

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

**Ю.В. Стогов**

## **ОСНОВЫ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ**

*Рекомендовано УМО «Ядерная физика и технологии»  
в качестве учебного пособия  
для студентов высших учебных заведений*

Москва 2008

УДК 621.039.51(075)  
ББК 31.46я7  
С81

Стогов Ю.В. **Основы нейтронной физики:** Учебное пособие. - М.: МИФИ, 2008. – 204 с.

В пособии излагаются вопросы физики нейтронов применительно к ядерным реакторам (диапазон энергий нейтронов  $(10^{-3} \div 10^7)$  эВ). Приводится информация, необходимая для понимания взаимодействия нейтронов с атомными ядрами, замедления, термализации и диффузии нейтронов, методов получения нейтронов, регистрации нейтронов.

Ориентировано на студентов, обучающихся по специальности 1403 «Ядерные реакторы и энергетические установки».

Пособие подготовлено в рамках Инновационной образовательной программы.

Рецензент канд. физ.-мат. наук В.К. Сахаров

*ISBN 978-5-7262-1020-9 © Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет), 2008*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Взаимодействие нейтронов с атомными ядрами.....	5
1.1. Характеристики нейтрона и атомных ядер.....	5
1.1.1. Нейтрон.....	5
1.1.2. Протон.....	6
1.1.3. Атомное ядро.....	6
1.1.4. Энергия связи ядра.....	7
1.1.5. Радиус ядра.....	8
1.2. Возбужденные состояния атомных ядер.....	8
1.3. Виды взаимодействия нейтронов с атомными ядрами.....	11
1.4. Способы перехода компаунд-ядра.....	13
1.5. Нейтронные эффективные сечения.....	16
1.6. Свойства нейтронов различных энергий.....	20
1.7. Формулы Брейта-Вигнера. Резонансы.....	22
1.8. Доплеровское уширение резонансных линий.....	28
1.9. Обзор нейтронных сечений.....	29
Глава 2. Нейтронные реакции.....	40
2.1. Радиационный захват нейтронов.....	40
2.2. Упругое рассеяние нейтронов.....	44
2.3. Неупругое рассеяние нейтронов.....	49
2.4. Деление тяжелых ядер.....	52
Глава 3. Нейтронное поле. Основная задача физики нейтронов применительно к созданию и эксплуатации ядерных реакторов.....	66
Глава 4. Замедление нейтронов.....	82
4.1. Упругое рассеяние и замедление.....	83
4.2. Замедление в водороде.....	93
4.3. Замедление в тяжелых непоглощающих средах ( $A \neq 1, \Sigma_a = 0$ ).....	99
4.4. Замедление в тяжелых поглощающих средах ( $A \neq 1, \Sigma_a \neq 0$ ).....	104
4.5. Эффективный резонансный интеграл.....	110

Глава 5. Диффузия нейтронов.....	116
5.1. Закон Фика.....	116
5.2. Диффузионное уравнение.....	121
5.3. Длина диффузии.....	132
5.4. Альбедо.....	134
5.5. Скорость взаимодействия в случае немоноэнергетических нейтронов.....	137
Глава 6. Пространственное распределение замедляющихся нейтронов.....	142
6.1. Модель непрерывного замедления.....	142
6.2. Уравнение возраста при отсутствии поглощения.....	143
6.3. Примеры решения уравнения возраста.....	146
6.4. Физический смысл возраста.....	149
6.5. Площадь миграции нейтронов.....	153
6.6. Распределение тепловых нейтронов при заданном распределении источников быстрых нейтронов.....	156
6.7. Уравнение замедления в возрастном приближении в средах с поглощением.....	157
Глава 7. Групповое описание нейтронного поля.....	159
Глава 8. Термализация нейтронов.....	167
Глава 9. Источники нейтронов.....	175
Глава 10. Регистрация нейтронов.....	188
Список литературы.....	195
Приложение 1. Определение полного сечения методом пропускания.....	196
Приложение 2. Использование диффузионного, интегрального и интегродифференциального уравнений переноса нейтронов.....	200
Приложение 3. Законы сохранения в ядерной физике.....	202

# Глава 1

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЙТРОНОВ С АТОМНЫМИ ЯДРАМИ

---

### 1.1. Характеристики нейтрона и атомных ядер

#### 1.1.1. Нейтрон

*Нейтрон* – элементарная частица с массой покоя  $m_n = 1,008665$  а.е.м., спином  $s = \hbar/2$  (собственным механическим моментом), магнитным моментом  $\mu_n = -1,9130 \cdot \mu_B$  ( $\mu_B$  – ядерный магнетон<sup>\*)</sup>. Знак « $\leftarrow$ » означает, что направления спина и магнитного момента у нейтрона взаимно противоположны. Электрический заряд нейтрона равен нулю. Электрический дипольный момент у нейтрона отсутствует.

В свободном состоянии нейтрон нестабилен и распадается на протон, электрон и электронное антинейтрино:  $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_{e^-}$ .

Среднее время жизни свободного нейтрона  $\approx 12$  мин.

Взаимодействие нейтрона с ядром определяется приведенной де-Бройлевской длиной волны. Для *нерелятивистского нейтрона*

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_n \cdot V} = \frac{0,455 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{E_n}} \text{ [см]}, \quad (1.1)$$

где  $E_n$  – кинетическая энергия нейтрона в электронвольтах;

---

<sup>\*)</sup>1 а.е.м. =  $1,660566 \cdot 10^{-24}$  г = 931,50116 МэВ – атомная единица массы, равная 1/12

массы изотопа углерода  $^{12}\text{C}$ ;  $\mu_B = \frac{e \hbar}{2m_p c} = 3,7755$  МэВ/Гаусс – ядерный магнетон

Бора;  $\hbar = 0,65852 \cdot 10^{-21}$  МэВ·с – постоянная Планка.

В отечественной и зарубежной литературе по нейтронной физике в дополнение к СИ используются внесистемные единицы измерения физических величин: эВ; г; см и др.

$V$  – скорость нейтрона: 
$$V = \sqrt{\frac{2E}{m_n}}$$
.

### 1.1.2. Протон

*Протон* – элементарная частица с массой покоя  $m_p = 1,007247$  а.е.м., спином  $s = \hbar/2$ , магнитным моментом  $\mu_n = 2,7928 \cdot \mu_B$ . Электрический заряд протона положительный, численно равен заряду электрона. В свободном состоянии протон стабилен.

### 1.1.3. Атомное ядро

Экспериментально установлено, что *атомное ядро* – система связанных протонов и нейтронов. Самое легкое ядро состоит из одного протона – это ядро атома водорода. Наиболее тяжелое ядро (из существующих в земной коре) – ядро  $^{238}\text{U}$ , содержащее 92 протона и 146 нейтронов.

Все атомные ядра можно условно разделить на *стабильные* и *радиоактивные*. Стабильные ядра остаются неизменными неограниченно долго, радиоактивные испытывают самопроизвольные превращения. Основные характеристики стабильного ядра: число протонов  $Z$  (определяющее электрический заряд ядра); число нейтронов  $N$ ; масса  $M$ ; спин  $I$ ; четность волновой функции  $P$ ; магнитный момент  $\mu$ , квадрупольный электрический момент  $Q$ ; изотопический спин  $T$ . Полное число нуклонов (т.е. нейтронов и протонов) называется *массовым числом* и обозначается  $A = N + Z$ . Радиоактивные ядра характеризуются типом радиоактивного превращения ( $\alpha$ - или  $\beta$ -распад, спонтанное деление и др.), периодом полураспада  $T_{1/2}$ , энергией испускаемых частиц. Число протонов  $Z$  совпадает с атомным номером элемента в *Периодической системе элементов Д.И. Менделеева* и определяет число электронов, которые могут присоединиться к ядру, образуя *нуклид* – вид атома с данным числом протонов и нейтронов и определенным ядерным энергетическим состоянием.

У элемента может быть один или несколько изотопов. *Изотопы* – это нуклиды с одинаковым числом протонов  $Z$  и разным числом нейтронов ( $A - Z$ ).

### 1.1.4. Энергия связи ядра

Массы ядер всегда меньше суммы масс составляющих их нуклонов:  $M(A,Z) < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$ . Энергия, которую необходимо затратить, чтобы разделить ядро  $(A,Z)$  на составляющие его нуклоны, называется *энергией связи ядра*. Ее можно определить следующим образом:

$$E_{св} = [Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n - M(A,Z)] \cdot c^2. \quad (1.2)$$

Энергия связи ядра, отнесенная к массовому числу  $A$

$$\varepsilon = \frac{E_{св}}{A}, \quad (1.3)$$

называется *средней энергией связи нуклона в ядре* и является *мерой устойчивости атомного ядра*. Зависимость средней энергии связи нуклона в ядре от массового числа  $A$  для *наиболее устойчивых ядер* приведена на рис. 1.1.

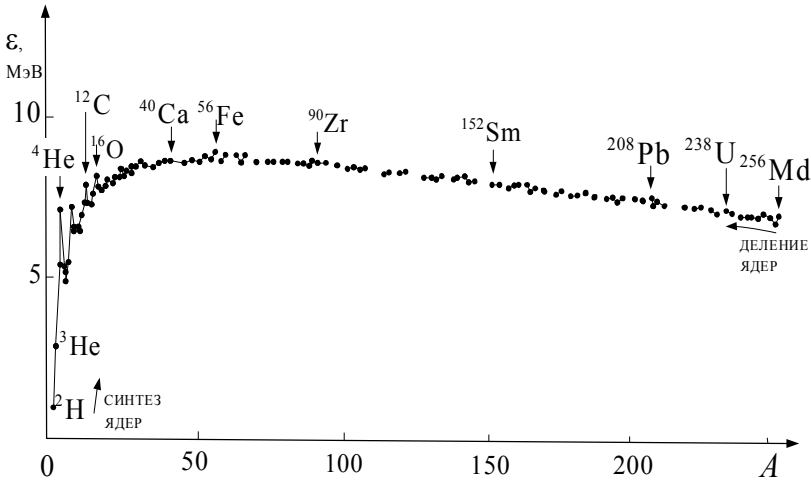


Рис. 1.1. Зависимость средней энергии связи нуклона в ядре от массового числа

Наличие максимума в зависимости  $\varepsilon = f(A)$  (см. рис. 1.1) обуславливает принципиальную возможность получения ядерной энергии в двух противоположных процессах: при делении

тяжелого ядра на два более легких и в процессе синтеза из двух легких ядер одного более тяжелого. Это объясняется тем, что в ходе реакций деления и синтеза нуклоны из ядра с меньшей средней энергией связи переносятся в ядра с большей средней энергией связи.

### 1.1.5. Радиус ядра

Нуклоны в ядре сильно связаны между собой, а плотность ядерной материи практически не зависит от числа нуклонов в ядре. Поэтому *радиус ядра* пропорционален корню кубическому из массового числа:

$$R \approx 1,35 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3} \text{ [см]}. \quad (1.4)$$

Коэффициент пропорциональности в этом выражении определен экспериментально.

Ядра с четным числом нейтронов и четным числом протонов (*четно-четные ядра*) – наиболее сильно связаны и наиболее распространены в природе (для этих ядер значения  $E_{св}/M(A,Z)$  больше, чем аналогичные значения для соседних *нечетных ядер*). Спины основных состояний этих ядер  $I = 0$ , что является следствием принципа Паули. Если  $Z$  и (или)  $N$  нечетно, то  $I \neq 0$ . Для большинства четно-нечетных ядер  $I$  – полуцелое  $1/2$  или  $3/2$ , реже  $5/2$ , но есть ядра и с большими значениями спинов. У нечетно-нечетных ядер значения спинов целочисленные.

## 1.2. Возбужденные состояния атомных ядер

Атомные ядра определенного сорта (т.е. с фиксированными  $A$  и  $Z$ ) могут находиться не только в основном состоянии (в котором стабильные ядра существуют неограниченно долго, а нестабильные – пока не испытают распад), но также и во множестве возбужденных состояний. Основными характеристиками возбужденных состояний являются: *энергия возбуждения*  $E_k^*$ , *спин*  $I_k$ , *четность*  $P$ . Для возбуждения ядру должны быть переданы: энергия возбуждения; момент количества движения, достаточный для перехода из основного состояния со спином  $I_0$  в возбужденное состояние со спином  $I_k$ . При этом четность не изменяется ( $P_k = P_0$ ), или изменяется ( $P_k = -P_0$ ).



Возможны разные способы получения ядер в возбужденных состояниях. Один из способов – *электромагнитное возбуждение*, когда необходимые энергия и момент количества движения передаются при поглощении ядром гамма-кванта. Как правило, импульс, передаваемый гамма-квантом ядру, пренебрежимо мал, поэтому кинетической энергией ядра, поглотившего гамма-квант, можно пренебречь, и в этом приближении энергия возбуждения равна энергии поглощенного гамма-кванта. *При поглощении гамма-кванта* ядру обязательно передается так называемый *орбитальный момент*  $l$ , где  $l = 1$ , или  $2$ , или  $3$  (в единицах  $\hbar$ ). При этом четность изменяется с  $P_0$  на  $(-1)^l \cdot P_0$  (в наиболее вероятных переходах). Передача высоких орбитальных моментов маловероятна.

Спектр возбужденных состояний атомных ядер *дискретен* (рис. 1.2). Энергия возбуждения первого состояния (1-го уровня) составляет:

для четно-четных легких ядер – несколько МэВ ( $\approx 6$  МэВ для  $^{16}\text{O}$ );

для четно-четных ядер со средним массовым числом  $\approx 1$  МэВ (0,847 МэВ для  $^{56}\text{Fe}$ );

для четно-четных тяжелых ядер – десятки килоэлектронвольт (44,9 кэВ для  $^{238}\text{U}$ ).

По мере увеличения энергии возбуждения плотность энергетических уровней ядра возрастает (рис. 1.2).

На рис. 1.2 приводятся следующие обозначения:  $B_n$  – энергия отделения нейтрона;  $B_p$  – энергия отделения протона;  $B_\alpha$  – энергия отделения альфа-частицы. Для  $^{238}\text{U}$   $B_\alpha < 0$ , что указывает на нестабильность этого ядра относительно альфа-распада.

Время жизни ядра в возбужденном состоянии определяется вероятностью перехода в основное состояние. Если переход по определенным причинам затруднен, то ядро может существовать в возбужденном состоянии длительное время. Такие долгоживущие состояния называются *метастабильными*. Например, период полураспада метастабильного  $^{93}\text{Nb}$  равен 13,6 лет. Распад может быть затруднен, если все более низко расположенные состояния сильно отличаются по моменту количества движения (и тогда для перехода в любое из этих состояний требуется испускание гамма-кванта или электронов конверсии с большим значением момента).

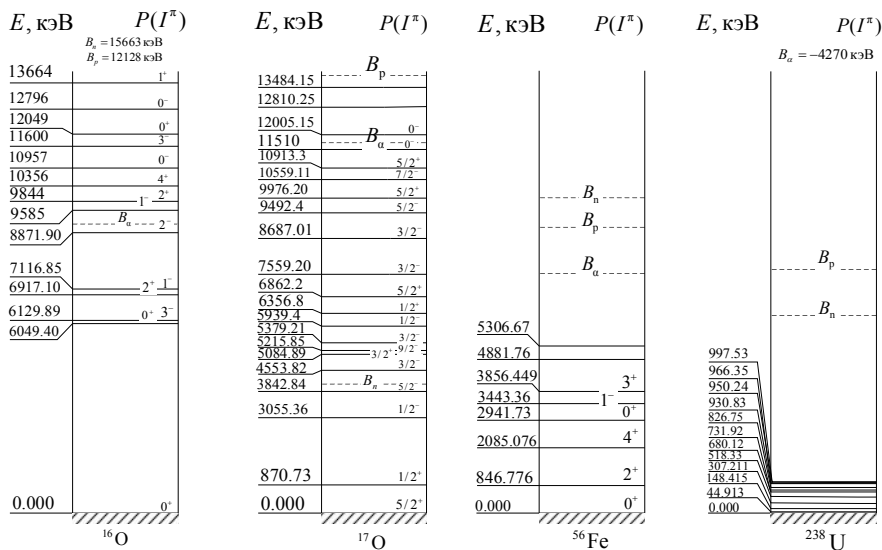


Рис. 1.2. Схемы энергетических уровней возбужденных состояний некоторых ядер

В соответствии с *соотношением неопределенности Гейзенберга* среднее время жизни ядра в возбужденном состоянии связано с неопределенностью энергии состояния:

$$\tau \cdot \Gamma = \hbar = 0,66 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}, \quad (1.5)$$

где  $\tau$  – *среднее время жизни ядра в возбужденном состоянии*;  $\Gamma$  – неопределенность энергии состояния (*ширина энергетического уровня*).

Энергия связи нейтрона в ядре

$$B_n = [m_n + M(A-1, Z) - M(A, Z)] \cdot c^2. \quad (1.6)$$

Переход ядра из возбужденного состояния в основное может сопровождаться не только путем испускания гамма-кванта, но и путем испускания нейтрона. В последнем случае образуется *более легкий изотоп*, чем первоначально возбужденный изотоп.

Состояния с энергией возбуждения, большей энергии связи протона в ядре (или энергии отделения)

$$B_p = [m_p + M(A-1, Z-1) - M(A, Z)] \cdot c^2, \quad (1.7)$$

могут переходить по каналу с испусканием протона.

Состояния с энергией возбуждения, большей энергии связи альфа-частицы в ядре

$$B_\alpha = [m_\alpha + M(A-4, Z-2) - M(A, Z)] \cdot c^2, \quad (1.8)$$

могут переходить по каналу с испусканием альфа-частицы ( $m_\alpha$  – масса ядра  ${}^4_2\text{He}$ , т.е. альфа-частицы).

Возбужденные состояния тяжелых ядер *неустойчивы к делению* таких ядер (при определенных условиях).

### 1.3. Виды взаимодействия нейтронов с атомными ядрами

При энергии нейтронов ниже нескольких мегаэлектронвольт определяющими являются следующие два механизма взаимодействия нейтронов с ядрами:

1) *Потенциальное рассеяние* (рассеяние на ядре как на упругом теле, т.е. упругое рассеяние в поле ядерных сил). Взаимодействие этого типа сопровождается только перераспределением кинетической энергии и импульса нейтрона и ядра-мишени.

2) Проникновение нейтрона через поверхность ядра и образование *компаунд-ядра*.

*Компаунд-ядро* представляет собой сильно возбужденное ядро. Массовое число этого ядра на единицу больше массового числа исходного ядра.

Энергия возбуждения компаунд-ядра складывается из энергии связи нейтрона в компаунд-ядре и части кинетической энергии нейтрона

$$E^* = B_n + E_n \frac{A_r}{A_r + 1}, \quad (1.9)$$

где  $B_n$  – энергия связи нейтрона в компаунд-ядре;  $A_r$  – отношение массы ядра к массе нейтрона;  $E_n$  – кинетическая энергия нейтрона.

Импульс нейтрона передается компаунд-ядру, поэтому компаунд-ядро движется. Кинетическая энергия компаунд-ядра

$$E_k = \frac{E_n}{(A_r + 1)}, \quad (1.10)$$

так как  $m_n \approx 1$  и  $M(A, Z) \approx A$ ,  $A_r \approx A$ .

Взаимодействие между нуклонами в ядре велико, а энергия возбуждения должна перераспределиться между большим числом нуклонов в компаунд-ядре. Поэтому требуется *значительное время*, прежде чем произойдет снятие возбуждения путем испускания гамма-кванта, нейтрона или другим способом. *Значительное время* – время, много большее  $10^{-21}$  с, так как *ядерное время*  $\tau_{\text{я}}$ , необходимое для того, чтобы нейтрон пересек ядро,

$$\tau_{\text{я}} = \frac{R_{\text{я}}}{V} = \frac{10^{-13} \div 10^{-12}}{10^9 \div 10^{10}} \approx 10^{-23} \div 10^{-21} \text{ с.} \quad (1.11)$$

Взаимодействие нейтронов с атомными ядрами может происходить при разных значениях орбитального момента  $l$ , но для нейтронов с *небольшой энергией* взаимодействие может происходить только при  $l = 0$ .

Согласно квантовомеханическим представлениям, условия образования компаунд-ядра (при  $l = 0$ ) состоят в следующем:

энергия возбуждения компаунд-ядра  $E^*$  (см. (1.9)) должна быть равной энергии возбуждения одного из уровней компаунд-ядра (в пределах ширины энергетического уровня  $\Gamma$ );

спин  $J$  компаунд-ядра равен  $(I \pm s)$ , где  $s = 1/2$  – спин нейтрона (в единицах  $\hbar$ ),  $I$  – спин ядра-мишени (в единицах  $\hbar$ );

четность должна совпадать с четностью ядра-мишени.

Состояния компаунд-ядра с другими спинами и (или) четностями при захвате ядром-мишенью нейтрона с небольшой энергией образоваться не могут.

Если энергия нейтрона достаточно велика, то при образовании компаунд-ядра нейтрон может взаимодействовать с орбитальным моментом  $l \neq 0$  (в единицах  $\hbar$ ).

В этом случае могут возбуждаться состояния компаунд-ядра со спинами  $J$ , удовлетворяющими условию

$$|I - l - 1/2| \leq J \leq |I + l + 1/2|, \quad (1.12)$$

и с четностью  $P \cdot (-1)^l$ .

*Максимальное значение  $l$* , при котором может происходить взаимодействие нейтрона с ядром-мишенью, зависит от соотношения между де-Бройлевской длиной волны и эффективным радиусом ядра.

## 1.4. Способы перехода компаунд-ядра

У образовавшегося при захвате нейтрона компаунд-ядра, снятие возбуждения может происходить различными путями, называемыми *каналами реакции*. В зависимости от того, какой из возможных каналов будет реализован, произойдет та или иная *реакция взаимодействия нейтрона с ядром*. Для обозначения ядерных (в данном случае –нейтронных) реакций используются общепринятые обозначения.

**Реакция  $(n,\gamma)$  – радиационный захват:** снятие возбуждения компаунд-ядра сопровождается испусканием одного или нескольких гамма-квантов. Пример:  ${}^1_0n(n,\gamma){}^2_1\text{H}$ . В результате этой реакции получается дейтерий  ${}^2_1\text{H}$  (другое общепринятое обозначение ядра дейтерия –  $D$ ). Другой пример:  ${}^{238}_{92}\text{U}(n,\gamma){}^{239}_{92}\text{U}$ . Образующееся в результате ядро  ${}^{239}_{92}\text{U}$   $\beta^-$ -радиоактивно ( $T_{1/2} [{}^{239}\text{U}] = 23$  мин).  ${}^{239}_{92}\text{U}$  распадается в  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  ( $\beta^-$ -радиоактивное ядро;  $T_{1/2} [{}^{239}\text{Pu}] = 2,3$  сут).  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  распадается в  ${}^{239}_{95}\text{Am}$  ( $\alpha$ -радиоактивное ядро;  $T_{1/2} [{}^{239}\text{Am}] = 2,411 \cdot 10^4$  лет). Радиационный захват нейтронов в  ${}^{238}_{92}\text{U}$  – реакция, важная для физики реакторов: в результате этой реакции и других вышеперечисленных процессов сырьевой изотоп  ${}^{238}_{92}\text{U}$  превращается в ядерное топливо, содержащее  ${}^{239}_{95}\text{Pu}$ .

**Упругое рассеяние через компаунд-ядро (упругое резонансное рассеяние) – реакция  $(n,n)$ :** снятие возбуждения компаунд-ядра сопровождается испусканием нейтрона и образованием ядра-продукта, идентичного ядру-мишени и находящемуся в том же основном энергетическом состоянии. Пример:  ${}^{238}_{92}\text{U}(n,n){}^{238}_{92}\text{U}$ . В результате реакции упругого рассеяния через компаунд-ядро образуется то же ядро, что и при реакции потенциального рассеяния. Главное отличие между этими процессами в том, что потенциальное рассеяние может испытать нейтрон *любой* энергии, а компаунд-ядра в определенном состоянии с энергией возбуждения  $E^*$  могут образовать нейтроны, у которых энергия удовлетворяет соотношению (1.9) с точностью до *ширины уровня*  $\Gamma$ . Вероятности этих процессов могут быть различны и по-разному зависят от энергии нейтрона.

Как радиационный захват, так и упругое рассеяние нейтронов – процессы, энергетически возможные при взаимодействии

нейтронов любых энергий с любыми ядрами (исключение составляет ядро  ${}^4\text{He}$  (т.е. альфа-частица), на котором не идет  $(n,\gamma)$ -реакция).

**Реакция  $(n,p)$ .** Если  $B_n + [E_n \cdot A_r / (A_r + 1)] > B_p$ , то снятие возбуждения компаунд-ядра может сопровождаться испусканием протона. Пример:  ${}^{14}\text{N}(n,p){}^{14}\text{C}$ . Эта реакция экзоэнергетическая [ $B_n({}^{15}\text{N}) - B_p({}^{15}\text{N}) = 0,63 \text{ МэВ} > 0$ ] и поэтому с большой вероятностью осуществляется даже под действием медленных нейтронов. Именно эта реакция определяет биологическое действие медленных нейтронов: протоны, образующиеся в этой реакции, ионизируют и повреждают молекулы клеточных структур. На многих ядрах  $(n,p)$ -реакция может осуществляться только под действием нейтронов с энергией выше некоторого значения, называемого порогом  $(n,p)$ -реакции.

**Реакция  $(n,\alpha)$ .** Если  $B_n + [E_n \cdot A_r / (A_r + 1)] > B_\alpha$ , то снятие возбуждения компаунд-ядра может сопровождаться испусканием альфа-частицы. Реакции  $(n,p)$  и  $(n,\alpha)$  могут быть как экзоэнергетическими, так и эндоэнергетическими.

Пример экзоэнергетической реакции:  ${}^{10}\text{B}(n,\alpha){}^7\text{Li}$ ; [ $B_n({}^{11}\text{B}) - B_\alpha({}^{11}\text{B}) = 2,79 \text{ МэВ}$ ]. Эта реакция используется для поглощения избыточных нейтронов, образуемых в цепной реакции деления тяжелых ядер. (Для этого в реактор вводятся регулирующие стержни, содержащие бор. Если надо уменьшить поглощение – стержни выводятся.) Реакция  ${}^{10}\text{B}(n,\alpha){}^7\text{Li}$  используется для регистрации нейтронов с помощью ионизационных камер. При этом регистрируется ионизация, производимая в заполняющем камеру газе продуктами реакции – альфа-частицей и ядром отдачи –  ${}^7\text{Li}$ .

**Деление ядер.** Все изотопы тория, урана, а также получаемые искусственно изотопы плутония, нептуния и других трансурановых элементов способны к делению. Этот процесс энергетически выгоден, так как средняя энергия связи нуклонов в ядрах-продуктах деления больше, чем средняя энергия связи в тяжелых ядрах. Однако прежде чем тяжелое ядро разделится, необходимо преодолеть огромные силы поверхностного натяжения, обусловленные ядерными силами, связывающими нуклоны в ядре и препятствующими делению ядра. Именно поэтому спонтанное деление ядер маловероятно: для того чтобы

спонтанное деление осуществилось, атомное ядро должно преодолеть высокий потенциальный барьер за счет туннельного эффекта. Для *возбужденных состояний* ядер высота потенциального барьера соответственно ниже и проникновение через барьер более вероятно. Если энергия возбуждения достаточно велика, наличие потенциального барьера несущественно и деление происходит с вероятностью, сравнимой с вероятностью испускания гамма-кванта или нейтрона (если  $E^* > B_n$ ). У четно-четных компаунд-ядер, образующихся при захвате нейтронов четно-нечетными ядрами, энергия возбуждения больше, чем у четно-нечетных компаунд-ядер, образующихся при захвате нейтронов четно-четными ядрами.

Ядра  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{241}\text{Pu}$  могут делиться под действием нейтронов очень низких энергий, а ядра  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{234}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{240}\text{Pu}$ ,  $^{242}\text{Pu}$  делятся под действием быстрых нейтронов.

**Неупругое рассеяние – реакция ( $n, n'$ ).** Если энергия возбуждения компаунд-ядра превышает энергию связи нейтрона на величину, большую энергии *первого возбужденного состояния*, то после испускания нейтрона компаунд-ядро может перейти не только в основное состояние (как при упругом рассеянии), но и в первое возбужденное состояние с последующим испусканием гамма-кванта. Такая реакция называется *реакцией неупругого рассеяния* с возбуждением первого энергетического уровня компаунд-ядра. По мере роста энергии возбуждения *плотность ядерных уровней* экспоненциально растет, поэтому с повышением энергии нейтрона число уровней, возбуждаемых при неупругом рассеянии, может быть очень большим.

**Реакция ( $n, 2n$ ).** Если энергия нейтрона превышает энергию связи нейтрона в компаунд-ядре, кроме неупругого рассеяния возможна ( $n, 2n$ )-реакция, при которой компаунд-ядро, образующееся при неупругом рассеянии, испускает два нейтрона. Энергетический порог ( $n, 2n$ )-реакции, как правило, превышает  $(5\div 7)$  МэВ; лишь небольшая доля нейтронов спектра деления может обеспечить протекание этой реакции. Поэтому ( $n, 2n$ )-реакция и другие реакции с множественным испусканием частиц ( $n, n'\alpha$ ), ( $n, n'p$ ) и т.п., как правило, не играют заметной роли в физике ядерных реакторов. Исключение составляют реакторы с тяжеловодным или с бериллиевым замедлителями, в которых очень большие концентрации ядер с низкой энергией связи нейтрона –

дейтерия и бериллия. Энергия связи дейтрона – ядра дейтерия равна 2,223 МэВ, а порог  $(n,2n)$ -реакции на этом ядре равен  $((A+1)/A) \cdot 2,223 = 3,34$  МэВ (так как  $A=2$  для дейтерия). Порог реакции  ${}^9\text{Be}(n,2n)$  еще ниже: 1,87 МэВ. В результате  $(n,2n)$ -реакции, дейтерий распадается на нейтрон и протон, а бериллий – на нейтрон и две альфа-частицы. В реакторах с тяжеловодным или бериллиевым замедлителями  $(n,2n)$ -реакция дает вклад в размножение нейтронов и должна учитываться в нейтронно-физическом расчете.

### 1.5. Нейтронные эффективные сечения

**Микроскопическое эффективное сечение.** Для количественного описания процессов взаимодействия нейтронов различных энергий с атомными ядрами используется понятие *эффективного поперечного сечения ядра при взаимодействии с нейтронами*  $\sigma$  или *нейтронного сечения ядра*. Эта величина вводится в рассмотрение из следующих соображений. Пусть имеется пучок *моноэнергетических нейтронов* плотностью потока  $\Phi = nV$  ( $n$  – плотность нейтронов в пучке;  $V$  – их скорость), падающих перпендикулярно к тонкой мишени (тонкая – для того, чтобы ядра мишени не «затеняли» друг друга). Число реакций  $R$  (или любых взаимодействий) в единице объема за единицу времени (*скорость ядерной реакции*), происходящих в этой мишени, пропорционально плотности потока нейтронов  $\Phi$ , вызывающих реакцию и концентрации ядер в мишени в единице объема  $N$ . Коэффициент пропорциональности  $\sigma$  называется *эффективным микроскопическим сечением*:

$$\sigma [\text{см}^2] = \frac{R [\text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}]}{N [\text{см}^{-3}] \cdot \Phi [\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}]} .$$

В квадратных скобках около каждой величины указана ее размерность.

Качественно эффективное микроскопическое сечение можно трактовать как некоторую эффективную площадь, где происходит реакция. Сечение имеет *статистический, вероятностный смысл*, поэтому сечение можно рассматривать как *меру вероятности протекания ядерной реакции*. Действительно, отношение  $R/N$  есть



отношение числа реакций (событий) к максимально возможному их числу в единице объема. Поэтому  $R/N$  – вероятность протекания реакции в единицу времени. Следовательно, сечение равно этой вероятности, отнесенной к потоку падающих нейтронов.

В зависимости от вида взаимодействия, рассматриваются различные *парциальные сечения* и вводятся соответствующие обозначения. Сечения процессов, не приводящих к изменению структуры ядра, объединяют в *сечение рассеяния*  $\sigma_s$ . Оно включает в себя следующие сечения:  $\sigma_p$  – *потенциального рассеяния*;  $\sigma_r$  – *резонансного рассеяния*;  $\sigma_{in}$  – *неупругого рассеяния*. Итак,

$$\sigma_s = \sigma_p + \sigma_r + \sigma_{in}.$$

Для процессов, связанных только с упругим рассеянием, вводится *сечение упругого рассеяния*

$$\sigma_{el} = \sigma_p + \sigma_r.$$

*Сечение образования компаунд-ядра* обозначается  $\sigma_{comp}$ .

Сечения различных каналов перехода компаунд-ядра, не связанные с появлением нейтронов, объединяются в *сечение поглощения*  $\sigma_a$ .

Приведем обозначения сечений для наиболее характерных каналов перехода компаунд-ядра:

$\sigma_c$  – сечение радиационного захвата ( $n, \gamma$ ) (или  $\sigma_{n, \gamma}$ );

$\sigma_f$  – сечение деления ( $n, f$ );

$\sigma_{n, 2n}$  – сечение реакции ( $n, 2n$ );

$\sigma_{n, \alpha}$  – сечение реакции ( $n, \alpha$ ).

Для рассмотрения всех процессов взаимодействия нейтрона с ядром вводится *полное сечение*  $\sigma_{tot}$ . Оно равно *сумме всех парциальных сечений*. Используя ранее введенные обозначения, его можно представить в виде суммы только двух сечений

$$\sigma_{tot} = \sigma_p + \sigma_{comp}. \quad (1.13)$$

Для большинства ядер в интервале энергий ( $10^{-3} \div 10^7$ ) эВ

$$\sigma_{tot} = \sigma_s + \sigma_a. \quad (1.14)$$

Единица измерения для эффективного сечения в СИ:  $[m^2]$ . Часто используется внесистемная единица: 1 барн =  $10^{-28} m^2 = 10^{-24} cm^2$ .

Зная радиус ядра (см. (1.4)) и предполагая ядро сферическим, можно вычислить площадь его поперечного сечения

$\sigma = \pi \cdot R^2 \approx 0,07 \cdot 10^{-24} \cdot A^{2/3} \text{ см}^2$ . Для ядра  $^{63}\text{Cu}$  ( $A = 63$  – область средних значений массового числа)  $\sigma \approx 1 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$ , т.е. 1 барн.

Эффективное сечение ядра при взаимодействии с нейтронами не только не равно  $\pi \cdot R^2$ , но непостоянно и зависит от энергии нейтронов.

Сечение ядра обозначается  $\sigma_j^i(E)$ . Верхний индекс указывает на рассматриваемое ядро, нижний – на тип рассматриваемого взаимодействия.

**Макроскопическое сечение.** Величина микроскопического сечения не полностью характеризует количественно выход той или иной ядерной реакции. В связи с этим вводится в рассмотрение *макроскопическое сечение* изотопа в среде

$$\Sigma = N \cdot \sigma \text{ [см}^{-1}\text{]}, \quad (1.15)$$

где  $N$  – ядерная концентрация [ $\text{см}^{-3}$ ] (в случае, если среда состоит из одного и того же нуклида).

Если известно микроскопическое сечение  $\sigma$ , ядерная концентрация  $N$ , плотность потока нейтронов  $\Phi$ , то можно рассчитать скорость ядерной реакции

$$R = \sigma \cdot N \cdot \Phi. \quad (1.16)$$

Определим число реакций  $R$  в тонком слое толщины  $dx$  в единицу времени: это число реакций равно  $R \cdot dx$ .

Число реакций есть убыль плотности потока нейтронов в этом слое, т.е.

$$R \cdot dx = -d\Phi.$$

Умножая на  $dx$  левую и правую части (1.16), получаем:

$$d\Phi = -\sigma \cdot N \cdot d\Phi. \quad (1.17)$$

Вообще говоря,  $\sigma$  также есть функция от  $x$ , но в случае ослабления нейтронного потока можно считать, что  $\sigma$  не зависит от  $x$ . Тогда, разделяя переменные в (1.17) и используя граничное условие

$$\Phi = \Phi_0 \text{ при } x = 0,$$

получим после интегрирования

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cdot \exp(-\sigma \cdot N \cdot x), \quad (1.18)$$

или

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cdot \exp(-\Sigma \cdot x). \quad (1.19)$$

Следовательно, *макроскопическое сечение*  $\Sigma$  [ $\text{см}^{-1}$ ] имеет смысл *числа взаимодействий на единице длины пути нейтрона в мишени*,

т.е. смысл *линейного коэффициента ослабления* в данном материале мишени.

Если среда состоит из смеси ядер, то макроскопическое сечение среды по отношению к процессу  $i$  определяется выражением:

$$\Sigma_i = \sum_k \sigma_i^k N_k, \quad (1.20)$$

где  $\sigma_i^k$  – микроскопическое сечение  $i$ -го типа взаимодействия нейтронов с  $k$ -м типом ядер;  $N_k$  – число ядер  $k$ -го типа в единице объема.

Макроскопическое сечение – характеристика среды и зависит от ее состава.

**Дифференциальное сечение.** Более подробной характеристикой ядерного взаимодействия служит *дифференциальное сечение*:

$$\sigma_{\text{диф}}(E, \psi) \left[ \text{см}^2 \cdot \text{ср}^{-1} \right] = \frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{R(E, \psi) \left[ \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1} \right]}{N \left[ \text{см}^{-3} \right] \cdot \Phi \left[ \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \right]}, \quad (1.21)$$

где  $R(E, \psi)$  – число частиц, рассеянных (или вылетевших после реакции) в единицу телесного угла  $\omega$  под углом рассеяния  $\psi$ ;  $E$  – энергия нейтрона до рассеяния (реакции),  $d\omega$  – элемент телесного угла;  $N$  – число ядер, содержащихся в мишени на единицу площади;  $\Phi$  – плотность потока нейтронов.

На основе (1.21) дифференциальное сечение пропорционально числу частиц  $R(E, \psi)$ , рассеянных (или вылетевших после реакции) в единицу телесного угла  $\omega$  под углом рассеяния  $\psi$ . Число частиц  $R(E, \psi)$  отнесено к единице объема и единице времени.

Обозначим  $R(E, \psi) / N = M(E, \psi)$ . Тогда  $M(E, \psi)$  – *число частиц, вылетевших под углом  $\psi$  в единицу времени и отнесенное к единице телесного угла* (угловое распределение продуктов реакции или рассеяния). Тогда дифференциальное сечение равно

$$\sigma_{\text{диф}}(E, \psi) = \frac{M(E, \psi) \left[ \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1} \right]}{\Phi \left[ \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \right]}. \quad (1.22)$$

Из вышеприведенных определений видно, что  $\sigma_{\text{диф}}$  – не только функция энергии  $E$  налетающей частицы, но и функция угла рассеяния  $\psi$ .

Интегрирование дифференциального сечения по полному телесному углу дает *полное эффективное сечение*

$$\sigma(E) = \int_{\Omega} \sigma_{\text{диф}}(E, \psi) d\omega.$$

Элемент телесного угла  $d\omega$  связан с углом рассеяния соотношением:

$$d\omega = \sin\psi \cdot d\psi \cdot d\varphi.$$

Обычно нейтронно-физические процессы азимутально симметричны и интегрирование по  $\varphi$  дает множитель  $2\pi$ . Следовательно

$$\sigma(E) = 2\pi \int_{\Omega} \sigma_{\text{диф}}(E, \psi) \sin\psi d\psi.$$

Часто вместо зависимости  $\sigma_{\text{диф}}(E, \psi)$  используется зависимость  $\sigma_{\text{диф}}(E, \mu)$ , где  $\mu = \cos\psi$ . Тогда

$$\sigma(E) = 2\pi \int_{\Omega} \sigma_{\text{диф}}(E, \mu) d\mu.$$

Знание сечений как функций энергии нейтронов и угла рассеяния дает значительную информацию о реакциях и рассеянии нейтронов.

Для экспериментального определения дифференциального сечения (1.22) необходимо измерить угловое распределение продуктов реакции (или рассеяния)  $M(E, \psi)$ .

## 1.6. Свойства нейтронов различных энергий

Сечения разных процессов взаимодействия нейтронов с атомными ядрами сильно зависят от энергии нейтронов и от сорта ядер.

Удобно различать следующие энергетические группы нейтронов:

<i>тепловые</i>	$E_n = 0,005 \text{ эВ} \div 0,5 \text{ эВ};$
<i>резонансные</i>	$E_n = 0,5 \text{ эВ} \div 1 \text{ кэВ};$
<i>промежуточные</i>	$E_n = 1 \text{ кэВ} \div 100 \text{ кэВ};$
<i>быстрые</i>	$E_n = 100 \text{ кэВ} \div 14 \text{ МэВ}.$

Границы между этими областями условны. Иногда тепловые, резонансные и промежуточные нейтроны называются *медленными* нейтронами.

У *тепловых* нейтронов энергия  $E_n = 0,025$  эВ соответствует комнатной температуре  $T = 293,6$  К и скорости нейтронов 2200 м/с. Эти величины часто используются в качестве стандартных для тепловых нейтронов. В ядерном реакторе температура существенно выше комнатной и поэтому к тепловым нейтронам относятся обычно нейтроны с энергиями до  $\approx 0,5$  эВ. Полное сечение взаимодействия нейтронов с ядрами, в том числе и сечение деления, в этой области достаточно велико.

Область *резонансных* нейтронов называется так потому, что в этой области для средних ядер ( $25 \leq A \leq 80$ ) и тяжелых ядер ( $A > 80$ ) в энергетической зависимости полных сечений обычно имеется много тесно расположенных резонансов; вблизи резонансов сечение, как правило, резко увеличивается. В *промежуточной* области (иногда в эту область включают и резонансные нейтроны), значения сечений уменьшаются по мере увеличения энергии.

В *быстрой* области сечения взаимодействия нейтронов с ядрами существенно меньше, чем в тепловой. Значение быстрых нейтронов в ядерной энергетике объясняется тем, что спектр нейтронов деления имеет максимум при  $E \approx 0,8$  МэВ, т.е. расположен в области быстрых нейтронов. Полное сечение в этой области равно  $\sigma_{tot} = 2\pi(R + \lambda)^2$ , где  $R$  – радиус ядра,  $\lambda$  – приведенная де-Бройлевская длина волны нейтронов. Особенность быстрой области заключается в том, что сечения радиационного захвата  $\sigma_c$ , как правило, в этой области малы и полное сечение равно сечению рассеяния, которое равно сумме упругого и неупругого рассеяния:

$$\sigma_s = \sigma_p + \sigma_r + \sigma_{in}.$$

В *быстрой* области де-Бройлевская длина волны нейтрона  $\lambda$  порядка *размеров ядра* и у нейтрона проявляются *волновые свойства*. В этой области энергий зависимости дифференциального сечения от косинуса угла рассеяния в системе координат центра масс подобны картине дифракции с главным максимумом при  $\theta = 0^\circ$  и побочными максимумами при  $\theta$  порядка нескольких десятков градусов (рис. 1.3).

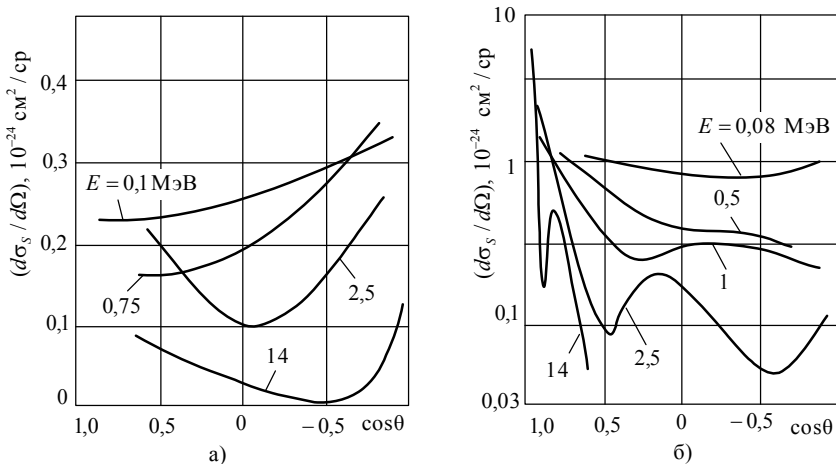


Рис. 1.3. Зависимости дифференциальных сечений рассеяния нейтронов от косинуса угла рассеяния в системе центра масс. Зависимости (а) – для дейтерия; (б) – для  $^{238}\text{U}$

### 1.7. Формулы Брейта-Вигнера. Резонансы

**Эффективные сечения реакций на медленных нейтронах.** В квантовой механике получена формула для расчета эффективного сечения образования компаунд-ядра  $\sigma_{\text{comp}}(E_n)$ .

Прежде чем привести эту формулу, проведем анализ схемы уровней, проявляющихся при образовании компаунд-ядра (рис. 1.4) и расположенных вдоль шкалы энергии. Уровень, соответствующий суммарной энергии покоя нейтрона и ядра  ${}^A_Z B$  до их взаимодействия, отмечен штриховкой (левая часть рис. 1.4). У компаунд-ядра ядра  ${}^{A+1}_Z B^*$  уровень, соответствующий основному состоянию, находится ниже на величину энергии  $E_{\text{св}}$ , равной энергии связи нейтрона в компаунд-ядре (см. 1.9). Компаунд-ядро  ${}^{A+1}_Z B^*$  обладает присущей только ему структурой энергетических уровней как для  $E_i^{\text{yp}} < E_{\text{св}}$ , так и для  $E_i^{\text{yp}} > E_{\text{св}}$ . При захвате нейтронов ядрами  ${}^A_Z B$  компаунд-ядра могут образоваться только при таких значениях кинетической энергии нейтронов  $E_n$ , которые равны  $E_{0i} \approx E_i^{\text{yp}} - E_{\text{св}}$  (в пределах ширины энергетического уровня

Г) и которым соответствуют выделенные стрелки в левой части схемы. Поэтому энергетическая зависимость сечения образования компаунд-ядра  $\sigma_{comp}(E_n)$  обязательно должна иметь *резонансный характер*, как это и изображено в правой части рис. 1.4. Для обоснования *приближения*  $E_{0i} \approx E_i^{yp} - E_{ce}$ , следует учитывать, что после взаимодействия нейтрона с ядром-мишенью компаунд-ядру передается определенная кинетическая энергия (см. выражения (1.9) и (1.10)).

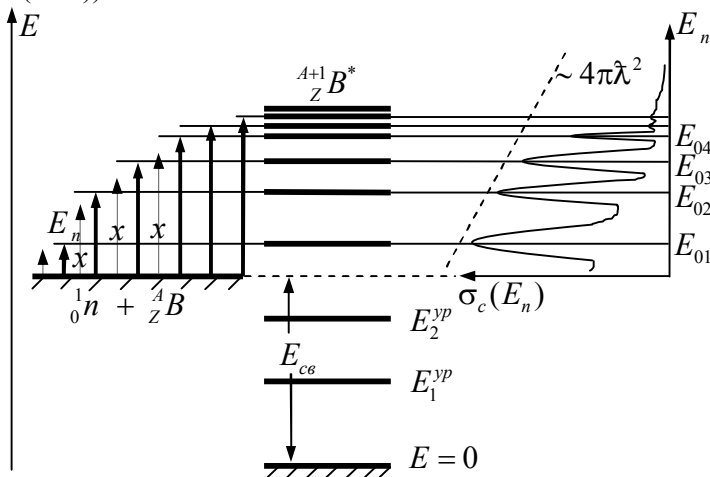


Рис. 1.4. Схема образования резонансов.  $\sigma_c(E_n)$  – сечение образования компаунд-ядра

Ранее уже упоминалось, что эффективные сечения реакций при небольших энергиях нейтронов действительно имеют резонансный характер. Использование модели компаунд-ядра позволяет объяснить происхождение резонансов.

На основе квантовой механики получена *формула Брейта-Вигнера* для определения энергетической зависимости сечения образования компаунд-ядра  $\sigma_{comp}(E_n)$  для *одиночного резонанса* (когда рядом с рассматриваемым уровнем нет других уровней):

$$\sigma_{comp}(E_n) = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma \cdot \Gamma_n}{(E_n - E_{0i})^2 - (\Gamma/2)^2}. \quad (1.23)$$

Коэффициент  $g$  (*статистический множитель*) – один из параметров резонанса, учитывает тот факт, что как исходные ядро-мишень и нейтрон, так и компаунд-ядро могут находиться в различных квантовых состояниях. Для образования компаунд-ядра недостаточно совпадения *энергий*; должно выполняться и квантовомеханическое соотношение для *спинов*. Поскольку спин нейтрона  $s = 1/2$  (в единицах  $\hbar$ ), при столкновении нейтрона с ядром, у которого спин равен  $I$  (и *не при очень высокой кинетической энергии* – не более  $10^5$  эВ, когда *момент относительного движения* равен нулю, т.е.  $l = 0$ ), возможны лишь два значения суммарного момента: либо  $(I + 1/2)$ , либо  $(I - 1/2)$ . Если ни одно из этих значений не совпадает со спином  $J$  состояния компаунд-ядра, то, несмотря на совпадение энергий, компаунд-ядро не образуется и наблюдается потенциальное рассеяние. Если же одно из этих значений совпадает со спином  $J$ , может быть подсчитана доля тех столкновений, которые дают совпадения с  $J$ . Эта доля выражается коэффициентом  $g$ . В данном случае

$$g = \frac{(2J + 1)}{(2s + 1)(2I + 1)}. \quad (1.24)$$

Остальные столкновения [их доля  $(1 - g)$ ] сопровождаются потенциальным рассеянием. Только при выполнении сразу двух условий (и энергетического, и спинового) при первом же столкновении образуется компаунд-ядро. При взаимодействии нейтронов с четно-четными ядрами  $g = 1$ , так как для последних  $I = 0$ .

Величина  $\Gamma$  – полная ширина резонанса, она же – ширина возбуждаемого ядерного энергетического уровня. Ширина  $\Gamma$  есть ширина резонансного пика по шкале энергий на половине его высоты. Именно эта величина связана со средним временем жизни компаунд-ядра соотношением  $\Gamma = \hbar / \tau$  (см. (1.5)); ширина  $\Gamma$  пропорциональна вероятности *перехода* компаунд-ядра. Величины  $\Gamma_n$ ,  $\Gamma_\gamma$ ,  $\Gamma_f$  – *парциальные ширины резонанса*, соответственно нейтронная, радиационная, делительная ширина (если ядро – делящееся). Каждая из них пропорциональна вероятности *перехода* компаунд-ядра по тому или иному каналу. Поскольку вероятности независимых процессов суммируются, составляя полную вероятность (в данном случае – перехода компаунд-ядра), справедливо соотношение

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma + \Gamma_f + \dots, \quad (1.25)$$



где многоточие означает, что в случае еще какого-нибудь процесса добавляется и соответствующая ширина. Соотношение (1.25) идентично соотношению между *полным* и *парциальными* сечениями, которые также пропорциональны вероятностям соответствующих процессов. Поэтому можно утверждать, что доля переходов компаунд-ядра с испусканием нейтрона есть  $\Gamma_n/\Gamma$ .

При  $E_n=E_0$  получаем резонансное значение сечения  $\sigma_c^0$ :

$$\sigma_c^0 = g 4\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma}. \quad (1.26)$$

Входящая в (1.23) и (1.26) де-Бройлевская длина волны нейтрона

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_n \cdot V} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_n \cdot E_n}}.$$

Именно эта характеристика нейтрона и определяет  $\sigma_c^0$  по порядку величины. При  $E_n = 1$  эВ получаем  $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-10}$  см.

Вычислим  $4\pi\lambda^2$ :  $4\pi\lambda^2 = \dots \approx 2,5 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ б}$ .

Сечение, равное  $\sim 2,5 \cdot 10^6$  б, очень большое. Но эта цифра дает только максимально возможное значение для  $\sigma_c^0$  при энергиях, близких к 1 эВ. В действительности такие большие сечения в резонансах встречаются сравнительно редко, так как отношение  $\Gamma_n/\Gamma$  может быть существенно меньшим единицы.

Теория компаунд-ядра применяется прежде всего к реакциям под действием нейтронов. При взаимодействии *медленных нейтронов* с атомными ядрами *орбитальный момент*  $l = 0$ .

Схема образования компаунд-ядра  ${}_{Z}^{A+1}B^*$  при захвате нейтронов *с небольшой энергией* и возможные каналы перехода в этом случае приведены на рис. 1.5.

Наиболее вероятный способ перехода компаунд-ядра – испускание гамма-кванта. В этом случае произойдет *ядерная реакция*  $(n, \gamma)$ . Из всех частиц, которые могли бы вылететь из компаунд-ядра, при малой энергии возбуждения может быть испущен только нейтрон, для которого отсутствует кулоновский барьер. В этом случае происходит *ядерная реакция упругого резонансного рассеяния*  $(n, n)$ . Таким образом, на нейтронах *малой энергии* через образование компаунд-ядра могут идти *реакции радиационного захвата нейтрона*  $(n, \gamma)$  и *упругого резонансного рассеяния нейтронов*  $(n, n)$ , поэтому  $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$ .

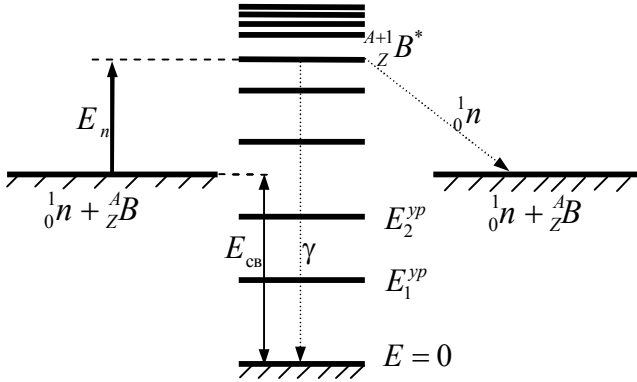


Рис. 1.5. Схема образования компаунд-ядра  ${}_{Z}^{A+1}B^*$  и два возможных канала перехода  ${}_{Z}^{A+1}B^*$

При *малых*  $E_n$  вероятность радиационного захвата больше вероятности упругого рассеяния нейтронов ( $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ ), но с ростом  $E_n$  вероятность упругого рассеяния увеличивается (так как  $\Gamma_n \sim \sqrt{E_n}$ ) и при  $E_n$ , превышающей несколько килоэлектронвольт,  $\Gamma_n > \Gamma_\gamma$ .

Формулы Брейта-Вигнера для  $\sigma_{n\gamma}$  и  $\sigma_{nn}$  имеют следующий вид:

$$\sigma_{n\gamma} = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma \cdot \Gamma_n}{(E_n - E_0)^2 - (\Gamma/2)^2} \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n \cdot \Gamma_\gamma}{(E_n - E_0)^2 - (\Gamma/2)^2}; \quad (1.27)$$

$$\sigma_{nn} = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma \cdot \Gamma_n}{(E_n - E_0)^2 - (\Gamma/2)^2} \frac{\Gamma_n}{\Gamma} = g\pi\lambda^2 \frac{\Gamma_n^2}{(E_n - E_0)^2 - (\Gamma/2)^2}, \quad (1.28)$$

где  $E_0$  – энергия в максимуме резонанса (рис. 1.6), соответствующая определенному уровню возбуждения компаунд-ядра (у  $E_{0i}$  индекс  $i$  исключен);  $E_n$  – кинетическая энергия нейтрона.

Если известны характеристики уровней  $E_0$ ,  $\Gamma$ ,  $\Gamma_n$ , и  $\Gamma_\gamma$ , а также спины исходного ядра и компаунд-ядра, то по формулам (1.27) и (1.28) можно вычислить эффективные сечения реакций  $(n, \gamma)$ ,  $(n, n)$  как в резонансах, так и вблизи резонансов. Анализ формулы (1.27) приводит к выводу, что между резонансами (а также при энергиях,

меньших энергии первого резонансного уровня – уровня с минимальной энергией) энергетические зависимости сечений радиационного захвата  $\sigma_{n\gamma} \sim 1/\sqrt{E_n}$  («закон  $1/V$ »).

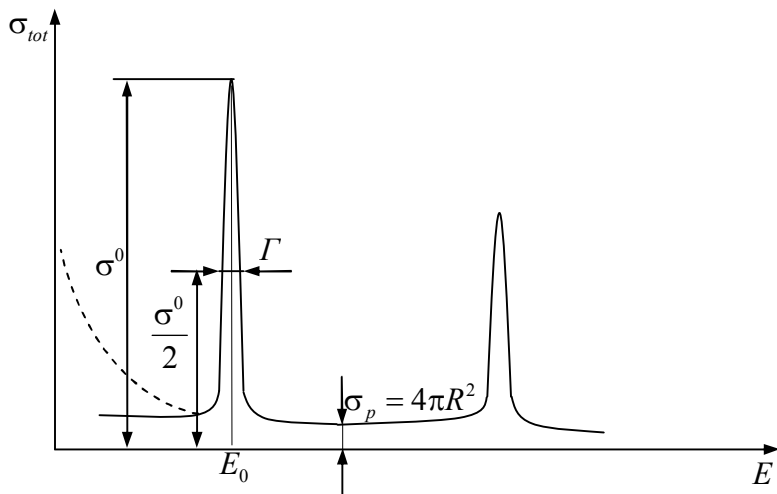


Рис. 1.6. Энергетическая зависимость полного сечения

**Пределы применимости формулы Брейта-Вигнера.** Формула Брейта-Вигнера позволяет описать энергетическую зависимость нейтронных сечений только в окрестности резонанса; в межрезонансных областях применение этой формулы ведет к погрешностям. Особенно велики эти погрешности могут быть при расчете энергетической зависимости сечения рассеяния.

Как правило, погрешность расчета мала при определении энергетических зависимостей сечения в области резонанса по формуле Брейта-Вигнера для важнейших реакций – радиационного захвата и деления. Именно это обстоятельство обуславливает широкое использование формулы Брейта-Вигнера в практических расчетах.

Результаты исследований показывают, что для описания парциальных нейтронных сечений необходимо использовать более точные резонансные формулы, чем простейшая формула Брейта-Вигнера. Такие формулы имеются.

**Эффективные сечения реакций на быстрых нейтронах.** С ростом энергии нейтронов, вступающих в реакцию, увеличивается энергия возбуждения компаунд-ядра; уровни энергии при этом

сгущаются, уширяются и, наконец, сливаются. В энергетических зависимостях сечений взаимодействия нейтронов при  $E_n > 1$  МэВ нет резонансной структуры, и эти зависимости изменяются с изменением энергии плавно; сечение образования компаунд-ядра  $\sigma_{comp} \approx \pi(R + \lambda)^2 \rightarrow \pi R^2$ . Значение  $\pi R^2$  не превышает *нескольких барн* ( $R$  – эффективный радиус ядра).

При достаточно большой энергии возбуждения компаунд-ядра становится возможным его переход с испусканием заряженных частиц, в первую очередь – протонов. Становится возможной реакция неупругого рассеяния нейтронов ( $n, n'$ ), когда в результате реакции ядро остается в одном из возбужденных состояний. При  $E_n \geq 8$  МэВ становится возможной и реакция ( $n, 2n$ ).

Таким образом, полное эффективное сечение реакций, идущих с образованием компаунд-ядра при  $E_n \geq 1$  МэВ, складывается из  $\sigma_{nn}$ ,  $\sigma_{nn'}$ ,  $\sigma_{np}$ ,  $\sigma_{n\gamma}$  и др. На долю каждого из этих сечений приходится только часть сечения образования компаунд-ядра, и значения этих сечений, как правило, не превышают *нескольких миллибарн*. Исключение составляет  $\sigma_{nn}$ . Реакция упругого рассеяния может идти прямым путем (подобно кулоновскому рассеянию заряженных частиц), без образования компаунд-ядра. Этот процесс называется *потенциальным рассеянием нейтронов*. При малых  $E_n$ , когда  $\lambda \gg R$ , сечение потенциального рассеяния  $\sigma_p = 4\pi R^2$  (см. рис. 1.6); в этом случае  $\sigma_p$  меньше резонансных значений  $\sigma_{nn}$ . При  $E_n > 1$  МэВ (при этом  $\lambda < R$ )  $\sigma_p = \pi(R + \lambda)^2 \rightarrow \pi R^2$ , поэтому при таких энергиях

$$\sigma_{tot} = 2\pi(R + \lambda)^2 \rightarrow 2\pi R^2. \quad (1.29)$$

## 1.8. Доплеровское уширение резонансных линий

Формула Брейта-Вигнера получена в предположении: ядра, с которыми взаимодействуют нейтроны, неподвижны. В действительности ядра, а также атомы, содержащие эти ядра, находятся в *тепловом движении*. Поэтому нейтрон с энергией, несколько большей значения резонансной энергии, взаимодействуя с ядром, движущимся в том же направлении, т.е. «догоняя его», может «попасть в резонанс». Аналогично, нейтрон с энергией, несколько выше резонансной, может оказаться в резонансе с ядром,

движущимся ему навстречу (при определенном значении скорости движения ядра). Возможна ситуация, когда нейтрон с резонансной энергией, взаимодействуя с движущимися ядрами, будет «выходить» из резонанса. Изложенное показывает, что тепловое движение ядер мишени должно приводить к «уширению» резонансов. Форма резонансной линии при этом может несколько изменяться. Это изменение называется *доплеровским уширением резонансных линий* (рис. 1.7).

Доплеровское уширение резонансных линий влияет на температурную зависимость поглощения нейтронов в реакторе.

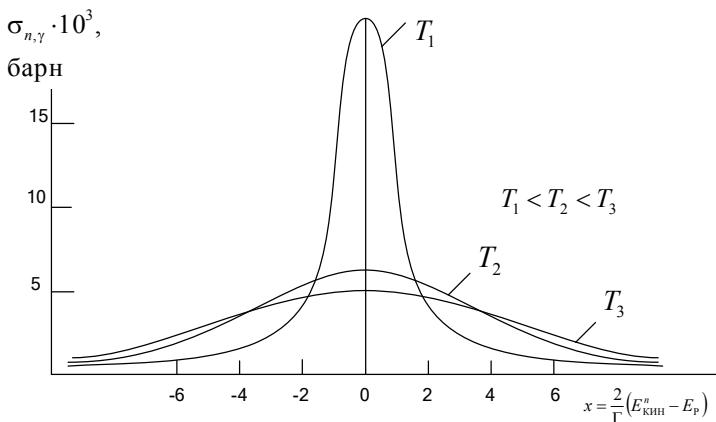


Рис. 1.7. Зависимость формы первого резонансного пика  $^{238}\text{U}$  от температуры  $T$ :  $T_1 < T_2 < T_3$ . Энергия первого резонансного пика  $^{238}\text{U}$  в максимуме  $E_p = 6,8$  эВ;  $E_{\text{кин}}^n$  – кинетическая энергия нейтрона;  $\Gamma$  – полная ширина резонансного пика

## 1.9. Обзор нейтронных сечений

Ниже приведены данные об энергетической зависимости нейтронных сечений для атомных ядер, которые широко используются в ядерных реакторах.

На рис. 1.8 приведены сечения водорода и дейтерия. Для водорода сечение рассеяния медленных нейтронов равно 20,8 барн. Высокое сечение рассеяния медленных нейтронов водородом является очень важной особенностью. Не менее важной особенностью является быстрое уменьшение энергетической зависимости сечения рассеяния нейтронов на водороде по мере увеличения энергии: при  $E = 3$  МэВ сечение на порядок ниже, чем

при низких энергиях. Такая зависимость сечения рассеяния для водорода существенно влияет на характеристики реакторов с водяным замедлителем нейтронов.

Сечение радиационного захвата нейтронов водородом примерно в 1000 раз меньше сечения рассеяния водородом. При  $E < 1$  МэВ сечение  $^1\text{H}(n,\gamma)$ -реакции следует закону  $\sim 1/V$  ( $V$  – скорость нейтрона). В результате  $^1\text{H}(n,\gamma)$ -реакции образуется дейтерий.

Сечение радиационного захвата нейтронов дейтерием чрезвычайно мало. При  $E = 0,0253$  эВ это сечение  $\approx 0,5$  миллибарн. При  $E > 1$  кэВ радиационный захват нейтронов дейтерием пренебрежимо мал. Полное сечение дейтерия в диапазоне энергий ( $10^{-3} \div 3$ ) МэВ равно сечению рассеяния. При  $E > 3,3$  МэВ заметный вклад в это сечение дает  $^2\text{H}(n,2n)$ -реакция. Сечение  $^2\text{H}(n,2n)$ -реакции также приведено на рис. 1.8. В реакторах с тяжеловодным замедлителем  $^2\text{H}(n,2n)$ -реакция – значимый дополнительный источник нейтронов, влияющий на скорость деления ядер.

На рис. 1.9 приведены энергетические зависимости сечений  $^{10}\text{B}$ . Природный бор состоит из 80,0 %  $^{11}\text{B}$  и 20,0 %  $^{10}\text{B}$ . У важнейшей реакции  $^{10}\text{B}(n,\alpha)$  энергетическая зависимость сечения следует закону  $\sim 1/V$  вплоть до 10 кэВ. При  $E < 100$  эВ вклад этой реакции в полную скорость реакции для природного бора наиболее велик. При  $E > 1$  МэВ возникают дополнительные реакции с испусканием заряженных частиц на  $^{10}\text{B}$ . При  $E < 3$  МэВ в энергетической зависимости полного сечения  $^{10}\text{B}$  имеется резонансная структура.

На рис. 1.10 приведены энергетические зависимости сечений для кислорода ( $^{16}\text{O}$ ), а на рис. 1.11 – для углерода ( $^{12}\text{C}$ ). Как для  $^{12}\text{C}$ , так и для  $^{16}\text{O}$ , энергетические зависимости полных сечений примерно постоянны при  $E < 100$  кэВ. Полное сечение реакции  $^{12}\text{C}(n,\gamma)$  мало: при  $E = 0,0253$  эВ оно равно 0,0034 б и при увеличении энергии это сечение следует закону  $\sim 1/V$ . Полное сечение реакции  $^{16}\text{O}(n,\gamma)$  пренебрежимо мало для любых энергий нейтронов. Однако при  $E > 5 \cdot 10^6$  эВ поглощение нейтронов кислородом увеличивается вследствие реакций с испусканием заряженных частиц. Пороговая энергия неупругого рассеяния как на  $^{12}\text{C}$ , так и на  $^{16}\text{O}$  составляет  $\approx 10$  МэВ.

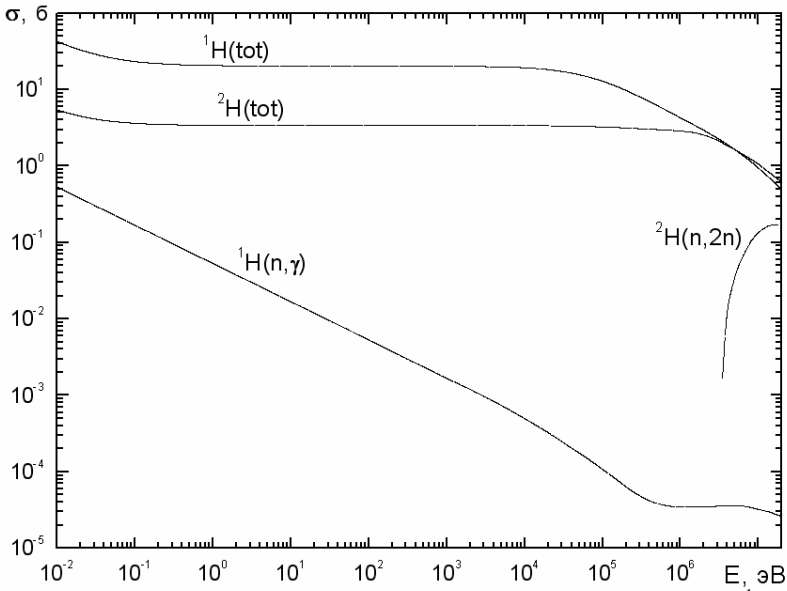


Рис. 1.8. Энергетические зависимости нейтронных сечений водорода ( $^1\text{H}$ ) и дейтерия ( $^2\text{H}$ )

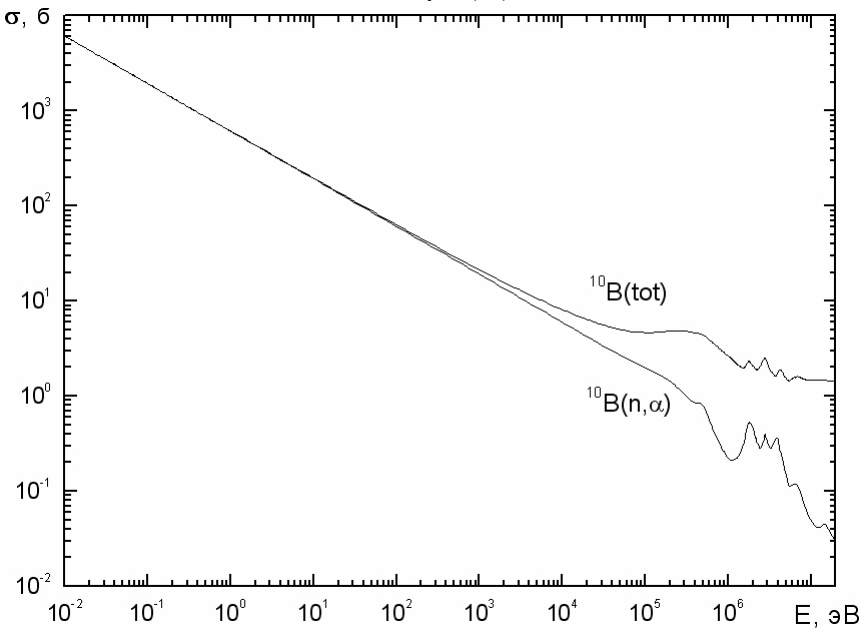


Рис. 1.9. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{10}\text{B}$

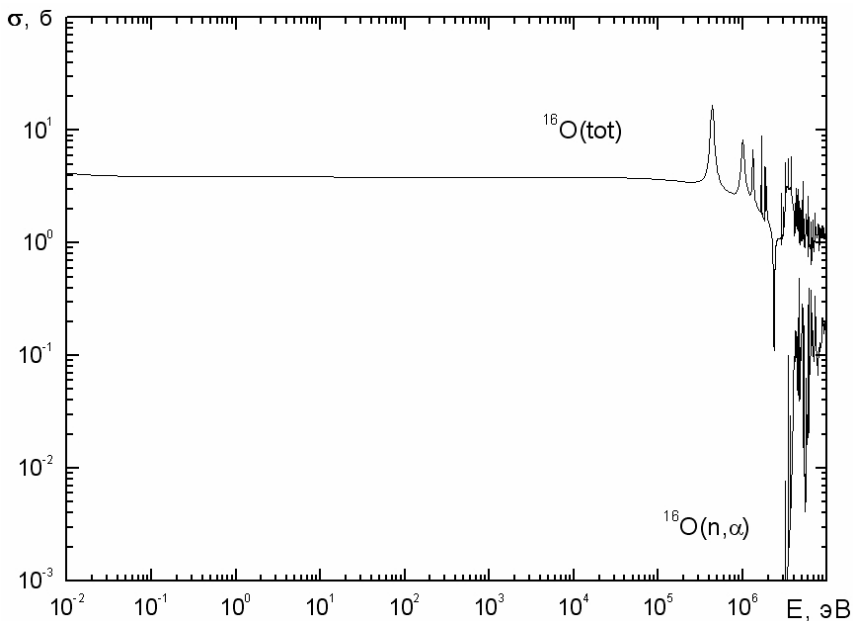


Рис. 1.10. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{16}\text{O}$

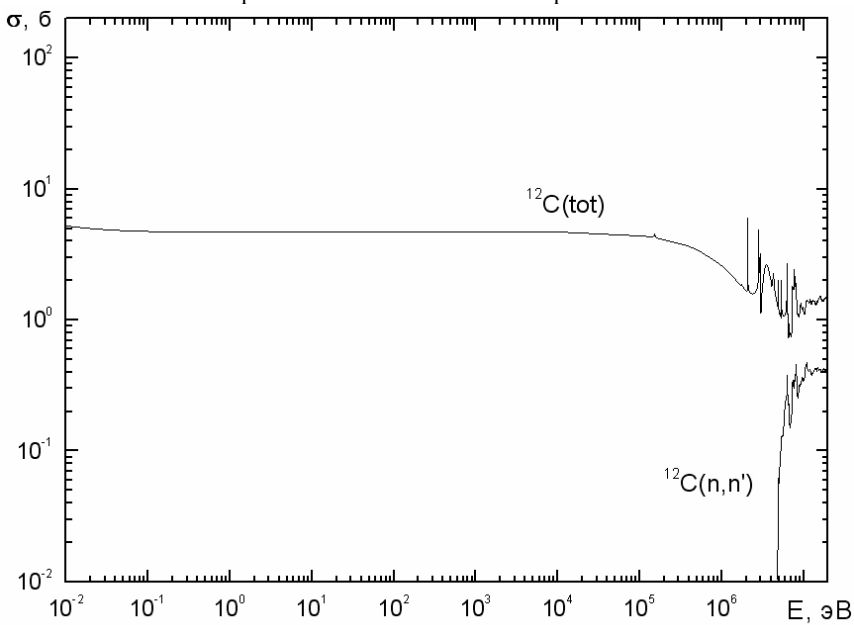


Рис. 1.11. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{12}\text{C}$



В энергетической зависимости полного сечения взаимодействия нейтронов с основным изотопом кислорода –  $^{16}\text{O}$  наблюдаются резонансные пики при энергиях, соответствующих возбужденным уровням  $^{17}\text{O}$ , лежащим *выше* энергии связи нейтрона в этом ядре (см. рис. 1.10, рис.1.2).

На рис. 1.12 приведены энергетические зависимости полного сечения  $^{23}\text{Na}$  и сечения радиационного захвата нейтронов  $^{23}\text{Na}$ .

$^{23}\text{Na}$  используется в качестве теплоносителя в реакторах на быстрых нейтронах. Характерной особенностью является сильный резонанс при  $E = 2,8$  кэВ. При высоких энергиях наблюдается сложная резонансная структура сечений, в которой есть интерференционные минимумы. Однако эти минимумы не такие «глубокие», как в случае  $^{16}\text{O}$ . Известно, что проникновение нейтронов через большие объемы, занимаемые  $^{23}\text{Na}$ , определяется именно минимумами в энергетической зависимости полного сечения  $^{23}\text{Na}$  (в современных быстрых реакторах объемы, занимаемые  $^{23}\text{Na}$ , велики).

На рис. 1.13 приведена энергетическая зависимость полного сечения  $^{56}\text{Fe}$ . Железо – важнейший конструкционный материал. В природной смеси содержится четыре изотопа железа:  $^{54}\text{Fe}$  (5,8 %),  $^{56}\text{Fe}$  (91,72 %),  $^{57}\text{Fe}$  (2,2 %),  $^{58}\text{Fe}$  (0,28 %) (в скобках указано относительное содержание изотопов). У основного изотопа железа  $^{56}\text{Fe}$  есть резонанс при  $E \approx 1$  кэВ. Нейтронная ширина этого резонанса много меньше радиационной, поэтому полное сечение в резонансе при  $E \approx 1$  кэВ определяется реакцией  $^{56}\text{Fe}(n, \gamma)$ . При более высоких энергиях проявляются глубокие интерференционные минимумы в энергетической зависимости полного сечения  $^{56}\text{Fe}$ . Энергетический порог реакции неупругого рассеяния на  $^{56}\text{Fe} \approx 0,86$  МэВ (см. рис. 1.2). При  $E > 1$  МэВ неупругое рассеяние дает большой вклад в полное сечение железа.

На рис. 1.14 и 1.15 приведены энергетические зависимости нейтронных сечений одного из важнейших реакторных материалов –  $^{235}\text{U}$ . При  $E < 0,2$  эВ зависимость полного сечения  $^{235}\text{U}$  уменьшается быстрее, чем это следует по закону  $\sim 1/V$ . Наблюдается сложная резонансная структура в энергетической зависимости полного сечения  $^{235}\text{U}$ : некоторые резонансы перекрывают друг друга своими крыльями.

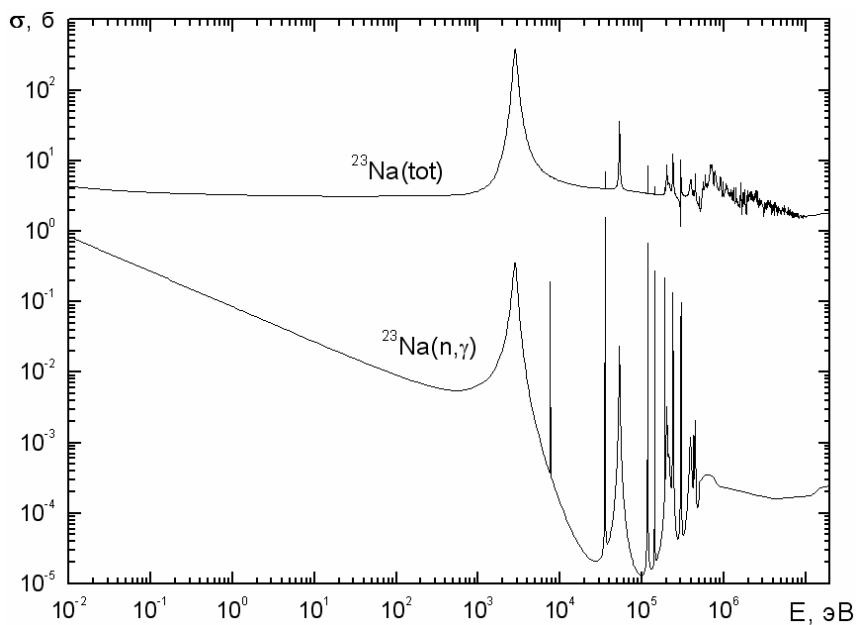


Рис. 1.12. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{23}\text{Na}$

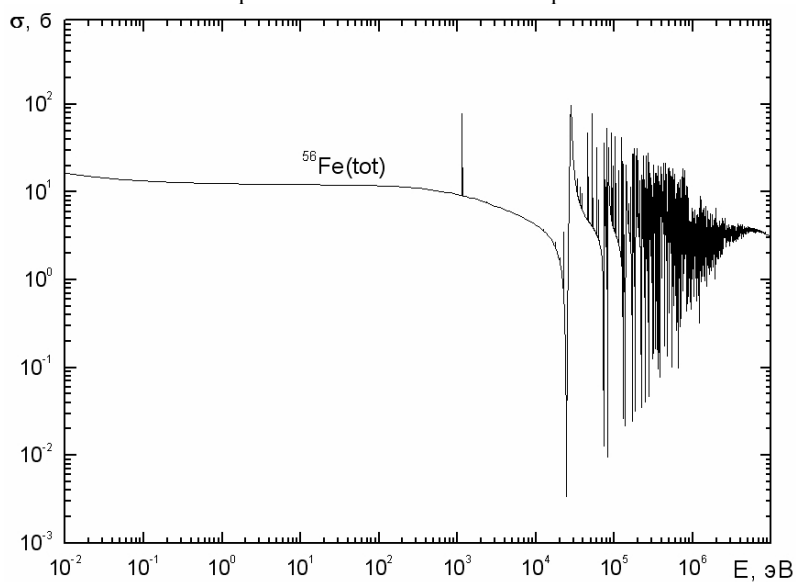


Рис. 1.13. Энергетическая зависимость полного сечения  $^{56}\text{Fe}$

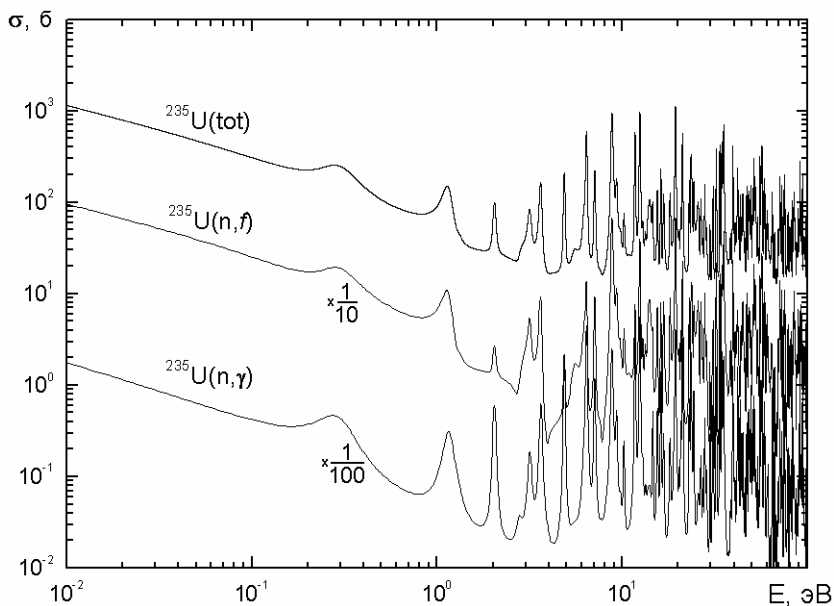


Рис. 1.14. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{235}\text{U}$  (медленные нейтроны)

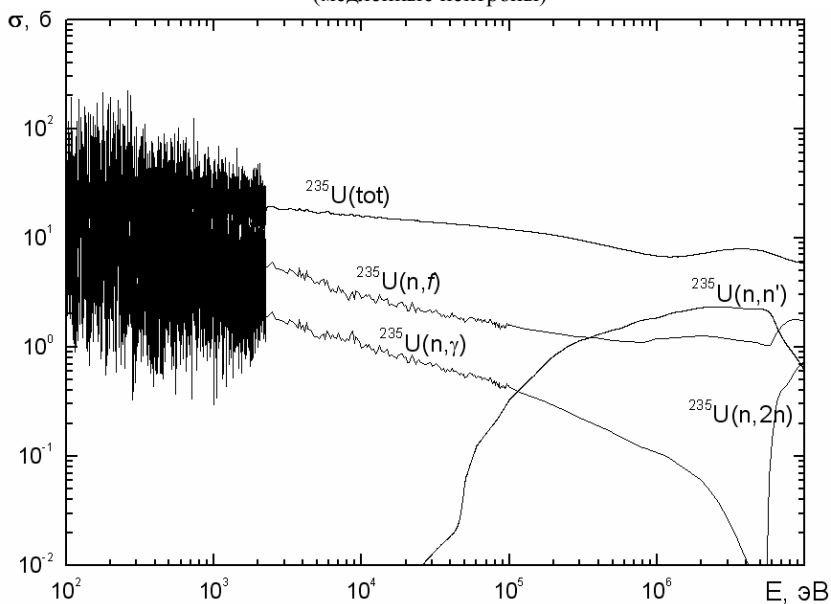


Рис. 1.15. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{235}\text{U}$  (быстрые нейтроны)

По мере увеличения энергии, нейтронные ширины резонансов увеличиваются, поэтому наложение резонансов друг на друга увеличивается. Резонансная структура сечений у  $^{235}\text{U}$  проявляется до  $(20\div 30)$  кэВ.

При высоких энергиях (см. рис. 1.15) по мере роста сечения неупругого рассеяния на  $^{235}\text{U}$  сечение радиационного захвата  $^{235}\text{U}$  быстро уменьшается. В этом проявляется эффект конкуренции разных способов перехода компаунд-ядра: возможность возбуждения новых уровней у ядра-мишени –  $^{235}\text{U}$  при неупругом рассеянии нейтронов снижает вероятность радиационного захвата. Компаунд-ядро –  $^{236}\text{U}$  – «не успевает» испустить гамма-квант, так как снятие возбуждения компаунд-ядра происходит путем испускания нейтрона (или путем деления компаунд-ядра).

На рис. 1.16 и 1.17 приводятся энергетические зависимости сечений  $^{238}\text{U}$ . На рис. 1.16 приводится примерно четверть области разрешенных резонансов, представляющей наиболее важную ее часть.  $^{238}\text{U}$  – *основной поглотитель* нейтронов в ядерных реакторах АЭС, и основная доля поглощений нейтронов происходит в резонансах, лежащих ниже  $(200\div 300)$  эВ. Низколежащие резонансы  $^{238}\text{U}$  обусловлены, в основном, радиационным захватом (т.е. у этих резонансов  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ ). Масштаб не позволяет визуально различить резонансы  $^{238}\text{U}$  в области разрешенных резонансов при высокой энергии (резонансы визуально «сливаются»). Для  $^{238}\text{U}$  верхняя граница области неразрешенных резонансов составляет  $\approx 200$  кэВ. Выше этой энергии резонансная структура практически полностью сглаживается.

Деление  $^{239}\text{U}$ , образующегося в результате захвата нейтрона  $^{238}\text{U}$ , с заметной вероятностью происходит при  $E > 1$  МэВ. По мере возрастания энергии нейтронов сечение деления  $^{238}\text{U}$  резко возрастает и при  $E = 2,5$  МэВ достигает плато, на котором сечение деления  $^{238}\text{U} \approx 0,6$  барн. Эффективный порог деления  $^{238}\text{U} \approx 1,4$  МэВ.

На рис. 1.18 и 1.19 приводятся энергетические зависимости сечений  $^{239}\text{Pu}$ . Для  $^{239}\text{Pu}$  энергетические зависимости сечений существенно отличаются от аналогичных зависимостей для  $^{235}\text{U}$ . Как у  $^{235}\text{U}$ , так и у  $^{239}\text{Pu}$  есть резонанс при  $E \approx 0,3$  эВ, но у  $^{239}\text{Pu}$  значение сечения в максимуме резонанса при  $E \approx 0,3$  эВ значительно больше. Именно этот резонанс определяет величину сечений  $^{239}\text{Pu}$  при низких энергиях. Энергетическая зависимость сечения  $^{239}\text{Pu}$  увеличивается медленнее, чем это следует в соответствии с законом  $\sim 1/V$ . Из сравнения рис. 1.18 и рис 1.19 видно, что расстояния по шкале энергий между резонансами  $^{239}\text{Pu}$  больше, чем между резонансами  $^{235}\text{U}$ . В области неразрешенных резонансов и в нерезонансной области энергетические зависимости сечений у  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{235}\text{U}$  качественно подобны.

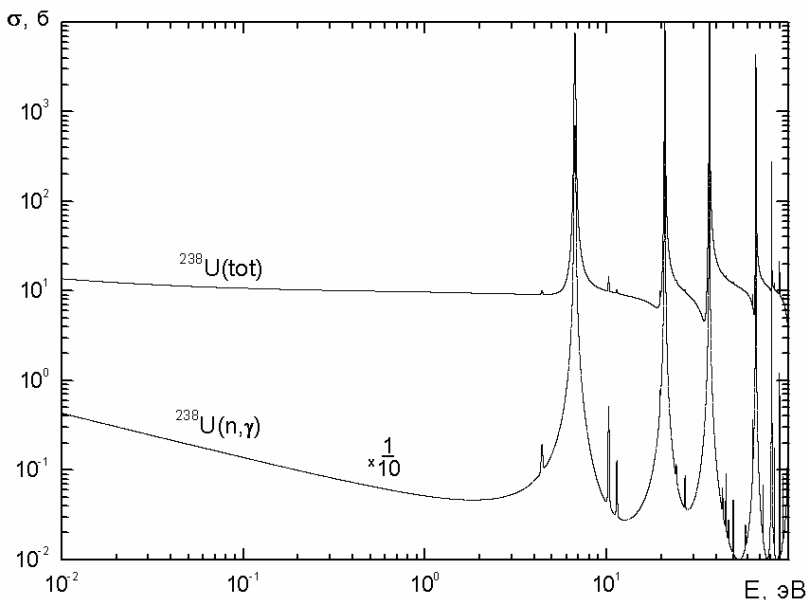


Рис. 1.16. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{238}\text{U}$  (медленные нейтроны)

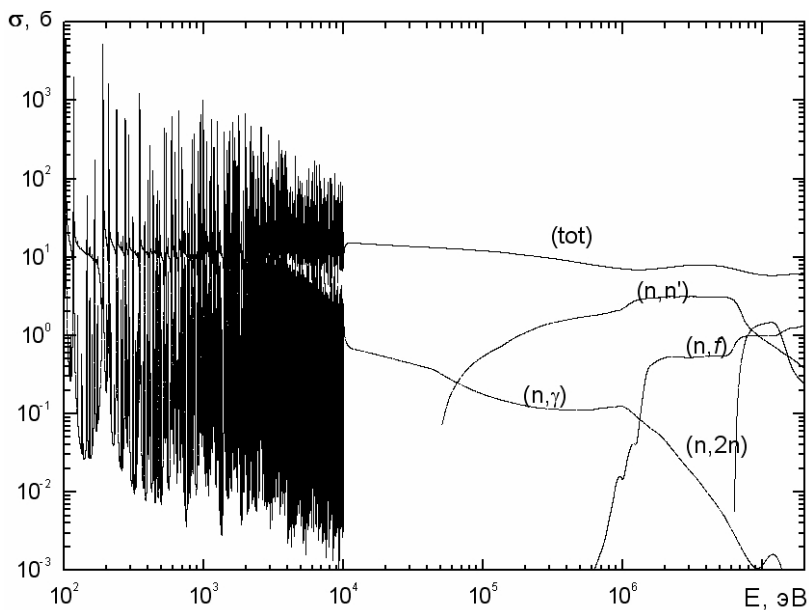


Рис. 1.17. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{238}\text{U}$  (быстрые нейтроны)

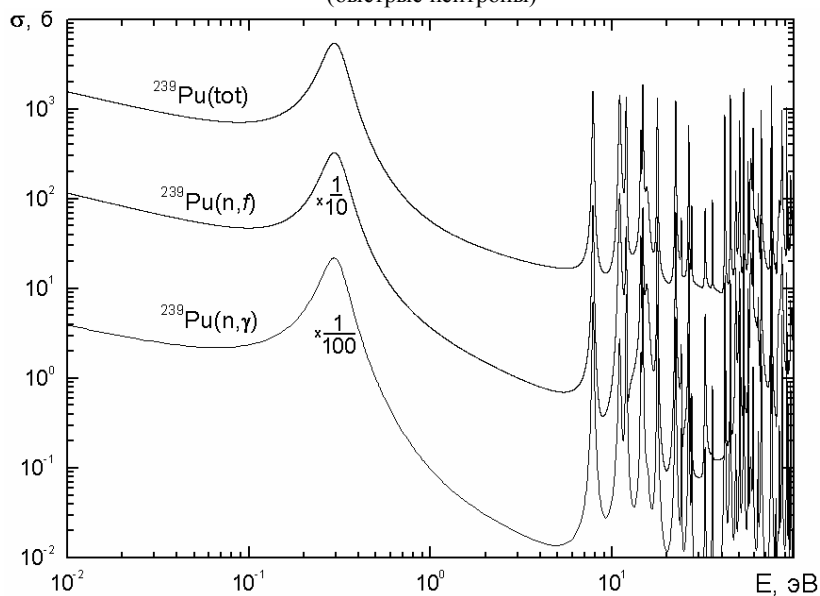


Рис. 1.18. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{239}\text{Pu}$  (медленные нейтроны)

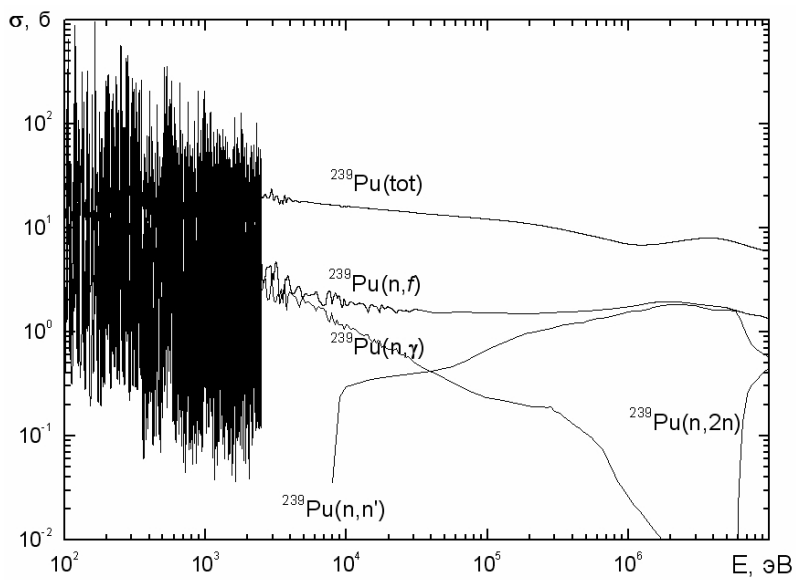


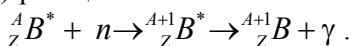
Рис. 1.19. Энергетические зависимости нейтронных сечений  $^{239}\text{Pu}$  (быстрые нейтроны)

## Глава 2 НЕЙТРОННЫЕ РЕАКЦИИ

---

### 2.1. Радиационный захват нейтронов

*Радиационный захват нейтронов* – реакция поглощения нейтрона с образованием компаунд-ядра, переход которого в основное состояние сопровождается испусканием гамма-излучения. Обычно испускается от одного до нескольких гамма-квантов. Схема  $(n,\gamma)$ -реакции:



Реакция  $(n,\gamma)$  оказывается наиболее вероятной по сравнению с другими ядерными реакциями при взаимодействии медленных нейтронов с тяжелыми ядрами (массовое число  $A > 80$ ). Реакция  $(n,\gamma)$  происходит при любых энергиях нейтронов и с выделением энергии.

Энергия возбуждения компаунд-ядра  $E^* \approx (6+8)$  МэВ. При захвате нейтронов с небольшой энергией вероятность того, что энергия возбуждения компаунд-ядра сосредоточится на одном нейтроне, который покинет ядро, невелика. При взаимодействии медленных нейтронов с ядрами (особенно тяжелыми, содержащими большое число нуклонов) эффективные сечения  $(n,\gamma)$ -реакции, как правило, больше, чем сечения реакции упругого резонансного рассеяния  $(n,n)$ . Наблюдаются закономерности в резонансной области энергий:  $A \leq 80$  – упругое резонансное рассеяние вероятнее радиационного захвата;  $A > 80$  – радиационный захват вероятнее упругого резонансного рассеяния.

На рис. 2.1 приведены энергетические зависимости сечений радиационного захвата  ${}^{238}\text{U}$ ,  ${}^{56}\text{Fe}$ ,  ${}^{11}\text{B}$ .

Тенденции в энергетических зависимостях сечений радиационного захвата:

при увеличении массового числа ядра-мишени сечения увеличиваются и резонансная структура сдвигается в область более низких энергий;

сечения в области энергий  $E > 10^7$  эВ для разных ядер приближаются к значению  $\approx 1 \cdot 10^{-3}$  б;



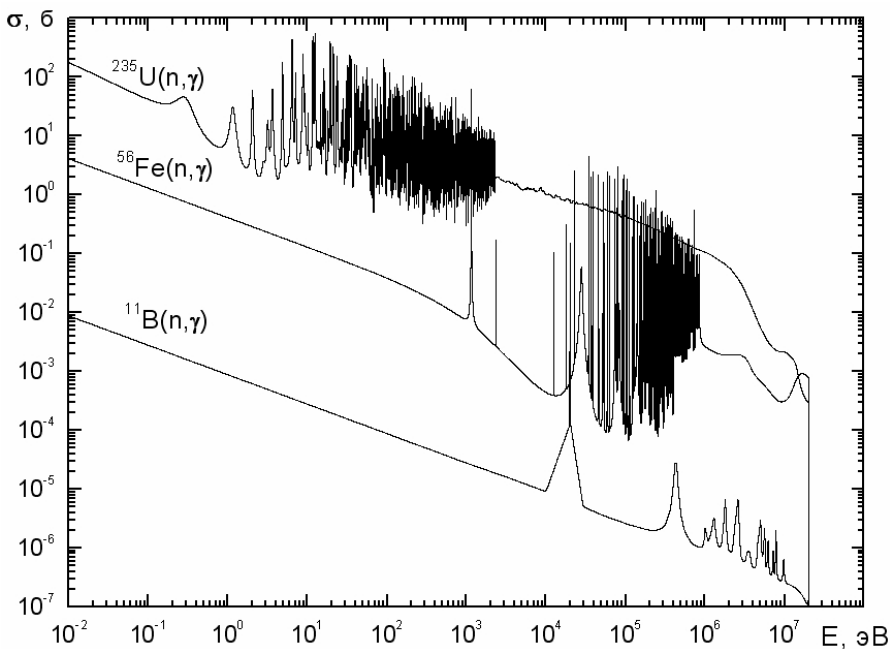


Рис. 2.1. Энергетические зависимости сечений радиационного захвата  $^{235}\text{U}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{11}\text{B}$

в области энергий  $(10^{-3} \div 10^{-1})$  эВ сечение обратно пропорционально квадратному корню от энергии, т.е.

$$\sigma_{n\gamma} \sim 1/\sqrt{E_n}.$$

В дважды логарифмическом масштабе (см. рис. 2.1) эта зависимость – прямая линия.

Зависимость  $\sigma_{n\gamma} \sim 1/\sqrt{E_n}$  можно получить из формулы Брейта-Вигнера (см. (1.27)) в предположении, что  $E_n \ll E_0$ , где  $E_0$  – энергия первого резонанса (резонанса с наименьшей энергией). Действительно, знаменатель этой формулы – константа, так как  $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$ . В числителе от энергии нейтрона зависят только приведенная длина волны  $\tilde{\lambda} \sim 1/\sqrt{E_n}$  и нейтронная ширина  $\Gamma_n(E_n) \sim \sqrt{E_n}$ . Получается произведение квадрата длины волны на нейтронную ширину, что дает зависимость  $\sigma_{n,\gamma} \sim 1/\sqrt{E_n}$ .

Таким образом, одна из особенностей энергетических зависимостей сечения радиационного захвата нейтронов – увеличение сечения по мере уменьшения энергии нейтронов.

В области энергий  $(0,005 \div 1)$  эВ наблюдается гигантский диапазон изменения значений сечения радиационного захвата – от миллибарн (например, у  $^{86}\text{Kr}$ ) до мегабарн (например, у  $^{135}\text{Xe}$ ). Аномально большое сечение радиационного захвата нейтронов в этой области энергий у  $^{135}\text{Xe}$ , а также у  $^{155}\text{Gd}$ ,  $^{157}\text{Gd}$  и других нуклидов обусловлено наличием *резонансов*.

Другое общее свойство нейтронных сечений радиационного захвата нейтронов – их *незначительный рост по мере увеличения массового числа ядра-мишени*.

Проявляются также *четно-нечетные различия*: у ядер с четным числом протонов и нейтронов величина  $\sigma_{n\gamma}$  в целом ниже, чем у ядер с нечетным числом нуклонов.

В  $(n, \gamma)$ -реакциях кроме гамма-квантов образуются нуклиды с массовыми числами  $(A + 1)$ . Такие нуклиды часто радиоактивны.

Экспериментальное определение сечения радиационного захвата  $\sigma_{n,\gamma}(E)$  (при наличии источника нейтронов с заданной энергией) основано на следующих эффектах:

уменьшение числа нейтронов при прохождении пучка нейтронов через образец-мишень;

регистрация гамма-излучения, сопровождающего  $(n, \gamma)$ -реакцию;

образование нового нуклида  $^{A+1}_Z B$ . Если этот нуклид радиоактивен, то при определенных условиях возможно определить  $\sigma_{n,\gamma}(E)$  на основе регистрации гамма-излучения, сопровождающего радиоактивный распад.

***Влияние радиационного захвата нейтронов на процессы, протекающие в активной зоне ядерного реактора.***

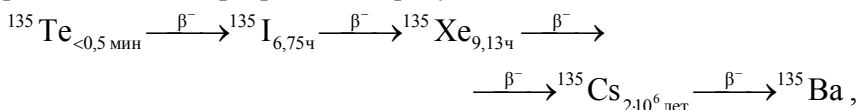
Радиационный захват нейтронов играет важную роль в протекании процессов в ядерном реакторе, так как влияет на баланс нейтронов (определяемый скоростями рождения и поглощения нейтронов) и изменяет условия протекания цепной реакции деления. Радиационный захват нейтронов происходит на ядрах топлива, конструкционных материалах, теплоносителя.

Особое значение имеет эффект поглощения нейтронов на ядрах – продуктах деления с большим сечением радиационного

захвата нейтронов. Этот эффект приводит к *отравлению* и *зашлаковыванию*.

*Отравление* обусловлено образованием в ядерном топливе нуклида  $^{135}\text{Xe}$  [ $\sigma_{n,\gamma}(0,025\text{эВ}) = 2,65 \cdot 10^6$  б] – продукта деления. У  $^{135}\text{Xe}$  в энергетической зависимости сечения радиационного захвата есть резонанс при  $E = 0,084$  эВ. Необычно большое сечение  $^{135}\text{Xe}$  даже при очень малой концентрации  $^{135}\text{Xe}$ , которую имеют короткоживущие продукты деления, приводит к существенному поглощению нейтронов, а образование  $^{135}\text{Xe}$  через промежуточный продукт деления  $^{135}\text{I}$  может приводить к неустойчивой работе реактора. Воздействие  $^{135}\text{Xe}$  на баланс нейтронов в реакторе называется *отравлением*, так как радиоактивный  $^{135}\text{Xe}$  после прекращения цепной реакции деления распадается ( $T_{1/2}^{135\text{Xe}} = 9,13$  ч) с образованием нуклидов, у которых сечение радиационного захвата значительно меньше аналогичного значения для  $^{135}\text{Xe}$ .

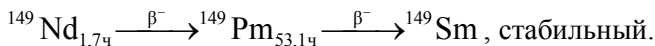
$^{135}\text{Xe}$  образуется, в основном, в результате следующей цепочки радиоактивных превращений продуктов деления:



для которых указаны значения периодов полураспада.

*Зашлаковывание* – образование сильно поглощающего тепловые нейтроны нуклида – продукта деления  $^{149}\text{Sm}$  [ $\sigma_{n,\gamma}(0,025\text{эВ}) = 4,01 \cdot 10^4$  б].  $^{149}\text{Sm}$  – стабильный нуклид. В отличие от  $^{135}\text{Xe}$ , отравление  $^{149}\text{Sm}$  в последующем не снижается, так как  $^{149}\text{Sm}$  не распадается.

$^{149}\text{Sm}$  образуется, в основном, в результате следующей цепочки радиоактивных превращений продуктов деления:



Возникающие при радиационном захвате мгновенные гамма-кванты характеризуются большой проникающей способностью. Активная зона реактора – мощный источник гамма-квантов; определенный вклад в интенсивность этого источника дает гамма-излучение ( $n,\gamma$ )-реакции. При поглощении гамма-квантов веществом выделяется энергия. Излучение гамма-квантов, которые вылетают за пределы активной зоны ядерного реактора, должно

учитываться при проектировании защиты от ионизирующих излучений реактора.

В быстрых реакторах в качестве теплоносителя используется жидкий натрий. В результате  $^{23}\text{Na}(n,\gamma)^{24}\text{Na}$ -реакции испускаются гамма-кванты с  $E_\gamma = 2,76$  МэВ, сопровождающие распад  $^{24}\text{Na}$ .

Радиационный захват на ядрах сырьевых изотопов ( $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$ ) приводит к накоплению делящихся тепловыми нейтронами нуклидов  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{233}\text{U}$  соответственно, что дает возможность осуществить воспроизводство ядерного топлива, способного делиться под действием тепловых нейтронов.

Радиационный захват нейтронов используется для регулирования реактора: при введении в активную зону реактора веществ, в состав которых входят ядра с большим сечением радиационного захвата, можно изменять условия баланса нейтронов, т.е. увеличивать или уменьшать интенсивность цепной реакции деления тяжелых ядер. К таким веществам относятся соединения, содержащие европий, кадмий, гадолиний и др. редкоземельные элементы.

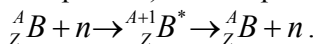
## 2.2. Упругое рассеяние нейтронов

Особенность процесса упругого рассеяния нейтронов – возможность протекания этой реакции двумя способами:

*потенциальное рассеяние;*

*через компаунд-ядро.*

*Упругое рассеяние через образование компаунд-ядра (упругое резонансное рассеяние)* – реакция рассеяния нейтрона, в результате которой компаунд-ядро при переходе в основное состояние испускает нейтрон с кинетической энергией, меньшей кинетической энергии нейтрона до столкновения с ядром (в лабораторной системе координат). Схема реакции:



*Потенциальное рассеяние* – рассеяние нейтрона на ядре как на упругом теле, т.е. упругое рассеяние в поле ядерных сил. Взаимодействие этого типа сопровождается только перераспределением кинетической энергии и импульса между нейтроном и ядром-мишенью.

В результате реакции упругого резонансного рассеяния образуется то же ядро, что и при реакции потенциального рассеяния. Главное отличие между этими процессами в том, что потенциальное рассеяние может испытать нейтрон *любой* энергии, а компаунд-ядра в определенном состоянии с энергией возбуждения  $E^*$  могут образовать нейтроны, у которых энергия удовлетворяет соотношению (1.9) с точностью до ширины уровня  $\Gamma$ . Вероятности этих процессов могут быть различны и по-разному зависят от энергии нейтрона.

Энергетическая зависимость сечения, соответствующая упругому резонансному рассеянию, выражается формулой Брейта-Вигнера (1.28).

В области резонансов имеет место *интерференция потенциального и резонансного рассеяния*, которая усиливает рассеяние при энергиях выше энергии резонанса и ослабляет рассеяние при энергиях ниже энергии резонанса (рис. 2.2).

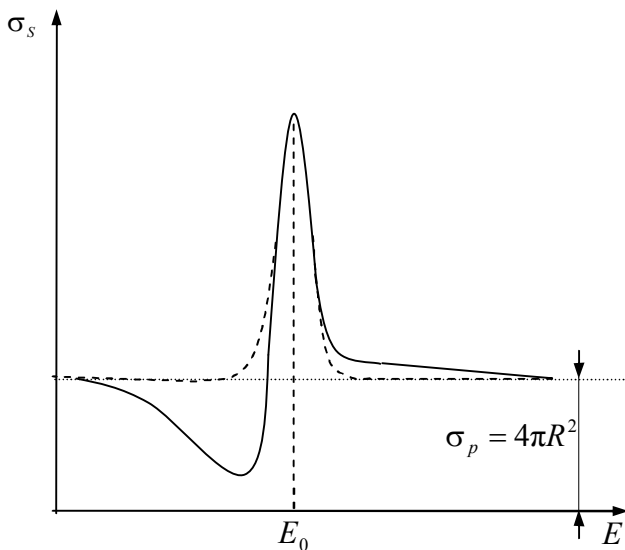


Рис. 2.2. Энергетическая зависимость сечения упругого резонансного рассеяния с учетом интерференции (сплошная линия).  $4\pi R^2$  — значение сечения потенциального рассеяния;  $R$  — эффективный радиус рассеяния

Энергетические зависимости сечения упругого рассеяния нейтронов (см., например, рис. 2.3) отличаются от энергетических

зависимостей сечения радиационного захвата нейтронов. Основное отличие заключается в том, что при малых энергиях (до резонансов) величина  $\sigma_{nn}$  не зависит от энергии. Действительно, если  $E \ll E_0$ , то из (1.28) следует, что  $\sigma_{nn}$  пропорционально произведению квадрата длины волны на квадрат нейтронной ширины. Так как  $\lambda \sim \sqrt{E_n}$  и  $\Gamma_n(E_n) \sim \sqrt{E_n}$ , сечение упругого рассеяния не зависит от энергии при малых  $E_n$ .

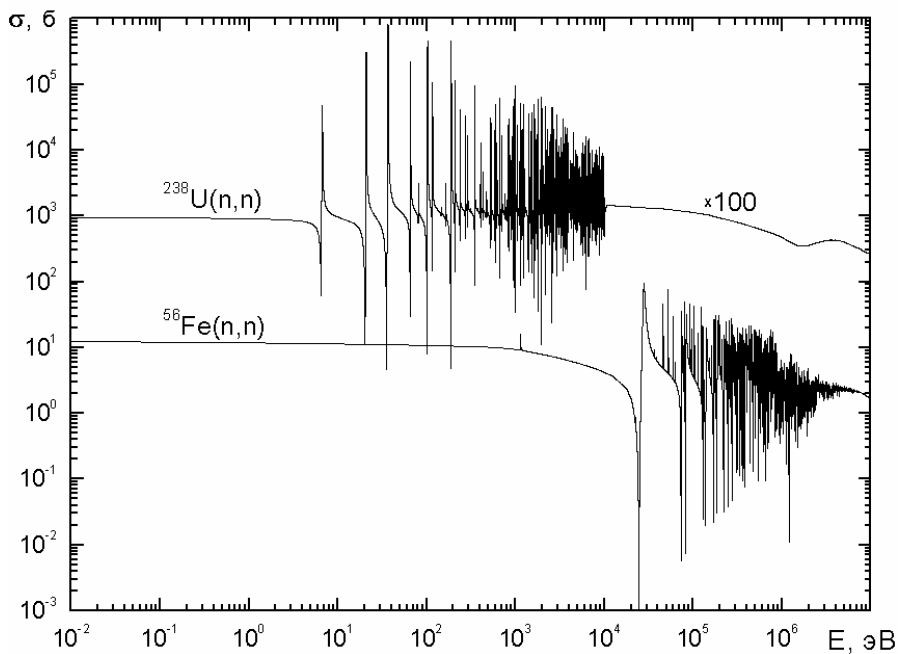


Рис. 2.3. Энергетические зависимости сечений упругого рассеяния  $^{238}\text{U}$ ,  $^{56}\text{Fe}$

В соответствии с моделью, основанной на экспериментальных данных, энергетическая зависимость сечения потенциального рассеяния представляется в виде

$$\sigma_p^i(E) = 4\pi\lambda^2 \cdot \sum_{l=0}^L (2l+1) \cdot \sin^2(\Phi_l). \quad (2.1)$$

В этом выражении  $\Phi_l$  – фаза потенциального рассеяния с передачей ядру орбитального момента  $l$ ;

$$\Phi_0 = R/\lambda;$$

$$\Phi_1 = [R/\lambda - \text{arctg}(R/\lambda)];$$

$$\Phi_2 = \left[ R/\lambda - \text{arctg} \left[ \frac{3 \cdot R/\lambda}{3 - (R/\lambda)^2} \right] \right];$$

$R$  – параметр, зависящий от радиуса ядра (этот параметр называется эффективным *радиусом рассеяния*, значение  $R$  может быть оценено по формуле (1.4));  $\lambda$  – приведенная де-Бройлевская длина волны (см. (1.1)).

При  $E < 10$  кэВ  $R/\lambda < 0,1$  для  $A = 64$  (согласно оценке (1.4)). При столь малых значениях аргумента  $\Phi_0 \gg \Phi_1 \gg \Phi_2$ , т.е. в выражении (2.1) требуется учет только члена с  $l=0$  ( $s$ -волна нейтрона). При малых значениях  $\Phi_0$   $\sin^2(\Phi_0) \approx \Phi_0^2 = (R/\lambda)^2$ . Таким образом, при энергиях  $E < 10$  кэВ  $\sigma_p^i(E) = 4\pi R^2$  – величина постоянная. При более высоких энергиях отличие  $\sin(\Phi_0)$  от  $\Phi_0$  может быть значительным. Это создает тенденцию к *понижению*  $\sigma_p^i(E)$ . С другой стороны, появляется и вклад рассеяния с передачей орбитального момента  $l=1$  (вклад  $p$ -волны), что создает противоположную тенденцию. При еще больших энергиях становится существенным вклад рассеяния с передачей орбитальных моментов  $l=2, l=3$  (вклады  $d$ -волны,  $f$ -волны).

Необходимо отметить, что определение эффективного радиуса рассеяния по формуле  $R \approx 1,35 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3}$  дает *грубую оценку радиуса рассеяния*  $R$ . Более точное значение определяется непосредственно из экспериментальных данных.

В области энергий быстрых нейтронов ( $E > 100$  кэВ) реакция упругого рассеяния нейтронов происходит при орбитальном квантовом числе  $l$ , отличном от нуля. Это приводит к тому, что угловое распределение рассеянных нейтронов отлично от сферически симметричного в системе координат центра масс (система  $C$ ). На рис. 1.3 приведены угловые распределения (в системе центра масс) нейтронов различных энергий, упруго рассеянных на дейтерии и  $^{238}\text{U}$ . С ростом энергии нейтронов и массового числа ядер максимально возможное значение  $l$  увеличивается, что приводит к увеличению степени анизотропии (преимущественного рассеяния вперед при  $l=1$  и выделения других направлений для  $l=2$  и  $3$ ). При увеличении энергии увеличивается и доля рассеяний нейтронов, у которых  $l \neq 0$ . Когда

энергия становится такой, что соответствующая этой энергии приведенная де-Бройлевская длина волны  $\lambda$  значительно меньше эффективного радиуса рассеяния  $R$ , в угловом распределении есть четкие максимумы, объясняемые дифракционным характером рассеяния.

Для количественной оценки степени анизотропии удобно ввести понятие *среднего косинуса угла рассеяния*  $\langle \cos \theta \rangle$  (в системе центра масс).

Для *малых* отклонений от сферической симметрии, т.е. для случая, когда максимально возможное значение  $l = 1$ ;  $\langle \cos \theta \rangle = 0,07 \cdot A^{2/3} \cdot E$ , ( $A$  – массовое число;  $E$  – энергия нейтрона).

Для *изотропного* рассеяния  $\langle \cos \theta \rangle = 0$ .

Из зависимости  $\langle \cos \theta \rangle = 0,07 \cdot A^{2/3} \cdot E$  следует, что *анизотропия* *проявляется в преимущественном рассеянии вперед* [ $\langle \cos \theta \rangle > 0$ ] и *увеличивается с ростом  $E$  и  $A$* . Следует подчеркнуть, что для реакторов важен эффект анизотропии, связанный лишь с  $l = 1$ . Действительно, максимально возможное  $l$  определяется соотношением  $l \leq (R/\lambda)$  и существенную роль в реакторах играет процесс упругого рассеяния лишь на легких ядрах, но для легких ядер  $R \approx \lambda$  ( $l = 1$ ) при достаточно больших энергиях нейтронов.

Рассеяние на ядрах с *разными* массовыми числами становится анизотропным при *разных* энергиях нейтронов. В системе центра масс сначала анизотропия появляется при рассеянии нейтронов на *тяжелых* ядрах (при  $E \geq 100$  КэВ), затем по мере увеличения энергии – на более *легких* ядрах. В области энергий быстрых нейтронов анизотропия рассеяния в системе центра масс наблюдается для *всех* элементов *Периодической системы элементов Д.И. Менделеева* *кроме* *водорода*, для которого анизотропия проявляется лишь при энергиях, больших 10 МэВ [рассеяние на *дейтерии* становится *анизотропным* при энергиях, больших 0,2 МэВ (см. рис. 1.3 а)].

В лабораторной системе координат анизотропия проявляется еще более резко, чем в системе центра масс. Различие в угловых распределениях упруго рассеянных нейтронов уменьшается с ростом массового числа ядер. Угол рассеяния в лабораторной



системе координат  $\psi$  связан с углом рассеяния  $\theta$  в системе центра масс соотношением

$$\cos \psi = \frac{A \cos \theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta + 1}}.$$

Видно, что угол рассеяния в лабораторной системе координат меньше, чем в системе центра масс (предельные значения 0 и 180° совпадают всегда, кроме случая  $A = 1$ ). С помощью этого соотношения можно получить зависимость

$$\langle \cos \psi \rangle = \frac{2}{3A} + \langle \cos \theta \rangle \left[ 1 - \frac{3}{5A} \right],$$

справедливую для случая, когда максимально возможное  $l$  равно 1.

При изотропном рассеянии в системе центра масс, средний косинус угла рассеяния *в лабораторной системе координат*

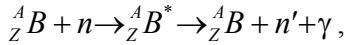
$$\langle \cos \psi \rangle = \frac{2}{3A}.$$

Таким образом, анизотропия рассеяния в лабораторной системе координат зависит от анизотропии в системе центра масс тем сильнее, чем больше  $A$ . Однако анизотропия в лабораторной системе координат уменьшается по мере увеличения массового числа  $A$  вследствие определяющей роли члена  $\frac{2}{3A}$ . Это означает, что в лабораторной системе координат *анизотропия играет существенную роль для легких ядер*. Такое положение важно для *диффузии* нейтронов. Анизотропия приводит к *увеличению* расстояния, проходимого нейтроном по прямой в процессе диффузии, и к *уменьшению* средней потери энергии в процессе упругого столкновения.

### 2.3. Неупругое рассеяние нейтронов

*Неупругое рассеяние* – реакция рассеяния, идущая через компаунд-ядро, при переходе которого в основное состояние испускается нейтрон с кинетической энергией меньшей, чем кинетическая энергия у нейтрона до взаимодействия с ядром.

Схема реакции:



где  $n'$  обозначает нейтрон с кинетической энергией, меньшей, чем у нейтрона, обозначенного символом  $n$ . Реакция  $(n, n')$  – пороговая.

Реакция  $(n, n')$  возможна, если энергия возбуждения компаунд-ядра превышает энергию связи нейтрона (в компаунд-ядре) на величину, большую энергии *первого возбужденного состояния* ядра-мишени. При этом кинетическая энергия нейтрона должна превышать пороговое значение, которое в  $(A+1)/A$  раз больше энергии возбуждения первого уровня ядра-мишени с массовым числом  $A$ . При более высоких энергиях при неупругих рассеяниях может возбуждаться несколько состояний компаунд-ядра. Пороговая энергия с увеличением  $A$  уменьшается в среднем примерно от 1 МэВ до 100 кэВ. По мере роста энергии возбуждения плотность ядерных уровней экспоненциально растет. Поэтому с повышением кинетической энергии нейтрона, число уровней, возбуждаемых при неупругом рассеянии, может быть очень большим. Сечение неупругого рассеяния растет по мере увеличения энергии вначале резко, а затем все более плавно (рис. 2.4). При очень больших энергиях ( $\approx 10$  МэВ) сечение неупругого рассеяния начинает уменьшаться в результате появления процесса  $(n, 2n)$ .

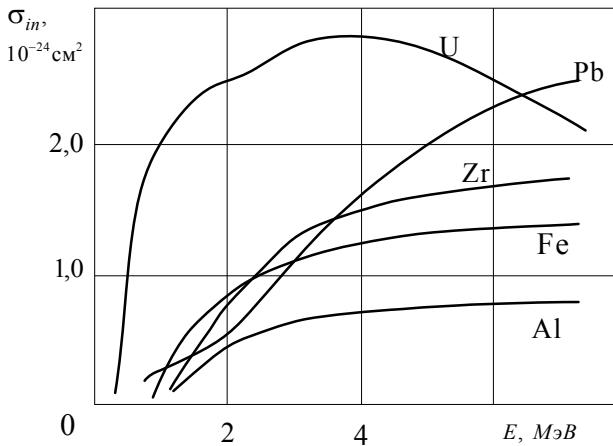


Рис. 2.4. Энергетические зависимости сечения неупругого рассеяния

По мере роста массового числа ядер сечение неупругого рассеяния растет, средние потери энергии на акт неупругого рассеяния также возрастают. Эти особенности объясняются характером расположения энергетических уровней в ядрах.

*Угловое распределение* неупруго рассеянных нейтронов можно считать приблизительно сферически симметричным.

Неупругое рассеяние – очень важный процесс для физики реакторов. В реакторах на быстрых нейтронах нежелательно замедление нейтронов, поэтому в качестве конструкционных материалов и теплоносителя выгодно использовать нуклиды с малым сечением неупругого рассеяния. В реакторах на тепловых нейтронах процесс неупругого рассеяния нейтронов важен потому, что потеря энергии быстрыми нейтронами при неупругом рассеянии на тяжелых ядрах значительно больше, чем при упругом рассеянии на легких ядрах. При создании защиты от нейтронного излучения желательно замедлять нейтроны спектра деления путем неупругого рассеяния на тяжелых ядрах до энергий  $\approx 100$  кэВ, а дальнейшее замедление проводить на ядрах водородосодержащего замедлителя.

Большое значение неупругого рассеяния подтверждается следующим фактом. Сечение неупругого рассеяния нейтронов спектра деления ядрами  $^{238}\text{U}$  больше, чем сечение деления, а потеря энергии таких нейтронов при неупругом рассеянии велика: достаточно одного столкновения для уменьшения энергии нейтронов деления ниже порога деления  $^{238}\text{U}$ . По этой причине создание реактора на быстрых нейтронах с  $^{238}\text{U}$  в качестве ядерного топлива невозможно в принципе.

В табл. 2.1 приведены значения энергии 1-го уровня в атомных ядрах.

Таблица 2.1

**Значения энергии 1-го уровня в атомных ядрах**

Нуклид	$^{239}\text{Pu}$	$^{238}\text{U}$	$^{207}\text{Pb}$	$^{208}\text{Pb}$	$^{56}\text{Fe}$	$^{16}\text{O}$	$^{12}\text{C}$
$E_{\text{ур.1}}$ , МэВ	0,00768	0,0449	0,570	2,61	0,847	6,049	4,44

## 2.4. Деление тяжелых ядер

**Механизм деления.** Деление тяжелого ядра – это ядерная реакция, в результате которой происходит расщепление ядра на два (реже – три и четыре) осколка, сопровождающееся выделением значительного количества энергии, вылетом вторичных нейтронов деления и гамма-квантов. Ядра тяжелых элементов могут делиться самопроизвольно (*спонтанное деление*) или под действием нейтронов, заряженных частиц, гамма-квантов (*вынужденное деление*).

Наибольшее практическое значение имеет деление ядер нейтронами. Одни изотопы (например,  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ) делятся нейтронами любых энергий, другие (например,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{236}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ) – только нейтронами с энергией, превышающей порог деления.

Деление ядер – один из множества процессов, возможных при взаимодействии нейтронов с ядрами. Именно этот процесс лежит в основе работы любого ядерного реактора.

Энергетически выгодно деление тяжелых ядер (энергия деления  $Q_f > 0$  почти для всех ядер с  $A > 90$ ). Этот вывод легко получить, анализируя зависимость средней энергии связи нуклона в ядре  $\varepsilon$  от массового числа  $A$  (см. рис. 1.1). Из этой же зависимости следует, что с ростом  $A$  значение  $Q_f$  увеличивается.

Ниже приведены результаты оценки энергии деления  $Q_f$ .

По определению,  $Q_f = [M_{\text{U}} - (M_1 + M_2)] \cdot c^2$ , где  $M_{\text{U}}$  – масса ядра урана;  $M_1$ ,  $M_2$  – массы ядер, образующихся при делении урана. Массу любого ядра ( $A, Z$ ) можно вычислить, используя формулу:

$$M(A, Z) = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \varepsilon \cdot A / c^2.$$

С учетом этого  $Q_f = \varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2 - \varepsilon_{\text{U}} A_{\text{U}}$ . Вводя в рассмотрение величину

$$\bar{\varepsilon} = (A_1 \varepsilon_1 + A_2 \varepsilon_2) / (A_1 + A_2),$$

получим  $Q_f = A_{\text{U}} (\bar{\varepsilon} - \varepsilon_{\text{U}})$ , так как  $A_1 + A_2 = A_{\text{U}}$ . Оценка величин  $\bar{\varepsilon}$  и  $\varepsilon_{\text{U}}$  с использованием зависимости  $\varepsilon = f(A)$  дает:  $(\bar{\varepsilon} - \varepsilon_{\text{U}}) \approx 0,8$  МэВ, т.е.  $Q_f \approx 238 \cdot 0,8 \approx 200$  МэВ.

Таким образом, процесс деления самых тяжелых ядер сопровождается выделением большого количества энергии. Однако, как показывают результаты эксперимента, даже такие ядра делятся самопроизвольно (спонтанно) с *малой вероятностью*. Это означает, что существует *энергетический барьер*, препятствующий делению, т.е. для деления с большой вероятностью ядру необходимо передать извне энергию, превышающую значение энергетического барьера. *Спонтанное деление* из-за малых скоростей не может использоваться для получения ядерной энергии, но оно *играет важную роль* при пусках реакторов как источник нейтронов, позволяющий инициировать цепную реакцию.

Для описания процесса деления ядер используется несколько моделей, но ни одна из них не позволяет объяснить процесс полностью. Традиционно механизм деления рассматривается в рамках *капельной модели ядра*.

Если ядро находится в возбужденном состоянии, то оно совершает колебательные движения, связанные с отклонением его формы от сферической (рис. 2.5). Максимальная деформация увеличивается с ростом энергии возбуждения и при некотором значении последней может превысить критическое значение, что приведет к разрыву исходной капли и образованию двух новых (состояние *V*). В этом случае исходная капля проходит последовательно все состояния *I – IV*.

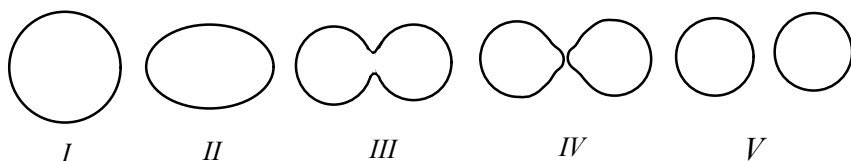


Рис. 2.5. Стадии деформации ядра (капли) в процессе деления

Колебательные движения возможны под действием *сил поверхностного натяжения* (аналог ядерных сил в капельной модели ядра) и *кулоновских*. На рис. 2.6 показано изменение потенциальной энергии и отдельных ее составляющих в процессе деления заряженной капли.

Энергия поверхностного натяжения резко возрастает с ростом малых деформаций (состояния *I – III*) и остается практически

неизменной после того, как капля приобретает гантелевидную форму. Энергия кулоновского взаимодействия плавно уменьшается с ростом деформации практически во всем диапазоне состояний. Ядра, образовавшиеся после деления исходного ядра, разлетаются в противоположные стороны под действием кулоновских сил и потенциальная энергия превращается в кинетическую. В итоге суммарная потенциальная энергия возрастает до момента деления капли, а затем уменьшается (см. рис. 2.6).

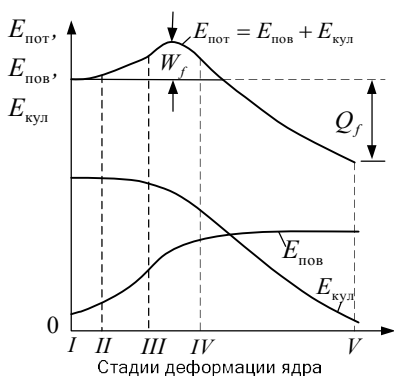


Рис. 2.6. Изменение потенциальной энергии и ее составляющих в процессе деления ядра

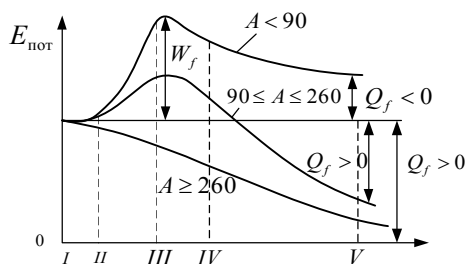


Рис. 2.7. Изменение потенциальной энергии в процессе деления различных ядер

*Барьер деления  $W_f$*  – разность между максимальным значением потенциальной энергии и ее значением для сферической капли (исходного состояния). Именно барьер деления препятствует самопроизвольному делению тяжелых ядер. Значения барьера деления  $W_f$  для тяжелых ядер приведены в табл. 2.2.

*Энергия реакции деления  $Q_f$*  – разность между начальным значением потенциальной энергии и ее минимальным конечным значением.

Значения  $W_f$  и  $Q_f$  зависят от массового числа ядра (рис. 2.7). Для ядер с  $A \approx 100 \div 200$  барьер деления равен (40÷60) МэВ; с ростом массового числа  $A$  значение  $W_f$  уменьшается и для самых тяжелых ядер становится равным  $\approx 6$  МэВ. Для ядер с  $A > 260$  барьер деления равен практически нулю, поэтому таких ядер в

природе практически нет. Энергия реакции деления  $Q_f$  возрастает с ростом массового числа  $A$  от отрицательных значений для ядер с  $A \leq 90$  до  $\approx 200$  МэВ для ядер с  $A \approx 230 \div 240$ .

Для протекания процесса деления с заметной вероятностью ядро должно получить извне энергию, превышающую значение барьера деления. Такую энергию можно передать ядру различными способами (облучением гамма-квантами, бомбардировкой частицами и др.). Из всех возможных способов практическое применение нашел лишь один – образование возбужденного ядра (компаунд-ядра) путем присоединения к исходному ядру нейтрона. У этого способа есть огромное преимущество по сравнению с другими по двум причинам.

*Во-первых*, пороговое значение кинетической энергии (минимальное значение, при котором возможен процесс деления) для нейтрона меньше, чем для гамма-кванта, приблизительно на величину энергии связи нейтрона в компаунд-ядре  $\epsilon_n$ , что следует из формулы для энергии возбуждения компаунд-ядра (см. (1.9)). Для самых тяжелых ядер  $\epsilon_n \approx W_f$  (табл. 2.3).

*Во-вторых*, деление ядер сопровождается испусканием нейтронов, что создает основу для протекания цепной реакции деления.

Таким образом, основной процесс в ядерных реакторах – это деление ядер нейтронами; вклад остальных способов деления (в том числе фотоделения – деления гамма-квантами) меньше 1 %. Поэтому дальнейшее рассмотрение будет проводиться лишь для деления ядер нейтронами.

Таблица 2.2

**Значения барьера деления  $W_f$  для тяжелых ядер**

Ядро	$W_f$ , МэВ
$^{232}\text{Th}$	5,9
$^{233}\text{U}$	5,5
$^{235}\text{U}$	5,75
$^{238}\text{U}$	5,85
$^{239}\text{Pu}$	5,5

Таблица 2.3

**Значения энергии связи нейтрона в компаунд-ядрах**

Компаунд-ядро	$\epsilon_n$ , МэВ
$^{233}\text{Th}$	4,79
$^{236}\text{U}$	6,84
$^{235}\text{U}$	6,55
$^{239}\text{U}$	4,80
$^{240}\text{Pu}$	6,53

**Стадии процесса деления.** Процесс деления охватывает все события, связанные с делением компаунд-ядра на два новых. На

рис. 2.8 приведены стадии деления ядра и указаны стадии процесса деления.

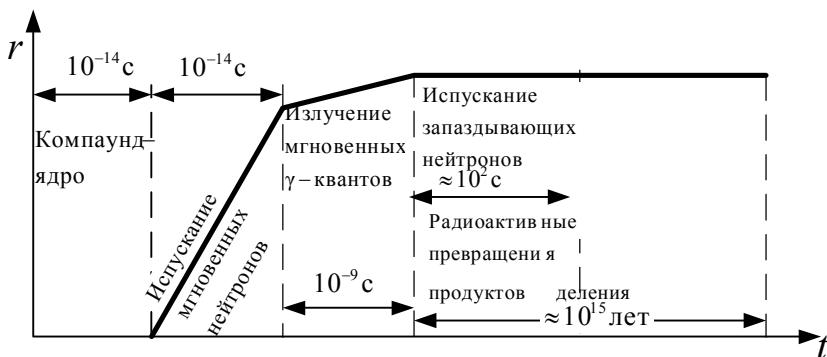


Рис. 2.8. Стадии процесса деления ( $r$  – расстояние между образовавшимися ядрами;  $t$  – время протекания стадий; перемещение осколков деления условно изображено в виде прямых линий)

Процесс деления начинается с образования *компаунд-ядра*. Через временной интервал  $\approx 10^{-14}$  с это ядро делится на два осколка, которые, ускоряясь под действием кулоновских сил, разлетаются в противоположные стороны. Ускоренное движение осколков с момента их образования заканчивается спустя  $\approx 10^{-17}$  с. К этому моменту суммарная кинетическая энергия осколков деления составляет  $\approx 170$  МэВ; осколки находятся на расстоянии друг от друга  $\approx 10^{-8}$  см (порядка размера атома). Часть энергии деления переходит в энергию возбуждения осколков деления. Осколки деления, как и любые другие ядра, находящиеся в возбужденных состояниях, либо переходят в основные состояния, излучая гамма-кванты, либо испускают нуклоны и превращаются в новые ядра. Последние могут также оказаться в возбужденных состояниях, и тогда их поведение будет аналогично поведению ядер, образовавшихся при делении компаунд-ядра.

Испускание ядром нуклона возможно только в том случае, когда энергия возбуждения превышает энергию связи нуклона в ядре; тогда нуклон испускается с большей вероятностью, чем гамма-квант. Чаще всего испускаемым нуклоном бывает нейтрон, так как нейтрон – электрически нейтральная частица. Осколки деления перегружены нейтронами, что приводит к понижению энергии связи нейтрона по сравнению со стабильными ядрами в той же



области массовых чисел. Поэтому для осколков деления испускание нейтронов – наиболее вероятный процесс.

Энергия возбуждения осколков деления ( $\approx 20$  МэВ) намного больше энергии связи нейтрона в осколках. Следовательно, возможно испускание одного или двух нейтронов каждым из осколков через  $(10^{-17} \div 10^{-14})$  с после момента образования последних. Таким образом, практически мгновенно после деления компаунд-ядра осколки деления испускают два или три нейтрона, которые называются *мгновенными*. Так как энергия возбуждения осколков велика, то нейтроны испускаются с большой кинетической энергией (в среднем  $\approx 2$  МэВ).

Образовавшиеся ядра по-прежнему находятся в возбужденных состояниях, однако в каждом из них энергия возбуждения меньше энергии связи нейтрона. Поэтому остатки энергии возбуждения излучаются в виде гамма-квантов спустя  $(10^{-14} \div 10^{-9})$  с после момента испускания нейтронов. Эти гамма-кванты также называются *мгновенными*.

Осколки увлекают за собой не все электроны исходного атома, в результате чего образуются *многозарядные ионы*. Поэтому при движении в среде кинетическая энергия ионов тратится на *ионизацию* и *возбуждение* атомов среды, что в основном и вызывает их торможение. В конце пути ионы превращаются в *нейтральные атомы* с ядрами в основных энергетических состояниях. Эти атомы принято называть *продуктами деления*.

Ядра продуктов деления характеризуются избытком нейтронов по сравнению со стабильными ядрами в той же области массовых чисел, так как процесс деления «переводит» ядра из области больших массовых чисел в область средних. Это означает, что ядра продуктов деления  $\beta$ -радиоактивны, каждое из них служит началом целой серии  $\beta$ -превращений, заканчивающихся лишь при достижении стабильного состояния. Ядра одной серии составляют так называемую *цепочку распада*.

В результате  $\beta$ -распадов могут образовываться ядра в возбужденных состояниях. Такие ядра переходят в основные состояния путем излучения гамма-квантов, либо, что бывает очень редко, превращаются в другие ядра путем испускания нейтронов. Эти нейтроны называются *запаздывающими*.

**Энергия деления. Остаточное энерговыделение.** При делении тяжелого ядра освобождается  $\approx 200$  МэВ. Больше 80 % этой энергии составляет кинетическая энергия осколков деления. Остальная часть перераспределяется между нейтронами, гамма-квантами,  $\beta$ -частицами и антинейтрино. В табл. 2.4 приведено распределение энергии при делении.

Таблица 2.4

**Распределение энергии деления, МэВ**

Ядро	Кинетическая энергия осколков, $E_{оск.}$	Энергия мгновенных $\gamma$ -квантов, $E_{\gamma \text{ мгн}}$	Энергия запаздывающих $\gamma$ -квантов, $E_{\gamma \text{ зап}}$	Энергия нейтронов, $E_n$	Энергия $\beta$ -частиц, $E_{\beta}$	Энергия антинейтрино, $E_{\bar{\nu}}$	Суммарная энергия $\Sigma E_i$
$^{235}\text{U}$	160,5	7,0	7,0	5,0	9,0	10	198,5
$^{238}\text{U}$	166,0	7,2	7,2	4,9	9,0	10	204,3
$^{239}\text{Pu}$	171,5	7,0	7,0	5,8	9,0	10	210,3

Соотношение между отдельными составляющими энергии деления слабо зависит от делящегося ядра и от энергии нейтрона, вызывающего процесс деления.

Энергия осколков деления, мгновенных гамма-квантов и нейтронов превращается в тепло практически мгновенно. Энергия  $\beta$ -распадов ( $\approx 7$  % всей энергии деления) выделяется постепенно в течение длительного промежутка времени, так как процессы  $\beta$ -распадов происходят с большими сдвигами во времени по отношению к моменту деления ядра. Это запаздывание приводит к существованию так называемого *остаточного энерговыделения* в остановленном ядерном реакторе. Если реактор работал до остановки на большой мощности, то остаточное энерговыделение настолько велико, что надо принимать меры для охлаждения реактора. Вначале остаточное энерговыделение уменьшается довольно быстро (из всего количества энергии, выделяющейся после остановки реактора, примерно одна треть выделяется за 1 мин, 60 % – за 1 ч, около 75 % – за 1 сут). В дальнейшем энергия выделяется все медленнее. У отработавшего в реакторах ядерного топлива остаточное энерговыделение (радиоактивность) очень велико, поэтому требуется длительная выдержка топлива (как правило, с охлаждением) в специальных бассейнах перед отправкой на переработку.

При делении 1 г  $^{235}\text{U}$  выделяется энергия

$$\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{236} \cdot 200 \approx 5,1 \cdot 10^{23} \text{ МэВ} \approx 81 \text{ ГДж} \approx 0,95 \text{ МВт}\cdot\text{сут.}$$

**Осколки деления.** На первой стадии процесса деления образуются осколки деления (как правило, их два). На рис. 2.9 приведены зависимости выхода осколков деления от массового числа при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами и нейтронами с энергией 14 МэВ. Распределения нормированы так, чтобы сумма выходов в каждом случае равнялась 200 %.

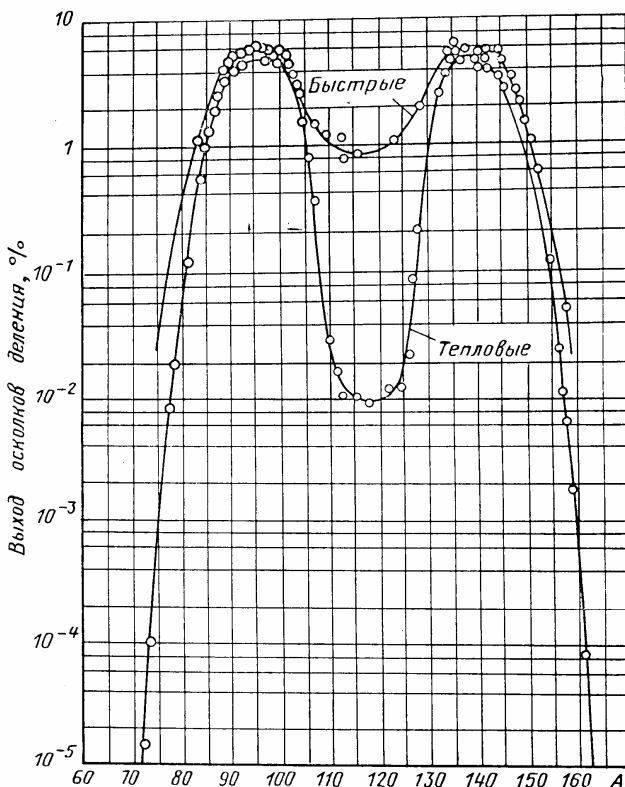


Рис. 2.9. Зависимости выхода осколков деления от массового числа при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами и нейтронами с энергией 14 МэВ

При делении ядер  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами образуется  $\approx 30$  пар осколков. У самого легкого из них массовое число равно 72, у

самого тяжелого – 161. Наиболее вероятно деление на осколки с отношением масс 3/2. Выход таких осколков достигает  $\approx 6\%$ , а выход осколков с равными массами  $\approx 10^{-2}\%$ . Такой характер распределения осколков по массам наблюдается для всех делящихся нуклидов как при спонтанном делении, так и при делении возбужденных компаунд-ядер независимо от вида частиц, бомбардирующих исходные ядра. Зависимости выходов осколков деления слабо различаются для разных делящихся ядер. Это означает, что асимметрия в распределении осколков по массам не связана с какими-либо индивидуальными свойствами ядер или частиц и присуща самому механизму деления ядер. Однако асимметрия деления уменьшается при увеличении энергии возбуждения делящегося ядра и при больших энергиях исчезает. При делении  $^{235}\text{U}$  вероятность симметричного деления  $\approx 0,01\%$ , а нейтронами с энергией 14 МэВ  $\approx 1\%$ . При энергии нейтрона более 100 МэВ распределение осколков деления имеет один максимум, соответствующий симметричному делению ядра.

Осколки деления образуются в возбужденных состояниях с широким распределением по энергии возбуждения. Средняя энергия возбуждения легкого осколка равна  $\approx 11$  МэВ, а тяжелого  $\approx 9$  МэВ. Переходы в основные состояния осуществляются путем испускания мгновенных нейтронов и гамма-квантов.

Кинетическая энергия распределяется между осколками в соответствии с законом сохранения импульса ( $A_1V_1 = A_2V_2$ ), т.е. обратно пропорционально массовым числам осколков. В табл. 2.5 приведены экспериментальные значения наиболее вероятной кинетической энергии осколков деления для различных делящихся ядер.

Таблица 2.5

**Наиболее вероятные кинетические энергии осколков деления, МэВ**

Ядро	$E_{\text{легк. оск.}}$	$E_{\text{тяж. оск.}}$	Суммарная энергия
$^{233}\text{U}$	95,0	65,5	160,5
$^{235}\text{U}$	98,5	67,5	166,0
$^{239}\text{Pu}$	100	71,5	171,5

*Пробеги осколков* распределены с большим разбросом вокруг двух значений, соответствующих средним пробегам *легкого* и *тяжелого* осколков (пробеги легких осколков больше, чем тяжелых). Пробег зависит от плотности вещества, но как правило,

это достаточно малая величина. В металлическом уране максимальный пробег  $\approx 7 \cdot 10^{-4}$  см; в алюминии  $\approx 10^{-3}$  см; в воздухе  $\approx 2$  см.

**Мгновенные нейтроны деления.** Испускание нейтронов осколками деления – одна из важнейших особенностей процесса деления тяжелых ядер. Именно эта особенность позволяет создать при определенных условиях цепную реакцию деления. Число нейтронов, испускаемое в одном акте деления – величина случайная, распределенная примерно по закону Гаусса около среднего значения. Среднее число нейтронов  $\nu_f^i$ , образующихся при делении, зависит от сорта ядра-мишени и энергии налетающего нейтрона. В табл. 2.6 приводятся значения  $\nu_f^i$  для разных ядер в зависимости от энергии нейтронов, вызывающих процесс деления.

Таблица 2.6

Значения  $\nu_f^i$  для различных ядер

$E$	$^{233}\text{U}$	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$
0,025 эВ	2,479	2,416	2,862
1 МэВ	2,56	2,55	3,02
2 МэВ	2,67	2,67	3,15
3 МэВ	2,82	2,78	3,27
4 МэВ	2,97	2,95	3,40

Наблюдается заметный рост  $\nu_f^i$  при увеличении энергии возбуждения делящегося ядра. При испускании нейтрона энергия возбуждения осколка деления уменьшается примерно на величину, равную сумме энергии связи нейтрона в ядре и кинетической энергии испускаемого нейтрона. Средняя энергия связи нейтрона в осколках деления равна  $\approx 5$  МэВ, а средняя кинетическая энергия испускаемого нейтрона  $\approx 2$  МэВ. Следовательно, величина  $\nu_f^i$  должна возрасть приблизительно на единицу при увеличении энергии нейтрона, вызывающего процесс деления, на каждые 7 МэВ. Эксперименты подтверждают эту закономерность (рис. 2.10).

Полученные данные хорошо описываются зависимостью вида

$$v_f^i(E) = v_{f0}^i + E_n \frac{dv_f^i}{dE}, \quad (2.1)$$

где  $v_{f0}^i$  – значение  $v_f^i$  при  $E=0,025$  эВ.

Согласно данным табл. 2.7, для  $^{233}\text{U}$   $\frac{dv_f^i}{dE} = 0,123$ ;

для  $^{235}\text{U}$   $\frac{dv_f^i}{dE} = 0,133$ ; для  $^{239}\text{Pu}$   $\frac{dv_f^i}{dE} = 0,135$  МэВ<sup>-1</sup>.

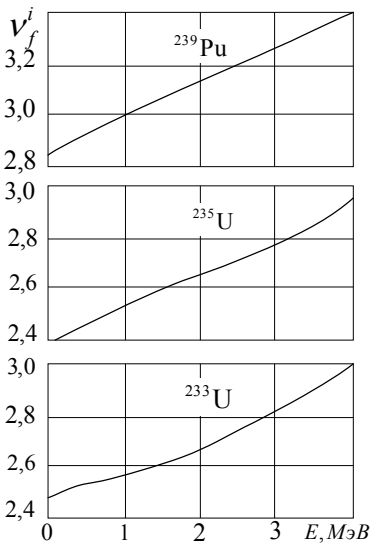


Рис. 2.10. Зависимость  $v_f^i$  от энергии нейтронов, вызывающих деление

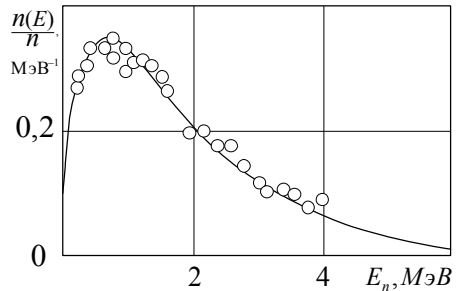


Рис. 2.11. Спектр нейтронов, испускаемых при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами

Спектр мгновенных нейтронов деления – непрерывный в области  $(0,01 \div 10)$  МэВ. На рис. 2.11 приведен нормированный на единицу спектр нейтронов, испускаемых при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами.

Наиболее вероятная энергия нейтронов деления  $\approx 0,8$  МэВ; средняя  $\approx 2$  МэВ. Сплошная линия на рисунке соответствует зависимости

$$n(E) \approx [\exp(-E)] \cdot \text{sh} \sqrt{2,0 \cdot E} \quad (2.2)$$

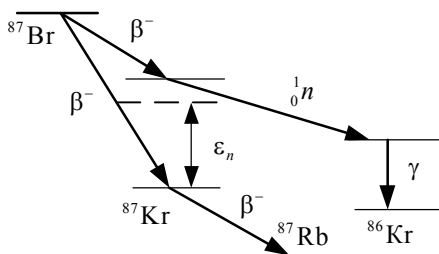
Экспериментальные спектры нейтронов деления могут быть достаточно хорошо аппроксимированы различными зависимостями, однако (2.2) – самая простая из них. Эта зависимость удовлетворительно описывает экспериментальные данные и широко используется. Спектры нейтронов деления для других делящихся ядер практически не отличаются от приведенного на рис. 2.11. Средняя энергия нейтронов деления для всех ядер возрастает при увеличении среднего числа нейтронов деления. Однако этот рост настолько незначительный, что обычно не учитывается.

Мгновенные нейтроны испускаются осколками деления равновероятно по всем направлениям (в системе центра масс). Из-за движения осколков угловое распределение нейтронов в лабораторной системе координат имеет максимум в направлении движения легкого осколка и несколько меньший максимум в направлении движения тяжелого осколка.

**Запаздывающие нейтроны.** В очень редких случаях в цепочке  $\beta$ -превращений образуется ядро с энергией возбуждения, превышающей энергию связи нейтрона в ядре. Такие ядра могут испускать нейтроны, которые называются *запаздывающими* (рис. 2.12). Испускание запаздывающего нейтрона конкурирует с гамма-излучением. Однако в случае, когда ядро сильно перегружено нейтронами, более вероятным будет испускание нейтрона. Запаздывающие нейтроны излучаются ядрами, находящимися ближе к началам цепочек распада, так как для таких цепочек распада особенно малы энергии связи нейтронов в ядрах. Ядро, образовавшееся при испускании запаздывающего нейтрона, может находиться либо в основном, либо в возбужденном состоянии. В последнем случае возбуждение снимается испусканием гамма-излучения или электронов конверсии.

Ядро  $(Z, N)^*$  называется *предшественником запаздывающих нейтронов*, а ядро  $(Z+1, N-1)$  – *излучателем запаздывающих нейтронов*.

Ядро  $(Z+1, N-1)$  испускает нейтрон практически мгновенно, но со значительным запаздыванием по отношению к моменту деления компаунд-ядра. *Среднее время запаздывания* практически совпадает со средним временем жизни ядра-предшественника.



$$(Z, N)(Z + 1, N - 1)(Z + 2, N - 2)(Z + 1, N - 2)$$

Рис. 2.12. Схема испускания запаздывающего нейтрона

Условно запаздывающие нейтроны принято делить на шесть групп в зависимости от времени запаздывания. В табл. 2.7 приведены основные характеристики этих групп и перечислены некоторые из возможных предшественников для случая деления  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  и  $^{233}\text{U}$  тепловыми нейтронами. Известно  $\approx 50$  возможных ядер-предшественников, причем заметную долю в этом количестве составляют изотопы брома и йода. Как правило, нейтроны испускаются ядрами с числом нейтронов, на единицу больше магических чисел (50 и 82), так как значения энергии связи нейтрона  $\epsilon_n$  в таких ядрах особенно малы.

Таблица 2.7

**Основные характеристики запаздывающих нейтронов**

Номер группы	Средняя энергия, МэВ	Возможные ядра-предшественники	Период полураспада ядер-предшественников $T_{1/2}$ , с			Доля запаздывающих нейтронов $\beta_i$		
			$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{233}\text{U}$	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{233}\text{U}$
1	0,25	$^{87}\text{Br}$ , $^{142}\text{Cs}$	55,72	54,28	55,00	0,00021	0,000072	0,000224
2	0,56	$^{137}\text{I}$ , $^{88}\text{Br}$ , $^{136}\text{Te}$	22,72	23,04	20,57	0,00140	0,000626	0,000776
3	0,43	$^{138}\text{I}$ , $^{89}\text{Br}$	6,22	5,60	5,0	0,00126	0,000444	0,000654
4	0,62	$^{139}\text{I}$ , $^{94}\text{Kr}$ , $^{137}\text{I}$ , $^{143}\text{Xe}$ , $^{144}\text{Xe}$	2,30	2,13	2,13	0,00252	0,000685	0,000725
5	0,42 } - }	Любые короткоживущие ядра продуктов деления	0,61	0,62	0,62	0,00074	0,000180	0,000134
6			0,23	0,26	0,28	0,00027	0,000093	0,000087



Энергия запаздывающих нейтронов (среднее значение  $\approx 0,5$  МэВ) – в несколько раз меньше средней энергии мгновенных нейтронов.

Доля запаздывающих нейтронов  $\beta = \sum_i \beta_i$  полностью определяется делящимся ядром (табл. 2.8) и практически не зависит от энергии нейтронов, вызывающих деление (в области энергий  $0,025$  эВ  $\div$   $14$  МэВ). Для всех ядер значение  $\beta$  составляет менее 1 %.

Таблица 2.8

Доля запаздывающих нейтронов

Деление	Ядро				
	$^{233}\text{U}$	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{232}\text{Th}$	$^{238}\text{U}$
Тепловыми нейтронами	0,0026	0,0064	0,0021	-	-
Быстрыми нейтронами	0,0026	0,0060	0,0020	0,0190	0,0155

Несмотря на малый выход, запаздывающие нейтроны играют огромную роль в ядерных реакторах. Благодаря большому значению *времени запаздывания* эти нейтроны существенно (*примерно на два порядка и более*) увеличивают время жизни нейтронов одного поколения в ядерном реакторе и тем самым создают возможность управления самоподдерживающейся цепной реакцией деления.

### Глава 3

## НЕЙТРОННОЕ ПОЛЕ. ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ФИЗИКИ НЕЙТРОНОВ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К СОЗДАНИЮ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ

---

В нейтронной физике применительно к ядерным реакторам нейтрон рассматривается как *точечная частица*. Такое представление нейтрона оказывается вполне удовлетворительным, так как в исследуемом энергетическом диапазоне приведенная длина волны нейтрона  $\lambda$  мала по сравнению с межъядерными расстояниями и длиной свободного пробега нейтрона в среде. И только для нейтронов очень низких энергий приведенная длина волны становится настолько большой, что нейтрон не может рассматриваться как точечная частица и возникает необходимость квантово-механического рассмотрения проблемы. Это явление следует учитывать при изучении распределений нейтронов в диапазоне низких энергий. Однако в подавляющем большинстве случаев количество нейтронов низких энергий в среде пренебрежимо мало, так как вероятность поглощения нейтронов ядрами среды резко возрастает по мере уменьшения энергии нейтрона. В связи с этим корректный учет таких нейтронов (рассмотрение проблемы на квантово-механическом уровне) не приведет к заметному уточнению результата.

Представление нейтрона в виде точечной частицы означает, что ему приписывается:

некоторое положение в пространстве среды, определяемое вектором  $\vec{r}$ ;

скорость  $V$ ;

направление движения, определяемое вектором  $\vec{\Omega}$  – единичным вектором, совпадающим с направлением движения нейтрона.

Под *нейтронным полем* будем понимать совокупность свободных нейтронов в пространстве (в среде или в вакууме) с определенным распределением их по энергии, направлению движения и во времени.

В каждый момент времени  $t$  нейтронное поле в данной точке пространства, характеризуемой координатой  $\vec{r}$ , наиболее полно может быть описано дифференциальной величиной –

*энергетическо-угловой плотностью нейтронов* [ $1/(\text{см}^3 \cdot \text{эВ} \cdot \text{ср})$ ]. Эта величина определяется как отношение числа нейтронов  $dN$  в объеме  $dv$  около данной точки с энергиями в интервале значений от  $E$  до  $E+dE$ , движущихся в направлении единичного вектора  $\vec{\Omega}$  в пределах телесного угла  $d\Omega$  к значениям  $dv$ ,  $dE$ , и  $d\Omega$ ,

$$n(\vec{\Omega}, E) = \frac{d^3 N}{dv dE d\Omega}.$$

Описание нейтронного поля в целом будет представлять собой пространственно-временную зависимость *энергетическо-угловой плотности нейтронов*  $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ .

Однако чаще для описания нейтронного поля используется *энергетическо-угловая плотность потока нейтронов* [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{эВ} \cdot \text{ср})$ ] – величина, определяемая как

$$\Phi(\vec{\Omega}, E) = n(\vec{\Omega}, E) \cdot V,$$

где  $V$  – скорость нейтронов.  $\Phi(\vec{\Omega}, E)$  представляет собой число нейтронов с энергиями от  $E$  до  $E+dE$ , движущихся в направлении вектора  $\vec{\Omega}$  в элементе телесного угла  $d\Omega$ , которые за единицу времени пересекают плоскую поверхность единичной площади, расположенную в данной точке поля перпендикулярно направлению  $\vec{\Omega}$ .

Другие характеристики нейтронного поля получают интегрированием этой наиболее подробной характеристики по тем или иным параметрам. Так, интегрированием по направлению движения нейтронов получают *энергетическую плотность потока нейтронов* [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{эВ})$ ] в данной точке поля

$$\Phi(E) = \int_{4\pi} \Phi(\vec{\Omega}, E) d\Omega.$$

При этом  $\Phi(E) \cdot dE$  физически интерпретируется как число нейтронов с энергиями от  $E$  до  $E+dE$ , проникающих за единицу времени в сферу с единичной площадью центрального сечения, имеющую центр в данной точке поля.

Последующее интегрирование по энергии приводит к *плотности потока нейтронов* [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ ] в данной точке поля

$$\Phi = \int \Phi(E) dE .$$

Описание нейтронного поля с помощью этой величины представляет собой пространственно-временную зависимость плотности потока нейтронов  $\Phi(\vec{r}, t)$ .

Для характеристики облучения объектов в данной точке нейтронного поля используется *энергетический флюенс нейтронов* [1/(см<sup>2</sup>·эВ)]

$$\varphi(E) = \int \Phi(E, t) dt$$

и *флюенс нейтронов* [1/см<sup>2</sup>]

$$\varphi = \int \Phi(t) dt .$$

Рассмотренная система величин, широко используемая в теории нейтронных полей, основывается на наиболее детальной характеристике поля  $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ , которая определяется математически точно, но абстрагирована от реальных нейтронных полей и возможностей измерений их характеристик.

Реальным нейтронным полям присущи флуктуации, обусловленные статистической природой рождения нейтронов, и их взаимодействия со средой в процессе формирования нейтронного поля в данной области пространства, что особенно существенно при малых значениях плотности потока нейтронов.

В нейтронной физике взаимодействие нейтронов со средой рассматривается как среднестатистический результат большого числа взаимодействий. Поведение нейтрона в этом случае определяется в среднем, т.е. по большому числу протекающих в среде нейтронно-ядерных реакций. Вводится термин «ожидаемое число нейтронов», который означает, что флуктуации нейтронного поля около его среднего (ожидаемого) значения не принимаются во внимание. Естественно, что если плотность нейтронов в среде велика, то истинное распределение нейтронного поля близко к ожидаемому и его флуктуации несущественны. При малых плотностях возможны существенные отклонения нейтронного поля от его ожидаемой величины.

Регистрация нейтронов – это тоже статистический процесс взаимодействия нейтронов с детектором. При этом любой детектор

нейтронов имеет конечные размеры, представляет информацию за конечный промежуток времени и обладает чувствительностью к нейтронам конечного интервала значений энергии. Таким образом, нейтронные измерения по существу интегральные, а подробные дифференциальные характеристики нейтронного поля получают в процессе обработки измерительной информации как усредненные по соответствующим интервалам значений тех или иных параметров. При этом переход к малым значениям  $dv$ ,  $dE$ ,  $dt$  и др., как требуют того точные определения дифференциальных характеристик нейтронного поля, становятся проблематичными с точки зрения возможности получения достоверных значений этих характеристик.

**Спектр нейтронов.** Рассматривая дифференциальные и интегральные характеристики нейтронного поля, в основном, говорилось о них как о величинах, т.е. указывая параметр ( $E$ ,  $t$ ,  $\bar{\Omega}$  и др.), понималось значение соответствующей величины при данном значении параметра.

Вместе с тем, объектом нейтронных измерений во многих случаях являются зависимости величин от названных параметров, т.е. *распределения нейтронов* (плотности потока нейтронов, флюенса нейтронов) в пространстве и во времени и распределения по энергии плотности потока и флюенса нейтронов. Последние распределения часто называют *энергетическим спектром нейтронов*.

Представление зависимостей величин предполагает выражение их в соответствующих единицах, т.е. увязку с вполне определенной интенсивностью излучения источника нейтронов. Однако весьма распространенным случаем является независимость вида (формы) таких распределений нейтронов от уровня мощности установки, что делает их универсальными характеристиками нейтронного поля, определение которых может составлять специальный предмет исследования.

С учетом сказанного удобно распределение величин задавать в виде произведения масштабного множителя, связанного с уровнем мощности установки на функцию соответствующего параметра. Например, *энергетическое распределение плотности потока нейтронов* можно записать в виде

$$\Phi(E) = \Phi^* \cdot f(E),$$

где масштабный множитель  $\Phi^*$  выражается в единицах плотности потока нейтронов [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ ], а функция  $f(E)$  в единицах [ $1/\text{МэВ}$ ]. Существенно, что для описания энергетического распределения и плотности потока нейтронов и флюенса нейтронов (но не плотности нейтронов!) можно использовать одну и ту же функцию  $f(E)$ . Эта функция иногда называется *дифференциальной спектральной функцией*, а иногда для краткости – *спектром нейтронов* (опуская слово «энергетический»).

Определенный указанным образом энергетический спектр нейтронов задает соотношения между энергетическими плотностями потока (флюенсами) нейтронов при различных энергиях нейтронов.

При задании спектральной функции ее обычно нормируют по условию

$$\int_{E_0}^{E_1} f(E) dE = 1,$$

где  $E_0$  и  $E_1$  – нижняя и верхняя граница диапазона энергии нейтронов.

В теории переноса нейтронов пренебрегается взаимодействием нейтрон-нейтрон. Даже в реакторе на тепловых нейтронах с плотностью потока тепловых нейтронов  $10^{16}$  [ $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ ] их плотность не превосходит  $10^{11}$  [ $1/\text{см}^3$ ]. Эта величина мала по сравнению с плотностью ядер, которая составляет  $10^{22}$  [ $1/\text{см}^3$ ] в твердых телах. Поэтому столкновения нейтрон-нейтрон значительно менее вероятны, чем взаимодействие нейтрон-ядро. Благодаря такому допущению уравнение переноса нейтронов можно считать линейным.

***Одна из основных задач физики нейтронов применительно к созданию и эксплуатации ядерных реакторов*** состоит в определении пространственно-энергетического распределения нейтронов в *рассеивающих, поглощающих и размножающих средах*. Примером размножающей среды может служить активная зона реактора. Рассмотрим такую среду и проследим за перемещением отдельного нейтрона, который родился в некоторой точке 1 среды (рис. 3.1) в результате деления тяжелого ядра; энергия нейтрона  $E_0 \approx 2$  МэВ.

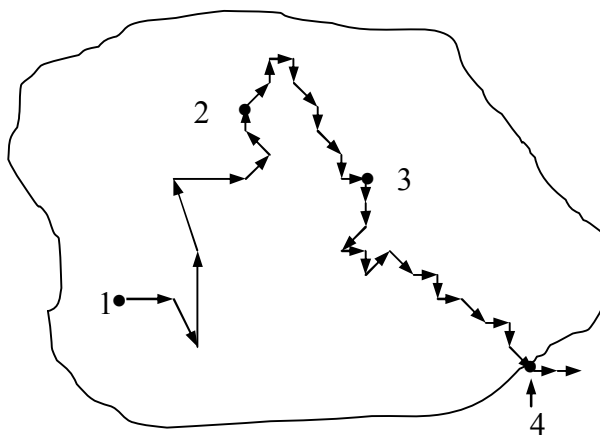


Рис. 3.1. Траектория движения нейтрона

Значение этой энергии соответствует *средней энергии нейтронов*, рождающихся в процессе деления тяжелых ядер. Траектория движения нейтрона имеет *зигзагообразный вид* и состоит из *прямолинейных отрезков* различной длины, соединяющих точки отдельных столкновений нейтрона с ядрами. В результате этих столкновений нейтрон может либо *поглотиться* ядрами, либо испытать *упругое* или *неупругое рассеяние*. В результате рассеяния нейтрон теряет часть кинетической энергии, т.е. *замедляется*. Одновременно с замедлением нейтрон *перемещается в пространстве*, т.е. *диффундирует*. Процессы замедления и диффузии неразрывны. В процессе замедления энергия нейтрона уменьшается до тех пор, пока по порядку величины не будет соответствовать энергии теплового движения атомов среды. Пусть это произойдет в точке 2 (см. рис. 3.1). Нейтрон с такой энергией называется *тепловым*.

Энергия, соответствующая наиболее вероятной скорости тепловых нейтронов, равна  $kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана ( $k=8,6 \cdot 10^{-5}$  эВ/К),  $T$  – абсолютная температура среды.

При последующих соударениях теплового нейтрона с ядрами среды, нейтрон с равной вероятностью может как *потерять*, так и *приобрести* энергию порядка энергии теплового движения атомов среды. Поэтому можно полагать, что при соударениях с ядрами такой нейтрон не изменяет своей энергии, а только *перемещается*

(диффундирует) в веществе до тех пор, пока не поглотится каким-либо ядром (точка 3 на рис. 3.1) или вылетит за пределы среды (точка 4).

В главе 4 будут изучаться особенности поведения нейтронов на участке 1–2, т.е. будет рассматриваться *замедление нейтронов*.

В главе 5 будет изучаться *диффузия моноэнергетических нейтронов*.

*Нейтронное поле* – совокупность замедляющихся и диффундирующих (или только диффундирующих) нейтронов. Ниже *вместо* параметра  $E$  (кинетическая энергия нейтрона) при записи функционалов нейтронного поля будет использоваться параметр  $V$  – скорость нейтрона [ $V = \sqrt{2E/m_n}$ ]. Тогда в общем случае нейтронное поле характеризуется функцией распределения плотности нейтронов  $n(\vec{r}, V, \vec{\Omega}, t)$ . По определению этой функции,  $n(\vec{r}, V, \vec{\Omega}, t) d\vec{r} dV d\Omega$  есть число нейтронов в элементе объема  $d\vec{r}$  вблизи точки  $\vec{r}$ , у которых в момент времени  $t$  скорости находятся в интервале  $[V, V+dV]$  и эти нейтроны двигаются в элементе телесного угла  $d\Omega$  около направления  $\vec{\Omega}$ .

**Стационарное нейтронное поле.** Рассмотрим *стационарное* (т.е. не зависящее от времени) нейтронное поле. Число нейтронов в элементе  $d\vec{r}$  вблизи точки  $\vec{r}$ , имеющих любую энергию и любое направление движения, равно

$$n(\vec{r}) d\vec{r} = \iint_{(V)(\vec{\Omega})} n(\vec{r}, V, \vec{\Omega}) dV d\Omega d\vec{r} . \quad (3.1)$$

Из (3.1) следует, что  $n(\vec{r})$  есть *плотность нейтронов* в точке  $\vec{r}$ .

Введем величину

$$F(\vec{r}, V, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} dV = n(\vec{r}, V, \vec{\Omega}) V dV d\Omega \quad (3.2)$$

и выясним ее физический смысл.  $n(\vec{r}, V, \vec{\Omega}) dV d\Omega$  есть число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$  вблизи точки  $\vec{r}$ , которые имеют скорости в интервале  $[V, V+dV]$  и двигаются в направлении  $\vec{\Omega}$  в телесном угле  $d\Omega$ . Рассмотрим объем в виде круглого цилиндра, площадь основания которого равна  $1 \text{ см}^2$ , ось которого параллельна направлению  $\vec{\Omega}$ , а высота *численно равна* скорости  $V$  [см/с]. Число



нейтронов в таком объеме будет в  $V$  раз больше, чем величина  $n(\vec{r}, V, \vec{\Omega})dVd\Omega$ , и все эти нейтроны, двигаясь со скоростью  $V$  в течение 1 с, будут проходить через основание цилиндра. Следовательно,  $n(\vec{r}, V, \vec{\Omega})VdVd\vec{\Omega}$  – число нейтронов вблизи  $\vec{r}$ , имеющих скорость в пределах  $[V, V+dV]$ , двигающихся в направлении  $\vec{\Omega}$  в телесном угле  $d\Omega$  и пересекающих за 1 с поверхность площадью  $1 \text{ см}^2$ , перпендикулярную направлению  $\vec{\Omega}$ . Проинтегрируем (3.2) по скоростям нейтронов. Получим

$$F(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega = \int_{(V)} n(\vec{r}, V, \vec{\Omega}) V dV d\Omega . \quad (3.3)$$

Учитывая разъяснения, которые были сделаны для выражения (3.2), можно сделать вывод, что  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})d\Omega$  – число нейтронов любой скорости вблизи точки  $\vec{r}$ , которые двигаются в направлении  $\vec{\Omega}$  в телесном угле  $d\Omega$  и пересекают в течение 1 с площадку в  $1 \text{ см}^2$ , перпендикулярную направлению  $\vec{\Omega}$ .

Проинтегрируем выражение (3.3) по всем направлениям движения нейтронов. В результате получим

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{(\Omega)} F(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega , \quad (3.4)$$

которая называется *плотностью потока нейтронов*.

Плотность потока нейтронов – основная величина, которая наиболее часто используется для описания нейтронных полей. Выясним ее физический смысл. Рассмотрим круг, площадь которого  $\pi R^2 = 1 \text{ см}^2$ , а центр неподвижно закреплен в точке  $\vec{r}$  (рис. 3.2).

Пусть направление  $\vec{\Omega}$  перпендикулярно плоскости круга. Функция  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})d\Omega$  (см. (3.3)) есть число нейтронов, пересекающих этот круг за 1 с в направлении  $\vec{\Omega}$ . Процесс интегрирования, в результате которого определяется плотность потока нейтронов  $\Phi(\vec{r})$ , можно представить как вращение круга во всех направлениях относительно фиксированного центра. При таком вращении круг описывает сферу с площадью поверхности

$4\pi R^2 = 4 \text{ см}^2$ . Таким образом, функция  $\Phi(\vec{r})$  определяет полное число нейтронов, входящих за 1 с в эту сферу со всех сторон.

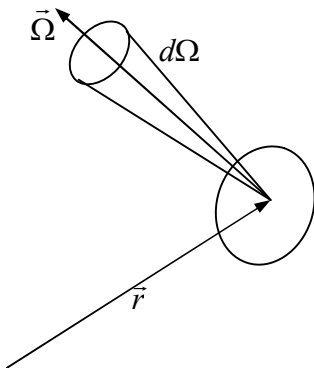


Рис. 3.2. К определению плотности потока нейтронов (см. текст)

В изотропном нейтронном поле все направления движения нейтронов равновероятны; число нейтронов, пересекающих за 1 с поверхность площадью  $1 \text{ см}^2$ , равно  $\Phi(\vec{r})/2$ . Действительно, в изотропном поле любой элемент поверхности сферы пересекают одинаковое число нейтронов. Поскольку поверхность площадью  $4 \text{ см}^2$  за 1 с пересекается  $2\Phi(\vec{r})$  нейтронами (каждый нейтрон один раз пересекает сферу, входя в нее и один раз – выходя), то число нейтронов, пересекающих  $1 \text{ см}^2$  поверхности за 1 с, равно  $\Phi(\vec{r})/2$ .

Рассмотрим понятие плотности потока нейтронов с других позиций. Пусть в каждой точке  $\vec{r}$  спектр нейтронов по скоростям  $f(V) \cdot dV$  будет одним и тем же. Тогда функцию  $n(\vec{r}, V, \vec{\Omega})$  можно представить в виде произведения двух сомножителей:  $n(\vec{r}, \vec{\Omega})$  и  $f(V)$ . Из (3.3) получим

$$F(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega = d\Omega n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \int_0^{\infty} V f(V) dV . \quad (3.5)$$

По определению среднего, интеграл, входящий в выражение (3.5), есть *средняя скорость нейтронов*  $\langle V \rangle$ . Учитывая это, из (3.4) следует, что плотность потока нейтронов

$$\Phi(\vec{r}) = n(\vec{r})\langle V \rangle . \quad (3.6)$$

В большинстве практически важных случаев функция  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})$  может быть представлена как функция только одного угла  $\psi$ , отсчитываемого от «оси распределения», относительно которой нейтронное поле аксиально симметрично. При этом условии функцию  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})$  можно разложить по полиномам Лежандра

$$F(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot F_l(\vec{r}) \cdot P_l(\cos \psi) , \quad (3.7)$$

где

$$F_l(\vec{r}) = 2\pi \int_0^{\pi} F(\vec{r}, \vec{\Omega}) P_l(\cos \psi) \sin \psi \, d\psi .$$

Учитывая, что  $P_0 = 1$ ,  $P_1 = \cos \psi$ , получим для первых двух коэффициентов  $F_l(\vec{r})$ , (т.е. для  $l = 0; 1$ ) следующие выражения:

$$F_0 = 2\pi \int_0^{\pi} F(\vec{r}, \vec{\Omega}) \sin \psi \, d\psi ; \quad (3.8)$$

$$F_1 = 2\pi \int_0^{\pi} F(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cos \psi \sin \psi \, d\psi .$$

Соотношения (3.4) и (3.8) одинаковы и, следовательно,  $F_0 = \Phi$ , т.е. первый член разложения (3.7) – плотность потока нейтронов, деленная на  $4\pi$ .

Выясним физический смысл второго коэффициента разложения  $F_1$ . Рассмотрим круг  $B$  площадью  $1 \text{ см}^2$ , перпендикулярный направлению  $\vec{\Omega}$  (рис. 3.3).

По определению,  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})d\Omega$  есть число нейтронов, пересекающих за 1 с площадку  $B$ . Из рис. 3.3 следует, что из этого числа только  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})d\Omega \cos \psi$  нейтронов пересекают площадку  $A$ . Угол  $\psi$  изменяется от  $0$  до  $180^\circ$ . В том случае, когда угол  $\psi$  лежит в пределах от  $0$  до  $90^\circ$ ,  $F(\vec{r}, \vec{\Omega})d\Omega \cos \psi$  определяет число нейтронов, пересекающих площадку  $A$  в направлении «вправо» от этой площадки, а в случае  $90^\circ \leq \psi \leq 180^\circ$  – «влево». Если учесть, что

в рассмотренных случаях  $\cos \psi$  имеет разные знаки, можно заключить, что  $F_1$  представляет собой *разность* числа нейтронов, пересекающих за 1 с  $1 \text{ см}^2$  поверхности, перпендикулярной оси распределения. Величина  $F_1$  в нейтронной физике называется *плотностью тока нейтронов*  $J(\vec{r})$ .

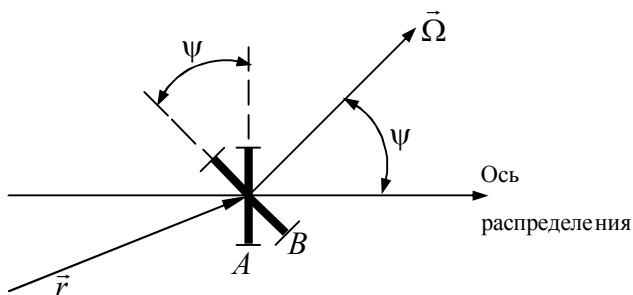


Рис. 3.3. К определению плотности тока нейтронов (см. текст)

Таким образом,

$$F(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Phi(\vec{r}) + \frac{3}{4\pi} J(\vec{r}) \cos \psi + \dots \quad (3.9)$$

В дальнейшем будет использоваться два члена в разложении (3.9) и будем оперировать двумя величинами: плотностью потока нейтронов  $\Phi(\vec{r})$  и плотностью тока нейтронов  $J(\vec{r})$ .

Плотность потока нейтронов  $\Phi(\vec{r}) = n\langle V \rangle$ , а  $\frac{\Phi(\vec{r})}{2} = \frac{1}{2} n\langle V \rangle$  – число нейтронов, пересекающих за 1 с произвольно ориентированную около точки  $\vec{r}$  площадку в  $1 \text{ см}^2$ .

Плотность тока нейтронов  $J(\vec{r})$  – разность между числами нейтронов, пересекающих за 1 с площадку  $1 \text{ см}^2$  в двух противоположных направлениях, перпендикулярных площадке.

**Длина свободного пробега нейтрона. Макроскопические сечения взаимодействия.** Рассмотрим диффузию моноэнергетических нейтронов и проследим за перемещением

некоторого нейтрона. Пусть нейтрон родился в точке 1 и поглотился в точке 2 (рис. 3.4).

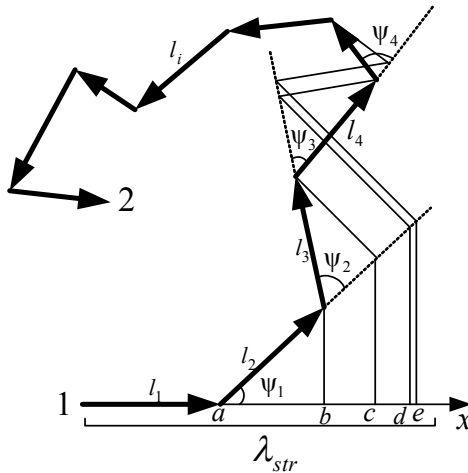


Рис. 3.4. Проекция на плоскость типичной траектории диффундирующего нейтрона: 1 – точка рождения; 2 – точка поглощения. Стрелками  $l_i$  обозначены прямолинейные отрезки, соединяющие точки отдельных столкновений нейтрона с ядрами

Траектории движения разных нейтронов не будут, конечно, одинаковы. Для анализа множества разных траекторий движения вводится траектория, усредненная по большому числу нейтронов (*ансамблю нейтронов*). Такая усредненная траектория характеризуется:

*общей длиной;*

*длиной пути между последовательными рассеивающими столкновениями;*

*углом рассеяния  $\psi$  или косинусом угла рассеяния ( $\cos\psi$ ).*

Общая длина траектории называется *средней длиной свободного пробега до поглощения  $\lambda_a$* :

$$\lambda_a = \left\langle \sum_{i=1}^k l_i \right\rangle .$$

Знак  $\langle \rangle$  означает усреднение по ансамблю нейтронов.

Средняя длина пути нейтрона между двумя последовательными актами рассеяния называется *средней длиной свободного пробега до рассеяния* и обозначается

$$\lambda_s = \left\langle \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} l_i \right\rangle. \quad (3.10)$$

Суммирование в выражении (3.10) проводится по всем отрезкам, кроме последнего, в конце которого произошло поглощение нейтрона.

*Средний косинус угла рассеяния* (в лабораторной системе координат)

$$\langle \cos \psi \rangle = \left\langle \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \cos \psi_i \right\rangle. \quad (3.11)$$

Статистический характер столкновений в процессе диффузии приводит к тому, что нейтрон постепенно удаляется (мигрирует) от точки рождения. Это смещение – расстояние по прямой между точками 1 и 2 – гораздо меньше пути, пройденного нейтроном вдоль ломаной линии.

Средняя длина пробега нейтрона до взаимодействия (рассеяния или поглощения) определяется значением микроскопического эффективного сечения взаимодействия с ядрами и ядерной плотностью вещества. В общем случае среды, в которых диффундируют нейтроны, состоят из разных нуклидов. Обозначим через  $\sigma_s^i$  и  $\sigma_a^i$  сечения рассеяния и поглощения нейтронов ядрами типа  $i$ , а через  $N^i$  – концентрации этих ядер (ядерные плотности). В нейтронной физике используются следующие характеристики:

$$\begin{aligned} \Sigma_s &= \sum_i N^i \sigma_s^i; \\ \Sigma_a &= \sum_i N^i \sigma_a^i; \\ \Sigma_{tot} &= \sum_i N^i \sigma_{tot}^i = \Sigma_s + \Sigma_a, \end{aligned} \quad (3.12)$$

которые называются *эффективными макроскопическими сечениями рассеяния, поглощения и полного макроскопического*

сечения соответственно. Размерность макроскопических сечений –  $[\text{см}^{-1}]$ .

Вероятность того, что нейтрон пройдет путь  $z$  без столкновения с ядрами среды, равна  $\exp(-\Sigma_{tot} \cdot z)$ .

Следовательно,  $[1 - \exp(-\Sigma_{tot} \cdot z)]$  – вероятность для нейтрона испытать столкновение с ядрами среды на пути  $z$ .

Определим *средний путь*  $\lambda_t$ , который проходит нейтрон до взаимодействия, считая среду бесконечной

$$\lambda_t = \frac{\int_0^{\infty} z \cdot \exp(-\Sigma_{tot} \cdot z) dz}{\int_0^{\infty} \exp(-\Sigma_{tot} \cdot z) dz} = \frac{1}{\Sigma_{tot}} . \quad (3.13)$$

Аналогично через  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_a$  можно выразить средние длины свободного пробега до рассеяния  $\lambda_s$  и поглощения  $\lambda_a$ :

$$\lambda_s = \frac{1}{\Sigma_s} ; \lambda_a = \frac{1}{\Sigma_a} . \quad (3.14)$$

Отношения макроскопических сечений  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_a$  к полному макроскопическому сечению можно рассматривать соответственно как вероятности рассеяния и поглощения на единице длины пути. Поскольку процессы рассеяния и поглощения независимы, вероятность испытать любое столкновение на единице длины равна сумме частных вероятностей [см. (3.12) и (3.14)]:

$$\frac{1}{\lambda_t} = \frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_a} ,$$

[см. (3.12) и (3.14)].

Рассеяние нейтронов в лабораторной системе координат может быть *изотропным (сферически симметричным)* и *анизотропным* (рис. 3.5).

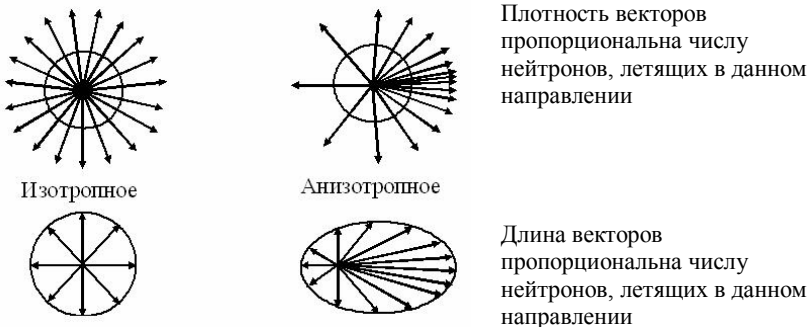


Рис. 3.5. Графическая иллюстрация понятий изотропного и анизотропного распределения плотности потока нейтронов

Влияние анизотропии рассеяния на процессы диффузии нейтронов можно учесть с помощью *длины переноса* или *транспортной длины*  $\lambda_{str}$  (характеризующей длину свободного пробега при отсутствии поглощения).

*Транспортная длина*  $\lambda_{str}$  – средний путь, проходимый нейтроном в направлении его первоначального движения после бесконечного числа рассеяний в отсутствие поглощения. Из рис. 3.4 следует, что

$$\lambda_{str} = \lambda_s + \lambda_s \langle \cos \psi \rangle + \lambda_s \langle \cos \psi \rangle^2 + \dots = \frac{\lambda_s}{1 - \langle \cos \psi \rangle} . \quad (3.15)$$

При *изотропном рассеянии*  $\langle \cos \psi \rangle = 0$  и  $\lambda_{str} = \lambda_s$ . Для характеристики среды, в которой имеет место анизотропное рассеяние и поглощение нейтронов, понятие полной длины свободного пробега  $\lambda_t$  и полного макроскопического сечения рассеяния модифицируются.

В среде с анизотропным рассеянием вместо  $\lambda_t$  и  $\Sigma_{tot}$  вводятся новые величины:

$\lambda_{tr}$  – *транспортная длина свободного пробега*;

$\Sigma_{tr}$  – *транспортное макроскопическое сечение*.



Эти величины определяются выражениями:

$$\frac{1}{\lambda_{tr}} = \frac{1}{\lambda_a} + \frac{1}{\lambda_{str}} ;$$

$$\Sigma_{tr} = \Sigma_a + \Sigma_{str} .$$

Очевидно, что  $\Sigma_{tr} = \Sigma_a + \Sigma_s \cdot [1 - \langle \cos \psi \rangle]$  (см. (3.15)) и для изотропно рассеивающей среды [ $\langle \cos \psi \rangle = 0$ ] транспортное сечение равно полному сечению взаимодействия.

В заключение найдем связь между числом взаимодействий, которые испытывают нейтроны в единице объема за единицу времени и макроскопическим сечением. Обозначим  $\Sigma$  – макроскопическое сечение взаимодействия. Это сечение может быть и сечением поглощения, и рассеяния, и деления и т.д. Если нейтроны движутся с постоянной средней скоростью  $\langle V \rangle$ , то среднее время между двумя столкновениями равно

$$\Delta t = \frac{\lambda}{\langle V \rangle} .$$

Число столкновений одного нейтрона за 1 с равно соответственно

$$\frac{1}{\Delta t} = \frac{\langle V \rangle}{\lambda} = \langle V \rangle \Sigma .$$

Если плотность нейтронов со скоростью  $\langle V \rangle$  равна  $n$ , то число взаимодействий в  $1 \text{ см}^3$  за 1 с (скорость реакции) определяется соотношением

$$R = \frac{n}{\Delta t} = n \cdot \langle V \rangle \cdot \Sigma = \Phi \cdot \Sigma , \quad (3.16)$$

где  $\Phi$  – плотность потока нейтронов (см. соотношение (3.6)).

## Глава 4 ЗАМЕДЛЕНИЕ НЕЙТРОНОВ

---

В активной зоне реакторов в процессе деления тяжелых ядер образуются вторичные нейтроны со средней энергией  $\langle E \rangle = 2$  МэВ. При попадании в вещество такие нейтроны постепенно теряют свою кинетическую энергию (замедляются) в результате многократного рассеяния на ядрах среды. В процессе замедления у нейтронов не только уменьшается кинетическая энергия, но и изменяется их *пространственное местоположение*, т.е. происходит *диффузия*.

*Цель теории замедления* – построение физико-математических моделей для описания пространственно-энергетического распределения замедляющихся нейтронов.

В рамках этой задачи будут рассматриваться две подзадачи. В данной главе будет изучаться замедление в пространственно независимом случае, т.е. в бесконечной среде с однородным распределением источников. Будет изучаться *изменение энергии ансамбля нейтронов* в процессе замедления. При этом будут учитываться только *упругие столкновения нейтронов со свободными*, первоначально *покоящимися* ядрами, пренебрегая как неупругим рассеянием, так и эффектами, обусловленными химическими связями и тепловым движением ядер рассеивателя. В главе 5 будет изучаться диффузия моноэнергетических нейтронов. В главе 6 при тех же ограничениях изучаться пространственное распределение замедляющихся нейтронов, т.е. замедление нейтронов с одновременной диффузией.

Предположение о том, что ядра замедлителя свободны и первоначально покоятся, справедливо при энергии нейтронов  $E > E_{cp}$ , где  $E_{cp} \approx 1$  эВ – некоторое граничное значение энергии, которое зависит от температуры замедлителя. Следовательно, излагаемая ниже теория замедления будет применима для нейтронов с энергиями  $E \geq E_{cp}$ . Ограничение для области больших энергий нейтронов обусловлено предположением о том, что нейтроны в процессе замедления теряют свою энергию только в результате *упругих столкновений*. Такое предположение оправданно, если энергия нейтронов меньше *энергии возбуждения*

первого уровня ядра замедлителя, так как в противном случае становится возможным процесс неупругого рассеяния. Таким образом, изучаемая ниже теория замедления справедлива для нейтронов с энергиями, заключенными в пределах от  $[E_{cp}, E_1^*]$ , где  $E_1^*$  – энергия возбуждения первого уровня ядер замедлителя. Для легких ядер  $E_1^* = (3 \div 5)$  МэВ. Значение энергии, при которой теория замедления применима, может быть увеличено до  $E = (2 \div 3) \cdot E_1^*$ , так как при  $E = (2 \div 3) \cdot E_1^*$  влияние неупругого рассеяния нейтронов на формирование энергетических и пространственных распределений замедляющихся нейтронов не велико.

#### 4.1. Упругое рассеяние и замедление

Рассмотрим упругое столкновение нейтрона с начальной энергией  $E_0$  и скоростью  $V_0$ , с атомным ядром-мишенью, массовое число которого равно  $A$ . Задача состоит в вычислении вероятности того, что нейтрон после столкновения будет иметь энергию в интервале  $[E_1, E_1 + dE_1]$  в лабораторной системе координат. Для решения этой задачи необходимо рассмотреть столкновение как в лабораторной системе координат (*L-система*), так и в системе центра масс (*C-система*). Предполагается, что ядро свободно и находится первоначально в состоянии покоя в лабораторной системе координат.

Введем следующие обозначения (рис. 4.1):

- |   |                      |
|---|----------------------|
| $\vec{V}_0$ – скорость нейтрона до столкновения;    | } <b>в L-системе</b> |
| $\vec{V}_1$ – скорость нейтрона после столкновения; |                      |
| $\vec{V}_c$ – скорость центра масс;                 |                      |
| $\vec{V}_{A2}$ – скорость ядра после столкновения;  |                      |
| $\psi$ – угол рассеяния;                            | } <b>в C-системе</b> |
| $\vec{V}_n$ – скорость нейтрона до столкновения;    |                      |
| $\vec{V}_2$ – скорость нейтрона после столкновения; |                      |
| $\vec{V}_A$ – скорость ядра до столкновения;        |                      |
| $\vec{V}'_A$ – скорость ядра после столкновения;    |                      |
| $\theta$ – угол рассеяния.                          |                      |

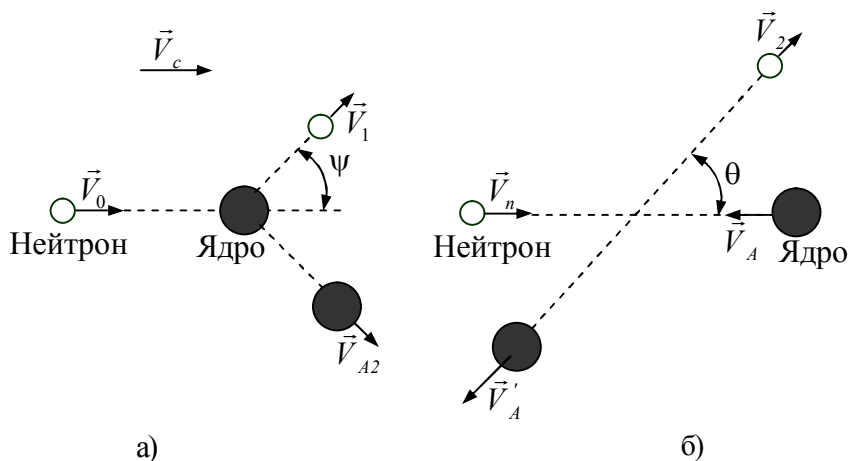


Рис. 4.1. Схема перемещения ядер и нейтронов при рассеянии нейтронов в лабораторной системе координат (а) и в системе центра масс (б)

Система центра масс есть система отсчета, где полный импульс сталкивающихся частиц равен нулю, т.е. импульсы нейтрона и ядра равны и противоположно направлены (рис. 4.1 а):

$$V_n = A V_A. \quad (4.1a)$$

Здесь  $V_n$  и  $V_A$  – модули скоростей нейтрона и ядра;  $A$  – массовое число ядра. В соотношении (4.1a) абсолютные значения масс несущественны, атомные массы без заметной погрешности заменяются массовыми числами, а массовое число нейтрона есть единица. В системе центра масс векторы-импульсы не изменяют свои модули, изменяются лишь их направления. Это следует из равенства нулю полного импульса. Полный импульс после рассеяния может быть равен нулю либо при сохранении модулей импульсов обеих частиц, либо при их одновременном увеличении или уменьшении. Однако последнее противоречило бы закону сохранения энергии. Следовательно, в системе координат центра инерции (рис. 4.1 б)

$$V_n = V_2; \quad V_A = V'_A. \quad (4.1б)$$

Поскольку ядро-мишень в лабораторной системе координат до столкновения с нейтроном покоится, то скорость системы координат центра масс  $V_c$  в лабораторной системе координат есть  $\vec{V}_A = -\vec{V}_c$ . Модули этих скоростей равны:

$$V_c = V_A \quad (4.1в)$$

и  $\vec{V}_c$  совпадает по направлению с  $\vec{V}_0$ .

Диаграмма скоростей нейтрона после столкновения приведена на рис. 4.1а.

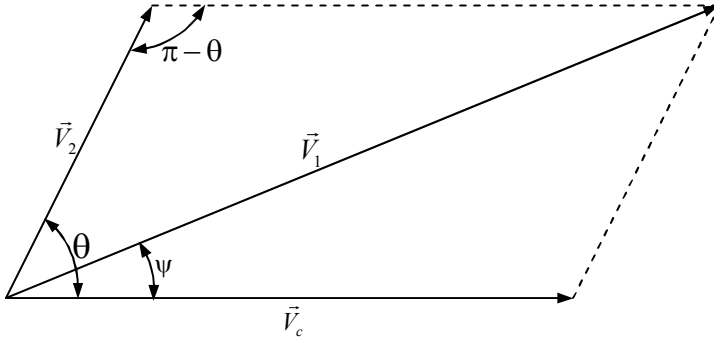


Рис. 4.1а. Диаграмма скоростей нейтрона после столкновения

Справедливы следующие выражения, определяющие переход от системы центра масс к лабораторной системе координат:

$$V_0 = V_n + V_c, \quad (4.1г)$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{V}_c. \quad (4.1д)$$

Из (4.1а)–(4.1д) следует, что модули скоростей  $\vec{V}_c$  и  $\vec{V}_2$  определяются следующими выражениями

$$V_c = V_0 \frac{1}{1+A}; \quad V_2 = V_0 \frac{A}{1+A}. \quad (4.1е)$$

Учитывая соотношения (4.1е), из диаграммы скоростей (см. рис. 4.1а) получим:

$$\begin{aligned} V_1^2 &= V_2^2 + V_c^2 + 2V_2 V_c \cos\theta = V_0^2 \left( \frac{A}{1+A} \right)^2 + V_0^2 \left( \frac{1}{1+A} \right)^2 + \\ &+ 2V_0^2 \frac{A}{(1+A)^2} \cos\theta = \frac{V_0^2}{(1+A)^2} (1 + A^2 + 2A \cos\theta). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Из соотношения (4.2) следует

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{V_1^2}{V_0^2} = \frac{(1 + A^2 + 2A \cos \theta)}{(1 + A)^2}. \quad (4.3)$$

Если ввести величину

$$\alpha = \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2, \quad (4.4)$$

то выражение (4.3) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{1}{2} [(1 + \alpha) + (1 - \alpha) \cos \theta]. \quad (4.5)$$

Максимальная потеря энергии происходит при лобовом столкновении нейтрона с ядром, т.е. в случае  $\theta = 180^\circ$   $\cos \theta = -1$ . В этом случае  $E_1 = \alpha E_0$ . Если  $\theta = 0^\circ$  ( $\cos \theta = 1$ ), то  $E_1 = E_0$  (см. (4.5)), и потеря энергии нейтрона равна нулю.

В результате одного акта столкновения энергия рассеянного нейтрона может принимать любое значение, лежащее в интервале  $[\alpha E_0, E_0]$ . После соударения энергия рассеянного нейтрона не может принимать значение, меньшее  $\alpha E_0$ .

Роль упругого рассеяния в процессе замедления нейтронов определяется средним значением энергии, передаваемой нейтроном рассеивающему ядру. Чем больше средняя относительная потеря энергии, тем меньшее число столкновений достаточно для замедления в одном и том же интервале энергии  $[\alpha E_0, E_0]$ .

Найдем среднюю энергию рассеянного нейтрона и число столкновений, необходимое для замедления нейтрона от энергии  $E_0$  до некоторого значения  $E$ . Средняя энергия рассеянного нейтрона в  $L$ -системе определяется соотношением

$$\langle E_1 \rangle = \frac{\int_{\alpha E_0}^{E_0} E_1 w(E_1) dE_1}{\int w(E_1) dE_1}, \quad (4.6)$$

где  $w(E_1)dE_1$  – вероятность того, что энергия рассеянного нейтрона будет находиться в интервале  $dE_1$  вблизи энергии  $E_1$ . Между  $E_1$  и  $\theta$  существует взаимнооднозначное соответствие, определяемое соотношением (4.5).

Если будет найдена вероятность того, что угол рассеяния нейтрона лежит в интервале  $[\theta, \theta+d\theta]$ , то будет найдена и вероятность  $w(E_1)dE_1$ . Анализ результатов экспериментов по упругому рассеянию нейтронов позволяет сделать вывод, что для легких ядер ( $A < 25$ ) рассеяние нейтронов с  $E_0 \approx 1$  МэВ изотропно в системе координат центра масс.

Для сферически симметричного рассеяния вероятность рассеяния нейтрона в элемент телесного угла  $d\Omega$ , заключенного между конусами с углами при вершине  $[\theta, \theta+d\theta]$ , определяется выражением:

$$P(\theta) d\theta = \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin \theta d\theta . \quad (4.7)$$

Из соотношения (4.5), связывающего  $E_1$  и  $\theta$ , следует

$$dE_1 = -\frac{E_0}{2}(1-\alpha)\sin \theta d\theta . \quad (4.8)$$

Сравнивая (4.7) и (4.8), получим

$$w(E_1) dE_1 = -\frac{dE_1}{E_0(1-\alpha)} . \quad (4.9)$$

Вероятность того, что энергия нейтрона после рассеяния попадает в фиксированный интервал  $dE_1$ , не зависит от конечной энергии  $E_1$ , так как нейтрон теряет энергию. Значение  $dE_1$  – отрицательно, а вероятность  $w(E_1)dE_1$  положительна.

Подставив (4.9) в (4.6), получим

$$\langle E_1 \rangle = \frac{\int_{E_0}^{\alpha E_0} E_1 \frac{dE_1}{E_0(1-\alpha)}}{\int_{E_0}^{\alpha E_0} \frac{dE_1}{E_0(1-\alpha)}} = \frac{E_0}{2}(1+\alpha) . \quad (4.10)$$

Рассмотрим ряд последовательных столкновений нейтрона. Из (4.10) следует, что после первого столкновения энергия рассеянного нейтрона равна  $\langle E_1 \rangle = \frac{E_0}{2}(1+\alpha)$ ;

после второго  $\langle E_2 \rangle = \frac{\langle E_1 \rangle}{2} (1 + \alpha) = \frac{E_0}{2^2} (1 + \alpha)^2$ ;

после  $n$  столкновений  $\langle E_n \rangle = \frac{\langle E_{n-1} \rangle}{2} (1 + \alpha) = \frac{E_0}{2^n} (1 + \alpha)^n$ .

Отношение средних энергий нейтрона до и после столкновения определяется выражением

$$\frac{\langle E_1 \rangle}{E_0} = \frac{\langle E_2 \rangle}{\langle E_1 \rangle} = \dots = \frac{\langle E_{n+1} \rangle}{\langle E_n \rangle} = \frac{1}{2} (1 + \alpha), \quad (4.11)$$

которое не зависит от энергии нейтрона.

У хороших замедлителей быстрых нейтронов отношение  $\frac{\langle E_{n+1} \rangle}{\langle E_n \rangle}$  должно быть минимально. Это отношение для водорода равно 0,5; для дейтерия – 0,56; для гелия – 0,68; для углерода – 0,86. В случае столкновения с протоном нейтрон теряет, в среднем, половину начальной энергии, а при столкновении с ядрами дейтерия, гелия, углерода – 44 %, 32 % и 14 % начальной энергии соответственно.

Значения средней относительной потери энергии нейтрона не зависят от величины этой энергии: из соотношения (4.11) следует, что средняя относительная потеря энергии нейтрона равна

$$\frac{\Delta \langle E_n \rangle}{\langle E_n \rangle} = \frac{\langle E_n \rangle - \langle E_{n+1} \rangle}{\langle E_n \rangle} = \frac{1 - \alpha}{2}. \quad (4.12)$$

Из (4.12) следует, что доля энергии  $\frac{\Delta \langle E_n \rangle}{\langle E_n \rangle}$ , потерянная

нейтроном, зависит только от массового числа ядра, с которым сталкивается нейтрон.

Удобный параметр для изучения замедления нейтронов – среднее значение натурального логарифма отношения энергий нейтрона до и после столкновения. Этот параметр называется *средней логарифмической потерей энергии*:



$$\xi = \left\langle \ln \frac{E_0}{E_1} \right\rangle = \dots = \left\langle \ln \frac{E_n}{E_{n+1}} \right\rangle = \frac{\int_{E_0}^{\alpha E_0} w(E_1) \ln \frac{E_0}{E_1} dE_1}{\int_{E_0}^{\alpha E_0} w(E_1) dE_1} . \quad (4.13)$$

Проводя интегрирование в (4.13), найдем

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \alpha . \quad (4.14)$$

Параметр  $\xi$  не зависит от энергии нейтрона. Это обстоятельство и обуславливает использование логарифмической шкалы энергии для описания процесса замедления.

Используя понятие средней логарифмической потери энергии, можно определить *среднее число соударений*  $n$ , необходимое для того, чтобы нейтрон с начальной энергией  $E_0$  замедлился до энергии  $E_n$ . Рассмотрим  $n$  последовательных столкновений нейтронов. В каждом акте столкновения логарифм отношения энергий нейтронов до и после рассеяния, в среднем, равен  $\xi$ . Справедлива следующая система приближенных равенств:

$$\begin{aligned} \ln E_0 - \ln E_1 &\approx \xi; \\ \ln E_1 - \ln E_2 &\approx \xi; \\ \dots \dots \dots \\ \ln E_{n-1} - \ln E_n &\approx \xi. \end{aligned}$$

Складывая эти равенства, получим

$$\ln \frac{E_0}{E_n} = n \cdot \xi , \quad (4.15)$$

где  $n$  – число столкновений, которое необходимо для уменьшения энергии нейтрона от начального значения  $E_0$  до значения, равного  $E_n$ . Если в качестве начальной энергии принять среднюю энергию нейтронов деления ( $E_0 = 2$  МэВ), а в качестве конечной – условную энергию  $E_{zp}$ , определяющую нижнюю границу энергии нейтронов, замедляющихся на свободных неподвижных ядрах, то с помощью соотношения (4.15) можно получить среднее число столкновений,

которое испытывает нейтрон во всей области замедления. При  $E_{cp} = 0,625$  эВ находим, что

$$n = \frac{\ln \left[ \frac{2 \cdot 10^6}{0,625} \right]}{\xi} = \frac{15,0}{\xi}.$$

Параметры  $\xi$  и  $n$ , соответствующие указанным выше значениям  $E_0$  и  $E_n$ , приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Значения $\xi, n$		
Рассеивающее ядро	$\xi$	$n$
$^1\text{H}$	1,000	15
$^2\text{H}$	0,725	21
$^4\text{He}$	0,425	35
$^{12}\text{C}$	0,158	95
$^{56}\text{Fe}$	0,0353	425
$^{238}\text{U}$	0,00838	1787

Согласно (4.15),  $\xi$  обратно пропорциональна числу актов рассеяния, которое необходимо для замедления нейтрона от энергии  $E_0$  до энергии  $E_n$ . Следовательно,  $\xi$  есть один из параметров, характеризующих замедляющую способность рассеивающего вещества. У хорошего замедлителя значение параметра  $\xi$  должно быть большим (рис. 4.2). Но большое значение  $\xi$  не представляет ценности, если не будет велика вероятность рассеяния, которая определяется  $\Sigma_s$ . Произведение  $\xi\Sigma_s$  называется *замедляющей способностью*.

В табл. 4.2 приведены значения замедляющей способности для ряда веществ.

У хороших замедлителей быстрых нейтронов замедляющая способность  $\xi\Sigma_s$  должна быть сравнительно большой. Параметр  $\xi\Sigma_s$  удовлетворительно характеризует замедляющие свойства вещества. Но в этом параметре не учитывается, что вещество может быть сильным поглотителем нейтронов. Например, замедляющая способность  $^{10}\text{B}$  больше аналогичного значения для

$^{12}\text{C}$ , однако использование  $^{10}\text{B}$  в качестве замедлителя практически бесполезно, так как у  $^{10}\text{B}$  большое сечение поглощения нейтронов.

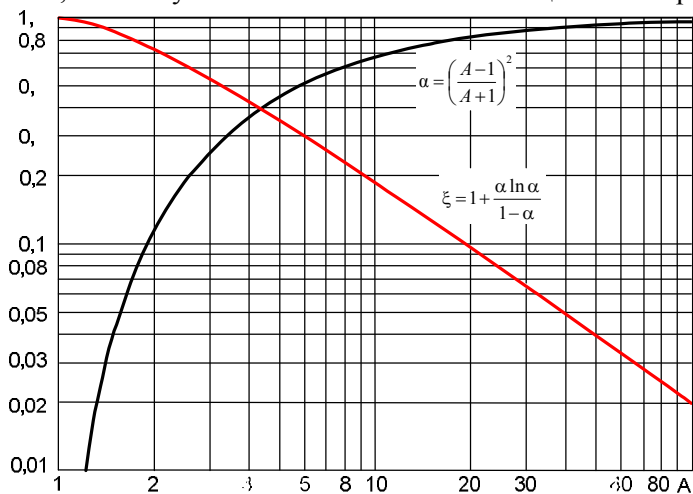


Рис. 4.2. Зависимость  $\xi$ ,  $\alpha$  от массового числа  $A$

Таблица 4.2

**Значения  $\xi\Sigma_s$  и  $\xi\Sigma_s/\Sigma_a$**

Вещество	$\xi\Sigma_s, \text{см}^{-1}$	$\xi\Sigma_s/\Sigma_a$
Легкая вода ( $\text{H}_2\text{O}$ )	1,35	61
Тяжелая вода ( $\text{D}_2\text{O}$ )	0,179	1900
Бериллий (Be)	0,155	125
Окись бериллия ( $\text{BeO}$ )	0,120	170
Графит (C)	0,064	170
Бор (B)	0,093	0,00086

Для полной характеристики вещества как замедлителя быстрых нейтронов вводится параметр  $\xi\Sigma_s/\Sigma_a$ , который называется *коэффициентом замедления* (см. табл. 4.2). Чем больше коэффициент замедления вещества, тем более пригоден этот материал для получения тепловых нейтронов в реакторе. При вычислении коэффициента замедления значения микроскопических сечений  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_a$  берутся при энергиях 1 эВ и 0,025 эВ соответственно.

Из табл. 4.2 следует, что в качестве замедлителей можно применять первые пять веществ. Однако по технологическим и экономическим соображениям использование бериллия и его окиси в энергетических реакторах нецелесообразно.

Энергию нейтрона удобно выразить в логарифмическом, безразмерном виде с использованием величины  $u$  – летаргии:

$$u = \ln \frac{E_0}{E} . \quad (4.16)$$

Если  $u_1$  – летаргия, соответствующая  $E_1$  – энергии нейтрона до столкновения, а  $u_2$  – летаргия, соответствующая энергии после столкновения, то изменение летаргии в результате столкновения равно:

$$u_2 - u_1 = \ln \left( \frac{E_0}{E_2} \right) - \ln \left( \frac{E_0}{E_1} \right) = \ln \left( \frac{E_1}{E_2} \right) . \quad (4.16a)$$

Из соотношений (4.13) и (4.16a) следует, что среднее изменение летаргии в каждом акте столкновения равно средней логарифмической потере энергии  $\xi$ .

В процессе замедления летаргия возрастает. Независимо от своей энергии, нейтрон для увеличения летаргии на заданную величину должен испытать, в среднем, одно и то же число столкновений. В этом состоит одно из преимуществ использования летаргии в качестве независимой переменной. В дальнейшем при выводе основных уравнений будет использоваться как переменная  $E$ , так и переменная  $u$  (рис. 4.3).

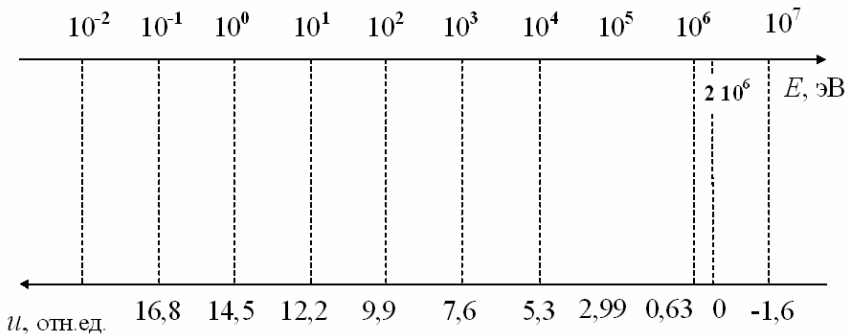


Рис. 4.3. Размерная шкала энергии в сравнении со шкалой летаргии  
 $[E_0=2 \text{ МэВ при } u=0]$

## 4.2. Замедление в водороде

Рассмотрим замедление нейтронов в бесконечной среде в виде гомогенной (однородной) смеси ядер водорода и ядер урана. Пусть в  $1 \text{ см}^3$  этой среды за 1 с в результате деления ядер урана рождается  $Q_0$  быстрых нейтронов. Предполагается, что у всех нейтронов деления *одна и та же энергия*  $E_0 = 2 \text{ МэВ}$ . При рассеянии на ядрах урана нейтроны деления будут замедляться. Предположим, что при рассеянии на ядрах урана нейтроны не теряют своей энергии, т.е. замедление нейтронов происходит только в результате столкновения с ядрами водорода. В энергетической зависимости сечения радиационного захвата нейтронов  $^{238}\text{U}$  есть сильные резонансы поглощения в диапазоне энергий  $(1 \div 1000) \text{ эВ}$  (см. рис. 1.16).

У нейтронов, замедлившихся до энергий, лежащих в резонансной области  $(1 \div 1000) \text{ эВ}$ , велика вероятность быть захваченными  $^{238}\text{U}$ , т.е. выбыть из процесса замедления. В гл. 1 было отмечено, что это явление называется *резонансным захватом*.

Определим вероятность избежать резонансного захвата (поглощения) и найдем энергетический спектр замедлившихся нейтронов, предполагая, что *нейтронное поле стационарно*. Стационарность нейтронного поля означает, что в этом поле число нейтронов, энергия которых находится в пределах  $[E, E+dE]$ , постоянно. Обозначим через  $n(E)dE$  число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$  среды, имеющих энергию, заключенную в пределах  $[E, E+dE]$ , а  $\Sigma_s(E)$  и  $\Sigma_a(E)$  – макроскопические сечения рассеяния и поглощения нейтронов с энергией  $E$  соответственно.

Рассмотрим баланс числа нейтронов в интервале энергий  $[E, E+dE]$  в  $1 \text{ см}^3$  среды. Вследствие стационарности нейтронного поля число нейтронов, попадающих в энергетический интервал  $dE$  в результате замедления на ядрах водорода, должно быть равно числу нейтронов, которые выбывают из этого интервала в результате рассеяния и поглощения.

Полное число актов рассеяния и поглощения, испытываемых нейтронами с энергиями в интервале  $[E, E+dE]$  в  $1 \text{ см}^3$  среды за 1 с, равно

$$F(E) dE = [\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)] \cdot \Phi(E) dE, \quad (4.17)$$

где  $\Phi(E)dE$  – плотность потока нейтронов с энергиями, лежащими в интервале  $[E, E+dE]$ ,  $F(E)$  – так называемая *плотность столкновений*.

Выражение (4.17) определяет число нейтронов, *выбывших* из интервала  $dE$  в результате рассеяния и поглощения. Найдем теперь число нейтронов, *попадающих* в этот интервал. Для водорода  $\alpha = 0$  (см. (4.4)), следовательно, при рассеянии нейтрона с начальной энергией  $E_0$ , его конечная энергия  $E_1$  может находиться в интервале  $[0, E_0]$ . Все значения  $E_1$  из этого интервала равновероятны, так как вероятность  $w(E_1)dE_1$  не зависит от  $E_1$  (см. (4.9)). Учитывая это, можно утверждать, что в интервал  $dE$  с вероятностью, равной  $dE/E_0$ , должны попадать однократно рассеянные нейтроны деления. Из условия стационарности нейтронного поля следует, что число нейтронов деления  $Q_0$ , рожденных в  $1 \text{ см}^3$  за 1 с, должно быть равно числу нейтронов с энергией  $E_0$ , рассеянных за 1 с в  $1 \text{ см}^3$  среды. Поглощением нейтронов деления с энергией  $E_0$  пренебрегается, так как влияние поглощения велико при  $E \ll E_0$  (см. рис. 1.16; 1.17).

Число нейтронов деления, попавших в интервал энергии  $dE$  вследствие *однократного* рассеяния на ядрах среды, равно

$$Q_0 \frac{dE}{E_0}. \quad (4.17a)$$

В интервал  $dE$  могут попадать и *многократно* рассеянные нейтроны с начальными энергиями, лежащими в диапазоне  $[E, E_0]$ . Выберем в этом диапазоне некоторый интервал  $dE'$  вблизи энергии  $E'$ . После столкновения с ядрами водорода энергии нейтронов (имевших первоначально энергию в интервале  $[E', E'+dE']$ ) будут находиться в интервале  $[0, E']$ . При этом доля нейтронов, попавших в элементарный интервал энергии  $dE$ , будет равна  $dE/E$ . Число актов рассеяния, испытываемых нейтронами с энергиями в интервале  $[E, E'+dE']$  за 1 с в  $1 \text{ см}^3$  среды определяется выражением

$$\Sigma_s(E') \Phi(E') dE' = F(E') \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} dE' . \quad (4.18)$$

Умножая соотношение (4.18) на отношение  $dE/E'$ , получим число нейтронов, попавших в интервал  $dE$  (в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ с}$ ) в результате рассеивающих столкновений в интервале энергии  $dE'$ .

$$F(E') \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} dE' \frac{dE}{E'} .$$

Полное число нейтронов, попавших в интервал  $dE$  в результате *всех* столкновений, испытываемых нейтронами с энергиями в интервале  $[E, E_0]$ , определяется следующим выражением:

$$dE \int_E^{E_0} F(E') \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} . \quad (4.19)$$

Приравняв соотношение (4.17) сумме выражений (4.17а) и (4.19), получим искомое уравнение баланса числа нейтронов с энергиями в интервале  $[E, E+dE]$  в  $1 \text{ см}^3$  среды

$$F(E) = \frac{Q_0}{E_0} + \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} F(E') \frac{dE'}{E'} . \quad (4.20)$$

Найдем функцию плотности столкновений  $F(E)$ . Дифференцируя уравнение (4.20) по  $E$ , получим

$$\frac{dF}{dE} = - \frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)} \frac{F(E)}{E} . \quad (4.21)$$

Разделив переменные в уравнении (4.21) и проинтегрировав, найдем

$$\int_{F(E)}^{F(E_0)} \frac{dF'}{F'} = - \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} ,$$

или

$$\ln \frac{F(E)}{F(E_0)} = - \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} . \quad (4.22)$$

Из уравнения (4.20) определяется граничное условие

$$F(E_0) = \frac{Q_0}{E_0} . \quad (4.23)$$

Учитывая (4.23), из соотношения (4.22) получается выражение для плотности столкновений, которое является решением уравнения (4.20):

$$F(E) = \frac{Q_0}{E_0} \exp \left( \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} \right). \quad (4.24)$$

Так как  $\frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} = 1 - \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')}$ , формула (4.24)

может быть записана в виде

$$F(E) = \frac{Q_0}{E_0} \exp \left( - \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} \right). \quad (4.25)$$

Из соотношения (4.25) следует, что в среде без поглощения [ $\Sigma_a(E') = 0$ ] плотность столкновений

$$F(E) = \frac{Q_0}{E}. \quad (4.26)$$

Учитывая, что  $F(E) = [\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)] \cdot \Phi(E)$ , из (4.26) можно получить

$$\Phi(E) = \frac{Q_0}{E \Sigma_s(E)}. \quad (4.27)$$

Выражение (4.27) определяет энергетический спектр замедляющихся нейтронов в среде без поглощения. Этот спектр называется спектром Ферми.

В области энергий ( $1 \div 10^4$ ) эВ сечение рассеяния нейтронов на ядрах водорода приблизительно постоянно. Поэтому в этой области плотность потока нейтронов обратно пропорциональна энергии, а плотность нейтронов  $n = \Phi / V$  (см. (3.6)) пропорциональна  $E^{-3/2}$ . В реакторе на тепловых нейтронах сложный энергетический спектр нейтронов: спектр значительно изменяется от энергии нейтронов. В области энергий, меньших  $E_{zp} \approx 1$  эВ, энергетический спектр нейтронов может быть описан спектром Максвелла. В интервале ( $1 \div 10^4$ ) эВ спектр нейтронов близок к спектру Ферми (см. (4.27)), а при  $E > 10^4$  эВ спектр приблизительно соответствует спектру нейтронов деления.



Выясним физический смысл множителя  $\exp\left(-\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'}\right)$  в формуле (4.25).

Введем следующие определения.

*Плотность замедления*  $q(E)$  – число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$  среды, которые за 1 с замедлились ниже энергии  $E$ , т.е. их энергия попадает в интервал  $[0, E]$ .

*Вероятность избежать резонансного поглощения*  $P(E)$  для нейтронов с энергией  $E$  (т.е. вероятность того, что нейтрон не будет захвачен при замедлении от  $E_0$  до  $E$ ) – отношение плотности замедления (для энергии  $E$ ) при наличии поглощения ( $\Sigma_a \neq 0$ ) к плотности замедления в отсутствие поглощения ( $\Sigma_a = 0$ ):

$$P(E) = \frac{q(E)|_{\Sigma_a \neq 0}}{q(E)|_{\Sigma_a = 0}}. \quad (4.28)$$

Если поглощение отсутствует, тогда все  $Q_0$  нейтронов, родившихся с энергией  $E_0$  в  $1 \text{ см}^3$  среды за 1 с, беспрепятственно замедлятся ниже любой энергии  $E < E_0$ . Поэтому плотность замедления при отсутствии поглощения *не зависит от  $E$*  и является постоянной величиной, равной  $Q_0$ :

$$q(E)|_{\Sigma_a = 0} = Q_0. \quad (4.29)$$

Найдем выражение для плотности замедления *при наличии поглощения*. Выберем из интервала  $[0, E_0]$  любое значение энергии и определим число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$  среды, которые за 1 с замедляются ниже энергии  $E$ . Это число равно сумме соотношений (4.18) и (4.19), в которых интервал энергии  $dE$  необходимо заменить на интервал  $[0, E]$ . Сделав такую замену, получим

$$q(E) = \frac{Q_0 E}{E_0} + E \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} F(E') \frac{dE'}{E'}. \quad (4.30)$$

Из сравнения соотношений (4.19) и (4.30) следует, что выражение для плотности замедления может быть преобразовано к виду

$$q(E) = \frac{Q_0 E}{E_0} + E \left[ F(E) - \frac{Q_0}{E_0} \right] = E F(E) . \quad (4.31)$$

Учитывая (4.25),

$$q(E) = Q_0 \exp \left( - \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} \right) = q(E) \Big|_{\Sigma_a \neq 0} . \quad (4.32)$$

Из формулы (4.32) видно, что в случае  $\Sigma_a = 0$

$$q(E) \Big|_{\Sigma_a = 0} = Q_0 .$$

Подставляя (4.29) и (4.32) в соотношение (4.28), получаем, что вероятность избежать резонансного поглощения определяется следующим выражением:

$$P(E) = \exp \left( - \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'} \right) . \quad (4.33)$$

С использованием выражения (4.33) вычислим  $P(E)$  для гипотетического поглотителя, сечение поглощения которого  $\Sigma_a(E)$  бесконечно велико в энергетическом интервале  $[E_1, E_2]$  и равно нулю всюду вне этого интервала. В этом случае вероятность избежать резонансного поглощения равна

$$P = \exp \left( - \int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{E} \right) = \frac{E_1}{E_2} . \quad (4.34)$$

Если сечение поглощения бесконечно велико, существует отличная от нуля вероятность того, что нейтроны замедлятся до энергий ниже  $E_1$ , причем число замедлившихся нейтронов тем больше, чем меньше интервал  $[E_1, E_2]$ . Это обусловлено тем, что нейтроны могут замедлиться от энергий  $E > E_2$  до энергий  $E < E_1$  в результате одного столкновения, «проскочив» интервал энергий  $[E_1, E_2]$ . Формула (4.34) используется для оценки вероятности избежать резонансного поглощения в случае поглощающих сред, в составе которых есть атомные ядра с сильным резонансным поглощением нейтронов.

### 4.3. Замедление в тяжелых непоглощающих средах ( $A \neq 1, \Sigma_a = 0$ )

При решении задачи о замедлении нейтронов в средах, содержащих ядра с массовым числом  $A \gg 1$ , выражение для плотности столкновений (и выражение для плотности замедления) нельзя выразить в виде единственного соотношения ((4.25) или (4.31)) в интервале энергий  $[0, E_0]$ . Для тяжелых ядер наименьшая возможная энергия нейтрона после первого столкновения равна  $\alpha E_0$  (см. (4.5)), где  $E_0$  – средняя энергия нейтронов деления. Замедление нейтронов в интервале энергий  $[E_0, \alpha E_0]$  обусловлено как *первыми*, так и *многократными* столкновениями нейтронов деления. Для нейтронов в интервале энергий  $[0, \alpha E_0]$  первые акты рассеяния нейтронов деления не могут дать вклада в плотность столкновений или плотность замедления. Поэтому энергетический спектр нейтронов в интервале  $[0, \alpha E_0]$  будет иметь другой вид, чем соответствующий спектр в интервале энергий  $[\alpha E_0, E_0]$ . Рассмотрим отдельно оба эти интервала.

**Энергетический спектр замедляющихся нейтронов в интервале  $[\alpha E_0, E_0]$ .** Выберем некоторый интервал  $dE$  вблизи энергии  $E$ , значение которой находится внутри интервала  $[\alpha E_0, E_0]$ . Составим уравнение баланса числа нейтронов, находящихся в  $1 \text{ см}^3$  среды и имеющих энергию в диапазоне  $[E, E+dE]$ . Учитывая стационарность нейтронного поля, можно утверждать, что число таких нейтронов будет постоянным во времени, и, следовательно, число нейтронов, попадающих в интервал  $dE$  в результате процесса замедления должно быть равно числу нейтронов, уходящих из этого интервала вследствие рассеяния (поглощение отсутствует).

Число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$ , которые за 1 с выбывают в результате рассеяния из интервала  $dE$ , равно

$$\Sigma_s(E) dE = F(E) dE . \quad (4.35)$$

Число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$ , которые за 1 с попадают в интервал  $dE$  вследствие замедления, определяется выражением

$$\frac{Q_0 dE}{E_0 (1-\alpha)} + dE \int_E^{E_0} F(E') \frac{dE'}{E'(1-\alpha)}, \quad (4.36)$$

слагаемые в котором есть вклады в уравнение баланса однократно и многократно рассеянных нейтронов деления соответственно. Вывод выражения (4.36) аналогичен выводу соотношения (4.17а) и (4.19). Необходимо учесть, что, во-первых,  $\Sigma_a = 0$  и, во-вторых, что в случае тяжелых замедлителей энергия однократно рассеянного нейтрона, имевшего первоначально энергию  $E$ , может с одинаковой вероятностью принимать любое значение, лежащее в интервале  $[\alpha E, E]$ .

При замедлении в водороде (см. п. 4.2), величина этого интервала была равна  $[0, E]$ . Такое отличие приводит к тому, что в случае тяжелых замедлителей вероятность попадания однократно рассеянного нейтрона с начальной энергией  $E'$  в интервал  $dE$  вблизи энергии  $E \leq E'$  будет равна не  $dE/E'$  (как в случае замедления в водороде), а  $dE/[E'(1-\alpha)]$ . Если в выражении (4.17а) сделать замену  $dE/E_0$  на  $dE/[E_0(1-\alpha)]$ , а в соотношении (4.19) заменить  $dE/E'$  на  $dE/[E'(1-\alpha)]$ , то после сложения (4.17а) и (4.19) получится формула (4.36). Приравняв выражения (4.35) и (4.36), получим уравнение баланса числа нейтронов, находящихся в  $1 \text{ см}^3$  и имеющих энергию в диапазоне  $[E, E+dE]$ .

$$F(E) = \frac{Q_0}{E_0(1-\alpha)} + \int_E^{E_0} F(E') \frac{dE'}{E'(1-\alpha)}. \quad (4.37)$$

Для получения решения уравнения (4.37) в аналитическом виде, продифференцируем это уравнение по  $E$

$$\frac{dF}{dE} = -\frac{F(E)}{E(1-\alpha)}.$$

Общее решение этого дифференциального уравнения (получаемое элементарным интегрированием) имеет вид:

$$F(E) = \frac{\text{const}}{[E]^{1/(1-\alpha)}}. \quad (4.38)$$

Учитывая, что

$$F(E_0) = \frac{Q_0}{[E_0(1-\alpha)]},$$

(см. (4.37)), можно получить величину произвольной постоянной в выражении (4.38)

$$\text{const} = \frac{Q_0}{1-\alpha} [E_0]^{1-\alpha}.$$

Некоторые практически интересные выводы, следующие из соотношения (4.38), будут даны после рассмотрения поведения функции  $F(E)$  в интервале энергий  $[0, \alpha E_0]$ .

**Энергетический спектр замедляющихся нейтронов в интервале  $[0, \alpha E_0]$ .** Как и в предыдущем случае, составим уравнение баланса числа нейтронов, находящихся в  $1 \text{ см}^3$  среды и имеющих энергию  $E < \alpha E_0$ , заключенную в интервале  $[E, E+dE]$ . Число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$ , которые за 1 с выбывают в результате рассеяния из интервала  $dE$ , равно

$$\Sigma_s(E) \Phi(E) dE = F(E) dE. \quad (4.39)$$

Число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$ , которые за 1 с попадают в интервал  $dE$  вследствие замедления, определяется следующим выражением:

$$dE \int_E^{E/\alpha} F(E') \frac{dE'}{E'(1-\alpha)}. \quad (4.40)$$

Это выражение определяет вклад в уравнение баланса только многократно рассеянных нейтронов, так как однократно рассеянные нейтроны деления с начальной энергией  $E_0$  не могут попасть в интервал  $dE$  вблизи энергии  $E$ , значение которой меньше  $\alpha E_0$  (см. (4.5)). Следует обратить внимание на верхний предел интегрирования в выражении (4.40). Значение  $E/\alpha$  есть *наибольшая начальная* энергия нейтрона, при которой после рассеяния нейтрон еще может попасть в интервал  $[E, E+dE]$ .

Приравняв соотношения (4.39) и (4.40), получим искомое уравнение баланса

$$F(E) = \int_E^{E/\alpha} F(E') \frac{dE'}{E'(1-\alpha)}. \quad (4.41)$$

Полное решение уравнения (4.41) здесь не будет рассматриваться. Будут изложены результаты общего характера и получены решения для так называемого *асимптотического случая*, когда  $E \ll \alpha E_0$ .

**Асимптотический случай ( $E \ll \alpha E_0$ ).** При значении энергии  $E = \alpha E_0$ , которое является общим для обоих интервалов  $[0, \alpha E_0]$  и  $[\alpha E_0, E_0]$ , решения уравнений (4.37) и (4.41) должны совпадать. Для проверки этого предположения, подставим в уравнения (4.37) и (4.41) значение энергии  $E = \alpha E_0$ . Получим

$$F(\alpha E_0) = \frac{Q_0}{E_0(1-\alpha)} + \int_{\alpha E_0}^{E_0} F(E') \frac{dE'}{E'(1-\alpha)}; \quad (4.42)$$

$$F(\alpha E_0) = \int_{\alpha E_0}^{E_0} F(E') \frac{dE'}{E'(1-\alpha)}. \quad (4.43)$$

Из соотношений (4.42) и (4.43) следует, что при  $E = \alpha E_0$  функция плотности столкновений (а значит и энергетический спектр замедлившихся нейтронов) имеет конечный разрыв, величина которого равна

$$\Delta F = \frac{Q_0}{E_0(1-\alpha)}. \quad (4.44)$$

Физически этот разрыв обусловлен тем обстоятельством, что нейтроны деления в результате однократного рассеяния попадают в энергетический интервал  $[\alpha E_0, \alpha E_0 + dE]$ , но не могут попасть в интервал  $[\alpha E_0 - dE, \alpha E_0]$ . Поэтому плотность столкновений при  $E > \alpha E_0$ , значительно больше, чем при  $E < \alpha E_0$ . Разрыв функции плотности столкновений в точке  $E = \alpha E_0$  обусловлен влиянием однократно рассеянных нейтронов.

В области  $E < \alpha^3 E_0$  у функции плотности столкновений и энергетического спектра замедляющихся нейтронов нет разрывов. Значение энергии  $E = \alpha^3 E_0$ , ниже которой происходит такое «сглаживание», называется *асимптотической границей*. Значения этой границы при  $E_0 = 2$  МэВ (средняя энергия нейтронов деления) приведены в табл. 4.3.

В области  $E < \alpha^3 E_0$  решение уравнения (4.41) имеет вид

$$F(E) = \frac{\text{const}}{E}. \quad (4.45)$$

Таблица 4.3

Значения граничной энергии  $E = \alpha^3 E_0$  (при  $E_0 = 2$  МэВ)

Замедлитель	Водород	Дейтерий	Бериллий	Углерод
$\alpha^3 E_0$ , МэВ	0	0,027	0,52	0,74

Для определения постоянной в выражении (4.45) найдем плотность замедления  $q(E)$  для нейтронов с  $E < \alpha E_0$  и найдем число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$ , которые за 1 с замедляются ниже этой энергии. Рассмотрим интервал энергий  $[E', E'+dE']$  ( $E' > E$ ). В общем числе столкновений, происходящих в диапазоне энергий  $dE'$ , доля тех столкновений, в результате которых нейтроны замедляются ниже энергии  $E$ , т.е. попадают в интервал  $[\alpha E', E]$ ,

составляет  $\frac{E - \alpha E'}{E'(1 - \alpha)}$ . Числитель этой дроби есть интервал ниже

энергии  $E$ , в который могут попасть нейтроны, рассеянные в элементе  $dE'$ , а знаменатель есть максимальная энергия рассеянных нейтронов, начальная энергия которых равна  $E'$ . Так как  $F(E')dE'$  есть полное число столкновений нейтронов с энергиями в интервале  $[E', E'+dE']$  в  $1 \text{ см}^3$  за 1 с, то число тех столкновений, которые приведут к замедлению ниже энергии  $E$ , будет равно

$$\frac{F(E') dE' (E - \alpha E')}{E' (1 - \alpha)}. \quad (4.46)$$

Интегрируя (4.46), получим

$$q(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{F(E') (E - \alpha E')}{E' (1 - \alpha)} dE'. \quad (4.47)$$

Выбор пределов интегрирования в (4.47) сделан на основании тех же соображений, которые изложены при выводе выражения (4.40).

Подставив (4.45) в (4.47), получим

$$q(E) = \frac{\text{const}}{1 - \alpha} \int_E^{E/\alpha} \frac{E - \alpha E'}{(E')^2} dE' = \text{const} \cdot \left( 1 + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \alpha \right). \quad (4.48)$$

Принимая во внимание равенство (4.14), запишем (4.48) в виде

$$q(E) = \text{const} \cdot \xi. \quad (4.49)$$

Поскольку предполагается отсутствие поглощения нейтронов при замедлении, плотность замедления не зависит от  $E$  и равна числу нейтронов деления, рождающихся в  $1 \text{ см}^3$  среды за  $1 \text{ с}$ :

$$q = Q_0 . \quad (4.50)$$

Сравнивая (4.49) и (4.50), получим

$$\text{const} = \frac{Q_0}{\xi} .$$

Следовательно, плотность столкновений

$$F(E) = \frac{q}{E \xi} = \frac{Q_0}{E \xi} . \quad (4.51)$$

Учитывая, что  $F(E) = \Sigma_s(E) \Phi(E)$ , выражение (4.51) можно переписать в виде

$$Q_0 = q = \Sigma_s(E) \Phi(E) E \xi . \quad (4.52)$$

Выражение (4.52) представляет собой *асимптотическую плотность замедления*. Из выражения (4.52) следует, что

$$\Phi(E) \sim \frac{1}{E} , \quad (4.52a)$$

т.е. распределение сильно замедлившихся нейтронов по энергиям подчиняется *как и в случае водорода*, закону  $\sim 1/E$  и также называется *спектром Ферми* (см. (4.27)).

#### 4.4. Замедление в тяжелых поглощающих средах ( $A \neq 1, \Sigma_a \neq 0$ )

Для поглощающих сред, содержащих ядра с массовыми числами  $A > 1$ , вычисление плотности столкновений и вероятности избежать резонансного поглощения не может быть проведено аналитически в общем случае во всем диапазоне энергий нейтронов  $[0, E_0]$ , если на энергетическую зависимость сечения поглощения не налагается ограничений. Выше было показано, что в замедлителе с  $A > 1$ , нейтрон любой энергии  $E$  может быть замедлен в одном акте рассеяния до энергии  $\alpha E$ . Поэтому, для анализа функции плотности столкновений следует рассматривать отдельно две различные области энергий  $[0, \alpha E_0]$  и  $[\alpha E_0, E_0]$ .



Наибольший практический интерес представляет *первая область*, так как именно в этой области происходит *резонансное поглощение* замедляющихся нейтронов. Известно, что основная часть резонансного поглощения нейтронов происходит в интервале  $(1 \div 1000)$  эВ, т.е. при энергиях, значительно меньших значений асимптотической границы практически для любого замедлителя (см. табл. 4.3). Поэтому, для вычисления вероятности избежать резонансного поглощения необходимо анализировать уравнения для плотности столкновения и плотности замедления в асимптотической области энергий нейтронов ( $E < \alpha^3 E_0$ ). Эти уравнения имеют следующий вид:

$$F(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{F(E')}{E'} \frac{dE'}{(1-\alpha)} ; \quad (4.53)$$

$$q(E) = \int_E^{E/\alpha} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} F(E') \frac{E - \alpha E'}{E'(1-\alpha)} dE' . \quad (4.54)$$

Каждое из уравнений (4.53) и (4.54) следует дополнить еще одним независимым соотношением

$$\frac{dq}{dE} = -\Sigma_a(E) \Phi(E); \quad q(E_0) = Q_0 . \quad (4.54a)$$

В соответствии с выражением (4.54a), единственный физический процесс, приводящий к выбыванию нейтронов из числа замедляющихся нейтронов в бесконечной среде – *поглощение*. Решение уравнений (4.53), (4.54), (4.54a) для произвольных  $\Sigma_s(E)$ ,  $\Sigma_a(E)$  было получено в 1951 году. Метод решения сложный и приводит к достаточно громоздким соотношениям. Поэтому ограничимся обсуждением некоторых приближенных методов расчета вероятности избежать резонансного поглощения.

**Приближение Вигнера.** Это приближение позволяет рассчитать вероятность избежать резонансного поглощения в случае *узких и независимых* друг от друга резонансов. Рассмотрим один из этих резонансов (рис. 4.4).

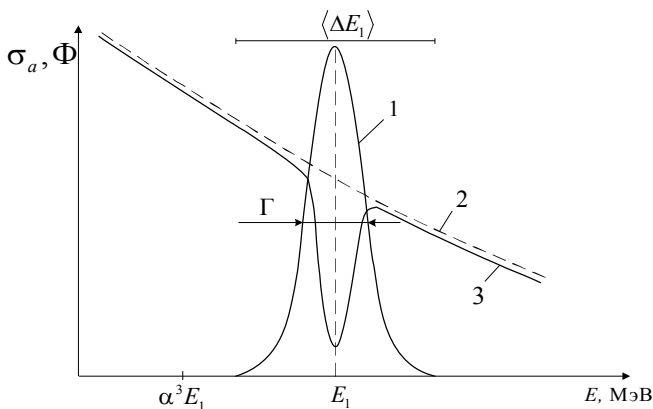


Рис. 4.4. Энергетическая зависимость сечения резонансного поглощения  $\sigma_a(E)$  (зависимость 1). Зависимости 2 и 3 – плотности потока замедляющихся нейтронов  $\Phi(E)$  при отсутствии поглощения ( $\Sigma_a(E) = 0$ ) и при наличии поглощения ( $\Sigma_a(E) \neq 0$ ) соответственно

На рис. 4.4 приведена энергетическая зависимость сечения резонансного поглощения  $\sigma_a(E)$  (зависимость 1) [ $E_1$  – резонансная энергия;  $\Gamma$  – ширина резонанса;  $\Delta E_1$  – средняя потеря энергии замедляющегося нейтрона в области резонанса]. Энергетические зависимости плотности потока замедляющихся нейтронов при отсутствии поглощения ( $\Sigma_a(E) = 0$ ) и наличии поглощения ( $\Sigma_a(E) \neq 0$ ) представлены зависимостями 2 и 3 соответственно.

В рассеивающих (без поглощения) средах плотность потока нейтронов изменяется по закону  $\sim 1/E$  (см. (4.52а) и рис. 4.4, зависимость 2). В поглощающей среде при увеличении микроскопического сечения поглощение возрастает, а зависимость  $\Phi(E)$  все больше и больше отклоняется от закона  $\sim 1/E$ , особенно при наличии резонанса поглощения [см. рис. 4.4, зависимость 3]. При наличии резонансов поглощения в зависимости  $\Phi(E)$  наблюдаются «провалы» вследствие интенсивного поглощения нейтронов, энергия которых близка к резонансной. Каждый из резонансов поглощения действует как *отрицательный источник* нейтронов и обуславливает особенности у функций  $\Phi(E)$  и  $F(E)$ . Влияние этих особенностей заметно в энергетическом интервале,

ширина которого  $\approx E_1(1-\alpha^3)$ , лежащем ниже энергии резонанса  $E_1$ . Поэтому различные резонансы можно рассматривать как *независимые* лишь в том случае, если расстояние между ними больше, чем значение  $E_1(1-\alpha^3)$ , где  $E_1$  – резонансная энергия  $i$ -го резонанса. В *приближении Вигнера* резонанс называется *узким*, если выполняется неравенство

$$\frac{\Gamma_i}{\langle \Delta E_i \rangle} \ll 1, \quad (4.55)$$

где  $\langle \Delta E_i \rangle$  – средняя потеря энергии замедляющихся нейтронов, энергия которых близка к резонансной, а  $\Gamma_i$  – ширина  $i$ -го резонанса. При выполнении условия (4.55) большинство нейтронов просто «не заметит» резонансов, так как в случае  $\langle \Delta E_i \rangle \gg \Gamma_i$  велика вероятность того, что нейтрон с энергией  $E > E_i$  замедлится до энергии  $E < E_i$  без попадания в область резонансного поглощения.

Ниже приводится вывод формулы для вероятности избежать резонансного поглощения для приближения Вигнера, т.е. для *узких и независимых друг от друга резонансов*. Обозначим через  $\Phi_0(E)$  и  $\Phi(E)$  плотности потока замедляющихся нейтронов при отсутствии и наличии резонансного поглощения (см. рис. 4.4, зависимости 2 и 3 соответственно). Если резонансного поглощения нет, то число нейтронов, уходящих из области резонанса, равно числу нейтронов, попадающих в эту область, и определяется выражением

$$\Sigma_s(E_1) \Phi_0(E_1) \Delta E_1,$$

в котором  $\Delta E_1 \approx \Gamma_1$  – ширина резонанса при энергии  $E_1$ . Если поглощение нейтронов в области резонанса есть, то число нейтронов, уходящих из интервала  $\Delta E_1$  вследствие поглощения и рассеяния, равно

$$[\Sigma_s(E_1) + \Sigma_a(E_1)] \cdot \Phi_0(E_1) \Delta E_1.$$

Если учесть, что число нейтронов, попадающих в интервал  $\Delta E_1$ , одно и то же при наличии и отсутствии резонансного поглощения, получим следующее равенство:

$$\Sigma_s(E_1) \Phi_0(E_1) \Delta E_1 = [\Sigma_s(E_1) + \Sigma_a(E_1)] \cdot \Phi(E_1) \Delta E_1 . \quad (4.56)$$

Строго говоря, равенство (4.56) справедливо только для очень узкого резонанса, у которого  $\Gamma \rightarrow 0$ . Для такого резонанса справедливо соотношение (4.52), в соответствии с которым

$$\Phi_0(E_1) = \frac{Q_0}{\Sigma_s(E_1) E_1 \xi} . \quad (4.57)$$

Подставляя (4.57) в (4.56), получим

$$\Phi(E_1) \Delta E_1 = \frac{Q_0}{E_1 \xi \cdot [\Sigma_s(E_1) + \Sigma_a(E_1)]} \Delta E_1 . \quad (4.58)$$

Из выражения (4.58) следует, что вероятность поглощения нейтрона в резонансе равна

$$\frac{\Phi(E_1) \Delta E_1 \Sigma_a(E_1)}{Q_0} = \frac{\Sigma_a(E_1)}{\xi \cdot [\Sigma_s(E_1) + \Sigma_a(E_1)]} \frac{\Delta E_1}{E_1} ,$$

а вероятность избежать резонансного поглощения определяется следующим соотношением:

$$P_1 = 1 - \frac{\Sigma_a(E_1)}{\xi \cdot [\Sigma_s(E_1) + \Sigma_a(E_1)]} \frac{\Delta E_1}{E_1} .$$

Эта вероятность при прохождении группы  $n$  узких и независимых резонансов будет равна

$$P_n = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - \frac{\Sigma_a(E_i)}{\xi \cdot [\Sigma_s(E_i) + \Sigma_a(E_i)]} \right\} \frac{\Delta E_i}{E_i} . \quad (4.59)$$

Логарифмируя обе части равенства (4.59), получим

$$\ln P_n = \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{\Sigma_a(E_i)}{\xi \cdot [\Sigma_s(E_i) + \Sigma_a(E_i)]} \right] \frac{\Delta E_i}{E_i} . \quad (4.60)$$

Для *узких* резонансов  $\Delta E_i \ll \xi E_i$ , можно аппроксимировать логарифм в равенстве (4.60) первым членом его разложения в ряд. Это дает

$$\ln P_n = - \sum_{i=1}^n \frac{\Sigma_a(E_i)}{\xi \cdot [\Sigma_s(E_i) + \Sigma_a(E_i)]} \frac{\Delta E_i}{E_i} .$$

Переходя от суммирования к интегрированию, получим, что вероятность избежать поглощения (при замедлении от  $E_0$  до  $E$ ) в случае узких и независимых резонансов равна

$$P(E) = \exp \left[ - \int_E^{E_0} \xi \cdot \frac{\Sigma_a(E')}{[\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')] } \frac{dE'}{E'} \right] . \quad (4.61)$$

Предположим, что значение  $\Sigma_a(E)$  бесконечно велико в энергетическом интервале  $[E_1, E_2]$  и равно нулю всюду вне этого интервала. Из равенства (4.61) следует, что в этом случае

$$P = \left( \frac{E_1}{E_2} \right)^{\frac{1}{\xi}} .$$

Таким образом, несмотря на то, что эффективное сечение поглощения бесконечно велико, вероятность избежать резонансного поглощения конечна. Такой результат – следствие того факта, что определенная доля рассеянных нейтронов «проскакивает» через область резонансного поглощения в результате однократного рассеяния.

В случае слабого поглощения [ $\Sigma_a(E)$  мало;  $\Sigma_a(E) \ll \Sigma_s(E)$  ], приближение Вигнера для вероятности избежать резонансного поглощения нейтронов переходит в так называемое *приближение Ферми*

$$P(E) = \exp \left[ - \int_E^{E_0} \xi \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E')} \frac{dE'}{E'} \right] . \quad (4.62)$$

Если замедление происходит в среде, содержащей несколько сортов ядер, то во всех полученных соотношениях следует положить

$$\Sigma_a = \sum_j N_j \sigma_{aj} ; \quad \Sigma_s = \sum_j N_j \sigma_{sj} .$$

Под  $\xi$  следует понимать среднее (по всем сортам ядер) значение средней логарифмической потере энергии:

$$\langle \xi \rangle = \frac{\sum_j \Sigma_{sj} \xi_j}{\sum_j \Sigma_{sj}} . \quad (4.63)$$

#### 4.5. Эффективный резонансный интеграл

Допустим, что в бесконечной среде находятся равномерно распределенные источники нейтронов деления мощностью  $Q_0=1$  [1/(см<sup>3</sup>·с)]. Пусть в среде гомогенно распределен резонансный поглотитель нейтронов, ядерная плотность которого равна  $N_0$ . Предположим, что у поглотителя есть *узкие и независимые резонансы*. Скорость резонансного поглощения, т.е. число нейтронов, поглощаемых резонансным поглотителем в 1 см<sup>3</sup> среды за 1 с

$$R_a = \int_{E_{cp}}^{E_0} \Sigma_{a0}(E) \Phi(E) dE , \quad (4.64)$$

где  $\Sigma_{a0}(E)$  – *макроскопическое сечение поглощения ядер резонансного поглотителя*. Плотность потока нейтронов  $\Phi(E)$  определяется соотношением (4.58), в котором  $Q_0=1$  [1/(см<sup>3</sup>·с)]. Подставив (4.58) в (4.64), получим

$$R_a = \frac{1}{\xi} \int_{E_{cp}}^{E_0} \frac{N_0 \sigma_{a0}(E)}{E [\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)]} dE . \quad (4.65)$$

Умножим и разделим подынтегральное выражение в (4.65) на  $\Sigma_s(E)$ . Учитывая, что  $\Sigma_s(E)$  слабо зависит от энергии нейтронов, соотношение (4.65) преобразуется к виду

$$R_a = \frac{N_0}{\xi \cdot \langle \Sigma_s \rangle} \int_{E_{cp}}^{E_0} \frac{\Sigma_s(E)}{[\Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)]} \sigma_{a0}(E) \frac{dE}{E} , \quad (4.66)$$

где  $\langle \Sigma_s \rangle$  – *макроскопическое сечение рассеяния, усредненное по интервалу энергий  $[E_{cp}, E_0]$* . Интеграл в (4.66) называется *эффективным резонансным интегралом*. Обозначим его через  $I_{a,эфф}$  и выясним физический смысл эффективного резонансного

интеграла. Для этого рассмотрим отношение  $\frac{1}{\xi \cdot \langle \Sigma_s \rangle}$ . Согласно

(4.52) плотность потока замедлившихся нейтронов при отсутствии поглощения равна  $\Phi(E) = \frac{1}{\xi \Sigma_s(E) E}$ . Учитывая, что летаргия

$u = \ln \frac{E_0}{E}$  (см. (4.16)), и сделав замену переменных  $E \rightarrow u$ ,

получим, что плотность потока нейтронов на единицу интервала летаргии определяется выражением

$$\Phi(u) = \frac{1}{\xi \Sigma_s(u)}. \quad (4.67)$$

С учетом (4.67), скорость поглощения представляется в виде:

$$R_a = N_0 \Phi(u) I_{a,\text{эфф}}.$$

Таким образом, чтобы определить скорость поглощения замедляющихся нейтронов в диапазоне энергий  $[E_{zp}, E_0]$ , необходимо  $I_{a,\text{эфф}}$  умножить на концентрацию ядер поглотителя  $N_0$  и асимптотическое (т.е. для случая  $\Sigma_a(E) = 0$ ) значение плотности потока нейтронов по шкале летаргии. Следовательно, эффективный резонансный интеграл имеет смысл интегрального (по всей области замедления) эффективного сечения поглощения.

Перепишем формулу для эффективного резонансного интеграла:

$$I_{a,\text{эфф}} = \int_{E_{zp}}^{E_0} \sigma_{a0}(E) \frac{1}{\left(1 + \frac{\sigma_{a0}}{\Sigma_s(E)/N_0}\right)} \frac{dE}{E} = \int_{E_{zp}}^{E_0} \sigma_{a,\text{эфф}}(E) \frac{dE}{E}, \quad (4.68)$$

где  $\sigma_{a,\text{эфф}}(E)$  – *эффективное сечение поглощения*. Из соотношения (4.68) следует, что величина  $I_{a,\text{эфф}}$  определяется не только сечением поглощения вещества-поглотителя, но и зависит также от сечения рассеяния смеси, отнесенного к одному ядру поглотителя ( $\sigma_p(E) = \Sigma_s(E)/N_0$ ). При уменьшении концентрации поглотителя смесь становится более разбавленной, а параметр

$\sigma_p(E)$  увеличивается и эффективное сечение поглощения  $\sigma_{a,\text{эфф}}(E)$  возрастает (см. (4.68)). В пределе при «бесконечном» разбавлении отношение  $\frac{\sigma_{a,0}}{\Sigma_s(E)/N_0} \rightarrow 0$ , а  $I_{a,\text{эфф}}$ , увеличивается и стремится к значению

$$I_{a,\infty} = \int_{E_p}^{E_0} \sigma_{a,0}(E) \frac{dE}{E}, \quad (4.69)$$

которое называется *истинным резонансным интегралом*. По мере увеличения концентрации ядер поглотителя параметр  $\sigma_p(E)$  уменьшается, что приводит к уменьшению  $\sigma_{a,\text{эфф}}(E)$  и  $I_{a,\text{эфф}}$ . Наименьшее значение эффективного резонансного интеграла соответствует «чистому» поглотителю при отсутствии в нем замедлителя. Например, для металлического  $^{238}\text{U}$  значение  $I_{a,0} \approx 10$  б. Так как для  $^{238}\text{U}$   $I_{a,\infty} = 275$  б, то отношение  $I_{a,\infty}/I_{a,0} \approx 28$ . Неравенство  $I_{a,\infty} \gg I_{a,0}$  обусловлено тем, что более высокие концентрации поглотителя приводят к резко выраженным провалам плотности потока резонансных нейтронов (см. рис. 4.4), а следовательно, и к меньшему поглощению на одно ядро поглотителя, так как скорость поглощения в единичном интервале энергии равна  $\Sigma_a \Phi$ . Воздействуя на спектр нейтронов, поглотитель как бы «мешает» сам себе эффективно поглощать нейтроны. Возникает так называемый эффект энергетической экранировки.

**Для гомогенного расположения резонансного поглотителя** имеющиеся экспериментальные данные по значениям эффективного резонансного интеграла  $^{238}\text{U}$  хорошо аппроксимируются следующей зависимостью:

$$I_{a,\text{эфф}} = 3,8 \cdot \left( \frac{\Sigma_s}{N_0} \right)^{0,42}. \quad (4.70)$$

Рассмотрим связь между эффективным резонансным интегралом и вероятностью избежать резонансного поглощения. Преобразуем выражение (4.61). Умножим и разделим



подынтегральную функцию на  $\Sigma_s$ . Учитывая слабую зависимость  $\Sigma_s$  от энергии нейтронов, получим:

$$P(E) = \exp \left[ - \frac{N_0}{\xi \cdot \langle \Sigma_s \rangle} \int_E^{E_0} \frac{\sigma_{a,0} \Sigma_s(E')}{[\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')] E'} dE' \right]. \quad (4.71)$$

Если в соотношении (4.71) нижний предел интегрирования выбрать равным  $E_{zp}$ , это соотношение примет следующий вид:

$$P = \exp \left( - \frac{N_0}{\xi} \frac{I_{a,эфф}}{\langle \Sigma_s \rangle} \right). \quad (4.72)$$

Увеличение температуры поглотителя приводит к *уширению резонансов вследствие эффекта Доплера*. При этом площадь под кривой резонансного пика остается постоянной. В выражении для  $I_{a,эфф}$  (4.68) сечение поглощения входит как в числитель, так и в знаменатель. Это означает, что эффективный резонансный интеграл зависит от температуры среды. Такая зависимость имеет большое значение для работы ядерных реакторов как на тепловых, так и на быстрых нейтронах. Используя понятие  $I_{a,эфф}$ , можно показать, что поглощение при замедлении определяется наличием резонансов поглощения. Для этого оценим вклад в резонансный интеграл поглощения по закону  $\sim 1/V$  в интервале  $[E_{zp}, E_0]$ . Полагая в (4.69)

$$\sigma_{a,0} = \sigma_0 \frac{V_0}{V},$$

где  $\sigma_0$  сечение при стандартной энергии  $E'_0 = 0,0253$  эВ (см. п. 5.5), после интегрирования получим

$$I_{a,\infty}^{1/V} \approx 2\sigma_0 \left( \frac{E'_0}{E_{zp}} \right)^{1/2}. \quad (4.73)$$

При  $E_{zp} = 0,625$  эВ из (4.73) следует, что  $I_{a,\infty} = 0,4\sigma_0$ . Для резонансного поглотителя  $^{238}\text{U}$   $I_{a,\infty} = 275$  б;  $\sigma_0 = 2,7$  б; вклад  $1/V$ -поглощения в потери замедляющихся нейтронов очень мал

( $I^{1/V} \approx 1,1$  б) и составляет  $I^{1/V} / I_{a,\infty} = 1,1/275 \approx 0,4\%$  от полного числа замедляющихся нейтронов.

Для *гетерогенного расположения резонансного поглотителя* эффективный резонансный интеграл будет зависеть от состава блоков (стержней) с резонансным поглотителем, геометрических характеристик блоков, шага их расположения и свойств замедлителя. Однако для далеко расположенных блоков эффективный резонансный интеграл определяется только составом блоков, их геометрическими характеристиками. Для оценки эффектов гетерогенности при расчете вероятности избежать резонансного поглощения можно пользоваться формулой

$$P(E) = \exp \left[ - \frac{N_0 V_6 I_{a,\text{эфф}}(E)}{\xi \cdot \langle \Sigma_s^3 \rangle V_3} \right], \quad (4.74)$$

где  $N_0$  – ядерная плотность резонансного поглотителя в блоке;  $V_6$  – объем блоков;  $\xi \cdot \langle \Sigma_s^3 \rangle$  – замедляющая способность замедлителя;  $V_3$  – объем замедлителя;  $I_{a,\text{эфф}}(E)$  – эффективный резонансный интеграл блока с учетом гетерогенности, который может быть оценен *по теореме эквивалентности*, согласно которой

$$I_{a,\text{эфф}}(E) = \int_E^{E_0} \frac{\sigma_a(E')}{1 + \frac{\sigma_a(E')}{\sigma_p^*}} \frac{dE'}{E'}, \quad (4.75)$$

где  $\sigma_p^*$  для блока зависит от  $\sigma_p$  для блока и его геометрических характеристик

$$\sigma_p^* = \sigma_p + \frac{1}{N_0 \cdot \langle l \rangle}; \quad \langle l \rangle = \frac{4V_6}{S_6},$$

где  $V_6$  – объем блока;  $S_6$  – поверхность блока.

При расчетно-экспериментальном определении эффективного резонансного интеграла, как правило, выбираются следующий диапазон энергий нейтронов:  $E = 0,5$  эВ;  $E_0 = (10 \div 12)$  МэВ (для резонансного поглотителя  $^{238}\text{U}$ ).

Для вычисления эффективных резонансных интегралов, как видно из формул (4.64) и (4.75), необходимо знать точную энергетическую зависимость  $\sigma_a$ , что не всегда возможно; необходимо учитывать также неразрешенные уровни, параметры которых могут быть известны с большой погрешностью. Отсутствие этих данных затрудняет расчеты.

Кроме того, использование теоремы эквивалентности может давать погрешности. Поэтому резонансное поглощение в гетерогенных и гомогенных реакторах изучалось экспериментально. Эксперименты в основном проводились для блоков, содержащих  $^{238}\text{U}$  (уран с обогащением по изотопу  $^{235}\text{U} \approx 0,3\%$  или  $0,714\%$ ). При этом была получена следующая эмпирическая формула (Егизаров М.Б., СССР; Хелстранд Э., Швеция):

$$I_{эфф}^{238} = \left[ A + B \sqrt{\frac{S}{M}} \right] \text{ [барн]},$$

где  $S$  – площадь поверхности блока [ $\text{см}^2$ ];  $M$  – масса [г].

Значения коэффициентов  $A$  и  $B$  приведены в табл. 4.4 для диапазона значений  $\frac{S}{M} = 0,07 \div 0,55$ , т.е. для стержней диаметром  $(0,4 \div 3)$  [см].

Таблица 4.4

**Значения параметров  $A$ ,  $B$  для определения  $I_{эфф}^{238}$**

Вещество блока	$A$	$B$
$\text{UO}_2$ (диоксид $^{238}\text{U}$ )	4,15	26,6
Металлический $^{238}\text{U}$	2,8	25,0

## Глава 5 ДИФФУЗИЯ НЕЙТРОНОВ

---

### 5.1. Закон Фика

В диффузионных явлениях, таких как диффузия газовых молекул, диффундирующая субстанция распространяется от областей большей плотности в сторону областей меньшей плотности. Аналогичные процессы протекают и со свободными нейтронами в средах.

*Диффузия моноэнергетических нейтронов* может быть описана *законом Фика*, согласно которому результирующее число нейтронов, проходящих за единицу времени через единичную площадку, нормальную к направлению плотности тока нейтронов, определяется равенством:

$$\vec{J} = -D_0 \cdot \text{grad} [n(\vec{r})] , \quad (5.1)$$

где  $D_0$  – коэффициент диффузии;  $n(\vec{r})$  – плотность нейтронов.

Удобна другая запись этого закона:

$$\vec{J} = -\frac{D_0}{\langle V \rangle} \text{grad} [n(\vec{r}) \cdot \langle V \rangle] = -D \cdot \text{grad} \Phi(\vec{r}) , \quad (5.2)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии для плотности потока нейтронов (размерность  $D$  – [длина]);  $\Phi(\vec{r})$  – плотность потока нейтронов.

Выведем соотношения (5.1) и (5.2) с целью выяснения границ их применимости. Рассмотрим малую площадку  $ds$ , лежащую в плоскости  $(x, y)$  системы координат, приведенной на рис. 5.1.

Число рассеивающих столкновений, происходящих за 1 с в элементе объема  $dv$ , имеющем сферические координаты  $r, \psi$  и  $\varphi$  равно  $\Sigma_s \cdot \Phi \cdot dv$  (см. (3.13)). Если рассеяние нейтронов происходит *изотропно в лабораторной системе координат*, то нейтроны могут отлететь от рассеивающих ядер в любом направлении с равной вероятностью (см. рис. 5.1, элемент объема  $dv$ , пунктирные стрелки). Вероятность того, что нейтроны в  $dv$  испытают рассеяние так, чтобы пройти через площадку  $ds$ , равна той доле полного

телесного угла, которую составляет телесный угол с вершиной в точке рассеяния, стягиваемой площадкой  $ds$ , т.е.  $\frac{\cos \psi ds}{4\pi r^2}$ .

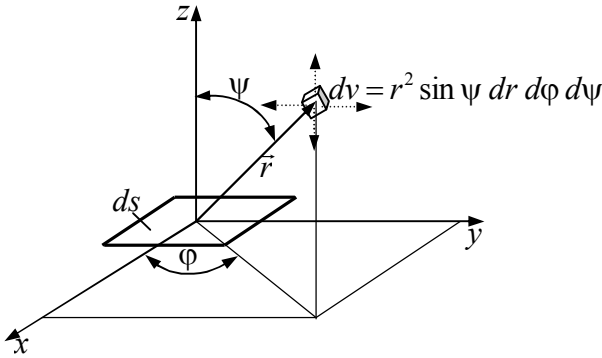


Рис. 5.1. Вычисление плотности тока нейтронов для площадки  $ds$ , расположенной в плоскости  $(x,y)$

Вероятность того, что нейтроны, направление движения которых лежит внутри упомянутого телесного угла, достигнут площадку  $ds$  без дальнейших столкновений, равна  $\exp(-\Sigma_{tot} r)$  (см. (3.13)). Таким образом, число нейтронов, испытавших рассеяние в элементе объема  $dv$  и достигших площадки  $ds$  за 1 с, равно

$$\frac{\Sigma_s \Phi dv \exp(-\Sigma_{tot} r) ds \cos \psi}{4\pi r^2}.$$

Полное число рассеянных нейтронов, проходящих за 1 с через площадку  $ds$  сверху (т.е. в отрицательном направлении оси  $\vec{z}$ ), определяется интегрированием по всему верхнему полупространству. Если обозначить через  $J_-$  плотность тока нейтронов в направлении  $(-\vec{z})$ , то число нейтронов, проходящих в этом направлении через площадку  $ds$  равно  $J_- \cdot ds$ . Величина  $J_-$  называется *односторонним током нейтронов*.

В соответствии с вышеизложенным,

$$J_- \cdot ds = \frac{ds}{4\pi} \Sigma_s \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \Phi \exp(-\Sigma_{tot} r) \cos \psi \sin \psi \, d\varphi \, d\psi \, dr . \quad (5.3)$$

Для вычисления интеграла (5.3) необходимо выразить плотность потока нейтронов  $\Phi(x, y, z)$  как функцию пространственных координат; для этого можно воспользоваться разложением в ряд Тейлора. Ограничиваясь в этом разложении членами первого порядка, получим

$$\Phi(x, y, z) = \Phi_0 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_0 x + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_0 y + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0 z , \quad (5.4)$$

где индекс «0» означает, что соответствующие величины берутся в начале координат, т.е. в месте нахождения элементарной площадки  $ds$ . Подставив (5.4) в (5.3) и производя интегрирование, получим

$$J_- = \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{tot}} \frac{\Phi_0}{4} + \frac{1}{6} \frac{\Sigma_s}{\Sigma_{tot}^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0 . \quad (5.5)$$

Предположим, что сечение поглощения  $\Sigma_a$  *мало* по сравнению с сечением рассеяния  $\Sigma_s$ , т.е.  $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ . Это дает возможность заменить сечение рассеяния  $\Sigma_s$  полным сечением  $\Sigma_{tot}$  и получить, что

$$J_- = \frac{\Phi_0}{4} + \frac{1}{6} \frac{1}{\Sigma_{tot}} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0 . \quad (5.6)$$

Одностороннюю плотность тока  $J_+$  (в направлении  $+\bar{z}$ ), можно вычислить по аналогии со способом вычисления плотности тока  $J_-$ . Отличие состоит в том, что интегрирование по  $\psi$  выполняется от  $\pi/2$  до  $\pi$ , т.е. по нижнему полупространству.

$$J_+ = \frac{\Phi_0}{4} - \frac{1}{6} \frac{1}{\Sigma_{tot}} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0 . \quad (5.7)$$

Результирующая плотность тока в положительном направлении оси  $\bar{z}$ ,  $J_z$ , равна

$$J_z = J_+ - J_- = -\frac{1}{3} \frac{1}{\Sigma_{tot}} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_0. \quad (5.8)$$

Располагая площадку  $ds$  перпендикулярно осям  $x$  и  $y$ , определяются плотности результирующих токов вдоль этих осей соответственно:

$$J_x = -\frac{1}{3} \frac{1}{\Sigma_{tot}} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_0; \quad J_y = -\frac{1}{3} \frac{1}{\Sigma_{tot}} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_0. \quad (5.9)$$

Начало координат было выбрано произвольно, поэтому аналогичные рассуждения можно провести для любой точки пространства. Поэтому в дальнейшем, индекс «0» опускается. Плотности результирующих токов записываются в векторной форме:

$$\vec{J} = J_x \vec{i} + J_y \vec{j} + J_z \vec{k}, \quad (5.10)$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные векторы вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Подставляя в выражение (5.10) значения плотностей токов  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$  (см. (5.8) и (5.9)), получаем

$$\vec{J} = -\frac{1}{3\Sigma_{tot}} \text{grad } \Phi. \quad (5.11)$$

Соотношение (5.11) представляет собой хорошо известный из физики закон Фика для процесса диффузии. Вектор  $\vec{J}$  есть плотность полного (или диффузионного) тока нейтронов (см. (3.9)). Этот ток направлен в сторону меньшей плотности нейтронов, чем обусловлен знак «-» в формуле (5.11) и равен алгебраической сумме числа нейтронов, пересекающих в единицу времени единичную площадку, перпендикулярную тому направлению, вдоль которого происходит диффузия. Из сравнения выражений (5.2) и (5.11) следует, что

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{tot}}.$$

Учет анизотропии при рассмотрении процесса диффузии показывает, что

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}}, \quad (5.12)$$

где  $\Sigma_{tr}$  – транспортное сечение среды. Далее будет использоваться именно это выражение для коэффициента диффузии.

**Рассмотрим область применения закона Фика.** Разложение плотности потока нейтронов в ряд Тейлора (см. (5.4)) ограничивается членами первого порядка, но полученные результаты справедливы в действительности до членов второго порядка включительно. Дело в том, что члены второго порядка при интегрировании в выражении (5.3) дают либо нуль, либо величины в точности совпадающие для  $J_+$  и  $J_-$ . Таким образом, выражение (5.11) справедливо при условии, что плотность потока нейтронов может быть с достаточной точностью аппроксимирована тремя членами (нулевого, первого и второго порядка) разложения в ряд. Вследствие того, что подынтегральный множитель  $\exp(-\Sigma_{tot}r)$  быстро уменьшается с ростом  $r$  и становится весьма малым на расстояниях, превышающих две-три средние длины свободного пробега до взаимодействия  $\lambda_t$ , основной вклад в нейтронную плотность тока дают рассеивающие центры, находящиеся на расстояниях, меньших  $(2\div 3)\cdot\lambda_t$  от рассматриваемой площадки  $ds$ . Поэтому рассмотренное выше приближение законно в том случае, когда *изменение плотности потока нейтронов на расстояниях порядка  $(2\div 3)\cdot\lambda_t$  пренебрежимо мало.*

Вблизи сильного источника (или поглотителя) нейтронов или вблизи границы двух сред, обладающих неодинаковыми для нейтронной диффузии характеристиками, плотность потока нейтронов быстро изменяется в зависимости от координаты. На таких участках производные  $\frac{\partial\Phi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial\Phi}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial\Phi}{\partial z}$  не будут малы и приближения, приводящие к закону Фика (см. (5.11)) не будут справедливы. Однако уже на расстояниях  $(2\div 3)\cdot\lambda_t$  от источника (или поглотителя, или от границы среды) вследствие быстрого убывания множителя  $\exp(-\Sigma_{tot}r)$  плотность потока нейтронов может быть с достаточной для приложений нейтронной физики точностью аппроксимирована тремя членами разложения в ряд. В результате для вычисления плотности тока нейтронов при определенных условиях можно использовать закон Фика.



## 5.2. Диффузионное уравнение

Составим уравнение баланса нейтронов в некотором элементе объема  $dv$  среды, в котором происходит диффузия нейтронов.

Скорость изменения плотности нейтронов во времени  $\frac{\partial n}{\partial t}$  определяется соотношением скоростей протекания трех процессов: генерации, поглощения и утечки. Таким образом, баланс нейтронов в элементе объема  $dv$  имеет вид

$$dv \frac{\partial n}{\partial t} = \text{генерация} - \text{утечка} - \text{поглощение}. \quad (5.13)$$

Определим каждый из членов, входящих в уравнение (5.13). Пусть в  $1 \text{ см}^3$  среды за  $1 \text{ с}$  генерируется (рождается)  $S$  нейтронов, тогда  $Sdv$  будет генерироваться в объеме  $dv$ . Число нейтронов, поглощаемых в  $1 \text{ см}^3$  за  $1 \text{ с}$ , равно  $\Sigma_a \Phi$ , где  $\Sigma_a$  – макроскопическое эффективное сечение поглощения (см. (3.16)), следовательно, число нейтронов, поглощаемых в объеме,  $dv$  будет определяться выражением  $\Sigma_a \Phi dv$ . Вычислим утечку из заданного объема  $dv$ . Пусть этот объем для определенности имеет форму прямоугольного параллелепипеда с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  и расположен около точки с координатами  $(x, y, z)$  (рис. 5.2).

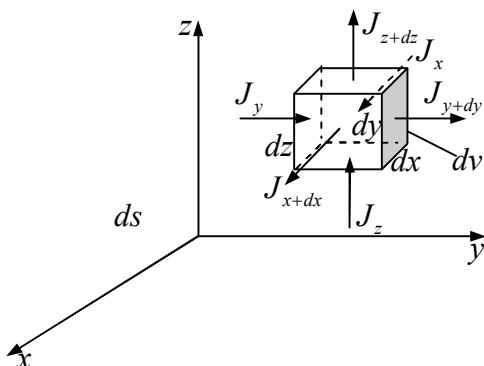


Рис. 5.2. К определению утечки нейтронов из единичного объема

Рассмотрим две грани параллелепипеда, параллельные плоскости  $(x, y)$ , их площадь равна  $dx \cdot dy$ . Число нейтронов, входящих в элемент объема  $dv$  через нижнюю грань за  $1 \text{ с}$ , равно

$J_z dx dy$ , а выходящих через верхнюю грань  $J_{z+dz} dx dy$ . Выражая плотности тока нейтронов по формуле (5.8), находим результирующую «быстроту вытекания» нейтронов из заданного элемента объема через грани, параллельные плоскости  $(x, y)$ :

$$\begin{aligned} (J_{z+dz} - J_z) dx dy &= -D \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_{z+dz} - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_z \right] dx dy = \\ &= -D \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} dx dy dz = -D \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} dv . \end{aligned} \quad (5.14)$$

Аналогично, уход нейтронов из  $dv$  через грани, параллельные плоскостям  $(y, z)$  и  $(x, z)$ , определяется выражениями

$$-D \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dv ; \quad -D \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dv , \quad (5.15)$$

а полный уход нейтронов из элемента объема  $dv$  за 1 с есть сумма всех полученных членов (5.14) и (5.15). Деля эту сумму на  $dv$ , получим скорость утечки, отнесенную к единице объема:  $(-D\Delta\Phi)$ . Подставляя полученные выражения для поглощения,  $(-\Sigma_a \Phi dv)$ , утечки  $(-D\Delta\Phi dv)$  и генерации  $(S dv)$  нейтронов в уравнение (5.13) и деля его на  $dv$ , уравнение баланса нейтронов приводится к виду:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S + D\Delta\Phi - \Sigma_a \Phi . \quad (5.16)$$

Уравнение (5.16), называется *диффузионным* и широко используется в теории ядерных реакторов.

Диффузионное уравнение – уравнение второго порядка; его решение содержит две произвольные постоянные, для определения которых необходимо знать два граничных условия. Сформулируем эти условия.

1. Плотность потока нейтронов должна быть конечной и неотрицательной.
2. На плоской границе двух сред, обладающих различными диффузионными характеристиками, результирующие плотности

тока нейтронов в направлении нормали к границе, а также плотности потока нейтронов равны (рис. 5.3).

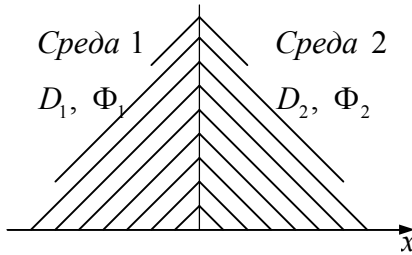


Рис. 5.3. К определению граничных условий на плоской границе двух сред, обладающих разными диффузионными характеристиками

$$\Phi_1 \Big|_{x=0} = \Phi_2 \Big|_{x=0} ;$$

$$D_1 \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x=0} = D_2 \frac{d\Phi}{dx} \Big|_{x=0} . \quad (5.17)$$

Однако есть еще третье граничное условие, которое часто применяется в нейтронной физике. Это условие возникает при рассмотрении сред, граничащих с вакуумом.

3. Вблизи границы между диффузионной средой и вакуумом плотность потока нейтронов изменяется таким образом, что линейная экстраполяция приводит к обращению ее в нуль на определенном (так называемом экстраполированном) расстоянии за этой границей. Пусть плоскость  $(y,z)$  отделяет диффузионную среду от вакуума (рис. 5.4). Вследствие отсутствия рассеяния нейтронов из вакуума в среду, односторонний ток нейтронов в направлении  $-\vec{x}$  на границе, т.е. при  $x = 0$ , равен нулю. Таким образом, согласно (5.6) и (5.12), в точке  $x = 0$  можно написать

$$J_- = \frac{\Phi_0}{4} + \frac{\lambda_{tr}}{6} \frac{d\Phi_0}{dx} = 0 . \quad (5.18)$$

Плотность потока нейтронов  $\Phi_0$  на границе положительна [ $\Phi_0 = \Phi_0 \Big|_{x=0}$ ], так что согласно (5.18) «наклон»  $\frac{d\Phi_0}{dx}$

распределения плотности потока нейтронов должен быть отрицательным на границе, как показано на рис. 5.4, зависимость 1. Если проэкстраполировать распределение нейтронного потока в область вакуума, используя линейную зависимость с тем же «наклоном»  $\frac{d\Phi_0}{dx}$ , что и на границе, то плотность потока будет равна нулю на расстоянии  $d$  (от границы).

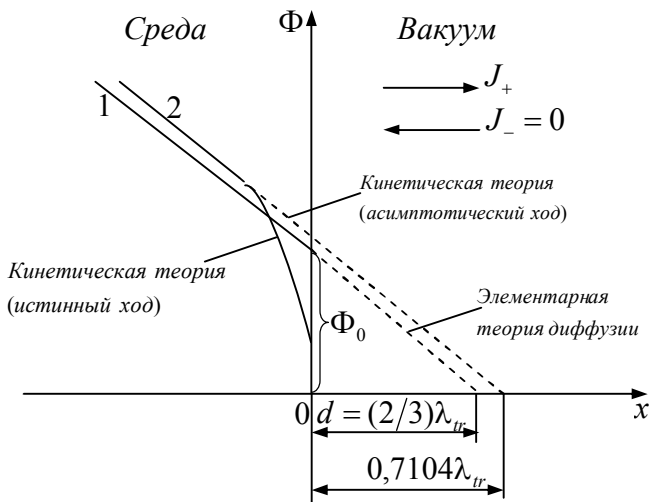


Рис. 5.4. Распределение плотности потока нейтронов вблизи границы слабопоглощающей среды с вакуумом

Это расстояние определяется уравнением

$$-\frac{\Phi_0}{d} = \frac{d\Phi_0}{dx} = -\frac{6\Phi_0}{4\lambda_{tr}}, \quad (5.19)$$

из которого следует

$$d = \frac{2}{3}\lambda_{tr}. \quad (5.20)$$

Используя линейную экстраполяцию, плотность потока нейтронов должна обращаться в нуль на расстоянии  $d = \frac{2}{3}\lambda_{tr}$  за

плоскостью, отделяющей диффузионную среду от пустоты. Это *граничное условие* формулируется следующим образом: плотность потока нейтронов обращается в нуль на *экстраполированной границе*.

Диффузионное приближение (закон Фика) *неприменимо* на расстояниях от границы, меньших, чем две-три длины свободного пробега нейтронов до взаимодействия. Поэтому найденное значение длины линейной экстраполяции – приближенное. На основе решения *кинетического уравнения переноса нейтронов*, длина линейной экстраполяции у плоской границы равна  $0,7104 \cdot \lambda_{tr}$  (вместо  $2\lambda_{tr}/3$ ).

Более точное рассмотрение показывает, что плотность потока нейтронов как функция расстояния сильно изменяется в пределах приграничного слоя толщиной порядка средней длины свободного пробега (см. рис. 5.4, зависимость 2). Для того чтобы несколько «исправить» диффузионное приближение и получить вдали от границы (в области  $x < -\lambda_{tr}$ ) совпадение точного решения *кинетического уравнения* (приложение 2) с решением уравнения диффузии, проводится линейная экстраполяция точного хода зависимости  $\Phi(x)$  в точке  $x = -\lambda_{tr}$ . В результате

$$d = 0,7104 \cdot \lambda_{tr} . \quad (5.21)$$

Длина линейной экстраполяции  $d$  зависит как от свойств среды, граничащей с вакуумом, так и от кривизны ее поверхности. Полученные выше соотношения, как уже указывалось (см. переход от (5.5) к (5.6)), справедливы для *слабопоглощающей (преимущественно рассеивающей, т.е.  $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ )* среды. Если поглощение нейтронов в среде увеличивается, то величина  $d$  также увеличивается.

На границе среда – вакуум последний играет роль среды, которая не возвращает обратно нейтроны, падающие на ее поверхность. Поэтому вакуум можно заменить абсолютно поглощающей средой и, следовательно, результаты, полученные для границы с вакуумом, могут быть перенесены на границу с «черным» телом. Эффективное граничное условие на границе с «черным» телом обычно записывают в виде

$$d = -\frac{1}{\Phi_0} \frac{d\Phi_0}{dx} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{d}{\lambda_{tr}} = -\frac{\Sigma_{tr} \Phi_0}{\left(\frac{d\Phi_0}{dx}\right)}. \quad (5.22)$$

Выражение (5.22) непосредственно следует из (5.19).

Для тела *конечного размера*, в котором диффундируют нейтроны, *длина линейной экстраполяции увеличивается* при уменьшении радиуса кривизны тела. Можно показать, что в предельном случае, когда радиус кривизны стремится к нулю,

$$d = \frac{4}{3} \lambda_{tr} .$$

Таким образом, длина линейной экстраполяции, измеренная в единицах  $\lambda_{tr}$ , изменяется от 4/3 для среды с радиусом кривизны, стремящимся к нулю до 0,7104 для плоской границы, для которой этот радиус стремится к бесконечности. На рис. 5.5 приведена зависимость параметра  $\beta = d / \lambda_{tr}$  от параметра  $R / \lambda_{tr}$ , где  $R$  – характерный размер «черного» тела;  $\lambda_{tr}$  – транспортная длина нейтронов в окружающей среде.

Необходимо подчеркнуть, что требование обращения в нуль плотности потока нейтронов на экстраполированной границе не означает, что плотность потока нейтронов действительно равна нулю на этом расстоянии. Введение воображаемой границы, на которой в результате линейной экстраполяции «исчезает» плотность потока нейтронов, есть лишь удобный математический прием, используемый для получения простого граничного условия.

Ниже рассматривается применение уравнение диффузии для определения пространственного распределения нейтронов в бесконечных средах, содержащих элементарные *изотропные источники* нейтронов различной геометрии. Рассматриваются для простоты только *стационарные* системы.

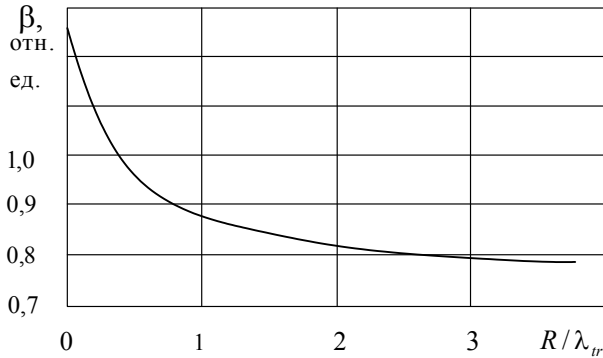


Рис. 5.5. Зависимость длины линейной экстраполяции, измеренной в единицах  $\lambda_{tr}$ , на поверхности черного тела от отношения  $(R/\lambda_{tr})$   
 $[\beta(\infty)=0,7104$  – значение  $\beta$  при  $(R/\lambda_{tr}) \rightarrow \infty$ ]

**Точечный источник нейтронов в бесконечной среде.** Пусть точечный нейтронный источник мощностью  $q = 1$  [1/с] помещен в начало системы координат. Если источник *изотропный*, то решение задачи имеет сферическую симметрию, с учетом которой диффузионное уравнение можно записать в виде:

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} [r \cdot \Phi(r)] - \frac{1}{L^2} \Phi(r) = 0, \quad (5.23)$$

где  $L^2 = D/\Sigma_a$ ; величина  $L$  называется длиной диффузии. Общее решение уравнения (5.23) может быть представлено функцией

$$\Phi(r) = A \frac{\exp(-r/L)}{r} + B \frac{\exp(+r/L)}{r}.$$

Для рассматриваемой задачи граничные условия следующие.

1. Плотность потока нейтронов  $\Phi$  неотрицательна и конечна в области  $r > 0$ . Чтобы удовлетворить этому условию, принимается  $B = 0$ .

2. Постоянная  $A$  определяется с учетом мощности источника.

Так как рассматривается стационарное состояние, число нейтронов, излучаемых источником в единицу времени, должно быть равно числу нейтронов, поглощаемых в единицу времени, так

как поглощение – единственная причина потерь нейтронов в бесконечной среде. Следовательно,

$$q = 1 = \int_0^{\infty} \Sigma_a \Phi d\vec{r} = \Sigma_a \int_0^{\infty} A \frac{\exp(-r/L)}{r} 4\pi r^2 dr .$$

Проводя интегрирование, определяется постоянная  $A$ :

$$A = \frac{1}{4\pi\Sigma_a L^2} = \frac{1}{4\pi D} .$$

Выражение для распределения плотности потока нейтронов имеет вид

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi D} \frac{\exp(-r/L)}{r} . \quad (5.24)$$

Следует отметить, что плотность потока нейтронов в каждой точке среды (т.е. при известных  $D$  и  $L$ ) зависит *только от расстояния* до источника. Следовательно, если в среде находятся одновременно два или больше точечных источников, то плотность потока нейтронов в любой точке может быть получена суммированием плотностей потока нейтронов от каждого источника. Действительно, если рассматривать один источник мощностью  $q_i$  [1/с], расположенный в точке  $\vec{r}_i$ , стационарная плотность потока нейтронов в точке  $\vec{r}$  от этого источника

$$\Phi_i(\vec{r}) = \frac{q_i}{4\pi D} \frac{\exp[-|\vec{r} - \vec{r}_i|/L]}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} . \quad (5.25)$$

Учитывая (5.25), можно утверждать, что плотность потока нейтронов в точке  $\vec{r}$  от  $N$  дискретных источников (источники расположены в точках  $\vec{r}_i$ , а их *мощность* –  $q_i$ ) будет определяться выражением

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \Phi_i(\vec{r}) . \quad (5.26)$$



Соотношение (5.26) может быть легко обобщено на непрерывное распределение источников. Если  $S(\vec{r}')d\vec{r}'$  – полное число нейтронов, изотропно излучаемых в единицу времени в объеме  $d\vec{r}'$ , то плотность потока этих нейтронов в точке  $\vec{r}$  будет равна

$$\varphi(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' = \frac{1}{4\pi D} S(\vec{r}') d\vec{r}' \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|/L)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (5.27)$$

Интегрируя выражение (5.27) по всему пространству, получим выражение для полной плотности потока нейтронов в точке  $\vec{r}$ , обусловленной всеми источниками

$$\Phi(\vec{r}) = \int \varphi(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}'. \quad (5.28)$$

Функция  $\frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|/L)}{4\pi D |\vec{r} - \vec{r}'|}$  называется *диффузионной функцией*

*влияния точечного источника*. Она имеет следующий физический смысл: это плотность потока нейтронов в точке  $\vec{r}$ , обусловленная наличием в точке  $\vec{r}'$  точечного источника мощностью  $Q=1$  [1/с].

**Бесконечно протяженный плоский источник в среде конечной толщины.** Пусть бесконечно протяженный плоский нейтронный источник мощностью  $Q=1$  [1/(см<sup>2</sup>·с)] находится в слое вещества толщиной, равной  $2a_1$ . Пусть источник расположен в плоскости симметрии рассматриваемого слоя (рис. 5.6).

Вследствие бесконечной протяженности источника, при заданной координате  $x$  плотность потока  $\Phi(x)$  не будет зависеть от координат  $y$  и  $z$ . Уравнение диффузии в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\Phi = 0. \quad (5.29)$$

Уравнение (5.29) необходимо решить при следующих граничных условиях.

1. Плотность потока  $\Phi = 0$  на экстраполированной границе, которая равна

$$a = a_1 + 0,71 \cdot \lambda_{tr}. \quad (5.30)$$

2. Вблизи плоскости источника плотность тока нейтронов  $J = 0,5$  [1/(см<sup>2</sup>·с)], так как

$$\lim_{x \rightarrow 0} J = \lim_{x \rightarrow 0} \left( -D \frac{d\Phi}{dx} \right) = 0,5.$$

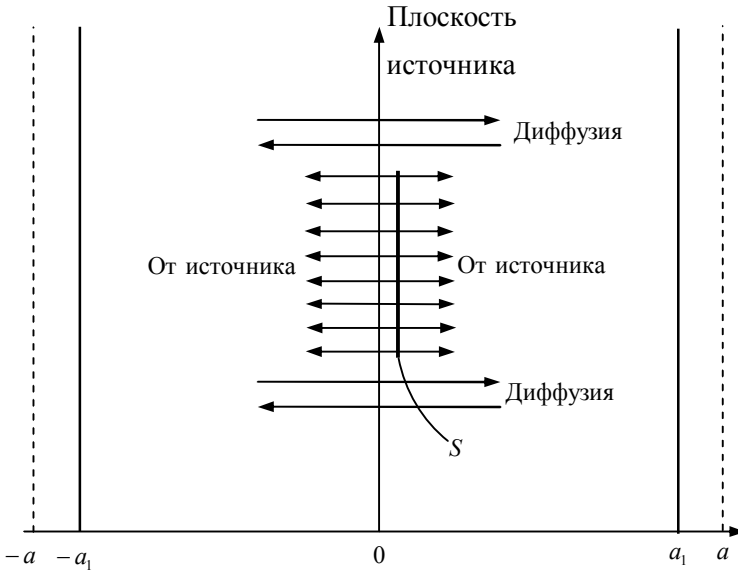


Рис. 5.6. Плотность потока нейтронов вблизи плоскости источника

Для пояснения этого условия, рассмотрим малую площадку  $S$  в непосредственной близости от плоскости источника (см. рис. 5.6). Результирующая плотность тока нейтронов через эту площадку складывается из нейтронов, приходящих непосредственно от источника (они движутся в направлении  $+\vec{x}$ ) и нейтронов, диффундирующих через площадку в обоих направлениях  $+\vec{x}$  и  $-\vec{x}$ . Для площадки, расположенной очень близко к плоскости источника, диффузия в этих двух противоположных направлениях будет одинаковой и, следовательно, не влияет на результирующую плотность тока через площадку  $s$ . Таким образом, результирующий

ток нейтронов в непосредственной близости от плоскости источника (и на этой плоскости) определяется нейтронами, идущими непосредственно от источника в направлении  $+\vec{x}$ . Так как значения плотности потока нейтронов от источника в направлениях  $+\vec{x}$  и  $-\vec{x}$  одинаковы (см. рис. 5.6), то результирующая плотность потока нейтронов вблизи плоскости источника равна 0,5. Общее решение уравнения (5.29) имеет вид

$$\Phi(x) = A \exp\left[-\frac{a-x}{L}\right] + B \exp\left[\frac{a-x}{L}\right].$$

Учитывая граничные условия, найдем, что

$$\Phi(x) = \frac{L}{2D} \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{a-x}{L}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{a}{L}\right)}. \quad (5.31)$$

На рис. 5.7 приведены распределения плотности потока нейтронов  $\Phi(x)$  для бесконечно протяженного плоского источника в среде из графита конечной толщины. Зависимости 1, 2, 3, 4 соответствуют  $a/L = 1; 2; 3; \infty$ . Приняты следующие значения для графита:  $L=50$  см;  $D=0,90$  см.

Из рис. 5.7 следует, что распределение плотности потока нейтронов для случая  $a/L = 3$  мало отличается (за исключением области вблизи границы) от распределения для случая бесконечной среды ( $a/L \rightarrow \infty$ ). Для такой среды распределение плотности потока нейтронов имеет вид

$$\Phi(x) = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{L}{2D} \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{a-x}{L}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{a}{L}\right)} = \frac{L}{2D} \exp\left(-\frac{x}{L}\right), \quad (5.32)$$

где  $L = \frac{D}{\Sigma_a}$  – длина диффузии.

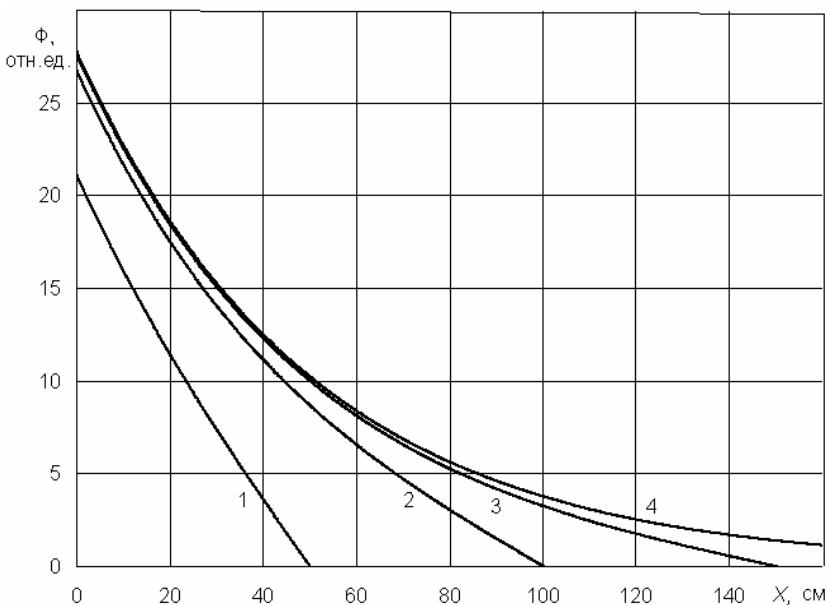


Рис. 5.7. Распределения плотности потока нейтронов для бесконечно протяженного плоского источника в среде из графита конечной толщины. Зависимости 1, 2, 3, 4 соответствуют  $a/L = 1; 2; 3; \infty$

### 5.3. Длина диффузии

Выясним физический смысл длины диффузии, которая определяется соотношением

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$$

Рассмотрим точечный источник единичной мощности и обозначим через  $\Phi(r)$  плотность потока нейтронов на расстоянии  $r$  от источника. Окружим источник сферическим слоем радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ . Очевидно, что число нейтронов, поглощенных в этом слое, равно  $4\pi r^2 dr \Sigma_a \Phi(r)$ . Эта величина есть вероятность того, что нейтрон будет поглощен в пределах элемента  $dr$  на расстоянии  $r$  от источника. Следовательно, средний квадрат смещения нейтрона от источника до точки его поглощения равен

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^{\infty} r^2 \cdot [4\pi r^2 \Sigma_a \Phi(r)] dr}{\int_0^{\infty} 4\pi r^2 \Sigma_a \Phi(r) dr} . \quad (5.33)$$

Учитывая, что  $\Phi(r) = \frac{1}{4\pi D} \frac{\exp(-r/L)}{r}$  (см. (5.24)), из (5.33)

следует:

$$\langle r^2 \rangle = 6L^2 , \quad (5.34)$$

т.е. квадрат диффузионной длины равен 1/6 среднего квадрата расстояния (*по прямой*), на которое смещается нейтрон от точки своего рождения до точки захвата (поглощения). Учитывая, что рассматривается диффузия тепловых нейтронов, можно дать следующее определение: квадрат длины диффузии есть 1/6 среднего квадрата расстояния по прямой, на которое смещается нейтрон от точки, где он стал *тепловым*, до точки, где он будет поглощен (точки 2 и 3 на рис. 3.1). Это расстояние не следует отождествлять с тем расстоянием, которое в действительности пройдено нейтроном. Последнее равно длине пути до поглощения и вследствие зигзагообразного движения диффундирующего нейтрона (см. рис. 3.1) этот путь во много раз превышает среднее расстояние по прямой между точкой рождения теплового нейтрона и точкой его поглощения. Из формулы (5.32) следует, что в случае диффузии нейтронов, излученных бесконечным плоским источником в бесконечной среде, длина диффузии совпадает с *длиной релаксации*, т.е. с тем расстоянием, на протяжении которого плотность потока нейтронов уменьшается в  $e = 2,71$  раз.

Ранее было получено (см. рис. 5.7), что при диффузии нейтронов, излучаемых плоским источником в слое конечной толщины, распределение плотности потока нейтронов для случая  $a/L=3$  незначительно отличается от аналогичного распределения для случая бесконечной среды ( $a/L \rightarrow \infty$ ). Справедливо следующее *утверждение*: если толщина среды по меньшей мере втрое больше диффузионной длины, то такую среду можно рассматривать как *бесконечную* на расстояниях от границы, превышающих одну диффузионную длину. Причина этого заключается в том, что нейтроны, родившиеся в центральной части

среды, размеры которой превышают три длины диффузии, не достигают, как правило, границ среды и в результате среда для таких нейтронов становится «бесконечно большой». Длина диффузии определяется основными характеристиками среды: коэффициентом диффузии и сечением поглощения. Учитывая, что  $D = \lambda_{tr} / 3$ , получим

$$L^2 = \frac{\lambda_{tr} \cdot \lambda_a}{3} = \frac{1}{3 \cdot \Sigma_{tr} \cdot \Sigma_a}. \quad (5.34a)$$

В табл. 5.1 для различных сред приводятся значения длины диффузии тепловых нейтронов  $L$ , длины свободного пробега тепловых нейтронов до поглощения  $\lambda_a$ , длины рассеяния без учета и с учетом анизотропии рассеяния ( $\lambda_s$  и  $\lambda_{str}$ ).

Таблица 5.1

Значения  $L, \lambda_a, \lambda_s, \lambda_{str}$

Среда	$L$ , см	$\lambda_a$ , см	$\lambda_s$ , см	$\lambda_{str}$ , см
Легкая вода (H <sub>2</sub> O)	2,7	51,6	0,29	0,43
Тяжелая вода (D <sub>2</sub> O)	107	142600	2,13	2,41
Графит (С)	52,7	3076	2,54	2,69
Бор естеств. (В)	0,006	0,0092	1,83	1,95
Кадмий (Сd)	0,0069	0,0088	3,08	3,10

#### 5.4. Альбеда

При изучении нейтронно-физических процессов в ядерных реакторах часто рассматриваются две различные среды – *активная зона* и *отражатель*, которые граничат друг с другом (рис. 5.8).

Не все нейтроны, диффундирующие из среды 1 в среду 2, остаются в последней. Часть нейтронов рассеивается и переходит обратно из среды 2 в среду 1. Вероятность этого перехода, или «отражения» называется *альбеда среды 2*. Величина альбеда равна

$$\beta = \frac{J_-}{J_+},$$

где  $J_-$  и  $J_+$  – односторонние плотности тока нейтронов (см. (5.6), (5.7)).

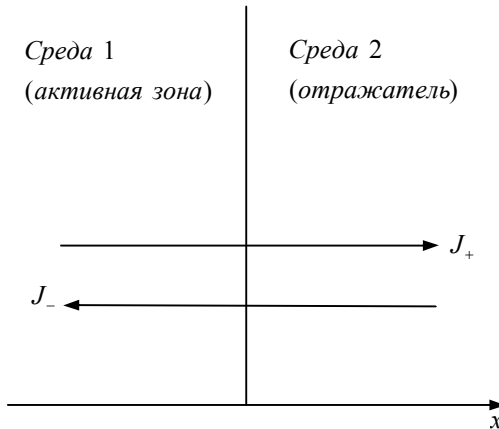


Рис. 5.8. К вычислению альбеда

На границе раздела двух сред выполняются равенства (5.17). Учитывая, что первое из них равно  $\Phi$ , а второе  $D \frac{d\Phi}{dx}$ , выражение для альбеда может быть записано в виде:

$$\beta = \frac{\left( \frac{\Phi}{4} + \frac{D}{2} \frac{d\Phi}{dx} \right)}{\left( \frac{\Phi}{4} - \frac{D}{2} \frac{d\Phi}{dx} \right)} = \frac{\left( 1 + \frac{2D}{\Phi} \frac{d\Phi}{dx} \right)}{\left( 1 - \frac{2D}{\Phi} \frac{d\Phi}{dx} \right)}, \quad (5.35)$$

в котором значения  $\Phi$  и  $\frac{d\Phi}{dx}$  определяются на поверхности активной зоны и отражателя.

Если необходимо выразить альбеда через характеристики отражателя, то величины  $D$ ,  $\Phi$  и  $\frac{d\Phi}{dx}$  на границе раздела можно рассматривать как относящиеся именно к отражателю. Так как  $\Phi$  и  $\frac{d\Phi}{dx}$  зависят от геометрии системы, альбеда также будет зависеть от геометрии системы.

**Отражатель конечной толщины с плоской границей.** Если  $a$  – толщина отражателя (включая длину экстраполяции), то

плотность потока нейтронов уменьшается с расстоянием от границы раздела по закону (5.31). Подставляя соотношение (5.31) в (5.35), получим

$$\beta = \frac{1 - \frac{2D}{L} \operatorname{cth}\left(\frac{a}{L}\right)}{1 + \frac{2D}{L} \operatorname{cth}\left(\frac{a}{L}\right)}. \quad (5.36)$$

Из соотношения (5.36) определяется альbedo для бесконечно толстого отражателя, если учесть, что при  $a/L \rightarrow \infty$ ,  $\operatorname{cth}(a/L) \rightarrow 1$ ,

$$\beta = \frac{1 - \frac{2D}{L}}{1 + \frac{2D}{L}}. \quad (5.37)$$

Поскольку  $\operatorname{cth}(a/L)$  – положительная величина, меньшая единицы, то альbedo для слоя конечной толщины, равное (5.36), меньше, чем для отражателя бесконечной толщины. Для  $a/L = 2$ ,  $\operatorname{cth}(a/L) = 1,037$ ; значение альbedo для отражателя конечной толщины [ $a/L = (2 \div 3)$ ] отличается от аналогичного значения для бесконечно толстого слоя не более, чем на несколько процентов. Таким образом, отражательные свойства слоя, толщина которого не меньше удвоенной диффузионной длины, практически совпадают со свойствами бесконечно толстого слоя. В табл. 5.2 приведены некоторые значения альbedo для бесконечно толстого отражателя и отражателя толщиной 40 см. Для приведенных в табл. 5.2 веществ значения альbedo достаточно велики. Например, почти 90 % тепловых нейтронов, падающих на слой графита толщиной 40 см, отражаются обратно.

Таблица 5.2

**Значения параметра  $a/L$**

Вещество	Бесконечный слой	Конечный слой (40 см)	$a/L$
Легкая вода ( $H_2O$ )	0,821	0,821	14
Тяжелая вода ( $D_2O$ )	0,968	0,919	0,40
Бериллий (Be)	0,889	0,881	1,7
Графит (C)	0,930	0,892	0,6



**Бесконечный отражатель, окружающий сферу.** Рассмотрим активную зону реактора в виде сферы радиусом  $R$ , окруженную бесконечным отражателем. Плотность потока нейтронов в области  $r \geq R$  определяется выражением (5.24). Подставляя это выражение в (5.35), получим

$$\beta = \frac{\left[ 1 - 2D \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{R} \right) \right]}{\left[ 1 + 2D \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{R} \right) \right]} . \quad (5.38)$$

Сравнение (5.37) и (5.38) показывает, что альбеда на внутренней сферической поверхности меньше, чем на бесконечной плоской поверхности. Физическая причина этого заключается в том, что вероятность возвращения из отражателя в активную зону зависит от телесного угла, под которым нейтрону «видна» область активной зоны. В случае бесконечно плоской поверхности этот телесный угол близок к  $2\pi$ , а для сферы конечного радиуса, он будет, очевидно, значительно меньше (тем меньше, чем меньше радиус сферы).

### 5.5. Скорость взаимодействия в случае немоноэнергетических нейтронов

Выше рассматривалась *диффузия моноэнергетических нейтронов*, скорость которых равна  $V$ . Скорость взаимодействия (число взаимодействий нейтронов с ядрами среды в единице объема и в единицу времени) таких нейтронов определяется выражением  $(\Sigma_s + \Sigma_a)\Phi$  (см. (3.16)). Но *тепловые нейтроны*, строго говоря, *не являются моноэнергетическими*; их распределение по скоростям и энергиям может быть описано спектром Максвелла. Учтем влияние этого распределения на скорость взаимодействия тепловых нейтронов с веществом.

**Распределение тепловых нейтронов по скоростям и энергиям.** Предполагается, что распределение тепловых нейтронов по скоростям соответствует *распределению Максвелла*.

Для распределения Максвелла:

*наиболее вероятное значение энергии нейтронов*

$$E_t = k T , \quad (5.39)$$

Где  $k$  – постоянная Больцмана ( $k = 8,62 \cdot 10^{-5}$  эВ/К);  
 $T$  – эффективная температура нейтронов. Если  $T = 293,6$  К, тогда  
 $E_t = E_0^t = 0,0253$  эВ;

*наиболее вероятное значение скорости нейтронов*

$$V_t = \sqrt{\frac{2E_t}{m_n}} ; \quad (5.40)$$

*распределение плотности нейтронов по скоростям*

$$n(V) dV = \left[ n_0 \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{V}{V_t} \right)^2 \exp \left[ - \left( \frac{V}{V_t} \right)^2 \right] \right] \frac{dV}{V_t} , \quad (5.41)$$

где  $n_0$  – полная плотность тепловых нейтронов.

Из выражения (5.41) можно определить *среднюю скорость тепловых нейтронов*:

$$\langle V \rangle = \frac{\int_0^{\infty} n(V) V dV}{\int_0^{\infty} n(V) dV} = \frac{2V_t}{\sqrt{\pi}} . \quad (5.42)$$

Найдем *распределение плотности потока нейтронов по скоростям*. Плотность потока нейтронов, обладающих скоростями в интервале  $[V, V+dV]$  равна

$$\Phi(V) dV = n(V) V dV . \quad (5.43)$$

Подставляя (5.41) в (5.43), получим

$$\Phi(V) dV = 2\langle V \rangle n_0 \left( \frac{V}{V_t} \right)^3 \exp \left[ - \left( \frac{V}{V_t} \right)^2 \right] \frac{dV}{V_t} , \quad (5.44)$$

где  $n_0 \cdot \langle V \rangle = \Phi_0$  – полная плотность потока тепловых нейтронов (всех энергий тепловых нейтронов).

Из соотношения (5.44) путем замены переменных ( $V$  на  $E$ ) можно получить *распределение плотности потока тепловых нейтронов по энергиям*

$$\Phi(E) dE = \Phi_0 \frac{E}{E_t} \exp \left[ - \left( \frac{E}{E_t} \right) \right] \frac{dE}{E_t} = \Phi_0 M(E) dE . \quad (5.45)$$

Из соотношения (5.45) следует, что средняя энергия (усредненная по плотности потока тепловых нейтронов) равна

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E M(E) dE}{\int_0^{\infty} M(E) dE} = 2kT . \quad (5.46)$$

Обозначим через  $T_0$  температуру среды, в которой диффундируют тепловые нейтроны. Температура среды  $T_0$  и эффективная температура нейтронов  $T$  не совпадают ( $T \neq T_0$ ), так как при наличии поглощения (а оно всегда присутствует в реальных средах) спектр тепловых нейтронов ужесточается, поскольку сечение поглощения возрастает по мере уменьшения энергии нейтронов в тепловой области. Энергетическая зависимость сечения поглощения для многих элементов изменяется по закону  $\sim 1/V$ . Такая зависимость сечения приводит к тому, что при наличии поглощения спектр тепловых нейтронов становится жестче и отклоняется от максвелловского распределения. Тем не менее, предполагается, что спектр нейтронов может быть описан спектром Максвелла, но с эффективной температурой нейтронов большей, чем температура среды ( $T > T_0$ ). Эффективную температуру нейтронов можно найти на основе полуэмпирического соотношения

$$T = T_0 \left( 1 + 1,4 \frac{\Sigma_a(kT_0)}{\xi \Sigma_s} \right) , \quad (5.47)$$

где  $\xi$  – средняя логарифмическая потеря энергии. Эта величина – постоянная для данной среды:

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}. \quad (5.48)$$

В выражении (5.48) величина  $A$  – массовое число ядер, из которых состоит среда. В выражении (5.47)  $\Sigma_s$  – макроскопическое сечение рассеяния для быстрых нейтронов, которое может быть взято при  $E = 1$  эВ, так как при  $E \geq 1$  эВ сечения рассеяния для большинства нуклидов примерно постоянны.

**Скорость взаимодействия тепловых нейтронов.** Для расчета скорости взаимодействия тепловых нейтронов используется сечение, усредненное по спектру Максвелла. Среднее сечение поглощения определяется на основе выражения

$$\langle \sigma_a \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \sigma_a(E) M(E) dE}{\int_0^{\infty} M(E) dE}. \quad (5.49)$$

Для большинства нуклидов сечение поглощения следует закону  $\sim 1/V$ . Учитывая это, зависимость микроскопического сечения от энергии можно записать в виде

$$\sigma_a(E) = \sigma_a(E'_0) \sqrt{\frac{E'_0}{E}}, \quad (5.50)$$

где  $E'_0 = 0,025$  эВ – наиболее вероятное значение энергии тепловых нейтронов при эффективной температуре нейтронов, равной  $T = 293,6$  К (см. (5.39)). Подставляя в (5.49) соотношение (5.50) и учитывая, что

$$M(E) = \left( \frac{E}{E_t} \right) \frac{1}{E_t} \exp\left( -\frac{E}{E_t} \right)$$

(см. (5.45)), получим

$$\langle \sigma_a \rangle = \sigma_a(E'_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{E}{kT}} = \sigma_a(E'_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{293,6}{T}}, \quad (5.51)$$

где  $\sigma_a(E'_0)$  – сечение поглощения нейтронов при комнатной температуре, которой соответствует наиболее вероятная энергия  $E'_0=0,0253$  эВ.

Для ряда нуклидов ( $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{113}\text{Cd}$  и др.) энергетические зависимости сечений поглощения медленных нейтронов отклоняются от закона  $\sim 1/V$ . В этом случае среднее сечение поглощения определяется путем численного интегрирования выражения (5.49). Чтобы представить средние сечения в виде, подобном формуле (5.51), вводится дополнительный множитель  $g(T)$ . В результате получим

$$\langle \sigma_a(E) \rangle = \sigma_a(E'_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{293,6}{T}} g(T). \quad (5.52)$$

Значения функции  $g(T)$  табулированы на основе соотношения, непосредственно следующего из (5.52):

$$g(T) = \frac{\langle \sigma_a(E) \rangle}{\sigma_a(E'_0) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{293,6}{T}}}.$$

Таким образом, в случае поглощения, скорость взаимодействия тепловых нейтронов с ядрами вещества равна

$$R_a = \Phi_0 N \langle \sigma_a(E) \rangle.$$

Если необходимо определить скорость реакции рассеяния, то следует учесть, что, как правило, в широком диапазоне энергий сечение рассеяния постоянно, поэтому скорость рассеяния можно найти из следующего выражения:

$$R_s = \Phi_0 N \sigma_s(E'_0).$$

## Глава 6 ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ НЕЙТРОНОВ

---

### 6.1. Модель непрерывного замедления

Ниже рассматривается пространственное распределение нейтронов *различных энергий*, возникающее в результате их диффузии в процессе замедления. Сравнительно простой подход к решению рассматриваемой задачи, применимый для описания замедления в средах, содержащих не слишком легкие ядра (под легкими ядрами понимаются, например, водород и дейтерий), основан на *модели непрерывного замедления*. Для выяснения сути этой модели рассмотрим нейтрон с энергией  $E_0$ , испущенный в момент времени  $t = 0$  при делении, например, ядра урана. Нейтрон будет двигаться с этой энергией, пока не столкнется с ядром замедлителя в некоторый момент  $t_1$  (рис. 6.1).

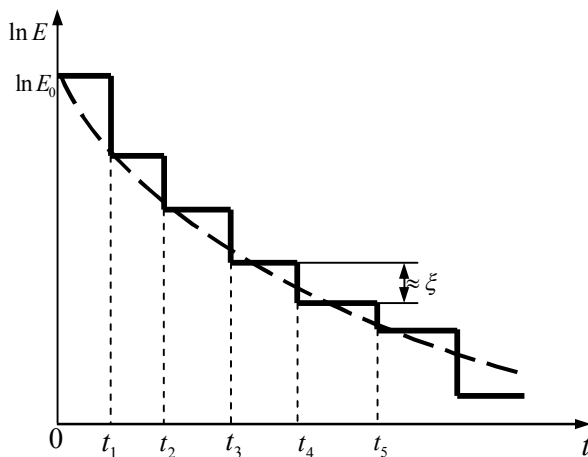


Рис. 6.1. Зависимость  $\ln(E)$  от времени. [----- - зависимость при  $A \rightarrow \infty$ ]

После столкновения энергия нейтрона уменьшится *скачком* и с новой энергией будет продолжаться движение нейтрона до следующего столкновения, которое произойдет в некоторый

момент времени  $t_2$ , в результате которого энергия нейтрона *уменьшится скачком* и т.д. Очевидно, что зависимость  $\ln(E)$  от времени будет иметь ступенчатый вид, причем высота ступенек будет приблизительно одинаковой и равной средней логарифмической потере энергии  $\xi$ , а ширина ступенек будет возрастать по мере увеличения времени, так как средняя длина свободного пробега нейтрона до рассеяния остается приблизительно постоянной и скорость нейтрона в процессе замедления уменьшается.

Зависимости  $\ln(E)$  от времени будут различными для разных нейтронов, несмотря на то, что у всех нейтронов начальная энергия равна  $E_0$  и нейтроны диффундируют в одной и той же среде. Однако для тяжелых замедлителей эти различия не будут велики. Например, в случае замедления в графите максимальное относительное изменение энергии нейтронов в одном акте рассеяния равно 0,27, а соответствующее среднее значение энергии равно примерно 0,17. Поэтому для тяжелых сред можно ввести *усредненную по ансамблю замедляющихся нейтронов зависимость  $\ln(E)$  от времени* и заменить эту ступенчатую зависимость плавной (штриховой линией на рис. 6.1). Предполагается, что энергия нейтронов в процессе замедления уменьшается *непрерывно*. Такая *модель непрерывного замедления* используется для вывода уравнения, описывающего пространственное замедление замедляющихся нейтронов. Это уравнение носит название *уравнения возраста*.

## 6.2. Уравнение возраста при отсутствии поглощения

Рассмотрим бесконечно большую среду, в которой вследствие процесса деления рождаются быстрые нейтроны с энергией  $E_0$ . Выведем уравнение баланса числа нейтронов, имеющих энергию в пределах  $[E, E+dE]$  и находящихся в  $1 \text{ см}^3$  среды вблизи точки  $\vec{r}$ . Обозначим через  $ndE$  плотность таких нейтронов. Полагая в уравнении (5.16)  $\Sigma_a = 0$ , получим

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S + D \Delta \Phi . \quad (6.1)$$

Согласно модели непрерывного замедления, все нейтроны, диффундирующие в течение времени  $t$  после рождения, имеют

одинаковую скорость  $V$ . Между временем  $t$  и энергией замедляющихся нейтронов имеется взаимно однозначное соответствие. Установим его.

Из соотношения (4.15) следует, что энергия замедляющегося нейтрона после  $j$  столкновений равна

$$E = E_0 \cdot \exp(-j \cdot \xi). \quad (6.2)$$

Пусть время, которое затратил нейтрон на эти  $j$  столкновений, будет равно  $t$ . По модели непрерывного замедления переменная  $j$  является *непрерывной*, поэтому число столкновений нейтрона  $dj$  за время  $dt$ , определяется следующим выражением:

$$dj = \frac{V dt}{\lambda_s} = \Sigma_s V dt. \quad (6.3)$$

Интегрируя соотношение (6.3), получим

$$j = \int_0^t \Sigma_s V dt. \quad (6.4)$$

Подставив (6.4) в (6.2), найдем формулу, связывающую энергию замедляющегося нейтрона и время замедления:

$$E = E_0 \exp \left[ - \int_0^t \xi \Sigma_s V dt \right]. \quad (6.5)$$

Из (6.5) следует, что

$$\frac{dE}{E} = -\xi \Sigma_s V dt. \quad (6.6)$$

Учитывая, что  $\Phi = n \cdot V$  (см. (3.6)), а  $D_0 = D \cdot V$  (см. (5.2)) и полагая в уравнении (6.1)  $S = 0$  (так как в среде рождаются нейтроны только с энергией, равной  $E_0$ ), преобразуем уравнение (6.1) к следующему виду:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_0 \Delta n; \quad \frac{\partial n}{\partial \tau} = \Delta n, \quad (6.7)$$

где

$$d\tau = D_0 dt = D V dt = - \frac{D}{\xi \Sigma_s E} dE$$

(см. (6.6)).

Введем новую переменную с размерностью площади, называемую *возрастом нейтронов по Ферми*



$$\tau(E_0, E) = \int_E^{E_0} \frac{D}{\xi \Sigma_s} \frac{dE}{E}. \quad (6.8)$$

Из соотношения (6.8) следует, что

$$d\tau = - \frac{D}{\xi \Sigma_s E} dE.$$

Функция  $n(t)$  в (6.7) определена так, что  $n(t)dt$  есть число нейтронов, время замедления которых в среде заключено в интервале  $[t, t+dt]$ . Так как энергия нейтрона однозначно связана со временем его замедления в среде (см. (6.5)), то  $n(t)$  равно числу нейтронов в  $1 \text{ см}^3$ , ежесекундно замедляющихся ниже энергии  $E$ . Таким образом, функция  $n(t)$  есть плотность замедления  $q(\vec{r}, \tau)$ , и поэтому уравнение (6.7) можно написать в следующем виде

$$\frac{\partial q(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} = \Delta q(\vec{r}, \tau). \quad (6.9)$$

Уравнение (6.9) называется *уравнением возраста*. Из равенства  $d\tau = D_0 dt$  следует, что

$$\tau = \int_0^t D_0 dt = t \frac{1}{t} \int_0^t D_0 dt,$$

где  $D_0 = D \cdot V$  – коэффициент диффузии (см. (5.2)). Если учесть, что

$$\frac{1}{t} \int_0^t D_0 dt = \bar{D}_0,$$

где  $\bar{D}_0$  – средний за время  $t$  коэффициент диффузии, получим

$$\tau = \bar{D}_0 \cdot t. \quad (6.10)$$

Таким образом, возраст  $\tau$  равен произведению времени замедления  $t$  и среднего за это время коэффициента диффузии нейтронов. В момент рождения быстрого нейтрона  $t = 0$  и  $\tau = 0$ . По мере увеличения времени замедления, энергия нейтрона уменьшается, а возраст увеличивается.

Определим начальные и граничные условия для решения уравнения (6.9). Предполагалось, что нейтроны рождаются с одной и той же энергией и возраст нейтронов источника равен нулю. Начальное условие можно записать в виде:

$$q(\vec{r}, \tau) \Big|_{\tau=0} = S(\vec{r}) \cdot \delta(\tau), \quad (6.11)$$

где  $S(\vec{r})$  – пространственное распределение источников быстрых нейтронов с энергией  $E_0$ , находящихся в  $1 \text{ см}^3$  среды и начинающих замедляться. Рассмотрим границу раздела двух сред (индексы 1 и 2 соответственно), в том числе – границу, раздела среда – вакуум. Условия на этих границах, полученные нами для уравнения моноэнергетических нейтронов (см. (5.17) и (5.20)), справедливы и для диффузии с замедлением:

$$\begin{aligned} \Phi_1 \Big|_{x=0} &= \Phi_2 \Big|_{x=0} ; \\ D_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} &= D_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \Big|_{x=0} ; \\ \Phi_1 \Big|_{x=d} &= 0 . \end{aligned} \quad (6.12)$$

Переходя с помощью соотношения (4.52) от плотности потока  $\Phi$  к плотности замедления  $q(x, \tau)$ , для слабопоглощающей среды получим

$$\begin{aligned} \frac{q_1(x, \tau)}{\xi_1 \Sigma_{s1}} \Big|_{x=0} &= \frac{q_2(x, \tau)}{\xi_2 \Sigma_{s2}} \Big|_{x=0} ; \\ \frac{1}{\xi_1 \Sigma_{s1} \Sigma_{tr1}} \frac{dq_1(x, \tau)}{dx} \Big|_{x=0} &= \frac{1}{\xi_2 \Sigma_{s2} \Sigma_{tr2}} \frac{dq_2(x, \tau)}{dx} \Big|_{x=0} ; \\ q_1(x, \tau) \Big|_{x=d} &= 0 . \end{aligned} \quad (6.13)$$

### 6.3. Примеры решения уравнения возраста

Найдем решение уравнения возраста для нескольких простых геометрий точечных и плоских источников в однородных средах.

**Плоский источник быстрых моноэнергетических нейтронов в бесконечном замедлителе.** Рассмотрим источник быстрых нейтронов, представляющий собой бесконечную плоскость, с каждого квадратного сантиметра которой каждую секунду испускаются  $Q_0$  нейтронов с энергией  $E_0$ . Выберем систему

координат так, чтобы источник был расположен в плоскости  $(z, y)$ , проходящей через начало координат. Всюду, кроме точки  $x=0$ , уравнение возраста имеет вид:

$$\frac{\partial q(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 q(x, \tau)}{\partial x^2}. \quad (6.14)$$

Решение этого уравнения может быть найдено при граничном условии  $q(x, \tau) \rightarrow 0$  для  $x \rightarrow \pm\infty$ . Кроме того, необходимо учесть, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} q(x, \tau) dx = Q_0. \quad (6.15)$$

Применим для решения уравнения (6.14) преобразование Фурье. Фурье-образ функции  $q(x, \tau)$  определяется соотношением

$$f(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x, \tau) \exp(i\omega x) dx.$$

Обратное преобразование имеет вид:

$$q(x, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\omega, \tau) \exp(-i\omega x) d\omega.$$

Применяя преобразование Фурье к обеим частям уравнения возраста, получим уравнение

$$\frac{\partial f(\omega, \tau)}{\partial \tau} = -\omega^2 f(\omega, \tau),$$

решение которого для  $\tau > 0$  имеет вид

$$f(\omega, \tau) = C \cdot \exp(-\omega^2 \tau), \quad (6.16)$$

где  $C$  – произвольная постоянная.

Из равенства (6.16) с помощью обратного преобразования Фурье можно найти, что  $C=Q_0$ :

$$q(x, \tau) = \frac{C}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\omega^2 \tau) \exp(i\omega x) d\omega = \frac{C}{\sqrt{4\pi\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right).$$

Из соотношения (6.15) следует, что  $C=Q_0$ . Таким образом, окончательно получаем

$$q(x, \tau) = \frac{Q_0}{\sqrt{4\pi\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right). \quad (6.17)$$

**Точечный изотропный источник быстрых моноэнергетических нейтронов в бесконечном замедлителе.**

Рассмотрим точечный источник быстрых моноэнергетических нейтронов с энергией  $E_0$ , находящийся в начале системы координат.

Мощность источника  $Q_0$  [1/с]. Всюду, кроме начала системы координат, уравнение возраста имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial q}{\partial \tau}. \quad (6.18)$$

Применяя преобразование Фурье и решая затем уравнение (6.18) точно так же, как (6.14), получим

$$q(r, \tau) = \frac{Q_0}{(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{r^2}{4\tau}\right]. \quad (6.19)$$

Для любого фиксированного значения  $\tau$  из выражений (6.17) и (6.19) можно вычислить плотность замедления как функцию расстояния от источника и определить пространственное распределение замедляющихся нейтронов с возрастом  $\tau$ , которому соответствует энергия  $E$  (см. (6.8)). Это распределение имеет вид гауссовой кривой (см. (6.17), (6.19)), форма которой зависит от величины  $\tau$ . Малые  $\tau$  соответствуют энергиям, близким к энергии нейтронов деления, а большие – энергиям вблизи тепловой области. Если  $\tau$  мало, то зависимости (6.17) и (6.19) оказываются «высокими» и «узкими», а с возрастанием  $\tau$  они становятся все более «низкими» и «размытыми». В качестве примера на рис. 6.2 приведены пространственные распределения плотности замедления в графите от точечного источника, испускающего нейтроны с энергией  $E = 2$  МэВ.

При малом  $\tau$  нейтроны замедлились незначительно и поэтому «не успели» продиффундировать далеко от источника. Напротив, если  $\tau$  велико, то нейтроны «успели» и замедлиться, и продиффундировать на достаточно большое расстояние от источника; в результате зависимость распределения плотности замедления оказывается «низкой» и «широкой».

Если точечный источник находится не в начале системы координат, а в некоторой точке  $\vec{r}'$ , выражение (6.19) может быть записано в виде:

$$q(\vec{r}, \vec{r}', \tau) = \frac{Q_0}{(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}{4\tau}\right].$$

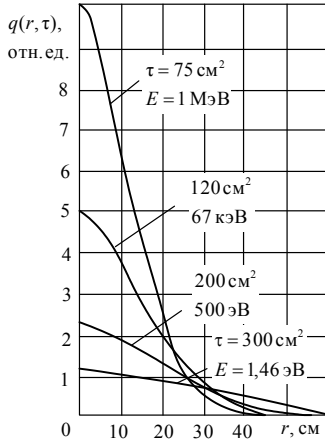


Рис. 6.2. Пространственное распределение плотности замедления в графите от точечного источника, испускающего нейтроны с энергией  $E = 2$  МэВ

Функция  $w(\vec{r}, \vec{r}', \tau) = \frac{1}{(4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}{4\tau}\right]$

называется *функцией влияния* для замедляющихся нейтронов (или *ядром замедления*). Используя ядро замедления и принцип суперпозиции источников, выражение для плотности замедления  $q(\vec{r}, \tau)$  для случая непрерывно расположенных точечных источников  $S(\vec{r}')$  можно представить в виде

$$q(\vec{r}, \tau) = \int w(\vec{r}, \vec{r}', \tau) S(\vec{r}') d\vec{r}' . \quad (6.20)$$

#### 6.4. Физический смысл возраста нейтронов

Возраст нейтронов по Ферми был введен при выводе уравнения возраста (6.9) и было показано, что он пропорционален времени замедления  $t$  (см. (6.10)).

Возраст нейтронов связан не только со временем замедления, но и с пространственным смещением нейтрона в процессе замедления. Вычислим средний квадрат расстояния от источника, на котором энергия нейтронов «пересекает» заданное значение  $E$ , т.е. становится меньше этого значения. Рассмотрим точечный моноэнергетический изотропный источник мощностью  $Q_0 = 1$  [1/с], помещенный в начало системы координат в бесконечную среду. Окружим источник сферическим слоем радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ . Число нейтронов, замедляющихся в этом слое за 1 с до энергии  $E$ , равно

$$w(r, \tau) = q(r, \tau) 4\pi r^2 dr . \quad (6.21)$$

Физический смысл  $w(r, \tau)$  – вероятность того, что нейтрон, родившийся в начале системы координат с начальной энергией  $E_0$ , замедлится до энергии  $E$  на расстоянии  $r$  от источника (см. выражение (6.21)). В соответствии с определением среднего квадрата смещения

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r^2 w(r, \tau) d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} w(r, \tau) d\tau} . \quad (6.22)$$

Из формулы (6.22) видно, что возраст нейтронов равен 1/6 среднего квадрата расстояния (по прямой), на которое смещается нейтрон при замедлении от энергии источника, соответствующей нулевому возрасту, до данной энергии  $E$ , соответствующей возрасту  $\tau$ . Если в качестве энергии  $E$  выбрать наиболее вероятное значение энергии тепловых нейтронов (0,025 эВ), то возраст тепловых нейтронов будет определяться выражением (см. (6.8))

$$\tau_t = \int_{0,025 \text{ эВ}}^{2 \cdot 10^6 \text{ эВ}} \frac{D}{\xi \Sigma_s} \frac{dE}{E} . \quad (6.23)$$

Параметр  $L_t = (\tau_t)^{1/2}$  называется *длиной замедления теплового нейтрона*. Она равна среднему смещению нейтрона по прямой в процессе замедления от начальной энергии  $E_0$  до энергии тепловых нейтронов.

Возраст нейтронов можно определить на основе геометрических соображений, вычислив средний квадрат расстояния между двумя

последовательными столкновениями. Рассмотрим бесконечную непоглощающую среду, в которой нейтроны замедляются только в результате упругих столкновений, причем *анизотропия рассеяния нейтронов в С-системе отсутствует*. На рис. 6.3 показана типичная траектория нейтрона в процессе замедления от энергии источника  $E_0$  до энергии  $E$ .

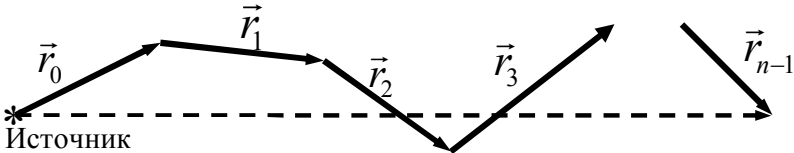


Рис. 6.3. Типичная траектория нейтрона в процессе замедления от энергии источника  $E_0$  до энергии  $E$

В процессе замедления энергия нейтронов уменьшается не непрерывным, а дискретным образом. Предположим, что после некоторого  $(n-1)$ -го столкновения энергия нейтрона больше значения  $E$ , а после  $n$ -го – меньше значения  $E$ . Найдем средний квадрат расстояния, которое пройдет нейтрон от точки рождения до той точки, где его энергия будет близка к значению  $E$ . Очевидно, что

$$R^2 = (\vec{r}_0 + \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_{n-1})^2 = \sum_{j=0}^{n-1} \vec{r}_j^2 + \sum_{j(j \neq k)} \sum_k r_j r_k \cos \psi_{jk}, \quad (6.24)$$

где  $\psi_{jk}$  – угол между *соседними* векторами  $\vec{r}_j$  и  $\vec{r}_k$ .

Усредним выражение (6.24). Второе слагаемое в этом выражении равно нулю, так как при *изотропном* рассеянии соответствующие значения  $\langle \cos \psi_{jk} \rangle = 0$ . Тогда

$$\langle R^2 \rangle = \sum_{j=0}^{n-1} \langle r_j^2 \rangle. \quad (6.25)$$

Суммирование в (6.25) проводится только до  $(n-1)$ , так как при  $n$ -м столкновении энергия нейтрона меньше значения  $E$ . Средний квадрат расстояния между двумя столкновениями определяется выражением:

$$\langle r_j^2 \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \exp(-\Sigma_s r) r^2 dr}{\int_0^{\infty} \exp(-\Sigma_s r) dr} = 2\lambda_s^2(E_j) . \quad (6.26)$$

Подставив (6.26) в (6.25), получим

$$\langle R^2 \rangle = 2 \sum_{j=0}^{n-1} \lambda_s^2(E_j) . \quad (6.27)$$

Преобразовав (6.27) в сумму двух слагаемых, получим:

$$\langle R^2 \rangle = 2\lambda_s(E_0) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \lambda_s^2(E_j) . \quad (6.28)$$

Первое слагаемое в (6.28) обусловлено нейтронами источника, не испытавшими ни одного столкновения (так как  $j = 0$ ). Если рассматривать *тяжелый замедлитель*, то число столкновений велико, и поэтому суммирование во втором слагаемом соотношения (6.28) можно заменить интегрированием:

$$2 \cdot \sum_1^{n-1} \lambda_s^2(E_j) = 2 \cdot \int_1^{n-1} \lambda_s^2(E_j) dj . \quad (6.29)$$

Из выражения (6.2) следует, что

$$dj = -\frac{dE}{\xi E} . \quad (6.30)$$

Подставив (6.30) в (6.29), найдем

$$2 \cdot \int_1^{n-1} \lambda_s^2(E_j) dj = -2 \cdot \int_{E_0}^E \lambda_s^2(E) \frac{dE}{\xi E} = 6 \cdot \int_E^{E_0} \lambda_s \frac{\lambda_s}{3 \cdot \xi} \frac{dE}{E} . \quad (6.31)$$

Учитывая, что  $\lambda_s = 1/\Sigma_s$  и в случае *изотропного рассеяния*  $D = \lambda_s/3$ , получим, что выражение (6.31) равно  $6\tau$  (см. (6.8)). Таким образом, из (6.28) и (6.31) следует, что

$$\langle R^2 \rangle = 2\lambda_s^2(E_0) + 6\tau .$$

Это выражение отличается от полученного ранее результата (6.22) членом  $2\lambda_s^2(E_0)$ . Этот член согласно (6.26) равен среднему



квадрату расстояния, которое проходят нейтроны источника до первого столкновения. Следовательно, *в возрастном приближении не учитывается пробег нейтронов до первого столкновения*, т.е. в возрастное приближение необходимо вводить поправку на первое столкновение.

В возрастном приближении плотность потока нейтронов уменьшается по мере удаления от источника по закону  $\exp(-r^2/4\tau)$  (см. (6.19)). Однако всегда существуют такие нейтроны, которые «не начали» процесса замедления немедленно после вылета из источника, например: нейтроны первого пробега с начальной энергией, равной  $E_0$ ; нейтроны, столкнувшиеся с ядрами один раз и затем пролетевшие значительное расстояние без столкновения, и др. Пространственное распределение таких нейтронов описывается законом  $(1/r^2)\exp(-r/\lambda)$ . Если миграция даже очень малого числа нейтронов источника подчиняется закону  $(1/r^2)\exp(-r/\lambda)$ , то при любых значениях  $\lambda$  на больших расстояниях  $r$  число «экспоненциальных» нейтронов больше, чем «гауссовых» (см. (6.19)). Следовательно, вдали от источника плотность потока нейтронов в основном определяется нейтронами, испытавшими небольшое число столкновений, в результате которых энергия и направление полета нейтронов изменились незначительно. Отсюда следует, что решение уравнения возраста на больших расстояниях от источника дает *заниженные значения плотности замедления*. Это обстоятельство необходимо учитывать при расчете защиты от ионизирующих излучений ядерного реактора.

### 6.5. Площадь миграции нейтронов

Рассмотрим точечный источник в бесконечной среде. Пусть  $\Phi_t(r)$  – плотность потока *тепловых* нейтронов. Найдем средний квадрат расстояния по прямой, которое пройдет тепловой нейтрон от точки своего рождения (т.е. точки размещения источника тепловых нейтронов) до той точки, где нейтрон будет поглощен:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty r^2 \Sigma_a \Phi_t(r) 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty \Sigma_a \Phi_t(r) 4\pi r^2 dr} .$$

Для источника тепловых нейтронов  $\langle r^2 \rangle = 6L^2$  (см. (5.34)).

Определим  $\langle r^2 \rangle$  для источника быстрых нейтронов. Пусть  $\vec{r}_1$  определяет точку, в которой заканчивается процесс замедления и нейтрон достигает тепловой энергии (рис. 6.4).

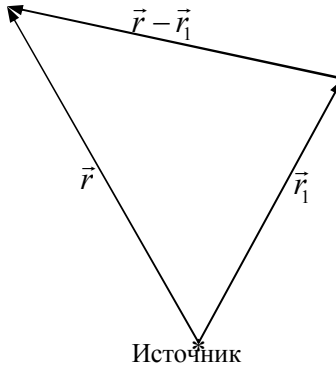


Рис. 6.4. К вычислению площади миграции нейтронов

Тогда  $\langle r_1^2 \rangle = 6\tau_t$ . Обозначим через  $\vec{r}$  точку поглощения теплового нейтрона. Очевидно, что  $\langle (\vec{r} - \vec{r}_1)^2 \rangle = 6L^2$  – средний квадрат расстояния (по прямой) от точки, где нейтрон стал тепловым до точки, в которой он поглощается. Из рис. 6.4 следует, что

$$\vec{r}^2 = [(\vec{r} - \vec{r}_1) + \vec{r}_1]^2 = (\vec{r} - \vec{r}_1)^2 + \vec{r}_1^2 + 2\vec{r}_1(\vec{r} - \vec{r}_1) . \quad (6.32)$$

При усреднении выражения (6.32) последнее слагаемое в (6.32) равно нулю, так как направления  $\vec{r}_1$  и  $(\vec{r} - \vec{r}_1)$  независимы. Учитывая это, получим

$$\langle \vec{r}^2 \rangle = \langle \vec{r}_1^2 \rangle + \langle (\vec{r} - \vec{r}_1)^2 \rangle = 6\tau_i + 6L^2 = 6M^2 .$$

Параметр  $M^2 = \tau_i + L^2$  называется *площадью миграции*, а  $M = (\tau_i + L^2)^{1/2}$  – *длиной миграции*. Оба параметра – мера среднего расстояния, на которое перемещается нейтрон в течение времени жизни.

В табл. 6.1 приведены значения  $L^2$ ,  $\tau_i$ ,  $M^2$ .

Таблица 6.1

Значения  $L^2$ ,  $\tau_i$ ,  $M^2$

Замедлитель	$L^2$ , см <sup>2</sup>	$\tau_i$ , см <sup>2</sup>	$M^2$ , см <sup>2</sup>
Легкая вода (H <sub>2</sub> O)	7,4	27,3	34,7
Тяжелая вода (D <sub>2</sub> O)	11447	123	11570
Графит (C)	2758	352	3110

Из табл. 6.1 следует, что для легкой воды, значение  $M^2$  практически полностью определяется процессом замедления ( $\tau_i \gg L^2$ ), а для тяжелой воды имеет место обратное соотношение ( $\tau_i \ll L^2$ ). Это значит, что при замедлении в легкой воде быстрые нейтроны смещаются на относительно большое расстояние от источника, а тепловые нейтроны поглощаются вблизи места своего рождения. Поэтому в легкой воде утечка быстрых нейтронов из некоторого объема значительно превосходит утечку тепловых. В тяжелой воде или графите нейтроны, ставшие тепловыми, успевают продиффундировать на значительные расстояния, прежде чем будут захвачены ядрами замедлителя, и поэтому утечка из объемов тяжелой воды и графита определяется тепловыми нейтронами. Из данных табл. 6.1 видно, что значения  $M^2$  для реакторов с тяжеловодным и графитовым замедлителями существенно выше, чем для реакторов, в которых в качестве замедлителя используется легкая вода. Отсюда следует, что размеры тяжеловодных и графитовых реакторов должны быть гораздо больше по сравнению с размерами реакторов с легководным замедлителем, чтобы утечка нейтронов в этих реакторах была примерно одинакова.

## 6.6. Распределение тепловых нейтронов при заданном распределении источников быстрых нейтронов

Рассмотрим бесконечную среду, в которой есть источники быстрых нейтронов, пространственное распределение которых описывается функцией  $S(\vec{r})$ . При достижении тепловых энергий в результате замедления нейтроны диффундируют до тех пор, пока не будут поглощены. Покажем, как путем раздельного рассмотрения процессов замедления и диффузии можно найти распределение тепловых нейтронов в том случае, когда источники излучают быстрые нейтроны, которые затем замедляются. Сначала найдем решение уравнения возраста. Затем будем использовать плотность замедления, вычисленную для возраста тепловых нейтронов в качестве *источника* в уравнении диффузии тепловых нейтронов. Согласно выражению (6.20), плотность замедления

$$q(\vec{r}, \tau_t) = \int w(\vec{r}, \vec{r}', \tau_t) S(\vec{r}') d\vec{r}',$$

где  $w(\vec{r}, \vec{r}', \tau_t)$  – *ядро замедления*. Плотность замедления  $q(\vec{r}, \tau_t)$  характеризует пространственное распределение источников тепловых нейтронов. Подставляя это распределение в выражение (5.28), позволяющее найти плотность потока тепловых нейтронов  $\Phi_t(\vec{r})$  от произвольно распределенных в среде источников тепловых нейтронов, получим

$$\Phi_t(\vec{r}) = \int \frac{q(\vec{r}', \tau_t) \exp\left(-\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{L}\right)}{4\pi D |\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' .$$

В качестве предельного случая рассмотрим бесконечную среду с равномерно распределенными источниками быстрых нейтронов. Допустим, что поглощение в процессе замедления пренебрежимо мало. Тогда плотность замедления не зависит *ни от пространственных координат, ни от энергии*, а плотность потока тепловых нейтронов  $\Phi_t(\vec{r})$  не зависит от координат и связана с плотностью замедления  $q$  соотношением

$$\Phi_t \langle \Sigma_a \rangle = q ,$$

где  $\langle \Sigma_a \rangle$  – сечение поглощения тепловых нейтронов, усредненное по спектру Максвелла (см. (5.52)). Учитывая, что плотность потока замедляющихся нейтронов на единицу летаргии постоянна

(см. (4.67)) и равна  $\Phi_{epi} = \frac{q}{\xi \Sigma_s}$ , получим

$$\frac{\Phi_t}{\Phi_{epi}} = \frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a} .$$

При заданном значении плотности потока замедляющихся нейтронов плотность потока тепловых нейтронов тем больше, чем больше коэффициент замедления  $\frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a}$  (см. табл. 4.2).

### 6.7. Уравнение замедления в возрастном приближении в средах с поглощением

Рассмотрим бесконечную среду с поглощением, которая состоит из ядер замедлителя с  $A > 1$  и в которой распределены источники, испускающие быстрые нейтроны с начальной энергией, равной  $E_0$ . Будем считать, что поглощение замедляющихся нейтронов мало ( $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ ;  $\Sigma_a$  мало). Выведем уравнение, описывающее пространственное распределение замедляющихся нейтронов с энергией  $E$  в тяжелых замедлителях при наличии поглощения. Так как  $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ ,  $\Sigma_a$  мало, то для описания процесса диффузии замедляющихся нейтронов воспользуемся диффузионным уравнением (см. (5.16)), в котором положим  $S=0$ , так как по условию задачи в среде рождаются нейтроны с энергией, равной  $E_0$ :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \Delta \Phi - \Sigma_a \Phi . \quad (6.33)$$

Преобразуем уравнение (6.33). Учитывая, что  $\Phi = n \cdot V$  (см. (3.6)), а  $D_0 = D \cdot V$  (см. (5.2)), получим

$$\frac{1}{D_0} \frac{\partial n}{\partial t} = \Delta n - \frac{\Sigma_a}{D} n ; \quad (6.34)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = \Delta n - \frac{\Sigma_a}{D} n,$$

где  $d\tau = D_0 dt$ .

С учетом соотношения (3.6), получим

$$d\tau = D V dt = -\frac{D}{\xi \Sigma_s} \frac{dE}{E}.$$

Введем новую переменную  $\tau$ , называемую возрастом нейтронов,

$$\tau = \int_E^{E_0} \frac{D}{\xi \Sigma_s} \frac{dE}{E}. \quad (6.35)$$

Соотношения (6.8) и (6.35) совпадают; это указывает на то, что длины замедления нейтронов в среде без поглощения и со слабым поглощением нейтронов одинаковы.

Функция  $n$  в (6.34) определена так, что  $n(t)dt$  есть число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$  среды, время замедления которых заключено в интервале  $[t, t+dt]$ . Учитывая, что время замедления однозначно связано с энергией нейтрона (см. (6.5)), можно утверждать, что функция  $n(E)$  есть число нейтронов, замедляющихся ниже энергии  $E$  в  $1 \text{ см}^3$  среды за 1 с, т.е. эта функция – плотность замедления  $q$ . Таким образом, уравнение (6.34) может быть представлено в виде:

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \Delta q - \frac{q}{L^2(E)}, \quad (6.36)$$

где  $L^2(E) = \frac{D(E)}{\Sigma_a(E)}$  – квадрат длины диффузии нейтронов с энергией  $E$ . Уравнение (6.36) называется *уравнением замедления в возрастном приближении*. Оно отличается от уравнения (6.9)

членом  $\frac{q}{L^2(E)}$ , который описывает поглощение нейтронов. Как

всякое дифференциальное уравнение, уравнение (6.36) должно быть дополнено начальными и граничными условиями. Эти условия имеют такой же вид, как и условия, которые были найдены для решения уравнения возраста (см. (6.11), (6.12), (6.13)).

## Глава 7 ГРУППОВОЕ ОПИСАНИЕ НЕЙТРОННОГО ПОЛЯ

---

При расчете ядерных реакторов необходимо знать как пространственное распределение нейтронов, так и энергетическое (спектр нейтронов), особенно в области сильного поглощения нейтронов. Основная трудность при решении этой задачи заключается в том, что реальные среды неоднородны и конечны. Это приводит к тому, что энергетический спектр нейтронов различен в разных областях среды; в функции плотности потока нейтронов  $\Phi(\vec{r}, E)$  переменные  $\vec{r}$  и  $E$  не разделяются.

*Метод группового описания нейтронного поля* – один из методов, упрощающих анализ замедления нейтронов в многокомпонентных средах. При использовании этого метода вся область энергий нейтронов – от энергий нейтронов источника до тепловой делится на конечное число интервалов – *энергетических групп*. Обозначим через  $\Delta E_i$  ширину энергетического интервала  $i$ -й группы, а через  $E_{1i}$  и  $E_{2i}$  – значения энергий нижней и верхней границ этой группы ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Будем полагать, что первая группа ( $i = 1$ ) – группа нейтронов с максимальной энергией, а группа  $i = n$  – с минимальной. Основное предположение метода групп заключается в том, что внутри каждой группы нейтроны диффундируют без потери энергии, пока не испытают среднего числа столкновений

$$n_i = \frac{\ln\left(\frac{E_{2i}}{E_{1i}}\right)}{\xi},$$

необходимого для уменьшения их энергии до значения, соответствующего энергии следующей,  $(i + 1)$ -й, группы (см. (4.15)); в этот момент нейтроны *скачком* переходят в  $(i + 1)$ -ю группу. Переходы продолжаются до тех пор, пока нейтроны не перейдут из группы с наивысшей энергией в группу с тепловой энергией.

Согласно соотношению (4.16) логарифмы для нейтронов с энергиями  $E_{2i}$  и  $E_{1i}$  равны соответственно  $u_{2i} = \ln \frac{E_0}{E_{2i}}$  и  $u_{1i} = \ln \frac{E_0}{E_{1i}}$ .

Изменение логарифма нейтронов в пределах  $i$ -й группы:

$$u_{1i} - u_{2i} = \Delta u_i = \ln \left( \frac{E_{2i}}{E_{1i}} \right). \quad (7.1)$$

Учитывая (7.1), среднее число столкновений

$$n_i = \Delta u_i / \xi,$$

где  $\Delta u_i$  – изменение логарифма нейтронов в процессе их замедления в пределах  $i$ -й группы.

Метод группового описания нейтронного поля – физико-математическое приближение, так как энергетический спектр нейтронов в реакторе занимает непрерывную область от тепловых энергий до  $\approx 10$  МэВ. Это обстоятельство учитывается путем определения для каждой группы средних значений эффективных сечений взаимодействия нейтронов с ядрами и коэффициентов диффузии в средах – так называемых *групповых постоянных*.

Усреднение макроскопических сечений произвольного процесса типа  $j$  в  $i$ -й группе проводится так, чтобы скорости взаимодействия до и после усреднения оставались неизменными:

$$\Phi_i \langle \Sigma_{ji} \rangle = \int_{\Delta E_i} \Phi(E) \Sigma_j(E) dE, \quad (7.2)$$

где  $\Phi_i$  – плотность потока нейтронов в  $i$ -й группе

$[\Phi_i = \int_{\Delta E_i} \Phi(E) dE]$ ;  $\langle \Sigma_{ji} \rangle$  – среднее сечение взаимодействия типа  $j$

в  $i$ -й группе].

Учитывая соотношение (7.2), получим:



$$\langle \Sigma_{ji} \rangle = \frac{\int_{\Delta E_i} \Phi(E) \Sigma_j(E) dE}{\int_{\Delta E_i} \Phi(E) dE} . \quad (7.3)$$

Полное макроскопическое сечение взаимодействия нейтронов  $i$ -й группы с ядрами среды определяется следующим выражением:

$$\langle \Sigma_i \rangle = \sum_j \langle \Sigma_{ij} \rangle .$$

Усреднение в соотношении (7.3) наиболее правильно проводить по спектру нейтронов в активной зоне реактора, но этот спектр, как правило, неизвестен. Поэтому при проведении инженерных расчетов ядерных реакторов усреднение производится по спектрам, которые являются характерными для реакторов данного класса: тепловых, промежуточных и быстрых. Для реактора на тепловых нейтронах усреднение можно провести следующим образом: в группе тепловых нейтронов – по спектру Максвелла (см. (5.45)), в группах замедляющихся нейтронов – по спектру Ферми (см. (4.52a)), в группах быстрых нейтронов – по спектру нейтронов деления (2.2). Полученные при усреднении сечения и другие параметры – *групповые константы* – характеризуют взаимодействие нейтронов со средой в соответствующих энергетических группах.

Рассмотрим процесс рассеяния в  $i$ -й группе, т.е.  $j = s$ . Среднее сечение рассеяния, определяемое соотношением (7.3), равно  $\langle \Sigma_{si} \rangle$ , а число рассеяний нейтронов  $i$ -й группы в  $1 \text{ см}^3$  среды за 1 с равно

$$\langle \Sigma_{si} \rangle \Phi_i .$$

В процессе ухода из  $i$ -й группы нейтрон испытает число столкновений, равное  $n_i = \Delta u_i / \xi$ . Учитывая это, можно утверждать, что число нейтронов, уходящих в  $1 \text{ см}^3$  за 1 с из  $i$ -й группы равно

$$\frac{\langle \Sigma_{si} \rangle \Phi_i}{(\Delta u_i / \xi)}$$

Величина  $\frac{\langle \Sigma_{si} \rangle \Phi_i}{(\Delta u_i / \xi)}$  называется *сечением увода* нейтронов из  $i$ -й

группы и обозначается  $\langle \Sigma_{ri} \rangle$ , следовательно,

$$\Sigma_{ri} = \frac{\langle \Sigma_{si} \rangle}{(\Delta u_i / \xi)}$$

В процессе замедления нейтроны из  $i$ -й группы могут попасть в любую из  $k$ -х групп, для которых  $k = i + 1, i + 2, \dots$  с некоторой вероятностью  $P^{i \rightarrow k}$ . Поэтому, кроме сечения увода из  $i$ -й группы, для характеристики процесса замедления необходима еще одна величина – так называемое *сечение перелома нейтрона из группы  $i$  в группу  $k$* . Обозначим это сечение через  $\Sigma_r^{i \rightarrow k}$ . Очевидно, что

$$\Sigma_{ri} = \sum_{k=i+1}^n \Sigma_r^{i \rightarrow k}$$

Число нейтронов, переходящих в процессе замедления из  $i$ -й в  $k$ -ю группу в  $1 \text{ см}^3$  среды за 1 с, равно

$$\Sigma_r^{i \rightarrow k} \Phi_i$$

Рассмотрим способ усреднения коэффициента диффузии в  $i$ -й группе. Плотность тока нейтронов в этой группе определяется выражением

$$- \int_{\Delta E_i} D(E) \text{grad } \Phi(\vec{r}, E) dE, \quad (7.4)$$

которое можно представить в следующем виде:

$$- D_i \cdot \int_{\Delta E_i} \text{grad } \Phi(\vec{r}, E) dE. \quad (7.5)$$

Приравнявая выражения (7.4) и (7.5), получим

$$D_i = \frac{\int_{\Delta E_i} D(E) \text{grad } \Phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{\Delta E_i} \text{grad } \Phi(\vec{r}, E) dE}. \quad (7.6)$$

Из равенства (7.6) следует, что  $D_i$  – постоянная величина при условии, что  $\Phi(\vec{r}, E)$  можно представить в виде произведения функции только от  $E$ , т.е. если изменением энергетического спектра нейтронов в среде от точки к точке можно пренебречь. Сделав такое предположение, получим

$$D_i = \frac{\int_{\Delta E_i} D(E) \Phi(E) dE}{\int_{\Delta E_i} \Phi(E) dE}. \quad (7.7)$$

Если спектр замедляющихся нейтронов близок к спектру Ферми [ $\Phi(E) \sim 1/E$ ], то из (7.7) можно получить

$$D_i = \frac{\int_{E_{1i}}^{E_{2i}} D(E) \frac{dE}{E}}{\int_{E_{1i}}^{E_{2i}} \frac{dE}{E}}.$$

Определив групповые постоянные, выведем групповые уравнения, представляющие собой уравнения баланса числа нейтронов каждой из групп в единице объема среды. Для  $i$ -й группы это уравнение имеет вид:

$$-D_i \Delta \Phi_i + \sum_{a_i} \Phi_i + \sum_{k=i+1}^n \Sigma_r^{i \rightarrow k} = \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_r^{k \rightarrow i} \Phi_k + \chi_i \sum_{k=1}^n \nu_{fk} \Sigma_{fk} \Phi_k. \quad (7.8)$$

В равенстве (7.8) первый член характеризует утечку нейтронов группы  $i$  вследствие диффузии в единицу времени из единицы объема вокруг точки  $\vec{r}$ ; второй – поглощение нейтронов в этом объеме; третий – уход нейтронов из группы  $i$  во все нижележащие в результате рассеяния (упругого и неупругого); четвертый определяет число нейтронов, переходящих вследствие рассеяния из вышележащих групп в данную; последний определяет то число нейтронов, которое попало в  $i$ -ю группу непосредственно (т.е. без

замедления) в результате деления тяжелых ядер; в этом слагаемом  $\Sigma_{jk}$  – сечение деления ядер нейтронами  $k$ -й группы,  $\nu_{jk}$  – число вторичных нейтронов, образующихся при делении, а  $\chi_i$  – доля нейтронов деления, попавших в группу  $i$ . В последней, тепловой группе доля нейтронов спектра деления  $\chi_n=0$  и сечение увода  $\Sigma_r^{n \rightarrow k}=0$ . Поэтому уравнение, описывающее нейтроны тепловой группы, имеет вид:

$$-D_n \Delta \Phi_n + \Sigma_{an} \Phi_n = \sum_{k=1}^{n-1} \Sigma_r^{k \rightarrow n} \Phi_k. \quad (7.9)$$

Система уравнений (7.8), (7.9) должна быть дополнена граничными условиями, учитывающими равенство плотности потоков нейтронов и равенство плотности токов нейтронов на границах областей ( $F$ ):

$$\Phi_i^{(l)} \Big|_F = \Phi_i^{(l+1)} \Big|_F;$$

$$D_i^{(l)} \text{grad} \Phi_i^{(l)} \Big|_F = D_i^{(l+1)} \text{grad} \Phi_i^{(l)} \Big|_F,$$

где  $\Phi_i^{(l)}$ ,  $\Phi_i^{(l+1)}$ ,  $D_i^{(l)}$ ,  $D_i^{(l+1)}$  – плотности потока и коэффициенты диффузии нейтронов  $i$ -й группы для областей ( $l$ ) и ( $l+1$ ). На границе с вакуумом плотность потока нейтронов  $i$ -й группы обращается в нуль на экстраполированной границе ( $R_s$ ):

$$\Phi_i \Big|_{R_s} = 0.$$

Выбор числа энергетических групп нейтронов определяется видом спектра нейтронов в реакторе и требуемой точностью расчетов. Если плотность потока нейтронов в достаточно широком интервале энергии изменяется незначительно, то число групп можно выбрать небольшим. В реакторах на тепловых нейтронах можно использовать малогрупповые методы расчета (не более 4-6 групп, обычно достаточно двух). В таких реакторах, в основном, поглощаются нейтроны тепловых энергий, спектр которых близок к максвелловскому; спектр замедляющихся нейтронов –

фермиевский (см. (4.52), (4.52a)), а в области энергий быстрых нейтронов спектр близок к спектру нейтронов деления (см. (2.2)).

Относительно простое двухгрупповое приближение позволяет получать достаточно точные результаты для анализа нейтронно-физических процессов в ядерных энергетических реакторах на тепловых нейтронах. Система уравнений (7.8), (7.9), в случае двухгруппового приближения имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} -D_1 \Delta \Phi_1 + \Sigma_{a1} \Phi_1 + \Sigma_{r1} \Phi_1 &= \nu_1 \Sigma_{f1} \Phi_1 + \nu_2 \Sigma_{f2} \Phi_2 ; \\ -D_2 \Delta \Phi_2 + \Sigma_{a2} \Phi_2 &= \Sigma_{r1} \Phi_1 , \end{aligned} \right\} \quad (7.10)$$

где индексом «1» отмечены характеристики, относящиеся к группе быстрых нейтронов, а индексом «2» – к группе тепловых. Для решения системы уравнений (7.10) необходимо определить так называемое *граничное значение энергии*, разделяющее группу тепловых и быстрых нейтронов. Обозначим это значение через  $E_{cp}$ .

В качестве  $E_{cp}$  естественно выбрать значение энергии, при котором фермиевский спектр замедляющихся нейтронов первой группы переходит в максвелловский спектр тепловых нейтронов второй группы. Следовательно, в точке  $E = E_{cp}$  плотности потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  должны быть равны:

$$\Phi_1(E_{cp}) = \Phi_2(E_{cp}) .$$

Полагая, что тепловые нейтроны распределены по спектру Максвелла (см. (5.45)), а замедляющиеся – по спектру Ферми (см. (4.52a)), получим

$$\Phi_0 \exp\left(-\frac{E_{cp}}{E_t}\right) \frac{E_{cp}}{E_t^2} = \frac{q(E_{cp})}{\xi \Sigma_s E_{cp}} . \quad (7.11)$$

Для определения плотности замедления  $q(E_{cp})$  воспользуемся условием: все нейтроны, замедляющиеся ниже граничной энергии, поглощаются в тепловой области

$$q(E_{zp}) = \int_0^{E_{zp}} \Phi_2(E) \Sigma_a(E) dE . \quad (7.12)$$

Предполагается, что энергетическая зависимость  $\Sigma_a(E)$  в тепловой области следует закону  $\sim 1/V$  (см. (5.50)):

$$\sigma_a(E) = \sigma_a(E_0') \left( \frac{E'}{E} \right)^{1/2} .$$

Подставляя (5.50) в (7.12) и устремляя верхний предел интегрирования к бесконечности, получим

$$q(E_{zp}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Sigma_a(E_0') \Phi_0 . \quad (7.13)$$

Из соотношений (7.11) и (7.13) определяется трансцендентное выражение для безразмерной энергии сшивки  $z_{zp} = \frac{E_{zp}}{E_0'}$ :

$$z_{zp}^2 \exp(-z_{zp}) = \alpha_t \frac{\sqrt{\pi}}{2} ,$$

где  $\alpha_t = \frac{\Sigma_a(E_0')}{\xi \Sigma_s}$ ;  $E_0' = 0,0253$  эВ.

Значение энергии сшивки используется при получении значений средних сечений для тепловых нейтронов.

## Глава 8

### ТЕРМАЛИЗАЦИЯ НЕЙТРОНОВ

---

В теории замедления «жизненный цикл» быстрого нейтрона в среде представляется двумя этапами: первый этап – замедление нейтронов; второй – диффузия тепловых нейтронов. Строго говоря, такое деление «жизненного цикла» нейтрона следует считать упрощенным, так как предполагается, что по окончании времени замедления нейтрон *сразу, скачком* переходит в тепловую область энергий. Изложенная в главе 4 теория замедления нейтронов справедлива для нейтронов с  $E \geq 1$  эВ, а средняя энергия тепловых нейтронов  $\approx 0,02$  эВ (определяется температурой среды). Именно в интервале  $(0,02 \div 1)$  эВ происходит *постепенный переход* замедляющихся нейтронов в тепловую область, который называется *термализацией нейтронов*. Изучение термализации – одна из наиболее сложных задач нейтронной физики, так как процесс рассеяния медленных нейтронов твердыми или жидкими замедлителями сильно зависит от тепловых колебаний атомов замедлителя, характера их химических связей и различных когерентных явлений, возникающих при взаимодействии медленных нейтронов с молекулами жидкости или кристаллами в твердом теле.

Рассмотрим влияние тепловых колебаний атомов замедлителя на процесс термализации нейтронов. Допустим, что замедлитель представляет собой *газ*, состоящий из атомов с массой  $M = A \cdot m_n$ , где  $m_n$  – масса нейтрона; атомы замедлителя не связаны между собой химическими связями. Рассматриваемая задача – единственная, для которой найдено полное теоретическое решение.

Процесс термализации изучается экспериментально, с последующим проведением численных расчетов на ЭВМ. В области энергий термализации значения кинетических энергий нейтронов примерно соответствуют значениям кинетических энергий атомных ядер замедлителя. Поэтому энергия нейтронов, сталкивающихся с атомными ядрами может как уменьшаться, так и увеличиваться. В случае покоящихся ядер энергия нейтронов после рассеяния только уменьшается, причем вероятность того, что

энергия нейтрона после рассеяния станет равной  $E_1$ , не зависит от величины этой энергии в интервале  $[\alpha E_0, E_0]$  (см. (4.9) и рис. 8.4, зависимость 1).

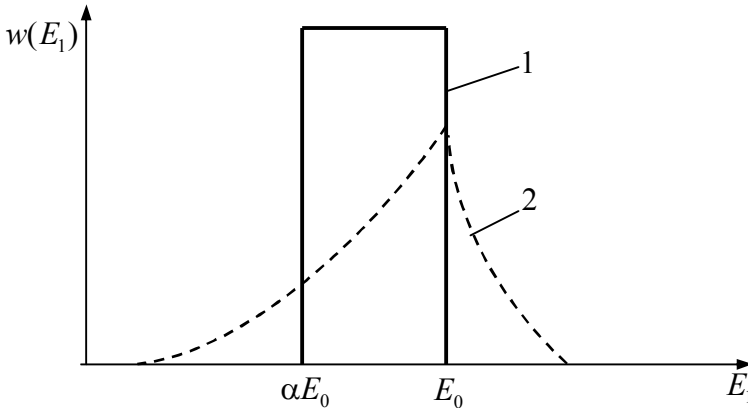


Рис. 8.4. Зависимость вероятности того, что энергия нейтрона после рассеяния станет равной  $E_1$  (начальная энергия нейтрона до рассеяния равна  $E_0$ ):  
 1 – рассеяние нейтрона на покоящемся ядре; 2 – рассеяние нейтрона на ядре, находящемся в тепловом движении

При рассеянии нейтронов на атомных ядрах, находящихся в тепловом движении, зависимость  $w(E_1)$  «размывается» (см. рис. 8.4, зависимость 2). Это обусловлено тем, что энергия нейтронов, которые рассеиваются на движущихся ядрах, может как уменьшаться, так и увеличиваться. Уменьшение или увеличение энергии будет тем заметнее, чем выше скорость ядер, т.е. чем больше температура замедлителя  $T_0$ .

Найдем среднюю потерю энергии нейтронов  $\langle \Delta E \rangle$  после рассеяния на движущихся ядрах. В случае покоящихся ядер эта потеря энергии равна

$$\langle \Delta E \rangle = E_0 - \langle E_1 \rangle, \quad (8.1)$$



где  $\langle E_1 \rangle = \frac{E_0}{2}(1 + \alpha)$  – средняя энергия нейтрона после рассеяния (см. (4.10)). Для тяжелых замедлителей выражение (8.1) можно упростить:

$$\langle \Delta E \rangle = \frac{2}{A} E_0 . \quad (8.2)$$

**Анализ рассеяния нейтронов на движущихся ядрах.** Средняя потеря энергии нейтронов при столкновении с такими ядрами определяется выражением

$$\langle \Delta E_1 \rangle = E_0 - \langle E_1' \rangle ,$$

где  $\langle E_1' \rangle$  – средняя энергия рассеянного нейтрона. Оценим эту энергию.

Выражение (4.10) справедливо в случае рассеяния нейтронов на покоящихся атомных ядрах. Для того чтобы применить это соотношение для вычислений в случае рассеяния нейтрона на движущихся атомных ядрах, удобно использовать систему координат покоя ядра. Обозначим через  $\vec{V}_0$  и  $\vec{V}$  скорости нейтрона и ядра до столкновения. Скорость нейтрона в системе покоя ядра равна

$$\vec{V}_0' = \vec{V}_0 - \vec{V} . \quad (8.3)$$

Определим среднюю энергию нейтрона до столкновения в системе координат покоя рассеивающего ядра. Из соотношения (8.3) следует, что

$$(\vec{V}_0')^2 = (\vec{V}_0)^2 - V_0' V \cos \varphi + (\vec{V})^2 . \quad (8.4)$$

Усредняя (8.4) и учитывая, что векторы  $\vec{V}_0$  и  $\vec{V}$  независимы, получим

$$\langle (\vec{V}_0')^2 \rangle = \langle (\vec{V}_0)^2 \rangle + \langle (\vec{V})^2 \rangle . \quad (8.5)$$

Выражение (8.5) можно преобразовать к виду:

$$\langle E_0' \rangle = \langle E_0 \rangle + \frac{M \langle (\vec{V})^2 \rangle}{2} \frac{1}{A}.$$

Распределение по скоростям теплового движения атомных ядер замедлителя – это распределение Максвелла. Поэтому средняя энергия теплового движения ядер замедлителя

$$\frac{M \langle (\vec{V})^2 \rangle}{2} = 2kT_0$$

(см. (5.46)). Учитывая это, получим

$$\langle E_0' \rangle = \langle E_0 \rangle + \frac{2kT_0}{A}.$$

С учетом этого выражения найдем среднюю энергию нейтрона после рассеяния на движущемся ядре. Эта энергия согласно (4.10) определяется выражением

$$\langle E_1' \rangle = \frac{\langle E_0' \rangle}{2} (1 + \alpha) = \frac{E_0 + \frac{2kT_0}{A}}{2} (1 + \alpha),$$

из которого следует, что средняя потеря энергии нейтрона равна

$$\langle \Delta E_1' \rangle = E_0 - \langle E_1' \rangle = \frac{E_0(1 - \alpha)}{2} - 2kT_0 \frac{1 + \alpha}{2A} \approx \frac{2}{A} (E_0 - kT_0),$$

$$\text{так как } \frac{1 - \alpha}{2} \approx \frac{2}{A}; \quad \frac{1 + \alpha}{2A} \approx \frac{1}{A}$$

(для тяжелых замедлителей).

Более совершенная физико-математическая модель позволяет получить результат:

$$\langle \Delta E_1' \rangle \approx \frac{2}{A} (E_0 - 2kT_0). \quad (8.6)$$

Соотношение (8.6) при  $E_0 \gg 2kT_0$  приводит к результату, который был получен для средней потери энергии при соударении

с покоящимся ядром:  $\langle \Delta E \rangle = \frac{2E_0}{A}$  (см. (8.2)). Потеря энергии на столкновение уменьшается при уменьшении энергии нейтрона и даже обращается в нуль при  $E_0 = 2kT_0$ , а в области  $E_0 < 2kT_0$  энергия нейтрона после столкновения увеличивается, так как в этой области  $\langle \Delta E_1' \rangle < 0$ .

**Стационарный энергетический спектр нейтронов в области термализации.** Наиболее важная задача физики термализации – расчет пространственно-энергетического распределения нейтронов в области термализации. Рассмотрим бесконечную слабопоглощающую среду, в которой происходит термализация нейтронов, и составим баланс числа нейтронов с энергией  $E$ . Обозначим:  $\Sigma_a(E)$  – макроскопическое сечение поглощения нейтронов с энергией  $E$ ;  $\Sigma_s(E_0 \rightarrow E)$  – макроскопическое сечение рассеяния, определяющее вероятность того, что нейтрон с начальной энергией  $E_0$  после столкновения с ядром будет иметь энергию  $E$ . При исследовании процесса термализации используются, как правило, *экспериментальные данные* о сечении  $\Sigma_s(E_0 \rightarrow E)$ , так как для реальных замедлителей вычислить зависимость  $\Sigma_s(E_0 \rightarrow E)$  не удастся даже в простейших случаях.

Вероятность обратного перехода от энергии  $E$  к энергии  $E_0$  определяется сечением  $\Sigma_s(E \rightarrow E_0)$ . В области энергий термализации энергия нейтрона, рассеивающегося на атомном ядре, может как увеличиться, так и уменьшиться.

Число нейтронов в  $1 \text{ см}^3$  среды, которые ежесекундно попадают в область энергий  $E$  вследствие рассеяния, определяется выражением

$$\int_0^{\infty} \Sigma_s(E \rightarrow E_0) \Phi(E_0) dE_0. \quad (8.7)$$

Число нейтронов, уходящих из области энергии  $E$  вследствие процессов поглощения и рассеяния, равно

$$\Sigma_s(E) \Phi(E) + \Sigma_a(E) \Phi(E) , \quad (8.8)$$

где  $\Sigma_s(E)$  – полное сечение рассеяния:

$$\Sigma_s(E) = \int_0^{\infty} \Sigma_s(E_0 \rightarrow E) dE_0 .$$

Первое слагаемое в выражении (8.8) – именно *полное сечение рассеяния*  $\Sigma_s(E)$ , так как нейтрон, изменяя энергию  $E$  в результате столкновения с ядром, может попасть в любую точку энергетической шкалы. Приравнявая (8.7) и (8.8), получим искомое уравнение баланса числа термализующихся нейтронов с энергией, равной  $E$ :

$$\Sigma_a(E) \Phi(E) = L^t \Phi(E) , \quad (8.9)$$

где  $L^t = \int_0^{\infty} \Sigma_s(E \rightarrow E_0) \Phi(E_0) dE_0 - \Sigma_s(E) \Phi(E)$  называется

*оператором термализации*. Оператор термализации  $L^t$  определяет разность между числом нейтронов, попавших в область энергий  $E$  и вышедших из этой области в процессе рассеяния. В случае термодинамического равновесия эта разность равна нулю, а энергетический спектр термализующихся нейтронов – максвелловский  $M(E)$ .

Можно написать следующее равенство:

$$L^t M(E) = 0 . \quad (8.10)$$

Соотношения (8.9) и (8.10) совпадают друг с другом, если в (8.9) допустить, что  $\Sigma_a(E) = 0$ . Следовательно, *истинное термодинамическое равновесие*, т.е. состояние, при котором спектр нейтронов описывается максвелловским распределением, *может установиться только в бесконечной непоглощающей среде*.

В реальных средах  $\Sigma_a(E) \neq 0$ . Для определения спектра нейтронов решается уравнение (8.9), как правило, методами численного интегрирования с использованием экспериментальных данных о сечении рассеяния  $\Sigma_s(E_0 \rightarrow E)$ . Использование методов

численного интегрирования позволяет рассчитать энергетические спектры термализующихся нейтронов в средах, для которых зависимости  $\Sigma_a(E)$  и  $\Sigma_s(E_0 \rightarrow E)$  имеют сложный характер. Недостаток численных методов заключается в том, что теряется физическая «наглядность», которая позволяет установить связь между видом энергетического спектра термализующихся нейтронов и видом функций  $\Sigma_a(E)$  и  $\Sigma_s(E_0 \rightarrow E)$ . Поэтому развиты полуэмпирические методы описания энергетической зависимости полей термализованных нейтронов. Один из таких методов – *метод эффективной температуры нейтронного газа*. При рассмотрении процесса замедления нейтронов без учета термализационных эффектов было получено (см. (5.45), (4.52)), что плотность потока нейтронов в тепловой и надтепловой областях может быть представлена в виде суммы максвелловского и фермиевского потоков

$$\Phi(E) = \Phi_t M(E) + \frac{\Phi_{epi}}{E}, \quad (8.11)$$

где  $\Phi_t$  и  $\Phi_{epi}$  – полные плотности потока тепловых и надтепловых нейтронов. Для учета процесса термализации выражение (8.11) записывается в несколько другом виде:

$$\Phi(E) = \Phi_t M(E) + \Phi_{epi} \frac{\Delta\left(\frac{E}{E_t}\right)}{E}, \quad (8.12)$$

где  $\Delta\left(\frac{E}{E_t}\right)$  – *функция переходной области*;  $E_t = kT$  – наиболее вероятное значение энергии нейтронов при температуре нейтронного газа, равной  $T$  (см. (5.39)).

Функцией переходной области учитывается постепенность перехода замедляющихся нейтронов в тепловые и описывается энергетический спектр нейтронов в области энергий, в которой энергетические спектры Ферми и Максвелла перекрываются (при  $E \approx 0,1$  эВ).

Есть разные аналитические зависимости для функции переходной области, одна из которых

$$\Delta\left(\frac{E}{E_t}\right) = \frac{1}{1 + \left(4,95 \frac{E_t}{E}\right)^7}. \quad (8.13)$$

Температура замедлителя и температура нейтронного газа не совпадают несмотря на то, что изучается спектр тепловых нейтронов. Это обусловлено тем, что при наличии поглощения, которое возрастает с уменьшением энергии нейтронов в тепловой области, спектр тепловых нейтронов «ужесточается», так как нейтроны малых энергий ( $E < E_t$ ) поглощаются сильнее, чем нейтроны с энергиями  $E > E_t$ .

Несмотря на то, что спектр тепловых нейтронов становится жестче и отклоняется от максвелловской формы, предполагается, что спектр нейтронов может быть описан максвелловским распределением с температурой нейтронного газа большей, чем температура замедлителя:  $T > T_0$ . Температура  $T$  называется *эффективной температурой*. Для расчета эффективной температуры есть много формул. Наибольшее распространение получило следующее выражение:

$$T = T_0 \left[ 1 + 1,4 \frac{\Sigma_a(kT_0)}{\xi \Sigma_s} \right],$$

в котором предполагается, что  $\xi \Sigma_s$  – постоянная величина (замедляющая способность среды). Значение  $\Sigma_s$  берется при  $E = 1$  эВ, а  $\Sigma_a$  – при  $E = kT_0$  (см. табл. (4.2)).

## Глава 9 ИСТОЧНИКИ НЕЙТРОНОВ

---

Известно три основных типа нейтронных источников:

1. *Радионуклидные источники нейтронов:*

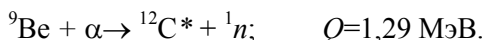
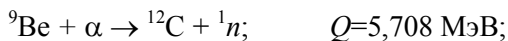
- а) источники, на основе  $(\alpha, n)$ -реакции;
- б) источники, на основе  $(\gamma, n)$ -реакции;
- в) источники нейтронов спонтанного деления.

2. *Нейтроны, получаемые с помощью ускорителей заряженных частиц.*

3. *Нейтроны ядерных реакторов.*

Радионуклидные источники нейтронов применяются со времени открытия нейтрона, связанного с реакцией взаимодействия альфа-частиц того или другого радионуклида с легкими элементами, и, в первую очередь, с бериллием.

Существуют два канала  $(\alpha, n)$ -реакции на бериллии:



Во втором канале ядро углерода образуется в возбужденном состоянии, которое снимается испусканием гамма-излучения с энергией 4,42 МэВ. Эта реакция *экзоэнергетическая*. Высокое значение энергии реакции позволяет получать нейтроны с энергиями от  $\approx 7,7$  до  $\approx 10,6$  МэВ при использовании  $\alpha$ -частиц с энергией от 2 до 5 МэВ. При меньшей энергии  $\alpha$ -частиц сечение реакции уменьшается примерно на два порядка. Следует отметить, что выход нейтронов по второму каналу больше, чем по первому. Для малых энергий  $\alpha$ -частиц отношение выходов достигает значения  $\approx 3$ .

Экзоэнергетические  $(\alpha, n)$ -реакции имеют место только в шести случаях: для  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10}\text{B}$ ,  ${}^{13}\text{C}$ ,  ${}^{17}\text{O}$ ,  ${}^{25}\text{Mg}$ ,  ${}^{26}\text{Mg}$ .

Для большинства легких ядер ( $Z < 15$ ) порог *эндоэнергетических* ( $\alpha, n$ )-реакций  $E_{пор.} < (5 \div 7)$  МэВ. Энергия альфа-частиц трансплутониевых элементов находится именно в этом диапазоне.

Кулоновский потенциальный барьер «не мешает» протеканию ( $\alpha, n$ )-реакции на  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10}\text{B}$ ,  ${}^{13}\text{C}$ ,  ${}^{17}\text{O}$ ,  ${}^{25}\text{Mg}$ ,  ${}^{26}\text{Mg}$ . Реакции на средних и тяжелых ядрах требуют больших энергий  $\alpha$ -частиц вследствие более высокого потенциального барьера.

Материал ( $\alpha, n$ )-источников нейтронов представляет собой однородную смесь излучателя альфа-частиц с веществом мишени, из ядер которого испускаются нейтроны.

В настоящее время известно большое число комбинаций « $\alpha$ -излучатель – мишень», которые могут быть использованы в качестве источников нейтронов. Характеристики некоторых из них приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

**Характеристики радионуклидных ( $\alpha, n$ ) - источников**

Радионуклид-излучатель	Период полураспада	Энергия $\alpha$ -частиц, МэВ	Мишень	Максимальная энергия нейтронов, МэВ	Средняя энергия нейтронов, МэВ	Удельная мощность, $10^6$ [1/с] ( $J=3,7 \cdot 10^{10}$ Бк)
${}^{210}\text{Po}$	138,4 сут	5,305	Li	0,48	1,3÷2,6	0,05÷0,4
			Be	4,2÷5,3	10,87	2,3÷3,0
			B	3,0	6,4	0,5÷0,81
			F	1,4	2,6	0,15÷0,44
${}^{226}\text{Ra}$	1620 лет	4,78; 4,60	Be	3,9÷4,7	13,08	10,0÷17,1
			B	-	-	7,0
${}^{238}\text{Pu}$	86,4 года	5,50; 5,46	Be	5,0	11,3	2,2÷4,0
${}^{239}\text{Pu}$	24390 лет	5,16; 5,11	Be	4,5÷5,0	10,74	1,5÷2,2
${}^{241}\text{Am}$	458 лет	5,49; 5,44	Li	0,4	-	0,04
			Be	5,0	11,5	2,2÷2,7
			B	3,0	0,5÷0,7	3,0
			F	1,5	0,15	0,15
${}^{244}\text{Cm}$	18,1 года	5,81; 5,77	Be	5,8	11,2	2,5÷6,0
			C	-	7,6	0,008



Один из основных параметров радионуклидного источника нейтронов – *удельная мощность (удельный поток нейтронов)*, т.е. число нейтронов, испускаемых за 1 с при активности радионуклида  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк или при массе радионуклида 1 г. Удельная мощность характеризует не только вероятность  $(\alpha, n)$ -реакции, но и коэффициент полезного использования альфа-излучателя. Удельная мощность  $(\alpha, n)$ -источников зависит от многих факторов, но в первую очередь – от энергии бомбардирующих частиц, числа  $\alpha$ -превращений в цепочке распада радионуклида, ядерных свойств материала мишени.

Удельная мощность существенно зависит от соотношения количества материала мишени и радиоактивного нуклида. Известно, что оптимальное отношение числа атомов мишени и  $\alpha$ -излучателя  $[(8 \div 10):1]$ . Дальнейшее увеличение числа атомов мишени нецелесообразно, так как вызывает незначительное увеличение удельной мощности при существенном увеличении объема радиоактивного материала и размеров источника, что нежелательно во многих случаях. Типичный размер  $(\alpha, n)$ -источника примерно 1 см (в металлической герметичной оболочке).

Для получения максимальной удельной мощности от  $(\alpha, n)$ -источника при прочих равных условиях предпочтительно использовать  $\alpha$ -излучатели с высокими энергиями. Вероятность  $(\alpha, n)$ -реакции увеличивается, если в цепочке распада есть несколько  $\alpha$ -превращений.

При заданной энергии  $\alpha$ -частиц наибольшую удельную мощность обеспечивает бериллий, бор и фтор. Поэтому их чаще всего используют для изготовления  $(\alpha, n)$ -источников нейтронов.

Вторая важнейшая характеристика радионуклидных источников нейтронов – *энергетический спектр нейтронов*. Нейтронные  $(\alpha, n)$ -источники характеризуются *непрерывным спектром*; диапазон энергий нейтронов  $(0,1 \div 15)$  МэВ. Характер спектра

определяется энергией  $\alpha$ -частиц, материалом мишени, а также конструкцией источника и технологией изготовления радиоактивного материала (активной части источника).

Нейтронные источники характеризуются определенной интенсивностью гамма-излучения, которое может сопровождать  $\alpha$ -распад радионуклида, излучаться вследствие реакции образования нейтрона, а также в результате взаимодействия нейтронов с материалом металлической герметичной оболочки, в которую помещается источник.

При решении вопроса о выборе компонентов источника рассматривают всю совокупность предъявляемых к нему требований по следующим характеристикам: удельная мощность, спектр нейтронов, фон гамма-излучения, доступность  $\alpha$ -излучателя, удобство работы с ним. Для обеспечения стабильности мощности источника нейтронов в течение приемлемого времени эксплуатации источника период полураспада радионуклида должен быть достаточно большим и в то же время не должен быть чрезмерно продолжительным, так как при этом удельная активность радионуклида будет низкой.

**Плутоний-бериллиевый источник нейтронов.** В этом источнике используется радионуклид  $^{239}\text{Pu}$  или  $^{238}\text{Pu}$  (см. табл. 9.1). Диапазон энергий нейтронов (Pu-Be)-источника в зависимости от угла вылета  $[0,1\div 11]$  МэВ. Устройство (Pu-Be)-источника следующее: сплав плутония и бериллия в виде  $\text{PuBe}_{13}$  завальцовывается в прочную металлическую оболочку. Такой источник компактен (его диаметр примерно 1 см), долговечен, прост в использовании и при транспортировке. При активности  $^{238}\text{Pu}$   $J_{\text{Pu}} = 3,7 \cdot 10^{10}$  Бк, мощность ( $^{238}\text{Pu-Be}$ )-источника нейтронов  $N \approx (2,2\div 4) \cdot 10^6$  [1/с]. На расстоянии  $L = 1$  м от такого источника плотность потока нейтронов  $\Phi = N/4\pi L^2$ , будет составлять порядка  $(30\div 60)$  [1/(см<sup>2</sup>·с)], т.е. относительно небольшую величину (в соответствии с требованиями норм радиационной безопасности для персонала, работающего с такими источниками).

**Источники нейтронов на основе  $^{241}\text{Am}$ .** Кроме (Pu-Be) источника нейтронов, наибольшее распространение получили ( $\alpha,n$ )-источники на основе  $^{241}\text{Am}$ . Большой период полураспада ( $T_{1/2}=458$  лет) обеспечивает стабильность нейтронного излучения, а его удельная активность достаточна для создания источников нейтронов мощностью  $\approx 5 \cdot 10^7$  [1/с] при низкой мощности мягкого гамма-излучения ( $E_\gamma=60$  кэВ и  $E_\gamma=26$  кэВ). При распаде  $^{241}\text{Am}$  образуется  $^{237}\text{Np}$ . Радионуклид  $^{241}\text{Am}$  накапливается в значительных количествах в топливе ядерных энергетических реакторов и является самым дешевым из радионуклидов трансплутониевых элементов.

Энергетические спектры ( $\alpha,n$ )-источников на основе  $^{241}\text{Am}$  с мишенями из различных материалов приведены на рис. 9.1.

В качестве мишени в источниках на основе америция используется, как правило, бериллий; при этом мощность нейтронного источника  $\approx 2,7 \cdot 10^6$  [1/с] при активности  $^{241}\text{Am}$   $3,7 \cdot 10^6$  Бк. При использовании в качестве мишеней бора, фтора, лития и др. элементов, удельная мощность значительно снижается (см. табл. 9.1). Тем не менее, из-за особенностей спектра испускаемых нейтронов, применение таких источников в ряде случаев предпочтительно.

Достоинство источников нейтронов на основе  $^{241}\text{Am}$  – очень низкий фон гамма-излучения, что обусловлено низкой энергией гамма-квантов, излучаемых  $^{241}\text{Am}$ .

**Радионуклидные источники на основе ( $\gamma,n$ )-реакции.** Получение нейтронов на основе ( $\gamma,n$ )-реакции возможно при условии, когда энергия гамма-квантов больше энергии связи нейтрона в ядре. Существует только два ядра:  $^9_4\text{Be}$  и  $^2_1\text{H}$ , на которых возможно получение нейтронов при использовании радионуклидных гамма-источников. Поэтому только бериллий и дейтерий используются в качестве мишеней в ( $\gamma,n$ )-нейтронных источниках. Для бериллия порог равен 1,665 МэВ, для дейтерия – 2,223 МэВ.

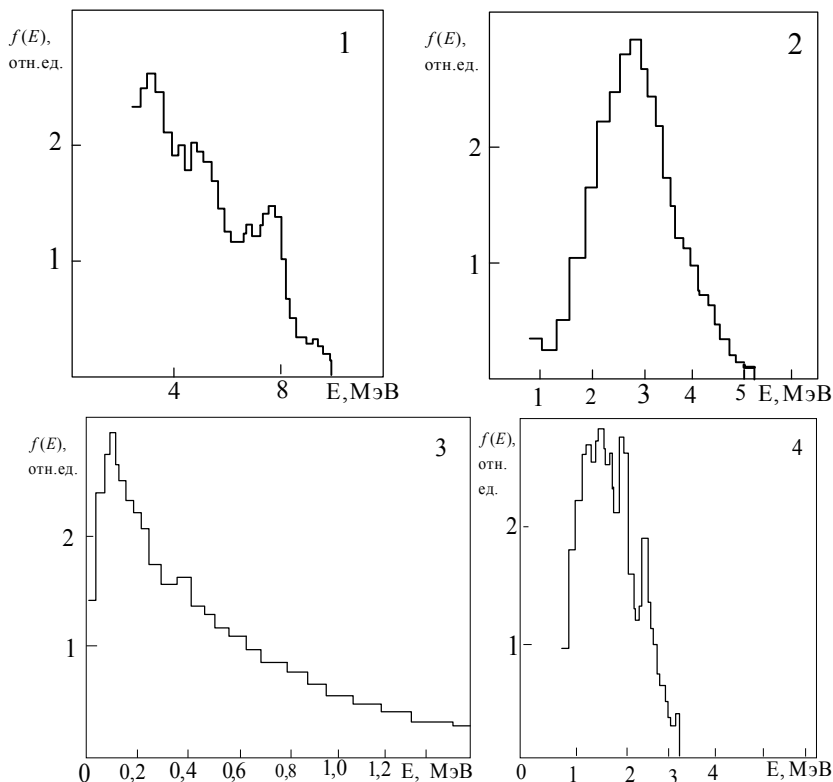
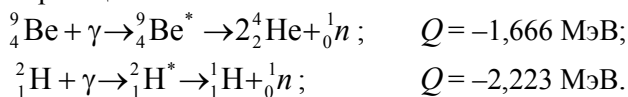


Рис. 9.1. Энергетические спектры источников нейтронов на основе  $^{241}\text{Am}$  с мишенями из различных материалов: бериллия (1); бора (2); лития (3); фтора (4)

Фотонейтроны на бериллии и дейтерии получают в результате следующих ядерных реакций:



При использовании *моноэнергетических* гамма-квантов можно практически получить *моноэнергетические* нейтроны. Если для получения фотонейтронов используется *тормозное излучение* бетатрона или синхротрона со *сплошным* спектром, то и спектр получаемых нейтронов также оказывается *сплошным*. Энергия нейтронов фотонейтронного источника определяется энергией гамма-квантов, величиной порога реакции, ядром отдачи и углом

вылета. Вследствие зависимости энергии от угла вылета, а также в связи с тем, что для получения необходимого удельного потока фотонейтронов применяются не тонкие мишени, а слои бериллия или дейтерия толщиной (1÷2) см, происходит «размытие» энергетического пика. Строго говоря, толстые мишени влияют и на энергию гамма-квантов, которые нельзя считать моноэнергетическими к моменту взаимодействия с ядром мишени.

Удельная мощность фотонейтронных источников сравнительно низка, поэтому фотонейтронные источники характеризуются сравнительно малой мощностью и интенсивным жестким гамма-излучением.

**(Ra-Be) ( $\gamma, n$ )-источник.** Из фотонейтронных наиболее широко распространен (Ra-Be) ( $\gamma, n$ )-источник. Чаще всего его изготавливают в виде бериллиевой сферы с определенным диаметром. Основное преимущество источника – его *высокая воспроизводимость*. Если в составе бериллия нет заметного количества примесей легких элементов, нейтроны образуются в фотонейтронном источнике только за счет реакции  ${}^9_4\text{Be}(\gamma, n){}_4^8\text{Be}$ . Мощность такого нейтронного источника изменяется в строгом соответствии с периодом полураспада радия. Строгое соблюдение геометрических размеров источника и количество радия может обеспечить погрешность мощности  $\sim 1\%$  (практически одинаковые источники). Спектр испускаемых нейтронов радий-бериллиевым источником значительно мягче спектра плутоний-бериллиевого источника и верхняя граница энергии нейтронов соответствует  $\approx 700$  кэВ, средняя энергия  $\approx 0,3$  МэВ.

**( ${}^{124}\text{Sb}$ -Be) ( $\gamma, n$ )-источник** испускает нейтроны с энергией  $\approx 24$  кэВ. Это обусловлено наличием у  ${}^{124}\text{Sb}$  гамма-квантов с  $E_\gamma = 1,7$  МэВ с большим выходом гамма-квантов. Обычно считается, что этот источник испускает нейтроны с энергией  $\approx 24$  кэВ. Однако следует учитывать, что у  ${}^{124}\text{Sb}$  есть и более жесткая гамма-линия с  $E_\gamma = 2,09$  МэВ. Выход гамма-квантов ее  $\approx 7\%$ , поэтому у ( ${}^{124}\text{Sb}$ -Be) ( $\gamma, n$ )-источника есть нейтроны с энергией  $\approx 300$  кэВ, что существенно при точных измерениях. Период полураспада  ${}^{124}\text{Sb}$  составляет 60 сут. К сожалению, не существует долгоживущих радионуклидов (кроме радия), испускающих гамма-кванты с энергией, превосходящей порог на бериллии или дейтерии.

Можно использовать также ( $^{24}\text{Na-Be}$ ) ( $\gamma, n$ )-источник, у которого энергия нейтронов  $\approx 950$  кэВ.

Таким образом, с помощью фотонейтронных источников можно получить некоторый набор приблизительно моноэнергетических нейтронов в диапазоне от  $\approx 24$  кэВ для ( $^{124}\text{Sb-Be}$ )-источника до  $\approx 1$  МэВ для ( $^{24}\text{Na-Be}$ )-источника.

**Источники нейтронов спонтанного деления.** Примером такого источника служит  $^{252}\text{Cf}$ .

Радионуклид  $^{252}\text{Cf}$  распадается по механизму альфа-распада (96,3 %) и спонтанного деления (3,1 %) (см. рис. 9.2; табл. 9.2).

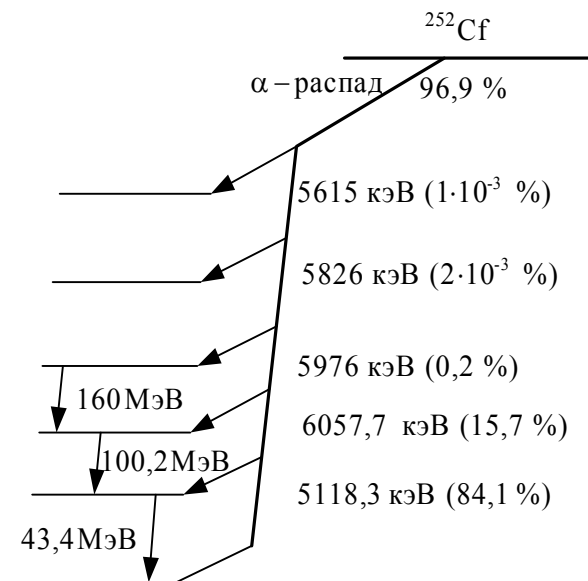


Рис. 9.2. Схема распада  $^{252}\text{Cf}$

Таблица 9.2

**Характеристики распада  $^{252}\text{Cf}$**

Параметр	$\alpha$ -распад	Спонтанное деление
Удельная активность, Бк/г	$1,92 \cdot 10^{13}$	$6,14 \cdot 10^{11}$
Период полураспада, г	2,73	85,3
Удельное энерговыделение, Вт/г	18,3	19,7

Нейтронное излучение  $^{252}\text{Cf}$  состоит, в основном, из нейтронов спонтанного деления. Один акт спонтанного деления сопровождается испусканием 3,76 нейтрона со средней энергией 2,3 МэВ. Кроме того, в спектре нейтронного излучения возможно присутствие нейтронов, образующихся по  $(\alpha, n)$ -реакции на *легких ядрах*, например, *кислорода* или *азота*.

Энергетический спектр нейтронного излучения  $^{252}\text{Cf}$  может быть описан *формулой Уатта*

$$N(E) = 0,373 \cdot [\exp(-0,84E)] \cdot \text{sh} \sqrt{2,0 \cdot E},$$

где  $N(E)$  – доля нейтронов с энергией  $E$  в единичном энергетическом интервале [МэВ].

Удельная мощность  $^{252}\text{Cf}$ -источника равна  $2,3 \cdot 10^{12}$  [1/(с·г)].

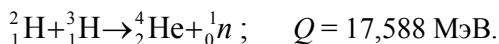
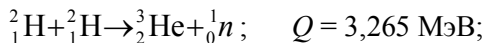
**Ускорители заряженных частиц как источники нейтронов.**

Получение интенсивных пучков *моноэнергетических нейтронов* невозможно без ускорителей заряженных частиц. Нейтроны могут быть получены при передаче пучкам заряженных частиц энергии, превышающей некоторое пороговое значение, достаточное для выбивания нейтронов из мишени. Используя различные реакции, можно получить пучки моноэнергетических нейтронов в интервале энергий от нескольких килоэлектронвольт до 20 МэВ и выше.

*Разброс нейтронов по энергии* определяется прежде всего флуктуациями энергии бомбардирующих частиц в материале мишени или в «окошке», если мишень газовая. Кроме того, разброс по энергиям может определяться зависимостью энергии нейтрона от угла вылета из мишени.

**Реакция  $^2\text{H}(d, n)$**  сводится к переходу протона из бомбардирующего ядра дейтона в бомбардируемое ядро, в результате чего освобождается нейтрон. В этой реакции нейтрон может также испускаться при разрыве дейтона.

Наиболее распространенные реакции:



Реакция  $^2_1\text{H}(d, n)^3_2\text{He}$  удобна для получения моноэнергетических нейтронов, энергия которых находится в диапазоне (2÷10) МэВ.

Реакция  ${}^3_1\text{H}(d,n){}_2^4\text{He}$  удобна для получения моноэнергетических нейтронов с энергией  $(14\div 20)$  МэВ. Существует однозначная зависимость между энергией дейтона, энергией и углом вылета образовавшегося нейтрона. (Есть соответствующие расчетные таблицы.)

**Реакция  $T(p,n){}^3\text{He}$**  – реакция между ускоренными протонами и тритиевой мишенью:



С использованием этой реакции можно получить моноэнергетические нейтроны с энергией от  $\approx 600$  кэВ до  $\approx 4$  МэВ. Из соответствующих таблиц можно определить значения энергии нейтронов, образующихся в результате реакции под разными углами в лабораторной системе координат и в системе центра масс.

Существуют также реакции, дающие моноэнергетические нейтроны с энергией несколько килоэлектронвольт:  ${}^{45}\text{Sc}(p,n){}^{45}\text{Ti}$ ;  ${}^{51}\text{V}(p,n){}^{51}\text{Cr}$ ;  ${}^{63}\text{Cu}(p,n){}^{63}\text{Zn}$ .

**Ядерный реактор как источник нейтронов.** Ядерный реактор – сложная инженерно-физическая установка, в которой осуществляется управляемая цепная реакция деления тяжелых ядер. У нейтронов, возникших при делении  ${}^{235}\text{U}$ ,  ${}^{239}\text{Pu}$ , средняя энергия  $\approx 2$  МэВ. Нейтроны с такой энергией могут вызвать деление  ${}^{238}\text{U}$ , но вероятность этого процесса мала. Поэтому в реакторах на тепловых нейтронах применяется замедление нейтронов в воде, тяжелой воде, или графите. Применение обычной воды возможно только при использовании обогащенного урана (из-за поглощения части тепловых нейтронов ядрами водорода). В процессе замедления нейтроны могут захватываться  ${}^{238}\text{U}$  или другими ядрами. Часть нейтронов из активной зоны уходит через ее внешнюю поверхность в окружающее пространство и оказывается утраченной для процесса деления тяжелых ядер. Для обеспечения цепной реакции необходимо снизить как захват нейтронов, так и их утечку. *Уменьшение утечки достигается окружением активной зоны реактора – отражателем.* Протекание ядерного цепного процесса в реакторе регулируется путем введения внутрь активной зоны одного или нескольких стержней, содержащих вещества, *сильно поглощающие нейтроны*, например бор, европий, кадмий. *Запаздывающие нейтроны*



обеспечивают инерционность развития цепной реакции деления. Возникшая в актах деления энергия переходит в тепло. Для охлаждения тепловыделяющих элементов (твэлов), как правило, применяется вода. В высокотемпературных газографитовых реакторах (ВТГР) для этих целей используется гелий или углекислый газ. Кроме стержней регулирования, реакторы снабжаются несколькими стержнями аварийной защиты, содержащими нуклиды с большим сечением поглощения нейтронов. Конструкция ядерного реактора существенно зависит от того, на каких нейтронах протекает реакция деления: на *быстрых* или *тепловых*.

Реакторы на тепловых нейтронах, в свою очередь, подразделяются на *гомогенные* и *гетерогенные*. Активная зона гетерогенного реактора состоит из твэлов содержащих уран, которые образуют решетку в среде, замедляющей быстрые нейтроны. В гомогенных реакторах активная зона представляет собой однородную смесь урана и замедлителя.

В реакторах на быстрых нейтронах отсутствует замедлитель. Цепная реакция поддерживается только при достаточно большом значении обогащения ядерного топлива –  $^{235}\text{U}$  или  $^{239}\text{Pu}$ .

Защита от ионизирующего излучения – важная часть конструкции реакторов.

**Нейтронное поле внутри реактора** характеризуется плотностью потока  $\Phi(E)$ . В первом приближении можно считать, что все направления движения нейтронов равновероятны, т.е. распределение нейтронов по направлениям *изотропно*. Диапазон энергий нейтронов в реакторе составляет  $(10^{-3} \div 10^7)$  эВ. Величина  $\Phi(E)dE$  представляет собой плотность потока нейтронов с энергией, лежащей в интервале  $[E, E+dE]$ . Область изменения энергии нейтронов можно разбить на следующие три интервала:

а)  $E > 0,1$  МэВ – *область быстрых нейтронов*, где

$$\Phi_f = \int_{0,1 \text{ МэВ}}^{\infty} \Phi(E) dE .$$

В этой области энергий распределение  $\Phi(E)$  приблизительно совпадает со спектром нейтронов деления (см. рис. 2.11), который можно описать законом

$$n(E) \approx [\exp(-E)] \cdot \text{sh} \sqrt{2,0 \cdot E},$$

где  $E$  – энергия нейтрона, МэВ.

б)  $0,5 \text{ эВ} < E < 0,1 \text{ МэВ}$  – область промежуточных или резонансных нейтронов, для которой

$$\Phi(E) dE = \frac{\Phi_{epi}}{E} dE.$$

В этой энергетической области спектр, в основном, определяется нейтронами, замедленными при упругих столкновениях с ядрами замедлителя. Плотность потока нейтронов  $\Phi_{epi}$  слабо зависит от энергии и в первом приближении ее можно считать постоянной.

в)  $E < 0,5 \text{ эВ}$  – область тепловых нейтронов, где

$$\Phi(E) dE = \Phi_{th} \frac{E}{kT} \left[ \exp \left[ -\frac{E}{kT} \right] \right] \frac{dE}{kT}.$$

Распределение тепловых нейтронов по энергии можно аппроксимировать максвелловским распределением, соответствующим некоторой эффективной температуре нейтронов, которая несколько выше температуры замедлителя.

Для полной плотности потока тепловых нейтронов имеет место следующее соотношение:

$$\Phi_{th} \cdot \int_0^{0,5 \text{ эВ}} \frac{E}{kT} \left[ \exp \left[ -\frac{E}{kT} \right] \right] \frac{dE}{kT} \approx \Phi_{th} \cdot \int_0^{\infty} \frac{E}{kT} \left[ \exp \left[ -\frac{E}{kT} \right] \right] \frac{dE}{kT} = \Phi_{th}$$

Приведенное выше разбиение нейтронов в реакторе на три энергетические группы является, конечно, грубым. В зависимости от конкретных условий во всех трех областях реальные спектры нейтронов могут довольно сильно отличаться от тех упрощенных спектров, которые были представлены здесь. Однако для общей ориентации подобное разделение спектра нейтронов на три группы вполне оправдано.

Относительная доля каждой из этих трех компонент спектра зависит от *координаты внутри реактора, типа реактора, мощности*, при которой работает реактор.

В ядерном топливе гетерогенного реактора в основном присутствуют нейтроны деления, а в замедлителе имеются промежуточные и тепловые нейтроны. Максимальная плотность потока тепловых нейтронов в высокопоточных исследовательских реакторах достигает  $\approx 10^{15}$  [1/(см<sup>2</sup>·с)].

***Интенсивный источник тепловых нейтронов*** может быть получен при использовании *тепловой колонны*, представляющей собой, как правило, часть исследовательского реактора. Тепловая колонна – это графитовая призма размером  $\approx 3 \times 3 \times 3$  м, вблизи которой размещена активная зона реактора. Для защиты от гамма-квантов из активной зоны, между тепловой колонной и активной зоной могут размещаться слои свинца или висмута. В качестве графита используется специально очищенный графит с малым количеством примесей (бор, гадолиний), у которых сечение поглощения тепловых нейтронов велико. В качестве тепловой колонны может использоваться тяжелая вода (D<sub>2</sub>O). Внутри тепловой колонны формируется нейтронное поле, распределенное по спектру Максвелла с эффективной температурой нейтронов  $\approx 293$  К.

***Для получения спектра нейтронов деления на периферии реактора может применяться конвертор.*** Для этого в пучок тепловых нейтронов (из тепловой колонны) помещают пластинку из делящегося вещества, например, из <sup>235</sup>U. При условии полного поглощения тепловых нейтронов, пластинка из <sup>235</sup>U превращается в интенсивный источник нейтронов деления.

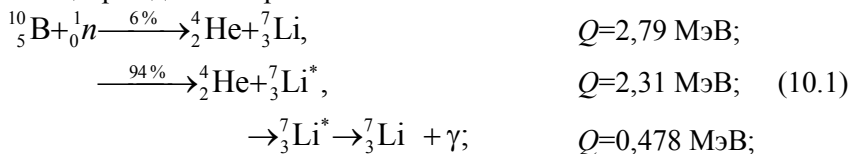
## Глава 10 РЕГИСТРАЦИЯ НЕЙТРОНОВ

---

Нейтроны, проходя через вещество, непосредственно не ионизируют атомы и молекулы, как заряженные частицы. Поэтому нейтроны детектируют (т.е. регистрируют, обнаруживают) по вторичным эффектам, возникающим при взаимодействии их с ядрами.

Детектирование нейтронов осуществляется на основе двух типов взаимодействия нейтронов с ядрами, а именно: *упругого рассеяния*, в результате которого ядро отдачи, как правило, ионизировано, или *ядерной реакции*, в результате которой появляются заряженные частицы, испускаемые либо мгновенно, либо как излучение радионуклидов – продуктов ядерной реакции. Последний способ регистрации относится к *активационным методам* и применяется для определения плотности потока и спектра медленных и быстрых нейтронов.

Широкое распространение для регистрации нейтронов получили следующие ядерные реакции, в результате которых заряженные частицы рождаются практически мгновенно:



Эти реакции – экзотергические и используются для регистрации как быстрых, так и медленных нейтронов.

**Детекторы с  ${}^{10}\text{B}$ .** Детекторы, принцип действия которых основан на использовании ядерной реакции (10.1), могут быть как газонаполненными, так и твердотельными, а на реакции (10.2) – только твердотельными. К газонаполненным относятся хорошо известные *борные ионизационные камеры* и *борные пропорциональные счетчики*. Рабочим газом в них является трифторид бора  $\text{BF}_3$ , в состав которого может входить бор

естественного изотопного состава или обогащенный изотопом  $^{10}\text{B}$  до 96 %.

Если плотность ядер бора в  $\text{BF}_3$ -счетчике не очень велика, и счетчик является физически «тонким» детектором, то такой счетчик практически не искажает пространственного распределения плотности потока нейтронов как вне, так и внутри объема счетчика. В этом случае число реакций, происходящих в объеме счетчика в секунду равно:

$$R = N^{10\text{B}} \cdot \int_0^{\infty} \sigma_{n,\alpha}^{10\text{B}}(E) \Phi(E) dE,$$

где  $N^{10\text{B}}$  – число ядер бора в рабочем объеме счетчика.

Сечение реакции  $^{10}\text{B}(n,\alpha)$  велико и изменяется по закону  $\sim 1/V$  вплоть до энергии 100 эВ (см. рис. 1.9). Следовательно, в области энергий  $E < 100$  эВ борный счетчик представляет собой  $1/V$ -детектор. В этом диапазоне энергий

$$R = N^{10\text{B}} \sigma_{n,\alpha}^{10\text{B}}(0,025 \text{ эВ}) V_0 \int_0^{100 \text{ эВ}} n(E) dE = N^{10\text{B}} \sigma_{n,\alpha}^{10\text{B}}(0,025 \text{ эВ}) V_0 n,$$

где  $n$  – полная плотность нейтронов с энергией  $E < 100$  эВ;  $V_0 = 2200$  м/с. *Важнейшим свойством  $1/V$ -детектора является независимость скорости реакции  $R$  от энергетического распределения нейтронов.* Если сечение изменяется по закону  $\sim 1/V$ , то увеличение скорости нейтронов точно компенсируется снижением сечения, следовательно, скорость реакции  $R$  и скорость счета импульсов от счетчика пропорциональны полной плотности нейтронов независимо от их спектрального распределения.

При определенных условиях физически «тонкий» борный счетчик используется для определения плотности потока нейтронов. Его можно применять для отдельного определения плотностей потоков тепловых и надтепловых нейтронов, при этом измерения выполняются с фильтром из кадмия и без него.

Кроме газонаполненных  $^{10}\text{BF}_3$ -счетчиков для регистрации тепловых нейтронов применяются *коронные счетчики* с твердым покрытием на стенках счетчика из борсодержащего вещества толщиной  $(0,8 \div 1,0)$  мг/см<sup>2</sup>. Цилиндрическая стенка из нержавеющей стали выполняет роль катода, а центральная вольфрамовая нить – роль анода. Коэффициент газового усиления у

этих счетчиков примерно в 10 раз больше, чем у пропорциональных счетчиков. Это позволяет упростить электронную схему счетчика. Коронный разряд в счетчике может возникать при напряжении  $\approx 450$  В, а рекомендуемый диапазон рабочих напряжений составляет (450÷600) В.

Для регистрации нейтронов используются также *сцинтилляционные дисперсные детекторы*, содержащие бор. В таких детекторах бор входит в светосоставы в виде конгломератов крупинок  $ZnS(Ag)$  и  $B_2O_3$  (0,1÷1 мм) – так называемый светосостав Т-1. Эффективность таких детекторов сопоставима с эффективностью борных счетчиков, или даже несколько выше. Эти детекторы, так же как и борные счетчики, малочувствительны к гамма-квантам. Размер частиц  $ZnS(Ag)$ , входящих в состав зерна люминофора, весьма мал (примерно 1 мкм), а концентрация оксида бора в составе (40÷70) %. Поэтому при регистрации медленных нейтронов, амплитуда сигнала от детектора достаточно велика.

**Детекторы с Li.** Твердотельные детекторы, основанные на использовании реакции (10.2), представляют собой сцинтилляционные монокристаллы йодистого лития, активированные европием,  $6LiJ(Eu)$ . В сцинтилляционном счетчике, помещенном в поле тепловых нейтронов, возникают импульсы, амплитудное распределение которых имеет достаточно «острый» пик, соответствующий суммарной энергии альфа-частицы и ядра трития.

На основе кристаллов йодистого лития, активированного европием, изготавливаются детекторы нейтронов, которые используются для регистрации тепловых нейтронов на фоне сопутствующего гамма-излучения с энергией, меньшей 3,7 МэВ.

**$^3He$ -счетчики.** Гелиевые счетчики широко применяются в экспериментах для регистрации тепловых нейтронов, так как сечение реакции  $^3He(n, p)T$  велико для тепловых нейтронов ( $\approx 5,4 \cdot 10^3$  б для нейтронов с  $E = 0,025$  эВ). Эффективность регистрации нейтронов достигает максимальных значений в области указанных энергий.

Конструктивно гелиевые счетчики, как и газовые борные, выполняются в виде цилиндрических конденсаторов с центральным электродом – анодом из вольфрамовой нити

толщиной (50÷100) мкм. Корпус изготавливается из нержавеющей стали толщиной  $\approx 300$  мкм.

В зависимости от типа счетчика он заполняется газовой смесью из  $^3\text{He}$  и  $\text{Ar}$ , в которой содержание гелия колеблется от 70 до 95 %.

В результате реакции  $^3\text{He}(n,p)\text{T}$  выделяется энергия  $\approx 764$  кэВ, которая распределяется в виде кинетической энергии между  $\text{T}$  и  $^1_1\text{H}$ ; внутри чувствительного объема счетчика возникает ионизация газа, вызванная продуктами этой реакции. Как следствие, на аноде счетчика появляются электрические импульсы.

К недостатку гелиевых счетчиков следует отнести определенную чувствительность к гамма-квантам (в отличие от детекторов на основе  $^{10}\text{B}$ , у которых меньшая чувствительность к гамма-излучению).

**Камеры деления.** Деление тяжелых ядер под действием нейтронов используется для их регистрации так же, как и ядерные реакции на боре, литии и гелии.

Если на электроды ионизационной камеры нанести слой делящегося материала (небольшой толщины), например урана, обогащенного до 90 % по изотопу  $^{235}\text{U}$ , то при облучении нейтронами в камере возникнут импульсы тока вследствие ионизации, производимой осколками деления. Скорость счета импульсов пропорциональна скорости  $(n, f)$ -реакции в рабочем объеме камеры. Энергия деления практически не зависит от энергии нейтронов, поэтому при использовании камеры деления нельзя определять их энергию.

Камеры, в которых используются нуклиды, имеющие пороговые сечения деления, часто используются как пороговые детекторы быстрых нейтронов для определения их интегральных спектров.

Вследствие особенностей в энергетических зависимостях сечения деления у  $^{235}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  в области энергий тепловых нейтронов (см. рис. 1.14, 1.18), камеры с такими нуклидами могут служить *спектральными индикаторами* для потока тепловых нейтронов.

В качестве рабочего газа в камерах деления обычно используется азот, углекислый газ, аргон и др. газы или смеси этих газов. Присутствие в рабочем газе электроотрицательных газов (например, кислорода) значительно ухудшает рабочие характеристики камеры. Давление газа в зависимости от

конструкции камеры может изменяться от нескольких десятков до нескольких тысяч гектопаскалей.

**Активационный метод.** Пространственное распределение нейтронов с энергиями в некотором интервале  $\Delta E$  определяется чаще всего *активационным методом* путем облучения нейтронами физически «тонких» фольг ( $\Sigma_{tot}d \ll 1$ , где  $d$  – толщина фольги) из тех или иных материалов с последующей регистрацией  $\beta, \gamma$ -излучения. Используя фольги из материалов, активирующихся в основном тепловыми, резонансными или быстрыми нейтронами, можно получить пространственные распределения для отдельных энергетических интервалов спектра нейтронов.

Наведенная активность  $A$  связана со спектром нейтронов  $\Phi(E)$  и сечением активации  $\Sigma_{акт}(E)$  выражением

$$A = f(t) \int_0^{\infty} \Phi(E) \Sigma_{акт}(E) dE ,$$

где  $f(t)$  – функция, учитывающая временные условия проведения эксперимента (время облучения, время выдержки, время счета).

Активационные детекторы разделяются на три группы.

1. Детекторы тепловых нейтронов – для измерения параметров (обычно эффективной температуры) плотности потока тепловых нейтронов и ее абсолютного значения. Сечение активации в этой области в подавляющем большинстве случаев совпадает с сечением радиационного захвата; энергетическая зависимость этого сечения для многих нуклидов следует закону  $\sim 1/V$ .

2. Резонансные детекторы – для измерения спектра нейтронов в области энергий от 0,5 эВ до нескольких килоэлектронвольт. Сечение активации (радиационного захвата) в этой области энергий нейтронов характеризуется наличием сильных резонансов. В некоторых, особенно благоприятных случаях активность, в основном, обусловлена одним резонансом.

3. Пороговые детекторы – для измерения спектра нейтронов с энергией выше нескольких сотен килоэлектронвольт. В них используются реакции  $(n,f)$ ,  $(n,p)$ ,  $(n,\alpha)$ ,  $(n,n')$ ,  $(n,2n)$ , сечения которых сравнительно малы (доли барна), не обладают сильно выраженным резонансным характером и равны нулю при энергии нейтронов ниже пороговой. Число нуклидов, используемых в



активационном методе больше 100, что позволяет иметь для конкретных условий эксперимента достаточно широкий выбор.

Предложены, апробированы и рекомендованы наборы активационных детекторов для стандартизации внутриреакторных измерений, которые включают в себя тепловые, резонансные и пороговые активационные детекторы, а также детекторы, регистрирующие акты деления различных нуклидов.

В качестве активационных детекторов тепловых нейтронов используются проволоки и фольги из Au, Co, Dy, Mn, Lu, Cu.

Детекторы тепловых нейтронов активируются не только тепловыми, но и надтепловыми нейтронами. Для отсекаания тепловых нейтронов используется тонкий слой кадмия. Детектор, помещенный в чехол из металлической кадмиевой фольги (толщиной  $0,5 \pm 1$  мм), активируется резонансными нейтронами, так как кадмий поглощает практически все тепловые нейтроны. Эффективная энергия отсекаания тепловых нейтронов у кадмиевого фильтра толщиной  $\approx 0,5$  мм составляет  $\approx 0,5$  эВ (для  $1/V$ -детектора). Активность фольги, облученной в кадмиевом чехле  $A_{Cd}$  можно вычесть из полной активности  $A$ , чтобы получить компоненту активности под действием тепловых нейтронов.

Определенную характеристику спектра дает *кадмиевое отношение*, которое определяется как отношение активностей без кадмиевого чехла и в кадмиевом чехле для  $i$ -го нуклида:

$$R_{Cd}^i = \frac{A^i}{A_{Cd}^i} = 1 + \frac{\int_{0,5 \text{ эВ}}^0 \sigma_{\text{акт}}^i(E) \Phi(E) dE}{\int_{0,5 \text{ эВ}}^{10 \text{ МэВ}} \sigma_{\text{акт}}^i(E) \Phi(E) dE},$$

т.е. величина  $(R_{Cd}^i - 1)$  *приближенно* пропорциональна отношению плотностей потоков тепловых и резонансных нейтронов. При смягчении спектра нейтронов кадмиевое отношение растет.

В качестве резонансных индикаторов, применяемых для определения пространственного распределения промежуточных нейтронов разных энергий (или спектра в данной точке), используются нуклиды, имеющие один основной резонанс, превалирующий над всеми остальными (табл. 10.1).

Таблица 10.1

**Энергия резонанса активационных детекторов**

Нуклид	<sup>115</sup> In	<sup>197</sup> Au	<sup>186</sup> W	<sup>139</sup> La	<sup>114</sup> Cd	<sup>59</sup> Co	<sup>55</sup> Mn	<sup>98</sup> Mo	<sup>63</sup> Cu	<sup>23</sup> Na
$E_{рез}$ , эВ	1,46	4,9	18,8	73,5	120	130	335	467	580	2850

Для измерения пространственных распределений плотности потока или спектра в области быстрых нейтронов используются пороговые детекторы с реакциями  $(n, f)$ ,  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$ ,  $(n, n')$ ,  $(n, 2n)$ , сечения которых можно положить равными нулю ниже некоторой эффективной энергии  $E_{эф}$  и постоянной величине  $\Sigma_{эф}$  при  $E > E_{эф}$ .

Активность таких детекторов

$$A = B \cdot \Sigma_{эф} \cdot \int_{E_{эф}}^{\infty} \Phi(E) dE; \quad \Sigma_{эф} = \frac{\int_{E_{эф}}^{\infty} \Sigma(E) \Phi(E) dE}{\int_{E_{эф}}^{\infty} \Phi(E) dE},$$

где  $B$  – постоянный коэффициент, определяемый калибровкой активационных детекторов в нейтронном поле с известными параметрами;  $E_{пор}$  – энергия порога реакции.

В качестве детекторов в области быстрых нейтронов используются <sup>103</sup>Rh, <sup>115</sup>In, <sup>31</sup>P, <sup>27</sup>Al и др., а также делимые нуклиды <sup>238</sup>U, <sup>232</sup>Th, <sup>237</sup>Np (табл. 10.2).

Таблица 10.2

**Пороговые детекторы быстрых нейтронов**

Нуклид	<sup>237</sup> Np	<sup>103</sup> Rh	<sup>232</sup> Th	<sup>238</sup> U	<sup>115</sup> In	<sup>31</sup> P	<sup>27</sup> Al	<sup>24</sup> Mg	<sup>27</sup> Al
Реакция	$(n, f)$	$(n, n')$	$(n, f)$	$(n, f)$	$(n, n')$	$(n, p)$	$(n, p)$	$(n, p)$	$(n, \alpha)$
$E_{эф}$ , МэВ	0,87	0,9	1,4	1,55	1,65	3,0	5,3	8	8,15
$\sigma_{эф}$ , мб	1200	1500	850	606	350	140	80	200	120

Точность результатов активационных измерений во многом определяется точностью определения энергетических зависимостей сечений взаимодействия нейтронов с веществом детекторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

1. Мухин К.Н. Экспериментальная ядерная физика. – Кн. 1. Физика атомного ядра. Ч. 1. Свойства нуклонов, ядер и радиоактивных излучений. Ч. 2. Ядерные взаимодействия: Учебник для вузов, 5-е изд. – М.: Энергоатомиздат, 1993.
2. Александров Ю.А. Фундаментальные свойства нейтрона. – М.: Энергоиздат, 1982.
3. Марион Дж., Фаулер Дж. Физика быстрых нейтронов. Ч. 2. Эксперименты и теория. – М.: Атомиздат, 1966.
4. Власов Н.А. Нейтроны. – М.: Наука, 1971.
5. Блат Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. – М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
6. Бекурц К., Виртц К. Нейтронная физика. – М.: Атомиздат, 1968.
7. Бартоломей Г.Г., Бать Г.А., Байбаков В.Д., Алхутов М.С. Основы теории и методы расчета ядерных реакторов. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
8. Глестон С., Эдлунд М. Основы теории ядерных реакторов. – М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
9. Вейнберг А., Вигнер Е. Физическая теория ядерных реакторов. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
10. Николаев М.Н., Базазянц Н.О. Анизотропия упругого рассеяния нейтронов. – М.: Атомиздат, 1972.
11. Ломакин С.С., Петров В.И., Самойлов П.С. Радиометрия нейтронов активационным методом. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
12. Климентов В.Б., Копчинский Г.А., Фрунзе В.В. Активационные измерения потоков и спектров нейтронов в ядерных реакторах. – М.: Издательство стандартов, 1972.
13. Беланова Т.С., Игнатюк А.В., Пашенко А.Б., Пляскин В.И. Радиационный захват нейтронов. Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
14. Абрамов А.И., Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Основы экспериментальных методов ядерной физики. Учебное пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
15. Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Экспериментальные методы физики реакторов. Учебное пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1984.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОГО СЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ ПРОПУСКАНИЯ

---

Как правило, нейтронные эффективные сечения измеряют в зависимости от энергии нейтронов. Наиболее точно и просто может быть измерено полное сечение взаимодействия нейтронов с веществом  $\sigma_{tot}$  по ослаблению пучка нейтронов в образце (*метод пропускания*).

Если на пути коллимированного пучка моноэнергетических нейтронов с плотностью потока  $\Phi_0$  поместить образец в виде тонкого слоя вещества, то часть нейтронов рассеется или поглотится ядрами этого вещества. В результате из числа падающих на образец нейтронов с плотностью потока  $\Phi_0$  в пучке останутся только нейтроны с плотностью потока

$$\Phi = \Phi_0 \exp(-N \cdot \sigma_{tot} \cdot x),$$

где  $N$  – число ядер в  $1 \text{ см}^3$  образца;  $x$  – его толщина.

*Пропускание* есть отношение плотности потока, прошедшего через образец, к падающему на него первичному потоку:

$$T = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \exp(-N \cdot \sigma_{tot} \cdot x). \quad (\text{П1.1})$$

Экспоненциальный закон ослабления плотности потока нейтронов строго выполняется при условии, что нейтроны в образце рассеиваются *не более одного раза*. Вследствие простоты зависимости (П1.1) полное сечение определяется этим методом. Из выражения (П1.1) получаем

$$\sigma_{tot} = \frac{\ln\left(\frac{1}{T}\right)}{N \cdot x}. \quad (\text{П1.2})$$

Отсюда видно, что для измерения полного сечения нет необходимости в *абсолютной* градуировке детектора по эффективности. Отношение плотностей потоков нейтронов можно определить с хорошей точностью. Все величины в правой части соотношения (П1.2) могут быть определены с *высокой* точностью. Измерение толщины затруднено только в случае очень тонких образцов или наличия неоднородностей в толщине образца. Поскольку скорость счета электрических импульсов от детектора пропорциональна числу падающих на него нейтронов, то пропускание  $T$  можно находить непосредственно из отношения скоростей счета детектора с образцом  $m$  и без образца  $m_0$ :

$$T = \frac{m}{m_0} .$$

*Любое* взаимодействие в образце, выводящее нейтроны из пучка в результате рассеяния или другой реакции, дает вклад в измеряемое таким образом полное сечение. Поэтому необходимо помнить, что в детектор *конечных* размеров могут попасть рассеянные на малые углы нейтроны.

Пропускание измеряют в условиях «хорошей геометрии». Элементы экспериментального устройства (детектор, источник и образец) должны быть расположены вдоль одной прямой. Если это условие не выполнено, то детектор будет «видеть» источник даже в положении «с образцом». Это приведет к завышению пропускания, а следовательно, к занижению полного сечения. Необходима точная юстировка системы.

Так как образец должен полностью затенять детектор от источника, то накладываются *условия на диаметр образца*. Использовать образец слишком большого диаметра нежелательно, так как выступающие за пределы пучка части образца увеличивают рассеяние нейтронов в детектор. Обычно диаметры образцов выбираются в пределах (2÷5) см. Образец можно помещать в любой точке между источником и детектором, но лучше

располагать его посередине. В этом случае поправки на рассеяние минимальны. С этой же целью желательно располагать источник от детектора на достаточно большом расстоянии, однако при этом падает скорость счета. При постановке эксперимента необходимо принимать компромиссное решение. *Толщину образца* выбирают исходя из ожидаемого значения полного сечения. Желательно использовать образцы «не очень толстыми», чтобы нейтроны рассеивались в образце *не более одного раза*. Однако разница между  $\Phi$  и  $\Phi_0$  может быть небольшой, что ухудшает статистическую точность измерений. На практике толщину образцов выбирают такой, чтобы пропускание составляло  $(0,5 \div 0,6)$ .

При точных измерениях пропускания необходимо рассмотреть вопросы, связанные с *составом образца*. Желательно использовать *химически чистые элементы*. Измерения пропускания газообразных веществ затруднительны и выполняются обычно с газами при высоком давлении или в сжиженном состоянии.

Измерения скорости счета с образцом и без него разделены во времени, поэтому необходимо контролировать значение плотности потока первичных нейтронов. Такой контроль можно проводить с помощью ионизационных камер, которые устанавливаются в определенном месте вне исследуемого пучка.

При измерениях полных сечений с помощью источников моноэнергетических нейтронов каждая пара измерений с образцом и без него позволяет получить  $\sigma_{tot}$  для одного значения энергии нейтронов  $E$ . Для получения зависимости  $\sigma_{tot}(E)$  последовательно изменяют энергию нейтронов.

Перед вычислением полного сечения в полученные экспериментальные данные необходимо вводить поправки. В экспериментах по пропусканию нужно учитывать *фон нейтронов*, рассеянных от стен помещения, который измеряется при установлении на месте расположения образца «теневого конуса», исключая попадание в детектор нейтронов первичного пучка.

Существенной может быть *поправка на рассеяние нейтронов в детектор*. Нейтроны, рассеянные на ядрах образца, не должны попасть в детектор, однако это может быть выполнено лишь при условии, если у источника, детектора и образца бесконечно *малые* геометрические размеры. С учетом реальных размеров (источника, детектора и образца) есть вероятность того, что нейтроны, рассеянные на малые углы или многократно рассеянные в образце, попадут в детектор.

Если измерения проводятся при использовании пучка нейтронов с *широким* энергетическим спектром, то простая интерпретация эксперимента становится невозможной. В этом случае принято говорить о сечениях, усредненных по некоторому интервалу энергии. Наиболее широко используемыми в экспериментах спектрами являются спектры нейтронов реактора: *спектр Максвелла тепловых нейтронов, спектр замедляющихся нейтронов с распределением  $\sim 1/E$  и спектр нейтронов деления*.

У кривой пропускания могут быть *провалы*, соответствующие *резонансам* в сечении. Однако истинный ход энергетической зависимости сечения из нее получить трудно, так как *функция энергетического разрешения детектора* изменяет форму кривой пропускания (уширяет ее, делает более плоской). Если энергетическое разрешение детектора много меньше, чем *полная ширина резонанса  $\Gamma$* , то сечение с хорошей точностью определяется по соотношению (П1.2). Если же энергетическое разрешение детектора соответствует значительной части полной ширины резонанса  $\Gamma$ , то набор экспериментальных значений сечений, определенных по формуле (П1.2) дает искаженную энергетическую зависимость полного сечения в области резонанса.

Приложение 2

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИФFUЗИОННОГО, ИНТЕГРАЛЬНОГО  
И ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЙ  
ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ**

---

Вывод *интегродифференциального уравнения переноса нейтронов* основан на газокинетическом уравнении, полученном в 1872 г. великим немецким физиком Людвигом Больцманом. Это уравнение называют также *кинетическим уравнением Больцмана*. При выполнении определенных условий оно пригодно для определения пространственно-энергетического распределения нейтронов в рассеивающих, поглощающих и размножающих средах.

Кинетическое уравнение Больцмана получено при минимальных ограничениях на геометрию среды, характер рассеяния нейтронов и тип источников. Результатом решения кинетического уравнения Больцмана является функция  $\Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$  – плотность потока нейтронов, дающая исчерпывающую информацию о нейтронном поле.

*Диффузионное приближение* опирается на существенные ограничения, значительно сужающие сферу применимости *диффузионного уравнения*. Функция  $\Phi(\vec{r}, t)$ , являющаяся решением уравнения диффузии, менее информативна (может отсутствовать информация об угловом распределении) и, что гораздо важнее, недостоверна вблизи всякого рода особенностей (границ разнородных материалов, мощных источников и стоков).

*Интегральное уравнение переноса (Пайерлса)* используется для решения задач переноса нейтронов, в которых с одной стороны, имеются «кинетические признаки» (источник, сосредоточенный в небольшой области, неоднородности и т.д.) а с другой стороны пригодна модель изотропности источников и рассеяния, что характерно для диффузионной теории. При использовании модели изотропности источников и рассеяния кинетическое уравнение Больцмана может быть значительно упрощено и сведено к интегральному уравнению Пайерлса. Место уравнения Пайерлса, как следует из изложенного, находится между диффузионным уравнением и кинетическим уравнением Больцмана. В



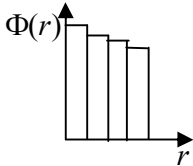
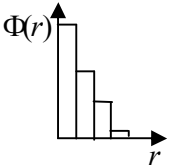
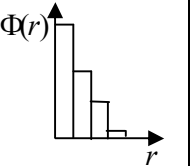
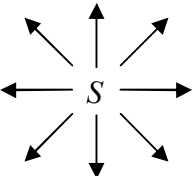
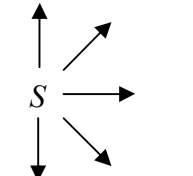
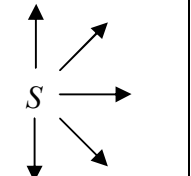
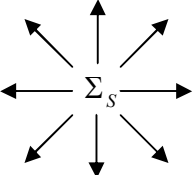
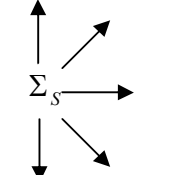
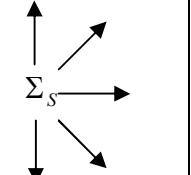
интегральном уравнении Пайерлса искомой функцией является плотность потока нейтронов  $\Phi(\vec{r}, t)$ , не зависящая от угловых переменных:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \int_{(\Omega)} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) d\Omega.$$

В табл. П2.1 приведены некоторые условия применения диффузионного уравнения, уравнения Пайерлса и кинетического уравнения Больцмана.

Таблица П2.1

**Некоторые условия применения диффузионного уравнения, уравнения Пайерлса и кинетического уравнения Больцмана**

	Диффузионное уравнение	Уравнение Пайерлса	Кинетическое уравнение Больцмана
Характер пространственного распределения плотности потока нейтронов $\Phi$	$\text{grad}\Phi$ мал 	$\text{grad}\Phi$ велик 	$\text{grad}\Phi$ велик 
Тип источников $S$	Источники изотропны 	Источники анизотропны 	Источники анизотропны 
Тип рассеяния $\Sigma_s$	Рассеяние изотропно 	Рассеяние анизотропно 	Рассеяние анизотропно 

## ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

Самые простые законы сохранения – это *законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов*. Первый из них гласит, что суммарный электрический заряд частиц и ядер, вступающих в реакцию, равен суммарному электрическому заряду продуктов этой реакции. Другими словами,

$$\sum_i^{\text{"До"}} Z_i = \sum_j^{\text{"После"}} Z_j . \quad (\text{ПЗ.1})$$

Закон сохранения числа нуклонов может быть выражен соотношением, аналогичным (ПЗ.1),

$$\sum_i^{\text{"До"}} A_i = \sum_j^{\text{"После"}} A_j$$

и говорит о том, что суммарное число нуклонов *до реакции* равно суммарному числу нуклонов *после реакции*.

**Энергия реакции.** Для реакции



закон сохранения энергии записывается в виде

$$M_A c^2 + m_a c^2 + T_A + T_a = M_B c^2 + m_b c^2 + T_B' + T_b' , \quad (\text{ПЗ.3})$$

где  $T_A, T_a, T_B', T_b'$  – кинетические энергии, а  $M_A c^2, m_a c^2, M_B c^2, m_b c^2$  – энергии покоя ядер и частиц, участвующих в реакции. Из (ПЗ.3) определяется *энергия реакции Q* как разница суммарных энергий покоя *до* и *после* реакции или как разница суммарных кинетических энергий *после* и *до* реакции

$$Q = M_A c^2 + m_a c^2 - M_B c^2 - m_b c^2 = T_B' + T_b' - T_A - T_a \quad (\text{ПЗ.4})$$

Покажем, что для радиационного захвата нейтронов, (т.е.  $(n, \gamma)$ ) энергия реакции  $Q_{n\gamma} \approx 8$  МэВ. Согласно определению (ПЗ.4), энергия  $(n, \gamma)$ -реакции

$$Q_{n\gamma} = [M(A, Z) + m_n - M(A, Z + 1)] \cdot c^2 . \quad (\text{ПЗ.5})$$

Но с другой стороны, выражение (ПЗ.5) – определение *энергии связи нейтрона в ядре*  $(A+1, Z)$ , которая  $\approx 8$  МэВ (см. (1.6); (1.3)).

Другой пример. Выражение для определения энергии  $(n, 2n)$ -реакции

$$\begin{aligned} Q_{n,2n} &= [M(A, Z) + m_n - M(A-1, Z) - 2m_n] \cdot c^2 = \\ &= -[M(A-1, Z) + m_n - M(A, Z)] \cdot c^2 , \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.6})$$

т.е.  $Q_{n,2n}$  равна энергии связи нейтрона в ядре  $(A, Z)$ , но со знаком «минус»:  $Q_{n,2n} \approx -8$  МэВ.

Отсюда следуют выводы:

$(n,\gamma)$ -реакция происходит при любых энергиях нейтронов и с выделением энергии (экзоэнергетическая реакция,  $Q > 0$ );

$(n,2n)$ -реакция происходит при  $E_n > 8$  МэВ и с поглощением энергии (эндоэнергетическая реакция,  $Q < 0$ ).

Случаю  $Q = 0$  соответствует упругое рассеяние, при котором сохраняется не только полная энергия, но и кинетическая, а значит, и энергия покоя, т.е. масса частиц. Процесс упругого соударения сводится только к перераспределению (в лабораторной системе координат) кинетической энергии между сталкивающимися частицами. (Как известно, при упругом соударении в системе координат центра масс сохраняется кинетическая энергия каждой частицы.)

**Импульс.** Закон сохранения импульса для реакции (ПЗ.2) записывается в виде:

$$\vec{p}_a + \vec{p}_A = \vec{p}_B + \vec{p}_b. \quad (\text{ПЗ.7})$$

**Момент количества движения.** Сохраняется суммарный момент количества движения частиц и ядер, участвующих в ядерной реакции (ПЗ.2):

$$\vec{I}_A + \vec{i}_a + \vec{l}_{aA} = \vec{I}_B + \vec{i}_b + \vec{l}_{bB}, \quad (\text{ПЗ.8})$$

где  $\vec{i}_a, \vec{i}_b$  – спины частиц;  $\vec{I}_A, \vec{I}_B$  – спины ядер;  $\vec{l}_{aA}, \vec{l}_{bB}$  – орбитальные угловые моменты относительного движения частицы и ядра. Формула (ПЗ.8) предусматривает сложение квантовомеханических векторов. Например, если  $I_A = 1, i_a = 1/2, l_{aA} = 0$ , то левая часть (ПЗ.8), т.е. вектор суммы, будет принимать значения  $1/2$  и  $3/2$ . Соответственно, значения спинов продуктов реакции будут определены неоднозначно.

**Четность волновой функции.** Закон сохранения четности для ядерной реакции (ПЗ.2) записывается в виде

$$P_a \cdot P_A \cdot (-1)^{l_{aA}} = P_b \cdot P_B \cdot (-1)^{l_{bB}}, \quad (\text{ПЗ.9})$$

где  $P_a, P_A, P_B$  и  $P_b$  – внутренние четности взаимодействующих и образующихся частиц, а  $l_{aA}$  и  $l_{bB}$  – орбитальные моменты соответствующих пар частиц. Четность может быть положительной ( $P = +1$ ) или отрицательной ( $P = -1$ ). Этот закон применяется вместе с (ПЗ.8) и налагает дополнительные ограничения на возможные значения спинов и орбитальных моментов в выходном канале реакции.

Юрий Владимирович Стогов

## **ОСНОВЫ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ**

Учебное пособие

Редактор Е.Е. Шумакова  
Компьютерная верстка: Ю.В. Стогов

Подписано в печать 12.12.2008.                      Формат 60x84 1/16  
Печ. л. 12,75. Уч.-изд. л. 12,75. Тираж 150 экз. Изд. № 4/50  
Заказ №

*Московский инженерно-физический институт  
(государственный университет),  
115409, Москва, Каширское ш., 31.  
Типография издательства «Тривант»,  
г. Троицк Московской области*