веществе:  $n_{\nu_e} = n_{e_R} = n_{e_L}$ ,  $n_{\nu_\mu} = n_{\mu_R} = n_{\mu_L}$  и т. д. В то же время рост полей  $C$  и  $Z_0$ , согласно (4.2.9), приводит к увеличению поля  $\phi$ , т. е. к усилению нарушения симметрии между слабыми и электромагнитными взаимодействиями при увеличении плотности фермионов.

В заключение заметим, что при строго определенном химическом составе сверхплотного вещества ( $n_B = 4n_L/3$ , где  $n_B$  и  $n_L$  — плотности барионов и лептонов соответственно) фермионная материя оказывается нейтральной и по отношению к полю  $A_0$  и по отношению к полю  $Z_0$ . В этом случае  $W$ -конденсат в сверхплотном веществе не образуется и при достаточно большой плотности поле  $\phi$  обращается в нуль [29]. При этом могут возникать интересные непертурбативные эффекты [174]. Пока неизвестно, по каким причинам этот специальный режим мог бы реализоваться в ходе расширения Вселенной. Строго говоря, это же сомнение относится и к более общему случаю  $n_B \neq n_L$ , рассмотренному выше. Дело в том, что в настоящее время  $n_B \sim n_e \ll n_\nu$ . Плотность нейтрино  $n_\nu$  известна не точно, но в теориях с несохраняющимся барионным зарядом типа теорий великого объединения есть все основания ожидать, что сейчас  $n_L \sim n_B \ll n_\nu$ . В этом случае лидирующими эффектами, по крайней мере на относительно поздних стадиях эволюции Вселенной, являются эффекты, связанные не с повышением плотности фермионов, а с повышением температуры. В принципе, не исключено, что эффекты, связанные с повышением плотности холодного вещества, могут быть существенны при изучении каких-то промежуточных стадий эволюции Вселенной, после которых происходит резкий рост удельной энтропии  $n_\nu/n_B$ , например, за счет процессов, рассмотренных в работах [97, 98, 129]. Совместное изучение высокотемпературных эффектов и эффектов, связанных с ненулевой плотностью лептонного и барионного зарядов, а также исследование возникающих при этом непертурбативных эффектов можно найти в ряде недавних работ на эту тему (см., например, [130, 175—178]).

## ТЕОРИЯ ТУННЕЛИРОВАНИЯ И РАСПАД МЕТАСТАБИЛЬНОЙ ФАЗЫ ВО ВРЕМЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПЕРВОГО РОДА

### § 5.1. Общая теория образования пузырьков новой фазы

Важным и несколько неожиданным свойством теорий поля со спонтанным нарушением симметрии является то, что время жизни Вселенной в энергетически невыгодном, метастабильном вакуумном состоянии может оказаться чрезвычайно велико. Это свойство лежит в основе первых вариантов сценария раздувающейся Вселенной, согласно которым раздувание идет из переохлажденного метастабильного вакуумного состояния  $\varphi = 0$  [53—55]. Это же свойство может приводить к разбиению Вселенной на огромные области, экспоненциально долго живущие в различных метастабильных вакуумных состояниях, которые отвечают различным локальным минимумам эффективного потенциала.

Для определенности будем говорить о распаде вакуума с  $\varphi = 0$  в теории с лагранжианом

$$L(\varphi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - V(\varphi), \quad (5.1.1)$$

где эффективный потенциал  $V(\varphi)$  имеет локальный минимум при  $\varphi = 0$  и глобальный минимум при  $\varphi = \varphi_0$ . Распад вакуума  $\varphi = 0$  идет путем туннелирования с образованием пузырьков поля  $\varphi \neq 0$ . Теория рождения таких пузырьков при нулевой температуре была предложена в работе [179], а затем существенно развита в работах [180, 181], где был предложен евклидов подход к теории распада метастабильного вакуумного состояния.

Из учебников по квантовой механике известно, что туннелирование частицы через одномерный потенциальный барьер  $V(x)$  может быть описано как движение с мнимой энергией, или, что то же самое, как движение в мнимом времени, т. е. в евклидовом пространстве. Для того чтобы обобщить этот подход на случай туннелирования через барьер  $V(\varphi)$ , вместо волновой функции частицы  $\psi(x, t)$  следует ввести волновой функционал  $\Psi(\varphi(x, t))$  и, так же как и раньше, изучать его эволюцию в евклидовом пространстве. Указанное обобщение и содержится в работах [180, 181]. Евклидов подход к теории туннелирования относительно прост и изящен и позволяет довольно далеко продвинуться в вычислении вероятности распада нестабильного вакуума. Поэтому ниже напомним (без вывода) основные результаты работ [180, 181] и их обобщение на случай ненулевой температуры [62].

В следующих параграфах евклидов подход будет применен для изучения туннелирования в некоторых конкретных теориях.

Аналогично тому, как это делается в обычной квантовомеханической задаче, для определения вероятности туннелирования нужно в первую очередь решить классическое уравнение движения для поля  $\varphi$  в евклидовом пространстве

$$\square \varphi = d^2\varphi/dt^2 + \Delta\varphi = dV/d\varphi \quad (5.1.2)$$

с граничным условием  $\varphi \rightarrow 0$  при  $x^2 + t^2 \rightarrow \infty$ . Если теперь нормировать величину  $V(\varphi)$  так, что  $V(0) = 0$ , т. е. переопределить  $V(\varphi) \rightarrow V(\varphi) - V(0)$ , то вероятность туннелирования в единицу времени в единичном объеме будет даваться формулой

$$P = Ae^{-S_4(\varphi)}, \quad (5.1.3)$$

где  $S_4(\varphi)$  — евклидово действие, соответствующее решению уравнения (5.1.2):

$$S_4(\varphi) = \int d^4x \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 + V(\varphi) \right], \quad (5.1.4)$$

а предэкспоненциальный фактор  $A$  дается формулой

$$A = \left( \frac{S_4}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{\det' [-\square + V''(\varphi)]}{\det [-\square + V''(0)]} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (5.1.5)$$

Здесь  $V''(\varphi) = d^2V/d\varphi^2$ ;  $\det'$  означает, что при вычислении функционального определителя оператора  $-\square + V''(\varphi)$  его нулевые собственные значения, соответствующие так называемым нулевым модам оператора, должны быть опущены. Этот оператор имеет четыре нулевые моды, соответствующие возможности трансляции решения  $\varphi(x)$  по любой из четырех осей евклидова пространства. Вклады  $(S_4/2\pi)^{1/2}$  от каждой из нулевых мод приводят к появлению множителя  $(S_4/2\pi)^2$  в (5.1.5).

Вывод формул (5.1.3), (5.1.5) приведен в работе [181] и основан на вычислении мнимой части потенциала  $V(\varphi)$  в точке  $\varphi = 0$ . Приводимые формулы в значительной степени аналогичны соответствующим выражениям в теории янг-миллсовских инстантонов [182]. По сути дела, решения уравнения (5.1.2) с указанными граничными условиями являются скалярными инстантонами в теории (5.1.1). Сделаем несколько замечаний, прежде чем перейти к обобщению этих результатов на случай  $T \neq 0$ .

Прежде всего, заметим, что для вычисления полной вероятности туннелирования необходимо просуммировать вклады в  $\Gamma$  от всех возможных решений уравнения (5.1.2). К счастью, однако, в большинстве случаев достаточно ограничиться простейшим  $O(4)$ -симметричным решением  $\varphi(x^2 + t^2)$ , поскольку обычно именно такие решения обеспечивают минимум действия  $S_4$ . В этом случае уравнение (5.1.2) приобретает несколько более простой вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{d\varphi}{dr} = V'(\varphi), \quad (5.1.6)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + t^2}$ , с граничными условиями  $\varphi \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ ,  $d\varphi/dr = 0$  при  $r = 0$ .

Высокая степень симметрии решения  $\varphi(x^2 + t^2)$  помогает получить наглядное описание структуры и эволюции пузырька поля  $\varphi$  после его рождения. Для этого решение следует аналитически продолжить к обычному времени,  $t \rightarrow it$ , т. е.  $\varphi(x^2 + t^2) \rightarrow \varphi(x^2 - t^2)$ . В силу того что решение  $\varphi(x^2 - t^2)$  зависит лишь от инвариантной комбинации  $x^2 - t^2$ , соответствующий пузырек будет выглядеть одинаково во всех системах отсчета, а скорость расширения области, заполненной полем  $\varphi$  (скорость «стенок» пузырька), должна асимптотически стремиться к скорости света. Изучение рождения и роста пузырьков представляет собой красивую математическую задачу [180]. Однако не будем на этом долго останавливаться, так как наша основная цель — изучение ситуаций, в которых вероятность рождения пузырьков пренебрежимо мала в области, где применимы обсуждаемые методы.

К сожалению, уравнение (5.1.6) далеко не всегда удастся решить аналитически, так что в ряде случаев и решение и соответствующее значение евклидова действия  $S_4(\varphi)$  приходится находить с помощью вычислений на компьютере. Вычисление детерминантов в такой ситуации становится осуществимым лишь в редких случаях. Однако в большинстве практических задач достаточно иметь хотя бы грубую оценку предэкспоненциального фактора  $A$ . Такую оценку можно сделать, если учесть, что фактор  $A$  имеет размерность  $m^4$  и его значение определяется тремя разными величинами размерности  $m$ :  $\varphi(0)$ ,  $\sqrt{V''(\varphi)}$  и  $r^{-1}$ , где  $r$  — характерный размер пузырька. Все эти величины в большинстве интересующих нас теорий различаются не более чем на порядок, так что для грубой оценки можно полагать

$$\frac{\det'[-\square + V''(\varphi)]}{\det[-\square + V''(0)]} = O(r^{-4}, \varphi^4(0), (V'')^2), \quad (5.1.7)$$

где под  $r$  и  $V''(\varphi)$  следует понимать некоторые типичные средние значения этих параметров для решения  $\varphi(r)$  уравнения (5.1.6).

Перейдем теперь к случаю  $T \neq 0$  [62]. Для того чтобы обобщить приведенные выше результаты на этот случай, достаточно вспомнить, что квантовая статистика бозонов (фермионов) при  $T \neq 0$  формально эквивалентна квантовой теории поля в евклидовом пространстве с условием периодичности (антипериодичности) по «времени»  $\beta$  с периодом  $1/T$  (см., например, [166]). При изучении процессов при фиксированной температуре роль потенциальной энергии играет величина  $V(\varphi, T)$ . Вычисление мнимой части этой функции в нестабильном вакууме проводится полностью аналогично тому, как это делалось в [181] для случая  $T = 0$ . Единственная по сути дела модификация состоит в том, что вместо  $O(4)$ -симметричного решения уравнения (5.1.2) нужно искать  $O(3)$ -симметричное (по пространственным координатам) решение, периодичное по «времени»  $\beta$  с периодом  $1/T$ . При  $T \rightarrow 0$  решение уравнения (5.1.2) с минимальным действием  $S_4(\varphi)$  представляет

собой  $O(4)$ -симметричный пузырек характерного радиуса  $r(0)$  (рис. 23, а). При  $T \ll r^{-1}(0)$  решение будет представлять собой серию таких пузырьков, расположенных на расстоянии  $1/T$  друг от друга в направлении «времени»  $\beta$  (рис. 23, б). При  $T \sim r^{-1}(0)$  пузырьки начинают перекрываться (рис. 23, в). Наконец, при  $T \gg r^{-1}(0)$  (именно этот случай для нас наиболее важен и интересен)

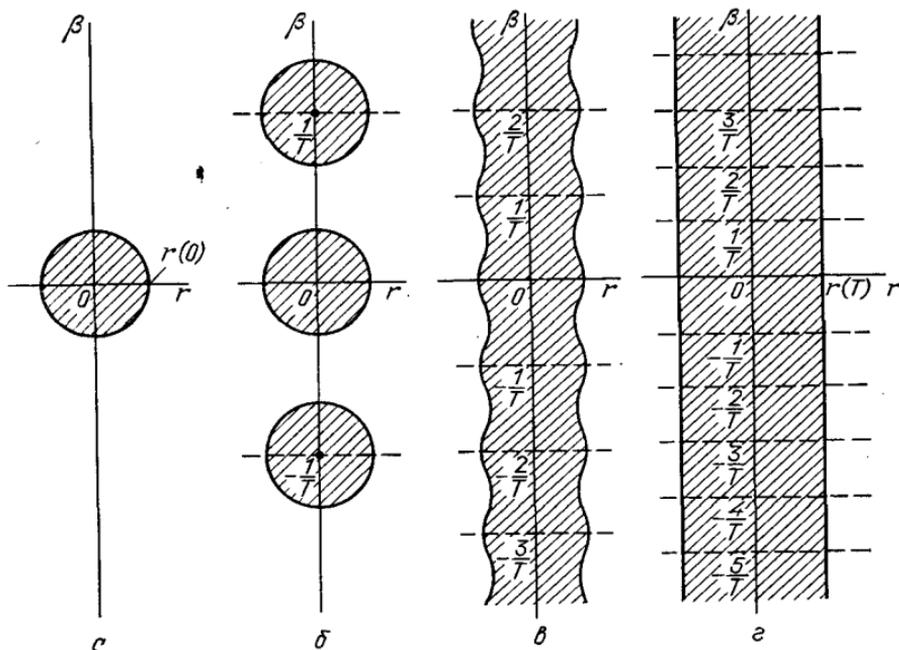


Рис. 23. Форма решений уравнения (5.1.2) при различных значениях температуры: а —  $T = 0$ ; б —  $T \ll r^{-1}(0)$ ; в —  $T \sim r^{-1}(0)$ ; г —  $T \gg r^{-1}(0)$ . Заштрихованные области содержат классическое поле  $\varphi \neq 0$ . Для простоты пузырьки нарисованы в случае, когда толщина их стенок много меньше радиуса пузырьков

решение представляет собой цилиндр, пространственным сечением которого является  $O(3)$ -симметричный пузырек радиуса  $r(T)$ , рис. 23, г.

В этом случае при вычислении действия  $S_4(\varphi)$  интегрирование по  $\beta$  сводится просто к умножению на  $1/T$ , т. е.  $S_4(\varphi) = S_3(\varphi)/T$ , где  $S_3(\varphi)$  — трехмерное действие на  $O(3)$ -симметричном пузырьке:

$$S_3(\varphi) = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 + V(\varphi, T) \right\}. \quad (5.1.8)$$

Для вычисления  $S_3(\varphi)$  необходимо решить уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} = \frac{dV(\varphi, T)}{d\varphi} = V'(\varphi, T) \quad (5.1.9)$$

с граничными условиями  $\varphi \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ ,  $d\varphi/dr = 0$  при  $r \rightarrow 0$ . Полное выражение для вероятности туннелирования в единицу времени в единичном объеме в пределе высоких температур

$T \gg r^{-1}(0)$ , получается способом, полностью аналогичным тому, который был использован в [181] при выводе соотношений (5.1.4), (5.1.5), и выглядит следующим образом:

$$P(T) \sim T \left( \frac{S_3(\varphi, T)}{2\pi T} \right)^{3/2} \left( \frac{\det' [-\Delta + V''(\varphi, T)]}{\det [-\Delta + V''(0, T)]} \right)^{-1/2} e^{-\frac{S_3(\varphi, T)}{T}}. \quad (5.1.10)$$

Здесь, как и ранее,  $\det'$  означает, что нулевые собственные значения, отвечающие трем нулевым модам оператора  $-\Delta + V''(\varphi, T)$ , должны быть опущены при вычислении определителя. Вклад трех нулевых мод этого оператора, соответствующих трансляциям решения  $\varphi(x)$  в трех пространственных направлениях, дает множитель  $(S_3/2\pi T)^{3/2}$  в (5.1.10), а множитель  $T$  возникает при учете периодичности с периодом  $1/T$  евклидова пространства в направлении «времени»  $\beta$ .

Детерминанты в (5.1.10), как и в случае  $T = 0$ , обычно не удается вычислить в явном виде. Однако и здесь могут оказаться полезными соображения размерности. Выражение  $(\det' [\dots] / \det [\dots])^{-1/2}$  имеет при  $T \neq 0$  размерность  $m^3$ , что соответствует трем нулевым модам оператора  $-\Delta + V''(\varphi, T)$ . Поэтому указанное выражение может быть порядка  $\varphi^3$ ,  $(V'')^{3/2}$ ,  $r^{-3}$  или  $T^3$ . Обычно величины  $\varphi$ ,  $\sqrt{V''}$  и  $r^{-1}(T)$  оказываются одного порядка, и тогда в наиболее интересном случае  $T \gg r^{-1}(T)$  (см. рис. 23, *г*) можно ожидать, что выражение  $(\det' [\dots] / \det [\dots])^{-1/2}$  имеет порядок  $O(T^3)$ , т. е.

$$P(T) \sim T^4 \left( \frac{S_3(\varphi, T)}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-\frac{S_3(\varphi, T)}{T}}. \quad (5.1.11)$$

Как видно из уравнений (5.1.10), (5.1.11), основная задача, которую приходится решать при определении вероятности рождения пузырьков, — это нахождение величины  $S_3(\varphi, T)$  (или  $S_4$  при  $T = 0$ ). Кроме того, для получения разумной оценки детерминантов, а также для изучения кинетики расширения образовавшихся пузырьков нужно знать вид функции  $\varphi(r)$  и характерные размеры пузырька. Как уже говорилось, соответствующие результаты, как правило, получаются с помощью решения уравнений на ЭВМ, что сильно затрудняет исследование кинетики фазовых переходов в реалистических теориях. Поэтому представляет особый интерес изучение тех случаев, когда задачу удастся решить аналитически. Один из таких примеров будет рассмотрен в следующем параграфе. При этом всюду в дальнейшем будем исследовать не только случай  $T \gg r^{-1}(0)$ , но и случай  $T = 0$ , так как это дает информацию о вероятности рождения пузырьков в пределе сильного переохлаждения метастабильной фазы, когда  $T \ll r^{-1}(0)$ .

## § 5.2. Приближение тонких стенок

В теории туннелирования есть два предельных случая, в которых решение задачи существенно упрощается. Один из них связан с ситуацией, когда перепад значений  $V(\varphi)$  между минимумами при  $\varphi = 0$  и при  $\varphi = \varphi_0(T)$  гораздо больше высоты

барьера между ними. Этот случай будет обсуждаться в следующей главе. Ниже рассмотрен другой предельный случай, когда  $|V(\varphi_0)| = \varepsilon$  много меньше высоты барьера  $V(\varphi)$ , см. рис. 24.

Нетрудно понять, что с уменьшением  $\varepsilon$  выигрыш в объемной энергии за счет рождения пузырька ( $\sim \varepsilon r^3$ ), становится достаточно большим по сравнению с поверхностной энергией ( $\sim r^2$ ) лишь при очень больших  $r$ . Когда размеры пузырька гораздо больше толщины его стенок, т. е. той области, где велики производные  $d\varphi/dr$ , оказывается возможным пренебречь вторым членом в (5.1.6), (5.1.9) по сравнению с первым членом, т. е. эти уравнения эффективно сводятся к уравнению, описывающему туннелирование в одномерном пространстве-времени:

$$d^2\varphi/dr^2 = V'(\varphi, T). \quad (5.2.1)$$

Решение этого уравнения в пределе  $\varepsilon \rightarrow 0$  имеет вид

$$r = \int_{\varphi}^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{2V(\varphi)}}, \quad (5.2.2)$$

форма кривой  $\varphi(r)$  изображена на рис. 25.

Рассмотрим сначала туннелирование в квантовой теории поля ( $T = 0$ ). В этом случае действие  $S_4$  на  $O(4)$ -симметричном пузырьке (5.2.2) определяется соотношением

$$\begin{aligned} S_4 &= 2\pi^2 \int_0^\infty r^3 dr \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + V \right] = \\ &= -\frac{\varepsilon}{2} \pi^2 r^4 + 2\pi^2 r^3 S_1, \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

где  $S_1$  — поверхностная энергия стенки пузырька (поверхностное натяжение), равная действию, соответствующему одномерной задаче (5.2.1):

$$S_1 = \int_0^\infty dr \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + V \right] = \int_0^{\varphi_0} d\varphi \sqrt{2V(\varphi)}, \quad (5.2.4)$$

причем интеграл в (5.2.4) следует вычислять в пределе  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Радиус пузырька  $r(0)$  вычисляется из условия минимума (5.2.3):

$$r(0) = 3S_1/\varepsilon, \quad (5.2.5)$$

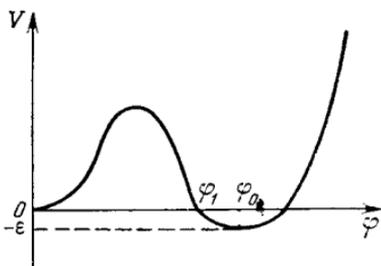


Рис. 24. Эффективный потенциал  $V(\varphi)$  в случае малого переохлаждения фазы  $\varphi = 0$  (величина  $\varepsilon = V(0, T) - V(\varphi_0, T)$  мала)

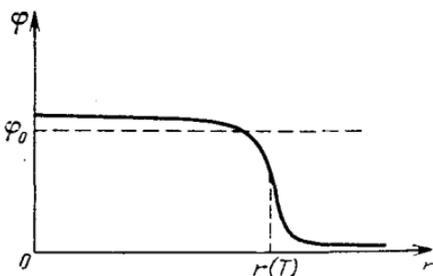


Рис. 25. Характерный вид решения уравнений (5.1.6), (5.1.9) при  $\varepsilon \rightarrow 0$

задаче (5.2.1):

откуда следует, что

$$S_4 = 27\pi^2 S_1^4 / 2\epsilon^3. \quad (5.2.6)$$

Заметим, что толщина стенки пузырька по порядку величины равна просто  $(V''(0))^{-1/2}$ . Поэтому, с учетом (5.2.5), условие применимости развиваемого приближения, называемого приближением тонких стенок, выглядит следующим образом:

$$3S_1/\epsilon \gg (V''(0))^{-1/2}. \quad (5.2.7)$$

Приведенные выше результаты были получены в работе Коулмена [180]. Нетрудно теперь обобщить их на интересующий нас случай  $T \gg r^{-1}(0)$ . Для этого достаточно учесть, что

$$S_3 = 4\pi \int_0^\infty r^2 dr \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dr} \right)^2 + V(\varphi, T) \right] = -\frac{4\pi}{3} r^3 \epsilon + 4\pi r^2 S_1(T), \quad (5.2.8)$$

откуда

$$r(T) = 2S_1/\epsilon \quad (5.2.9)$$

и

$$S_3 = 16\pi S_1^3 / 3\epsilon^2. \quad (5.2.10)$$

Полученное таким образом выражение для вероятности образования пузырька

$$P \sim e^{-\frac{16\pi S_1^3}{3\epsilon^2 T}} \quad (5.2.11)$$

совпадает с хорошо известным выражением, фигурирующим в учебниках [61]. Единственная (но очень важная для нас) разница состоит в том, что для поверхностного натяжения  $S_1$  у нас имеется замкнутое выражение (5.2.4), где в качестве  $V(\varphi)$  следует теперь понимать  $V(\varphi, T)$ . Хотелось бы обратить внимание на то, что во многих интересных случаях функцию  $V(\varphi, T)$ , изображенную на рис. 24, можно аппроксимировать выражением

$$V(\varphi) = \frac{M^2 \delta}{2} \varphi^2 - \frac{\delta}{3} \varphi^3 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4. \quad (5.2.12)$$

Исследуем образование пузырьков в этой теории более подробно, так как для потенциала (5.2.12) интеграл в (5.2.4) удастся взять точно, и тем самым становится возможным получить аналитические выражения для  $S_1$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  и  $r(T)$ .

Действительно, нетрудно убедиться, что при значениях параметров  $M$ ,  $\delta$  и  $\lambda$ , при которых глубины минимумов при  $\varphi = 0$  и при  $\varphi = \varphi_0$  сравниваются ( $\epsilon \rightarrow 0$ ), выражение (5.2.12) переходит в

$$V(\varphi) = \frac{\lambda}{4} \varphi^2 (\varphi - \varphi_0)^2, \quad (5.2.13)$$

причем в этом случае

$$\varphi_0 = 2\delta/\lambda, \quad (5.2.14)$$

а параметры  $M$ ,  $\lambda$  и  $\delta$  соотносятся следующим образом:

$$2\delta^2 = 9M^2\lambda. \quad (5.2.15)$$

Из (5.2.8) и (5.2.13)—(5.2.15) следует, что

$$S_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \frac{\Phi_0^3}{6} = 2^{3/2} \cdot 3^{-4} \delta^3 \lambda^{-5/2}, \quad (5.2.16)$$

откуда для случая  $T = 0$  получаем

$$S_4 = \frac{2^5 \pi^2 \delta^{12}}{3^{13} \lambda^{10} \epsilon^3}; \quad r(0) = \frac{2^{3/2} \delta^3}{3^3 \lambda^{5/2} \epsilon}, \quad (5.2.17)$$

а для случая  $T \gg r^{-1}(0)$

$$S_3 = \frac{2^{17/2} \pi \delta^9}{3^{13} \lambda^{15/2} \epsilon^2}; \quad r(T) = \frac{2^{5/2} \delta^3}{3^4 \lambda^{5/2} \epsilon}. \quad (5.2.18)$$

Обратимся теперь конкретно к изучению фазовых переходов в калибровочных теориях при высоких температурах. В этом случае типичное выражение для  $V(\varphi, T)$  имеет вид

$$V(\varphi, T) = \frac{\beta(T^2 - T_{c_1}^2)}{2} \varphi^2 - \frac{\alpha}{3} T \varphi^3 + \frac{\lambda}{4} \varphi^4, \quad (5.2.19)$$

где  $T_{c_1}$  — температура, выше которой симметричная фаза  $\varphi = 0$  является метастабильной;  $\beta$  и  $\alpha$  — некоторые числовые коэффициенты (ср. производную от  $V(\varphi, T)$  (5.2.19) с левой частью (3.1.22)). Температура  $T_c$ , при которой величины  $V(\varphi, T)$  для фаз  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \varphi_0(T)$  сравниваются, определяется соотношением

$$T_c^2 = T_{c_1}^2 \left(1 - \frac{2\alpha^2}{9\beta\lambda}\right)^{-1}. \quad (5.2.20)$$

Нетрудно также определить величину  $\epsilon$  как функцию отклонения температуры  $T$  от равновесной:

$$\epsilon = \frac{4T_c T_{c_1}^2 \alpha^2 \beta}{9\lambda^2} \Delta T, \quad (5.2.21)$$

где  $\Delta T = T_c - T$ . С помощью соотношений (5.2.14)—(5.2.20) нетрудно получить выражение для интересующих нас величин  $S_3$  и  $r(T)$ . Выпишем соответствующие выражения для наиболее часто встречающегося случая, когда  $x = (T_c - T)/T_c \ll 1$ :

$$S_4 = \frac{S_3}{T} = \frac{2^{9/2} \pi \alpha^5}{3^9 \beta^2 \lambda^{7/2}} \frac{1}{x^2}; \quad (5.2.22)$$

$$r = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \frac{\alpha}{9\beta T_c} \frac{1}{x}. \quad (5.2.23)$$

Таким образом, метод тонких стенок позволяет довольно далеко продвинуться в решении задачи о рождении пузырьков новой фазы. К сожалению, однако, этот метод применим лишь

в случае, когда фазовые переходы идут с малой скоростью, точнее, когда выполнено условие

$$S_4 = S_3/T \gtrsim 10\alpha\lambda^{-3/2}. \quad (5.2.24)$$

Это условие во многих интересных случаях не выполняется, и тогда приходится искать способы выхода за рамки приближения тонких стенок.

### § 5.3. Выход за рамки приближения тонких стенок

Как уже отмечалось, существует еще один случай, когда теория рождения пузырьков новой фазы сильно упрощается. А именно, если глубина минимума  $V(\varphi)$  в точке  $\varphi_0$  достаточно велика, то максимальное значение поля  $\varphi(r)$  на решении уравнений (5.1.6), (5.1.9) имеет порядок  $\varphi_1$ , где  $V(\varphi_1) = V(0)$ ,  $\varphi_1 \ll \varphi_0$ . В этом случае при решении уравнений (5.1.6), (5.1.9) можно пренебречь деталями поведения  $V(\varphi)$  при  $\varphi \gg \varphi_1$ , а при  $\varphi \lesssim \varphi_1$  часто бывает возможно аппроксимировать потенциал  $V(\varphi)$  функциями двух основных типов:

$$V^1(\varphi) = \frac{M^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4; \quad (5.3.1)$$

$$V^2(\varphi) = \frac{M^2}{2} \varphi^2 - \frac{\delta}{3} \varphi^3. \quad (5.3.2)$$

При нулевой температуре и  $M = 0$  уравнение (5.1.6) для теории (5.3.1) решается точно [182]:

$$\varphi = \sqrt{\frac{8}{\lambda} \frac{\rho}{r^2 + \rho^2}}, \quad (5.3.3)$$

где  $\rho$  — произвольный параметр размерности длины (возникновение произвола в выборе  $\rho$  связано с отсутствием в теории (5.3.1) при  $M = 0$  параметра размерности массы). Действие на решениях (5.3.3) при всех  $\rho$  равно

$$S_4 = 8\pi^2/3\lambda. \quad (5.3.4)$$

Для нахождения полной вероятности образования пузырька нужно проинтегрировать с определенным весом вклады от решений (инстантонов) со всеми значениями  $\rho$ , подобно тому, как это делается в теории янг-миллсовских инстантонов [183].

При  $T = 0$  и произвольном  $M \neq 0$  уравнение (5.1.6) в теории (5.3.1) вообще не имеет точных решений изучаемого нами инстантонного типа [184] по той же причине, по которой отсутствуют инстантоны в теории массивных янг-миллсовских полей. В то же время решение (5.3.3) при  $\rho \ll M^{-1}$  практически «не чувствует» наличия массы  $M$  в теории (5.3.1). Таким образом, в теории (5.3.1) при  $T = 0$ ,  $M \neq 0$  существуют «почти точные решения» уравнения (5.1.6), совпадающие с (5.3.3) при  $\rho \ll M^{-1}$ . Это означает, что существует класс траекторий (5.3.3) в евклидовом пространстве, приводящих к рождению пузырька поля

$\Phi \neq 0$ . Действие на этих траекториях в теории (5.3.1) с  $M \neq 0$  с большой степенью точности совпадает с действием на решении (5.3.3) при  $\rho \ll M^{-1}$  и стремится к минимуму (5.3.4) при  $\rho \rightarrow 0$ . В результате туннелирование в теории (5.3.1) при  $T = 0$  существует, и для его описания следует проинтегрировать вклады в  $\Gamma$  от всех «решений» (5.3.3) с действием (5.3.4) при  $\rho \ll M^{-1}$ , аналогично тому, как это делается в теории инстантонов при появлении массы у янг-миллсовского поля [183]. В этом не вполне точном смысле будем в дальнейшем говорить о решениях уравнения (5.1.6) в теории (5.3.1) при  $M \neq 0$  (см. исследование аналогичной ситуации в [185]).

В остальных интересующих нас случаях (в теории (5.3.1) при высокой температуре и в теории (5.3.2) при высокой и низкой

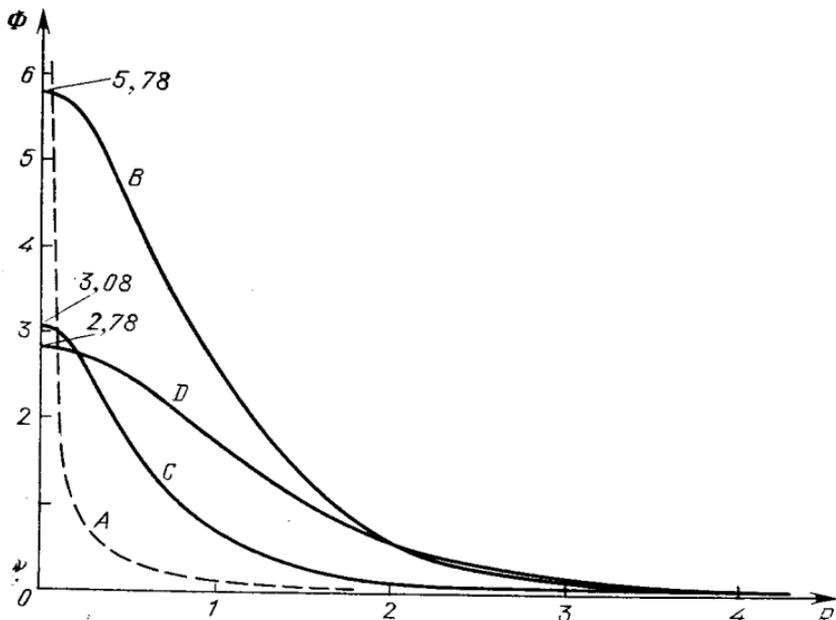


Рис. 26. Форма пузырьков  $\phi(r)$  в теориях (5.3.1) и (5.3.2) при  $T = 0$  и при  $T \gg r^{-1}$  (0). Зависимость  $\phi$  от  $r$  на этом рисунке изображена с помощью безразмерных переменных  $R = rM$  и  $\Phi = \phi/\phi_1$ , где  $\phi_1$  определяется равенством  $V(\phi_1, T) = V(0, T)$ ; A, B — O(4)-симметричные пузырьки в теориях (5.3.1) и (5.3.2) соответственно; C, D — O(3)-симметричные пузырьки в теориях (5.3.1) и (5.3.2)

температурах) существуют точные решения соответствующих уравнений (рис. 26). При  $T = 0$  действие  $S_4$ , отвечающее решению  $\phi(r)$  в теории (5.3.2), равно

$$S_4(\phi) \approx 205M^2/\delta^2. \quad (5.3.5)$$

В пределе больших температур действие  $S_4(\phi) = S_3(\phi)/T$  на решениях, отвечающих теориям (5.3.1) и (5.3.2), равно соответственно

$$S_4(\phi) \approx 19M/\lambda T \quad (5.3.6)$$

и

$$S_4(\varphi) \approx 44M^3/\delta^2T. \quad (5.3.7)$$

Заметим, что результаты, полученные выше, относятся не только к предельным случаям  $T = 0$  и  $T \gg M$ . Анализ этого вопроса показывает, что выражения (5.3.4) и (5.3.5) остаются справедливыми до температур  $T \leq 0,7M$  ( $T \leq 0,2M$ ), а при больших температурах можно пользоваться результатами (5.3.6), (5.3.7) [62].

В заключение кратко остановимся на исследовании наиболее типичного случая, когда потенциалы  $V^1$ ,  $V^2$  имеют вид

$$V^1(\varphi, T) = \frac{\beta(T^2 - T_{c1}^2)}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda\varphi^4}{4}; \quad (5.3.8)$$

$$V^2(\varphi, T) = \frac{\beta(T^2 - T_{c1}^2)}{2} \varphi^2 - \frac{\alpha T}{3} \varphi^3. \quad (5.3.9)$$

При достаточно высокой температуре из полученных выше результатов следует, что в теории (5.3.8)

$$S_4 = \frac{19 \sqrt{\beta(T^2 - T_{c1}^2)}}{\lambda T}, \quad (5.3.10)$$

а в теории (5.3.9)

$$S_4 = \frac{44 [\beta(T^2 - T_{c1}^2)]^{3/2}}{\alpha^2 T^3}. \quad (5.3.11)$$

Заметим, что в большинстве реалистических ситуаций эффективный потенциал вблизи точки фазового перехода хорошо аппроксимируется потенциалом одного из типов, рассмотренных в § 5.2 и 5.3. Поэтому результаты, полученные выше, часто удается непосредственно применить для изучения кинетики фазовых переходов первого рода в реалистических моделях. Эти результаты будут использованы нами при анализе ряда конкретных эффектов в гл. 6 и 7.

Хотелось бы сделать два замечания в связи с полученными результатами. Из формул (5.3.4)–(5.3.7) следует, что при определенных значениях параметров, входящих в (5.3.4)–(5.3.7), вероятность распада метастабильной фазы может быть чрезвычайно сильно подавлена. Например, при  $\lambda \sim 10^{-2}$  туннелирование в теории (5.3.1) подавлено фактором

$$P \sim \exp(-8\pi^2/3\lambda) \sim \exp(-10^3). \quad (5.3.12)$$

Это объясняет, почему метастабильные состояния в рассматриваемых теориях могут оказаться практически неотличимыми от стабильных. В частности, нет практически никаких экспериментальных оснований полагать, что вакуумное состояние, в котором мы сейчас находимся, должно отвечать абсолютному минимуму энергии. В принципе, можно было бы провести эксперимент по проверке стабильности нашего вакуума, сделав попытку создать

зародыш новой фазы. Однако как техническая осуществимость такого эксперимента, так и его целесообразность по понятным причинам вызывают сильные сомнения: зародыш новой фазы вскоре после его образования начнет расширяться со скоростью, близкой к скорости света, и через весьма малое время экспериментатор вместе с окружающей его частью Вселенной будет переведен в более энергетически выгодное вакуумное состояние.

Другое замечание касается области применимости полученных выше результатов. Эти результаты были получены в пренебрежении эффектами, связанными с расширением Вселенной. Такого приближения обычно вполне достаточно, если кривизна эффективного потенциала  $V''(\varphi)$  много больше, чем тензор кривизны пространства  $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ . Однако в сценарии раздувающейся Вселенной  $V''(\varphi) \ll R = 12H^2$  во время раздувания. Поэтому туннелирование при раздувании Вселенной необходимо исследовать отдельно. Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в гл. 7.

## ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ГОРЯЧЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

### § 6.1. Фазовые переходы с нарушением симметрии между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями

Как говорилось в гл. 1, согласно стандартной теории горячей Вселенной, расширение Вселенной начиналось из состояния с предельно большой плотностью и температурой  $T$ , которая значительно превосходила критическую температуру фазового перехода с восстановлением симметрии между сильными и электрослабыми взаимодействиями в теориях великого объединения. Таким образом, симметрия между указанными типами взаимодействий на самых ранних стадиях эволюции Вселенной должна была быть восстановлена.

При понижении температуры до  $T \sim T_{c_1} \sim 10^{14} \div 10^{15}$  ГэВ (3.2.9) должен был происходить фазовый переход или несколько фазовых переходов, в результате которых возникало классическое скалярное поле  $\Phi \sim 10^{15}$  ГэВ и симметрия между сильными и электрослабыми взаимодействиями нарушалась. Затем, когда температура падала до  $T_{c_2} \sim 200$  ГэВ (3.2.3), нарушалась симметрия между слабыми и электромагнитными взаимодействиями. Наконец, при  $T \sim 10^2$  МэВ должен был происходить фазовый переход (или два отдельных перехода) с нарушением киральной инвариантности в теории сильных взаимодействий и с объединением кварков в адроны (конфайнмент).

Здесь следует сделать оговорку. Теория электрослабых взаимодействий Глэшоу — Вайнберга — Салама к настоящему времени уже прошла хорошую экспериментальную проверку. Однако с теориями великого объединения дело обстоит далеко не так благополучно. До начала 80-х годов существование великого объединения при энергиях  $E \sim 10^{15}$  ГэВ мало у кого вызывало сомнение, причем наиболее вероятным кандидатом на роль единой теории считалась простейшая модель с группой симметрии  $SU(5)$ . В дальнейшем соответствующие схемы стали все более усложняться, включая в себя сначала  $N = 1$  супергравитацию, затем теории Калуцы — Клейна и, наконец, теорию суперструн. Смена теорий приводила к смене картины эволюции Вселенной при высокой температуре. Однако все варианты этой картины имели по меньшей мере одну общую черту: без учета стадии раз-

дугания (т. е. стандартной теории горячей Вселенной) все они приводили к следствиям, находящимся в несомненном противоречии с существующими космологическими данными. Чтобы выявить источники возникающих трудностей и наметить возможные пути их преодоления, изучим кинетику фазовых переходов в простейшей теории  $SU(5)$ .

Эффективный потенциал этой теории по отношению к полю  $\Phi$ , ответственному за нарушение симметрии между сильными и электрослабыми взаимодействиями, имеет следующий вид (см. § 3.2):

$$V(\Phi) = -\frac{\mu^2}{2} \text{Sp } \Phi^2 + \frac{a}{4} (\text{Sp } \Phi)^2 + \frac{b}{2} \text{Sp } \Phi^4. \quad (6.1.1)$$

При  $T \gg \mu$  основная модификация  $V(\Phi)$  состоит в изменении знака эффективного параметра  $\mu^2$ :

$$\mu^2(T) = \mu^2 - \beta T^2, \quad (6.1.2)$$

см. (3.2.6). Это приводит к восстановлению симметрии при высоких температурах. Однако, согласно (3.2.6), при  $T \lesssim \mu$  модификация эффективного потенциала не сводится к изменению  $\mu^2$ . При  $T \lesssim \mu$  эффективный потенциал  $V(\Phi, T)$  может приобрести дополнительные локальные минимумы, соответствующие нарушению симметрии не только до  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  (см. гл. 1), но также и до  $SU(4) \times U(1)$ ,  $SU(3) \times (U(1))^2$  или  $(SU(2))^2 \times (U(1))^2$  [167]. Это обстоятельство, а также то, что фазовые переходы в теориях великого объединения являются переходами первого рода, сильно усложняет изучение кинетики фазового перехода от фазы  $SU(5)$  к фазе  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ . Изложим результаты соответствующего исследования, проведенного в [187].

Прежде всего напомним, что согласно результатам работы [167] эффективный потенциал  $V(\varphi, T)$  относительно каждого из четырех типов нарушения симметрии, перечисленных выше, имеет вид

$$V(\varphi, T) = -\frac{N\pi T^4}{90} - \frac{\mu^2(T)}{2} \varphi^2 - \alpha_i T \varphi^3 + \gamma_i \varphi^4, \quad (6.1.3)$$

где  $\varphi^2 = \text{Sp } \Phi^2$ ;  $\alpha_i$  и  $\gamma_i$  — некоторые константы, вычисленные в [167];  $i = 1, 2, 3, 4$ . Этот эффективный потенциал совпадает с потенциалом (5.2.12), так что все результаты, полученные нами относительно туннелирования из состояния  $\varphi = 0$  с образованием пузырька поля  $\varphi \neq 0$  в приближении тонких стенок, относятся к теории (6.1.3). В то же время там, где приближение тонких стенок не работает, поле  $\varphi$  внутри пузырька мало, последний член в (6.1.3) может быть отброшен и потенциал совпадает с потенциалом (5.3.2), туннелирование в котором также было изучено нами в гл. 5.

Таким образом, схема решения задачи сводится к следующему. Нужно выяснить, как величина  $V(\varphi, T)$  (6.1.3) зависит от времени в расширяющейся Вселенной, с какой скоростью в каждый момент происходит рождение пузырьков каждой из четырех пере-

численных выше фаз, в какой момент времени образованные пузырьки занимают весь объем Вселенной, что происходит с пузырьками разных фаз дальше и какой характерный объем занимали области, заполненные разными фазами, к моменту завершения процесса.

Поскольку теория образования пузырьков уже разработана, решение намеченной выше задачи не представляет собой принципиальной трудности. Тем не менее решение этой задачи оказывается довольно громоздким, так как требует расчетов на ЭВМ, проводимых заново для каждого конкретного выбора параметров  $a$  и  $b$  (6.1.1). Поэтому просто приведем и обсудим основные результаты, полученные для наиболее естественного случая

$$a \sim b \sim 10^{-1}. \quad (6.1.4)$$

В этом случае фазовый переход происходит из переохлажденного состояния, когда температура Вселенной приближается к температуре  $T_c$ , начиная с которой симметричная фаза  $\varphi = 0$  становится абсолютно нестабильной. Скачок поля  $\varphi$  в точке фазового перехода оказывается большим (порядка  $\varphi_0$ ). В этом смысле фазовый переход является «сильным» переходом первого рода.

Фазовый переход осуществляется путем одновременного рождения всех четырех перечисленных выше фаз, причем подавляющая часть пузырьков содержит фазу  $SU(4) \times U(1)$ , а не наиболее энергетически выгодную фазу  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , доля которой в общем объеме первоначально составляет лишь несколько процентов. Затем пузырьки фазы  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  начинают расширяться внутри фазы  $SU(4) \times U(1)$ , «поедая» ее и пузырьки остальных двух фаз. К моменту слияния пузырьков фазы  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  их характерный размер

$$r \sim 10T_c^{-1}. \quad (6.1.5)$$

Кинетика процессов в промежуточной стадии до образования однородной фазы  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  очень сложна и существенно зависит от соотношения между  $a$ ,  $b$  и  $g^2$ . Длительность промежуточной стадии, так же как и длительность стадии до начала фазового перехода, может быть значительной лишь при специальных соотношениях между константами связи в теории.

Несмотря на сильный скачок поля  $\varphi$  в точке фазового перехода, энерговыделение в процессе фазового перехода, как правило, оказывается относительно небольшим, так что при наиболее естественных соотношениях между константами связи переход с нарушением симметрии из переохлажденной  $SU(5)$ -симметричной фазы не приводит к скачкообразному повышению температуры и к заметному повышению полной энтропии расширяющейся Вселенной.

При дальнейшем понижении температуры до  $T_c \sim 10^2$  ГэВ происходит фазовый переход  $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3) \times U(1)$ , во время которого нарушается симметрия

между слабыми и электромагнитными взаимодействиями. Температура во время этого фазового перехода на много порядков меньше масс сверхтяжелых бозонов  $M_X \sim 10^{14}$  ГэВ, появляющихся после первого фазового перехода. Более легкие частицы в этой теории описываются теорией Глэшоу — Вайнберга — Салама, и поэтому фазовый переход при  $T_c \sim 10^2$  ГэВ происходит точно так же, как и в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама (см. гл. 3).

Вообще говоря, указанная картина фазового перехода относится лишь к простейшим теориям великого объединения с наиболее естественными соотношениями между константами связи. В более сложных теориях фазовые переходы оказываются более многоступенчатыми (см., например, [42, 167]). Несколько необычная картина возникает также при специальных соотношениях между параметрами теории, когда эффективный потенциал скалярных полей содержит локальный минимум или относительно плоский участок при малых  $\varphi$ .

В качестве примера рассмотрим модель Глэшоу — Вайнберга — Салама при

$$\lambda(\varphi_0) = \frac{1}{6} \frac{d^4 V}{d\varphi^4} \Big|_{\varphi=\varphi_0} < \frac{11e^4}{16\pi^2} \frac{2 \cos^4 \theta_W + 1}{\sin^2 2\theta_W} \approx 3 \cdot 10^{-3}; \quad (6.1.6)$$

$$m_\varphi^2(\varphi_0) = \frac{d^2 V}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=\varphi_0} < \frac{e^4 \varphi_0^2}{16\pi^2} \frac{2 \cos^4 \theta_W + 1}{\sin^2 2\theta_W} \approx (10 \text{ ГэВ})^2, \quad (6.1.7)$$

где  $\sin^2 \theta_W \approx 0,23$ ,  $\varphi_0 \approx 250$  ГэВ. При таких значениях  $\lambda(\varphi_0)$  и  $m_\varphi^2$  эффективный потенциал  $V(\varphi)$  имеет локальный минимум при  $\varphi = 0$  даже при нулевой температуре [139—141] (см. § 2.2).

В этом случае в ранней Вселенной симметрия, как обычно, была восстановлена,  $\varphi = 0$ . Затем, при охлаждении Вселенной, возникал минимум  $V(\varphi)$  при  $\varphi \sim \varphi_0$ , причем вскоре он становился глубже, чем минимум при  $\varphi = 0$ . Тем не менее Вселенная продолжала оставаться в состоянии  $\varphi = 0$  до тех пор, пока не образовались пузырьки новой фазы  $\varphi \neq 0$  и не заполнили всю Вселенную. Образование пузырьков новой фазы в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама было изучено в работах [141, 142]. Оказалось, что если  $m_\varphi$  хотя бы на один процент меньше граничного значения  $m_\varphi \sim 10$  ГэВ (6.1.7), то вероятность рождения пузырьков с  $\varphi \neq 0$  чрезвычайно мала.

Причину этого нетрудно понять с помощью результатов, полученных в предыдущей главе. Действительно, рассмотрим предельный случай

$$m_\varphi^2 = \frac{e^4 \varphi_0^2}{16\pi^2} \frac{2 \cos^4 \theta_W + 1}{\sin^2 2\theta_W}. \quad (6.1.8)$$

В этом случае кривизна  $V(\varphi)$  при  $\varphi = 0$ ,  $T = 0$  обращается в нуль (модель Коулмена — Вайнберга [137], см. § 2.2). При  $T \neq 0$  значение массы скалярного поля в окрестности точки  $\varphi = 0$

равно, согласно (3.2.1),

$$m_\varphi \sim \frac{eT}{\sin 2\theta_W} \sqrt{1 + 2 \cos^2 \theta_W} \quad (6.1.9)$$

(напомним, что в рассматриваемом случае  $\lambda \sim e^4 \ll e^2$ ). Потенциал  $V(\varphi)$  в этой модели при малых  $\varphi$  приблизительно равен

$$V(\varphi) = V(0) + \frac{3e^4\varphi^4}{32\pi^2} \left( \frac{2 \cos^4 \theta_W + 1}{\sin^2 2\theta_W} \right) \ln \frac{\varphi}{\varphi_0} + \frac{m_\varphi^2 \varphi^2}{2}. \quad (6.1.10)$$

Функция  $\ln(\varphi/\varphi_0)$  меняется с изменением  $\varphi$  достаточно медленно, и поэтому для определения вероятности  $P$  туннелирования из локального минимума  $\varphi = 0$  можно воспользоваться формулой (5.3.6) [144]:

$$P \sim \exp\left(-\frac{19m_\varphi(T)}{\lambda T}\right) \sim \exp\left(-\frac{19 \sin 2\theta_W}{(3e^3/8\pi^2) \sqrt{1 + \cos^4 \theta_W} \ln(\varphi/\varphi_0)}\right) \sim \exp\left(-\frac{15000}{\ln(\varphi/\varphi_0)}\right). \quad (6.1.11)$$

Характерное значение поля  $\varphi$ , которое входит в (6.1.11), должно отвечать локальному максимуму  $V(\varphi)$  (6.1.10), который находится при  $\varphi \sim O(10)T$ , т. е.

$$P \sim \exp\left(-\frac{15000}{\ln(T/\varphi_0)}\right). \quad (6.1.12)$$

Отсюда следует, что фазовый переход с образованием пузырьков поля  $\varphi$  в рассматриваемой теории может происходить лишь при экспоненциально малой температуре Вселенной. Аналогичное явление, имеющее место в  $SU(5)$ -теории Коулмена — Вайнберга, легло в основу нового сценария раздувающейся Вселенной (см. гл. 8). Однако в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама с  $\frac{d^2V}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0} = 0$  переохлаждение в действительности не столь сильно, как это следует из (6.1.12): фазовый переход происходит при  $T \sim 10^2$  МэВ вследствие эффектов, связанных с сильными взаимодействиями (см. [144]). При этом из-за выделения энергии, запасенной в метастабильном вакууме  $\varphi = 0$ , удельная энтропия Вселенной  $n_V/n_B$  должна повыситься примерно в  $10^5 - 10^6$  раз [144]. Если же эффективный потенциал  $V(\varphi)$  имеет даже очень неглубокий минимум при  $\varphi = 0$ , то возрастание удельной энтропии Вселенной может стать недопустимо велико [143, 144]. Кроме того, характерное время жизни Вселенной в метастабильном вакуумном состоянии при  $V''(0) \geq (10^2 \text{ МэВ})^2$  становится больше времени жизни наблюдаемой части Вселенной  $t \sim 10^{10}$  лет [141, 142]. Пузырьки, образовавшиеся в результате такого фазового перехода, привели бы к сильной анизотропии и неоднородности Вселенной. Это и приводит к наиболее сильному ограничению (2.2.14) на массу хиггсовского бозона в теории Глэшоу — Вайнберга — Салама без сверхтяжелых фермионов:

$$m_\varphi \geq 10 \text{ ГэВ}. \quad (6.1.13)$$

Как было показано в гл. 2, в теории со сверхтяжелыми фермионами абсолютный минимум  $V(\varphi)$  может оказаться не при  $\varphi = \varphi_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$ , а при  $\varphi \gg \varphi_0$ , что приводит к ограничениям на допустимые массы фермионов в теории [146—151]. С учетом космологических эффектов соответствующие ограничения несколько смягчаются, так как Вселенная не всегда успевает перейти из состояния  $\varphi = \varphi_0$  в более энергетически выгодное состояние [188]. Полная совокупность ограничений<sup>1)</sup> на массы фермионов и хиггсовского бозона с учетом эффектов, связанных с теорией эволюции Вселенной, приведена на рис. 16 в гл. 2. Следует отметить, однако, что при изучении туннелирования в [141—151, 188] не обсуждалась возможность туннелирования на поздних стадиях эволюции Вселенной, стимулированного процессами столкновения частиц из космических лучей с веществом. Если такие процессы могут сильно увеличивать вероятность распада метастабильного вакуума [189], то область выше кривой  $AD$  на рис. 16 окажется запрещенной, наиболее сильное ограничение на  $m_\varphi$  будет даваться формулой (2.2.9). Этот вопрос нуждается в более детальном исследовании.

## § 6.2. Доменные стенки, струны и монополи

В предыдущем параграфе отмечалось, что фазовый переход с нарушением  $SU(5)$ -симметрии идет с образованием пузырьков нескольких разных фаз, и лишь впоследствии все пространство заполняется веществом в одной, наиболее энергетически выгодной фазе. Для этого необходимо выполнение по крайней мере двух условий: должна существовать лишь одна наиболее энергетически выгодная фаза и характерный размер пузырьков  $r$  не должен превышать  $t$ , где  $t$  — время, когда вся Вселенная должна была бы перейти в одну фазу. В теории горячей Вселенной (в отличие от теории раздувающейся Вселенной) характерный размер пузырьков, как правило, невелик,  $r \sim m^{-1}$  или  $r \sim T^{-1}$  (см. рис. 26), так что второе условие обычно бывает выполнено. Однако эффективный потенциал, вообще говоря, может иметь несколько минимумов одинаковой (или почти одинаковой) глубины. Простейший пример — это теория (1.1.5), в которой минимумы при  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$  и при  $\varphi = -\mu/\sqrt{\lambda}$  имеют одинаковую глубину. Во время фазового перехода, происходящего при расширении горячей Вселенной в некоторый момент  $t = t_c$ , нарушение симметрии в различных причинно-несвязанных областях размером  $O(t_c)$  происходит независимо. В результате этого Вселенная разбивается на приблизительно одинаковое число областей, заполненных полем  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$  или  $\varphi = -\mu/\sqrt{\lambda}$ . Эти области отделены друг от друга доменными стенками толщиной  $O(\mu^{-1})$ , на которых по-

<sup>1)</sup> Во избежание недоразумений следует подчеркнуть, что эти ограничения относятся лишь к простейшему варианту теории Глэшоу — Вайнберга — Салама с одним типом скалярных полей  $\varphi$ .

ле  $\varphi$  меняется от  $\varphi = \mu/\sqrt{\lambda}$  до  $\varphi = -\mu/\sqrt{\lambda}$  при переходе от одной области к другой.

В действительности, как правило, первоначальные размеры областей, в которых нарушение симметрии происходит независимо, лишь незначительно превышают  $T_c^{-1}$ , т. е. их размер гораздо меньше размеров горизонта  $t \sim 10^{-2} M_p/T_c^2$  к моменту начала фазового перехода. Примером этого является образование областей разных фаз во время фазового перехода в  $SU(5)$ -модели, см. (6.1.5).

Области, заполненные разными фазами с одинаковой плотностью энергии, тоже «поедают» друг друга, так как наличие доменных стенок энергетически невыгодно. Однако процесс «поедания» происходит независимо в областях, отделенных друг от друга расстоянием порядка  $t$ , где  $t$  — возраст Вселенной. Как говорилось в § 1.5, наблюдаемая сейчас область Вселенной в момент  $t \sim 10^5$  лет состояла примерно из  $10^6$  причинно-несвязанных областей, т. е. почти из  $10^6$  доменов, разделенных сверхтяжелыми доменными стенками. Поскольку последние  $\sim 10^5$  лет наблюдаемая часть Вселенной была для фотонов «прозрачна», мы должны были бы видеть создаваемую этими доменами сильнейшую анизотропию реликтового излучения. На самом же деле реликтовое излучение изотропно с точностью до  $\Delta T/T \sim 3 \cdot 10^{-5}$ . В этом и состоит сущность проблемы доменных стенок в теории горячей Вселенной [41]. Исходя из полученных результатов, следовало бы отказаться от теорий с нарушением дискретной симметрии, таких как теория (1.1.5), теории со спонтанным нарушением  $CP$ -инвариантности и простейший вариант теории  $SU(5)$ , в котором потенциал  $V(\Phi)$  (6.1.1) инвариантен относительно отражения  $\Phi \rightarrow -\Phi$ , и т. д. С аналогичными трудностями сталкивается значительная часть теорий аксионного поля  $\theta$ , по отношению к которому  $V(\theta)$  часто имеет несколько минимумов одинаковой глубины [49]. В некоторых теориях с этой трудностью можно побороться (например, можно добавить член с  $\text{Sp } \Phi^3$  к  $V(\Phi)$  (6.1.1)), однако в большинстве случаев соответствующие трудности оказываются непреодолимыми без существенной модификации теории (или перехода к сценарию раздувающейся Вселенной).

Кроме доменных стенок в результате фазовых переходов могут образовываться и другие нетривиальные объекты. Рассмотрим, например, модель комплексного скалярного поля  $\chi$  с лагранжианом

$$L = \partial_\mu \chi^* \partial^\mu \chi + m^2 \chi^* \chi - \lambda (\chi^* \chi)^2. \quad (6.2.1)$$

Эта модель представляет собой модель Хиггса (1.1.15) до включения в нее векторных полей  $A_\mu$ . Для изучения нарушения симметрии в этой теории удобно сделать замену переменных (1.1.18):

$$\chi(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi(x) \exp \frac{i\zeta(x)}{\varphi_0}. \quad (6.2.2)$$

Эффективный потенциал  $V(\chi, \chi^*)$  имеет минимум при  $\varphi(x) = \varphi_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$  независимо от значения постоянной части фазы  $\zeta_0$ . Таким образом,  $V(\chi, \chi^*)$  имеет как бы форму дна таза с максимумом посредине (при  $\chi(x) = 0$ ), а нарушение симметрии характеризуется не просто скаляром  $\varphi_0$ , а вектором  $\varphi(x) \exp[i\zeta(x)/\varphi_0]$  в изотопическом пространстве  $(\chi, \chi^*)$ .

Возникновение в разных областях пространства полей с разными фазами  $\zeta(x)$  энергетически невыгодно. Однако, так же как

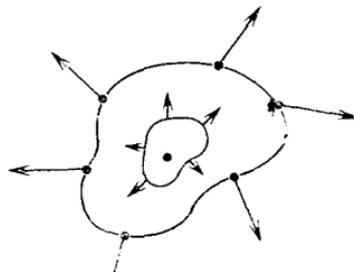


Рис. 27. Распределение поля  $\chi = \varphi(x) \exp[i\zeta(x)/\varphi_0]$  в изотропическом пространстве при обходе вокруг нити  $\varphi(x) = 0$

и в случае с доменными стенками, значения фазы, т. е. направления вектора  $\varphi(x) \exp[i\zeta(x)/\varphi_0]$ , не могут быть скоррелированы на расстояниях, превышающих размер горизонта  $\sim t$ . Более того, как правило, направление этого вектора в разных точках пространства сразу после фазового перехода оказывается неизменным лишь на расстояниях  $O(T_c^{-1})$ .

Рассмотрим некоторое двумерное сечение пространства и изучим различные конфигурации поля  $\varphi$  в этом сечении. Среди них возможна и такая, что при обходе по некоторому замкнутому контуру в  $x$ -пространстве вектор  $\varphi(x) \exp[i\zeta(x)/\varphi_0]$  делает полный оборот в изотопическом пространстве  $(\chi, \chi^*)$ , т. е. функция  $\zeta(x)/\varphi_0$  меняется на  $2\pi$  (рис. 27). Возникновение такого начального распределения поля  $\varphi$  в результате фазового перехода ничем не запрещено. Будем теперь постепенно стягивать рассматриваемый контур, оставаясь при этом в области  $\varphi(x) \neq 0$ . Поскольку поле  $\chi(x)$  непрерывно и дифференцируемо, вектор  $\chi(x)$  при обходе вдоль уменьшившегося контура тоже должен делать полный оборот. Если бы таким образом можно было стянуть контур в точку, в которой  $\varphi(x) \neq 0$ , то в этой точке поле  $\chi(x)$  не было бы дифференцируемым, т. е. уравнения движения не выполнялись бы. Это означает, что внутри исходного контура должна находиться точка, в которой  $\varphi(x) = 0$ . Предположим для простоты, что внутри данного контура такая точка одна. Будем теперь менять рассматриваемое сечение пространства и соответственно двигать контур в пространстве так, чтобы он, как и раньше, не проходил через области  $\varphi(x) = 0$ . Тогда, в силу непрерывности, вектор  $\chi(x)$  при обходе вдоль смещенного контура также будет делать полный оборот на  $2\pi$ .

Таким образом, внутри каждого такого контура будет точка, в которой  $\varphi(x) = 0$ . Это означает, что в пространстве существует линия (бесконечная или замкнутая), на которой  $\varphi(x) = 0$ . Существование такой линии энергетически невыгодно, так как вблизи нее  $\varphi \ll \varphi_0$  и градиенты поля  $\varphi$  также отличны от нуля. Однако топологические соображения показывают, что такая линия,

возникнув во время фазового перехода, не может порваться; она может лишь стянуться в точку и исчезнуть, если она замкнута. Причина топологической устойчивости линии  $\varphi(x) = 0$  состоит в том, что при обходе вокруг нее вектор  $\chi(x)$  не делает ни одного полного оборота, либо делает один, два или три поворота, но непрерывного перехода между соответствующими распределениями поля  $\chi$  не существует (вектор при обходе вдоль замкнутого контура не может сделать 0,99 полного оборота). Такие линии, вместе с окружающими их областями меняющегося в пространстве поля  $\chi$ , часто называют нитями, или струнами.

Аналогичные конфигурации поля  $\chi$  могут возникнуть и в самой модели Хиггса. Однако в этом случае всюду, кроме линии  $\varphi(x) = 0$ , можно сделать калибровочное преобразование типа (1.1.16) и «изгнать» отовсюду зависимость от поля  $\zeta(x)$ . При этом внутри струны появится поле  $A_\mu(x) \neq 0$ . Такая струна будет содержать квант потока магнитного поля  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$  и будет подобна нитям Абрикосова в теории сверхпроводимости [190]. Так же как и раньше, порвать такую струну нельзя, в данном случае из-за сохранения потока магнитного поля. Для того чтобы отличать такие струны от струн, не содержащих калибровочного поля, последние иногда называют глобальными (их существование связано с нарушением глобальной симметрии).

Из-за того что направления изотопического вектора  $\chi(x)$  сразу после фазового перехода в каждой из областей размером порядка  $O(T_c^{-1})$  являются практически независимыми, нити первоначально выглядят как броуновские траектории с характерным размером «прямого» участка  $O(T_c^{-1})$ . Затем эти нити, постепенно выпрямляясь, ускоряются за счет своего натяжения и начинают двигаться со скоростью, близкой к скорости света. Это приводит к тому, что маленькие замкнутые нити (размером меньше  $O(t)$ ) начинают сжиматься, перекрещиваться, излучают свою энергию в виде гравитационных волн и исчезают. Большие же нити в масштабах порядка размера горизонта  $\sim t$  становятся почти прямыми. Если, как можно думать, пересекающиеся нити с заметной вероятностью пересоединяются, то за счет такого процесса, приводящего к образованию маленьких замкнутых нитей, число прямых длинных нитей, оставшихся внутри горизонта, должно уменьшаться до величины порядка единицы. Обозначим  $\alpha$  плотность энергии струны на единицу длины. В теориях с константами связи порядка единицы  $\alpha \sim \varphi_0^2$ . Масса нити внутри горизонта имеет порядок  $\delta M \sim \alpha t \sim \varphi_0^2 t$ , в то время как согласно (1.3.21) полная масса вещества внутри горизонта  $M \sim O(10) M_p^2 t$ . Это означает, что за счет эволюции нитей во Вселенной возникают неоднородности плотности [191, 192, 81]

$$\frac{\delta \rho}{\rho} \sim \frac{\delta M}{M} \sim O(10) \frac{\alpha}{M_p^2} \sim O(10) \frac{\varphi_0^2}{M_p^2}. \quad (6.2.3)$$

При  $\alpha \sim 10^{-6} M_p^2$ ,  $\varphi_0 \sim 10^{16}$  ГэВ можно получить  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ , что и нужно для образования галактик.

При получении этой оценки использовалось предположение, что маленькие замкнутые струны быстро (за время порядка  $t$ ) излучают свою энергию и исчезают. В действительности это происходит лишь при достаточно больших значениях  $\alpha$ . Уточненные оценки [193] приводят к значениям  $\alpha$  близким к полученным выше:

$$\alpha \sim 2 \cdot 10^{-6} M_p^2.$$

Заметим, что возникающий здесь характерный масштаб масс и значений  $\varphi_0$  близок к масштабу нарушения симметрии в теориях великого объединения. Такие струны действительно могут возникнуть при нарушении симметрии в целом ряде реалистических теорий элементарных частиц. К сожалению, далеко не просто сделать так, чтобы столь тяжелые струны рождались после раздувания Вселенной, так как температура Вселенной после раздувания в большинстве существующих моделей много меньше чем  $10^{16}$  ГэВ, и потому фазовые переходы с рождением струн после раздувания во многих моделях не происходят. Возможные пути образования тяжелых струн в сценарии раздувающейся Вселенной будут обсуждаться в следующей главе.

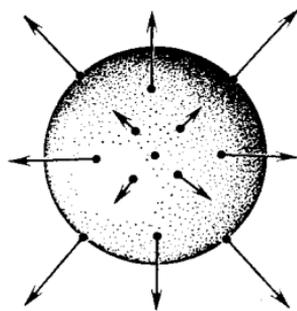


Рис. 28. Распределение поля  $\varphi^a$  (6.2.5) на сфере единичного радиуса вокруг центра

фазовых переходов. С этой целью проанализируем нарушение симметрии в  $O(3)$ -симметричной модели скалярного поля  $\varphi^a$ ,  $a = 1, 2, 3$ :

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi^a)^2 + \frac{\mu^2}{2} (\varphi^a)^2 - \frac{\lambda}{4} ((\varphi^a)^2)^2. \quad (6.2.4)$$

Нарушение симметрии в этой модели происходит за счет возникновения скалярного поля  $\varphi^a$ , модуль которого  $\varphi_0$  равен  $\mu/\sqrt{\lambda}$ , но направление в изотопическом пространстве ( $\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3$ ) может быть произвольным. Во время фазовых переходов могут образовываться такие области, на поверхности которых вектор  $\varphi^a$  во всех точках смотрит «наружу» или «внутри» области (в изотопическом пространстве). Примером служит распределение поля  $\varphi^a$ , изображенное на рис. 28 и напоминающее ежа,

$$\varphi^a(x) = \varphi_0 f(r) x^a/r, \quad (6.2.5)$$

где  $\varphi_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$ ,  $r = \sqrt{x^2}$ ;  $f(r)$  — функция, которая стремится к  $\pm 1$  при  $r \gg \mu^{-1}$  и обращается в нуль при  $r \rightarrow 0$  (последнее условие вытекает из непрерывности функции  $\varphi^a(x)$ ). Такое рас-

пределение является решением уравнений движения в теории (6.2.4) (при определенном выборе функции  $f(r)$  с указанными свойствами), причем это решение оказывается топологически устойчивым по той же причине, что и глобальные струны, рассмотренные выше.

При больших  $r$  основной вклад в энергию ежа дают градиентные члены, возникающие за счет изменения направления единичного вектора  $x^a/r$  в разных точках,

$$\rho \approx \frac{1}{2} (\partial_i \Phi)^2 = \frac{3}{2} \frac{\Phi_0^2}{r^2}, \quad (6.2.6)$$

так что часть энергии ежа, заключенная внутри сферы радиуса  $r$  с центром при  $x = 0$ , равна

$$E(r) = 6\pi\Phi_0^2 r. \quad (6.2.7)$$

Таким образом, полная энергия ежа в бесконечном пространстве стремится к бесконечности (как  $r$ ). По этой причине ежи (6.2.5), обнаруженные более десяти лет назад в той же работе [83], что и монополи (см. ниже), сами по себе до недавнего времени никакого интереса не вызвали.

Однако во время фазовых переходов в расширяющейся Вселенной ежи вполне могли рождаться. Теория их образования аналогична теории рождения струн, и фактически именно на анализе рождения ежей базировались первые оценки числа монополей, образующихся во время фазового перехода [40]. Исследование этого вопроса показывает, что ежи, как правило, рождаются не поодиночке, а парами еж — антиеж (соответственно выбору  $f(r) = \pm 1$  при  $r \geq m^{-1}$  в (6.2.5)). На больших расстояниях от такой пары их влияние на распределение поля  $\Phi$  взаимно компенсируется, и вместо бесконечной энергии отдельного ежа мы получаем энергию пары ежа и антиежа, пропорциональную расстоянию  $r$  между ними, см. (6.2.7). Этот пример является простейшей из известных реализаций идеи конфайнмента.

Дальнейшая эволюция пары еж — антиеж существенно зависит от взаимодействия ежей с материей. Типичная начальная длина такой пары в теории горячей Вселенной невелика,  $r \lesssim O(10^2) T_c^{-1}$ . Действительно, как следует из результатов предыдущего параграфа, характерные размеры доменов, заполненных однородным полем  $\Phi$ , имеют порядок  $O(10) T_c^{-1}$ , см. (6.1.5). Простые комбинаторные оценки показывают, что в области, содержащей  $10^2$ — $10^3$  таких доменов с нескоррелированными значениями  $\Phi^a$ , наверняка найдется по крайней мере один еж. Отсюда и следует приведенная выше оценка.

Если поля  $\Phi^a$  взаимодействуют с веществом слабо, то ежи быстро сближаются с антиежами, начинают совершать колебательные движения, излучают голдстоуновские бозоны и гравитационные волны, сближаются еще ближе и, наконец, аннигилируют, излучая свою энергию так же, как и замкнутые (глобальные)

струны. Если же ежи сильно тормозятся веществом, то и процесс их аннигиляции может протекать гораздо медленнее. Мы вернемся к обсуждению возможных космологических эффектов, связанных с ежами, при обсуждении вопроса о генерации неоднородностей плотности в сценарии раздувающейся Вселенной.

Если дополнить теорию (6.2.4)  $O(3)$ -симметричными полями Янга—Миллса с константой связи  $e$ , то в такой теории также будет существовать решение уравнений движения типа (6.2.5) для поля  $\varphi^a$ , но при этом возникнут и классические поля Янга—Миллса. Калибровочным преобразованием полей  $\varphi^a$  и  $A_\mu^a$  можно «причесать ежик», т. е. направить поля  $\varphi^a$  в одну сторону (например,  $\varphi^a \sim x^3 \delta_3^a$ ) всюду, кроме некоторой бесконечно тонкой нити, выходящей из точки  $x = 0$ . При этом вдали от точки  $x = 0$  векторные поля  $A_\mu^{1,2}$  приобретают массу  $m_A = e\varphi_0$ , а векторное поле  $A_\mu^3$  остается безмассовым. Важнейшей особенностью получающейся при этом конфигурации полей  $\varphi^a$  и  $A_\mu^a$  является наличие магнитного поля  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}^3$ , убывающего вдали от центра:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{e} \frac{\mathbf{x}}{r^3}. \quad (6.2.8)$$

Таким образом, в теории возникают частицы, аналогичные монополю Дирака (монополи Хофта — Полякова) с магнитным зарядом

$$g = 4\pi/e, \quad (6.2.9)$$

причем масса таких частиц  $M$  оказывается весьма большой:

$$M = C \left( \frac{\lambda}{e^2} \right) \frac{4\pi m_A}{e^2} = \frac{C m_A}{\alpha}, \quad (6.2.10)$$

где  $C (\lambda/e^2)$  — величина, близкая к единице:  $C(0) = 1$ ,  $C(0,5) = 1,42$ ,  $C(10) = 1,44$ ;  $\alpha = e^2/4\pi$ .

Монополи Хофта—Полякова, в отличие от ежей (6.2.5), должны существовать практически во всех теориях великого объединения, согласно которым слабые, сильные и электромагнитные взаимодействия до нарушения симметрии между ними описываются единой теорией с простой группой симметрии ( $SU(5)$ ,  $O(10)$ ,  $E_6$ , ...). Так же как и ежи, монополи рождаются во время фазовых переходов на расстоянии порядка  $10^2 T_c^{-1}$  друг от друга. Тем самым их начальная плотность  $n_M$  была порядка  $10^{-6}$  плотности фотонов  $n_\gamma$  в эту эпоху. Изучение скорости аннигиляции монополей и антимонполей, проведенное Я. Б. Зельдовичем и М. Ю. Хлоповым [40], показало, что аннигиляция идет очень медленно, так что к настоящему времени должно быть  $n_M/n_\gamma \sim \sim 10^{-9} \div 10^{-10}$ , т. е.  $n_M \approx n_B$ , где  $n_B$  — плотность барионов (протонов и нейтронов). Современная плотность барионной материи во Вселенной  $\rho_B$  не более чем на один-два порядка отличается от критической плотности  $\rho_c \sim 10^{-29}$  г/см<sup>3</sup>. Монополи в теориях великого объединения, согласно (6.2.10), должны иметь массу

порядка  $10^2 M_X \sim 10^{16} \div 10^{17}$  ГэВ, т. е. в  $10^{16} - 10^{17}$  раз больше массы протона. Но это привело бы, согласно оценке  $n_M \approx n_B$ , к тому, что плотность вещества во Вселенной превышала бы критическую плотность на 16 порядков. Такая Вселенная уже давно должна была бы сколлапсировать!

Еще более жесткие ограничения на допустимую современную плотность монополей следуют из факта существования галактического магнитного поля [194] и из теоретических оценок светимости пульсаров [195] за счет монопольного катализа распада протонов [196, 197]. Соответствующие ограничения приводят к выводу, что в настоящее время, скорее всего,  $n_M/n_B \lesssim 10^{-25} \div 10^{-30}$ . Столь сильное расхождение между наблюдательными ограничениями на плотность монополей во Вселенной и теоретическими предсказаниями привело к возникновению кризисной ситуации: современная теория элементарных частиц оказалась в противоречии с теорией горячей Вселенной. Для того чтобы избавиться от этого противоречия, требовалось выполнение одного из трех условий:

- 1) отказаться от теорий великого объединения;
- 2) найти условия, при выполнении которых аннигиляция монополей идет гораздо более эффективно;
- 3) отказаться от стандартной теории горячей Вселенной.

Первый путь в конце 70-х годов представлялся буквально кошмарным. В последние годы, после создания более сложных теорий, основанных на супергравитации и теории суперструн, отношение к теориям великого объединения стало меняться. Однако новые теории в большинстве случаев не только не помогают решить проблему реликтовых монополей, но приводят к новым, не менее серьезным противоречиям с теорией горячей Вселенной, см. § 1.5.

Второй путь до сих пор так и не пройден до конца. Основные выводы теории аннигиляции монополей, предложенной в [40], были впоследствии подтверждены многими авторами. С другой стороны, в [173] было указано, что непертурбативные эффекты в высокотемпературном янг-миллсовском газе могут привести к конфайнменту монополей, существенно ускоряющему процесс их аннигиляции. Основная идея этой работы состояла в следующем.

Вдали от центра монополя его поле является эффективно абелевым,  $\mathbf{H}^a = \text{rot } \mathbf{A}^a \cdot \delta_3^a$ . Такое поле тождественно удовлетворяет теореме Гаусса,  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ , т. е. его поток должен сохраняться. Если, однако, янг-миллсовское поле в горячей плазме приобретает эффективную массу  $m_A \sim e^2 T$  (см. § 3.3), то магнитное поле монополя не может проникать в среду на глубину, превышающую  $m_A^{-1}$ . Единственная возможность совместить это условие с выполнением теоремы Гаусса для магнитного поля связана с возникновением нитей толщиной  $\Delta l \sim m_A^{-1}$ , выходящих из монополей и содержащих все их магнитное поле. Именно так (и по этой же причине) ведет себя магнитное поле монополей, погруженных

в сверхпроводник: между монополями и антимонполями возникают абрикосовские нити магнитного поля [190], см. рис. 29. Поскольку энергия каждой такой нити пропорциональна ее длине, монополи в сверхпроводнике должны находиться в фазе конфайнмента [198]. Если аналогичное явление осуществляется в горячей янг-миллсовской плазме, то и в ней монополи будут связаны с антимонполями нитями толщиной  $\Delta l \sim (e^2 T)^{-1}$ . Поэтому

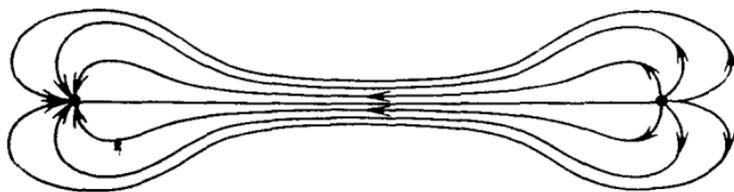


Рис. 29. Конфигурация магнитного поля пары монополь—антимонполь, погруженной в сверхпроводник

пары монополей и антимонполей будут аннигилировать гораздо быстрее, чем в случае, когда между ними действуют лишь обычные кулоновы силы притяжения.

К сожалению, наше знание термодинамики янг-миллсовского газа пока еще недостаточно для того, чтобы подтвердить или опровергнуть существование конфайнмента монополей в горячей плазме. Непертурбативный анализ этой проблемы с помощью расчетов по методу Монте-Карло на решетке [199, 200] не представляется достаточно информативным, так как при моделировании ситуации на решетке возникают фиктивные монополи небольшой массы — порядка обратного размера решетки  $a^{-1}$ . Эти монополи экранируют взаимодействие монополей Хофта — Полякова друг с другом. При существующих вычислительных возможностях избавиться от фиктивных монополей трудно.

Помимо механизма конфайнмента монополей, обсуждавшегося выше, существует еще один, более простой механизм<sup>1)</sup>. А именно известно, что магнитное поле не может проникнуть не только в сверхпроводник, но и в толщу идеального проводника (если этого поля не было в проводнике раньше). Причина состоит в возникновении индукционных токов, экранирующих внешнее магнитное поле. Проводимость янг-миллсовской плазмы весьма велика. Поэтому при возникновении монополей во время фазового перехода проникновение их магнитного поля в среду происходит не сразу. Сначала все магнитное поле должно быть сосредоточено на некоторой нити, соединяющей монополь с антимонполем так же, как на рис. 29. (Из-за сохранения полного потока магнитного поля индукционные токи не могут заэкранировать весь поток магнитного поля, и он идет вдоль нити.) Затем нить утолщается, и возникает обычное кулоново распределение поля.

<sup>1)</sup> Возможность существования такого механизма была указана В. Н. Намиотом.

Однако если скорость расширения нити мала по сравнению со скоростью удаления монополей друг от друга за счет расширения Вселенной, то распределение поля в течение длительного времени эффективно остается одномерным, т. е. опять-таки возникает режим конфайнмента. Оценки скорости расширения нити, проведенные нами в конкретных моделях теории великого объединения, указывают на то, что такой режим действительно может реализоваться.

Предварительный анализ аннигиляции монополей, находящихся в фазе конфайнмента, показывает, что плотность монополей в настоящую эпоху может оказаться на 10—20 порядков меньше чем это первоначально ожидалось. Однако решить эту задачу полностью чрезвычайно трудно, и не ясно, удастся ли с учетом конфайнмента монополей сделать теоретические предсказания их плотности совместными с наиболее сильными экспериментальными ограничениями, основанными на существовании галактических магнитных полей и на отсутствии сильного рентгеновского излучения от пульсаров.

Теория взаимодействия монополей с веществом может таить в себе еще много неожиданного. Но даже если проблему реликтовых монополей окажется возможным решить в рамках стандартной теории горячей Вселенной, то и тогда значение анализа этой проблемы для развития современной космологии будет трудно переоценить. Именно многочисленные попытки решить эту проблему привели к широкому обсуждению внутренних трудностей теории горячей Вселенной и к осознанию необходимости пересмотра ее основ. Эти попытки стимулировали создание сценария раздувающейся Вселенной и возникновение новых представлений о начальных стадиях развития наблюдаемой части мира и о глобальной структуре Вселенной. К изложению этих представлений мы теперь и переходим.

## ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ИНФЛЯЦИОННОЙ КОСМОЛОГИИ

### § 7.1. Основные направления развития инфляционной теории

В гл. 1 достаточно подробно обсуждались основная структура сценария раздувающейся (инфляционной) Вселенной и причины, которые сделали необходимым его создание. Развитие этого сценария в последние годы шло по трем основным направлениям.

1. Изучение основных особенностей сценария и выявление скрытых в нем потенциальных возможностей более точного описания наблюдаемой части Вселенной. Сюда относятся в основном вопросы, связанные с генерацией неоднородностей плотности во время инфляции, с разогревом Вселенной и генерацией ее барионной асимметрии после раздувания и с теми предсказаниями сценария, которые можно было бы проверить, анализируя современные наблюдательные данные.

2. Построение реалистических вариантов сценария раздувающейся Вселенной на основе современных теорий элементарных частиц.

3. Изучение глобальных свойств пространства и времени в рамках квантовой космологии с использованием сценария раздувающейся Вселенной.

Первое из этих направлений и обсуждается в данной главе. Второе направление будет представлено в гл. 8 и 9, а третье — в гл. 10.

### § 7.2. Раздувающаяся Вселенная и мир де Ситтера

Как говорилось в гл. 1, основной особенностью инфляционной стадии эволюции Вселенной является медленное (по сравнению со скоростью расширения Вселенной) изменение плотности энергии  $\rho$ . В предельном случае  $\rho = \text{const}$  уравнение Эйнштейна для однородной Вселенной (1.3.7) имеет своим решением мир де Ситтера (1.6.1)—(1.6.3).

Как легко видеть, при  $Ht \gg 1$  разница между открытым, замкнутым и плоским миром де Ситтера исчезает. Гораздо менее очевидно то, что все три типа решений (1.6.1)—(1.6.3) в действительности описывают один и тот же мир де Ситтера.

Часто для наглядной интерпретации искривленного четырехмерного пространства оказывается удобным представить его себе в виде искривленной четырехмерной гиперповерхности в пространстве большего числа измерений. Мир де Ситтера легче всего представить как гиперboloид

$$z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 - z_4^2 = -H^{-2} \quad (7.2.1)$$

в пятимерном пространстве Минковского  $(z_0, z_1, \dots, z_4)$ . Для того чтобы перейти к плоской Вселенной Фридмана (1.3.2), (1.6.2), достаточно рассмотреть систему координат  $(t, x_i)$  на гиперboloиде (7.2.1), определенную соотношениями

$$\begin{aligned} z_0 &= H^{-1} \operatorname{sh} Ht + \frac{1}{2} H e^{Ht} \mathbf{x}^2, \\ z_4 &= H^{-1} \operatorname{ch} Ht - \frac{1}{2} H e^{Ht} \mathbf{x}^2, \\ z_i &= e^{Ht} x_i, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (7.2.2)$$

Эта система координат покрывает половину гиперboloида с  $z_0 + z_4 > 0$  (рис. 30). Метрика в этой системе координат имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - e^{2Ht} d\mathbf{x}^2. \quad (7.2.3)$$

Система координат  $(t, \chi, \theta, \varphi)$ , соответствующая замкнутому миру де Ситтера, вводится соотношениями

$$\begin{aligned} z_0 &= H^{-1} \operatorname{sh} Ht, \\ z_1 &= H^{-1} \operatorname{ch} Ht \cdot \cos \chi, \\ z_2 &= H^{-1} \operatorname{ch} Ht \cdot \sin \chi \cdot \cos \theta, \\ z_3 &= H^{-1} \operatorname{ch} Ht \cdot \sin \chi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ z_4 &= H^{-1} \operatorname{ch} Ht \cdot \sin \chi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi. \end{aligned} \quad (7.2.4)$$

При этом метрика имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - H^{-2} \operatorname{ch}^2 Ht [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]. \quad (7.2.5)$$

Важно, что в отличие от метрики плоского мира (7.2.3) и метрики открытого мира де Ситтера (которую мы не будем здесь выписывать), метрика замкнутого мира (7.2.5) описывает весь гиперboloид.

В этом смысле замкнутый мир де Ситтера, в отличие от плоского или открытого, является геодезически полным (рис. 31).

Для понимания ситуации здесь полезна аналогия с тем, что имеет место вблизи черной дыры. А именно метрика Шварцшильда не описывает того, что происходит под гравитационным радиусом черной дыры  $r_g$ , но существуют такие системы координат, с помощью которых можно описать и то, что происходит внутри черной дыры. Аналогом метрики Шварцшильда в данном случае

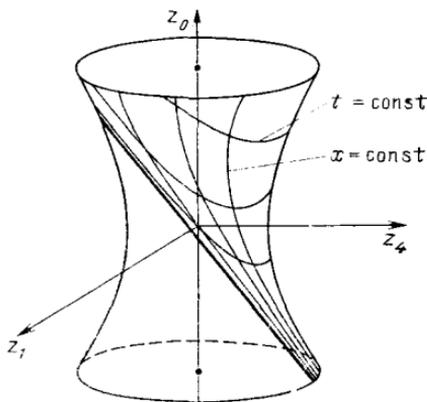


Рис. 30. Пространство де Ситтера, представленное как гиперboloид в пятимерном пространстве времени (два измерения опущены). Трехмерное пространство в координатах (7.2.2) при  $t = \text{const}$  равно плоское, экспоненциально расширяющееся с ростом  $t$ , см. (7.2.3). Координаты (7.2.2) покрывают лишь половину гиперboloида

выступает метрика плоского (или открытого) мира де Ситтера. Еще более полным аналогом метрики Шварцшильда являются статические координаты  $(r, t, \theta, \varphi)$

$$\begin{aligned} z_0 &= \sqrt{H^{-2} - r^2} \operatorname{sh} Ht, \\ z_1 &= \sqrt{H^2 - r^2} \operatorname{ch} Ht, \\ z_2 &= r \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ z_3 &= r \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ z_4 &= r \cos \theta, \quad 0 \leq r \leq H^{-1}. \end{aligned} \quad (7.2.6)$$

Эти координаты покрывают часть мира де Ситтера с  $z_0 + z_1 > 0$ . В этих координатах метрика имеет вид

$$ds^2 = (1 - r^2 H^2) dt^2 - (1 - r^2 H^2)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (7.2.7)$$

похожий на вид метрики Шварцшильда

$$ds^2 = (1 - r_g r^{-1}) dt^2 - (1 - r_g r^{-1})^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (7.2.8)$$

где  $r_g = 2M/M_p^2$ ;  $M$  — масса черной дыры. Сравнение (7.2.7) и (7.2.8) показывает, что в статических координатах мир де Ситтера представляет собой область радиусом  $H^{-1}$ , как бы *окруженную* черной дырой. Физическая интерпретация этого результата с помощью введения понятия горизонта событий была дана в гл. 1, см. (1.4.14). Аналогия между свойствами мира де Ситтера и свойствами черной дыры очень важна для понимания многих особенностей сценария раздувающейся Вселенной и потому заслуживает дополнительного обсуждения.

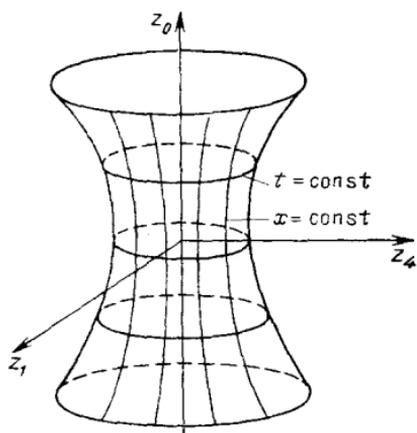


Рис. 31. Пространство де Ситтера, представленное как замкнутая Вселенная Фрийдмана с координатами (7.2.4), (7.2.5). Эти координаты покрывают весь гиперболоид

Хорошо известно, что любые возмущения метрики (7.2.8) быстро затухают, и единственной наблюдаемой характеристикой черной дыры остается ее масса (а также ее полный электрический заряд и угловой момент, если она вращается). Информация о физических процессах, происходящих внутри черной дыры, не вы-

Обобщение этой «теоремы» на случай мира де Ситтера гласит [120, 121], что любые возмущения мира де Ситтера экспоненциально быстро «забываются», т. е. Вселенная становится локально неотличимой от мира де Ситтера. При этом из-за наличия горизонта событий все физические процессы в заданной области мира де Ситтера не зависят от того, что происходит на расстоянии более чем  $H^{-1}$  от этой области.

Физический смысл первой части теоремы особенно нагляден в системе координат (7.2.3) (или (7.2.5) при  $t \gg H^{-1}$ ). А именно любое возмущение метрики де Ситтера, увлекаемое общим космологическим расширением, экспоненциально растягивается. Соответственно, пространственные градиенты метрики, характеризующие локальную степень неоднородности и анизотропии Вселенной, экспоненциально быстро уменьшаются. Это общее утверждение, проверенное для широкого класса конкретных моделей в работах [122], лежит в основе решения проблем однородности и изотропии за счет раздувания Вселенной [54—56].

Вторая часть теоремы означает, что если начальный размер раздувающейся области Вселенной превышает размер горизонта ( $r > H^{-1}$ ), то никакие события вне этой области не могут помешать ее раздуванию, так как информация о таких событиях внутрь данной области никогда не попадает. Безразличие раздувающихся областей к тому, что происходит по соседству, можно было бы охарактеризовать как род относительно безвредного эгоизма: рост объема раздувающихся областей происходит в основном за счет их собственных ресурсов, а не за счет объема соседних областей Вселенной. Такой процесс (хаотическое раздувание) приводит, конечно, к очень сложной структуре Вселенной в сверхбольших масштабах, но внутри каждой из раздувающихся областей Вселенная с большой степенью точности будет выглядеть как однородная. Это обстоятельство играет важную роль при обсуждении проблемы начальных условий, необходимых для возникновения инфляционного режима (см. § 1.7 и 9.1), а также при исследовании глобальной структуры Вселенной (см. § 1.8 и 10.2).

Мы еще вернемся к аналогии между физическими процессами вблизи черных дыр и в раздувающейся Вселенной в следующем параграфе. Здесь же сделаем еще одно замечание по поводу мира де Ситтера и его связи с теорией раздувающейся Вселенной.

Во многих классических учебниках по общей теории относительности мир де Ситтера описывался именно как статический мир (7.2.7). Однако, как уже говорилось, пространство, описываемое метрикой (7.2.7), геодезически неполно, т. е. существуют геодезические, выходящие за пределы области пространства с координатами (7.2.6). Подобно тому как наблюдатель, падающий в черную дыру, за конечное собственное время проходит через сферу Шварцшильда  $r = r_g$ , не натываясь при этом ни на какую особенность, так и наблюдатель в мире де Ситтера, находящийся в некоторой начальной точке  $r = r_0 < H^{-1}$ , через определенный конечный интервал времени (по своим часам) вылетает за пределы области,

описываемой координатами (7.2.6). (При этом неподвижный наблюдатель, находящийся при  $r = \infty$  в метрике (7.2.8) или при  $r = 0$  в метрике (7.2.7), никогда не дожидается исчезновения своего друга за горизонтом, но будет получать от него все меньше и меньше информации). В то же время геодезически полный мир (7.2.5) нестатичен.

Эта нестатичность в отсутствие наблюдателей, вещества или хотя бы пробных частиц является «вещью в себе», так как все инвариантные характеристики самого мира де Ситтера, связанные с его тензором кривизны, от времени не зависят. Например, скаляр кривизны мира де Ситтера

$$R = 12H^2 = \text{const.} \quad (7.2.9)$$

Поэтому, если бы раздувающаяся Вселенная представляла собой просто пустой мир де Ситтера, то говорить о ее расширении было бы трудно. Всегда нашлась бы такая система координат, в которой мир де Ситтера выглядел бы, например, как сжимающийся, или имел бы размер  $\sim H^{-1}$  (7.2.5), (7.2.7). Однако в раздувающейся Вселенной деситтеровская инвариантность нарушена либо спонтанным образом (за счет распада начального деситтеровского вакуума), либо за счет исходного отличия Вселенной от мира де Ситтера. В частности, в сценарии хаотического раздувания тензор энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$ , хотя и близок к  $V(\varphi)g_{\mu\nu}$ , но никогда не совпадает с этой величиной, причем на последних стадиях раздувания кинетическая энергия поля  $\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2$  становится сравнимой с  $V(\varphi)$ , и отличие  $T_{\mu\nu}$  от  $V(\varphi)g_{\mu\nu}$  — весьма существенным. Особенно ярко различие между статическим миром де Ситтера и раздувающейся Вселенной проявляется на уровне квантовой теории, при анализе неоднородностей плотности  $\delta\rho/\rho$ , возникающих во время раздувания. Как будет показано в § 7.5, эти неоднородности после окончания раздувания вырастают до  $\delta\rho/\rho \sim H^2/\dot{\varphi}$ . Таким образом, если бы поле  $\varphi$  было постоянным и мир на инфляционной стадии никак не отличался бы от мира де Ситтера, то после окончания этой стадии наша Вселенная оказалась бы сильно неоднородной. Иначе говоря, для правильного описания раздувающейся Вселенной необходимо учитывать не только ее близость к миру де Ситтера, но и ее отличие от этого мира, особенно на последних стадиях инфляции, на которых формируется структура наблюдаемой части Вселенной.

### § 7.3. Квантовые флуктуации во время раздувания

Аналогия между черной дырой и миром де Ситтера полезна и при изучении квантовых эффектов во время раздувания. Известно, например, что черная дыра испаряется, испуская излучение с температурой Хоукинга  $T_H = M_p^2/8\pi M = 1/4\pi r_g$ , где  $M$  — масса черной дыры [119]. Подобное явление существует и в мире де Ситтера, где наблюдатель также будет чувствовать себя в «тепловой бане» с температурой  $T_H = H/2\pi$ . С формальной точки зре-

ния в этом можно убедиться, сделав замену  $t \rightarrow it$  в формуле (7.2.5), с тем чтобы перейти к евклидовой формулировке квантовой теории поля в мире де Ситтера. Метрика при этом приобретает вид метрики сферы  $S^4$ :

$$-ds^2 = d\tau^2 + H^{-2} \cos^2 H\tau [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]. \quad (7.3.1)$$

Бозе-поля на сфере периодичны по  $\tau$  с периодом  $2\pi/H$ , что эквивалентно рассмотрению квантовой статистики при температуре  $T_H = H/2\pi$  [201]. С физической точки зрения возникновение температуры  $T_H$  в мире де Ситтера (так же как и в случае с черной дырой) связано с существованием горизонта событий и необходимостью вводить усреднение по состояниям за горизонтом [119, 120]. Однако «температура» мира де Ситтера весьма необычна. Дело в том, что евклидова сфера  $S^4$  периодична по всем четырём направлениям. Поэтому спектр вакуумных флуктуаций оказывается весьма далеким от планковского.

Для нас в дальнейшем будет особенно важным изучение средних типа  $\langle \varphi(x) \varphi(y) \rangle$  или  $\langle \varphi^2(x) \rangle$ . При ненулевой температуре в пространстве Минковского

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{T}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3k}{(2\pi n T)^2 + k^2 + m^2}, \quad (7.3.2)$$

что, после вычисления суммы по  $n$ , приводит к выражению (3.1.7) для  $\langle \varphi^2 \rangle$ . В пространстве  $S^4$  вместо всех интегрирований появляется суммирование по  $n_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , а вместо температуры — величина  $H/2\pi$ . Особую важность в сумме по  $n_i$  играет член  $n_i = 0$ , который дает лидирующий вклад в  $\langle \varphi^2 \rangle$  при  $m^2 \rightarrow 0$ . Нетрудно понять, что этот вклад пропорционален  $H^4/m^2$ . Вычисление этого вклада приводит к следующему выражению для  $\langle \varphi^2 \rangle$  при  $m^2 \ll H^2$  (первоначально полученному другим способом [202, 126—128]):

$$\langle \varphi^2 \rangle = 3H^4/8\pi^2 m^2. \quad (7.3.3)$$

Обращает на себя внимание патологическое поведение величины  $\langle \varphi^2 \rangle$  при  $m^2 \rightarrow 0$ . Формальная причина состоит именно в том, что вместо одного суммирования мы теперь имеем четыре, и соответствующие инфракрасные расходимости в теории скалярного поля в мире де Ситтера оказываются на три порядка сильнее, чем в квантовой статистике<sup>1)</sup>. Для дальнейшего очень важно понять физическую причину появления столь странного результата.

С этой целью проведем квантование безмассового скалярного поля  $\varphi$  в мире де Ситтера в координатах (7.2.3), подобно тому, как это делалось в мире Минковского [202, 126—128]. Оператор скалярного поля  $\varphi(\mathbf{x})$  можно представить в виде

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3p (a_p^+ \psi_p(t) e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} + a_p^- \psi_p^*(t) e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}}), \quad (7.3.4)$$

<sup>1)</sup> Заметим, что в теории векторных или спинорных полей суммы по  $n_i$  устроены так, что расходимости при  $m \rightarrow 0$  не возникают.

где, согласно (1.7.13), функции  $\psi_p(t)$  удовлетворяют уравнению

$$\ddot{\psi}_p(t) + 3H\dot{\psi}_p(t) + p^2 e^{-2Ht} \psi_p(t) = 0. \quad (7.3.5)$$

В мире Минковского роль функции  $\psi_p(t)$  играла функция  $(1/\sqrt{2p}) e^{-ipt}$ , где  $p = \sqrt{p^2}$ , см. (1.1.3). В мире де Ситтера (7.2.3) общее решение уравнения (7.3.5) имеет вид

$$\psi_p(t) = (\sqrt{\pi/2}) H \eta^{3/2} [c_1(p) H_{3/2}^{(1)}(p\eta) + c_2(p) H_{3/2}^{(2)}(p\eta)], \quad (7.3.6)$$

где  $\eta$  — конформное время:  $\eta = -H^{-1} e^{-Ht}$ ;  $H_{3/2}^{(i)}$  — функции Ганкеля;

$$H_{3/2}^{(2)}(x) \pm [H_{3/2}^{(1)}(x)]^* = -\sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-ix} \left(1 + \frac{1}{ix}\right). \quad (7.3.7)$$

В пределе высоких частот квантование в мире де Ситтера и квантование в мире Минковского не должны различаться, т. е.  $c_1(p) \rightarrow 0$ ,  $c_2(p) \rightarrow -1$  при  $p \rightarrow \infty$ . Это условие выполняется, в частности, при  $c_1 \equiv 0$ ,  $c_2 \equiv -1$ <sup>1)</sup>. В этом случае

$$\psi_p(t) = \frac{iH}{p\sqrt{2p}} \left(1 + \frac{p}{iH} e^{-Ht}\right) \exp\left(\frac{ip}{H} e^{-Ht}\right). \quad (7.3.8)$$

Обратим внимание, что при достаточно больших  $t$  (при  $pe^{-Ht} \ll H$ ) величина  $\psi_p(t)$  перестает осциллировать и становится равной  $iH/p \sqrt{2p}$ .

Величина  $\langle \varphi^2 \rangle$  просто выражается через  $\psi_p$ :

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int |\psi_p|^2 d^3p = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \left( \frac{e^{-2Ht}}{2p} + \frac{H^2}{2p^3} \right) d^3p. \quad (7.3.9)$$

Физический смысл этого результата становится ясен при переходе от конформного импульса  $p$ , не меняющегося во времени, к обычному физическому импульсу  $k = pe^{-Ht}$ , уменьшающемуся при расширении Вселенной:

$$\langle \varphi^2 \rangle = 1/(2\pi)^3 \int d^3k/k (1/2 + H^2/2k^2). \quad (7.3.10)$$

Первый член представляет собой обычный вклад от вакуумных флуктуаций в мире Минковского (при  $H = 0$ , см. (2.1.6), (2.1.7)). Как и в теории фазовых переходов (см. (3.1.6)), этот вклад устраняется перенормировкой. Второй же член непосредственно связан с раздуванием. С точки зрения квантования в мире Минковского, этот член возникает за счет того, что мир де Ситтера помимо обычных квантовых флуктуаций, присутствующих и при  $H = 0$ , содержит еще  $\varphi$ -частицы с числами заполнения

$$n_k = H^2/2k^2. \quad (7.3.11)$$

<sup>1)</sup> Важно, что (при достаточно продолжительном раздувании) все физические результаты не зависят от конкретного выбора функций  $c_1(p)$  и  $c_2(p)$ , таких, что  $c_1(p) \rightarrow 0$ ,  $c_2(p) \rightarrow -1$  при  $p \rightarrow \infty$ .

Как видно из (7.3.10), вклад длинноволновых флуктуаций поля  $\varphi$  в величину  $\langle \varphi^2 \rangle$  расходится. Это и приводит к обращению величины  $\langle \varphi^2 \rangle$  (7.3.3) в бесконечность при  $m^2 \rightarrow 0$ .

В действительности, однако, величина  $\langle \varphi^2 \rangle$  для безмассового поля  $\varphi$  обращается в бесконечность лишь в бесконечно долго существующем мире де Ситтера, но не в раздувающейся Вселенной, экспоненциальное (или квазиэкспоненциальное) расширение которой начинается в некоторый момент  $t = 0$  (например, тогда, когда плотность Вселенной становится равной планковской плотности). Действительно, спектр вакуумных флуктуаций (7.3.10) отличается от спектра флуктуаций в мире Минковского лишь при  $k \lesssim H$ . Если до раздувания спектр флуктуаций был обрезан при  $k \lesssim k_0 \sim T$  из-за высокотемпературных эффектов [127] или при  $k \lesssim k_0 \sim H$  из-за того, что полный начальный размер раздувающейся области Вселенной имел порядок  $O(H^{-1})$ , то во время раздувания происходит перестройка спектра за счет экспоненциального роста длины волны вакуумных флуктуаций. Постепенно спектр (7.3.10) устанавливается, но лишь при импульсах  $k \gtrsim \gtrsim k_0 e^{-Ht}$ . Это приводит к обрезанию в интеграле (7.3.9). Ограничиваясь вкладом длинноволновых флуктуаций с  $k \lesssim H$ , которые только и будут важны для нас в дальнейшем, и полагая  $k_0 = O(H)$ , получаем

$$\langle \varphi^2 \rangle \approx \frac{H^2}{2(2\pi)^3} \int_{He^{-Ht}}^H \frac{d^3k}{k^3} = \frac{H^2}{4\pi^2} \int_{-Ht}^0 d \ln \frac{k}{H} \equiv \frac{H^2}{4\pi^2} \int_0^{Ht} d \ln \frac{p}{H} = \frac{H^3}{4\pi^2} t. \quad (7.3.12)$$

При  $t \rightarrow \infty$  величина  $\langle \varphi^2 \rangle$  стремится к бесконечности, в соответствии с (7.3.3). Аналогичный результат получается и для массивного скалярного поля  $\varphi$ . В этом случае длинноволновые флуктуации при  $m^2 \ll H^2$  ведут себя следующим образом:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{3H^4}{8\pi^2 m^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2m^2}{3H} t\right) \right]. \quad (7.3.13)$$

При  $t \lesssim 3H/m^2$  величина  $\langle \varphi^2 \rangle$  растет линейно, точно так же, как и в случае безмассового поля (7.3.12), а затем  $\langle \varphi^2 \rangle$  выходит на свое асимптотическое значение (7.3.3).

Попытаемся теперь дать наглядную физическую интерпретацию полученным результатам. Прежде всего, обратим внимание на то, что основной вклад в величину  $\langle \varphi^2 \rangle$  (7.3.12) дает интегрирование по экспоненциально малым  $k$  (по  $k \sim He^{-Ht}$ ). Соответствующие числа заполнения  $n_k$  (7.3.11) оказываются экспоненциально велики. Корреляционная функция  $\langle \varphi(x) \varphi(y) \rangle$  для безмассового поля при больших  $l = |x - y| e^{Ht}$  равна [203]

$$\langle \varphi(x, t) \varphi(y, t) \rangle \approx \langle \varphi^2(x, t) \rangle \left( 1 - \frac{1}{Ht} \ln Hl \right). \quad (7.3.14)$$

Это означает, что значения полей  $\varphi(x)$  и  $\varphi(y)$  в различных точках хорошо скоррелированы вплоть до экспоненциально больших

расстояний  $l \sim H^{-1} e^{Ht}$ . По всем этим критериям длинноволновые квантовые флуктуации поля  $\varphi$  с  $k \ll H^{-1}$  выступают как генерируемое на инфляционной стадии слабонеоднородное (квази)классическое поле  $\varphi$  (см. обсуждение этого вопроса в § 2.1).

Аналогичные результаты справедливы и для массивного поля  $m^2 \ll H^2$ . В этом случае основной вклад в  $\langle \varphi^2 \rangle$  дают моды с  $k \sim H \exp(-3H^2/2m^2)$ , а длина корреляции имеет порядок  $H^{-1} \exp(3H^2/2m^2)$ , см. рис. 32.

Здесь следует сделать важное пояснение. При построении теории рождения частиц в расширяющейся Вселенной специалисты столкнулись с тем, что отделение реальных частиц от вакуумных

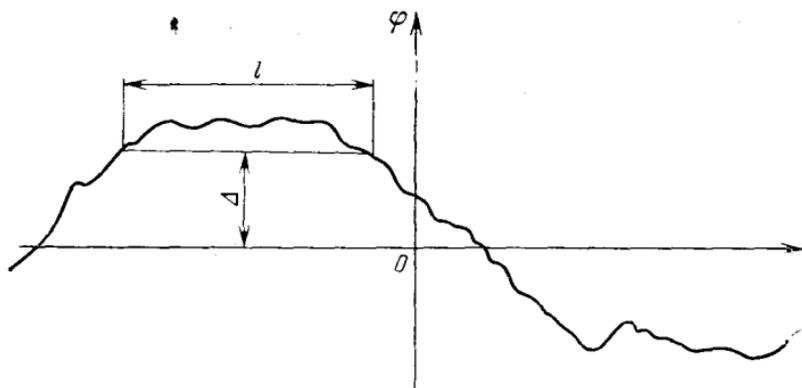


Рис. 32. Распределение квазиклассического поля  $\varphi$ , генерирующегося во время раздувания. Для безмассового поля дисперсия  $\Delta$  равна  $(H/2\pi) \sqrt{Ht}$ , а характерная длина корреляции  $l$  равна  $H^{-1} \exp(Ht)$ . Для массивного поля с  $m \ll H$  через время  $\Delta t \gg H/m^2$  устанавливается равновесное распределение с  $\Delta \sim H^2/m$  и  $l \sim H^{-1} \exp(3H^2/2m^2)$

колебаний в общей теории относительности является неоднозначным [74]. С примером аналогичной ситуации мы и столкнулись. А именно при квантовании в системе координат (7.2.3) рассматриваемые длинноволновые флуктуации с  $He^{-Ht} \ll k \ll H$  отвечают импульсам  $H \ll p \ll He^{Ht}$ . Соответствующие числа заполнения в  $p$ -пространстве вовсе не растут экспоненциально со временем. Корреляция между  $\varphi(x)$  и  $\varphi(y)$  при больших  $|x - y|$  несущественна. Таким образом, с точки зрения квантования в мире де Ситтера (7.2.3) мы имеем дело с квантовыми флуктуациями. Однако с точки зрения чисел заполнения при *физических* импульсах  $k = = pe^{-Ht}$  и корреляции на больших *физических* расстояниях  $l \sim |x - y| e^{Ht}$ , мы имеем дело с квазиклассическим слабонеоднородным полем  $\varphi$ .

Обсуждаемая разница хорошо видна на примере сравнения функции  $\psi_p(t)$  (7.3.8) и функции  $\psi_k(t) = \psi_p e^{(3/2)Ht}$ , квадрат которой и дает спектр (7.3.10) в терминах физического импульса  $k$ :

$$\psi_k(t) = - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-ik/H} \left( 1 + \frac{H}{ik} \right). \quad (7.3.15)$$

При  $k \gg H$  мы имеем дело с полем, осциллирующим с постоянной амплитудой  $1/\sqrt{2}$ . Однако с течением времени, когда величина  $k = pe^{-Ht}$  ( $p = \text{const}$ ) становится меньше  $H$ , осцилляции прекращаются и амплитуда застывшего по фазе распределения поля  $\psi_k(t)$  начинает экспоненциально увеличиваться:

$$\psi_k(t) = \frac{iH}{\sqrt{2}k} \sim \frac{iH}{\sqrt{2}p} e^{Ht}, \quad (7.3.16)$$

что и приводит к экспоненциальному росту чисел заполнения. Это явление нам уже встречалось при обсуждении вопроса о бозеконденсации и нарушении симметрии в теории поля. Именно так развивается неустойчивость с образованием классического хиггсовского поля, см. формулу (1.1.6). Разница состоит в том, что в случае нарушения симметрии в мире Минковского быстрее всего растет мода с нулевым импульсом  $k$ . В раздувающейся Вселенной импульс  $k$  на любой из мод экспоненциально быстро убывает. Это приводит к почти одинаковому росту мод с различными импульсами  $k$ , в результате чего классическое поле  $\phi$  становится неоднородным, хотя неоднородность поля  $\phi$  существенна лишь в экспоненциально больших масштабах  $l \sim H^{-1}e^{Ht}$ , см. (7.3.14). Еще одно важное различие между изучаемым явлением и спонтанным нарушением симметрии в мире Минковского состоит в том, что генерация классического поля  $\phi$  в мире де Ситтера осуществляется вынужденным образом. Рост длинноволновых возмущений поля  $\phi$  происходит, даже если это энергетически невыгодно, например, при  $m^2 > 0$  (но лишь при условии  $m^2 \ll H^2$ ).

Рассматриваемый процесс генерации классического скалярного поля  $\phi(x)$  во время раздувания можно интерпретировать как результат броуновского движения поля  $\phi$  за счет перехода квантовых флуктуаций этого поля в квазиклассическое поле  $\phi(x)$ . Этот переход для каждой данной моды с  $p = \text{const}$  происходит тогда, когда соответствующий физический импульс  $k = pe^{-Ht}$  сравнивается с  $H$ . При этом амплитуда волны  $\psi_p(t)$  «замерзает», см. (7.3.8). Из-за рассогласования фаз  $e^{ipx}$  волны с разными импульсами вносят вклады разного знака в величину классического поля  $\phi(x)$ , что и отражается в формуле (7.3.9), характеризующей квадрат дисперсии случайного распределения поля, возникающего во время раздувания. Как и в стандартной задаче о скорости диффузии броуновской частицы, средний квадрат ее удаления от начальной точки оказывается прямо пропорциональным времени протекания процесса (см. (7.3.12)).

Диффузию поля  $\phi$  в каждой заданной точке удобно описывать с помощью распределения вероятности  $P_c(\phi, t)$  найти данное поле  $\phi$  в данной точке в момент времени  $t$ . Значок  $c$  здесь служит для отражения того факта, что указанное распределение, как нетрудно понять, одновременно имеет смысл доли исходного координатного объема  $d^3x$  (7.2.3), заполненного данным полем  $\phi$  в момент времени  $t$ . Эволюцию распределения  $P_c(\phi)$  безмассового поля  $\phi$  в раздувающейся Вселенной можно найти, решая уравнение

$$\frac{\partial P_c(\varphi, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P_c(\varphi, t)}{\partial \varphi^2}. \quad (7.3.17)$$

Для того чтобы найти коэффициент диффузии  $D$ , в (7.3.17) учтем, что

$$\langle \varphi^2 \rangle \equiv \int \varphi^2 P_c(\varphi, t) d\varphi = \frac{H^3}{4\pi^2} t.$$

Дифференцируя это соотношение по  $t$  и используя (7.3.17), получаем

$$D = H^3/8\pi^2.$$

Нетрудно убедиться, что решение уравнения (7.3.17) с начальным условием  $P_c(\varphi, 0) = \delta(\varphi)$  дается гауссовым распределением

$$P_c(\varphi, t) = \sqrt{\frac{2\pi}{H^3 t}} \exp\left(-\frac{2\pi^2 \varphi^2}{H^3 t}\right) \quad (7.3.18)$$

с дисперсией  $H^3 t/4\pi^2$  (7.3.12).

При рассмотрении генерации классического скалярного поля массы  $|m^2| \ll H^2$  коэффициент диффузии  $D$ , связанный со скоростью перекачки квантовых флуктуаций с импульсами  $k > H$  в область  $k < H$ , остается прежним, так как вклад в  $\langle \varphi^2 \rangle$  от мод с  $k \sim H$  не зависит от  $m$  при  $|m^2| \ll H^2$ . Именно по этой причине величина  $\langle \varphi^2 \rangle$  (7.3.13) растет так же, как и в случае безмассового поля (7.3.12). Однако впоследствии длинноволновое классическое поле  $\varphi$ , возникшее на первых стадиях процесса, начинает уменьшаться за счет медленного скатывания к точке  $\varphi = 0$  согласно классическому уравнению движения

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} = -dV/d\varphi = -m^2\varphi. \quad (7.3.19)$$

Это в конечном счете и приводит к стабилизации величины  $\langle \varphi^2 \rangle$  на ее предельном значении  $3H^4/8\pi^2 m^2$  (7.3.13). Для описания этого процесса нужно записать уравнение диффузии в несколько более общем виде [205]

$$\frac{\partial P_c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P_c}{\partial \varphi^2} + b \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( P_c \frac{dV}{d\varphi} \right), \quad (7.3.20)$$

где, как и прежде,  $D = H^3/8\pi^2$ ;  $b$  — коэффициент подвижности, определяемый из уравнения  $\dot{\varphi} = -b dV/d\varphi$ . С помощью (7.3.19) для медленно меняющегося поля  $\varphi$  ( $\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi}$ ) получаем

$$\frac{\partial P_c}{\partial t} = \frac{H^3}{8\pi^2} \frac{\partial^2 P_c}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{3H} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( P_c \frac{dV}{d\varphi} \right). \quad (7.3.21)$$

Уравнение (7.3.21) впервые было получено А. А. Старобинским [134]. Более подробный вывод этого уравнения можно найти в работах [186, 135, 132, 206]. Его решение для случая  $V(\varphi) = m\varphi^2/2 + V(0)$  действительно приводит к распределению  $P_c(\varphi, t)$  с дисперсией, определяемой формулой (7.3.13). Решения,

справедливые для более общего класса потенциалов  $V(\varphi)$ , будут обсуждаться в следующем параграфе в связи с проблемой туннелирования в раздувающейся Вселенной.

При выводе уравнения (7.3.21) подразумевалось, что величина  $H$  не зависит от поля  $\varphi$ . В более общем случае уравнение (7.3.21) записывается следующим образом:

$$\frac{\partial P_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{1}{8\pi^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (H^3 P_c) + \frac{P_c}{3H} \frac{dV}{d\varphi} \right]. \quad (7.3.22)$$

Строго говоря, уравнение (7.3.22) тоже справедливо лишь при достаточно малых вариациях поля  $\varphi$ , пока обратное влияние неоднородностей поля на метрику не становится слишком большим. Тем не менее с помощью этого уравнения можно получить важную информацию о глобальной структуре Вселенной (см. гл. 10).

### § 7.4. Туннелирование в раздувающейся Вселенной

Первые варианты сценария раздувающейся Вселенной базировались на теории распада переохлажденного вакуумного состояния  $\varphi = 0$  за счет подбарьерного рождения пузырьков поля  $\varphi$  во время раздувания [53—55]. Теория таких процессов в пространстве Минковского, обсуждавшаяся в гл. 4, оказывается неприменимой в наиболее интересных случаях, когда кривизна эффективного потенциала вблизи его локального минимума мала по сравнению с  $H^2$ . В работе Коулмена и де Луччия [207] была разработана евклидова теория туннелирования в мире де Ситтера. Однако в общем случае ее применимость к изучению туннелирования при раздувании совершенно не очевидна. При построении этой теории предполагается, что квантовый скачок должно испытывать не только скалярное поле  $\varphi$  внутри пузыря, но и метрика  $g_{\mu\nu}(x)$ . Между тем в некоторых ситуациях барьер существует лишь в направлении изменения поля  $\varphi$ . Аналогом такой задачи является задача о движении частицы в плоскости  $xu$  в потенциале  $V(x, u)$ , имеющем вид барьера лишь в направлении  $x$ . В этом случае частица, налетающая на барьер, туннелирует в направлении  $x$ , но ничто не мешает ей двигаться по классической траектории в направлении  $u$ . Для решения этой задачи нельзя просто переходить к мнимому времени (мнимой энергии), а нужно честно решать уравнение Шредингера для волновой функции  $\Psi(x, u)$  с учетом того, что некоторые компоненты импульса частицы могут приобрести мнимую часть [208].

Тем не менее евклидов подход к туннелированию в искривленном пространстве иногда дает правильный результат. Это относится, в частности, и к рассматриваемому случаю потенциала, в котором  $m^2 = \frac{d^2V}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0} \ll H^2$ . Туннелирование в таком потенциале было изучено Хоукингом и Моссом [121]. Полученное ими выражение для вероятности туннелирования из точки  $\varphi = 0$  через барьер

ер с максимумом в точке  $\varphi_1$  (рис. 33) выглядит следующим образом:

$$P \sim A \exp \left[ -\frac{3M_p^4}{8\pi} \left( \frac{1}{V(0)} - \frac{1}{V(\varphi_1)} \right) \right], \quad (7.4.1)$$

где  $A$  — некоторый предэкспоненциальный фактор размерности  $m^4$ . При получении этой формулы Хоукинг и Мосс предположили, что в силу «теоремы об отсутствии волос» у мира де Ситтера (см. § 7.2) туннелирование должно идти одинаково как в экспоненциально

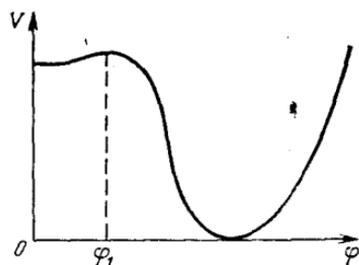


Рис. 33. Потенциал  $V(\varphi)$ , туннелирование в котором изучалось Хоукингом и Моссом

расширяющемся мире де Ситтера (7.2.3), так и в замкнутом мире (7.2.5). В последнем случае туннелирование наиболее вероятно в горловине гиперboloида, т. е. при  $t = 0$ ,  $a = H^{-1}$ , а для его описания, согласно [207], нужно вычислить действие на евклидовой версии мира (7.2.5), т. е. на сфере  $S^4$  радиусом  $H^{-1}(\varphi)$ . Поскольку речь шла о туннелировании с увеличением  $H(\varphi)$ , т. е. с уменьшением  $a$ , которое является классически запрещенным, то высказанный выше аргумент против использования евклидова подхода

к этому случаю неприменим. Вычисление действия на сфере  $S^4$  приводит к величине

$$S_E(\varphi) = -3M_p^4/8\pi V(\varphi). \quad (7.4.2)$$

Используя идеологию, выработанную в работе Коулмена и де Луччия, Хоукинг и Мосс сделали утверждение, что вероятность туннелирования пропорциональна  $\exp[S_E(0) - S_E(\varphi)]$ . Это и приводит к выражению (7.4.1). При этом вклад в действие от стенок пузыря учтен не был, то есть речь шла о чисто однородном туннелировании сразу во всем пространстве [121]. Этот вывод впоследствии был «подтвержден» в целом ряде работ. Однако возможность одновременного туннелирования во всей экспоненциально большой Вселенной представлялась невероятной. Для более детального изучения этого вопроса был развит гамильтонов подход к теории туннелирования во время раздувания, с помощью которого удалось показать, что вероятность полностью однородного туннелирования во всей раздувающейся Вселенной действительно исчезающе мала [186]. Впоследствии Хоукинг и Мосс сами отметили, не вдаваясь в объяснения, что их результат следует интерпретировать не как вероятность однородного туннелирования во всей Вселенной, а как вероятность туннелирования, которое является однородным лишь в некотором масштабе  $l \gtrsim H^{-1}$  [209]. Подразумевалось, что стенки пузыря и другие неоднородности не должны влиять на туннелирование из-за «отсутствия волос» у мира де Ситтера (см. § 7.2).

Справедливость такой аргументации, как и вообще применимость евклидова подхода к рассматриваемой задаче, вызывала

сомнения. Лишь много позже выяснилось, что при  $m^2 \ll H^2$  вклад градиентов поля  $\varphi$  в евклидово действие мал [186] (в отличие от мира Минковского, где соответствующий вклад имеет тот же порядок, что и вклад от потенциальной энергии поля  $\varphi$ ) и что туннелирование в рассматриваемом случае эффективно оказывается одномерным (оно идет в основном за счет изменения скалярного поля). Тем самым было получено частичное обоснование формулы (7.4.1). Однако подлинное понимание физической сущности явления было достигнуто лишь тогда, когда был развит подход к теории туннелирования, основанный на изучении уравнения диффузии (7.3.21) [134, 135].

Основная идея состоит в том, что для туннелирования достаточно образования пузырька с полем, превышающим  $\varphi_1$ , и с радиусом  $r > H^{-1}(\varphi_1) = \sqrt{3M_p^2/8\pi V(\varphi)}$ . Дальнейшая эволюция поля  $\varphi$  внутри этого пузырька не будет зависеть от того, что происходит вне его, т. е. поле начнет скатываться к абсолютному минимуму  $V(\varphi)$  при  $\varphi > \varphi_1$ . Остается лишь оценить вероятность образования области указанного типа. Но это именно та задача, которую мы изучали в предыдущем параграфе!

Действительно, как уже говорилось, распределение  $P_c(\varphi, t)$  характеризует долю исходного координатного объема  $d^3x$  (7.2.3), которая к моменту  $t$  содержит поле  $\varphi$ , однородное в масштабе  $l \gtrsim H^{-1}$ . Тем самым задача о туннелировании во время раздувания сводится к решению уравнения диффузии (7.3.21) с начальным условием  $P_c(\varphi, 0) = \delta(\varphi)$ .

Здесь следует различать два возможных режима.

1. На начальной стадии процесса дисперсия  $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle}$  растет как  $\frac{H}{2t} \sqrt{Ht}$  (7.3.12). Если уже на этой стадии дисперсия становится больше чем величина  $\varphi_1$ , характеризующая положение локального максимума  $V(\varphi)$ , то процесс идет так, как если бы барьера вообще не существовало [127]. Процесс диффузии в этом случае завершается тогда, когда поле  $\varphi$  попадает на крутой склон  $V(\varphi)$ , где скорость диффузионного роста поля становится меньше скорости классического скатывания. В типичных случаях длительность стадии диффузии

$$t \sim 4\pi^2 \varphi_1^2 / H^3, \quad (7.4.3)$$

а характерная форма областей, внутри которых поле  $\varphi$  превосходит какое-либо заданное значение (например,  $\varphi_1$ ), весьма далека от формы сферического пузырька.

2. Если рост дисперсии замедляется при  $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} \ll \varphi_1$ , то распределение  $P_c(\varphi, t)$  постепенно выходит на квазистационарный режим, так что его можно искать, полагая  $\partial P_c(\varphi, t) / \partial t = 0$  в уравнении (7.3.21) или в более общем уравнении (7.3.22). Для выяснения физического смысла получающихся решений удобно

переписать уравнение (7.3.22) в следующем виде:

$$\partial P_c / \partial t = - \partial j_c / \partial \varphi, \quad (7.4.4)$$

$$- j_c = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3M_p^2}{8\pi V(\varphi)}} \left[ \frac{8V^2(\varphi)}{3M_p^4} \frac{\partial P_c}{\partial \varphi} + P_c \frac{dV}{d\varphi} \left( 1 + \frac{4V}{M_p^4} \right) \right]. \quad (7.4.5)$$

Здесь по аналогии с обычным сохраняющимся током  $j(x, t)$  в пространстве  $(x, t)$  введен ток вероятности  $j_c(\varphi, t)$  в пространстве  $(\varphi, t)$  [205], так что уравнение (7.4.4) имеет стандартный вид уравнения непрерывности для плотности вероятности  $P_c(\varphi, t)$ . Стационарный режим  $\partial P_c / \partial t = 0$  соответствует случаю, когда ток вероятности постоянен при всех  $\varphi$ , от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Как правило, ни при каких разумных начальных условиях ненулевой незатухающий диффузионный ток  $j_c = \text{const} \neq 0$  от  $\varphi = -\infty$  до  $\varphi = +\infty$  не возникает (см., однако, [135]). Более того, обычно сам процесс диффузии возможен лишь на ограниченных интервалах изменения поля  $\varphi$  (там, где  $d^2V/d\varphi^2 \ll H^2$  и  $V(\varphi) \ll M_p^4$ ). Вне этих областей первый (диффузионный) член в (7.4.5) не возникает, и если потенциал  $V(\varphi)$  является четной функцией  $\varphi$ , то из (7.4.5) следует, что величина  $P_c$  должна была бы быть нечетной функцией  $\varphi$ , а это невозможно, так как  $P_c(\varphi, t) \geq 0$ . По всем этим причинам ниже мы будем рассматривать лишь случай  $j_c = 0$  (см. по этому поводу также гл. 10).

При  $j_c = 0$ , а также при выполнении условия  $V(\varphi) \ll M_p^4$ , уравнение (7.4.5) выглядит очень просто:

$$\frac{\partial \ln P_c}{\partial \varphi} = - \frac{3M_p^4}{8V^2(\varphi)} \frac{dV}{d\varphi}, \quad (7.4.6)$$

откуда

$$P_c(\varphi) = N \exp\left(\frac{3M_p^4}{8V(\varphi)}\right), \quad (7.4.7)$$

где  $N$  — нормировочная постоянная, вычисляемая из условия  $\int P_c d\varphi = 1$ . В интересующем нас случае, когда дисперсия поля  $\varphi$  гораздо меньше ширины потенциальной ямы ( $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} \ll \varphi_1$ ), функция  $\exp[3M_p^4/8V(\varphi)]$  имеет резкий максимум при  $\varphi = 0$ , и поэтому, с точностью до несущественного предэкспоненциального множителя,

$$P_c(\varphi) = \exp\left[-\frac{3M_p^4}{8}\left(\frac{1}{V(0)} - \frac{1}{V(\varphi)}\right)\right]. \quad (7.4.8)$$

Согласно (7.4.8), вероятность того, что поле в данной точке (точнее, в окрестности данной точки размером  $l \gtrsim H^{-1}$ ) равно  $\varphi_1$ , совпадает с экспоненциальным членом в формуле Хоукинга — Мосса (7.4.1). Это совпадение не случайно, так как среднее время диффузии от  $\varphi = 0$  до  $\varphi = \varphi_1$ , т. е. среднее время, за которое в данной точке происходит туннелирование, действительно пропорционально  $P_c(\varphi_1)$ . Соответствующий результат хорошо известен в тео-

при броуновского движения [210]; для рассматриваемого случая он был получен в [134, 135]. Его физический смысл легче всего понять, если рассмотреть движение по броуновской траектории  $c$  (приблизительно) постоянной скоростью (что и осуществляется в нашем случае при  $H(\varphi) \approx \text{const}$ ). Величина  $P_c(\varphi)$  показывает относительное число точек на этой траектории, значение поля в которых равно  $\varphi$ . Это означает, что среднее время движения  $\tau$  от точки  $\varphi = 0$  до точки  $\varphi = \varphi_1$  по броуновской траектории пропорционально  $(P_c(\varphi_1))^{-1}$ , а следовательно, вероятность туннелирования  $P$  в данной точке в единицу времени, равная  $\tau^{-1}$ , пропорциональна  $P_c(\varphi_1)$ .

Строго говоря, процесс туннелирования не является стационарным, но если время установления квазистационарного режима много меньше времени туннелирования, то выражение (7.4.8) хорошо описывает распределение  $P_c(\varphi)$ . Указанное условие выполняется, если

$$\frac{3M_p^4}{8} \left( \frac{1}{V(0)} - \frac{1}{V(\varphi_1)} \right) \gg 1. \quad (7.4.9)$$

Нетрудно убедиться, что неравенство (7.4.9) эквивалентно условию  $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} \ll \varphi_1$ . В рассматриваемом случае вероятность образования несферических областей поля  $\varphi > \varphi_1$ , размеры которых по всем направлениям превосходят  $H^{-1}(\varphi_1)$ , сильно подавлена по сравнению с образованием сферических пузырьков поля  $\varphi$ .

В качестве конкретного примера рассмотрим теорию с эффективным потенциалом

$$V(\varphi) = V(0) + \frac{m^2}{2} \varphi^2 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4. \quad (7.4.10)$$

Для этой теории  $\varphi_1 = m/\sqrt{\lambda}$  и величина  $P$  (7.4.1) при  $V(\varphi_1) - V(0) \ll V(0)$  равна

$$P \sim \exp\left(-\frac{3M_p^4 m^4}{32\lambda V^2(0)}\right) = \exp\left[-\frac{2}{3\lambda} \left(\frac{m}{H}\right)^4\right], \quad (7.4.11)$$

а неравенство (7.4.9), вместе с условием  $m^2 \ll H^2$ , записывается в виде

$$\sqrt{\lambda} < m^2/H^2 \ll 1. \quad (7.4.12)$$

Более детальное изучение решений уравнения (7.3.22) позволяет получить формулы для средней длительности туннелирования, справедливые и в случае  $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} \gg \varphi_1$ , и в случае  $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle} \ll \varphi_1$  [135]. Для нас здесь было важно разъяснить общую специфику фазовых переходов во время раздувания, более подробное обсуждение которых содержится в работе [186]. Одной из наиболее неожиданных особенностей таких фазовых переходов является возможность диффузии из одного локального минимума  $V(\varphi)$  в другой с *повышением* плотности энергии [211]. Учет этого эффекта и родственных

ему явлений чрезвычайно важен для понимания глобальной структуры Вселенной. Мы вернемся к этому вопросу в гл. 10.

Таким образом, с помощью стохастического подхода удается обосновать формулу Хоукинга — Мосса (7.4.1) [121] и подтвердить интерпретацию этой формулы, предложенную в их работе [209]. С другой стороны, с помощью этого же подхода удается понять границы применимости формулы (7.4.1). Из «вывода» этого результата, предложенного в [121], не следовало никаких ограничений на вид потенциала  $V(\varphi)$  и не было ясно, почему туннелирование должно идти в ближайший максимум  $V(\varphi)$ , а не прямо в его следующий минимум. В рамках развитого подхода ответ на последний вопрос очевиден, а саму формулу (7.4.1) удается обосновать, лишь если на всем интервале изменения  $\varphi$  от 0 до  $\varphi_1$  кривизна  $V(\varphi)$  много меньше чем  $H^2$ .

Еще одно важное наблюдение, которое можно сделать, изучая теорию туннелирования в раздувающейся Вселенной, касается свойств стенок пузырей новой фазы. В мире Минковского полная энергия родившегося из вакуума пузыря новой фазы в точности равна нулю. При увеличении размеров пузыря растет отрицательная энергия, пропорциональная его объему  $(4/3)\pi r^3 \varepsilon$  и связанная с выигрышем  $\varepsilon$  в энергии при переходе к новой фазе. В то же время (и с такой же скоростью) растет положительная энергия стенки пузыря, пропорциональная  $4\pi r^2 \sigma(t)$ , где  $\sigma$  — поверхностная плотность энергии пузыря. Эти два слагаемых в сумме дают нуль только потому, что с ростом  $r$  поверхностная энергия также увеличивается пропорционально  $r$ . Это происходит из-за того, что скорость стенки стремится к скорости света, а ее толщина уменьшается. Поэтому, даже если приближение тонких стенок было неприменимо для описания процесса рождения пузырька, оно может стать применимо для описания его дальнейшей эволюции [212, 213]. Формально это связано с тем, что родившийся из вакуума пузырек поля  $\varphi$  описывается некоторой функцией вида

$$\varphi = \varphi(r^2 - t^2), \quad (7.4.13)$$

см. [180]. Если при  $t = 0$  его характерный начальный размер был равен  $r_0$ , то при больших  $t$  поле будет достигать значения  $\varphi(0)$  на расстоянии

$$\Delta r = r_0^2/2r \approx r_0^2/2t \quad (7.4.14)$$

от границы пузырька, т. е. от места, где  $\varphi(r^2 - t^2) = \varphi(r_0^2) \approx 0$ . Таким образом, толщина стенки с течением времени быстро уменьшается.

В раздувающейся Вселенной все обстоит совершенно иначе. Полная энергия поля  $\varphi$  в пузырьке не равна нулю и не сохраняется при расширении Вселенной. Это происходит за счет той же самой работы гравитационных сил, за счет которой осуществляется экспоненциальный рост полной энергии скалярного поля во время раздувания ( $E \sim V(\varphi) a^3(t) \sim V(\varphi) e^{3Ht}$ ). Туннелирование про-

исходит в результате образования и наложения друг на друга возмущений  $\delta\varphi(x)$  с длиной волны  $l \gtrsim H^{-1}$ . Через время  $\Delta t \gg H^{-1}$  все градиенты этих возмущений становятся экспоненциально малыми. Именно поэтому формула Хоукинга — Мосса, не учитывающая вклада граничных членов в евклидово действие, в конечном счете оказалась правильной. Важно отметить, что при  $V(\varphi) \ll M_p^4$  градиентные члены, связанные с длинноволновыми флуктуациями полей  $\varphi$ , дают вклад в тензор энергии-импульса порядка  $O(H^4) \ll \ll V(\varphi)$ . Поэтому при исследовании пузырьков, родившихся за счет описанного выше механизма, приближение тонких стенок часто бывает неприменимо ни на какой стадии их эволюции. Однако если образовавшиеся области содержат вещество в разных фазовых состояниях, то возникающие между этими областями доменные стенки на поздних стадиях раздувания или после его завершения действительно могут стать тонкими. Для исследования структуры Вселенной вблизи таких областей можно воспользоваться мощными методами, развитыми в работах [212, 213].

### § 7.5. Квантовые флуктуации и генерация адиабатических возмущений плотности

Продолжим изучение возмущений скалярного поля  $\varphi$  с экспоненциально большой длиной волны, возникающих на инфляционной стадии. При квантовании в системе координат (7.2.3) рост длины волны этих флуктуаций незаметен ( $p = \text{const}$  в формуле (7.3.4)), и они мало отличаются от обычных вакуумных флуктуаций. В частности, можно вычислить связанные с этими флуктуациями поправки к тензору энергии-импульса  $g_{\mu\nu}V(\varphi)$ , которые в стационарном режиме (в отсутствие классического поля  $\varphi$ ) оказываются равны [202, 203]

$$\Delta T_{\mu\nu} = \frac{1}{4} \langle \varphi^2 \rangle m^2 g_{\mu\nu} = \frac{3H^4}{32\pi^2} g_{\mu\nu} \quad (7.5.1)$$

независимо от массы поля  $\varphi$  (при  $m^2 \ll H^2$ ). Видно, что эти поправки имеют релятивистски-инвариантный вид (несмотря на наличие хоукинговской «температуры»  $T_H = H/2\pi$  в мире де Ситтера).

Однако, как уже говорилось, с точки зрения неподвижного наблюдателя, вооруженного линейками, которые не растягиваются во время расширения Вселенной, флуктуации скалярного поля с длиной волны, превышающей размеры горизонта ( $k^{-1} \gtrsim H^{-1}$ ), выглядят как классическое поле  $\delta\varphi$ , слабо неоднородное в масштабах  $l \gtrsim H^{-1}$ . Эти флуктуации приводят к возникновению неоднородностей плотности в экспоненциально большом масштабе. Величина неоднородностей плотности на стадии инфляции равна

$$\delta\rho \approx (dV/d\varphi) \delta\varphi. \quad (7.5.2)$$

На последних стадиях раздувания все большая часть энергии поля  $\varphi$  сосредоточивается не в  $V(\varphi)$ , а в кинетической энергии поля  $\dot{\varphi}$ . Затем эта энергия переходит в тепловую, а неоднородности плот-

ности  $\delta\rho$  приводят к неоднородности температуры  $\delta T$ . Таким путем начальные неоднородности плотности (7.5.2) переходят в неоднородности плотности горячей плазмы, а затем и в неоднородности плотности холодного вещества. Соответствующие неоднородности плотности приводят к возмущениям метрики, которые называются адиабатическими, в отличие от изотермических возмущений, связанных с неоднородностями метрики при постоянной температуре.

Возникновение длинноволновых возмущений плотности (метрики) необходимо для последующего образования крупномасштабной структуры Вселенной (галактик, скоплений галактик, ячеистой структуры Вселенной и т. д.). До создания сценария раздувающейся Вселенной единственным достаточно разработанным механизмом генерации возмущений нужного типа был упомянутый в предыдущей главе механизм, связанный с образованием космических струн во время фазовых переходов в горячей Вселенной. Однако без стадии раздувания обойтись очень трудно, и поэтому возможность получить неоднородности нужного типа просто за счет квантовых эффектов во время раздувания, без привлечения каких-либо дополнительных механизмов, вызвала чрезвычайно большой интерес. Тот факт, что вклад в величину  $\langle\varphi^2\rangle$  (7.3.12) от интегрирования в фиксированном интервале  $\Delta \ln(k/H)$  не зависит от импульса  $k$ , приводит к плоскому спектру  $\delta\rho(k)$  (7.5.2), не зависящему от  $k$  (в логарифмическом масштабе изменения импульса). Именно спектр такого типа предлагался в свое время Я. Б. Зельдовичем [76] (см. также [214]) в качестве начального спектра возмущений, нужных для последующего образования галактик. Если нормировать такой спектр, понимая под  $\delta\rho(k)$  вклад в  $\delta\rho$  от всех возмущений в единичном интервале изменения  $\ln(k/H)$ , то спектр нужного типа должен иметь вид (см. обсуждение после формулы (7.5.3))

$$\delta\rho(k)/\rho \sim 10^{-4} \div 10^{-5} \quad (7.5.3)$$

в области длин волн, соответствующих размерам галактик ( $l_g \sim 10^{22}$  см в современную эпоху;  $l_g \sim 10^{-5}$  см в момент окончания раздувания).

Заметим, однако, что условие (7.5.3) относится не к возмущениям  $\delta\rho$  на стадии раздувания (7.5.2), а к тому, что из них получается на более поздней стадии, уже после разогрева Вселенной, когда ее уравнением состояния становится  $p = \rho/3$  (или  $p = 0$  на стадии доминантности холодного нерелятивистского вещества). Вопрос о том, как соотносятся эти возмущения с начальными возмущениями (7.5.2), очень сложен. Важные этапы в развитии теории адиабатических возмущений плотности, образующихся на стадии экспоненциального расширения Вселенной, связаны с работами [101, 215—217]. Для сценария раздувающейся Вселенной соответствующая задача была впервые решена В. Ф. Мухановым и Г. В. Чибисовым [107] в варианте, основанном на модели Старобинского [52]. Для нового сценария раздувающейся Вселенной величина  $\delta\rho/\rho$  была вычислена практически одновременно четырьмя группа-

ми авторов [114]. Ответы, полученные этими авторами разными способами, совпадали друг с другом с точностью до числового коэффициента  $c = O(1)$ :

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = c \frac{H(\varphi)\delta\varphi(k)}{\dot{\varphi}} \Big|_{k \sim H}. \quad (7.5.4)$$

Смысл этого выражения состоит в том, что для вычисления  $\delta\rho/\rho$  в логарифмическом масштабе изменения  $k$  можно вычислить значение функции  $H(\varphi(t))/\dot{\varphi}(t)$  в тот момент времени, когда соответствующая длина волны  $k^{-1}$  становится порядка размера горизонта  $H^{-1}$ , т. е. когда поле  $\delta\varphi(k)$  становится квазиклассическим. При этом в качестве  $\delta\varphi(k)$  можно взять среднеквадратичную величину, определяемую равенством (см. (7.3.12))

$$[\delta\varphi(k)]^2 = \frac{H^2(\varphi)}{4\pi} \int_{\ln \frac{k}{H}}^{\ln \frac{k}{H} + 1} d \ln \frac{k}{H} = \frac{H^2(\varphi)}{4\pi^2}, \quad (7.5.5)$$

т. е.

$$|\delta\varphi(k)| = H(\varphi)/2\pi. \quad (7.5.6)$$

Эти же результаты оказываются в конечном счете справедливыми и для сценария хаотического раздувания [218].

Значение работ [114] для развития сценария раздувающейся Вселенной трудно переоценить. Однако, как и в случае с работой Хоукинга и Мосса [121], далеко не всегда справедливость предположений, сделанных в [114], представлялась очевидной. Кроме того, оставалась не вполне ясной связь между возмущениями плотности на стадии раздувания (7.5.2) и формулой (7.5.4), да и значения параметра  $c$  в этой формуле, полученные в [114], несколько отличались друг от друга. Все это послужило причиной появления множества работ по данному вопросу (см., например, обзор [219]). С нашей точки зрения, окончательному прояснению ситуации особенно способствовала работа [218], основное содержание которой мы сейчас и изложим.

Рассмотрим область раздувающейся Вселенной начального размера  $\Delta l \gtrsim H^{-1}(\varphi)$ , содержащую достаточно однородное начальное поле ( $\partial_i\varphi \partial^i\varphi \ll V(\varphi)$ ). Неоднородности этого поля экспоненциально быстро убывают, и поэтому полное поле в рассматриваемой области можно представить в виде

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \rightarrow \varphi(t) + \delta\varphi(\mathbf{x}, t), \quad (7.5.7)$$

где неоднородности  $\delta\varphi(\mathbf{x}, t)$  возникают за счет генерации длинноволновых флуктуаций с  $k \lesssim H$ . Основной вклад в  $\delta\varphi(\mathbf{x}, t)$  дают флуктуации с экспоненциально большой длиной волны. Поэтому основной вклад в неоднородности среднего тензора энергии-импульса  $T_{\nu}^{\mu}$  в интересующих нас больших масштабах будут давать не пространственные градиенты  $[\partial_i(\delta\varphi(\mathbf{x}, t))]^2$ , а члены типа  $\partial_0\varphi \times \partial_0^i(\delta\varphi(\mathbf{x}, t))$  или  $\delta\varphi(\mathbf{x}, t) dV/d\varphi$ . (Именно последний вклад является

основным во время раздувания (7.5.2).) В таком случае можно убедиться, что величина  $\delta T_{\mu}^{\nu}$  в первом порядке по  $\delta\varphi$  диагональна. Для таких возмущений  $\delta T_{\mu}^{\nu}$  соответствующие возмущения метрики плоской Вселенной можно представить в виде [220]

$$ds^2 = (1 + 2\Phi) dt^2 - (1 - 2\Phi) a^2(t) dx^2. \quad (7.5.8)$$

Функция  $\Phi(x, t)$ , называемая релятивистским потенциалом, играет в теории возмущений метрики роль, аналогичную роли ньютоновского потенциала при описании слабых гравитационных полей (ср. метрику (7.5.8) и метрику Шварцшильда (7.2.8)). Система координат с метрикой (7.5.8) более удобна для анализа возмущений, чем часто используемая синхронная система [65], поскольку после выбора синхронной системы условием  $\delta g_{i0} = 0$  все еще остается свобода изменения системы координат, приводящая к наличию двух нефизических мод возмущений, которые затрудняют и вычисления, и их интерпретацию. В величину  $\Phi(x, t)$  эти моды вклада не дают. Неоднородности плотности изучаемого типа с длиной волны  $k^{-1} > H^{-1}$  связаны с функцией  $\Phi(x, t)$  простым соотношением

$$\delta\rho/\rho = -2\Phi. \quad (7.5.9)$$

Более детально использование понятия релятивистского потенциала при анализе возмущений метрики обсуждается в работах [220—222, 133]. Линеаризуя уравнения Эйнштейна и уравнение для поля  $\varphi(x, t)$  по возмущениям  $\delta\varphi$  и  $\Phi$ , можно получить систему уравнений для  $\delta\varphi$  и  $\Phi$ :

$$\ddot{\Phi} + \left(\frac{\dot{a}}{a} - 2\frac{\dot{\Phi}}{\Phi}\right)\dot{\Phi} - \frac{1}{a^2}\Delta\Phi + 2\left[\frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{\dot{a}}{a}\frac{\varphi}{\Phi}\right]\Phi = 0; \quad (7.5.10)$$

$$\frac{1}{a}(a\Phi)_{,\beta} = \frac{4\pi}{M_p^2}(\dot{\varphi}\delta\varphi)_{,\beta}; \quad (7.5.11)$$

$$\delta\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\delta\dot{\varphi} - \frac{1}{a^2}\Delta\delta\varphi + \frac{d^2V}{d\varphi^2}\delta\varphi + 2\frac{dV}{d\varphi}\Phi - 4\dot{\varphi}\dot{\Phi} = 0. \quad (7.5.12)$$

Здесь  $\varphi(t)$  и  $a(t)$  — решения невозмущенных уравнений (см. § 1.7), точка означает дифференцирование по времени. С помощью одного из следствий уравнений Эйнштейна для  $a(t)$ :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)' = -\frac{4\pi}{M_p^2}\dot{\varphi}^2 \quad (7.5.13)$$

уравнение (7.5.10) можно преобразовать к виду

$$u'' - \Delta u - \frac{(a'/a^2\varphi'')''}{a'/a^2\varphi'}u = 0. \quad (7.5.14)$$

В этой формуле  $u = (a/\varphi')\Phi$ , а штрих, в отличие от всех остальных формул данной книги, означает дифференцирование не по  $\varphi$ , а по конформному времени  $\eta = \int a^{-1}(t) dt$ . В длинноволновом пределе

( $k \ll H$ ,  $k^2 \ll d^2 V/d\varphi^2$ ) решение уравнения (7.5.14) можно представить в виде

$$\Phi = c \left( 1 - \frac{\dot{a}}{a^2} \int_0^t a dt \right), \quad (7.5.15)$$

где  $c$  — некоторая константа;  $Ht \gg 1$ . С помощью (7.5.11) получаем отсюда

$$\delta\varphi = c\dot{\varphi} \frac{1}{a} \int_0^t a dt. \quad (7.5.16)$$

Из (7.5.15) и (7.5.16) следует искомый результат — связь между длинноволновыми флуктуациями поля  $\varphi$ , возмущениями метрики  $\Phi$  и неоднородностями плотности [218]:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = -2\Phi = -2 \left[ \frac{a}{\int_0^t a dt} \right] \frac{\delta\varphi}{\dot{\varphi}} \left( 1 - \frac{\dot{a}}{a^2} \int_0^t a dt \right). \quad (7.5.17)$$

Величина в квадратных скобках представляет собой постоянную  $c$  из (7.5.15), значение которой можно определять на любой стадии процесса. Удобнее всего это сделать в момент, когда длина волны возмущения  $\delta\varphi(k)$  сравнивается с размером горизонта,  $k \sim H$ . Амплитуда  $\delta\varphi(k)$  в это время может быть оценена с помощью формулы (7.5.6).

Воспользуемся теперь приведенными выше результатами для того, чтобы сопоставить формулы (7.5.2) и (7.5.4), и применим эти результаты для вычисления  $\delta\rho/\rho$  в ряде простейших моделей. С этой целью учтем, что на стадии раздувания  $\dot{H} \ll H^2$ ,  $\ddot{H} \ll H^3$ , и при  $Ht \gg 1$

$$\frac{a}{\int_0^t a dt} = H(t) \left\{ 1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \left[ 1 + O\left(\frac{\dot{H}}{H^2}, \frac{\ddot{H}}{H^3}\right) \right] \right\}. \quad (7.5.18)$$

Таким образом, выражение в квадратных скобках в (7.5.17) равно

$$c = H(\varphi(t)) \delta\varphi/\varphi. \quad (7.5.19)$$

В то же время из (7.5.18) следует, что на стадии раздувания выражение в круглых скобках в (7.5.17) равно  $\dot{H}/H^2 \ll 1$ . В этом случае с помощью (7.5.17), (7.5.19) нетрудно убедиться, что на стадии раздувания неоднородности плотности определяются формулой

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx \frac{\delta V}{V} = \frac{V'}{V} \delta\varphi, \quad (7.5.20)$$

как и следует из (7.5.2), а вовсе не формулой (7.5.4). Выражение (7.5.20) отличается от (7.5.4) малым множителем  $O(\dot{H}/H^2) \ll 1$ .

С другой стороны, в горячей Вселенной ( $a \sim t^{1/2}$ ) и в холодной

Вселенной ( $a \sim t^{2/3}$ ) из (7.5.17), (7.5.19) следует формула (7.5.4), причем  $c = -4/3$  и  $c = -6/5$  для горячей и холодной Вселенных соответственно [218, 220]. Если теперь в качестве  $\delta\varphi(k)$  взять  $H/2\pi$  (7.5.6), с тем чтобы определить среднеквадратичное значение  $\delta\rho/\rho$  в единичном интервале изменения  $\ln(k/H)$  (что нужно для сравнения (7.5.4) и плоского спектра (7.5.3)), то получим

$$\frac{\delta\rho(k)}{\rho} = c \frac{H^2(\varphi)}{2\pi\dot{\varphi}} \Big|_{k \sim H}. \quad (7.5.21)$$

Выражая  $\dot{\varphi}$  и  $H(\varphi)$  через  $V(\varphi)$  на стадии раздувания, получаем, что на стадии доминантности холодного вещества (когда предположительно начиналось образование галактик)

$$\frac{\delta\rho(k)}{\rho} = \frac{48}{5} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{V^{3/2}(\varphi)}{M_p^3 V'(\varphi)} \Big|_{k \sim H(\varphi)}. \quad (7.5.22)$$

(В (7.5.22) опущен несущественный знак минус.) В качестве примера применения этой формулы рассмотрим генерацию неоднородностей плотности в теории  $\lambda\varphi^4/4$  в сценарии хаотического раздувания. В этом случае

$$\frac{\delta\rho(k)}{\rho} = \frac{6}{5} \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{3}} \left(\frac{\varphi}{M_p}\right)^3 \Big|_{k \sim H(\varphi)}. \quad (7.5.23)$$

Для сопоставления (7.5.23) со значением  $\delta\rho(k)/\rho$  в масштабе галактик ( $l_g \sim 10^{22}$  см) или горизонта частиц ( $l_H \equiv R_H \sim 10^{28}$  см), см. (1.4.12), нужно проследить, как волна с импульсом  $k$  ведет себя во время раздувания и после него. Согласно (1.7.25), волна, испущенная при некотором значении  $\varphi$ , за время раздувания увеличивает свою длину в  $\exp(\pi\varphi^2/M_p^2)$  раз. После разогрева до температуры  $T_R$  Вселенная расширяется еще примерно в  $T_R/T_\gamma$  раз, где  $T_\gamma \sim 3$  К — современная температура реликтового излучения. Если предположить, что разогрев происходит сразу же после конца раздувания (при  $\varphi \sim M_p/3$ ), то величина  $T_R$  имеет порядок  $(V(\frac{M_p}{3}))^{1/4} \sim \frac{4\sqrt{\lambda}}{10} M_p$ . (Окончательные результаты будут очень слабо, логарифмически, зависеть от длительности разогрева и величины  $T_R$ .) Таким образом, к настоящему моменту длина волны возмущения, возникшего в момент, когда скалярное поле равнялось некоторой величине  $\varphi$ , имеет порядок

$$l(\varphi) \sim H^{-1}(\varphi) \frac{T_R}{T_\gamma} \exp\left(\frac{\pi\varphi^2}{M_p^2}\right) \sim M_p^{-1} \left(\frac{M_p}{\varphi}\right)^2 \frac{M_p}{\sqrt[4]{\lambda} T_\gamma} \exp\left(\frac{\pi\varphi^2}{M_p^2}\right). \quad (7.5.24)$$

С учетом того, что 1 ГэВ соответствует примерно  $10^{13}$  К,  $M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см и в интересующий нас момент  $\varphi \sim 5M_p$ ,  $\lambda \sim 10^{-14}$  (см. ниже), получаем

$$l(\varphi) \sim \exp(\pi\varphi^2/M_p^2), \quad (7.5.25)$$

откуда

$$\varphi^2 \approx (M_p^2/\pi) \ln l, \quad (7.5.26)$$

где величина  $l$  приведена в сантиметрах.

Из (7.5.26) следует, что неоднородности плотности в масштабе  $l_H \sim 10^{28}$  см генерировались при

$$\varphi_H \approx 4,5 M_p \approx 5,5 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}, \quad (7.5.27)$$

а неоднородности в масштабе галактик  $l_g \sim 10^{22}$  см возникали при

$$\varphi_g \approx 4 M_p \approx 5 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ}. \quad (7.5.28)$$

Из (7.5.23) и (7.5.26) вытекает общая формула для  $\delta\rho/\rho$ :

$$\delta\rho/\rho \approx (2\sqrt{6}/5\pi) \sqrt{\lambda} \ln^{3/2} l, \quad (7.5.29)$$

где величина  $l$  приведена в сантиметрах. Амплитуда неоднородностей в масштабе горизонта равна

$$\delta\rho/\rho \approx 150 \sqrt{\lambda}, \quad (7.5.30)$$

а в масштабе галактик

$$\delta\rho/\rho \approx 110 \sqrt{\lambda}. \quad (7.5.31)$$

Видно, что спектр  $\delta\rho/\rho$  является почти плоским и при этом слабо (логарифмически) растет в области больших длин волн.

Обсудим теперь несколько более подробно, какое значение должна иметь постоянная  $\lambda$  для того, чтобы предсказываемые теорией неоднородности  $\delta\rho$  находились в соответствии с наблюдательными данными и с теорией образования галактик.

По-видимому, наиболее точные ограничения, следующие из космологических данных, относятся не к самой величине  $\delta\rho/\rho$ , а к величине  $A$ , которая определяет анизотропию реликтового излучения  $\Delta T/T$  (зависимость температуры реликтового излучения  $T$  от угла наблюдения), обусловленную адиабатическими возмущениями метрики [223—227]:

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_l = \frac{A}{\sqrt{l(l+1)}} \frac{K_l}{10\sqrt{\pi}}, \quad (7.5.32)$$

где  $l$  — номер гармоники в разложении  $\Delta T/T$  по мультипольным составляющим ( $l \geq 2$  в (7.5.32)). Величина  $A$  в (7.5.32) связана с возмущениями метрики следующим образом [220—222]:

$$\frac{\delta\rho(k)}{\rho} = -2\Phi(k) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} \alpha A(k). \quad (7.5.33)$$

Числовые коэффициенты  $\alpha$  и  $K_l$  в (7.5.32) и (7.5.33) зависят от конкретных предположений о том, чем определяется скрытая масса Вселенной. Значение  $K_l$  обычно близко к единице ( $K_l = 1$  для Вселенной, заполненной холодным пылевидным веществом). Что же касается  $\alpha$ , то эта величина равна  $2/3$  для горячей Вселен-

ной и  $3/5$  для холодной Вселенной. В обоих этих случаях

$$A(k) \approx 16\pi \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{V^{3/2}(\varphi)}{M_p^3 V'(\varphi)} \Big|_{k \sim H(\varphi)}. \quad (7.5.34)$$

В частности, для теории  $\lambda\varphi^4/4$

$$A = \frac{2\sqrt{\lambda}}{3} \ln^{3/2} l \approx 1,2 \sqrt{\lambda} \ln^{3/2} l,$$

где величина  $l$  приведена в сантиметрах. В частности, в масштабе горизонта

$$A \approx 6 \cdot 10^2 \sqrt{\lambda}. \quad (7.5.35)$$

Из наблюдательных ограничений на  $\Delta T/T$  следует, что в зависимости от физической природы скрытой массы во Вселенной  $A$  может принимать значения в интервале

$$5 \cdot 10^{-5} \lesssim A \lesssim 5 \cdot 10^{-4} \quad (7.5.36)$$

(см. по этому поводу [227]). Из (7.5.33), (7.5.36) и следует условие (7.5.2). Для получения ограничений на  $\lambda$  удобнее непосредственно воспользоваться (7.5.35) и (7.5.36):

$$0,5 \cdot 10^{-14} \lesssim \lambda \lesssim 0,5 \cdot 10^{-12}. \quad (7.5.37)$$

В дальнейшем для определенности будем пользоваться нижней оценкой

$$\lambda \sim 10^{-14}, \quad (7.5.38)$$

более близкой к предсказаниям популярной сейчас модели с холодной скрытой массой и с так называемым байсингом при формировании галактик. С развитием теории образования крупномасштабной структуры Вселенной и с уточнением наблюдательных ограничений на  $\Delta T/T$  [228] эта оценка будет уточняться.

Рассмотрим теперь другой важный пример, теорию массивного скалярного поля,  $V(\varphi) = m^2\varphi^2/2$ . В этом случае для холодной Вселенной Фридмана

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{24}{5} \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{m}{M_p} \left( \frac{\varphi}{M_p} \right)^2 \Big|_{k \sim H}. \quad (7.5.39)$$

Что же касается величины  $A(k)$ , то и для холодной и для горячей Вселенной

$$A(k) = \frac{2}{4} \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{m}{M_p} \left( \frac{\varphi}{M_p} \right)^2 \Big|_{k \sim H}. \quad (7.5.40)$$

Величины  $\varphi_H$  и  $\varphi_g$  в этой теории в  $\sqrt{2}$  раз меньше, чем в теории  $\lambda\varphi^4/4$ . Аналог формулы (7.5.29) для этой теории выглядит следующим образом ( $l$  по-прежнему — в сантиметрах):

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx 0,8 \frac{m}{M_p} \ln l,$$

а формула (7.5.35) для величины  $A$  в масштабе горизонта выглядит так:

$$A \approx 200m/M_p, \quad (7.5.41)$$

откуда

$$3 \cdot 10^{12} \text{ ГэВ} \approx 2,5 \cdot 10^{-7} M_p \lesssim m \lesssim 2,5 \cdot 10^{-6} M_p \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ ГэВ}. \quad (7.5.42)$$

Рассмотрим теперь более общую теорию с потенциалом

$$V(\varphi) = \frac{\lambda \varphi^4}{n} \left( \frac{\varphi}{M_p} \right)^{n-4}. \quad (7.5.43)$$

Для такой теории

$$A = 16\pi \sqrt{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{V(\varphi)}{M_p^4} \right)^{1/2} \frac{\varphi}{nM_p}; \quad (7.5.44)$$

$$\varphi_H \sim 2 \sqrt{n} M_p. \quad (7.5.45)$$

Таким образом, возмущения в масштабе горизонта характеризуются величиной

$$A \sim \frac{32\pi}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{V(\varphi_H)}{M_p^4} \right)^{1/2}. \quad (7.5.46)$$

В частности, при  $A \sim 10^{-4}$  из (7.5.46) следует, что на поздних стадиях раздувания, когда формировалась структура наблюдаемой части Вселенной, эффективный потенциал имел порядок

$$V(\varphi_H) \sim 10^{-12} n M_p^4 \sim n \cdot 10^{82} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}. \quad (7.5.47)$$

При этом скорость расширения Вселенной была равна

$$H(\varphi_H) \sim 3 \cdot 10^{-6} \sqrt{n} M_p \sim 3,5 \sqrt{n} \cdot 10^{13} \text{ ГэВ}, \quad (7.5.48)$$

т. е. размер Вселенной увеличивался в  $e$  раз за время

$$t \sim H^{-1} \sim n^{-1/2} \cdot 10^{-37} \text{ с}. \quad (7.5.49)$$

Константа  $\lambda$  в такой теории должна иметь порядок (при  $A \sim 5 \cdot 10^{-5}$ )

$$\lambda \sim 2,5 \cdot 10^{-13} n^2 (4n)^{-\frac{n}{2}}. \quad (7.5.50)$$

Полученные результаты дают общее представление о порядке величин, которые могут встречаться в реалистических вариантах сценария раздувающейся Вселенной. Следует обратить особое внимание на оценку величины  $V(\varphi_H)$  (7.5.47). Сходная оценка может быть получена и из анализа теории образования гравитационных волн во время раздувания [117]. В новом сценарии раздувающейся Вселенной из аналогичного результата следует, что величина  $V(\varphi)$  на всех стадиях раздувания должна быть на 10—12 порядков меньше, чем  $M_p^4$ . В рамках сценария хаотического раздувания аналогичное утверждение, сделанное в ряде работ (см. [229—231]), является неправильным. Величина  $A$ , равная

$10^{-4}$  при  $\varphi \sim \varphi_H$ , при больших  $\varphi$  растет согласно (7.5.44), и никаких ограничений сверху на  $V(\varphi)$  из наблюдательных данных не следует (кроме часто упоминавшегося ограничения  $V(\varphi) \lesssim M_p^4$ ). В то же время из (7.5.34) можно получить довольно общее ограничение на  $V(\varphi)$  на последней стадии инфляции. Действительно, в момент окончания раздувания скорость уменьшения потенциальной энергии  $V(\varphi)$  становится велика. А именно за характерное время  $\Delta t = H^{-1}$  плотность энергии  $V(\varphi)$  уменьшается на величину  $O(V(\varphi))$ . Иными словами, перестает удовлетворяться критерий  $\dot{H} \ll H^2$ . Как нетрудно убедиться, это означает, что во время окончания раздувания  $V' \sim (V/M_p) \sqrt{8\pi}$ . Тогда из (7.5.34) следует, что величина  $A$ , связанная с флуктуациями поля  $\varphi$ , которые генерируются на последней стадии раздувания, имеет порядок

$$A \sim 250 \sqrt{V(\varphi)/M_p^4}. \quad (7.5.51)$$

Из условия  $A \lesssim 10^{-4}$  в этом случае следует, что в момент окончания раздувания

$$V \lesssim 10^{-13} M_p^4. \quad (7.5.52)$$

Это ограничение относится и к новому сценарию раздувающейся Вселенной, и к сценарию хаотического раздувания.

Формализм, использованный в данной главе для анализа возмущений плотности, опирался на предположение об относительной малости величины  $\delta\rho/\rho$ . На стадии раздувания это условие, как правило, выполняется. Например, в теории  $\lambda\varphi^4/4$

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{V'\delta\varphi}{V} \sim \frac{4\delta\varphi}{\varphi} \sim \frac{2H(\varphi)}{\pi\varphi} \sim \frac{\sqrt{\lambda}\varphi}{M_p} \ll 1 \quad (7.5.53)$$

при  $V(\varphi) \lesssim M_p^4$ ,  $\lambda \ll 1$ . При больших  $\varphi$  в относительно малых масштабах ( $l \sim H^{-1}$ ) заметный вклад в  $\delta\rho/\rho$  дают градиентные члены  $\partial_i(\delta\varphi)\partial^i(\delta\varphi) \sim H^4$ . Мы не интересовались этими членами, так как нас в конечном счете интересовали возмущения при экспоненциально больших длинах волн. Но и этот вклад много меньше  $V(\varphi)$  при  $V(\varphi) \ll M_p^4$ .

В то же время неоднородности плотности после раздувания увеличиваются с ростом  $\varphi$  (7.5.22) (с ростом  $\ln l$ ). В частности, в теории  $\lambda\varphi^4/4$ , согласно (7.5.23),  $\delta\rho/\rho \sim 1$  для возмущений, которые генерировались при  $\varphi = \varphi^*$ , где

$$\varphi^* \sim \lambda^{-1/6} M_p. \quad (7.5.54)$$

Отсюда следует, в соответствии с (7.5.25), что Вселенная после окончания раздувания выглядит как однородная Вселенная Фридмана лишь в масштабе

$$l^* \lesssim \exp(\pi\lambda^{-1/3}) \sim 10^{6 \cdot 10^4} \text{ см} \quad (7.5.55)$$

для  $\lambda \sim 10^{-14}$ .

Этот размер на много порядков превосходит размер наблюдаемой части Вселенной  $l_H \sim 10^{28}$  см, так что для современного на-

блюдателя такие неоднородности находятся за пределами его радиуса видимости. Однако с точки зрения глобальной структуры Вселенной ее неоднородность в масштабах  $l \gg l^*$  имеет принципиальное значение (см. гл. 1). Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в гл. 10.

В заключение сделаем еще одно замечание. Выше мы называли расстоянием до горизонта величину  $l_H \sim 3t \sim 10^{28}$  см, как в обычной модели Фридмана, см. (1.4.11). Однако в раздувающейся Вселенной, строго говоря, расстояние до подлинного горизонта частиц  $R_{\text{ч}}$  экспоненциально велико. С помощью (1.4.10) и (1.7.28) для теории  $\lambda\varphi^4/4$  получим

$$R_{\text{ч}} \gtrsim M_p^{-1} \exp(\pi/\sqrt{\lambda}) \sim 10^{10^7} \text{ см}, \quad (7.5.56)$$

см. также (1.7.39). Тем не менее эту величину назвать горизонтом можно лишь условно. Фотоны, с помощью которых мы сейчас наблюдаем Вселенную, позволяют видеть ее лишь через  $t \gtrsim 10^5$  лет после завершения расширения в нашей области Вселенной. Причина состоит в том, что горячая плазма, заполнявшая Вселенную при  $t \lesssim 10^5$  лет, для фотонов была непрозрачна. Таким образом, размер части Вселенной, которую можно наблюдать с помощью регистрации электромагнитного излучения, с большой точностью совпадает с  $l_H$ . Аналогичный вывод справедлив и для нейтринной астрофизики. Можно продвинуться несколько дальше, изучая возмущения метрики [136]. В горячей Вселенной Фридмана гравитационные волны, в принципе, позволяют получить информацию о всех процессах, происходивших во Вселенной при плотностях меньше планковской, поскольку при  $T \lesssim M_p$  Вселенная для гравитационных волн была прозрачна. В сценарии раздувающейся Вселенной это не вполне так.

Действительно, рассмотрим волну длиной  $l \lesssim l_H$  (так как только такие волны можно экспериментально изучать). При  $\varphi = \varphi_H$  такая волна имела импульс  $k \sim H \sim 10^{-5} M_p$  (7.5.48), а уже при  $\varphi \gtrsim 1,05\varphi_H$  ее импульс превосходил  $M_p$ . Теория взаимодействий при таких импульсах сейчас неизвестна, и скорее всего гравитационное взаимодействие волн при  $k \gtrsim M_p$  столь сильно, что рассматривать моды с разными  $k$  как независимые нельзя. В этом смысле область  $\varphi \gtrsim 1,05\varphi_H$ , соответствующая масштабам  $l \gtrsim \gtrsim l_H M_p/H \sim 10^5 l_H$ , по-видимому, является «областью непрозрачности» для гравитационных волн. Таким образом, с помощью анализа возмущений метрики, в принципе, можно изучать явления за горизонтом видимости в оптическом диапазоне (при  $l > l_H$ ), но продвинуться здесь можно не более чем в  $M_p/H$  ( $\varphi_H$ )  $\sim 10^5$  раз. Плотность энергии в соответствующую эпоху (при  $\varphi \sim \varphi_H$ ) была на семь порядков меньше планковской (7.5.47). Это означает, что мы не можем получить информацию о начальных стадиях раздувания (при  $V(\varphi) \sim M_p^4$ ), т. е. что современное состояние наблюдаемой части Вселенной практически не зависит от выбора начальных условий в раздувающейся Вселенной.

## § 7.6. Достаточно ли адиабатических возмущений плотности с плоским спектром для образования наблюдаемой структуры Вселенной?

Создание теории генерации адиабатических возмущений в инфляционной космологии было несомненным успехом. Начиная с 1982 г., когда эта теория была в общих чертах построена, исследования по теории образования крупномасштабной структуры Вселенной, как правило, стали проводиться на основе двух предположений:

1) параметр  $\Omega = \rho/\rho_0$  в настоящее время с высокой степенью точности равен единице (Вселенная почти плоская);

2) начальные возмущения плотности, приводящие к образованию галактик, являются адиабатическими возмущениями с плоским (или почти плоским) спектром, причем  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ .

Возможность описать все имеющиеся данные о крупномасштабной Вселенной на основе этих простейших предположений представляется очень привлекательной. Вспомним, однако, аналогию между Вселенной и гигантским ускорителем. Опыт учит нас, что правильное описание большого числа разных экспериментальных данных далеко не всегда удается получить с помощью простейшей возможной теории. Напомним, например, что простейшее описание слабых и электромагнитных взаимодействий давала бы модель Джорджи — Глэшоу [232], основанная на группе симметрии  $O(3)$ . Однако экспериментальное обнаружение нейтральных токов заставило обратиться к гораздо более сложной модели Глэшоу — Вайнберга — Салама [1], основанной на группе симметрии  $SU(2) \times U(1)$ . Эта теория содержит около 20 различных параметров, значения которых нельзя получить ни из каких эстетических соображений. В частности, почти все константы связи в этой теории имеют порядок  $O(10^{-1})$ , а константа связи электрона со скалярным (хиггсовским) полем равна  $2 \cdot 10^{-6}$ . Причины появления столь малой константы связи (так же, как и причины появления константы  $\lambda \sim 10^{-12} \div 10^{-14}$  в простейших вариантах сценария раздувающейся Вселенной) до сих пор не ясны.

Трудно ожидать, что космология окажется гораздо более простой наукой, чем теория элементарных частиц. Число разных типов крупномасштабных объектов во Вселенной очень велико (квазары, галактики, скопления галактик, ячейки, пустоты и т. д.). Размеры этих объектов образуют иерархию масштабов, отсутствующую в плоском спектре начальных возмущений. В принципе, некоторые из этих масштабов могут оказаться связанными со свойствами вещества, составляющего основную долю массы Вселенной (см., например, [224, 235, 236]). Тем не менее возможность одновременно описать образование большого числа разных типов крупномасштабных объектов на основе простейших предположений (1) и (2) вовсе не кажется очевидной. Соответствующая теория сталкивается с рядом трудностей [235], которые не являются непреодолимыми,

но все же стимулируют поиски альтернативных вариантов теории образования крупномасштабной структуры Вселенной (см., например, [236]).

Еще одна потенциальная трудность, с которой может столкнуться теория, основанная на предположениях (1) и (2), связана с измерениями анизотропии реликтового излучения  $\Delta T(\theta)/T$ , где  $\theta$  — угол, под которым проводится наблюдение. Пока обнаружена лишь дипольная анизотропия  $\Delta T/T$ , связанная с движением Земли относительно реликтового излучения. Однако ни квадрупольная анизотропия, ни анизотропия  $\Delta T/T$  при малых  $\theta$  не обнаружена с точностью до  $\Delta T/T \gtrsim 2 \cdot 10^{-5}$  [228]. Между тем адиабатические возмущения плотности с плоским спектром должны были бы приводить к возникновению анизотропии  $\Delta T/T = c(\theta) \cdot 10^{-5}$  [223—227], где функция  $c(\theta) = O(1)$  зависит от угла  $\theta$ , от того, какие частицы (или поля) дают основной вклад в плотность вещества во Вселенной, а также от того, как именно шел процесс образования галактик. Особенно большое значение функция  $c(\theta)$  должна принимать для больших углов  $\theta$ . Поэтому очень остро стоит вопрос о сравнении экспериментальных ограничений на  $\Delta T/T$  и теоретических предсказаний квадрупольной анизотропии, связанной с возмущениями  $\delta\rho/\rho$  в масштабе  $l \sim l_H \sim 10^{28}$  см. Сложность ситуации усугубляется тем, что спектр адиабатических возмущений в сценарии раздувающейся Вселенной не является в точности плоским. В большинстве моделей  $\delta\rho/\rho$  увеличивается с ростом  $l$ . Например, в теории с  $V(\phi) \sim \lambda\phi^4/4$  при переходе от масштаба галактик  $l_g$  к масштабу горизонта  $l_H$  величина  $\delta\rho/\rho$  увеличивается почти в полтора раза (см. (7.5.29), (7.5.30)), что ведет к соответствующему усилению квадрупольной анизотропии  $\Delta T/T$ . Сравнение предсказаний анизотропии  $\Delta T/T$  в простейших вариантах сценария раздувающейся Вселенной уже сейчас позволяет исключить модели, в которых основной вклад в скрытую массу Вселенной дают барионы, и приводит с большим сомнением в справедливости моделей, согласно которым скрытая масса сосредоточена в массивных нейтрино [225, 226]. Вместе с тем, если за скрытую массу ответственны аксионные поля [233, 234], поля Полоньи [46, 15] или какие-либо слабо взаимодействующие нерелятивистские частицы, то теоретические оценки  $\Delta T/T$  вполне согласуются с современными наблюдательными ограничениями на эту величину [225, 226].

Таким образом, не исключено, что теория образования крупномасштабной структуры Вселенной может быть полностью построена в рамках простейших предположений (1) и (2): плоская Вселенная с плоским спектром адиабатических возмущений. Однако хорошо известно, что простой проект далеко не всегда самый удачный. Поэтому хотелось бы понять, можно ли как-то модифицировать положения (1) и (2), оставаясь при этом в рамках сценария раздувающейся Вселенной. Более конкретно, выделим пять основных вопросов.

1. Можно ли отказаться от условия  $\Omega = 1$ ?

2. Можно ли получить после инфляции возмущения, отличные от адиабатических?

3. Можно ли получить возмущения со спектром, падающим в области больших длин волн, с тем чтобы уменьшить квадрупольную анизотропию  $\Delta T/T$ ?

4. Можно ли получить спектр возмущений с одним или несколькими максимумами, что помогло бы объяснить происхождение иерархии масштабов (галактики, скопления и т. д.)?

5. Возможно ли образование крупномасштабной структуры Вселенной за счет непертурбативных эффектов, связанных с раздуванием?

Ответ на первый вопрос пока что отрицателен: нам не известен способ естественным образом получить  $\Omega \neq 1$  в рамках инфляционной космологии. Даже если это и удастся сделать, то скорее всего лишь при очень специальном выборе потенциала  $V(\varphi)$  и за счет точной подгонки параметров, для которой пока не видно оснований.

Построить модели, в которых спектр адиабатических возмущений монотонно убывает в области больших длин волн, в принципе, можно, но довольно трудно. Единственной известной нам достаточно разумной теорией такого рода является модель Шафи — Веттерша, основанная на изучении раздувания в теории Калуцы — Клейна [237]. Специфика этой модели состоит в том, что инфляция и эволюция скалярного поля  $\varphi$  (роль которого играет логарифм радиуса компактификации) описываются с помощью двух разных эффективных потенциалов,  $V(\varphi)$  и  $W(\varphi)$ . К сожалению, начальные условия, необходимые для раздувания в этой модели, трудно реализовать (см. гл. 9). Еще одно предложение состояло в изучении спектров, образующихся в результате раздувания, которое определяется сначала одним, а затем другим скалярным полем [238]. Однако при наиболее естественных начальных условиях последние стадии раздувания определяются полем с самым плоским потенциалом (с наименьшими параметрами  $m^2$  и  $\lambda$ ). Поэтому, как правило, двухстадийное раздувание приводит не к обрезанию, а к еще более резкому возрастанию величины  $\delta\rho/\rho$  в области больших длин волн, которые генерируются на стадии доминантности более «тяжелого» поля  $\varphi$ .

Тем не менее ответ на поставленные выше вопросы (кроме первого) оказывается положительным. В довольно широком классе моделей кроме адиабатических возмущений генерируются также изотермические [239, 240], причем их спектр может убывать в области длинных волн [239, 241]. Особенно интересные эффекты связаны с фазовыми переходами, которые могут происходить на поздних стадиях раздувания (когда Вселенной остается раздуться еще в  $e^{50}$  —  $e^{60}$  раз). В частности, такие фазовые переходы могут приводить к возмущениям плотности со спектром, содержащим один или несколько максимумов [242], к возникновению экспоненциально больших струн, доменных стенок, пузырьков и других объектов, которые могут сыграть значительную роль в формировании

крупномасштабной структуры Вселенной [125, 243]. Некоторые из упомянутых выше возможностей будут обсуждаться в § 7.7 и 7.8.

### § 7.7. Изотермические возмущения и адиабатические возмущения с неплоским спектром

Теория образования возмущений плотности, обсуждавшаяся в § 7.5, основана на изучении простейших моделей с одним скалярным полем  $\varphi$ , которое отвечает за динамику раздувания. В реалистических теориях элементарных частиц присутствует много скалярных полей  $\Phi_i$  разных сортов. Для того чтобы понять, как осуществляется раздувание и какие неоднородности плотности возникают в таких теориях, рассмотрим сначала простейшую модель, описывающую два поля  $\varphi$  и  $\Phi$ , которые не взаимодействуют друг с другом [239]:

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{m_\varphi^2}{2} \varphi^2 - \frac{m_\Phi^2}{2} \Phi^2 - \frac{\lambda_\varphi}{4} \varphi^4 - \frac{\lambda_\Phi}{4} \Phi^4. \quad (7.7.1)$$

Предположим для простоты, что  $\lambda_\varphi \ll \lambda_\Phi \ll 1$ ,  $m_\varphi^2, m_\Phi^2 \ll \lambda_\Phi M_p^2$ . В этом случае при больших  $\varphi, \Phi$  квадратичными по полям членами можно пренебречь. Единственным ограничением на начальные амплитуды полей  $\varphi$  и  $\Phi$  является условие

$$V(\varphi) + V(\Phi) \approx \frac{\lambda_\varphi}{4} \varphi^4 + \frac{\lambda_\Phi}{4} \Phi^4 \lesssim M_p^4. \quad (7.7.2)$$

Это означает, что наиболее естественные начальные значения полей  $\varphi$  и  $\Phi$  имеют порядок  $\varphi \sim \lambda_\varphi^{-1/4} M_p$ ,  $\Phi \sim \lambda_\Phi^{-1/4} M_p$ , т. е. изначально  $V(\varphi) \sim V(\Phi) \sim M_p^4$ ,  $\varphi \gg \Phi \gg M_p$ . Если учесть, что кривизна потенциала  $V(\Phi)$  больше, чем кривизна  $V(\varphi)$ , то станет ясно, что при наиболее естественных начальных условиях поле  $\Phi$  и его плотность энергии  $V(\Phi)$  убывают гораздо быстрее, чем поле  $\varphi$  и его плотность энергии  $V(\varphi)$ . Поэтому полная плотность энергии быстро сравнивается с  $V(\varphi)$ , т. е. хаббловский параметр  $H(\varphi, \Phi)$  становится равным

$$H(\varphi, \Phi) \approx H(\varphi) = \sqrt{\frac{2\pi\lambda_\varphi}{3}} \frac{\varphi^2}{M_p}. \quad (7.7.3)$$

Таким образом, раздувание (инфляция) по прошествии небольшого времени начинает определяться лишь полем  $\varphi$ , имеющим минимальную кривизну потенциала  $V(\varphi)$  (минимальную константу связи  $\lambda_\varphi$ ). По этой причине будем называть поле  $\varphi$  инфлатонным полем, или инфлатоном. Его эволюция протекает так же, как если бы поля  $\Phi$  не было, см. (1.7.22):

$$\varphi(t) = \varphi_0 \exp(-\sqrt{\lambda_\varphi/6\pi} M_p t). \quad (7.7.4)$$

В этом случае из уравнения для поля  $\Phi$

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} = -\lambda_{\Phi}\Phi^3 \quad (7.7.5)$$

следует, что на стадии инфляции

$$\Phi(t) = \sqrt{\lambda_{\Phi}/\lambda_{\Phi}}\Phi(t) \quad (7.7.6)$$

и, следовательно,

$$m^2(\varphi) = m^2(\Phi) = \frac{3M_p \sqrt{3\lambda_{\Phi}}}{\sqrt{2\pi}} H(\varphi), \quad (7.7.7)$$

где (при  $m_{\Phi}^2 \ll \lambda_{\Phi}M_p^2$ )

$$\begin{aligned} m^2(\varphi) &= d^2V/d\varphi^2 = 3\lambda_{\Phi}\varphi^2; \\ m^2(\Phi) &= d^2V/d\Phi^2 = 3\lambda_{\Phi}\Phi^2. \end{aligned} \quad (7.7.8)$$

На поздних стадиях раздувания  $\varphi \sim M_p$ ,  $\Phi \sim \sqrt{\lambda_{\Phi}/\lambda_{\Phi}}M_p$ . Амплитуды возмущений полей  $\varphi$  и  $\Phi$  равны друг другу, см. (7.5.6):

$$\delta\varphi = \delta\Phi = \frac{H}{2\pi} = \sqrt{\frac{\lambda_{\Phi}}{6\pi}} \frac{\varphi^2}{M_p} \sim \sqrt{\lambda_{\Phi}}M_p. \quad (7.7.9)$$

Однако вклад  $\delta\rho_{\Phi}$  поля  $\Phi$  в неоднородности плотности  $\delta\rho$  в это время много меньше соответствующего вклада  $\delta\rho_{\varphi}$  поля  $\varphi$ :

$$\delta\rho_{\Phi} = \frac{dV}{d\Phi} \delta\Phi = \sqrt{\frac{\lambda_{\Phi}}{\lambda_{\Phi}}} \lambda_{\Phi}\varphi^3\delta\varphi = \sqrt{\frac{\lambda_{\Phi}}{\lambda_{\Phi}}} \delta\rho_{\varphi} \ll \delta\rho_{\varphi}. \quad (7.7.10)$$

Поэтому именно флуктуации инфлатонного поля  $\delta\rho_{\Phi}$  определяют амплитуду адиабатических возмущений плотности. Во время раздувания при  $\varphi \sim M_p$

$$\frac{\delta\rho_{\varphi}}{\rho_{\varphi}} \approx \frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{1}{V} \frac{dV}{d\varphi} \delta\varphi \sim 4 \frac{\delta\varphi}{\varphi} \sim \sqrt{\lambda_{\Phi}}, \quad (7.7.11)$$

где  $\rho = \rho_{\varphi} + \rho_{\Phi} \approx \rho_{\varphi}$ . При этом

$$\frac{\delta\rho_{\Phi}}{\rho_{\Phi}} \sim \frac{4\delta\Phi}{\Phi} \sim \sqrt{\lambda_{\Phi}}. \quad (7.7.12)$$

После раздувания неоднородности (7.7.11) порождают адиабатические возмущения (7.5.29), которые и остаются доминирующими возмущениями плотности, если величина  $\rho_{\Phi}$  при дальнейшем расширении Вселенной убывает так же, как  $\rho_{\varphi}$ . Однако это далеко не всегда так. Эволюция  $\rho_{\Phi}$  и  $\rho_{\varphi}$  зависит от взаимодействия этих полей с другими полями и от формы  $V(\varphi)$  и  $V(\Phi)$ . Действительно, предположим, что поле  $\Phi$  взаимодействует с другими полями чрезвычайно слабо. Такие слабовзаимодействующие скалярные поля часто встречаются в современных теориях. К ним относятся, например, аксионные поля и поля Полоньи. Если поле  $\varphi$ , напротив, сильно взаимодействует с другими полями, то его энергия быстро переходит в тепловую,  $\rho_{\varphi} \rightarrow T_R^4$ , и начинает убывать с расшире-

нием Вселенной как  $T^4 \sim a^{-4}$ . В то же время поле  $\Phi$ , не распадаясь, колеблется вблизи точки  $\Phi = 0$  с частотой  $k_0 = m_\Phi$ . Его энергия при этом убывает так же, как энергия нерелятивистских частиц,  $\rho_\Phi \sim a^{-3}$  (см. § 7.9), т. е. гораздо медленнее, чем энергия продуктов распада поля  $\phi$ . Поэтому на поздних стадиях эволюции Вселенной энергия поля  $\Phi$  может стать больше, чем энергия продуктов распада инфлатонного поля,  $\rho = \rho_\phi + \rho_\Phi \approx \rho_\phi$ .

Именно этот эффект лежит в основе обсуждающейся в [49] возможности того, что аксионное поле  $\theta$  может быть ответственным за скрытую массу Вселенной в нашу эпоху.

До начала стадии доминантности поля  $\Phi$  и средняя плотность  $\rho_\Phi$ , и величина  $\rho_\Phi + \delta\rho_\Phi$  убывали одинаково,  $\rho_\Phi \sim \rho_\Phi + \delta\rho_\Phi \sim a^{-3}$ . Поэтому величина  $\delta\rho_\Phi/\rho_\Phi \sim \sqrt{\lambda_\Phi}$  остается постоянной. В первое время неоднородности  $\delta\rho_\Phi$  никак не связаны с неоднородностями температуры  $\delta T$  продуктов распада поля  $\phi$ , и в этом смысле являются изотермическими. Их также можно назвать изоинфлатонными, поскольку они не зависят от флуктуаций инфлатонного поля  $\phi$ . Впоследствии, из-за возрастания доли  $\rho_\Phi$  в общей плотности вещества  $\rho$ , изотермические возмущения  $\delta\rho_\Phi$  при  $\sqrt{\lambda_\Phi} \gtrsim 10^2 \sqrt{\lambda_\phi}$  начинают доминировать, порождая при этом адиабатические возмущения

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \approx \frac{\delta\rho_\Phi}{\rho_\Phi} \sim \sqrt{\lambda_\Phi}. \quad (7.7.13)$$

Заметим, что в (7.7.13) отсутствует фактор усиления  $O(10^2)$ , связанный с переходом от стадии раздувания к расширению  $a \sim t^{1/2}$  или  $a \sim t^{2/3}$ .

Итак, уже в простейшей теории двух не взаимодействующих полей процесс генерации возмущений плотности может идти довольно сложным путем. При этом помимо адиабатических возмущений плотности возникают еще изотермические возмущения, которые при  $\lambda_\phi \ll 10^{-14}$ ,  $\lambda_\Phi \gtrsim 10^{-10}$  могут стать доминирующими.

Еще более интересные возможности открываются при учете взаимодействия полей  $\phi$  и  $\Phi$  друг с другом. Рассмотрим, например, теорию с эффективным потенциалом

$$V(\phi, \Phi) = \frac{m_\phi^2}{2} \phi^2 + \frac{\lambda_\phi}{4} \phi^4 - \frac{m_\Phi^2}{2} \Phi^2 + \frac{\lambda_\Phi}{4} \Phi^4 + \frac{v}{2} \phi^2 \Phi^2 + V(0). \quad (7.7.14)$$

Предположим, что  $0 < \lambda_\phi \ll v \ll \lambda_\Phi$  и  $\lambda_\phi \lambda_\Phi > v^2$ . Пусть также  $m_\phi^2 \ll \lambda_\phi M_p^2$  и  $m_\Phi^2 = cv M_p^2$ , где  $c = O(1)$ . Так же как и в теории (7.7.1), наиболее естественные начальные значения  $\phi$  и  $\Phi$  удовлетворяют условию  $\phi \gg M_p$ ,  $\phi \gg \Phi$ . Минимум  $V(\phi, \Phi)$  при  $\phi \gg M_p$  расположен при  $\Phi = 0$ , а эффективная масса поля  $\Phi$  при  $\Phi = 0$  равна

$$m_\Phi^2(\phi, 0) = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^2} \right|_{\Phi=0} = v(\phi^2 - cM_p^2) \approx v\phi^2. \quad (7.7.15)$$

Эта масса много больше массы поля  $\varphi$

$$m_{\Phi}^2(\varphi, 0) = m_{\Phi}^2 + 3\lambda_{\Phi}\varphi^2 \approx 3\lambda\varphi^2 \ll v\varphi^2. \quad (7.7.16)$$

Поэтому поле  $\Phi$  быстро скатывается в минимум  $V(\varphi, \Phi)$ , и динамика раздувания, как и в теории (7.7.1), определяется в основном полем  $\varphi$ .

На последней стадии раздувания, когда поле  $\varphi$  становится меньше, чем

$$\varphi_c = \sqrt{c} M_p, \quad (7.7.17)$$

минимум  $V(\varphi, \Phi)$  располагается при

$$^* \Phi^2 = \frac{m_{\Phi}^2 - v\varphi^2}{\lambda_{\Phi}} = v \frac{cM_p^2 - \varphi^2}{\lambda_{\Phi}}, \quad (7.7.18)$$

а эффективная масса поля  $\Phi$  при этом равна

$$m_{\Phi}^2(\varphi, \Phi) = 2v(cM_p^2 - \varphi^2). \quad (7.7.19)$$

Заметим, что и при  $\varphi \gg \varphi_c$ , и при  $\varphi \ll \varphi_c$  эффективная масса поля  $\Phi$  много больше чем хаббловская постоянная  $H \sim \sim \sqrt{\lambda_{\Phi}\varphi^2}/M_p$ . Поэтому длинноволновые флуктуации  $\delta\Phi$  поля  $\Phi$  генерируются лишь в некоторой окрестности точки фазового перехода при  $\varphi \sim \varphi_c$ . При изучении возмущений плотности, генерируемых в этой модели, оказывается важным, что амплитуда флуктуаций  $\delta\Phi$  по-разному ведет себя со временем в зависимости от того, при каком именно значении поля  $\varphi$  эти флуктуации возникли. Учет этого обстоятельства, проведенный в работе [242] с помощью ЭВМ, показал, что при определенных соотношениях между параметрами теории (7.7.14) на стадии раздувания генерируются как изотермические, так и адиабатические возмущения, спектр которых может иметь довольно узкий максимум, слегка смещенный по отношению к  $l \sim \exp(\pi\varphi_c^2/M_p^2)$ .

Следует отметить, что в реалистических теориях элементарных частиц фигурирует множество различных типов скалярных полей. Поэтому трудно сомневаться в том, что во время раздувания должны происходить фазовые переходы, и скорее всего не один, а много. Вопрос только в том, происходят ли эти фазовые переходы достаточно поздно, когда поле  $\varphi$  меняется между  $\varphi_H$  (7.5.27) и  $\varphi_g$  (7.5.28). Это условие выполняется при надлежащем выборе параметров теории. Сам же выбор параметров (как и выбор параметров при построении теории слабых и электромагнитных взаимодействий) опирается не на суждения о естественности таких параметров (по этому критерию модель Глэшоу—Вайнберга—Салама могла бы быть отвергнута, см. § 7.6), а на экспериментальные данные. В рассматриваемом случае роль таких данных играют результаты наблюдений крупномасштабной структуры Вселенной и анизотропии реликтового излучения. Возможность изучать фазовую структуру единых теорий элементарных частиц и опре-

делять параметры этих теорий с помощью астрономических наблюдений представляется чрезвычайно интересной.

В заключение обсудим вкратце генерацию изотермических возмущений в теории аксионного поля. С этой целью рассмотрим теорию комплексного скалярного поля  $\Phi$ , взаимодействующего с инфлатонным полем  $\varphi$ :

$$V(\varphi, \Phi) = \frac{m_\Phi^2}{2} \varphi^2 + \frac{\lambda_\Phi}{4} \varphi^4 - m_\Phi^2 \Phi^* \Phi + \lambda_\Phi (\Phi^* \Phi)^2 + \frac{\nu}{2} \varphi^2 \Phi^* \Phi + V(0). \quad (7.7.20)$$

После спонтанного нарушения симметрии при  $\varphi < \varphi_c = m_\Phi / \sqrt{\nu}$  поле  $\Phi$  можно представить в виде

$$\Phi(x) = \Phi_0 \exp(i\theta(x) / \sqrt{2}\Phi_0), \quad (7.7.21)$$

где  $\Phi_0 = m_\Phi / \sqrt{\lambda}$  при  $\varphi \ll \varphi_c$ . Поле  $\theta(x)$  представляет собой безмассовое голдстоуновское скалярное поле [244], его эффективный потенциал равен нулю,  $V(\theta) = 0$ .

В отличие от обычного голдстоуновского поля  $\theta$ , описанного выше, аксионное поле не является безмассовым. За счет поправок к  $V(\varphi, \Phi)$ , связанных с сильными взаимодействиями, эффективный потенциал  $V(\theta)$  приобретает следующий вид [233, 234]:

$$V(\theta) \approx c m_\pi^4 [1 - \cos(N\theta / \sqrt{2}\Phi_0)]. \quad (7.7.22)$$

Здесь  $c = O(1)$ ;  $N$  — целое число, зависящее от деталей теории; в дальнейшем для простоты будем рассматривать случай  $N = 1$ . Из (7.7.22) следует, что аксионы теперь имеют малую массу  $m_\theta \sim m_\pi^2 / \Phi_0 \sim 10^{-2}$  ГэВ<sup>2</sup> /  $\Phi_0$ .

С точки зрения специалистов по теории элементарных частиц, основная цель рассмотрения аксионного поля  $\theta$  состоит в том, что поле  $\theta$ , отвечающее минимуму  $V(\theta)$ , автоматически приводит к компенсации эффектов сильного  $CP$ -нарушения, возникающих в связи с нетривиальной структурой вакуума в теории сильных взаимодействий [233, 234]. Интерес космологов к этому полю был привлечен другим обстоятельством. Дело в том, что при температуре  $T \gg 10^2$  МэВ эффекты, приводящие к отличию  $V(\theta)$  от нуля, были сильно подавлены, и поэтому поле  $\theta$  изначально могло принимать любое значение в интервале  $-\sqrt{2}\pi\Phi_0 \leq \theta \leq \sqrt{2}\pi\Phi_0$  с одинаковой вероятностью. При понижении температуры до  $T \lesssim 10^2$  МэВ эффективный потенциал  $V(\theta)$  приобретает вид (7.7.22), так что плотность энергии поля  $\theta$  в среднем становится порядка  $m_\pi^4 \sim 10^{-4}$  ГэВ<sup>4</sup>. Поле  $\theta$  чрезвычайно слабо взаимодействует с другими полями, его масса необычайно мала ( $m_\theta \sim 10^{-5}$  эВ при реалистическом значении  $\Phi_0 \sim 10^{12}$  ГэВ, см. ниже). Поэтому оно отдает свою энергию в основном не за счет излучения, а вследствие затухания колебаний поля  $\theta$  вблизи  $\theta = 0$  при расширении Вселенной (за счет наличия члена  $3H\dot{\theta}$  в уравнении для

поля  $\theta$ ). Как мы уже говорили, плотность энергии поля  $\theta$  с ненулевой массой, колеблющегося вблизи  $\theta = 0$ , убывает как плотность энергии газа нерелятивистских частиц,  $\rho_\theta \sim a^{-3}$ , т. е. медленнее чем плотность энергии релятивистского газа. В результате этого относительный вклад аксионного поля в полную плотность энергии растет. Отношение  $\rho_\theta/\rho$  в настоящее время зависит от величины  $\Phi_0$ . При  $\Phi_0 \sim 10^{12}$  ГэВ большая часть полной энергии Вселенной сейчас должна быть сосредоточена в колеблющемся почти однородном аксионном поле, которое в этом случае было бы ответственным за скрытую массу Вселенной. Как утверждается в [49], значение  $\Phi_0 \gtrsim 10^{12}$  ГэВ было бы трудно согласовать с имеющимися космологическими данными (см., однако, § 10.5). При  $\Phi_0 \ll 10^{12}$  ГэВ относительный вклад аксионного поля в плотность энергии Вселенной уменьшается как  $(\Phi_0/10^{12} \text{ ГэВ})^2$ .

Если фазовый переход с нарушением симметрии и образованием голдстоуновского поля  $\theta$  произошел на стадии инфляции, то раздувание приводит к возникновению флуктуаций поля  $\theta$ : как и раньше,  $\delta\theta = H/2\pi$  в единичном интервале изменения  $\Delta \ln k$ . При  $T < 10^2$  МэВ с этими флуктуациями связаны неоднородности плотности  $\delta\rho_\theta/\rho_\theta \sim \delta V(\theta)/V(\theta)$ . Однако из-за периодичности потенциала  $V(\theta)$  эти неоднородности гораздо более сложным образом связаны с амплитудой флуктуаций поля  $\theta$ . Предположим, например, что после фазового перехода раздувание продолжается настолько долго, что дисперсия  $\sqrt{\langle\theta^2\rangle} = (H/2\pi)\sqrt{Ht}$  становится много больше, чем  $\Phi_0$ . Это означает, что классическое поле  $\theta$  почти с одинаковой вероятностью будет принимать любое значение из интервала  $-\sqrt{2}\pi\Phi_0 \leq \theta \leq \sqrt{2}\pi\Phi_0$ . Добавление к полю  $\theta$  любого постоянного поля  $\delta\theta$  повернет распределение поля  $\theta$  на угол  $\delta\theta$ , но не поменяет среднее значение  $V(\Phi)$  во всем рассматриваемом объеме. Это явление лежит в основе эффекта обрезания длинноволновых изотермических возмущений в теории аксионного поля [239]. Детальное изучение этого эффекта, проведенное в [241, 125], приводит к следующему выражению для  $\delta\rho_\theta/\rho_\theta$ :

$$\frac{\delta\rho_\theta(l)}{\rho} \sim \frac{\rho_\theta}{\rho} \sqrt{2\beta} \cos \theta(l) \cdot l^{-\beta}, \quad (7.7.23)$$

где  $l$  — современный масштаб неоднородности в сантиметрах;  $\beta = (H/4\pi\Phi_0)^2(\rho_\theta/\rho) \sim (\Phi_0/10^{12} \text{ ГэВ})^2$ ;  $H$  — хаббловский параметр на последних стадиях раздувания. При  $H \sim 10^{12} \div 10^{13}$  ГэВ адиабатические возмущения плотности будут иметь порядок  $10^{-6} - 10^{-5}$  (см. (7.5.33), (7.5.46)), и основными возмущениями будут изотермические возмущения со спектром (7.7.23), степенным образом убывающим в области больших длин волн. Это убывание становится еще более резким, чем  $l^{-\beta}$  (7.7.23) в области длин волн  $l \gtrsim \exp(\pi\varphi_c^2/M_p^2)$ , где  $\varphi_c$  — критическое поле (7.7.17), начиная с которого впервые появляется голдстоуновское аксионное поле  $\theta$ . Причина состоит в том, что при  $\varphi > \varphi_c$  длинноволновые флуктуации поля  $\Phi$  не генерировались из-за большой массы этого поля.

Следует также обратить внимание на коэффициент  $\cos \theta$  ( $l$ ) в (7.7.23). Здесь  $\theta$  ( $l$ ) — исходное значение поля  $\theta$ , усредненное в масштабе  $l$ . Это поле в разных точках разное, но имеется корреляция между значениями  $\theta$  ( $l$ ) в масштабе порядка  $\exp(2\pi\Phi_0/H)$  см, что приводит к дополнительной упорядоченности крупномасштабных структур во Вселенной [125].

Таким образом, из-за нетривиальности связи между  $\delta\theta(x)$  и  $\delta\rho(x)$  в теории аксионного поля распределение неоднородностей  $\delta\rho$  в рассматриваемом случае сильно отличается от обычного гауссова распределения неоднородностей, изученного в § 7.5. Дополнительная модификация распределения неоднородностей  $\delta\rho(x)$  может возникнуть с учетом взаимодействия поля  $\theta$ , существенного при  $H \gtrsim \Phi_0$  (см. по этому поводу [245]).

### § 7.8. Непертурбативные эффекты: струны, жи, стенки, пузыри и тому подобное

В предыдущих параграфах обсуждались механизмы генерации малых возмущений плотности в раздувающейся Вселенной. Однако фазовые переходы во время раздувания могут привести не только к возникновению малых возмущений плотности, но и к образованию нетривиальных структур экспоненциально большого размера. Ниже приведены несколько примеров.

**Струны.** Теория образования неоднородностей плотности в ходе эволюции космических струн [81] долгое время считалась единственной реальной альтернативой инфляционной теории образования адиабатических возмущений с плоским спектром. Сейчас уже ясно, что существует широкий класс других возможностей (см. § 7.7, а также обсуждение ниже). Кроме того, теория струн без учета инфляции не помогает решить проблемы стандартной фридмановской космологии, а образование сверхтяжелых струн за счет высокотемпературных фазовых переходов после раздувания затруднено тем, что в большинстве моделей температура Вселенной после раздувания оказывается недостаточно высокой. Однако струны вполне могут рождаться во время фазовых переходов на инфляционной стадии [125, 246, 247]. В качестве простейшей модели, в которой может осуществляться такой процесс, можно рассмотреть теорию, описывающую взаимодействие инфлатона  $\phi$  с комплексным скалярным полем  $\Phi$  с эффективным потенциалом (7.7.20). На ранних стадиях раздувания, при  $\phi^2 \gg m_\Phi^2/v$ , симметрия в теории (7.7.20) была восстановлена. При убывании поля  $\phi$  до  $\phi = \phi_c = m_\Phi/\sqrt{v}$  происходит фазовый переход с нарушением симметрии, который приводит к рождению струн, как и в случае фазового перехода при понижении температуры (см. § 6.2). Разница состоит в том, что за время раздувания характерные размеры родившихся струн увеличиваются в  $\exp(\pi\phi_c^2/M_p^2) = \exp(\pi m_\Phi^2/vM_p^2)$  раз. Если этот коэффициент не слишком велик, то все основные результаты, полученные в теории

образования неоднородностей плотности за счет струн [81], остаются справедливыми.

**Ежи.** Фазовые переходы во время раздувания приводят также к рождению пар еж—антиеж (см. § 6.2). Начальное расстояние  $r_0$  между ежом и антиежом имеет порядок  $H^{-1}(\varphi_c)$ , но в результате раздувания это расстояние экспоненциально увеличивается. Энергия пары будет пропорциональна  $r$ . Аннигиляция ежей начнется тогда, когда размер горизонта  $\sim t$  вырастет и сравнится с расстоянием между ежом и антиежом. Это приводит к возникновению неоднородностей плотности  $\delta\rho/\rho$  порядка  $\Phi_0/M_p^2$  так же как в теории струн (6.2.3). Однако в данном случае спектр неоднородностей плотности будет иметь резкий максимум в области длин порядка характерного расстояния между ежами  $\sim \exp(\pi\varphi_0^2/M_p^2)$ .

**Монополи.** За счет фазовых переходов во время раздувания могут рождаться и монополи. Их плотность будет подавлена множителями типа  $\exp(-3\pi\varphi_c^2/M_p^2)$ , но при достаточно малом значении  $\varphi_c$  попытки экспериментального обнаружения таких монополей могут иметь шанс на успех.

**Струны с монополями на концах.** Такие объекты тоже возникают в некоторых теориях. Так же как и ежи, монополи, соединенные струнами, находятся в фазе конфайнмента, и в теории горячей Вселенной, когда типичное расстояние между монополями имеет порядок  $T_c^{-1}$ , они быстро аннигилируют [81]. В сценарии раздувающейся Вселенной они могут привести примерно к таким же следствиям, как ежи.

**Доменные стенки, ограниченные струнами.** К теориям, в которых после нарушения симметрии образуются струны, относится и обсуждавшаяся в предыдущем параграфе теория аксионов. При тех значениях параметров этой модели, которые наиболее часто обсуждаются в настоящее время ( $\Phi_0 \sim 10^{12}$  ГэВ), аксионные струны сами по себе слишком легки для того, чтобы привести к созданию достаточно больших неоднородностей плотности. Однако более тщательный анализ показывает, что каждая аксионная струна в действительности является границей отходящей от нее доменной стенки [43, 81]. Это связано с тем, что при обходе вокруг струны, когда величина  $\theta(x)/\sqrt{2}\Phi_0$  меняется на  $2\pi$ , мы обязательно проходим через максимум  $V(\theta)$  (7.7.22). Наиболее энергетически выгодно, чтобы поле  $\theta$  при обходе вокруг струны не менялось, отвечая минимуму  $V(\theta)$  всюду, кроме стенки толщиной порядка  $m_0^{-1}$ , при переходе через которую величина  $\theta(x)/\sqrt{2}\Phi_0$  меняется на  $2\pi$ . Поверхностная энергия такой стенки имеет порядок  $m_\pi^2\Phi_0$ .

Анализ эволюции системы струн, на которые как мыльная пленка натянуты доменные стенки, показывает, что первоначальная конфигурация поля похожа на одну бесконечную сильно изогнутую поверхность, содержащую большое число дыр. Кроме того, существуют также отдельные поверхности конечного размера, но их вклад в полную энергию Вселенной незначителен [81]. Затем

части этих поверхностей начинают пересекаться, рваться на поверхности малого размера, напоминающие дырявые блины, которые в дальнейшем осциллируют и излучают свою энергию в виде гравитационных волн. Если эти поверхности образуются за счет фазовых переходов в горячей Вселенной, то характерные размеры «блинов» оказываются весьма малыми, и они быстро исчезают. Однако поверхности, образующиеся во время раздувания, порождают «блины» экспоненциально большого размера [81, 125]. Возможная роль таких объектов в образовании крупномасштабной структуры Вселенной нуждается в дополнительном исследовании.

**Пузыри.** При изучении космологических следствий фазовых переходов, происходящих во время раздувания, мы неявно предполагали, что переходы осуществляются мягко, без туннелирования через барьер, как фазовый переход второго рода, рассмотренный в § 7.7. Между тем фазовые переходы могут быть и переходами первого рода (см. § 7.4). При этом могут рождаться пузырьки поля  $\Phi$ . Энергия полей  $\Phi$  во время раздувания много меньше энергии инфлатонного поля  $\phi$ . Поэтому возникновение таких пузырьков практически не влияет на скорость расширения Вселенной, и каждый пузырек поля  $\Phi$  после раздувания приобретает экспоненциально большой размер. Характерный размер каждого такого пузыря оказывается порядка  $\exp(\pi\phi^2/M_p^2)$  см. Если скорость рождения пузырьков велика, то распределение поля  $\Phi$  будет напоминать мыльную пену (ячейки) с максимумами плотности энергии на стенках соприкасающихся друг с другом пузырей и с пустотами внутри них. Если же скорость рождения пузырьков мала, то возникают отдельные удаленные друг от друга области, плотность вещества внутри которых меньше, чем плотность снаружи. На поздних стадиях расширения Вселенной, когда энергия поля  $\Phi$  может оказаться доминирующей, соответствующие перепады плотности могут стать весьма существенными [125, 240, 243].

**Домены.** Особенно интересные эффекты возникают при образовании доменной структуры Вселенной во время раздувания. В качестве простейшего примера рассмотрим возможную кинетику фазового перехода с нарушением  $SU(5)$ -симметрии во время раздувания. Как уже говорилось в предыдущей главе, при понижении температуры фазовый переход в теории  $SU(5)$  идет с образованием пузырьков, которые могут содержать поле  $\Phi$ , соответствующее любому из четырех различных типов нарушения симметрии:  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ,  $SU(4) \times U(1)$ ,  $SU(3) \times U(1) \times U(1)$  или  $SU(2) \times SU(2) \times U(1) \times U(1)$ . Аналогичный фазовый переход может иметь место и во время раздувания Вселенной. Однако в этом случае пузырьки разных фаз за счет раздувания становятся экспоненциально большими, что приводит к образованию больших доменов, заполненных веществом в разных фазах, т. е. с несколько различающейся плотностью. В стандартной  $SU(5)$ -модели после раздувания лишь фаза  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

является стабильной. Поэтому в конечном счете вся Вселенная переходит в эту фазу, и доменные стенки, разделяющие разные фазы, исчезают. Однако соответствующие неоднородности плотности, возникшие в эпоху существования доменов, остаются как бы впечатанными в последующее распределение плотности вещества во Вселенной.

Если вероятности образования пузырьков разных фаз сильно отличаются друг от друга, то в результате во Вселенной на относительно однородном фоне образуются острова пониженной или повышенной плотности. В принципе, такие острова можно ассоциировать с галактиками, скоплениями галактик или даже с островной структурой Вселенной, предложенной в [248].

В то же время, если во Вселенной одновременно возникает сравнимое количество пузырьков разных фаз, то результирующее распределение плотности имеет структуру, напоминающую губку. А именно имеются ячейки фаз с разной плотностью, но при этом значительная доля ячеек одинаковой фазы соединена друг с другом, так что можно пройти из одной части Вселенной в другую, двигаясь внутри ячеек одного и того же типа (перколяция). Представления о Вселенной губчатого типа становятся в последнее время довольно популярными.

Особое внимание привлекли недавние результаты, указывающие на то, что Вселенная состоит как бы из прилегающих друг к другу пузырьков размером  $50-100$  Мпк ( $1,5 \cdot 10^{26} - 3 \cdot 10^{26}$  см), внутри которых светящихся объектов мало, так что галактики в основном сосредоточены на стенках пузырей [249]. В связи с этим кажется очень интересным, что структуры такого типа естественно возникают за счет фазовых переходов во время раздувания [125, 244].

В рамках развиваемой модели возникновение областей Вселенной, в которых находится большая часть светящейся (барионной) материи, вовсе не обязательно связано с повышением плотности над средним уровнем. Во-первых, образование барионов после раздувания Вселенной (см. следующий параграф) идет совершенно по-разному в разных фазах  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  и  $SU(4) \times U(1)$ . В принципе, может оказаться, что барионы рождаются лишь в областях, заполненных фазой, плотность которой ниже средней, и тогда именно в этих областях мы и увидим галактики. Во-вторых, если образование галактик связано с изотермическими возмущениями поля  $\Phi$ , то амплитуда таких возмущений также зависит от того, в какой фазе поле  $\Phi$  находится. Поэтому изотермические возмущения могут оказаться достаточно большими для последующего образования галактик лишь в областях, заполненных какой-то одной фазой, и именно в этих областях должны формироваться галактики, скопления и т. д. Таким образом, в зависимости от выбора конкретной теории элементарных частиц, галактики будут преимущественно образовываться в области повышенной или, наоборот, пониженной плотности, в пространстве вне пузырей (например, на их стенках) или внутри пузырей.

Если некоторые фазы остаются метастабильными после раздувания, то характерное время их распада, как правило, оказывается много больше времени существования наблюдаемой части Вселенной  $t \sim 10^{10}$  лет. В таком случае Вселенная и сейчас должна быть разбита на домены, содержащие вещество в различных фазовых состояниях. Именно так обстоит дело в суперсимметричной модели  $SU(5)$ , где минимумы, соответствующие типам симметрии  $SU(5)$ ,  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  и  $SU(4) \times U(1)$ , имеют почти одинаковую глубину и отделены друг от друга высоким потенциальным барьером [91—93]. Во время раздувания Вселенная разбивается на экспоненциально большие домены, каждый из которых содержит одну из перечисленных выше фаз, и мы живем в одном из таких доменов, соответствующем нарушенной симметрии  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  [211]. Если раздувание продолжалось достаточно долго после фазового перехода (если фазовый переход происходил при  $\varphi_c \gtrsim 5M_p$  в теории  $\lambda\varphi^4/4$ ), то в наблюдаемой части Вселенной не будет ни одной доменной стенки. В противном случае домены имеют размеры меньше чем  $10^{28}$  см. Если вероятность образования областей разных фаз одинакова (как в теории, симметричной относительно отражения  $\varphi \rightarrow -\varphi$ ), то при  $\varphi_c \lesssim 5M_p$  мы столкнулись бы с проблемой доменных стенок (см. § 6.2). Однако вероятности образования разных фаз зависят от высоты барьера между ними и, в общем случае, сильно отличаются друг от друга. Поэтому Вселенная в основном заполняется одной из возможных фаз, а остальные присутствуют в виде редких отдельных областей (доменов) экспоненциально большого размера. Если эти домены содержат энергетически невыгодную фазу, то они должны схлопываться. Как говорилось в § 7.4, области, вероятность образования которых достаточно сильно подавлена, должны иметь форму близкую к сферической. Поэтому и схлопывание таких областей происходит почти точно сферически-симметричным образом. При этом весь выигрыш в потенциальной энергии за счет сжатия пузырька метастабильной фазы переходит в кинетическую энергию его сжимающейся стенки. Если стенка сделана из скалярного поля  $\Phi$ , достаточно сильно взаимодействующего с самим собой и с другими полями, то после сжатия значительная доля энергии стенки пузырька переходит в энергию элементарных частиц, родившихся в момент схлопывания стенки. Образовавшиеся частицы разлетаются в разные стороны, образуя сферическую оболочку. Этот механизм тоже может оказаться ответственным за образование пузырчатой структуры Вселенной. Если исходная форма пузырька была заметно отлична от сферической, то процесс будет идти более сложно и разлет образовавшихся частиц не будет сферически-симметричным.

Обсуждаемая модель напоминает модель взрывного образования крупномасштабной структуры Вселенной, которую предложили Острайкер и Кови [250]. Однако и сам механизм, и многие детали процесса, описанного выше, сильно отличаются от тех, что были предложены в работе [250].

Исследование непертурбативных механизмов образования крупномасштабной структуры Вселенной сейчас еще только начинается. Уже из того, что было перечислено выше, видно, как много новых возможностей возникает при изучении космологических следствий фазовых переходов, происходивших на инфляционной стадии. Общий вывод состоит в том, что раздувание может приводить к возникновению нетривиальных объектов экспоненциально большого размера. Такие объекты могут представлять интерес не только как строительный материал для последующего образования галактик. В некоторых случаях эти объекты могут служить источниками интенсивного радиоизлучения [251], могут превращаться в сверхмассивные черные дыры, наконец, они могут оказаться ответственными за аномальные процессы энерговыделения во Вселенной. Обилие новых возможностей не означает «вседозволенности», но все же приводит к существенному расширению зоны поиска правильной теории образования крупномасштабной структуры Вселенной.

### § 7.9. Разогрев Вселенной после раздувания

Генерация неоднородностей в раздувающейся Вселенной вызвала в последние годы весьма большой интерес, поскольку этот процесс непосредственно отражается на структуре наблюдаемой части Вселенной. Не меньшее значение имеет изучение процесса разогрева Вселенной и генерации ее барионной асимметрии, так как этот процесс является необходимым связующим звеном между раздувающимся миром в вакуумоподобном состоянии и горячей Вселенной Фридмана. В этом параграфе обсуждается процесс разогрева Вселенной на примере простейшей теории массивного скалярного поля  $\varphi$ , взаимодействующего со скалярным полем  $\chi$  и спинорным полем  $\psi$  с лагранжианом

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{m_\varphi^2}{2} \varphi^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - \frac{m_\chi^2}{2} \chi^2 + \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial_\mu - m_\psi) \psi + \nu \sigma \varphi \chi^2 - h \bar{\psi} \psi \varphi - \Delta V(\varphi, \chi). \quad (7.9.1)$$

Здесь  $\nu$  и  $h$  — малые константы связи;  $\sigma$  — параметр размерности массы, роль которого в реалистических теориях может играть, например, постоянная часть поля  $\varphi$ ;  $\Delta V(\varphi, \chi)$  — часть  $V(\varphi, \chi)$  высшего порядка по  $\varphi^2$  и  $\chi^2$ . Предположим, что (с учетом  $\Delta V(\varphi, \chi)$ ) роль инфлатонного поля на последних стадиях раздувания играло поле  $\varphi$ , и исследуем процесс перехода энергии этого поля в энергию частиц  $\chi$  и  $\psi$ . Для простоты мы будем считать, что  $m_\varphi \gg m_\chi$ ,  $m_\psi$  и что на интересующей нас стадии  $\nu \sigma \varphi \ll m_\chi^2$ ,  $h \varphi \ll m_\psi$ .

Если не учитывать эффекты, связанные с рождением частиц, то поле  $\varphi$  после раздувания будет осциллировать вблизи точки  $\varphi = 0$  с частотой  $k_0 = m_\varphi$ . Амплитуда колебаний при этом уменьшается, как  $a^{-3/2}(t)$ , а плотность энергии поля  $\varphi$  убывает так же,

как плотность нерелятивистских частиц  $\varphi$  массы  $m_\varphi$ :  $\rho_\varphi = = V(\varphi) = m_\varphi^2 \varphi^2 / 2 \sim a^{-3}$ , где  $\varphi$  — амплитуда колебаний поля [252]. Физический смысл этого состоит в том, что колеблющееся с частотой  $m_\varphi$  однородное скалярное поле  $\varphi$  можно представить как когерентную волну, состоящую из покоящихся частиц поля  $\varphi$  с плотностью частиц  $n_\varphi = \rho_\varphi / m_\varphi = m_\varphi \varphi^2 / 2$ . Если полное число частиц  $\sim n_\varphi a^3$  сохраняется (нет рождения пар), то амплитуда поля  $\varphi$  убывает, как  $a^{-3/2}$ . Уравнение состояния вещества в это время  $p = 0$ , т. е.  $a(t) \sim t^{2/3}$ ,  $H = 2/3t$ ,  $\varphi \sim a^{-3/2} \sim t^{-1}$ .

Для того чтобы описать процесс рождения частиц и связанное с ним дополнительное уменьшение амплитуды поля  $\varphi$ , рассмотрим квантовые поправки к уравнению движения для однородного поля  $\varphi$ , колеблющегося с частотой  $k_0 = m_\varphi \gg H(t)$ :

$$\ddot{\varphi} + 3H(t)\dot{\varphi} + [m_\varphi^2 + \Pi(k_0)]\varphi = 0. \quad (7.9.2)$$

Здесь  $\Pi(k)$  — поляризационный оператор поля  $\varphi$  при импульсе  $k = (k_0, 0, 0, 0)$ ,  $k_0 = m_\varphi$ .

Действительная часть  $\Pi(k_0)$  дает несущественные поправки к величине  $m_\varphi^2$ . Однако при  $k > 2m_\chi$  (или  $k_0 > 2m_\psi$ ) поляризационный оператор приобретает также мнимую часть  $\text{Im} \Pi(k_0)$ . При  $m_\varphi^2 \gg H^2$ ,  $\text{Im} \Pi$ , пренебрегая зависимостью  $H$  от времени, получаем решение уравнения (7.9.2), описывающее затухающие колебания поля  $\varphi$  вблизи точки  $\varphi = 0$ :

$$\varphi = \varphi_0 e^{im_\varphi t} e^{-\frac{1}{2} \left( 3H + \frac{\text{Im} \Pi(m_\varphi)}{m_\varphi} \right) t}. \quad (7.9.3)$$

В силу соотношения унитарности [10, 124],

$$\text{Im} \Pi(m_\varphi) = m_\varphi \Gamma_{\text{tot}},$$

где  $\Gamma_{\text{tot}}$  — полная вероятность распада частицы  $\varphi$ . Отсюда следует, что при  $\Gamma_{\text{tot}} \gg 3H$  плотность энергии поля  $\varphi$  экспоненциально убывает за время, меньшее чем характерное время расширения Вселенной  $\Delta t \sim H^{-1}$ :

$$\rho_\varphi = \frac{m_\varphi^2 \varphi^2}{2} \sim \rho_0 e^{-\Gamma_{\text{tot}} t}. \quad (7.9.4)$$

Именно такого результата и следовало ожидать на основании приведенной выше интерпретации колеблющегося поля  $\varphi$  как когерентной волны, состоящей из (распадающихся) частиц поля  $\varphi$ .

Вероятность распада  $\varphi$ -частицы в пару частиц  $\chi$  или в пару частиц  $\psi$  известна (см., например, [10, 122, 123]). При  $m_\varphi \gg m_\chi, m_\psi$

$$\Gamma(\varphi \rightarrow \chi\bar{\chi}) = v^2 \sigma^2 / 8\pi m_\varphi; \quad (7.9.5)$$

$$\Gamma(\varphi \rightarrow \psi\bar{\psi}) = h^2 m_\varphi / 8\pi. \quad (7.9.6)$$

Если константы  $v\sigma$  и  $h^2$  малы, то первоначально  $\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma(\varphi \rightarrow \chi\bar{\chi}) + \Gamma(\varphi \rightarrow \psi\bar{\psi}) < 3H(t) = 2/t$ . В этом случае сначала плотность энергии поля  $\varphi$  убывает в основном просто за счет расширения Вселенной,  $m_\varphi^2 \varphi^2 / 2 \sim t^{-2}$ . Доля полной энергии, переходящей

в энергию рождающихся частиц, остается малой до момента времени  $t^*$ , когда  $3H(t^*)$  становится меньше, чем  $\Gamma_{\text{tot}}$ . Частицы, родившиеся до этого времени, в принципе, тоже могут термализоваться, причем их температура в некоторых случаях может оказаться даже выше, чем окончательная температура  $T_R$  [253]. Однако вклад родившихся частиц в общую плотность вещества становится существенным, лишь начиная с момента  $t^*$ , когда за время  $\Delta t \sim t^* \lesssim H^{-1}$  практически вся энергия поля  $\phi$  переходит в энергию родившихся частиц  $\chi$  и  $\psi$ . Из условия  $3H(t^*) \sim \Gamma_{\text{tot}}$  следует, что плотность энергии этих частиц в момент  $t^*$  имеет порядок

$$\rho^* \sim \Gamma_{\text{tot}}^2 M_p^2 / 24. \quad (7.9.7)$$

Если частицы  $\chi$  и  $\psi$  достаточно сильно взаимодействуют друг с другом или могут быстро распадаться на частицы других сортов, то в среде быстро наступает термодинамическое равновесие при температуре  $T_R$ , где, согласно (1.3.17) и (7.9.7),

$$\rho^* \sim \pi N(T_R) T_R^4 / 30 \sim \Gamma_{\text{tot}}^2 M_p^2 / 24. \quad (7.9.8)$$

Здесь  $N(T_R)$  — эффективное число степеней свободы при  $T = T_R$ ,  $N(T_R) \sim 10^2 \div 10^3$ , откуда

$$T_R \sim 10^{-1} \sqrt{\Gamma_{\text{tot}} M_p}. \quad (7.9.9)$$

Заметим, что, как ранее и говорилось, температура Вселенной после инфляции не зависит от начального значения поля  $\phi$  и определяется лишь параметрами теории элементарных частиц.

Проведем теперь численную оценку величины  $T_R$ . Для того чтобы в рассматриваемой теории возникали адиабатические неоднородности  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ , необходимо, чтобы величина  $m_\phi$  была порядка  $10^{-6} M_p \sim 10^{13}$  ГэВ. Нетрудно убедиться, что квантовые поправки не модифицируют существенным образом вид  $V(\phi)$  (7.9.1) при  $\phi \lesssim M_p$ , лишь если  $\hbar^2 \lesssim 8m_\phi/M_p \sim 10^{-5}$ ,  $\nu\sigma \lesssim 5m_\phi \sim 10^{14}$  ГэВ. При этом

$$\Gamma(\phi \rightarrow \chi\chi) \lesssim m_\phi \rightarrow 10^{-6} M_p; \quad (7.9.10)$$

$$\Gamma(\phi \rightarrow \psi\psi) \lesssim m_\phi^2/M_p \sim 10^{-12} M_p. \quad (7.9.11)$$

Для полноты заметим, что в теориях типа модели Старобинского или супергравитации величина  $\Gamma$  для распадов полей  $\phi$ , которые идут за счет гравитационных эффектов, обычно имеет порядок [135, 286]

$$\Gamma_g \sim m_\phi^3/M_p^2 \sim 10^{-18} M_p. \quad (7.9.12)$$

Таким образом, если возможен прямой распад поля  $\phi$  на скалярные (или векторные) частицы за счет тройного взаимодействия типа  $\nu\sigma\phi\chi\chi$  (или  $g^2\phi_0\phi A_\mu^2$ ), то, вообще говоря, именно такие процессы будут лидирующими [123]. Как следует из (7.9.10), скорость распада поля  $\phi$  на частицы  $\chi$  может иметь тот же порядок, что и частота колебаний поля  $\phi$ . Поэтому поле  $\phi$  может отдать большую часть своей энергии за несколько колебаний (или даже просто

за время скатывания от  $\varphi \sim M_p$  к  $\varphi = 0$  [254]). Поскольку в конце раздувания  $H(\varphi) \sim m_\varphi$ , Вселенная за время разогрева почти не успевает расширяться, и почти вся энергия, запасенная в поле  $\varphi$ , может перейти в энергию рождающихся  $\chi$ -частиц. Этот же вывод следует и из (7.9.7):

$$\rho^* = \frac{m_\varphi^2 \varphi^2}{2} \lesssim \frac{m_\varphi^2 M_p^2}{24}, \quad (7.9.13)$$

откуда  $\varphi(t^*) \lesssim M_p$  и

$$T_R \lesssim 10^{-1} \sqrt{m_\varphi M_p} \sim 10^{15} \text{ ГэВ}. \quad (7.9.14)$$

Разогрев до  $T_R \sim 10^{15}$  ГэВ происходит лишь при специальном подборе параметров. Кроме того, в некоторых моделях температура вообще не может подняться выше чем  $T \sim m_\varphi$  (см. следующий параграф). Тем не менее следует иметь в виду возможность быстрого разогрева, который происходит сразу же после окончания раздувания, несмотря на слабость взаимодействия полей  $\varphi$  и  $\chi$ . Аналогичная возможность может реализоваться, если потенциал  $V(\varphi)$  имеет более сложную форму, например, если кривизна  $V(\varphi)$  в окрестности его минимума много больше, чем при  $\varphi \sim M_p$  [255].

Если поле  $\varphi$  может распадаться лишь на фермионы, то из (7.9.11), (7.9.9) следует, что температура Вселенной после разогрева в простейших моделях будет по крайней мере на три порядка ниже:

$$T_R \lesssim 10^{-1} m_\varphi \sim 10^{12} \text{ ГэВ}, \quad (7.9.15)$$

а если доминирующими являются гравитационные эффекты, то

$$T_R \lesssim 10^{-1} m_\varphi \sqrt{m_\varphi / M_p} \sim 10^9 \text{ ГэВ}. \quad (7.9.16)$$

Приведенные выше оценки были получены в простейшей модели в предположении о малости осциллирующего поля. Если поле  $\varphi$  велико ( $\nu\sigma\varphi > m_\chi^2$  или  $h\varphi > m_\psi$ ), то ограничиваться вычислением поляризационного оператора недостаточно, и нужно либо вычислять мнимую часть эффективного действия  $S(\varphi)$  во внешнем поле  $\varphi(t)$  [122, 256], либо пользоваться методами, основанными на преобразовании Боголюбова [74].

Не будем подробно обсуждать здесь этот вопрос, так как для рассматриваемой нами теории изучение случая  $\nu\sigma\varphi > m_\chi^2$ ,  $h\varphi > m_\psi$  приводит лишь к незначительному изменению числовых коэффициентов в (7.9.5), (7.9.6). Более важные изменения возникают при рассмотрении теорий, в лагранжианах которых отсутствуют тройные взаимодействия типа  $\varphi\chi^2$  или  $\varphi\psi\psi$ , а есть лишь вершины типа  $\varphi^4$ ,  $\varphi^2\chi^2$  или  $\varphi^2 A_\mu^2$  и поле  $\varphi$  не имеет классической части  $\varphi_0$ .

Например, в теории безмассового поля  $\lambda\varphi^4/4$  оценка мнимой части эффективного лагранжиана  $L(\varphi)$  приводит к выражению для вероятности рождения пар [122]

$$P \approx 2 \text{Im } L(\varphi) \sim \lambda^2 \varphi^4 O(10^{-3}). \quad (7.9.17)$$

Аналогичное выражение справедливо и для теории  $\lambda\varphi^2\chi^2$ . Плотность энергии частиц, рождающихся за время  $\Delta t \sim H^{-1}$ , имеет порядок

$$\Delta\rho \sim 10^{-3}\lambda^2\varphi^4\sqrt{\lambda}\varphi H^{-1} \sim 10^{-3}\lambda^2\varphi^3 M_p, \quad (7.9.18)$$

где  $O(\sqrt{\lambda}\varphi)$  — эффективная масса полей  $\varphi$  и  $\chi$ . Эта величина становится сравнимой с полной плотностью энергии  $\rho(\varphi) \sim \lambda\varphi^4/4$  при

$$\varphi \lesssim 10^{-2}\lambda M_p, \quad (7.9.19)$$

т. е. при

$$\rho(\varphi) \sim 10^{-8}\lambda^3 M_p^4, \quad (7.9.20)$$

откуда

$$T_R \lesssim 10^{-3}\lambda^{5/4} M_p. \quad (7.9.21)$$

При  $\lambda \sim 10^{-14}$

$$T_R \lesssim 3 \cdot 10^{-21} M_p \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ ГэВ}. \quad (7.9.22)$$

Если же поле  $\varphi$  имеет ненулевую массу  $m_\varphi$ , то процесс разогрева Вселенной при малых  $\varphi$  становится неэффективным, поскольку с уменьшением  $\varphi$  величина  $\Delta\rho$  (7.9.18) становится меньше чем  $\rho(\varphi) \sim m_\varphi^2\varphi^2/2$ . В такой ситуации энергия поля  $\varphi$  убывает в основном не за счет его распада, а за счет расширения Вселенной,  $\rho(\varphi) \sim a^{-3}$ . Это означает, что даже сильновзаимодействующее поле  $\varphi$  ( $1 \gtrsim \lambda \gtrsim 10^{-14}$ ) после расширения Вселенной до ее современного состояния может оказаться в основном нераспавшимся и давать заметный вклад в полную плотность вещества во Вселенной.

## § 7.10. Возникновение барионной асимметрии Вселенной

Как уже говорилось, разработка возможных механизмов генерации избытка барионов над антибарионами в расширяющейся Вселенной [36—38] стала одним из важнейших этапов в развитии современной космологии. На примере проблемы происхождения барионной асимметрии Вселенной было ясно продемонстрировано, что вопросы, которые многим казались бессмысленными или в лучшем случае метафизическими (почему Вселенная устроена так, а не иначе?), могут иметь реальный физический ответ. Без решения проблемы бариогенезиса создание сценария раздувающейся Вселенной было бы невозможно, так как плотность барионов, существовавших на самых ранних стадиях эволюции Вселенной, после раздувания становится экспоненциально малой. Поэтому генерация барионной асимметрии Вселенной является столь же необходимым элементом инфляционной космологии, как и разогрев Вселенной, обсуждавшийся в предыдущем параграфе.

Как было выяснено в первой же работе А. Д. Сахарова о рождении барионов во Вселенной [36], асимметрия между числом барио-

нов и антибарионов возникает при выполнении трех необходимых условий:

- 1) эти процессы должны идти с несохранением барионного заряда;
- 2) в них должна быть нарушена  $CP$ -инвариантность;
- 3) процессы рождения барионов должны осуществляться в расширяющейся Вселенной вне состояния термодинамического равновесия. Примером такого процесса служит распад частиц с массами  $M \gg T$ .

Необходимость первого условия очевидна. Второе условие нужно для того, чтобы при распаде частиц и античастиц образовалось разное число барионов и антибарионов. Третье условие необходимо в первую очередь для того, чтобы не произошло обратного процесса, в результате которого образовавшаяся барионная асимметрия исчезнет.

Подлинный интерес к идее о возможности генерации барионной асимметрии Вселенной возник после создания теорий великого объединения, в которых барионы до нарушения симметрии между сильными и электрослабыми взаимодействиями могут свободно переходить в лептоны. После нарушения симметрии сверхтяжелые скалярные и векторные частицы  $\Phi$ ,  $H$ ,  $X$ ,  $Y$  будут распадаться на барионы и лептоны. Если распад этих частиц идет в состоянии, далеком от термодинамического равновесия, так что не происходит обратного процесса превращения барионов и лептонов в сверхтяжелые частицы, и если при этом нарушается  $CP$ -инвариантность, то в результате распадов получается несколько разное число барионов и антибарионов. Именно эта разница после аннигиляции барионов и антибарионов образует видимую нами барионную материю во Вселенной. При этом малое число  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$  получалось как произведение калибровочных констант связи, константы, отражающей степень нарушения  $CP$ -инвариантности, а также фактора, характеризующего долю указанных частиц  $\Phi$ ,  $H$ , ... по отношению к другим частицам в рассматриваемую эпоху [38].

Мы не будем здесь подробно останавливаться на описании этого механизма бариогенезиса (см. по этому поводу прекрасные обзоры [105, 257, 258]). Скажем здесь только, что теории, приводящие к желаемому результату  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ , действительно существуют. Аналогичный механизм может работать и в сценарии раздувающейся Вселенной, причем даже более эффективно, так как процесс разогрева Вселенной после раздувания является существенно неравновесным и во время этого процесса могут рождаться сверхтяжелые частицы с массами, превосходящими температуру Вселенной после разогрева  $T_R$  [122]. В то же время следует заметить, что в простейшем варианте  $SU(5)$ -теории с одним пятиплетом хиггсовских бозонов  $H_5$  и наиболее естественными соотношениями между константами связи значение  $n_B/n_\gamma$  получается а много порядков меньше чем  $10^{-9}$ . Для того чтобы получить  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ , приходится либо вводить два дополнительных пятиплета хиггсовских бозонов, либо рассматривать эффекты, связанные с

тяжелыми кварками, либо учитывать возможность сложной последовательности фазовых переходов в  $SU(5)$ -теории при охлаждении Вселенной [259]. Кроме того, далеко не всегда удается получить во время разогрева после инфляции достаточно большое количество сверхтяжелых бозонов, нужных для реализации этого механизма. Особенно трудно это сделать в теориях типа супергравитации, где обычно температура разогрева Вселенной не превосходит  $10^{12}$  ГэВ. Наконец, еще одна потенциальная трудность была выявлена относительно недавно. Как оказалось, непертурбативные эффекты приводят к быстрой аннигиляции барионов и лептонов при температуре выше или порядка температуры фазового перехода  $T_c \approx 200$  ГэВ в модели Глэшоу—Вайнберга—Салама [129]. Это означает, что если на ранних стадиях эволюции Вселенной генерировалось одинаковое количество барионов и лептонов, так что  $B-L=0$ , где  $B$  и  $L$  — барионный и лептонный заряды соответственно (а именно так обстоит дело в простейших моделях бариогенезиса [38]), то вся барионная асимметрия Вселенной, возникшая при  $T > 10^2$  ГэВ, впоследствии исчезнет. Если это так, то либо необходимо иметь теории с генерацией асимметрии  $B-L \neq 0$ , что еще более усложняет соответствующие теории, либо нужно разработать механизмы бариогенезиса, которые могли бы эффективно работать и при температуре  $T \lesssim 10^2$  ГэВ. В последние годы было предложено несколько механизмов такого рода. Ниже описан один из этих механизмов, специфика которого ближе всего к специфике сценария раздувающейся Вселенной. Основная его идея была предложена в работе Аффлека и Дайна [97] и затем реализована в рамках инфляционной космологии в работе [98]. Позднее, в [260], было показано, как этот механизм может работать в моделях, основанных на теории суперструн. Отсылая читателя за подробностями к упомянутым работам, обсудим здесь основные черты нового механизма бариогенезиса.

В качестве примера рассмотрим суперсимметричную  $SU(5)$ -теорию великого объединения. В этой теории кваркам и лептонам отвечают их суперпартнеры, скварки и слептоны, являющиеся скалярными полями. Как показывает анализ формы эффективного потенциала скварков и слептонов, у него имеются «долины», в которых эффективный потенциал обращается в нуль [97]. Соответствующие комбинации скварковых и слептонных полей «на дне долины» будем обозначать как скалярное поле  $\phi$ . После нарушения суперсимметрии в рассматриваемой модели дно долины при  $\phi \neq 0$  приподнимается и поле  $\phi$  приобретает эффективную массу  $m \sim 10^2$  ГэВ. Возбуждения этого поля представляют собой нестабильные частицы с нулевым электрическим зарядом и с барионными и лептонными зарядами  $B=L=\pm 1$ . Барионный заряд каждой из таких частиц не сохраняется при их взаимодействиях, но величина  $B-L$  сохраняется. Эти частицы взаимодействуют друг с другом с той же калибровочной константой связи  $g$ , что и кварки. При больших значениях классического поля  $\phi$  многие частицы, взаимодействующие с этим полем, приобретают очень

большую массу  $O$  (гф). Однако имеются и легкие частицы (кварки, лептоны,  $W$ -мезоны и т. д.), которые взаимодействуют с полем  $\varphi$  только косвенно (за счет радиационных поправок), с эффективной константой связи  $\tilde{\lambda} \sim (\alpha_s/\pi)^2 m^2/\varphi^2$ , где  $\alpha_s = g^2/4\pi$ . Строго говоря, необходимо было бы рассмотреть динамику двух разных полей,  $v$  и  $a$ , соответствующих двум различным комбинациям скварк-слептонных полей в долине эффективного потенциала [97]. Полное изучение системы таких полей в  $SU(5)$ -теории довольно сложно, но, к счастью, в наиболее важных случаях его можно свести к изучению простой модели, описывающей комплексное скалярное поле  $\varphi = (1/\sqrt{2})(\varphi_1 + i\varphi_2)$  с несколько необычным потенциалом [97, 98]

$$V(\varphi) = m^2\varphi^*\varphi + (i/2)\lambda [\varphi^4 - (\varphi^*)^4]. \quad (7.10.1)$$

Здесь  $\lambda$  — еще одна константа связи,  $\lambda \sim m^2/M_X^2$ , где  $M_X$  — масса  $X$ -бозона в теории  $SU(5)$ . Величина  $j_\mu = -i\varphi\vec{\partial}_\mu\varphi = = 1/2(\varphi_1\partial_\mu\varphi_2 - \varphi_2\partial_\mu\varphi_1)$  соответствует барионному току скалярных частиц в  $SU(5)$ -модели, а  $j_0$  имеет смысл плотности барионного заряда  $n_B$  поля  $\varphi$ . Уравнения движения полей  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  выглядят следующим образом:

$$\ddot{\varphi}_1 + 3H\dot{\varphi}_1 = -\partial V/\partial\varphi_1 = -m^2\varphi_1 + 3\lambda\varphi_1^2\varphi_2 - \lambda\varphi_2^3; \quad (7.10.2)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + 3H\dot{\varphi}_2 = -\partial V/\partial\varphi_2 = -m^2\varphi_2 - 3\lambda\varphi_2^2\varphi_1 + \lambda\varphi_1^3. \quad (7.10.3)$$

Во время раздувания, когда величина  $H$  очень велика, поля  $\varphi^i$  эволюционируют медленно, так что, как обычно, можно пренебречь членами  $\ddot{\varphi}_i$  в (7.10.2) и (7.10.3). Это приводит к следующему выражению для плотности  $n_B$  во время раздувания:

$$n_B \equiv j_0 = \frac{1}{3H} \left( \varphi_1 \frac{\partial V}{\partial\varphi_2} - \varphi_2 \frac{\partial V}{\partial\varphi_1} \right) = \frac{\lambda}{3H} (\varphi_1^4 - 6\varphi_1^2\varphi_2^2 + \varphi_2^4). \quad (7.10.4)$$

Если в качестве начального условия взять, например,  $\varphi_2 \gg 1/4\varphi_1 > > 0$ ,  $\lambda\varphi_i^3 \ll m^2$ , то из (7.10.2)–(7.10.4) следует, что поле  $\varphi_1$  во время раздувания эволюционирует очень медленно и остается много меньше, чем  $\varphi_2$ , так что величина  $n_B$  на инфляционной стадии оказывается приблизительно постоянной и равной своему начальному значению,  $n_B \approx (\lambda/3H)\varphi_2^4$ .

Для того чтобы пояснить физический смысл полученного результата, запишем уравнение для частично сохраняющегося тока в рассматриваемой модели в следующем виде:

$$a^{-3} \frac{d(n_B a^3)}{dt} \equiv \dot{n}_B + 3n_B H = i \left( \varphi^* \frac{\partial V}{\partial\varphi} - \varphi \frac{\partial V}{\partial\varphi^*} \right), \quad (7.10.5)$$

где  $a(t)$  — масштабный фактор. Если бы не член  $\sim i\lambda[\varphi^4 - (\varphi^*)^4]$  в (7.10.1), приводящий к несохранению барионного заряда, то полный барионный заряд во Вселенной  $B \sim n_B a^3$  сохранялся бы и плотность барионного заряда  $n_B$  становилась бы во время раздувания экспоненциально малой. В нашем случае, однако, пра-

вая часть (7.10.5) не исчезает и служит как бы источником барионного заряда. Если теперь учесть, что во время раздувания все поля меняются очень медленно, так что  $\dot{n}_B \ll 3n_B H$ , то из (7.10.5) опять получится приведенный выше результат (7.10.4).

Иными словами, из-за наличия последнего члена в (7.10.1) плотность барионного заряда во время раздувания меняется очень медленно, как  $\varphi_i^4$ , см. (7.10.4), в то время как полный барионный заряд рассматриваемой части Вселенной экспоненциально растет. Плотность барионного заряда и его знак зависят от начальных значений полей  $\varphi_i$ , и в разных частях Вселенной они различны.

Когда скорость расширения Вселенной становится малой, поле начинает колебаться вблизи минимума  $V(\varphi)$ . При этом из-за постепенного убывания амплитуды колебаний члены  $\sim \lambda\varphi^4$  в (7.10.5), приводящие к несохранению барионного заряда, становятся несущественными, так что при малых  $\varphi$  полный барионный заряд  $B$  сохраняется, и его плотность  $n_B$  убывает как  $a^{-3}(t)$ . Заметим, что и плотность энергии скалярного поля  $\rho \sim m^2\varphi^2/2$  в это время также убывает как  $a^{-3}(t)$ . Смысл такого совпадения очень прост. Как уже отмечалось в предыдущем параграфе, колеблющееся с частотой  $m$  однородное поле  $\varphi$  можно представить как когерентную волну, состоящую из частиц поля  $\varphi$  с плотностью частиц  $n_\varphi = \rho/m = m\varphi^2/2$ , где  $\varphi$  — амплитуда осциллирующего поля. Часть этих частиц имеет заряд  $B = +1$ , а часть — заряд  $B = -1$ . Плотность барионного заряда  $n_B$ , таким образом, пропорциональна  $n_\varphi$ , так что их отношение  $n_B/n_\varphi$  не зависит от времени и по модулю меньше единицы:

$$|n_B|/n_\varphi = \text{const} \leq 1. \quad (7.10.6)$$

Отношение  $n_B/n_\varphi$  определяется начальными условиями. Режим осцилляций начинается при  $H \sim m$ , поэтому из (7.10.4) следует, что на рассматриваемой стадии

$$n_B/n_\varphi \approx \lambda\tilde{\varphi}_2^4/3m, \quad (7.10.7)$$

где  $\tilde{\varphi}_2$  — значение поля  $\varphi_2$  в момент начала стадии осцилляций. В реалистической  $SU(5)$ -модели в выражение (7.10.7) входит также дополнительный множитель  $\cos 2\theta$ , где  $\theta$  — угол между полями  $v$  и  $a$  в комплексной плоскости. Частицы  $\varphi$  нестабильны и распадаются на лептоны и кварки. Температура Вселенной при этом возрастает, но она не может стать существенно выше чем  $m$ , поскольку кварки при большой температуре имеют массу  $m_q \sim gT \sim T$ , так что распад поля  $\varphi$  при  $T \gg m$  становится невозможным. Поэтому поле  $\varphi$  колеблется и распадается не сразу, а постепенно, в течение некоторого времени подогревая Вселенную до постоянной температуры  $T \sim m \sim 10^2$  ГэВ. К моменту окончания этой стадии весь барионный заряд скалярного поля переходит в барионный заряд кварков, причем на каждый кварк или антикварк, рожденный при распаде  $\varphi$ -частицы, приходится  $O(1)$  фотонов с энергией  $E \sim T \sim m$ . Возникающая при этом барионная

асимметрия Вселенной равна

$$\frac{n_B}{n_\gamma} \sim \frac{n_B}{n_\varphi} \sim \cos 2\theta \cdot \frac{\lambda \tilde{\varphi}_2^2}{m^2} \sim \cos 2\theta \frac{\tilde{\varphi}_2^2}{M_X^2}. \quad (7.10.8)$$

Заметим, что формула (7.10.8) применима лишь при  $\lambda \tilde{\varphi}_2^2 \ll m$ , т. е. при  $\tilde{\varphi}_2 \ll M_X$ , так как лишь с этого момента можно пренебречь нарушением сохранения барионного заряда, и величина  $n_B/n_\gamma$  становится постоянной. Как и следовало ожидать из (7.10.6), барионная асимметрия Вселенной (7.10.8) при этом оказывается меньше единицы. Однако при  $\tilde{\varphi}_2 \sim M_X$  барионная асимметрия получается даже слишком большой,  $n_B/n_\gamma \sim O(1)$ . Поэтому следовало бы понять, чему должна равняться величина  $\tilde{\varphi}_2$  и как можно уменьшить значение  $n_B/n_\gamma$  до желательного значения  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ .

Исследование этого вопроса показало, что барионную асимметрию получить трудно, а уменьшить очень легко [98]. Одним из механизмов уменьшения барионной асимметрии является непертурбативный механизм, упомянутый ранее [129]. Если, например, температура Вселенной после распада поля  $\varphi$  превышает примерно 200 ГэВ, то вся образовавшаяся барионная асимметрия исчезает, за исключением ее малой доли, возникшей за счет процессов с нарушением  $B - L$ -инвариантности. Этот остаток и может составлять наблюдаемую асимметрию  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ . Другая возможность состоит в том, что температура в конце распада поля  $\varphi$  меньше чем 200 ГэВ, т. е. барионы не выгорают, но начальное значение поля  $\varphi$  достаточно мало. Это может случиться, например, если поля  $\varphi_i$  за счет высокотемпературных эффектов или взаимодействия с полями, ответственными за раздувание, обращаются в нуль. Тогда их роль берут на себя длинноволновые квантовые флуктуации полей  $\varphi_i$ , амплитуда которых, пропорциональная  $(H/2\pi) \sqrt{\hbar t}$  (7.3.12), может быть на несколько порядков меньше, чем  $M_X$ . Наконец, еще одно возможное объяснение того, почему в наблюдаемой области Вселенной величина  $n_B/n_\gamma$  столь мала, связано с антропным принципом. В различных областях Вселенной поля  $\varphi_i$  и величина  $\cos 2\theta$  принимают все возможные значения. В большей части таких областей поле  $\varphi$  может быть весьма велико и  $|\cos 2\theta| \sim 1$ . Однако в таких областях  $n_B/n_\gamma \gg 10^{-9}$  и жизнь нашего типа невозможна. Причина этого состоит в том, что при заданной амплитуде возмущений  $\delta\rho/\rho$  повышение плотности барионов хотя бы на два - три порядка приводит к образованию галактик с чрезвычайно большой плотностью вещества и совершенно другим звездным составом. Поэтому не исключено, что доля областей Вселенной с небольшими начальными значениями  $\varphi$  и  $\cos 2\theta$  относительно невелика, но именно в таких областях с наибольшей вероятностью может возникнуть жизнь нашего типа. Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в гл. 10.

Кроме механизма, обсуждавшегося выше, в последние годы было предложено еще несколько механизмов, которые могут ра-

ботать при температуре  $T \lesssim 10^2$  ГэВ [130, 131, 178, 261—263]. Сейчас еще трудно судить о том, какой из предложенных механизмов окажется реалистическим. Важно то, что способов объяснить наличие барионной асимметрии Вселенной оказалось много, и при этом вовсе не обязательно иметь сверхвысокие температуры  $T \sim \sim M_X \sim 10^{14} \div 10^{15}$  ГэВ, которые возникают лишь после чрезвычайно эффективного разогрева Вселенной. Барионная асимметрия Вселенной, в принципе, могла возникнуть, даже если температура Вселенной никогда не превосходила  $10^2$  ГэВ! Это обстоятельство существенно облегчает построение реалистических моделей раздувающейся Вселенной. В то же время обнаружение возможности того, что можно построить последовательную теорию эволюции Вселенной, в которой температура вообще никогда не превышала  $T \sim 10^2$  ГэВ  $\sim 10^{-17} M_p$ , заставляет лишний раз задуматься о том, до какой степени наши представления об эволюции Вселенной изменились за несколько последних лет, и о том, какие новые неожиданности могут поджидать нас в будущем.

## НОВЫЙ СЦЕНАРИЙ РАЗДУВАЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

### § 8.1. Основы старого сценария раздувающейся Вселенной

В предыдущей главе были описаны основные блоки, необходимые для полного построения теории раздувающейся Вселенной. Настало время продемонстрировать, как все описанные выше части теории объединяются в единый сценарий на примере каких-либо конкретных разрабатываемых в настоящее время теорий элементарных частиц. Однако эта задача сразу же разбивается на две. Как уже говорилось, сейчас имеется два основных варианта инфляционной теории, заметно отличающиеся друг от друга: новый сценарий раздувающейся Вселенной [54, 55] и сценарий хаотического раздувания [56, 57]. Сценарий хаотического раздувания кажется предпочтительным ввиду его большей естественности и простоты, но тем не менее сейчас еще рано делать окончательные выводы. Кроме того, многие результаты, полученные при построении нового сценария раздувающейся Вселенной, могут в дальнейшем оказаться полезными, даже если сам сценарий придется оставить. Поэтому мы начнем изложение с описания различных вариантов нового сценария раздувающейся Вселенной, а в следующей главе вернемся к сценарию хаотического раздувания. Однако изложение нового сценария раздувающейся Вселенной будет неполным, если не сказать несколько слов по поводу старого сценария, предложенного Гусом [53].

Как говорилось в гл. 1, этот сценарий основан на изучении фазовых переходов из сильно переохлажденной неустойчивой фазы  $\varphi = 0$  в теориях великого объединения. Теория подобных фазовых переходов была разработана задолго до работы Гуса (см. гл. 5), однако никто не пытался на основе этой теории решить такие космологические проблемы, как проблема плоскостности (евклидовости) Вселенной и проблема горизонта.

Гус обратил внимание на то, что при сильном переохлаждении плотность энергии релятивистских частиц, пропорциональная  $T^4$ , становится пренебрежимо малой по сравнению с энергией вакуума в симметричном состоянии  $V(0)$ . Это значит, что в предельном случае чрезвычайно сильного переохлаждения плотность энергии  $\rho$  расширяющейся (и остывающей) Вселенной стремится к  $V(0)$  и перестает зависеть от времени. При этом, согласно (1.3.7), Все-

ленная при больших  $t$  расширяется экспоненциально:

$$a(t) \sim e^{Ht}, \quad (8.1.1)$$

где постоянная Хаббла в это время равна

$$H = \sqrt{8\pi V(0)/3M_p^2}. \quad (8.1.2)$$

Если во время фазового перехода вся энергия быстро переходит в тепловую, то Вселенная после перехода разогревается до температуры  $T_R \sim V^{1/4}(0)$  независимо от того, сколько времени продолжалось расширение до момента фазового перехода. (Это обстоятельство ранее было использовано Г. В. Чибисовым и автором для построения модели Вселенной, которая изначально могла быть холодной, а затем разогревалась за счет фазового перехода с сильным энерговыделением; см. обсуждение этой модели в обзорах [24, 105].)

Поскольку температура разогрева Вселенной после фазового перехода  $T_R$  не зависит от продолжительности стадии экспоненциального расширения в переохлажденном состоянии, то единственной величиной, зависящей от продолжительности этой стадии, является масштабный фактор  $a(t)$ , который в это время экспоненциально растет. Но, как уже говорилось, при экспоненциальном расширении (раздувании) Вселенная становится все более и более плоской. Этот эффект особенно отчетливо виден при рассмотрении вопроса о том, почему полная энтропия Вселенной столь велика:  $S \gtrsim 10^{87}$ . (Как отмечалось в гл. 1, эта проблема очень близка к проблеме плоскостности.)

Полная энтропия Вселенной до фазового перехода может быть не очень велика. Однако после фазового перехода энтропия сильно увеличивается,  $S \gtrsim a^3 T_R^3 \sim a^3 V^{3/4}(0)$ , где величина  $a^3$  может быть экспоненциально большой. Пусть, например, экспоненциальное расширение начинается в замкнутой Вселенной в момент, когда ее радиус  $a_0 = c_1 M_p^{-1}$ , а энергия вакуума равна  $V(0) = c_2 M_p^4$ , где  $c_1$  и  $c_2$  — некоторые константы. В реалистических теориях значение  $c_1$  находится в интервале от 1 до  $10^{10}$ , значение  $c_2$  имеет порядок  $10^{-10}$ ; как мы увидим, интересующая нас величина зависит от  $c_1$  и  $c_2$  очень слабо. Полная энтропия Вселенной после экспоненциального расширения продолжительностью  $\Delta t$  становится равной

$$S \sim a_0^3 e^{3H\Delta t} T_R^3 \sim c_1^3 c_2^{3/4} e^{3H\Delta t}, \quad (8.1.3)$$

откуда следует, что энтропия  $S$  превышает  $10^{87}$  при

$$\Delta t \gtrsim H^{-1} [67 - \ln(c_1 c_2^{1/4})]. \quad (8.1.4)$$

В типичных случаях  $\ln(c_1 c_2^{1/4})$  по абсолютной величине не превышает 10. Это означает, что для решения проблемы плоскостности Вселенной было бы достаточно, чтобы она находилась в переохлажденном состоянии  $\varphi = 0$  в течение времени

$$\Delta t \gtrsim 70H^{-1} = 70M_p \sqrt{3/8\pi V(0)}. \quad (8.1.5)$$

Заметим, что если  $\Delta t$  сильно превышает  $70H^{-1}$  (а так оказывается во всех реалистических вариантах сценария раздувающейся Вселенной), то Вселенная после раздувания и разогрева становится почти абсолютно плоской,  $\Omega = \rho/\rho_c \approx 1$ . Как говорилось ранее, это обстоятельство (с учетом возможности небольших локальных вариаций  $\rho$  в масштабах наблюдаемой части Вселенной) является одним из наиболее важных предсказательных следствий сценария раздувающейся Вселенной.

Как нетрудно проверить, условие  $(aT)^3 \gtrsim 10^{87}$  означает, что «радиус» Вселенной  $a \sim c_1 M_p^{-1}$  после ее расширения до настоящего времени становится больше, чем размеры наблюдаемой части Вселенной  $l_H \sim 10^{28}$  см (см. предыдущую главу). Но это значит, что за время, лишь незначительно (на  $H^{-1} \ln c_1$ ) превышающее  $70H^{-1}$ , любая область пространства размером  $\Delta l \sim M_p^{-1}$  раздувается столь сильно, что к настоящему времени размер этой области становится больше размеров наблюдаемой части Вселенной.

Если теперь учесть, что рассматриваются процессы, происходящие в послепланковскую эпоху ( $\rho < M_p^4$ ,  $T < M_p$ ,  $t > M_p^{-1}$ ), то станет ясно, что область размером  $\Delta l \sim M_p^{-1}$  к началу экспоненциального расширения заведомо была причинно-связанной. Таким образом, вся наблюдаемая часть Вселенной в этом сценарии образуется за счет раздувания одной причинно-связанной области, что и решает проблему горизонта.

В рамках предложенного сценария, в принципе, можно было бы решить и проблему реликтовых монополей. Действительно, реликтовые монополи рождаются лишь в точках соприкосновения нескольких разных пузырьков поля  $\phi$ , образующихся во время фазового перехода. Если задержка фазового перехода за счет переохлаждения значительна, то размеры пузырьков поля  $\phi$  к моменту, когда они начинают заполнять всю Вселенную, становятся очень большими, а плотность рождающихся при этом монополей весьма мала.

К сожалению, однако, как отметил сам Гус, предложенный им сценарий приводит к ряду нежелательных последствий при рассмотрении свойств Вселенной после фазового перехода. Согласно этому сценарию, внутри пузырьков новой фазы поле  $\phi$  очень быстро становится равным равновесному полю  $\phi_0$ , соответствующему минимуму  $V(\phi)$ , и вся энергия поля в пузырьке сосредоточена на его стенках, движущихся от центра пузырька со скоростью, близкой к скорости света. Разогрев Вселенной после фазового перехода в этом сценарии должен происходить за счет столкновения стенок пузырьков. Однако из-за больших размеров пузырьков Вселенная после столкновения стенок пузырьков должна была бы стать сильно неоднородной и анизотропной, что резко противоречит наблюдательным данным.

Несмотря на все трудности, с которыми столкнулся первый вариант сценария раздувающейся Вселенной, интерес к нему был чрезвычайно велик, и в течение года после опубликования

работы Гуса этот сценарий интенсивно исследовался и обсуждался многими авторами. Итог исследованию подвели работы Хоукинга, Мосса и Стюарта [112], а также Гуса и Вайнберга [113], в которых было показано, что дефекты этого сценария неустраняемы. Перейдем поэтому к обсуждению нового сценария раздувающейся Вселенной [54, 55], который не только оказался свободным от ряда недостатков сценария Гуса, но и открыл возможность решения еще нескольких космологических проблем, перечисленных в § 1.5.

## § 8.2. $SU(5)$ -симметричная теория Коулмена—Вайнберга и новый сценарий раздувающейся Вселенной (первоначальный упрощенный вариант)

Первый вариант нового сценария раздувающейся Вселенной основывался на изучении фазовых переходов в  $SU(5)$ -симметричной теории Коулмена — Вайнберга (2.2.16). Теория фазового перехода в этой модели очень сложна. Поэтому начнем с несколько упрощенного описания этого фазового перехода, с тем чтобы пояснить общую идею нового сценария.

Прежде всего, выясним, как ведет себя эффективный потенциал этой теории по отношению к нарушению симметрии  $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  (2.2.16) при ненулевой температуре.

Как говорилось в гл. 3, при достаточно высокой температуре симметрия в калибровочных теориях, как правило, восстанавливается. В данном случае можно показать, что при  $T \gg M_X$  функция  $V(\varphi, T)$  в теории Коулмена — Вайнберга выглядит следующим образом:

$$V(\varphi, T) = \frac{5}{8} g^2 T^2 \varphi^2 + \frac{25g^4 \varphi^4}{128\pi^2} \left( \ln \frac{\varphi}{\varphi_0} - \frac{1}{4} \right) + \frac{9M_X^4}{32\pi^2} + cT^4, \quad (8.2.1)$$

где  $c$  — некоторая постоянная порядка 10. Из анализа этого выражения следует, что при достаточно большой температуре единственным минимумом  $V(\varphi, T)$  является минимум при  $\varphi = 0$ , т. е. симметрия восстанавливается. При  $T \ll M_X \sim 10^{14}$  ГэВ высокотемпературные поправки к  $V(\varphi)$  при  $\varphi \sim \varphi_0$  исчезают. Однако массы всех частиц в теории Коулмена — Вайнберга стремятся к нулю при  $\varphi \rightarrow 0$ . Поэтому в окрестности точки  $\varphi = 0$  формула (8.2.1) для  $V(\varphi, T)$  остается справедливой и при  $T \ll 10^{14}$  ГэВ. Это означает, что при всех значениях температуры точка  $\varphi = 0$  остается локальным минимумом потенциала  $V(\varphi, T)$ , несмотря на то, что минимум в точке  $\varphi \approx \varphi_0$  при  $T \ll M_X$  гораздо глубже (рис. 34). Фазовый переход из локального минимума  $\varphi = 0$  в глобальный минимум  $\varphi = \varphi_0$  в расширяющейся Вселенной происходит тогда, когда характерное время, нужное для рождения пузырьков новой фазы  $\varphi \neq 0$ , становится меньше времени существования Вселенной  $t$ . Изучение этого вопроса привело многих авторов к выводу, что фазовый переход в теории Коулмена — Вайнберга сильно затянут и происходит, лишь когда температура во

Вселенной уменьшается примерно до  $T_c \sim 10^6$  ГэВ. (Это утверждение не вполне точно, но мы для простоты предположим на некоторое время, что оно правильно, и вернемся к его обсуждению в § 8.3.) Ясно, однако, что при столь малой температуре барьер, отделяющий минимум  $\varphi = 0$  от минимума  $\varphi = \varphi_0$ , будет находиться при  $\varphi \ll \varphi_0$  (рис. 34) и процесс образования пузырьков будет определяться не величиной  $\varphi_0$ , а лишь формой  $V(\varphi, T)$  вблизи  $\varphi = 0$ . В результате этого поле  $\varphi$  внутри образующихся пузырьков новой фазы в первый момент оказывается очень малым:

$$\varphi \lesssim 3\varphi_1 \approx \frac{12\pi T_c}{g \sqrt{5 \ln(M_X/T_c)}} \ll \varphi_0, \quad (8.2.2)$$

где точка  $\varphi_1$  определяется условием  $V(0, T) = V(\varphi_1, T)$ , см. рис. 26. Кривизна эффективного потенциала при таком значении поля оказывается относительно малой:

$$|m^2| = |d^2V/d\varphi^2| \lesssim 75g^2T_c^2 \sim 25T_c^2. \quad (8.2.3)$$

Ясно, что поле  $\varphi$  внутри пузырька будет увеличиваться до своего равновесного значения  $\varphi \sim \varphi_0$  в течение времени  $\Delta t \gtrsim |m^{-1}| \sim \sim 0,2 T_c^{-1}$ . Большую часть этого времени поле  $\varphi$  остается много меньше чем  $\varphi_0$ . Это означает, что по крайней мере в течение времени порядка  $0,2T_c^{-1}$  энергия вакуума  $V(\varphi, T)$  почти точно равна  $V(0)$  и, следовательно, часть Вселенной внутри пузырька продолжает расширяться экспоненциально, так же как и до начала фазового перехода. В этом и состоит основное отличие нового сценария раздувающейся Вселенной от сценария Гуса, в котором предполагалось, что экспоненциальное расширение кончается в момент образования пузырьков.

Постоянная Хаббла при  $\varphi \ll \varphi_0$ ,  $M_X \sim 5 \cdot 10^{14}$  ГэВ равна

$$H = \sqrt{\frac{8\pi}{3M_p^2} V(0)} = \frac{M_X}{2M_p} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \approx 10^{10} \text{ ГэВ}. \quad (8.2.4)$$

За время  $\Delta t \approx 0,2T_c^{-1}$  Вселенная расширяется в  $e^{H\Delta t}$  раз, где

$$e^{H\Delta t} \sim e^{0,2HT_c^{-1}} \sim e^{2000} \sim 10^{800}. \quad (8.2.5)$$

Характерный размер пузырька в момент его образования по порядку величины равен  $T_c^{-1} \sim 10^{-20}$  см. После расширения его размер становится  $\sim 10^{800}$  см, что гораздо больше размеров наблюдаемой части Вселенной  $l \sim 10^{28}$  см. Таким образом, вся наблю-

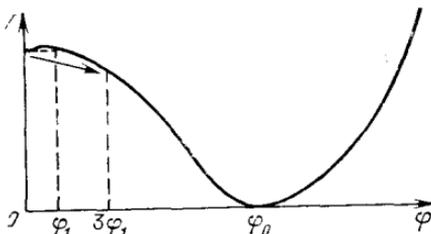


Рис. 34. Эффективный потенциал в теории Коулмена—Вайнберга при ненулевой температуре. Туннелирование идет с образованием пузырьков поля  $\varphi \lesssim 3\varphi_1$ , где  $V(\varphi_1, T) = V(0, T)$

даемая часть Вселенной в рамках этого сценария должна находиться *внутри одного пузырька*. Поэтому, мы не видим никаких неоднородностей, возникающих за счет соударений стенок пузырьков.

Во время распада скалярных и векторных мезонов в процессе разогрева Вселенной генерируется барионная асимметрия Вселенной [36—38]. Из-за сильной неравновесности процессов в эту эпоху генерация барионной асимметрии в данном случае может идти гораздо более эффективно, чем в стандартном сценарии расширяющейся горячей Вселенной [123].

Как и в сценарии Гуса, экспоненциальное расширение более чем в  $e^{70}$  раз (8.2.5) позволяет решить проблемы горизонта и плоскостности Вселенной. Но, кроме этого, открывается возможность объяснить также крупномасштабную однородность и изотропию Вселенной (см. гл. 7).

Поскольку размеры пузырьков превышают размеры наблюдаемой части Вселенной, а монополи и доменные стенки рождаются только вблизи стенок пузырьков, то в наблюдаемой части Вселенной не должно быть ни одного монополя и ни одной доменной стенки, что снимает соответствующие проблемы, обсуждавшиеся в § 1.5.

Заметим, что крутизна эффективного потенциала (8.2.1) быстро растет с увеличением поля  $\phi$ . Поэтому стадия медленного увеличения поля  $\phi$ , сопровождающаяся экспоненциальным расширением Вселенной, сменяется стадией чрезвычайно быстрого падения поля  $\phi$  к равновесному значению  $\phi = \phi_0$  и осцилляций поля вблизи минимума эффективного потенциала. Частота осцилляций в рассматриваемой модели равна массе хиггсовского поля  $\phi$  при  $\phi = \phi_0$ :  $m = \sqrt{V''(\phi_0)} \sim 10^{14}$  ГэВ. Видно, что характерный период колебаний  $\sim m^{-1}$  на много порядков меньше характерного времени расширения Вселенной  $H^{-1}$ . Поэтому при изучении осцилляций поля  $\phi$  вблизи точки  $\phi_0$  расширением Вселенной можно пренебречь. Это означает, что вся потенциальная энергия  $V(0)$  на рассматриваемой стадии переходит в энергию осцилляций. Осциллирующее классическое поле  $\phi$  рождает хиггсовские бозоны и векторные бозоны, которые быстро распадаются. В конечном итоге вся энергия осциллирующего поля  $\phi$  переходит в энергию релятивистских частиц, и Вселенная разогревается до температуры  $T_R \sim V^{1/4}(0) \sim 10^{14}$  ГэВ [123, 124]. Таким образом, механизм разогрева Вселенной в новом сценарии сильно отличается от соответствующего механизма в сценарии Гуса.

Как видно, основная идея нового сценария раздувающейся Вселенной довольно проста: нужно, чтобы процесс нарушения симметрии за счет роста поля  $\phi$  шел сначала достаточно медленно, чтобы Вселенная за это время успела сильно раздуться, а на более поздних стадиях процесса скорость роста и частота осцилляций поля  $\phi$  вблизи минимума  $V(\phi)$  должны быть достаточно велики, чтобы обеспечить эффективный разогрев Вселенной после фазового перехода. Эта идея была использована как в уточненной

версии нового сценария, к обсуждению которой мы сейчас переходим, так и во всех последующих вариантах сценария раздувающейся Вселенной.

### § 8.3. Уточнение нового сценария раздувающейся Вселенной

Изложение нового сценария раздувающейся Вселенной в предыдущей главе было сильно упрощенным. Основное упрощение состояло в том, что мы не учли влияния экспоненциального расширения Вселенной на кинетику фазового перехода. При  $T \gg \gg H \sim 10^{10}$  ГэВ такое упрощение вполне допустимо. Однако, согласно сказанному в § 8.2, фазовый переход может начаться лишь при  $T_c \ll H$ . В этом случае высокотемпературные эффекты не оказывают практически никакого влияния на кинетику фазового перехода. Действительно, характерное время, за которое могло бы произойти образование пузырьков при температуре  $T_c$ , заведомо должно превышать  $m^{-1}$  ( $\varphi = 0$ ,  $T = T_c$ )  $\sim (gT_c)^{-1} \gg \gg H^{-1}$ . Но за это время Вселенная успела бы расшириться примерно в  $e^{H/gT_c}$  раз и температура упала бы от  $T = T_c$  практически до нуля. Таким образом, роль высокотемпературных эффектов сводится к тому, чтобы посадить поле  $\varphi$  в точку  $\varphi = 0$ , а при описании образования пузырьков поля  $\varphi$  и процесса скатывания  $\varphi$  к  $\varphi_0$  можно считать, что процесс происходит при нулевой температуре. При этом необходимо учитывать эффекты, связанные с быстрым расширением Вселенной.

Соответствующее уточнение сценария состояло из нескольких частей.

1. При изучении эволюции поля  $\varphi$  в раздувающейся Вселенной необходимо учитывать, что уравнение движения для этого поля модифицируется и приобретает вид

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - \frac{1}{a^2} \Delta\varphi = - \frac{dV}{d\varphi}. \quad (8.3.1)$$

Если эффективный потенциал не слишком крутой, то поле  $\varphi$  меняется медленно и членом  $\ddot{\varphi}$  в (8.3.1) можно пренебречь, так что однородное поле  $\varphi$  удовлетворяет уравнению

$$\dot{\varphi} = - \frac{1}{3H} \frac{dV}{d\varphi}. \quad (8.3.2)$$

Из (8.3.2), в частности, следует, что в теории с  $V = V(0) + (m^2/2) \varphi^2$  при  $H = \text{const} \gg m$

$$\varphi \sim \varphi_0 \exp\left(-\frac{m^2}{3H} t\right), \quad (8.3.3)$$

а в теории с  $V = V(0) - (m^2/2) \varphi^2$

$$\varphi \sim \varphi_0 \exp\left(+\frac{m^2}{3H} t\right). \quad (8.3.4)$$

Это значит, что кривизна эффективного потенциала при  $\varphi = \infty$  не должна непременно равняться нулю. Для решения проблемы плоскостности и горизонта достаточно, чтобы поле  $\varphi$  (а вместе с ним и величина  $V(\varphi)$ ) медленно менялось в течение времени  $\Delta t \gtrsim 70H^{-1}$ . Это условие в совокупности с (8.2.4) приводит к ограничению

$$|m^2| \lesssim H^2/20. \quad (8.3.5)$$

Исследуем теперь процесс эволюции классического поля в теории

$$V(\varphi) = V(0) - (\lambda/4)\varphi^4. \quad (8.3.6)$$

Из (8.3.2) в этом случае следует, что

$$\frac{1}{\varphi_0^2} - \frac{1}{\varphi^2} = \frac{2\lambda}{3H}(t - t_0), \quad (8.3.7)$$

где  $\varphi_0$  — начальное значение поля  $\varphi$ . Это означает, что поле становится бесконечно большим за конечное время

$$t - t_0 = 3H/2\lambda\varphi_0^2. \quad (8.3.8)$$

Если  $\lambda\varphi_0^2 \ll H^2$ , то  $t - t_0 \gg H^{-1}$ , и основную часть этого промежутка времени поле  $\varphi$  проводит в режиме медленного скатывания. Лишь в конце интервала (8.3.8), за время  $\Delta t \sim H^{-1}$  поле быстро скатывается к  $\varphi \rightarrow \infty$ . Поэтому при  $\lambda\varphi_0^2 \ll H^2$  длительность инфляционной стадии в теории (8.3.6) при скатывании поля  $\varphi$  из точки  $\varphi = \varphi_0$  равна  $3H/2\lambda\varphi_0^2$  (8.3.8) (с точностью до  $\Delta t \sim H^{-1}$ ). Этот вывод вскоре окажется для нас полезным.

2. В мире де Ситтера возникают поправки к выражению (8.2.1) для  $V(\varphi)$ . Если, как и раньше, ограничиться вкладом в  $V(\varphi)$  от тяжелых векторных частиц (см. гл. 2), то  $V(\varphi)$  при малых  $\varphi$  ( $e\varphi \ll H$ ) приобретает следующий вид [264, 265]:

$$V(\varphi, R) = \frac{\mu_1^2}{2}R + \frac{e^2R}{64\pi^2}\varphi^2 \ln \frac{R}{\mu_2^2} + \frac{3e^4\varphi^4}{64\pi^2} \ln \frac{R}{\mu_3^2} + V(0, R), \quad (8.3.9)$$

где  $R = 12H^2$  — скаляр кривизны;  $\mu_i$  — нормировочные коэффициенты размерности массы, значения которых определяются нормировочными условиями, наложенными на  $V(\varphi, R)$ . Соответствующие поправки к самой величине  $V(\varphi)$  при  $V(\varphi) \ll M_p^4$  весьма малы, однако они, вообще говоря, приводят к возникновению поправок к величине  $m^2 = \left. \frac{d^2V}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0}$  порядка  $O(e^2H^2)$ , которые могут нарушить выполнение условия (8.3.5). К счастью, существует такой выбор нормировочных условий (т. е. доопределения теории Коулмена — Вайнберга в искривленном пространстве), при котором этого не происходит и величина  $m^2$  остается равной нулю. Не будем останавливаться на этом вопросе, отсылая читателя к работе [265], в которой обсуждается перенормировка  $V(\varphi, R)$  для теории Коулмена — Вайнберга в мире де Ситтера.

3. Наиболее важное уточнение сценария касается первой стадии роста поля  $\varphi$ . Как уже было сказано, спустя время  $\tau \sim O(H^{-1})$  после того, как температура Вселенной уменьшится до  $T \sim H$ , значение температуры и эффективная масса поля  $\varphi$  в точке  $\varphi = 0$  становятся экспоненциально малыми. В это время эффективный потенциал  $V(\varphi)$  (8.2.1) в интересующей нас окрестности точки  $\varphi = 0$  (при  $H \lesssim \varphi \lesssim H/\sqrt{\lambda}$ ) можно аппроксимировать выражением (8.3.6), где

$$\lambda \approx \frac{25g^4}{32\pi^2} \left( \ln \frac{H}{\varphi_0} - \frac{1}{4} \right), \quad V(0) = \frac{9M_X^4}{32\pi^2}. \quad (8.3.10)$$

Согласно формуле (8.3.8), классическое движение поля  $\varphi$  из точки  $\varphi_0 = 0$  длилось бы бесконечно долго. Однако, как отмечалось в § 7.3, квантовые флуктуации поля  $\varphi$  в раздувающейся Вселенной порождают длинноволновые возмущения поля  $\varphi$ , которые в масштабе  $l \sim H^{-1}$  выглядят как однородное классическое поле. Среднеквадратичное значение этого поля (при усреднении по большому числу независимых областей размером  $l \gtrsim H^{-1}$ ), согласно (7.3.12), равно

$$\varphi \sim (H/2\pi) \sqrt{H(t-t_0)}. \quad (8.3.11)$$

В нашем случае  $t_0$  — это время, когда эффективный квадрат массы поля  $\varphi$  при  $\varphi = 0$  становится много меньше  $H^2$ . Длинноволновые возмущения поля  $\varphi$  и играют роль начального ненулевого поля  $\varphi$  в уравнении (8.3.7). Здесь, правда, следует сделать важную оговорку. В разных областях Вселенной флуктуирующее поле  $\varphi$  принимает различные значения; в частности, всегда остаются области Вселенной, в которых поле  $\varphi$  вовсе не уменьшается, что приводит к возникновению режима самовосстановления раздувающейся Вселенной [266, 267, 204], аналогично тому, что имеет место в сценарии хаотического раздувания [57, 132, 133], см. § 1.8. Ниже мы будем говорить об усредненном поведении флуктуирующего поля  $\varphi$  (8.3.11).

На первой стадии процесса флуктуативный (диффузионный) рост поля  $\varphi$  идет быстрее классического скатывания:

$$\dot{\varphi}_\Phi \sim \frac{H^2}{4\pi \sqrt{H(t-t_0)}} \gg \dot{\varphi}_c = \frac{\lambda\varphi^3}{3H} \sim \frac{\lambda H^2 [H(t-t_0)]^{3/2}}{6\pi \sqrt{2\pi}}. \quad (8.3.12)$$

Эта стадия продолжается в течение времени

$$\Delta t = t - t_0 \sim \frac{\sqrt{2}}{H\sqrt{\lambda}}, \quad (8.3.13)$$

за которое среднее поле  $\varphi$  (8.3.11) вырастает до величины

$$\varphi_c \sim \frac{H}{2\pi} \left( \frac{2}{\lambda} \right)^{1/4}. \quad (8.3.14)$$

Дальнейшая эволюция поля  $\varphi$  с хорошей точностью описывается уравнением (8.3.7), где вместо  $t_0$  нужно подставить  $t_0 + \Delta t$ . Пол-

ная длительность скатывания из точки  $\varphi_0$  равна

$$t - (t_0 + \Delta t) = \frac{3H}{2\lambda\varphi_c^2} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{\sqrt{\lambda}H}, \quad (8.3.15)$$

а полная длительность раздувания имеет порядок

$$t - t_0 \sim \frac{4\sqrt{2}\pi}{\sqrt{\lambda}H}. \quad (8.3.16)$$

Размер Вселенной за это время вырастает примерно в

$$\exp[H(t - t_0)] \sim \exp\frac{4\sqrt{2}\pi}{\sqrt{\lambda}} \quad (8.3.17)$$

раз. Условие  $H(t - t_0) \gtrsim 70$  приводит к ограничению [265, 128, 134, 135]

$$\lambda \lesssim 1/20, \quad (8.3.18)$$

которое, в принципе, может выполняться и в  $SU(5)$ -теории Коулмена — Вайнберга.

Приведенные выше рассуждения с небольшими модификациями можно распространить и на теории, в которых  $m^2 \equiv V''(0) < 0$ ,  $|m^2| \ll H^2$ , и на теории, в которых эффективный потенциал имеет неглубокий локальный минимум при  $\varphi = 0$ , т. е.  $0 < m^2 \ll H^2$ .

В первом случае описание процесса скатывания поля из точки  $\varphi = 0$  аналогично приведенному выше. Во втором случае диффузия поля  $\varphi$  выглядит как туннелирование, теория которого обсуждалась в предыдущей главе.

Как видно, детали поведения скалярного поля  $\varphi$  при фазовом переходе из точки  $\varphi = 0$  в минимум  $V(\varphi)$  при  $\varphi = \varphi_0$  отличаются от того, что было описано в предыдущем параграфе. Тем не менее большая часть качественных выводов, касающихся наличия режима раздувания в теории Коулмена — Вайнберга, остается в силе.

К сожалению, однако, первоначальный вариант нового сценария раздувающейся Вселенной, основанный на теории (8.2.1), не вполне реалистичен. Дело в том, что флуктуации скалярного поля  $\varphi$ , генерируемые на инфляционной стадии, приводят к значительным неоднородностям плотности по окончании раздувания. Действительно, согласно (7.5.22), после инфляции, разогрева и последующего остывания Вселенной в ней образуются неоднородности плотности

$$\frac{\delta\rho(\varphi)}{\rho} = \frac{48}{5} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{V^{3/2}(\varphi)}{M_p^3 V'(\varphi)}, \quad (8.3.19)$$

где  $\varphi$  — значение поля, при котором соответствующие флуктуации  $\delta\varphi$  имели длину волны  $l \sim k^{-1} \sim H^{-1}$ . В новом сценарии раздувающейся Вселенной  $V(\varphi) \approx V(0)$  во время раздувания. Оценим теперь современную длину волны возмущения, имевшего ра-

нее длину волны  $l \sim H^{-1}(\varphi)$ . Из (8.3.8) следует, что после того, как поле стало равным  $\varphi$ , Вселенная раздувается еще в  $\exp(3H^2/2\lambda\varphi^2)$  раз. Оценки, аналогичные проведенным в предыдущей главе, показывают, что после такого раздувания и последующего расширения при охлаждении Вселенной длина волны  $l \sim H^{-1}(\varphi)$  вырастает к настоящему времени примерно до

$$l \sim \exp(3H^2/2\lambda\varphi^2) \quad (8.3.20)$$

(в сантиметрах). Из (8.3.19), (8.3.20) получаем

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{9}{5\pi} \frac{H^3}{\lambda\varphi^3} \sim \frac{2\sqrt{6}}{5\pi} \sqrt{\lambda} \ln^{3/2} l \quad (8.3.21)$$

где  $l$  — в сантиметрах, так же, как в сценарии хаотического раздувания (7.5.29). В интересующем нас масштабе  $l_g \sim 10^{22}$  см

$$\delta\rho/\rho \sim 110 \sqrt{\lambda}. \quad (8.3.22)$$

Это означает, что  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$  при

$$\lambda \sim 10^{-14}, \quad (8.3.23)$$

как и в сценарии хаотического раздувания, см. (7.5.38). В первоначальном варианте нового сценария раздувающейся Вселенной соотношение (8.3.23) заведомо не выполнялось. Это сделало необходимым поиск других реалистических моделей, в которых можно было бы реализовать новый сценарий раздувающейся Вселенной. К обсуждению предложенных моделей мы сейчас и перейдем.

#### § 8.4. Реликтовое раздувание в $N=1$ супергравитации

Основная причина, помешавшая полностью реализовать новый сценарий раздувающейся Вселенной в  $SU(5)$ -теории Коулмена — Вайнберга, состояла в том, что скалярное поле взаимодействовало с векторными частицами и за счет этого взаимодействия приобретало эффективную константу связи  $\lambda \sim g^4 \gg 10^{-14}$ . Отсюда последовал вывод: поле  $\varphi$ , ответственное за раздувание Вселенной (инфлатон), должно чрезвычайно слабо взаимодействовать с самим собой и с другими полями. В том числе, оно не должно взаимодействовать с векторными полями, т. е. обязано быть синглетом по отношению к калибровочным преобразованиям в теориях великого объединения. Был сформулирован целый список требований, которому должна удовлетворять теория, для того чтобы в ней можно было реализовать новый сценарий [268]. В частности, эффективный потенциал  $V(\varphi)$  при малых  $\varphi$  должен быть чрезвычайно плоским (что следует из (8.3.5) и (8.3.23)), а вблизи своего минимума при  $\varphi = \varphi_0$  потенциал должен быть достаточно крутым, для того чтобы обеспечить эффективный разогрев Вселенной. После того как основные требования к теории были сформулированы, начался поиск реалистической теории элементарных частиц желаемого типа. Поскольку следующим этапом после построения теорий великого объединения было разви-

тие феноменологических теорий, основанных на  $N = 1$  супергравитации, появилось много работ, авторы которых пытались описать раздувание в рамках указанных теорий, см., например, [269—271].

Роль инфлатонного поля  $\phi$ , отвечающего за раздувание Вселенной, в  $N = 1$  супергравитации взяла на себя скалярная компонента  $z$  дополнительного синглетного кирального суперполя  $\Sigma$ . Согласно [272], лагранжиан этого поля в рассматриваемых теориях может быть представлен в виде

$$L = G_{zz^*} \partial_\mu z \partial^\mu z^* - V(z, z^*); \quad (8.4.1)$$

$$V(z, z^*) = e^G (G_z G_{zz^*}^{-1} G_{z^*} - 3), \quad (8.4.2)$$

где  $G$  — произвольная вещественнозначная функция  $z$  и  $z^*$ ;  $G_z$  — ее производная по  $z$ ;  $G_{zz^*}$  — производная по  $z$  и  $z^*$ . В простейших вариантах теории на функцию  $G$  накладывали условие  $G_{zz^*} = 1/2$ , с тем чтобы кинетический член в (8.4.1) имел стандартный (минимальный) вид  $\partial_\mu z \partial^\mu z^*$  (с точностью до множителя  $1/2$ ), а саму функцию  $G$  выбирали в виде

$$G(z, z^*) = zz^*/2 + \ln |g(z)|^2, \quad (8.4.3)$$

где  $g(z)$  — произвольная функция поля  $z$ , называемая суперпотенциалом; все размерные величины в (8.4.3) выражены в единицах  $M_p/\sqrt{8\pi}$ . Эффективный потенциал в этом случае дается выражением

$$V(z, z^*) = \exp \frac{zz^*}{2} \cdot \left( 2 \left| \frac{dg}{dz} + \frac{z^2}{2} g \right|^2 - 3 |g|^2 \right). \quad (8.4.4)$$

На функцию  $g$  накладывалось два условия:  $V(z_0) = 0$  и  $g(z_0) \ll \ll 1$ , где  $z_0$  — точка минимума  $V(z, z^*)$ . Первое условие означает обращение энергии вакуума в нуль в минимуме  $V(z, z^*)$ , второе условие нужно для того, чтобы масса гравитино  $m_{3/2}$ , пропорциональная  $g(z_0)$ , была много меньше других масс, возникающих в теории. Это требовалось для решения проблемы иерархии масс в рамках  $N = 1$  супергравитации [15].

Суперпотенциал  $g(z)$  можно представить как произведение  $\mu^3 f(z)$ , где  $\mu$  — некоторый параметр размерности массы. Таким образом, потенциал  $V(z, z^*)$ , а следовательно, и эффективные константы связи полей  $z$  и  $z^*$ , пропорциональны  $\mu^6$ . Поэтому выбор  $\mu \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ , казавшийся достаточно естественным, приводил к появлению чрезвычайно малых эффективных констант связи  $\lambda \sim 10^{-12} \div 10^{-18}$ , что как раз и требуется для получения желаемой амплитуды  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ , если в теории (8.4.4) осуществляется раздувание. Указанная разновидность нового сценария раздувающейся Вселенной была названа ее авторами сценарием реликтового, или первичного раздувания [270], поскольку ожидалось, что оно осуществляется на шкале энергий, существенно превосходящих характерную шкалу энергии в теориях великого объединения. В действительности оказалось, что соответствующие шкалы энергий практически совпадают.

При разработке сценария реликтового раздувания было сказано много интересных идей и проявлена значительная изобретательность. В то же время около половины соответствующих работ по существу были посвящены исправлению ошибок, содержащихся в другой половине, и, несмотря на многочисленные усилия, окончательного успеха в реализации сценария реликтового раздувания добиться не удалось. Основная причина этого состоит в том, что частицы поля  $z$ , взаимодействуя друг с другом и с остальными полями чрезвычайно слабо (либо гравитационно, либо с константой связи порядка  $\mu^6 \sim 10^{-14}$ ), в ранней Вселенной не находились в состоянии термодинамического равновесия. Более того, даже если бы они находились в термодинамическом равновесии, соответствующие поправки к  $V(z, z^*)$  типа  $\lambda z z^* T^2$  настолько малы, что они никак не успевают изменить начальное значение поля  $z$ , т. е. не могут поднять поле  $z$  на максимум потенциала  $V(z, z^*)$ , что требуется для возникновения режима раздувания в этом сценарии [115, 116]. (Мы остановимся на этом более подробно в § 8.5.) В то же время, как будет показано в гл. 9, сценарий хаотического раздувания в  $N = 1$  супергравитации можно реализовать полностью [273, 274].

### § 8.5. Модель Шафи—Виленкина

Ближе всего к последовательной реализации нового сценария раздувающейся Вселенной подошли Шафи и Виленкин [275] (см. также [276]). Они вернулись к рассмотрению  $SU(5)$ -симметричной теории Коулмена — Вайнберга, но при этом нарушение симметрии за счет механизма Коулмена — Вайнберга возникало не у поля  $\Phi$ , взаимодействующего с векторными бозонами с калибровочной константой связи  $g$ , а у нового, специально введенного поля  $\chi$ , являющегося  $SU(5)$ -синглетом, очень слабо взаимодействующим со сверхтяжелым хиггсовским полем  $\Phi$  и с пятиплетом хиггсовских бозонов  $H_5$ . Эффективный потенциал в этой модели равен

$$V = \frac{1}{4} a \text{Sp}(\Phi^2)^2 + \frac{1}{2} b \text{Sp} \Phi^4 - \alpha (H_5^+ H_5) \text{Sp} \Phi^2 + \frac{\gamma}{4} (H_5^+ H_5)^2 - \\ - \beta H_5^+ \Phi^2 H_5 + \frac{\lambda_1}{4} \chi^4 - \frac{\lambda_2}{2} \chi^2 \text{Sp} \Phi^2 + \\ + \frac{\lambda_3}{2} \chi^2 H_5^+ H_5 + A \chi^4 \left( \ln \frac{\chi^2}{\chi_0^2} + c \right) + V(0), \quad (8.5.1)$$

где  $a, b, \alpha, \gamma \sim g^2$ ;  $c$  — некоторая нормировочная константа;  $0 < \lambda_i \ll g^2$ ,  $\lambda_1 \ll \lambda_2^2, \lambda_3^2$ , а величина  $A$  определяется радиационными поправками, связанными с взаимодействием поля  $\chi$  с полями  $\Phi, H_5$  и (опосредованно) с векторными мезонами  $X$  и  $Y$ .

Вычисление  $A$  в данном случае не вполне тривиально и требует пояснений (в [275] величина  $A$  вычислена не вполне правильно). При появлении ненулевого классического поля  $\chi$  происходит спонтанное нарушение симметрии в теории  $SU(5)$  за счет нали-

ция члена  $-\frac{1}{2}\lambda_2\chi^2 \text{Sp } \Phi^2$  в (8.5.1). Симметрия нарушается до  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  вследствие возникновения поля  $\Phi = \sqrt{2/15}\varphi \text{diag}(1, 1, 1, -3/2, -3/2)$  (1.1.19), где

$$\varphi^2 = (2\lambda_2/\lambda_c) \chi^2, \quad (8.5.2)$$

$\lambda_c = a + (7b/15)$ . При этом время, за которое поле  $\varphi$  вырастает до значения (8.5.2), имеет порядок  $\tau \sim (\sqrt{\lambda_2}\chi)^{-1}$ , что гораздо меньше характерного времени изменения поля  $\chi$  во время раздувания (см. ниже). Таким образом, поле  $\varphi$  постоянно «отслеживает» поле  $\chi$ . Следовательно, изменение  $\chi$  меняет массы не только тех частиц, с которыми это поле взаимодействует непосредственно ( $\Phi$  и  $H_5$ ), но и тех частиц, которые взаимодействуют с полем  $\varphi$ , в частности векторных мезонов  $X$  и  $Y$ . Особенно интересно ведут себя при этом массы пятиплета бозонов  $H_5$ . Две первые компоненты пятиплета играют роль дублета хиггсовских полей при нарушении симметрии  $SU(2) \times U(1)$ . Они должны быть очень легкие,  $m_2 \sim 10^2 \text{ ГэВ} \ll m_3, M_X, M_Y, \dots$ . Поэтому в низшем приближении можно положить  $m_2 = 0$  в минимуме  $V(\varphi, \chi)$ .

Общее выражение для масс дублета  $m_2$  и триплета полей  $H$  следует из (8.5.1):

$$m_2^2 = \lambda_3\chi^2 - (\alpha + 0,3\beta)\varphi^2; \quad (8.5.3)$$

$$m_3^2 = m_2^2 + (\beta/6)\varphi^2. \quad (8.5.4)$$

С учетом (8.5.2) получаем

$$\lambda_3 = (2\lambda_2/\lambda_c)(\alpha + 0,3\beta). \quad (8.5.5)$$

При этом не только в минимуме  $V(\varphi, \chi)$ , но и вдоль всей траектории изменения поля  $\chi$

$$m_2^2 = 0, \quad m_3^2 = (\beta/6)\varphi^2. \quad (8.5.6)$$

С учетом (8.5.6), вычисление радиационных поправок к  $V(\varphi, \chi)$  вблизи траектории медленного скатывания поля  $\chi$  при  $\lambda_i, \beta \ll g^2$  окончательно дает [277]

$$A = \frac{\lambda_2^2}{16\pi^2} \left( 1 + \frac{25g^4}{16\lambda_c^2} + \frac{14b^2}{9\lambda_c^2} \right). \quad (8.5.7)$$

Если положить для простоты  $a \sim b \sim g^2$ , то получим следующую оценку:

$$A \approx 1,5 \cdot 10^{-2} \lambda_2^2. \quad (8.5.8)$$

Эффективный потенциал  $V(\varphi, \chi)$  в теории (8.5.1) выглядит следующим образом:

$$V = \frac{\lambda_c}{16}\varphi^4 - \frac{\lambda_2}{4}\varphi^2\chi^2 + \frac{\lambda_1}{4}\chi^4 + A\chi^4 \left( \ln \frac{\chi}{M} + c \right) + V(0), \quad (8.5.9)$$

где  $M$  и  $c$  — некоторые нормировочные параметры. Для определения величин  $M$ ,  $c$  и  $V(0)$  воспользуемся соотношением (8.5.2):

$$V = -\frac{\lambda_2^2}{4\lambda_c} \chi^4 + A\chi^4 \left( \ln \frac{\chi}{M} + c \right) + V(0). \quad (8.5.10)$$

После надлежащего выбора нормировочной константы  $c$  эффективный потенциал (8.5.10) можно представить в следующем стандартном виде:

$$V(\chi) = A\chi^4 \left( \ln \frac{\chi}{\chi_0} - \frac{1}{4} \right) + \frac{A\chi_0^4}{4}, \quad (8.5.11)$$

где  $\chi_0$  — минимум  $V(\chi)$ . Учтем теперь, что соответствующий минимум по полю  $\varphi$  расположен при  $\varphi_0 = \sqrt{2\lambda_2/\lambda_c} \chi_0$  (8.5.2), а масса  $X$ -бозона равна  $M_X = \sqrt{5/3} g\varphi_0/2 \sim 10^{14}$  ГэВ. Отсюда  $\chi_0 \sim (M_X/g) \sqrt{6\lambda_c/5\lambda_2}$  и  $V(0) = (A/4) \chi_0^4 \approx M_X^4$ .

При высокой температуре к эффективному потенциалу (8.5.11) имеется поправка

$$\Delta V(\chi, T) = \left( \frac{5}{12} \lambda_3 - \lambda_2 \right) T^2 \chi^2, \quad (8.5.12)$$

которая при  $\lambda_3 > 12\lambda_2/5$  могла бы приводить к восстановлению симметрии,  $\chi \rightarrow 0$  (см., однако, следующий параграф). При уменьшении температуры начинается процесс раздувания, который выглядит примерно так же, как и процесс, описанный в § 8.3.

Для определения числового значения параметра  $A$  нужно сначала выяснить, при каком значении  $\ln(\chi_0/\chi)$  идет формирование наблюдаемой структуры Вселенной. Это происходит, когда до конца раздувания остается время  $t \sim 60H^{-1}$ . Согласно (8.2.15), значение поля  $\chi$  в это время определяется соотношением

$$\chi^2 \sim H^2/40\lambda(\chi), \quad (8.5.13)$$

где эффективная константа связи  $\lambda(\chi)$  при  $\ln(\chi_0/\chi) \gg 1$  равна

$$\lambda(\chi) \approx 4A \ln(\chi_0/\chi) \sim 10^{-14} \quad (8.5.14)$$

(см. (8.3.23)), а хаббловская постоянная

$$H = \sqrt{\frac{8\pi V(0)}{3M_p^2}} \approx 3 \frac{M_X^2}{M_p} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ ГэВ}, \quad (8.5.14')$$

откуда

$$\chi \approx 5 \cdot 10^{15} \text{ ГэВ}. \quad (8.5.15)$$

Величина  $\ln(\chi_0/\chi)$  при этом оказывается порядка 3 (см. ниже). Тогда из (8.5.8), (8.5.14), (8.5.14') получаем

$$\lambda_2 \approx 3 \cdot 10^{-6}; \quad (8.5.16)$$

$$\chi_0 \approx \frac{M_X}{g} \sqrt{\frac{6\lambda_c}{5\lambda_2}} \approx 10^{17} \text{ ГэВ}. \quad (8.5.17)$$

Величина  $\lambda_3$ , согласно (8.5.11), должна быть больше, чем  $(12/5)\lambda_2$ . Однако константа  $\lambda_3$  не может быть много больше, чем  $\lambda_2$ , так как в этом случае, при высокой температуре, как можно показать, величина  $\varphi$  не обращается в нуль [275]. Поэтому, следуя [275], будем полагать, что  $\lambda_3 \sim 3 \cdot 10^{-6}$ , как и  $\lambda_2$ .

Согласно (8.3.17), типичная степень раздувания в данной модели имеет порядок

$$\exp\left(\frac{4\sqrt{2}\pi}{\sqrt{\lambda}(\chi)}\right) \sim 10^{10^8}, \quad (8.5.18)$$

что более чем достаточно.

К сожалению, в этой модели не очень эффективно идет процесс разогрева и образования барионной асимметрии Вселенной после раздувания. Действительно, после раздувания поле  $\chi$  колеблется вблизи минимума  $V(\chi)$  при  $\chi = \chi_0$  с очень маленькой частотой  $\omega = m_\chi$ , где

$$m_\chi = 2\sqrt{A}\chi_0 \sim 10^{11} \text{ ГэВ}. \quad (8.5.19)$$

Основной модой распада поля  $\chi$  является распад  $\chi\chi \rightarrow H_3^+ H_3$ , где  $H_3$  — триплет тяжелых хиггсовских бозонов. Последующий распад бозонов  $H_3$  ведет к генерации барионной асимметрии Вселенной. Соответствующая часть эффективного лагранжиана, отвечающего за распад поля  $\chi$ , имеет вид  $(\beta\lambda_2/6\lambda_c)\chi^2 H_3^+ H_3$ . Однако такой процесс возможен, лишь если  $m_3 < m_\chi \sim 10^{11}$  ГэВ, а при такой массе  $H_3$  время жизни протона было бы недопустимо малым, что делает всю схему нереалистической.

Отвлечемся на минуту от этой проблемы, так как в любом случае рассматриваемая  $SU(5)$ -модель нуждается в модификации, поскольку вероятность распада протона в ней велика даже при  $m_3 \gg m_\chi$ . Для того чтобы распад  $\chi\chi \rightarrow H_3^+ H_3$  осуществлялся, возьмем  $m_\chi \sim m_{H_3}$ , т. е.  $\beta \sim 10^{-6}$ . В этом случае

$$\Gamma(\chi\chi \rightarrow H_3^+ H_3) \sim \frac{(10^{-11}\chi)^2}{m_\chi} O(10^{-2}) \sim 10^{-2} \text{ ГэВ}, \quad (8.5.20)$$

откуда, согласно (7.9.9),

$$T_R \sim 10^{-1} \sqrt{\Gamma M_p} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ ГэВ}. \quad (8.5.21)$$

Процесс образования барионной асимметрии при этом идет, так как бозоны  $H_3$  рождаются и распадаются, но каждый бозон  $H_3$  после своего распада порождает  $O(m_3/T_R) \approx 3 \cdot 10^3$  фотонов с энергией  $E \sim T$ . Это приводит к подавлению рождающейся барионной асимметрии в  $3 \cdot 10^3$  раз. Для того чтобы избежать этой трудности, нужно либо привлекать альтернативные механизмы рождения барионов (см. гл. 7), либо что-то менять в модели Шафи — Виленкина. Мы вернемся к этому вопросу в следующей главе, а сейчас постараемся проанализировать основные результаты, полученные выше, и оценить перспективы дальнейшего развития нового сценария раздувающейся Вселенной.

## § 8.6. Новый сценарий раздувающейся Вселенной: проблемы и перспективы

Постараемся выявить некоторые общие черты различных вариантов нового сценария раздувающейся Вселенной. Как было видно, основные проблемы этого сценария связаны с необходимостью получить малые неоднородности плотности в наблюдаемой части Вселенной после раздувания. Исследуем этот вопрос более подробно.

1. Как говорилось в § 7.5, из условия  $A \lesssim 10^{-4}$ , вытекает ограничение на величину  $V(\varphi)$  в новом сценарии раздувающейся Вселенной:

$$V(\varphi) \lesssim 10^{-13} M_p^4. \quad (8.6.1)$$

Это означает, что в любом варианте данного сценария, включая сценарий реликтового, или первичного, раздувания в супергравитации, процесс раздувания может начаться лишь в момент времени  $t \gtrsim H^{-1} \sim \sqrt{3M_p^2/8\pi V} \sim 10^{-37}$  с, т. е. на шесть порядков позже планковского времени  $t_p \sim M_p^{-1} \sim 10^{-43}$  с. Если теперь учесть что типичное полное время жизни горячей замкнутой Вселенной имеет порядок  $t \sim t_p$  (см. § 1.5), то станет ясно, что в подавляющем большинстве случаев замкнутая Вселенная просто не доживает до начала стадии раздувания, т. е. проблема плоскостности для замкнутой Вселенной не решается. Таким образом, новый сценарий раздувающейся Вселенной может реализоваться только в топологически нетривиальной или в некомпактной (бесконечной) Вселенной, в тех ее частях, которые не сколлапсируют и будут иметь достаточно большой размер ( $l \gtrsim 10^6 M_p^{-1}$ ) к моменту, когда плотность вещества в этих частях станет меньше чем  $V(\varphi) \sim 10^{-13} M_p^4$ .

2. Из результатов, полученных в предыдущих параграфах, следует, что новый сценарий раздувающейся Вселенной можно реализовать только в теориях с весьма специфическим видом эффективного потенциала  $V(\varphi)$ , в которых должны выполняться довольно неестественные соотношения между константами связи. Построение таких теорий требует большой изобретательности. В результате этого первоначальная простота идеи о раздувании Вселенной постепенно начинает теряться среди многочисленных условий и оговорок, необходимых для ее реализации.

3. Основная трудность нового сценария раздувающейся Вселенной связана с вопросом о том, как поле  $\varphi$  попадает в максимум эффективного потенциала  $V(\varphi)$  при  $\varphi = 0$ . Этот вопрос встал особенно остро после того, как стало понятно, что поле  $\varphi$  должно чрезвычайно слабо взаимодействовать с другими полями.

Для того чтобы разобраться в сути проблемы, рассмотрим область горячей Вселенной, в которой поле  $\varphi$  имело начальное значение  $\varphi \sim \varphi_0$ . Пусть высокотемпературные поправки приводят к появлению добавки к  $V(\varphi)$  вида

$$\Delta V \sim (\alpha^2/2) \varphi^2 T^2. \quad (8.6.2)$$

Время жизни горячей Вселенной равно  $1/2H$ , см. (1.4.6):

$$t = \frac{1}{2H} = \frac{M_p}{2} \sqrt{\frac{3}{8\pi\rho}} < \frac{M_p}{2} \sqrt{\frac{3}{8\pi\Delta V}} \sim \frac{M_p}{4\alpha\phi T}. \quad (8.6.3)$$

За это время высокотемпературные поправки (8.6.2) могут изменить начальное значение  $\phi = \phi_0$ , лишь если характерное время  $\tau = \Delta m^{-1}(T) \sim (\alpha T)^{-1}$  меньше чем полное время существования Вселенной; отсюда получаем условие

$$\phi_0 \lesssim M_p/3. \quad (8.6.4)$$

Итак, высокотемпературные эффекты могут оказать какое-то воздействие на начальное значение поля  $\phi$ , только если это поле меньше чем  $M_p/3$ . Между тем в теориях с  $V(\phi) \sim \phi^n$  нет никаких ограничений на начальное значение поля  $\phi$ , кроме ограничения  $V(\phi) \lesssim M_p^4$ . Например, в теории Шафи — Виленкина (как и в теории  $\lambda\phi^4/4$  с  $\lambda \sim 10^{-14}$ ) из ограничения  $V(\chi) \lesssim M_p^4$  следует, что поле  $\chi$  может изначально принимать любое значение в интервале

$$-10^4 M_p \lesssim \chi \lesssim 10^4 M_p, \quad (8.6.5)$$

и лишь менее  $10^{-4}$  этого интервала приходится на те значения  $\chi$ , в которых высокотемпературные поправки могут играть какую-то роль.

Далее, при  $\phi \lesssim M_p/2$  можно сделать другую оценку. В горячей Вселенной с  $N$  типами частиц

$$t \lesssim \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{45}{\pi N}} \frac{M_p}{T^2}, \quad (8.6.6)$$

см. (1.3.21). Из сравнения  $t$  (8.6.6) и  $\tau \sim (\alpha T)^{-1}$  следует, что высокотемпературные эффекты начинают менять значение поля  $\phi$  лишь при температуре

$$T \lesssim T_1 \sim \frac{\alpha M_p \sqrt{45}}{4\pi \sqrt{\pi N}} \sim \frac{\alpha M_p}{50}, \quad (8.6.7)$$

когда полная плотность энергии горячего вещества имеет порядок

$$\rho(T_1) \sim \frac{\pi^2}{30} N T_1^4 \lesssim \alpha^4 M_p^4 \sim \frac{3 \cdot 10^{-3} \alpha^4 M_p^4}{N^2} \sim 10^{-7} \alpha^4 M_p^4 \quad (8.6.8)$$

при  $N \approx 200$  (что имеет место в теориях великого объединения). Заметим, однако, что поле  $\phi$  может уменьшаться лишь до тех пор, пока величина  $\rho(T)$  не сравнится с  $V(0)$ , так как вскоре после этого температурные эффекты становятся экспоненциально малыми вследствие раздувания. Это приводит к ограничению

$$10^{-7} \alpha^4 M_p^4 > V(0). \quad (8.6.9)$$

В теории поля  $\phi$ , взаимодействующего только с самим собой с константой  $\lambda \sim 10^{-14}$ , и в моделях реликтового раздувания па-

параметр  $\alpha^2$  имеет порядок  $10^{-14}$  и условие (8.6.9) выглядит так:

$$V(0) \lesssim 10^{-35} M_p^4, \quad (8.6.10)$$

что трудно осуществить в реалистических моделях.

В модели Шафи — Виленкина ситуация несколько лучше. Величина  $\alpha^2$  в этой модели имеет порядок  $10^{-7}$ , и условие (8.6.9) в этой модели выполняется. Выясним, однако, могут ли высокотемпературные эффекты уменьшить поле  $\chi$  до величины порядка  $\chi \approx 5 \cdot 10^{15}$  ГэВ (8.5.15), что необходимо для увеличения Вселенной во время раздувания в  $e^{60}$  —  $e^{70}$  раз.

Для этого необходимо, чтобы поле  $\chi$  уменьшилось до  $\chi \approx 5 \times 10^{15}$  ГэВ к моменту, когда величина  $d\Delta V(\chi, T)/d\chi \approx \alpha^2 T^2 \chi$  становится меньше чем  $dV(\chi)/d\chi \sim 4A\chi^3 \ln(\chi_0/\chi)$ . Это происходит при температуре

$$T_2 \sim 10^{12} \text{ ГэВ}. \quad (8.6.11)$$

В промежутке, когда температура  $T$  уменьшается от  $T_1$  до  $T_2$ , поле  $\chi$  колеблется вблизи минимума потенциала  $\Delta V(\chi, T) \sim \sim \alpha^2 \chi^2 T^2/2$  с частотой  $m_\chi \sim \alpha T$ . Скорость рождения пар этим полем очень мала, см. (8.5.20), так что амплитуда его колебаний в ранней Вселенной убывает в основном за счет расширения Вселенной. Нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае ( $\Delta V(\chi, T) \sim \alpha^2 \chi^2 T^2/2$ ) амплитуда поля  $\chi$  убывает пропорционально температуре. При уменьшении температуры от  $T_1 \sim 10^{14}$  ГэВ до  $T_2 \sim 10^{12}$  ГэВ начальная амплитуда поля  $\chi$  убывает в  $10^2$  раз и становится меньше чем  $\chi \sim 5 \cdot 10^{15}$  ГэВ, лишь если изначально поле  $\chi$  было меньше чем  $5 \cdot 10^{17}$  ГэВ.

Итак, для того чтобы реализовать новый сценарий раздувающейся Вселенной в модели Шафи — Виленкина, необходимо, чтобы поле  $\chi$  изначально было в 20 раз меньше, чем  $M_p$ . Это условие представляется довольно неестественным.

Нужно понимать, что приведенные выше оценки модельно-зависимы. Существуют теории, в которых эффективный потенциал  $V(\phi)$  так быстро растет с увеличением поля  $\phi$ , что  $V(\phi)$  становится больше  $M_p^4$  при  $\phi \gtrsim M_p$ . В этом случае условие  $\phi_0 \lesssim M_p$  может быть оправдано. Вообще говоря, можно предложить механизмы, за счет которых поле  $\phi \lesssim M_p$  в ранней Вселенной быстро убывает до  $\phi \ll M_p$ . Однако приведенные выше примеры показывают, что совместить все требования, необходимые для успешной реализации нового сценария раздувающейся Вселенной, очень трудно. В результате, последовательная реализация этого сценария в рамках реалистических теорий элементарных частиц до сих пор отсутствует. Не исключено, конечно, что в будущей теории элементарных частиц все нужные условия автоматически будут удовлетворены. Однако настаивать на необходимости выполнения всех этих условий в строящихся сейчас теориях нет никакой необходимости, поскольку существует другой сценарий, который можно реализовать в гораздо более широком классе теорий, — сценарий хаотического раздувания.

## СЦЕНАРИЙ ХАОТИЧЕСКОГО РАЗДУВАНИЯ

§ 9.1. Основные черты сценария  
и вопрос о начальных условиях

Общие принципы, на которых базируется сценарий хаотического раздувания, были достаточно подробно описаны в гл. 1. Не повторяя того, что уже было сказано, все же постараемся напомнить основные черты этого сценария, которые, возможно, будут выглядеть более рельефно на фоне проведенного выше обсуждения нового сценария раздувающейся Вселенной.

Основная идея этого сценария состоит просто в том, что не нужно заранее предполагать, что поле  $\varphi$  в ранней Вселенной с самого начала находилось в минимуме своего эффективного потенциала  $V(\varphi)$  или  $V(\varphi, T)$ . Вместо этого следует изучить эволюцию поля  $\varphi$  при различных достаточно естественных начальных условиях и проверить, не возникает ли при этом режим раздувания.

Если вдобавок к этому потребовать, чтобы с помощью инфляционного сценария можно было решить проблему плоскостности Вселенной даже в случае, когда Вселенная замкнута, то становится необходимым, чтобы процесс раздувания мог идти и при  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . Как было показано в § 1.7, это условие выполняется в широком классе теорий, в которых эффективный потенциал  $V(\varphi)$  растет при  $\varphi \gg M_p$  не быстрее чем любая степень поля  $\varphi$ . В принципе, раздувание может осуществляться и в теориях, где

$V(\varphi) \sim e^{\alpha \frac{\varphi}{M_p}}$  при  $\varphi \gg M_p$ , если коэффициент  $\alpha$  достаточно мал ( $\alpha \lesssim 6$ ). Общий критерий возникновения раздувания следует из условия  $\dot{H} \ll H^2 = 8\pi V/3M_p^2$  и (1.7.16):

$$d \ln V/d\varphi \ll 4 \sqrt{\pi}/M_p. \quad (9.1.1)$$

Как уже говорилось в § 1.7, наиболее естественные начальные условия на поле  $\varphi$  в масштабе  $l \sim H^{-1} \sim M_p^{-1}$  состоят в том, что  $\partial_0 \varphi \partial^0 \varphi \sim \partial_i \varphi \partial^i \varphi \sim V(\varphi) \sim M_p^4$ . При этом вероятность образования раздувающейся области Вселенной оказывается значительной. Можно было бы оценить эту вероятность как 1/2 или 1/10; важно только, что отсутствует подавление вероятности типа  $\exp(-1/\lambda)$  [118]. Между тем в ряде работ высказывались аргу-

менты в пользу того, что подобное подавление вероятности рождения раздувающейся области Вселенной на самом деле могло бы иметь место (см., например, [258, 278]). Изучение этого вопроса существенно для правильного понимания тех перемен, которые вносит в наши представления о мире сценарий раздувающейся Вселенной. Обсудим этот вопрос, следуя работе [118].

1. Прежде всего, оценим, сколь существенно для нас сделанное в § 1.7 предположение о том, что с самого начала выполняется условие  $\dot{\varphi}^2/2 \ll V(\varphi)$ . Для простоты рассмотрим уравнения (1.7.12), (1.7.13) в плоской Вселенной ( $k = 0$ ) с однородным полем  $\varphi$  при  $\dot{\varphi}^2 \gg V(\varphi)$ . В этом случае из (1.7.12), (1.7.13) следует, что  $\ddot{\varphi} \gg V'(\varphi)$  и

$$\ddot{\varphi} = \frac{2\sqrt{3\pi}}{M_p} \dot{\varphi}, \quad (9.1.2)$$

откуда

$$\dot{\varphi} = -|\dot{\varphi}_0| \left(1 + \frac{2\sqrt{3\pi}}{M_p} |\dot{\varphi}_0| t\right)^{-1}; \quad (9.1.3)$$

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{M_p}{2\sqrt{3\pi}} \ln \left(1 + \frac{2\sqrt{3\pi}}{M_p} |\dot{\varphi}_0| t\right). \quad (9.1.4)$$

Это означает, что при  $t \gg H^{-1} \sim M_p/|\dot{\varphi}_0|$  кинетическая энергия поля  $\varphi$  убывает степенным образом, как  $\dot{\varphi}^2 \sim t^{-2}$ , в то время как само поле  $\varphi$  (а следовательно, и величина  $V(\varphi) \sim \varphi^n$ ) убывает только логарифмически. Поэтому кинетическая энергия поля  $\varphi$  быстро убывает, и через время порядка нескольких обратных хаббловских постоянных  $H^{-1}$  восстанавливается асимптотический режим  $\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi)$  [118, 110].

Этот результат в более общем виде, относящемся также к моделям открытой и замкнутой Вселенной, впервые был получен в работах [279, 280]. Физический смысл данного результата очень прост. А именно при  $\dot{\varphi}^2 > V(\varphi)$  тензор энергии-импульса имеет такой же вид, как тензор энергии-импульса вещества с уравнением состояния  $p = \rho$ . Плотность энергии такого вещества быстро убывает при расширении Вселенной, в то время как величина  $V(\varphi)$  в теории с достаточно плоскими потенциалами  $V(\varphi)$  меняется очень медленно.

Оценим долю тех начальных значений  $\dot{\varphi}$ , при которых Вселенная в теории  $\lambda\varphi^4/4$  не выходит на режим раздувания. Для этого нужно, чтобы условие  $\dot{\varphi}^2 > V(\varphi)$  выполнялось до тех пор, пока поле  $\varphi$  не станет порядка  $M_p/3$ . Начальное значение  $\dot{\varphi}^2$  имело порядок  $M_p^4$  (до этого классическое описание Вселенной было невозможно), а поле  $\varphi$  изначально могло иметь любое значение в интервале  $-\lambda^{-1/4}M_p \lesssim \varphi \lesssim \lambda^{-1/4}M_p$ . В этом случае из (9.1.4) следует, что полное время уменьшения поля  $\varphi$  от его начального значения  $\varphi_0$  до  $\varphi \sim M_p$  имеет порядок  $(1/2\sqrt{6\pi}M_p) \times \times \exp(2\sqrt{3\pi}\varphi_0/M_p)$ . За это время  $\dot{\varphi}$  уменьшается примерно в  $\exp(2\sqrt{3\pi}\varphi_0/M_p)$  раз. При  $x \ll 1$  отсюда следует, что  $\dot{\varphi}^2$

может остаться больше чем  $V(\varphi)$  в течение всего процесса, лишь если  $\varphi_0 \sim M_p$ . Вероятность того, что поле  $\varphi$ , которое изначально могло принимать любое значение от  $-\lambda^{-1/4}M_p$  до  $\lambda^{-1/4}M_p$ , случайно оказалось порядка  $M_p$ , можно оценить как  $\lambda^{1/4} \approx 3 \cdot 10^{-4}$  для  $\lambda \sim 10^{-14}$ . Таким образом, в однородной плоской Вселенной возникновение режима раздувания в теории  $\lambda\varphi^4/4$  представляется практически неизбежным [280, 110, 118]. Такой же вывод получается и для открытой Вселенной. Для замкнутой Вселенной соответствующая вероятность имеет порядок  $1/4$ , так как если  $\varphi^2 \gg V(\varphi)$ , то режим раздувания может не реализоваться до того как Вселенная сколлапсирует [280]. В любом случае, вероятность возникновения режима раздувания оказывается вполне значительной, как мы и ожидали.

2. Перейдем теперь к обсуждению случая, когда поле  $\varphi$  является неоднородным. Если Вселенная замкнута, то ее полный начальный размер  $l$  имеет порядок  $O(M_p^{-1})$  (при  $l \ll M_p^{-1}$  Вселенную нельзя описывать в терминах классического пространства-времени и, в частности, нельзя говорить, что ее размер  $l$  много меньше чем  $M_p^{-1}$ ). Если при этом  $\partial_0\varphi$ ,  $\partial^0\varphi$  и  $\partial_i\varphi$ ,  $\partial^i\varphi$  в несколько раз меньше чем  $V(\varphi)$ , то Вселенная начинает раздуваться, и градиенты  $\partial_i\varphi$  в дальнейшем становятся экспоненциально малыми. Поэтому, как мы и говорили, вероятность образования замкнутой раздувающейся Вселенной остается достаточно большой и с учетом возможной неоднородности поля  $\varphi$ .

Если Вселенная бесконечна, то на первый взгляд вероятность реализации условий, нужных для раздувания, может стать сильно подавленной [258]. Действительно, если, как говорилось выше, типичное начальное значение поля  $\varphi$  в теории  $\lambda\varphi^4/4$  имеет порядок  $\varphi_0 \sim \lambda^{-1/4}M_p \approx 3000M_p$ , то из условия  $\partial_i\varphi \partial^i\varphi \lesssim M_p^4$  следует, что поле  $\varphi^{-1}$  должно оставаться большим ( $\sim \lambda_p^{-1/4}M_p$ ) в масштабе  $l \gtrsim \lambda^{-1/4}M_p \approx 3000M_p^{-1}$ . Но это представляется маловероятным, так как в начальный (планковский) момент времени не может быть никакой корреляции между значениями поля  $\varphi$  в различных областях Вселенной, удаленных друг от друга на расстояние больше, чем  $M_p^{-1}$ . Наличие такой корреляции противоречило бы принципу причинности (см. обсуждение проблемы горизонта в § 1.5).

Ответ на это возражение очень прост [118, 78, 79]. Нет никаких оснований ожидать, что полная плотность энергии  $\rho$  должна одновременно становиться меньше планковской плотности энергии  $M_p^4$  во всех причинно-несвязанных областях бесконечной Вселенной, так как именно это означало бы существование непричинной корреляции между значениями  $\rho$  в различных областях размером  $O(M_p^{-1})$ . Каждая из образующихся областей классического пространства-времени первоначально выглядит как отдельный остров размером  $O(M_p^{-1})$ , появляющийся из пространственно-временной пены независимо от других таких островов.

После раздувания каждый такой остров приобретает размеры, на много порядков превосходящие размер наблюдаемой части Вселенной. Если некоторые из этих островов постепенно соединяются друг с другом перемычками классического пространства-времени, то Вселенная в конце концов начинает выглядеть как кластер или несколько отдельных кластеров связанных друг с другом раздувающихся мини-вселенных. Однако если такая структура и возникает (см. по этому поводу следующую главу), то лишь впоследствии, а типичный начальный размер каждой из отдельных областей с  $\rho \lesssim M_p^4$  очень мал, он имеет порядок  $M_p^{-1}$ . Вне каждой из этих областей условие  $\partial_i \phi \partial^i \phi \lesssim M_p^4$  не выполняется, и никакой корреляции между значениями поля  $\phi$  в каждой из отдельных областей классического пространства-времени начального размера  $O(M_p^{-1})$  просто нет. Но такая корреляция и не нужна для реализации сценария раздувающейся Вселенной, так как, согласно теореме об «отсутствии волос» у мира де Ситтера, для существования раздувающейся области Вселенной достаточно того, чтобы раздувание возникло *внутри* области размером порядка  $H^{-1} \sim M_p^{-1}$ , что в нашем случае и осуществляется.

Подчеркнем еще раз (это будет важно в дальнейшем), что проанализированное выше недоразумение, связанное с вопросом о корреляции между значениями поля  $\phi$  в различных причинно-несвязанных областях Вселенной, коренится в привычном представлении о Вселенной, *одновременно* рождающейся из сингулярного состояния с  $\rho \rightarrow \infty$  и *одновременно* проходящей через состояние с  $\rho \sim M_p^4$ . Необоснованность такого представления и является сутью проблемы горизонта (см. § 1.5). Теперь, когда с помощью сценария раздувающейся Вселенной эту проблему удалось решить, нам, возможно, придется привыкать к другой картине мира, основные черты которой сейчас постепенно вырисовываются. Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в следующей главе.

Условие  $\partial_i \phi \partial^i \phi < V(\phi)$ , использованное выше, по всей видимости, тоже можно было бы ослабить, подобно тому, как было ослаблено ограничение  $\partial_0 \phi \partial^0 \phi < V(\phi)$ . Основная идея здесь состоит в том, что если эффективный потенциал  $V(\phi)$  является достаточно плоским, то во время расширения Вселенной (во всех тех областях, которые не отделяются от общего процесса расширения и не коллапсируют) градиенты поля  $\phi$  быстро убывают, в то время как среднее значение поля  $\phi$  уменьшается относительно медленно. В результате, как и в случае с кинетической энергией  $\sim \dot{\phi}^2$ , в значительной части Вселенной плотность энергии, связанная с градиентами поля  $\phi$ , должна стать много меньше чем  $V(\phi)$ , т. е. должны возникнуть условия, нужные для раздувания. Мы не будем в дальнейшем обсуждать эту возможность, так как для последующего будет достаточно и более слабых результатов, приведенных выше.

В заключение отметим, что упомянутый выше вопрос о непричинной корреляции вообще не возникает в реалистических теориях, где кроме «легкого» поля  $\varphi$  с  $\lambda \sim 10^{-14}$  имеется хотя бы одно «тяжелое» скалярное поле  $\Phi$  с достаточно большой константой связи  $\lambda_\Phi$  ( $\lambda_\Phi \geq 10^{-2}$ ). В таких теориях радиус «непричинной корреляции» между значениями поля  $\Phi$  в различных областях лишь незначительно превосходит размер горизонта, так что даже если бы аргументы, приведенные в [258], были справедливы, то вероятность того, что раздувание начнется за счет поля  $\Phi$ , не была бы заметно подавлена. Как показано в [281], длинноволновые флуктуации легкого поля  $\varphi$ , генерируемые во время раздувания, приводят к возникновению самовосстанавливающихся раздувающихся областей (см. § 1.8), заполненных квазиоднородным полем  $\varphi$  с  $V(\varphi) \leq M_p^4$ . Тяжелое поле  $\Phi$  в этих областях быстро уменьшается, так что последние стадии раздувания, как и раньше, определяются полем  $\varphi$  с  $\lambda \sim 10^{-14}$ .

Основной вывод из проведенного исследования состоит в том, что существует широкий класс теорий элементарных частиц, в рамках которых инфляционный режим возникает при достаточно естественных начальных условиях.

## § 9.2. Простейшая модель, основанная на теории $SU(5)$

Существует много моделей, в рамках которых можно реализовать сценарий хаотического раздувания. В частности, это можно сделать и в модели Шафи—Виленкина. Однако это можно сделать и в более простых моделях, поскольку нам теперь не нужно удовлетворять многочисленным условиям, налагаемым на теорию для реализации нового сценария раздувающейся Вселенной. В частности, нет необходимости привлекать механизм Коулмена—Вайнберга, сектор сверхтяжелых полей  $\Phi$  и  $H_5$  в  $SU(5)$ -теории может выглядеть стандартным образом, можно не вводить взаимодействие поля  $\chi$  с полями  $\Phi$  и т. д. Рассмотрим, например, теорию с эффективным потенциалом

$$V = \frac{a}{4} (\text{Sp } \Phi^2)^2 + \frac{b}{2} \text{Sp } \Phi^4 - \frac{M_\Phi^2}{2} \text{Sp } \Phi^2 - \alpha H_5^+ H_5 \text{Sp } \Phi^2 + \\ + \frac{\gamma}{4} (H_5^+ H_5)^2 - \beta H_5^+ \Phi^2 H_5 + m_5^2 H_5^+ H_5 - \frac{m^2}{2} \chi^2 + \\ + \frac{\lambda_1}{4} \chi^4 + \frac{\lambda_2}{2} \chi^2 H_5^+ H_5, \quad (9.2.1)$$

полагая  $a \sim b \sim \alpha \sim g^2$ ;  $\lambda_1 \gg \lambda_2^2$ , так что квантовыми поправками к  $\lambda_1$  можно пренебречь. В этой теории, в отличие от (8.5.3), (8.5.4), выполняются соотношения

$$m_2^2 = m_5^2 + \lambda_2 \chi^2 - (\alpha + 0,3\beta)\varphi^2; \quad (9.2.2)$$

$$m_3^2 = m_2^2 + (\beta/6)\varphi. \quad (9.2.3)$$

Раздувание осуществляется во время скатывания поля  $\chi$  от  $\chi \sim \lambda_1^{-1/4} M_p$  к минимуму  $V(\chi)$  при  $\chi_0 = m/\sqrt{\lambda}$ . Будем полагать для простоты  $\chi_0 \lesssim M_p$ ; тогда флуктуации  $\delta\rho/\rho$  в наблюдаемой части Вселенной имеют порядок  $10^2\sqrt{\lambda_1}$ , т. е.  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$  при  $\lambda_1 \sim 10^{-14}$ . Разогрев Вселенной идет гораздо эффективнее, чем в модели Шафи—Виленкина, так как члены в лагранжиане, ответственные за распад поля  $\chi$ , имеют теперь вид  $\sim \lambda_2 \chi^2 H_5^+ H_5$  (отсутствует дополнительный коэффициент  $\beta \sim 10^{-6}$ , появившийся за счет одновременности колебаний полей  $\phi$  и  $\chi$ ). Этот эффект, а также дополнительная перекачка энергии при колебаниях полей  $H_1, H_2$  (возникающих из-за изменения знака  $m^2$  при колебаниях поля  $\chi$  вблизи  $\chi_0$ ) ведут к быстрому разогреву Вселенной. Этому способствует также увеличение частоты колебаний поля  $\chi$ . Пусть, например,  $m \sim 10^{12}$  ГэВ,  $\chi_0 \sim M_p$ . Тогда частота колебаний поля  $\chi$  равна  $\sqrt{2}m = 1,4 \cdot 10^{12}$  ГэВ. Температура  $T_R$  после разогрева Вселенной в этой модели может иметь порядок  $10^{12} - 10^{13}$  ГэВ. Распад  $\chi\chi \rightarrow H_3^+ H_3$  происходит при  $m_3 \lesssim 10^{12}$  ГэВ, а температура  $T_R$  вполне достаточна для того, чтобы работал стандартный механизм бариогенезиса, основанный на распаде частиц  $H_3$ .

Приведенная модель допускает ряд обобщений. Например, можно вообще убрать из (9.2.1) члены  $-(m^2/2)\chi^2$  и  $(\lambda_1/4)\chi^4$ , оставив лишь последний член  $\lambda_2 \chi^2 H_5^+ H_{5/2}$ . За счет радиационных поправок в такой теории возникает член типа

$$c \frac{\lambda_2^2 \chi^4}{64\pi^2} \left( \ln \frac{\chi}{\chi_0} - \frac{1}{4} \right),$$

который берет на себя роль члена  $\lambda_1 \chi^4/4$  в (9.21) и становится ответственным за раздувание. При  $\lambda_2 \sim 10^{-6}$  этот член приводит к возникновению неоднородностей плотности  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ . Рассматриваемая модель аналогична модели Шафи—Виленкина, но гораздо проще ее и свободна от трудностей с бариогенезисом. Как и в модели Шафи—Виленкина, в этой модели нет необходимости заранее вводить чрезвычайно малую константу связи  $\lambda_1 \sim 10^{-14}$ , достаточно лишь ввести константу  $\lambda_2 \sim 10^{-6}$ , что кажется более естественным, так как подобные константы фигурируют в таких популярных теориях, как теория Глэшоу—Вайнберга—Салама.

### § 9.3. Хаотическое раздувание в супергравитации

В настоящее время существует несколько разных моделей, описывающих хаотическое раздувание в супергравитации [273, 274, 282]. Опишем одну из них, которая кажется нам наиболее простой. Эта модель связана с моделями  $SU(n, 1)$  супергравитации [283], определенные варианты которых возникают как низкоэнергетический предел теории суперструн [17].

Один из основных вопросов, возникающих при построении реалистических моделей, основанных на супергравитации, — это

вопрос о том, как обеспечить обращение в нуль эффективного потенциала  $V(z)$  в его минимуме  $z_0$ . В качестве первого шага к такой теории можно попытаться найти общий вид функции  $G(z, z^*)$ , при которой потенциал  $V(z, z^*)$  (8.4.2) тождественно равен нулю. Нетрудно убедиться, что это так при [284]

$$G(z, z^*) = -^{3/2} \ln [g(z) + g^*(z)]^2, \quad (9.3.1)$$

где  $g(z)$  — произвольная функция. В этом случае лагранжиан равен

$$L = G_{zz^*} \partial_\mu z \partial^\mu z = 3 \frac{\partial_\mu g \partial^\mu g}{(g + g^*)^2}. \quad (9.3.2)$$

Все такие теории с разными  $g(z)$  эквивалентны друг другу после замены переменных  $g(z) \rightarrow z$ . Лагранжиан

$$L = 3 \frac{\partial_\mu z \partial^\mu z}{(z + z^*)^2} \quad (9.3.3)$$

инвариантен относительно группы  $SU(1, 1)$  преобразований

$$z \rightarrow \frac{\alpha z + i\beta}{i\gamma z + \delta} \quad (9.3.4)$$

с действительными параметрами  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ , такими, что  $\alpha\delta + \beta\gamma = 1$  [284]. В связи с этим такие теории получили название  $SU(1, 1)$  супергравитации.

Обобщением функции  $G(z, z^*)$  (9.3.1), приводящей к потенциалу  $V(z, z^*, \varphi, \varphi^*) \geq 0$ , где  $\varphi$  — скалярное (инфлатонное) поле, отвечающее за раздувание, может служить функция

$$G = -^{3/2} \ln [z + z^* + h(\varphi, \varphi^*)]^2 + g(\varphi, \varphi^*), \quad (9.3.5)$$

где  $h$  и  $g$  — произвольные вещественнозначные функции  $\varphi, \varphi^*$ . В теории (9.3.5)

$$V = \frac{1}{|z + z^*|^2} e^g \frac{|g_\varphi|^2}{G_{\varphi\varphi^*}}, \quad (9.3.6)$$

где  $G_{\varphi\varphi^*} = g_{\varphi\varphi^*} + G_z h_{\varphi\varphi^*} \geq 0$ , если кинетический член поля  $\varphi$  имеет правильный (положительный) знак.

Теория (9.3.5) в переменных  $z$  и  $\varphi$  выглядит довольно сложно, но ее можно существенно упростить, если диагонализировать кинетическую часть лагранжиана, приведя ее к виду [285]

$$L_{\text{kin}} = \frac{1}{12} \partial_\mu \zeta \partial^\mu \zeta + \frac{3}{4} e^{(2/3)\zeta} I_\mu^2 + G_{\varphi\varphi^*} \partial_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi, \quad (9.3.7)$$

где

$$\begin{aligned} \zeta &= -^{3/2} \ln [z + z^* + h(\varphi, \varphi^*)]^2; \\ I_\mu &= i [\partial_\mu (z - z^*) + h_\varphi \partial_\mu \varphi - h_{\varphi^*} \partial_\mu \varphi^*]; \\ G_{\varphi\varphi^*} &= g_{\varphi\varphi^*} + G_z h_{\varphi\varphi^*} = g_{\varphi\varphi^*} - 3e^{\zeta/3} h_{\varphi\varphi^*}. \end{aligned} \quad (9.3.8)$$

С использованием переменной  $\zeta$  потенциал приобретает вид

$$V = e^{\zeta+g} |g_\varphi|^2 / G_{\varphi\varphi^*}. \quad (9.3.9)$$

Для того чтобы предложить простейшую реализацию сценария хаотического раздувания в этой модели [274], рассмотрим теорию (9.3.5), в которой

$$g(\varphi, \varphi^*) = (\varphi - \varphi^*)^2 + \ln |f(\varphi)|^2, \quad (9.3.10)$$

а функция  $h(\varphi, \varphi^*)$  удовлетворяет условию

$$h_{\varphi\varphi^*} = (2a)^{-1} g_{\varphi\varphi^*} = -a^{-1}, \quad (9.3.11)$$

где  $a$  — некоторая положительная постоянная. В этом случае

$$V_{\zeta} \equiv \frac{\partial V}{\partial \zeta} = V \frac{a - e^{\zeta/3}}{a - 3/2 e^{\zeta/3}}, \quad (9.3.12)$$

т. е.  $V_{\zeta} = 0$  при  $e^{\zeta/3} = a$ . Заметим, что в экстремуме  $V$  по  $\zeta$  (т. е. при  $V_{\zeta} = 0$ ) поле  $\varphi$  имеет канонический кинетический член

$$G_{\varphi\varphi^*} = -1/2 g_{\varphi\varphi^*} = 1, \quad (9.3.13)$$

причем

$$V_{\zeta\zeta} = 2/3 V > 0. \quad (9.3.14)$$

Это означает, что потенциал  $V(\varphi, \zeta)$  имеет желоб, расположенный при  $\zeta = 3 \ln a$ ,  $-\infty < \varphi < \infty$ . На дне желоба потенциал  $V(\varphi, \zeta)$  равен

$$V(\varphi) = a^3 e^g |g_{\varphi}|^2 = a^3 e^{-4\eta^2} |f_{\varphi} + 4i\eta|^2, \quad (9.3.15)$$

где  $\varphi = \xi + i\eta$ . Для действительных  $\varphi$  из (9.3.15) следует, что

$$V = a^3 |f_{\varphi}|^2. \quad (9.3.16)$$

Это выражение аналогично выражению для эффективного потенциала в глобально суперсимметричной теории с суперпотенциалом  $f(\varphi)$ . Раздувание осуществляется в этой теории для широкого класса суперпотенциалов, например для суперпотенциалов  $f(\varphi) \sim \varphi^n$ ,  $n > 1$ . Полное описание раздувания в этой теории довольно сложно, особенно из-за присутствия неминимальных кинетических членов в (9.3.7). Так, третий член в (9.3.7) приводит к возникновению эффективной добавки  $\sim a^{-1} e^{\zeta/3} |\partial_{\mu}\varphi|^2$  к  $V_{\zeta}$  (9.3.12). К счастью, на инфляционной стадии  $|\partial_{\mu}\varphi|^2 \ll V$  и соответствующая поправка оказывается несущественной.

Для того чтобы изучить эволюцию Вселенной в этой модели, предположим, что поле  $\varphi$  изначально было достаточно велико,  $|\varphi| \gg 1$  ( $|\varphi| \gg M_p / \sqrt{8\pi}$  в стандартных обозначениях). При  $|\varphi| \gg 1$  и кривизна  $V_{\eta\eta} \sim a^3 |f|^2$ , и кривизна  $V_{\zeta\zeta} \sim a^3 |f_{\varphi}|^2$  много больше чем кривизна  $V_{\xi\xi}$ , которая имеет в рассматриваемой теории порядок  $a^3 |f_{\varphi}|^2 \varphi^{-2}$ . Поэтому если изначально  $\zeta \neq 3 \ln a$  ( $\zeta > 3 \ln(2a/3)$ ) и  $\eta \neq 0$  ( $|\eta| \leq 1$ ), то поля  $\zeta$  и  $\varphi$  быстро скатываются к дну желоба, в котором  $\zeta = 3 \ln a$ ,  $\eta = 0$  и эффективный потенциал дается выражением (9.3.16). При этом поле  $\varphi$  имеет обычный кинетический член (9.3.13), и при  $f = \mu^3 \varphi^n$

$$V(\varphi) = n^2 a^3 \mu^6 \varphi^{2n-2}. \quad (9.3.17)$$

В частности, при  $f = \mu^3 \varphi^3$

$$V(\varphi) = 9a^3 \mu^6 \varphi^4. \quad (9.3.18)$$

При скатывании поля  $\varphi$  от  $\varphi \gg 1$  к  $\varphi \lesssim 1$  осуществляется раздувание Вселенной. Возникающие при этом неоднородности плотности в теории (9.3.18) имеют порядок  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$  при  $\sqrt{a}\mu \sim \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ . Таким образом, не понадобилось вводить аномально малых констант связи типа  $\lambda \sim 10^{-14}$ ; их роль в этом сценарии сыграла комбинация  $\sim a^3 \mu^6$ . Типичная степень раздувания Вселенной в этой модели имеет порядок  $10^{107}$ . Процесс разогрева Вселенной зависит от взаимодействия поля  $\varphi$  с полями материи. Как правило, в моделях такого рода нетрудно добиться разогрева до температуры  $T_R \gtrsim 10^9$  ГэВ [286], что позволяет осуществить генерацию барионной асимметрии с помощью механизмов, описанных в гл. 7.

#### § 9.4. Модифицированная модель Старобинского и комбинированный сценарий

Во всех моделях, обсуждавшихся выше, за раздувание Вселенной отвечало элементарное скалярное поле. Между тем роль такого поля в некоторых теориях может играть и конденсат фермионов  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  или векторных частиц  $\langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle$ , или просто сам скаляр кривизны  $R$ . Именно так обстояло дело в модели Старобинского [52], которая по сути дела была первым вариантом сценария раздувающейся Вселенной, предложенным еще до модели Гуса. В своей первоначальной форме эта модель основывалась на наблюдении Доукера и Критчли [106], которые отметили, что с учетом конформной аномалии тензора энергии-импульса мир де Ситтера с плотностью энергии, близкой к планковской, оказывается самосогласованным решением уравнений Эйнштейна с квантовыми поправками. А. А. Старобинский показал, что соответствующее решение неустойчиво; скаляр кривизны в некоторый момент начинает медленно уменьшаться, затем это уменьшение становится быстрым, и после стадии осцилляций Вселенная разогревается и описывается стандартной теорией горячей Вселенной.

Формальное описание распада начального деситтеровского мира в модели Старобинского очень близко к теории распада нестабильного состояния  $\varphi = 0$  в новом сценарии раздувающейся Вселенной. Создание этой модели вызвало огромный интерес у специалистов по космологии [287]. Однако происхождение неустойчивого деситтеровского состояния в модели Старобинского оставалось не вполне ясным; речь шла обычно либо о том, что такое состояние возникало в результате несимметричного коллапса Вселенной [288], либо о рождении Вселенной в неустойчивом квазивакуумном состоянии «из ничего» [289, 290]. В идейном смысле эти возможности казались несколько более сложными, чем принципы, лежащие в основе нового сценария раздувающейся Вселенной.

Кроме того, в модели Старобинского, как и в первых вариантах нового сценария раздувающейся Вселенной, после раздувания получались слишком большие неоднородности плотности  $\delta\rho/\rho$  [107] и не удавалось решить проблему реликтовых монополей.

Впоследствии, однако, эту модель удалось модифицировать и реализовать в духе, близком к сценарию хаотического раздувания [108—110]. Суть этой модификации состоит в том, чтобы вместо изучения однопетлевых поправок к тензору энергии-импульса  $T_{\mu}^{\nu}$  рассмотреть теорию гравитации, в которой к лагранжиану Эйнштейна  $R/16\pi G$  добавляются члены, квадратичные по тензору кривизны  $R_{\mu\nu\alpha\beta}$ .

Вообще говоря, такая процедура далеко не безобидна, так как при этом уравнения, описывающие возмущения метрики, оказываются уравнениями четвертого порядка, что часто приводит к возникновению дополнительных возбуждений с мнимой массой (таххионов) или с отрицательной энергией (индефинитная метрика) [291]. К счастью, соответствующие трудности не возникают, если к эйнштейновскому лагранжиану добавить член  $R^2 M_p^2/96\pi^2 M^2$  с  $M^2 \ll M_p^2$ . При правильном выборе знака перед  $R^2$  такая добавка приводит к появлению скалярного возбуждения (скалярона), соответствующего частице с положительной энергией и массой  $M^2 > 0$ . С учетом члена  $\sim R^2$  уравнения Эйнштейна модифицируются. В частности, в плоском мире Фридмана ( $k = 0$ ) уравнение (1.7.12) для Вселенной, заполненной однородным полем  $\varphi$ , заменяется уравнением

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_p^2} \left[ \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right] - \frac{H^2}{M^2} \left[ \dot{H} + 2 \frac{\ddot{H}}{H} - \left( \frac{\dot{H}}{H} \right)^2 \right]. \quad (9.4.1)$$

Пренебрежем сначала вкладом поля  $\varphi$  в уравнение (9.4.1), т. е. рассмотрим решения модифицированных уравнений Эйнштейна без учета полей материи. В этом случае уравнение (9.4.1) допускает решение, удовлетворяющее условиям  $|\dot{H}| \ll H^2$ ,  $|\ddot{H}| \ll \ll |\dot{H}H|$ , т. е. описывающее раздувающуюся Вселенную с медленно меняющимся параметром  $H$ :

$$H = (1/6)M^2 (t_1 - t); \quad (9.4.2)$$

$$a(t) = a_0 \exp [(M^2/12)(t_1 - t)^2]. \quad (9.4.3)$$

Этот режим осуществляется до тех пор, пока величина  $H$  не становится порядка  $M$ , после чего раздувание кончается и начинаются осцилляции  $H$  вблизи некоторого среднего значения  $H_0(t) \sim \sim 1/t$ . В результате этого Вселенная разогревается и начинает описываться обычной теорией горячей Вселенной.

Строго говоря, применимость формул (9.4.2), (9.4.3) ограничена планковскими значениями тензора кривизны:  $R^2, R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} \ll \ll M_p^4$ . Кроме того, в зависимости от начального значения  $H$

режим раздувания может начаться и много позднее момента, когда величины  $R^2$  и  $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$  становятся меньше чем  $M_p^4$ . Таким образом, мы опять приходим к задаче об эволюции Вселенной, раздувание которой происходит только в тех частях, где для этого имеются подходящие начальные условия (никак не связанные с высокотемпературными фазовыми переходами). Иными словами, мы снова приходим к сценарию хаотического раздувания, в котором роль инфлатонного скалярного поля играет скаляр кривизны  $R$  (равный  $12H^2$  во время раздувания). В более общем случае, когда в теории присутствуют и скалярные поля  $\phi$  (см. (9.4.1)), возможны несколько разных стадий раздувания, на которых доминируют либо эффекты, связанные со скалярными полями, либо чисто гравитационные эффекты, описанные выше.

Последовательность стадий определяется соотношением между массой скалярона  $M$  и эффективной массой  $m$  скалярного поля  $\phi$  при  $\phi \sim M_p$  ( $m \sim \sqrt{\lambda}M_p$  в теории  $\lambda\phi^4/4$ ). При  $m \gg M$  стадия доминантности поля  $\phi$  быстро кончается, и последняя стадия раздувания связана с чисто гравитационными эффектами. При этом, как и обычно, генерируются неоднородности плотности  $\delta\rho/\rho$ , порядок которых в масштабе галактик определяется следующим соотношением [107, 221]:

$$\delta\rho/\rho \sim 10^3 M/M_p, \quad (9.4.4)$$

т. е.  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-3}$  при

$$M \sim 10^{11} \text{ ГэВ}. \quad (9.4.5)$$

(Обратите внимание на разницу между (9.4.5) и (7.5.42)). Разогрев Вселенной в этом случае идет также за счет чисто гравитационных эффектов [52, 134]. В этом случае, согласно (7.9.9), (7.9.16),

$$T_R \sim 10^{-1} \sqrt{GM_p} \sim 10^{-1} \sqrt{M^3/M_p} \sim 10^9 \text{ ГэВ}. \quad (9.4.6)$$

Для объяснения бариогенезиса при температуре  $T \lesssim T_R \sim \sim 10^6$  ГэВ, как и в случае модели Шафи — Виленкина и в ряде моделей, основанных на супергравитации, необходимо привлекать нестандартные механизмы, описанные в § 7.10. Заметим, однако, что члены типа  $R^2 M_p^2 / 96\pi^2 M^2$ , если и появляются в теории элементарных частиц или в теории суперструн, то, как правило, с  $M \sim M_p$ , а не с  $M \sim 10^{-8} M_p$ . Поэтому кажется более вероятным, что в реалистических моделях будет осуществляться соотношение  $m \ll M$ . В этом случае модифицированная модель Старобинского может оказаться ответственной за описание самых ранних стадий раздувания, в то время как процесс формирования наблюдаемой структуры Вселенной и ее разогрева происходит на стадии доминантности скалярного поля  $\phi$ . Более подробное исследование комбинированной модели (9.4.1), описывающей и эффекты, связанные со скалярным полем  $\phi$ , и эффекты, связанные с квадратичными добавками к эйнштейновскому лагранжиану, содержится в работе [110].

## § 9.5. Раздувание в теориях Калуцы—Клейна и в теории суперструн

Как говорилось в гл. 1, наибольшие надежды на построение единой теории всех фундаментальных взаимодействий в последние годы связывались с теориями Калуцы—Клейна и с теорией суперструн. Общей чертой этих теорий является предположение, что исходное пространство-время имеет размерность  $d \gg 4$ . Обсуждаются теории с  $d = 10$  [17],  $d = 11$  [16],  $d = 26$  [94] и даже с  $d = 506$  [95, 96]. Предполагается, что  $d - 4$  измерения компактифицируются, размер пространства в соответствующих направлениях становится порядка  $M_p^{-1}$ , и мы фактически можем двигаться лишь в оставшихся трех пространственных и одном временном направлениях. Обычно считают, что скомпактифицированные направления являются пространственными, но в принципе представляет интерес и изучение возможности компактификации многомерного времени [292, 293]. Симметрия скомпактифицированного пространства в конечном счете определяет свойства симметрии возникающей при этом теории элементарных частиц.

К сожалению, пока еще и конкретные модели элементарных частиц, основанные на теориях Калуцы—Клейна и теории суперструн, и соответствующие космологические модели далеки от совершенства. Тем не менее имеет смысл обсудить полученные в этой области результаты.

Одной из наиболее интересных и детально разработанных моделей раздувания, базирующихся на теориях Калуцы—Клейна, является модель Шафи—Веттериша [237]. В ее основе лежит эйнштейновское действие с квадратичными по кривизне поправками в  $d$ -мерном пространстве:

$$S = -\frac{1}{V_D} \int d^d x \sqrt{g_d} (\alpha \hat{R}^2 + \beta \hat{R}_{\hat{\mu}\hat{\nu}} \hat{R}^{\hat{\mu}\hat{\nu}} + \gamma \hat{R}_{\hat{\mu}\hat{\nu}\hat{\sigma}\hat{\lambda}} \hat{R}^{\hat{\mu}\hat{\nu}\hat{\sigma}\hat{\lambda}} + \delta \hat{R} + \epsilon). \quad (9.5.1)$$

Здесь  $\hat{\mu}, \hat{\nu}, \dots = 0, 1, 2, \dots, d - 1$ ;  $\hat{R}_{\hat{\mu}\hat{\nu}\hat{\sigma}\hat{\lambda}}$  — тензор кривизны в  $d$ -мерном пространстве;  $V_D$  — объем  $D$ -мерного скомпактифицированного пространства,  $D = d - 4$ ;  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  — безразмерные параметры;  $\delta$  — аналог обратной гравитационной постоянной в  $d$ -мерном пространстве;

$$\zeta = D(D - 1)\alpha + (D - 1)\beta + 2\gamma > 0; \quad (9.5.2)$$

$$\delta > 0; \quad (9.5.3)$$

$$\epsilon = 1/4 \delta^2 D(D - 1) \zeta^{-1}; \quad (9.5.4)$$

уравнения для  $d$ -мерной метрики имеют решение вида  $M^4 \times S^D$ , где  $M^4$  — пространство Минковского, а  $S^D$  — сфера радиусом

$$L_0^2 = 2\zeta/\delta. \quad (9.5.5)$$

При

$$\chi = (D - 1)\beta + 2\gamma > 0 \quad (9.5.6)$$

эффективная гравитационная постоянная, описывающая гравитационное взаимодействие на больших расстояниях в мире  $M^4$ , положительна:

$$G^{-1} = M_p^2 = 16\pi (\chi/\zeta)\delta. \quad (9.5.7)$$

Вопрос об устойчивости решения  $M^4 \times S^D$  не вполне ясен, однако проверено, что при выполнении определенных ограничений на параметры теории компактификация устойчива относительно вариации радиуса сферы  $S^D$  [294]. Для описания космологической эволюции в этой модели удобно ввести четырехмерное скалярное поле

$$\varphi(x) = \ln [L(x)/L_0]. \quad (9.5.8)$$

После надлежащего изменения масштаба метрики  $g_{\mu\nu}(x)$  эффективное действие в четырехмерном пространстве можно записать в виде

$$S = - \int d^4x \sqrt{g_4} \left( \frac{M_p^2}{16\pi} R + e^{D\varphi} (\alpha R^2 + \beta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \gamma R_{\mu\nu\sigma\lambda} R^{\mu\nu\sigma\lambda}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} f^2(\varphi) \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} f_R(\varphi) R \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \right. \\ \left. - \tilde{h}(\varphi) \partial_\mu \varphi \partial^\mu R + V(\varphi) + \Delta L_{\text{kin}} \right). \quad (9.5.9)$$

Здесь  $\mu, \nu, \dots = 0, 1, 2, 3$ ;  $\Delta L_{\text{kin}}$  включает члены, содержащие большое число производных поля  $\varphi$ , типа  $\partial_\mu \partial_\nu \varphi \cdot \partial^\mu \partial^\nu \varphi$  и т. д. Потенциал  $V(\varphi)$  имеет следующий вид:

$$V(\varphi) = \left( \frac{M_p^2}{16\pi} \right)^2 \frac{D(D-1)}{4\zeta} e^{-D\varphi} \left( \frac{1 - e^{-2\varphi}}{1 - \sigma e^{-2\varphi}} \right)^2, \quad (9.5.10)$$

где  $\sigma = \chi/\zeta - 1$ . Функции  $f^2(\varphi)$ ,  $f_R(\varphi)$ ,  $\tilde{h}(\varphi)$  в (9.5.9) зависят от  $\alpha, \beta, \gamma$  и от  $D$ . Видно, что  $V(\varphi) \geq 0$ ;  $V(\varphi)$  обращается в нуль лишь при  $\varphi = 0$ , т. е. при  $L(x) = L_0$ . Однако при  $R_{\mu\nu\sigma\lambda} \neq 0$  в уравнение движения поля  $\varphi$  помимо  $V(\varphi)$  дает еще вклад член

$$e^{D\varphi} K_\varphi \equiv e^{D\varphi} (\alpha R^2 + \beta R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \gamma R_{\mu\nu\sigma\lambda} R^{\mu\nu\sigma\lambda}), \quad (9.5.11)$$

так что роль потенциальной энергии поля  $\varphi$  играет величина

$$W(\varphi) = V(\varphi) + e^{D\varphi} K_\varphi. \quad (9.5.12)$$

В то же время нетрудно убедиться, что в режиме раздувания член (9.5.11) в четырехмерном пространстве-времени дает в уравнения Эйнштейна вклад  $\sim e^{D\varphi} H^2 \dot{H}$ , которым при  $H = \text{const}$  можно пренебречь. В этом приближении скорость раздувания Вселенной не зависит от наличия добавочного члена (9.5.11) и определяется лишь потенциалом  $V(\varphi)$ :

$$H^2 = (8\pi/3M_p^2) V(\varphi), \quad (9.5.13)$$

в то время как эволюция поля  $\varphi$  зависит от вида потенциальной энергии  $W(\varphi)$  (9.5.12):

$$3Hh^2(\varphi)\dot{\varphi} = - \frac{\partial W}{\partial \varphi} = - \frac{\partial V}{\partial \varphi} - D e^{D\varphi} K_\varphi (H(\varphi)). \quad (9.5.14)$$

Функция  $h^2(\varphi)$  появляется в (9.5.14) за счет неминимальности кинетических членов поля  $\varphi$  в (9.5.9). Эта функция медленно меняется с изменением  $\varphi$  и становится постоянной при  $\varphi \rightarrow \infty$ . При этом величина  $\partial W/\partial\varphi$  ведет себя следующим образом:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \infty} \frac{\partial W}{\partial\varphi} = \left( \frac{M_p^2}{16\pi} \right)^2 \frac{D^2(D-1)}{4\zeta} (\mu - 1) e^{-D\varphi}, \quad (9.5.15)$$

где

$$\mu - 1 = \frac{D-4}{12\zeta} [3(D-1)\beta + 2(D+3)\gamma]. \quad (9.5.16)$$

При  $\mu > 1$  потенциал  $W(\varphi)$  приближается к некоторой постоянной величине снизу, причем его отличие от этой постоянной экспоненциально мало. Это означает, что поле  $\varphi$  будет скатываться в минимум  $W(\varphi)$  при  $\varphi = 0$  экспоненциально медленно. Правда, при этом потенциал  $V(\varphi)$ , определяющий скорость расширения Вселенной, тоже экспоненциально мал. Тем не менее при начальном значении  $\varphi \gtrsim O(1)$  и разумном выборе констант  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  можно одновременно получить и большое раздувание и малую величину неоднородностей плотности. В частности, продолжительность стадии раздувания в этой модели можно оценить величиной [237]

$$\Delta t \sim H^{-1} \frac{2K_\infty}{\mu - 1} \varphi, \quad (9.5.17)$$

где  $K_\infty$  определяется с помощью равенства

$$\lim_{\varphi \rightarrow \infty} h^2(\varphi) = h_\infty^2 = \frac{M_p^2}{16\pi} \frac{D}{4\zeta} K_\infty. \quad (9.5.18)$$

Параметр  $K_\infty$  выражается через  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и обычно имеет значение порядка единицы. Нетрудно убедиться, что при достаточно естественном выборе параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma \sim 1$  можно получить  $\Delta t \approx \approx 60 H^{-1}$ , если положить начальное значение  $\varphi \approx 3$  [237].

Величина  $\delta\rho/\rho$  в данной модели дается выражением типа (7.5.24), с той лишь разницей, что вместо  $\dot{\varphi}$  в этом выражении нужно написать  $\dot{\varphi}h(\varphi)$ :

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 0,2 \frac{H^2}{\dot{\varphi}h(\varphi)} \sim 0,2 \frac{H^2\Delta t}{h_\infty\varphi} \sim \frac{2H}{M_p} \left( \frac{\pi\varphi}{DK_\infty} \right)^{1/2} \frac{H\Delta t}{\varphi}. \quad (9.5.19)$$

В интересующий нас момент времени  $H\Delta t \approx 60$ ,  $\varphi \approx 3$ , так что

$$\delta\rho/\rho \sim cH/M_p, \quad (9.5.20)$$

где  $c = O(1)$ . В частности,  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$  при

$$\frac{H}{M_p} \sim \frac{1}{8} \left[ \frac{D(D-1)}{6\pi\zeta} \right]^{1/2} e^{-D\varphi/2} \sim 10^{-5}. \quad (9.5.21)$$

Для  $\varphi \approx 3$  условие (9.5.20) выполняется в теориях с  $d = D + 4 = O(10)$ . Интересной особенностью получающегося при этом спектра возмущений является его убывание при больших  $\varphi$ ,

т. е. в области больших длин волн. Эта особенность связана с тем, что поведение поля и скорость расширения Вселенной в данной модели определяются не одной функцией  $V(\varphi)$ , а двумя разными функциями:  $W(\varphi)$  и  $V(\varphi)$  соответственно.

Модель Шафи — Веттериша интересна также тем, что в области  $\varphi \ll 1$  кривизна эффективного потенциала  $W(\varphi)$  очень велика. После раздувания поле  $\varphi$  колеблется вблизи  $\varphi = 0$  с частотой, близкой к планковской, и разогрев Вселенной идет очень быстро и эффективно. Температура Вселенной после разогрева в этой модели может достигать  $T_H \sim 10^{17}$  ГэВ [295].

Основная трудность рассматриваемой модели связана с проблемой начальных условий, необходимых для раздувания. Действительно, в рамках теорий Калуцы — Клейна было бы неестественно полагать, что трехмерное пространство с самого начала имело бесконечный размер, так как это означало бы, что разница между компактифицированными и некомпактифицированными измерениями не возникает спонтанно, а заложена в теорию с самого начала. Более естественно полагать, что мы с самого начала имеем дело с компактной Вселенной, но размеры Вселенной в ходе расширения меняются по-разному в разных направлениях: в трех направлениях размер Вселенной экспоненциально растет, а в  $d - 4$  направлениях Вселенная постепенно приобретает размер, близкий к  $L_0 \sim M_p^{-1}$  (см. (9.5.5), (9.5.7)). Иначе говоря, мы имеем дело с компактной (например, замкнутой) Вселенной с асимметричным законом расширения в различных направлениях.

Как говорилось в гл. 1, типичное время жизни замкнутой Вселенной имеет порядок  $M_p^{-1}$ , и спасти ее от коллапса может лишь раздувание, начавшееся сразу же после выхода Вселенной из состояния с планковской плотностью энергии. Однако в модели Шафи — Веттериша раздувание должно начаться при  $\varphi \gtrsim 3$ ,  $H \lesssim M_p \cdot 10^{-5}$  (см. (9.5.21)), т. е. при  $V(\varphi) \ll M_p^4$ . В таком случае раздувание не может спасти Вселенную от преждевременной гибели. Для того чтобы обойти эту трудность, в [237] была высказана гипотеза о том, что вся Вселенная возникла за счет квантового скачка из пространственно-временной пены (из «ничего») в состояние с  $\varphi \gtrsim 3$ ,  $H \lesssim 10^{-5} M_p$ . Возможность подобных процессов будет обсуждаться в следующей главе. К сожалению, однако, оценки вероятности таких процессов, сделанные в [296], приводят к выражению типа  $P \sim \exp[-M_p^4/V(\varphi)]$ , т. е. в рассматриваемом случае  $P \sim \exp(-10^{10})$ . Таким образом, возможность естественной реализации сценария раздувающейся Вселенной в рамках модели Шафи — Веттериша не представляется вероятной. Фактически мы здесь имеем дело с трудностями того же порядка, что и те, которые мешают успешной реализации нового сценария раздувающейся Вселенной.

Можно было бы надеяться, что все эти трудности исчезнут при переходе к теории суперструн. В разных вариантах этой теории имеется несколько возможных кандидатов на роль инфла-

тонного поля, ответственного за раздувание Вселенной. Таким полем может быть некоторая комбинация дилатонного поля, присутствующего в теории суперструн, и логарифма радиуса компактификации. Кроме того, большое число скалярных полей возникает после компактификации. К сожалению, однако, современное понимание феноменологических и космологических аспектов теории суперструн пока еще не вполне удовлетворительно. Существующие в настоящее время модели раздувания, основанные на теории суперструн [297], базируются на различных предположениях об устройстве этой теории. Справедливость соответствующих предположений пока еще не вполне обоснована. Однако главной трудностью, как и раньше, остается проблема начальных условий. По нашему мнению, начальные условия, которые необходимы для возникновения режима раздувания, в большинстве предложенных до сих пор моделей, основанных на теории суперструн, являются неестественными.

Означает ли это, что мы находимся на неправильном пути? Сейчас на этот вопрос ответить очень трудно. За последнее десятилетие в стране элементарных частиц произошло три дворцовых переворота. На смену теориям великого объединения пришли теории, основывающиеся на супергравитации, затем теории Калуцы — Клейна, наконец, появилась ныне царствующая теория суперструн. В некоторых из этих теорий удастся успешно реализовать сценарий раздувающейся Вселенной, в некоторых теориях это пока не удалось, но нет «по-го» теорем, которые показывали бы, что это принципиально невозможно. С нашей точки зрения, здесь мы сталкиваемся с несколько нестандартным аспектом стандартной ситуации. Теория должна строиться так, чтобы она описывала экспериментальные данные. Это далеко не всегда удается, и тогда теорию приходится менять. Однако до последних лет в число наиболее важных экспериментальных данных космологические данные не включались. Сейчас ситуация радикально изменилась, и не исключено, что модели, в которых раздувание Вселенной не получит естественного объяснения, будут отвергаться как противоречащие экспериментальным данным (если, конечно, не будет найдено альтернативное решение всех космологических проблем, перечисленных в гл. 1, не опирающееся на сценарий раздувающейся Вселенной). При анализе современной ситуации в этой области науки нужно также иметь в виду, что наше понимание сценария раздувающейся Вселенной, в частности наиболее важного вопроса о начальных условиях, является далеко не полным. В последние годы представления о проблеме начальных условий в космологии и о глобальной структуре раздувающейся Вселенной претерпели значительные изменения. Достигнутый в этой области прогресс в первую очередь связан с развитием квантовой космологии, к обсуждению которой мы сейчас и переходим.

## ИНФЛЯЦИЯ И КВАНТОВАЯ КОСМОЛОГИЯ

Начинающий с уверенностью кончит в сомнениях, начинающий с сомнений кончит в уверенности.

Ф. Бэкон

## § 10.1. Волновая функция Вселенной

Квантовая космология — одна из наиболее сложных в идейном отношении областей теоретической физики. Это обстоятельство связано не только с такими трудностями квантовой теории гравитации, как проблема ультрафиолетовых расходимостей, но в первую очередь с тем, что сама постановка задачи в рамках квантовой космологии совершенно нетривиальна. Результаты соответствующих исследований зачастую выглядят парадоксально, и требуется большая степень непредубежденности для того, чтобы не отмахнуться от них с самого начала.

Основы квантовой космологии были заложены в конце 60-х годов Уилером и Девиттом (de Witt) [298, 299]. Однако до создания сценария раздувающейся Вселенной описание всего мира в целом в рамках квантовой механики большинству специалистов казалось излишней роскошью. Действительно, квантовая механика при описании макроскопически больших объектов обычно приводит к тем же результатам, что и классическая механика. Если теперь учесть, что Вселенная является самым большим из макроскопических объектов, то возникает вопрос, зачем нужно описывать ее с помощью квантовой теории?

В стандартной теории горячей Вселенной такой вопрос был вполне правомочен, поскольку согласно этой теории наблюдаемая часть Вселенной произошла за счет расширения области, которая всегда содержала примерно  $10^{87}$  элементарных частиц. Однако согласно сценарию раздувающейся Вселенной, вся наблюдаемая часть Вселенной (а может быть, и вся Вселенная) образовалась за счет быстрого расширения области размером  $\leq M_p^{-1} \sim 10^{-33}$  см, не содержащей, возможно, ни одной элементарной частицы! В этом случае на ранних стадиях расширения Вселенной квантовые эффекты действительно могли играть определяющую роль.

До последнего времени основным рабочим инструментом в квантовой космологии служило уравнение Уилера — Девитта для волновой функции Вселенной  $\Psi(h_{ij}, \varphi)$ , где  $h_{ij}$  — трехмерная пространственная метрика,  $\varphi$  — поля материи. Уравнение Уилера — Девитта является, по сути дела, уравнением Шредингера для волновой функции в стационарном случае  $\partial\Psi/\partial t = 0$  (см. ни-

же). Это уравнение описывает поведение величины  $\Psi$  в так называемом суперпространстве — пространстве всех трехмерных метрик  $h_{ij}$  (не путать с суперпространством, вводимым для описания суперсимметричных теорий!). Детальное изложение соответствующей теории можно найти в [298—301]. Однако наиболее интересные результаты в этой области были получены с помощью упрощенного подхода, в котором вместо полного суперпространства рассматривалась лишь его часть, называемая мини-суперпространством и описывающая однородную Вселенную Фридмана, т. е. роль величин  $h_{ij}$  брал на себя масштабный фактор Вселенной  $a$ . Поэтому основные проблемы, связанные с вычислением и интерпретацией волновой функции Вселенной, будут проиллюстрированы в данном параграфе на примере мини-суперпространственного подхода. В последующих параграфах будут обсуждаться границы применимости этого подхода, результаты, полученные с помощью развитых недавно стохастических методов описания раздувающейся Вселенной [134, 135, 57, 132, 133], а также ряд других вопросов, имеющих отношение к квантовой космологии.

Итак, рассмотрим теорию скалярного поля  $\varphi$  с лагранжианом

$$L(g_{\mu\nu}, \varphi) = -\frac{RM_p^2}{16\pi} + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi) \quad (10.1.1)$$

в замкнутой Вселенной Фридмана, метрику которой целесообразно представить в виде

$$ds^2 = N^2(t) dt^2 - a^2(t) d\Omega_3^2, \quad (10.1.2)$$

где  $N(t)$  — вспомогательная функция, определяющая масштаб, в котором измеряется время  $t$ ;  $d\Omega_3^2 = d\chi^2 + \sin^2\chi (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$  — элемент длины на трехмерной сфере единичного радиуса. Для перехода к эффективному лагранжиану, зависящему от  $a(t)$  и  $\varphi(t)$ , необходимо в выражении для действия  $S(g, \varphi)$  провести интегрирование по угловым переменным, что с учетом множителя  $\sqrt{g}$  дает  $2\pi^2 a^3$ , а также, пользуясь замкнутостью Вселенной (отсутствием границ), переписать действие в виде, зависящем только от  $a$  и  $\dot{a}$ , но не от  $\ddot{a}$ :

$$L(a, \varphi) = -\frac{3M_p^2\pi}{4} \left( \frac{\dot{a}^2 a}{N} - Na \right) + 2\pi^2 a^3 N \left[ \frac{\dot{\varphi}^2}{2N^2} - V(\varphi) \right]. \quad (10.1.3)$$

Канонические импульсы равны

$$\pi_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{2\pi^2 a^3}{N} \dot{\varphi}; \quad (10.1.4)$$

$$\pi_a = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = -\frac{3M_p^2\pi}{2N} \dot{a} a; \quad (10.1.5)$$

$$\pi_N = \frac{\partial L}{\partial \dot{N}} = 0, \quad (10.1.6)$$

а гамильтониан дается выражением

$$\mathcal{H} = \pi_\varphi \dot{\varphi} + \pi_a \dot{a} - L(a, \varphi) = -\frac{N}{a} \left( \frac{\pi_a^2}{3\pi M_p} + \frac{3\pi M_p^2}{4} a^2 \right) + \\ + \frac{N}{a} \left[ \frac{\pi_\varphi^2}{4\pi^2 a^2} + 2\pi^2 a^4 V(\varphi) \right] = \mathcal{H}_a + \mathcal{H}_\varphi. \quad (10.1.7)$$

Здесь  $\mathcal{H}_a$  и  $\mathcal{H}_\varphi$  — эффективные гамильтонианы масштабного фактора  $a$  и скалярного поля  $\varphi$  во Вселенной Фридмана. На канонические переменные  $\pi_a$ ,  $\pi_\varphi$ ,  $a$  и  $\varphi$  наложено уравнение связи, следующее из соотношения (10.1.6):

$$0 = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial N} = \frac{\mathcal{H}}{N} = -\frac{1}{a} \left( \frac{\pi_a^2}{3\pi M_p} + \frac{3\pi M_p^2}{4} a^2 \right) + \\ + \frac{1}{a} \left( \frac{\pi_\varphi^2}{4\pi^2 a^2} + 2\pi^2 a^2 V(\varphi) \right). \quad (10.1.8)$$

При квантовании соотношение (10.1.8) переходит в условие, налагаемое на волновую функцию Вселенной:

$$i\partial\Psi(a, \varphi)/dt = \mathcal{H}\Psi = 0. \quad (10.1.9)$$

При этом каноническим переменным обычным образом сопоставляются операторы

$$\varphi \rightarrow \varphi; \quad \pi_\varphi \rightarrow \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi}; \quad a \rightarrow a; \quad \pi_a \rightarrow \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial a}, \quad (10.1.10)$$

и уравнение (10.1.9) записывается в виде

$$\left[ -\frac{1}{3\pi M_p} \frac{\partial^2}{\partial a^2} + \frac{3\pi M_p^2}{4} a^2 + \frac{1}{4\pi^2 a^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - 2\pi^2 a^4 V(\varphi) \right] \Psi(a, \varphi) = 0. \quad (10.1.11)$$

Это и есть уравнение Уилера — Девитта в мини-суперпространстве.

Строго говоря, следует отметить, что при выводе уравнения (10.1.11) могут возникнуть неоднозначности, связанные с вопросом о коммутационных свойствах  $a$  и  $\pi_a$ . Поэтому вместо члена  $-\frac{\partial^2}{\partial a^2}$  в (10.1.11) иногда пишут  $-\frac{1}{a^p} \frac{\partial}{\partial a} a^p \frac{\partial}{\partial a}$ , где параметр  $p$  может принимать различные значения. В квазиклассическом приближении, которое в дальнейшем нас будет особенно интересовать, конкретное значение этого параметра несущественно, в частности, можно положить  $p = 0$  и искать решения уравнения (10.1.11).

Ясно, однако, что уравнение (10.1.11) имеет много разных решений, и один из основных возникающих при этом вопросов состоит в том, какое же из решений в действительности описывает нашу Вселенную. Прежде чем обсуждать этот вопрос, сделаем несколько замечаний общего порядка, касающихся интерпретации волновой функции Вселенной.

Прежде всего, обратим внимание на то, что волновая функция

Вселенной зависит от масштабного фактора  $a$ , но, согласно (10.1.9), *не зависит от времени*. Возникает вопрос, как это можно совместить с тем фактом, что *наблюдаемая нами Вселенная* зависит от времени?

Здесь мы столкнулись с одним из основных парадоксов квантовой космологии, правильное понимание которого чрезвычайно важно. Вселенная в целом не меняется во времени, потому что само понятие такого изменения предполагает существование чего-то неизменного, не принадлежащего Вселенной, в соотношении с чем Вселенная и эволюционирует. Если под Вселенной понимается *все*, то не остается никакого *внешнего наблюдателя*, по часам которого Вселенная могла бы развиваться. Однако мы в действительности и не задаем вопрос о том, почему Вселенная развивается, мы спрашиваем, почему *мы видим*, что она развивается. Тем самым мы уже разбиваем Вселенную на две части: на макроскопического наблюдателя с часами и на все остальное. Это «все остальное» вполне может развиваться во времени (по часам наблюдателя) несмотря на то, что волновая функция *всей* Вселенной от времени не зависит [299].

Иначе говоря, привычная картина мира, развивающегося во времени, возникает лишь после разбиения Вселенной на две макроскопические части, каждая из которых развивается квазиклассическим образом. Складывающаяся здесь ситуация напоминает ситуацию в теории подбарьерного туннелирования: волновая функция существует и под барьером, но она дает амплитуду вероятности найти частицу, распространяющуюся в реальном времени, лишь в области вне барьера, где классическое движение частицы возможно. Аналогично этому, Вселенная в некотором специфическом смысле существует и сама по себе, но о ее существовании *во времени* можно говорить лишь применительно к описанию квазиклассической эволюции ее части, оставшейся после выделения из нее макроскопического наблюдателя с часами.

Таким образом, фактом своего существования наблюдатель как бы производит редукцию полной волновой функции Вселенной к той ее части, которая описывает наблюдаемый им мир. Именно такая картина получается, если следовать стандартной копенгагенской интерпретации квантовой механики. С этой точки зрения наблюдатель выступает не как пассивный свидетель, а скорее как участник создания Вселенной [302].

Несколько иначе все выглядит в рамках многомировой интерпретации квантовой механики [303—309], которой придерживается сейчас большая часть специалистов по квантовой космологии. Согласно этой интерпретации, волновая функция  $\Psi(h_{ij}, \varphi)$  одновременно описывает все возможные типы Вселенных вместе с живущими в них наблюдателями всех возможных типов. Проводя измерение, наблюдатель не редуцирует волновую функцию всех Вселенных к волновой функции одной из них (или их части), а лишь уточняет, кто он и в какой именно из этих Вселенных он находится. В результате получаются те же результаты, что

и в рамках стандартного подхода, но без привлечения малообоснованной гипотезы о редукции волновой функции в момент измерения.

Мы не будем углубляться здесь в подробную дискуссию о проблеме интерпретации квантовой механики, которая при обсуждении квантовой космологии становится особенно острой [302, 309], и вернемся к обсуждению вопроса об эволюции Вселенной.

Тот факт, что Вселенная в целом не меняется во времени, проявляется также в том, что волновая функция  $\Psi(a, \varphi)$  зависит только от величин  $a$  и  $\varphi$ , а не от того, сжимается Вселенная или расширяется. Это обстоятельство можно было бы интерпретировать как свидетельство того, что в точке максимального расширения замкнутой Вселенной происходит как бы поворот стрелы времени, после чего полная энтропия Вселенной начинает убывать, а наблюдатели — молодеть [310]. В действительности, однако, для определения направления стрелы времени нужно сначала разбить Вселенную на две квазиклассические подсистемы, к одной из которых должен принадлежать наблюдатель с часами. Волновая функция каждой из этих подсистем, вообще говоря, уже не обладает симметрией относительно изменения знака. После указанного разбиения можно воспользоваться обычным классическим описанием Вселенной, согласно которому полная энтропия Вселенной со временем может только расти и никакого поворота стрелы времени в момент максимального расширения не происходит [311].

Мы так подробно обсуждаем здесь все эти вопросы, чтобы продемонстрировать нетривиальность самой постановки задачи в квантовой космологии. Вопросы о том, может ли энтропия уменьшаться в сжимающейся Вселенной, может ли стрела времени поворачивать вспять в сингулярности или в точке максимального расширения замкнутой Вселенной, может ли Вселенная осциллировать, до сих пор волнуют многих видных специалистов по квантовой космологии (см., например, [312, 313]). Выше мы высказали свою точку зрения на этот счет, но нужно понимать, что детальное изучение соответствующих вопросов сейчас еще только начинается.

Вернемся к обсуждению вопроса о том, какая именно волновая функция, удовлетворяющая уравнению (10.1.11), описывает нашу Вселенную. Одна из наиболее интересных возможностей здесь была указана Хартлем и Хоукингом [314]. Они предположили, что у Вселенной имеется основное состояние, или состояние наименьшего возбуждения, подобное вакуумному состоянию в квантовой теории поля в мире Минковского. Проведя кратковременные измерения в мире Минковского, можно было бы убедиться, что вакуум не пуст, а заполнен виртуальными частицами. Подобно этому, наблюдаемая нами Вселенная могла бы представлять собой виртуальное состояние (но с очень большим временем жизни, из-за инфляции), а вероятность оказаться в таком состоянии можно было бы определить, зная волновую функцию основного состоя-

ния Вселенной. Согласно гипотезе Хартля и Хоукинга, волновая функция  $\Psi(a, \varphi)$  основного состояния Вселенной с масштабным фактором  $a$ , заполненной однородным полем  $\varphi$ , в квазиклассическом приближении имеет вид

$$\Psi(a, \varphi) \sim N \exp[-S_E(a, \varphi)]. \quad (10.1.12)$$

Здесь  $N$  — некоторый нормировочный фактор;  $S_E(a, \varphi)$  — евклидово действие, соответствующее решениям уравнений движения для  $a(\varphi(\tau), \tau)$  и  $\varphi(\tau)$  с граничными условиями  $a(\varphi(0), 0) = a(\varphi)$ ,  $\varphi(0) = \varphi$  в пространстве с евклидовой сигнатурой метрики. Основная идея вывода соотношения (10.1.12) состоит в следующем. Рассмотрим функцию Грина частицы, движущейся из точки  $(0, t')$  в точку  $(x, 0)$ :

$$\langle x, 0 | 0, t' \rangle = \sum_n \Psi_n(x) \Psi_n(0) e^{iE_n t'} = \int dx(t) \exp[iS(x(t))], \quad (10.1.13)$$

где  $\Psi_n(x)$  — не зависящие от времени собственные функции оператора энергии с собственными значениями  $E_n \geq 0$ . Сделаем теперь поворот  $t \rightarrow -it$  и перейдем к пределу  $t' \rightarrow -\infty$ . В этом случае в сумме (10.1.13) выживает лишь член, отвечающий наименьшему значению  $E_n$  (нормированному на нуль), т. е.

$$\Psi_0(x) \sim N \int dx(\tau) \exp[-S_E(x(\tau))]. \quad (10.1.14)$$

Обобщением этой формулы на интересующий нас случай в квазиклассическом приближении и должна была бы служить формула (10.1.12). Для медленно меняющегося поля  $\varphi$  (а именно этот случай представляет наибольший интерес в рамках сценария раздувающейся Вселенной) решение евклидовой версии уравнений Эйнштейна для  $a(\varphi, \tau)$  дает

$$a(\varphi, \tau) \approx H^{-1}(\varphi) \cos H(\varphi) \tau \equiv a(\varphi) \cos H(\varphi) \tau, \quad (10.1.15)$$

где  $H(\varphi) = \sqrt{8\pi V(\varphi)/3M_p^2}$ , а соответствующее евклидово действие равно

$$S_E(a, \varphi) = -3M_p^4/16V(\varphi), \quad (10.1.16)$$

т. е.

$$\Psi(a(\varphi), \varphi) \sim N \exp \frac{3M_p^4}{16V(\varphi)} = N \exp \frac{\pi M_p^2}{2H^2(\varphi)} = N \exp \frac{\pi M_p^2 a^2(\varphi)}{2}. \quad (10.1.17)$$

Отсюда следовало бы, что вероятность обнаружить замкнутую Вселенную в состоянии с полем  $\varphi$  и масштабным фактором  $a(\varphi) = H^{-1}(\varphi)$  равна

$$P(a(\varphi), \varphi) \sim N^2 |\Psi(a(\varphi), \varphi)|^2 \sim N^2 \exp[3M_p^4/8V(\varphi)] = N^2 \exp[\pi M_p^2 a^2(\varphi)]. \quad (10.1.18)$$

Если основным состоянием Вселенной было бы состояние с  $\varphi = \varphi_0$ ,  $a(\varphi) = a_0 = H^{-1}(\varphi_0)$ ,  $0 < V(\varphi_0) \ll M_p^4$ , то в качестве нормировочного множителя  $N^2$ , нужного для того, чтобы полная вероятность всех реализаций равнялась единице, следовало бы взять

$$N \sim \exp\left(-\pi M_p^2 a_0^2\right) = \exp\left(-\frac{3M_p^4}{8V(\varphi_0)}\right), \quad (10.1.19)$$

откуда, в частности,

$$P(a(\varphi), \varphi) \sim \exp\left[\frac{3M_p^4}{8}\left(\frac{1}{V(\varphi)} - \frac{1}{V(\varphi_0)}\right)\right]. \quad (10.1.20)$$

Вычисление вероятности того, что при  $\varphi = \varphi_0$  величина  $a$  отличается от  $a_0 = H^{-1}(\varphi_0)$ , требует выхода за рамки квазиклассического приближения (10.1.12) или непосредственного решения уравнения (10.1.11) в ВКБ-приближении. Согласно [314],

$$\Psi(a \ll a_0) \sim \exp\left[\frac{\pi}{2} M_p^2 (a^2 - a_0^2)\right]; \quad (10.1.21)$$

$$\Psi(a \gg a_0) \sim e^{-\frac{iH(\varphi_0)M_p^2 a^2}{3}} + e^{-\frac{iH(\varphi_0)M_p^2 a_0^2}{3}}. \quad (10.1.22)$$

К сожалению, аргументация, использованная Хартлем и Хокингом при обосновании выражения (10.1.12), далеко не всегда применима. Действительно, с помощью евклидова поворота, сделанного выше, можно «изгнать» из (10.1.13) все члены, кроме нулевого, лишь если  $E_n > 0$  при всех  $n > 0$ . Однако в то время, как энергия возбуждений скалярного поля  $\varphi$  положительна, энергия, связанная с масштабным фактором  $a$ , отрицательна, так что в сумме они дают нуль, см. (10.1.7) и (10.1.9). В такой ситуации нет никакого общего рецепта выделения основного состояния  $\Psi_0$  из суммы (10.1.13). При определении свойств поля  $\varphi$  в масштабах, много меньших, чем размер замкнутой Вселенной, указанное обстоятельство несущественно, можно просто квантовать поле  $\varphi$  на фоне классического гравитационного поля и делать стандартный евклидов поворот  $t \rightarrow -it$ . Именно поэтому распределение вероятности (10.1.20) совпадает с распределением (7.4.7), полученным с помощью более стандартных методов. В то же время в ситуациях, когда нужно квантовать сам масштабный фактор  $a$  (например, при описании квантового рождения Вселенной из состояния с  $a = 0$ , т. е. из «ничего» [315—317, 289, 290, 318]), соответствующая трудность становится вполне серьезной. К счастью, ее можно обойти, если в интересующую нас эпоху квантовые свойства поля  $\varphi$  для нас несущественны, например, если поле  $\varphi$  является классическим слабо меняющимся полем, единственная роль которого состоит в создании ненулевой энергии вакуума  $V(\varphi)$  (космологического члена). В этом случае можно пренебречь квантовыми эффектами, связанными со скалярным

Поле, а для выделения основного состояния  $\Psi(a, \varphi)$ , отвечающего состоянию наименьшего возбуждения масштабного фактора  $a$ , нужно проводить поворот  $t \rightarrow +it$ , с тем чтобы подавить вклад в (10.1.13) от возбуждений с отрицательной энергией. Это дает [319]

$$\Psi(a, \varphi) \sim N \exp[S_E(a, \varphi)] \sim N \exp\left(-\frac{3M_p^4}{16V(\varphi)}\right), \quad (10.1.23)$$

и вероятность обнаружить Вселенную в состоянии с полем  $\varphi$  имеет порядок

$$P(a(\varphi), \varphi) \sim |\Psi|^2 \sim N^2 \exp\left(-\frac{3M_p^4}{8V(\varphi)}\right), \quad (10.1.24)$$

Как видно, выражения (10.1.24) и (10.1.18), (10.1.20) различаются знаком показателя экспоненты. Это отличие чрезвычайно существенно, так как согласно (10.1.18), (10.1.20) вероятность обнаружить Вселенную в состоянии с большим значением  $V(\varphi)$  экспоненциально подавлена. В то же время, согласно (10.1.24), наиболее вероятно, что Вселенная рождается в состоянии с  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . Это находится в согласии с нашими прежними ожиданиями и приводит к естественной реализации сценария хаотического раздувания.

Для того чтобы разобраться в физическом смысле волновой функции Хартля—Хоукинга (10.1.12), сравним решения (10.1.21), (10.1.22) и решения для скалярного поля (1.1.3). Возможная ин-

терпретация решения (10.1.21) состоит в том, что волна  $e^{\frac{iHM_p^2 a^3}{3}}$  описывает Вселенную, движущуюся в сторону уменьшения масштабного фактора  $a$  (ср. с волновой функцией частицы с импульсом  $p$ ,  $\varphi \sim e^{-ipx}$ ), а волна  $e^{\frac{-iHM_p^2 a^3}{3}}$  — Вселенную, масштабный фактор которой увеличивается. Если теперь учесть, что соответствующее движение, согласно (10.1.11), происходит в теории с эффективным потенциалом

$$V(a) = 3\pi M_p^2 a^2/4 - 2\pi^2 a^4 V(\varphi) \quad (10.1.25)$$

по отношению к масштабному фактору  $a$ , то интерпретация решения (10.1.21), (10.1.22) становится достаточно наглядной (хотя и в этом пункте полного согласия между специалистами нет). Волновая функция (10.1.22) описывает волну, падающую на барьер  $V(a)$  со стороны больших  $a$ , и волну, отраженную от барьера, причем при  $a < H^{-1}$  (т. е. под барьером) волна экспоненциально затухает согласно (10.1.21), см. рис. 35. Физический смысл этого решения легче всего понять, если учесть, что замкнутый мир де Ситтера при  $V(\varphi_0) > 0$  сначала сжимается, а потом расширяется,  $a(t) = H^{-1} \text{ch } Ht$ . Волновая функция Хартля—Хоукинга (10.1.21) описывает «уширение» этой квазиклассической траектории с уче-

том того, что на квантовом уровне масштабный фактор в точке максимального сжатия может стать меньше, чем  $H^{-1}$ . Отсутствие экспоненциального подавления при  $a > H^{-1}$  (10.1.22) связано с тем, что значения  $a > H^{-1}$  являются классически разрешенными [314]. Согласно космологическим наблюдательным данным, современное значение плотности энергии вакуума  $V(\varphi_0)$  не превосходит  $10^{-29}$  г·см<sup>-3</sup>, что соответствует  $H^{-1} \geq 10^{28}$  см. Эволюция мира

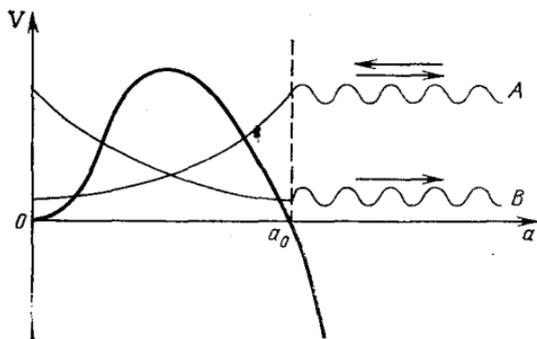


Рис. 35. Эффективный потенциал  $V(a)$  масштабного фактора  $a$  (10.1.25). На этом рисунке несколько условно показан также общий вид волновой функции Хартля—Хоукинга (10.1.21), (10.1.22) (кривая  $A$ ) и волновой функции (10.1.23), описывающей квантовое рождение Вселенной из состояния  $a = 0$  (кривая  $B$ )

де Ситтера минимального размера, превышающего  $10^{28}$  см, не имеет ничего общего с эволюцией Вселенной, в которой мы живем сейчас. Поэтому в рамках приведенной выше интерпретации волновая функция Хартля—Хоукинга в приближении мини-суперпространства, изученном выше, не дает правильного описания нашей Вселенной. Аналогичная трудность возникнет, если (необоснованно) пытаться использовать эту волновую функцию для описания самых ранних стадий эволюции Вселенной вместо функции (10.1.23), так как

согласно (10.1.18), (10.1.20) вероятность длительной стадии раздувания в этом случае была бы экспоненциально подавлена. Еще одна возможная интерпретация волновой функции Хартля—Хоукинга состоит в том, что квадрат этой волновой функции дает распределение вероятности того, что наблюдатель обнаружит себя во Вселенной заданного типа не в момент ее рождения, а в момент первого измерения, до проведения которого говорить об эволюции Вселенной во времени он не может<sup>1)</sup>. Такая интерпретация может оказаться вполне разумной (и в конечном счете не зависящей от выбора наблюдателя) в случае, если, как исходно и предполагали Хартль и Хоукинг, у рассматриваемой системы существует основное состояние, так что обсуждаемое распределение вероятности оказывается стационарным, подобно вакуумному состоянию или основному состоянию термодинамически равновесной системы. И действительно, как мы уже говорили, волновая функция Хартля—Хоукинга хорошо описывает квазистационарное распределение поля  $\varphi$  в промежуточном метастабильном состоянии, см. (10.1.20) и (7.4.7).

<sup>1)</sup> С этой точки зрения несколько условно можно было бы сказать, что волновая функция (10.1.23) связана с рождением Вселенной, а (10.1.12) — с рождением наблюдателя.

В то же время стационарное распределение поля  $\varphi$  типа (10.1.20) возникает, лишь если  $m^2 = d^2V/d\varphi^2 \ll H^2 \sim V(\varphi)/M_p^2$  вблизи абсолютного минимума  $V(\varphi)$ . Это условие не выполняется ни в одной реалистической модели раздувающейся Вселенной. Единственное стационарное распределение (квази)классического поля  $\varphi$  в реалистической ситуации, которое известно нам в настоящее время (см. обсуждение этого вопроса в § 7.4 и 10.2), — это дельта-функциональное распределение, полностью сосредоточенное в точке минимума  $V(\varphi)$ . Но это вовсе не тот результат, который пытаются получить специалисты по квантовой космологии, обсуждая волновую функцию Хартля—Хоукинга и предполагая, что соответствующее распределение вероятности дается формулой (10.1.20).

Несмотря на все приведенные замечания, не хотелось бы делать поспешных заключений, что было бы особенно опасно в науке, основы которой еще не сформулированы окончательно. Математическая конструкция, предложенная Хартлем и Хоукингом, сама по себе очень изящна, и, возможно, в будущем еще предстоит ею воспользоваться. Основное возражение против возможности стационарного распределения поля  $\varphi$  в раздувающейся Вселенной основано на изучении (типичной) ситуации, в которой поле имеет одно (или несколько) абсолютно стабильных вакуумных состояний. Однако известны ситуации, когда теории характеризуются значением какого-то поля или топологического инварианта, не зависящего от времени, от которого может зависеть, например, степень *CP*-нарушения, энергия вакуума и т. д.

Известно, что к такого типа параметрам относится угол  $\theta$ , характеризующий свойства вакуума в квантовой хромодинамике [183]. Не исключено, что к таким параметрам относятся и космологический член, и все некалибровочные константы связи в теории элементарных частиц [345, 346, 349]. Отсутствие их зависимости от времени может гарантироваться чем-то вроде правил суперотбора [346]. Однако в рамках многомировой интерпретации квантовой механики вопрос о том, в каком мире (во Вселенной, с какими именно значениями полей и топологических инвариантов) наблюдатель обнаруживает себя в момент первого наблюдения, является вполне осмысленным. Гипотеза о том, что соответствующее распределение вероятностей дается квадратом волновой функции Хартля—Хоукинга [346], представляется заслуживающей серьезного отношения. В то же время в такой ситуации особенно острым становится вопрос о выборе между функцией Хартля—Хоукинга и функцией (10.1.23). Действительно, как уже отмечалось, волновая функция Хартля—Хоукинга дает правильные результаты при рассмотрении (квази)стационарного распределения скалярного поля  $\varphi$  с положительным знаком энергии на фоне мира де Ситтера, который при этом можно и не квантовать, см. (10.1.20). Если же, как в обсуждаемом случае, эволюция полей материи несущественна, то выделение волновой функции основного состояния должно производиться иначе и не исключено, что

волновая функция будет определяться выражением типа (10.1.23). Мы вернемся к обсуждению этого вопроса в § 10.7.

Возможная интерпретация волновой функции (10.1.23) также может быть получена с помощью изучения туннелирования через барьер (10.1.25), но не со стороны больших  $a$ , а со стороны малых  $a$ . Действительно, нетрудно убедиться, что (при  $\varphi \approx \text{const}$ ) существует решение уравнения (10.1.11), которое при  $a < a_0 = H^{-1}(\varphi) \gg M_p^{-1}$  ведет себя как  $\exp\left(-\frac{\pi}{2} M_p^2 a^2\right)$  (ср. с (10.1.21)), а при  $a \gg H^{-1}(\varphi)$  представляет собой волну с амплитудой  $\sim \exp(\pi M_p^2 a_0^2/2) e^{-\frac{1}{3} \frac{1}{H M_p^2 a^2}}$ , выходящую из-под барьера и уходящую к большим  $a$  (см. рис. 35). Затухание волны при ее выходе из-под барьера пропорционально  $\exp(-\pi M_p^2 a_0^2/2) \sim \exp(-3M_p^4/16V(\varphi))$ , что и соответствует полученному выше результату (10.1.23). Таким образом, волновая функция (10.1.23) описывает квантовое рождение замкнутой раздувающейся Вселенной, заполненной однородным полем  $\varphi$ , за счет туннелирования из состояния с масштабным фактором  $a = 0$ , т. е. из «ничего» [319—322].

Постараемся дать возможную интерпретацию этого результата и пояснить, почему вероятность квантового рождения замкнутой Вселенной становится велика лишь при  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . С этой целью рассмотрим замкнутый мир де Ситтера с плотностью энергии  $V(\varphi)$ . Тогда его объем в момент максимального сжатия ( $t = 0$ ) имеет порядок  $H^{-3}(\varphi) \sim M_p^3 V^{-3/2}(\varphi)$ , а полная энергия скалярного поля, заключенная в мире де Ситтера, в этот момент имеет порядок  $E \sim V(\varphi) H^{-3}(\varphi) \sim M_p^3 / \sqrt{V(\varphi)}$ . Видно, что при  $V(\varphi) \sim M_p^4$  полная энергия скалярного поля имеет порядок  $M_p$ . Согласно принципу неопределенности, нельзя исключить возможность возникновения квантовых флуктуаций с энергией  $E$  за время  $\Delta t \sim E^{-1} \sim M_p^{-1}$ . Если теперь учесть, что за время того же порядка мир де Ситтера начального размера  $\sim H^{-1} \sim M_p^{-1}$  становится экспоненциально большим, то вырисовывается возможный механизм квантового рождения классической раздувающейся Вселенной. Видно, в частности, что вероятность рассматриваемого процесса при малых  $V(\varphi)$  должна быть сильно подавлена, так как с уменьшением  $V(\varphi)$  минимальная энергия скалярного поля  $E$  в мире де Ситтера не убывает, а растет, и типичное время жизни соответствующей квантовой флуктуации становится много меньше планковского.

Важно при этом, что речь идет о рождении компактной Вселенной, так что никаких дополнительных условий типа, например, условия  $\varphi = 0$  на границе образующегося пузыря накладывать не нужно (ср. с обсуждением процесса «отпочкования» Вселенной от мира Минковского в § 10.3). Если эффективный потенциал  $V(\varphi)$  достаточно плоский, так что поле  $\varphi$  скатывается в свой минимум за время, много большее, чем  $H^{-1}$ , то Вселенная в момент

ее рождения «ничего не знает» о том, где расположен минимум  $V(\varphi)$  и насколько сильно отклонено от него начальное поле  $\varphi$ . Вероятность рождения Вселенной определяется в первом приближении лишь величиной  $V(\varphi)$ , в соответствии с (10.1.2).

Вообще говоря, подавление вероятности рождения Вселенной с  $V(\varphi) \ll M_p^4$  может оказаться несколько ослабленным с учетом рождения частиц во время туннелирования [321]. Более того, экспоненциальное подавление может вообще отсутствовать при рождении плоской Вселенной с топологией тора, см. [320]. Для нас важно лишь то, что, как мы и ожидали, отсутствует экспоненциальное подавление вероятности рождения раздувающейся Вселенной с  $V(\varphi) \sim M_p^4$ , т. е. начальные условия для реализации сценария хаотического раздувания в рамках квантовой космологии также оказываются достаточно естественными.

Следует отметить, что разница между рождением Вселенной из сингулярности и квантовым рождением из «ничего» при планковской плотности довольно условна. В обоих случаях речь идет о возникновении области классического пространства-времени из пространственно-временной пены. Терминологически эта разница состоит в том, что про рождение из «ничего» обычно говорят тогда, когда описание эволюции Вселенной согласно классическим уравнениям движения начинается лишь при достаточно больших  $a$ .

Однако из-за больших квантово-гравитационных флуктуаций при планковских плотностях классическое описание Вселенной вблизи сингулярности, т. е. при малых  $a$ , тоже невозможно. Важно, что в обоих случаях описание эволюции Вселенной при  $a \rightarrow 0$  осуществимо лишь с помощью квантовой космологии. Это обстоятельство может привести к довольно неожиданным следствиям.

Рассмотрим, например, возможную модель эволюции замкнутой раздувающейся Вселенной. Эта модель будет заведомо неполна, и ее интерпретация будет содержать спорные моменты, но в целом она хорошо иллюстрирует некоторые новые возможности, обсуждающиеся в последнее время в рамках квантовой космологии.

Итак, пусть изначально Вселенная находилась в состоянии  $a = 0$ . Квантовые флуктуации метрики в это время были чрезвычайно сильны, никаких часов и линеек сделать было нельзя. Любые наблюдения, которые проводил бы воображаемый наблюдатель в эту эпоху, были бы нескоррелированы друг с другом, и нельзя было бы даже сказать, какое из наблюдений делается позже, а какое раньше. Результаты измерений в эту эпоху нельзя запомнить, так что при каждом новом измерении наблюдатель как бы оказывается в совершенно новом мире. Если при каком-то из наблюдений он обнаруживает себя внутри горячей Вселенной, не проходящей через стадию раздувания, то характерное время жизни такой Вселенной оказывается порядка  $M_p^{-1}$ , ее полная

энергия  $E \sim M_p$ , и поэтому такая Вселенная по существу не отличается от квантовой флуктуации. Однако если наблюдатель обнаруживает себя в раздувающейся Вселенной, то в этом случае он может сделать линейки и часы и в течение экспоненциально большого времени описывать эволюцию Вселенной с помощью классических уравнений Эйнштейна. По истечении некоторого времени Вселенная разогревается, затем она доходит до состояния максимального расширения и начинает сжиматься. Когда она достигает состояния с планковской плотностью (а это происходит при  $a \gg M_p^{-1}$ ), сделать часы и линейки и ввести тем самым осмысленные понятия времени, плотности энтропии и т. д. становится невозможным из-за больших квантовых флуктуаций метрики.

Можно сказать, что квантовые флуктуации вблизи сингулярности как бы стирают в памяти Вселенной всю информацию о ее свойствах, сформировавшихся за время ее квазиклассической эволюции. Поэтому после подхода к планковским плотностям последующие наблюдения вновь становятся неупорядоченными, так что даже нельзя, строго говоря, сказать, что они являются *последующими*. В некоторый момент наблюдатель снова обнаруживает себя в раздувающейся Вселенной, и все начинается сначала. При этом параметры образующейся Вселенной зависят лишь от значения волновой функции  $\Psi(a, \varphi)$ , а не от истории ее эволюции, «забытой» при прохождении через область планковской плотности. Таким образом, получается несколько необычная модель осциллирующей Вселенной, в которой нет роста энтропии в каждом последующем цикле [298, 323]. Существуют варианты этой модели, основанные на гипотезе о предельной плотности  $\rho \sim M_p^4$  [313] или о гравитационном конфаинменте при  $\rho \gtrsim M_p^4$  [116].

Рассмотренные в этом параграфе примеры показывают, как много интересного можно получить с помощью исследования решений Уилера—Девитта и в то же время насколько велики трудности, связанные с выбором наиболее адекватного решения и с его интерпретацией. Изучение этого вопроса только еще начинается (см. по этому поводу также работы [324]). Часть возникающих при этом проблем связана с использованием приближения мини-суперпространства, часть — с тем, что мы захотели получить (или угадать) правильное решение полной квантовомеханической задачи, недостаточно хорошо понимая свойства глобальной структуры раздувающейся Вселенной на более элементарном уровне. Для восполнения этого пробела полезно изучить свойства раздувающейся Вселенной с помощью стохастического подхода к инфляции, занимающего промежуточное положение между классическим описанием раздувающейся Вселенной и подходом, основанным на решении уравнения Уилера—Девитта.

## § 10.2. Квантовая космология и глобальная структура раздувающейся Вселенной

Один из основных дефектов подхода, основанного на изучении мини-суперпространства,—это исходное предположение о глобальной однородности Вселенной. Вселенная после раздувания действительно становится однородной в масштабе  $l \lesssim 10^{28}$  см. Между тем, как было показано в § 1.8, из-за эффектов, связанных с длинноволновыми флуктуациями скалярного поля, геометрия раздувающейся Вселенной в предельно больших масштабах не имеет ничего общего с геометрией однородного мира Фридмана. Вместо однородной Вселенной, возникающей как целое в некоторый момент времени  $t = 0$ , мы имеем дело с глобально неоднородной самовоспроизводящейся раздувающейся Вселенной, эволюция которой не имеет конца и, возможно, не имеет единого начала. Таким образом, ряд важнейших свойств раздувающейся Вселенной в принципе невозможно понять и изучить, оставаясь в рамках мини-суперпространственного подхода.

В § 1.8 был описан простейший механизм самовосстановления раздувающейся Вселенной в сценарии хаотического раздувания [57]. Ниже этот механизм исследуется более детально [132, 133].

Исследование можно было бы проводить в системе координат, соответствующей метрике (7.5.8), особенно удобной для анализа неоднородностей плотности в раздувающейся Вселенной [218, 220]. Однако если нас интересует описание эволюции Вселенной с точки зрения сопутствующего наблюдателя, то более удобно перейти в синхронную систему координат, которую можно выбрать так, чтобы метрика раздувающейся Вселенной в масштабах, много больших  $H^{-1}$ , записывалась в виде [135, 133]

$$ds^2 \approx dt^2 - a^2(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}^2, \quad (10.2.1)$$

где

$$a(\mathbf{x}, t) \sim \exp \left[ \int_0^t H(\varphi(\mathbf{x}, t)) dt \right]. \quad (10.2.2)$$

Смысл этой записи состоит в том, что раздувающаяся Вселенная в окрестности размером  $l \gtrsim H^{-1}$  вблизи каждой точки  $\mathbf{x}$  выглядит как однородная раздувающаяся Вселенная с хаббловским параметром  $\dot{H}$  ( $\varphi(\mathbf{x}, t)$ ). Для изучения глобальной структуры раздувающейся Вселенной в этом приближении достаточно рассмотреть независимую (согласно теореме об «отсутствии волос» у мира де Ситтера) локальную эволюцию поля  $\varphi$  в каждой отдельной области раздувающейся Вселенной размером  $l \sim H^{-1}$  (или начальным размером  $l_0 \sim H^{-1}$ ) и затем попытаться исследовать общую картину с помощью уравнений (10.2.1), (10.2.2). Что касается локальной эволюции поля  $\varphi$  в областях размером порядка  $H^{-1}$ , то она описывается уравнениями диффузии (7.3.22), (7.4.4), (7.4.5), учитывающими зависимость коэффициента диффузии  $D = H^3/8\pi^2$  и подвижности  $b = 1/3H$  от  $\varphi$  [135, 132].

Простейшая возможность состоит в том, чтобы, как и в § 7.4, изучить стационарные решения уравнений (7.4.4), (7.4.5). Соответствующее решение в общем случае может зависеть также от стационарного потока вероятности  $j_c = \text{const}$ , и при  $V(\varphi) \ll M_p^4$  оно выглядит следующим образом [135]:

$$P_c(\varphi) \sim \text{const} \cdot \exp \frac{3M_p^4}{8V(\varphi)} - 2j_c \frac{\sqrt{6\pi V(\varphi)}}{M_p V'(\varphi)}. \quad (10.2.3)$$

К сожалению, при попытках физической интерпретации этого решения возникает ряд трудностей. Рассмотрим сначала, как и в § 7.4, случай  $j_c = 0$ . Нетрудно убедиться, что выражение (10.2.1) совпадает с квадратом волновой функции Хартля — Хоукинга, см. (10.1.17), (10.1.18). Однако из-за того что эффективный потенциал  $V(\varphi)$  обращается в нуль в своем минимуме, соответствующем вакуумному состоянию в наблюдаемой части Вселенной, распределение (10.2.3) оказывается ненормируемым. Смысл этой трудности особенно просто понять в сценарии хаотического раздувания в теориях с  $V(\varphi) \sim \varphi^{2n}$ . В этих теориях инфляция осуществляется лишь при  $\varphi \gtrsim M_p$ . Поэтому в них отсутствует диффузионный поток из области  $\varphi \lesssim M_p$  в область  $\varphi \gtrsim M_p$ . Между тем лишь наличие такого потока могло бы компенсировать эффект классического скатывания поля в минимум  $V(\varphi)$  и привести к существованию устойчивого стационарного распределения  $P_c(\varphi)$  при  $j_c = 0$ .

Вопрос о возможной интерпретации второго члена в (10.2.3) еще более сложен. Как говорилось в § 7.4, формально это решение в теориях с  $V(\varphi) \sim \varphi^{2n}$  вообще не существует, так как оно нечетно по  $\varphi$ , а величина  $P_c(\varphi)$  должна быть положительна. От этой трудности можно в какой-то степени избавиться, если вспомнить, что само уравнение (7.4.5) в рассматриваемых теориях справедливо лишь на отрезке  $M_p \lesssim \varphi \lesssim \varphi_p$ , где  $V(\varphi_p) \sim M_p^4$ . Однако этот ответ не вполне удовлетворителен. Действительно, нетрудно убедиться, что второй член в решении (10.2.3) является решением уравнения (7.3.22), если опустить в нем первый (диффузионный) член. Таким образом, мы имеем дело просто с классическим скатыванием поля  $\varphi$  из области сверхпланковских плотностей; диффузия здесь вообще не при чем. Стационарное распределение  $P_c(\varphi, t)$  в этом случае может поддерживаться лишь за счет постоянного потока  $j_c$  из области  $V(\varphi) \gg M_p^4$ . Такой поток можно было бы пытаться интерпретировать как поток вероятности квантового рождения новых областей Вселенной при  $V(\varphi) \gtrsim M_p^4$  в единице начального координатного объема. Однако, как подчеркивалось в работе [135], где решение типа (10.2.3) было впервые получено, в настоящее время мы не можем ни строго обосновать существование такого решения, ни сказать что-то определенное о величине  $j_c$ , если она вообще может быть отлична от нуля. Сама возможность указанной выше интерпретации  $j_c$  никак не следует из вывода уравнений (7.4.4), (7.4.5), приведенного

в [134, 135, 132]. Кроме того, поскольку подавляющая часть начального координатного объема раздувающейся Вселенной со временем переходит в состояние с  $\varphi \lesssim M_p$ ,  $V(\varphi) \lesssim M_p^4$ , предположение о постоянстве потока вероятности квантового рождения новых областей Вселенной в единице *начального* объема кажется необоснованным; скорее можно было бы ожидать постоянства вероятности рождения новых областей Вселенных в единице *физического* объема, растущего с разной скоростью в областях с разными полями  $\varphi$ . В этом случае условие стационарности распределения вероятности должно было бы относиться не к функции  $P_c(\varphi, t)$ , а к распределению вероятности найти поле  $\varphi$  в момент  $t$  в единице физического объема.

Полное понимание ситуации со стационарными решениями может быть достигнуто лишь после всестороннего анализа возможных нестационарных решений уравнения диффузии при наиболее общих начальных условиях. Как уже говорилось, распределение  $P_c(\varphi, t)$  характеризует вероятность найти в данной точке поле, среднее значение которого в масштабе  $O(H^{-1})$  равно  $\varphi$ . Из-за раздувания Вселенной первоначальные неоднородности поля  $\varphi$  в этом масштабе становятся экспоненциально малыми, а амплитуда квазиклассических возмущений  $\delta\varphi$  с длиной волны  $l \gtrsim H^{-1}$  в этом масштабе не превосходит  $H$ , см. (7.3.12). Если учесть, что в теориях  $V(\varphi) \sim \varphi^{2n}$  раздувание происходит при  $\varphi \gtrsim M_p$ , то из условия  $V(\varphi) \ll M_p^4$  следует, что  $\delta\varphi \sim H \ll \varphi$ , т. е. в масштабе  $l \sim H^{-1}$  поле  $\varphi$  с высокой степенью точности однородно.

Таким образом, без всякой потери общности можно считать, что в начальный момент времени поле  $\varphi$  в рассматриваемой области размером  $O(H^{-1})$  равнялось некоторой константе  $\varphi_0$ , т. е.  $P_c(\varphi, t=0) = \delta(\varphi - \varphi_0)$ . Исследование решений уравнения (7.3.22) с такими начальными условиями было проведено в [132, 133]. Оказалось, что все эти решения нестационарны. Распределение  $P_c(\varphi, t)$  сначала уширяется, а затем его центр смещается в область малых  $\varphi$ , подчиняясь тому же закону, что и классическое поле  $\varphi(t)$ . В то же время распределение величины  $P_p(\varphi, t)$  — физического объема, занятого полем  $\varphi$  (см. ниже), ведет себя по-разному в зависимости от начального значения поля  $\varphi = \varphi_0$ . При малых  $\varphi_0$  распределение  $P_p(\varphi, t)$  ведет себя почти так же, как и  $P_c(\varphi, t)$ , но при достаточно больших  $\varphi_0$  распределение  $P_p(\varphi, t)$  с ростом  $t$  начинает смещаться в сторону еще больших значений поля  $\varphi$ , что и приводит к возникновению режима самовосстановления раздувающейся Вселенной, обсуждавшегося в § 1.8.

Отсылая читателя за подробностями к работам [132, 133], поясним основные свойства поведения распределений  $P_c(\varphi, t)$  и  $P_p(\varphi, t)$  на примере теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$ . С этой целью разобьем квазиклассическое поле  $\varphi$  на однородное классическое поле  $\varphi(t)$  и неоднородности  $\delta\varphi(\mathbf{x}, t)$  с длиной волны  $l \gtrsim H^{-1}$ , см. (7.5.7):

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \varphi(t) + \delta\varphi(\mathbf{x}, t). \quad (10.2.4)$$

Нетрудно убедиться, что в линейном по  $\delta\varphi$  приближении уравнения движения для  $\varphi(t)$  и  $\delta\varphi$  в метрике (10.2.1), (10.2.2) на стадии раздувания могут быть записаны следующим образом:

$$3H\dot{\varphi} = -V'(\varphi) = -\lambda\varphi^3; \quad (10.2.5)$$

$$3H\delta\dot{\varphi} - \frac{1}{a^2} \Delta\delta\varphi = -\left(V'' - \frac{(V')^2}{2V}\right)\delta\varphi = -\frac{5}{2}\lambda\varphi^2\delta\varphi. \quad (10.2.6)$$

Член  $[(V')^2/2V]\delta\varphi$  в (10.2.6) появляется за счет зависимости хаббловского параметра  $H$  от  $\varphi$ . Из (10.2.5), (10.2.6) ясно, что в первом приближении по  $\delta\varphi$  изучение эволюции поля  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  сводится к исследованию движения однородного поля  $\varphi(t)$  согласно классическому уравнению движения (10.2.5) и к последующему изучению эволюции распределения  $P_c(\delta\varphi, t)$ , подчиняющегося начальному условию  $P_c(\delta\varphi, 0) \sim \delta(\delta\varphi)$ .

При  $\varphi \gg M_p$ , т. е. во время раздувания, эффективный квадрат массы поля  $\delta\varphi$

$$m_{\delta\varphi}^2 = V'' - \frac{(V')^2}{2V} = \frac{5}{2}\lambda\varphi^2 \quad (10.2.7)$$

оказывается много меньше чем квадрат хаббловского параметра:  $m_{\delta\varphi}^2 \ll H^2$ . Это означает, что на первой стадии «расплывания» дельта-функционального распределения  $P_c(\delta\varphi, 0) \sim \delta(\delta\varphi)$ , вплоть до момента времени  $t_1 \sim 3H/2m_{\delta\varphi}^2 \sim (2\sqrt{\lambda}M_p)^{-1}$ , средний квадрат флуктуаций  $\delta\varphi$  нарастает по линейному закону (7.3.12):

$$\langle \delta\varphi^2 \rangle = \frac{H^3(\varphi)t}{4\pi^2} = \frac{\sqrt{\lambda}\varphi^6}{3\sqrt{6\pi}M_p^3} t. \quad (10.2.8)$$

Затем рост величины  $\langle \delta\varphi^2 \rangle$  замедляется (см. 7.3.13), и к моменту  $t_2 \sim \sqrt{6\pi}/\sqrt{\lambda}M_p \sim 10t_1$  дисперсия флуктуаций  $\delta\varphi$  практически достигает своего асимптотического значения (7.3.3):

$$\Delta_0 = \sqrt{\langle \delta\varphi^2 \rangle} = c \sqrt{\frac{3H^4}{8\pi^2 m_{\delta\varphi}^2}} \approx \sqrt{\frac{\lambda}{15}} \frac{\varphi^3}{M_p^2}, \quad (10.2.9)$$

где  $c \approx 1$ . Согласно (1.7.22), среднее поле  $\varphi(t)$  на этой стадии (при  $t \ll t_2$ ) практически не меняется. При  $t > t_2$  поле  $\varphi(t)$  и величина  $H(\varphi)$  начинают быстро убывать. По этой причине флуктуации, генерирующиеся при  $t \gg t_2$ , вносят пренебрежимо малый вклад в суммарную величину дисперсии  $\Delta(t) = \sqrt{\langle \delta\varphi^2 \rangle}$ , так что она в основном определяется флуктуациями, возникшими при  $t \lesssim t_2$ . Для анализа поведения  $\Delta(t)$  при  $t > t_2$  достаточно учесть, что амплитуда флуктуаций  $\delta\varphi$ , возникших при  $t < t_2$ , в дальнейшем ведет себя так же, как и величина  $\varphi$  [114]. (Причина этого состоит в том, что, как нетрудно проверить, величина  $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$  подчиняется тому же уравнению движения (10.2.6), что и величина  $\delta\varphi$ ). Отсюда следует, что при  $t \gg t_2$

$$\Delta(t) \approx \Delta_0 \frac{\dot{\varphi}(t)}{\varphi(t_2)} \approx \Delta_0 \frac{\dot{\varphi}(t)}{\varphi(t)}. \quad (10.2.10)$$

В теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$  из (1.7.22) следует, что  $\varphi \sim \varphi(t)$ , т. е. при  $t \gg t_2$

$$\Delta(t) = c \sqrt{\frac{\lambda}{15}} \frac{\varphi(t) \cdot \varphi_0^2}{M_p^2}, \quad c \approx 1. \quad (10.2.11)$$

Мы привели выше элементарный вывод выражений для дисперсии  $\Delta(t)$  (10.2.8)—(10.2.11), стараясь выявить физическую суть происходящих явлений [57, 78]. Те же самые результаты можно получить и более формальным образом, непосредственно решая уравнение диффузии (7.3.22) для распределения  $P_c(\varphi, t)$  с начальным условием  $P_c(\varphi, t) \sim \delta(\varphi - \varphi_0)$ . Соответствующая задача была решена в работе [132]; приведем лишь окончательное выражение для  $\Delta(t)$  в теориях типа  $V(\varphi) = \lambda\varphi^n/nM_p^{n-4}$ :

$$\Delta^2(t) = \frac{4\lambda\varphi^{n-2}(t)}{3n^2M_p^n} [\varphi_0^4 - \varphi^4(t)]. \quad (10.2.12)$$

В частности, в теории с эффективным потенциалом  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$

$$\Delta(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \frac{\varphi(t)}{M_p^2} [\varphi_0^4 - \varphi^4(t)]^{1/2}. \quad (10.2.13)$$

Используя (1.7.21), нетрудно убедиться, что этот результат согласуется с полученными выше выражениями (10.2.8)—(10.2.11) на всех стадиях процесса.

Для нас в дальнейшем будет особенно важно проанализировать эволюцию скалярного поля  $\varphi$  на начальной стадии процесса (за время  $t \lesssim t_2$ ), когда поле  $\varphi(t)$  меняется на величину  $\Delta\varphi \lesssim \varphi_0$ . Из (10.2.12) следует, что на этой стадии  $\Delta(t) \ll \varphi(t)$ , если  $V(\varphi_0) \ll M_p^4$ . Таким образом, если начальная плотность энергии много меньше планковской, то дисперсия распределения скалярного поля на рассматриваемой стадии всегда много меньше, чем среднее поле  $\varphi(t)$ , т. е. исследование эволюции поля  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  в линейном по  $\delta\varphi(\mathbf{x}, t)$  приближении (10.2.5), (10.2.6) является оправданным. С другой стороны, при  $\Delta(t) \ll \varphi(t)$  распределение  $P_c(\varphi, t)$  в окрестности своего максимума при  $\varphi = \varphi(t)$  является гауссовым, т. е.

$$P_c(\varphi, t) \sim \exp\left(-\frac{[\varphi - \varphi(t)]^2}{2\Delta^2}\right) = \exp\left(-\frac{3n^2[\varphi - \varphi(t)]^2 M_p^n}{8\lambda\varphi^{n-2}(t)[\varphi_0^4 - \varphi^4(t)]}\right), \quad (10.2.14)$$

где  $\varphi(t)$  — решение уравнения (10.2.5), см. (1.7.21), (1.7.22). В частности,

$$\varphi(t) = \varphi_0 \exp\left(-\frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{6\pi}} M_p t\right) \quad (10.2.15)$$

в теории с  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$ ;

$$\varphi^{2-(n/2)}(t) = \varphi_0^{2-(n/2)} - t \left(2 - \frac{n}{2}\right) \sqrt{\frac{n\lambda}{24\pi}} M_p^{3-(n/2)} \quad (10.2.16)$$

в теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^n/nM_p^{n-4}$  при  $n \neq 4$ .

Таким образом, распределение  $P_c(\varphi, t)$  в любом заданном домене Вселенной нестационарно, и вероятность обнаружить большое поле  $\varphi$  в любой заданной точке пространства с течением времени становится экспоненциально малой.

Однако если нас будет интересовать вопрос о том, какая доля  $P_p(\varphi, t)$  физического объема Вселенной (с учетом ее расширения, пропорционального  $\exp\left\{\int_0^t H(x, t) dt\right\}$ ) в момент  $t$  содержит поле  $\varphi$ , то ответ будет совершенно иным. Чтобы изучить этот вопрос, рассмотрим для определенности эволюцию распределения  $P_c(\varphi, t)$  за время  $\Delta t$ , за которое среднее поле  $\varphi(t)$  уменьшается на  $\Delta\varphi = \varphi_0/N \ll \varphi_0$ , где  $N$  — некоторое число,  $N \gg 1$ . Согласно (10.2.14)

$$P_c(\varphi, \Delta t) \approx \exp\left(-\frac{3n^2 N [\varphi - \varphi_0(1 - 1/N)]^2 M_p^n}{32\lambda\varphi_0^{n+2}}\right). \quad (10.2.17)$$

Из (10.2.17) следует, что доля первоначального координатного объема, оставшегося в состоянии с  $\varphi = \varphi_0$  через время  $\Delta t$ , равна

$$P_c(\varphi_0, \Delta t) \approx \exp\left(-\frac{3n^2 M_p^n}{32\lambda N \varphi_0^n}\right) = \exp\left(-\frac{3n M_p^4}{32NV(\varphi_0)}\right). \quad (10.2.18)$$

Заметим, что  $P_c(\varphi_0, \Delta t) \ll 1$  при  $V(\varphi_0) \ll M_p^4$ . Иными словами, дисперсия  $\Delta$  много меньше, чем разность  $\varphi_0 - \varphi(t)$ . За время  $\Delta t$  объем областей с  $\varphi = \varphi_0$  в среднем увеличивается в  $e^{3H(\varphi_0)\Delta t}$  раз. Из (10.2.15), (10.2.16) следует, что

$$\Delta t = \frac{2}{N} \sqrt{\frac{6\pi}{n\lambda}} \frac{M_p^{(n/2)-3}}{\varphi^{(n/2)-2}}. \quad (10.2.19)$$

Таким образом, первоначальный объем, занятый полем  $\varphi_0$ , за время  $\Delta t$  (10.2.19) изменяется в  $P_p(\varphi_0, \Delta t)$  раз, где

$$\begin{aligned} P_p(\varphi_0, \Delta t) &\approx P_c(\varphi_0, \Delta t) e^{3H(\varphi_0)\Delta t} = \\ &= \exp\left(-\frac{3n^2}{32\lambda N} \frac{M_p^n}{\varphi_0^n} + \frac{24\pi}{Nn} \frac{\varphi_0^3}{M_p^2}\right). \end{aligned} \quad (10.2.20)$$

Отсюда видно, что при  $\varphi_0 \gg \alpha\varphi^*$ , где

$$\varphi^* = \lambda^{-1/(n+2)} M_p, \quad \alpha = \left(\frac{n^3}{2^8\pi}\right)^{1/(n+2)} = O(1), \quad (10.2.21)$$

объем, занятый полем  $\varphi_0$ , за время  $\Delta t$  не уменьшается, а возрастает. То же самое повторяется и в следующий интервал времени  $\Delta t$ , и т. д. Это означает, что области раздувающейся Вселенной с  $\varphi > \varphi^*$  в процессе раздувания нескончаемо воспроизводят сами себя, т. е. процесс раздувания, раз начавшись, продолжается неограниченно долго и объем раздувающейся части Вселенной неограниченно растет со временем.

Еще более интересный результат получается при анализе распределения  $P_p(\varphi, \Delta t)$  при  $\varphi - \varphi_0 \gg \Delta\varphi = \varphi_0/N$ . Действительно, поле  $\varphi$ , случайно «заброшенное» квантовыми флуктуациями в эту область, за характерное время  $\sim \Delta t$  не может существенно уменьшиться ни за счет классического скатывания (на величину  $\sim \Delta\varphi$ ), ни за счет диффузии (на величину  $\sim \Delta \ll \Delta\varphi = \varphi_0/N$ ). Объем областей, заполненных полем  $\varphi$ , за время  $\Delta t$  (10.2.19) вырастает в  $e^{3H(\varphi)\Delta t}$  раз, откуда

$$P_p(\varphi, \Delta t) \sim P_c(\varphi, \Delta t) e^{3H(\varphi)\Delta t} = \exp \left[ -\frac{3n^2 N [\varphi - \varphi(t)]^2 M_p^n}{32\lambda\varphi_0^{n+2}} + \frac{24\pi\varphi_0^2}{NnM_p^2} \left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)^{n/2} \right]. \quad (10.2.22)$$

Нетрудно убедиться, что при  $\varphi > \beta\varphi^*$ , где  $\beta = (n^2 N/2^6)^{1/(n+2)} = O(1)$ , максимум распределения  $P_p(\varphi, \Delta t)$  смещается не в сторону  $\varphi < \varphi_0$ , как максимум  $P_c(\varphi, \Delta t)$ , а в сторону  $\varphi > \varphi_0$ . Это означает, что при  $\varphi \gg \varphi^*$  Вселенная не только постоянно воспроизводит сама себя, но при этом основная часть физического объема Вселенной постепенно заполняется все бóльшим и бóльшим полем  $\varphi$  [132, 133]. Этот результат находится в полном соответствии с результатом, полученным в § 1.8 более элементарными методами [57].

### § 10.3. Самовосстанавливающаяся раздувающаяся Вселенная и квантовая космология

Возможность вечного существования самовосстанавливающейся Вселенной является одним из наиболее важных и неожиданных следствий теории раздувающейся Вселенной, заслуживающим детального обсуждения (см. также § 1.8). Прежде всего, дадим более точную интерпретацию результатов, полученных в § 10.2. Распределения  $P_c(\varphi, t)$  и  $P_p(\varphi, t)$  имеют следующий физический смысл. Рассмотрим домен раздувающейся Вселенной начального размера  $l \gtrsim H^{-1}$  и предположим, что он изначально (при  $t = 0$ ) был равномерно по всему объему заполнен наблюдателями с одинаковыми часами, синхронизированными в момент  $t = 0$ . В таком случае величина  $P_c(\varphi, t)$  определяет долю наблюдателей, которые в момент  $t$  по их часам (т. е. в синхронной системе координат) будут находиться в области, заполненной практически однородным (в масштабе  $l \gtrsim H^{-1}(\varphi)$ ) квазиклассическим полем  $\varphi$ . Распределение  $P_p(\varphi, t)$  определяет величину физического объема Вселенной, занятого наблюдателями, которые в момент  $t$  по их часам живут в областях размером, большим  $H^{-1}(\varphi)$ , заполненных полем  $\varphi$ .

Из результатов, полученных в предыдущем параграфе, следует, что распределение  $P_c(\varphi, t)$  в каждой конкретной области раздувающейся Вселенной не может быть стационарным. Оно может быть квазистационарным во время туннелирования из метастабильного вакуумного состояния в стабильное, как в случае тунне-

лирования Хоукинга—Мосса в новом сценарии раздувающейся Вселенной. Однако в любой модели, в которой инфляция на окончательной стадии сменяется разогревом и релаксацией поля  $\varphi$  вблизи минимума  $\varphi_0$  потенциала  $V(\varphi)$ , распределение  $P_c(\varphi, t)$  при  $\varphi \neq \varphi_0$  не может (и не должно) быть стационарным (по крайней мере, в пределах справедливости использованного нами приближения, см. ниже). Иными словами, доля наблюдателей, первоначально находившихся в неустойчивом состоянии вне абсолютного минимума эффективного потенциала  $V(\varphi)$ , должна убывать со временем. Этот вывод подтверждается результатами, полученными выше, см., например, уравнение (10.2.14), показывающее, что вероятность остаться в неустойчивом состоянии  $\varphi \gtrsim M_p$  в теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$  через время  $t \gtrsim \sqrt{6\pi/\lambda} M_p^{-1} \ln(\varphi_0/M)$  становится экспоненциально малой.

В то же время, при  $\varphi_0 \gg \varphi^*$ , см. (10.2.21), распределение  $P_p(\varphi, t)$  в области  $\varphi \gtrsim \varphi^*$  растет с увеличением  $\varphi$ , т. е. суммарный объем областей раздувающейся Вселенной, занятых наблюдателями, которые находятся в момент  $t$  по их часам в неустойчивом состоянии  $\varphi \gtrsim \varphi^*$ , увеличивается с ростом  $\varphi$  и  $t$ , и, следовательно, полный объем раздувающихся областей Вселенной неограниченно растет со временем. Из (10.2.22) следует, что при больших  $t$  основная доля объема Вселенной должна находиться в состоянии с предельно большим значением поля  $\varphi$ , таким, что  $V(\varphi) \sim M_p^4$ .

Здесь, правда, следует сделать важную оговорку. Доля объема Вселенной, находящегося в состоянии с данным полем  $\varphi$  в данный момент времени, зависит от того, что понимать под словом «время». Полученные выше результаты относятся к собственному времени  $t$  сопутствующих наблюдателей, часы которых были синхронизированы в некоторый момент  $t = 0$ , когда они находились достаточно близко друг к другу. Однако можно описывать те же явления с помощью других координат, например с помощью координат, соответствующих метрике (7.5.8), особенно удобной для описания возникновения неоднородностей плотности в процессе раздувания Вселенной. Чтобы различить собственное время сопутствующих наблюдателей  $t$  и «время», соответствующее метрике (7.5.8), последнее мы в этом параграфе будем обозначать  $\tau$ . Объем областей Вселенной, занятых полем  $\varphi \gtrsim \varphi^*$ , экспоненциально растет и со временем  $t$ , и со временем  $\tau$  [133]. Однако из-за специфики определения «времени»  $\tau$  скорость экспоненциального расширения Вселенной  $\sim e^{H\tau}$  в метрике (7.5.8) одинакова всюду, вне зависимости от локального уменьшения или увеличения поля  $\varphi$ . Поэтому доля физического объема Вселенной, заполненного большим полем  $\varphi$ , на гиперповерхности постоянного  $\tau$  убывает почти так же, как и  $P_c(\varphi, \tau)$ . Таким образом, ответ на вопрос о том, какая доля физического объема областей самовосстанавливающейся Вселенной с течением времени переходит в состояние с предельно большим значением поля  $\varphi$ , зависит от

того, что именно понимается под словом «время». Именно поэтому мы и провели здесь более детальное, чем в § 10.2, обсуждение данного вопроса, ответ на который, как оказалось, зависит от того, как он в точности сформулирован. Важно, однако, что справедливость основного вывода о самовосстановлении и экспоненциальном расширении областей Вселенной, заполненных полем  $\varphi > \varphi^*$ , не зависит от выбора системы координат [133].

Полезно взглянуть на полученные результаты еще с одной стороны. Если Вселенная является самовоспроизводящейся, то может оказаться, что стандартный вопрос о начальных условиях *во всей Вселенной* не имеет отношения к делу, так как у Вселенной может не существовать глобальной начальной пространственно-подобной сингулярной гиперповерхности, которая играла бы роль глобальной гиперповерхности Коши. В настоящее время нет достаточных оснований полагать, что *вся Вселенная в целом* родилась примерно  $10^{10}$  лет назад в сингулярном состоянии, до которого классического пространства-времени не было вообще. Инфляция могла начинаться и кончаться в разное время в различных областях Вселенной, что никоим образом не противоречит существующим наблюдательным данным.

Соответственно в разных областях Вселенной плотность материи опускалась до  $\rho_0 \sim 10^{-29}$  г·см<sup>-3</sup> в разное время, спустя примерно  $10^{10}$  лет после окончания раздувания в каждой из этих областей. Именно после этого в каждой из таких областей впервые возникали условия, необходимые для появления наблюдателей нашего типа. Количество таких наблюдателей, по-видимому, должно быть пропорционально объему Вселенной на гиперповерхности (гиперповерхностях) плотности  $\rho_0 \sim 10^{-29}$  г·см<sup>-3</sup>. Поэтому, исследовав вопрос о том, за счет каких процессов образуется основная часть объема Вселенной на гиперповерхности плотности  $\rho_0 \sim 10^{-29}$  г·см<sup>-3</sup> (т. е. через  $10^{10}$  лет после окончания раздувания), мы тем самым смогли бы ответить на вопрос о наиболее вероятной истории наблюдаемой нами части Вселенной.

Для исследования этого вопроса учтем, что за  $10^{10}$  лет после конца инфляции Вселенная расширяется примерно в  $10^{30}$  раз, а на стадии раздувания в теории  $\lambda\varphi^{1/4}$  Вселенная согласно (1.7.26) расширяется примерно в  $\exp(\pi\varphi_0^2/M_p^2)$  раз, где  $\varphi_0$  — начальное значение поля  $\varphi$ . Однако с учетом квантовых эффектов в режиме самовосстановления при  $\varphi \gtrsim \varphi^* \sim \lambda^{-1/6} M_p$  этот результат меняется.

Действительно, рассмотрим, как это сделано в конце § 10.2, часть раздувающейся Вселенной, в которой поле  $\varphi$  за время  $\Delta t$  (10.2.19) «забрасывается» квантовыми флуктуациями в область  $\varphi - \varphi_0 \gg \Delta\varphi$ . «Возвращение» этого поля обратно, в силу условия малости дисперсии поля по сравнению с  $\Delta\varphi$ , осуществляется в основном за счет классического скатывания к  $\varphi = \varphi_0$ , во время которого область, занятая «подскокншим» полем  $\varphi$ , дополнительно раздувается в  $\exp[(\pi/M_p^2)(\varphi^2 - \varphi_0^2)]$  раз.

Вероятность большого подскока поля  $\varphi$  экспоненциально подавлена, см. (10.2.14), (10.2.22), но нетрудно проверить, что это

подавление при  $\varphi \gg \varphi^*$  с лихвой окупается за счет упомянутого дополнительного раздувания области, заполненной подскокившим полем  $\varphi$ . Это означает, что большая часть объема Вселенной после раздувания (например, на гиперповерхности  $\rho = \rho_0$ ) возникает в результате эволюции тех относительно редких, но дополнительно раздувшихся областей, в которых поле  $\varphi$  подскакивало наверх за счет длинноволновых квантовых флуктуаций. Продолжая эту линию рассуждения, можно показать, что подавляющая часть физического объема Вселенной в состоянии с заданной плотностью  $\rho = \rho_0$  формируется за счет раздувания областей, в которых поле  $\varphi$  в течение максимально большого времени флуктуировало, принимая предельно большие значения с плотностью энергии, приближающейся к планковской,  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . В этом смысле состояние с планковской плотностью энергии (пространственно-временная пена) является как бы источником, постоянно продуцирующим подавляющую часть физического объема Вселенной. Мы еще вернемся к обсуждению этого обстоятельства, а сейчас сравним наши выводы с основными предположениями, делавшимися при анализе волновой функции Вселенной.

При обосновании выражения для волновой функции, предложенного Хартлем и Хоукингом, см. (10.1.12), (10.1.17), делалось предположение, что у Вселенной имеется основное, стационарное состояние, или состояние наименьшего возбуждения (вакуум), волновую функцию которого  $\Psi(a, \varphi)$  они и пытались определить (см. § 10.1). Квадрат этой волновой функции  $|\Psi(a, \varphi)|^2$  должен был бы дать стационарное распределение вероятности обнаружить Вселенную в состоянии с однородным скалярным полем  $\varphi$  и масштабным фактором  $a$  (10.1.18), (10.1.20). Важным указанием в пользу справедливости такого предположения могло бы служить то, что квазистационарное распределение  $P_c(\varphi)$  (10.2.3) оказывается пропорциональным квадрату волновой функции Хартля—Хоукинга. Однако результаты исследования, проведенного в предыдущем параграфе, показывают, что при достаточно общих начальных условиях распределение  $P_c(\varphi, t)$  в сценарии хаотического раздувания не выходит на стационарный режим (10.2.3). Тем не менее возможен стационарный режим другого типа, отчасти описываемый распределением  $P_p(\varphi, t)$ . В этом режиме Вселенная постоянно воспроизводит экспоненциально расширяющиеся области (мини-вселенные), содержащие большое поле  $\varphi$ ,  $\varphi^* \lesssim \varphi \lesssim \varphi_p$ , где  $V(\varphi_p) \sim M_p^4$ , причем свойства Вселенной внутри таких областей не зависят от свойств соседних областей Вселенной (в силу теоремы об «отсутствии волос» у мира де Ситтера), а также от истории и времени формирования этих областей. О стационарности здесь можно говорить, например, в том смысле, что области раздувающейся Вселенной, содержащие поле  $\varphi \gtrsim \varphi^*$ , постоянно возникают, и свойства Вселенной в экспоненциально большой окрестности каждой такой области в среднем одинаковы и не зависят от времени возникновения данной области (фрактальная структура

Вселенной [133, 325]). Было бы чрезвычайно интересно получить волновую функцию Вселенной, отвечающую стационарному режиму указанного типа.

Что же можно сказать по поводу волновой функции (10.1.23), описывающей квантовое рождение Вселенной? Для того чтобы получить ответ на этот вопрос, изучим более детально первую (диффузионную) стадию расплывания начального распределения  $P_c(\varphi, 0) = \delta(\varphi - \varphi_0)$ , когда классическое поле  $\varphi$  почти не меняется,  $\varphi(t) \approx \varphi_0$ . Соотношение (10.2.14) справедливо тогда, когда дисперсия  $\Delta$  и отклонение поля  $\varphi$  от  $\varphi_0$  много меньше самого значения  $\varphi_0$ . В то же время при  $\varphi - \varphi_0 \approx \varphi_0$  распределение  $P_c(\varphi, t)$  сильно отличается от распределения Гаусса. Для вычисления  $P_c(\varphi, t)$  в этом случае учтем, что на первой стадии можно пренебречь классическим скатыванием поля  $\varphi$ , т. е. последним членом в диффузионном уравнении (7.3.22):

$$\frac{\partial P_c(\varphi, t)}{\partial t} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3\pi}M_p^3} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} (V(\varphi) \cdot P_c(\varphi, t)). \quad (10.3.1)$$

Решение этого уравнения удобно искать в виде  $P_c(\varphi, t) \sim \sim A(\varphi, t) \exp[-S(\varphi)/t]$ , где  $A(\varphi, t)$  и  $S(\varphi)$  — некоторые относительно медленно меняющиеся функции  $\varphi$  и  $t$ .

Нетрудно убедиться, что в теории  $V(\varphi) = \lambda\varphi^n/nM_p^{n-4}$  при  $\varphi \ll \varphi_0$  соответствующее решение имеет вид

$$P_c(\varphi, t) = A \exp \left[ -\frac{3\sqrt{6\pi}}{t\lambda\sqrt{\lambda}(3n-4)^2} \left(\frac{M_p}{\varphi}\right)^{(3n/2)-1} \right], \quad (10.3.2)$$

причем пренебрежение последним членом в уравнении (7.3.22) оправдано при

$$t \lesssim \Delta t(\varphi) = \sqrt{\frac{6\pi}{n\lambda}} M_p^{-1} \left(\frac{M_p}{\varphi}\right)^{(n/2)-2} \quad (10.3.3)$$

(ср. с (10.2.19)). Если эффективный потенциал  $V(\varphi)$  не слишком крутой,  $n \leq 4$ , то использованное диффузионное приближение становится неприменимым сначала при малых  $\varphi$ , а затем уже и при  $\varphi \sim \varphi_0$ . В этом случае можно сказать, что области пространства с малым полем  $\varphi$ , в которых классическое движение превалирует над квантовыми флуктуациями, формируются за счет квантового диффузионного процесса в течение времени  $t \lesssim \Delta t(\varphi)$ , причем распределение вероятности формирования области (мини-вселенной) с заданным полем  $\varphi$  к моменту окончания доминантности квантовой диффузии ( $t \sim \Delta t(\varphi)$ ) равно, согласно (10.3.2), (10.3.3),

$$P_c(\varphi, \Delta t(\varphi)) \sim \exp[-cM_p^4/V(\varphi)], \quad (10.3.4)$$

где  $c = O(1)$ . Эта формула справедлива при  $n \leq 4$ ,  $\varphi \ll \varphi_0$ , независимо от значения  $\varphi_0$ . В частности, при  $V(\varphi_0) \gtrsim M_p^4$  эту формулу можно интерпретировать как вероятность квантового рождения (мини)-вселенной из пространственно-временной пены

с  $V(\varphi) \geq M_p^4$ . Как легко видеть, эта формула с точностью до коэффициента  $c = O(1)$  совпадает с вероятностью квантового рождения Вселенной из «ничего» (10.1.24).

Имеется ли между уравнениями (10.3.4) и (10.1.24) что-то большее, чем чисто формальное сходство? Для ответа на этот вопрос требуется дополнительное исследование, однако некоторые соображения на этот счет можно высказать уже и сейчас. Прежде всего, заметим, что уравнение (10.3.4) описывает формирование лишь части Вселенной размером, большим  $H^{-1}(\varphi)$ , за счет квантовой диффузии из ранее существовавшей области раздувающейся Вселенной. При этом формула (10.3.4) верна в теориях  $V(\varphi) \sim \varphi^n$  лишь при  $n \leq 4$ ; при  $n > 4$ , как можно показать,

$$P_c(\varphi, \Delta t(\varphi)) = P_c(\varphi, \Delta t(\varphi_0)) \sim \exp \left[ - \frac{cM_p^4}{V(\varphi)} \left( \frac{\varphi_0}{\varphi} \right)^{(n/2)-2} \right]. \quad (10.3.5)$$

В тех же случаях, когда на интервале между  $\varphi$  и  $\varphi_0$  имеются участки быстрого скатывания поля  $\varphi$ , во время которого Вселенная не раздувается, формулы типа (10.3.4), (10.3.5) вообще неправильны, так как на таких участках неприменимо используемое нами уравнение диффузии. В частности, нельзя получить уравнение типа (10.3.4) для вероятности диффузии из пространственно-временной пены с  $V(\varphi_0) \geq M_p^4$  на вершину эффективного потенциала при  $\varphi = 0$  в новом сценарии раздувающейся Вселенной. Между тем, формула (10.1.23) (возможно, несколько модифицированная с учетом эффектов квантового рождения частиц при туннелировании [321]) предполагается применимой для описания квантового рождения всей Вселенной, даже если непрерывный диффузионный переход между  $\varphi_0$  и  $\varphi$  невозможен.

Все это, казалось бы, позволяет говорить о двух различных дополняющих друг друга или конкурирующих процессах, описываемых формулами (10.3.4) и (10.1.24). Однако опыт с теорией туннелирования Хоукинга — Мосса (7.4.1) заставляет нас проявлять в этом вопросе некоторую осторожность. Напомним, что первоначально формула (7.4.1), полученная с помощью евклидова подхода к теории туннелирования, однозначно интерпретировалась как вероятность однородного туннелирования во всей Вселенной сразу [121]. Однако и строгий вывод уравнения (7.4.1), и обоснование указанной интерпретации по существу отсутствовали. Вывод этого уравнения впервые был получен с помощью решения уравнения диффузии, и интерпретация полученного результата сильно отличалась от первоначальной интерпретации, основанной на применении евклидова подхода [134, 135]. Аналогично, оба способа вывода уравнения (10.1.24) (с помощью (анти)виковского поворота  $t \rightarrow it$  и с помощью рассмотрения туннелирования из точки  $a = 0$ ) не являются достаточно строгими, и интерпретация выражения (10.1.24) как вероятности туннелирования из «ничего» также находится где-то на грани между физикой и поэзией. Один из основных вопросов, которые при этом возни-

кали, был связан с тем, что именно туннелировало, если входящей под барьер волны не было. Возможный ответ состоит в том, что мы просто не могли идентифицировать входящую волну, находясь в рамках мини-суперпространственного подхода. Действительно, с помощью решения уравнения диффузии в теории хаотического раздувания было показано, что при раздувании постоянно создаются отдельные области Вселенной с плотностью, близкой к планковской, и с размером  $l \sim l_p \sim M_p^{-1}$ . Туннелирование (или диффузию) с увеличением размера каждой такой области и с изменением скалярного поля внутри нее можно было бы (приблизительно) ассоциировать с процессом квантового рождения Вселенной. При этом появление начальных областей раздувающейся Вселенной планковского размера («входящая волна») не может быть описано в рамках мини-суперпространственного подхода, но имеет простую и наглядную интерпретацию в рамках стохастического подхода к раздуванию.

Таким образом, сейчас мы ближе подошли к обоснованию справедливости выражения (10.1.24) для вероятности квантового рождения Вселенной из «ничего». Однако все еще не до конца ясно, содержится ли в этом выражении что-либо правильное и в то же время отличное от формулы (10.3.4), которая была получена с помощью стохастического подхода к раздуванию и имеет гораздо более четкий и ясный физический смысл. Особую актуальность этот вопрос имеет применительно к теории квантового рождения Вселенной в состоянии  $\varphi = 0$ , которое соответствует локальному максимуму  $V(\varphi)$ , расположенному при  $V(\varphi) \ll M_p^4$ , поскольку диффузия в это состояние из пространственно-временной пены с  $V(\varphi) \sim M_p^4$  невозможна.

В заключение рассмотрим еще один вопрос, связанный с возможностью рождения раздувающейся Вселенной из мира Минковского. Речь идет о том, что за счет квантовых флуктуаций в мире Минковского может возникнуть область раздувающейся Вселенной размером  $l \gtrsim H^{-1}$ . Такая область по теореме об «отсутствии волос» у мира де Ситтера могла бы раздуваться «изнутри самой себя», независимо от того, что происходит в окружающем ее мире. Тем самым мы получили бы возможность говорить о нескончаемом процессе рождения раздувающихся мини-вселенных, происходящем даже на самых поздних стадиях развития окружающей нас части мира.

Описание процесса рождения области раздувающейся Вселенной за счет квантовых флуктуаций можно было бы провести аналогично описанию формирования областей раздувающейся Вселенной с большим полем  $\varphi$  за счет накопления длинноволновых квантовых флуктуаций  $\delta\varphi$ . Основное отличие здесь состоит в том, что длинноволновые флуктуации  $\delta\varphi$  массивного скалярного поля  $\varphi$  во время инфляции при  $t \ll H$  «замораживаются» по амплитуде, в то время как в мире Минковского этот эффект отсутствует. Однако если в некоторой области мира Минковского за счет наложения

квантовых флуктуаций возникает область достаточно большого и однородного поля  $\varphi$ , то эта область сама по себе может начать раздуваться, и такой процесс может стабилизировать («заморозить») флуктуации  $\delta\varphi$ , приведшие к ее возникновению. В таком случае можно будет говорить о самосогласованном процессе возникновения области раздувающейся Вселенной за счет квантовых флуктуаций в мире Минковского.

Не претендуя на полное описание такого процесса, попытаемся оценить его вероятность в теориях с  $V(\varphi) = \lambda\varphi^n/nM_p^{n-4}$ . Образовавшийся домен с большим полем  $\varphi$  будет частью мира де Ситтера, лишь если внутри него  $(\partial_\mu\varphi)^2 \ll V(\varphi)$ . Это означает, что размер домена должен превосходить  $l \sim \varphi V(\varphi)^{-1/2}$ , а поле внутри домена должно быть больше чем  $M_p$ . Такой домен может возникнуть за счет наложения квантовых флуктуаций  $\delta\varphi$  с длиной волны  $k^{-1} \gtrsim l \sim \varphi V(\varphi)^{-1/2} \sim m^{-1}(\varphi)$ . Дисперсию таких флуктуаций  $\langle\varphi^2\rangle_{k < m}$  можно оценить по простой формуле

$$\langle\varphi^2\rangle_{k < m} \sim \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{m(\varphi)} \frac{k^2 dk}{\sqrt{k^2 + m^2(\varphi)}} \sim \frac{m^2}{\pi^2} \sim \frac{V(\varphi)}{\pi^2\varphi^2}, \quad (10.3.6)$$

откуда для гауссова распределения  $P(\varphi)$  вероятности возникновения поля  $\varphi$ , достаточно однородного в масштабе  $l$ , имеем оценку [13]

$$P(\varphi) \sim \exp[-c\pi^2\varphi^4/V(\varphi)], \quad (10.3.7)$$

где  $c = O(1)$ . В частности, для теории с  $V(\varphi) = \lambda\varphi^4/4$

$$P(\varphi) \sim \exp(-c \cdot 4\pi^2/\lambda). \quad (10.3.8)$$

Разумеется, использованный выше метод является довольно грубым. Тем не менее получаемые с его помощью оценки по порядку величины вполне разумны. Так, практически те же самые рассуждения можно использовать при изучении вероятности туннелирования из точки  $\varphi = 0$  в теории с  $V(\varphi) = -\lambda\varphi^4/4$  в мире Минковского (см. гл. 5). Получающаяся при этом оценка вероятности образования пузырька поля  $\varphi$  также дается формулой (10.3.8). Этот результат находится в полном согласии с более точной формулой  $P \sim \exp(-8\pi^2/3\lambda)$  (5.3.12), полученной с помощью евклидовых методов. Нетрудно убедиться, что предложенный выше простой метод позволяет восстановить с точностью до числового коэффициента порядок единицы и все остальные результаты, полученные в гл. 5. Этот вывод может служить аргументом в пользу справедливости оценок (10.3.7), (10.3.8) вероятности рождения раздувающейся Вселенной в мире Минковского.

Основное сомнение, связанное с возможностью квантового рождения раздувающейся Вселенной в мире Минковского, состоит в том, что закон сохранения энергии запрещает возникновение объекта с положительной энергией из вакуума в этом мире. Поэтому в рамках классической теории поля, в которой плотность энергии всюду положительна, подобный процесс был бы невозмо-

жен. (Обсуждение сходной проблемы см. в [213, 326].) Однако на квантовом уровне плотность энергии вакуума является нулевой за счет взаимной компенсации положительной плотности энергии классических скалярных полей и их квантовых флуктуаций и отрицательной энергии, связанной с фермионами, или затравочной отрицательной энергии вакуума. Возникновение домена с положительной плотностью энергии за счет накопления длинноволновых флуктуаций поля  $\phi$  неизбежно сопровождается созданием вокруг этого домена области, в которой плотность энергии отрицательна. Здесь мы имеем дело с обычными квантовыми флуктуациями плотности энергии вакуума вблизи ее нулевого значения. В рассматриваемом случае эти флуктуации приводят к процессу типа квантового туннелирования с созданием раздувающейся области Вселенной, окруженной областью с отрицательной плотностью энергии. При этом важно, что для внешнего наблюдателя полная энергия раздувающейся области Вселенной (так же, как и полная энергия раздувающейся замкнутой Вселенной) не будет экспоненциально расти; возникшая область как бы формирует отдельную от нас Вселенную, соединенную с нами лишь горловиной (которая, так же как черная дыра, может испариться за счет эффекта Хокинга [327, 213]). В то же время дефект длинноволновых флуктуаций поля  $\phi$  вокруг этой области быстро восполняется за счет флуктуаций, приходящих из соседних областей, и тем самым отрицательная энергия области вблизи горловины может быстро оказаться размазанной по большому объему вокруг раздувающегося домена.

Приведенные выше рассуждения о рождении раздувающейся Вселенной в мире Минковского носят весьма условный характер и служат лишь для того, чтобы проиллюстрировать принципиальную возможность такого процесса. Этот вопрос требует более детального изучения. Если такой процесс действительно может иметь место и сопровождаться перегоранием горловины, соединяющей раздувающийся домен с миром Минковского, то в теории станет возможен еще один режим стационарного воспроизведения областей раздувающейся Вселенной. Подчеркнем, однако, что вероятность реализации этого режима никак не связана с распределением  $P_c(\phi)$ , пропорциональным квадрату волновой функции Хартля — Хокинга (10.1.17). Евклидов подход к теории «отпочкования» Вселенных развит в работах [350—352]; см. по этому поводу § 10.7.

#### § 10.4. Глобальная структура раздувающейся Вселенной и проблема общей космологической сингулярности

Одним из важнейших следствий сценария раздувающейся Вселенной является то, что при определенных условиях Вселенная, раз возникнув, никогда не коллапсирует и не исчезает как целое. Даже если исходно она была подобна однородной замкнутой Вселенной Фридмана, то вскоре, оставаясь локально однородной,

она становится сильно неоднородной в предельно больших масштабах, и никакого глобального конца мира, имеющего место в однородной замкнутой Вселенной Фридмана, в этом случае не будет.

Существуют такие варианты теории раздувающейся Вселенной, в которых процесс самовосстановления Вселенной не происходит. Этой особенностью обладает, например, модель Шафи — Веттерриша [237], основанная на изучении инфляции в специальном варианте теории Калуды — Клейна (см. § 9.5). Однако в большей части инфляционных моделей процесс раздувания Вселенной действительно не имеет конца. Например, в старом сценарии Гуса при достаточно малой вероятности образования пузырьков новой фазы с  $\varphi \neq 0$  эти пузырьки никогда не заполнят весь физический объем Вселенной, так как расстояние между любыми двумя пузырьками растет экспоненциально, и увеличивающийся за счет этого объем Вселенной просто не успевает заполняться новыми пузырьками [53, 113, 327, 328]. Аналогичное явление имеет место и в новом сценарии раздувающейся Вселенной [266, 267], причем детальная теория этого процесса [204] очень близка к соответствующей теории в сценарии хаотического раздувания [57, 133]. Основное различие состоит в том, что и в новом и в старом сценарии раздувающейся Вселенной речь идет о воспроизводстве областей с полем  $\varphi$ , близким к нулю и с  $V(\varphi) \ll M_p^4$ , в то время как в сценарии хаотического раздувания могут постоянно воспроизводиться области с предельно большими значениями  $V(\varphi)$ , вплоть до  $V(\varphi) \sim M_p^4$ . Это обстоятельство будет очень важно для нас в дальнейшем.

Возможность бесконечного процесса рождение новых и новых областей раздувающейся Вселенной, означающая отсутствие единой космологической сингулярности (т. е. глобальной пространственноподобной сингулярной гиперповерхности) *в будущем*, заставляет по-новому отнестись и к проблеме *начальной* космологической сингулярности. Действительно, кажется вовсе не обязательным предполагать, что у процесса бесконечного воспроизводства раздувающихся областей Вселенной было какое-то единое начало. На этой идее были основаны модели несингулярной Вселенной, предложенные в рамках старого [327, 328] и нового сценариев раздувающейся Вселенной [267]. Согласно этим моделям, большая часть физического объема Вселенной навсегда остается в состоянии экспоненциального расширения при  $\varphi \approx 0$ , из которого появляются все новые и новые мини-вселенные нашего типа.

К сожалению, возможность реализации этой идеи пока не до конца ясна. Для того чтобы понять, в чем кроется наибольшая трудность, напомним, что экспоненциально расширяющийся (плоский) мир де Ситтера не является геодезически полным. Он представляет собой лишь часть замкнутого мира де Ситтера, который на ранних стадиях своей эволюции не расширяется, а сжимается,  $a(t) = H^{-1} \operatorname{ch} Ht$  (см. § 7.2). В экспоненциально быстро сжимающемся мире де Ситтера фазовый переход из состояния  $\varphi = 0$ ,

в принципе, может осуществиться во всем объеме за конечное время, и тогда не остается областей, которые могли бы приводить к бесконечному расширению Вселенной при  $t > 0$ . Этот вопрос нуждается в дополнительном исследовании, как потому что теория фазовых переходов в экспоненциально сжимающемся мире пока еще не изучена, так и потому что *глобальная* геометрия самовосстанавливающейся Вселенной сильно отличается от геометрии мира де Ситтера, и вопрос о геодезической неполноте самовосстанавливающейся раздувающейся Вселенной, в отличие от вопроса о геодезической неполноте плоского мира де Ситтера, далеко не так ясен.

Еще более нетривиальна ситуация в сценарии хаотического раздувания, в котором большая часть физического объема Вселенной образуется из областей, проходящих через стадию с плотностью энергии, близкой к планковской,  $V(\varphi) \gtrsim M_p^4$ . В этом сценарии классическое пространство-время находится как бы в состоянии динамического равновесия с пространственно-временной пеной: области классического пространства постоянно рождаются из пространственно-временной пены, и часть этих областей вновь превращается в пену с  $V(\varphi) \gtrsim M_p^4$ . В этом смысле возникновение «сингулярностей» пространства внутренне присуще этому сценарию. В то же время в этом сценарии особенно отчетливо видно, что вместо трагизма рождения *всего* мира из сингулярности, до которой *ничего* не существовало, и его последующего превращения в *ничто*, мы имеем дело с нескончаемым процессом взаимопревращения фаз, в которых малы или наоборот велики квантовые флуктуации метрики. Из приведенных в § 10.2 результатов следует, что классическое пространство-время, т. е. фаза, в которой квантовые флуктуации метрики малы, раз возникнув, никогда более не исчезает. Геометрические свойства области, заполненной этой фазой<sup>1)</sup>, еще более сильно, чем в новом сценарии раздувающейся Вселенной, отличаются от свойств плоского мира де Ситтера. Если окажется, что эта область геодезически полна, то можно будет говорить о существовании модели, в которой Вселенная не имеет не только единого конца, но и единого начала.

В действительности, однако, как уже говорилось в § 9.1, эта возможность в сценарии хаотического раздувания возникает даже без учета процесса самовосстановления. А именно, если Вселенная конечна и изначально имеет размер не более планковского,  $l \lesssim \lesssim M_p^{-1}$ , то не является неразумной гипотеза о том, что вся Вселенная в некоторый начальный момент  $t = 0$  (с точностью до  $\Delta t \sim \sim M_p^{-1}$ ) возникла как целое из пространственно-временной пены (на классическом языке — появилась из сингулярности). Однако, если Вселенная бесконечна, то возможность того, что бесконечное число причинно-несвязанных областей классического пространст-

<sup>1)</sup> По традиции будем именно эту область называть Вселенной, хотя, строго говоря, ко Вселенной, т. е. ко всему, что существует, следовало бы отнести и области, занятые пространственно-временной пеной.

ва появляется из пространственно-временной пены одновременно, представляется совершенно невероятной<sup>1)</sup>).

Здесь, во избежание недоразумений, следует еще раз напомнить, что стандартный вывод о наличии единой (глобальной) пространственноподобной начальной космологической сингулярности сам по себе вовсе не следует из общих топологических теорем о сингулярностях. Этот вывод базировался в первую очередь на предположении о глобальной однородности Вселенной. В рамках теории горячей Вселенной такое предположение, хотя и не имело под собой никаких фундаментальных оснований, тем не менее казалось неизбежным, так как согласно этой теории наблюдаемая нами часть Вселенной возникла за счет расширения огромного числа причинно-несвязанных областей, в которых плотность вещества по какой-то неизвестной причине была почти одинаковой (см. обсуждение проблем однородности и горизонта в § 1.5). В теории раздувающейся Вселенной предположение о глобальной однородности Вселенной оказывается ненужным, а в большинстве случаев и просто неверным. Поэтому в настоящее время стандартное утверждение о существовании проблемы общей космологической сингулярности является по меньшей мере недостаточно обоснованным.

### § 10.5. Инфляция и антропный принцип

Одно из наиболее дерзких желаний физиков-теоретиков — построить такую теорию, из которой однозначно следовали бы наблюдаемые значения всех параметров элементарных частиц, населяющих нашу Вселенную. Благородный идеализм исследователя заставляет многих верить в то, что истинная теория, описывающая наш мир, должна быть прекрасной и единственной. Однако из этого еще вовсе не следует, что и параметры элементарных частиц в такой теории должны быть однозначно вычислимы. Например, в суперсимметричной теории  $SU(5)$  эффективный потенциал  $V(\Phi, H)$  относительно хиггсовских полей  $\Phi$  и  $H$ , фигурирующих в этой теории, имеет сразу несколько минимумов, причем без учета гравитационных эффектов. Значение энергии вакуума  $V(\Phi, H)$  во всех минимумах одинаково. Каждый из таких минимумов отвечает разным типам нарушения симметрии в теории, т. е. разным свойствам элементарных частиц. Учет гравитационных взаимодействий снимает вырождение энергии в этих минимумах. Однако время жизни Вселенной в состоянии, отвечающем каждому из таких минимумов, оказывается либо бесконечно большим, либо, по крайней мере, на много порядков превышающим  $10^{10}$  лет

<sup>1)</sup> С этой точки зрения, открытая и плоская модели Вселенной Фридмана, удобные для описания локальных свойств нашего мира, не могут правильно описывать глобальную структуру раздувающейся Вселенной ни на какой стадии ее существования. В то же время модель замкнутой Вселенной Фридмана может описывать глобальные свойства Вселенной, но лишь на самых ранних стадиях ее эволюции, пока диффузия поля  $\phi$  не приводит к сильному искажению исходной метрики.

[329]. Это означает, что задание конкретной теории великого объединения далеко не всегда позволяет однозначно определить свойства элементарных частиц в нашей Вселенной. Еще более богатый спектр возможностей реализуется в теориях Калуцы — Клейна и теории суперструн, в рамках которых обычно существует экспоненциально большое число вариантов компактификации исходного многомерного пространства, причем от типа компактификации зависят и константы связи, и энергия вакуума, и свойства нарушения симметрии в низкоэнергетической физике элементарных частиц, и, наконец, эффективная размерность нашего пространства (см. § 1.5). Очевидно, что при этом могут возникать самые разнообразные наборы параметров элементарных частиц (массы, заряды и т. д.). Не исключено, что именно по этой причине пока не удается уловить какую-то определенную закономерность, сравнивая между собой, например, массы электрона, мюона, протона и  $W$ -мезона. Значительная часть параметров элементарных частиц выглядит не как единственно возможная (или наилучшая) реализация скрытой гармонии нашего мира, а скорее как набор случайных чисел. Между тем уже давно было отмечено, что, казалось бы, незначительное изменение (в два-три раза) массы электрона, постоянной тонкой структуры  $\alpha_e$ , константы сильного взаимодействия  $\alpha_s$  или гравитационной постоянной приводило бы к миру, в котором возникновение жизни нашего типа было бы невозможно. Например, увеличение более чем в два с половиной раза массы электрона сделало бы невозможным существование атомов, изменение в полтора раза константы  $\alpha_e$  приводило бы к нестабильности протонов и ядер, увеличение более чем на десять процентов константы  $\alpha_s$  могло бы привести к отсутствию водорода во Вселенной. Изменение размерности пространства хотя бы на единицу привело бы к отсутствию планетных систем, так как в пространстве-времени с размерностью  $d > 4$  силы гравитационного притяжения между удаленными телами убывали бы быстрее чем  $r^{-2}$  [330], а в пространстве-времени с  $d < 4$ , согласно общей теории относительности, такие силы вовсе отсутствуют.

Далее, для существования жизни нашего типа нужно, чтобы Вселенная была достаточно большой, плоской, однородной и изотропной. Перечисленные, а также ряд других наблюдений и замечаний легли в основу так называемого антропного принципа в космологии [77]. Согласно этому принципу, мы наблюдаем наш мир таким, каков он есть, потому что только в таком мире и может существовать наблюдатель, похожий на нас. В настоящее время существует уже несколько разных версий этого принципа — слабый антропный принцип, сильный антропный принцип, окончательный антропный принцип и т. д. (см. по этому поводу [331]). Все эти варианты, заметно различаясь по формулировке, так или иначе связывают между собой свойства Вселенной, свойства элементарных частиц и сам факт существования человека в этом мире.

На первый взгляд может показаться, что такая постановка задачи в принципе порочна, так как человек, появившийся через

$10^{10}$  лет после того как основные черты нашего мира уже сформировались, никак не мог повлиять ни на структуру Вселенной, ни на свойства элементарных частиц в ней. В действительности, однако, речь может идти не о причинном воздействии, а лишь о корреляции свойств наблюдателя и свойств мира, который он наблюдает (в том же смысле, в котором нет взаимодействия, но есть корреляция между состояниями двух разных частиц в эксперименте Эйнштейна — Подольского — Розена [332]). Иначе говоря, речь идет об *условной вероятности* того, что мир имеет наблюдаемые нами свойства, при том очевидном и на первый взгляд тривиальном условии, что наблюдатели нашего типа, интересующиеся структурой мира, *существуют*.

Приведенные выше рассуждения подразумевают, что действительно можно сравнивать вероятность оказаться в разных мирах с разными свойствами пространства и материи. Однако это возможно, только если такие миры на самом деле существуют. В противном случае все рассуждения об изменении массы электрона, постоянной тонкой структуры и т. д. будут совершенно бессмысленными.

Возможный ответ на это возражение состоит в том, что волновая функция Вселенной описывает и наблюдателя и остальную часть Вселенной во всех ее возможных состояниях, включая все допустимые варианты компактификации и спонтанного нарушения симметрии (см. § 10.1). Проводя измерение, уточняющее свои собственные свойства, наблюдатель тем самым получает определенную информацию и об устройстве всей остальной части Вселенной, подобно тому, как при измерении спина одной частицы в эксперименте Эйнштейна — Подольского — Розена наблюдатель немедленно получает информацию о спине другой частицы [302, 304].

Скорее всего, этот ответ правилен и вполне достаточен. Тем не менее было бы очень желательно иметь альтернативный ответ на приведенное возражение против антропного принципа, ответ более простой в идейном отношении и не требующий для своего обоснования анализа пока еще не до конца ясных основ квантовой космологии. Кроме того, хотелось бы получить ответ на еще одно (с нашей точки зрения — основное) возражение против антропного принципа, состоящее в том, что для возникновения жизни нашего типа вовсе не обязательно наличие одинаковых условий (однородности, изотропии, отношений  $n_B/n_V \sim 10^{-9}$ ,  $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$  и т. д.) во всей наблюдаемой части Вселенной. Случайное возникновение такого единообразия представляется совершенно невероятным.

Как уже говорилось в § 1.8, ответ на оба эти возражения можно получить в рамках теории самовосстанавливающейся раздувающейся Вселенной. А именно во время раздувания генерируются длинноволновые флуктуации не только инфлатонного поля  $\phi$ , ответственного за раздувание Вселенной, но и всех других скалярных полей  $\Phi$  массы  $m_\Phi \ll H$  (с малой константой связи  $\xi$  в возможном взаимодействии типа  $\xi R\Phi^2$ ). В сценарии хаотического

раздувания это означает, что в тех областях Вселенной, в которых раздувание постоянно идет при  $V(\varphi) \sim M_p^4$ ,  $H \sim M_p$  (за счет процесса самовосстановления таких областей), растут длинноволновые флуктуации практически всех скалярных полей  $\Phi$ , фигурирующих в теории, причем нетрудно понять, что этот рост в указанных областях идет до тех пор, пока значение потенциальной энергии полей  $\Phi$  также не станет порядка  $M_p^4$ . (Это следует просто из анализа распределения Хоукинга — Мосса (7.4.1) при  $V(\Phi = 0) \sim M_p^4$ .)

В результате этого процесса во Вселенной устанавливается распределение скалярных полей  $\varphi$  и  $\Phi$ , при котором, с одной стороны, эти поля за счет раздувания становятся достаточно однородными в экспоненциально больших масштабах, но, с другой стороны, в масштабе всей Вселенной в целом принимают практически любые значения, но такие, что плотность их потенциальной энергии не превышает планковскую. В тех областях Вселенной, где инфляция кончается, поля  $\varphi$  и  $\Phi$  скатываются в различные *локальные* минимумы  $V(\varphi, \Phi)$ . Поскольку в разных областях Вселенной реализуются все допустимые начальные условия для скатывания полей  $\varphi$  и  $\Phi$ , после скатывания области Вселенной, в которых инфляция завершилась, разбиваются на экспоненциально большие домены, содержащие постоянные поля  $\varphi$  и  $\Phi$ , отвечающие всем локальным минимумам  $V(\varphi, \Phi)$ , т. е. всем возможным типам нарушения симметрии в теории.

На стадии сильных флуктуаций при  $V(\varphi, \Phi) \sim M_p^4$  могут не только меняться скалярные поля, но и генерироваться сильные флуктуации метрики, приводящие к локальной компактификации или декомпактификации пространства в теориях Калуцы — Клейна или теории суперструн. Если области пространства с изменившимся типом компактификации раздуваются, имея начальный размер, превышающий  $H^{-1} \sim M_p^{-1}$  (вероятность этого при планковских плотностях не должна быть сильно подавлена), то в результате раздувания они превращаются в экспоненциально большие области с новым типом компактификации (например, с другой размерностью) [78]. Таким образом, Вселенная разбивается на огромные области (мини-вселенные), внутри которых реализуются все возможные типы компактификации и спонтанного нарушения симметрии, совместимые с процессом раздувания, приводящим к экспоненциальному росту размеров этих областей. Реализация этого сценария в рамках некоторых конкретных теорий Калуцы — Клейна содержится в работе [333].

Следует подчеркнуть, что из-за неограниченности во времени процесса раздувания в самовосстанавливающейся Вселенной в ней возникает неограниченно большое число мини-вселенных всех типов, вероятность образования которых не равна в точности нулю. Но именно это и нужно для обоснования так называемого слабого антропного принципа: мы живем в областях с определенными свойствами пространства-времени и материи не потому, что

другие области невозможны, а потому что области обсуждаемого типа существуют, а в других областях жизнь нашего типа невозможна или маловероятна <sup>1)</sup>). При этом важно, что полный объем областей, в которых мы можем жить, неограниченно велик, так что жизнь нашего типа возникает в них, даже если вероятность ее спонтанного зарождения весьма мала. Сказанное, конечно, не означает, что можно произвольно выбирать законы физики. Речь идет лишь о выборе того или иного типа компактификации и нарушения симметрии, допустимого данной теорией. Поиск теорий, в рамках которых *окружающий нас мир* может иметь наблюдаемые свойства, все еще остается трудной задачей, но эта задача гораздо проще поиска теорий, согласно которым *весь мир* не может иметь свойств, отличных от свойств той его части, в которой мы сейчас живем.

Разумеется, значительная доля сказанного выше осталась бы справедливой, если бы мы просто рассматривали бесконечную Вселенную с хаотическими начальными условиями в ней. Однако без учета раздувания антропный принцип не способен объяснить единообразие устройства Вселенной внутри ее наблюдаемой части (см. § 1.5). Кроме того, механизм самовосстановления раздувающейся Вселенной позволяет обосновать антропный принцип при наиболее естественных начальных условиях во Вселенной независимо от того, является ли она конечной или бесконечной.

Приведем несколько примеров, демонстрирующих различные возможности применения антропного принципа в инфляционной космологии.

1. Рассмотрим сначала процесс нарушения симметрии в суперсимметричной  $SU(5)$ -теории. После раздувания Вселенная разобьется на экспоненциально большие домены, содержащие поля  $\Phi$  и  $H$ , соответствующие самым разным типам нарушения симметрии. Среди этих доменов будут и домены в  $SU(5)$ -симметричной фазе, и домены в фазе  $SU(3) \times U(1)$ , соответствующей наблюдаемому нами типу нарушения симметрии. Вакуумное состояние внутри каждой из этих областей будет иметь время жизни, на много порядков превышающее время  $10^{10}$  лет, прошедшее после окончания инфляции в нашей области Вселенной. Мы видим себя внутри домена с симметрией  $SU(3) \times U(1)$ , внутри которого имеются сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия наблюдаемого типа. Это происходит не потому, что в мире нет областей с другими свойствами, и не потому, что жизнь в других областях вовсе невозможна, а потому, что жизнь *нашего типа* возможна лишь внутри областей с симметрией  $SU(3) \times U(1)$ .

2. Рассмотрим теперь теорию аксионного поля  $\theta$  с потенциалом типа (7.7.22):

$$V(\theta) \sim m_{\pi}^4 [1 - \cos(\theta/\sqrt{2} \Phi_0)]. \quad (10.5.1)$$

<sup>1)</sup> Подобная формулировка антропного принципа была предложена в свое время А. А. Зельмановым, сказавшим, что мы являемся свидетелями физических процессов только некоторых определенных типов, потому что другие процессы протекают без свидетелей [77].

Поле  $\theta$  может принимать любые значения в интервале от  $-\sqrt{2\pi}\Phi_0$  до  $\sqrt{2\pi}\Phi_0$ . Поэтому естественная оценка начального значения аксионного поля — это  $\theta = O(\Phi_0)$ , а начальное значение  $V(\theta)$  должно иметь порядок  $m_\pi^4$ . Если теперь проанализировать скорость убывания энергии аксионного поля при расширении Вселенной, то окажется, что при  $\Phi_0 \gtrsim 10^{12}$  ГэВ подавляющую долю плотности энергии в настоящее время должна составлять плотность энергии аксионов, а плотность энергии барионов должна быть значительно меньше ее современного наблюдаемого значения  $\rho_B \gtrsim 2 \cdot 10^{-31}$  г·см<sup>-3</sup>. При этом, поскольку Вселенная после раздувания оказывается почти плоской, суммарная плотность вещества во Вселенной, сейчас  $\rho_0$ , должна быть равна  $\rho_c \sim 2 \cdot 10^{-29}$  г·см<sup>-3</sup> независимо от значения параметра  $\Phi_0$ . Отсюда было получено сильное ограничение на параметр  $\Phi_0$ :  $\Phi_0 \lesssim 10^{11} \div 10^{12}$  ГэВ [49]. Это ограничение не очень приятно, так как во многих моделях, основанных на теории суперструн, естественным образом появляются аксионные поля с  $\Phi_0 \sim 10^{15} \div 10^{17}$  ГэВ [50].

Посмотрим теперь более внимательно, действительно ли можно получить указанное ограничение в рамках инфляционной космологии. Как уже говорилось в § 7.7, во время раздувания генерируются длинноволновые флуктуации аксионного поля  $\theta$  (если нарушение симметрии Печчи — Квинн, в результате которого формируется потенциал (10.5.1), происходит до конца инфляции). Поэтому к концу раздувания во Вселенной образуется квазиоднородное распределение поля  $\theta$ , которое в разных точках пространства принимает все значения от  $-\sqrt{2\pi}\Phi_0$  до  $\sqrt{2\pi}\Phi_0$  с вероятностью, почти не зависящей от  $\theta$  [276, 224]. Это означает, что во Вселенной всегда найдутся экспоненциально большие области пространства, внутри которых  $\theta \ll \Phi_0$ . В таких областях энергия аксионного поля всегда остается относительно малой и никаких противоречий с наблюдательными данными не возникает.

Одного этого факта еще недостаточно для того, чтобы снять ограничение  $\Phi_0 \lesssim 10^{12}$  ГэВ, так как при  $\Phi_0 \gg 10^{12}$  ГэВ лишь в очень малой доле объема Вселенной плотность энергии аксионного поля не будет слишком велика по сравнению с плотностью барионов. Поэтому могло бы показаться маловероятным, что мы по случайности оказались как раз в одной из этих областей. Рассмотрим, например, области, изначально содержащие такое поле  $\theta_0 \ll \Phi_0$ , при котором современное отношение плотности энергии аксионного поля и плотности барионов находилось бы в соответствии с наблюдательными данными. Можно показать, что полное количество барионов в областях с  $\theta \sim 10\theta_0$  было бы в 10 раз больше, чем в областях с  $\theta \sim \theta_0$ . Тем самым, можно было бы ожидать, что вероятность случайно оказаться в области с  $\theta \sim 10\theta_0$  (в противоречии с наблюдательными данными) была бы в 10 раз больше, чем вероятность оказаться в области с  $\theta \sim \theta_0$ . Более детальное изучение этого вопроса показывает, однако, что сред-

няя плотность вещества в галактиках в момент  $t \sim 10^{10}$  лет пропорциональна  $\theta^8$ , и в областях с  $\theta \sim 10\theta_0$  плотность вещества в галактиках должна быть в  $10^8$  раз больше, чем в областях нашего типа с  $\theta \sim \theta_0$  [334]. Предварительное изучение процесса звездообразования в галактиках при  $\theta \sim 10\theta_0$  показывает, что звезды типа Солнца в таких галактиках скорее всего не образуются. Если это так, то условия для возникновения жизни нашего типа осуществляются лишь при  $\theta \sim \theta_0$ , и именно поэтому мы видим себя в одной из таких областей, а не в типичной области с  $\theta \gg \theta_0$ . Таким образом, из наблюдательных данных, вообще говоря, не следует, что  $\Phi_0 \leq 10^{12}$  ГэВ. Во всяком случае, поскольку области с  $\theta \sim \theta_0$  заведомо существуют, то для того чтобы обосновать существование ограничения  $\Phi \leq 10^{12}$  ГэВ, понадобилось бы доказать, что возникновение жизни нашего типа в областях с  $\theta \sim \theta_0$  гораздо менее вероятно, чем в областях с  $\theta \gg \theta_0$ . Как уже говорилось, предварительное изучение этого вопроса свидетельствует скорее об обратном.

Приведенные выше рассуждения носят довольно общий характер и могут быть отнесены не только к теории аксионов, но и к теории любых других легких слабовзаимодействующих скалярных полей, например дилатонов [335]. Вобщем говоря, с помощью антропного принципа в аксионной космологии можно было бы попытаться объяснить, почему плотность барионов  $\rho_B$  в настоящее время составляет  $10^{-1} - 10^{-2}$  полной плотности вещества во Вселенной  $\rho_0 \approx \rho_c$ . Действительно при  $\theta \ll \theta_0$  плотность энергии аксионного поля была бы мала ( $\rho_a \sim \theta^2$ ), так что основной вклад в  $\rho_0$  давали бы барионы:  $\rho_0 \approx \rho_c \approx \rho_B$ . Однако лишь малая часть барионов во Вселенной (пропорциональная  $\theta/\Phi_0$ ) находилась бы в областях с  $\theta \ll \theta_0$ . В то же время при  $\theta \gg \theta_0$  условия жизни резко отличались бы от наших, и скорее всего мы не могли бы увидеть себя в таких областях Вселенной. Положение максимума вероятности существования жизни нашего типа во Вселенной как функция  $\theta$  зависит от значения  $\Phi_0$ ; при определенном значении  $\Phi_0 \gg 10^{12}$  ГэВ максимум может приходиться именно на состояние с начальным значением  $\theta \sim \theta_0$  и соответственно с  $\rho_B \sim 10^{-1} \div 10^{-2} \rho_0$ . Поэтому изучение теории образования галактик и звезд вместе с детальным изучением условий, необходимых для существования жизни нашего типа, может дать нам несколько неожиданную возможность определить значение параметра  $\Phi_0$  в теории аксионов.

3. Полученные результаты практически без изменений могут быть применены для того, чтобы обойти одну из основных трудностей в использовании механизма генерации барионной асимметрии Вселенной, предложенного Аффлеком и Дайном [97, 98]. Напомним, что этот механизм, как правило, дает слишком большую барионную асимметрию Вселенной: значение  $n_B/n_\gamma$  меняется от  $-O(1)$  до  $+O(1)$  в зависимости от значения угла  $\theta$  в изотопическом пространстве между начальными направлениями двух разных скалярных полей в изотопическом пространстве, см. § 7.10. Соглас-

по теории раздувающейся Вселенной, всегда найдутся области экспоненциально большого размера, в которых этот угол мал и  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-9}$ . Относительная доля объема таких областей по сравнению с полным объемом Вселенной чрезвычайно мала. Однако в областях, скажем, с  $n_B/n_\gamma \sim 10^{-7}$  плотность вещества в галактиках будет на восемь порядков больше чем в нашей области, и существование жизни нашего типа скорее всего будет либо невозможно, либо крайне маловероятно. Разумеется, есть ряд других способов избавиться от избыточной барионной асимметрии Вселенной (см. § 7.10), но интересно, что использование антропного принципа в рамках теории раздувающейся Вселенной само по себе может оказаться достаточным для решения проблемы.

4. Последний пример, который мы здесь приведем, по стилю несколько отличается от предыдущих. Известно, что в рамках стандартной фридмановской космологии Вселенная, если она замкнута, примерно половину времени своей жизни проводит в состоянии расширения, а другую половину — в состоянии сжатия. Аналогичное явление локально должно реализоваться и в раздувающейся Вселенной в масштабах, в которых неоднородности плотности, возникшие на стадии инфляции, становятся большими:  $\delta\rho/\rho \sim 1$  [336]. Возникает вопрос, почему наблюдаемая нами область Вселенной расширяется? Живем ли мы в расширяющейся части Вселенной по случайности, или же к этому имеются какие-то специальные основания?

Ответ на этот вопрос связан с тем, что, например, в простейшей теории  $\lambda\phi^4/4$  с  $\lambda \sim 10^{-14}$  типичный размер однородной локально фридмановской части Вселенной имеет порядок  $l \sim \sim M_p^{-1} \exp(\pi\lambda^{-1/3}) \sim M_p \cdot 10^{6 \cdot 10^4}$  (1.8.8), типичная масса, сосредоточенная в такой области, имеет порядок  $M \sim M_p \cdot 10^{2 \cdot 10^6}$  и поэтому, согласно (1.3.15), типичное время до начала сжатия внутри такой области имеет порядок  $t \sim 10^{2 \cdot 10^6}$  лет [336]. В самовосстанавливающейся Вселенной, поскольку она существует неограниченно долго, должны быть области и гораздо большего и гораздо меньшего возраста. Мы живем в относительно молодой области, которая после окончания раздувания в ней существует всего  $10^{10}$  лет. Это связано просто с тем, что жизнь *нашего типа* существует рядом со звездами, максимальное время жизни которых не превышает  $10^{10} - 10^{11}$  лет. Именно поэтому окружающая нас часть Вселенной находится еще на самой ранней стадии своего расширения, и это расширение (в рамках рассматриваемой простой модели) должно продлиться еще примерно  $10^{2 \cdot 10^6}$  лет.

Сказанное выше вовсе не означает, что никакая жизнь на стадии сжатия невозможна [336]; речь идет лишь о том, что при той скорости эволюции живых организмов, которая сейчас имеет место (а также и с учетом вероятного распада барионов через  $10^{35} - 10^{40}$  лет), наблюдатели через  $10^{2 \cdot 10^6}$  лет вряд ли будут такими же, как мы.

Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что идейная основа так называемого слабого антропного принципа, который был сформули-

рован и использован выше, очень проста. Речь идет лишь об оценке вероятности наблюдения области Вселенной с заданными свойствами при условии, что основные свойства того, кто производит наблюдения, нам также известны. Приведенные рассуждения не требуют никакой философской изощренности. Они имеют тривиальный житейский смысл такого типа: мы живем на поверхности Земли не потому, что там больше места, чем в межзвездном пространстве, а просто потому, что в межзвездном пространстве нам было бы нечем дышать.

Вместе с тем богатство и эвристическая ценность результатов, получаемых с помощью антропного принципа, побуждает многих авторов к попыткам его максимального расширения и обобщения, даже если такое обобщение и не может быть в настоящее время достаточно хорошо обосновано (см. по этому поводу, например, [331]). Возможность такого обобщения подсказывается необычайно большой ролью понятия наблюдателя при построении и интерпретации квантовой космологии. В большинстве случаев при этом вполне можно оставаться в рамках чисто физических категорий, ограничиваясь пониманием наблюдателя как автомата и не обращаясь к вопросу о том, есть ли у него сознание, ощущает ли он что-нибудь в процессе наблюдения или нет [305]. Именно так мы и делали во всех приведенных выше рассуждениях. Однако нельзя заранее исключить, что тщательное отмежевание от использования понятия сознания в квантовой космологии является искусственным сужением зоны поиска. Нетривиальность рассматриваемой ситуации некоторые авторы подчеркивают, заменяя слово «наблюдатель» словом «участник» и вводя такие термины как «самопознающая Вселенная» (см., например, [302, 323]). Фактически речь может идти о том, действительно ли стандартная физическая теория является замкнутой применительно к описанию мира в целом на квантовом уровне или же нельзя полностью понять, что такое Вселенная, не поняв сначала, что такое жизнь.

Оставив в стороне вопрос о том, сколь хорошо мотивирована такая постановка задачи, отметим только, что она отнюдь не нова. Мы знаем, например, что классическая электродинамика неполна. В ней существует проблема самоускорения электрона, для решения которой необходимо переходить к квантовой теории [65]. Квантовая электродинамика, возможно, страдает от проблемы нуль-заряда [156, 157], которая может быть преодолена за счет включения электродинамики в единую неабелеву калибровочную теорию [3]. Еще большие концептуальные трудности связаны с квантовой теорией гравитации, и их также пытаются преодолеть путем существенного расширения и обобщения исходной теории [14—17]. Мы не знаем, можно ли придать точный смысл многим понятиям, используемым в квантовой космологии (вероятность рождения Вселенной из «ничего», расщепление Вселенной и т. д.), не выходя за рамки существующей схемы. Возможные пути обобщения этой схемы пока еще совершенно не ясны. Един-

ственное, что мы сейчас можем сделать, — это попытаться обратиться к аналогии из области истории науки, которая может оказаться поучительной.

До создания специальной теории относительности казалось, что пространство, время и материя представляют собой три принципиально различные категории. Фактически пространство мыслилось как нечто типа трехмерной координатной сетки, которая, будучи дополнена часами, служит для описания движения материи. Специальная теория относительности сняла непреодолимое различие между пространством и временем, объединив их в единый комплекс. Однако пространство-время все еще продолжало оставаться лишь чем-то вроде неподвижной арены, на которой проявлялись свойства материи. Как и раньше, пространство не обладало своими собственными степенями свободы и продолжало играть вторичную, подчиненную роль, используя лишь как средство описания реально существующего материального мира.

Решающее изменение точки зрения на этот вопрос произошло после создания общей теории относительности. Оказалось, что пространство-время и материя зависят друг от друга, и здесь нет вопроса о том, что первично, а что вторично. Оказалось, что у пространства-времени есть свои собственные степени свободы, связанные с возмущениями метрики — гравитационными волнами. Таким образом, может существовать и изменяться во времени пространство без электронов, протонов, фотонов и т. д., т. е. без всего того, что *раньше* (до создания общей теории относительности) понималось под словом «материя». (Заметим, что экспериментальное обнаружение гравитационных волн ввиду слабости их взаимодействия с другими объектами является чрезвычайно сложной и до сих пор не решенной задачей.) Наконец, тенденция последних лет состоит в построении единой геометрической теории всех фундаментальных взаимодействий, включая гравитационные. До начала 70-х годов такая программа, об осуществлении которой мечтал Эйнштейн, казалась нереализуемой; был доказан ряд строгих теорем о невозможности объединения пространственных симметрий и внутренних симметрий теории элементарных частиц [337]. К счастью, эти теоремы удалось обойти в рамках суперсимметричных теорий [85]. На этом пути, в принципе, можно построить теорию, в которой все поля материи получают свою интерпретацию в терминах геометрических свойств некоторого многомерного суперпространства [13—17]. Таким образом, пространство перестает быть лишь вспомогательной математической конструкцией, нужной для описания реального мира, и приобретает все большую и большую самостоятельную значимость, постепенно включая в себя все материальные частицы как свои собственные степени свободы. Разумеется, это вовсе не означает, что «материя исчезает». Речь идет лишь о выявлении фундаментального единства пространства, времени и материи, скрытого от нас так же, как до недавнего времени было скрыто единство слабых и электромагнитных взаимодействий.

Не исключено, конечно, что наши представления о сознании в ближайшие десятилетия не претерпят подобных изменений. Однако опыт работы с квантовой космологией учит, что постановка задачи, которая на первый взгляд кажется совершенно метафизической, иногда при дальнейшем рассмотрении приобретает вполне реальный смысл и может иметь большое значение для развития науки. Поэтому хотелось бы взять на себя некоторый риск и сформулировать несколько вопросов, на которые пока еще нет ответа. Не может ли быть так, что сознание, как и пространство-время, имеет свои собственные степени свободы, без учета которых описание Вселенной будет принципиально неполным? Не окажется ли при дальнейшем развитии науки, что изучение Вселенной и изучение сознания неразрывно связаны друг с другом и что окончательный прогресс в одной области невозможен без прогресса в другой? После создания единого геометрического описания слабых, сильных, электромагнитных и гравитационных взаимодействий не станет ли следующим важнейшим этапом развитие единого подхода ко всему нашему миру, включая и внутренний мир человека?

Все эти вопросы могут показаться несколько наивными и неуместными в серьезной научной публикации, но работать в области квантовой космологии, не имея на них ответа и даже не пытаясь их обсуждать, постепенно становится столь же трудно, как продолжать заниматься теорией горячей Вселенной, не пытаясь понять, «почему во Вселенной так много разных вещей» (см. § 1.5), почему никто не видел, чтобы параллельные прямые пересекались, почему Вселенная в разных местах в среднем выглядит примерно одинаково, почему пространство-время четырехмерно и т. д.

Сейчас, когда мы знаем возможные ответы на все эти вопросы, можно только удивляться тому, что до начала 80-х годов даже обсуждать их зачастую казалось признаком дурного тона. Причина этого в действительности очень проста: задавая подобные вопросы, человек как бы сознается в своем непонимании простейших фактов обыденной жизни и к тому же иногда вторгается в область, которая может показаться не относящейся к позитивному знанию. Гораздо легче убедить себя в том, что таких вопросов не существует, что они по какой-то причине незаконны или что кто-то уже давно дал на них ответ. Вероятно, было бы лучше не повторять старых ошибок и честно признаться, что проблема сознания, так же как и связанная с ней проблема жизни и смерти человека, не только не решена, но на фундаментальном уровне почти совершенно не изучена.

Представляется очень заманчивым поискать какие-нибудь связи и аналогии, пусть даже на первых порах поверхностные и неглубокие, изучая еще одну великую проблему — проблему рождения, жизни и смерти Вселенной. Возможно, в будущем выяснится, что эти две проблемы не так далеки друг от друга, как это могло бы показаться.

## § 10.6. Квантовая космология и сигнатура пространства-времени

Наиболее существенная модификация понятия четырехмерного пространства-времени, которую мы обсуждали до сих пор, — это пространство с одной временной и  $d - 1$  пространственной координатой, часть пространственных измерений которого компактифицирована. Ясно, однако, что такая конструкция вовсе не является наиболее общей. Наши интуитивные представления о пространстве-времени связаны с изучением динамики объектов, размеры которых могут быть сколь угодно малы. Но уже в квантовой теории гравитации становится трудно говорить об объектах размером меньше чем  $M_p^{-1}$ . Если же теория будет основана на изучении протяженных объектов типа струн или мембран, то многие наши интуитивные представления и связанные с ними геометрические образы (точка, прямая и т. д.) вообще могут оказаться неадекватными [17].

Нерешенные вопросы, однако, возникают и на более простом уровне. Например, почему пространственных координат много, а временная координата всего одна, т. е. почему пространство имеет сигнатуру  $(+, -, -, \dots, -)$ ? Почему оно не может быть евклидовым, т. е. иметь сигнатуру  $(+, +, \dots, +)$  или  $(-, \dots, -)$ ? Почему компактифицируются именно пространственные, а не временные измерения? Могут ли осуществляться переходы с изменением сигнатуры метрики [292]?

В рамках модели Вселенной, состоящей из больших областей с разными свойствами, все эти вопросы могут оказаться вполне осмысленными. Поэтому стоит обсудить, хотя бы вкратце, как меняются свойства Вселенной при изменении сигнатуры метрики. Этот вопрос имеет много аспектов, часть из которых проявляется особенно ярко в супергравитации и теории суперструн. Например, 16-компонентные майорана-вейлевские спиноры, необходимые для формулировки супергравитации в пространстве  $d = 10$ , существуют лишь при трех различных вариантах сигнатуры метрики:  $1 + 9$  (одно временное измерение и девять пространственных),  $5 + 5$  и  $9 + 1$  [338]. При этом суперсимметричную теорию пока удалось сформулировать только в первом случае.

Существует и еще одна, более общая проблема, которая возникает в очень широком классе теорий в случае, если пространство имеет более чем одно временное измерение. Эту проблему легче всего понять на примере теории скалярного поля в плоском пространстве с сигнатурой  $(+, +, -, -)$ . Обычное уравнение дисперсии для поля  $\phi$ , которое в пространстве Минковского имело вид  $k_0^2 = \mathbf{k}^2 + m^2$ , теперь выглядит следующим образом:

$$k_0^2 = k_2^2 + k_3^2 + m^2 - k_1^2. \quad (10.6.1)$$

Видно, что импульс  $k_1$  может изменить знак эффективного квадрата массы в (10.6.1), т. е. привести к экспоненциально быстрому

росту флуктуаций поля  $\varphi$  при  $k_1^2 > k_2^2 + k_3^2 + m^2$ :

$$\delta\varphi \sim \exp(\sqrt{k_1^2 - k_2^2 - k_3^2 - m^2} t). \quad (10.6.2)$$

Этот эффект аналогичен неустойчивости вакуумного состояния с  $\varphi = 0$  в теории скалярного поля с отрицательным квадратом массы, см. (1.1.5), (1.1.6). Однако в теории (1.1.5) развитие неустойчивости заканчивалось за счет изменения знака эффективного квадрата массы  $m^2(\varphi)$  при увеличении поля  $\varphi$ . Здесь же неустойчивость развивается неограниченно, поскольку экспоненциально растущие моды имеются при любых значениях  $m^2$  для достаточно больших импульсов  $k_1$ . Поскольку неустойчивость связана именно с областью предельно больших импульсов (малых длин волн), наличие такой неустойчивости скорее всего является общим свойством теорий в пространстве с несколькими временными измерениями, не зависящим от топологии пространства и от того, компактифицированы или нет дополнительные временные измерения. Иногда удается избежать неустойчивости в модах, соответствующих частицам, которые после компактификации имеют относительно малую массу [293], однако остается неустойчивость, связанная с тяжелыми частицами массы  $m$  порядка обратного радиуса компактификации  $R_c^{-1}$ . Из (10.6.2) следует, что эта неустойчивость ничуть не менее опасна. В принципе, можно было бы надеяться, что в теории по какой-то причине возникнет обрезание при  $k_0, k_1 \sim R_c^{-1}$ . Тогда неустойчивость в модах с  $m \gtrsim R_c^{-1}$  может и не возникнуть. Однако при наличии обрезания на импульсах порядка  $R_c^{-1}$  само рассмотрение компактификации на стандартном квазиклассическом языке становится невозможным. Иначе говоря, до тех пор пока действительно можно говорить о классическом пространстве, содержащем более чем одно временное измерение, неустойчивость скорее всего неизбежна.

В евклидовом пространстве нет неустойчивости, но нет и эволюции во времени, которая позволила бы говорить о существовании жизни нашего типа. Кроме того, в евклидовом пространстве нет также и той необходимой неустойчивости относительно экспоненциального роста Вселенной, которая приводит к раздуванию и делает размер Вселенной столь большим.

Подытоживая результаты этого параграфа, можно, несколько упрощая, сказать, что там, где нет времени, нет ни эволюции, ни жизни, а там, где времени слишком много, все очень нестабильно и жизнь коротка. С этой точки зрения, стандартная сигнатура метрики представляется необходимым условием прогресса, совместимого с относительным порядком.

## § 10.7. Проблема космологической постоянной, антропный принцип и удвоение Вселенной

Как отмечалось в § 1.5, одной из наиболее трудных проблем современной физики является проблема энергии вакуума, или космологической постоянной. Имеется ряд интересных предло-

жений по поводу того, как можно было бы решить данную проблему (см., например, [17, 78, 116, 292, 335, 338—359]). Все эти многочисленные предложения можно условно разбить на две основные группы. Одна из возможностей состоит в том, что, например, благодаря какой-то скрытой симметрии энергия вакуума должна в точности равняться нулю. Другая возможность, активно обсуждаемая сейчас специалистами по теории образования крупномасштабной структуры Вселенной,— это наличие какого-то механизма, за счет которого в настоящее время плотность энергии вакуума  $\rho_v$  имеет тот же порядок, что и полная современная плотность материи  $\rho_0 \sim \rho_c \approx 2 \cdot 10^{-29} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ . Однако если обращение энергии вакуума в нуль может иметь какие-то глубокие причины, то совпадение  $\rho_v$  и  $\rho_0$  в настоящую эпоху хотя бы лишь по порядку величины трудно обеспечить без неестественной подгонки параметров теории.

Возможный выход из этого положения связан с антропным принципом. Чтобы проиллюстрировать основную идею этого подхода к проблеме космологической постоянной, рассмотрим теорию скалярного поля  $\Phi$  с эффективным потенциалом  $V(\Phi, \varphi) = \alpha M_p^3 \Phi + V(\varphi)$  [78, 340]. Здесь  $V(\varphi)$  — потенциал поля  $\varphi$ , ответственного за инфляцию, с минимумом в точке  $\varphi_0$ . Постоянную  $\alpha$  будем считать очень малой:  $\alpha \lesssim 10^{-120}$ . Флуктуации поля  $\Phi$ , возникшие во время раздувания, приводят к тому, что пространство разбивается на области со всеми возможными значениями  $V(\Phi, \varphi_0)$ , от  $-M_p^4$  до  $M_p^4$ . В тех областях, где сейчас  $V(\Phi, \varphi_0) \ll \ll -10^{-29} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ , Вселенная локально выглядит, как мир де Ситтера с отрицательной энергией вакуума. В таком виде все структуры возникают и разрушаются за время, меньшее чем  $10^{10}$  лет, и жизнь нашего типа возникнуть там не может. В областях, где  $V(\Phi, \varphi) > 2 \cdot 10^{-29} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ , раздувание продолжается и сейчас, причем если потенциал  $V(\Phi, \varphi_0)$  плоский ( $\alpha \lesssim 10^{-120}$ ), то поле  $\Phi$  меняется очень медленно, и время, за которое  $V(\Phi, \varphi_0)$  уменьшается на  $10^{-29} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ , превосходит  $10^{10}$  лет. Если теперь рассмотреть области, где  $V(\Phi, \varphi_0) \gtrsim 10^{-27} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ , то в них стандартный механизм образования галактик сильно модифицируется, а при  $V(\Phi, \varphi_0) \gg 10^{-27} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$  галактики и звезды нашего типа вряд ли вообще образуются [348]. Этого еще недостаточно для того, чтобы объяснить, почему сейчас  $V(\Phi, \varphi_0) \lesssim 10^{-29} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ , однако уже то, что по крайней мере в нескольких процентах объема «обитаемой» части Вселенной наблюдательные ограничения на плотность энергии вакуума должны выполняться, делает соответствующую проблему гораздо менее острой. Еще лучше было бы иметь модель, в которой спектр возможных значений энергии вакуума  $\rho_v$  не сплошной, а дискретный, включающий в себя состояния с  $\rho_v = 0$  и не включающий состояний с плотностью энергии менее  $10^{-27} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ . При наличии огромного числа вариантов компактификации такая возможность вполне может реализоваться [292]. Сходная возможность может возникнуть также и в теории супер-

струн [153]. В любом случае, уже тот факт, что антропный принцип может позволить сузить интервал возможных значений  $\rho_v$  в наблюдаемой части Вселенной от  $-10^{94} \lesssim \rho_v \lesssim 10^{94} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$  до  $-10^{-29} \lesssim \rho_0 \lesssim 10^{-27} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$  (т. е. уменьшить этот интервал в  $10^{121}$  раз), представляет большой интерес.

Мы еще вернемся к обсуждению попыток решить проблему космологической постоянной с помощью антропного принципа, а сейчас перейдем к обсуждению возможности точного обращения космологической постоянной в нуль с учетом какой-нибудь скрытой симметрии. В настоящее время на этот счет имеется несколько предложений. Одна из наиболее интересных и многообещающих идей связана с использованием суперсимметричных теорий, в частности теорий суперструн [17]. В некоторых вариантах таких теорий энергия вакуума при отсутствии нарушения суперсимметрии в точности обращается в нуль во всех порядках теории возмущений. Однако в реальном мире суперсимметрия нарушена, и возможность сохранить энергию вакуума равной нулю после нарушения суперсимметрии пока не ясна. Ряд предложений основан на использовании (нарушенной) дилатационной инвариантности (см., например, [335]). Однако простейшие модели такого рода пока не привели к решению проблемы космологической постоянной. Ниже будет рассмотрена еще одна возможность, которая имеет непосредственное отношение к квантовой космологии и показывает, как много неожиданного может таить в себе эта наука [334].

Рассмотрим модель, описывающую одновременно две разные Вселенные  $X$  и  $\bar{X}$  с координатами  $x_\mu$  и  $\bar{x}_\alpha$  соответственно ( $\mu, \alpha = 0, 1, 2, 3$ ) и метриками  $g_{\mu\nu}(x)$  и  $\bar{g}_{\alpha\beta}(\bar{x})$ , содержащими поля  $\varphi(x)$  и  $\bar{\varphi}(\bar{x})$  с действием следующего необычного типа [344]<sup>1</sup>:

$$S = N \int d^4x d^4\bar{x} \sqrt{g(x)} \sqrt{\bar{g}(\bar{x})} \left[ \frac{M_p^2}{16\pi} R(x) + L(\varphi(x)) - \frac{M_p^2}{16\pi} R(\bar{x}) - L(\bar{\varphi}(\bar{x})) \right]. \quad (10.7.1)$$

Здесь  $N$  — некоторая нормированная постоянная. Действие (10.7.1) инвариантно относительно общековариантных преобразований в каждой из Вселенных по отдельности. Новая симметрия действия (10.7.1) — это симметрия относительно преобразований  $\varphi(x) \rightarrow \bar{\varphi}(\bar{x})$ ,  $g_{\mu\nu}(x) \rightarrow \bar{g}_{\alpha\beta}(\bar{x})$ ,  $\bar{\varphi}(\bar{x}) \rightarrow \varphi(x)$ ,  $\bar{g}_{\alpha\beta}(\bar{x}) \rightarrow g_{\mu\nu}(x)$  и последующего изменения знака  $S \rightarrow -S$ . По причинам, которые вскоре будут ясны, называем эту симметрию антиподной. (В принципе, можно было бы добавить к подынтегральному выражению (10.7.1) и другие члены, не нарушающие эту симметрию, например любую нечетную функцию от  $\varphi(x) - \bar{\varphi}(\bar{x})$ ; это никак не скажется на основном результате.)

Непосредственным следствием антиподной симметрии является инвариантность относительного сдвига значений эффективных по-

<sup>1</sup>) Сходные, но несколько отличающиеся модели рассматривались также в [116, 293].

генциалов  $V(\varphi) \rightarrow V(\varphi) + c$ ,  $V(\bar{\varphi}) \rightarrow V(\bar{\varphi}) + c$ , где  $c$  — произвольная постоянная. Таким образом, ничего в теории не зависит от значения потенциалов  $V(\varphi)$  и  $V(\bar{\varphi})$  в их абсолютных минимумах  $\varphi_0$  и  $\bar{\varphi}_0$ . (Заметим, что  $\varphi_0 = \bar{\varphi}_0$  и  $V(\varphi_0) = V(\bar{\varphi}_0)$  в силу той же симметрии.) Именно это и позволяет решить проблему космологической постоянной в теории (10.7.1).

Симметрия действия (10.7.1) связывает между собой состояния с противоположным знаком энергии. Обычно включение в теорию частиц с отрицательной энергией опасно, поскольку это ведет к неустойчивости. Точнее, частицы с отрицательной энергией сами по себе ничуть не «хуже» частиц с положительной энергией, так как выбор знака энергии (совместно с выбором знака гравитационной постоянной) — вопрос договоренности, поскольку все лагранжевы уравнения от выбора знака энергии не зависят. Важно только, что знак должен быть изменен одновременно и у кинетической, и у потенциальной энергии. Источником опасности служит лишь одновременное рассмотрение взаимодействующих частиц с обоими знаками энергии. В нашем случае этой опасности не существует; уравнения движения для полей  $\varphi(x)$  выглядят точно так же, как уравнения для полей  $\bar{\varphi}(\bar{x})$ , и эти поля не взаимодействуют друг с другом. Иначе говоря, несмотря на то, что Вселенная  $X$  с точки зрения знака энергии материи в ней представляет собой как бы антиподный мир, где все «вверх ногами», никакой неустойчивости там нет, и частицы  $\bar{\varphi}(\bar{x})$  вовсе не знают, что у них «неправильный» знак энергии, так же как наших антиподов, живущих на другой стороне Земли, совершенно не беспокоит то, что, с нашей точки зрения, они ходят вниз головой.

Некоторое взаимодействие между двумя Вселенными все же имеется. Уравнения Эйнштейна в теории (10.7.1) выглядят следующим образом:

$$R_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}(x) R(x) = -8\pi G T_{\mu\nu}(x) - g_{\mu\nu}(x) \left\langle \frac{R(x)}{2} + 8\pi G L(\bar{\varphi}(\bar{x})) \right\rangle; \quad (10.7.2)$$

$$R_{\alpha\beta}(\bar{x}) - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}(\bar{x}) R(\bar{x}) = -8\pi G T_{\alpha\beta}(\bar{x}) - \bar{g}_{\alpha\beta}(\bar{x}) \left\langle \frac{R(x)}{2} + 8\pi G L(\varphi(x)) \right\rangle. \quad (10.7.3)$$

Здесь  $G = M_p^{-2}$ ;  $T_{\mu\nu}$  — тензор энергии-импульса полей  $\varphi(x)$ ;  $T_{\alpha\beta}$  — тензор энергии-импульса полей  $\bar{\varphi}(\bar{x})$ ; знаки усреднения означают

$$\langle R(x) \rangle = \frac{\int d^4x \sqrt{g(x)} R(x)}{\int d^4x \sqrt{g(x)}}; \quad (10.7.4)$$

$$\langle R(\bar{x}) \rangle = \frac{\int d^4\bar{x} \sqrt{\bar{g}(\bar{x})} R(\bar{x})}{\int d^4\bar{x} \sqrt{\bar{g}(\bar{x})}}; \quad (10.7.5)$$

и аналогично для  $\langle L(\varphi(x)) \rangle$  и  $\langle L(\bar{\varphi}(\bar{x})) \rangle$ . Таким образом, хотя частицы во Вселенных  $X$  и  $\bar{X}$  не взаимодействуют друг с другом, сами Вселенные взаимодействуют друг с другом, но только глобально: каждая Вселенная дает не зависящий от времени вклад в усредненную плотность энергии вакуума другой Вселенной, причем усреднение проводится по всей истории Вселенной. На уровне квантовой космологии усреднение при написании уравнений, например, для Вселенной  $X$  должно вестись по *всем* возможным состояниям Вселенной  $\bar{X}$ , т. е. результат не должен зависеть от начальных условий в каждой из Вселенных.

Вообще говоря, вычисление средних (10.7.4), (10.7.5) представляет собой весьма трудную задачу. Однако в сценарии раздувающейся Вселенной (по крайней мере на классическом уровне) все оказывается предельно просто. Действительно, Вселенная после инфляции становится почти плоской и ее время жизни становится экспоненциально большим (или даже бесконечно большим, если Вселенная открытая или плоская). В таком случае основной вклад в средние  $\langle R \rangle$  и  $\langle L \rangle$  дают поздние стадии эволюции Вселенной, когда поля  $\varphi(x)$  и  $\bar{\varphi}(\bar{x})$  релаксируют вблизи абсолютных минимумов  $V(\varphi)$  и  $V(\bar{\varphi})$ . Вследствие этого среднее значение от  $-L(\varphi(x))$  с экспоненциально большой точностью совпадает со значением потенциала  $V(\varphi)$  в его абсолютном минимуме  $\varphi = \varphi_0$ , а среднее значение скаляра кривизны  $R(x)$  совпадает с его значением на поздних стадиях эволюции Вселенной  $X$ , когда она переходит в состояние  $\varphi = \varphi_0$ . Аналогичное утверждение верно и для средних  $\langle L(\bar{\varphi}(\bar{x})) \rangle$  и  $\langle R(\bar{x}) \rangle$ . По этой причине на поздних стадиях эволюции Вселенных  $X$  и  $\bar{X}$  уравнения (10.7.2), (10.7.3) приобретают следующий вид:

$$R_{\mu\nu}(x) - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}(x) R(x) = 8\pi G g_{\mu\nu}(x) [V(\bar{\varphi}_0) - V(\varphi_0)] - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}(x) R(\bar{x}); \quad (10.7.6)$$

$$R_{\alpha\beta}(\bar{x}) - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}(\bar{x}) R(\bar{x}) = 8\pi G g_{\alpha\beta}(\bar{x}) [V(\varphi_0) - V(\bar{\varphi}_0)] - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}(\bar{x}) R(x), \quad (10.7.7)$$

откуда следует, что

$$R(x) = 2R(\bar{x}) + 32\pi G [V(\varphi_0) - V(\bar{\varphi}_0)], \quad (10.7.8)$$

$$R(\bar{x}) = 2R(x) + 32\pi G [V(\bar{\varphi}_0) - V(\varphi_0)]. \quad (10.7.9)$$

Как мы уже ранее упоминали,  $\varphi_0 = \bar{\varphi}_0$  и  $V(\varphi_0) = V(\bar{\varphi}_0)$  в силу антиподной симметрии. Это означает, что на поздних стадиях эволюции Вселенной  $X$

$$R(x) = -R(\bar{x}) = (32\pi G/3) [V(\varphi_0) - V(\bar{\varphi}_0)] = 0. \quad (10.7.10)$$

Подчеркнем, что вклад Вселенной  $\bar{X}$  в эффективную энергию вакуума Вселенной  $X$  не зависит от времени Вселенной  $X$ . Поэтому

компенсация (10.7.10) происходит лишь на поздних стадиях эволюции Вселенной  $X$ . Речь фактически идет лишь о таком сдвиге эффективного значения  $V(\varphi)$ , что минимум  $V(\varphi)$  автоматически оказывается при  $V(\varphi_0) = 0$ . Таким образом, рассматриваемый механизм не приводит ни к каким модификациям стандартного инфляционного сценария.

Заметим, что рассматриваемая модель отличается от обычной теории Калуцы—Клейна, в которой, как уже говорилось, введение двух времен сразу же приводит к нестабильности. Теорию (10.7.1) нетрудно обобщить, например, представив действие как интеграл по Вселенным  $X_1, X_2, \dots$  и взяв лагранжиан в виде суммы разных лагранжианов от различных полей  $\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_2), \dots$ , каждое из которых «живет» лишь в одной из таких Вселенных. В этой схеме наш мир может состоять из сколь угодно большого числа различных Вселенных, взаимодействующих друг с другом лишь глобально, живущих каждая в своем времени и по своим законам. На этом пути можно получить обоснование антропного принципа в его наиболее сильной форме.

Приведенная схема не свободна от недостатков. Ее можно обобщить и на суперсимметричные теории, но при этом обеспечить автоматическое обращение в нуль космологической постоянной пока не удастся. В рамках тех вариантов сценария раздувающейся Вселенной, которые приводят к режиму самовосстановления (к таким моделям, как уже говорилось, не принадлежит, например, модель Шафи—Веттерриша [255]), интегралы по объему могут расходиться. В этом случае вопрос об определении средних типа (10.7.4), (10.7.5) нуждается в специальном исследовании. Наконец, для того чтобы в рамках стандартной схемы квантования, приспособленной к теории поля в одной Вселенной, не получить слишком маленькую эффективную постоянную Планка  $\hbar$  (обратно пропорциональную среднему объему Вселенной  $\bar{X}$ , умноженному на  $N$ ), нужно иметь экспоненциально малый нормировочный фактор  $N$ , что не кажется естественным. Возможно, это просто означает необходимость модификации стандартной схемы квантования применительно к новой ситуации. Как бы там ни было, представляется заслуживающим внимания сам тот факт, что по крайней мере на классическом уровне существует большой класс моделей, в рамках которых космологическая постоянная автоматически обращается в нуль, независимо от деталей теории. Кроме того, возможность построения последовательной теории многих Вселенных, взаимодействующих друг с другом только глобально, может представлять самостоятельный интерес.

Весьма нетривиальное обобщение обсуждавшейся выше идеи было предложено совсем недавно в работах С. Коулмена [345, 346], С. Гиддинга и А. Строминджера [349] и Т. Банка [347], основанных на более ранних работах С. Хоукинга [350], Г. В. Лаврелашвили, В. А. Рубакова и П. Г. Тинякова [351] и С. Гиддинга и А. Строминджера [352] о кротовых норах и потере когерентности в квантовой гравитации, а также на работе С. Хоукинга [340]

о возможном механизме обращения космологической постоянной в нуль в рамках квантовой космологии.

Основная идея работ [345—347, 349] базируется на том, что за счет квантовых эффектов Вселенная может расщепиться на несколько топологически несвязанных, но глобально взаимодействующих друг с другом частей. Подобные процессы могут произойти в любой точке нашей Вселенной (см. по этому поводу [350—352], а также [133] и § 10.3). Дочерние Вселенные (baby universes) могут унести с собой электрон-позитронные пары или какие-то еще комбинации частиц и полей, если это не запрещено законами сохранения. Простейший способ описать этот эффект состоит в том, чтобы сказать, что существование дочерних Вселенных приводит к модификации эффективного гамильтониана, описывающего частицы и поля в нашей Вселенной [345, 349]:

$$\mathcal{H}(x) = \mathcal{H}_0(\varphi(x), \psi(x) \dots) + \sum_i \mathcal{H}_i(\varphi(x), \psi(x) \dots) A_i. \quad (10.7.11)$$

Гамильтониан (10.7.11) описывает поля  $\varphi, \psi, \dots$  в нашей Вселенной в масштабах, превышающих  $M_p^{-1}$ ;  $\mathcal{H}_0$  — часть гамильтониана, не связанная с топологическими флуктуациями;  $\mathcal{H}_i$  — некоторые локальные функции полей  $\varphi, \psi, \dots$ ;  $A_i$  — некоторые комбинации операторов рождения и уничтожения дочерних Вселенных. Например, член типа  $\mathcal{H}_1 A_1$ , где  $\mathcal{H}_1 = \text{const}$ , связан с возможностью изменения плотности энергии вакуума за счет взаимодействия с дочерними Вселенными, член  $\bar{e}(x) e(x) A_2$  связан с возможностью обмена электрон-позитронными парами и т. д. Операторы  $A_i$  не зависят от точки  $x$ , поскольку дочерние Вселенные не могут унести с собой энергию и импульс. Согласно [345, 346], из условия локальности в нашей Вселенной

$$[\mathcal{H}(x), \mathcal{H}(y)] = 0 \quad (10.7.12)$$

для пространственноподобных 4-векторов  $x - y$  следует, что все операторы  $A_i$  должны коммутировать. Поэтому все они могут быть одновременно диагонализированы « $\alpha$ -состояниями»  $|\alpha_i\rangle$ , так что

$$A_i |\alpha_i\rangle = \alpha_i |\alpha_i\rangle. \quad (10.7.13)$$

Если квантовое состояние Вселенной — это собственное состояние операторов  $A_i$ , то следствием существования сложной структуры вакуума (10.7.13) является введение бесконечного числа неопределенных заранее параметров  $\alpha_i$  в эффективный гамильтониан: необходимо просто заменить операторы  $A_i$  в (10.7.11) их собственными значениями  $\alpha_i$  в данном состоянии Вселенной. Если Вселенная изначально не находится в собственном состоянии операторов  $A_i$ , то тем не менее ее волновая функция после серии измерений быстро редуцируется к одному из таких собственных состояний [345].

Это обстоятельство позволяет по-новому взглянуть на многие принципиальные вопросы физики. Часто считают, что основная цель теоретической физики состоит в том, чтобы выяснить, какой именно лагранжиан (или гамильтониан) правильно описывает

весь наш мир. Однако можно было бы задать вопрос: если предположить, что наша Вселенная (или та ее часть, в которой мы живем), когда-то не существовала (по крайней мере как классическое пространство-время), то в каком смысле можно говорить о существовании «в то время» *законов*, которые определили ее рождение и эволюцию? Известно, например, что законы, определяющие биологическую эволюцию, записаны в нашем генетическом коде. Но где были записаны законы физики, если Вселенной не было?

Возможный ответ состоит в том, что окончательная структура эффективного гамильтониана, включающая те или иные значения констант  $\alpha_i$ , становится фиксированной лишь после серии измерений, которые определяют (с ограниченной точностью), в каком из допустимых квантовых состояний Вселенной  $|\alpha_i\rangle$  мы живем. Это означает, что понятие наблюдателя может играть важную роль не только при обсуждении различных характеристик нашей Вселенной, но и при обсуждении тех законов, которыми она управляется.

Вообще говоря, волновая функция Вселенной может зависеть от параметров  $\alpha_i$ . Эта возможность лежит в основе предложенного Коулменом объяснения обращения в нуль космологической постоянной  $\Lambda = 8\pi V(\varphi_0)/M_p^2$ , где  $V(\varphi_0)$  — современное значение плотности энергии вакуума. Основная идея восходит к работе Хоукинга [340], базировавшейся на использовании волновой функции Хартля — Хоукинга (10.1.12), (10.1.17). Согласно [340], если космологическая постоянная по какой-то причине может принимать произвольные значения, то вероятность оказаться во Вселенной с космологической постоянной  $\Lambda$  пропорциональна

$$P(\Lambda) \sim \exp[-2S_E(\Lambda)] = \exp\left[-\frac{3M_p^4}{8V}\right] = \exp\left[-\frac{3\pi M_p^2}{\Lambda}\right] \quad (10.7.14)$$

(ср. с 10.1.18). В рамках обсуждаемого подхода, основанного на теории (10.7.11), (10.7.13), космологическая постоянная, как и другие константы, действительно может принимать различные значения в зависимости от того, в каком именно квантовом состоянии мы находимся. Однако при вычислении  $P(\Lambda)$  в этом случае нужно также просуммировать по всем топологически несвязанным конфигурациям Вселенных, что приводит к модифицированному выражению для  $P(\Lambda)$  [346]:

$$P(\Lambda) \sim \exp\left(\exp\left[-\frac{3\pi M_p^2}{\Lambda}\right]\right). \quad (10.7.15)$$

Из (10.7.14), (10.7.15) следует, что среди всех возможных Вселенных наиболее вероятны Вселенные с исчезающе малым значением космологической постоянной.

Достаточно ли надежен этот вывод? Сейчас еще трудно ответить на этот вопрос. Сама возможность «отпочкования» дочерних Вселенных, приводящая к сложной структуре гравитационного вакуума, пока не является достаточно хорошо установленной. Описание процесса «отпочкования» с помощью евклидовых методов

[350—352] и описание в рамках стохастического подхода [133] (см. вывод уравнения (10.3.7)) отличаются друг от друга. Кроме того, как уже говорилось в § 10.2, получить обоснование использования волновой функции Хартля—Хоукинга удастся лишь в тех случаях, когда существует стационарное распределение поля  $\varphi$  и, следовательно,  $V(\varphi)$  и  $\Lambda(\varphi)$ . Пока не удалось найти инфляционных моделей, где такое стационарное распределение действительно могло бы существовать. Распределение вероятности для величины  $\Lambda(\alpha_i)$  должно было бы быть стационарным, но здесь уже идет речь о распределении вероятности найти космологическую постоянную равную  $\Lambda$  в *разных Вселенных* (точнее, в разных квантовых состояниях Вселенной), а не в разных частях одной Вселенной. Обосновать формулы типа (10.7.14), (10.7.15) с помощью стохастического подхода в этом случае не удастся.

Еще одна проблема состоит в том, что, как утверждается в [354—357], теми же методами, которые использовались в работе [346] для обоснования обращения в нуль космологической постоянной, по-видимому можно «доказать», что массы всех скалярных частиц должны быть равны нулю. Этот нежелательный вывод приводит к новым сомнениям в справедливости формализма, использованного в [346], и стимулирует поиск других методов решения проблемы космологической постоянной, которые опирались бы не на евклидов подход, а на выявленную Коулменом в [345] возможность выбора между разными значениями  $\Lambda$ , соответствующими разным квантовым состояниям Вселенной [347, 358, 359].

В связи с этим напомним, что использование антропного принципа, базирующееся на анализе процесса формирования галактик, позволяет получить ограничение на плотность энергии вакуума  $-10^{-29} \lesssim V(\varphi_0) \lesssim 10^{-27} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$  [348]. Это ограничение весьма близко к экспериментальному ограничению  $|V(\varphi_0)| \lesssim 10^{-29} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ . Возможность выбора между разными  $\Lambda$ , следующая из [345], делает этот результат особенно интересным.

Можно ли усилить антропное ограничение на плотность энергии вакуума, с тем чтобы из антропного принципа вытекала необходимость выполнения неравенства  $V(\varphi_0) \lesssim 10^{-29} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ ? Окончательного ответа на этот вопрос еще нет, однако можно наметить некоторые пути решения данной проблемы.

Если исходить из обычно делающегося предположения, что сознание и мир ощущений могут существовать лишь при наличии мира материи (см. по этому поводу § 10.5), то, согласно стандартной теории горячей Вселенной, жизнь, как и вся Вселенная, должна была возникнуть «ниоткуда» несколько миллиардов лет тому назад. В теории самовосстанавливающейся раздувающейся Вселенной справедливость такого вывода вовсе не очевидна, поскольку жизнь самой Вселенной, согласно этой теории, не имеет конца и может не иметь единого начала. Представляется совершенно невероятным, что мы живем именно в первой из бесчисленного множества мини-вселенных, составляющих наш мир. С другой стороны, как показывает более подробное изучение этого вопроса, жизнь нашего

типа внутри наблюдаемой в данное время области Вселенной вряд ли может продолжаться неограниченно долго из-за распада барионов, а также вследствие локального коллапса вещества [336]. Единственная выявленная к настоящему моменту возможность вечного воспроизводства жизни связана с тем, что в обсуждаемом сценарии, например, в рамках теории  $\lambda\phi^4/4$ , в каждой области размером

$$l \geq l^* \sim 10^{30} M_p^{-1} \exp \frac{\pi(\phi^*)^2}{M_p^2} \sim 10^{30} M_p^{-1} \exp(\pi\lambda^{-1/3}) \quad (10.7.16)$$

сейчас должно существовать большое число доменов, внутри которых процесс раздувания все еще продолжается и будет продолжаться вечно. Вблизи таких доменов всегда будут существовать области достаточно большой плотности (типа нашей), в которых инфляция кончилась относительно недавно и барионы еще не успели распасться. Один из возможных вариантов стратегии выживания человечества состоял бы в постоянных перелетах к областям рассмотренного типа. Гораздо больше шансов на успех имела бы посылка во все стороны излучения для целенаправленного воссоздания жизни нашего типа внутри указанных областей и для последующей передачи туда накопленной нами информации.

Оставляя открытым вопрос об оптимальной стратегии выживания человечества, отметим только, что соответствующий процесс заведомо невозможен, если плотность энергии вакуума  $V(\phi_0)$  превышает критическое значение

$$V^* \sim \rho_0 \cdot 10^{200} \exp(-6\pi\lambda^{-1/3}). \quad (10.7.17)$$

При  $\rho_0 \sim 10^{-29}$  г·см<sup>-3</sup>,  $\lambda \sim 10^{-14}$  значение  $V^*$  ничтожно мало:

$$V^* \sim 10^{-5 \cdot 10^6} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3} \ll \rho_0. \quad (10.7.18)$$

Причина существования критического значения  $V^*$  состоит в том, что при  $V(\phi_0) > V^*$  размер горизонта событий  $H^{-1}(\phi_0)$  в мире с плотностью энергии вакуума  $V(\phi_0)$  оказывается меньше чем типичное расстояние между доменами, в которых идет процесс самовосстановления Вселенной. (В настоящее время это расстояние равно  $l^*$  (10.7.16); к моменту, когда плотность энергии вакуума  $V(\phi_0)$  начинает доминировать, оно увеличивается примерно в  $10^{-60} \exp(2\pi\lambda^{-1/3})$  раз.) В такой ситуации полететь или послать сигнал из нашей области Вселенной к областям вблизи самовосстанавливающихся доменов было бы принципиально невозможно (см. § 1.4).

Таким образом, в рамках рассматриваемой модели каждое квантовое состояние Вселенной  $|\alpha_i\rangle$  с плотностью энергии вакуума  $V(\phi_0) \geq 10^{-10}$  г·см<sup>-3</sup> представляет собой как-бы космическую тюрьму, жизнь внутри которой, если она может там самопроизвольно возникнуть, обречена на неизбежное угасание за счет распада протонов и экспоненциального падения плотности вещества на стадии доминантности плотности энергии вакуума

$V(\varphi_0)$ . Сейчас еще нет ясности в вопросе о вероятности самопроизвольного возникновения сложнейшей структуры жизни за счет одной лишь ненаправленной эволюции. Если, как некоторые считают, эта вероятность чрезвычайно мала и если возможность неограниченно долгого воспроизводства жизни при  $V(\varphi_0) < V^*$  действительно существует, то тогда наличие указанного механизма воспроизводства и распространения жизни может резко увеличить долю «обитаемого» объема Вселенной в квантовом состоянии с  $V(\varphi_0) < 10^{-5 \cdot 10^6} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$  по отношению к доле «обитаемого» объема Вселенной в состоянии с  $V(\varphi_0) > 10^{-5 \cdot 10^6} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ . Это в свою очередь может привести к тому, что наблюдатель нашего типа, способный задать вопрос о плотности энергии вакуума, с большой вероятностью должен обнаружить себя во Вселенной, соответствующей квантовому состоянию с  $V(\varphi_0) \ll 10^{-29} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ .

Приведенные рассуждения представляют собой лишь набросок схемы будущего исследования, иллюстрирующий новые возможности, которые появились за последние годы в теории элементарных частиц и космологии. Не исключено, что обосновать антропный принцип в той его формулировке, которая нужна для решения проблемы космологической постоянной, не удастся. Кроме того, заранее не ясно, существует ли успешная стратегия выживания человечества, даже если космологическая постоянная равна нулю [336]. В любом случае, однако, из приведенных выше рассуждений следует, что проблема космологической постоянной, являющаяся одной из самых сложных проблем современной физики, в конечном счете может представлять для нас не только чисто теоретический интерес.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Специалистов по теории элементарных частиц и космологов можно было бы уподобить двум группам людей, прокладывающих туннель навстречу друг другу через огромную гору неизвестного. Такая аналогия, однако, не вполне точна. Если две группы рабочих не встретят друг друга на своем пути, то они просто сделают два туннеля вместо одного. В нашем же случае, если специалисты по теории элементарных частиц не встретятся на своем пути с космологами, то не получится ни одной полной теории вообще. Более того, даже если они и встретятся, т. е. если внутренне согласованная теория всех процессов в микро- и макромире будет построена, то и это еще не будет означать правильности построенной теории.

В условиях обсуждавшейся уже неизбежной нехватки экспериментальных данных, касающихся взаимодействий частиц с энергиями от  $10^7$  до  $10^{19}$  ГэВ, становится особенно важно угадать, хотя бы в общих чертах, правильное направление развития науки, которое останется верным, даже если многие конкретные детали строящейся теории изменятся. Именно с этим и связано появление в лексиконе физиков таких необычных для них терминов, как сценарий или даже парадигма.

В физике элементарных частиц есть несколько ключевых слов, которые определяют основную линию развития теории за последние два десятилетия. Это калибровочная инвариантность, единые теории со спонтанным нарушением симметрии, суперсимметрия, струны. В космологии 80-х годов одним из таких слов стала инфляция.

Создание инфляционного сценария стало возможно лишь благодаря совместным усилиям космологов и специалистов по теории элементарных частиц. Необходимость и плодотворность такого союза сейчас очевидна. Нужно отметить, что инфляция вовсе не является магическим словом, которое автоматически решает все наши проблемы и открывает все двери. В некоторых теориях элементарных частиц обеспечить раздувание Вселенной не удастся, в то время как ряд других теорий приводит к космологическим следствиям, противоречащим наблюдательным данным, несмотря на инфляцию. Путь к созданию последовательной космологической теории может оказаться еще очень долгим, и не исключено, что многие детали

существующего сейчас сценария в дальнейшем будут отброшены как ненужные строительные леса. Однако наличие инфляционной стадии представляется сейчас необходимым элементом будущей теории.

Инфляционная космология и в настоящее время продолжает быстро развиваться. Мы являемся свидетелями постепенного изменения самых общих представлений об эволюции Вселенной. Еще несколько лет назад у большинства специалистов не было практически никаких сомнений в том, что вся Вселенная родилась в момент единого Большого Взрыва примерно 10—15 млрд лет тому назад. Казалось очевидным, что пространство-время с самого начала должно было быть четырехмерным и что оно и сейчас четырехмерно во всех областях Вселенной. Считалось, что если Вселенная замкнута, то ее полный размер вряд ли заметно превосходит размер наблюдаемой части Вселенной  $l \sim 10^{28}$  см и что не позднее чем через  $10^{11}$  лет такая Вселенная должна сколлапсировать и исчезнуть. Если же Вселенная открытая или плоская, то тогда она бесконечна, и общее убеждение состояло в том, что в этом случае она должна всюду иметь свойства, близкие к свойствам ее наблюдаемой части. Такая Вселенная существовала бы бесконечно долго, но после распада протонов, предсказываемого едиными теориями слабых, сильных и электромагнитных взаимодействий, во Вселенной не осталось бы барионной материи, нужной для поддержания жизни. Единственный выбор, таким образом, был между «горячим концом» при ожидающем нас коллапсе Вселенной и «холодным концом» в бесконечном пустом пространстве.

В настоящее время представляется более правдоподобным, что Вселенная в целом будет существовать вечно, нескончаемо порождая новые и новые экспоненциально большие области, в которых законы низкоэнергетического взаимодействия элементарных частиц и даже эффективная размерность пространства-времени могут быть различны. Мы не знаем, может ли жизнь неограниченно долго развиваться в каждой отдельной такой области, но мы знаем наверняка, что жизнь снова и снова будет зарождаться в разных областях Вселенной во всех своих возможных видах. Такая модификация представлений о глобальной структуре Вселенной и о нашем месте в ней кажется нам одним из наиболее важных следствий развития инфляционной космологии.

Мы, наконец, получили и новое понимание того, зачем нужно было писать сценарий, если представление уже состоялось. Ответ состоит в том, что действие все еще продолжается, и, скорее всего, оно будет продолжаться вечно. В разных частях Вселенной различные зрители наблюдают его бесконечные вариации. Мы не можем увидеть это представление во всем его величии, но можем постараться вообразить себе наиболее важные его части и в конце концов, может быть, даже понять его смысл.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Glashow S. L.* // Nucl. Phys.— 1961.— V. 22.— P. 579; *Weinberg S.* // Phys. Rev. Lett.— 1967.— V. 19.— P. 1264; *Salam A.* // Elementary Particle Theory / Ed. N. Svartholm.— Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1968.— P. 367.
2. 't Hooft G. // Nucl. Phys.— 1971.— V. B35.— P. 167; *Lee B. W.* // Phys. Rev.— 1972.— V. D5.— P. 823; *Lee B. W., Zinn-Justin J.* // Phys. Rev. 1972. V. D5.— P. 3121; 't Hooft G., *Veltman M.* // Nucl. Phys.— 1972.— V. B50.— P. 318; *Тютин И. В., Фрадкин Е. С.* // ЯФ.— 1972.— Т. 16, вып. 4.— С. 835—853; *Каллош Р. Э., Тютин И. В.* // ЯФ.— 1973.— Т. 17, вып. 1.— С. 190.
3. *Gross D. J., Wilczek F.* // Phys. Rev. Lett.— 1973.— V. 30.— P. 1343; *Politzer H. D.* // Phys. Rev. Lett.— 1973.— V. 30.— P. 1346.
4. *Georgi H., Glashow S. L.* // Phys. Rev. Lett.— 1974.— V. 32.— P. 438.
5. *Friedman D. Z., van Nieuwenhuizen P., Ferrara S.* // Phys. Rev.— 1976.— V. D13.— P. 3214; *Deser S., Zumino B.* // Phys. Lett.— 1976.— V. 62B.— P. 335.
6. *Kaluza Th.* // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Phys., Math.— 1921.— Bd Kl.— S. 966; *Klein O.* // Z. Phys.— 1926.— Bd 37.— S. 895; *Witten E.* // Nucl. Phys. Ser. B.— 1981.— V. 186.— P. 412.
7. *Green M. B., Schwarz J. H.* // Phys. Lett.— 1984.— V. 149B.— P. 117; V. 151B.— P. 21; *Gross D. J., Harvey J. A., Martinec E., Rohm R.* // Phys. Rev. Lett.— 1985.— V. 54.— P. 502; *Witten E.* // Phys. Lett.— 1984.— V. 149B.— P. 351.
8. *Славнов А. А., Фаддеев Л. Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей.— М.: Наука, 1978.
9. *Тейлор Дж.* Калибровочные теории слабых взаимодействий: Пер. с англ.— М.: Мир, 1978.
10. *Окунь Л. Б.* Лептоны и кварки.— 2-е изд.— М.: Наука, 1989.
11. *Андреев И. В.* Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях.— М.: Наука, 1981.
12. *Langacker P.* // Phys. Rep. Ser. C.— 1981.— V. 72.— P. 185.
13. *Огиевецкий В. И., Мезинческу Л.* // УФН.— 1975.— Т. 117.— С. 637; *Весс Ю., Беггер Дж.* Суперсимметрия и супергравитация: Пер. с англ.— М.: Мир, 1986.
14. *Van Nieuwenhuizen P.* // Phys. Rep. Ser. C.— 1981.— V. 68.— P. 192.
15. *Nilles H. P.* // Phys. Rep. Ser. C.— 1984.— V. 110.— P. 3.
16. *Duff M. J., Nilsson B. E. W., Pope C. N.* // Phys. Rep. Ser. C.— 1986.— V. 136.— P. 1.
17. *Green M. B., Schwarz J. H., Witten E.* Superstring Theory.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.
18. *Киржниц Д. А.* // Письма ЖЭТФ.— 1972.— Т. 15.— С. 745.
19. *Kirzhnits D. A., Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1972.— V. 42B.— P. 471.
20. *Weinberg S.* // Phys. Rev.— 1974.— V. D9.— P. 3320; *Dolan L., Jachkiw R.* // Phys. Rev.— 1974.— V. D9.— P. 3357.
21. *Киржниц Д. А., Линде А. Д.* // ЖЭТФ.— 1974.— P. 67.— С. 1263.

22. Kirzhnits D. A., Linde A. D. Lebedev Phys. Inst. preprint N 101.— M., 1974.
23. Kirzhnits D. A., Linde A. D. // Ann. Phys. (N. Y.).— 1976.— V. 101. P. 195.
24. Linde A. D. // Rep. Progr. Phys.— 1979.— V. 42.— P. 389.
25. Lee T. D., Wick G. C. // Phys. Rev.— 1974.— V. D9.— P. 2291.
26. Harrington B. J., Yildiz A. // Phys. Rev. Lett.— 1974.— V. 33.— P. 324.
27. Linde A. D. // Phys. Rev.— 1976.— V. D14.— P. 3345; Криве И. В., Лунде А. Д., Чудновский Е. М. // ЖЭТФ.— 1976.— Т. 71.— С. 825.
28. Linde A. D. // Phys. Lett.— 1979.— V. 86B.— P. 39.
29. Криве И. В. // ЖЭТФ.— 1982.— Т. 83.— С. 849.
30. Salam A., Strathdee J. // Nature.— 1974.— V. 252.— P. 569; Nucl. Phys.— 1975.— V. B90.— P. 203.
31. Linde A. D. // Phys. Lett.— 1976.— V. 62B.— P. 435.
32. Криве И. В., Пыж В. М., Чудновский Е. М. // ЯФ.— 1976.— Т. 23.— С. 681.
33. Скалозуб В. В. // ЯФ.— 1982.— Т. 35.— С. 782.
34. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Структура и эволюция Вселенной.— М.: Наука, 1975.
35. Вайнберг С. Гравитация и космология. Пер. с англ.— М.: Мир, 1975.
36. Сахаров А. Д. // Письма ЖЭТФ.— 1967.— Т. 5.— С. 32.
37. Кузьмин В. А. // Письма ЖЭТФ.— 1970.— Т. 12.— С. 335.
38. Ignatiev A. Yu., Krasnikov N. V., Kuzmin V. A., Tavkhelidze A. N. // Phys. Lett.— 1978.— V. 76B.— P. 436; Yoshimura M. // Phys. Rev. Lett.— 1978.— V. 41.— P. 281; Weinberg S. // Phys. Rev. Lett.— 1979. V. 42.— P. 850; Долгов А. Д. // Письма ЖЭТФ.— 1979.— Т. 29.— С. 254; Kolb W., Wolfram S. // Nucl. Phys. Ser. B.— 1980.— V. 172.— P. 224.
39. Zeldovich Ya. B. // Magic Without Magic / Ed. J. Klauder.— San Francisco: Freeman, 1972.
40. Zeldovich Ya. B., Khlopov M. Yu. // Phys. Lett.— 1978.— V. 79B.— P. 239; Preskill J. P. // Phys. Rev. Lett.— 1979.— V. 43.— P. 1365.
41. Зельдович Я. Б., Кобзарев И. Ю., Окунь Л. Б. // ЖЭТФ.— 1974.— Т. 67.— С. 3.
42. Parke S., Pi S. Y. // Phys. Lett. Ser. B.— 1981.— V. 107.— P. 54; Lazarides G., Shafi Q., Walsh T. F. // Nucl. Phys. Ser. B.— 1982.— V. 195.— P. 157.
43. Sikivie P. // Phys. Rev. Lett.— 1982.— V. 48.— P. 1156.
44. Ellis J., Linde A. D., Nanopoulos D. V. // Phys. Lett.— 1983.— V. 128B.— P. 295.
45. Khlopov M. Yu., Linde A. D. // Phys. Lett.— 1982.— V. 138B.— P. 265.
46. Polonyi J. Budapest preprint KFKI-93, 1977.
47. Coughlan G. D., Fischler W., Kolb E. W., Raby S., Ross G. G. // Phys. Lett.— 1983.— V. 131B.— P. 59.
48. Goncharov A. S., Linde A. D., Vysotsky M. I. // Phys. Lett.— 1984.— V. 147B.— P. 279.
49. Preskill J., Wise M. B., Wilczek F. // Phys. Lett.— 1983.— V. 120B.— P. 127; Abbott L. F., Sikivie P. // Phys. Lett.— 1983.— V. 120B.— P. 133; Dine M., Fischler W. // Phys. Lett.— 1983.— V. 120B.— P. 137.
50. Choi K., Kim J. E. // Phys. Lett.— 1985.— V. 154B.— P. 393.
51. Глинер Э. Б. // ЖЭТФ.— 1965.— Т. 49.— С. 542; ДАН СССР.— 1970.— Т. 192.— С. 771; Глинер Э. Б., Дымникова И. Г. // Письма АЖ.— 1975.— Т. 1.— С. 7.
52. Старобинский А. А. // Письма ЖЭТФ.— 1979.— Т. 30.— С. 719; Phys. Lett. Ser. B.— 1980.— V. 91.— P. 99.
53. Guth A. H. // Phys. Rev.— 1981.— V. D23.— P. 347.
54. Linde A. D. // Phys. Lett.— 1982.— V. 108B.— P. 389.
55. Albrecht A., Steinhardt P. J. // Phys. Rev. Lett.— 1982.— V. 48.— P. 1220.
56. Лунде А. Д. Письма ЖЭТФ.— 1983.— Т. 38.— С. 149; Linde A. D. // Phys. Lett.— 1983.— V. 129B.— P. 177.

57. *Linde A. D.* // *Mod. Phys. Lett.*— 1986.— V. 1A.— P. 81; *Phys. Lett.*— 1986.— V. 175.— P. 395; *Phys. Scripta.*— 1987.— V. T15.— P. 169.
58. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей.— 4-е изд.— М.: Наука, 1984.
59. *Higgs P. W.*, // *Phys. Rev. Lett.*— 1964.— V. 13.— P. 508; *Kibble T. W. B.* // *Phys. Rev.*— 1967.— V. 155.— P. 1554; *Guralnik G. S., Hagen C. R., Kibble T. W. B.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1964.— V. 13.— P. 585; *Englert F., Brout R.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1964.— V. 13.— P. 321.
60. *Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д.* // *ЖЭТФ.*— 1950.— Т. 20.— С. 1064.
61. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика.— 4-е изд.— М.: Наука, 1990.— Ч. 1.
62. *Linde A. D.* // *Phys. Lett. Ser. B.*— 1981.— V. 100.— P. 37; *Nucl. Phys. Ser. B.*— 1983.— V. 216.— P. 421.
63. *Friedmann A.* // *Z. Phys.* 1922.— V. 10.— P. 377.
64. *Robertson H. P.* // *Rev. Mod. Phys.*— 1933.— V. 5.— P. 62; *Walker A. G.* // *J. Lond. Math. Soc.*— 1944.— V. 19.— P. 219.
65. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля.— 7-е изд.— М.: Наука, 1988.
66. *Gamov G.* // *Phys. Rev.*— 1948.— V. 74.— P. 505.
67. *Дорошкевич А. Г., Новиков И. Д.* // *ДАН СССР.*— 1964.— Т. 154.— С. 809.
68. *Белинский В. А., Лифшиц Е. М., Халатников И. М.* // *УФН.*— 1970.— Т. 102.— С. 463.
69. *Пенроуз Р.* Структура пространства-времени: Пер. с англ.— М.: Мир, 1972.
70. *Хоукинз С., Эллис Дж.* Крупномасштабная структура пространства-времени: Пер. с англ.— М.: Мир, 1977.
71. *Wheeler J. A.* // *Relativity, Groups and Topology* / Ed. B. S. and C. M. deWitt.— New York: Gordon and Breach, 1964; *Hawking S. W.* // *Nucl. Phys. Ser. B.*— 1978.— V. 144.— P. 349.
72. *Misner C. W.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1972.— V. 28.— P. 1669.
73. *Collins C. B., Hawking S. W.* // *Astrophys. J.*— 1973.— V. 180.— P. 317.
74. *Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М.* Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях.— М.: Атомиздат, 1980; *Бирелл Н., Девис П.* Квантованные поля в искривленном пространстве-времени: Пер. с англ.— М.: Мир, 1984.
75. *Лифшиц Е. М.* // *ЖЭТФ.*— 1946.— Т. 16.— С. 587.
76. *Zeldovich Ya. B.* // *Mon. Not. RAS.*— 1970.— V. 160.— P. 1.
77. *Dicke R. H.* // *Nature.*— 1961.— V. 192.— P. 440; *Зельманов А. А.* // Бесконечность и Вселенная.— М.: Мысль, 1969.— С. 274; *Carter B.* // Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data / Ed. M. S. Longair.— Dordrecht: Reidel, 1974; *Carr B. J., Rees M. J.* // *Nature.*— 1979.— V. 278.— P. 605; *Розенталь И. Л.* Элементарные частицы и структура Вселенной.— М.: Наука, 1984.
78. *Linde A. D.* // 300 Years of Gravitation / Ed. S. W. Hawking and W. Israel.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.— P. 604.
79. *Linde A. D.* // *Phys. Today.*— 1987.— V. 40.— P. 61.
80. *Weinberg S.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1976.— V. 36.— P. 294.
81. *Vilenkin A.* // *Phys. Rep.*— 1985.— V. 121.— P. 263.
82. *'t Hooft G.* // *Nucl. Phys.*— 1974.— V. B79.— P. 279.
83. *Поляков А. М.* // Письма ЖЭТФ.— 1974.— Т. 20.— С. 430.
84. *Kibble T. W. B.* // *J. Phys.*— 1976.— V. 9A.— P. 1387.
85. *Гольфанд Ю. А., Лихтман Е. П.* // Письма ЖЭТФ.— 1971.— Т. 13.— С. 452; *Gervais J., Sakita B.* // *Nucl. Phys.*— 1971.— V. B34.— P. 632; *Волков Д. В., Акулов В. П.* // Письма ЖЭТФ.— 1972.— Т. 16.— С. 621; *Wess J., Zumino B.* // *Nucl. Phys.*— 1974.— V. B70.— P. 39.
86. *Ellis J., Nanopoulos D. V.* // *Phys. Lett.*— 1982.— V. 116B.— P. 133.
87. *Lahanas A. B., Nanopoulos D. V.* // *Phys. Rep.*— 1987.— V. 145.— P. 3.
88. *Линде А. Д.* // Письма ЖЭТФ.— 1974.— Т. 19.— С. 320; *Veltman M.* Rockefeller Univ. preprint, 1974; *Phys. Rev. Lett.*— 1975.— V. 34.— P. 77; *Dreitlein J.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1974.— V. 33.— P. 1243.
89. *Зельдович Я. Б.* // *УФН.* 1968. Т. 95.— С. 209.

90. Эйнтгейн А. Собр. науч. трудов. В 4-х т.— М., Наука, 1965. Т. 2.
91. Фрадкин Е. С. // Тр. семинара «Кварк-80». — М.: ИЯИ, 1981. — С. 80.  
*Dimitropoulos S., Georgi H.* // Nucl. Phys. Ser. B. 1981. — V. 193. — P. 150;  
*Sakai N.* // Z. Phys. Ser. C. — 1981. — Bd 11. — S. 153.
92. *Dragon N. V.* // Phys. Lett. Ser. B. — 1982. — V. 113. — P. 288; *Framp-ton P. H., Kephart T. W.* // Phys. Rev. Lett. — 1982. — V. 48. — P. 1237;  
*Bucella F., Devedinger J. P., Ferrara S., Savoy C. A.* // Phys. Lett. Ser. B. — 1982. — V. 115. — P. 375.
93. *Nanopoulos D. V., Tamvakis K.* // Phys. Lett. Ser. B. — 1982. — V. 110. — P. 449. *Srednicki M.* // Nucl. Phys. Ser. B. — 1982. — V. 202. — P. 327.
94. *Freund P.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 151B. — P. 387; *Casher A., Eng-lert F., Nicolai H., Taormini A.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 162B. — P. 121.
95. *Duff M. J., Nilsson B. E. W., Pope C. N.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 163B. — P. 343.
96. *Kallosch R. E.* // Phys. Lett. — 1986. — V. 176B. — P. 50; Phys. Scripta. — 1987. — V. T15. — P. 118.
97. *Affleck I., Dine M.* // Nucl. Phys. — 1985. — V. B249. — P. 361.
98. *Linde A. D.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 160B. — P. 243.
99. *Dimitropoulos S., Hall L. J.* LBL preprint 23516, 1987.
100. *de Sitter W.* Proc. Kon. Ned. Akad. Wet. — 1917. — V. 19. — P. 1217; V. 20. — P. 229.
101. *Сахаров А. Д.* // ЖЭТФ. — 1965. — Т. 49. — С. 345.
102. *Альтшулер Б. Л.* // Тез. 3-й советской гравитационной конференции. — Ереван: Изд-во Ерев. ун-та, 1972. — С. 6.
103. *Gurevich L. E.* // Astrophys. and Space Sci. — 1975. — V. 38. — P. 67.
104. *Linde A. D.* // Phys. Lett. — 1981. — V. 99B. — P. 391.
105. *Долгов А. Д., Зельдович Я. Б.* // УФН. — 1980. — Т. 130. — С. 559.
106. *Dowker J. S., Critchley R.* // Phys. Rev. — 1976. — V. D13. — P. 3224.
107. *Муханов В. Ф., Чибисов Г. В.* // Письма ЖЭТФ. — 1981. — Т. 33. — С. 549; ЖЭТФ. — 1982. — Т. 83. — С. 475.
108. *Barrow J. D., Ottewill A.* // J. Phys. — 1983. — V. A16. — P. 2757.
109. *Старобинский А. А.* // Письма А Ж. — 1983. — Т. 9. — С. 579.
110. *Kofman L. A., Linde A. D., Starobinsky A. A.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 157B. — P. 36.
111. *Lapchinsky V. G., Rubakov V. A., Veryaskin A. V.* Inst. Nucl. Res. preprint P-0195, 1982.
112. *Hawking S. W., Moss I. G., Stewart J. M.* // Phys. Rev. — 1982. — V. 26. — P. 2681.
113. *Guth A. H., Weinberg E.* // Nucl. Phys. — 1983. — V. 212. — P. 321.
114. *Hawking S. W.* // Phys. Lett. — 1982. — V. 115B. — P. 295; *Starobinsky A. A.* // Phys. Lett. — 1982. — V. 117B. — P. 175; *Guth A. H., Pi S.-Y.* // Phys. Rev. Lett. — 1982. — V. 49. — P. 1110; *Bardeen J., Ste-inhardt P. J., Turner M. S.* // Phys. Rev. — 1983. — V. D28. — P. 679.
115. *Linde A. D.* // Phys. Lett. — 1983. — V. 132B. — P. 317.
116. *Linde A. D.* // Rep. Progr. Phys. — 1984. — V. 47. — P. 925.
117. *Rubakov V. A., Sazhin M. V., Veryaskin A. V.* // Phys. Lett. — 1982. — V. 115B. — P. 189.
118. *Linde A. D.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 162B. — P. 281; Suppl. Progr. Theor. Phys. — 1985. — V. 85. — P. 279.
119. *Новиков И. Д., Фролов В. П.* Физика черных дыр. — М.: Наука, 1986.
120. *Gibbons G. W., Hawking S. W.* // Phys. Rev. — 1977. — V. D15. — P. 2738.
121. *Hawking S. W., Moss I. G.* // Phys. Lett. — 1982. — V. 110B. — P. 35.
122. *Boucher W., Gibbons G.* // The Very Early Universe / Eds. G. W. Gib-bons, S. W. Hawking and S. Siklos. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983. — P. 273. *Старобинский А. А.* // Письма ЖЭТФ. — 1983. — Т. 37. — С. 55; *Wald R.* // Phys. Rev. — 1983. — V. D28. — P. 2118; *Martine-Gonzales E., Jones B. J. T.* // Phys. Lett. — 1986. — V. 167B. — P. 37; *Moss I. G., Sahni V.* // Phys. Lett. — 1986. — V. B178. — P. 159; *Turner M. S., Widrow L.* // Phys. Rev. Lett. — 1986. — V. 57. — P. 2237; *Jensen L., Stein-Schabes J.* // Phys. Rev. — 1986. — V. D34. — P. 931.

123. *Dolgov A. D., Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1982.— V. 116B.— P. 329.
124. *Abbott L. F., Fahri E., Wise M. B.* // Phys. Lett.— 1982.— P. 117B.— P. 29.
125. *Kofman L. A., Linde A. D.* // Nucl. Phys.— 1987.— V. B282.— P. 555.
126. *Vilenkin A., Ford L. H.* // Phys. Rev.— 1982.— V. D26.— P. 1231.
127. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1982.— V. 116B.— P. 335.
128. *Starobinsky A. A.* // Phys. Lett.— 1982.— V. 117B.— P. 175.
129. *Kuzmin V. A., Rubakov V. A., Shaposhnikov M. E.* // Phys. Lett.— 1985.— V. 155B.— P. 36.
130. *Шапошников М. Е.* // Письма ЖЭТФ.— 1986.— Т. 44.— С. 364.
131. *Dimopoulos S., Hall L. J.* // Phys. Lett.— 1987.— V. 196B.— P. 135; *Dannenberg A., Hall L. J.* // Phys. Lett.— 1987.— V. 198B.— P. 411.
132. *Гончаров А. С., Линде А. Д.* // ЖЭТФ.— 1987.— Т. 92.— С. 1137.
133. *Goncharov A. S., Linde A. D., Mukhanov V. F.* // Intern. J. Mod. Phys.— 1987.— V. 2A.— P. 561.
134. *Старобинский А. А.* // Фундаментальные взаимодействия.— М.: МГПИ им. В. И. Ленина, 1984.— С. 55.
135. *Starobinsky A. A.* Current Trends in Field Theory, Quantum Gravity and Strings, Lect. Notes in Phys. / Eds. H. J. de Vega and N. Sanchez.— Heidelberg; Springer — Verlag, 1986.— V. 246.— P. 107.
136. *Гришук Л. П., Зельдович Я. Б.* // АЖ.— 1978.— Т. 55.— С. 20.
137. *Coleman S., Weinberg E.* // Phys. Rev.— 1973.— V. D8.— P. 1888.
138. *Jackiw R.* // Phys. Rev.— 1973.— V. D9.— P. 1686.
139. *Линде А. Д.* // Письма ЖЭТФ.— 1976.— Т. 23.— С. 73.
140. *Politzer S.* // Phys. Rev. Lett.— 1976.— V. 36.— P. 294.
141. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1977.— V. 70B.— P. 306.
142. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1980.— V. 92B.— P. 119.
143. *Guth A. H., Weinberg E. J.* // Phys. Rev. Lett.— 1980.— V. 45.— P. 1131.
144. *Witten E.* // Nucl. Phys.— 1981.— V. B177.— P. 477.
145. *Krive I. V., Linde A. D.* // Nucl. Phys.— 1976.— V. B117.— P. 265.
146. *Linde A. D.* Trieste preprint IC/76/26, 1976.
147. *Красников Н. В.* // ЯФ. 1978.— Т. 28.— С. 549.
148. *Hung P. Q.* // Phys. Rev. Lett.— 1979.— V. 42.— P. 873.
149. *Politzer H. D., Wolfart S.* // Phys. Lett.— 1979.— V. 82B.— P. 242.
150. *Ансельм А. А.* // Письма ЖЭТФ.— 1979.— Т. 29.— С. 645.
151. *Cabibbo N., Maiani L., Parisi A., Petronzio* // Nucl. Phys.— 1979.— V. B158.— P. 295.
152. *Воронов Б. Л., Тютин И. В.* // ЯФ.— 1976.— Т. 23.— С. 1316.
153. *Coleman S., Jackiw R., Politzer H. D.* // Phys. Rev.— 1974.— V. D10.— P. 2491.
154. *Abbott L. F., Kang J. S., Schnitzer H. J.* // Phys. Rev.— 1976.— V. D13.— P. 2212.
155. *Linde A. D.* // Nucl. Phys.— 1977.— V. B125.— P. 369.
156. *Ландау Л. Д., Померанчук И. Я.* // ДАН СССР.— 1955.— Т. 102.— С. 489.
157. *Фрадкин Е. С.* // ЖЭТФ.— 1955.— Т. 28.— С. 750.
158. *Миедал А. Б.* Фермионы и бозоны в сильных полях.— М.: Наука, 1978.
159. *Kirzhnits D. A., Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1978.— V. 73B.— P. 323.
160. *Fröhlich J.* // Nucl. Phys.— 1982.— V. B200.— P. 281.
161. *Lang C. B.* // Nucl. Phys.— 1986.— V. B265.— P. 630.
162. *Kirzhnits D. A.* // Quantum Field Theory and Quantum Statistics // Eds. I. A. Batalin, C. J. Isham and G. A. Vilkovisky.— Bristol: Adam Hilger, 1987.— V. 1.— P. 349.
163. *Bardeen W. A., Moshe W.* // Phys. Rev.— 1982.— V. D28.— P. 1372.
164. *Enquist K., Maalampi J.* // Phys. Lett.— 1986.— V. 180B.— P. 14.
165. *Smolin L.* // Phys. Lett.— 1980.— V. 93B.— P. 95.
166. *Фрадкин Е. С.* // Тр. ФИАН СССР.— 1965.— Т. 29.— С. 7.
167. *Kuzmin V. A., Shaposhnikov M. E., Tkachev I. I.* // Z. Phys. C.— 1982.— V. 12.— P. 83.
168. *Kislinger M. B., Morley P. D.* // Phys. Rev.— 1976.— V. D13.— P. 2765.

169. *Шуряк Э. В.* // ЖЭТФ.— 1978.— Т. 74.— С. 408.  
 170. *Polyakov A. M.* // Phys. Lett.— 1978.— V. 72B.— С. 477.  
 171. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1980.— V. 96B.— P. 289.  
 172. *Gross D., Pisarski R., Yaffe L.* // Rev. Mod. Phys.— 1981.— V. 53.— P. 43.  
 173. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1980.— V. 96B.— P. 293.  
 174. *Matveev V. A., Rubakov V. A., Tavkhelidze A. N., Tokarev V. F.* // Nucl. Phys.— 1987.— V. 282.— P. 700.  
 175. *Deryagin D. I., Grigoriev D. Ya., Rubakov V. A.* // Phys. Lett.— 1986.— V. B178.— P. 385.  
 176. *Калашников О. К., Перес Розас У.* // Кратк. сообщ. по физ.— 1986. Т. 2.— С. 23.  
 177. *Ferrer E. J., de la Incera V., Shabad A. E.* // Phys. Lett.— 1987.— V. 185B.— P. 407.; *de la Incera V.* // Phys. Lett.— 1988.— V. 205.— P. 381.  
 178. *Sharoshnikov M. E.* // Nucl. Phys.— 1987.— V. B287.— P. 757.  
 179. *Волошин М. Б., Кобзарев И. Б., Ожунь Л. Б.* // ЯФ.— 1974.— Т. 20.— С. 1229.  
 180. *Coleman S.* // Phys. Rev.— 1977.— V. D15.— P. 2929.  
 181. *Callan C., Coleman S.* // Phys. Rev.— 1977.— V. D16.— P. 1762.  
 182. *Fubini S.* // Nuovo Cim. 1976.— V. 34A.— P. 521.  
 183. *'t Hooft G.* // Phys. Rev.— 1976.— V. D14.— P. 3432; *Раджараман Р.* Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля: Пер. с англ.— М.: Мир, 1985.  
 184. *Krasnikov N. V.* // Phys. Lett.— 1978.— V. 72B.— P. 455.  
 185. *Affleck J.* // Nucl. Phys.— 1981.— V. B191.— P. 429.  
 186. *Гончаров А. С., Лунде А. Д.* // ЭЧАЯ.— 1986.— Т. 17.— С. 837.  
 187. *Лунде А. Д.* Препринт ФИАН № 266.— М, 1981.  
 188. *Flores R., Sher M.* // Phys. Rev.— 1983.— V. D27.— P. 1679.  
 189. *Sher M., Zaglauer H. W.* // Phys. Lett.— 1988.— V. 206.— P. 527.  
 190. *Абрикосов А. А.* // ЖЭТФ.— 1957.— Т. 32.— С. 1442; *Nielsen H. B., Olesen P.* // Nucl. Phys.— 1973.— V. B61.— P. 45.  
 191. *Zeldovich Ya. B.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc.— 1980.— V. 192 — P. 663.  
 192. *Vilenkin A.* // Phys. Lett.— 1981.— V. 46.— P. 1169.  
 193. *Turok N., Brandenberger R.* // Phys. Rev.— 1986.— V. D33.— P. 2175.  
 194. *Parker E. N.* // Astrophys. J.— 1970.— V. 160.— P. 383.  
 195. *Kolb E. W., Colgate S. A., Harvey J. A.* // Phys. Rev. Lett.— 1982.— V. 49.— P. 1373; *Dimopoulos S., Preskill J., Wilczek F.* // Phys. Lett.— 1982.— V. 119B.— P. 320; *Freese K., Turner M. S., Schramm D. N.* // Phys. Rev. Lett.— 1983.— V. 51.— P. 1625.  
 196. *Rubakov V. A.* // Nucl. Phys.— 1982.— V. B203.— P. 311.  
 197. *Callan C. G.* // Phys. Rev.— 1982.— V. D25.— P. 2141.  
 198. *Nambi Y.* // Phys. Rev.— 1974.— V. D10.— P. 4262.  
 199. *Billoire A., Lazarides G., Shapi Q.* // Phys. Lett.— 1981.— V. 103B.— P. 450.  
 200. *DeGrand T. A., Toussaint D.* // Phys. Rev.— 1982.— V. D25.— P. 526.  
 201. *Gibbons G. W., Hawking S. W.* // Phys. Rev.— 1977.— V. D15.— P. 2752.  
 202. *Bunch T. S., Davies P. C. W.* // Proc. Roy. Soc.— 1978.— V. A360.— P. 117.  
 203. *Vilenkin A.* // Nucl. Phys.— 1983.— V. B226.— P. 527.  
 204. *Vilenkin A.* // Phys. Rev.— 1983.— V. D27.— P. 2848.  
 205. *Климонтович Ю. Л.* Статистическая физика.— М.: Наука, 1982.  
 206. *Rey S.-J.* // Nucl. Phys.— 1987.— V. B284.— P. 706.  
 207. *Coleman S., De Luccia F.* // Phys. Rev.— 1980.— V. D21.— P. 3305.  
 208. *Вазь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике.— М.: Наука, 1971.  
 209. *Hawking S. W., Moss I. G.* // Nucl. Phys.— 1983.— V. B224.— P. 180.  
 210. *Kramers H. A.* // Physica.— 1940.— V. 7.— P. 240.  
 211. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1983.— V. 131B.— P. 330.

212. *Israel W.* // *Nuovo Cim.*— 1966.— V. 44B.— P. 1.
213. *Berezin V. A., Kuzmin V. A., Tkachev I. I.* // *Phys. Lett.*— 1983.— V. 120B.— P. 91; *Phys. Rev.*— 1987.— V. D36.— P. 2919; *Aurilia A., Denardo G., Legovini F., Spallucci E.* // *Nucl. Phys.*— 1985.— V. B252.— P. 523; *Laguna-Gastillo P., Matzner R. A.* // *Phys. Rev.*— 1986.— V. D34.— P. 2913; *Blau S. K., Guendelman E. I., Guth A. H.* // *Phys. Rev.*— 1987.— V. D35.— P. 1747; *Aurilia A., Kissack R. S., Mann R., Spallucci E.* // *Phys. Rev.*— 1987.— V. 35.— P. 2961.
214. *Harrison E. R.* // *Phys. Rev.*— 1970.— V. D1.— P. 2726.
215. *Гришук Л. П.* // *ЖЭТФ.*— 1974.— Т. 67.— С. 825.
216. *Лукаш В. Н.* // *ЖЭТФ.*— 1980.— Т. 79.— С. 1601; *Компанец Д. А., Лукаш В. Н., Новиков И. Д.* // *АЖ.*— 1982.— Т. 59.— С. 424; *Lukash V. N., Novikov I. D.* // *The Very Early Universe* / Eds. G. W. Gibbons, S. W. Hawking and S. Siklos.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983.— P. 311.
217. *Mukhanov V. F., Chibisov G. V.* // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*— 1982.— V. 200.— P. 535.
218. *Муханов В. Ф.* // *Письма ЖЭТФ.*— 1985.— Т. 40.— С. 1333.
219. *Brandenberger R. H.* // *Rev. Mod. Phys.*— 1985.— V. 57.— P. 1; *Intern. J. Mod. Phys.*— 1987.— V. 2A.— P. 77.
220. *Bardeen J. M.* // *Phys. Rev.*— 1980.— V. D22.— P. 1882; *Chibisov G. V., Mukhanov V. F.* *Lebedev Phys. Inst. preprint № 154.*— М., 1983.
221. *Кофман Л. А., Муханов В. Ф., Погосян Д. Ю.* // *ЖЭТФ.*— 1987.— Т. 93.— С. 769.
222. *Mukhanov V. F., Kofman L. A., Pogosyan D. Yu.* // *Phys. Lett.*— 1987.— V. 157B.— P. 427.
223. *Peebles P. J. E.* // *Astrophys. J. Lett.*— 1982.— V. 263.— P. L1.
224. *Шандарин С. Ф., Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б.* // *УФН.*— 1983.— Т. 139.— С. 83.
225. *Старобинский А. А.* // *Письма АЖ.*— 1983.— Т. 9.— С. 579.
226. *Lukash V. N., Naselskij P. D., Novikov I. D., Quantum Gravity-3* / Eds. M. A. Markov, V. A. Berezin and V. P. Frolov.— Singapore: World Sci., 1984.— P. 675; *Lukash V. N., Novikov I. D.* // *Nature.*— 1985.— V. 316.— P. 46; *Lukash V. N., Novikov I. D.* // *Proc. XERA IAU Meeting, Praha* / Eds. J. Palouš, L. Pírek.— Praha, 1987.— V. 4.— P. 401.
227. *Кофман Л. А., Старобинский А. А.* // *Письма АЖ.*— 1985.— Т. 11.— С. 643; *Кофман Л. А., Погосян Д. Ю., Старобинский А. А.* // *Письма АЖ.*— 1985.— Т. 12.— С. 419.
228. *Berlin A. B., Bulaenko E. V., Vitkovsky V. V., Kononov V. K., Parijskij Yu. N., Petrov Z. E.* // *Proc. IAU Symp. 104* / Eds. Abel and Chincarini.— Dordrecht: Reidel, 1983; *Melchiorri F., Melchiorri B., Ceccarelli C., Pietranera L.* // *Astrophys. J. Lett.*— 1981.— V. 250.— P. L1; *Strukov I. A., Skulachev D. P.* // *Sov. Astron. Lett.*— 1984.— V. 10.— P. 1; *Uson J. M., Wilkinson D. T.* // *Nature.*— 1984.— V. 312.— P. 427; *Readhead A. C. S., Lawrence C. R., Myers S. T., Sargent W. L. W., Harbeck H. E., Moffet A. T.* *Caltech preprint.*— Los Angeles, 1988; *Davies R. D., Lasenby A. L., Watson R. A., Daintree E. J., Hopkins J., Beckman J., Sanchez-Almeida J., Rebolo R.* // *Nature.*— 1987.— V. 326.— P. 462; *Fixen D. J., Cheng E. S., Wilkinson D. T.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1983.— V. 50.— P. 620.
229. *Hawking S. W.* // *Phys. Lett.*— 1985.— V. 150B.— P. 339.
230. *Kim C. W., Murphy Ph.* // *Phys. Lett.*— 1986.— V. 167B.— P. 43.
231. *Hawking S. W.* // *300 Years of Gravitation* // Eds. S. W. Hawking and W. Israel.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.— P. 631.
232. *Georgi H., Glashow S. L.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1982.— V. 28.— P. 1494.
233. *Peccei R. D., Quinn H.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1977.— V. 38.— P. 1440; *Phys. Rev.*— 1977.— V. D16.— P. 1791.
234. *Weinberg S.* // *Phys. Rev. Lett.*— 1978.— V. 40.— P. 223; *Wilczek // Phys. Rev. Lett.*— 1978.— V. 40.— P. 279.

235. *Primack J. R.* // Proc. Intern. School of Phys. «Enrico Fermi», 1984; *Rees M.* // 300 Years of Gravitation / Eds. S. W. Hawking and W. Israel. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987. — P. 459.
236. *Doroshkevich A. G., Klypin A. A.* // Preprint Inst. Space Res. 1282. — M., 1987.
237. *Shafi Q., Wetterich C.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 152B. — P. 54; Nucl. Phys. — 1987. — V. B289. — P. 787.
238. *Silk J., Turner M. S.* // Phys. Rev. — 1986. — V. D35. — P. 419.
239. *Линде А. Д.* // Письма ЖЭТФ. — 1984. — Т. 40. — С. 496; *Linde A. D.* // Phys. Lett. — 1985. — V. 158B. — P. 375.
240. *Seckel D., Turner M. S.* // Phys. Rev. — 1985. — V. D32. — P. 3178.
241. *Kofman L.* // Phys. Lett. — 1986. — V. 174B. — P. 400.
242. *Kofman L., Pogosyan D. Yu.* Tartu preprint A-8, 1988.
243. *Kofman L., Linde A. D., Einasto J.* // Nature. — 1987. — V. 326. — P. 48.
244. *Goldstone J.* // Nuovo Cim. — 1961. — V. 19. — P. 154; *Goldstone J., Salam A., Weinberg S.* // Phys. Rev. — 1962. — V. 127. — P. 965.
245. *Allen T. J., Grinstein B., Wise M.* // Phys. Lett. — 1987. — V. 197B. — P. 66.
246. *Shafi Q., Vilenkin A.* // Phys. Rev. — 1984. — V. D29. — P. 1870.
247. *Vishniac E. T., Olive K. A., Seckel D.* // Nucl. Phys. — 1987. — V. B289. — P. 717.
248. *Dolgov A. D., Kardashov N. S.* // Preprint Inst. of Space Res. — M., 1987; *Долгов А. Д., Илларионов А. Ф., Кардашов Н. С., Новиков И. Д.* // ЖЭТФ. — 1988. — Т. 94. — С. 1.
249. *de Lapparent V., Geller W., Huchra J.* // Astrophys. J. Lett. 1987. — V. 302. — P. L1.
250. *Ostriker J. P., Cowie L.* // Astrophys. J. Lett. — 1981. — V. 243. — P. L127.
251. *Tkachev I. L.* // Phys. Lett. — 1987. — V. 191. — P. 41.
252. *Turner M. S.* // Phys. Rev. — 1983. — V. D28. — P. 1243.
253. *Scherrer R. J., Turner M. S.* // Phys. Rev. — 1985. — V. D31. — P. 681.
254. *Linde A. D.* Preprint DESY-88-147. — Hamburg, 1988.
255. *Shafi Q., Wetterich C.* // Nucl. Phys. — 1988. — V. B297. — P. 697.
256. *Ringwald A.* // Z. Phys. C. — 1987. — V. 34. — P. 481; Preprint HD-THEP-85-18. — Heidelberg, 1985.
257. *Kolb E. W., Turner M. S.* // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 1983. — V. 33. — P. 645.
258. *Turner M. S.* // Architecture of Fundamental Interactions at Short Distances / Eds. P. Ramond and R. Stora. — Copenhagen: Elsevier Sci. Publ., 1987.
259. *Kuzmin V. A., Shaposhnikov M. E., Tkachev I. I.* // Nucl. Phys. — 1982. — V. B196. — P. 29.
260. *Campbell B. A., Ellis J., Nanopoulos D. V., Olive K. A.* // Mod. Phys. Lett. — 1986. — V. A1. — P. 389; *Ellis J., Nanopoulos D. V., Olive K. A.* // Phys. Lett. — 1987. — V. B184. — P. 37; *Ellis J., Enquist K., Nanopoulos D. V., Olive K. A.* // Phys. Lett. — 1987. — V. B191. — P. 343; *Enquist K., Ng K. W., Olive K. A.* // Nucl. Phys. — 1988. — V. B303. — P. 713.
261. *Fukugita M., Yanagida T.* // Phys. Lett. — 1986. — V. 174. — P. 45.
262. *Yamamoto K.* // Phys. Lett. — 1986. — V. B168. — P. 341.
263. *Mohapatra R. N., Valle J. W. F.* // Phys. Lett. — 1987. — V. B186. — P. 303.
264. *Shore G. M.* // Ann. Phys. — 1980. — V. 128. — P. 376.
265. *Linde A. D.* // Phys. Lett. — 1982. — V. 114B. — P. 431.
266. *Steinhardt P. J.* // The Very Early Universe // Eds. G. Gibbons, S. W. Hawking and S. Siklos. — Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983. — P. 251.
267. *Linde A. D.* Non-singular regenerating inflationary universe. Cambridge Univ. preprint, 1982.
268. *Steinhardt P. J., Turner M. S.* // Phys. Rev. — 1984. — V. D29. — P. 2162.

269. *Albrecht A., Dimopoulos S., Fischer W., Kolb E., Raby S., Steinhardt P. J.* // Nucl. Phys.—1983.— V. B229.— P. 528.
270. *Ellis J., Nanopoulos D. V., Olive K. A., Tamvakis K.* // Nucl. Phys.—1983.— V. B221.— P. 421; *Nanopoulos D. V., Olive K. A., Srednicki M., Tamvakis K.* // Phys. Lett.—1983.— V. 123B.— P. 41.
271. *Ovrut B., Steinhardt P. J.* // Phys. Rev. Lett.—1984.— V. 53.— P. 732; *Phys. Lett.*—1984.— V. B147.— P. 263.
272. *Cremmer E., Ferrara S., Girardello L., Van Proeyen A.* // Nucl. Phys.—1983.— V. B212.— P. 413.
273. *Гончаров А. С., Линде А. Д.* // ЖЭТФ.—1984.— Т. 86.— С. 1594; *Goncharov A. S., Linde A. D.* // Phys. Lett.—1984.— V. 139B.— P. 27.
274. *Goncharov A. S., Linde A. D.* // Class. Quant. Grav.—1984.— V. 1.— P. L75.
275. *Shafi Q., Vilenkin A.* // Phys. Rev. Lett.—1984.— V. 52.— P. 691.
276. *Pi S.-Y.* // Phys. Rev. Lett.—1984.— V. 52.— P. 1725.
277. *Гончаров А. С.* Дис. ... канд. физ.-мат. наук.— М., ФИАН, 1984.
278. *Халфин Л. А.* // ЖЭТФ.—1986.— Т. 91.— С. 1137.
279. *Белинский В. А., Грищук Л. П., Зельдович Я. Б., Халатников И. М.* // ЖЭТФ.—1985.— Т. 89.— С. 346.
280. *Белинский В. А., Халатников И. М.* // ЖЭТФ.—1987.— Т. 93.— С. 784; *Belinsky V. A., Ishihara H., Khalatnikov I. M., Sato H.* Kyoto Univ. preprint KUNS 906.— Kyoto, 1987.
281. *Linde A. D.* // Phys. Lett.—1988.— V. 202B.— P. 194.
282. *Holman R., Ramond P., Ross G. G.* // Phys. Lett.—1984.— V. 137B.— P. 343.
283. *Ellis J., Lahanas A. B., Nanopoulos D. V., Tamvakis K.* // Phys. Lett.—1984.— V. 134B.— P. 429; *Ellis J., Kounnas C., Nanopoulos D. V.* // Nucl. Phys.—1984.— V. B241.— P. 406; V. B247.— P. 373.
284. *Cremmer E., Ferrara S., Kounnas C., Nanopoulos D. V.* // Phys. Lett.—1983.— V. 133B.— P. 61.
285. *Gelmini G. B., Kounnas C., Nanopoulos D. V.* // Nucl. Phys.—1985.— V. B250.— P. 177.
286. *Nanopoulos D. V., Olive K. A., Srednicki W.* // Phys. Lett.—1983.— V. 127B.— P. 30.
287. *Зельдович Я. Б.* // УФН.—1981.— Т. 133.— С. 479.
288. *Гурович В. Ц., Старобинский А. А.* // ЖЭТФ.—1979.— Т. 77.— С. 1699.
289. *Зельдович Я. Б.* // Письма АЖ.—1981.— Т. 95.— С. 209.
290. *Grishchuk L. P., Zeldovich Ya. B.* // Quantum Structure of Space-Time / Eds. M. Duff., C. Isham.— Cambridge: Cambridge Univ Press, 1983.— P. 353.
291. *Stelle K.* // Phys. Rev.—1977.— V. D16.— P. 953.
292. *Сахаров А. Д.* // ЖЭТФ.—1984.— Т. 87.— С. 375.
293. *Арефьева И. Я., Volovich I. V.* // Phys. Lett.—1985.— V. 164B.— P. 287; *Арефьева И. Я., Волович И. В.* // ТМФ.—1986.— Т. 64.— С. 866.
294. *Reuter M., Wetterich C.* // Nucl. Phys.—1987.— V. B289.— P. 757.
295. *Pollock M. D.* // Phys. Lett.—1987.— V. 185B.— P. 34.
296. *Pollock M. D.* Tata Univ. preprint (India), 1988.
297. *Ellis J., Enquist K., Nanopoulos D. V., Quiros M.* // Nucl. Phys.—1986.— V. B277.— P. 233; *Oh P.* // Phys. Lett.—1986.— V. 166B.— P. 292; *Maeda K., Pollock M. D., Vayonakis C. E.* // Class. Quant. Grav.—1986.— V. 3.— P. L89; *Lonsdale S. R., Moss I. G.* // Phys. Lett.—1987.— V. 189B.— P. 12; *Pollock W. D.* // Phys. Lett.—1987.— V. 199B.— P. 509.
298. *Wheeler J. A.* // Relativity, Groups and Topology / Eds. C. M. DeWitt and J. A. Wheeler.— Nev. York: Benjamin, 1968.
299. *DeWitt B. S.* // Phys. Rev.—1967.— V. 160.— P. 1113.
300. *Quantum Cosmology* / Eds. L. Z. Fang and R. Ruffini.— Singapore: World Sci., 1987.

301. Пономарев В. Н., Барвинский А. О., Обухов Ю. Н. Геометродинамические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
302. Wheeler J. A. // Foundational Problems in the Special Sciences / Eds. R. E. Butts and J. Hintikka.— Dordrecht: Reidel, 1977; Quantum Mechanics, a Half Century Later / Eds. J. L. Lopes and M. Paty.— Dordrecht: Reidel, 1977.
303. Everett H. // Rev. Mod. Phys.—1957.— V. 29.— P. 454.
304. DeWitt B. S., Graham N. The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics.— Princeton: Princeton Univ. Press, 1973.
305. DeWitt B. S. // Physics Today.—1970.— V. 23.— P. 30; 1971.— V. 24.— P. 36.
306. Smolin L. // Quantum Theory of Gravity / Ed. S. M. Christensen.— Bristol: Adam Hilger, 1984.— P. 431.
307. Deutsch D. // Intern. J. Theor. Phys.—1985.— V. 24.— P. 1.
308. Mukhanov V. F. // Proc. Third Seminar on Quantum Gravity / Eds. M. A. Markov, V. A. Berezin, V. P. Frolov.— Singapore: World Sci, 1984.— P. 16.
309. Markov M. A., Mukhanov V. F. // Phys. Lett.—1988.— V. 127A.— P. 251.
310. Hawking S. W. // Phys. Rev.—1985.— V. 32.— P. 2489.
311. Page D. N. // Phys. Rev.—1985.— V. 32.— P. 2496.
312. Сахаров А. Д. // ЖЭТФ.—1979.— Т. 76.— P. 1179; 1980.— Т. 79.— С. 689.
313. Markov M. A. // Ann. Phys.—1984.— V. 155.— P. 333.
314. Hartle J. B., Hawking S. W. // Phys. Rev.—1983.— V. D28.— P. 2960.
315. Tryon E. P. // Nature.—1973.— V. 246.— P. 396; Фомин П. И. Препринт ИТФ-73-1379.— Киев, 1973; ДАН УССР. Сер. А.— 1975.— Т. 9.— С. 831.
316. Brout R., Englert F., Gunzig E. // Ann. Phys.—1978.— V. 115.— P. 78.
317. Atkatz D., Pagels H. // Phys. Rev.—1982.— V. D25.— P. 2065.
318. Vilenkin A. // Phys. Lett.—1982.— V. 117B.— P. 25.
319. Линде А. Д. // ЖЭТФ.—1984.— Т. 88.— С. 369; Linde A. D. // Lett. Nuovo Cim.—1984.— V. 39.— P. 401.
320. Зельдович Я. Б., Старобинский А. А. // Письма АЖ.—1984.— Т. 10.— С. 323.
321. Рубаков В. А. // Письма ЖЭТФ.—1984.— Т. 39.— С. 89; Rubakov V. A. // Phys. Lett.—1984.— V. 148B.— P. 280.
322. Vilenkin A. // Phys. Rev.—1984.— V. D30.— P. 509; 1986.— V. D33.— P. 3560.
323. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
324. Hawking S. W., Page D. N. // Nucl. Phys.—1986.— V. B264.— P. 185; Halliwell J. J., Hawking S. W. // Phys. Rev.—1985.— V. D31.— P. 1777; Halliwell J. J. Preprint Univ. of California.— Santa Barbara, 1988. Vilenkin A. // Phys. Rev.—1988.— V. 37.— P. 888; Vilenkin A., Vachaspati T. // Phys. Rev.—1988.— V. 37.— P. 904; Гришук Л. П., Сидоров Ю. П. // ЖЭТФ.—1988.— Т. 94.— С. 29; Grishchuk L. P., Rozhansky L. // Phys. Lett.—1988.— V. 208.— P. 369.
325. Aryal W., Vilenkin A. // Phys. Lett.—1987.— V. 199B.— P. 351.
326. Farhi E., Guth A. H. // Phys. Lett.—1987.— V. 183B.— P. 149.
327. Maeda K., Sato K., Sasaki M., Kodama H. // Phys. Lett.—1982.— V. 108B.— P. 98.
328. Gott J. R. // Nature.—1982.— V. 295.— P. 304.
329. Weinberg S. // Phys. Rev. Lett.—1982.— V. 48.— P. 1776.
330. Ehrenfest P. // Proc. Amsterdam Acad.—1917.— V. 20.— P. 200.
331. Barrow J. D., Tipler F. J. The Anthropic Cosmological Principle.— Oxford: Oxford Univ. Press, 1986.
332. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. // Phys. Rev.—1935.— V. 47.— P. 777.
333. Linde A. D., Zelnikov M. I. // Phys. Lett.—1988.— V. 219B.— P. 59.
334. Linde A. D. // Phys. Lett.—1988.— V. 201B.— P. 437.

335. *Peccei R. D., Sola J., Wetterich C.* // Phys. Lett.— 1987.— V. 195B.— P. 183.
336. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1988.— V. 211B.— P. 29.
337. *Coleman S., Mandula J.* // Phys. Rev.— 1967.— V. 159.— P. 1251.
338. *Scherk J.* // Recent Developments in Gravitation / Eds. M. Levy, S. Deser.— New York: Plenum, 1979.— P. 479; *Шерк Дж.* // Геометрические идеи в физике: Пер. с англ. Под ред. Ю. И. Манина.— М.: Мир, 1983.— С. 201; *Gell-Mann M.* // Phys. Scripta,— 1987.— V. T15.— P. 202.
339. *Dolgov A. D.* // The Very Early Universe / Eds. G. W. Gibbons, S. W. Hawking and S. Siklos.— Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983.— P. 449.
340. *Hawking S. W.* // Phys. Lett.— 1984.— V. 134B.— P. 403.
341. *Banks T.* // Nucl. Phys.— 1985.— V. B249.— P. 332.
342. *Abbott L.* // Phys. Lett.— 1985.— V. 150B.— P. 427.
343. *Barr S.* // Phys. Rev.— 1987.— V. D36.— P. 1691.
344. *Linde A. D.* // Phys. Lett.— 1988.— V. 200B.— P. 272.
345. *Coleman S.* // Nucl. Phys.— 1988.— V. B307.— P. 867.
346. *Coleman S.* // Nucl. Phys.— 1988.— V. B310.— P. 643.
347. *Banks T.* // Nucl. Phys.— 1988.— V. B309.— P. 493.
348. *Weinberg S.* // Phys. Rev. Lett.— 1987.— V. 59.— P. 2607.
349. *Giddings S., Strominger A.* // Nucl. Phys.— 1988.— V. B307.— P. 854; preprint Harvard Univ. HUTP-88/A036.— Cambridge, 1988.
350. *Hawking S. W.* // Phys. Lett.— 1987.— V. 195B.— P. 337; *Hawking S. W.* // Phys. Rev.— 1988.— V. 37.— P. 904.
351. *Лаврелашвили Г. В., Рубаков В. А., Тиняков П. Г.* // Письма ЖЭТФ.— 1987.— Т. 46.— С. 134; *Lavrelashvili G. V., Rubakov V. A., Tinyakov P. G.* // Nucl. Phys.— 1988.— V. B299.— P. 757.
352. *Giddings S., Strominger A.* // Nucl. Phys.— 1988.— V. B306.— P. 890.
353. *Antoniadis I., Bachas C., Ellis J., Nanopoulos D. V.* Preprint CERN TH 5054/88.— Geneva, 1988.
354. *Klebanov I., Susskind L., Banks T.* Preprint SLAC-PUB-4705.— Stanford 1988 (to be publ. in Nucl. Phys.).
355. *Grinstein B., Wise M. B.* Caltech preprint CALT-68-1505.— Pasadena, 1988.
356. *Accetta F., Chodos A., Cooper F., Shao B.* Preprint Yale Univ. YCTP-P20.— Yale, 1988.
357. *Myers R. C., Perival V.* Preprint Univ. of California NSF-ITP-88-151.— Santa Barbara, 1988.
358. *Rubakov V. A.* Preprint DESY.— Hamburg, 1988.
359. *Strominger A.* Preprint Univ. of California.— Santa Barbara, 1988.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
<b>Глава 1. ФИЗИКА ЧАСТИЦ И ИНФЛЯЦИОННАЯ КОСМОЛОГИЯ. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ . . . . .</b>	<b>9</b>
§ 1.1. Скалярное поле и спонтанное нарушение симметрии . . . . .	9
§ 1.2. Фазовые переходы в калибровочных теориях элементарных частиц . . . . .	14
§ 1.3. Теория горячей расширяющейся Вселенной . . . . .	17
§ 1.4. Некоторые свойства моделей Фридмана . . . . .	21
§ 1.5. Проблемы стандартного сценария . . . . .	25
§ 1.6. Сценарий раздувающейся Вселенной. Очерк развития . . . . .	35
§ 1.7. Сценарий хаотического раздувания . . . . .	40
§ 1.8. Самовосстанавливающаяся Вселенная . . . . .	53
<b>Глава 2. СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ, ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ И СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ СИММЕТРИИ . . . . .</b>	<b>62</b>
§ 2.1. Классическое и квантовое скалярные поля . . . . .	62
§ 2.2. Квантовые поправки к эффективному потенциалу $V(\Phi)$ . . . . .	65
§ 2.3. $1/N$ -разложение и эффективный потенциал в теории $\lambda\phi^4/N$ . . . . .	70
§ 2.4. Эффективный потенциал и квантово-гравитационные эффекты . . . . .	75
<b>Глава 3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СИММЕТРИИ ПРИ ВЫСОКОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ . . . . .</b>	<b>78</b>
§ 3.1. Фазовый переход в простейших моделях со спонтанным наруше- нием симметрии . . . . .	78
§ 3.2. Фазовые переходы в реалистических теориях слабых, силь- ных и электромагнитных взаимодействий . . . . .	83
§ 3.3. Высшие порядки теории возмущений и инфракрасная проблема в термодинамике калибровочных полей . . . . .	85
<b>Глава 4. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПРИ ПОВЫШЕНИИ ПЛОТ- НОСТИ ХОЛОДНОГО ВЕЩЕСТВА . . . . .</b>	<b>89</b>
§ 4.1. Восстановление симметрии в теориях без нейтральных токов . . . . .	89
§ 4.2. Усиление нарушения симметрии и конденсация векторных мезонов в теориях с нейтральными токами . . . . .	90
<b>Глава 5. ТЕОРИЯ ТУННЕЛИРОВАНИЯ И РАСПАД МЕТА- СТАБИЛЬНОЙ ФАЗЫ ВО ВРЕМЯ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПЕРВОГО РОДА . . . . .</b>	<b>93</b>
§ 5.1. Общая теория образования пузырьков новой фазы . . . . .	93
§ 5.2. Приближение тонких стенок . . . . .	97
§ 5.3. Выход за рамки приближения тонких стенок . . . . .	101

Глава 6. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ГОРЯЧЕЙ ВСЕЛЕННОЙ	105
§ 6.1. Фазовые переходы с нарушением симметрии между слабыми, сильными и электромагнитными взаимодействиями . . . . .	105
§ 6.2. Доменные стенки, струны и монополи . . . . .	110
Глава 7. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ИНФЛЯЦИОННОЙ КОСМОЛОГИИ . . . . .	120
§ 7.1. Основные направления развития инфляционной теории . . . . .	120
§ 7.2. Раздувающаяся Вселенная и мир де Ситтера . . . . .	120
§ 7.3. Квантовые флуктуации во время раздувания . . . . .	124
§ 7.4. Туннелирование в раздувающейся Вселенной . . . . .	131
§ 7.5. Квантовые флуктуации и генерация адиабатических возмущений плотности . . . . .	137
§ 7.6. Достаточно ли адиабатических возмущений плотности с плоским спектром для образования наблюдаемой структуры Вселенной? . . . . .	148
§ 7.7. Изотермические возмущения и адиабатические возмущения с неплоским спектром . . . . .	151
§ 7.8. Непертурбативные эффекты: струны, ежи, стенки, пузыри и тому подобное . . . . .	157
§ 7.9. Разогрев Вселенной после раздувания . . . . .	162
§ 7.10. Возникновение барионной асимметрии Вселенной . . . . .	166
Глава 8. НОВЫЙ СЦЕНАРИЙ РАЗДУВАЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ . . . . .	173
§ 8.1. Основы старого сценария раздувающейся Вселенной . . . . .	173
§ 8.2. $SU(5)$ -симметричная теория Коулмена—Вайнберга и новый сценарий раздувающейся Вселенной (первоначальный упрощенный вариант). . . . .	176
§ 8.3. Уточнение нового сценария раздувающейся Вселенной . . . . .	179
§ 8.4. Реликтовое раздувание в $N = 1$ супергравитации . . . . .	183
§ 8.5. Модель Шафи — Виленкина . . . . .	185
§ 8.6. Новый сценарий раздувающейся Вселенной: проблемы и перспективы . . . . .	189
Глава 9. СЦЕНАРИЙ ХАОТИЧЕСКОГО РАЗДУВАНИЯ . . . . .	192
§ 9.1. Основные черты сценария и вопрос о начальных условиях . . . . .	192
§ 9.2. Простейшая модель, основанная на теории $SU(5)$ . . . . .	196
§ 9.3. Хаотическое раздувание в супергравитации . . . . .	197
§ 9.4. Модифицированная модель Старобинского и комбинированный сценарий . . . . .	200
§ 9.5. Раздувание в теориях Калуцы—Клейна и в теории суперструн . . . . .	203
Глава 10. ИНФЛЯЦИЯ И КВАНТОВАЯ КОСМОЛОГИЯ . . . . .	208
§ 10.1. Волновая функция Вселенной . . . . .	208
§ 10.2. Квантовая космология и глобальная структура раздувающейся Вселенной . . . . .	221
§ 10.3. Самовосстанавливающаяся раздувающаяся Вселенная и квантовая космология . . . . .	227
§ 10.4. Глобальная структура раздувающейся Вселенной и проблема общей космологической сингулярности . . . . .	235
§ 10.5. Инфляция и антропный принцип . . . . .	238
§ 10.6. Квантовая космология и сигнатура пространства-времени . . . . .	249
§ 10.7. Проблема космологической постоянной, антропный принцип и удвоение Вселенной . . . . .	250
Заключение . . . . .	261
Список литературы . . . . .	263
	275

Научное издание

ЛИНДЕ Андрей Дмитриевич

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ  
И ИНФЛЯЦИОННАЯ КОСМОЛОГИЯ

Заведующий редакцией *Н. А. Носова*  
Редактор *Е. В. Сагарова*  
Художественный редактор *Г. М. Коровина*  
Технический редактор *Е. В. Морозова*  
Корректор *И. Я. Кристалл*

ИБ № 41034

Сдано в набор 19.04.89. Подписано к печати 06.12.89.  
Формат 60×90<sup>1/16</sup>.  
Бумага книжно-журнальная. Гарнитура обыкновенная.  
Печать высокая.  
Усл. печ. л. 17,5. Усл. кр.-отт. 17,5. Уч.-изд. л. 18,76.  
Тираж 3100 экз. Заказ № 3259. Цена 4 р. 10 к.

Ордена Трудового Красного Знамени  
издательство «Наука»  
Главная редакция физико-математической литературы  
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука»  
121099, Москва Г-99, Шубинский пер., 6

**ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS  
AND INFLATIONARY COSMOLOGY**

Moscow, Nauka, Main Editorial Board for Physical and Mathematical Literature, 1990

**READERSHIP:** Experts in particle physics, cosmology and quantum statistics; students studying theoretical physics.

**SUMMARY:** During the last 15 years the theory of the evolution of the universe was considerably developed. The main achievements are connected with the invention of the inflationary cosmology and of the theory of phase transitions, which should occur in the very early universe in accordance with the unified theories of weak, strong and electromagnetic interactions. The new cosmological paradigm is free from the main difficulties of the old Big Bang theory and leads to a totally different viewpoint on the very early stages of the evolution of the universe, on its global structure and even on our own place in the world.

This book is the most complete and systematic monograph on inflationary cosmology and cosmological phase transitions, which is written by one of the main authors of these theories. The book contains a thorough investigation of modern cosmology and of its relation to the elementary particle physics. However, this book may be of interest not only for experts, but for the beginners as well, since it includes a large introductory part containing a comprehensive discussion of the inflationary cosmology.

**CONTENTS:** Phase transitions in unified theories of weak, strong and electromagnetic interactions. Problems of the standard Big Bang cosmology. The inflationary universe scenario. Chaotic inflation. Self-reproducing inflationary universe. Quantum cosmology.

**THE AUTHOR:** Andrei Linde is a Professor of Physics at the Lebedev Physical Institute, Moscow. He is one of the authors of the theory of phase transitions in unified theories of weak, strong and electromagnetic interactions. In 1982 he has proposed the new inflationary universe scenario, and in 1983 — the chaotic inflation scenario, which serve as a basis for the inflationary cosmology. A. D. Linde is a winner of the Lomonosov award of the Academy of Science of the USSR, member of the editorial board of the journals: *Modern Physics Letters* and *Journal of Modern Physics* (World Scientific P. C.). Published about 100 papers on particle physics and cosmology.