

Барабанов А.Л.

**Симметрии и  
спин-угловые  
корреляции в  
реакциях и  
распадах**



МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ ®

УДК 539.1  
ББК 22.38  
Б 24



Издание осуществлено при  
поддержке Российского фонда  
фундаментальных исследований  
по проекту 09-02-07014-д

Барабанов А. Л. **Симметрии и спин-угловые корреляции в реакциях и распадах.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 514 с. — ISBN 978-5-9221-1226-0.

В монографии на большом числе примеров показано, как спиновая ориентация частиц и измерение спин-угловых корреляций позволяют получать новые сведения о механизмах реакций и распадов. Особое внимание уделено возможности изучения фундаментальных симметрий — несохранения пространственной ( $P$ ) чётности и нарушения инвариантности относительно обращения времени ( $T$ ). В монографии рассматриваются главным образом задачи, связанные с физикой взаимодействия нейтронов и мюонов с ядрами при низких энергиях. Однако спектр этих задач довольно широк: это и сталкивающиеся частицы, претерпевающие упругое и неупругое рассеяние, и распады (включая деление ядер) на две и три частицы, и излучение гамма-квантов, и ядерные распады, обусловленные слабым током, который возникает при переходе мюона в мюонное нейтрино. Изложение во всех разделах начинается с уровня стандартных университетских курсов по теории поля и квантовой механике, что делает монографию доступной как для начинающих исследователей, так и для специалистов, работающих в смежных областях.

---

Научное издание

*БАРАБАНОВ Алексей Леонидович*

## **СИММЕТРИИ И СПИН-УГЛОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В РЕАКЦИЯХ И РАСПАДАХ**

Редактор *Н.Б. Бартошевич-Жагель*  
Оригинал-макет: *В.Е. Рокотян*  
Оформление переплета: *Н.В. Гришина*

Подписано в печать 11.05.10. Формат 70×100/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 41,76.  
Уч.-изд. л. . Тираж экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»  
МАИК «Наука/Интерпериодика»  
117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90  
E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru;  
<http://www.fml.ru>

Неизвестная типография

...  
...  
...  
...

---

ISBN 978-5-9221-1226-0

© ФИЗМАТЛИТ, 2010  
© А. Л. Барабанов, 2010

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	10
О ядрах и частицах .....	10
Об атомном проекте и ядерной физике .....	11
О своевременности .....	12
О науке и технологиях .....	13
Об истине .....	13
О ценности науки .....	15
О физике вещества .....	15
О ценности ядерной физики .....	16
О симметриях .....	17
О целостности науки .....	18
Об ориентированных ядрах .....	19
О спин-угловых корреляциях .....	20
О содержании монографии .....	20
О структуре монографии .....	22
О спиновых матрицах плотности .....	23
О квантовой теории углового момента .....	23
О форме монографии .....	24
Благодарности .....	25

### I Взаимодействие спин-ориентированных частиц и проблема обращения времени

Глава 1. Полное сечение взаимодействия поляризованных нейтронов и ориентированных ядер .....	29
1.1. Поехали... ..	29
1.2. Слабые взаимодействия в ядрах и $\mathcal{P}$ -чётность .....	30
1.3. Динамическое усиление .....	31
1.4. Нарушение $\mathcal{P}$ -чётности в реакциях с нейтронами .....	33
1.5. $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в нейтронных резонансах .....	34
1.6. Есть только миг... ..	35
1.7. Включаюсь... ..	37
1.8. Спин-угловые корреляции в амплитуде рассеяния на угол 0 .....	38
1.9. Свойства S-матрицы и наблюдаемые .....	41

1.10. Физика спин-угловых корреляций .....	42
1.11. Проблема $T$ -инвариантности .....	44
1.12. Гипотезы о природе $TVPV$ - и $TVPC$ -взаимодействий .....	46
1.13. Эволюция представлений о $TV$ -силах .....	48
1.14. Ограничения на $TVPV$ - и $TVPC$ -взаимодействия .....	50
1.15. Что нового дают ориентированные ядра? .....	52
1.16. $T$ -неинвариантная $\mathcal{P}$ -чётная 5-векторная корреляция .....	53
1.17. «Наивные» оценки и 5-векторная корреляция .....	54
1.18. Двадцать лет спустя... .....	56
Глава 2. Тройное деление поляризованных ядер .....	58
2.1. Шире круг... .....	58
2.2. 3- и 5-векторные корреляции как «нуль-наблюдаемые» .....	60
2.3. $T$ -нечётная корреляция в тройном делении .....	62
2.4. «Наивная» оценка тройной $T$ -нечётной корреляции в делении .....	64
2.5. Схематическая квантовая модель тройного деления .....	66
2.6. Спин-орбитальный механизм формирования $T$ -нечётной корреляции .....	68
2.7. Тройная $T$ -нечётная корреляция в двухступенчатой реакции .....	71
2.8. $T$ -нечётная корреляция в реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$ .....	73
2.9. ROT-эффект .....	75
Глава 3. Зависимость сечений и спин-угловых корреляций от энергии сталкивающихся частиц .....	77
3.1. Перевожу дыхание... .....	77
3.2. $\mathcal{P}$ -нечётный эффект в полном сечении .....	78
3.3. Энергетическая зависимость $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма .....	79
3.4. Явление резонансного усиления .....	81
3.5. Резонансное усиление и 5-векторная корреляция .....	82
3.6. Проблема парциальных нейтронных ширин $p$ -волновых резонансов .....	83
3.7. Динамическое усиление и 5-векторная корреляция .....	85
3.8. Выстроенные ядерные мишени .....	88
3.9. Новые времена... .....	90
3.10. $T$ -инвариантность и «обычные» спин-угловые корреляции .....	91
3.11. Энергетический сдвиг, обусловленный нарушением $T$ -инвариантности .....	93
3.12. В защиту метода энергетического сдвига .....	95
Глава 4. Спин-угловые корреляции и проверка симметрии по отноше- нию к обращению времени .....	97
4.1. Что такое осень... .....	97
4.2. Метод выделения угловых корреляций .....	99
4.3. Ориентированные частицы, реакции и распады .....	102
4.4. Инвариантные сферические функции .....	105
4.5. На далёкой Амазонке... .....	106
4.6. Новые предложения по выстраиванию ядер .....	108

4.7. Статистическая оценка 5-векторной корреляции в полном сечении	110
4.8. Матричный элемент $TVP$ -смешивания	113
4.9. Оценка $TVP$ -эффектов для $p$ -волновых резонансов ядра $^{127}\text{I}$	114
4.10. Перспективы поиска 5-векторной корреляции	117

## II Обращение времени, пространственная чётность и взаимодействие нейтронов с ядрами

Глава 5. Упругое рассеяние нейтронов на ядрах	121
5.1. Поляризованные нейтроны и поляризованные ядра	121
5.2. $T$ -неинвариантная $\mathcal{P}$ -нечётная 3-векторная корреляция	123
5.3. Ложные эффекты	124
5.4. Кто бы мог подумать...	126
5.5. Два способа измерения $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма	127
5.6. $P$ - $A$ теорема	128
5.7. Уточнение $P$ - $A$ теоремы	129
5.8. Продольная поляризация и продольная асимметрия	131
5.9. Оценка величины отличия продольной поляризации от продольной асимметрии	133
5.10. Дифракционное рассеяние нейтронов	135
5.11. $P$ - $A$ теорема в брэгговском отражении нейтронов	137
5.12. Поперечная асимметрия	140
5.13. Упругое рассеяние назад	142
5.14. Дифференциальное сечение упругого рассеяния	144
5.15. Асимметрия некогерентного упругого рассеяния назад	147
5.16. Ещё одна формулировка $P$ - $A$ теоремы	148
5.17. Численные оценки	149
5.18. Практическая ценность и актуальность	152
Глава 6. Модель резонансного взаимодействия нейтронов и ядер	154
6.1. Формула Эриксона	154
6.2. Модель компаунд-резонанса	157
6.3. Уточнение модели	159
6.4. Метод связанных каналов	160
6.5. Поправки к $S$ -матрице	163
6.6. Двухканальная модель нейтронного резонанса	164
6.7. Модель сферической ямы с плоским дном	165
6.8. Упрощённое описание узких резонансов	167
6.9. Смешивание $s$ - и $p$ -волновых резонансов	169
6.10. Величина эффекта смешивания	170
6.11. Явный вид поправок к $S$ -матрице	173
6.12. Вопросы, вопросы...	174

### III Электродинамика, нейтронные резонансы и симметрии

Глава 7. Угловой момент классического электромагнитного поля. . . . .	181
7.1. Угловой момент электромагнитного поля . . . . .	181
7.2. Законы сохранения в классической электродинамике . . . . .	182
7.3. Энергия и угловой момент в дипольном излучении . . . . .	183
7.4. Законы сохранения для канонических величин . . . . .	186
7.5. Угловой момент, уносимый излучением . . . . .	189
7.6. Мультипольное разложение интенсивности излучения . . . . .	191
7.7. Мультипольное разложение потока углового момента . . . . .	193
Глава 8. Радиационный захват нейтронов ядрами . . . . .	196
8.1. Радиационный захват и проблема нейтронных ширин . . . . .	196
8.2. Волновая функция начального состояния . . . . .	198
8.3. Коэффициенты при угловых корреляциях . . . . .	201
8.4. Особенности извлечения $x$ и $y$ из экспериментальных данных . . . . .	203
8.5. Роль $s$ -волны в формировании угловых корреляций . . . . .	206
8.6. Положение отрицательного $s$ -волнового резонанса в ядре $^{117}\text{Sn}$ . . . . .	210
8.7. Гипотеза о двух отрицательных $s$ -волновых резонансах . . . . .	213
8.8. Поля излучений электрического и магнитного диполей . . . . .	216
8.9. Интерференция, чеширский кот и проблема памяти . . . . .	219
Глава 9. Особенности $p$ -волнового взаимодействия нейтронов и ядер . . . . .	222
9.1. Интерференционные эффекты в полном сечении. . . . .	222
9.2. Связь между $\mathcal{P}$ -нечётными эффектами в упругом канале . . . . .	222
9.3. $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты и положения резонансов . . . . .	225
9.4. $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в интерференционных минимумах . . . . .	228
9.5. Корреляция $p$ -волновых нейтронных амплитуд . . . . .	231
9.6. Влияние корреляции нейтронных амплитуд на полное сечение . . . . .	233
9.7. Деформационный эффект в $p$ -волновых резонансах . . . . .	235
9.8. $\mathcal{P}$ -нечётный дихроизм на выстроенных ядрах . . . . .	238

### IV Слабое взаимодействие лептонов и ядер

Глава 10. Релятивистские поправки 1-го и 2-го порядка в гамилтониане для нуклонов, вовлечённых в электромагнитные и слабые взаимодействия. . . . .	241
10.1. Ценности и стоимости . . . . .	241
10.2. Джорджа Сороса птенцы... . . . .	244
10.3. Проблема формфактора $g_P$ . . . . .	245
10.4. ... и не только . . . . .	247
10.5. Сверхтонкое взаимодействие и $\mu$ -захват . . . . .	249

10.6. Сверхтонкий эффект и слагаемые 2-го порядка по $v/c$ . . . . .	251
10.7. Слагаемые 2-го порядка по $v/c$ и потенциал . . . . .	254
10.8. Слагаемые 2-го порядка по $v/c$ в операторе полулептонного перехода . . . . .	256
10.9. Релятивистская модель ядра . . . . .	258
10.10. Усиление слагаемых, подобных спин-орбитальному взаимодействию, в операторе полулептонного перехода . . . . .	260
10.11. Электромагнитное взаимодействие в ядрах . . . . .	262
Глава 11. Захват мюонов ядрами. . . . .	265
11.1. Эффект выстроенности в угловом распределении нейтрино . . . . .	265
11.2. Поляризация и выстроенность мезоатомов . . . . .	267
11.3. Чеширский кот опять улыбается . . . . .	269
11.4. Угловое распределение нейтрино для гамов-теллеровского перехода . . . . .	272
11.5. Мультипольные разложения для слагаемых 2-го порядка по $v/c$ . . . . .	273
11.6. Общее выражение для углового распределения нейтрино . . . . .	276
11.7. Сверхтонкий эффект с точностью до слагаемых 2-го порядка по $v/c$ . . . . .	278
11.8. Амплитуды $\mu$ -захвата с точностью до слагаемых 2-го порядка по $v/c$ . . . . .	281
11.9. Ещё раз о вычислении углового распределения нейтрино . . . . .	284
Глава 12. Захват мюонов с распадом дочерних ядер . . . . .	288
12.1. Постановка задачи . . . . .	288
12.2. Волновая функция системы $\alpha + N + N$ . . . . .	288
12.3. Состояния дискретного и непрерывного спектров в системе $\alpha + N + N$ . . . . .	290
12.4. Захват мюона ядром ${}^6\text{Li}$ с переходом в непрерывный спектр ядра ${}^6\text{He}$ . . . . .	292
12.5. Спин-угловые корреляции в системе $\alpha + n + n$ . . . . .	294
12.6. $\mathcal{T}$ -инвариантность и захват мюонов . . . . .	296
12.7. $\mathcal{T}$ -неинвариантная поляризация нейтронов в системе $\alpha + n + n$ . . . . .	297

## V Симметрии и механизм деления ядер

Глава 13. Формализм спиральности и деление . . . . .	303
13.1. Отцы-основатели. . . . .	303
13.2. Вдоль обрыва по-над пропастью... . . . .	306
13.3. Институты и установки . . . . .	308
13.4. Проекты и судьбы . . . . .	310
13.5. Угловое распределение продуктов распада ядра . . . . .	312
13.6. Каналы деления О. Бора . . . . .	315
13.7. Метод Струтинского . . . . .	317
13.8. Представление спиральности . . . . .	319
13.9. $\mathcal{P}$ -нечётные и $\mathcal{P}$ -чётные корреляции в реакции $(n, f)$ . . . . .	321

Глава 14. Деление выстроенных ядер нейтронами . . . . .	325
14.1. Угловые распределения и аналитические вычисления . . . . .	325
14.2. Научный руководитель ставит задачу . . . . .	326
14.3. Деление спин-ориентированных ядер быстрыми нейтронами . . . . .	328
14.4. Полное и дифференциальное сечения деления спин-ориентированных ядер нейтронами . . . . .	331
14.5. Спин-тензоры и интуиция . . . . .	333
14.6. Деление $s$ -волновыми нейтронами . . . . .	337
14.7. Деление $p$ -волновыми нейтронами . . . . .	338
14.8. Гексадекаполярная составляющая углового распределения осколков . . . . .	340
Глава 15. Спиновая ориентация осколков деления ядер . . . . .	343
15.1. Спиновая ориентация осколков . . . . .	343
15.2. Представление спиральностей осколков . . . . .	345
15.3. Матрица коэффициентов передачи ориентации . . . . .	347
15.4. Оценки коэффициентов передачи ориентации . . . . .	350
15.5. Коэффициенты передачи продольной и поперечной поляризации . . . . .	352
15.6. Угловая анизотропия $\gamma$ -квантов и тройное деление . . . . .	354
15.7. Свойства каскадного $\gamma$ -излучения . . . . .	356
15.8. Тройное деление и выстраивание осколков . . . . .	358
Глава 16. Деление поляризованными нейтронами ориентированных ядер . . . . .	360
16.1. Бывает всё на свете хорошо . . . . .	360
16.2. Унитарные преобразования $S$ -матрицы . . . . .	361
16.3. $R$ -матрица и приближение Райха–Мура . . . . .	364
16.4. Представление спиральности и чётность . . . . .	367
16.5. Представление чётности и спиральности . . . . .	369
16.6. Коэффициенты $b_Q$ в $(F K \Pi)$ -представлении . . . . .	370
16.7. Читаем классиков . . . . .	373
16.8. Классики о $R$ -симметричных ядрах . . . . .	377
16.9. Волновая функция компаунд-ядра . . . . .	380
16.10. Делительные амплитуды . . . . .	382
16.11. Редукция делительных каналов . . . . .	385
16.12. Угловые корреляции в делении ядер медленными нейтронами . . . . .	387
16.13. Приближение изолированных уровней. Отличия от модели Сушкова–Фламбаума . . . . .	390
16.14. Симметрия ядра на барьере и каналы с $K = 0$ . . . . .	393
Заключение . . . . .	397
Об основных идеях . . . . .	397
О вечном . . . . .	398
Приложение А. Рабочие инструменты I: элементы теории спиновой ориентации и угловых корреляций . . . . .	399



А.1. Спиновые состояния, волновые функции, матрица плотности . . . . .	399
А.2. Поляризация частиц со спином $1/2$ . . . . .	401
А.3. Поляризация и выстроенность частиц с произвольным спином . . . . .	403
А.4. Общее описание ансамбля спин-ориентированных частиц с произвольным спином. Спин-тензоры ориентации . . . . .	407
А.5. Вектор поляризации и спин-тензоры 1-го ранга для частиц со спином $1/2$ . Векторные гармоники . . . . .	414
А.6. Коэффициенты Клебша–Гордана, функции Рака и $9j$ -символы . . . . .	419
А.7. Обобщённые и инвариантные сферические функции от нескольких направлений (биполярные, триполярные, ... гармоники) . . . . .	426
 Приложение Б. Рабочие инструменты II: элементы формальной теории реакций . . . . .	 431
Б.1. Кинематическое описание бинарных столкновений спин-ориентированных частиц: полные и дифференциальные сечения упругого рассеяния и реакций, спиновая ориентация разлетающихся частиц . . . . .	431
Б.2. R-матричное описание резонансов в бинарных реакциях . . . . .	446
Б.3. Основы метода гиперсферических гармоник в задаче трёх тел . . . . .	454
 Приложение В. Рабочие инструменты III: элементы теории электромагнитных и слабых взаимодействий . . . . .	 458
В.1. Мультипольные разложения в классической и квантовой теориях электромагнитного излучения . . . . .	458
В.2. Гамильтониан слабого полуплептонного взаимодействия и мультипольные разложения в полуплептонных процессах . . . . .	477
 Список литературы . . . . .	 496

## ВВЕДЕНИЕ

**1. О ядрах и частицах.** По совести, мало кого интересуют предметы, которым посвящена эта монография. Но именно поэтому я и решил её написать. У меня на глазах исчезает, как берег в тумане, огромная и очень интересная область исследований. И вовсе не потому, что тема исчерпана.

Внимательным наблюдателям уже в конце 1950-х годов стало ясно, что интерес к ядерной физике идёт на спад <sup>1)</sup>. В 1960-м, закрывая конференцию по структуре ядра, проходившую в Кингстоне (Канада), В. Ф. Вайскопф [62] сказал: «... некоторые физики как на востоке, так и на западе, считают единственной вещью, достойной того, чтобы ею заниматься, физику элементарных частиц... Я совершенно не согласен с такой точкой зрения...» Но, разумеется, дальше В. Ф. Вайскопф уточнил: «... в действительности мы должны оказать им всю ту моральную поддержку, в которой они нуждаются... В конце концов, протон и мезон также являются важной частью природы...» В те два десятилетия, которые последовали за этой речью, появились модель электрослабых взаимодействий, гипотеза кварков, квантовая хромодинамика, теория струн, т.е. и в самом деле сложилась современная наука об элементарных частицах.

В развитии физики высоких энергий очень важную роль сыграли и новые установки, значительно расширившие возможности экспериментаторов. В 1967 году в Советском Союзе вблизи Серпухова был запущен ускоритель протонов, рассчитанный на энергию 76 ГэВ, самый мощный в тот момент. Это был не только «ответ» на 28 ГэВ и 35 ГэВ по протонам, достигнутые, соответственно, в ЦЕРНе (Европейский центр ядерных исследований рядом с Женевой) в 1959 году и в Брукхэвене (США) в 1960 году, но и «вызов». Он был принят, и уже в 1971-м в Батавии (США), а в 1976-м в ЦЕРНе начали работу машины, разгонявшие протоны до энергии 400 ГэВ.

Ничего крупнее серпуховского ускорителя в СССР уже не было построено. В этом, кстати, была своя логика. Ведь ранее, в 1950-е годы, ведущие европейские страны, учредив ЦЕРН, отказались от национальных программ в области физики высоких энергий в пользу совместных проектов. В конце концов что-то похожее произошло и в США.

В середине 1980-х годов там, в Батавии, начал действовать крупнейший в мире ускоритель со встречными пучками (коллайдер), в каждом из которых протоны приобретают энергию 1 ТэВ (т.е. 1000 ГэВ). Однако строительство следующей установки — суперколлайдера на энергию 20 ТэВ в каждом пучке — в 1993 году решением конгресса США было остановлено. Главной надеждой физиков всего мира теперь является большой адронный коллайдер (LHC — Large Hadron Collider). Он должен быть запущен в ЦЕРНе в 2009 году. В каждом из встречных пучков протоны будут иметь энергию 7 ТэВ.

---

<sup>1)</sup> О том, что это стало ясно именно в конце 1950-х годов, я узнал уже после того, как начал заниматься ядерной физикой, и это открытие меня позабавило, потому что я родился в 1958 году.

Что же касается ядерных взаимодействий при низких энергиях, то сегодня это, вне сомнений, не самая горячая область. Причины вполне понятны. С одной стороны, за порогом достигнутого заведомо находится область неизвестного (хотя неизвестное располагается не только там — к этому и пытался привлечь внимание В. Ф. Вайскопф). Поэтому в поисках нового люди всегда будут стремиться прежде всего к предельным величинам (в данном случае, к очень высоким энергиям и очень малым расстояниям). С другой стороны, характерные ядерные энергии слишком уж далеки от энергий нашего повседневного мира, т. е. энергий связи атомов в молекулах. Поэтому по мере того, как осознавались сложности и опасности ядерных технологий, снижались и ожидания.

**2. Об атомном проекте и ядерной физике.** О колоссальном различии между молекулярными и ядерными энергиями стало известно в самом начале 20-го столетия. Но лишь ближе к его середине был найден способ наглядно это продемонстрировать — с помощью атомной (на самом деле ядерной) бомбы. В это время ведущие мировые державы, разделённые нешуточной враждой, вкладывали огромные средства в производство движущихся, плавающих и летающих машин, способных рушить и уничтожать. Понятно, что возник огромный интерес и к ядерному оружию, и к ракетным средствам его доставки. В результате были развёрнуты беспрецедентные во многих отношениях проекты (не только по размаху, но и по степени сотрудничества учёных, инженеров, военных и политиков) — сначала в США, а потом в СССР и других странах.

Без атомного проекта ядерная физика точно не попала бы в ту фазу стремительного развития, которую она прошла за два-три десятилетия, начиная с конца 1940-х годов. Новому поколению исследователей не пришлось начинать с нуля; в 1952 году появилась замечательная книга Дж. М. Блатта и В. Ф. Вайскопфа [15], подытожившая достижения «отцов-основателей». И всё-таки науку об атомном ядре создало, фактически, именно поколение, призванное в эпоху «бури и натиска». Его яркие представители — О. Бор и Б. Р. Моттelson, авторы знаменитой монографии [95, 128], удостоенные в 1975 году Нобелевской премии.

Разумеется, быстрое развитие сопровождалось вложением немалых средств. Едва ли кто-то ставил вопрос об окупаемости. В науку был перенесён тот дух соперничества, который возник при разработке технологий. И на западе, и на востоке это был не рыночный проект (в этом советским руководителям было проще — принципы рыночной экономики их мало беспокоили). Важнее были соображения престижа.

В какой-то момент эта эпоха закончилась. Точно так же, как завершилась острая фаза противостояния в пилотируемой космонавтике. В 1961 году первым человеком в космосе стал Юрий Гагарин. В 1969 году Нейл Армстронг первым шагнул на Луну. Но вот в 1972-м состоялась последняя, шестая по счёту посадка на Луну в рамках американской программы «Аполлон». С тех пор, уже 36 лет, никто туда не летает.

К счастью, ядерная физика — это наука, а не технический проект. Поэтому изменение порядка и размеров финансирования — это не конец, а лишь толчок к изменению формы существования. Сегодня, находясь в одном ряду с другими областями физики, наука о ядре не лидирует в рейтингах значимости. И это естественно, потому что инструменты, необходимые для работ с атомным ядром, сложны и опасны.

Важно осознавать, что энергонасыщенность всех тех процессов, с которыми человечество имеет дело в повседневной жизни, не превосходит 0.1 эВ на 1 атом. Максимум — это как раз 0.1 эВ, т. е. примерно 1000 К, характерная температура горения, суть которого состоит в разрушении одних молекул и образовании других. Эти энергии не являются разрушающими для атомов и, следовательно, не являются

катастрофически разрушающими для тех структур, которые состоят из атомов. В то же время энергии, обычные для субатомного мира, начинаются от 1 МэВ.

Между тем именно технологии, связанные с повседневными процессами и обычным веществом, — вот, что интересует человечество в первую очередь, как в древности, так и сейчас. Интересно, что до конца 18-го столетия в основе таких технологий лежали скорее достижения химии и биологии (в зависимости от того, шла ли речь о неживом или живом)<sup>1)</sup>, нежели физики. Ведь до этого момента в центре внимания физиков находились, главным образом, механические движения, свет, теплота и электрические разряды. И лишь после открытий Л. Гальвани и А. Вольта и основанных на них работ Г. Дэви по электролизу, выполненных в первое десятилетие 19-го века, физики занялись, наконец, веществом (неживым) и атомами.<sup>2)</sup>

Таким образом, сегодняшнее падение интереса к ядерной физике — это следствие и избыточного внимания к ней в определённый, исторически короткий промежуток времени, и особенностей ядерных технологий.

**3. О своевременности.** В избыточном внимании и забегании вперёд нет ничего нового. В своё время, на рубеже 15-го и 16-го столетий, две великие (на тот момент) державы соперничали в открытии новых земель, полных пряностей и золота. Эту гонку не остановил даже договор, согласно которому линия, прочерченная с севера на юг через всю Атлантику, отделила португальский восток от испанского запада<sup>3)</sup>. Отважный капитан Ф. Магеллан уговорил правителей Испании поручить ему добраться до восточных островов, двигаясь только на запад. Таким образом договор, составленный без учёта шарообразности Земли, не был бы нарушен. Беспрецедентная экспедиция — первое кругосветное плавание, в ходе которой сам Ф. Магеллан погиб, состоялась в 1519–1522 годах.

Любопытно, однако, что этот успешный, в общем-то, опыт в течение долгих десятилетий никто не повторял. Португальцы держались раз и навсегда проложенного маршрута вокруг Африки, а у испанцев хватало забот в Америке. Второе по счёту кругосветное путешествие было предпринято лишь в 1577–1580 годах командой англичанина Ф. Дрейка, причём, похоже, без наперёд намеченного плана. Нанеся большой ущерб целому ряду испанских поселений на западном побережье Южной и Центральной Америки и желая избежать столкновения с испанцами на обратном пути в Атлантике, Ф. Дрейк повёл свой корабль домой через Тихий океан. Более того, всё последующее 17-е столетие Тихий океан был лишь местом подсобных же стычек англичан и испанцев. И только в 18-м веке это огромное пространство, открытое Ф. Магелланом, стало, наконец, предметом систематического изучения. Здесь появились французские экспедиции под руководством Л. Бугенвиля и Ф. Лаперуза, а также английские исследователи во главе с Ф. Куком.

---

<sup>1)</sup> Характерно, что в комедии А. С. Грибоедова «Горе от ума», написанной в 1824 году, одна из героинь следующим образом отзывается о естествоиспытателе: «... он химик, он ботаник, князь Фёдор, наш племянник».

<sup>2)</sup> Тогда и установилась весьма зыбкая грань между химией и физикой вещества. Так, с должности ассистента у химика Г. Дэви началась научная биография великого физика М. Фарадея. А Э. Резерфорд за свои выдающиеся труды по физике радиоактивности в 1908 году был удостоен Нобелевской премии по химии. Меня всегда также интересовал вопрос, до какой степени сотрудники Московского института физической химии понимают своих коллег из Московского же института химической физики.

<sup>3)</sup> Граница была отнесена так далеко на запад от европейских берегов, что часть Южной Америки, открытая позже, оказалась в пределах «востока». Договор был точно соблюден, и по этой причине Бразилия говорит по-португальски в отличие от остальных, испаноязычных, стран Южной и Центральной Америки.

**4. О науке и технологиях.** Что же касается технологий, то на вопросе об их отношении к науке тоже стоит задержаться. С ним связаны некоторые заблуждения, характерные для нашего времени. Наука сегодня — это то ли общественный институт, то ли отрасль экономики. В любом случае для её функционирования требуются значительные средства. Неясен, однако, механизм их возврата. И вот, по одну сторону — рассерженная публика, восклицающая: «Пусть они объяснят, чем занимаются на деньги налогоплательщиков!» С другой же стороны доносится: «Если бы не фундаментальная наука — не было бы мобильных, компьютеров и Интернета!»<sup>1)</sup>

Есть, конечно, и другой уровень дискуссий. Отстаивая строительство суперколлайдера (в итоге так и не построенного), С. Вайнберг написал очень интересную книгу [307]. Вот одно из самых захватывающих мест: «... В 1987 году я давал показания в защиту проекта... перед комитетом палаты по науке, космосу и технологиям. Я описал, как в процессе изучения элементарных частиц мы открываем законы, которые становятся всё более согласованными и универсальными, и как мы начинаем подозревать, что это не случайность... После того, как я сделал эти замечания, последовали... вопросы со стороны членов палаты. Они вылились в диалог между... конгрессменом Гаррисом Фавеллом... и конгрессменом Доном Риттером... *М-р Фавелл*: ... Иногда мне хочется, чтобы всё было выражено в одном слове... Мне кажется, м-р. Вайнберг, что вы близко подошли к этому... Вы сказали, что подозреваете, что не случайно существуют законы, управляющие материей, и я поместил у себя, что не поможет ли это найти Бога?... *М-р Риттер*: Если эта машина может сделать такое, я собираюсь изменить точку зрения и поддержать проект...»

На самом деле, наука и технологии — это хотя и связанные, но совершенно разные вещи. Ведь технологии — это не столько знания, сколько умения. Их роль всегда была значительной. Уже самые древние технологии — речь, орудия труда и огонь — позволили первобытному человеку распространиться по всему земному шару. Дальнейшее становление цивилизаций связано с земледелием, приручением животных, строительством, выплавкой металлов, простейшими информационными технологиями (вслед за речью) — письмом, чтением, счётом<sup>2)</sup> и многими другими полезными навыками. Но, заметим, наука далеко не сразу появляется в этом списке.

Разумеется, у истоков любой технологии стоят люди с пытливым умом и немалым терпением. Они пробуют, сравнивают, проверяют и добиваются устойчивых результатов. Таким образом, помимо технологий, формируется научный метод: верно лишь то, что многократно подтверждено опытом. И лишь потом появляется наука, которая сама по себе есть технология получения и сохранения знания, добытого с помощью научного метода. Конечно, эти знания могут быть использованы для создания новых технологий. Но разве только в этом состоит ценность науки?

---

<sup>1)</sup> Интернет, точнее система World Wide Web (Всемирная Сеть), это не преувеличение, а законная гордость физиков. Её придумал сотрудник ЦЕРНа Т. Бернерс-Ли в 1989 году. Исходная проблема заключалась в том, что с ростом энергии частиц, сталкивающихся в ускорителях, быстро увеличивался массив экспериментальных данных. Нужно было приспособить сети, уже тогда соединявшие компьютеры, находившиеся в разных странах, к дистанционной обработке полученных результатов. Именно это и было сделано, но вдруг выяснилось, что разработанная система имеет значительно более широкую область применимости.

<sup>2)</sup> Многие почему-то думают, что информационные технологии появились в 20-м веке. Это, конечно, недоразумение — умение обращаться с информацией имеет длинную историю.

**5. Об истине.** Рассмотрим в качестве примера историю, связанную с Н. Коперником. В первой половине 16-го века он построил гелиоцентрическую систему мира. Сам интерес к астрономии, широко распространённый в то время, мог иметь вполне прагматическую природу. Началась, как выше уже было сказано по другому поводу, эпоха великих географических открытий (или, иначе, эпоха глобальной экспансии европейской цивилизации). Хронометры ещё не были изобретены, но по таблицам относительных положений планет, Солнца, Луны и звёзд грамотный штурман мог определить долготу корабля, затерянного в океане или достигшего неизвестных берегов. Понятно, что спрос на эту технологию был очень высок.

Была и дополнительная причина — интерес к точному определению даты важнейшего христианского праздника — Пасхи (первое воскресенье после первого новолуния после дня весеннего равноденствия). Уже в конце 15-го века возникли сомнения в том, что именно 22 марта по юлианскому календарю, который тогда повсеместно был принят в Европе, день равен ночи. В 1514 году папа Лев X поднял вопрос о реформе календаря. Долгие исследования и дискуссии завершились лишь в 1582 году, когда папа Григорий XIII положил начало новому, григорианскому летоисчислению.

Многие вещи в гелиоцентрической системе выглядели проще, нежели в геоцентрическом подходе. Известно, однако, что предсказания Н. Коперника были не очень точны. Ведь он не знал, к примеру, что орбиты планет представляют собой не окружности, а эллипсы. В то же время над таблицами, основанными на системе К. Птолемея, поработало не одно поколение астрономов. И не секрет, конечно, что с помощью тщательно подобранных дополнительных параметров (эпициклов) многое можно описать с довольно высокой эффективностью. Таким образом, практическая ценность гелиоцентрической системы была совсем неочевидной.

Тем не менее идеи Н. Коперника привлекли к себе значительное внимание. Причём это внимание было такого свойства, что великий астроном решился на публикацию своего главного труда лишь в очень преклонном возрасте (он умер в 1543 году, вскоре после выхода книги). Ему, в самом деле, было, чего опасаться — ведь в 1616 году римско-католическая церковь всё-таки официально запретила распространение учения Н. Коперника. Вот только, спрашивается, почему?

Сегодня мы понимаем, что без гелиоцентрической системы не было бы механики И. Ньютона (и, следовательно, всей сегодняшней науки и техники). Потому что Н. Коперник правильно указал ту инерциальную систему отсчёта, в которой относительное движение Солнца и планет полностью объясняется одними только силами взаимного притяжения. Но почему уже в 16-м веке (за сто лет до рождения И. Ньютона) идея о движущейся Земле и неподвижном Солнце казалась такой волнующей?

Ответ лежит на поверхности. Его можно найти, к примеру, в посвящении папе Павлу III, написанном Н. Коперником: «... хотя мне известно, что мнения философов не имеют ничего общего с мнениями толпы, так как они стремятся только к познанию истины, ... меня обуревали сомнения, — должен ли я обнародовать мои взгляды или последовать примеру Пифагора и некоторых других, передававших тайны своей философии не письменно, а устно друзьям и единомышленникам. По моему мнению, они делали это не из завистливого желания сохранить при себе тайны своей науки, ... а для того чтобы прекраснейшие открытия... не подверглись осмеянию со стороны тех, кто слишком ленив, чтобы заниматься науками, не приносящими денег... »

Ключевое слово, столь непопулярное в наше время, это истина. В то далёкое время оно волновало обе стороны. Одни считали, что уже владеют ею. Другие имели основания думать, что истине ещё только предстоит быть открытой. Но сравнивая

страсти, кипевшие вокруг истинности тех или иных утверждений о природе в предшествующие века, с нынешним равнодушием к такого рода проблемам, поневоле задумываешься, не случилось ли чего с родом человеческим, не произошла ли уже обратная мутация от *Homo Sapiens* к *Homo Habilis*?

**6. О ценности науки.** Похоже, что ещё 100 лет назад, в 1905 году, когда вышла книга А. Пуанкаре «Ценность науки» [1], с интересом к истине всё было в порядке. Потому что книга начинается со слов: «Отыскание истины должно быть целью нашей деятельности...» По тому, что написано далее, видно, что автору и в голову не приходило ещё чем-то оправдывать ценность науки, ведь наука — это и есть поиск истины. Книга посвящена совсем другому — исследованию, позволяет ли наука постичь истину.

Что же касается технологий, то разговор о них предваряется следующим замечанием (удивительным образом перекликающимся с приведённым выше текстом Н. Коперника, написанным за 350 лет до того): «Люди практические требуют от нас только способов наживы денег. Эти люди не заслуживают ответа...» Дальше у А. Пуанкаре идёт: «Я не говорю: наука полезна потому, что она научает нас создавать машины; я говорю: машины полезны, потому что, работая для нас, они некогда оставят нам больше времени для научных занятий...» Об уже открытых рентгеновских лучах (при том, что медики сразу начали пользоваться рентгеновскими снимками) нет даже упоминаний. А рассуждая о людях, финансирующих строительство обсерваторий, А. Пуанкаре пишет: «Можно было бы, конечно, рассказать им о морском деле, важность которого признаётся всеми... Но это значило бы обращать внимание на менее значимую сторону вопроса. Астрономия полезна, потому что она возвышает нас над нами самими... она полезна, потому что она прекрасна — вот что надо говорить...» На самом деле, примерно это и пытался втолковать С. Вайнберг конгрессменам.

Книга А. Пуанкаре была хорошо встречена читающей публикой. В то время многие начали интересоваться наукой. Ещё в 1824 году С. Карно опубликовал свои «Размышления о движущей силе огня», но именно в начале 20-го столетия появились огромные пароходы, пересекавшие Атлантику, а компактные двигатели внутреннего сгорания стали сердцем автомобилей и самолётов. В 1826 году увидело свет первое изложение электродинамики, принадлежавшее А. Амперу, но лишь современники А. Пуанкаре оказались свидетелями широкого внедрения электричества в повседневный быт и изобретения радиосвязи. Траты на науку, однако, были относительно невелики, так что вопрос о «деньгах налогоплательщиков» ещё не казался важным <sup>1)</sup>.

**7. О физике вещества.** Есть важное обстоятельство, которое, по-видимому, никто и не мог заметить на рубеже 19-го и 20-го столетий. Наука пересекла порог в 0,1эВ на 1 атом. Напряжения в сотни вольт, которые стали обычны для лабораторий, уже сами по себе смертельно опасны. Те же сотни вольт, поданные на вакуумную трубку, порождают рентгеновские лучи, которые, как со временем выяснилось, тоже требуют внимательного к себе отношения. Но, как с изумлением обнаружили физики, взявшиеся за изучение естественной радиоактивности, распад одного атома (точнее, ядра атома) может сопровождаться выделением энергии масштаба 10 МэВ! В 1930-е годы появилась высоковольтная ускорительная техника,

<sup>1)</sup> Я, кстати, никогда не слышал, чтобы «налогоплательщики» хоть как-то оценивали те траты и даже жертвы, на которые шли представители предшествующих поколений и без которых не было бы сегодняшней науки, или задумывались о том, что и у нашего поколения есть определённый долг перед теми, кто придёт после.

обеспечившая разгон протонов и лёгких ядер примерно до этих энергий. Это было рождением физики ядра и элементарных частиц.

Разумеется, это не означает, что всё, что было интересного в физике 20-го века, находилось за указанным порогом — 0,1 эВ на 1 атом. Что касается средств, выделявшихся на науку, то, да, в определённый период времени их значительная часть уходила за этот порог. Но сейчас это уже не так. И дело не в чередовании приливов и отливов, а в том, что в 20-м веке, после создания квантовой механики, началась очень важная и плодотворная стадия в развитии физики вещества.

Иногда для того чтобы немного продвинуться в определённом направлении, нужно проделать гигантскую работу в совершенно других областях <sup>1)</sup>. Понадобились сотни вольт, для того чтобы получить катодные лучи и открыть электрон. Понадобились распадшие  $\alpha$ -частицы с энергиями в миллионы эВ, для того чтобы установить наличие малого ядра в атоме. Только после этого в середине 1920-х годов были установлены, наконец, законы, определяющие свойства атомов. И очень скоро обнаружилось, что квантовые законы справедливы не только для атомов, равно как для ядер и элементарных частиц (для систем с существенно более высокими характерными энергиями), но также и для молекул и конденсированных сред (с относительно низкими энергиями).

Квантовая механика позволила понять природу связи между атомами и молекулами и особенности строения твёрдых тел. Выяснилось, что свободные электроны в металлах образуют квантовый газ. Возникло последовательное описание проводимости, не только в проводниках, но и в полупроводниках. Искусство управления слабыми токами легло в основу микроэлектроники. Появились, наконец, лазеры. Именно эти достижения открыли дорогу «мобильникам, компьютерам и Интернету».

Квантовая теория и новые экспериментальные методы позволили также совершенно иначе подойти к проблемам, связанным с живым веществом. Поворот был намечен ещё в 1940-е годы в знаменитых лекциях Э. Шредингера «Что такое жизнь?» [7]. Уже в следующем десятилетии рентгеновские снимки помогли разобраться в устройстве ДНК. Начало же 21-го века было отмечено сообщениями о полной расшифровке генома человека, которая, конечно, была бы невозможной без использования физических методов. Почти очевидно, однако, что основные открытия в области «биологической физики» или «физической биологии» ещё впереди.

Ясно, что субатомной физике пришлось потесниться. В физике вещества, не требующей, к слову, больших вложений, имеется огромное количество интересных задач. Эта область теснее связана с технологиями, находящими себе применение в повседневной жизни. Отсюда — и интерес, и внимание.

**8. О ценности ядерной физики.** При этом, однако, не следует забывать о технологиях, обязанных своим существованием ядерной физике. К плодам этих технологий следует отнести в первую очередь атомные электростанции (ледоколы, подводные лодки), радиоактивные изотопы для медицинской диагностики, лучевые методы лечения злокачественных опухолей. Упомянем и нейтронные методы исследования конденсированных сред, которые наглядно демонстрируют целостность физики, неразделимость «высоких» и «низких» энергий.

Но есть вещи, как мне кажется, ещё более важные. А именно: успехи в описании субатомных систем обернулись невероятным прогрессом в понимании свойств

---

<sup>1)</sup> Нейл Армстронг, ступив на Луну, заметил, что обратное тоже верно: «Один небольшой шаг для человека — огромный скачок для человечества».



макромира, выходящего далеко за пределы привычных масштабов. Всё живое на Земле существует благодаря Солнцу. Но, подумать только, — лишь в 1929 году Ф. Хоутермансу, первому на Земле, стало, наконец, ясно, почему оно такое горячее<sup>1)</sup>. Знание законов, управляющих ядерными реакциями, позволило выстроить убедительную картину эволюции звёзд и, далее, шагнуть к вопросу о происхождении и самих звёзд из вещества, рассеянного во Вселенной, и самого этого вещества. Сегодняшнее видение всех стадий эволюции Вселенной, от момента Большого Взрыва, — это по-настоящему прекрасное (точно по А. Пуанкаре) знание. Его не было бы, конечно, без достижений физики ядра и элементарных частиц.

Уже сегодня можно предсказать, по какому закону будет усиливаться излучение Солнца в течение несколько ближайших сотен миллионов лет и по какому сценарию, с полной неизбежностью, начнёт разрушаться биосфера Земли. На мой взгляд, эта привязка человечества к определённом этапу развития Вселенной очень важна. Точно так же, как начатая ещё Н. Коперником работа по выявлению истинного пространственного положения Земли. Да, сегодня человечество кажется самому себе чем-то вроде плесени (скорее умелой, чем разумной) на поверхности небольшой планеты, обращающейся вокруг средней по размерам звезды, которая движется по просторам самой обычной галактики Млечный Путь, каких во Вселенной примерно  $10^{10}$  штук. Но нам уже сейчас понятно, что возраст планеты — 4,5 миллиарда лет, возраст Вселенной — 14 миллиардов лет, а примерно через миллиард лет потомкам придётся перебраться хотя бы на соседнюю планету, Марс, где будет не так горячо, как на Земле.

Сегодня это знание начинает проникать в школьные учебники. А завтра поколение, которое выучится по этим учебникам, уже не захочет видеть себя в виде плесени. Тогда станет ясно, что наши знания — это только малая доля того, что требуется. Поэтому в том, что уже было открыто, нет ничего избыточного (истина вообще не бывает избыточной). Это была лишь разведка в океан, простирающийся за порогом в 1 МэВ на 1 атом. И, глядя на тот малый интерес к ядерной физике низких энергий, который характерен для современного научного сообщества, я ощущаю себя матросом с одной из магеллановых шхун. Мне повезло, я видел, я должен рассказать...

Конечно, только то, чему сам был свидетелем. А это — небольшой архипелаг среди океана — явления, связанные со взаимодействием медленных нейтронов и мюонов с ядрами. Основной вопрос можно сформулировать так: что можно узнать о симметриях и механизмах фундаментальных взаимодействий, наблюдая за указанными явлениями?

**9. О симметриях.** Пристальный интерес к симметрии как к категории естественно-научной, а не эстетической возник в самом начале 20-го столетия. Симметрия — это способность не изменяться при определённом преобразовании. Так, в частности, в соответствии с теорией относительности уравнения движения должны сохранять свою форму (т. е. обладать своего рода симметрией) при переходе из одной инерциальной системы отсчёта в другую.

---

<sup>1)</sup> Известен — по книге Р. Юнга «Ярче тысячи солнц» (М.: Атомиздат, 1960) — рассказ самого Ф. Хоутерманса: «... я отправился на прогулку с прелестной девушкой. Едва стемнело, появились во всём своём великолепии звёзды, одна за другой. “Как восхитительно они сверкают!” — воскликнула моя спутница. Я только выпятил грудь и гордо сказал: “С сегодняшнего дня я знаю, почему они светят”... » Эта история, если додумать её продолжение, представляет собой аллегорию на тему «наука и человечество».

Симметрии относительно сдвигов во времени и пространстве порождают, как оказалось, законы сохранения энергии и импульса соответственно. Анализ симметрии по отношению к вращениям приводит к введению орбитальных и собственных (спиновых) угловых моментов частиц, кратных целому или полуцелому значению постоянной Планка  $\hbar$ . Что же касается закона сохранения углового момента, то он, как выяснилось, справедлив, потому что пространство изотропно. Отдельного упоминания заслуживает также симметрия, связанная с перестановками тождественных частиц.

Кроме того, было установлено, что симметрия по отношению к локальному фазовому преобразованию волновой функции частицы связана с существованием калибровочного электромагнитного поля. Точно так же гравитационное поле имеет отношение к «локализации» переходов между системами отсчётов, что позволяет включить в рассмотрение неинерциальные системы. Дальнейшее же развитие идей, связанных с локальными симметриями и калибровочными полями, привело к созданию современных теорий электрослабого и сильного (квантовая хромодинамика) взаимодействий.

Очень многое из перечисленного было уже известно к 1950 году. Но активной разработкой теории калибровочных полей занялись уже представители того поколения, которое пришло в науку от конца 1940-х до начала 1960-х годов. Их же трудами в физику элементарных частиц были введены представления об унитарной симметрии. И этому же поколению довелось пережить интеллектуальное потрясение, связанное с обнаружением нарушения дискретных симметрий: сначала  $\mathcal{P}$ -чётности, а потом и комбинированной  $\mathcal{CP}$ -чётности.

**10. О целостности науки.** К этому поколению принадлежали и мои учителя. Они стали и свидетелями, и творцами взлёта субатомной физики. У них на глазах выпуски физических журналов делались всё толще, потом издания начали дробиться; время от времени появлялись новые. При этом на полках библиотек росли ряды вновь выпускаемых книг, посвящённых новейшим достижениям. Что-то похожее происходило, правда, и в других разделах естественных наук. Позже всё это было названо «информационным взрывом».

Этот взрыв разметал единое здание физики, включая отдельные его этажи, вроде ядерной физики, на мелкие клочки. Позже это было названо наступлением эпохи специализаций. Поколение (в широком смысле)<sup>1)</sup>, к которому я принадлежу, порубили, как капусту, на ломтики направлений уже на старших курсах.

Монография Дж. М. Блатта и В. Ф. Вайскопфа [15] ещё вмещала в себя практически все разделы ядерной физики: и структуру ядер, и реакции, а также слабые и электромагнитные взаимодействия. В определённом смысле это была ещё не теория ядер, а квантовая физика на субатомном уровне. Если же мы обратимся к книгам следующего поколения, которые стали появляться с конца 1960-х годов, то увидим, что они охватывают всё более узкий круг предметов, ясно указывая на интересы их авторов. На что уж энциклопедичен двухтомник О. Бора и Б. Р. Моттельсона [95, 128], но в нём всё же основное внимание уделяется ядерным

---

<sup>1)</sup> К одному поколению обычно относят людей, родившихся в пределах интервала от 5 до 20 лет и объединённых какой-то приметой времени. В широком же смысле поколения отделены друг от друга промежутком в 30–35 лет. На столько, в среднем, отцы старше своих сыновей. Известные столетние циклы, характерные не только для русской истории, объясняются, по-видимому, логикой отношений внутри семей. Это один из вечных сюжетов: отцы основывают, сыновья развивают, внуки пускают по ветру, правнуки опять основывают и всё повторяется.

моделям. Вышедший примерно в эти же годы капитальный трёхтомник И. М. Айзенберга и В. Грайнера [99, 100, 111] освещает, фактически, совсем другие вопросы, но, опять же, почти не касается теории ядерных реакций. Таким образом, даже внутри ядерной физики появились настолько разные области, что их представители с трудом стали понимать друг друга.

За три десятилетия, которые прошли уже на глазах моего поколения, ситуация не стала лучше. Общий темп накопления и данных, и идей, конечно, снизился (причины обсуждались выше). Но горы имеющегося материала велики и, пусть медленно, но продолжают расти. Поэтому разобщённость сохраняется.

На мой взгляд, это печальная реальность. За множеством деталей, на освоение которых уходят годы, трудно различить контуры целого. Разумеется, это не способствует привлекательности современной науки. Возможно, что резко выраженный интерес к практическим приложениям — это следствие разочарования в исследовательской деятельности в тех случаях, когда её цели кажутся слишком частными.

Я думаю, что это болезненное состояние и из него обязательно нужно выходить. Понятен и путь: ведь всё, что входит сегодня в учебники физики для средней и высшей школы — система Н. Коперника, механика И. Ньютона, термодинамика С. Карно, электродинамика А. Ампера, — в своё время было высшим достижением человеческой мысли, доступным немногим. Но доступным. И это пересказывалось, переформулировалось и становилось всё более и более понятным. На это уходят десятилетия, но другого способа нет. Важно, чтобы научное сообщество понимало, что вся ответственность лежит только на нём. «Люди практические требуют от нас только способов наживы денег...» — этот мотив проходит через всю историю науки. Наивно ждать от «людей практических» существенного содействия.

**11. Об ориентированных ядрах.** Я пытался написать эту монографию о спин-угловых корреляциях так, чтобы она представляла интерес не только для тех, кто работает с нейтронами, мюонами и ядрами. Ведь хотя я всюду рассматриваю явления, связанные с ядрами, но похожие эффекты можно обнаружить и в физике атомов и молекул.

Кстати, угловое распределение фотонов ( $\gamma$ -квантов), испускаемых атомами в определённом переходе  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ , относительно оси квантования (на неё проецируют спины  $J_i$  и  $J_f$  начального и конечного состояний) — это и есть, в сущности, простейшая спин-угловая корреляция. Эту задачу обычно рассматривают в стандартных курсах квантовой механики. Так что, формально, как только появилась квантовая теория излучения, так сразу возник и интерес к спин-угловым корреляциям в распадах (в  $\gamma$ -распадах атомов).

Но в субатомной физике, во-первых, есть и другие типы распадов, и, во-вторых, столкновения и реакции — это обычные инструменты изучения микромира. Поэтому нет ничего удивительного в том, что достаточно общий способ описания спин-угловых корреляций в реакциях и распадах появился лишь после того, как были развёрнуты ядерные исследования. Это произошло в конце 1940-х и начале 1950-х годов (подробнее, со ссылками, эта история, а также другие подобные вещи, которые здесь я затрагиваю лишь мимоходом, рассмотрены в главе 4).

Тогда же люди сообразили, что, контролируя направления спинов сталкивающихся и распадающихся частиц, можно получить, например, сведения о зависимости ядерных взаимодействий от спинов. Если говорить об отечественной литературе, то уже в 1954 году в «Успехах физических наук» появился обзор Г. Р. Хуцишвили [25] с кратким и ёмким названием «Ориентированные ядра». Он начинался с разъяснений, какой тип ориентации спинов называется поляризацией, а какой — выстроенностью (см. разделы (А.3.2) и (А.3.3)). В обзоре справедливо отмечалось,

что, «... проводя опыты с ориентированными ядрами, можно получить много весьма ценных сведений о спиновой зависимости ядерных сил, о спинах, чётностях и магнитных моментах возбуждённых состояний ядер...», хотя основная его часть была посвящена обсуждению методов спиновой ориентации ядер.

За прошедшие с того времени 50 лет довольно многое было сделано в экспериментальном плане по  $\beta$ - и  $\gamma$ -распадам поляризованных и выстроенных ядер (включая, в частности,  $\beta$ -распад свободного поляризованного нейтрона). Меньше, но тоже достаточно много, по реакциям, инициированным поляризованными частицами-снарядами. Однако, буквально в считанном числе опытов были использованы выстроенные ядра-мишени. Оказалось, что это довольно хлопотно — всё совместить: и технику выстраивания, и ускоритель, и детекторы.

**12. О спин-угловых корреляциях.** В результате не только физика взаимодействия спин-ориентированных частиц, но и само явление ориентации спинов (если речь идёт о чём-то большем, нежели о поляризации) остаются малоизвестными предметами для большинства исследователей. Даже с терминами бывают затруднения — сколько раз я замечал, что стоит мне только упомянуть о выстроенности, и собеседники тут же теряют интерес к разговору (о реакции на «спин-тензоры ориентации» я лучше помолчу)<sup>1</sup>). Это может показаться даже странным, поскольку в упомянутой выше задаче, об излучении  $\gamma$ -кванта в переходе  $|J_i M_i\rangle \rightarrow |J_f M_f\rangle$  (в ответ, разумеется, всегда вводится суммирование по ненаблюдаемой конечной проекции  $M_f$ ), угловое распределение (если  $\mathcal{P}$ -чётность сохраняется) полностью определяется именно эффектом выстроенности начального состояния.

В действительности, это вполне ожидаемо, так как в стандартном курсе рассматривают только две вещи. Во-первых, при фиксированном  $M_i$  демонстрируют наличие анизотропии вылета  $\gamma$ -кванта. Во-вторых, показывают, что после усреднения по  $M_i$  (в предположении о равновероятности всех проекций) угловое распределение становится изотропным. Промежуточный же (или более общий) случай, когда имеется некоторое неравномерное распределение по  $M_i$ , которое количественно как раз и характеризуется такой величиной, как выстроенность, в стандартный курс не попадает.

Мало ли что, однако, не помещается в обычную программу! Что выстроенность, если сегодня, в действительности, в корпус знания, которое считается обязательным, не входит всё то, что ещё в 1972 году Я. А. Смородинский и Л. А. Шелепин [117] назвали «классической теорией коэффициентов Клебша–Гордана»<sup>2</sup>). Функции Рака,  $\mathcal{D}$ -функции и теорема Вигнера–Эккарта, по-видимому, ещё долго будут оставаться предметами специальных курсов. Данная монография представляет собой в определённом смысле такой курс. Разве что упор делается не на математические основы, а на физические примеры.

**13. О содержании монографии.** Итак, спин-угловые корреляции — это естественный инструмент для изучения любых характеристик, связанных со спинами. Ими можно воспользоваться, как выше уже было сказано, просто для

<sup>1</sup>) Была и такая история. Однажды я попросил коллегу оценить, насколько удачно я перевёл на английский язык свою очередную статью. Среди замечаний (очень дельных) было, однако, и такое: «А ты уверен, что “ориентированные ядра” в самом деле будут “oriented nuclei”? Ведь “orient” — это “Восток”, “восточный”?» Мне пришлось предъявить заголовок одной старой работы М. Е. Роуза [39], чтобы развеять сомнения.

<sup>2</sup>) Указанный обзор Я. А. Смородинского и Л. А. Шелепина и его продолжение [306] посвящены превращению теории коэффициентов Клебша–Гордана в «... некоторое новое исчисление, далеко выходящее за рамки классической теории».

измерений (спинов, магнитных моментов, спиновых составляющих в потенциалах взаимодействия...). Более тонкая задача — это выявление зависимости сложного, многочастичного процесса, например деления ядер, от полного углового момента, по которой можно судить о механизме того, что происходит. Но самое, наверное, интересное — это высокая чувствительность спин-угловых корреляций к нарушениям фундаментальных дискретных симметрий: во-первых, по отношению к инверсии пространственных осей ( $\mathcal{P}$ -инвариантности), во-вторых, по отношению к обращению времени ( $\mathcal{T}$ -инвариантности)<sup>1)</sup>.

В монографии рассмотрены довольно разные явления (реакции и распады) и связанные с ними спин-угловые корреляции. В определённом смысле это примеры, иллюстрирующие те или иные пункты из перечня, приведённого в предыдущем абзаце. В одних случаях показано, как спин-угловые корреляции позволяют установить характеристики определённых квантовых состояний. В других случаях упор сделан на то, каким образом спин-угловые корреляции помогают выявить существенные черты процессов. Немалое внимание уделено также тем возможностям, которые открывает метод спин-угловых корреляций для изучения  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

Последнее мне представляется особенно интересным в связи с тем, что симметрия по отношению к обращению времени не является, по-видимому, точной (подробнее об этом и других подобных вещах рассказано в главе 1). Но, хотя поиски ведутся уже более 40 лет, ни одного прямого эффекта нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности обнаружить не удалось<sup>2)</sup>. В настоящее время основные усилия специалистов по субатомной физике низких энергий, работающих в этом направлении, устремлены на измерение электрических дипольных моментов основных состояний атомов и свободного нейтрона. Эти моменты могут отличаться от нуля лишь в случае, если  $\mathcal{T}$ -инвариантность нарушена.

Между тем в начале 1980-х годов возникло понимание того, что узкие нейтронные резонансы являются своеобразными усилителями малых слагаемых в ядерных взаимодействиях (подобно тому, как резонансные контуры в радиотехнике представляют собой устройства для улавливания слабых сигналов). Это было прямо проверено для сил, нарушающих  $\mathcal{P}$ -инвариантность; при этом было показано, что коэффициент усиления может достичь величины порядка  $10^6$ ! С того же времени ведётся обсуждение, как усилить подобным же образом гипотетические силы, нарушающие  $\mathcal{T}$ -инвариантность, и обнаружить их посредством подходящей спин-угловой корреляции. Существенная часть монографии посвящена именно этой проблеме.

Однако внимание к дискретным симметриям не является, конечно, случайным. В 20-м столетии, как выше уже говорилось, стало понятно, что и динамические законы, и законы сохранения определяются, фактически, симметриями нашего мира. Примечательна, кстати, структура 1-го тома монографии О. Бора и Б. Р. Моттelsonа [95], в котором первая глава (а всего их три) полностью посвящена обсуждению фундаментальных симметрий.

Замечу, что драматизм, связанный с признанием движения Земли, был обусловлен, конечно, тем, что Н. Коперник разрушил представление о симметрии Вселенной или, точнее, представление о Земле как о центре этой симметрии. На самом-то деле Вселенная очень симметрична, но совсем в другом, как оказалось, смысле. На осознание этого факта ушли столетия. В сегодняшней теории фундаментальных

<sup>1)</sup> Собственно, обнаружение в 1957 году [42] асимметрии вылета электронов вдоль и против спинов ядер, претерпевающих  $\beta$ -распад, стало первым прямым доказательством нарушения  $\mathcal{P}$ -инвариантности.

<sup>2)</sup> См., впрочем, раздел 1.11 и, в частности, текст сноски на с. 44.

взаимодействий важное место отводится нарушенным симметриям; имеет место значительное нарушение  $\mathcal{P}$ -инвариантности; никто не удивится, если будет, наконец, обнаружено малое нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Не будет ли потом, однако, снова признано, что истинные симметрии нашего мира совсем иные? В любом случае изучение симметрий — это одно из очевидных приоритетных направлений фундаментальных исследований.

**14. О структуре монографии.** В монографии рассматриваются предметы, связанные, в основном, с нейтронной и мюонной физикой. При малых энергиях, как известно, взаимодействие нейтрона с ядром происходит только в  $s$ -волне (с относительным орбитальным моментом  $l = 0$ ). Многие задачи, которыми мне пришлось заниматься, касались именно медленных нейтронов; хотя в ряде работ рассматривались и относительно высокие энергии (но не выше 20 МэВ).

Однако нейтронная физика низких энергий — это не такая уж узкая область, если посмотреть внимательнее на выходные каналы. Хотя их всего три. Во-первых, нейтроны испытывают упругое или неупругое рассеяние. Во-вторых, существует захват нейтрона ядром с последующим испусканием  $\gamma$ -квантов (радиационный захват). В-третьих, если ядро-мишень достаточно тяжёлое, то нейтрон, опять же после захвата, с определённой вероятностью инициирует процесс деления. Этим трём случаям соответствуют разные типы экспериментов: с регистрацией нейтронов,  $\gamma$ -квантов и осколков деления. Можно, однако, просто следить за убыванием нейтронов, проходящих сквозь мишень; эта постановка опыта соответствует измерению полного (суммарного) сечения. Каждому из четырёх типов исследований — упругого рассеяния, радиационного захвата, деления и полного сечения — отвечают и разные процедуры оценок как сечений, так и спин-угловых корреляций.

Что же касается захвата ядрами мюонов, то он в чём-то схож с захватом  $s$ -волновых медленных нейтронов ядрами. Ведь отрицательно заряженные мюоны сначала попадают на  $|1s\rangle$ -орбиты вблизи ядер и лишь потом захватываются ими. Дальше, правда, начинаются одни отличия. Потому что динамика столкновений нейтронов и ядер определяется лишь сильными и электромагнитными взаимодействиями, тогда как за захват мюонов несёт ответственность слабое взаимодействие.

И хотя спин-угловые корреляции — это стержень, в целом монография может рассматриваться и как справочное пособие по ряду разделов ядерной физики низких энергий. В монографии 5 частей, охватывающие 16 глав (со сквозной нумерацией), и 3 приложения. В части I речь идёт преимущественно о полном сечении взаимодействия. При этом основное внимание уделено эффектам нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Часть II в основном посвящена упругому рассеянию нейтронов ядрами. Там достаточно подробно обсуждаются не только  $\mathcal{T}$ -неинвариантные эффекты, но и явления, обусловленные нарушением  $\mathcal{P}$ -чётности. В часть III, по замыслу, должны были войти результаты, связанные, главным образом, с радиационным захватом резонансных нейтронов. Вышло несколько шире. Туда же включён, с одной стороны, любопытный (на мой взгляд) материал по угловому моменту классического электромагнитного поля (тесно связанный с квантовой теорией углового момента). С другой стороны, в эту же часть я включил и разбор некоторых эффектов, специфичных для нейтронных резонансов, но не имеющих прямого отношения к фундаментальным симметриям. В части IV дан обзор работ по захвату мюонов ядрами. Наконец, в последней части V я сосредоточился на делении ядер нейтронами (при этом отдельные результаты по делению обсуждаются уже в части I).

Отмечу, что часть о мюонах следует за частью об электромагнитном поле, так как эти части о слабом и электромагнитном взаимодействиях перекликаются друг с другом гораздо сильнее, нежели части о делении и радиационном захвате (хотя

там и там — нейтроны). Особое положение у главы 4, которая замыкает часть I. В ней много внимания уделяется теории спиновой ориентации и спин-угловых корреляций.

В приложения вынесен материал, который формально является общеизвестным. Это, конечно, не так. Он предназначен для читателей, владеющих теорией поля и квантовой теорией в рамках стандартного университетского курса, и даже чуть более просвещённых. Приложение В посвящено, главным образом, мультипольным разложениям в теории электромагнитных и слабых взаимодействий. В приложении Б рассмотрены вопросы, связанные с теорией реакций. Приложение А обсуждается в нескольких следующих абзацах.

**15. О спиновых матрицах плотности.** Между университетскими курсами и тем, что реально делается в современной ядерной физике (как и в любой другой области науки), есть, конечно, определённый разрыв. Он существовал и 40 лет назад, когда О. Бор и Б. Р. Моттelson писали монографию [95]. Для его преодоления они ввели «приложения», дополняющие «основной текст». В настоящее время эти приложения, как вся книга [95], определяют уровень отчёта для исследователей в физике ядра. В частности, в этой монографии я свободно пользуюсь результатами [95], которые относятся к квантовой теории углового момента (приложение 1 главы 1) и обращению времени (приложение 2 главы 1). К сожалению, общая теория спиновой ориентации и спин-угловых корреляций, отсутствующая в [95], нигде (точнее, нигде в известной мне литературе), на мой взгляд, не изложена кратко и чётко.

Между тем, повторю, этот материал не относится к разряду общеизвестного. Более того, есть причины, по которым многие имеют чрезмерно усложнённое представление о нём. Дело тут вот в чём. В стандартном курсе достаточно подробно рассматриваются лишь частицы со спином  $I = 1/2$ . В общем случае операторы спина являются матрицами в пространстве размерности  $(2I + 1) \times (2I + 1)$ . Если  $I = 1/2$ , то искомыми матрицами в пространстве  $2 \times 2$  являются (с точностью до множителя) матрицы Паули. При этом для вычисления поляризационных характеристик частиц широко используют явный вид этих матриц.

Возникает ощущение, что для любого другого значения  $I$  нужно делать что-то подобное, т. е. работать с явно выписанными матрицами всё большей размерности. Но как они выглядят? Тот же, кто забирается чуть дальше, и знакомится со спиновыми матрицами плотности всё той же размерности  $(2I + 1) \times (2I + 1)$ , которые описывают смешанные (реальные) квантовые состояния ансамблей частиц со спином  $I$ , узнаёт ещё более страшные вещи. В общем случае такая матрица плотности задаётся с помощью  $4I(I + 1)$  действительных параметров (см. раздел (А.1.3)). Если  $I = 1/2$ , то  $4I(I + 1) = 3$ ; в качестве трёх таких параметров могут быть взяты составляющие вектора поляризации  $\mathbf{P}$ . Это факт, кстати, обсуждается уже лишь в достаточно специальных монографиях, например в очень толковой книге К. Блума [171]. Но если  $I = 1$ , то  $4I(I + 1) = 8$ , если  $I = 3/2$ , то  $4I(I + 1) = 15, \dots$ , и что делать с таким количеством величин? Каков их смысл?

Ответ заключается в том, что во всех физически разумных случаях матрица плотности, описывающая смешанное спиновое состояние ансамбля частиц со спином  $I \geq 1$ , определяется всего четырьмя параметрами! А именно: поляризацией, выстроенностью и двумя углами, которые задают направление оси ориентации. Обоснование этого важнейшего факта приведено в приложении А. В его заголовках, так же как в названиях двух других приложений, вынесены слова «рабочие инструменты». Таков смысл этих приложений: в них изложены сведения, без знания которых нельзя заниматься спин-угловыми корреляциями.

**16. О квантовой теории углового момента.** Что же касается матриц размерности  $(2I + 1) \times (2I + 1)$ , соответствующих операторам спина, то фокус заключается в том, что их явный вид хорошо известен. Этими матрицами являются коэффициенты Клебша–Гордана. Ключевая формула (A.119) выглядит так:

$$\langle I\mu' | \hat{I}_q | I\mu \rangle = \sqrt{I(I+1)} C_{I\mu 1q}^{I\mu'}$$

Разумеется, её можно найти во множестве источников, но не всюду разъясняется её смысл (в разделе A.5.4 указано, что есть что в выписанном выражении). А суть в том, что слева стоит матрица размерности  $(2I + 1) \times (2I + 1)$ , соответствующая  $q$ -й сферической составляющей оператора спина, а справа — коэффициенты Клебша–Гордана. Если, в частности,  $I = 1/2$ , то формула прямо ставит в соответствие  $q$ -й матрице Паули (в сферическом базисе) определённый набор указанных коэффициентов.

Таким образом, искусство вычисления спин-угловых корреляций для частиц с произвольным спином  $I$  сводится к умению обращаться с коэффициентами Клебша–Гордана. Имеются очень толстые книги, посвящённые этой проблеме, например монография-справочник Д. А. Варшаловича, А. Н. Москалёва и В. К. Херсонского [136]. Одним её видом можно напугать кого угодно на всю жизнь (формат больше среднего, 439 страниц, твёрдый переплёт). Есть, правда, и тонкие пособия, например работа А. Эдмондса [33], но, по общему мнению, очень неполные.

Однако мой личный опыт заключается в следующем. В своё время я завёл тонкую ученическую тетрадку, куда записывал полезные формулы. И всегда, далее, пользовался только тем, что в ней есть. И вот, по прошествии 20 лет, я обнаружил, что за пределы тетрадки в 12 листов я так и не вышел. Более того, многими вещами, в неё занесёнными, особенно и не пользовался. За эти годы, кстати, по крайней мере дважды эта тетрадка была скопирована моими молодыми коллегами.

Вот эти главные формулы, которые позволяют переходить от коэффициентов Клебша–Гордана к функциям Рака и 9j-символам, а также возвращаться обратно, я тоже внёс в приложение А. Разумеется, кое-где появились дополнительные комментарии, несильно, однако, увеличившие общий объём. Удивительно, но в моей тетрадке и, следовательно, в приложении А есть очень важные формулы (связанные со сферическими гармониками), которые отсутствуют как в справочнике [136], так и в других известных мне монографиях схожей тематики (подробности в главе 4).

**17. О форме монографии.** В основе этой монографии лежат, разумеется, оригинальные статьи по теме, определённой заглавием, в том числе и мои собственные (толчком к написанию монографии послужила работа над докторской диссертацией)<sup>1</sup>. В процессе работы над монографией (диссертацией), сопоставляя материалы, относящиеся к разным периодам времени и темам, я понял несколько

<sup>1</sup> Не стану скрывать — сожалею о том, что о некоторых своих работах в монографии не удалось даже упомянуть (ну, хоть в этом примечании сделаю это). Так, в частности, мне дорога совместная работа с И. П. Еремеевым [362]. Она посвящена реакции  $(\gamma, n)$  на ядрах, своего рода ядерному фотоэффекту. Мы показали, что вблизи порога этой реакции на некоторых ядрах должна происходить очень эффективная передача продольной поляризации  $\gamma$ -квантов на нейтроны. Так, в частности, на ядрах  ${}^9\text{Be}$  циркулярно поляризованные  $\gamma$ -кванты должны рождают нейтроны с продольной поляризацией 50%, а на ядрах  ${}^{13}\text{C}$  — полностью поляризованные нейтроны! И. П. Еремеев считал, что этот результат (разумеется, в случае, если наше предсказание будет подтверждено) может быть использован для создания эффективного источника медленных поляризованных нейтронов. До сих пор, однако, никто, как будто бы, так и не проверил наше предсказание.



важных и новых для себя вещей<sup>1)</sup>. Разумеется, эти выводы помещены в текст монографии.

Что же касается формы, то я не собирался воспроизводить ни свои, ни чужие работы. Мне хотелось воспользоваться совсем другим образцом — жанром лекции. Ведь если цель статьи — это высказаться (а раз статьи опубликованы, то их авторы уже высказались), то цель лекции — это быть понятым. Соответственно многие разделы этой монографии по стилистике напоминают скорее устные выступления, нежели статьи. Наверное, это обусловлено также и тем, что буквально всё, что я писал, я где-нибудь да докладывал.

В лекциях, в отличие от статей, не возбраняется шутить и отвлекаться на посторонние темы. Взявшись писать монографию в жанре лекций, я воспользовался правом на эмоциональное изложение. Я также получил возможность рассказать о том, что обычно остаётся за рамками публикаций.

Людам, далёким от исследований, наука представляется в высшей степени систематичной и целенаправленной деятельностью. В действительности, наука — это поиск, отправной точкой которого является сомнение в том, что считается признанным. А этот пункт очень трудно формализовать. При этом далеко не всякий поиск приводит к чему-то дельному.

Может случиться так, что в процессе поиска признанное устоит (так, Колумбу не удалось достичь Индии), но обнаружится что-то другое, прежде неведомое (как Колумбу открылась Америка). В промежутке между сомнением и открытием есть очень много работы. Для того чтобы с ней справиться, в самом деле нужны и система, и цели (хоть какие-то). Но наука-то — это когда всё вместе, со всеми теми случайностями, которые сопутствуют и началу поиска, и его завершению.

Вот в этой противоречивости — и трудность, и очарование науки (как, впрочем, и всего в жизни). Нужно быть и скептиком, для того чтобы разглядеть неизвестное в известном, и стойком, чтобы осилить дорогу, и романтиком, чтобы верить в определённое в неопределённом, и, наконец, реалистом, чтобы сформулировать результаты. А они всегда непредсказуемы.<sup>2)</sup> Так же как непредсказуем ход любого исследования, часто начинающегося со случайно заданного вопроса или случайно подмеченной аналогии.

**18. Благодарности.** Всегда с благодарностью вспоминаю своего научного руководителя Дмитрия Петровича Гречухина. Я благодарен всем своим соавторам (вне зависимости от того, вошли результаты наших работ в эту монографию или нет) за радость совместного творчества: А. Г. Беде, С. Т. Беляеву, В. Е. Бунакову, Ю. В. Гапонову, Р. Голубу (R. Golub), И. С. Гусевой, Б. В. Данилину, И. П. Еремееву, Ю. Ю. Клоссу, В. Л. Кузнецову, А. В. Ломоносову, С. К. Ламоро (S. K. Lamoreaux), В. В. Новицкому, Г. А. Петрову, А. Б. Попову, К. В. Протасову, В. Р. Скою, Т. Я. Тудоровскому, К. М. Франкли (C. M. Frankle), В. И. Фурману, Э. И. Шаропову, Н. Б. Шульгиной. Я благодарен многим сотрудникам Курчатовского института, Объединённого института ядерных исследований, Санкт-Петербургского института ядерной физики, Физико-энергетического института, Московского физико-технического института и других российских и зарубежных институтов и университетов за

---

<sup>1)</sup> Это похоже на классический анекдот про преподавателя, который жалуется на своих студентов: «Один раз объяснил, второй раз объяснил, сам, наконец, понял, а они — ни в какую!»

<sup>2)</sup> Фонды, призванные поддерживать исследования, но оценивающие отчёты грантополучателей по степени выполнения наперёд намеченных задач, поощряют развитие умений, но убивают науку.

обсуждения научных вопросов и деятельную помощь; часть имён я с благодарностью упоминаю на страницах монографии.

Я благодарен также рецензентам и оппонентам моей докторской диссертации (составившей основу этой книги): Л. Д. Блохинцеву, М. В. Звереву, И. М. Павличенкову, Э. Е. Саперштейну, И. Б. Хрипловичу, В. В. Фёдорову, В. Д. Эфросу. Их доброжелательные отзывы укрепили меня в намерении издать рукопись. Я благодарен Российскому фонду фундаментальных исследований за поддержку этого издательского проекта № 09-02-07014 и издательству Физматлит, любезно предложившему помощь в его осуществлении.

*В склянке тёмного стекла  
Из-под импортного пива  
Роза красная цвела  
Гордо и неторопливо.  
Исторический роман  
Сочинял я понемногу,  
Пробиваясь, как в туман,  
От пролога к эпилогу...*

Булат Окуджава

## Часть I

# Взаимодействие спин-ориентированных частиц и проблема обращения времени



## Глава 1

# ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ И ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЯДЕР

### 1.1. Поехали...

В первой части монографии обсуждаются вопросы, с которыми я впервые соприкоснулся в середине 1980-х годов. В 1981-м я окончил Московский инженерно-физический институт (МИФИ) и приступил к исследованиям под руководством Дмитрия Петровича Гречухина. Он в те годы (и вплоть до безвременной кончины в 1997 году) возглавлял лабораторию теории ядерных взаимодействий Института общей и ядерной физики научного центра «Курчатовский институт».

Д. П. Гречухин был признанным специалистом в области спиновых эффектов и угловых корреляций. Он занимался как атомами, так и ядрами. Интересом к этому направлению, как и многими своими знаниями, я обязан Дмитрию Петровичу.

Научный руководитель привлёк моё внимание к теории деления и, в частности, к эффекту анизотропии вылета осколков вдоль и поперёк оси спиновой ориентации ядер. В модели, предложенной О. Бором [29] в 1955 году, анизотропия объясняется особенностями прохождения сильно деформированного ядра через барьер. Этому явлению мы посвятили серию статей [213, 215, 224, 225, 240, 251, 252].

Основная идея Д. П. Гречухина состояла в следующем. Почти во всех экспериментах, выполненных к тому времени, спиновая ориентация (выстроенность) делящихся ядер возникала при захвате быстрых нейтронов. Всё дело в их орбитальных моментах, перпендикулярных импульсам. Это означает, в частности, что ядра ориентируются преимущественно поперёк направления движения нейтронов, которое, следовательно, становится осью ориентации. Так вот, можно показать, что в этом классе экспериментов характер ориентации ядер таков, что невозможно получить детальную информацию о барьере (подробности см. в разделе 14.2).

Д. П. Гречухин предложил мне исследовать, что изменится, если в качестве мишеней взять ориентированные ядра. Следовало учесть, что ось ориентации ядер может быть направлена как угодно относительно направления движения нейтронов. Тогда анизотропия вылета осколков будет, вообще говоря, зависеть не только от величины спиновой ориентации ядер-мишеней, но и от направления оси ориентации <sup>1</sup>).

Само по себе деление спин-ориентированных (выстроенных) ядер нейтронами не было новостью. Эксперименты с ядрами <sup>235</sup>U впервые были выполнены Дж. В. Т. Даббсом с сотрудниками [96] в 1960-е годы. Затем, в начале 1970-х, в улучшенных условиях эти опыты были повторены Х. Постмой с сотрудниками [109, 112, 113] (с ядрами <sup>235</sup>U, <sup>233</sup>U и <sup>237</sup>Np). Однако в этих работах использовались медленные (резонансные) *s*-волновые нейтроны (с нулевыми

---

<sup>1</sup>) Подробнее об этих, совместных с Д. П. Гречухиным работах рассказано в разделах 14.2–14.8.

орбитальными моментами). Мы же, среди прочего, рассчитали, какой будет спиновая ориентация компаунд-ядер, если нейтроны, которые захватываются ориентированными ядрами-мишенями, обладают ненулевыми орбитальными моментами.

По ходу дела я познакомился с разными сторонами физики нейтрон-ядерного взаимодействия. Ведь деление — это всего лишь один из возможных выходных каналов в реакции столкновения нейтрона с ядром (реально этот канал открыт, лишь если ядро-мишень принадлежит области актинидов). Не меньший интерес представляют каналы радиационного захвата (т. е. захвата нейтрона ядром с последующим испусканием одного или нескольких  $\gamma$ -квантов) и упругого рассеяния. Постепенно моим вниманием овладели проблемы, не связанные с делением.

## 1.2. Слабые взаимодействия в ядрах и $\mathcal{P}$ -чётность

Важную роль сыграла атмосфера, сложившаяся в нейтронной физике к середине 1980-х годов. Деление ядер казалось почтенной (очень скоро, в 1989 году, по всему миру прокатится волна конференций, посвящённых 50-летию открытия деления) и в общих чертах уже завершённой областью науки. Дмитрий Петрович всё ещё находился под впечатлением дискуссий 1960-х годов вокруг гипотезы о двухгорбом барьере. Но мне всё это казалось давней историей.

Последний к тому времени всплеск интереса к делению возник в 1977 году. Он был связан с тем, что Г.В. Данилян и его сотрудники [145] обнаружили эффект нарушения пространственной ( $\mathcal{P}$ ) чётности в делении ядер нейтронами. Эта замечательная работа была выполнена в Москве, в Черёмушках, на исследовательском реакторе Института теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ). Эффект состоит в том, что имеется асимметрия вылета (масштаба  $10^{-4}$ ) лёгкого осколка вдоль и против оси поляризации делящегося ядра. Поляризация возникала в результате захвата ядром-мишенью медленного ( $s$ -волнового) поляризованного нейтрона.

Пространственная чётность — это собственное значение оператора пространственной инверсии  $\hat{\mathcal{P}}$ . До 1956 года считалось само собой разумеющимся, что гамильтониан любой замкнутой системы коммутирует с  $\hat{\mathcal{P}}$  и поэтому пространственная чётность сохраняется. Ситуация изменилась после появления знаменитой работы Ц. Д. Ли и Ч. Н. Янга [30], где была выдвинута гипотеза о нарушении  $\mathcal{P}$ -чётности в слабых взаимодействиях.

Очень скоро это предположение было подтверждено многочисленными экспериментами. Первой была выполнена работа Ц. С. Ву с сотрудниками [42] по измерению асимметрии вылета  $\beta$ -электронов вдоль и против оси поляризации ядра-распадчика  $^{60}\text{Co}$ . Интересно, что аналогичная работа Х. Постмы (уже упоминавшегося) с сотрудниками [38] по асимметрии позитронов, испускаемых поляризованными ядрами  $^{58}\text{Co}$ , была закончена всего лишь на несколько недель позже<sup>1)</sup>. Выяснилось, что в ядерных распадах (так же как в распадах элементарных частиц), обусловленных слабым взаимодействием,  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты, как правило, велики (масштаба единицы). Их не замечали только потому, что не искали!

Иначе обстоит дело с ядерными реакциями и распадами, прямо не связанными со слабым взаимодействием. Пространственная чётность в таких процессах нарушается только благодаря малым поправкам к нуклон-нуклонным силам, не коммутирующим с оператором  $\hat{\mathcal{P}}$ ; о них говорят как о «слабых силах», имея

<sup>1)</sup> Работа [42] поступила в редакцию «Physical Review» 15 января 1957 года, тогда как статья [38] была зарегистрирована в журнале «Physica» 25 февраля 1957 года.

в виду их связь со слабым взаимодействием, или как о  $\mathcal{PV}$  (Parity Violating)-силах. Систематическое изучение этих поправок и связанных с ними ядерных эффектов было начато в 1960-е годы Р. Дж. Блин-Стойлом [56, 57] и Ф. К. Мичелом [71]. Масштаб этих поправок определяется величиной  $Gm_\pi^2 \sim 10^{-7}$ , где  $G$  — постоянная Ферми, а  $m_\pi$  — масса пиона.

Уже к началу 1970-х были накоплены значительный материал (экспериментальные данные и модельные расчёты) по  $\mathcal{P}$ -нечётным ядерным спин-угловым корреляциям. Он был систематизирован, в частности, в монографии Р. Дж. Блин-Стойла [120]. Наибольшее внимание в тот период уделялось эффектам нарушения пространственной чётности в радиационных переходах между квантовыми состояниями ядер. В этих переходах имеется прозрачный механизм усиления  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов, который называют кинематическим или структурным<sup>1)</sup>. Это усиление возникает, если основной переход подавлен по сравнению с примешивающимся (за счёт  $\mathcal{P}$ -нечётных сил) переходом.

Другой механизм усиления (динамический) возникает в переходах с высоковозбужденных ядерных состояний, которые заселяются, например, при поглощении нейтронов ядрами. Так, раздел 4(е) главы 9 книги Р. Дж. Блин-Стойла посвящён как раз результатам измерения  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в радиационном переходе, сопровождающем захват медленного поляризованного нейтрона ядром  $^{113}\text{Cd}$ . Эффект заключается в асимметрии испускания  $\gamma$ -квантов вдоль и против спина нейтрона. Радиационный переход происходит между поляризованным компаунд-состоянием  $1^+$  ядра  $^{114}\text{Cd}$  и основным состоянием  $0^+$  этого же ядра.

Этот эксперимент был предложен и впервые осуществлен для тепловых нейтронов Р. Хаасом, Л. Б. Липунером и Р. К. Эдзором [53] в Брукхэвене, вблизи Нью-Йорка, в 1959 году. Однако эффект ими не был обнаружен. В 1960-е годы в Москве, в ИТЭФ (всё в тех же Черёмушках), измерения были повторены Ю. Г. Абовым и П. А. Крупчицким с сотрудниками [69, 74]<sup>2)</sup>. Ими была найдена  $\mathcal{P}$ -нечётная асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов масштаба  $10^{-4}$ . А в 1972 году в этой же реакции  $n + ^{113}\text{Cd} \rightarrow ^{114}\text{Cd} + \gamma$ , инициированной неполяризованными тепловыми нейтронами, Дж. Л. Албери, Р. Вильсон и И. Г. Шродер [110] зафиксировали и другую  $\mathcal{P}$ -нечётную величину — циркулярную поляризацию  $\gamma$ -квантов того же масштаба  $10^{-4}$ . Этот эксперимент был выполнен на реакторе Национального Бюро Стандартов (NBS — National Bureau of Standards), расположенного недалеко от Вашингтона (столицы США).

### 1.3. Динамическое усиление

Авторы пионерской работы [53] ясно изложили причины, побудившие их обратиться к реакции захвата медленных нейтронов. Нейтронные резонансы — это, в сущности, уровни компаунд-ядра. Но промежутки между этими уровнями  $D_c \sim 10$  эВ намного меньше расстояний  $\sim 1$  МэВ между низколежащими ядерными состояниями. Поэтому естественно ожидать, что смешивание компаунд-состояний противоположной чётности под действием слабых нуклон-нуклонных сил будет усилено. Именно это усиление и принято называть динамическим.

<sup>1)</sup> См., например, раздел 1 главы 9 книги [120] или раздел 6.6 главы 6 монографии П. А. Крупчицкого [222], вышедшей в середине 1980-х годов.

<sup>2)</sup> См. также ссылки на более поздние работы в обзоре Ю. Г. Абова и П. А. Крупчицкого [137] или в монографии [222].

Более точно, речь идёт о следующем. Пусть состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , имеющие разную чётность, смешиваются  $\mathcal{P}$ -нечётным взаимодействием  $\hat{V}$ . Тогда вместо вектора состояния  $|1\rangle$  формируется вектор состояния

$$|\psi_1\rangle \simeq |1\rangle + \frac{V_{21}}{E_1 - E_2} |2\rangle. \quad (1.1)$$

Для низколежащих ядерных состояний коэффициент смешивания определяется отношением  $V_{s.p.}/D_{s.p.}$ , где  $V_{s.p.}$  и  $D_{s.p.}$  — это характерный одночастичный матричный элемент и характерное расстояние между одночастичными уровнями соответственно. Заметим, что отношение  $D_{s.p.}/D_c$  примерно равно числу одночастичных компонент  $N_c$  в волновой функции компаунд-состояния.

Представим теперь нормированный на единицу вектор состояния  $|c\rangle$  компаунд-ядра в виде разложения  $\sum_i a_i(c)|u_i\rangle$  по  $N_c$  векторам состояний  $|u_i\rangle$  невзаимодействующих частиц. При этом в силу ортонормированности  $|u_i\rangle$  каждый из коэффициентов  $a_i(c)$  имеет масштаб  $1/\sqrt{N_c}$  (и, вообще говоря, случайный знак). Для матричного элемента смешивания компаунд-состояний при этом получим

$$V_{cc'} = \sum_{ij} a_i^*(c) a_j(c') \langle u_i | \hat{V} | u_j \rangle. \quad (1.2)$$

Поскольку, далее,  $\hat{V}$  является одночастичным оператором, то матричный элемент  $\langle u_i | \hat{V} | u_j \rangle$  не равен нулю, лишь если  $i$ -е и  $j$ -е состояния отличаются на состояние одной частицы, т. е. практически совпадают. Таким образом, в правой части (1.2) возникает сумма  $\sim N_c$  слагаемых, каждое из которых имеет масштаб  $V_{s.p.}/N_c$  и случайный знак. Если  $V_{cc'}$  рассматривать как случайную величину, то её среднее значение есть нуль, а дисперсия (среднеквадратичное отклонение от нуля) имеет порядок  $V_{s.p.}/\sqrt{N_c}$ .

В такого рода оценках, выполненных в [53], было показано, что характерный матричный элемент  $V_c$  смешивания волновых функций компаунд-состояний должен быть связан с  $V_{s.p.}$  соотношением

$$V_c \sim \frac{\sqrt{A} V_{s.p.}}{\sqrt{N_c}}, \quad (1.3)$$

где  $A$  — число нуклонов в ядре. Таким образом, согласно [53],

$$\frac{V_c}{D_c} \sim \sqrt{AN_c} \frac{V_{s.p.}}{D_{s.p.}}, \quad (1.4)$$

так что фактор динамического усиления равен  $\sqrt{AN_c}$ . В средних и тяжелых ядрах обычно принимают  $D_{s.p.} \sim 10$  МэВ, так что  $N_c \sim 10^6$  и, следовательно,  $\sqrt{AN_c} \sim 10^4$ . Однако, как выше уже было сказано, авторам [53] не удалось обнаружить  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект в радиационном захвате медленных нейтронов на уровне  $\sqrt{AN_c} \cdot Gm_\pi^2 \sim 10^{-3}$ .

Очень скоро, однако, оценка величины динамического усиления была пересмотрена в сторону уменьшения на 1–2 порядка (главным образом, за счёт отказа от фактора  $\sqrt{A}$  в формулах (1.3) и (1.4)). Р. Дж. Блин-Стойл в монографии [120] ссылается на собственную статью [57] 1960 года, а также на экспериментальную работу Ю. Г. Абова, П. А. Крупчицкого и Ю. А. Оратовского [74], вышедшую в 1965 году. В русском издании монографии [120] имеется также свидетельство (в виде



примечания) Г. В. Данильяна (переводчика), согласно которому оценка, приведенная в [74], была выполнена И. С. Шапиро также в 1960 году независимо от [57].<sup>1)</sup>

Я подробно останавливаюсь на этой истории, потому что динамическое усиление имеет критическое значение для многих эффектов, рассматриваемых в монографии. В настоящее время повсеместно принимается (см., к примеру, обзоры О. П. Сушкова и В. В. Фламбаума [189] или В. Е. Бунакова и Л. Б. Пикельнера [365]), что

$$\frac{V_c}{D_c} \sim \sqrt{N_c} \frac{V_{s.p.}}{D_{s.p.}}. \quad (1.5)$$

Таким образом, фактор динамического усиления в средних и тяжелых ядрах уменьшился в результате пересмотра до величины  $\sqrt{N_c} \sim \sqrt{D_{s.p.}/D_c} \sim 10^3$ , что, в действительности, не так уж сильно отличается от первоначально предложенного значения.

## 1.4. Нарушение $\mathcal{P}$ -чётности в реакциях с нейтронами

Итак, казалось бы, к концу 1970-х годов, после исследований [69, 110] реакции  $(n, \gamma)$ , никого не мог удивить  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект масштаба  $10^{-4}$  во взаимодействии медленных нейтронов с ядрами. В самом деле, произведение  $Gm_\pi^2 \sim 10^{-7}$  и  $\sqrt{N_c} \sim 10^3$  даёт как раз  $10^{-4}$ . Однако как раз на рубеже 1970-х и 1980-х годов были совершены открытия, которые немало взволновали всех, кто интересовался нейтронной физикой.

Все необходимые подробности очень живо изложены, к примеру, в главах 11 и 12 монографии П. А. Крупчицкого [222], вышедшей в 1985 году. Я ограничусь ссылками лишь на самые важные работы. Сначала, в 1977 году, появилась уже упоминавшаяся публикация Г. В. Данильяна с сотрудниками [145] с описанием открытия  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта масштаба  $10^{-4}$  в делении ядер  $^{239}\text{Pu}$  нейтронами. Затем, в 1980 году, в Гренобле (Франция) М. Форте и его сотрудники [161] обнаружили  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в пропускании медленных поляризованных нейтронов через образец с ядрами  $^{117}\text{Sn}$ .

В пропускании было найдено сразу два эффекта. Один из них — поворот плоскости поперечной поляризации нейтронов, падающих на образец — впервые был рассмотрен Ф. К. Мичелом [71] в 1964 году. Другой эффект — это зависимость полного сечения взаимодействия от знака продольной поляризации нейтронов. В оптике аналогичное явление называют круговым дихроизмом. До М. Форте  $\mathcal{P}$ -нечётный нейтронный дихроизм обсуждался в 1974 году Л. Стодольским [130]. Однако в работах Ф. К. Мичела и Л. Стодольского не было даже упоминаний о возможном динамическом усилении эффектов.

Между тем нейтронный дихроизм, обнаруженный М. Форте с сотрудниками, оказался масштаба  $10^{-5}$ , т. е. значительно превосходил оценку  $Gm_\pi^2 \sim 10^{-7}$ . Углы поворота спинов поперечно поляризованных нейтронов также были довольно велики и находились в качественном согласии с величиной дихроизма. Статья Л. Стодольского [165], появившаяся сразу после публикации экспериментальных данных [161], отражала настроения, охватившие часть научного сообщества. В этой работе была выдвинута гипотеза о существовании нового класса слабых нуклон-нуклонных сил, значительно усиленных по сравнению с «обычными».

Открытие  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в делении ядер также породило немалые дискуссии. Удивительной казалась, правда, не столько величина эффекта, сколько

<sup>1)</sup> См. также заметку И. С. Шапиро [93], опубликованную в 1968 году.

сама возможность его существования в реакции деления. Эта проблема обсуждается в разделе 13.9.

В те не столь уж далекие от нас сейчас годы в нашем отечестве существовал устойчивый интерес к слабому взаимодействию. Эксперименты по  $\beta$ -распаду свободных нейтронов велись в Курчатовском институте (на реакторе ИР-8) и в ЛИЯФ<sup>1)</sup> (на реакторе ВВР-М). Нарушением  $\mathcal{P}$ -чётности в реакциях с тепловыми нейтронами занимались как в ИТЭФ<sup>2)</sup>, так и в том же ЛИЯФ. В Новосибирске, в Институте ядерной физики Сибирского отделения Академии наук (ИЯФ СО АН), в 1978 году Л. М. Барков и М. С. Золотарёв [151] первыми измерили эффект нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности во взаимодействии атомов со светом<sup>3)</sup>.

Таким образом, в конце 70-х годов множество людей — как экспериментаторов, так и теоретиков — живо интересовались результатами Г. В. Данильяна с сотрудниками. И вдруг, в 1980 году, появились данные о нарушении  $\mathcal{P}$ -чётности в пропусках медленных нейтронов. Это всё равно как если бы в сухом лесу чиркнули спичкой.

### 1.5. $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в нейтронных резонансах

Первыми среагировали О. П. Сушков и В. В. Фламбаум — теоретики из Новосибирска. Прямо в том же 1980 году, когда стало известно о статье М. Форте с сотрудниками [161], они опубликовали в «Письмах в ЖЭТФ» небольшую заметку [167]. В ней было показано, что результаты [161], полученные на пучке холодных нейтронов, вполне объяснимы в рамках гипотезы о динамическом усилении. Там же было указано, что те же  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты, измеренные в низколежащем  $p$ -волновом резонансе, могут быть дополнительно усилены в  $\sim 10^3$  раз!

Причина — в кинематическом механизме, уже упоминавшемся в связи с радиационными переходами, но только теперь в нейтронном канале: основной  $p$ -волновой захват подавлен по сравнению с примешивающимся  $s$ -волновым захватом. Любопытно, что десятью годами ранее буквально те же кинематический (в нейтронном канале) и динамический факторы усиления были выписаны для процесса

<sup>1)</sup> ЛИЯФ — Ленинградский институт ядерной физики, ныне ПИЯФ — Санкт-Петербургский институт ядерной физики, находится в городе Гатчина Ленинградской (поныне) области.

<sup>2)</sup> В недавней публикации Ю. Г. Абова [443] приведено немало ценных подробностей об экспериментальных исследованиях слабого взаимодействия, выполненных в ИТЭФ.

<sup>3)</sup> В монографии И. Б. Хрипловича [258] даётся следующая оценка этой работы: «... новосибирский эксперимент был первым наблюдением несохранения чётности не только в атомах, но и вообще в явлениях, обусловленных нейтральными токами». Там же в главе 7 можно найти и описание эксперимента, и захватывающий рассказ о событиях, с ним связанных. О них же, по-своему, рассказал и С. Вайнберг [307]: «Неожиданно в 1976 г., через три года после открытия нейтральных токов, возник кризис... Расчёты показывали, что лево-правая асимметрия в атоме висмута должна приводить к медленному вращению плоскости поляризации проходящего через пары висмута света в левую сторону. К своему удивлению, экспериментаторы в Оксфорде и Сиэтле не смогли обнаружить такое вращение... Казалось, что эксперименты свидетельствовали, что та конкретная версия теории, которую независимо разрабатывали в 1967–1968 гг. Салам и я, оказалась неверной в деталях... группа физиков из Новосибирска сообщила о наблюдении ожидавшейся асимметрии в висмуте, но, к сожалению, мало кто обратил внимание на это сообщение... Оглядываясь назад на эти события, я испытываю некоторое разочарование, что потратил столько времени, пытаясь заставить электрослабую теорию согласовываться с данными Оксфорда и Сиэтла...».

радиационного захвата нейтронов В. А. Кармановым и Г. А. Лобовым [97, 101]. Но «сухого леса» в тот момент, точно, не было.

Предложение О. П. Сушкова и В. В. Фламбаума — искать  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в  $p$ -волновых резонансах — было услышано в Лаборатории нейтронной физики Объединенного института ядерных исследований (ЛНФ ОИЯИ, Дубна). В 1970-е годы там был накоплен большой опыт работы с поляризованными нейтронами и поляризованными мишенями. О нём можно судить, например, по обзору В. П. Алфименкова, Л. Б. Пикельнера и Э. И. Шарапова [157], который вышел в том же 1980 году. В то же время дубненский источник нейтронов, реактор ИБР-30, позволял проводить исследования как раз в нейтронных резонансах.

Уже в 1981 и 1982 годах были опубликованы первые результаты, полученные в ЛНФ ОИЯИ, по  $\mathcal{P}$ -нечётному нейтронному дихроизму в низколежащих  $p$ -волновых резонансах ряда ядер [169, 179]. И почти сразу (в работе [179]) — сенсация: в  $p$ -волновом резонансе с энергией 0.75 эВ ядра  $^{139}\text{La}$  эффект нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности оказался равным  $7 \cdot 10^{-2}$  (почти 10 %!). В течение последующих 20 лет аналогичные измерения были выполнены в нескольких сотнях (!)  $p$ -волновых резонансов самых разных ядер, но лишь в одном из них эффект оказался чуть-чуть выше <sup>1)</sup> — бывает же...

Таким образом, прямо у меня на глазах в первой половине 1980-х годов в нейтронной физике сформировалось целое направление: исследования нарушения пространственной чётности в нейтронных компаунд-резонансах во всех возможных выходных каналах — упругом, радиационном и делительном. В нашей стране исследования велись в ЛНФ ОИЯИ, ЛИЯФ, ИТЭФ и в Курчатовском институте, где инициатором их развертывания выступил Владимир Иосифович Мостовой.

## 1.6. Есть только миг...

Владимир Иосифович вспоминается мне спокойным, задумчивым человеком. Говорил он тихо, сложен был скромно, поэтому по первому впечатлению казался обыкновенным. Он, однако, принадлежал к когорте тех удивительных людей, которые, совсем молодыми, сначала выстояли в длинной и жестокой войне, а потом шагнули в науку и вновь оказались в первых рядах. Но В. И. Мостовой и среди них был отмечен — в 1944 году за мужество, проявленное в боях на Карельском перешейке, он был удостоен звания Героя Советского Союза. При более близком знакомстве, в общении, в обсуждениях, чувствовались и характер, и воля, и даже некоторая жёсткость, без которой, наверное, ничего и не было бы <sup>2)</sup>.

Лаборатория В. И. Мостового занимались экспериментами на источнике резонансных нейтронов, который был создан в Курчатовском институте в начале 1970-х годов на базе линейного ускорителя электронов «Факел» <sup>3)</sup>. Кроме того,

<sup>1)</sup> В указанном резонансе  $^{139}\text{La}$  после дополнительных измерений  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект вышел на уровень  $(9.5 \pm 0.5)\%$ ; подробности — в разделе 9.2. А в 1991 году в нейтронных резонансах ядра  $^{232}\text{Th}$  с энергиями 38.2 эВ и 64.6 эВ Дж. Д. Боуман и его сотрудники [286, 303] нашли почти одинаковые  $\mathcal{P}$ -нечётные асимметрии сечений на уровне  $(10 \pm 2)\%$ . Потом, однако, после тщательных дополнительных исследований эта же группа [384] установила: в первом из указанных резонансов эффект равен  $(6.4 \pm 0.3)\%$ , тогда как во втором —  $(14.2 \pm 0.4)\%$ .

<sup>2)</sup> Это сложно объяснить, но я всегда чувствовал грань между поколением моего отца, чьё детство и ранняя юность пришлось на годы войны, и поколением людей лишь чуть старше, но уже — другими.

<sup>3)</sup> В 1960 году в Курчатовском институте под руководством М. И. Певзнера был запущен спектрометр нейтронов по времени пролёта на базе линейного сильноточного

В. И. Мостовой интересовался перспективами использования спин-ориентированных ядер в качестве мишеней. Для начала планировалось повторение опытов Х. Постмы с сотрудниками [109, 112, 113].

В начале 1980-х годов были выполнены пробные эксперименты на выстроенных ядрах  $^{235}\text{U}$ . Некоторые результаты вошли в дипломный проект выпускника МИФИ 1983 года П. В. Маланкина «Исследование взаимодействия резонансных нейтронов в области энергий 0.5–60 кэВ с выстроенными ядрами  $^{235}\text{U}$ » (руководитель — Л. С. Данелян). По предложению В. И. Мостового я выступал в качестве рецензента на защите этой дипломной работы. К сожалению, по целому ряду причин (и технических, и финансовых) полномасштабная работа с поляризованными и выстроенными ядерными мишенями на нейтронном пучке так и не началась.

Но... если бы не В. И. Мостовой, то Д. П. Гречухин, при всём своем интересе к делению и спин-ориентированным ядрам, едва ли нацелил бы одного из своих учеников (т. е. меня) на этот круг вопросов <sup>1)</sup>. Он был уверен, что в самое ближайшее время на «Факеле» будет развёрнут широкий фронт экспериментальных исследований.

Наши первые совместные работы с Д. П. Гречухиным [213, 215, 224, 225] не имели отношения к фундаментальным симметриям. Речь шла лишь о том, что нового можно узнать о процессе деления, используя спин-ориентированные ядра. Что же касается  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов, то мой научный руководитель не то чтобы ими не интересовался, но, скорее, не придавал им первостепенного значения <sup>2)</sup>. Он ограничивался участием в обсуждениях и, по устному свидетельству Г. В. Даниляна, был одним из первых среди тех, кто сразу согласился с возможностью существования  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в делении на уровне  $10^{-4}$ . Это объясняется его хорошим знакомством с теорией  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций в делении, которая обсуждается в главе 13 монографии. <sup>3)</sup>

Д. П. Гречухин отличался своеобразным стилем научного руководства — основательным и ненавязчивым одновременно. С одной стороны, его ученик получал

---

ускорителя электронов. Если полистать известный справочник по нейтронным сечениям и нейтронным резонансам [176], то там найдётся немало ссылок на работы, выполненные в 1960-е годы на этом спектрометре. Уже в 1964 году М. И. Певзнер выступил с инициативой строительства еще более мощного источника нейтронов, которым и стал «Факел». Подробнее эта история описана в статье Г. В. Мурадяна «Один из немногих» («Курчатовец», №9–10 (1026–1027), октябрь–декабрь 2003 г.), посвящённой 85-летию М. И. Певзнера.

<sup>1)</sup> Д. П. Гречухин считал, что все сотрудники его лаборатории должны посвящать хотя бы часть своего времени сотрудничеству с экспериментаторами. При этом ему был совершенно чужд «местечковый патриотизм»; одинаково важными считались экспериментальные работы как в пределах Курчатовского института, так и вне его.

<sup>2)</sup> На самом деле, подлинной страстью Д. П. Гречухина была внутренняя конверсия, т. е. процесс, в котором ядро сбрасывает энергию не путём излучения  $\gamma$ -кванта, а посредством передачи её электрону. Эта вещь, как оказалось, очень чувствительна к структуре электронных состояний молекул и молекулярных кластеров. В 1970-е годы Д. П. Гречухин привлек к исследованиям своего ученика А. А. Солдатову и больше всего времени посвящал именно этому направлению.

<sup>3)</sup> Дмитрий Петрович рассказывал мне, что обсуждал эти вопросы с О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом в одно из их посещений Курчатовского института в конце 1970-х годов, когда они работали над описанием  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в делении. Действительно, в одной из первых своих работ [166] «делительного» цикла О. П. Сушков и В. В. Фламбаум, ссылаясь на опыты Х. Постмы с сотрудниками [109, 112] по исследованию «обычной»,  $\mathcal{P}$ -чётной анизотропии вылета осколков, выражают благодарность Д. П. Гречухину, обратившему их внимание на эти результаты.

задачу, за которой лежала целая область со своими экспериментальными перспективами, а также черновые разработки на эту тему и основные ссылки. С другой стороны, хотя определённые сроки и оговаривались (масштаба месяцев), но по истечении этого времени высказывался только общий интерес к происходящему. Дмитрий Петрович охотно общался на любую тему «по науке», подробно рассказывал о других своих задачах, но детальным планированием исследований своих учеников не занимался. Он не любил того, что можно было бы обозначить словом «исполнительство». Ставка делалась на интерес и инициативу.

Когда из обсуждений и промежуточных письменных отчётов становилось ясно, что материал для публикации собран, давалась команда писать статью. Готовые тексты Дмитрий Петрович читал долго, но ограничивался их косметической правкой. Он обычно говорил, что сам написал бы иначе, но совершенства всё равно не достичь, так что пусть остаётся как есть. Как всё по-настоящему ценное, эта система имела массу плюсов и минусов.

По истечении приблизительно трёх лет работы с Дмитрием Петровичем, т. е. к 1984 году, у меня, как у любого начинающего исследователя, появились первые публикации, накопился материал для новых статей и замаячила перспектива получения ученой (кандидатской) степени. Тем не менее хотелось всё-таки разобраться в той физике, о которой все вокруг говорили. Да, конечно, понятно было, что сливки уже сняты, но всё же...

## 1.7. Включаюсь...

Вот уже 2 года, как появилась обзорная публикация О. П. Сушкова и В. В. Фламбаума [189] в «Успехах физических наук» по  $\mathcal{P}$ -нечётным эффектам в делении и нейтронной оптике. Уже вышли статьи Г. А. Лобова (ИТЭФ, Москва) [186] и ленинградских теоретиков В. Е. Бунакова и В. П. Гудкова [172, 195], в которых разрабатывались альтернативные подходы к тем же проблемам. В дискуссию о механизмах смешивания компаунд-состояний противоположной чётности включились москвичи Д. Ф. Зарецкий и В. К. Сироткин [202], а также воронежцы и дубненцы С. Г. Кадменский, В. П. Маркушев и В. И. Фурман [199]. Наконец, в 1984 году увидел свет обзор В. П. Алфименкова [204], в котором были подведены первые итоги исследований нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности в нейтронно-оптических экспериментах (см. также [190]).

Работая с формулами, описывающими угловые распределения осколков деления спин-ориентированных ядер, я, разумеется, не мог не заметить то слагаемое, которое отвечает за асимметрию вылета лёгкого осколка вдоль и против спина делящегося ядра. В модели О. Бора [29] сильно деформированное ядро проходит через барьер, находясь в состоянии с определённой проекцией  $K$  спина на ось деформации. Так вот, несложно было заметить, что  $\mathcal{P}$ -нечётная асимметрия появляется, если вероятности прохождения для проекций  $K$  и  $-K$  отличаются друг от друга. В этом и состоит нарушение чётности.

В самом деле, ось деформации направляют от тяжелого «протоосколка» к лёгкому, так что единичный вектор  $\mathbf{n}$  вдоль этой оси есть также единичный вектор вдоль импульса  $\mathbf{p}$  лёгкого осколка. Таким образом, чувствительность к проекции  $K = (\mathbf{J}\mathbf{n})$ , где  $\mathbf{J}$  — спин делящегося ядра, есть, фактически, чувствительность к  $\mathcal{P}$ -нечётному скалярному произведению векторов  $(\mathbf{J}\mathbf{p})$ . Всюду далее примем, что  $\mathbf{n} = \mathbf{p}/p$  есть единичный вектор вдоль направления движения лёгкого осколка.

Движимый любопытством, я занялся исследованием самого общего случая. Пусть поляризованные нейтроны делят спин-ориентированные (поляризованные и выстроенные) ядра. Тогда в пространстве имеются три выделенных направления:

вдоль импульса нейтронов (единичный вектор  $\mathbf{n}_k$ ), вдоль оси поляризации нейтронов (единичный вектор  $\mathbf{n}_s$ ) и вдоль оси ориентации ядер-мишеней (единичный вектор  $\mathbf{n}_I$ ). Понятно, что вероятность вылета лёгкого осколка в определённом направлении  $\mathbf{n}$  (т. е. угловое распределение осколков) в этом общем случае описывается довольно громоздким выражением. Ведь ответ должен зависеть от относительной ориентации в пространстве всех четырёх перечисленных направлений:  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$ ,  $\mathbf{n}_I$  и  $\mathbf{n}$ . В этих исследованиях, однако, у меня сложился определённый метод выделения спин-угловых корреляций (подробнее этот метод описан в главе 4).

То, что обычно называется нарушением чётности в делении (эффект, обнаруженный Г. В. Даниляном с сотрудниками [145]), есть корреляция ( $\mathbf{nn}_s$ ) в угловом распределении осколков (асимметрия вылета лёгкого осколка вдоль и против направления спина нейтрона, делящего ядро-мишень). Понятно, что увеличение числа векторов, входящих в ответ, приводит к появлению дополнительных корреляций в угловом распределении. Среди них есть, вообще говоря, дополнительные  $\mathcal{P}$ -нечётные корреляции.

Вот это меня и привлекло. Все укладывалось в знакомую схему: спиновая ориентация ядер-мишеней расширяет круг  $\mathcal{P}$ -нечётных наблюдаемых и, следовательно, позволяет получить дополнительную информацию о механизме нарушения пространственной чётности в делении. Д. П. Гречухин одобрил это рассуждение, и мы с ним написали небольшую заметку [216].

Разумеется, в этой работе анализировался вовсе не общий случай. Мы ограничились учётом захвата одних только  $s$ -волновых (медленных) нейтронов, которым отвечают изотропные сходящиеся и расходящиеся волны; соответственно вектор  $\mathbf{n}_k$  в ответ не входит (отмечу здесь сразу, что вклад от интерференции  $s$ - и  $p$ -волн содержит первую степень вектора  $\mathbf{n}_k$ ; вклад от интерференции  $s$ - и  $d$ -волн и вклад, квадратичный по  $p$ -волнам, содержат вторую степень вектора  $\mathbf{n}_k$  и т. д.). Для ядер-мишеней была рассмотрена ситуация чистого выстраивания; при этом ось выстраивания (вектор  $\mathbf{n}_I$ ) была направлена вдоль оси поляризации нейтронов (вдоль вектора  $\mathbf{n}_s$ ). Изменение в таком эксперименте параметра выстраивания  $p_2(I)$  ядер-мишеней (случай  $p_2(I) = 0$  отвечает «обычной» постановке опыта) должно приводить к уменьшению или увеличению наблюдаемого  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта. Характер этого отклика и несёт дополнительную информацию о нарушении чётности в делении.

Этот опыт так и не был поставлен просто потому, что на практике выстраивание ядер — это довольно трудоемкая процедура. С другой стороны, до сих пор существуют лишь качественные модели, описывающие формирование  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляции в процессе деления ядра; количественного описания данных, полученных на невыстроенных ядрах, нет. Соответственно пока не видно серьезных стимулов для осуществления предложенного нами эксперимента [216] по изучению эффекта нарушения пространственной чётности в делении выстроенных ядер.

### 1.8. Спин-угловые корреляции в амплитуде рассеяния на угол 0

Стремление что-то упростить было, конечно, неслучайным. В самом общем случае дифференциальное сечение деления спин-ориентированных ядер поляризованными нейтронами содержит так много корреляций векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$ ,  $\mathbf{n}_I$  и  $\mathbf{n}$ , что их экспериментальное исследование невозможно. Есть, правда, некоторые естественные ограничения на сложность корреляций. Нейтроны имеют спин  $s = 1/2$  и поэтому могут быть либо неполяризованными (вектор  $\mathbf{n}_s$  в ответ не входит),

либо поляризованными (ответ линеен по вектору  $\mathbf{n}_s$ ); ничего другого быть не может. Далее, ввиду трудоёмкости процесса спиновой ориентации ядер-мишеней, при описании практически осуществимых случаев вектор  $\mathbf{n}_I$  входит в ответ либо в первой степени (что соответствует поляризации ядер со спинами  $I \geq 1/2$ ), либо во второй степени (что соответствует выстраиванию ядер со спинами  $I \geq 1$ ); если спиновая ориентация ядер отсутствует, то вектор  $\mathbf{n}_I$  в ответ, конечно, не входит. Наконец, в случае медленных нейтронов достаточно учесть низшие орбитальные моменты ( $s$ -,  $p$ -,  $d$ -... волны), что, как уже было отмечено, приводит лишь к малым степеням вектора  $\mathbf{n}_k$ . Дополнительное упрощение возникает при интегрировании по всем возможным направлениям вектора  $\mathbf{n}$ , т. е. при переходе от дифференциального сечения к полному.

Вот так, пытаясь разобраться в ситуации, я выписал общее выражение сначала для полного сечения деления, а потом и для полного сечения взаимодействия нейтронов и ядер с учётом всех перечисленных упрощений. Выяснилось, что одни только  $s$ - и  $p$ -волновые нейтроны дают восемь (!) спин-угловых корреляций, связанных с тремя векторами:  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$  и  $\mathbf{n}_I$ . Взявшись за полное сечение взаимодействия, я, конечно, утратил исходную цель — механизм деления. Но меня это не смутило. Новая задача имела самостоятельную ценность.

Отмечу, что в отсутствие спиновой ориентации ядер (т. е. в отсутствие вектора  $\mathbf{n}_I$ ) имеется всего одна корреляция в полном сечении взаимодействия —  $\mathcal{P}$ -нечётное слагаемое  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)$  (ничего другого из двух векторов и не построишь). Ранее уже отмечалось, что исследование именно этой корреляции в полном сечении взаимодействия (т. е. в пропускании нейтронов сквозь ядерные мишени) для тепловых нейтронов впервые было осуществлено М. Форте с сотрудниками [161], а для резонансных нейтронов — сотрудниками ЛНФ ОИЯИ [190, 204].

Главная особенность моего подхода состояла в его бесхитростности. Взяв явное выражение (Б.37), (Б.38) для амплитуды упругого рассеяния нейтрона со спином  $s = 1/2$  на ядре со спином  $I$ , отвечающей изменению  $\sigma \rightarrow \sigma'$  и  $\mu \rightarrow \mu'$  проекций спинов  $s$  и  $I$  соответственно на произвольную ось  $z$ ,

$$f_{\mu'\sigma', \mu\sigma}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}') = \frac{2\pi i}{k} \sum_{JM} \sum_{lj'l'j'} \sum_{m\nu m'\nu'} C_{j\nu I\mu}^{JM} C_{j'\nu' I\mu'}^{JM} \times \quad (1.6)$$

$$\times C_{lm \frac{1}{2}\sigma}^{j\nu} C_{l'm' \frac{1}{2}\sigma'}^{j'\nu'} (\delta_{ll'} \delta_{jj'} - S_J(lj \rightarrow l'j')) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_k) Y_{l'm'}(\mathbf{n}'),$$

и воспользовавшись оптической теоремой (Б.76),

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} \text{Im} \langle f(0) \rangle, \quad (1.7)$$

где скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по спиновым состояниям нейтронов и ядер-мишеней, я выполнил необходимые преобразования и выписал ответ. В формуле (1.6)  $\mathbf{n}'$  есть единичный вектор вдоль импульса рассеянного нейтрона; амплитуда рассеяния на угол  $\theta$  получается при  $\mathbf{n}' = \mathbf{n}_k$ . Вот остальные пояснения:  $k$  — волновое число нейтрона;  $l$  — орбитальный момент нейтрона,  $j$  — полный угловой момент нейтрона ( $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ ),  $J$  — полный угловой момент системы  $\mathbf{J} = \mathbf{j} + \mathbf{I}$ ,  $M$  — проекция  $J$  на ось  $z$ ; величины  $J$  и  $M$  сохраняются при взаимодействии нейтрона с ядром;  $S_J(lj \rightarrow l'j')$  — элементы  $S$ -матрицы.

Мне, конечно, неизвестно, проделывал ли кто-нибудь до меня такое же вычисление, ничего не предполагая ни о явном виде, ни о свойствах симметрии элементов  $S$ -матрицы (амплитуд переходов),  $S_J(lj \rightarrow l'j')$ . Но, похоже, я оказался первым, кто опубликовал результат. Если ограничиться учётом одних только  $s$ - и  $p$ -волн,

то ответ выражается через девять таких амплитуд, поскольку двойной индекс  $lj$  принимает лишь три значения:  $s\frac{1}{2}$ ,  $p\frac{1}{2}$  и  $p\frac{3}{2}$ .

Я здесь выпишу результат для амплитуды рассеяния на угол 0, усреднённой по спиновому состоянию ансамбля ориентированных (поляризованных и выстроенных) ядер. Эта амплитуда  $f_{\sigma'\sigma}(0)$  представляет собой матрицу размерностью  $2 \times 2$  в пространстве спиновых состояний нейтрона и, следовательно, может быть разложена по матрицами Паули  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$ . Результат имеет следующий вид: <sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} f(0) = & a_0 + a_1 p_1(I) (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_I) + a_2 p_1(I) (3(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_k)(\mathbf{n}_I \mathbf{n}_k) - (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_I)) + \\ & + a_3 p_2(I) (3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 - 1) + \\ & + b_1 (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_k) + b_2 p_1(I) (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I) + b_3 p_2(I) (3(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_I)(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I) - (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_k)) + \\ & + c_1 p_1(I) (\boldsymbol{\sigma} [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]) + c_2 p_2(I) (\boldsymbol{\sigma} [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]) (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь  $p_1(I)$  и  $p_2(I)$  — параметры поляризации и выстроенности ядер соответственно. Величины  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  были выражены через элементы S-матрицы (результаты приведены в моих публикациях [228, 241, 357] и воспроизведены ниже).

Подставляя (1.8) в (1.7) и принимая во внимание, что <sup>2)</sup>

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = p_1(s) \mathbf{n}_s, \quad (1.9)$$

где  $p_1(s)$  — поляризация нейтронов, легко получить явное выражение для полного сечения взаимодействия. Поскольку, в частности,

$$a_0 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J g_J \sum_{lj} (1 - S_J(lj \rightarrow lj)), \quad (1.10)$$

где  $\lambda = 1/k$  и  $g_J = (2J + 1)/((2I + 1)(2s + 1))$  есть статистический фактор, то для полного сечения взаимодействия неполяризованных нейтронов с неориентированными ядрами получим известную формулу

$$\sigma_0 = 2\pi\lambda^2 \sum_J g_J \sum_{lj} (1 - \text{Re } S_J(lj \rightarrow lj)). \quad (1.11)$$

Признаком нарушения пространственной чётности являются псевдоскалярные комбинации векторов. В рассматриваемом случае инверсия координатных осей приводит к преобразованию

$$\mathcal{P}: \quad \mathbf{n}_k \rightarrow -\mathbf{n}_k, \quad \mathbf{n}_s \rightarrow \mathbf{n}_s, \quad \mathbf{n}_I \rightarrow \mathbf{n}_I. \quad (1.12)$$

В формулу для полного сечения, которая получается из (1.8),  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции входят с коэффициентами  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  и  $c_2$ , тогда как  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  и  $c_1$  являются коэффициентами при  $\mathcal{P}$ -нечётных корреляциях.

Таким образом, мне сразу очень многое стало понятно в физике нейтрон-ядерного взаимодействия. В самом деле, благодаря тому что ничего не отбрасывалось и не упрощалось, полученная формула для полного сечения взаимодействия ядер с медленными нейтронами вобрала в себя все спиновые эффекты, которые только могут существовать, как  $\mathcal{P}$ -чётные, так и  $\mathcal{P}$ -нечётные. Далее, выбирая элементы S-матрицы, например в брейт-вигнеровской форме, я мог воспроизвести энергетическую зависимость этих спиновых эффектов вблизи изолированного нейтронного резонанса и т. п.

<sup>1)</sup> В разделе 4.2 подробно разъяснено, как из (1.6) получается (1.8).

<sup>2)</sup> См., например, (A.23) с учётом  $P \equiv p_1(s)$ .



### 1.9. Свойства S-матрицы и наблюдаемые

Сильное впечатление произвело на меня следующее обстоятельство. Оказалось, что формулы, связывающие коэффициенты  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  с элементами S-матрицы, сами по себе очень выразительны. Многое можно понять, даже не обращаясь к модельным выражениям для величин  $S_J(lj \rightarrow l'j')$ .

Если ограничиться учётом  $s$ - и  $p$ -волн, то амплитуды  $S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})$  и  $S_J(1j \rightarrow 1j')$ , очевидно, описывают переходы с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности. Следовательно, естественно ожидать, что только этими амплитудами определяются коэффициенты при  $\mathcal{P}$ -чётных корреляциях. Так и вышло:

$$a_1 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J \left( A_1^J (1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) + \sum_{jj'} A_2^{jj'J} (\delta_{jj'} - S_J(1j \rightarrow 1j')) \right), \quad (1.13)$$

$$a_2 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J \sum_{jj'} A_3^{jj'J} (\delta_{jj'} - S_J(1j \rightarrow 1j')), \quad (1.14)$$

$$a_3 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J \sum_{jj'} A_4^{jj'J} (\delta_{jj'} - S_J(1j \rightarrow 1j')), \quad (1.15)$$

$$c_2 = \frac{\lambda}{2} \sum_J C_2^J (S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) - S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})). \quad (1.16)$$

В то же время амплитуды  $S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j)$  и  $S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})$  соответствуют переходам с нарушением  $\mathcal{P}$ -чётности. Поэтому для коэффициентов при  $\mathcal{P}$ -нечётных корреляциях имеем

$$b_1 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J g_J (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) + S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (1.17)$$

$$b_2 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J \sum_j B_1^{jJ} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) + S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (1.18)$$

$$b_3 = \frac{i\lambda}{2} \sum_J B_2^J (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) + S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (1.19)$$

$$c_1 = \frac{\lambda}{2} \sum_J \sum_j C_1^{jJ} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) - S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})). \quad (1.20)$$

Явные выражения для численных коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  [228, 241, 357] определяются формулами (Б.87)–(Б.94).

Особого внимания заслуживают две последние корреляции в формуле (1.8). Хорошо известно (это доказано, например, в обзоре А. М. Лейна и Р. Г. Томаса [49]), что условие инвариантности относительно обращения времени ( $\mathcal{T}$ -инвариантности) накладывает следующее ограничение на вид S-матрицы:

$$S_J(lj \rightarrow l'j') = S_J(l'j' \rightarrow lj). \quad (1.21)$$

Отсюда сразу ясно, что указанные корреляции, пропорциональные  $c_1$  (1.20) и  $c_2$  (1.16), могут быть использованы для проверки  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

Формально, кстати, обращение времени приводит к следующему преобразованию векторов:

$$\mathcal{T} : \mathbf{n}_k \rightarrow -\mathbf{n}_k, \quad \mathbf{n}_s \rightarrow -\mathbf{n}_s, \quad \mathbf{n}_l \rightarrow -\mathbf{n}_l. \quad (1.22)$$

Легко видеть, что обе последние корреляции в формуле (1.8) меняют знак при обращении времени, т. е. являются  $\mathcal{T}$ -нечётными. На самом деле, как будет показано уже в следующей главе,  $\mathcal{T}$ -нечётность спин-угловой корреляции вовсе не означает, что она связана с нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Здесь всё не так просто, как в случае с пространственной чётностью. Там  $\mathcal{P}$ -нечётность (псевдоскалярность) корреляции прямо указывает на её связь с нарушением  $\mathcal{P}$ -инвариантности.

Различие определяется тем, что оператор обращения времени  $\hat{\mathcal{T}}$  является антиунитарным. Поэтому ему в соответствие не могут быть поставлены определённые собственные векторы и определённые собственные значения (подробности можно найти в монографии О. Бора и Б. Р. Моттelsonа [95]). Другими словами, не существует такого квантового числа, как  $\mathcal{T}$ -чётность. Всё, что может быть сделано (и делается), это следующее. В условиях  $\mathcal{T}$ -инвариантности фазы собственных векторов операторов углового момента всегда могут быть выбраны такими, что

$$\hat{\mathcal{T}}|JM\rangle = (-1)^{J+M}|J-M\rangle. \quad (1.23)$$

Условие симметрии S-матрицы (1.21) возникает именно при таком (стандартном) выборе фаз векторов состояний. Это же предположение о фазах использовалось и при выводе общего выражения (1.6) для амплитуды упругого рассеяния.

Таким образом, в общем случае,  $\mathcal{T}$ -нечётность некоторой скалярной комбинации векторов не является признаком того, что обнаружение данной комбинации станет свидетельством нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Однако обе последние корреляции в формуле (1.8) могут быть по праву названы  $\mathcal{T}$ -неинвариантными. Ведь величины  $c_1$  (1.20) и  $c_2$  (1.16) отличны от нуля лишь при отсутствии симметрии S-матрицы (1.21), возможно, в свою очередь, лишь если нарушена  $\mathcal{T}$ -инвариантность. Таким образом,  $\mathcal{T}$ -нечётность корреляций, пропорциональных  $c_1$  и  $c_2$ , есть лишь побочный признак (по-видимому, естественный) того, что эти корреляции являются  $\mathcal{T}$ -неинвариантными.

### 1.10. Физика спин-угловых корреляций

Выше уже было сказано, что в отсутствие ориентации ядер-мишеней в формуле (1.8) остаётся только одна корреляция ( $\sigma\mathbf{n}_k$ ), обусловленная нарушением пространственной чётности. Именно для этой корреляции О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом в 1980 году было предсказано резкое (как динамическое, так и кинематическое) усиление в  $p$ -волновых резонансах, что уже в 1981–1982 гг. было подтверждено в экспериментах [169, 179, 190, 204]. Аналогичным образом и другие корреляции в формуле (1.8) (или в формуле для полного сечения), как оказалось, так или иначе ранее уже обсуждались.

Самая известная корреляция (пропорциональная  $a_1$ ), спин-спиновое взаимодействие ( $\sigma\mathbf{n}_l$ ), впервые подробно разбиралась М. Е. Роузом [9] в 1949 году (один из наиболее эффективных методов поляризации медленных нейтронов, состоящий в их пропускании сквозь поляризованную протонную мишень, основан именно на спин-спиновом взаимодействии). Корреляция, связанные с коэффициентами  $a_2$  и  $a_3$ , возникающие при спиновой ориентации ядер, впервые, по-видимому, были выписаны в статье дубненских физиков В. П. Алфименкова, В. Н. Ефимова, Ц. Ц. Пантелеева и Ю. И. Фенина [119], вышедшей в 1973 году.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Ф. Л. Шапиро, работавший в ЛНФ ОИЯИ, активно интересовался спин-ориентированными ядрами и передал этот интерес многим своим сотрудникам. О его роли в инициа-

Эффекты, связанные с корреляцией  $\sim (3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 - 1)$ , пропорциональной  $a_3$ , всюду далее мы будем называть деформационными, следуя терминологии П. Р. Хуффмана, К. Р. Гулда и Д. Г. Хааса [381]. В самом деле, эту корреляцию в полном сечении можно наглядно представить следующим образом. Предположим, что ядро представляет собой вытянутый сфероид со спином  $\mathbf{I}$ , направленным вдоль главной оси. Тогда очевидно, что различным ориентациям вектора  $\mathbf{I}$  относительно направления  $\mathbf{n}_k$  нейтронного пучка соответствуют различные поперечные сечения ядра.

Что же касается всех остальных слагаемых в формуле (1.8), то они стали обсуждаться совсем незадолго до 1985 года. Начну с работ П. К. Кабира [184] и Л. Стодольского [188], опубликованных в 1982 году. Их смысл состоял в следующем. Если установлено, что взаимодействие поляризованных нейтронов с ядрами очень чувствительно к нарушению пространственной чётности (к корреляции  $(\sigma \mathbf{n}_k)$ ), то почему бы не поискать 3-векторную корреляцию  $(\sigma[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I])$ ? Авторы указанных работ привели аргументы в пользу того, что эта  $\mathcal{T}$ -нечётная (и  $\mathcal{P}$ -нечётная) корреляция чувствительна к нарушению  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Разумеется, появление вектора  $\mathbf{n}_I$  означает, что ядра-мишени должны быть поляризованы.

Любопытно, что оценки, выполненные П. К. Кабиром и Л. Стодольским, не были оптимистическими. Однако уже в том же 1982 году В. Е. Бунаков и В. П. Гудков [180, 181] показали, что в  $p$ -волновом резонансе вклад сил, нарушающих  $\mathcal{P}$ -чётность и  $\mathcal{T}$ -инвариантность, в 3-векторную корреляцию должен быть так же динамически и кинематически усилен, как это происходит с вкладом  $\mathcal{P}$ -нечётных сил в корреляцию  $(\sigma \mathbf{n}_k)$ .

На другой аспект проблемы обратил внимание В. Г. Барышевский, который в 1983 году опубликовал сначала небольшую заметку [192], а затем более подробную работу [193]. При взаимодействии поляризованных нейтронов с ориентированными ядрами помимо 3-векторной  $\mathcal{P}$ -нечётной и  $\mathcal{T}$ -неинвариантной корреляции, должны возникать дополнительные  $\mathcal{P}$ -нечётные корреляции, не связанные с нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Другими словами, В. Г. Барышевский впервые указал на существование в формуле (1.8) корреляций, пропорциональных коэффициентам  $b_2$  и  $b_3$ <sup>1)</sup>.

Однако рассуждения автора [192, 193] значительно отличались от моих. Они основывались скорее на переборе всех возможных корреляций векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$  и  $\mathbf{n}_I$ . И только потом ставился вопрос об их величинах. Характерно, что  $\mathcal{T}$ -неинвариантная 5-векторная корреляция, пропорциональная коэффициенту  $c_2$ , отсутствовала в первой публикации [192]; в работе [193] эта корреляция в амплитуде упругого рассеяния на угол 0 приведена в форме  $(\sigma[\mathbf{n}_k \times n_{ki} \langle Q_{ij} \rangle])$ , где тензор  $\langle Q_{ij} \rangle$  квадратичен по составляющим вектора  $\mathbf{I}$ .

Однако коэффициент при 5-векторной корреляции (в отличие от коэффициента при 3-векторной корреляции) не был вычислен. В [193] это было обосновано так. 3-векторная корреляция содержит вектор  $\mathbf{n}_k$  в первой степени, т. е. обусловлена интерференцией нейтронных  $s$ - и  $p$ -волн, тогда как 5-векторная корреляция квадратична по  $\mathbf{n}_k$ , т. е. квадратична по  $p$ -волнам (или, можно добавить, обусловлена интерференцией  $s$ - и  $d$ -волн). Поскольку в случае медленных нейтронов вклады парциальных волн быстро убывают с ростом  $l$ , то  $\mathcal{T}$ -неинвариантная 5-векторная

ции и развитии соответствующих экспериментов рассказано, к примеру, в публикациях [337, 344] (вошедших в сборник статей, посвящённых 80-летию Ф. Л. Шапиро).

<sup>1)</sup> Экспериментальное исследование корреляции импульса нейтрона и спина ядра, т. е. слагаемого в (1.8), пропорционального  $b_2$ , было выполнено в 1990-е годы в ЛНФ ОИЯИ [345].

корреляция есть лишь малая поправка к  $\mathcal{T}$ -неинвариантной 3-векторной корреляции.

На самом же деле достаточно внимательно присмотреться к формулам (1.16) и (1.20) для коэффициентов  $c_2$  и  $c_1$  5-векторной и 3-векторных корреляций соответственно, чтобы сразу понять, что этим корреляциям отвечает совершенно разная физика. 3-векторная корреляция определяется разностью амплитуд, каждая из которых отлична от нуля лишь при условии, что нарушается  $\mathcal{P}$ -инвариантность, иными словами, 3-векторная корреляция является  $\mathcal{T}$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -нечётной. В то же время 5-векторная корреляция никак не связана с нарушением  $\mathcal{P}$ -инвариантности, т. е. является  $\mathcal{T}$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -чётной. Таким образом, 3-векторная и 5-векторная корреляции чувствительны к разным типам фундаментальных взаимодействий, нарушающих  $\mathcal{T}$ -инвариантность; их называют соответственно  $\mathcal{TV}\mathcal{P}\mathcal{V}$ - ( $\mathcal{T}$  Violating,  $\mathcal{P}$  Violating) и  $\mathcal{TV}\mathcal{P}\mathcal{C}$ - ( $\mathcal{T}$  Violating,  $\mathcal{P}$  Conserving) взаимодействиями.

### 1.11. Проблема $\mathcal{T}$ -инвариантности

Ц. Д. Ли и Ч. Н. Янг сразу после публикации статьи [30], где была высказана гипотеза о нарушении  $\mathcal{P}$ -чётности в слабых взаимодействиях, совместно с Р. Эме обратились к анализу более общей проблемы [36]. Что если симметрии относительно зарядового сопряжения ( $\mathcal{C}$ ) и относительно обращения времени ( $\mathcal{T}$ ) также не являются точными? При этом сразу было указано, что раздельное нарушение  $\mathcal{C}$ -,  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ - симметрий может происходить таким образом, что весьма общее утверждение Людерса–Паули о неизменности фундаментальных взаимодействий при комбинированном  $\mathcal{C}$ -,  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ - преобразовании ( $\mathcal{CPT}$ -теорема) останется верным. В настоящее время нет оснований сомневаться в справедливости  $\mathcal{CPT}$ -инвариантности.

В рамках гипотезы о двухкомпонентном нейтрино, выдвинутой в 1957 году Ц. Д. Ли и Ч. Н. Янгом [35] и Л. Д. Ландау [34], слабые взаимодействия  $\mathcal{CP}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантны. Однако в 1964 году Дж. В. Кронин и его сотрудники [70] обнаружили эффект нарушения  $\mathcal{CP}$ -чётности в распаде  $K^0$ -мезонов. Это означало, что некоторое  $\mathcal{CP}$ -неинвариантное и, если  $\mathcal{CPT}$ -теорема справедлива, то и  $\mathcal{T}$ -неинвариантное, фундаментальное взаимодействие реально существует. Однако природа этого взаимодействия до сих пор остаётся загадкой.

Причина столь малого знания о столь важном предмете, как нарушение инвариантности относительно обращения времени, состоит, очевидно, в следующем. Круг явлений, в которых  $\mathcal{CP}$ -нарушение обнаруживает себя, очень узок. Долгое время это были одни только распады  $K^0$ -мезонов, и лишь совсем недавно к ним присоединились распады  $B^0$ -мезонов [452, 455]. В конце 1990-х годов появились также сообщения о наблюдении прямого нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности в распадах  $K^0$ -мезонов, с которыми, однако, не все соглашаются<sup>1)</sup>.

Однако за прошедшие десятилетия было предпринято немало попыток найти  $\mathcal{T}$ -неинвариантные явления. Уже в пионерской работе Ц. Д. Ли и Ч. Н. Янга [30] 1956 года был поставлен вопрос об измерении электрических дипольных моментов (ЭДМ) элементарных частиц с отличными от нуля спинами. Такие ЭДМ, как вскоре было осознано, могут существовать, лишь если помимо  $\mathcal{P}$ -инвариантности нарушается также и  $\mathcal{T}$ -инвариантность.

<sup>1)</sup> Ссылки на эти эксперименты, а также на статьи, в которых было подвергнуто сомнению обнаружение нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности, можно, найти, к примеру, в работе Х.-Дж. Гербера [433] 2004 года. Этот автор, кстати, считает, что в одном из экспериментов открытие имело место.

В монографии И. Б. Хрипловича и С. К. Ламоро [369], вышедшей в 1997 году, имеется подробный рассказ о том, как опускалась планка, устанавливающая верхний предел ЭДМ нейтрона. В 1956 году, в соответствии со статьей [30], верхнее ограничение составляло  $5 \cdot 10^{-20}$  е·см. Этот результат был получен ещё в 1951 году Дж. Х. Смитом, Е. М. Парселлом и Н. Ф. Рамси, но опубликован лишь в 1957-м [40], после того, как была осознана его важность. В 1960-е годы пороговым стало значение  $6 \cdot 10^{-22}$  е·см [84, 87]. А к концу 1970-х верхний предел был доведён до величины  $3 \cdot 10^{-24}$  е·см [146].

Дальше сложно было продвинуться с помощью обычной техники, с нейтронными пучками, выходящими из реактора. К счастью, появился альтернативный метод, основанный на хранении ультрахолодных нейтронов в ограниченных объёмах. В 1980-е годы его освоили как в Институте Лауэ–Ланжевена (Institut Laue–Langevin — ILL) в Гренобле (Франция), так и в ЛИЯФ. К началу 1990-х обе группы [280, 296] вышли примерно на одно и то же ограничение:

$$d_n < (1 - 2) \cdot 10^{-25} \text{ е} \cdot \text{см}. \quad (1.24)$$

На этом рубеже эксперимент в Гатчине был завершён, но в Гренобле измерения продолжались. В 1999 году предел опустился до величины  $6 \cdot 10^{-26}$  е·см [391], тогда как в 2006-м было достигнуто значение  $3 \cdot 10^{-26}$  е·см [444]. Эти результаты будут проверены и, по-видимому, улучшены лишь с помощью новых, более мощных установок по производству ультрахолодных нейтронов, которые сейчас сооружаются (см., например, [449, 461, 465]).

Важным схожим источником сведений о  $T$ -инвариантности являются также верхние ограничения на ЭДМ атомов [258, 369, 467]. Кроме того, возможен поиск ЭДМ легчайших ядер — см., например, [464].

Исследования ЭДМ элементарных объектов — это, конечно, не единственный способ поиска фундаментальных взаимодействий, нарушающих  $T$ -инвариантность. Целый ряд методов, связанных со спин-угловыми корреляциями в  $\beta$ - и  $\gamma$ -распадах, а также с ядерными реакциями, описан в монографиях О. Бора и Б. Р. Моттельсона [95] и Р. Дж. Блин-Стойла [120], вышедших на рубеже 1960-х и 1970-х годов. Однако многие описанные там эксперименты были, конечно же, повторены в улучшенных условиях за прошедшие с тех пор годы.

Интерес к ним был довольно высок как раз в 1970-е и 1980-е годы, когда ограничения на ЭДМ частиц были не очень значительными. Новые результаты по  $T$ -неинвариантным угловым корреляциям в  $\beta$ - и  $\gamma$ -распадах были представлены в статьях [144, 218]. В работе [194] была улучшена точность проверки детального равновесия в реакциях  $^{27}\text{Al} + p \leftrightarrow ^{24}\text{Mg} + \alpha$ . Равенство поляризации и асимметрии в рассеянии протонов на протонах было предметом исследования в эксперименте [231] (это равенство, известное также как  $P$ - $A$  теорема, и его обобщения обсуждаются в разделе 5.6).

Любопытно, что во всех перечисленных работах изучались  $T$ -неинвариантные, но  $P$ -чётные эффекты. При том что ЭДМ частиц, как уже было сказано, может возникать только при одновременном нарушении  $T$ -инвариантности и  $P$ -чётности. Однако раз природа  $T$ -неинвариантного взаимодействия неизвестна, то не может быть и единого мнения о том, сохраняет оно  $P$ -инвариантность или нет. Нужно, следовательно, искать явления, которые могут быть обусловлены гипотетическими как  $TVP$ -, так и  $TVPV$ -силами <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Отдельного упоминания заслуживают эксперименты по изучению  $TV$ -эффектов в мёсбауэровских  $\gamma$ -переходах — см., например, одну из последних статей В. Г. Циноева с сотрудниками [459]. В этой книге  $\gamma$ -переходы обсуждаются лишь в связи с реакцией

### 1.12. Гипотезы о природе $TVPV$ - и $TVPC$ -взаимодействий

В октябре 1995 года мне посчастливилось принять участие в рабочем совещании «Parity and Time Reversal Violation in Compound Nuclear States and Related Topics», которое проходило в небольшом итальянском городке Тренто. Это северная часть страны; город уютно разместился в долине среди живописных пологих гор. Совещание было организовано в ЕСТ\* (European Centre for Theoretical Studies in Nuclear Physics and Related Areas), расположенном на северной окраине Тренто, на склоне горы, т. е. над городом. По утрам рейсовый автобус доставлял участников совещания к ЕСТ\*. Вечерами же мы с коллегами часто превращали спуск в город в увлекательную прогулку.

ЕСТ\* произвел на меня сильное впечатление своей абсолютной непохожестью на отечественные институты. Его научный штат состоял, как я понял, из директора, Нобелевского лауреата Б. Р. Моттельсона, несколько «кадровых» сотрудников и начинающих исследователей, приезжавших на относительно короткие сроки. Соответственно и здание совсем небольшое, в два-три этажа. В этом центре, однако, чуть не каждый месяц или даже чаще проходили конференции по сравнительно узкой тематике, связанной, конечно, с ядерной физикой, с участием небольшого числа заинтересованных специалистов. Возможно, в проведении таких совещаний и состояла основная задача центра.

В нашем случае конференция длилась две недели (с перерывом на два выходных дня), каждому выступающему давалось минут 30, и дискуссии после докладов выходили иногда довольно длинные. В общем, это было по-настоящему рабочее совещание. На заседаниях время от времени появлялся Б. Р. Моттельсон, худощавый, улыбающийся и стремительный, слушал, задавал вопросы (всегда очень эмоционально), снова исчезал.

Ещё в московском аэропорту «Шереметьево» я познакомился с И. Б. Хрипловичем, известным теоретиком из Новосибирска, автором монографии [258], который также направлялся в Тренто. В это время он, по-видимому, уже работал над книгой [369] (в соавторстве с С. К. Ламоро). Многое из того, что я знаю о взаимодействиях, нарушающих  $T$ -инвариантность, я вынес из общения с Иосифом Бенционовичем в перерывах между заседаниями.<sup>1)</sup> Кроме того, на самом совещании доклады по этой же теме были сделаны П. Херцегом [350] и В. П. Гудковым [349].

Если ограничиться самым существенным, то выйдет следующее. Стандартная Модель (СМ) слабых взаимодействий кварков и лептонов позволяет ввести нарушение  $T$ -инвариантности путем добавления фазы к одному из элементов матрицы Кобаяши–Маскава (эта матрица описывает смешивание кварков трёх поколений). Похоже, что этим способом можно описать все наблюдаемые  $CP$ -неинвариантные эффекты в распадах  $K^0$ -мезонов,<sup>2)</sup> а также то, что обнаруживается в распадах  $B^0$ -мезонов [452, 455]. Однако в случае  $K^0$ - и  $B^0$ -мезонов речь идёт о смешивании состояний, отличающихся по странности на  $\Delta S = 2$ . В нелептонных же процессах, к которым относятся нуклон-нуклонные взаимодействия,  $\Delta S = 0$ . Поэтому СМ

( $n, \gamma$ ). За пределами монографии осталась также целая область — спин-угловые корреляции во взаимодействии  $\gamma$ -квантов (фотонов) с ядрами (атомами и молекулами);  $PV$  и  $TV$ -эффекты в таком взаимодействии рассматривались, например, в статье В. Р. Скоя [403].

<sup>1)</sup> На один из первых моих вопросов о причинах нарушения  $T$ -инвариантности И. Б. Хриплович ответил: «Если воспользоваться образами Остапа Бендера, то можно сказать так: нет плодотворной дебютной идеи...»

<sup>2)</sup> Это вопрос, в частности, подробно разобран в обзоре Е. П. Шабалина [409].

приводит к столь слабым  $TVPV$ - и  $TVPC$ -взаимодействиям, что обнаружить их практически невозможно.<sup>1)</sup>

В качестве источников  $TVPV$ -сил, которые могут привести к реально наблюдаемым эффектам, рассматриваются либо  $\psi$ -член в лагранжиане квантовой хромодинамики ( $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантная добавка, которую обычно принимают равной нулю), либо специальные поля, отсутствующие в СМ (в этом случае говорят о выходе за пределы СМ). Существенно, что соответствующие модели обладают свойством перенормируемости. В настоящее время наибольшее внимание уделяется моделям с дополнительными полями Хиггса, суперсимметричным обобщениям СМ, а также подходам, основанным на нарушении лево-правой симметрии.<sup>2)</sup>

Несколько иначе обстоит дело с  $TVPC$ -силами. По утверждению П. Херцгега [350] в любой перенормируемой модели, выходящей за пределы СМ и содержащей  $TVPC$ -силы, в низших порядках теории возмущений  $\mathcal{T}$ -неинвариантные, но  $\mathcal{P}$ -чётные эффекты отсутствуют. Такие эффекты возникают лишь в высших порядках. Таким образом, перенормируемые модели с  $TVPC$ -взаимодействиями приводят лишь к очень малым наблюдаемым величинам.

Впрочем феноменологические, перенормируемые модели  $TVPC$ -взаимодействий тоже обсуждаются. Ведь сегодня нельзя исключить, что в данный момент мы просто не всё понимаем. Может быть существует некоторая перенормируемая теория, которая в определённом пределе приводит к указанным эффективным  $TVPC$ -взаимодействиям.

В любом случае, как бы ни вводились  $TVPV$ - и  $TVPC$ -взаимодействия на уровне кварков и лептонов, эти взаимодействия обладают, конечно, очень малыми радиусами действия. Характерные расстояния между нуклонами в ядрах существенно превышают эти радиусы. Соответственно взаимодействия между нуклонами удобно описывать в рамках представления об обмене мезонами, самым лёгким из которых является  $\pi$ -мезон. Понятно, что  $\mathcal{T}$ -неинвариантные взаимодействия на уровне кварков так или иначе трансформируются в  $\mathcal{T}$ -неинвариантные взаимодействия между мезонами и нуклонами.<sup>3)</sup>

Наибольший вклад в нуклон-нуклонные  $TVPV$ -силы вносит  $\pi$ -мезон; соответствующая  $\mathcal{T}$ -неинвариантная постоянная связи  $\pi$ -мезона и нуклона обозначается

<sup>1)</sup> В 2003 году появилась работа Г. Ксу и Е. В. Хунгерфорда [428], где обсуждаются 3-векторная и 5-векторная корреляции в полном сечении взаимодействия релятивистских сталкивающихся частиц. Там, среди прочего, указано, что эти корреляции нечувствительны к  $\mathcal{T}$ -неинвариантной фазе в матрице Кобаяши-Маскава и, следовательно, их следует рассматривать как инструмент поиска явлений, не укладывающихся в рамки СМ.

<sup>2)</sup> Подробное обсуждение этих моделей применительно к экспериментам на ускорителях можно найти, к примеру, в обзоре Е. П. Шабалина [409].

<sup>3)</sup> Подобная модель нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности в нуклон-нуклонных взаимодействиях через обмен  $\pi$ -,  $\rho$ - и  $\omega$ -мезонами была предложена в 1980 году Б. Делланком, Дж. Ф. Донохью и Б. Холстеном [159]. В этой модели имеются 7 постоянных слабой связи мезонов и нуклонов, которые, в принципе, могут быть найдены из сравнения расчётных величин с измеренными. В настоящее время, однако, нет ясности даже по численному значению наиболее важной постоянной  $h_{\pi NN}$ , определяющей слабую связь  $\pi$ -мезона и нуклона и, соответственно, дальнедействующую часть слабого нуклон-нуклонного потенциала (постоянные  $h_{\pi NN}$ , извлекаемые из разных экспериментов, не согласуются друг с другом). Эта проблема, в частности, обсуждалась Б. Делланком в обзоре [379] 1998 года. Сейчас ведётся подготовка сразу нескольких экспериментов по взаимодействию медленных нейтронов с протонами и лёгчайшими ядрами, которые, как ожидается, позволят определить по крайней мере  $h_{\pi NN}$ ; см., например, обзорные работы Дж. С. Нико и В. М. Сноу [441, 442], опубликованные в 2005 году или недавние расчёты [463].

$\bar{g}_{\pi NN}^{(T)}$ , где  $T = 0, 1$  или  $2$  есть изоспин оператора связи. В то же время в приближении одноопионного обмена невозможно получить нуклон-нуклонные  $TVP\mathcal{C}$ -силы; в 1975 году М. Симониус [135] показал, что основной вклад в данном случае вносят векторные заряженные  $\rho^\pm$ -мезоны. Соответствующая  $T$ -неинвариантная постоянная связи  $\rho$ -мезона и нуклона обозначается  $\bar{g}_{\rho NN}$  (изоспин оператора связи здесь равен единице).

### 1.13. Эволюция представлений о $T\mathcal{V}$ -силах

В главе 10 монографии Р. Дж. Блин-Стойла [120], вышедшей в 1973 году, представлена классификация предложенных к тому времени теорий, нарушающих  $T$ -инвариантность. К одному классу автор отнёс миллисильные и электромагнитные  $TVP\mathcal{C}$ -взаимодействия. Введём безразмерную постоянную  $\lambda_T$ , характеризующую их величину. В [120] предполагалось, что, поскольку  $T$ -неинвариантные эффекты в распадах  $K^0$ -мезонов имеют масштаб  $10^{-3}$ , то и  $\lambda_T \sim 10^{-3}$ . Это означало, в частности, что ядерные  $TVP\mathcal{C}$ -эффекты могут быть обнаружены на этом же уровне точности. По-видимому, это был хороший стимул для начала тех поисков  $T$ -неинвариантных и  $\mathcal{P}$ -чётных явлений, о которых шла речь в разделе 1.11.

Другой класс составили миллислабые  $TVP\mathcal{V}$ -взаимодействия, интенсивность которых относительно обычных  $\mathcal{P}\mathcal{V}$ -сил можно охарактеризовать величиной  $\lambda_{PT}$ . По мнению Р. Дж. Блин-Стойла, они могут лишь слегка (в меру  $\lambda_{PT}$ ) исказить процессы, обусловленные слабым взаимодействием, такие, как  $\beta$ -распад. Нет смысла искать их где-либо ещё. Поскольку, в частности, распады  $K^0$ -мезонов являются слабыми, то можно ожидать, что  $\lambda_{PT} \sim 10^{-3}$ . И, наконец, в отдельный класс была выделена гипотеза Л. Вольфенштейна [73] о сверхслабом взаимодействии, не проверяемая с помощью ядерных эффектов (в 1990-е годы результаты исследований распадов  $K^0$ -мезонов позволили исключить эту модель [409]).

Предположив, что ЭДМ нейтрона возникает за счёт совместного действия обычных  $\mathcal{P}\mathcal{V}$ -сил и гипотетических  $TVP\mathcal{C}$ -сил, получим оценку

$$d_n \sim e \langle r \rangle Gm_\pi^2 \lambda_T. \quad (1.25)$$

Здесь  $\langle r \rangle \sim 10^{-14}$  см — характерный радиус нейтрона, в качестве которого взята его комптоновская длина волны, а безразмерный фактор  $Gm_\pi^2 \sim 10^{-7}$  задаёт масштаб нарушения  $\mathcal{P}$ -инвариантности. Тогда из ограничения  $d_n < 10^{-24}$  е·см, характерного для начала 1980-х годов, выводим:  $\lambda_T < 10^{-3}$ .

Таким образом, в 1980-е годы наметился конфликт с ожидавшимся значением  $\lambda_T \sim 10^{-3}$ . Поначалу он не выглядел драматичным, так как оценки являются порядковыми. Соответственно довольно естественно выглядели прямые поиски  $T$ -неинвариантных и  $\mathcal{P}$ -чётных эффектов, чувствительные к значениям параметра  $\lambda_T$  в области  $10^{-2}$ – $10^{-3}$ . Ещё раз сошлусь здесь на работы [144, 194, 218, 231], опубликованные в конце 1970-х и в 1980-е годы и посвящённые, как выше уже было сказано, поискам  $T$ -неинвариантных сил в  $\beta$ - и  $\gamma$ -распадах, а также в ядерных реакциях. В них были получены ограничения на  $\lambda_T$ , лежащие именно в указанном интервале.

Что же касается  $TVP\mathcal{V}$ -сил, то для них грубая оценка ЭДМ нейтрона, аналогичная (1.25), имеет вид

$$d_n \sim e \langle r \rangle Gm_\pi^2 \lambda_{PT}. \quad (1.26)$$

В самом деле, ведь параметр  $\lambda_{PT}$  характеризует интенсивность этих сил относительно слабых, которые имеют масштаб  $Gm_\pi^2$ . Соответственно верхние пределы



для  $\lambda_{RT}$  из данных по ЭДМ нейтрона получаются точно такими же, как для параметра  $\lambda_T$ .

Переход к ограничению (1.24) означал, что  $\lambda_T < 10^{-4}$  и  $\lambda_{RT} < 10^{-4}$ . Поэтому уже в 1980-е годы о миллисильных и электромагнитных взаимодействиях, так же как о миллислабых, стали говорить всё реже и реже. В 1990-е об этих гипотезах перестали даже упоминать (терминология, принятая в начале 1970-х годов, вышла из употребления прямо у меня на глазах). В действительности же, прогресс в области измерений ЭДМ частиц не сводит к нулю ценность поисков  $T$ -неинвариантных эффектов в ядерных процессах. Даже если в них получаются более слабые ограничения на  $\lambda_T$  и  $\lambda_{RT}$ , нежели те, которые следуют из соотношений (1.25) и (1.26) или из их более изопрённых аналогов.

Дело в том, что изменился взгляд на силы, нарушающие  $T$ -инвариантность. В начале казалось, что имеется только один источник таких сил, ответственный за эффекты в распадах  $K^0$ -мезонов, который будет обнаруживать себя и в ЭДМ частиц, и в ядерных процессах. Теперь же вполне допускается, что  $T$ -неинвариантная фаза в матрице Кобаяши–Маскава может быть совсем не единственным проявлением нарушения симметрии относительно обращения времени в фундаментальных взаимодействиях. До тех пор пока не будет глубокого понимания природы нарушения  $T$ -инвариантности, нужно с осторожностью подходить к «пересчётам» (часто очень приблизительным и зависящим от используемых моделей) одних ограничений в другие.

Нельзя исключить того, что существуют некоторые гипотетические нуклон-нуклонные  $TU$ -силы, никак не связанные с наблюдаемыми эффектами в распадах  $K^0$ - и  $B^0$ -мезонов, с одной стороны, и по каким-то причинам не обнаруживающие себя в ЭДМ частиц, с другой стороны. Только прямые исследования ядерных  $T$ -неинвариантных эффектов могут дать ограничения на величины  $\lambda_T$  и  $\lambda_{RT}$ .

На один из чрезвычайно интересных аспектов проблемы нарушения  $T$ -инвариантности впервые обратил внимание А. Д. Сахаров [85] в 1967 году. Если на ранней стадии развития нашего мира между частицами действовали силы, нарушающие  $T$ -инвариантность, и, в силу  $CP$ -теоремы,  $C$ -неинвариантные, то может быть объяснена зарядовая асимметрия Вселенной. В некотором смысле зарядовая асимметрия является прямым указанием на существование фундаментальных  $TU$ -взаимодействий.

Согласно современным моделям происхождения Вселенной (см., например, книгу Ф. Адамса и Г. Лафлина [386]) уже к концу первой микросекунды её жизни формируется небольшой избыток кварков (материи) над антикварками (антиматерией). Далее кварки и антикварки аннигилируют (превращаются в  $\gamma$ -кванты), и остаётся только небольшой избыток кварков. Из него, однако, образуется всё вещество Вселенной. Возникает интересный вопрос: в чём состоит основная заслуга Творца — в инициации Большого Взрыва или в создании тех  $T$ -неинвариантных взаимодействий, благодаря которым к концу первой микросекунды материя получила небольшой перевес над антиматерией?

В 1990-е годы начал активно обсуждаться вопрос о том, достаточно ли  $T$ -неинвариантной фазы в матрице Кобаяши–Маскава для объяснения зарядовой асимметрии — см., например, обзор В. А. Рубакова и М. Е. Шапошникова [354] 1996 года. В настоящее время принят скорее ответ: нет, недостаточно. Во всяком случае на небольшом, но очень представительном рабочем совещании «Theoretical Problems in Fundamental Neutron Physics», проходившем в Коламбии (Южная

Каролина, США) в октябре 2005 года, в котором мне довелось участвовать <sup>1)</sup>, об этом упоминалось почти в каждом выступлении, посвящённом  $T\mathcal{V}$ -эффектам. Так, в частности, в докладе М. Дж. Рамси-Мусолфа (по материалам его статьи [440], совместной с К. Ли и В. Киригиано) для объяснения происхождения барионов во Вселенной привлекались  $T$ -неинвариантные взаимодействия за пределами СМ. <sup>2)</sup>

### 1.14. Ограничения на $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{V}$ - и $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{C}$ -взаимодействия

Итак, экспериментальные верхние пределы для  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{V}$ -эффектов в ядерных процессах приводят к ограничениям либо на параметр  $\lambda_{PT}$ , либо, при более тонком подходе, на  $T$ -неинвариантные постоянные связи  $\bar{g}_{\pi NN}^{(T)'}.$  ЭДМ частиц также могут быть выражены через эти же постоянные. При этом, в частности, в докладах И. Б. Хрипловича [351] и П. Херцега [350] в Тренто прозвучало, что результат (1.24) для ЭДМ нейтрона и схожее утверждение,

$$d_A < 9 \cdot 10^{-28} e \cdot \text{см}, \quad (1.27)$$

об ЭДМ атома  $^{199}\text{Hg}$  [340] (это лучший предел из тех, что были к тому времени получены для атомов <sup>3)</sup>) приводят примерно к одинаковым ограничениям <sup>4)</sup>:

$$\bar{g}_{\pi NN}^{(T)'} < 10^{-11}. \quad (1.28)$$

В то же время лучшие данные по  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{V}$ -корреляциям в ядерных  $\gamma$ -распадах дают заметно худшие (на 4–5 порядков) пределы для пион-нуклонных постоянных связи.

Аналогичным образом пределы для  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{C}$ -эффектов преобразуются в ограничения на параметр  $\lambda_T$  или на постоянную  $\bar{g}_{\rho NN}.$  Чаще, кстати, используется отношение  $\bar{g}_\rho$  величины  $\bar{g}_{\rho NN}$  к обычной,  $T$ -инвариантной постоянной связи  $\rho$ -мезона и нуклона. Так, в 1996 году М. Т. Ресселл, Дж. Энгель и П. Вогель [353] опубликовали результаты обработки данных 1977 года [144], о которых я уже упоминал, по  $T$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -чётной спин-угловой корреляции в электромагнитном переходе  $|5/2^- \rangle \rightarrow |3/2^- \rangle$  в ядре  $^{57}\text{Fe}.$  Ими было получено

$$\bar{g}_\rho < 10^{-1}. \quad (1.29)$$

О более сильных ограничениях (примерно на порядок) на эту же величину, следующих из других экспериментов, я расскажу в разделе 4.5.

Разумеется, это же феноменологическое  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{C}$ -взаимодействие  $\rho$ -мезона и нуклона совместно с обычными  $\mathcal{P}\mathcal{V}$ -силами может быть использовано для оценки ЭДМ нейтронов и атомов. Детальный анализ такого рода был выполнен В. К. Хакстоном, А. Хорингом и М. Дж. Мусолфом [327] в 1994 году. Полученные там результаты,

<sup>1)</sup> Я очень благодарен оргкомитету конференции за приглашение и поддержку, благодаря которым удалось, наконец, посетить США. Особые благодарности В. П. Гудкову, К. Гулду, Р. Голубу и Е. Коробкиной за содействие в этой поездке, в ходе которой удалось также побывать и выступить в университете Северной Каролины.

<sup>2)</sup> В обстоятельных обзорах М. Дайна и А. Кусенко [432] и И. Эйла и М. Дж. Рамси-Мусолфа [438] также утверждается, что  $\mathcal{CP}$ -нарушение в Стандартной Модели слишком мало, для того чтобы объяснить барионную асимметрию Вселенной.

<sup>3)</sup> В 2001 году этот результат был ужесточён примерно в 4 раза [408]; в 2009 году появилось сообщение [467] о существенном улучшении ограничения на ЭДМ атома  $^{199}\text{Hg},$  которое теперь выглядит так:  $d_A < 3 \cdot 10^{-29} e \cdot \text{см}.$

<sup>4)</sup> Более точно, ЭДМ нейтрона устанавливает предел для величины  $|\bar{g}_{\pi NN}^{(0)'} - \bar{g}_{\pi NN}^{(2)'}|,$  а ЭДМ атома — для величины  $|\bar{g}_{\pi NN}^{(0)'} + \bar{g}_{\pi NN}^{(1)'} + 2\bar{g}_{\pi NN}^{(2)'}|.$

подытоженные, в частности, в докладе П. Херцега [350], таковы. Из предела (1.24) для ЭДМ нейтрона следует

$$\bar{g}_\rho \leq 10^{-3} \left| \frac{h_{\pi NN}^{DDH}}{h_{\pi NN}} \right|, \quad (1.30)$$

где  $h_{\pi NN}^{DDH} = 2.3 \cdot 10^{-7}$  есть принятое в [159] значение постоянной слабой связи  $\pi$ -мезона и нуклона. Таким образом, если истинное значение  $h_{\pi NN}$  меньше, нежели  $h_{\pi NN}^{DDH}$ , то ограничение на  $\bar{g}_\rho$ , следующее из ЭДМ нейтрона, ослабляется (в обзоре Б. Деппанка [379] указано, что, по некоторым данным,  $h_{\pi NN}$  меньше, нежели  $h_{\pi NN}^{DDH}$ , более чем на порядок)<sup>1)</sup>. В то же время из данных (1.27) по ЭДМ атома  $^{199}\text{Hg}$  было получено

$$\bar{g}_\rho < 10^{-2}. \quad (1.31)$$

Заслуживает внимания тот факт, что здесь, в отличие от  $TVPV$ -случая, отсутствует значительный разрыв между теми ограничениями на  $\bar{g}_\rho$ , которые возникают из ядерных поисковых  $TVPC$ -экспериментов, и теми, которые следуют из анализа ЭДМ нейтрона и атомов.

На самом же деле всё несколько сложнее. В начале 1990-х годов И. Б. Хриплович и Р. С. Конти [289, 300], а несколько позднее Дж. Энгель, П. Х. Фрэмpton и Р. П. Спрингер [348] привели аргументы в пользу того, что данные по ЭДМ (1.24) и (1.27) приводят к значительно более жёстким ограничениям на  $\bar{g}_\rho$ , нежели (1.30) и (1.31). Отправным пунктом для этих авторов были гипотезы о  $TVPC$ -взаимодействии между кварками. В книге И. Б. Хрипловича и С. К. Ламоро [369] этому вопросу посвящена глава 11; в ней приводится следующий результат для параметра  $\lambda_T$  ( $\alpha_T$  в [369]):  $\lambda_T < 10^{-12}$ . Напомню, что лучшие ядерные эксперименты по поиску  $TVPC$ -эффектов, о которых до сих пор шла речь, ориентировались на величину  $\lambda_T \sim 10^{-3}$ .

Этот разрыв, конечно, не был секретом для авторов [369], и он был прокомментирован ими так: «Это ни в коем случае не означает, что экспериментальные усилия в этой области бессмысленны. Просто нужно ясно понимать, что речь идёт о поиске существенно новой физики, выходящей далеко за пределы современных теорий...»<sup>2)</sup> В другом месте той же главы имеется ещё и такая оговорка: «При выводе ограничений для  $TVPC$ -взаимодействий всюду, явно или неявно, предполагалось, что импульсы, связанные с этими взаимодействиями, достаточно велики. В частности, гипотетический промежуточный аксиальный бозон должен быть очень тяжёлым. Как можно обосновать это допущение? Разве это не естественно — предположить, что новая физика должна начинаться с новых, более высоких импульсов? Заметим, кстати, что многочисленные поиски лёгких экзотических частиц до сих пор не увенчались успехом... Тем не менее, окончательный ответ на вопрос, существует ли дальнедействующее (по крайней мере, относительно)  $TVPC$ -взаимодействие, может дать только эксперимент...»<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Впрочем, согласно П. Херцегу [350], имеются также дополнительные аргументы качественного характера в пользу того, что даже в условиях неопределённости для величины  $h_{\pi NN}$  результат (1.24) всё же ограничивает константу  $\bar{g}_\rho$  величиной  $10^{-3}$ .

<sup>2)</sup> К сожалению, книга [369] не была издана на русском языке. Поэтому я приведу и оригинальный текст: «However, in no way does it mean by itself that the experimental efforts in this field do not make sense. They do, but it should be understood clearly that this is the search for essentially new physics, well beyond the modern theories...»

<sup>3)</sup> Вот как это звучит по-английски: «There is however an essential inherent assumption, explicit or implicit, in all mentioned theoretical derivations of upper limits on  $TVPC$  interactions. It is assumed in all of them that the momentum scale related to the interactions is

Позже на важность учёта всех допущений, используемых при получении ограничений на  $TVP$ -взаимодействия, было указано в статье А. Курилова, Г. К. Мак-Лафлина и М. Дж. Рамси-Мусолфа [406], вышедшей в 2001 году. Случай, рассматривавшийся в работах [289, 300, 348], назван там «Scenario A». И в рамках этого же подхода из тех же пределов (1.24) и (1.27) выведено ещё более сильное условие:  $\lambda_T \leq 10^{-15}$ .

В то же время, по мнению авторов [406], нельзя исключить возможность того, что характерный энергетический масштаб  $\Lambda_{TVP}$ , связанный с  $TVP$ -взаимодействиями между кварками, лежит в области между массами нуклона  $M \sim 1$  ГэВ и промежуточных бозонов  $M_W \sim 100$  ГэВ (наибольший интерес вызывает случай близости  $\Lambda_{TVP}$  к  $M$ ). Этот вариант назван в [406] «Scenario B»; в его рамках, как утверждает, ограничения на величину  $\bar{g}_\rho$  могут быть получены только в ядерных поисковых  $TVP$ -экспериментах (из данных по ЭДМ нейтрона и атома ничего однозначного не может быть выведено).

### 1.15. Что нового дают ориентированные ядра?

Итак, к лету 1985 года у меня в руках были формулы (1.7)–(1.9) для полного сечения взаимодействия медленных поляризованных нейтронов с ориентированными ядрами. Напомню, что первоначальная цель состояла в том, чтобы понять, какая физика стоит за  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляцией ( $\sigma_{\mathbf{n}k}$ ), к которой было привлечено столько внимания, и что нового может дать спиновая ориентация ядер-мишеней. Сравнивая формулы (1.18) и (1.19) для коэффициентов  $b_2$  и  $b_3$  при дополнительных  $\mathcal{P}$ -нечётных корреляциях с выражением (1.17) для коэффициента  $b_1$  при корреляции ( $\sigma_{\mathbf{n}k}$ ), легко понять, в чём состоит это новое.

В общем случае компаунд-резонансы со спинами  $J = I \pm 1/2$ , где  $I$  – спин ядер-мишеней, могут заселяться по двум каналам —  $p_{\frac{1}{2}}$  и  $p_{\frac{3}{2}}$ . Так вот, из формулы (1.17) для коэффициента  $b_1$  ясно, что корреляция ( $\sigma_{\mathbf{n}k}$ ) определяется  $\mathcal{P}$ -нечётной интерференцией волны  $s_{\frac{1}{2}}$  с волной  $p_{\frac{1}{2}}$ . Но в конкретном  $p$ -резонансе волна  $p_{\frac{1}{2}}$  может быть подавлена по сравнению с волной  $p_{\frac{3}{2}}$ , и  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект, соответственно, также будет подавлен. Спиновая ориентация ядер-мишеней делает видимым вклад волны  $p_{\frac{3}{2}}$  в формирование  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в  $p$ -резонансе. Впервые это было обнаружено В. Г. Барышевским [192, 193] (более подробные разъяснения даны ниже в разделе 9.8).

Приятной неожиданностью, далее, было для меня появление в формуле (1.8) 3-векторной  $\mathcal{T}$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляции, пропорциональной коэффициенту  $c_1$ , которая, как я уже писал, уже с 1982 года была «на слуху». А вот 5-векторная корреляция, пропорциональная коэффициенту  $c_2$ , меня озадачила.

С одной стороны, это была явно  $\mathcal{T}$ -неинвариантная корреляция, аналогичная 3-векторной корреляции, разве что  $\mathcal{P}$ -чётная. При этом, как следовало из литературы, в частности из обзора Дж. В. Кронина [173] (точнее, это его речь, прочитанная при получении Нобелевской премии в 1980 году), именно  $\mathcal{P}$ -чётные  $\mathcal{T}$ -неинвариантные эффекты и были предметом поисков в ядерных распадах и реакциях (актуальной считалась задача выйти на уровень  $\sim 10^{-3}$  по параметру  $\lambda_T$ ).

sufficiently high. In particular, the hypothetical axial boson mediator, should be very heavy. How can this assumption be substantiated, other than by invoking the usual paradigm according to which new physics should start at a new, higher momentum scale? First of all, numerous experimental searches for exotic light particle have, up to now, failed... Nevertheless, the final answer to the question of the existence of a (at least, relatively) long-range  $TVP$  interaction can be given by experiment only...»

С другой стороны, единственной работой, в которой ранее выписывалась  $\mathcal{T}$ -неинвариантная 5-векторная корреляция, была статья В. Г. Барышевского [193]. Но при этом, как уже было сказано, она была скорее упомянута, чем исследована. Там было упущено из виду, что 3-векторная и 5-векторная корреляции имеют разную  $\mathcal{P}$ -чётность и поэтому чувствительны к совершенно разным видам взаимодействий, нарушающих  $\mathcal{T}$ -инвариантность.

### 1.16. $\mathcal{T}$ -неинвариантная $\mathcal{P}$ -чётная 5-векторная корреляция

Выходило, что я попал туда, где никто ещё не был. Следовательно нужно писать статью. Поскольку 5-векторная корреляция пропорциональна параметру выстраивания  $p_2(I)$  ядер, то я решил ограничиться анализом случая чистого выстраивания, когда параметр поляризации  $p_1(I)$  равен нулю. В формуле (1.8) для амплитуды рассеяния на угол 0 (и, следовательно, в полном сечении взаимодействия) остаются при этом только четыре корреляции, пропорциональные коэффициентам  $a_3$ ,  $b_1$ ,  $b_3$  и  $c_2$ .

Ранее уже было сказано, что  $\mathcal{P}$ -нечётная корреляция  $(\sigma \mathbf{n}_k)$  с самого начала изучалась не только как эффект в полном сечении взаимодействия (как асимметрия пропускания через мишень продольно поляризованных нейтронов для двух направлений поляризации,  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow \mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow \mathbf{n}_k$ ). Действительно, уже в первой работе М. Форте с сотрудниками [161] измерялся  $\mathcal{P}$ -нечётный угол поворота  $\chi_z$  спинов поперечно поляризованных нейтронов вокруг направления их импульса  $\mathbf{n}_k$  (оси  $z$ ). Ось  $x$  удобно направить вдоль начального направления оси поляризации  $\mathbf{n}_s$  нейтронов, падающих на мишень. И. С. Шапиро [187] обратил также внимание на то, что в такой постановке эксперимента ось поляризации нейтронов совершает также дополнительный  $\mathcal{P}$ -нечётный поворот на угол  $\chi_y$  вокруг оси  $y$  (вокруг направления  $[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_s]$ ).

Поэтому в статье за отправной пункт я взял именно амплитуду рассеяния нейтронов на угол 0 на выстроенных ядрах. Она определяет как полное сечение взаимодействия, так и изменение вектора поляризации нейтронов, которые проходят через мишень (см., например, обзор М. Лакса [12] по нейтронной оптике). Результат разложения амплитуды рассеяния на угол 0 по матрицам Паули всегда может быть записан в форме

$$f(0) = F_0 + (\sigma \mathbf{n}) F_1, \quad (1.32)$$

где  $\mathbf{n}$  — некоторый единичный вектор. В соответствии с оптической теоремой (1.7) полное сечение имеет вид

$$\sigma_t = 4\pi\lambda (\text{Im } F_0 + p_1(s)(\mathbf{n}_s \mathbf{n}) \text{Im } F_1). \quad (1.33)$$

С другой стороны, поляризация нейтронов, прошедших через мишень толщины  $z$ , определяется выражением

$$p'_1(s) \mathbf{n}'_s = p_1(s) \mathbf{n}_s + 4\pi\lambda \rho z p_1(s) [\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}] \text{Re } F_1 - 4\pi\lambda \rho z \mathbf{n} \text{Im } F_1, \quad (1.34)$$

где  $\rho$  — плотность ядер (число ядер в единице объёма мишени).

В рассматриваемом случае имеем

$$F_0 = a_0 + a_3 p_2(I) \left( 3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 - 1 \right), \quad (1.35)$$

$$F_1 \mathbf{n} = b_1 \mathbf{n}_k + b_3 p_2(I) (3\mathbf{n}_I (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I) - \mathbf{n}_k) + c_2 p_2(I) [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I] (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I). \quad (1.36)$$

Вошедшие сюда коэффициенты (ранее выписанные в разделе 1.9) я представил в форме

$$a_3 = \frac{i\lambda}{4} (h_J (S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) + S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})) + e_J (1 - S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}))), \quad (1.37)$$

$$b_1 = \frac{i\lambda}{2} g_J (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) + S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (1.38)$$

$$b_3 = -\frac{i\lambda}{4} h_J (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) + S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (1.39)$$

$$c_2 = \frac{3\lambda}{4} h_J (S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) - S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})). \quad (1.40)$$

Для численных коэффициентов были получены следующие выражения:

$$h_{I-1/2} = \frac{I}{2I+1} \sqrt{\frac{2I-1}{I+1}}, \quad h_{I+1/2} = -\frac{2I-1}{2I+1} \sqrt{\frac{I}{2I+3}}, \quad h_{I\pm 3/2} = 0, \quad (1.41)$$

$$e_{I-3/2} = -\frac{I-1}{2I+1}, \quad e_{I-1/2} = \frac{I(I-2)}{(2I+1)(I+1)}, \quad (1.42)$$

$$e_{I+1/2} = \frac{(2I-1)(I+3)}{(2I+1)(2I+3)}, \quad e_{I+3/2} = -\frac{(2I-1)I(I+2)}{(2I+1)(I+1)(2I+3)}.$$

Здесь всюду принято, что нейтрон взаимодействует с ядром через компаунд-резонанс со спином  $J$ .

Нетрудно видеть, что в полном сечении (1.33) имеется 5-векторная корреляция. Благодаря ей сечения должны различаться для нейтронов с поляризациями  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$ . Асимметрия полного сечения максимальна, когда ось выстраивания ядер  $\mathbf{n}_I$  направлена под углом  $45^\circ$  к импульсу нейтронов  $\mathbf{n}_k$ .

Аналогичным образом, пользуясь формулой (1.34), можно показать, что эффекты поворота, обусловленные 5-векторной корреляцией, максимальны для поперечно поляризованных нейтронов (вектор поляризации падающих нейтронов  $\mathbf{n}_s$  направлен вдоль оси  $x$ ), в то время как вектор  $\mathbf{n}_I$  лежит в плоскости  $(x, z)$  (пусть, для определённости, под углом  $\varphi$  к оси  $z$ ). Тогда углы поворота  $\chi_z$  и  $\chi_y$  спинов нейтронов, прошедших сквозь мишень толщины  $z$ , оказываются следующими:

$$\chi_z = -4\pi\lambda\rho z \left( \text{Re} \left( b_1 + b_3 p_2(I) \left( 1 - 3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 \right) \right) + p_2(I)(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I) \text{Im} c_2 \right), \quad (1.43)$$

$$\chi_y = 4\pi\lambda\rho z \left( \text{Im} \left( b_1 + b_3 p_2(I) \left( 1 - 3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 \right) \right) - p_2(I)(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I) \text{Re} c_2 \right). \quad (1.44)$$

Из этих формул видно, что углы поворота спинов поперечно поляризованных нейтронов определяются не только 5-векторной корреляцией, но и  $\mathcal{P}$ -нечётными корреляциями, пропорциональными коэффициентам  $b_1$  и  $b_3$ . Если, однако, угол  $\varphi$  выбрать таким, что  $(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 = 1/3$  ( $\varphi \simeq 55^\circ$ ), то добавки к углам  $\chi_z$  и  $\chi_y$ , возникающие при выстраивании ядер, пропорциональны  $\text{Im} c_2$  и  $\text{Re} c_2$ , т. е. добавки  $\Delta\chi_z$  и  $\Delta\chi_y$  порождаются только 5-векторной корреляцией.

### 1.17. «Наивные» оценки и 5-векторная корреляция

Оставалось только привести численные оценки эффектов. В R-матричной теории ядерных реакций [49] элемент S-матрицы вблизи изолированного компаунд-

резонанса со спином  $J$  определяется брейт-вигнеровской формулой:

$$S_J(lj \rightarrow l'j') = e^{i(\delta_l^C + \delta_{l'}^C)} \left( \delta_{ll'} \delta_{jj'} - i \frac{g^n(ljJ) g^n(l'j'J)}{E - E_J + i\Gamma_J/2} \right), \quad (1.45)$$

где  $\delta_l^C$  — фаза потенциального рассеяния в парциальной волне  $l$ ,  $g^n(ljJ)$  — амплитуда парциальной нейтронной ширины резонанса ( $(g^n(ljJ))^2 = \Gamma_{ljJ}^n$ ),  $\Gamma_J$  — полная ширина резонанса,  $E_J$  — положение резонанса.

В R-матричной теории амплитуда парциальной нейтронной ширины определяется интегралом перекрытия,

$$g^n(ljJ) = \alpha \langle \psi_{ljJM} | \psi_{JM} \rangle, \quad (1.46)$$

«внешней» нейтрон-ядерной волновой функции  $\psi_{ljJM}$  в канале с квантовыми числами  $(ljJM)$  и «внутренней» волновой функции  $\psi_{JM}$  компаунд-ядра с угловым моментом  $J$  и проекцией  $M$  этого углового момента на ось  $z$ . Явный вид коэффициента пропорциональности  $\alpha$  зависит от способа нормировки волновых функций, входящих в (1.46). Нетрудно показать, что амплитуды  $g^n(ljJ)$  являются действительными величинами, если фазы волновых функций выбраны стандартным образом, т. е. в соответствии с условием (1.23). В этом случае выполняется условие (1.21) симметрии S-матрицы, т. е. 5-векторная корреляция обращается в нуль.

Если, однако,  $\mathcal{T}$ -инвариантность нарушается, то, очевидно, амплитуды  $g^n(ljJ)$  следует считать комплексными величинами. Проследив шаг за шагом вывод приведённой выше формулы в R-матричной теории, я установил, что отказ от действительности амплитуд  $g^n(ljJ)$  приводит всего лишь к следующему, очень естественному обобщению брейт-вигнеровской формулы: <sup>1)</sup>

$$S_J(lj \rightarrow l'j') = e^{i(\delta_l^C + \delta_{l'}^C)} \left( \delta_{ll'} \delta_{jj'} - i \frac{g^n(ljJ) g^{n*}(l'j'J)}{E - E_J + i\Gamma_J/2} \right), \quad (1.47)$$

причём парциальные ширины  $\Gamma_{ljJ}^n = |g^n(ljJ)|^2$  определяются теперь квадратами модулей амплитуд.

Легко видеть, что коэффициент  $c_2$  (1.40) при 5-векторной корреляции пропорционален величине  $\text{Im} \left( g^n(1\frac{1}{2}J) g^{n*}(1\frac{3}{2}J) \right)$ . В качестве безразмерной величины, характеризующей нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности в данном  $p$ -волновом резонансе, естественно взять отношение

$$f_T \equiv \frac{\text{Im} \left( g^n(1\frac{1}{2}J) g^{n*}(1\frac{3}{2}J) \right)}{\Gamma_{pJ}^n}, \quad (1.48)$$

где  $\Gamma_{pJ}^n = \Gamma_{p1/2J}^n + \Gamma_{p3/2J}^n$  есть полная нейтронная ширина  $p$ -волнового резонанса.

В области разрешенных резонансов ( $E \leq 100$  эВ) фаза потенциального рассеяния  $\delta_p^C$  очень мала ( $|\delta_p^C| \leq 10^{-5}$ ); ею, конечно, можно пренебречь. Примем, что  $\varphi \simeq 55^\circ$ , так что  $(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_l)^2 = 1/3$ . Введём асимметрию полного  $p$ -волнового сечения (т. е. сечения, из которого вычли  $s$ -волновой фон):

$$a = \frac{\sigma_t^{p\uparrow\uparrow} - \sigma_t^{p\downarrow\downarrow}}{\sigma_t^{p\uparrow\uparrow} + \sigma_t^{p\downarrow\downarrow}}. \quad (1.49)$$

<sup>1)</sup> Позже я узнал, что ещё в 1968 году это было установлено П. А. Молдауэром [92].

Тогда вблизи изолированного  $p$ -волнового резонанса асимметрия  $a$  и добавки  $\Delta\chi_z$ ,  $\Delta\chi_y$  к углам поворота, обусловленные 5-векторной корреляцией, выражаются следующими формулами:

$$a = -\sqrt{2} f_T p_1(s) p_2(I) \frac{h_J}{g_J}, \quad (1.50)$$

$$\Delta\chi_z = \sqrt{2} f_T \pi \lambda^2 \rho z p_2(I) \frac{h_J \Gamma_{pJ}^n \Gamma_J}{(E - E_J)^2 + \Gamma_J^2/4}, \quad (1.51)$$

$$\Delta\chi_y = -2\sqrt{2} f_T \pi \lambda^2 \rho z p_2(I) \frac{h_J \Gamma_{pJ}^n (E - E_J)}{(E - E_J)^2 + \Gamma_J^2/4}. \quad (1.52)$$

Если нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности характеризуется малым безразмерным числом  $\lambda_T$ , то естественно принять, что

$$f_T \simeq \lambda_T. \quad (1.53)$$

Кроме того, нейтроны, конечно, никогда не бывают полностью поляризованными, а ядра — полностью выстроенными. Но значения  $p_1(s) \simeq 0.5$  и  $p_2(I) \simeq 0.2$  являются реалистичными. Поэтому для выхода на уровень  $\lambda_T \sim 10^{-3}$  необходимо выполнить измерения асимметрии  $a$  (1.50) на уровне  $\sim 10^{-4}$ . Аналогичным образом для реалистических значений плотности мишени и параметров резонанса  $\mathcal{T}$ -неинвариантные углы поворота спинов нейтронов  $\Delta\chi_z/z$  и  $\Delta\chi_y/z$  оказываются на уровне  $\sim 10^{-4}$  рад/см при  $\lambda_T \simeq 10^{-3}$ . Таким образом, требования к эксперименту оказались довольно жёсткими; к 1985 году в Дубне  $\mathcal{P}$ -нечётные асимметрии измерялись в лучшем случае на уровне  $\sim 10^{-3}$  [190, 204].

Всё это вошло в статью [228], которая была готова к концу лета 1985 года. Д. П. Гречухин как раз вернулся из отпуска, и я попросил его прочесть рукопись. Откровенно говоря, у меня не было уверенности. Мне казалось странным, что в литературе (единственное исключение — статья В. Г. Барышевского [193]) не было даже упоминаний о 5-векторной спин-угловой корреляции в полном сечении. А ведь  $\mathcal{T}$ -неинвариантными эффектами всерьёз интересовались с 1956 года, т. е. почти 30 лет.

Дмитрий Петрович размышлял над моей рукописью примерно месяц. Потом вернул без замечаний, сказав, что не считает себя специалистом в области нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности, но ошибок не видит, так что нужно посылать в печать. Статьи в те годы печатались долго, чего стоила одна только процедура рассекречивания в Государственном Комитете по использованию атомной энергии, занимавшая примерно три месяца. Судя по выходным данным, моя статья попала в редакцию журнала «Ядерная физика» 22 января 1986 года; к счастью, у рецензентов вопросов не возникло, и статья вышла в ноябрьском выпуске 1986 года.

### 1.18. Двадцать лет спустя...

В 2005 году в январском выпуске журнала «Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics» вышла статья [437], написанная А. Г. Бедой и мной, посвящённая современным перспективам измерения 5-векторной корреляции в полном сечении взаимодействия медленных нейтронов с выстроенными ядрами. Что изменилось за 20 лет? Скажу сразу, что ни одного измерения в  $p$ -волновом резонансе так и не было сделано. Но изменилось многое.

Во-первых, существенному пересмотру подверглись представления об ожидаемой величине эффекта. Во-вторых, расширился список ядер с известными



$p$ -волновыми резонансами, на которых можно проводить измерения. В-третьих, появились новые предложения по методике спинового выстраивания ядер. В-четвёртых, пусть не в  $p$ -волновых резонансах, а при существенно более высоких энергиях нейтронов, 2 и 6 МэВ, но в 1990-е годы в США были выполнены измерения [290, 331, 368] 5-векторной корреляции на выстроенных ядрах  $^{165}\text{No}$ . Таким образом, сама возможность проверки  $\mathcal{T}$ -инвариантности путем исследования 5-векторной корреляции в настоящее время всеми признана.

Обо всём этом будет рассказано по порядку, в основном, в главах 3 и 4, но это — в активе. В пассиве же — на рубеже 1990-х и 2000-х годов были закрыты оба работоспособных источника резонансных нейтронов в нашей стране, а именно в Курчатовском институте (на базе ускорителя электронов «Факел» вместе с самим «Факелом») и в ЛНФ ОИЯИ (реактор ИБР-30). Хорошо, что в 2009 году в Дубне вводится в строй первая очередь нового источника резонансных нейтронов — ИРЕН. Реальность, однако, такова, что по потоку нейтронов ИРЕН ещё в течение нескольких лет будет уступать «Факелу», а в перспективе едва ли превзойдёт ИБР-30.

Уму непостижимо, как это может происходить в стране, в которой своими силами было создано и ядерное оружие, и атомная энергетика (и даже, как будто, планируется строительство новых энергоблоков). Ведь в основе действия любых ядерных устройств лежат особенности взаимодействия нейтронов с ядрами. Как же можно обходиться без инструментов исследования этих особенностей, а также без специалистов! Казалось бы, ответственные люди, только узнав о планах закрытия ИБР-30, должны были немедленно найти средства на строительство ИРЕН, тем более что стоимость всего проекта оценивается ничтожной (в масштабах страны) суммой в 3 млн. у.е. [436].

Ещё в 1986 году был закрыт исследовательский реактор в ИТЭФ, дававший пучок тепловых нейтронов <sup>1</sup>). Исследовательский реактор ИР-8 в Курчатовском институте действует, и даже намечается его модернизация (см. примечание на с. 140). Но на его пучках ведутся, в основном, работы по исследованию конденсированных сред. В строю остаётся реактор ВВР-М, работающий в ПИЯФ, но его возможности не велики. Если говорить о тепловых и холодных нейтронах, то в последние 10-15 лет российские физики-экспериментаторы совершают свои открытия на исследовательском реакторе в Институте Лауэ–Ланжевена (ILL), расположенном в Гренобле, во Франции <sup>2</sup>).

---

<sup>1</sup>) Справедливости ради нужно заметить, что исследовательский реактор в Брукхэвене, на котором была выполнен первый поиск [53]  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в реакции  $(n, \gamma)$  (см. раздел 1.2), был выведен из строя ещё в 1968 году. При этом уже в 1965 году в Брукхэвене был запущен новый высокопоточный реактор, который, в свою очередь, был остановлен в 1996 году.

<sup>2</sup>) Здесь есть свои странности. На сайте ILL легко найти сведения об этом международном научном центре. Он был основан 1967 году Францией и Германией. В 1974 году к соглашению присоединилась Великобритания. Потом в это сообщество вошли ещё десять стран: Испания (1987), Швейцария (1988), Австрия (1990), Россия (1996), Италия (1997), Чехия (1999), Швеция и Венгрия (2005), Бельгия и Польша (2006). Стало быть в «трудные» 1990-е годы наша страна нашла способ оплатить доступ к лучшему в мире исследовательскому реактору. Это было сделано через поставки топлива. Но соглашение о топливе закончилось в первой половине 2007 года, и со второй половины 2007 года Россия уже не значится в списке стран-участниц ILL.

## Глава 2

# ТРОЙНОЕ ДЕЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЯДЕР

### 2.1. Шире круг...

В Советском Союзе, в последние 20 лет его существования (кто тогда мог в это поверить?) было проведено несколько очень представительных совещаний по нейтронной физике. Судя по тому, что проходили они в Киеве, инициатива принадлежала украинским физикам. В 1980 году состоялось 5-я «Всесоюзная конференция», в 1983 году — 6-я, тогда как 7-ю планировали на 1985 год. Этот съезд физиков-нейтронщиков был, однако, проведён лишь в 1987 году, но зато имел повышенный статус. Он был назван 1-й Международной (киевской) конференцией по нейтронной физике. Следующая конференция была намечена на 1992 год, но тут, как всем известно, случился Армагеддон.

Восприемником Киева, как столицы нейтронной физики, стал городок Дубна, расположенный на юго-западной окраине Владимиро-Суздальской Руси. В 1992 году там был проведён 1-й Международный семинар по взаимодействию нейтронов с ядрами (ISINN — International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei). Начиная с 1994 года, когда был проведён 2-й семинар, этот форум стал ежегодным.

Я был участником только одной киевской конференции, той, что состоялась в сентябре 1987 года. О её масштабе можно судить по её трудам, вышедшим в 1988 году в четырёх томах в мягкой оранжевой обложке (уже тогда в Киеве испытывали слабость к оранжевому цвету). При том что объём каждого сообщения, как правило, ограничивался 4–5 страницами.

Я приехал в Киев с несколькими своими работами, включая работу по 5-векторной корреляции. Статья [228], как уже было сказано, вышла в журнале «Ядерная физика» в конце 1986 года. В том же 1986 году, не дожидаясь выхода статьи, я сделал доклады на эту же тему сначала (в январе) на конференции, которую проводило Отделение ядерной физики АН СССР в Москве, в МИФИ, а затем (в апреле) на 36-м совещании по ядерной спектроскопии [226], в Харькове.

Разумеется, я искал заинтересованных лиц и в Курчатовском институте. В феврале 1986 года я рассказал о своей работе на ежегодной конференции отделения ядерной физики (сжатое изложение доклада было опубликовано в трудах этой конференции [227]). Особо заинтересованных откликов, правда, нигде не получил. Но в начале осени 1986 года Г. В. Мурадян, один из ведущих специалистов лаборатории В. И. Мостового, сообщил мне, что на Западе появилось независимое предложение об измерении 5-векторной корреляции.

Каким-то образом к нему попали вышедшие в феврале 1986 года труды рабочего совещания «The Investigation of Fundamental Interactions with Cold Neutrons», состоявшегося в ноябре 1985 года в США. В предисловии, составленном Г. Л. Гринном [233], были ясно сформулированы причины его созыва: «В настоящее время Национальное Бюро Стандартов располагает исследовательским реактором мощностью 20 МВт... Основное внимание в программе научных исследований на этой установке

уделяется материаловедению и изучению конденсированных сред. Однако, как убедительно было показано в Институте Лауэ–Ланжевена в Гренобле, ... этими областями отнюдь не исчерпывается круг направлений, доступных для анализа на исследовательских реакторах. В прошедшее десятилетие там были развёрнуты интенсивные исследования на стыке дисциплин; пучки холодных нейтронов использовались в качестве инструмента для изучения фундаментальных взаимодействий... Результаты... оказались важными для теории слабых взаимодействий, теории ядра и астрофизики, а также для выяснения причин существования (и нарушения) некоторых законов сохранения и симметрий...»<sup>1)</sup> Цель этого совещания (ставшего первым в цепи подобных конференций) состояла в активизации таких междисциплинарных исследований как на реакторе Национального Бюро Стандартов (NBS), так и на других подходящих установках<sup>2)</sup>.

Вот в этих трудах Г.В. Мурадян указал мне на небольшую статью П.К. Кабира [234]. В ней говорилось о предложении этого же автора [184] по поиску  $T$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -нечётной 3-векторной корреляции ( $\sigma[\mathbf{k} \times \mathbf{I}]$ ) во взаимодействии поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами (см. раздел 1.10). И там же кратко обсуждалась  $T$ -неинвариантная  $\mathcal{P}$ -чётная 5-векторная корреляция ( $\sigma[\mathbf{k} \times \mathbf{I}](\mathbf{kI})$ ). Никаких оценок ожидаемого эффекта в этой заметке не было.

Появление этой работы меня скорее обрадовало, чем огорчило. В предисловии Г.Л. Грина среди прочего говорилось о том, что в совещании участвовали более 50 специалистов из 23 институтов США, Канады и Европы (Советский Союз там не был представлен). «Вот видите, — сказал я Генриху Вагановичу, — в какой замечательной компании я мог бы оказаться не лишним». В любом случае, первым, кто указал на сам факт существования 5-векторной корреляции, был В.Г. Барышевский [193]. Свою заслугу я видел не столько в том, что указал на  $\mathcal{P}$ -чётность 5-векторной корреляции, сколько в выявлении её связи с симметрией  $S$ -матрицы, в анализе её возможных проявлений во взаимодействии медленных нейтронов с ядрами, а также в оценке ожидаемых эффектов.

Однако предложение П.К. Кабира, прозвучавшее на представительной конференции, привлекло больше внимания, нежели статья В.Г. Барышевского. Вот что рассказал мне В.Е. Бунаков на киевской конференции 1987 года, где мы познакомились. Один из ведущих американских исследователей Ч.Д. Боуман (Charles D. Bowman) уже в 1986 году встретился с В.Е. Бунаковым и В.П. Гудковым в Ленинградском (тогда ещё) институте ядерной физики, рассказал о предложенной П.К. Кабиром 5-векторной корреляции и попросил оценить величину эффекта для медленных нейтронов. Результаты этой оценки были опубликованы в виде препринта ЛИЯФ [230] в 1986 году, а в следующем, 1987 году, вышли [244] в трудах

<sup>1)</sup> В оригинале это выглядит так: «The National Bureau of Standards currently operates a 20 MW research reactor... The major thrust of the scientific effort at this facility will be in the area of materials research and condensed matter studies. However, as has been amply demonstrated at the only existing large cold neutron facility, the Institute Max von Laue — Paul Langevin in Grenoble, France, the research at such a facility is by no means limited to such areas. In the last decade a rather rich interdisciplinary effort has developed in which cold neutron beams have been used as tools in the investigation of fundamental interactions... The results of such work have implications in the theory of the weak interaction, nuclear theory, and astrophysics as well as shedding light on the nature (and violation) of a variety of invariance laws and symmetry principles...»

<sup>2)</sup> Напомню, что именно в NBS была выполнена работа [110], о которой шла речь в разделе 1.2; в списке участников совещания я нашёл имена двоих её авторов, Р. Вильсона и И.Г. Шродера.

конференции, состоявшейся в США в апреле того же 1987 года <sup>1)</sup>. С этой же работой В. Е. Бунаков приехал в Киев.

Здесь, изучив программу конференции, Вадим Евгеньевич, по его словам, очень удивился, обнаружив доклад неизвестного ему А. Л. Барабанова примерно на ту же тему, что и его собственный. Поэтому наше знакомство началось с того, что он поинтересовался, откуда мне стало известно о 5-векторной корреляции. Как оказалось, моя статья в «Ядерной физике» ускользнула от его внимания. Нам было интересно сравнить оценки эффектов, обусловленных 5-векторной корреляцией, при том что они были выполнены независимо. Как выяснилось, результаты В. Е. Бунакова и В. П. Гудкова, рассматривавших только эффект асимметрии полного сечения, выглядели примерно так же, как мои формулы (1.50) и (1.53) (см. (14) и (17) в [244]).

## 2.2. 3- и 5-векторные корреляции как «нуль-наблюдаемые»

В Киев я приехал с чуть более общим взглядом на проблему, нежели это было зафиксировано в публикации [228]. Уже после того как работа была отправлена в печать, я познакомился со статьей Ф. Араша, М. Дж. Моравчика и Г. Р. Голдштейна [211], вышедшей в очень престижном журнале «Physical Review Letters» в 1985 году. Авторы анализировали способы проверки  $T$ -инвариантности в ядерных реакциях и обращали внимание на обстоятельство, к тому моменту мне хорошо известное. Что в работе [194], где сравнивались между собой сечения прямой  $^{27}\text{Al}(p,\alpha)^{24}\text{Mg}$  и обратной  $^{24}\text{Mg}(\alpha,p)^{27}\text{Al}$  реакций, что в методе сравнения поляризации  $P$  и анализирующей способности  $A$ , подробно разобранном в монографии О. Бора и Б. Моттельсона [95] (а в 1986 году появились результаты очень точных измерений  $P$  и  $A$  для протон-протонного рассеяния [231]), проверка  $T$ -инвариантности требовала сравнения двух наблюдаемых, отличных друг от друга лишь в случае нарушения  $T$ -инвариантности. Разумеется, это разительно отличается от ситуации с  $P$ -инвариантностью, где достаточно измерить величину корреляции, меняющей знак при инверсии координатных осей.

Ф. Араш, М. Дж. Моравчик и Г. Р. Голдштейн утверждали, что для бинарной реакции они выполнили полный анализ всех наблюдаемых, квадратичных по амплитуде рассеяния, и доказали, что среди этих наблюдаемых нет такой, измерение которой прямо свидетельствовало бы о нарушении  $T$ -инвариантности. Другими словами, по терминологии авторов [211], если ограничиться квадратичными по амплитуде рассеяния наблюдаемыми, то в бинарной системе невозможно осуществить «нуль-эксперимент» по проверке  $T$ -инвариантности (т. е. нет величины, получаемой в одном измерении, которая строго равна нулю, если  $T$ -инвариантность имеет место, и отлична от нуля в противоположном случае). При этом, однако, авторам [211] было известно о предложениях [184, 188] воспользоваться 3-векторной корреляцией в полном сечении взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами (правильнее было бы всё же написать — в амплитуде упругого рассеяния поляризованных нейтронов на поляризованных ядрах на угол 0). Поэтому в статье [211] было подчеркнуто, что 3-векторная корреляция возникает в результате вычисления полного сечения взаимодействия по оптической теореме и, следовательно,

<sup>1)</sup> Об обстоятельствах появления этой публикации в предисловии к трудам конференции сказано так: «Several physicists from the USSR and Japan were unable to attend the conference but have sent contributions which are included in the proceedings...» Да, в 1987 году приглашения и поддержки со стороны оргкомитета конференции было ой как недостаточно для того, чтобы совершить поездку!

является «нуль-наблюдаемой», линейной по амплитуде рассеяния, так что противоречия с установленным запретом нет.

Всё было правильно, кроме того, что 3-векторная корреляция, как нарушающая запрет на «нуль-эксперимент», была названа «уникальной». А как же 5-векторная корреляция? Я сначала просто удивился столь очевидному для меня «зевку», но потихоньку стал задумываться, не написать ли небольшое разъяснение на эту тему. Сегодня это делается так просто; пишется «Comment» (оформляется разрешение на публикацию) и отсылается по электронной почте сразу в «Physical Review Letters». Но в 1986 году, мало того что вместо электронной почты был Госкомитет, так ещё публикация в зарубежном журнале требовала специального письменного обоснования. Да и английский мой в те годы годился только для чтения. К чему тогда вся эта канитель, когда есть отечественный не менее престижный журнал «Письма в ЖЭТФ»?

Известие о публикации П. К. Кабира [234] по 5-векторной корреляции ускорило написание заметки, целью которой было «привлечь внимание к тому, что в полном сечении помимо  $T$ - и  $P$ -нечётной ( $\mathbf{s}[\mathbf{k} \times \mathbf{I}]$ )-корреляции имеет место  $T$ -нечётная, но  $P$ -чётная ( $\mathbf{s}[\mathbf{k} \times \mathbf{I}])\langle \mathbf{k} \mathbf{I} \rangle$ -корреляция, доступная для наблюдения во взаимодействии поляризованных частиц-снарядов ( $s \geq 1/2$ ) с выстроенными частицами-мишенями ( $I \geq 1$ )». Я считал важным обратить внимание на то, что дело совсем не в нейтронах и уж тем более не в медленных нейтронах. Важно только то, что имеется взаимодействие двух частиц; спин одной частицы,  $s$ , должен быть не менее  $1/2$ , для того чтобы ансамбль этих частиц можно было поляризовать, а спин другой частицы,  $I$ , должен быть не менее  $1$ , для того чтобы ансамбль этих частиц можно было выстроить. Если, далее, в формуле для полного сечения взаимодействия оставить все парциальные волны, то коэффициент при 5-векторной корреляции, как можно показать, окажется пропорциональным сумме (по  $l, l', j$  и  $j'$ ) слагаемых, каждое из которых содержит разность

$$S_J(lj \rightarrow l'j') - S_J(l'j' \rightarrow lj). \quad (2.1)$$

Поскольку каждая такая разность отлична от нуля только в случае нарушения  $T$ -инвариантности, то 5-векторная корреляция (наряду с 3-векторной корреляцией) есть искомая «нуль-наблюдаемая».

Если я и совершил, по молодости, ошибку, то она заключалась в том, что моя заметка уместилась на 2-х машинописных страницах и не содержала формул. Я привел ссылки (помимо [211], разумеется) на работы В. Г. Барышевского [193], П. К. Кабира [234] и свою [228], полагая (наивно!), что рецензент ознакомится хотя бы с моей работой и увидит там, как в частном случае взаимодействия медленных нейтронов с ядрами 5-векторная корреляция с коэффициентом вида (2.1) возникает в результате прямолинейного вычисления полного сечения по оптической теореме. В результате я получил отказ из «Писем в ЖЭТФ», датированный 10 февраля 1987 года и подписанный главным редактором журнала. Отказ содержал в себе выдержку из рецензии, на которой он и основывался.

Выдержка гласила: «Статья базируется на ошибочном предположении, что присутствие в амплитуде реакции  $T$ -нечётных членов является следствием  $T$ -неинвариантности. В действительности это справедливо только для УПРУГОГО [выделено мной — А.Б.] рассеяния, или в том случае, когда амплитуда реакции вычисляется в первом порядке теории возмущений по взаимодействию, вызывающему реакцию (чего в рассматриваемых автором примерах нет)...» Я-то полагал, что достаточно написать «полное сечение», чтобы каждый квалифицированный человек сразу понял, что, в силу оптической теоремы, речь идёт, фактически, об амплитуде

УПРУГОГО рассеяния на угол 0. И уж совершенно ясно это было написано в моей статье [228], в которую рецензент, очевидно, даже не заглянул.

В общем это было обидно, но не смертельно. И я написал более подробный, 4-страничный вариант заметки с формулами и, конечно, сопроводительное письмо, где благодарил рецензента за его замечания, которые «побудили меня более глубоко продумать используемую терминологию...». Повторный отказ, подписанный заведующей редакцией, был очень краток: «Ваша статья была повторно рассмотрена на заседании Редколлегии от 7 мая 1987 г. К сожалению, Редколлегия вынуждена подтвердить предыдущее решение».

Д. П. Гречухин в таких случаях говорил, что каждый должен сам покрыться шерстью (усиленный вариант: щетиной) и отрастить клыки. Примерно через год я попал в похожую ситуацию с другой своей работой, на которую пришел вздорный (настаиваю на этом) отрицательный отзыв из «Ядерной физики». Что же, пришлось повозиться с переводом на английский, с составлением «обоснования», но эта работа вышла в европейском журнале «Physics Letters B» (подробности изложены в разделе 5.9).

Что же касается «нуль-эксперимента» по проверке  $T$ -инвариантности, то я ограничился тем, что включил основные тезисы своей несостоявшейся заметки в статью [253], опубликованную в трудах (оранжевых) киевской конференции 1987 года. Там, в частности, было указано, что «поиски 5-векторной корреляции в полном сечении, по-видимому, могут быть предприняты во взаимодействиях быстрых нейтронов и протонов с лёгкими ( $n+d$ ,  $n+{}^6\text{Li}$ ...) и тяжелыми ядрами, электронов с ядрами и атомами, а также атомов и молекул друг с другом». Позже оценки 5-векторной корреляции для легчайших ядерных систем ( $n+d$ ,  $p+d$ ) были выполнены В. П. Гудковым [276, 304] и М. Беером [311]<sup>1</sup>.

А что касается того, чтобы поправить Ф. Араша, М. Дж. Моравчика и Г. Р. Голдштейна [211] в их убеждении об «уникальности» 3-векторной корреляции, то это было сделано в статьях Х. Е. Конзета [314, 339], вышедших в 1993 и 1995 годах. Я в это время уже не был уверен, что вопрос всё ещё актуален<sup>2</sup>).

### 2.3. $T$ -нечётная корреляция в тройном делении

Проверки  $T$ -инвариантности в  $\beta$ - и  $\gamma$ -распадах сводятся к поиску  $T$ -нечётных угловых корреляций. Например, в  $\beta$ -распадах нейтрона и ядер исследуют  $T$ -нечётную, но  $\mathcal{P}$ -чётную корреляцию ( $\mathbf{J}[\mathbf{p}_e \times \mathbf{p}_{\bar{\nu}}]$ , где  $\mathbf{J}$  — спин распадающейся частицы, а  $\mathbf{p}_e$  и  $\mathbf{p}_{\bar{\nu}}$  — импульсы электрона и антинейтрино соответственно). Лучший на сегодняшний день результат по этой корреляции,  $(-2.8 \pm 6.4(\text{stat}) \pm 3.0(\text{syst})) \times 10^{-4}$ , был представлен в 2004 году в работе Т. Солднера, Л. Бека, К. Плонка, К. Шрекенбаха и О. Зиммера [435].

<sup>1</sup>) На ускорителе COSY (Юлих, Германия) с конца 1990-х годов ведётся подготовка эксперимента по поиску 5-векторной корреляции во взаимодействии поляризованных протонов с выстроенными дейтронами [380, 439].

<sup>2</sup>) Забавно, правда, что во введении к статье Г. Ксу и Е. В. Хунгерфорда [428], вышедшей в 2003 году, история излагается следующим образом: «... the theorem in Ref. [5] [здесь [211] — А.Б.] does not apply to transmission experiments, where the optical theorem can be used to relate a bilinear function of amplitudes to the imaginary part of the forward scattering amplitude. Indeed, Ref. [6] [здесь [314] — А.Б.] has shown that a forward-scattering experiment can provide a null test of time-reversal symmetry...». Но это вообще свойственно истории; хорошо известно, что какой эпизод ни возьми, на самом деле всё было совсем иначе.

В монографии Р. Дж. Блин-Стойла [120] подробно разъясняется, что в первом порядке по слабому или электромагнитному взаимодействию, ответственно за распад, коэффициент при  $T$ -нечётной корреляции отличен от нуля, лишь если имеет место нарушение  $T$ -инвариантности. Однако во втором порядке при  $T$ -нечётных корреляциях возникают ненулевые коэффициенты даже в условиях  $T$ -инвариантности. Принято говорить, что эти коэффициенты обусловлены вкладами взаимодействий в конечном состоянии.

Эти вклады имеют характерный масштаб  $10^{-4}$ . Если вклад первого порядка от гипотетических  $TVP$ -сил в корреляцию ( $\mathbf{J}[\mathbf{p}_e \times \mathbf{p}_{\bar{e}}]$ ) по порядку величины равен  $\lambda_T$ , то иногда говорят, что в  $\beta$ -распаде взаимодействия в конечном состоянии не позволяют получить ограничение на  $\lambda_T$ , лучшее чем  $10^{-3}$ . На самом деле это не так, поскольку эффект взаимодействия в конечном состоянии (фон) в принципе может быть отделён от эффекта нарушения  $T$ -инвариантности, например по разной зависимости от энергии вылетающего электрона.

Если же распад ядерной системы обусловлен сильными взаимодействиями, то использование теории возмущений неуместно. В этом случае нужно ожидать, что вклады взаимодействий в конечном состоянии в коэффициенты при  $T$ -нечётных корреляциях будут доминировать. Следовательно, такие корреляции нельзя использовать для проверки  $T$ -инвариантности.

Именно этими соображениями объясняется то, что многие (и я в их числе) с самого начала сдержанно отнеслись к обнаружению в 1997 году  $T$ -нечётной, но  $\mathcal{P}$ -чётной корреляции ( $\mathbf{s}[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_f]$ ) в тройном делении ядер  $^{233}\text{U}$  поляризованными холодными ( $s$ -волновыми) нейтронами [392, 402]. Тройным делением называется процесс, когда распад ядра на лёгкий и тяжёлый осколки сопровождается испусканием  $\alpha$ -частицы, которая вылетает преимущественно поперёк оси деления. В выписанной корреляции  $\mathbf{s}$  есть спин нейтрона, а  $\mathbf{p}_\alpha$  и  $\mathbf{p}_f$  — импульсы  $\alpha$ -частицы и лёгкого осколка соответственно.

Поиск этой корреляции был осуществлён в Институте Лауэ–Ланжевена большим коллективом исследователей, в который входили, в частности, Г. В. Данилян (Москва, Россия), Г. А. Петров (Гатчина, Россия), Ф. Генненвайн (Тюбинген, Германия), М. Муттерер (Дармштадт, Германия)<sup>1</sup>. В апреле 1998 года Г. В. Данилян рассказал об открытии  $T$ -нечётной корреляции на семинаре в Курчатовском институте.

В измерениях обычно используют продольно поляризованные нейтроны. Пусть ось  $y$  направлена вдоль пучка нейтронов (см. рис. 2.1); тогда вектор  $\mathbf{s}$  направлен вдоль или против оси  $y$ . Мишень располагается в начале координат. Осколки, вылетающие вдоль и против оси  $z$ , фиксируются счётчиками. Детекторы  $\alpha$ -частиц, выполненные в виде прямоугольных пластин, расположены по обе стороны от мишени поперёк оси  $x$ .

Пусть вектор  $\mathbf{s}$  направлен вдоль оси  $y$ , а вектор  $\mathbf{p}_f$  — вдоль оси  $z$ . Обозначая число  $\alpha$ -частиц, вылетающих вдоль и против оси  $x$ , через  $N^+$  и  $N^-$  соответственно,

<sup>1</sup> Идея этого эксперимента, как было отмечено уже в первых публикациях [392, 402], принадлежит К. Шрекенбаху. Так, в частности, в докладе К. Шрекенбаха, Дж. ван Кликена и Дж. Ластва [335], опубликованном в трудах дубненской конференции 1993 года, обсуждался целый ряд экспериментов (помимо  $\beta$ -распада) по поиску  $T$ -нечётной корреляции ( $\sigma_N[\mathbf{p}_i \times \mathbf{p}_j]$ ) в распаде поляризованной частицы  $N$  на частицы  $i$ ,  $j$  и ещё что-то. Среди прочего в этом докладе есть упоминание о реакции  $(n, f\alpha)$ , т. е. о тройном делении поляризованных ядер.

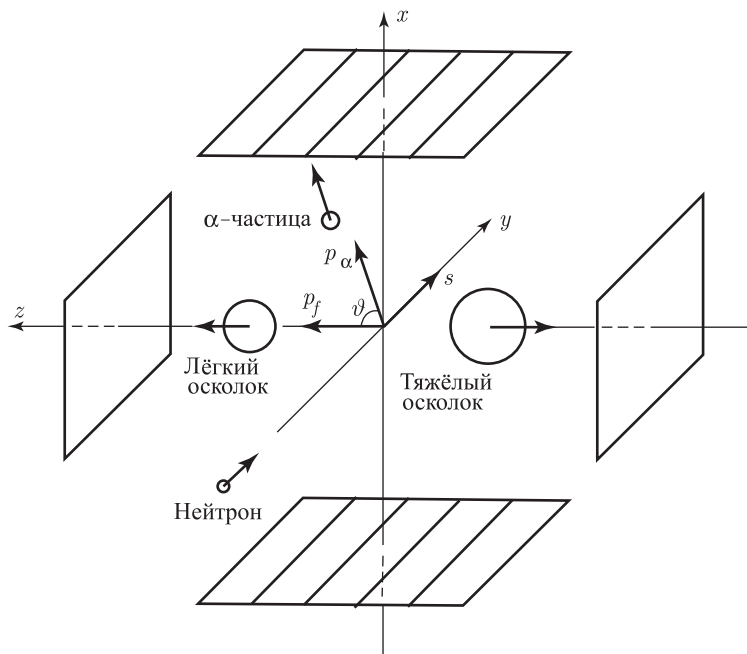


Рис. 2.1. Схема эксперимента по измерению  $T$ -нечётной корреляции ( $s[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_f]$ ) в тройном делении

вводим асимметрию

$$D = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}, \quad (2.2)$$

отвечающую  $T$ -нечётной корреляции в тройном делении. В измерениях для  $^{233}\text{U}$  сначала было получено:  $D = -(2.35 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}$  [402], а потом, после уточнений, результат принял вид:  $D = -(2.52 \pm 0.14) \cdot 10^{-3}$  [415]. Что же касается  $^{235}\text{U}$ , то после первых измерений стало известно, что эффект меньше по абсолютной величине и имеет другой знак. А в 2002 году появился такой ответ:  $D = +(0.83 \pm 0.11) \cdot 10^{-3}$  [415].

Однако, что бы мы не думали о тройной  $T$ -нечётной корреляции в делении, фактом является то, что она существует. Это был вызов, и для ответа на него требовалось найти механизм формирования корреляции без привлечения гипотезы о нарушении  $T$ -инвариантности. Понятно, что распад ядра на два осколка и  $\alpha$ -частицу не описывается с помощью взаимодействия, влияние которого может быть учтено по теории возмущений. Поэтому аналогия с  $T$ -нечётной корреляцией в  $\beta$ -распаде является только внешней и ничем здесь не помогает.

#### 2.4. «Наивная» оценка тройной $T$ -нечётной корреляции в делении

Вскоре после семинара Г. В. Данильяна у меня сложилось качественное объяснение эффекта. Самое простое, подумал я, это зацепиться за электромагнитное взаимодействие  $\alpha$ -частицы с ядром, распадающимся на два осколка. Согласно общепринятой модели тройного деления  $\alpha$ -частица испускается при разрыве шейки, соединяющей «предосколки» непосредственно перед распадом. Захват поляризованного



нейтрона влечёт за собой поляризацию всего компаунд-ядра. Следовательно, естественно предположить, что система, состоящая из только что отсоединившихся друг от друга «предосколков», также поляризована. Магнитный момент  $\boldsymbol{\mu}$  такой системы направлен вдоль или против оси  $y$ . Соответственно вылетевшая из шейки  $\alpha$ -частица движется в магнитном поле диполя,

$$\mathbf{H} = \frac{3\mathbf{n}(\boldsymbol{\mu}\mathbf{n}) - \boldsymbol{\mu}}{r^3}, \quad (2.3)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$  есть единичный вектор вдоль радиуса-вектора  $\alpha$ -частицы.

Понятно, что вектор напряжённости магнитного поля перпендикулярен плоскости  $(x, z)$ , в которой движется  $\alpha$ -частица. Примем для определённости, что вектор  $\boldsymbol{\mu}$  направлен против оси  $y$ , так что всюду в плоскости  $(x, z)$  вне «предосколков» вектор  $\mathbf{H}$  направлен вдоль оси  $y$ . На движущуюся  $\alpha$ -частицу действует сила Лоренца,

$$\mathbf{F} = \frac{2e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}], \quad (2.4)$$

вызывающая боковое смещение (здесь  $e$  есть элементарный заряд, а  $\mathbf{v}$  есть скорость  $\alpha$ -частицы). Если  $\alpha$ -частица движется вдоль оси  $x$ , то она отклоняется в направлении оси  $z$ ; если же  $\alpha$ -частица движется в противоположном направлении, то она смещается против оси  $z$ .

Напомним, что ось  $z$  выбрана вдоль направления движения лёгкого осколка (вдоль вектора  $\mathbf{p}_f$ ). Примем теперь во внимание тот факт, что  $\alpha$ -частицы вылетают в среднем не строго поперёк оси  $z$ , а «с наклоном» в сторону лёгкого осколка из-за преимущественного кулоновского отталкивания от тяжелого осколка. А именно, максимум углового распределения  $\alpha$ -частиц приходится на угол  $\vartheta = 83^\circ$  по отношению к оси  $z$ . Следовательно при движении  $\alpha$ -частиц вдоль оси  $x$  магнитное поле дополнительно смещает максимум их углового распределения в сторону уменьшения угла  $\vartheta$  или, иначе, в направлении от центра прямоугольного счётчика  $\alpha$ -частиц. Наоборот, максимум углового распределения  $\alpha$ -частиц, движущихся против оси  $x$ , смещается в направлении к центру соответствующего прямоугольного счётчика. Это несимметричное смещение максимумов и может быть причиной наблюдаемой асимметрии (2.2).

Численная оценка асимметрии выполняется следующим образом. Магнитное поле быстро убывает по закону  $1/r^3$ . Следовательно, естественно предположить, что эффект набирается на малых расстояниях порядка  $R$ , где  $R$  — радиус делящегося ядра. Предположим, что в этой области скорость  $\alpha$ -частицы есть некоторая постоянная величина. Тогда сила Лоренца, действующая на  $\alpha$ -частицу в течение времени  $\Delta t = R/v$ , сообщает ей импульс силы

$$F\Delta t \simeq \frac{2eRH}{c} \simeq \frac{2e\mu}{cR^2}, \quad (2.5)$$

равный увеличению поперечного импульса  $\Delta p_\perp = m_\alpha \Delta v_\perp$   $\alpha$ -частицы (здесь  $m_\alpha = 4m$  — масса  $\alpha$ -частицы, а  $m$  — масса нуклона). Отсюда получаем угол бокового отклонения:

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta v_\perp}{v} = \frac{e\mu}{2mcvR^2}. \quad (2.6)$$

Этот безразмерный параметр  $\Delta\vartheta$  и определяет порядок величины асимметрии  $D$ . Полагая  $\mu$  равным ядерному магнетону  $e\hbar/2mc$ , находим

$$D \sim \frac{e^2}{\hbar c} \frac{c}{v} \left( \frac{\hbar}{mcR} \right)^2. \quad (2.7)$$

Естественно, что ответ пропорционален постоянной тонкой структуры  $e^2/\hbar c = 1/137$ , ведь рассматривается электромагнитная связь между заряженной  $\alpha$ -частицей и поляризованной системой, состоящей из «предосколков».

В квантовой механике это взаимодействие описывается гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - 2e\hat{\mathbf{A}}/c)^2}{2m_\alpha}, \quad (2.8)$$

где  $\hat{\mathbf{A}}$  — оператор векторного потенциала магнитного поля. Здесь рассматривается случай, когда поле создаётся магнитным диполем, поэтому оператор  $\hat{\mathbf{A}}$  имеет вид

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{[\hat{\boldsymbol{\mu}} \times \mathbf{r}]}{r^3}, \quad (2.9)$$

где  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  — оператор магнитного момента системы, составленной из «предосколков». Пренебрегая слагаемым  $\sim A^2$ , перепишем гамильтониан в форме

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m_\alpha} - \frac{2e}{m_\alpha c} \frac{\hat{\boldsymbol{\mu}} \hat{\mathbf{I}}}{r^3}, \quad (2.10)$$

где  $\hat{\mathbf{I}} = [\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{p}}]$  есть оператор орбитального момента  $\alpha$ -частицы. Если теперь принять во внимание, что магнитный момент квантовой системы всегда направлен вдоль её спина, т. е.  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \mu \hat{\mathbf{J}}/J$ , то мы обнаружим, что с точки зрения квантовой механики боковое смещение  $\alpha$ -частиц в магнитном поле обусловлено электромагнитным спин-орбитальным взаимодействием  $\sim \hat{\mathbf{J}} \hat{\mathbf{I}}$ .

Теперь мы делаем шаг в сторону усложнения модели и говорим, что в области с характерным размером  $R$  ядерное спин-орбитальное взаимодействие  $\sim \hat{\mathbf{J}} \hat{\mathbf{I}}$  превосходит электромагнитное по крайней мере на два порядка, так как не содержит электромагнитной постоянной  $e^2/\hbar c$ . Поэтому можно ожидать, что эффект асимметрии, обусловленный ядерным спин-орбитальным взаимодействием, будет иметь следующий масштаб:

$$D \sim \frac{c}{v} \left( \frac{\hbar}{mcR} \right)^2. \quad (2.11)$$

Принимая для оценки  $R \sim 10^2 \hbar/mc \sim 10^{-12}$  см и  $v \sim 10^{-2} c$ , мы получаем требуемую (даже с запасом) величину  $D \sim 10^{-2}$ .

Во избежание недоразумения подчеркнем, что спин  $\alpha$ -частицы равен нулю, так что речь здесь идёт о взаимодействии спина  $\mathbf{J}$  ядра и орбитального момента  $\alpha$ -частицы  $\mathbf{I}$ . В монографии О. Ф. Немеца и А. М. Ясногородского [162] имеется специальный раздел, посвящённый изучению этого взаимодействия в поляризационных экспериментах.

## 2.5. Схематическая квантовая модель тройного деления

Эти качественные соображения я впервые публично изложил в виде комментария к докладу Г. В. Данильяна на ISINN-6 в Дубне в мае 1998 года. В августе того же года я повторил эти рассуждения в частной беседе с Ф. Генненвайном. Мы встретились на Международной конференции по ядерной физике (International Nuclear Physics Conference — INPC-98) в Париже. Я туда приехал с докладом по проблемам захвата мюонов ядрами (этой теме посвящена часть IV монографии). Но, конечно, с удовольствием поделился своими соображениями о возможном механизме появления  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции в тройном делении.

Эта беседа оказалась очень конструктивной. Ф. Генненвайн отнёсся с большим интересом к моим соображениям, и ему особенно понравился переход от электромагнитного спин-орбитального взаимодействия к ядерному с заменой постоянной тонкой структуры  $1/137$  на единицу (в этом месте он даже воскликнул «Enhancement!»). В качестве первого шага Ф. Генненвайн и его сотрудники взялись за буквальные следствия моей модели.

Раз смещаются максимумы угловых распределений  $\alpha$ -частиц, вылетающих вдоль и против оси  $x$ , то это можно проверить следующим образом. Прямоугольная пластина, служащая детектором  $\alpha$ -частиц, на самом деле составлена из независимых детекторов-полос, смещенных друг относительно друга по оси  $z$  (другими словами, детектор  $\alpha$ -частиц обладает позиционной чувствительностью по углу  $\vartheta$  вылета  $\alpha$ -частиц по отношению к оси  $z$ ). Для каждой пары стоящих друг напротив друга полос (которым соответствует определённый угол  $\vartheta$ ) можно извлечь свой коэффициент асимметрии типа (2.2). Если максимумы смещаются, то должна возникать заметная зависимость этих «парциальных» асимметрий от угла  $\vartheta$ . Этого, однако, не было обнаружено; о чём и было сообщено в 2000 году в статье [402]. Модель, предложенная мной, была описана там в самых общих чертах<sup>1)</sup>.

По правде говоря, я и не ожидал, что простая классическая картина, принятая буквально, даст правильные предсказания. Ведь на самом деле спин квантовой частицы есть совершенно неклассическая величина, соответственно «магнитное поле», связанное со спином делящегося ядра, никак не может трактоваться как классическое поле. И это тем более верно для поля ядерных спин-орбитальных сил. Однако статья [402] прижала меня к стенке. Чтобы отстоять свою гипотезу о роли спин-орбитальных сил в формировании  $T$ -нечётной корреляции, нужно было предложить более последовательную квантовую картину и показать, что она не противоречит экспериментальным данным. В первую очередь следовало построить пусть схематическую, но квантовую модель тройного деления.

Обычный  $\alpha$ -распад — это квантовое туннелирование  $\alpha$ -частицы сквозь кулоновский барьер. При этом неявно предполагается, что волновая функция родительского ядра  ${}^Z A$  содержит значительную составляющую, отвечающую двум взаимодействующим кластерам — дочернему ядру  $({}^{Z-2})(A-4)$  и  $\alpha$ -частице. По-видимому, это должно быть справедливым и для делящегося ядра. То есть волновая функция ядра непосредственно перед распадом содержит заметную трёхкластерную составляющую  ${}^Z L A_L + {}^Z H A_H + \alpha$  ( $Z_L + Z_H + 2 = Z$ ,  $A_L + A_H + 4 = A$ ). Но это означает, что из-за резкого изменения потенциала возможен неадиабатический переход  $\alpha$ -частицы в состояние непрерывного спектра  $\psi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r})$  ( $\mathbf{k}$  есть волновой вектор  $\alpha$ -частицы на бесконечности) из связанного или квазистационарного состояния  $\psi_i(\mathbf{r})$ .

Естественно предположить, что наиболее резко ядерный потенциал меняется при разрыве шейки за некоторое характерное время  $\tau$ . Введём гамильтониан, зависящий от времени,

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_f + \hat{V}(t), \quad (2.12)$$

где  $\hat{V}(0) = U(\mathbf{r})$  есть потенциал, формируемый нуклонами шейки непосредственно перед разрывом, тогда как  $\hat{V}(\tau) = 0$ , а  $\hat{H}_f$  — потенциал двух разделённых «предосколков»  ${}^Z L A_L$  и  ${}^Z H A_H$ . «Предосколки», как считается, слабо возбуждены, но сильно деформированы (энергия деформации переходит далее в энергию возбуждения

<sup>1)</sup> Схожее обсуждение зависимости асимметрии от угла  $\vartheta$ , которая, будто бы, должна быть значительной в модели со спин-орбитальным взаимодействием (дана ссылка: «A. L. Varabanov, private communication»), вошло также в статью Ф. Генненвайна с сотрудниками [415] 2002 года.

осколков); расстояние между их центрами должно быть подобрано так, чтобы энергия кулоновского отталкивания была равна средней кинетической энергии осколков на большом удалении друг от друга.

Пусть  $\psi_i(\mathbf{r})$  — собственная функция гамильтониана  $\hat{H}(0)$ , отвечающая энергии  $E_i$ , а  $\psi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r})$  — собственная функция гамильтониана  $\hat{H}(\tau) = \hat{H}_f$ , отвечающая энергии  $E_f = \hbar^2 k^2 / 2m_\alpha$ . Тогда, пользуясь теорией возмущений, зависящих от времени (см., например, курс квантовой механики Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [270]), для дифференциальной вероятности вылета  $\alpha$ -частиц в телесный угол  $d\Omega$  с разбросом энергий  $dE_f$  получим

$$\frac{dw}{d\Omega dE_f} = \frac{m_\alpha \sqrt{2m_\alpha E_f}}{(2\pi\hbar)^3 (E_f - E_i)^2} \left| \int_0^\tau \langle \psi_{\mathbf{k}}^{(-)} | \frac{d\hat{V}}{dt} | \psi_i \rangle e^{i\omega_{fi}t} dt \right|^2, \quad (2.13)$$

где  $\omega_{fi} = (E_f - E_i)/\hbar$ . Ясно, что эта формула определяет угловое и энергетическое распределения  $\alpha$ -частиц, испускающихся в тройном делении. Интеграл по всем углам и энергиям даёт полную вероятность тройного деления по отношению к обычному распаду на два осколка.

Главным недостатком такой модели является, по-видимому, пренебрежение движением осколков в процессе ускорения  $\alpha$ -частиц, вылетевших из шейки. Поэтому естественно ожидать, что при сравнении с наблюдаемыми величинами модель приведёт к более жёсткому энергетическому распределению и к более узкому, сфокусированному поперёк оси деления (с наклоном в сторону лёгкого осколка), угловому распределению  $\alpha$ -частиц. Но для демонстрации возможности формирования  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции за счёт спин-орбитального взаимодействия модель представляется приемлемой.

## 2.6. Спин-орбитальный механизм формирования $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции

Доклад о механизме формирования  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции в тройном делении за счёт спин-орбитального взаимодействия был сделан мной сначала на 15-м совещании по физике деления в Обнинске в октябре 2000 года, а потом — на ISINN-9 в Дубне в мае 2001 года; статья [404] опубликована в материалах семинара. В это же время В. Е. Бунаков и Ф. Генненвайн [411, 412] предложили иной подход к объяснению  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции. Он основан на предположении о том, что  $\alpha$ -частица испускается не из шейки между «предосколками», а скорее лёгким «предосколком» сразу после разрыва шейки. Кроме того, принимается, что лёгкий «предосколок» обладает достаточно высокой энергией возбуждения. Тогда можно пользоваться статистической моделью для описания испускания  $\alpha$ -частиц. В этой модели, на мой взгляд, есть слабое место, которое обсуждается в разделе 15.5. Важно, однако, что В. Е. Бунаков и Ф. Генненвайн также обошлись без нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

При захвате  $s$ -волнового нейтрона ядром со спином  $I$  образуется компаунд-ядро со спином  $J_c$ , где  $J_c = I - 1/2$  или  $J_c = I + 1/2$ . Если поляризация нейтрона равна  $p_n$ , а спины ядер-мишеней не ориентированы, то поляризация компаунд-ядра

со спином  $J_c \neq 0$  определяется следующей формулой <sup>1)</sup>:

$$p(J_c) = \begin{cases} -\frac{1}{3} p_n, & J_c = I - \frac{1}{2}, \\ \frac{2I+3}{3(2I+1)} p_n, & J_c = I + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Компаунд-ядра поляризованы вдоль той же оси, что и нейтроны.

В обычном двойном делении спин  $\mathbf{J}_c$  превращается в сумму  $\mathbf{J}_L + \mathbf{J}_H + \mathbf{L}$ , где  $\mathbf{J}_L$  и  $\mathbf{J}_H$  — спины осколков, а  $\mathbf{L}$  — относительный орбитальный момент осколков. Предположим, что в тройном делении  $\alpha$ -частица испускается с малым начальным орбитальным моментом  $\mathbf{l}$  относительно системы только что разделившихся «предосколков», которую для простоты назовем просто «ядром». Тогда можно принять, что общий спин  $\mathbf{J}$  «ядра» примерно равен  $\mathbf{J}_c$  и  $p(J) \simeq p(J_c)$  <sup>2)</sup>. Если состояние «ядра» с проекцией  $M$  спина  $J$  на ось  $z$  описывается волновой функцией  $\Psi_{JM}$ , то в общем случае состояние «ядра» описывается суперпозицией

$$\Psi_J = \sum_M a_M(J) \Psi_{JM}. \quad (2.15)$$

<sup>1)</sup> Этот результат подробно обсуждается в разделе 14.5.

<sup>2)</sup> Насколько я понимаю, именно это предположение спровоцировало очень своеобразную критику, прозвучавшую в статье В. Е. Бунакова и С. Г. Кадменского [424] 2003 года. Там было написано буквально следующее: «В работе [5] [это моя статья [404] — А.Б.] была развита теоретическая схема, позволяющая, в принципе, рассчитывать коэффициенты асимметрии в тройном делении ядер  $D_\alpha$  (3) для  $\alpha$ -частиц. Она была основана на введении ядерного спин-орбитального взаимодействия  $\alpha$ -частицы с фрагментами деления, пропорционального величине  $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{J}_0)$ , где  $\mathbf{l}$  — орбитальный момент  $\alpha$ -частицы, а  $\mathbf{J}_0$  — полный спин фрагментов деления, включающий и их относительный орбитальный момент  $\mathbf{L}$ . При этом в работе [5] было использовано допущение, что значение спина  $\mathbf{J}_0$  можно заменить на значение полного спина делящегося ядра  $\mathbf{J}, \dots$ » Я опускаю дальнейшие жёсткие высказывания авторов [424] (каждый сам может прочесть эту работу), так как они основаны на приведённом здесь произвольно приписанном мне допущении. Эта критика кажется мне тем более странной, что в ходе дальнейших рассуждений авторы [424] сами пользуются предположением о том, что «...  $\alpha$ -частица с наибольшей вероятностью формируется в делящемся ядре в состоянии с  $l_i = 0 \dots$ » (см. текст после формулы (16) в [424]). Ведь если  $\mathbf{l} = 0$ , то  $\mathbf{J}_0 = \mathbf{J}$  (точно).

Поясню здесь также, что в случае когда родительское ядро со спином  $J_c$  испускает  $\alpha$ -частицу (со спином 0) с орбитальным моментом  $l$ , спин-тензоры ориентации дочерних ядер со спином  $J$  определяются формулой

$$\tau_{Qq}(J) = U(lJ J_c Q, J_c J) \tau_{Qq}(J_c).$$

Коэффициенты пропорциональности между спин-тензорами родительских и дочерних ядер называют факторами передачи ориентации (об этих величинах подробно рассказано в главе 15). В частности, поляризации родительских и дочерних ядер связаны соотношением

$$p(J) = \frac{J_c(J_c + 1) + J(J + 1) - l(l + 1)}{2J(J_c + 1)} p(J_c).$$

Легко видеть, что при  $l = 0$ :  $J = J_c$  и  $p(J) \equiv p(J_c)$  (что, конечно, очевидно из физических соображений). Нетрудно также проверить, что при  $l \ll J, J_c$  в самом деле имеем:  $p(J) \simeq p(J_c)$ .

Матрица плотности  $\rho_{MM'}(J) = \langle a_M(J)a_{M'}^*(J) \rangle$ , разумеется, недиагональна, так как ансамбль «ядер» поляризован вдоль оси  $y$ .

Предположим теперь, что существует ядерное взаимодействие, связывающее спин  $\mathbf{J}$  и орбитальный момент  $\alpha$ -частицы  $\mathbf{l}$ . Поскольку  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_L + \mathbf{J}_H + \mathbf{L}$ , то спин-орбитальное взаимодействие  $\sim \mathbf{J}\mathbf{l}$  складывается из связей угловых моментов  $\mathbf{J}_L$  и  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{J}_H$  и  $\mathbf{l}$ , а также  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{l}$ . Не вдаваясь в обсуждение природы этих связей, просто включим спин-орбитальное взаимодействие как малую добавку в оператор возмущения,

$$\widehat{V} = \widehat{V}_0 + \left( \widehat{V}_{Jl}(\widehat{\mathbf{J}}\mathbf{l}) + (\widehat{\mathbf{J}}\mathbf{l})\widehat{V}_{Jl} \right). \quad (2.16)$$

Здесь спин-орбитальное слагаемое записано в симметричной, явно эрмитовой форме. Оно меняет спиновую волновую функцию «ядра», которую, следовательно, нужно ввести в схематическую квантовую модель тройного деления. Легко показать, что дифференциальная вероятность тройного деления по-прежнему определяется формулой (2.13), где, однако, следует выполнить замены:

$$\begin{aligned} \psi_i(\mathbf{r}) &\longrightarrow \psi_i(\mathbf{r})\Psi_J = \psi_i(\mathbf{r}) \sum_M a_M(J)\Psi_{JM}, \\ \psi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r}) &\longrightarrow \psi_{\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r})\Psi_{JM_f}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Здесь  $M_f$  — проекция спина «ядра»  $J$  на ось  $z$  в конечном состоянии; по этому квантовому числу следует выполнить суммирование.

В сильно деформированном потенциале «ядра» квантовое число  $l$ , конечно, не сохраняется. Разогнавшаяся  $\alpha$ -частица описывается суперпозицией состояний с большим разбросом по  $l$ ; этим обеспечивается неизотропное, вытянутое поперёк оси деления угловое распределение  $\alpha$ -частиц. В практическом расчёте начальная  $\psi_i$  и конечная  $\psi_{\mathbf{k}}^{(-)}$  волновые функции  $\alpha$ -частицы должны быть представлены в виде разложений по сферическим гармоникам с различными значениями  $l$ ; соответствующие радиальные функции определяются уравнениями для связанных каналов (все эти подробности изложены в статье [404]). Отмечу лишь, что поскольку гамильтониан (2.12) не меняется при вращении вокруг оси  $z$  (оси деления), проекция  $m$  орбитального момента  $l$  на ось  $z$  есть интеграл движения.

Происхождение  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции легче всего понять в случае, когда  $m = 0$ . Угловые гармоники  $Y_{l0}(\vartheta) \sim P_l(\cos \vartheta)$  при этом не зависят от азимутального угла  $\varphi$ . Понятно, что в отсутствие спин-орбитального взаимодействия ось  $z$  заведомо является осью аксиальной (цилиндрической) симметрии для углового распределения  $\alpha$ -частиц. В то же время спин-орбитальное взаимодействие пропорционально оператору

$$\widehat{\mathbf{J}}\mathbf{l} = \widehat{J}_+ \widehat{l}_- + \widehat{J}_- \widehat{l}_+ + \widehat{J}_z \widehat{l}_z, \quad \widehat{J}_{\pm} = \frac{\widehat{J}_x \pm i\widehat{J}_y}{\sqrt{2}}, \quad \widehat{l}_{\pm} = \frac{\widehat{l}_x \pm i\widehat{l}_y}{\sqrt{2}}. \quad (2.18)$$

В результате его действия проекция  $M$  спина «ядра» повышается или понижается на единицу, что сопровождается появлением гармоник  $Y_{l\pm 1}(\vartheta, \varphi) \sim e^{\pm i\varphi}$ , зависящих от  $\varphi$ . Таким образом, аксиальная симметрия углового распределения  $\alpha$ -частиц нарушается. Появление в угловом распределении дополнительного слагаемого, пропорционального  $\cos \varphi$ , следует трактовать как  $\mathcal{T}$ -нечётную корреляцию. В самом деле, благодаря этому слагаемому появляется асимметрия вылета  $\alpha$ -частиц вдоль ( $\varphi = 0$ ) и против ( $\varphi = \pi$ ) оси  $x$ <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> В статье [460] воспроизведено это рассуждение, разъясняющее, каким образом спин-орбитальное взаимодействие приводит к появлению  $\mathcal{T}$ -нечётной асимметрии вылета  $\alpha$ -частицы.

В общем случае приходится иметь дело с некогерентной суперпозицией состояний, отвечающих проекциям  $m$  и  $-m$ . Поэтому, после вычислений, угловое и энергетическое распределение  $\alpha$ -частиц, испускаемых при наличии возмущения (2.16), в линейном по  $V_{Jl}$  приближении принимает вид

$$\frac{dw}{d\Omega dE_f} = \sum_{Q=0,1,2,\dots} (2Q+1)a_Q(E_f)P_Q(\cos\vartheta) + p(J)\cos\varphi \sum_{Q=1,2,\dots} (2Q+1)b_Q(E_f)P_Q^1(\cos\vartheta), \quad (2.19)$$

где

$$P_Q^1(\cos\vartheta) = \sin\vartheta \frac{dP_Q(\cos\vartheta)}{d\cos\vartheta} \quad (2.20)$$

есть присоединенные полиномы Лежандра. Коэффициенты  $a_Q(E_f)$  и  $b_Q(E_f)$  представляют собой громоздкие комбинации радиальных интегралов (их явный вид приведён в статье [404]). Распределение (2.19) содержит искомое слагаемое, которое пропорционально  $\cos\varphi$  и целиком определяется спин-орбитальной добавкой в операторе возмущения (2.16).

Любопытна следующая деталь. Вылету  $\alpha$ -частиц поперёк оси  $z$  соответствует угол  $\vartheta = \pi/2$ . Легко видеть, что присоединенные полиномы Лежандра (2.20), отвечающие чётным индексам  $Q = 0, 2, \dots$ , обращаются в нуль при  $\vartheta = \pi/2$ . Поэтому эффект определяется слагаемыми, которым соответствуют нечётные индексы  $Q = 1, 3, \dots$  В соответствующих радиальных интегралах имеет место интерференция чётных и нечётных значений  $l$ . Такая интерференция, в свою очередь, оказывается ненулевой только благодаря тому, что гамильтониан (2.12) несимметричен относительно инверсии оси  $z$  (напомню, что ось  $z$  направлена от тяжелого осколка к лёгкому). Таким образом, в квантовой модели, так же как в «наивной» классической картине, определяющую роль в формировании  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции играет различие кулоновских полей тяжелого и лёгкого осколков.

Интегрирование формулы (2.19) по конечной энергии  $\alpha$ -частиц  $E_f$  даёт угловое распределение. Понятно, что первое слагаемое должно воспроизводить экспериментально наблюдаемое распределение, сфокусированное поперёк оси деления и немного наклоненное в сторону лёгкого осколка. Важно, что это слагаемое представляет собой суперпозицию полиномов Лежандра, заведомо достаточно плавно зависящую от угла  $\vartheta$ . Но тогда можно утверждать без всяких вычислений, просто по аналогии, что и второе слагаемое также будет обладать плавной зависимостью от угла  $\vartheta$ . Это означает, что наблюдаемая асимметрия типа (2.2) в рамках данной модели не может иметь резкой зависимости от  $\vartheta$ . Следовательно экспериментальные данные [402] не позволяют исключить из рассмотрения спин-орбитальный механизм формирования  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции в тройном делении. Таков был основной вывод моей работы [404].

## 2.7. Тройная $\mathcal{T}$ -нечётная корреляция в двухступенчатой реакции

Исследования  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции ( $\mathbf{s}[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_f]$ ) в тройном делении  $^{233}\text{U}(n, \alpha f)$ , начатые в 1997 году, проводились в Институте Лауэ–Ланжевена при участии специалистов ПИЯФ, возглавляемых Г. А. Петровым. В этом коллективе возникла идея измерить аналогичную  $\mathcal{T}$ -нечётную корреляцию ( $\mathbf{s}[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_\gamma]$ ) в кинематически схожей реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$ . Поскольку сечение указанной реакции довольно велико,

то измерения удалось выполнить в ПИЯФ на пучке тепловых нейтронов исследовательского реактора ВВР-М. Результаты были опубликованы [401] в 2000 году.

Асимметрия вылета  $\gamma$ -квантов, испущенных по и против направления вектора  $[\mathbf{s} \times \mathbf{p}_\alpha]$ , оказалась равной  $D_\gamma = -(0.09 \pm 1.9) \cdot 10^{-4}$ ; иными словами, никакой  $T$ -нечётной корреляции не было обнаружено. Возник естественный вопрос, что означает этот результат? Если он не является простой случайностью, то в чём состоит то существенное различие между реакциями  $^{233}\text{U}(n, \alpha f)$  и  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$ , которое предопределяет отсутствие  $T$ -нечётной корреляции во второй из них? Сначала Г. А. Петров обсуждал эти вопросы с теоретиками ПИЯФ В. Е. Бунаковым и И. С. Гусевой, а потом в эти дискуссии вовлекли и меня.

В результате в 2003 году появилась наша совместная статья [423], в которой было сформулировано искомое существенное различие между выписанными выше реакциями. В отличие от тройного деления, где ядро, по-видимому, сразу разваливается на два осколка и  $\alpha$ -частицу, реакция  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$  идёт через две хорошо разделённые во времени стадии. На первой стадии  $^{10}\text{B}(n, \alpha)$  происходит формирование и  $\alpha$ -распад нескольких широких ( $\Gamma > 100$  кэВ) перекрывающихся резонансов компаунд-ядра  $^{11}\text{B}$  с образованием дочернего ядра  $^7\text{Li}$  в возбужденном  $1/2^-$  состоянии. Поляризация нейтрона частично передаётся этому дочернему ядру. На второй стадии продолжительностью около  $10^{-14}$  с это поляризованное ядро  $^7\text{Li}$  испускает  $\gamma$ -квант, переходя в основное состояние  $3/2^-$ . Каждая из двух стадий представляет собой бинарный процесс; поэтому спин-угловые корреляции рассчитываются стандартным образом. Как оказалось, в реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$  тройная  $T$ -нечётная корреляция подавлена двойным запретом по чётности. Точно такой же запрет должен существовать в любой другой кинематически схожей двухступенчатой реакции.

Чтобы понять, откуда берутся запреты по чётности, рассмотрим последовательный процесс  $A + B \rightarrow C + D \rightarrow C + (E + F)$  самого общего вида. Пусть, как в случае тройного деления, ось  $y$  направлена вдоль относительного импульса сталкивающихся частиц  $A$  и  $B$ , относительное движение частиц  $C$  и  $D$  происходит вдоль оси  $z$ , а относительное движение частиц  $E$  и  $F$  — по или против оси  $x$ . Нас интересует  $T$ -нечётная корреляция  $(\mathbf{s}_A[\mathbf{p}_C \times \mathbf{p}_F])$ .

Частицы  $E$  и  $F$  появляются в результате распада частицы  $D$ . Рассмотрим систему покоя частицы  $D$ . Вероятности испускания частиц  $F$  с противоположными импульсами  $\mathbf{p}_F$  и  $-\mathbf{p}_F$  в этой системе могут различаться только при нарушении изотропии пространства, т. е. при наличии выделенного направления в нём. Однако единственным вектором, определяющим такое направление, является спин  $\mathbf{I}_D$  частицы  $D$ . Поэтому асимметрия испускания частицы  $F$  в системе покоя  $D$  может возникнуть только из-за  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляции  $(\mathbf{p}_F \mathbf{I}_D)$ .

В лабораторной системе координат имеется также вектор импульса частицы  $D$ . Однако этот вектор приводит лишь к тривиальному сдвигу импульса  $\mathbf{p}_F$  в направлении движения  $D$ . В рассматриваемых нами условиях движение частиц  $F$  и  $D$  происходит вдоль осей  $x$  и  $z$ , перпендикулярных друг другу. Поэтому асимметрия испускания частицы  $F$  по и против оси  $x$  не может зависеть от направления импульса частицы  $D$ . Таким образом, необходимыми условиями для появления измеряемой асимметрии являются: (1) поляризация частицы  $D$  в реакции  $A + B \rightarrow C + D$ , создающая выделенное направление спина  $\mathbf{I}_D$ ; (2) нарушение пространственной чётности в распаде  $D \rightarrow E + F$ , приводящее к корреляции  $(\mathbf{p}_F \mathbf{I}_D)$ .

Наконец, легко сообразить, что поскольку  $T$ -нечётная корреляция  $(\mathbf{s}_A[\mathbf{p}_C \times \mathbf{p}_F])$  является  $\mathcal{P}$ -чётной, то пространственная чётность должна нарушаться не только в пункте (2), но и в пункте (1). Это следует также и из того, что псевдовектор  $\mathbf{I}_D$  должен быть направлен вдоль вектора  $[\mathbf{s}_A \times \mathbf{p}_C]$ . Вот так и появляется двойной запрет по чётности.



## 2.8. $\mathcal{T}$ -нечётная корреляция в реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$

Разумеется, в статье [423] нами также был выполнен полный анализ конкретной реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$ . На первой стадии нейтрон со спином  $s = 1/2$  и поляризацией  $p_n$  поглощается ядром-мишенью  $^{10}\text{B}$  со спином  $I = 3$ , рождая  $\alpha$ -частицу с нулевым спином и возбуждённое дочернее ядро  $^7\text{Li}^*$  со спином  $I' = 1/2$ . Динамика этой реакции полностью определяется её  $S$ -матрицей, т. е. амплитудами перехода  $S_J(lj \rightarrow L_\alpha)$  из начального в конечное состояние. Здесь  $l$  и  $j$  — орбитальный и полный ( $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ ) моменты нейтрона,  $J$  — спин компаунд-ядра ( $\mathbf{J} = \mathbf{j} + \mathbf{I}$ ), а  $L_\alpha$  — угловой момент  $\alpha$ -частицы в выходном канале ( $\mathbf{L}_\alpha + \mathbf{I}' = \mathbf{J}$ ). Громоздкая формула для спин-тензоров ориентации дочерних ядер  $\tau_{Qq}(I')$ , зависящих от направлений единичного вектора  $\mathbf{n}_s$  вдоль оси поляризации нейтронов и единичного вектора  $\mathbf{n}_\alpha$  вдоль импульса  $\alpha$ -частицы, приведена в статье [423].

На второй стадии происходит распад:  $^7\text{Li}^*(1/2^-) \rightarrow ^7\text{Li}(3/2^-) + \gamma$ . В нашем частном случае угловое распределение  $\gamma$ -квантов определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \frac{dw_\gamma}{d\Omega} \sim \tau_{00}(I') \sum_{L=1,2} \left( |a_L(m)|^2 + |a_L(e)|^2 \right) + 4\sqrt{3\pi} \sum_q \tau_{1q}(I') Y_{1q}^*(\mathbf{n}_\gamma) \times \\ \times \left( C_{1110}^{21} U\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 21, 1\frac{1}{2}\right) \text{Re}(a_1(m) a_2^*(m) + a_1(e) a_2^*(e)) + \right. \\ \left. + \sum_{L=1,2} C_{L110}^{L1} U\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, L1, L\frac{1}{2}\right) \text{Re}(a_L(m) a_L^*(e)) \right). \quad (2.21) \end{aligned}$$

Здесь  $U(abcd, ef)$  — нормированная функция Рака,  $a_L(m)$  и  $a_L(e)$  — амплитуды магнитных и электрических переходов мультипольности  $L$  (В.111), (В.112), а  $\mathbf{n}_\gamma$  — единичный вектор, направленный вдоль импульса  $\gamma$ -кванта.

Первое слагаемое в правой части уравнения (2.21) определяет полную вероятность  $\gamma$ -перехода. Если чётность сохраняется, то в полную вероятность вносят вклады только  $M1$ - и  $E2$ -амплитуды. В случае нарушения чётности возникают малые  $E1$ - и  $M2$ -амплитуды. Экспериментально измеряемая асимметрия определяется вторым слагаемым в правой части уравнения (2.21). Таким образом, асимметрия отлична от нуля только при нарушении  $\mathcal{P}$ -чётности на второй стадии реакции, когда переходы  $E1$  и  $M2$  примешиваются к  $M1$  и  $E2$ . Однако величина эффектов нарушения пространственной чётности в ядре  $^7\text{Li}$  вряд ли превышает  $Gm_\pi^2 \sim 10^{-7}$ .

Очевидный интерес представляет непосредственное выделение слагаемого, пропорционального тройной  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции ( $\mathbf{n}_s[\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{n}_\gamma]$ ), в угловом распределении  $\gamma$ -квантов. Это угловое распределение даётся формулой (2.21); при этом информация о первой стадии реакции входит в эту формулу исключительно через спин-тензоры  $\tau_{1q}(I')$ . Пользуясь явными выражениями для этих спин-тензоров и ограничиваясь учётом  $s$ -волн для падающих нейтронов, для входящего в (2.21)

фактора можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sum_q \tau_{1q}(I') Y_{1q}^*(\mathbf{n}_\gamma) &= \frac{3\sqrt{6}}{(4\pi)^{3/2}} p_n(\mathbf{n}_s [\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{n}_\gamma]) \sum_{J, J'} g_{J'} \left( \frac{2J+1}{2J'+1} \right)^{1/2} \times \\ &\times U(I \frac{1}{2} J 1, J' \frac{1}{2}) \sum_{L'_\alpha > L_\alpha} (2J+1)(2I'+1)(2L_\alpha+1)^{1/2} \times \\ &\times C_{L_\alpha 0 10}^{L'_\alpha 0} \begin{Bmatrix} J' & L'_\alpha & I' \\ J & L_\alpha & I \\ 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} \operatorname{Im} \left( S_{J'}^*(0 \frac{1}{2} \rightarrow L'_\alpha) S_J(0 \frac{1}{2} \rightarrow L_\alpha) \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.22)$$

Многоточие в правой части указывает на то, что выделено только одно слагаемое, пропорциональное тройной  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции.

Полученный результат представляет двойкий интерес. Обратим внимание, во-первых, на коэффициент Клебша–Гордана  $C_{L_\alpha 0 10}^{L'_\alpha 0}$  в правой части (2.22). Он отличен от нуля лишь при  $L'_\alpha = L_\alpha \pm 1$ . Следовательно на первой стадии реакции должна иметь место интерференция по выходным орбитальным моментам испускаемых  $\alpha$ -частиц разной чётности. Поскольку чётность во входном нейтронном канале фиксирована, то, следовательно, тройная  $\mathcal{T}$ -нечётная корреляция может возникнуть в реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$  только при условии нарушения чётности на первой стадии реакции (в дополнение к тому, что такое нарушение должно происходить и на второй стадии). Это обстоятельство ограничивает ожидаемую асимметрию испускания  $\gamma$ -квантов величиной масштаба  $(Gm_\pi^2)^2 \sim 10^{-14}$ .

Во-вторых, можно прямо показать, что  $\mathcal{T}$ -нечётная корреляция может возникнуть в неупругом процессе и без нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. В самом деле, в брейт-вигнеровском приближении типа (1.47) для элементов S-матрицы имеем

$$S_J(0 \frac{1}{2} \rightarrow L_\alpha) = -i e^{i(\delta_0^C + \delta_{L_\alpha}^C)} \frac{g^n(0 \frac{1}{2} J) g^{\alpha*}(L_\alpha J)}{E - E_J + i\Gamma_J/2}. \quad (2.23)$$

Если реакция идёт через изолированный резонанс со спином  $J$ , то  $\mathcal{T}$ -нечётная корреляция пропорциональна множителю:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} (S_J^*(0 \frac{1}{2} \rightarrow L'_\alpha) S_J(0 \frac{1}{2} \rightarrow L_\alpha)) &= \\ &= \frac{|g^n(0 \frac{1}{2} J)|^2 \operatorname{Im} \left( e^{i(\delta_{L_\alpha}^C - \delta_{L'_\alpha}^C)} g^\alpha(L'_\alpha J) g^{\alpha*}(L_\alpha J) \right)}{(E - E_J)^2 + \Gamma_J^2/4}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Легко видеть, что отличие этого множителя от нуля может быть обусловлено не только тем, что амплитуды  $g^\alpha(L_\alpha J)$  обладают фазами, т.е. нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности, но и различием фаз потенциального рассеяния  $\delta_{L_\alpha}^C$  и  $\delta_{L'_\alpha}^C$ . Кроме того, нетрудно установить, что в случае перекрытия близко расположенных резонансов со спинами  $J' \neq J$  возникают дополнительные ненулевые интерференционные вклады (не имеющие отношения к нарушению  $\mathcal{T}$ -инвариантности) в коэффициент при  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции. Такие вклады, кстати, должны быть очень существенны как раз для реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$ . В самом деле, как уже было сказано, первая стадия указанной реакции,  $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}^*$ , проходит через широкие ( $\Gamma > 100$  кэВ) перекрывающиеся резонансы компаунд-ядра  $^{11}\text{B}$ . В данном случае

именно такие вклады, имитирующие эффекты, обусловленные  $\mathcal{TV}$ -силами, можно назвать вкладами взаимодействий в конечном состоянии.

Итак, подытоживая, замечу, что да, разумеется, не каждая  $\mathcal{T}$ -нечётная спин-угловая корреляция может быть использована в качестве инструмента для проверки  $\mathcal{T}$ -инвариантности. В распадах, идущих за счёт сильных взаимодействий, эффекты взаимодействий в конечном состоянии, приводящие к  $\mathcal{T}$ -нечётным корреляциям, могут быть очень значительны. Для реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)$  в работе [423] прослежен конкретный механизм формирования  $\mathcal{T}$ -нечётной, но  $\mathcal{P}$ -чётной корреляции ( $\mathbf{s}[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_\gamma]$ ) в отсутствие нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Показано также, что вследствие двухступенчатости данного процесса указанная корреляция подавлена двойным запретом по чётности.

Для тройного деления ядер также предложен конкретный механизм, способный сформировать аналогичную  $\mathcal{T}$ -нечётную, но  $\mathcal{P}$ -чётную корреляцию ( $\mathbf{s}[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{p}_f]$ ). Значительная величина этой корреляции, наблюдаемая экспериментально, свидетельствует о том, что тройное деление не является двухступенчатым процессом. По правде говоря, едва ли кто-то в этом сомневался, но всё равно здорово, что тройная корреляция это подтверждает.

## 2.9. ROT-эффект

В 2006 году на ISINN-14 в Дубне были представлены результаты новых измерений  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции в тройном делении ядер  $^{235}\text{U}$  медленными нейтронами. Установка была немного изменена. Чуть-чуть упрощая, можно сказать, что  $\alpha$ -частицы регистрировались двумя парами детекторов. Одна пара фиксировала  $\alpha$ -частицы, вылетающие вдоль и против оси  $x$ , но со средним наклоном  $\vartheta = 68^\circ$  к оси  $z$  (к направлению движения лёгкого осколка). Другая же пара —  $\alpha$ -частицы, вылетающие вдоль и против оси  $x$ , но со средним наклоном  $\vartheta = 112^\circ$  к оси  $z$ . Ясно, что и здесь, в принципе, можно изучать зависимость коэффициента асимметрии (2.2) от угла  $\vartheta$ , как это разъяснялось в разделе 2.5. Более того, если такая зависимость есть, то её, наверное, проще заметить.

Напомню, что для  $^{233}\text{U}$  в 1999 году такая зависимость не была обнаружена. И это было истолковано в [402, 415] как аргумент против моей «спин-орбитальной» модели формирования  $\mathcal{T}$ -нечётной корреляции. Но в 2006 году на ISINN-14 в Дубне было объявлено [453], что для  $^{235}\text{U}$  такая зависимость асимметрии (2.2) от угла  $\vartheta$  имеет место! Причём ярко выраженная — для угла  $\vartheta = 68^\circ$  асимметрия положительна, тогда как для  $\vartheta = 112^\circ$  — отрицательна. В 2007 году вышли статьи [454, 460] с изложением экспериментальных данных.

Любопытно, что авторские коллективы этих статей несколько различаются. При этом, если в [460] кратко пересказывается содержание моей работы [404], то в [454] о «спин-орбитальной» модели нет даже упоминаний<sup>1)</sup>.

В обеих статьях [454, 460] предлагается объяснение обнаруженного явления. Оно, в действительности, очень похоже на то, которое было изложено в разделе 2.4.

<sup>1)</sup> Мне тем более сложно понять этот феномен, что в статье [415] было сказано буквально следующее: «... in case of the spin-orbit interaction is at work, the correlation coefficient  $D$  should have opposite signs for angles smaller or larger than the average angle  $83^\circ$ , ... ». Поскольку для  $^{233}\text{U}$  этого не было обнаружено, то авторы [415] сделали заключение: «... the spin-orbit interaction thus appears to be ruled out as being behind the triple correlation observed». Да, но для  $^{235}\text{U}$  было найдено, что асимметрия в самом деле имеет разные знаки для углов меньших и больших, чем средний угол  $83^\circ$ . И что — теперь это причина для того чтобы вовсе не вспоминать про модель со спин-орбитальным взаимодействием?

Там, напомним, предполагалось, что поляризованное делящееся ядро формирует «магнитное поле», силовые линии которого перпендикулярны плоскости  $(x, z)$ , в которой движутся  $\alpha$ -частицы. В отсутствие «поля»  $\alpha$ -частицы движутся в среднем под углом  $\vartheta = 83^\circ$  по отношению к оси  $z$ . Пусть «магнитное поле» направлено по оси  $y$ . Тогда  $\alpha$ -частицы, вылетающие вдоль оси  $x$ , дополнительно отклоняются в направлении оси  $z$  (средний угол  $\vartheta$  уменьшается), а  $\alpha$ -частицы, вылетающие против оси  $x$ , отклоняются против оси  $z$  (средний угол  $\vartheta$  увеличивается). «Магнитное поле» — это, конечно, не более чем образ, за которым стоит ядерное спин-орбитальное взаимодействие.

Так вот, авторы [454, 460] исходят из картины, согласно которой делящееся ядро, поляризованное вдоль оси  $y$ , вращается как макроскопическое тело вокруг этой оси. Тогда  $\alpha$ -частицы, вылетающие вдоль и против оси  $x$  по-разному «чувствуют» это вращение и, соответственно, отклоняются в разные стороны от среднего направления  $\vartheta = 83^\circ$  по отношению к оси  $z$  (к направлению движения лёгкого осколка). Соответственно авторы назвали обнаруженное явление ROT-эффектом.

Эта трактовка, безусловно, заслуживает внимания. В то же время нельзя не заметить, что новые данные, по-видимому, могут быть описаны и в моей модели. В конце раздела 2.6 было отмечено, что второе слагаемое в правой части формулы (2.19) плавно зависит от  $\vartheta$ . Похоже, что для  $^{233}\text{U}$  это второе слагаемое при  $\vartheta = 90^\circ$  существенно отлично от нуля. Если, к примеру,  $p(J) > 0$ , то оно отрицательно (поскольку измеренное  $D$  отрицательно). Тогда при плавной зависимости от  $\vartheta$  оно останется отрицательным при  $\vartheta = 68^\circ$  и  $112^\circ$ , т.е. явно выраженной зависимости эффекта от  $\vartheta$  не будет. В то же время для  $^{235}\text{U}$  это второе слагаемое, по-видимому, близко к нулю при  $\vartheta = 90^\circ$ . Но тогда ничто не мешает ему, оставаясь плавно зависящим от  $\vartheta$ , иметь разные знаки при  $\vartheta = 68^\circ$  и  $112^\circ$ . Это приводит как раз к картине, описанной в [454, 460].

## Глава 3

# ЗАВИСИМОСТЬ СЕЧЕНИЙ И СПИН-УГЛОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ОТ ЭНЕРГИИ СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ

### 3.1. Перевожу дыхание...

Есть мнение, что теоретик каждые семь лет должен менять специализацию. Я никогда не следил за этим. Но круг интересов расширяется сам собой, причем не равномерно во все стороны. И вот, смещаясь вместе с интересами, каждые семь лет я замечаю, что, в самом деле, занимаюсь какими-то новыми для себя вещами.

В 1988 году исполнилось как раз семь лет с того момента, как я пришел в Курчатовский институт. В том же 1988 году я защитил кандидатскую диссертацию, главным образом по работам, выполненным совместно с Д. П. Гречухиным и посвящённым спин-угловым корреляциям в делении ядер. В диссертации была также глава, посвящённая теории оптической накачки.

В те годы в среде специалистов по делению ядер широко обсуждался эксперимент К. Е. Бемиса с сотрудниками [155], в котором наблюдалось деление оптически выстроенных изомеров  $^{242m}\text{Am}$ . Целью эксперимента было подтвердить, что изомеры деления представляют собой сильно вытянутые ядра (изомеры формы). Наш с Дмитрием Петровичем скепсис по поводу эксперимента [155] отражён в работе [213]. В то же время Д. П. Гречухин был убеждён в том, что в связи со стремительным развитием лазерной техники сам метод оптической спиновой ориентации атомов и их ядер в пучках и газовых мишенях имеет большие перспективы.<sup>1)</sup>

В результате я некоторое время плотно занимался этой задачей, которая, возможно, привлекла меня именно в силу своей непохожести на нейтронную физику. Дело кончилось публикацией двух препринтов [242, 265], второй из которых, вышедший в 1989 году, в частности, немного поправлял результаты первого, вышедшего в 1987 году. Ошибки, вкравшиеся в [242], были вовремя замечены моим будущим оппонентом по кандидатской диссертации И. М. Павличенковым, которому я за это очень благодарен. В результате текст диссертации был нужным образом исправлен.

Я, однако, не стал публиковать статьи на тему оптической накачки, потому что вот так, сходу, ничего особенно оригинального получить не удалось. Я скорее осознал, что имею дело с отдельной, новой для себя областью физики (квантовой оптикой), такой огромной, что вот ещё шаг, и я навсегда в ней останусь. Поэтому я походил по краю, полюбовался открывшимися далями, и снова нырнул в дебри ядерной физики, где стал нащупывать новые для себя тропинки.

Опыт работы с электромагнитным излучением был очень ценным. Он позволил мне быстрее понять, как описываются радиационные каналы в ядерных реакциях и, в частности, в реакции  $(n, \gamma)$ . Интерес к радиационному захвату нейтронов легко объясним; ведь именно в этом процессе в 1960-е годы впервые были обнаружены  $P$ -нечётные эффекты, обусловленные нуклон-нуклонными  $PV$ -силами.

---

<sup>1)</sup> В самом деле, на эту тему постоянно появляются новые публикации, вот, например, одна из недавних — [457].

Однако в конце 1980-х годов на первый план вышла задача, с виду простая, но доставившая немало хлопот тем, кто за неё взялся. Она отчасти связана с зависимостью спин-угловых корреляций в радиационном захвате от энергии  $E$  нейтрона. Как оказалось, этот вопрос тесно связан с аналогичными зависимостями от энергии  $E$  спин-угловых корреляций в полном сечении взаимодействия. Этим энергетическим зависимостям и посвящена данная глава.

### 3.2. $\mathcal{P}$ -нечётный эффект в полном сечении

Рассмотрим сначала  $\mathcal{P}$ -нечётный дихроизм. Выпишем полное сечение взаимодействия медленных поляризованных нейтронов с выстроенными ядрами, которое определяется формулами (1.32), (1.33), а также (1.35) и (1.36):

$$\begin{aligned} \sigma_t = \sigma_0 + p_1(s)(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k) \Delta\sigma_{PV}^{(1)} + p_2(I)(3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 - 1) \Delta\sigma_D + \\ + p_1(s) p_2(I)(3(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I)(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I) - (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)) \Delta\sigma_{PV}^{(3)} + \\ + p_1(s) p_2(I)(\mathbf{n}_s [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I])(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I) \Delta\sigma_{TVPC}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Величины корреляций в соответствии с (1.37)–(1.40) имеют следующий вид:<sup>1)</sup>

$$\Delta\sigma_D = \pi\lambda^2 (h_J \operatorname{Re} (S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) + S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})) + e_J (1 - \operatorname{Re} S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}))), \quad (3.2)$$

$$\Delta\sigma_{PV}^{(1)} = 2\pi\lambda^2 g_J \operatorname{Re} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) + S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (3.3)$$

$$\Delta\sigma_{PV}^{(3)} = -\pi\lambda^2 h_J \operatorname{Re} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) + S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (3.4)$$

$$\Delta\sigma_{TVPC} = 3\pi\lambda^2 h_J \operatorname{Im} (S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) - S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})). \quad (3.5)$$

Если ядра не выстроены,  $p_2(I) = 0$ , то в полном сечении имеется единственная корреляция —  $\mathcal{P}$ -нечётное слагаемое  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)$ .

Обсудим более подробно, в чём состоит измерение асимметрии прохождения нейтронов через мишень. Пусть полное сечение взаимодействия чувствительно к направлению вектора поляризации  $\mathbf{n}_s$  падающих нейтронов, так что для двух противоположных поляризаций имеем

$$\sigma_t^\pm(E) = \sigma_0(E) \pm \Delta\sigma(E). \quad (3.6)$$

Тогда доля нейтронов, прошедших через мишень толщины  $z$ ,

$$N^\pm(E)/N_0 = e^{-\rho\sigma_t^\pm(E)z}, \quad (3.7)$$

различна для двух противоположных поляризаций. Здесь  $\rho$  — плотность ядер в мишени. Реально измеряется следующая асимметрия:

$$\alpha(E) = \frac{N^+(E) - N^-(E)}{N^+(E) + N^-(E)} \quad (3.8)$$

при одинаковом числе  $N_0$  нейтронов, падающих на мишень с противоположными поляризациями.

Как правило, чувствительность полного сечения к направлению поляризации падающих нейтронов невелика, и поэтому

$$\rho |\Delta\sigma(E)| z \ll 1. \quad (3.9)$$

<sup>1)</sup> В статье [437] в формуле (7) для  $\Delta\sigma_{PV}^{(2)}$  (здесь эта величина обозначена  $\Delta\sigma_{PV}^{(3)}$ ) пропущен знак минус в правой части.

В этом случае измеряемая асимметрия принимает очень простой вид

$$\alpha(E) = -\rho \Delta\sigma(E) z. \quad (3.10)$$

Казалось бы, чем больше толщина мишени  $z$ , тем больше эффект. На самом же деле с ростом  $z$  уменьшается общее число нейтронов, прошедших через мишень и, следовательно, уменьшается скорость набора статистики. Можно показать, что при заданной энергии  $E$  оптимальным условиям измерения отвечает такой выбор толщины мишени  $z$ , что  $\rho \sigma_0(E) z = 2$ . Этот вопрос подробно обсуждается, к примеру, в обзоре В. Е. Бунакова и Л. Б. Пикельнера [365].

Легко видеть, что в этих оптимальных условиях асимметрия (3.10) пропорциональна отношению  $\Delta\sigma(E)$  к  $\sigma_0(E)$ . Это совсем не то же самое, что определение (1.49), поскольку в данном случае знаменатель содержит не только  $p$ -волновое сечение, но и  $s$ -волновой фон. Отсюда тут же следует, что чем лучше выделяется  $p$ -волновой резонанс на фоне  $s$ -волновой подложки, или, проще, чем сильнее  $p$ -волновой резонанс, тем больше эффект асимметрии (что, в общем-то, довольно естественно).

Поскольку  $\sigma(E)$  зависит от энергии  $E$ , то толщина  $z$  выбирается, конечно, так, чтобы условия измерений были лишь «в среднем» (для заданного интервала изменения  $E$ ) оптимальны. Важным является следующее. При фиксированных  $\rho$  и  $z$  энергетическая зависимость измеряемой асимметрии (3.10) точно следует за энергетической зависимостью добавки к сечению  $\Delta\sigma(E)$ . В частности,  $\mathcal{P}$ -нечётная асимметрия прохождения нейтронов с поляризациями  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow \mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow \mathbf{n}_k$  через мишень с неориентированными ядрами определяется формулой

$$\alpha_{PV}(E) = -\rho p_1(s) \Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E) z. \quad (3.11)$$

### 3.3. Энергетическая зависимость $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма

В слегка упрощенной форме энергетическая зависимость  $\mathcal{P}$ -нечётного нейтронного дихроизма вблизи фиксированного  $p$ -волнового резонанса выводится следующим образом. Примем для общности, что имеется множество  $p$ -волновых резонансов со спином  $J$ , которые мы будем нумеровать индексом  $p$ . Примем, что  $E_{pJ}$  — это положение  $p$ -го резонанса,  $\Gamma_{pJ}$  — это полная ширина резонанса,  $g_p^n(1jJ)$  — действительная амплитуда парциальной нейтронной ширины  $\Gamma_{pjJ}^n = (g_p^n(1jJ))^2$ , а  $\Gamma_{pJ}^n = \Gamma_{p1/2J}^n + \Gamma_{p3/2J}^n$  — это полная нейтронная ширина резонанса. Вблизи  $p$ -го резонанса элементы  $S$ -матрицы, описывающие упругое рассеяние  $p$ -волн, имеют вид

$$S_J(1j \rightarrow 1j') = e^{2i\delta_p^C} \left( \delta_{jj'} - i \frac{g_p^n(1jJ) g_p^n(1j'J)}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2} \right) + \Delta S_J^{TVPC}(1j \rightarrow 1j'). \quad (3.12)$$

Здесь  $\delta_p^C \simeq -(kR)^3/3$  есть фаза потенциального рассеяния  $p$ -волны на ядре радиуса  $R$ . Всюду ниже мы пренебрегаем ею. Малая добавка  $\Delta S_J^{TVPC}$ , возникающая в результате действия гипотетического  $TVPC$ -взаимодействия, подробно рассматривается ниже в разделе 3.7 (а пока мы этой добавкой также пренебрегаем).

Удобно выделить из полного сечения  $\sigma_0$  (1.11) часть, обусловленную вкладом  $p$ -волны; вблизи  $p$ -го резонанса это  $p$ -волновое сечение описывается формулой Брейта–Вигнера:

$$\sigma_p(E) = \pi \lambda^2 \frac{gJ \Gamma_{pJ}^n \Gamma_{pJ}}{(E - E_{pJ})^2 + \Gamma_{pJ}^2/4}. \quad (3.13)$$

Отмечу, что поскольку нейтронная ширина  $p$ -волнового резонанса мала, то вклад  $\sigma_p$  в  $\sigma_0$  обычно невелик по сравнению с  $s$ -волновым вкладом  $\sigma_s$  даже при  $E = E_{pJ}$ .

Эффекты нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности определяются элементами  $S$ -матрицы, которые описывают переходы из  $s$ - в  $p$ -волну и наоборот и в брейт-вигнеровском приближении имеют вид (1.47). В модели, использованной О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом [167] в 1980 году,  $\mathcal{P}$ -нечётное взаимодействие  $V^{PV}$  смешивает  $s$ -волновые резонансы, нумеруемые индексом  $s$ , с  $p$ -волновыми резонансами (разумеется, с теми же спинами). Соответственно волновая функция  $p$ -го компаунд-резонанса имеет следующий вид:

$$\psi_{JM}^p = |JM\rangle^p + \sum_s \frac{V_{sp}^{PV}}{E_{pJ} - E_{sJ}} |JM\rangle^s, \quad (3.14)$$

где  $E_{sJ}$  — положение  $s$ -го ( $s$ -волнового) резонанса.

Матричный элемент  $V_{sp}^{PV}$  действителен, если фазы волновых функций  $s$ -го и  $p$ -го компаунд-состояний выбраны в соответствии с условием (1.23). Но тогда, в силу эрмитовости оператора  $\mathcal{P}$ -нечётного взаимодействия, матрица  $V_{sp}^{PV}$  симметрична. Всюду далее мы будем пользоваться следующим обозначением для этих матричных элементов:

$$v_{sp}^P = V_{sp}^{PV} = V_{ps}^{PV}. \quad (3.15)$$

Смешивание состояний противоположной чётности является причиной появления у  $p$ -волнового резонанса ненулевой нейтронной амплитуды распада в  $s$ -волновой канал. А именно, подставляя (3.14) в (1.46), для такой амплитуды получим

$$g_p^n(0\frac{1}{2}J) = \sum_s \frac{v_{sp}^P}{E_{pJ} - E_{sJ}} g_s^n(0\frac{1}{2}J). \quad (3.16)$$

где  $g_s^n(0\frac{1}{2}J)$  — действительная амплитуда нейтронной ширины  $\Gamma_{sJ}^n = (g_s^n(0\frac{1}{2}J))^2$   $s$ -го резонанса.

Следовательно в этой модели вблизи  $p$ -го резонанса элементы  $S$ -матрицы (1.47), описывающие переходы из  $s$ -волны в  $p$ -волну и наоборот, имеют вид

$$S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2}) = -i \frac{g_p^n(1jJ)}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2} \sum_s \frac{v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{pJ} - E_{sJ}}. \quad (3.17)$$

Малыми фазами потенциального рассеяния мы пренебрегли. Строго говоря, в работе [167] рассматривалось только двухуровневое приближение: каждый  $p$ -волновой резонанс смешивался только с одним, ближайшим,  $s$ -волновым резонансом. Обобщение на смешивание со всеми возможными  $s$ -волновыми резонансами было введено в модель позже и в настоящее время, например в обзоре Г.Е. Митчелла, Дж.Д. Боумана С.И. Пентилла и Э.И. Шарапова [407], используется как само собой разумеющаяся вещь.

Пользуясь моделью Сушкова–Фламбаума, для величины (3.3), определяющей  $\mathcal{P}$ -нечётную асимметрию прохождения медленных нейтронов через мишень, получим

$$\Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E) = \pi\lambda^2 \frac{g_J g_p^n(1\frac{1}{2}J)\Gamma_{pJ}}{(E - E_{pJ})^2 + \Gamma_{pJ}^2/4} \sum_s \frac{2v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{sJ} - E_{pJ}}. \quad (3.18)$$

Легко видеть, что вблизи  $p$ -волнового резонанса эта величина и, следовательно, асимметрия пропускания (3.11), имеет ту же (резонансную) зависимость от энергии нейтрона  $E$ , что и  $p$ -волновое сечение (3.13). Отмечу также, что в правую часть (3.18) входит коэффициент смешивания  $v_{sp}^P/(E_{sJ} - E_{pJ})$  компаунд-резонансов



противоположной чётности, динамически усиленный по сравнению с аналогичным коэффициентом смешивания низколежащих ядерных состояний.

### 3.4. Явление резонансного усиления

Очень часто, когда обсуждают усиление  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в тяжелых ядрах за счёт близости уровней компаунд-ядра (за счёт динамического усиления), упускают из вида одно важное обстоятельство. Асимметрия пропускания, которая определяется формулами (3.11) и (3.18), зависит от энергии нейтрона и достигает максимума в резонансах; вне резонансов асимметрия мала. Таким образом, имеет место резонансное усиление  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов. На его существование впервые указали В. Е. Бунаков и В. П. Гудков в своей публикации [172], вышедшей в 1981 году и посвящённой как раз исследованию энергетических зависимостей эффектов нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности во взаимодействии медленных нейтронов с ядрами.

Резонансное усиление имеет простой и глубокий физический смысл. Предположим, что мы решаем задачу о переходе из  $s$ - в  $p$ -волну (или наоборот) под действием  $\mathcal{PV}$ -взаимодействия, пользуясь теорией возмущений, зависящих от времени. Тогда правило Ферми определяет вероятность перехода в единицу времени  $w$ , а сама вероятность перехода равна, следовательно, произведению  $w$  на время, в течение которого действует возмущение. Вне резонанса время взаимодействия нейтрона с ядром есть, фактически, время пролета через ядро (то же имеет место для лёгких ядер, где нет компаунд-резонансов). Резонансу же соответствует образование компаунд-ядра с очень большим по «ядерной шкале» временем жизни  $\hbar/\Gamma$ , где  $\Gamma$  — полная ширина резонанса. Понятно, что в резонансе полная вероятность перехода увеличивается, и, следовательно, увеличиваются и  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты. Это и есть резонансное усиление.

Совершенно естественно, что величина (3.18), определяющая  $\mathcal{P}$ -нечётную асимметрию пропускания медленных нейтронов через мишень, в резонансе, т. е. при  $E = E_{pJ}$ , пропорциональна  $1/\Gamma_{pJ}$ , т. е. времени жизни компаунд-резонанса. Легко понять, что всё сказанное о  $\mathcal{PV}$ -силах должно быть справедливым и для  $\mathcal{TV}$ -взаимодействий. В самом деле, в случае 5-векторной корреляции, к примеру,  $\mathcal{T}$ -неинвариантный эффект обусловлен различием амплитуд перехода из волны  $p_{\frac{1}{2}}$  в волну  $p_{\frac{3}{2}}$  и наоборот. Ясно, что чем дольше будут действовать  $\mathcal{TVPC}$ -силы, тем больше будет различие между амплитудами и, следовательно, тем значительнее будут эффекты нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Таким образом, в компаунд-резонансах  $\mathcal{T}$ -неинвариантные эффекты должны быть усилены и, в частности, пропорциональны фактору  $1/\Gamma$ .

Любопытно, что сама идея резонансного усиления в компаунд-резонансах была, по-видимому, впервые высказана именно в связи с поисками эффектов нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности (а не  $\mathcal{P}$ -чётности), а именно Т. Е. О. Эриксоном [78] в 1966 году. Т. Е. О. Эриксон рассматривал нарушение детального равновесия в ядерных реакциях (различие сечений прямых и обратных реакций) при наличии  $\mathcal{TV}$ -взаимодействий и предложил использовать такие реакции, которые идут через стадию образования компаунд-ядра. В этой области, по мысли автора [78], эффекты нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности должны быть усилены за счёт увеличения времени взаимодействия; при этом прямо было указано на фактор усиления  $1/\Gamma$ . Более детальный анализ предложений Т. Е. О. Эриксона был выполнен К. Мау и Х. А. Вейденмюллером [80] в том же 1966 году.

Концепция резонансного усиления замечательна тем, что сразу объясняет, почему  $\mathcal{TV}$ -силы нужно искать именно в компаунд-резонансах тяжелых ядер. Да, компаунд-резонанс — это очень сложная система, которая не допускает микро-

скопического описания «из первых принципов». По этой причине, в частности, из результатов измерений  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в компаунд-резонансах трудно извлечь что-либо определённое о микроскопических нуклон-нуклонных  $\mathcal{PV}$ -силах <sup>1)</sup>. Но в настоящее время важно установить, существуют ли вообще сколько-нибудь заметные  $\mathcal{TV}$ -силы между нуклонами. Поэтому естественно искать признаки их существования в таких системах, где есть мощные факторы усиления. Именно к таким системам и относятся компаунд-резонансы, возбуждающиеся при взаимодействии медленных нейтронов с ядрами.

Что же касается  $\mathcal{P}$ -нечётной асимметрии пропускания нейтронов через мишень, имеющей резонансное поведение, то в каждом резонансе удобно ввести новую величину, не зависящую от энергии и характеризующую относительное нарушение  $\mathcal{P}$ -инвариантности в данном резонансе. В качестве такой величины принимают отношение  $\Delta\sigma_{\mathcal{PV}}^{(1)}$  (3.18) к  $p$ -волновому сечению  $\sigma_p$  (3.13). Понятно, что одинаковая энергетическая (резонансная) зависимость при этом сокращается и остаётся

$$p_P \equiv \frac{\Delta\sigma_{\mathcal{PV}}^{(1)}}{\sigma_p} = \frac{\Gamma_{p1/2J}^n}{\Gamma_{pJ}^n} \sum_s \frac{2v_{sp}^P}{E_{sJ} - E_{pJ}} \frac{g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{g_p^n(1\frac{1}{2}J)}. \quad (3.19)$$

Множитель  $v_{sp}^P/(E_{sJ} - E_{pJ})$  в данной  $\mathcal{P}$ -нечётной величине содержит фактор динамического усиления; кроме того, имеется фактор кинематического усиления  $g_s^n(0\frac{1}{2}J)/g_p^n(1\frac{1}{2}J) \sim (kR)^{-1} \sim 10^2-10^3$  [97, 167, 172]. Этот усиление возникает вследствие подавления (на множитель  $kR \sim 10^{-2}-10^{-3}$ ) нейтронных амплитуд  $p$ -волновых резонансов по сравнению с нейтронными амплитудами  $s$ -волновых резонансов.

### 3.5. Резонансное усиление и 5-векторная корреляция

Согласно формуле (3.1) вклад 5-векторной корреляции в полное сечение взаимодействия медленных поляризованных нейтронов с выстроенными ядрами задаётся величиной  $\Delta\sigma_{\mathcal{TVPC}}$  (3.5). Она может быть выделена в измерениях асимметрии прохождения нейтронов через мишень в условиях  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$ . В соответствии с (3.10) связь между асимметрией и величиной  $\Delta\sigma_{\mathcal{TVPC}}$  имеет вид

$$\alpha_{\mathcal{TVPC}}(E) = -\rho p_1(s)p_2(I) \sin \varphi \cos \varphi \Delta\sigma_{\mathcal{TVPC}}(E) z, \quad (3.20)$$

где  $\varphi$  — угол между векторами  $\mathbf{n}_I$  и  $\mathbf{n}_k$ .

Если взять брейт-вигнеровскую параметризацию (1.47) элементов  $S$ -матрицы и определение (1.48), то для вклада 5-векторной корреляции в полное нейтрон-ядерное сечение вблизи  $p$ -волнового резонанса с энергией  $E_J$  и полной шириной  $\Gamma_J$  находим

$$\Delta\sigma_{\mathcal{TVPC}}(E) = -3f_T \pi \lambda^2 \frac{h_J \Gamma_{pJ}^n \Gamma_J}{(E - E_J)^2 + \Gamma_J^2/4}. \quad (3.21)$$

Легко видеть, что имеет место резонансное усиление 5-векторной корреляции.

То же самое, кстати, уже было получено и для углов поворота спина нейтрона, обусловленных 5-векторной корреляцией. В самом деле, зависимость угла  $\Delta\chi_z$  (1.51) от энергии  $E$  нейтрона имеет тот же резонансный характер, что и энергетическая зависимость  $p$ -волнового сечения (3.13). Зависимость другого угла,  $\Delta\chi_y$  (1.52),

<sup>1)</sup> Ситуация несколько лучше для  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в компаунд-резонансах относительно лёгких ядер — см., например, [352].

от  $E$  имеет, как говорят, дисперсионный характер: нуль при  $E = E_J$ , экстремумы при  $E = E_J \pm \Gamma_J/2$  и затем медленное спадание в обе стороны от резонанса.

По аналогии с  $\mathcal{P}$ -нечётной величиной (3.19) в каждом  $p$ -волновом резонансе удобно ввести отношение

$$p_T \equiv \frac{\Delta\sigma_{TVPC}}{\sigma_p} = -\frac{3h_J}{gJ} f_T, \quad (3.22)$$

характеризующее силу  $TVPC$ -нарушения в данном резонансе. Если воспользоваться «наивной» оценкой (1.53), то во всех  $p$ -волновых резонансах следует ожидать примерно одинаковых эффектов  $p_T \sim \lambda_T$ .

### 3.6. Проблема парциальных нейтронных ширин $p$ -волновых резонансов

Проблема, которой я заинтересовался в связи с реакцией  $(n, \gamma)$ , заключалась в следующем. Величина  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма (3.19) в  $p$ -волновом резонансе пропорциональна отношению парциальной нейтронной ширины  $\Gamma_{p1/2J}^n$  к полной нейтронной ширине  $\Gamma_{pJ}^n$ . Замечу (хотя это может показаться невероятным), что это отношение так до сих пор и не измерено ни для одного из тех  $p$ -волновых резонансов, для которых были обнаружены  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты. Другими словами, неизвестно, как именно в каждом конкретном  $p$ -волновом резонансе полная нейтронная ширина  $\Gamma_{pJ}^n$  распределяется между парциальными нейтронными ширинами  $\Gamma_{p1/2J}^n$  и  $\Gamma_{p3/2J}^n$ .

Отсюда, конечно, следует, что по измеренной асимметрии  $p_P$  (3.19) невозможно установить точную величину матричного элемента  $V_{sp}^{PV}$ . Это выглядело особенно досадным как раз в конце 1980-х годов, когда имелось считанное количество  $p$ -волновых резонансов, для которых были измерены  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты. Во второй половине 1990-х годов, когда в результате измерений, выполненных в США в Нейтронном научном центре Лос-Аламоса (LANSCE — Los Alamos Neutron Science Center), счёт ненулевых значений  $p_P$  пошел на десятки (см., например, обзор [407]), эта проблема потеряла остроту. Стало ясно, что матричный элемент  $V_{sp}^{PV}$  нужно рассматривать как случайную, гауссовскую величину. Но при статистической обработке результатов измерений  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов нужно знать лишь среднее значение отношения  $\Gamma_{p1/2J}^n$  к  $\Gamma_{pJ}^n$ , которое естественно принять за  $1/2$ .

Отмечу здесь сразу, что на самом деле статистические свойства характеристик  $p$ -волновых резонансов изучены очень слабо. Амплитуды нейтронных ширин  $g^n(1\frac{1}{2}J)$  и  $g^n(1\frac{3}{2}J)$  обычно принимают за независимые гауссовские величины, но, строго говоря, это не проверено. Данная проблема более подробно рассматривается в разделах 9.5 и 9.6 монографии. Здесь можно пока заметить, в частности, что, как следует из формул (1.13), (1.14) и (1.15), «обычные» ( $\mathcal{P}$ -чётные и  $\mathcal{T}$ -инвариантные) спин-угловые корреляции в полном сечении (1.7) чувствительны к отношению парциальных нейтронных ширин  $\Gamma_{p1/2J}^n$  и  $\Gamma_{p3/2J}^n$ . На этот способ измерения характеристик  $p$ -волновых резонансов впервые, по-видимому, было указано в уже упоминавшейся работе [119].

Но спиновая ориентация ядер — это дело хлопотное. Более простыми кажутся методы, связанные с «обычными» ( $\mathcal{P}$ -чётными и  $\mathcal{T}$ -инвариантными) спин-угловыми корреляциями в реакции  $(n, \gamma)$  на неориентированных ядрах. Результаты именно таких исследований, нацеленных на измерение отношения  $\Gamma_{p1/2J}^n/\Gamma_{pJ}^n$  в  $p$ -волновом резонансе ядра  $^{117}\text{Sn}$  с энергией  $E_p = 1.33$  эВ, были опубликованы в 1984 и 1985 годах сотрудниками ЛНФ ОИЯИ [205, 212]. Это был один из тех четырёх

$p$ -волновых резонансов, в которых (на тот момент) был обнаружен  $\mathcal{P}$ -нечётный дихроизм.

Речь, в частности, идёт о возможности измерения в реакции  $(n, \gamma)$  асимметрии испускания  $\gamma$ -квантов «вперёд–назад», т. е. о корреляции  $(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_k)$ . Все необходимые ссылки как на теоретические, так и на экспериментальные работы приведены в главе 8. Я выпишу здесь лишь те формулы, которые необходимы в ближайших разделах.

Пусть, как в случае  $^{117}\text{Sn}$ , ядра-мишени имеют спин  $I = 1/2$  и чётность  $\pi_0 = +1$ . Захват медленных нейтронов с энергией  $E$  идёт с возбуждением удаленного  $s$ -волнового резонанса с энергией  $E_s$ , спином и чётностью  $J_s^{\pi_s} = 1^+$  и  $p$ -волнового резонанса с энергией  $E_p$ , спином и чётностью  $J_p^{\pi_p} = 1^-$ . Далее излучаются  $\gamma$ -кванты в  $M1$ - и  $E1$ -переходах соответственно, на основное состояние  $0^+$  ядра, образовавшегося после захвата нейтрона (в случае  $^{117}\text{Sn}$  речь идёт об основном  $0^+$  состоянии ядра  $^{118}\text{Sn}$ ).

Амплитудами протекания реакции  $(n, \gamma)$  через  $s$ - и  $p$ -волновые резонансы называют обычно следующие величины:

$$f_s(E) = \frac{g_s^n(0\frac{1}{2})g_s^\gamma}{E - E_s + i\Gamma_s/2}, \quad f_{pj}(E) = \frac{g_p^n(1j)g_p^\gamma}{E - E_p + i\Gamma_p/2}. \quad (3.23)$$

Амплитуды  $g_s^\gamma$  и  $g_p^\gamma$  радиационных ширин резонансов определяются матричными элементами,

$$g_s^\gamma \sim \langle 1^+ | \mathcal{A}_1(m) \hat{\mathbf{j}} | 0^+ \rangle, \quad g_p^\gamma \sim \langle 1^- | \mathcal{A}_1(e) \hat{\mathbf{j}} | 0^+ \rangle, \quad (3.24)$$

от операторов  $M1$ - и  $E1$ -переходов соответственно (см. подробности в разделе 8.3 и, в частности, формулы (8.10) и (8.13))<sup>1)</sup>. При наличии  $\mathcal{T}$ -инвариантности фазы волновых функций выбираются в соответствии со стандартным условием (1.23); в этом случае амплитуды  $g_s^\gamma$  и  $g_p^\gamma$  действительны.

Дифференциальное сечение испускания  $\gamma$ -квантов в телесный угол  $d\Omega$ , зависящее от энергии нейтрона  $E$ , для неполяризованных нейтронов имеет вид

$$\frac{d\sigma_{n\gamma}(\mathbf{n}_\gamma, E)}{d\Omega} = A_0(E) + A_1(E)(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_k), \quad (3.25)$$

где

$$A_0(E) \sim |f_s(E)|^2 + \sum_j |f_{pj}(E)|^2, \quad (3.26)$$

$$A_1(E) \sim \text{Re} \left( f_s^*(E) \left( f_{p\frac{1}{2}}(E) - \frac{1}{\sqrt{2}} f_{p\frac{3}{2}}(E) \right) \right).$$

Отсюда сразу видно, что коэффициент  $A_1(E)$ , определяющий асимметрию испускания «вперёд–назад», чувствителен к соотношению между нейтронными амплитудами  $g_p^n(1\frac{1}{2})$  и  $g_p^n(1\frac{3}{2})$ . В амплитуде  $f_s(E)$  естественно пренебречь шириной  $s$ -волнового резонанса  $\Gamma_s \sim 0.1$  эВ по сравнению с  $|E - E_s| \sim 10$  эВ. Тогда энергетическая зависимость асимметрии «вперёд–назад» имеет особенно простой вид:

$$A_1(E) \sim \frac{E - E_p}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4}, \quad (3.27)$$

<sup>1)</sup> При записи матричного элемента перехода от оператора  $\hat{A}$  вектор начального состояния  $|i\rangle$  ставят обычно справа от оператора, а вектор конечного состояния  $|f\rangle$  — слева, т. е.  $\langle f | \hat{A} | i \rangle$ . В разделе В.1.8 разъяснено, почему здесь удобнее писать наоборот.

т. е. асимметрия обращается в нуль точно в середине  $p$ -волнового резонанса (такой тип энергетической зависимости ранее уже был назван дисперсионным)<sup>1)</sup>.

Итак, как уже было сказано, в [205, 212] были опубликованы результаты измерений «обычных» спин-угловых корреляций в радиационном захвате нейтронов в  $p$ -волновом резонансе ядра  $^{117}\text{Sn}$  и, в частности, асимметрии испускания  $\gamma$ -квантов «вперёд–назад». Странность заключалась в том, что авторам не удалось установить парциальные нейтронные ширины  $\Gamma_{p1/2}^n$  и  $\Gamma_{p3/2}^n$   $p$ -волнового резонанса: эксперимент явно расходился с теорией! Эта проблема оставалась «на слуху» до начала 1990-х годов (забегая в материал главы 8, всё же скажу: а потом о ней забыли).

### 3.7. Динамическое усиление и 5-векторная корреляция

Между тем, занимаясь радиационными переходами, я, конечно, продолжал интересоваться  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантными эффектами в нейтронной физике. Ещё осенью 1987 года, после киевской конференции, Г. В. Мурадян (в следующем, 1988 году, он сменил В. И. Мостового на посту начальника лаборатории нейтронной физики) попросил меня помочь П. В. Маланкину в его прикидках — есть ли смысл ставить эксперимент по 5-векторной корреляции на нейтронном источнике «Факел». В тот момент, как уже было сказано в разделах 1.17 и 2.1, имелась только «наивная» оценка (1.53), согласно которой требовалась относительная точность измерений масштаба  $10^{-4}$ . Для Дубны это было сложным делом. В то же время условия измерений в Курчатовском институте несколько уступали дубненским. Неудивительно, поэтому, что наше совместное с П. В. Маланкиным выступление на семинаре лаборатории нейтронной физики не имело никаких практических следствий<sup>2)</sup>.

В 1988 году я с интересом (и, не скрою, поначалу с недоверием) познакомился с новой статьей В. Е. Бунакова [254], появившейся в журнале «Physical Review Letters». Что меня до сих пор удивляет, так это тот малый интерес, который был проявлен к этой работе всем сообществом специалистов-нейтронщиков. В стране, впрочем, как раз в тот момент бушевали «перестройка» и «гласность» и, похоже, «Огонек» и «Новый мир» читались намного внимательнее, чем научные журналы (к нашим западным коллегам это, конечно, не относится).

Много позже Вадим Евгеньевич рассказал мне об обстоятельствах появления [254]. Статья была написана им в Институте Макса Планка (Гейдельберг, Германия — тогда ещё Западная), где он работал в 1988 году в течение нескольких месяцев по приглашению Х. А. Вейденмюллера. Ещё в 1966 году Х. А. Вейденмюллер совместно с К. Мау [80] разрабатывал идею резонансного усиления нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности, которое могло бы проявиться в нарушении детального равновесия (я уже писал об этом в разделе 3.4). А в 1980-е годы, после публикаций [172, 195], В. Е. Бунаков стал активным проповедником идеи резонансного усиления эффектов нарушения фундаментальных симметрий в реакциях с медленными нейтронами.

Легко, кстати, заметить, что 3-векторная и 5-векторная корреляции, возникающие при отличии  $S(\alpha \rightarrow \beta)$  от  $S(\beta \rightarrow \alpha)$ , представляют собой более чувствительные инструменты исследования  $\mathcal{T}$ -инвариантности, нежели метод детального равнове-

<sup>1)</sup> Экспериментальные данные по асимметрии «вперёд–назад», пропорциональной  $A_1(E)$ , приведены на рисунках 8.1 (для  $^{113}\text{Cd}$ ) и 8.5 (для  $^{117}\text{Sn}$ ).

<sup>2)</sup> Теперь-то я, конечно, понимаю, какие мы с Пашей были дураки! Мы считали, что имеет смысл заниматься только тем, что сразу даст рекордный результат. Нам и в голову не пришло, что поскольку обсуждается совершенно новый опыт, то нужно начинать с демонстрационного эксперимента. Совершенно неважно, какая там будет точность.

сия, где проверяется отличие  $|S(\alpha \rightarrow \beta)|^2$  от  $|S(\beta \rightarrow \alpha)|^2$ . Отмечу также, что очень трудно выполнить сравнение сечений прямой и обратной реакций в строго определенном резонансе. Например, в реально выполненной работе [194] сечения реакций  $^{27}\text{Al}(p,\alpha)^{24}\text{Mg}$  и  $^{24}\text{Mg}(\alpha,p)^{27}\text{Al}$  сравнивались в области перекрывающихся резонансов; при этом вклады разных резонансов могут иметь противоположные знаки, что, конечно, ослабляет эффект. Преимущество медленных нейтронов заключается в том, что измерения могут быть выполнены точно в  $p$ -волновом резонансе, где эффекты в соответствии с формулами (1.51) и (3.21) максимальны <sup>1)</sup>.

Понятно, что при этом мы возвращаемся к проблеме, а какими всё же могут быть эти самые «максимальные» эффекты непосредственно в  $p$ -волновом резонансе, т. е., в частности, что можно ожидать для характерной  $TVP$ -асимметрии полного сечения (3.22), обусловленной 5-векторной корреляцией. Вот тут В. Е. Бунаков обнаружил совершенно фантастическую вещь. Я изложу самую суть, пользуясь простейшими средствами (в оригинальной статье всё это выглядит несколько сложнее), но результат будет, конечно, тот же, что и в [254].

Предположим, в точной аналогии с (3.14), что гипотетическое  $TVP$ -взаимодействие смешивает  $p$ -волновые резонансы, так что

$$\psi_{JM}^p = |JM\rangle^p + \sum_{p' \neq p} \frac{V_{p'p}^{TVP}}{E_{pJ} - E_{p'J}} |JM\rangle^{p'}, \quad (3.28)$$

где  $V_{p'p}^{TVP}$  суть матричные элементы смешивания. Если фазы волновых функций выбраны в соответствии со стандартным условием (1.23), то матрица смешивания, во-первых, антисимметрична,  $V_{p'p}^{TVP} = -V_{pp'}^{TVP}$ , и, во-вторых, все элементы этой матрицы являются чисто мнимыми величинами. Поэтому удобно ввести следующее определение:

$$-iv_{p'p}^T = V_{p'p}^{TVP} = -V_{pp'}^{TVP}, \quad (3.29)$$

где величины  $v_{p'p}^T$  действительны.

Подставляя (3.28) в (1.46), мы находим, какие именно фазы приобретают нейтронные амплитуды  $p$ -волнового резонанса в присутствии  $TVP$ -взаимодействия:

$$g_p^n(1jJ) \rightarrow \tilde{g}_p^n(1jJ) = g_p^n(1jJ) - i \sum_{p' \neq p} \frac{v_{p'p}^T}{E_{pJ} - E_{p'J}} g_{p'}^n(1jJ). \quad (3.30)$$

Здесь для наглядности я пометил тильдой комплексные нейтронные амплитуды. Подставляя эти амплитуды в брейт-вигнеровское выражение (1.47), мы легко получим формулу (3.12) для элементов  $S$ -матрицы, описывающих упругое рассеяние  $p$ -волновых нейтронов на ядре. Добавки к этим элементам, нарушающие симметрию  $S$ -матрицы в присутствии  $TVP$ -взаимодействий, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta S_J^{TVP}(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) &= -\Delta S_J^{TVP}(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = \\ &= \frac{1}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2} \sum_{p' \neq p} \frac{v_{p'p}^T (g_p^n(1\frac{1}{2}J)g_{p'}^n(1\frac{3}{2}J) - g_p^n(1\frac{3}{2}J)g_{p'}^n(1\frac{1}{2}J))}{E_{pJ} - E_{p'J}}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

<sup>1)</sup> Замечу, однако, что указанная публикация В. Е. Бунакова [254] и последовавшая вслед за ней статья В. Е. Бунакова и Х. А. Вейденмюллера [267] способствовали оживлению интереса к проверке  $T$ -инвариантности в детальном равновесии — см., например, экспериментальную работу [326].

Малыми фазами потенциального рассеяния мы здесь пренебрегли. Аналогичным образом для безразмерного параметра  $f_T$  (1.48), характеризующего масштаб нарушения  $T$ -инвариантности с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности в  $p$ -волновом резонансе, из (3.30) получим

$$f_T = \sum_{p' \neq p} \frac{v_{p'p}^T}{E_{pJ} - E_{p'J}} \frac{g_p^n(1\frac{1}{2}J)g_{p'}^n(1\frac{3}{2}J) - g_p^n(1\frac{3}{2}J)g_{p'}^n(1\frac{1}{2}J)}{\Gamma_{pJ}^n}. \quad (3.32)$$

Ранее уже был введён безразмерный параметр  $\lambda_T$ , характеризующий интенсивность гипотетического  $TVPС$ -взаимодействия относительно обычного сильного взаимодействия (в статье [254] это параметр  $\phi$ ). Формально его можно было бы ввести как отношение,

$$\lambda_T = \frac{|V_{s.p.}^{TVPС}|}{V_{s.p.}}, \quad (3.33)$$

характерных одночастичных матричных элементов  $TVPС$ - и сильного взаимодействий. Подчеркну, что интенсивность  $TVPС$ -взаимодействия принято сравнивать именно с интенсивностью сильного,  $V$ , взаимодействия, поскольку в обоих случаях пространственная чётность сохраняется. Параметр  $\lambda_T$  имеет также смысл характерной амплитуды смешивания одночастичных состояний за счёт  $TVPС$ -взаимодействия. В самом деле,

$$\frac{|V_{s.p.}^{TVPС}|}{D_{s.p.}} \sim \lambda_T, \quad (3.34)$$

так как  $V_{s.p.} \sim D_{s.p.} \sim 10 \text{ МэВ}$ .

Легко видеть, однако, что в формулы (3.31) и (3.32) входит амплитуда смешивания уровней компаунд-ядра,  $v_c^T/D_c$ , которая в соответствии с (1.5) динамически усилена по отношению к амплитуде смешивания одночастичных уровней! Естественно предположить, что эффект в определённом  $p$ -волновом резонансе,  $p$ , определяется, главным образом, смешиванием с ближайшим  $p$ -волновым резонансом,  $p'$ , находящимся на расстоянии  $D = |E_p - E_{p'}|$ . Тогда параметр  $f_T$ , а вместе с ним и эффект (3.22) в полном сечении, обусловленный 5-векторной корреляцией, приобретают следующий масштаб:

$$f_T \sim \frac{v_c^T}{D} \sim \lambda_T \sqrt{N_c} \frac{D_c}{D}, \quad (3.35)$$

где, напомним,  $D_c \sim 10 \text{ эВ}$  — характерное расстояние между компаунд-резонансами. Это и есть формула (20) статьи В. Е. Бунакова [254]. Разумеется, данный результат сильно отличается от «наивной» оценки  $f_T \sim \lambda_T$ , которая казалась нам правильной в Киеве в 1987 году.

Таким образом, каким бы простым ни казалось приведенное здесь рассуждение (а всё по-настоящему важное задним числом кажется простым), но факт остаётся фактом: динамическое усиление 5-векторной корреляции было замечено с очень приличной, двухлетней задержкой. И это при том, что ранее В. Е. Бунаков и В. П. Гудков [180, 181] обратили внимание на динамическое усиление 3-векторной корреляции прямо в том же 1982 году, когда эта корреляция была предложена в работах [184, 188].

### 3.8. Выстроенные ядерные мишени

Помимо фактора динамического усиления  $\sqrt{N_c} \sim 10^3$  оценка (3.35) содержит дополнительный множитель  $D_c/D$ , который может дать ещё один порядок величины, если  $TUPC$ -взаимодействие смешивает близкорасположенные,  $D \sim 1$  эВ,  $p$ -волновые резонансы с одинаковым спином. Типичной, однако, следует признать ситуацию, когда  $D \sim D_c$ . Но даже в этой типичной ситуации результат (3.35) представляется, как уже было сказано, фантастическим.

В самом деле, в конце 1980-х годов измерения ЭДМ нейтрона позволили опустить верхнее ограничение на  $\lambda_T$  до величины  $10^{-3} - 10^{-4}$ . Но тогда получалось, что верхнее ограничение на параметр  $f_T$ , определяющий масштаб  $T$ -инвариантной, но  $\mathcal{P}$ -чётной 5-векторной корреляции в  $p$ -волновом резонансе тяжелого ядра, лежит в пределах  $1 - 10^{-1}$ ! Напомню, что  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в ядерных распадах, обусловленных слабым взаимодействием, имеют масштаб единицы; до 1956 года этого не замечали только потому, что  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты вообще не изучались. В. Е. Бунаков в своей статье [254], вышедшей в 1988 году, фактически указал, что на тот момент нельзя было отрицать возможность 100-процентного нарушения  $T$ -инвариантности с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности в  $p$ -волновых резонансах тяжелых ядер! Это было смело и сильно.

Разумеется, если динамически усиленное отношение  $v_c^T/D_c$  имеет масштаб единицы, то теорией возмущений и выражениями типа (3.28) и (3.30) пользоваться нельзя. Хотя очевидно, что в этом случае параметр  $f_T$  всё равно был бы порядка единицы. Это, однако, неважно, потому что даже «жестко» ограничивая  $\lambda_T$  величиной  $\sim 10^{-4}$  (теорией возмущений при этом пользоваться можно), мы получаем  $f_T \leq 10^{-1}$ . Таким образом, 5-векторная корреляция всё равно может оказаться очень большой в  $p$ -волновых резонансах. Соответственно В. Е. Бунаков [254] сделал вывод, что измерение 5-векторной корреляции в полном сечении с точностью, лучшей чем  $10^{-1}$ , позволит усилить существующее ограничение на  $\lambda_T$ . А поскольку речь идёт о порядковых оценках, то, конечно, результат (3.35) делал оправданными измерения даже на уровне  $10^{-1}$ .

Казалось бы, бери и проверяй. Ничего такого, однако, не произошло. Это похоже на историю с предложениями В. А. Карманова и Г. А. Лобова [97, 101] по  $\mathcal{P}$ -нечётным эффектам; там были и  $p$ -волновой резонанс, и все факторы усиления, а интереса почему-то не возникло. Есть, однако, такое мнение, что в 1980 году внимание к эксперименту, который был предложен О. П. Сущковым и В. В. Фламбаумом, потому и оказалось столь высоким, что в ЛНФ ОИЯИ всё было для него готово. А вот в 1988 году ни в одной лаборатории мира, похоже, не было подходящей выстроенной мишени.

Про спиновое выстраивание ядер актинидов  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  и  $^{237}\text{Np}$  в начале 1970-х годов я уже упоминал в связи с опытами Х. Постмы с сотрудниками [109, 112, 113] по наблюдению угловой анизотропии вылета осколков деления в  $s$ -волновых резонансах. В этих экспериментах ядра выстраивались с помощью «грубой силы» за счёт квадрупольного электрического взаимодействия при низкой температуре. В этом методе подбираются такие кристаллические соединения, что ядра оказываются в сильно неоднородном электрическом поле. Направление вдоль градиента электрического поля принимается за ось  $z$ . Спиновое подсостояние ядра  $|I\mu\rangle$  с проекцией  $\mu$  спина  $I$  на ось  $z$  обладает энергией

$$E_\mu = g \left( \mu^2 - \frac{I(I+1)}{3} \right), \quad (3.36)$$



где постоянная сверхтонкой связи  $g$  пропорциональна произведению квадрупольного момента ядра и градиента электрического поля. Заселённости спиновых подсостояний определяются формулой Больцмана:

$$w_\mu \sim e^{-E_\mu/k_B T}, \quad \sum_\mu w_\mu = 1. \quad (3.37)$$

Параметр спинового выстраивания ядер  $p_2(I)$  определяется соотношением (А.43).

Этот способ называют также чистым выстраиванием, чтобы подчеркнуть полное отсутствие поляризации ядер. В самом деле, поляризация (А.41) строго равна нулю, поскольку  $w_\mu = w_{-\mu}$ . Этот факт, кстати, равно как и отсутствие магнитных полей в методе чистого выстраивания, делает эксперимент по поиску 5-векторной корреляции сравнительно простым с точки зрения отслеживания всякого рода ложных эффектов. Спины нейтронов, вошедших в мишень, не «уходят» с заданного направления  $\mathbf{n}_s$  ни за счёт прецессии вокруг магнитного поля  $\mathbf{H}$ , ни за счёт псевдомагнитного эффекта — прецессии вокруг направления  $\mathbf{n}_I$  поляризации ядер (подробнее проблема ложных эффектов обсуждается в разделе 5.3).

Таким образом, методика выстраивания ядер  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  и  $^{237}\text{Np}$  хорошо известна. К сожалению, однако, в этих ядрах нет низколежащих  $p$ -волновых резонансов. Что же касается применения аналогичного способа к другим ядрам, то, как оказывается, для них постоянные сверхтонкой связи  $g$ , как правило, намного ниже (нужно, чтобы и квадрупольный момент ядра, и градиент электрического поля были велики). Я вернусь к этой теме в разделе 4.6.

На самом деле, на протяжении некоторого времени интерес к выстроенным ядрам существовал в связи с совсем другой задачей. Выстраивая деформированные ядра, можно осуществлять довольно тонкую проверку оптической модели взаимодействия быстрых нейтронов с ядрами. Ведь потенциал взаимодействия нейтрона с деформированным ядром тоже деформирован. Наглядная интерпретация ожидаемого эффекта уже была разъяснена в разделе 1.10. Правда, для медленных нейтронов эта картина, конечно, чисто символична. Для быстрых же нейтронов в ней, возможно, скрыт некоторый квазиклассический смысл.

Итак, ещё раз повторим. Пусть ядро представляет собой вытянутый сфероид со спином  $\mathbf{I}$ , направленным вдоль главной оси. Тогда очевидно, что ориентируя вектор  $\mathbf{I}$  вдоль и поперёк импульса нейтронов, мы получим разные поперечные сечения ядра. Соответственно зависимость полного сечения взаимодействия нейтронов с выстроенными ядрами от направления оси выстраивания  $\mathbf{n}_I$  называют деформационным эффектом.

Эксперименты такого рода начались в середине 1960-х годов, вскоре после того как оптическая модель вполне оформилась. Но к концу 1980-х годов интерес к ним, похоже, угас. Деформационные эффекты, однако, изучались только для двух изотопов:  $^{165}\text{Ho}$  (см., например, [91, 102]) и  $^{59}\text{Co}$  (см., например, [123, 196]). При этом, однако, ни для  $^{165}\text{Ho}$ , ни для  $^{59}\text{Co}$  низколежащие  $p$ -волновые резонансы также неизвестны.

Любопытно, что для обоих этих ядер выстраивание осуществлялось совсем не с помощью квадрупольного электрического взаимодействия. В обоих случаях использовался метод «грубой силы» при низких температурах, но осуществлялась поляризация за счёт взаимодействия магнитных моментов ядер с магнитным полем внутри кристалла. В разделе А.3.3 разъяснено, что при достаточно высокой степени поляризации параметр выстраивания (А.43) становится существенно отличным от нуля. Правда, кобальт при низких температурах антиферромагнитен, так что имеются две подсистемы ядер  $^{59}\text{Co}$  с противоположно направленными спинами, а в кристалле гольмия магнитные моменты ядер  $^{165}\text{Ho}$  образуют ещё более сложную

пространственную структуру (подробности и ссылки на необходимые источники можно найти в указанных выше статьях, а также в [368]). Важно, однако, что выстроенность ядер всё равно формируется.

### 3.9. Новые времена...

В августе 1991 года в Москве случился «путч», вслед за которым три советские прибалтийские республики — Эстония, Латвия и Литва — обрели независимость. А в декабре того же года состоялся распад Советского Союза. Вслед за этими событиями последовала новая стадия, теперь уже совершенно открытая, той борьбы за власть и собственность, которая составляла суть «перестройки». Предотвратить дезорганизацию и последовавшее вслед за ней падение было невозможно. Но каждый, как и во все времена, отвечает за то, что делал.

В апреле 1992 года в Дубне по инициативе Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ был проведён 1-й Международный семинар по взаимодействию нейтронов с ядрами (ISINN-1). Тогда я в первый раз столкнулся с таким замечательным феноменом, как отсутствие денег в бюджете Института на местные командировки. Вопрос об оплате поездки (5 дней, 100 км от Москвы) решался заместителем директора Курчатовского центра, в котором в то время трудилось примерно десять тысяч человек <sup>1)</sup>.

На ISINN-1 я рассказал о своих работах [284, 297, 298], посвящённых, в частности, проблеме извлечения парциальных нейтронных ширин  $p$ -волнового резонанса из данных по спин-угловым корреляциям в реакции  $(n, \gamma)$  (подробнее об этих работах рассказано в главах 8 и 9). Эта проблема в тот момент казалась тем более актуальной, что затруднения имелись не только по реакции  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)$  [212], но и по  $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)$  [273]. А именно, данные по спин-угловым корреляциям в  $p$ -волновом резонансе ядра  $^{113}\text{Cd}$  с энергией  $E_p = 7.0$  эВ, полученные в ЛНФ ОИЯИ и опубликованные в 1990 году, также не согласовывались с предсказаниями теории.

Реакция на мои предположения о причинах расхождения теории и эксперимента была очень сдержанной. У авторов работ [212, 273] были свои гипотезы (в конце концов так и не опубликованные). Наиболее интересные обсуждения состоялись с Э. И. Шаратовым и его сотрудником (тогда ещё начинающим) В. Р. Скоем.

А уже в июне того же 1992 года там же, в Дубне, должен был состояться 3-й Международный симпозиум по слабым и электромагнитным взаимодействиям в ядрах (WEIN — Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei). Эта конференция проводится каждые три года, причём всякий раз в новой стране. Как-то так случайно совпало, что WEIN оказался в России как раз в тот год, когда наша страна только-только по-настоящему открылась. Предполагалось участие множества зарубежных учёных (так и вышло). Многие из них, по-видимому, были привлечены переменами, происходившими в нашем отечестве.

<sup>1)</sup> Российский научный центр «Курчатовский институт», или просто Курчатовский центр — это конгломерат институтов, таких как Институт общей и ядерной физики, где я работаю. В других институтах занимаются ядерными реакторами, методами производства изотопов, физикой плазмы и т. д. Примечательно, что за прошедшие полтора десятилетия средства на местные командировки в бюджете Центра так и не появились, а руководство, разумеется, очень скоро перестало заниматься подобными мелочами. Так и живём: хочешь поехать в командировку (любую) — укажи фонд, который её оплатит.

Ввиду плачевности ситуации с местными командировками, перспективы зарубежных поездок стали туманными<sup>1)</sup>. Поэтому, конечно, хотелось выступить на WEIN-92. Крайний срок подачи заявок и аннотаций докладов истекал вскоре после окончания ISINN-1. Самое меньшее, что я собирался сделать, так это рассказать о своей уже опубликованной в 1991 году работе [284], посвящённой энергетической зависимости  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов во взаимодействии медленных нейтронов с ядрами  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$  (о ней рассказано в разделах 9.2 и 9.3). Но хотелось также привлечь внимание к динамическому усилению 5-векторной корреляции, установленному В. Е. Бунаковым. Вот только как?

Интересно, что в появившейся незадолго до того статье американских физиков [277] (подробнее о ней рассказано в разделе 4.1) результат В. Е. Бунакова упоминался и даже не один раз. Но всюду говорилось о «значительном усилении» без численных оценок. Причина этой осторожности мне неизвестна. Могу лишь предположить, что какие-то аргументы В. Е. Бунакова представлялись авторам [277] недостаточно надёжными. Критика формулы (3.35) прозвучала, в частности, в работе В. П. Гудкова [288], опубликованной в 1991 году.

В. П. Гудков обсуждал вид феноменологического нуклон-нуклонного взаимодействия, нарушающего  $T$ -инвариантность, но сохраняющего  $\mathcal{P}$ -чётность. Такое взаимодействие, по выражению В. П. Гудкова, имеет «квазитензорный» характер. Это означает, что матричные элементы от этого взаимодействия отличны от нуля, лишь если в обкладках стоят волновые функции нуклонов с существенно различными орбитальными моментами. В. П. Гудков привел аргументы в пользу того, что в результате отношение  $|V_{s.p.}^{TVPC}|/V_{s.p.}$  подавлено по сравнению с  $\lambda_T$  дополнительным фактором  $\zeta \sim 10^{-2}$ . Соответственно, по В. П. Гудкову, этот же фактор подавления должен быть введён в правую часть формулы (3.35).

Это рассуждение, однако, основывается на дополнительном предположении об одинаковости коэффициентов пропорциональности между  $v_c^T$  и  $|V_{s.p.}^{TVPC}|$ , с одной стороны, и  $v_c$  и  $V_{s.p.}$ , с другой стороны, где  $v_c^T$  и  $v_c$  суть характерные матричные элементы  $TVP$ - и сильного взаимодействий соответственно между волновыми функциями компаунд-состояний. Эти волновые функции, однако, содержат огромное ( $N_c \sim 10^6$ ) количество компонент, описывающих, очевидно, нуклоны с самыми разными орбитальными моментами. Поэтому никакого подавления  $v_c^T$ , обусловленного «квазитензорностью»  $TVP$ -взаимодействия, может и не быть. Тогда вместо (3.33) нужно воспользоваться соотношением

$$\frac{v_c^T}{v_c} \sim \lambda_T, \quad (3.38)$$

вновь приводящим к формуле (3.35).

### 3.10. $T$ -инвариантность и «обычные» спин-угловые корреляции

И вот, размышляя над докладом и динамическим усилением 5-векторной корреляции, я вдруг подумал о следующем. Предположим, что  $T$ -инвариантность нарушена в  $p$ -волновых резонансах пусть не на 100%, но хотя бы на 10%, а мы об этом не знаем только потому, что никак не соберёмся измерить 5-векторную

<sup>1)</sup> К счастью, как вскоре выяснилось, они всё-таки оказались возможными благодаря поддержке принимающих сторон. Ещё раз — я очень благодарен всем, кто оказывал мне помощь в поездках на конференции.

корреляцию. Но ведь в соответствии с формулой (3.30) это означает, что нейтронные ширины  $p$ -волновых резонансов обладают очень значительными (масштаба  $\sim 0.1$ ) фазами. А почему, собственно, нужно учитывать эти фазы только при вычислении элементов  $S$ -матрицы, отвечающих переходам из волны  $p_{\frac{1}{2}}$  в волну  $p_{\frac{3}{2}}$  и наоборот? Разве не те же самые нейтронные амплитуды входят, к примеру, в амплитуды  $f_{pj}(E)$  (3.23) реакции  $(n, \gamma)$ , проходящей через  $p$ -волновой резонанс?

Если «да», то эти фазы могут значительно исказить спин-угловые корреляции в  $(n, \gamma)$ -реакции, даже если это «обычные» корреляции,  $\mathcal{P}$ -чётные и  $\mathcal{T}$ -инвариантные. И тогда я даже подумал, а вдруг это и есть причина того, что дубненские эксперименты по реакции  $(n, \gamma)$  в  $p$ -волновых резонансах ядер  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{113}\text{Cd}$  расходятся с теорией? Вдруг значительное нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности в  $p$ -волновых резонансах — это реальность, которая уже обнаружила себя там, где этого просто не ждали?

В этом волнующем заблуждении я пребывал недолго. Как оказалось, фазы не слишком сильно портят «обычные» спин-угловые корреляции. Но характерные изменения всё-таки происходят. Если присмотреться к формуле (3.26), то легко понять, что фазы нейтронных амплитуд  $g_p^n(1j)$  сдвигают ту точку (на шкале энергии нейтронов), в которой асимметрия «вперёд-назад» (3.27) обращается в нуль. Я немедленно обратился к экспериментальным работам [212, 273] и обнаружил, что 100 % нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности точно нет: асимметрия «вперёд-назад» проходила через нуль примерно там же, где сечение радиационного захвата достигало максимума.

Стало ясно, что нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности дубненские «аномалии» не объясняются. Но одновременно я понял, что тщательный анализ данных по энергетической зависимости асимметрии «вперёд-назад» (по отклонению точки прохождения через нуль от  $E_p$ ) способен дать ограничение на величину нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Пусть это будет грубое ограничение, масштаба 10 %, но ведь в  $p$ -волновых резонансах в данный момент именно это и нужно!

Идея доклада на WEIN-92 была готова. Половину аннотации я посвятил  $\mathcal{P}$ -нечётным эффектам, а другую половину — перспективам проверки  $\mathcal{T}$ -инвариантности в компаунд-резонансах, подчеркнув эффект динамического усиления. В заключение я коротко сформулировал предложение воспользоваться данными о прохождении через нуль асимметрии «вперёд-назад» испускания  $\gamma$ -квантов в реакции  $(n, \gamma)$  для получения ограничения на величину нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности. Эта страничка текста была опубликована в сборнике аннотаций докладов непосредственно перед конференцией WEIN-92 [299].

На конференции я получил время для выступления буквально в первый день (текст [308] появился в трудах конференции в следующем, 1993 году). Соответственно до доклада никаких обсуждений с экспериментаторами провести не удалось. Зато после выступления стоило мне сесть на место, как я увидел, что по ряду ко мне пробирается Э. И. Шараров. Не обращая внимания на следующего докладчика, Эдуард Иванович зашептал:

— Это очень интересно! Что вы там такое говорили про пересечение нуля?

Я снова вытащил прозрачки и тут же, к некоторому неудовольствию окружающих, начал объяснять всё заново.

— А что это за количественные ограничения? — спросил Э. И. Шараров.

— Это я получил из обработки данных, представленных в ваших работах в виде кривых.

— Напрасно! — воскликнул Эдуард Иванович и, снова перейдя на шёпот, продолжил, — Мы ведь не знали, что точка пересечения нуля так важна. Этим кривым доверять нельзя. Нужно теперь заново всё обработать.

Оказалось, что лучше всего воспользоваться результатами недавних измерений в  $p$ -волновом резонансе ядра  $^{113}\text{Cd}$ , выполненных очень тщательно. Мы решили опубликовать совместную работу; я только попросил при формулировке идеи дать ссылку на аннотацию [299].

За новую обработку экспериментальных данных взялся В. Р. Ской. Сам Э. И. Шаратов сразу после WEIN-92 уезжал на несколько недель в США для участия в измерениях  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в Нейтронном научном центре Лос-Аламоса. Поэтому «свою» часть текста статьи мне пришлось писать в номере гостиницы «Дубна» в оставшиеся дни конференции. Уже в США Э. И. Шаратов привлек к обсуждениям этой работы молодого сотрудника К. М. Франкли <sup>1)</sup> из Национальной лаборатории Лос-Аламоса. Годом ранее они вместе участвовали в поиске  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в  $p$ -волновых резонансах того же самого ядра  $^{113}\text{Cd}$  (результаты этих поисков [302] были опубликованы в 1992 году).

К осени 1992 года статья была закончена и отправлена в тот же журнал «Physical Review Letters», где вышла работа В. Е. Бунакова [254]. Э. И. Шаратов был уже в Дубне, когда по электронной почте к нему обратился Н с просьбой разъяснить происхождение некоторых формул. Так же, по электронной почте (она только-только стала нам доступна), Эдуард Иванович переслал вопрос мне. Я отправил в Дубну (а оттуда они пошли к Н) подробные комментарии. Потом эта процедура повторилась. В результате статья была принята и опубликована [309] в начале 1993 года. Мне бы хотелось выразить искреннюю признательность Н. Только настоящему квалифицированным специалистам не стесняются задавать вопросы.

### 3.11. Энергетический сдвиг, обусловленный нарушением $T$ -инвариантности

Почти все формулы, которые вошли в статью [309], были выведены в промежутке между ISINN-1 и WEIN-92. Меня немного беспокоил вопрос о параметризации  $T$ -неинвариантных добавок к элементам  $S$ -матрицы (3.31). Ещё при встрече в Киеве в 1987 году у нас с В. Е. Бунаковым выявились расхождения во взглядах на способ представления  $S$ -матрицы вблизи резонанса. Я пользовался  $R$ -матричной теорией [49], которая в принципе даёт только параметрическое описание, тогда как Вадим Евгеньевич предпочитал более поздний микроскопический подход к теории ядерных реакций. Более точно, он в основном руководствовался книгой К. Мао и Х. А. Вейденмюллера [125], изданной в 1973 году и имевшейся у него в оригинале. Для меня же эта книга была практически недоступной, поскольку она не была переведена на русский язык <sup>2)</sup>.

В действительности, подлинно микроскопическое описание компаунд-резонансов практически не осуществимо. Поэтому общие формулы для таких величин, как  $S$ -матрица, которые получаются в рамках подхода [125], реально являются параметризациями. Входящие в них факторы, вроде ширин резонансов, не вычисляются микроскопически, а подбираются из сравнения с экспериментальными данными. Соответственно в области компаунд-резонансов преимущество подхода [125] перед  $R$ -матричной теорией не является очевидным. Тем не менее, как уже было сказано, в оригинальной работе В. Е. Бунакова [254] поправки к  $S$ -матрице, обусловленные

<sup>1)</sup> Мы с К. М. Франкли познакомились в феврале 1993-го, ещё до выхода статьи [309], когда мой соавтор был в Дубне и, в частности, выступал на семинаре в ЛНФ ОИЯИ.

<sup>2)</sup> В СССР очень трудно было найти научные книги на английском языке. Сейчас, кстати, с этим тоже много проблем, главная из которых — это дорого даже для библиотек.

нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности, были записаны в довольно громоздком виде. Доминирующие слагаемые описываются формулой (3.31). Но в чём смысл остальных членов?

Нетрудно понять, что при переходе от R-матричной параметризации S-матрицы (1.47) к более общей форме записи (3.12) искомые поправки принимают вид

$$\Delta S_J^{TVPC}(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) = -\Delta S_J^{TVPC}(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = \frac{\text{Im}(g_p^n(1\frac{1}{2}J)g_p^{n*}(1\frac{3}{2}J))}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2}. \quad (3.39)$$

Малые фазы потенциального рассеяния здесь сразу опущены. Нейтронные амплитуды  $g_p^n(1\frac{1}{2}J)$  и  $g_p^n(1\frac{3}{2}J)$  определяются интегралами перекрытия (1.46).

Если  $\mathcal{T}$ -инвариантность нарушается, то, помимо того что волновые функции компаунд-состояний смешиваются в соответствии с (3.28), каждый интеграл типа (1.46) приобретает фазу. Для простоты, так же как в работе В. Е. Бунакова [254], ограничимся анализом случая, когда к исследуемому  $p$ -волновому резонансу 1 пришивается только один  $p$ -волновой резонанс 2. Тогда более правильная, нежели (3.30), форма записи нейтронных амплитуд  $p$ -волнового резонанса 1 выглядит следующим образом:

$$\tilde{g}_p^n(1jJ) = g_p^{n(1)}(1jJ) e^{i\delta_n^{(1)}(1jJ)} - i\frac{v_p^T}{D_p} g_p^{n(2)}(1jJ) e^{i\delta_n^{(2)}(1jJ)}, \quad (3.40)$$

где  $D_p = E_{p1} - E_{p2}$ , а  $\delta_n^{(1)}(1jJ)$  и  $\delta_n^{(2)}(1jJ)$  — некоторые фазы, возникающие вследствие нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. При этом в линейном по  $V^{TVPC}$  приближении поправки (3.39) принимают вид

$$\begin{aligned} \Delta S_J^{TVPC}(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2}) &= -\Delta S_J^{TVPC}(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = \\ &= -\alpha \frac{g_p^{n(1)}(1\frac{1}{2}J) \text{Im} \langle \psi_{1\frac{3}{2}JM} | \psi_{JM}^{(1)} \rangle - g_p^{n(1)}(1\frac{3}{2}J) \text{Im} \langle \psi_{1\frac{1}{2}JM} | \psi_{JM}^{(1)} \rangle}{E - E_{p1} + i\Gamma_{p1}/2} + \\ &+ \frac{v_p^T}{D_p} \frac{g_p^{n(1)}(1\frac{1}{2}J)g_p^{n(2)}(1\frac{3}{2}J) - g_p^{n(1)}(1\frac{3}{2}J)g_p^{n(2)}(1\frac{1}{2}J)}{E - E_{p1} + i\Gamma_{p1}/2}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Это, фактически, и есть формула (6) работы [254]<sup>1)</sup>. Таким образом, я ещё раз удостоверился в том, что R-матричная параметризация вполне удовлетворительна<sup>2)</sup>.

Поскольку  $\alpha \text{Im} \langle \psi_{1jJM} | \psi_{JM} \rangle \simeq \delta_n(1jJ) g_p^n(1jJ) \sim \lambda_T g_p^n(1jJ)$ , то первое слагаемое в правой части (3.41) приводит к «наивной» оценке (1.53). В то же время второе слагаемое содержит фактор динамического усиления,  $v_p^T/D_p \sim \sqrt{N_c} \lambda_T \sim 10^3 \lambda_T$ . Поэтому оно намного превосходит первое слагаемое и приводит к оценке (3.35)<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Любопытно, что это есть одновременно и формула (14) статьи К. Мао и Х. А. Вейденмюллера [80] 1966 года! Разумеется, там приведен общий результат для  $\mathcal{T}$ -неинвариантной добавки  $\Delta S(\lambda \rightarrow \mu)$  к S-матрице без конкретизации каналов  $\lambda$  и  $\mu$ . В. Е. Бунаков в статье [254] специально подчеркнул, что начинает свой анализ, опираясь на давно известный результат [80].

<sup>2)</sup> Позже я узнал, что подобной «сверкой» R-матричной теории с результатами, полученными Т. Е. О. Эриксоном, К. Мао и Х. А. Вейденмюллером [78, 80], занимался в 1968 году П. А. Молдауэр [92]. Похожая история, когда к вопросу, выясненному одной группой авторов, спустя 20 лет возвращается другая группа авторов, описана мной в разделе 13.9.

<sup>3)</sup> Забавно, что в 1960-е годы события разворачивались в обратном порядке по отношению к 1980-м. А именно, сначала появились оценки Т. Е. О. Эриксона [78], основанные

Нужно было учесть также два дополнительных обстоятельства. Во-первых,  $TVP$ -силы, если они есть, смешивают, конечно, не только  $p$ -волновые резонансы друг с другом, но и, точно так же,  $s$ -волновые резонансы. Поэтому амплитуда нейтронной ширины  $s$ -волнового резонанса 1, входящая в амплитуду  $f_s(E)$  (3.23) реакции  $(n, \gamma)$ , приобретает фазу в полной аналогии с (3.40); смешивание с  $s$ -волновым резонансом 2 определяется отношением  $v_s^T/D_s$ . Во-вторых, в условиях нарушения  $T$ -инвариантности радиационные амплитуды (3.24), так же как нейтронные амплитуды резонансов, приобретают фазы:

$$g_p^\gamma \rightarrow \tilde{g}_p^\gamma = g_p^{\gamma(1)} e^{i\delta_{\gamma p}^{(1)}} + i \frac{v_p^T}{D_p} g_p^{\gamma(2)} e^{i\delta_{\gamma p}^{(2)}}, \quad (3.42)$$

и аналогичная формула имеет место для  $s$ -волновых резонансов.

С учётом всего этого для энергетической зависимости асимметрии испускания  $\gamma$ -квантов «вперёд–назад» вместо (3.27) получим

$$A_1(E) \sim \frac{E - E_{p1} - \Delta E_{p1}}{(E - E_{p1})^2 + \Gamma_{p1}^2/4}. \quad (3.43)$$

Сохраняя лишь доминирующие вклады, для энергетического сдвига в линейном по  $v_p^T/D_p$  и  $v_s^T/D_s$  приближении находим

$$\Delta E_{p1} = \frac{\Gamma_{p1}}{2} \left( -\frac{\Gamma_{s1}/2}{E_{p1} - E_{s1}} - \frac{v_p^T}{D_p} \left( \frac{g_p^{\gamma(2)}}{g_p^{\gamma(1)}} - \frac{g_p^{n(2)}(1\frac{1}{2}) - g_p^{n(2)}(1\frac{3}{2})/\sqrt{2}}{g_p^{n(1)}(1\frac{1}{2}) - g_p^{n(1)}(1\frac{3}{2})/\sqrt{2}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{v_s^T}{D_s} \left( \frac{g_s^{\gamma(2)}}{g_s^{\gamma(1)}} - \frac{g_s^{n(2)}(0\frac{1}{2})}{g_s^{n(1)}(0\frac{1}{2})} \right) \right). \quad (3.44)$$

Даже в отсутствие нарушения  $T$ -инвариантности имеется сдвиг, обусловленный фактором  $\Gamma_{s1}/|E_{p1} - E_{s1}| \sim 10^{-2}$  (мы пренебрегли им в (3.27)). Поскольку, однако, он мал, то из экспериментальных данных может быть получено ограничение на  $v_c^T/D_c < 10^{-1}$ . Именно это и было сделано в [309], что в соответствии с (3.35) означает:  $\lambda_T < 10^{-4}$ .

Позже аналогичное ограничение было получено Э. И. Шарповым и В. Р. Скоем из обработки результатов по реакции  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)$  [336]. По этим материалам В. Р. Ской в 1995 году защитил кандидатскую диссертацию [343].

### 3.12. В защиту метода энергетического сдвига

Представленный здесь способ проверки  $T$ -инвариантности выглядит так просто (нейтроны не поляризованы и ядра не ориентированы), что некоторые из моих коллег не скрывали своего недоверия. В связи с этим я хотел бы подчеркнуть следующие моменты.

Во-первых, ещё более прост (по своей идее) способ поиска  $T\mathcal{V}$ -взаимодействий по статистике положений ядерных компаунд-уровней. В условиях  $T$ -инвариантности распределение расстояний  $\varepsilon$  между соседними уровнями с одинаковыми спинами

---

на втором, доминирующем слагаемом в  $\Delta S(\lambda \rightarrow \mu)$ , а уже потом К. Мао и Х. А. Вейденмюллер [80], строгости ради, показали, что есть и первое слагаемое. Однако результаты, полученные в 1960-е годы для нарушения детального равновесия в сравнительно лёгких системах типа  $^{24}\text{Mg}(\alpha, p)^{27}\text{Al}$ , оказались не очень впечатляющими; в лучшем случае, речь шла о факторах усиления типа  $\sim 10$ .

и чётностями описывается так называемой функцией Вигнера. При малых  $\varepsilon$  эта функция ведет себя как  $\sim \varepsilon$ ; этот эффект называется также отталкиванием уровней. Можно показать, что при полном нарушении  $\mathcal{T}$ -инвариантности отталкивание уровней было бы более сильным:  $\sim \varepsilon^2$ . В работах Дж. Б. Френча, В. К. Б. Кота, А. Пацци и С. Томсовика [221, 246], опубликованных в середине 1980-х годов, проанализирован огромный экспериментальный материал по положениям ядерных уровней. Вывод авторов состоит в том, что отсутствие добавок типа  $\sim \varepsilon^2$  к закону  $\sim \varepsilon$  позволяет поставить ограничение:  $\lambda_{\mathcal{T}} < 10^{-3}$ .

Во-вторых, метод энергетического сдвига (3.44) даёт довольно слабое ограничение на  $\mathcal{T}$ -неинвариантный фактор смешивания  $v_c^T/D_c$ ; улучшения невозможны, поскольку «ложные вклады» типа  $\Gamma_{s1}/|E_{p1} - E_{s1}|$  реальному учёту не поддаются (можно быть уверенными только в том, что они существенно не превосходят  $\sim 10^{-2}$ ). Только работа В. Е. Бунакова [254] и полученный в ней результат (3.35) сделали метод энергетического сдвига конкурентноспособным.

В-третьих, как выяснилось после выхода нашей статьи [309], в работе О. П. Сушкова и В. В. Фламбаума [219] 1985 года, посвящённой реакции  $(n, \gamma)$ , имеется упоминание о том, что нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности может «сместить» некоторые энергетические зависимости. А именно, при обсуждении энергетической зависимости двух  $\mathcal{P}$ -нечётных корреляций (одна из них —  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_\gamma)$ , а другая — циркулярная поляризация  $\gamma$ -квантов), которая для обеих корреляций имеет дисперсионный характер в  $p$ -волновом резонансе, замечено, что точка пересечения нуля сдвинется при наличии  $\mathcal{T}$ -неинвариантных фаз. О. П. Сушков и В. В. Фламбаум указали, что таким способом могут быть установлены ограничения на  $\mathcal{T}$ -неинвариантные и  $\mathcal{P}$ -нечётные «миллислабые» взаимодействия. Аналогия с «нашим»  $\mathcal{T}$ -неинвариантным и  $\mathcal{P}$ -чётным эффектом, конечно, есть <sup>1)</sup>.

В заключение замечу, что в 2004 году вышла статья Е. Д. Дэвиса, К. Р. Гулда, Г. Е. Митчела и Э. И. Шарапова [431] с анализом возможности измерения энергетического сдвига корреляции  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_\gamma)$ , о котором впервые упомянули авторы [219].

<sup>1)</sup> На эти факты В. В. Фламбаум обратил моё внимание на дубненской конференции 1993 года, о которой рассказано в разделе 4.5. В своё время я, безусловно, знакомился со статьёй [219] (довольно большой по объёму), но в каждую фразу не вчитывался. Поэтому наличие замечания, указанного В. В. Фламбаумом, было для меня новостью. Если бы это замечание оказало влияние на ход событий, то я непременно сослался бы. Но, как рассказано выше, основным побудителем стала для меня работа В. Е. Бунакова [254] 1988 года. Со своей стороны, кстати, В. В. Фламбаум отметил, что не имеет претензий, так как энергетические сдвиги, рассмотренные в [219], — это  $\mathcal{T}$ -неинвариантные и  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты, тогда как в [309] было исследовано возможное нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности.



## Глава 4

# СПИН-УГЛОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И ПРОВЕРКА СИММЕТРИИ ПО ОТНОШЕНИЮ К ОБРАЩЕНИЮ ВРЕМЕНИ

### 4.1. Что такое осень...

В 1989 году я получил по почте пакет с текстом работы К. Р. Гулда, Д. Г. Хааса, Н. Р. Роберсона, Х. Постмы и Дж. Д. Боумана, вышедшей вскоре в виде статьи [277]. В ней обсуждались эффекты нарушения  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантности в полном сечении взаимодействия резонансных нейтронов с ориентированными ядрами. Работы одного из авторов, Х. Постмы, посвящённые делению выстроенных ядер, были мне хорошо известны.

Пакет меня удивил. Мало кто из моих коллег имел обыкновение рассылать препринты <sup>1)</sup>. Разумеется, мне было приятно обнаружить в тексте [277] ссылки на свои работы [228, 239].

Понятно, что статья [228] (ей посвящена глава 1) имела непосредственное отношение к проверке фундаментальных симметрий. Но работа [239] была, в общем-то, совсем о другом. В ней рассматривались «обычные»,  $\mathcal{P}$ -чётные и  $\mathcal{T}$ -инвариантные, спин-угловые корреляции в полном сечении взаимодействия поляризованных нейтронов с ориентированными ядрами, усреднённом по резонансам. Цель была — исследовать влияние статистических свойств параметров компаунд-резонансов на наблюдаемые величины (подробнее об этом рассказано в разделах 9.5 и 9.6). Но, похоже, эта публикация привлекла внимание авторов [277] потому, что в ней относительно подробно разъяснялся метод выделения спин-угловых корреляций в полном сечении. Или, чтобы здесь это было понятнее, способ перехода от общей формулы (1.6) для амплитуды упругого рассеяния на угол  $0$  к выражению (1.8) для этой же амплитуды.

Технические приёмы часто опускают. С одной стороны, невозможно изложить все детали. С другой стороны, есть понимание, что коллегам по ремеслу они и не нужны. Плюс ещё вечное давление редакций и рецензентов — короче, короче, ещё короче.

Такое давление я испытал, подготовив к защите кандидатскую диссертацию. Один мой старший коллега, познакомившись с ней, спросил: «А почему она такая толстая? <sup>2)</sup> Вот тут есть приложение про угловые моменты. Разве это всё не описано в литературе?» Ну, в самом деле, разве можно написать об этом что-то новое после выхода монографии Д. А. Варшаловича, А. Н. Москалёва и В. К. Херсонского [136]

---

<sup>1)</sup> Когда-то, в 1930-е годы, препринты были придуманы именно для того чтобы рассылать их до публикаций. Однако в нашей стране в советские годы в силу целого ряда причин (в их числе жёсткая линия редакций научных журналов на сокращение объёмов статей, связанная с дефицитом бумаги) препринты стали рассматриваться как публикации, имеющие самостоятельную ценность. Поэтому их выпускали совсем не для того, чтобы рассылать. Вот только где теперь эти препринты?

<sup>2)</sup> В ней было 274 машинописные страницы.

(я уже упоминал о ней во Введении), которая так и называется «Квантовая теория углового момента»?

Что ж, попробую объяснить. Вся та область, которая касается коэффициентов Клебша–Гордана, функций Рака и  $9j$ -символов, конечно, уже вполне сложилась и исчерпывающим образом изложена, к примеру, в [136]. Даже, на мой взгляд, с некоторыми излишествами. К ним я отношу, в частности, «графические методы» (глава 11 в [136]), которым уделяется много внимания и в двух других известных книгах по угловому моменту — А. П. Юциса, И. Б. Левинсона и В. В. Ванагаса [63] и А. П. Юциса и А. А. Бандзайтиса [149]. По-моему, вполне достаточно «алгебраических методов», изложенных в разделах А.6.3 и А.6.6.

Однако одна из проблем состоит в том, что этот материал не может войти полностью в общие и даже специальные курсы (квантовой механики). Поэтому при всём моём огромном уважении к работе, выполненной Д. А. Варшаловичем, А. Н. Москалёвым и В. К. Херсонским, совершенно очевидно, что ни их книгой, ни какой-либо другой, обсуждаемая тема никогда не будет закрыта полностью. Уже на моей памяти в 1984 году появился перевод на русский язык двухтомника Л. К. Биденхарна и Дж. Д. Лаука «Угловой момент в квантовой физике» [170], а в 1993 году вышел перевод книги Р. Зара «Теория углового момента. О пространственных эффектах в физике и химии» [261]<sup>1</sup>). Новые же поколения исследователей и преподавателей будут искать и предлагать свои подходы.

Другая проблема станет понятной, если познакомиться ближе с монографией Л. К. Биденхарна и Дж. Д. Лаука [170]. Первый том, как сказано в предисловии переводчиков, содержит «математическую теорию квантового углового момента», тогда как второй том посвящён «применениям теории углового момента в различных разделах физики». <sup>2</sup>) Другими словами, если первый том в определённом смысле является аналогом [136], то второй том с этой монографией, в сущности, не пересекается! То есть речь идёт о предмете, намного более обширном, чем многим кажется.

В том, что касается приложений, Л. К. Биденхарн и Дж. Д. Лаук стремились к «иллюстрации основных принципов», а не к «исчерпывающему изложению». И всё же достаточно просто пролистать второй том их книги, чтобы понять, насколько обширны те области, где используется квантовая теория углового момента. Какие-то вопросы, относящиеся к «атомной спектроскопии» и «спектрам молекул типа сферического волчка» (разделы 5 и 10 второго тома [170]), рассматриваются независимо в книге Р. Зара [261], в то время как отдельные вопросы из областей «электромагнитные процессы» и «метод углового момента в формулировке квантовой механики на языке матрицы плотности» (разделы 6 и 7 второго тома [170]) затрагиваются в монографии К. Блума [171]. Мне же ближе всего те приложения, которые названы «угловыми корреляциями и угловыми распределениями в реакциях». Им посвящён раздел 8 второго тома [170], очень небольшой, всего 14 страниц (из более чем трёхсот). Дальше основных принципов на такой площади продвинуться заведомо невозможно.

Моя кандидатская диссертация (к слову, она называлась «Угловые корреляции во взаимодействии нейтронов с ориентированными ядрами и в делении ядер»)

---

<sup>1</sup>) Основные понятия, которые в ней излагаются, как и в книге К. Блума [171], о которой я упоминал во Введении, были предложены физиками-ядерщиками в 1950-е годы. Но при этом обе книги в духе современных тенденций полностью посвящены физике атомов и молекул.

<sup>2</sup>) Как сказано в том же предисловии, двум томам русского перевода соответствуют две части однотомного американского издания.

была посвящена вопросам, находящимся на пересечении квантовой теории углового момента и теории ядерных реакций. И, более точно, скептицизм моего старшего коллеги основывался не только на факте существования таких руководств, как [136], но и на том, сколь много, на его взгляд, было издано обзоров и книг по угловым корреляциям в распадах и столкновениях частиц.

## 4.2. Метод выделения угловых корреляций

В самом деле, за отправную точку нужно принять начало 1950-х годов, когда было осознано, до какой степени техника Дж. Рака [4, 6], разработанная для задач атомной спектроскопии, позволяет упрощать общие выражения в теории распадов и реакций. Кстати, одна из первых работ, принадлежавших самому Дж. Раку [13], начиналась так: «Многие авторы разрабатывали теорию угловых корреляций последовательных ядерных излучений. При этом публиковались довольно гроздкие таблицы результатов, относящихся к разным частным случаям. Цель этой статьи — показать, что задача намного проще, чем кажется...»<sup>1)</sup> Уже в 1952 году появился обзор Дж. М. Блатта и Л. К. Биденхарна [14] по угловым распределениям в реакциях, а в 1953-м — обзор Л. К. Биденхарна и М. Е. Роуза [19] по угловым корреляциям в ядерных распадах.

Ключевой момент — это количество направлений, между которыми устанавливается корреляция. В [14] рассматривались столкновения неориентированных частиц. Поэтому в задачу входили всего два направления — вдоль оси столкновения  $\mathbf{n}_k$  и вдоль оси разлёта  $\mathbf{n}$ . В этом случае для вычисления угловых распределений достаточно формулы (A.173),

$$\sum_q Y_{Qq}^*(\mathbf{n}) Y_{Qq}(\mathbf{n}_k) = \frac{2Q+1}{4\pi} P_Q(\cos \vartheta), \quad (4.1)$$

где  $\vartheta$  — угол между единичными векторами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}_k$ . Если же рассматриваются три направления,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$ , как это было сделано в заключительном разделе «Тройная корреляция» работы [19], то неизбежно возникает комбинация вида (A.180),

$$\phi_{MN}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) \equiv (4\pi)^{3/2} \sum_{q\mu\nu} C_{M\mu N\nu}^{Qq} Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) Y_{M\mu}(\mathbf{b}) Y_{N\nu}(\mathbf{c}).$$

С точностью до множителя и комплексного сопряжения — это фактор (138b) Л. К. Биденхарна и М. Е. Роуза [19]. Однако в тексте обзора авторы следующим образом охарактеризовали это выражение: «... результат явно довольно громоздок и предполагает трудоёмкие вычисления для получения численных ответов»<sup>2)</sup>.

Я, правда, ничего не знал об этом замечании, когда взялся за исследование общей формы углового распределения осколков деления ядер нейтронами (см. раздел 1.7). У меня было четыре единичных вектора,  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}$ , а также  $\mathbf{n}_s$  и  $\mathbf{n}_l$  вдоль

<sup>1)</sup> В оригинале: «The theory of the angular correlation of successive nuclear radiations has been treated recently by many authors, and rather formidable tables of results pertaining to various particular cases have been published. It is the purpose of this paper to show that the problem is much simpler than it seems...»

<sup>2)</sup> В оригинале: «... the result is clearly rather cumbersome and involves laborious calculations before numerical results can be obtained».

направлений поляризации нейтронов и ориентации ядер-мишеней. И очень скоро я обнаружил, что ответ выражается через комбинации (A.181):

$$\begin{aligned} \phi_{\Lambda MN}^{QA}(\mathbf{n}, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s) &= \\ &= (4\pi)^2 \sum_{q\alpha\lambda\mu\nu} C_{A\alpha\Lambda\lambda}^{Qq} C_{M\mu N\nu}^{A\alpha} Y_{Qq}^*(\mathbf{n}) Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{n}_I) Y_{M\mu}(\mathbf{n}_k) Y_{N\nu}(\mathbf{n}_s). \end{aligned} \quad (4.2)$$

В полные же сечения (полученные интегрированием по всем направлениям  $\mathbf{n}$ ) естественным образом входят функции (A.180):

$$\phi_{MN}^Q(\mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s) = (4\pi)^{3/2} \sum_{q\mu\nu} C_{M\mu N\nu}^{Qq} Y_{Qq}^*(\mathbf{n}_I) Y_{M\mu}(\mathbf{n}_k) Y_{N\nu}(\mathbf{n}_s). \quad (4.3)$$

Наверное потому, что ответ в значительной степени мне был известен, я быстро догадался, что имею дело с линейными комбинациями скалярных и смешанных произведений единичных векторов или их произведений и степеней. Например, простейшая комбинация определяется формулой (A.186):

$$\phi_{11}^1(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \frac{3i\sqrt{6}}{2} (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}]).$$

А более сложные выражения такого типа приведены в разделах A.7.4 и A.7.5. Я потратил несколько дней на их вывод, потому что беглый осмотр источников ничего не дал (такого рода задачу часто приходится решать, даже когда речь идёт о чём-то очень известном: что проще — вывести самому или найти в литературе).

Короче, если бы мне пришлось объяснять на 14-ти страницах, что такое угловые корреляции, то я бы сформулировал так. Нужно взять общее выражение, которое в скрытой форме содержит корреляции, и выделить в его составе инвариантные свёртки сферических гармоник типа (A.173), если речь идёт о двух направлениях, или (A.180), (A.181), (A.182)..., если в задаче имеются три, четыре, пять... направлений (все такие свёртки естественно назвать инвариантными сферическими функциями). И, конечно, снабдил бы своё руководство явными выражениями из разделов A.7.4 и A.7.5. Этот метод не всегда эффективен (в разделе 4.4 я к этому вернусь), но зато очень нагляден. Поэтому с него, казалось бы, нужно начинать.

Для примера вернёмся к общему выражению (1.6) для амплитуды упругого рассеяния на угол 0 (т. е.  $\mathbf{n}' = \mathbf{n}_k$ ). После усреднения в соответствии с (A.6) по спиновому состоянию ядер-мишеней мы получим матрицу  $f_{\sigma'\sigma}(0)$  размерности  $2 \times 2$ . Спиновую матрицу плотностей ядер возьмём в форме (A.75) и (A.93). Таким образом мы вводим в общее выражение сферическую гармонику  $Y_{Qq}(\mathbf{n}_I)$ . А формула (A.176) позволяет нам преобразовать произведение  $Y_{lm}^*(\mathbf{n}_k)$  и  $Y_{l'm'}(\mathbf{n}_k)$ , входящее в (1.6), в ряд по гармоникам  $Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{n}_k)$ . Упрощая далее произведения коэффициентов Клебша–Гордана с помощью соотношений (A.155) и (A.165) и осуществляя дополнительно небольшие улучшающие изменения, находим

$$\begin{aligned} f_{\sigma'\sigma}(0) &= \frac{2\pi i}{k} \sum_{Q\Lambda K} \tau'_{Q0}(I) \left( \sum_{q\lambda\kappa} C_{\Lambda\lambda K\kappa}^{Qq} Y_{Qq}^*(\mathbf{n}_I) Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{n}_k) (2K+1) C_{\frac{1}{2}\sigma K\kappa}^{\frac{1}{2}\sigma'} \right) \times \\ &\quad \times \sum_J g_J \sum_{lj'l'j'} \frac{T_{Q\Lambda K}(lj'l'j'J)}{\sqrt{2K+1}} (\delta_{ll'}\delta_{jj'} - S_J(lj \rightarrow l'j')), \end{aligned} \quad (4.4)$$

где

$$T_{Q\Lambda K}(lj'l'j'J) = (-1)^Q \sqrt{2(2l+1)(2j+1)(2\Lambda+1)(2K+1)} \times \\ \times C_{l0\Lambda 0}^{l'0} U(JjIQ, Ij') \left\{ \begin{matrix} j' & l' & 1/2 \\ j & l & 1/2 \\ Q & \Lambda & K \end{matrix} \right\}. \quad (4.5)$$

Теперь нужно воспользоваться соотношениями (A.122) и (A.108). Нетрудно сообразить, что <sup>1)</sup>:

$$(2K+1) C_{\frac{1}{2}\sigma K \kappa}^{\frac{1}{2}\sigma'} = \sqrt{4\pi} (Y_{K\kappa}(\boldsymbol{\sigma}))_{\sigma'\sigma}. \quad (4.6)$$

Это один из вариантов того трюка, о котором шла речь во Введении. Матрицы Паули в сферическом базисе легко выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана, и наоборот! Таким образом, с учётом выписанного результата амплитуда упругого рассеяния на угол 0 принимает вид

$$f(0) = \frac{i}{2k} \sum_{Q\Lambda K} \tau'_{Q0}(I) \phi_{\Lambda K}^Q(\mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \boldsymbol{\sigma}) \times \\ \times \sum_J g_J \sum_{lj'l'j'} \frac{T_{Q\Lambda K}(lj'l'j'J)}{\sqrt{2K+1}} (\delta_{ll'} \delta_{jj'} - S_J(lj \rightarrow l'j')). \quad (4.7)$$

Мы видим, что здесь явным образом выделены инвариантные сферические функции, каждой из которых соответствует свой тип угловой корреляции. Выписывая в правой части (4.7) все слагаемые, соответствующие  $s$ - и  $p$ -волнам ( $l, l' = 0, 1$ ), а также принимая во внимание поляризацию и выстроенность ядер-мишеней ( $Q = 0, 1, 2$ ), получим формулу (1.8).

Полное же сечение связано с амплитудой рассеяния на угол 0 формулой (Б.76) (оптическая теорема). Нетрудно проверить, что усреднение по спиновому состоянию нейтронов даёт

$$\langle Y_{K\kappa}(\boldsymbol{\sigma}) \rangle = \sqrt{2K+1} \tau'_{K0}(\frac{1}{2}) Y_{K\kappa}(\mathbf{n}_s). \quad (4.8)$$

Поэтому полное сечение взаимодействия нейтронов и ядер приобретает форму

$$\sigma_t = 2\pi\lambda^2 \sum_{Q\Lambda K} \tau'_{Q0}(I) \tau'_{K0}(\frac{1}{2}) \times \\ \times \text{Re} \left( \phi_{\Lambda K}^Q(\mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s) \sum_J g_J \sum_{lj'l'j'} T_{Q\Lambda K}(lj'l'j'J) (\delta_{ll'} \delta_{jj'} - S_J(lj \rightarrow l'j')) \right). \quad (4.9)$$

Вот примерно эту логику я и изложил в статье [239], а также привёл выписанное выражение для полного сечения (инвариантные сферические функции обозначались буквой  $U$ , а не  $\phi$ ) <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> По-моему, это очень красивая формула, соединяющая коэффициенты Клебша–Гордана, сферические гармоники и матрицы Паули.

<sup>2)</sup> Строго говоря, в статье [239] всё было изложено проще, так как я не отвлекался на объяснение того, как выводится (1.8). Путь к ответу короче, если сразу усреднить исходное выражение (1.6) и по спиновому состоянию нейтронов, и по спиновому состоянию ядер, пользуясь выражениями (A.75) и (A.93) (т.е. сразу вводя в формулу и  $Y_{K\kappa}(\mathbf{n}_s)$ , и  $Y_{Qq}(\mathbf{n}_I)$ ). Нетрудно также удостовериться в том, что выписанный здесь результат для полного сечения может быть представлен также в форме (Б.81), (Б.82) и (Б.83).

Если, однако, обратиться к литературе, то нетрудно убедиться в том, что этот способ рассуждений не является общепринятым. Лишь обсуждая каскады, Л. К. Биденхарн и Дж. Д. Лаук вводят «вращательно инвариантные функции» типа (A.180) (см. (7.8.18) во втором томе [170]), т. е. только от трёх аргументов (не более). Эти же функции от трёх единичных векторов определены формулой (6.153) в первом томе [170]. Там же утверждается, что эти функции могут быть представлены, как выше уже было сказано, в виде линейных комбинаций скалярных и смешанных произведений единичных векторов или их произведений и степеней. Но даже для малых значений индексов явные выражения для этих линейных комбинаций не приведены; обсуждается только простейший случай (A.186), но не выписан коэффициент пропорциональности между функцией  $\phi_{11}^1(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  и смешанным произведением  $(\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}])$  (см. текст после формулы (7.8.18) во втором томе [170]).

На самом деле инвариантные сферические функции, введённые в разделе A.7.3, представляют собой частные случаи от более общих функций (A.205), (A.206) и т. д., определённых в разделе A.7.6. Их можно назвать обобщёнными сферическими гармониками (функциями),  $y^{Qq\cdots}(\mathbf{a}\dots)$ , так как они, с одной стороны, преобразуются при поворотах как сферические гармоники,  $Y_{Qq}(\mathbf{a})$ , а с другой стороны, зависят не от одного направления (как обычные сферические гармоники), а от нескольких. При  $Q = 0$  получаются инварианты в соответствии с формулами (A.210), (A.211) и т. д.

Так вот, в таком обширном руководстве, как справочник Д. А. Варшаловича, А. Н. Москалёва и В. К. Херсонского [136], есть раздел 5.16, в котором вводятся и обсуждаются некоторые свойства обобщённых сферических гармоник. Простейшая из них (A.203), зависящая от двух аргументов, названа биполярной гармоникой, а чуть более сложная (A.205), зависящая от трёх направлений, триполярной гармоникой. Конструкции типа (A.206), определяемые четырьмя и более единичными векторами, не обсуждаются. Но справедливо замечено, что триполярная гармоника с нулевым индексом, заданная формулой (19) в разделе 5.16, является «важным частным случаем» — это как раз (с точностью до множителя) инвариант (A.180). Этим, однако, всё и ограничивается — явных выражений для этих инвариантных сферических функций от трёх аргументов в [136] нет.

### 4.3. Ориентированные частицы, реакции и распады

Но тогда возникает вопрос. Если инвариантные и обобщённые сферические функции (от нескольких направлений) практически не используются, то как же тогда описываются угловые распределения и ориентационные (поляризационные) эффекты? Сразу поясню, что речь идёт не о методах вычислений (они в самом деле были сформулированы в 1950-е годы), а о способах представления результатов. Ответ прост: неявно всё, конечно же, определяется указанными сферическими функциями, но конечные выражения, как правило, записываются так, что это не всегда можно заметить.

Возьмём, например, книгу О. Ф. Немеца и А. М. Ясногородского «Поляризационные исследования в ядерной физике» [162], вышедшую в 1980 году. Глава 2 этой книги, посвящённая теории спин-угловых корреляций, открывается разделом «Системы координат для ядерных реакций». Там с самого начала жёстко оговаривается: «спиральная система координат сталкивающихся частиц» такова, что ось  $z$  направлена вдоль направления  $\mathbf{n}_k$  столкновения частиц, а ось  $y$  направлена вдоль векторного произведения  $[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}]$ , где  $\mathbf{n}$  — направление разлёта частиц; далее приведена ещё пара таких определений. А потом всюду в ответах инвариантные и обобщённые сферические функции (нигде не выписанные явно) просто выражены

через полярные и азимутальные углы, которыми в конкретной заданной системе координат определены направления единичных векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{n}_s$ ,  $\mathbf{n}_l$  и т. д. В результате получаются громоздкие и непрозрачные ответы. Разумеется, это не особенность данного источника, а стиль, характерный для многих работ.

Его иллюстрирует, в частности, монография А. Фергюсона «Методы угловых корреляций в гамма-спектроскопии» [75], появившаяся в русском переводе в 1969 году. В ней формулой (3.14) со ссылкой на Л. К. Биденхарна сначала прямо вводится инвариантная сферическая функция от трёх аргументов типа (А.180). Причём даже оговаривается, что «это определение не предполагает какого-либо определённого выбора осей системы координат...». Далее, однако, как только дело доходит до обсуждения конкретных опытов, ось  $z$  направляется вдоль одного из аргументов инвариантной сферической функции. Если, к примеру, ось  $z$  выбрать вдоль единичного вектора  $\mathbf{a}$ , то получим соотношение

$$Y_{Qq}(\mathbf{a}) \rightarrow \sqrt{\frac{2Q+1}{4\pi}} \delta_{q0}. \quad (4.10)$$

Понятно, что в этом случае функция  $\phi_{MN}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  полностью определяется полярными  $\vartheta_b$ ,  $\vartheta_c$  и азимутальными  $\varphi_b$ ,  $\varphi_c$  углами, которыми в выбранной системе осей заданы направления векторов  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$  (см., например, (3.25) в [75]).

Обратимся теперь к книге А. М. Балдина, В. И. Гольданского, В. М. Максименко и И. Л. Розенталя «Кинематика ядерных реакций» [88], 2-е издание («переработанное и дополненное») которой вышло в 1968 году (1-е издание — в 1959 году). В ней две части, одна из которых посвящена классической кинематике, тогда как во второй, полностью написанной А. М. Балдиным, рассматривается квантовая теория столкновений и реакций и, в частности, теория угловых корреляций. В разделе 44 разобран случай бинарной реакции, вызванной столкновением неориентированных частиц, и выведено выражение для дифференциального сечения, известное как формула Блатта–Биденхарна [14] (см. также (Б.51) и (Б.56), (Б.57)). Как выше уже было сказано, в этой задаче имеются всего два направления,  $\mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}$ ; поэтому в соответствии с (4.1) ответ выражается через полиномы Лежандра. Вообще, конечно, полиномы Лежандра  $P_Q(\cos \vartheta)$  — это простейшие инвариантные сферические функции от двух направлений (единичных векторов),  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ , представляющие собой линейные комбинации степеней  $\cos \vartheta = (\mathbf{ab})$  скалярного произведения аргументов.

Но в книге [88] есть также и раздел 52, «Реакции с участием ориентированных частиц, имеющих произвольное значение спина». В нём, казалось бы, должно быть приведено обобщение формулы Блатта–Биденхарна для дифференциального сечения рассеяния, учитывающее ориентацию сталкивающихся частиц. На самом же деле, там изложена только общая схема вычисления спин-тензоров ориентации продуктов реакции (т. е. примерно тех величин, которые в приложении Б заданы формулами (Б.68) и (Б.69)). Их нулевые составляющие определяют дифференциальное сечение (точно так же, как (Б.70)). Дальше идёт такой текст: «... объединив эти два преобразования, легко получить окончательные формулы... Мы их здесь не выписываем, так как они очень громоздки...»

В действительности, каждый может заглянуть в приложение Б и сравнить формулу Блатта–Биденхарна (Б.51) для неориентированных сталкивающихся частиц с обобщённой формулой Блатта–Биденхарна (Б.44) или (Б.45) (в зависимости от представления во входном канале) для ориентированных сталкивающихся частиц с произвольными спинами. Видно, что по структуре они совершенно одинаковы; случай с ориентацией отнюдь не выглядит громоздко по сравнению со случаем отсутствия ориентации. Да, конечно, коэффициенты, входящие в обобщённую

формулу Блатта–Биденхарна, более сложны, чем те, которые соответствуют неориентированным частицам. Но не до такой степени, чтобы избежать их выписывания (в приложении Б они все приведены).

Ключевой пункт состоит в том, что то место, которое занимают в (Б.51) полиномы Лежандра (зависящие от  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}_k$ ), в (Б.44) и (Б.45) занимают инвариантные сферические функции (зависящие от  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_l$  и  $\mathbf{n}_s$ ). Именно эти формулы (и некоторые другие подобные вещи) я в своё время и включил в приложение к кандидатской диссертации. Соответственно мне было трудно ответить на вопрос «Разве это всё не описано в литературе?» С одной стороны, разумеется, да, описано. Следуя схеме, намеченной в разделе 52 книги [88], можно, конечно же, добраться до ответа и, в частности, представить его в форме (Б.44) или (Б.45). Но, с другой стороны, если ранее исследованную вещь я привёл к ясному виду, то почему бы не вставить это в диссертацию в виде приложения, т.е. того, что не выносится на защиту, а просто помещается для справки? Этой же логики я придерживаюсь и в данной монографии.

Сейчас я многое вижу уже не так, как тогда, в 1980-е. В самом конце 1970-х годов А. М. Балдин читал нам, студентам-старшекурсникам МИФИ специальный курс, посвящённый локальным симметриям, полям Янга–Миллса и незадолго до того появившейся квантовой хромодинамике. В это время он уже был директором Лаборатории высоких энергий (ЛВЭ) ОИЯИ (а Лаборатория в ОИЯИ — это как Институт в Курчатовском центре). Сейчас, кстати, официальное её название — ЛВЭ им. В. И. Векслера и А. М. Балдина.

Курс длился один семестр, одна лекция в неделю. Занятия проходили в небольшом помещении, потому что их посещало всего 10–15 человек, интересовавшихся теоретической физикой. Собирались мы ближе к вечеру, и я понимаю сейчас, что А. М. Балдин, приезжая из Дубны, днём, наверное, улаживал какие-то свои проблемы, накапливавшиеся в Москве. При нём всегда был вместительный портфель. Он никогда не опаздывал, наоборот, как правило, уже ждал в аудитории и с первыми вошедшими мог приветливо поздороваться за руку. Доска была маленькая, громоздкие формулы на ней не умещались, и Александр Михайлович, выписывая символы, часто пропускал индексы, повторяя, что не в них дело, и взмахивал руками, и загорался, пересказывая увлекавшие его идеи. А в конце семестра, вместо зачёта, А. М. Балдин устроил всем слушателям выезд в Дубну (я там оказался в первый раз), водил по Лаборатории и показывал синхрофазотрон (который нам, студентам, был почти ровесник), запущенный В. И. Векслером.

Сейчас я осознаю, что кинематика ядерных реакций при низких энергиях находилась на краю интересов А. М. Балдина, и совершенно не удивляюсь тому, что не всё в книге [88] доведено до ответов. В педагогике же он был ярким и последовательным приверженцем известной максимы: студент — это факел, который нужно зажечь (а не сосуд, который нужно наполнить). И это ему удавалось.

Но, в общем, вышло так, что не напрасно я изложил вывод обобщённой формулы Блатта–Биденхарна в приложении к кандидатской диссертации. Один из экземпляров попал в Лабораторию нейтронной физики ОИЯИ, к В. И. Фурману. В 1990-е годы там были развёрнуты эксперименты по делению с поляризованными нейтронами и выстроенными ядрами. В. И. Фурман оценил гибкость подхода, легко подстраиваемого под описание самых разных экспериментов. И в совместной работе [360], о которой рассказано в главе 16, мы, среди прочего, опубликовали и общую формулу для дифференциального сечения реакции при столкновении ориентированных частиц, выраженного через инвариантные сферические функции (правда в приложении Б коэффициенты при этих функциях сгруппированы немного иначе).



#### 4.4. Инвариантные сферические функции

Теперь я вернусь к статье К. Р. Гулда, Д. Г. Хааса, Н. Р. Роберсона, Х. Постмы и Дж. Д. Боумана [277]. На мой взгляд, она также является своеобразным свидетельством того, что процедура выделения угловых корреляций через инвариантные сферические функции по меньшей мере слабо описана в литературе <sup>1)</sup>. Потому что там, среди прочего, было проделано примерно следующее.

Ранее уже было сказано, что общие формулы можно записывать, не выделяя в них явно инвариантные сферические функции. Именно такая формула для полного сечения взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами была представлена, в частности, в работе В. Низдо и К. В. Кемпера [247], вышедшей в том же 1987 году, что и моя статья [239]. В [247] ось  $z$  была выбрана вдоль  $\mathbf{n}_k$ . Поэтому в амплитуде рассеяния на угол  $0$  сферические гармоники, зависящие от  $\mathbf{n}_k$ , пропали в соответствии с правилом (4.10). В то же время спин-тензоры ориентации ядер-мишеней и нейтронов были оставлены в формуле для полного сечения в «недиагонализированных» формах,  $\tau_{Qq}(I)$  и  $\tau_{K\kappa}(\frac{1}{2})$ , соответственно.

Интересно, что цель работы [247] состояла в описании данных по спин-спиновому взаимодействию ядер  $^{27}\text{Al}$  и нейтронов с энергиями от 5 до 17 МэВ, опубликованных К. Р. Гулдом с сотрудниками [232] в 1986 году. При указанных энергиях, кстати, существенны вклады большого числа парциальных волн. В этом случае явное выделение корреляций, соответствующих отдельным инвариантным сферическим функциям, очевидно, неудобно. Эта ситуация довольно типична; возможно, этим и объясняется малое внимание к инвариантным свёрткам сферических функций.

Так вот, авторы [277], в частности, показали, что выражения для полного сечения, представленные в работах [247] и [239], совершенно эквивалентны. Для этого им пришлось «восстановить» в формуле В. Низдо и К. В. Кемпера для полного сечения сферические гармоники от  $\mathbf{n}_k$  (т.е. совершить операцию, обратную по отношению к (4.10)) и записать спин-тензоры в форме (A.93). Соответственно было указано, что зависимость каждого слагаемого в полном сечении от векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_I$  и  $\mathbf{n}_s$ , входящих в задачу, определяется фактором (4.3), введённым в [239]. Однако судя по отсутствию каких-либо дополнительных ссылок, авторы [277] самостоятельно осуществили преобразование тех инвариантных сферических функций, которые вошли в ответ, в скалярные комбинации векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_I$  и  $\mathbf{n}_s$ .

В 1994 году К. Р. Гулд и В. Низдо опубликовали ещё две работы [328, 329], посвящённые выделению спин-угловых корреляций в полном сечении взаимодействия поляризованных нейтронов с ориентированными ядрами. Обе начинаются, фактически, с воспроизведения выражения (4.9) с несколько изменёнными обозначениями. Инвариантные сферические функции  $\phi_{\Lambda K}^Q$  совпадают с точностью до множителей с факторами  $C_{\Lambda K Q}$ , введёнными К. Р. Гулдом и В. Низдо. В табл. 1 статьи [329] приведены явные выражения для нескольких факторов  $C_{\Lambda K Q}$  (подобные формулам раздела A.7.4).

За прошедшие с тех пор годы я так и не встретил в литературе других работ, где бы приводились явные выражения даже для функций  $\phi_{MN}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  (A.180), не говоря уже о (A.181), (A.182)... При этом и у меня не было причин и поводов

<sup>1)</sup> Из того что мне такое описание неизвестно, конечно, не следует, что его вовсе нет. За несколько десятилетий написано так много, что перебрать всё невозможно. А ведь есть ещё огромное количество западных источников — отчёты, доклады и даже монографии, которые мне просто недоступны.

публиковать этот справочный материал. Впрочем, часть выведенных мной формул всё же появилась в печатном издании. Произошло это так.

В начале 1990-х годов в лабораторию Д. П. Гречухина пришёл молодой выпускник МИФИ Л. В. Григоренко. Он присоединился к группе, занимавшейся теорией лёгких ядер и задачей трёх тел (подробнее об этом рассказано в разделе 10.4). И вот как-то раз он сказал, что вычисляет некоторую угловую корреляцию, но плохо понимает, как это делается в принципе, причём все известные книги не помогают. Оказалось, что речь идёт о тройной корреляции. Тогда я рассказал про свой подход, основанный на выделении инвариантных сферических функций, и снабдил, разумеется, всеми известными мне формулами. Через несколько дней Л. В. Григоренко сказал мне, что вопрос, наконец-то, полностью прояснился.

А потом Леонид Валентинович попал в Швецию и в 1997 году подготовил и защитил там диссертацию на соискание степени PhD [367]. Один из экземпляров (с тёплой дарственной надписью) он прислал мне, и там в разделе «Useful to know...» я обнаружил хорошо знакомые мне формулы. Отмечу, что шведские диссертации выстроены очень разумно. Они состоят из двух частей. Вторая — это буквально статьи, воспроизведённые с помощью копировальной машины, подготовленные и опубликованные соискателем или с его участием. Первая же часть написана в свободной форме и состоит, главным образом, из разъяснений, каким образом получены результаты, изложенные в статьях.

В этой монографии я отчасти следую этому образцу, т. е. не пренебрегаю методическими вопросами. Поэтому в А.7.4 и А.7.5 приведены полученные мной явные выражения для инвариантных сферических функций. Отмечу, что в разделе 17 главы 6 первого тома монографии Л. К. Биденхарна и Дж. Д. Лаука [170] есть некоторые важные утверждения о виде этих функций. Там же, кстати, прямо сказано, что в литературе нет общей формулы для коэффициентов при степенях скалярных и смешанных произведений аргументов. Так что, возможно, здесь ещё не всё понято с математической точки зрения.

#### 4.5. На далёкой Амазонке...

В 1990-е годы исследования фундаментальных симметрий в реакциях с нейтронами практически целиком переместились за океан. В 1993 году в Дубне было проведено рабочее совещание «Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions», на которое съехалось множество заинтересованных европейцев, азиатов и американцев. Но, в общем, это был рубеж, после которого обозначилось падение интереса к достижениям российской (советской) нейтронной физики.

Источник нейтронов в Лос-Аламосе, построенный на базе сверхточного линейного протонного ускорителя, оказался значительно эффективнее реактора ИБР-30, всё ещё действовавшего в ЛНФ ОИЯИ. В Лос-Аламосе оказались возможными исследования  $p$ -волновых резонансов, расположенных в интервале от 0 до 300–2000 эВ (в Дубне «простреливался» интервал от 0 до 10–20 эВ). Приблизительно за 10 лет коллектив, возглавлявшийся Дж. Д. Боуманом, выполнил измерения  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма (3.19) в  $p$ -волновых резонансах 20 изотопов, от  $^{81}\text{Br}$  до  $^{238}\text{U}$ . Результаты этих исследований подытожены в обзоре Г. Е. Митчела, Дж. Д. Боумана, С. И. Пентила и Э. И. Шарапова [407], вышедшем в 2001 году (окончательные данные практически по всем изотопам были опубликованы в период с 1998 по 2002 год). Всего было обнаружено 75 статистически значимых  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов, а счёт найденных  $p$ -волновых резонансов пошел на сотни.

В этих работах был выполнен статистический анализ данных по нарушению  $\mathcal{P}$ -чётности в  $p$ -волновых резонансах. Для каждого изотопа обработка результатов

проводилась в предположении о том, что матричные элементы  $V_{sp}^{PV}$  являются случайными гауссовскими величинами с некоторым определённым среднеквадратичным значением  $v_P$ . Найденные таким способом величины  $v_P$  оказались близки к 1 мЭВ для всех изученных ядер.

Любопытно, что интернациональный коллектив исследователей (от нашей страны в него на всех этапах входил Э. И. Шарапов), проводивший измерения в Лос-Аламосе, официально назывался «Time Reversal Invariance and Parity at Low Energy (TRIPLE) Collaboration». Таким образом, предполагались поиски  $T\mathcal{V}$ -эффектов. На направление этих поисков, конечно, повлияли дискуссии 1990-х годов (о них было рассказано в разделе 1.14) о том, какие ограничения на гипотетические  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{V}$ - и  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{C}$ -взаимодействия следуют из данных по ЭДМ. Общее мнение склонялось в пользу изучения  $T$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -нечётной 3-векторной корреляции. Это можно было бы сделать, к примеру, в низколежащем  $p$ -волновом резонансе с энергией 0.75 эВ ядер  $^{139}\text{La}$  (где есть большой  $\mathcal{P}\mathcal{V}$ -эффект), если бы удалось поляризовать лантановую мишень. Есть, правда, и другие сложности, о которых подробнее рассказано в разделе 5.3.

Этих сложностей, однако, оказалось так много, что до измерений 3-векторной корреляции дело так и не дошло. Зато удалось продвинуться К. Р. Гулду с сотрудниками, которые сосредоточились на изучении  $T$ -неинвариантной и  $\mathcal{P}$ -чётной 5-векторной корреляции на выстроенных ядрах  $^{165}\text{Ho}$ . Поскольку, как ранее уже было сказано, низколежащие  $p$ -волновые резонансы во взаимодействии этих изотопов с нейтронами неизвестны, то поиск осуществлялся совсем в другой области. В 1993 году в Дубне были представлены результаты, полученные при энергии нейтронов  $E = 2$  МэВ [290, 331]. А результаты более точных измерений, выполненных при энергии  $E = 5.9$  МэВ, были опубликованы в 1997 году [368]. Исследования проводились в Дюраме (Северная Каролина, США).

В указанной области энергий взаимодействие ядер и нейтронов описывается одночастичным оптическим потенциалом, т. е. динамического усиления эффекта нет. С другой стороны, простота описания облегчает интерпретацию результатов измерений. В итоге для отношения  $\bar{g}_\rho$  двух констант связи нуклона и  $\rho$ -мезона — с нарушением и сохранением  $T$ -инвариантности — в [368] было получено

$$\bar{g}_\rho < 6 \cdot 10^{-2}. \quad (4.11)$$

Это немного жестче, нежели лучшее (1.29) из тех ограничений, которые были выведены из прямых ядерных экспериментов 1970-х и 1980-х годов.

Любопытно, однако, что сведения о  $\bar{g}_\rho$  можно получить, подойдя к проблеме совсем с другой стороны. Ведь, как ранее уже было указано,  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{C}$ -взаимодействие, обусловленное  $\rho$ -мезонами, нарушает зарядовую ( $\mathcal{C}$ ) симметрию. И вот в том же 1997 году М. Симониус [371] показал, что из анализа возможного нарушения  $\mathcal{C}$ -инвариантности во взаимодействии нейтронов и протонов возникает ещё более низкий предел:

$$\bar{g}_\rho < 7 \cdot 10^{-3}. \quad (4.12)$$

Этот результат настолько хорош, что даже сопоставим с ограничениями (1.30), (1.31), которые следуют из данных по ЭДМ (со всеми теми оговорками, которые были сделаны в конце раздела 1.14).

Таким образом, в конце 1990-х годов стала ясна цель следующего поколения прямых ядерных экспериментов по поиску  $T\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{C}$ -эффектов. Точность измерения  $\bar{g}_\rho$  должна быть улучшена по крайней мере на порядок, чтобы хотя бы сравняться с оценкой (4.12).

#### 4.6. Новые предложения по выстраиванию ядер

Ядра можно поляризовать не только «грубой силой» (об этом способе шла речь в разделе 3.8), но и с помощью динамического метода. Его идея, изложенная, например, в монографии К. Д. Джеффриса [66], состоит в следующем. «Грубая сила» используется для поляризации электронной подсистемы; поскольку магнитные моменты электронов на три порядка больше магнитных моментов ядер, то для этого нужны не слишком низкие температуры. Далее неравномерность в заселённости электронных спиновых подсостояний может быть перенесена на заселённости ядерных спиновых подсостояний с помощью внешнего резонансного радиочастотного поля (при наличии сверхтонкой связи между электронными и ядерными спинами).

Динамический метод, в частности, применяется для создания поляризованных протонных мишеней, которые, в свою очередь, используются для поляризации пропускаемых через них нейтронов. Подробнее о таких мишенях, созданных в ЛНФ ОИЯИ, рассказано, к примеру, в статье В. П. Алфименкова, Л. Б. Пикельнера и Э. И. Шарапова [157] 1980 года. Аналогичная протонная мишень была создана в 1990-е годы специалистами ИТЭФ под руководством А. Г. Беда [364]. Поскольку в это время нейтронный пучок в ИТЭФ приказал долго жить, то доводка и тестирование мишени осуществлялись в Дубне; там же предполагалось её использовать в исследованиях 3-векторной корреляции.

В 1998 году А. Г. Беда вовлек меня в обсуждения возможностей использования динамического метода для выстраивания ядер. С виду всё очень похоже. Нужно только, чтобы электронные спины атомов с выстраиваемыми ядрами были больше или равны единице. Тогда эти спины можно выстроить при не слишком сильном охлаждении, так как квадрупольные моменты электронных оболочек очень велики по сравнению с квадрупольными моментами ядер. Далее можно надеяться на перенос этой выстроенности на ядерные спины за счёт сверхтонкого взаимодействия и внешней резонансной электромагнитной накачки.

Теоретический анализ этих возможностей, выполненный с участием специалистов в области ядерного квадрупольного резонанса, показал перспективность динамического метода. Кроме того, некоторые пробные измерения были выполнены со специально выращенным монокристаллом, содержащим ядра  $^{175}\text{Lu}$  с большими квадрупольными моментами. Полученные результаты суммированы в наших публикациях [398, 421, 422]. Правда, существенного практического успеха на этом пути добиться не удалось.

Новые идеи возникли в 2002 году. С одной стороны, годом ранее появилась статья А. Курилова, Г. К. МакЛафлина и М. Дж. Рамси-Мусолфа [406], в которой был выделен «Scenario B», стимулирующий прямые поиски нарушения  $T$ -инвариантности с сохранением  $\mathcal{P}$ -чётности (см. выше раздел 1.14). С другой стороны, вышел обзор Г. Е. Митчела, Дж. Д. Боумана, С. И. Пентила и Э. И. Шарапова [407], привлёкший внимание к успехам в измерении  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма в  $p$ -волновых резонансах 20 изотопов. Вот тогда А. Г. Беда впервые задался вопросом, а не следует ли выбирать кандидатов на динамическое выстраивание из списка тех 20 ядер, для которых в Лос-Аламосе были выявлены  $p$ -волновые резонансы? Так у нас возник список изотопов со спинами  $I \geq 1$  ( $^{81}\text{Br}$ ,  $^{93}\text{Nb}$ ,  $^{105}\text{Pd}$ ,  $^{115}\text{In}$ ,  $^{121,123}\text{Sb}$ ,  $^{127}\text{I}$ ,  $^{131}\text{Xe}$ ,  $^{133}\text{Cs}$  и  $^{139}\text{La}$ ), которые в принципе могут быть выстроены и для которых известны в значительном количестве  $p$ -волновые резонансы.

В наших работах [421, 422], опубликованных в трудах конференций, прошедших в 2002 году, было указано, что динамическое выстраивание возможно при сверхтонком расщеплении ядерных спиновых подуровней, не меньшем чем 30 МГц. Оказалось, что из перечисленных ядер наиболее перспективны изотопы брома,

сурьмы и йода. Напомню, что сверхтонкое расщепление ядерных спиновых подуровней, обусловленное электрическим квадрупольным взаимодействием, описывается формулой (3.36), причём постоянная сверхтонкой связи  $g$  определяется как квадрупольным моментом ядра, так и градиентом электрического поля. На рис. 4.1 представлены схемы расщеплений спиновых подуровней ядер  $^{81}\text{Br}$ ,  $^{121,123}\text{Sb}$  и  $^{127}\text{I}$  в соединениях  $\text{Br}_2$ ,  $\text{Sb}_2\text{O}_3$  и  $\text{I}_2$  соответственно. Эти данные взяты из справочника Г. К. Сёмина, Т. А. Бабушкиной и Г. Г. Якобсона [116]. В принципе, в других кристаллах градиенты электрических полей могут быть и выше; но не для всех соединений, включающих интересующие нас изотопы, проводились измерения расщеплений подуровней этих ядер.

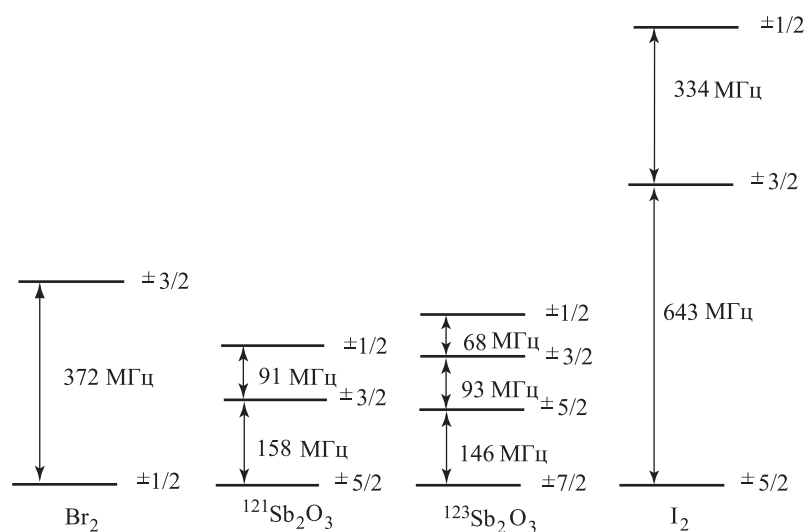


Рис. 4.1. Расщепление спиновых подуровней ядер  $^{81}\text{Br}$ ,  $^{121,123}\text{Sb}$  и  $^{127}\text{I}$  в соединениях  $\text{Br}_2$ ,  $\text{Sb}_2\text{O}_3$  и  $\text{I}_2$  соответственно за счёт электрического квадрупольного взаимодействия

И вот в 2002 году А. Г. Беда обратил внимание на то, что расщепления, которые указаны на рис. 4.1, довольно значительны. Пользуясь формулой (3.37), нетрудно показать, что распределения по заселёностям существенно отклоняются от равномерных при температурах менее 100 мК. Между тем, к примеру в статье К. Улига [418], опубликованной в «Stuogenics» в 2002 году, описывается действующий и, как утверждается, удобный в обращении (благодаря некоторым техническим новинкам), рефрижератор, рассчитанный на работу в интервале температур от 20 до 100 мК<sup>1</sup>).

На рис. 4.2 представлены параметры выстраивания ядер  $^{127}\text{I}$ ,  $^{81}\text{Br}$  и  $^{121,123}\text{Sb}$  (по степени убывания выстроенности при фиксированной температуре) в указанных выше соединениях в зависимости от температуры мишени. Из этих графиков видно, что при  $T = 20$  мК параметр выстроенности очень заметен даже для ядер сурьмы. В то же время значительное выстраивание ядер йода можно осуществить уже при  $T = 100$  мК.

<sup>1</sup> Ранее я уже приводил ссылку на работу [196] 1983 года, где представлены результаты исследования деформационного эффекта во взаимодействии быстрых нейтронов с выстроенными ядрами  $^{59}\text{Co}$ . Так вот там, в частности, сказано: «... The average temperature of the target during the experiment was 18.5 мК with variations not exceeding 1 мК».

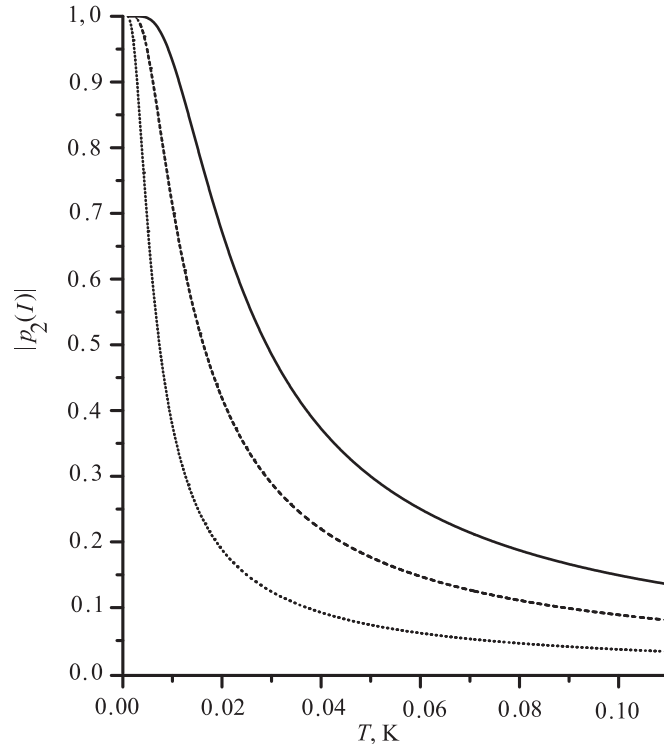


Рис. 4.2. Модуль параметра выстраивания  $p_2(I)$  в зависимости от температуры мишени  $T$ , рассчитанный по данным, представленным на рис. 4.1. Сплошная линия — ядра  $^{127}\text{I}$  в кристалле  $\text{I}_2$ , штриховая линия — ядра  $^{81}\text{Vg}$  в кристалле  $\text{Vg}_2$ , пунктирная линия — ядра  $^{121}\text{Sb}$  и  $^{123}\text{Sb}$  в кристалле  $\text{Sb}_2\text{O}_3$  (параметры выстраивания обоих ядер практически совпадают при всех температурах)

Для ядер  $^{127}\text{I}$  (а весь естественный йод состоит из этого изотопа) в Лос-Аламосе были проведены измерения  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в 20  $p$ -волновых резонансах, лежащих в интервале от 0 до 400 эВ. Ядра  $^{121}\text{Sb}$  и  $^{123}\text{Sb}$  также представляют большой интерес, так как, с одной стороны, естественная сурьма только их в себя и включает (57 % и 43 %), а с другой стороны, в интервале от 0 до 300 эВ для них известны 17 и 6  $p$ -волновых резонансов соответственно. А вот изотоп  $^{81}\text{Vg}$  заслуживает наименьшего внимания, так как его содержание в естественном элементе составляет 49 % и есть сведения только об одном его  $p$ -волновом резонансе.

#### 4.7. Статистическая оценка 5-векторной корреляции в полном сечении

Очень важно, что для ядер йода и сурьмы известно большое количество  $p$ -волновых резонансов. Ведь эксперименты показали, что величины  $\mathcal{PV}$ -эффектов в нейтронных резонансах меняются по случайному закону. Поэтому  $\mathcal{T}$ -неинвариантный и  $\mathcal{P}$ -чётный эффект, обусловленный 5-векторной корреляцией, следует искать во всех известных  $p$ -волновых резонансах; чем их больше — тем выше шансы наткнуться на случайно усиленную величину.

Таким образом,  $\mathcal{TVP}$ -эффект нужно изучать в каждом из тех  $p$ -волновых резонансов, в которых был измерен  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект  $p_P$  (3.19). И вот, размышляя

над этим, я вдруг осознал, что в каждом определённом  $p$ -волновом резонансе естественно сопоставить численную оценку  $TVP$ -эффекта в полном сечении,  $p_T$  (3.22), со статистической погрешностью,  $\Delta p_P$ , определения  $PV$ -эффекта. Ведь если условия экспериментов схожи (а в обоих случаях речь идёт о пропускании нейтронов через мишень), то  $\Delta p_P$  показывает, какая точность была достигнута в уже осуществлённом эксперименте и на что, следовательно, заведомо можно рассчитывать в планируемом поиске <sup>1)</sup>.

Что, однако, можно сказать о величине  $p_T$  в  $p$ -волновом резонансе? На смену «наивной» оценке (1.53) для фактора  $f_T$ , входящего в формулу (3.22) для  $p_T$ , давно пришла оценка (3.35), включающая в себя фактор динамического усиления. Имеется и более определённое выражение (3.32) для величины  $f_T$ , полученное в модели смешивания  $p$ -волновых резонансов. Буквальные вычисления по нему невозможны, так как неизвестны ни парциальные нейтронные амплитуды  $p$ -волновых резонансов  $g_p^n(1jJ)$ , ни матричные элементы  $v_{p'p}^T$  смешивания.

Но здесь у меня возникла новая идея. Примем, что матричный элемент  $v_{p'p}^T$  является случайной гауссовской величиной с нулевым средним значением и дисперсией  $v_T$ :

$$\langle v_{p'p}^T \rangle = 0, \quad \sqrt{\langle (v_{p'p}^T)^2 \rangle} = v_T. \quad (4.13)$$

Нейтронные амплитуды, как считается со времен К. Е. Портера и Р. Г. Томаса [31], обладают аналогичными свойствами, а именно:

$$\langle g_p^n(1jJ) \rangle = 0, \quad \langle (g_p^n(1jJ))^2 \rangle = \frac{\Gamma_{pJ}^n}{2}. \quad (4.14)$$

Пусть при этом амплитуды  $g_p^n(1\frac{1}{2}J)$  и  $g_p^n(1\frac{3}{2}J)$  являются независимыми случайными величинами. Тогда, как легко понять, в каждом  $p$ -волновом резонансе эффект  $p_T$ , обусловленный 5-векторной корреляцией, тоже становится гауссовской случайной величиной с нулевым средним значением и некоторой дисперсией:

$$\bar{p}_T = \sqrt{\langle p_T^2 \rangle}. \quad (4.15)$$

Само по себе усреднение по неизвестным параметрам резонансов не является, конечно, новой идеей. Подобное усреднение как  $PV$ -, так и  $TVP$ -эффектов, было выполнено, к примеру, В. Е. Бунаковым, Е. Д. Дэвисом и Х. А. Вейденмюллером [275] в 1990 году. Там, однако, положения и ширины примешивающихся резонансов также считались неизвестными. Поэтому полученные средние значения относились, в лучшем случае, к определённому ядру-мишени. Здесь же дисперсия (4.15) может быть вычислена для каждого известного  $p$ -волнового резонанса <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Здесь есть, конечно, небольшое лукавство. Говоря о «схожести условий», я предполагаю, в частности, что толщина выстроенной мишени такая же, как невыстроенной. Кроме того, в эксперименте с 5-векторной корреляцией будет небольшое подавление, связанное с тем, что параметр выстроенности всегда меньше единицы.

<sup>2)</sup> Уже после того как наша статья [437] была опубликована, я написал о ней по электронной почте К. Р. Гулду. В ходе обсуждения К. Р. Гулд обратил моё внимание на свою работу с Е. Д. Дэвисом [378], появившуюся в 1998 году. Основная часть этой работы посвящена статистическому анализу деформационного эффекта (он рассматривается ниже в разделе 9.7) в  $s$ -волновых резонансах с примесями  $d$ -волн; имелось в виду приложение к выстроенной мишени <sup>165</sup>Но. Попутно такой же анализ деформационного эффекта проделан и для  $p$ -волновых резонансов. В основе анализа лежит точно такая же идея — наблюдаемая величина в определённом резонансе принимается за случайную; далее

В определённом смысле предложенная здесь процедура является обратной по отношению к тому, что делалось для  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов [407]. Там брались экспериментальные значения  $p_P$  и по ним восстанавливалось среднеквадратичное значение  $v_P$  матричного элемента смешивания  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов. Здесь же по заданному матричному элементу смешивания  $p$ -волновых резонансов  $v_T$  для каждого конкретного  $p$ -волнового резонанса устанавливается характерный  $TVP$ -эффект  $\bar{p}_T$ .

При вычислении дисперсии (4.15) нужно учесть, во-первых, что 5-векторная корреляция отлична от нуля только в  $p$ -волновых резонансах со спинами  $J = I \pm 1/2$ , где  $I$  — спин ядра-мишени. В самом деле, коэффициент  $h_J$ , входящий в формулы (1.40) или (3.5), которыми определяется величина 5-векторной корреляции, обращается в нуль при  $J = I \pm 3/2$  в соответствии с (1.41). Во-вторых, эффект в резонансе с определённым спином  $J$  определяется смешиванием с  $p$ -волновыми резонансами с теми же самыми спинами.

Между тем спины  $p$ -волновых резонансов, к примеру, ядра  $^{127}\text{I}$  неизвестны. Поэтому я воспользовался следующим приемом. Основываясь на известной формуле для плотности уровней со спином  $J$ , примем, что вероятность  $w(J)$  того, что данный  $p$ -волновой резонанс обладает спином  $J$ , пропорциональна  $(2J + 1)$ . Если  $I \geq 3/2$ , то для искомой вероятности имеем

$$w(J) = \frac{g_J}{2}, \quad \sum_{J=I \pm 1/2, 3/2} w(J) = 1. \quad (4.16)$$

Легко видеть, что взятый наугад  $p$ -волновой резонанс обладает спином  $J = I \pm 1/2$  с вероятностью  $1/2$  и с той же вероятностью  $1/2$  — спином  $J = I \pm 3/2$ . Ниже, выполняя оценку  $\bar{p}_T$  в  $p$ -м резонансе, мы предполагаем, что  $J = I - 1/2$  или  $I + 1/2$ . Таким образом, примерно в половине случаев наши (ненулевые) оценки заведомо неверны.

Итак, пусть  $p$ -й  $p$ -волновой резонанс имеет спин  $J = I - 1/2$  или  $I + 1/2$ . Для вычисления  $\langle p_T^2 \rangle$  необходимо сначала возвести в квадрат обе части соотношения (3.22) (с учётом явного выражения (3.32) для фактора  $f_T$ ), затем выполнить их усреднение с использованием соотношений (4.13) и (4.14) и, наконец, оставить в правой части суммирование по резонансам  $p'$  с тем же спином  $J$ . В то же время любой из известных  $p$ -волновых резонансов может иметь спин  $J$  с вероятностью  $w(J)$ . Поэтому мы проводим суммирование в правой части по всем известным  $p$ -волновым резонансам, домножая вклад каждого из них на весовой фактор  $w(J)$ . Тогда, пользуясь формулой (4.16), мы получим следующую оценку:

$$\bar{p}_T = \frac{3|h_J|v_T}{2\sqrt{g_J}} \left( \sum_{p' \neq p} \frac{1}{(E_p - E_{p'})^2} \frac{\Gamma_{p'J}^n}{\Gamma_{pJ}^n} \right)^{1/2}, \quad (4.17)$$

где суммирование проводится по всем известным  $p$ -волновым резонансам. Заметим, что отношение нейтронных ширин  $\Gamma_{p'J}^n$  и  $\Gamma_{pJ}^n$ , входящее в уравнение (4.17), равно отношению известных величин  $g_J \Gamma_{p'J}^n$  и  $g_J \Gamma_{pJ}^n$ . Общий множитель в (4.17),

---

изучаются её распределение и моменты. К сожалению, статья [378] оказалась вне поля нашего внимания в период выполнения работы [437]; только этим объясняется отсутствие ссылки на неё.



зависящий от  $J$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{|h_J|}{\sqrt{g_J}} \Big|_{J=I+1/2} &= \left( \frac{2I-1}{2I+3} \right)^{1/2} \frac{|h_J|}{\sqrt{g_J}} \Big|_{J=I-1/2}, \\ \frac{|h_J|}{\sqrt{g_J}} \Big|_{J=I-1/2} &= \left( \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+1)} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Следовательно средний эффект в  $p$ -волновых резонансах со спином  $J = I + 1/2$  меньше, чем средний эффект в  $p$ -волновых резонансах со спином  $J = I - 1/2$ .

#### 4.8. Матричный элемент $T\nu PC$ -смешивания

Итак, величина ожидаемого эффекта (4.17) прямо пропорциональна характерному матричному элементу  $v_T$ . К сожалению, не существует надёжного способа связать его с постоянной  $\bar{g}_\rho$ , так как волновые функции компаунд-состояний очень сложны. В статье Е. Д. Дэвиса и К. Р. Гулда [390] 1999 года используется следующее оценочное соотношение:

$$v_T \sim 10^4 \cdot \bar{g}_\rho \text{ мЭВ}. \quad (4.19)$$

Поэтому, опираясь на ограничение М. Симониуса (4.12), Е. Д. Дэвис и К. Р. Гулд сделали вывод, что следующее поколение экспериментов по изучению 5-векторной корреляции должно быть ориентировано на точность  $v_T \simeq 50$  мЭВ.

К этому же результату можно прийти другим способом. Предположим, что  $v_T \simeq 1$  эВ. Поскольку средние расстояния между  $p$ -волновым резонансами в средних и тяжелых ядрах ( $A \geq 100$ ) примерно равны  $D_p \simeq 10$  эВ, то смешивание этих резонансов имело бы масштаб  $v_T/D_p \sim 10^{-1}$ . В нашей работе [309] (или выше в разделе 3.11) было показано, что такое сильное смешивание обнаруживалось бы в нейтрон-ядерном взаимодействии без использования поляризованных нейтронов и выстроенных ядер. А именно, энергетический сдвиг асимметрии «вперёд-назад» испускания  $\gamma$ -квантов в  $(n, \gamma)$ -реакции в  $p$ -волновом резонансе чувствителен к  $T\nu PC$ -взаимодействию. В работе [309] было получено ограничение  $v_T/D_p < 10^{-1}$  на величину смешивания компаунд-резонансов, т. е., фактически, было показано, что  $v_T < 1$  эВ<sup>1)</sup>.

Таким образом, в статье [437] мы с А. Г. Бедой заключили, что средний матричный элемент  $v_T$  существенно меньше, чем 1 эВ (если он вообще отличен от нуля). Это означает, что новое поколение экспериментов по поиску гипотетического  $T\nu PC$ -взаимодействия должно быть чувствительным к области

$$v_T \leq 100 \text{ мЭВ}. \quad (4.20)$$

Это утверждение хорошо согласуется с выводом Е. Д. Дэвиса и К. Р. Гулда [390].

<sup>1)</sup> Интересно, кстати, что  $p$ -волновые резонансы, удалённые друг от друга на расстояние масштаба 1 эВ, не являются редкостью. Например, имеются по крайней мере две такие пары для ядра  $^{127}\text{I}$  — с энергиями 52.20 эВ и 53.82 эВ и с энергиями 352.0 эВ и 353.3 эВ (эти данные взяты из обзора [407]). Если бы матричный элемент  $v_T$  был порядка 1 эВ, то для расчёта смешивания таких близкорасположенных резонансов нельзя было бы пользоваться теорией возмущений (ясно, однако, что при таком смешивании  $T\nu PC$ -эффект мог бы быть масштаба единицы).

Что же касается ограничения на параметр  $\lambda_T$ , следующего из (4.20), то оно примерно таково. Матричные элементы от слабого и сильного взаимодействий связаны соотношением

$$v_P \sim Gm_\pi^2 v \sim 10^{-7} v. \quad (4.21)$$

Поэтому вследствие (3.38) для характерного матричного элемента  $v_T$  получим

$$v_T \sim (\lambda_T \cdot 10^7) \cdot v_P. \quad (4.22)$$

Но ранее, в разделе 4.5, уже было сказано, что из исследований  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма в  $p$ -волновых резонансах было извлечено значение:  $v_P \sim 1$  мэВ. Таким образом, область (4.20) соответствует следующему интервалу, ограниченному сверху:  $\lambda_T \leq 10^{-5}$ .

Это рассуждение, однако, не является строгим. Ведь согласно соотношению (4.19) ограничение (4.20) означает, что  $\bar{g}_\rho \leq 10^{-2}$ . Если, однако, принять вслед за авторами работ [327, 368], что  $\lambda_T \sim 10^{-2} \bar{g}_\rho$ , то условие (4.20) даст менее жёсткое ограничение:  $\lambda_T \leq 10^{-4}$ .

Эти расхождения отражают сложность пересчёта одночастичных матричных элементов  $V_{s.p.}^{TVPC}$  в матричные элементы  $v_T$  между сложными волновыми функциями компаунд-состояний. Поэтому если речь идёт об экспериментах с компаунд-резонансами, то предпочтительнее ориентироваться непосредственно на область (4.20) для величин  $v_T$ , которая до сих пор была недоступна. Это будет соответствовать исследованию отношения (3.33) одночастичных матричных элементов на уровне

$$\lambda_T \leq 10^{-4} - 10^{-5}. \quad (4.23)$$

#### 4.9. Оценка $TVPC$ -эффектов для $p$ -волновых резонансов ядра $^{127}\text{I}$

Основная цель нашей статьи с А. Г. Бедой [437] состояла в демонстрации результатов статистической оценки эффектов, связанных с 5-векторной корреляцией, для ядер  $^{121}\text{Sb}$ ,  $^{123}\text{Sb}$  и  $^{127}\text{I}$ . Эти ядра могут быть выстроены методом «грубой силы» при температуре от 20 до 100 мК. Сам метод статистической оценки (изложенный в разделе 4.7) был сформулирован в этой же статье [437].

Средний матричный элемент гипотетического  $TVPC$ -взаимодействия, смешивающего  $p$ -волновые резонансы, был взят равным  $v_T = 100$  мэВ. Величина эффекта  $\bar{p}_T$  в  $p$ -волновом резонансе определяется выражением (4.17). Для определённости спин резонанса всегда принимался равным  $J = I - 1/2$ . Результаты оценок представлены в статье [437] как в табличной форме, так и, для наглядности, в виде графиков.

В табл. 4.1 и на рис. 4.3 в качестве иллюстрации я привожу результаты, полученные для ядра  $^{127}\text{I}$  (для изотопов сурьмы  $^{121,123}\text{Sb}$  всё очень похоже). Видно, что для всех  $p$ -волновых резонансов ожидаемая величина  $p_T$  (при указанном выше  $v_T$ ) существенно превосходит  $\Delta p_P$ . Поэтому предлагаемый эксперимент имеет, как представляется, хорошие перспективы.

Неожиданностью оказалась корреляция между  $\bar{p}_T$  и  $\Delta p_P$ . Её причина состоит в следующем. Величина статистической ошибки  $\Delta p_P$  определяется, главным образом, полной нейтронной шириной резонанса: чем слабее резонанс, тем больше погрешность  $\Delta p_P$ . С другой стороны, предположим, что рядом со слабым  $p$ -волновым резонансом располагается сильный  $p$ -волновой резонанс, смешивающийся в результате действия  $TVPC$ -сил со слабым. Тогда в соответствии с формулой (4.17)  $TVPC$ -эффект в слабом резонансе усилен множителем  $(\Gamma_{p'J}^n / \Gamma_{pJ}^n)^{1/2}$ , где  $\Gamma_{p'J}^n$  и  $\Gamma_{pJ}^n$  — полные нейтронные ширины сильного и слабого резонансов соответственно.

Таблица 4.1. Результаты оценки  $TVP$ -эффекта в  $p$ -волновых резонансах ядра  $^{127}\text{I}$ .

$\mu$	$E_{\mu}^J$ , эВ	$g_J \Gamma_{n\mu}^J$ , мэВ	$\Delta p_P \cdot 10^2$	$\bar{p}_T$
1	7.51	0.00012	0.14	0.193
2	10.34	0.0028	0.03	0.025
3	13.94	0.0014	0.04	0.045
4	24.63	0.00064	0.16	0.036
5	52.20	0.00085	0.18	0.304
6	53.82	0.019	0.02	0.016
7	64.04	0.008	0.02	0.019
8	85.84	0.0174	0.02	0.010
9	101.1	0.014	0.03	0.013
10	126.0	0.0021	0.16	0.071
11	134.1	0.025	0.02	0.049
12	136.9	0.040	0.016	0.033
13	145.7	0.033	0.03	0.027
14	153.6	0.096	0.02	0.009
15	223.4	0.011	0.13	0.010
16	256.8	0.052	0.04	0.005
17	274.7	0.022	0.15	0.012
18	282.1	0.0045	0.53	0.036
19	352.0	0.088	0.064	0.080
20	353.3	0.089	0.064	0.079

Этот множитель следует назвать фактором кинематического усиления по аналогии с подобным же фактором усиления эффекта нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности в выражении (3.19).

Здесь мне вспоминаются энергичные комментарии В. Е. Бунакова и Л. Б. Пикельнера [365] на тему кинематического усиления  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов. Если подойти к этому усилению не критично, то выйдет, что чем слабее  $p$ -волновой резонанс, тем больше эффект и, следовательно, тем легче его измерение <sup>1)</sup>. Разумеется, где-то здесь прячется ошибка, так как на исчезающе слабых  $p$ -волновых резонансах никакие измерения, конечно, невозможны <sup>2)</sup>.

В применении к исследованному здесь случаю можно сказать, что кинематическое усиление является только кажущимся. Увеличение эффекта на слабых  $p$ -волновых резонансах «съедается» трудностью его измерения. Я не удивлюсь, однако, если кому-то окажется близким прямо противоположный взгляд на дело. Кинематическое усиление является очень важным, так как благодаря ему измерения

<sup>1)</sup> Вот выдержка из обзора [365]: «... The second remark is relative to the opinion expressed by some physicists. They believe that the best conditions for the measurements are those when  $p$ -wave resonances are very weak... This is wrong...»

<sup>2)</sup> Вопросы об измеримости малых эффектов очень деликатны. Мне известна такая история. Группа авторов написала заявку на грант, суть которой состояла в следующем. Имеется некоторая малая величина  $a \simeq 10^{-2}$ ; точность её вычисления незначительна, и измерять её сложно. Предлагается исследовать величину  $1/a \simeq 100$ . Она велика, поэтому может быть вычислена с лучшей точностью, и измерить её, конечно, намного проще. Аргументация, по-видимому, произвела впечатление, поскольку грант был выделен.

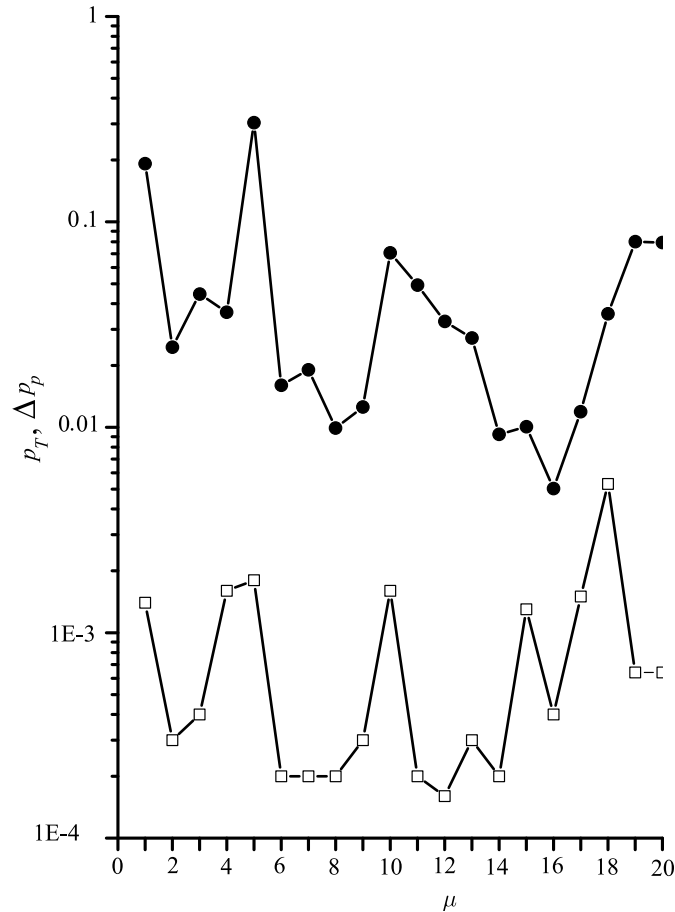


Рис. 4.3. Сравнение статистических погрешностей  $\Delta P_p$  (светлые квадраты) измерения  $\mathcal{PV}$ -эффектов и оценок  $TVPC$ -эффектов  $\bar{P}_T$  (тёмные кружки) при  $v_T = 100$  мэВ в  $p$ -волновых резонансах, нумеруемых индексом  $\mu$ , ядра  $^{127}\text{I}$  (см. табл. 4.1)

в слабых  $p$ -волновых резонансах имеют такую же значимость, как и измерения в сильных  $p$ -волновых резонансах.

Есть ещё одна важная особенность у предложенного нами с А.Г. Бедой исследования  $TVPC$ -нарушения на ядрах со значительным количеством известных  $p$ -волновых резонансов. Легко понять, что в силу статистического характера эффекта нулевой результат на одном или двух резонансах не позволяет, строго говоря, поставить верхнее ограничение на величину  $TVPC$ -взаимодействия. Возникает вопрос, а сколько нужно нулевых результатов, чтобы получить значимое ограничение?

Ответ на него был дан Е. Д. Дэвисом и К. Р. Гулдом в работе [390]: необходимы по крайней мере четыре нулевых результата. Таким образом, даже если половина из 20  $p$ -волновых резонансов ядра  $^{127}\text{I}$  имеет спины  $J = I \pm 3/2$  и  $TVPC$ -эффекта в них нет, потому что в принципе быть не может, то остаётся всё же 10 резонансов. Этого количества заведомо будет достаточно, для того чтобы, в случае отсутствия признаков 5-векторной корреляции, значимым образом улучшить существующее ограничение на величину  $TVPC$ -взаимодействий.

### 4.10. Перспективы поиска 5-векторной корреляции

Сразу после того как были опубликованы результаты поиска 5-векторной корреляции во взаимодействии быстрых ( $E = 5.9$  МэВ) нейтронов с выстроенными ядрами  $^{165}\text{Ho}$  [368], П. Р. Хуфман, К. Р. Гулд и Д. Г. Хаас выступили со статьей [381]. В ней были проанализированы возможности поиска  $d$ -волновых составляющих  $s$ -волновых резонансов всё тех же ядер  $^{165}\text{Ho}$  с помощью деформационного эффекта (см. раздел 1.10). По мысли авторов,  $s$ -волновые резонансы, обладающие сколько-нибудь значительными  $d$ -волновыми нейтронными амплитудами (т. е. заселяющиеся или распадающиеся через  $d$ -волны), могут быть использованы для поиска 5-векторной корреляции. В данном случае эта корреляция должна возникать за счёт отличия амплитуд перехода нейтронов из  $s$ - в  $d$ -волну и наоборот (см. также раздел 2.2).

Повторно эта же идея — о поиске 5-векторной корреляции в  $s$ -волновых резонансах (с большими  $d$ -примесями) ядра  $^{165}\text{Ho}$  — обсуждалась П. Р. Хуфманом в 2002 году на конференции «Astrophysics, Symmetries, and Applied Physics at Spallation Neutron Sources» (Ок-Ридж, США) [417]. Это было рабочее совещание по подготовке программы ядерных исследований на новом высокопоточном источнике нейтронов SNS в Ок-Ридже (его запуск состоялся в 2006 году). Там же К. Р. Гулд [414] рассказал и о других возможных нейтронных экспериментах по поиску  $\mathcal{TV}$ -взаимодействий. Предложение [417] является альтернативой поиску 5-векторной корреляции в  $p$ -волновых резонансах. Его сильной стороной является наличие готовой выстроенной мишени, а слабой — фактор подавления  $(kR)^2 \sim 10^{-6} - 10^{-4}$  всех наблюдаемых величин.<sup>1)</sup>

В октябре 2005 года по приглашению К. Р. Гулда я побывал в университете штата Северная Каролина. Там на семинаре я попытался привлечь внимание к возможности поиска 5-векторной корреляции в  $p$ -волновых резонансах, обнаруженных в ходе поисков  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов. Рис. 4.3 очень показателен. Если бы удалось сделать такой же толстый образец с выстроенными ядрами  $^{127}\text{I}$ , что и мишень, которая использовалась при измерении эффектов нейтронного дихроизма, поставить её на пучок поляризованных нейтронов той же интенсивности, что в Лос-Аламосе, и провести исследования, аналогичные по длительности тем, что привели к указанным статистическим погрешностям  $\Delta r_p$ , то удалось бы по меньшей мере установить ограничения (4.20) и (4.23), даже с запасом. В лучшем же случае — обнаружить  $\mathcal{TVPC}$ -взаимодействие. Разумеется, здесь нужно начинать с создания мишени, причём, похоже, чистый кристаллический йод — это далеко не лучший выбор (летучее и довольно агрессивное, с химической точки зрения, вещество).

Меня слушали внимательно, но интерес к предлагаемому эксперименту оказался небольшим. Причём, как мне стало ясно ещё до семинара, невелики и шансы предложения [417]. Одна причина состоит в том, что сообщество американских исследователей, занимающихся нейтронно-ядерной физикой, довольно немногочисленно. В настоящее время оно полностью поглощено подготовкой осуществления (в том числе на SNS) таких масштабных проектов, как измерение ЭДМ нейтрона с помощью УХН и исследование нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности в малонуклонных системах (см. обзор [441]), которые считаются очень важными. О другой же причине сказал кто-то уже в самом конце семинара, когда пошли вопросы:

<sup>1)</sup> На самом деле деформация ядра может привести к некоторому увеличению вклада  $d$ -волн в  $s$ -волновые резонансы. Я, однако, не встречал работ, в которых было бы выполнено исследование этого эффекта именно для узких нейтронных резонансов.

— Всё это хорошо, но только сейчас во всём мире нет ни одного специалиста по фундаментальным взаимодействиям, который верил бы в существование сколь угодно значительных  $TVP$ -сил.

И это в самом деле так. Но есть и другая сторона, о которой шла речь в разделе 1.13. Перевод на русский язык книги Р. Дж. Блин-Стойла [120] вышел в 1976 году, когда я был студентом МИФИ. Понятно, что в 1980-е годы мне казалось, что я имею дело с актуальным источником сведений о фундаментальных взаимодействиях. Между тем всё, с чего начинается глава 10 этой книги, посвящённая нарушению  $T$ -инвариантности, в 1990-е годы полностью устарело.

Поэтому, если дело только в специалистах по фундаментальным взаимодействиям, то нужно просто подождать. Но можно задать вопрос непосредственно Природе. Есть вещи, которые нельзя предвидеть. Более того, как правило, именно то, чего никто не ожидает, и случается.

*Воротись на родину. Ну что ж.  
Гляди вокруг, кому ещё ты нужен,  
Кому теперь в друзья ты попадёшь?  
Воротись, купи себе на ужин  
Какого-нибудь сладкого вина,  
Смотри в окно и думай понемногу:  
Во всём твоя, одна твоя вина,  
И хорошо. Спасибо. Слава Богу...*

Иосиф Бродский

## Часть II

# Обращение времени, пространственная чётность и взаимодействие нейтронов с ядрами





## УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ НА ЯДРАХ

### 5.1. Поляризованные нейтроны и поляризованные ядра

Эта часть монографии связана главным образом с работами, посвящёнными эффектам одновременного нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности и  $\mathcal{P}$ -чётности. Основной эффект такого рода в физике взаимодействия нейтронов с ядрами — это, конечно, 3-векторная корреляция,  $(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I])$ , о которой было рассказано в разделе 1.10. На её существование обратили внимание в 1982 году, но реальные исследования до сих пор не приводились.

В то же время ЭДМ нейтрона и атомов — тоже представляет собой  $\mathcal{T}$ -неинвариантный и  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект. В измерения ЭДМ вкладывалось и вкладывается много сил и средств, и успехи в установлении верхних ограничений очень значительны (об этом шла речь в разделе 1.11). Понятно, что 3-векторная корреляция и ЭДМ элементарных частиц должны быть, по-видимому, чувствительны к одному и тому же гипотетическому фундаментальному  $\mathcal{TVPV}$ -взаимодействию.

Величина этого взаимодействия определяется отношением

$$\lambda_{PT} = \frac{|V_{s.p.}^{TVPV}|}{V_{s.p.}^{PV}} \quad (5.1)$$

характерных одночастичных матричных элементов  $\mathcal{TVPV}$ - и  $\mathcal{PV}$ -взаимодействий. Ранее этот параметр  $\lambda_{PT}$  уже обсуждался в разделе 1.13. Там же было разъяснено, что в 1980-е годы считалось, что он меньше чем  $10^{-3}$ . Тогда как начиная с 1990-х годов, после того как утвердилось ограничение (1.24) на ЭДМ нейтрона, принимается:  $\lambda_{PT} < 10^{-4}$ .

Спин-угловая 3-векторная корреляция возникает в амплитуде упругого рассеяния на угол 0 при взаимодействии поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами. Ранее, в разделах 1.16 и 3.2, мы исследовали структуру полного сечения взаимодействия поляризованных нейтронов с выстроенными ядрами. Для этого в общей формуле (1.8) мы опустили все слагаемые, пропорциональные параметру поляризации ядер  $p_1(I)$ . Сделаем теперь иначе — исключим из общей формулы (1.8) все слагаемые, пропорциональные параметру выстроенности  $p_2(I)$ .

Если воспользоваться представлением (1.32) для амплитуды,

$$f(0) = F_0 + (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})F_1,$$

то теперь — для случая взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами — вместо (1.35) и (1.36) получим: <sup>1)</sup>

$$F_0 = a_0 + b_2 p_1(I) (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I), \quad (5.2)$$

$$F_1 \mathbf{n} = a_1 p_1(I) \mathbf{n}_I + a_2 p_1(I) (3\mathbf{n}_k (\mathbf{n}_I \mathbf{n}_k) - \mathbf{n}_I) + b_1 \mathbf{n}_k + c_1 p_1(I) [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]. \quad (5.3)$$

Соответственно полное сечение, определяемое по оптической теореме (1.33), принимает вид

$$\begin{aligned} \sigma_t = \sigma_0 + p_1(s) p_1(I) (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I) \Delta\sigma_{SS}^{(1)} + \\ + p_1(s) p_1(I) (3(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k) (\mathbf{n}_I \mathbf{n}_k) - (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I)) \Delta\sigma_{SS}^{(2)} + p_1(s) (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k) \Delta\sigma_{PV}^{(1)} + \\ + p_1(I) (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I) \Delta\sigma_{PV}^{(2)} + p_1(s) p_1(I) (\mathbf{n}_s [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]) \Delta\sigma_{TVPV}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Это аналог формулы (3.1), которая описывает угловые корреляции в полном сечении взаимодействия медленных нейтронов и выстроенных ядер.

В полном сечении (5.4) имеются две спин-спиновые корреляции, которые в соответствии с (1.13) и (1.14) пропорциональны величинам:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{SS}^{(1)} = \\ = 2\pi\lambda^2 \left( A_1^J (1 - \text{Re } S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) + \sum_{jj'} A_2^{jj'J} (\delta_{jj'} - \text{Re } S_J(1j \rightarrow 1j')) \right), \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\Delta\sigma_{SS}^{(2)} = 2\pi\lambda^2 \sum_{jj'} A_3^{jj'J} (\delta_{jj'} - \text{Re } S_J(1j \rightarrow 1j')). \quad (5.6)$$

Полное сечение содержит также две  $\mathcal{P}$ -нечётные корреляции, одна из которых («обычная», имеющая место в отсутствие поляризации ядер) определяется формулой (3.3), а другая в соответствии с (1.18) — выражением

$$\Delta\sigma_{PV}^{(2)} = 2\pi\lambda^2 \sum_j B_1^{jJ} \text{Re} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) + S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})). \quad (5.7)$$

Существует, наконец, 3-векторная корреляция, для коэффициента при которой в соответствии с (1.20) получим

$$\Delta\sigma_{TVPV} = 2\pi\lambda^2 \sum_j C_1^{jJ} \text{Im} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) - S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})). \quad (5.8)$$

Здесь, так же как в разделах 1.16 и 3.2, принято, что нейтрон взаимодействует с ядром через компаунд-резонанс с фиксированным спином  $J$ .

Напомним, что общие выражения для численных коэффициентов  $A_1^J$ ,  $A_2^{jj'J}$ ,  $A_3^{jj'J}$ ,  $B_1^{jJ}$  и  $C_1^{jJ}$  приведены в разделе Б.1.12. В случае выстроенных ядер формулы для подобных коэффициентов выглядят громоздко, однако все они сводятся

<sup>1)</sup> С помощью этого метода в статье [357] я получил не только формулы (5.4)–(5.14), описывающие полное сечение взаимодействия, но и выражения для углов поворота спинов поперечно поляризованных нейтронов, проходящих через поляризованную мишень, аналогичные (1.43) и (1.44).

к факторам (1.41) и (1.42). Так же и здесь; достаточно привести следующие явные выражения:

$$A_1^{I-\frac{1}{2}} = -\frac{I}{2I+1}, \quad A_1^{I+\frac{1}{2}} = \frac{I}{2I+1}, \quad A_1^{I\pm\frac{3}{2}} = 0, \quad (5.9)$$

$$A_2^{\frac{1}{2}\frac{3}{2}I-\frac{1}{2}} = \frac{2I}{3(2I+1)}\sqrt{\frac{2I-1}{I+1}}, \quad A_2^{\frac{1}{2}\frac{3}{2}I+\frac{1}{2}} = \frac{2I}{3(2I+1)}\sqrt{\frac{2I+3}{I}}, \quad A_2^{\frac{1}{2}\frac{3}{2}I\pm\frac{3}{2}} = 0, \quad (5.10)$$

$$A_2^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}I-\frac{3}{2}} = -\frac{I-1}{2I+1}, \quad A_2^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}I-\frac{1}{2}} = -\frac{I(I+4)}{3(2I+1)(I+1)}, \quad (5.11)$$

$$A_2^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}I+\frac{1}{2}} = \frac{I-3}{3(2I+1)}, \quad A_2^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}I\pm\frac{3}{2}} = \frac{I(I+2)}{(2I+1)(I+1)},$$

где вторая из формул (5.11) верна, лишь если  $I > 1/2$ ; в случае же  $I = 1/2$  соответствующий коэффициент обращается в нуль. Остальные коэффициенты определяются соотношениями

$$A_1^J = -3 A_2^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}J} = \frac{3}{2} A_3^{\frac{1}{2}\frac{1}{2}J} = B_1^{\frac{1}{2}J} = -C_1^{\frac{1}{2}J}, \quad (5.12)$$

$$A_2^{\frac{1}{2}\frac{3}{2}J} = A_2^{\frac{3}{2}\frac{1}{2}J} = 4 A_3^{\frac{1}{2}\frac{3}{2}J} = 4 A_3^{\frac{3}{2}\frac{1}{2}J} = \frac{2}{3} B_1^{\frac{3}{2}J} = \frac{4}{3} C_1^{\frac{3}{2}J}, \quad (5.13)$$

$$A_2^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}J} = -5 A_3^{\frac{3}{2}\frac{3}{2}J}. \quad (5.14)$$

## 5.2. $\mathcal{T}$ -неинвариантная $\mathcal{P}$ -нечётная $\mathcal{Z}$ -векторная корреляция

На первый взгляд,  $\mathcal{Z}$ -векторная корреляция может быть выделена в измерениях асимметрии прохождения через поляризованную мишень нейтронов с поляризациями  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \downarrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$ . Ось  $z$  выберем вдоль  $\mathbf{n}_k$ ; вектор  $\mathbf{n}_I$  удобно направить вдоль оси  $x$ . Тогда для асимметрии прохождения нейтронов, поляризованных вдоль и против оси  $y$ , в соответствии с (3.10) получим

$$\alpha_{TVPV}(E) = -\rho p_1(s) p_1(I) \Delta\sigma_{TVPV}(E) z. \quad (5.15)$$

Эффект, очевидно, возникает, если в смешивании  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов участвуют не только обычные слабые  $\mathcal{PV}$ -, но и гипотетические  $\mathcal{TVPV}$ -взаимодействия. Для волновой функции  $p$ -го компаунд-резонанса вместо (3.14) находим

$$\psi_{JM}^p = |JM\rangle^p + \sum_s \frac{(V_{sp}^{PV} + V_{sp}^{TVPV})}{E_{pJ} - E_{sJ}} |JM\rangle^s. \quad (5.16)$$

Примем, далее, в полной аналогии с (3.29), что

$$-iv_{sp}^{PT} = V_{sp}^{TVPV} = -V_{ps}^{TVPV}, \quad (5.17)$$

где величины  $v_{sp}^{PT}$  действительны. Вспомним также определение (3.15), где матричные элементы  $v_{sp}^P$  также действительны. Тогда амплитуда распада  $p$ -волнового резонанса в  $s$ -волновой канал вместо (3.16) принимает вид

$$g_p^n(0\frac{1}{2}J) = \sum_s \frac{v_{sp}^P - iv_{sp}^{PT}}{E_{pJ} - E_{sJ}} g_s^n(0\frac{1}{2}J). \quad (5.18)$$

Подстановка этих амплитуд в брейт-вигнеровскую формулу (1.47) даёт

$$S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = -ie^{i(\delta_s^C + \delta_p^C)} \frac{g_p^n(1jJ)}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2} \sum_s \frac{(v_{sp}^P - iv_{sp}^{PT})g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{pJ} - E_{sJ}}, \quad (5.19)$$

$$S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2}) = -ie^{i(\delta_s^C + \delta_p^C)} \frac{g_p^n(1jJ)}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2} \sum_s \frac{(v_{sp}^P + iv_{sp}^{PT})g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{pJ} - E_{sJ}}. \quad (5.20)$$

Этот ответ можно переписать и так:

$$S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = S_J^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) + S_J^{TVPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j), \quad (5.21)$$

$$S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2}) = S_J^{PV}(1j \rightarrow 0\frac{1}{2}) + S_J^{TVPV}(1j \rightarrow 0\frac{1}{2}), \quad (5.22)$$

где амплитуды  $S_J^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = S_J^{PV}(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})$  определяются формулой (3.17), тогда как поправки к этим амплитудам имеют вид

$$\begin{aligned} S_J^{TVPV}(1j \rightarrow 0\frac{1}{2}) &= -S_J^{TVPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = \\ &= e^{i(\delta_s^C + \delta_p^C)} \frac{g_p^n(1jJ)}{E - E_{pJ} + i\Gamma_{pJ}/2} \sum_s \frac{v_{sp}^{PT} g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{pJ} - E_{sJ}}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Пренебрегая малыми фазами потенциального рассеяния, для  $TVPV$ -вклада (5.8) в полное сечение, определяющего асимметрию прохождения, находим

$$\Delta\sigma_{TVPV} = \pi\lambda^2 \sum_j \frac{C_1^{jJ} g_p^n(1jJ)\Gamma_{pJ}}{(E - E_{pJ})^2 + \Gamma_{pJ}^2/4} \sum_s \frac{2v_{sp}^{PT} g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{sJ} - E_{pJ}}. \quad (5.24)$$

Это выражение подобно (3.18). Поэтому по аналогии с (3.19) следует исключить зависимость эффекта от энергии нейтрона и ввести параметр

$$p_{PT} \equiv \frac{\Delta\sigma_{TVPV}}{\sigma_p} = \sum_j \frac{C_1^{jJ}\Gamma_{pjJ}}{g_J\Gamma_{pJ}^n} \sum_s \frac{2v_{sp}^{PT}}{E_{sJ} - E_{pJ}} \frac{g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{g_p^n(1jJ)}. \quad (5.25)$$

Здесь присутствуют все те же факторы динамического и кинематического усиления, что и в формуле (3.19) для  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в полном сечении. Следовательно, в соответствии с (5.1) для ожидаемого эффекта получим следующую оценку:

$$p_{PT} \sim \lambda_{PT} p_P. \quad (5.26)$$

### 5.3. Ложные эффекты

Казалось бы, раз в  $p$ -волновых резонансах имеет место усиление, то гипотетические  $TVPV$ -силы следует искать именно в нейтрон-ядерном взаимодействии. В общем, это действительно правильно, но ситуация с численными оценками здесь намного хуже, нежели это было с  $TVPC$ -эффектами. Весь фокус в том, что интенсивность гипотетического  $TVPC$ -взаимодействия отсчитывается от уровня сильного взаимодействия (см. формулу (3.33)), а интенсивность гипотетического  $TVPV$ -взаимодействия — от уровня слабого (см. формулу (5.1)).

В главе 4 было показано, что для выхода на уровень  $\lambda_T \sim 10^{-5}$  нужно достичь чувствительности масштаба  $10^{-2}$  для  $T$ -неинвариантной, но  $\mathcal{P}$ -чётной 5-векторной корреляции (см. рис. 4.3). Это следствие формулы (3.35), где  $\sqrt{N_c} \sim 10^3$  — фактор динамического усиления. В то же время для выхода на уровень  $\lambda_{PT} \sim 10^{-5}$  нужно сделать следующее. Взять некоторый  $p$ -волновой резонанс, на котором получен

динамически и кинематически усиленный  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект  $p_P$ , и научиться измерять в этом же резонансе  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантную 3-векторную корреляцию (динамически и кинематически усиленную) на уровне  $\lambda_{PT} \cdot p_P$ .

Отсюда следует, что даже в «лучшем»  $p$ -волновом резонансе (с энергией 0.75 эВ) ядра  $^{139}\text{La}$ , где  $p_P \sim 0.1$ , нужно выйти на фантастическую по нынешним представлениям чувствительность  $\sim 10^{-6}$  по 3-векторной корреляции. Реально, с начала 1980-х годов, когда 3-векторная корреляция впервые была предложена и когда приемлемым считался уровень  $\lambda_{PT} \sim 10^{-3}$ , принято считать, что для поиска 3-векторной корреляции достаточно выйти на уровень  $10^{-4}$ . Поскольку это само по себе как было, так и остаётся затруднительным, то нет ничего удивительного в том, что до сих пор ни один эксперимент по поиску 3-векторной корреляции так и не был осуществлён <sup>1)</sup>.

На самом деле имеются дополнительные сложности. Практические исследования 3-векторной корреляции сдерживаются ещё двумя (по меньшей мере) обстоятельствами. Во-первых, имеются большие проблемы с созданием поляризованной мишени с ядрами  $^{139}\text{La}$ . Во-вторых, заранее ясно, что в реальном эксперименте возникнут ложные эффекты, обусловленные как корреляциями  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I)$  и  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)$ , так и взаимодействием нейтронов с магнитным полем  $\mathbf{H}$  в мишени.

Действительно, пусть  $\mathbf{n}_I \sim \mathbf{H}$  и  $\mathbf{H} \perp \mathbf{n}_k$  и измеряется асимметрия прохождения нейтронов с поляризациями  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$  сквозь поляризованную мишень. Из-за прецессии спина нейтрона,  $\mathbf{n}_s$ , вокруг  $\mathbf{H}$  (магнитный эффект) и вокруг  $\mathbf{n}_I$  (псевдомагнитный эффект), внутри мишени должна возникать составляющая вектора поляризации нейтронов вдоль или против  $\mathbf{n}_k$ , что приведёт к асимметрии пропускания вследствие  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма. Точно так же из-за  $\mathcal{P}$ -нечётной прецессии  $\mathbf{n}_s$  вокруг  $\mathbf{n}_k$  должна возникать составляющая вектора поляризации нейтронов вдоль или против  $\mathbf{H}$ , что приведёт к асимметрии пропускания вследствие магнитного и псевдомагнитного эффектов.

Последовательный анализ такого рода ложных эффектов был выполнен С. К. Ламоро и Р. Голубом [333] в 1994 году. К этому времени в ряде статей уже были предложены такие схемы проведения эксперимента по измерению 3-векторной корреляции, которые, по мысли их авторов, позволяют исключить ложные эффекты. В работе [333] были проанализированы достоинства и недостатки ранее предложенных схем. Там же, в частности, было показано, что в любой их них имеются очень жёсткие ограничения на отклонения реальных величин от идеализированных значений. Если, например, предлагается дополнительно измерять поляризацию нейтронов, прошедших сквозь мишень, то отличие эффективностей анализатора и поляриза-

<sup>1)</sup> Недавно К. П. Лиу и Р. Г. Е. Тиммерманс [447] проанализировали возможность исследования тройной  $\mathcal{TV}\mathcal{PV}$ -корреляции  $\mathbf{n}_s[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$  во взаимодействии медленных поляризованных нейтронов и протонов. Предположив, однако, что эксперимент по поиску  $\mathcal{TV}\mathcal{PV}$ -наблюдаемых не может быть выполнен с лучшей точностью, нежели эксперименты, в которых в ближайшее время предполагается измерение  $\mathcal{PV}$ -эффектов (см. [441, 442]), они, фактически, приняли, что на параметр  $\lambda_{PT}$  не может быть поставлено ограничение лучшее, чем масштаба единицы! Обратившись к (1.26), легко видеть, что это эквивалентно очень слабому ограничению  $\sim 10^{-21}$  е·см на ЭДМ нейтрона. И, в самом деле, вот вывод авторов [447]: «... a neutron EDM measurement at the  $10^{-25}$  e·cm level is 3-4 orders of magnitude more sensitive than a spin rotation measurement in polarized hydrogen...» Далее, однако, К. П. Лиу и Р. Г. Е. Тиммерманс обратились к случаю  $^{139}\text{La}$  и, допустив, что в измерениях может быть получено ограничение на  $\lambda_{PT}$  масштаба  $10^{-6}$ , справедливо заключили, что это могло бы конкурировать с планируемыми поисками ЭДМ нейтрона на уровне  $10^{-27}$ – $10^{-28}$  е·см.

тора должно быть очень малым (в идеализированных схемах эти эффективности принимаются равными)<sup>1)</sup>.

#### 5.4. Кто бы мог подумать...

Так вышло, что мой интерес к  $T$ - и  $P$ -неинвариантным эффектам в реакциях с нейтронами возник не из-за 3-векторной корреляции, а по совершенно другой причине. В 1980-е годы, как я уже писал, в нашей стране и за рубежом начались исследования  $P$ -нечётных эффектов в нейтронных резонансах (см. раздел 1.5). Но тепловые пучки исследовательских реакторов позволяли дотянуться лишь до самых нижних  $p$ -волновых резонансов. На первых порах источник резонансных нейтронов ИБР-30, работавший в Дубне, оказался единственной во всём мире машиной, способной выдавать нужную информацию.

Вторым таким инструментом стал источник резонансных нейтронов «Факел» в Курчатовском институте, после того как он был дополнен поляризованной протонной мишенью. Для начала были повторены измерения на  $p$ -волновых резонансах ядер  $^{117}\text{Sn}$  ( $E_p = 1.33$  эВ) и  $^{139}\text{La}$  ( $E_p = 0.75$  эВ), ранее выполненные в Дубне. Для обоих  $P$ -нечётных эффектов были получены несколько более высокие результаты (примерно на 50%). Поскольку погрешности были не малы, то причина вполне могла лежать в области статистики; не исключалось, однако, наличие некоторого неучтенного систематического фактора на одной из установок. В начале апреля 1986 года на семинаре в Курчатовском институте состоялась презентация (как сказали бы сейчас) полученных результатов.

В. И. Мостовой, руководивший работами, обставил всё очень торжественно. Приехали гости: Ю. Г. Абов и Г. В. Данилян из ИТЭФ, В. П. Алфименков и Э. И. Шарпов из ОИЯИ, Ю. Я. Ставиский представлял Московскую мезонную фабрику (строившуюся при ИЯИ<sup>2)</sup>), на которой через 5–10 лет предполагалось получить рекордные по интенсивности пучки резонансных нейтронов (это, конечно, отдельный печальный сюжет<sup>3)</sup>). На семинар пришли С. Т. Беляев, И. И. Гуревич, Н. А. Черноплеков и многие другие известные физики Курчатовского института. Между основным докладом, который делал С. А. Бирюков, в то время один из ведущих сотрудников лаборатории В. И. Мостового, и состоявшимся вслед за ним обсуждением был устроен перерыв с кофе.

На меня, тогда ещё молодого научного сотрудника (но уже ощущавшего свою причастность к фундаментальным симметриям, так как статья [228] по 5-векторной корреляции была принята в печать) всё это произвело большое впечатление. Казалось, всё только начинается. Кто мог знать, что в конце того же самого апреля 1986 года случится взрыв на Чернобыльской атомной электростанции? Это трагическое событие изменило жизнь и планы значительной части сотрудников Кур-

<sup>1)</sup> Позже схожий анализ предложений по измерению 3-векторной корреляции был осуществлён В. Е. Бунаковым, И. С. Новиковым и В. Р. Скоем [389]. В 2007 году появилась также работа В. В. Лукашевича и А. В. Алдущенкова [456], посвящённая новым предложениям по измерению  $T$ - и  $P$ -неинвариантной 3-векторной корреляции во взаимодействии поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами.

<sup>2)</sup> ИЯИ — Институт ядерных исследований, находится в городе Троицк Московской области.

<sup>3)</sup> Некоторые подробности об этом проекте можно найти в недавней публикации Ю. Я. Стависского [450]. О современном состоянии установки сказано так: «... К сожалению, создание нейтронно-радиационного комплекса ИЯИ РАН “застряло” на промежуточной стадии из-за непродуманной технической политики... »

чатовского центра; многие из них участвовали в ликвидации последствий аварии. Одним из следствий чернобыльского взрыва стала остановка исследовательского реактора в ИТЭФ, а потом и его демонтаж. Впрочем, авария, случившаяся в 1990-е годы, которая повлекла за собой исчезновение и «Факела», и ИБР-30 (без замены схожей по возможностям установкой), имела уже не технологический характер.

Не мог я тогда и предположить, что через несколько лет окажусь официальным оппонентом на защите кандидатской диссертации С. А. Бирюкова. Обстоятельства этой защиты были не вполне обычными. В конце 1980-х годов С. А. Бирюков эмигрировал в Израиль. И в то время это воспринималось и им, и его коллегами (оставшимися), как полный разрыв со страной (таковы были реалии жизни в Советском Союзе).<sup>1)</sup>

На новом месте С. А. Бирюкову повезло найти работу, связанную с солнечной энергетикой (так, во всяком случае, он мне рассказывал). Но отсутствие научной степени сдерживало служебный рост. И тут случился 1991 год с последовавшими за ним переменами... Велико же было изумление нашего героя, когда он обнаружил, что может получить в России научную степень по работам, выполненным в 1980-е годы! Так, в апреле 1995 года гражданин Израиля С. А. Бирюков, поддержанный научным руководителем В. И. Мостовым (разумеется, присутствовавшим на защите), успешно защитил диссертацию в ОИЯИ.

Похожая история, из серии «кто бы мог подумать», произошла и с моим интересом к  $T$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантным эффектам. Примерно через год после памятного семинара В. Л. Кузнецов, входивший в то время в «команду» В. И. Мостового, встретив меня на пути в столовую, задал вопрос. После того как я ответил, возник другой вопрос, и так далее. По следам состоявшихся обсуждений были написаны две небольшие заметки [262, 263], подытоженные в совместной публикации [264]. Потом возникли новые идеи, вошедшие в статью [375], совместно с В. Р. Скоем.

### 5.5. Два способа измерения $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма

Вопрос, который беспокоил В. Л. Кузнецова, был довольно прост. Валерий Леонидович не только знал (как все), что установка Курчатовского института даёт немного завышенные значения для  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов по сравнению с установкой ОИЯИ, но и был среди тех (немногих), кто знал, что эти установки устроены по-разному<sup>2)</sup>. Схема измерения добавки к полному сечению, зависящей от поляризации падающих нейтронов, которая была использована в Дубне, описана в разделе 3.2. Она основана на измерении асимметрии  $\alpha$  (3.8) прохождения сквозь мишень нейтронов с противоположными поляризациями. То есть в Дубне нейтроны сначала проходили через поляризатор, а потом — через мишень.

С этой схемой в Курчатовском институте возникли проблемы, так как «Факел» как источник нейтронов уступал по мощности ИБР-30. После прохождения через поляризатор пучок нейтронов так ослабевал, что на нём затем трудно было заметить малый  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект. Легко, однако, сообразить, что неполяризованные нейтроны, проходящие сквозь мишень, должны приобретать малую продольную  $\mathcal{P}$ -нечётную поляризацию  $p$ . Действительно, предположим, что на мишень падают  $2N_0$  неполяризованных нейтронов, из которых, условно говоря,  $N_0$  поляризованы

<sup>1)</sup> Поэту И. Бродскому, покинувшему СССР в 1972 году, не было разрешено приехать в его родной Ленинград ни на похороны матери (в 1983 году), ни на похороны отца (в 1985 году).

<sup>2)</sup> Более того, в итоговой публикации [243] указано, что схема измерений, осуществлённая в Курчатовском институте, была предложена именно В. Л. Кузнецовым.

вдоль импульса и  $N_0$  — против импульса. Тогда, пользуясь формулами (3.7) для числа нейтронов, прошедших сквозь мишень при наличии той или иной начальной продольной поляризации, а также определением поляризации (А.41), находим

$$p(E) = \frac{N^+(E) - N^-(E)}{N^+(E) + N^-(E)}. \quad (5.27)$$

Эта поляризация может быть измерена по асимметрии прохождения через поляризованную протонную мишень.

Именно так и были проведены измерения в Курчатовском институте. То есть, в отличие от того что было в Дубне, нейтроны сначала проходили через мишень, и лишь потом — через поляризатор. Это отличие, однако, практически не обсуждалось. Причина, конечно, состояла в том, что результат не вызывал сомнений. Более того, нетрудно заметить, что асимметрия (3.8) и поляризация (5.27) точно равны друг другу. Поэтому нет необходимости что-либо пересчитывать для сравнения величин, полученных в разных схемах проведения эксперимента.

И тем не менее, несмотря на всю эту прозрачность, В. Л. Кузнецов засомневался в ответе (ведь, как уже было сказано, московские эффекты оказались несколько выше дубненских). Он спросил меня, не используем ли мы неявным образом предположение о  $T$ -инвариантности. В самом деле, если процесс прохождения нейтрона сначала сквозь поляризатор, а затем через мишень (как в ОИЯИ) обратить вспять, то на пути нейтрона сначала окажется мишень, и лишь потом — поляризатор (как в Курчатовском институте). Ну а если  $T$ -инвариантность нарушается?

Интуитивно, конечно, сразу было ясно, что указанные различия эффектов слишком велики и  $T$ -инвариантность здесь не при чём (так, конечно, и вышло)<sup>1)</sup> Но вопрос всё же показался интересным. В случае с выстроенными ядрами мне уже посчастливилось обнаружить новый способ проверки  $T$ -инвариантности. Здесь же, самое меньшее, хотелось понять, действительно ли  $T$ -инвариантность имеет отношение к равенству асимметрии (3.8) и поляризации (5.27).

## 5.6. $P$ -А теорема

Вообще-то « $P$ -А теорема» о равенстве поляризации и асимметрии вследствие  $T$ -инвариантности хорошо известна — см., например, монографию О. Бора и Б. Р. Моттelsona [95] (раздел 2 главы 1), книгу Р. Дж. Блин-Стойла [120] (раздел 6 главы 10) или обзор В. Е. Бунакова и В. П. Гудкова [217] 1985 года (я сам уже упоминал об этом утверждении в разделах 1.11 и 2.2). Но в перечисленных источниках речь идёт не о той поляризации и не о той асимметрии, которые стали предметом нашего с В. Л. Кузнецовым внимания. Под  $P$ -А теоремой обычно подразумевается следующее.

<sup>1)</sup> Кстати, окончательный результат по  $^{139}\text{La}$ , приведённый в итоговой публикации [243] группы Курчатовского института, практически совпал с результатом ОИЯИ, а вот в результатах по  $^{117}\text{Sn}$  различие масштаба 1.5 так и осталось. Любопытно, что в более поздних измерениях  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма в  $p$ -волновом резонансе ядра  $^{139}\text{La}$ , выполненных в Японии [271, 318], в США [266, 295] и вновь, в 1991 году, в Дубне [282], были получены согласующиеся друг с другом результаты, превосходящие результат Курчатовского института (и начальный — Дубны) примерно в 1.3 раза. Все данные приведены ниже в главе 9 монографии.



Пусть частица-снаряд со спином  $s$  упруго рассеивается на частице-мишени на угол  $\vartheta$  и приобретает поляризацию  $P$  вдоль единичного вектора

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{[\mathbf{n} \times \mathbf{n}']}{|[\mathbf{n} \times \mathbf{n}']|}, \quad (5.28)$$

направленного поперёк плоскости рассеяния. Здесь  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}'$  — единичные векторы вдоль начального и конечного импульсов частицы-снаряда. Согласно  $P$ - $A$  теореме эта поляризация  $P$  точно равна асимметрии  $A$  рассеяния поперечно поляризованной (вдоль вектора  $\boldsymbol{\tau}$ ) частицы-снаряда на углы  $\vartheta$  и  $-\vartheta$ , если имеет место  $T$ -инвариантность (величину  $A$  называют также анализирующей способностью). Легко сообразить, что та же величина  $A$  получается при измерении асимметрии рассеяния на угол  $\vartheta$  частиц, поляризованных вдоль и против вектора  $\boldsymbol{\tau}$ .

Доказательство теоремы, относящейся к упругому рассеянию частиц, впервые была приведено в 1952 году Р. Х. Далитцем [17] и Р. Дж. Блин-Стойлом [16]. Оно основывалось на  $\mathcal{R}$ -,  $\mathcal{P}$ - и  $T$ -инвариантности амплитуды рассеяния  $f(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$ . Легко понять, что в условиях  $\mathcal{P}$ -инвариантности частица-снаряд может приобретать поперечную поляризацию только вдоль вектора  $\boldsymbol{\tau}$  (составляющие вектора поляризации вдоль  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}'$  свидетельствовали бы о наличии  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляции спина и импульса частицы).

В книге Р. Дж. Блин-Стойла [120] приведена также ссылка на работу Дж. С. Белла и Ф. Мандла [43] 1958 года, в которой было дано обобщение  $P$ - $A$  теоремы на случай нарушения  $\mathcal{P}$ -инвариантности. И действительно, в дополнение к поперечной поляризации вдоль вектора  $\boldsymbol{\tau}$ , Дж. С. Белл и Ф. Мандл [43] впервые ввели в рассмотрение другую поперечную составляющую вектора поляризации частиц-снарядов, лежащую в плоскости рассеяния.

Но нас с В. Л. Кузнецовым интересовало совсем другое, а именно продольная составляющая вектора поляризации частицы-снаряда (нейтрона), первоначально неполяризованного, и асимметрия, обусловленная исходной продольной поляризацией тех же падающих частиц. Довольно быстро нам, кстати, стало ясно, что формулы (5.27) для поляризации и (3.8) для асимметрии не являются точными. В самом деле, детектор, стоящий за мишенью, захватывает как те частицы, которые не участвовали во взаимодействии с ядрами мишени, так и те, которые теми же ядрами были упруго рассеяны вперед, в малый телесный угол, охватываемый регистрирующей системой. Формулы (5.27) и (3.8) относятся к поляризации и асимметрии, которые связаны только с теми частицами, которые не взаимодействуют с мишенью. Эти вклады, несомненно, являются доминирующими, если толщина мишени не слишком велика.

Таким образом, нам следовало рассмотреть дополнительные вклады в поляризацию и асимметрию, обусловленные частицами-снарядами (нейтронами), упруго рассеянными в телесный угол, охватываемый детектором. Интуитивно было понятно, что  $T$ -инвариантность имеет отношение к равенству именно этих вкладов. Но, во-первых, это следовало доказать, во-вторых, нужно было понять масштаб отклонения от равенства при нарушении  $T$ -инвариантности, и, в-третьих, требовалось как-то отделить эффекты, обусловленные упругим рассеянием, от огромного фона, связанного с частицами, проходящими через мишень без взаимодействия с нею.

## 5.7. Уточнение $P$ - $A$ теоремы

Последняя проблема решается просто. Интересующее нас равенство поляризации и асимметрии, как сейчас будет показано, существует при упругом рассеянии на произвольный угол  $\vartheta$ , а не только вперед (на угол  $\vartheta = 0$ ). Обоснование этого

утверждения сложилось достаточно быстро. Позже я нашел ссылки на дополнительную заметку Дж. С. Белла и Ф. Мандла [44] (выпавшую, по-видимому, из поля зрения автора монографии [120]), в которой рассматривались вопросы, связанные с продольными поляризациями, и в которой, фактически, содержалось приводимое ниже доказательство. Что же касается вычислений и анализа, то даже тот первый этап, который мы одолели вместе с В. Л. Кузнецовым, затянулся более чем на год. Кроме субъективных причин (в это же время я занимался завершением и защитой кандидатской диссертации) были и объективные; по ходу погружения в предмет многое пришлось пересматривать.

Поскольку речь идёт о продольной поляризации, то в определении (А.41) суммирование идёт по проекции  $\nu$  спина частицы на направление импульса, которую обычно называют спиральностью. Итак, пусть нейтрон со спином  $s = 1/2$  упруго рассеивается на ядре на угол  $\vartheta$ . Если  $d\sigma(\nu \rightarrow \nu', \vartheta)$  есть дифференциальное сечение рассеяния с переходом от спиральности  $\nu$  к спиральности  $\nu'$ , то для продольной поляризации нейтронов (вдоль вектора  $\mathbf{n}'$ ), первоначально неполяризованных, имеем

$$p_{\parallel}(\vartheta) = \frac{\sum_{\nu} d\sigma(\nu \rightarrow 1/2, \vartheta) - \sum_{\nu} d\sigma(\nu \rightarrow -1/2, \vartheta)}{\sum_{\nu} d\sigma(\nu \rightarrow 1/2, \vartheta) + \sum_{\nu} d\sigma(\nu \rightarrow -1/2, \vartheta)}. \quad (5.29)$$

В то же время для асимметрии рассеяния нейтронов, имеющих противоположные начальные продольные поляризации (вдоль вектора  $\mathbf{n}$ ), получим

$$a_{\parallel}(\vartheta) = \frac{\sum_{\nu'} d\sigma(1/2 \rightarrow \nu', \vartheta) - \sum_{\nu'} d\sigma(-1/2 \rightarrow \nu', \vartheta)}{\sum_{\nu'} d\sigma(1/2 \rightarrow \nu', \vartheta) + \sum_{\nu'} d\sigma(-1/2 \rightarrow \nu', \vartheta)}. \quad (5.30)$$

Эти формулы легко переписываются в следующей форме:

$$p_{\parallel}(\vartheta) = p_{\parallel}^0(\vartheta) - \Delta(\vartheta), \quad a_{\parallel}(\vartheta) = a_{\parallel}^0(\vartheta) + \Delta(\vartheta), \quad (5.31)$$

где

$$p_{\parallel}^0(\vartheta) = a_{\parallel}^0(\vartheta) = \frac{d\sigma(1/2 \rightarrow 1/2, \vartheta) - d\sigma(-1/2 \rightarrow -1/2, \vartheta)}{\sum_{\nu\nu'} d\sigma(\nu \rightarrow \nu', \vartheta)}, \quad (5.32)$$

$$\Delta_{\parallel}(\vartheta) = \frac{d\sigma(1/2 \rightarrow -1/2, \vartheta) - d\sigma(-1/2 \rightarrow 1/2, \vartheta)}{\sum_{\nu\nu'} d\sigma(\nu \rightarrow \nu', \vartheta)}. \quad (5.33)$$

Условие  $\mathcal{T}$ -инвариантности имеет вид

$$d\sigma(\nu \rightarrow \nu', \vartheta) = d\sigma(\nu' \rightarrow \nu, -\vartheta). \quad (5.34)$$

При этом очевидно, что  $d\sigma(\nu \rightarrow \nu', \vartheta) = d\sigma(\nu \rightarrow \nu', -\vartheta)$ . Соответственно, если  $\mathcal{T}$ -инвариантность имеет место, то  $\Delta(\vartheta) = 0$ , и поэтому

$$p_{\parallel}(\vartheta) = a_{\parallel}(\vartheta). \quad (5.35)$$

Подытоживая, сформулируем  $P$ - $A$  теорему для случая, когда амплитуда упругого рассеяния  $\mathcal{R}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантна ( $\mathcal{P}$ -инвариантность, вообще говоря, нарушается). Пусть  $\mathbf{P}$  есть вектор поляризации частиц-снарядов, первоначально неполяризован-

ных, при их упругом рассеянии на частицах-мишенях на некоторый угол  $\vartheta$ . Пусть, далее,  $\mathbf{A}$  есть вектор, такой что скалярное произведение  $\mathbf{A}\mathbf{e}$  равно асимметрии рассеяния частиц-снарядов на тот же угол  $\vartheta$  при их начальной поляризации вдоль и против единичного вектора  $\mathbf{e}$ . Эти векторы,  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{A}$ , отнюдь не равны, но тем не менее, жёстко связаны друг с другом.

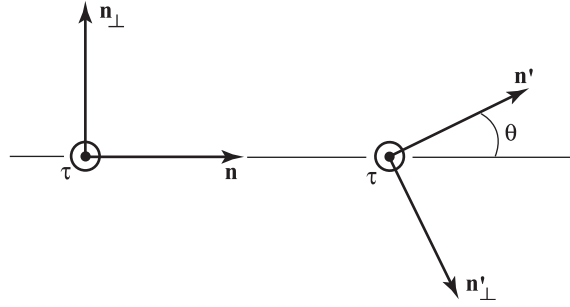


Рис. 5.1. Правые тройки единичных векторов  $(\mathbf{n}_\perp, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{n})$  и  $(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{n}'_\perp, \mathbf{n}')$  во входном и выходном каналах

Обозначим результат поворота вектора  $\boldsymbol{\tau}$ , определённого формулой (5.28), на угол  $-\pi/2$  вокруг вектора  $\mathbf{n}$  как вектор  $\mathbf{n}_\perp$  (см. рисунок 5.1). Тогда  $(\mathbf{n}_\perp, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{n})$  образуют правую тройку взаимно ортогональных единичных векторов во входном канале. Аналогичным образом в выходном канале введём вектор  $\mathbf{n}'_\perp$ , который получается при повороте вектора  $\boldsymbol{\tau}$  на угол  $\pi/2$  вокруг вектора  $\mathbf{n}'$ . Соответственно,  $(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{n}'_\perp, \mathbf{n}')$  есть другая правая тройка взаимно ортогональных единичных векторов. Разложим, далее, векторы  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{A}$  по этим базисам, в выходном и входном каналах соответственно:

$$\mathbf{P} = p_\tau \boldsymbol{\tau} + p_\perp \mathbf{n}'_\perp + p_\parallel \mathbf{n}', \quad \mathbf{A} = a_\tau \boldsymbol{\tau} + a_\perp \mathbf{n}_\perp + a_\parallel \mathbf{n}. \quad (5.36)$$

Тогда имеют место равенства

$$p_\tau = a_\tau, \quad p_\perp = a_\perp, \quad p_\parallel = a_\parallel. \quad (5.37)$$

Первое из них — это и есть то, что обычно понимают под  $P$ - $A$  теоремой (впервые доказанной в 1952 году [16, 17]). Второе и третье соотношения появились в статьях [43, 44] в 1958 году, после обнаружения нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности. Уже в первых обсуждениях мы с В.Л. Кузнецовым, как уже было объяснено, сами установили последнее равенство для случая рассеяния нейтронов на ядрах (см. выше формулу (5.35)); упоминания об этом результате (равно как и о заметке [44]) в литературе чрезвычайно редки.

## 5.8. Продольная поляризация и продольная асимметрия

Задача, далее, состояла в том, чтобы непосредственно вычислить  $p_\parallel(\vartheta)$  и  $a_\parallel(\vartheta)$  и выяснить, насколько различие между ними чувствительно к возможному нарушению  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Поскольку речь идёт об упругом рассеянии, то ключевой величиной является амплитуда упругого рассеяния (1.6).

Если начальные нейтроны неполяризованы, то в соответствии с (A.8) спиновая матрица плотности рассеянных нейтронов определяется следующей сверткой:

$$\rho_{\sigma\sigma'} \sim \sum_{\nu\mu\mu'} f_{\sigma\mu',\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') f_{\sigma'\mu',\nu\mu}^*(\mathbf{n}, \mathbf{n}'). \quad (5.38)$$

Поэтому согласно (А.28) конечная поляризация нейтронов рассчитывается по формуле

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{\sigma'\sigma} (\sigma)_{\sigma'\sigma} \sum_{\nu\mu\mu'} f_{\sigma\mu',\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') f_{\sigma'\mu',\nu\mu}^*(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}{\sum_{\nu\mu\nu'\mu'} |f_{\nu'\mu',\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2}, \quad p_{\parallel}(\vartheta) = \mathbf{P}\mathbf{n}'. \quad (5.39)$$

С другой стороны, если спиновое состояние падающих нейтронов описывается матрицей плотности  $\rho(\mathbf{p})$ , где  $\mathbf{p}$  — вектор поляризации, то для дифференциального сечения рассеяния имеем (см. (Б.43))

$$d\sigma(\mathbf{p}) \sim \sum_{\nu\nu'} \sum_{\sigma\mu\mu'} f_{\sigma\mu',\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') f_{\sigma\mu',\nu'\mu}^*(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \rho_{\nu\nu'}(\mathbf{p}). \quad (5.40)$$

Асимметрия рассеяния для нейтронов, полностью поляризованных вдоль и против единичного вектора  $\mathbf{n}$ , определяется отношением

$$\frac{d\sigma(\mathbf{n}) - d\sigma(-\mathbf{n})}{d\sigma(\mathbf{n}) + d\sigma(-\mathbf{n})}. \quad (5.41)$$

Принимая во внимание явный вид нейтронной матрицы плотности (А.29), для асимметрии находим

$$a_{\parallel}(\vartheta) = \mathbf{A}\mathbf{n}, \quad \mathbf{A} = \frac{\sum_{\nu'\nu} (\sigma)_{\nu\nu'} \sum_{\sigma\mu\mu'} f_{\sigma\mu',\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') f_{\sigma\mu',\nu'\mu}^*(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}{\sum_{\nu\mu\nu'\mu'} |f_{\nu'\mu',\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2}. \quad (5.42)$$

Выполняя вычисления для медленных нейтронов, можно ограничиться учётом доминирующих  $s$ - и  $p$ -волн. В этом приближении для искомой разности поляризации и асимметрии было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} p_{\parallel}(\vartheta) - a_{\parallel}(\vartheta) &= \\ &= \frac{2}{\sum_J g_J |1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})|^2} \sum_{JJ'} g_J \sum_j \left( \delta_{JJ'} \delta_{j\frac{1}{2}} - \frac{a_J(jJ') \cos \vartheta}{3(2I+1)} \right) \times \\ &\quad \times \operatorname{Re} \left( (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) - S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) \right). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Входящие сюда численные коэффициенты имеют вид

$$\begin{aligned} a_{I-1/2}(1/2, I+1/2) &= 4(I+1), & a_{I-1/2}(1/2, I-1/2) &= 2I-1, \\ a_{I-1/2}(3/2, I\pm 1/2) &= \pm 2\sqrt{(I+1)(2I-1)}, \\ a_{I+1/2}(1/2, I+1/2) &= 2I+3, & a_{I+1/2}(1/2, I-1/2) &= 4I, \\ a_{I+1/2}(3/2, I\pm 1/2) &= \pm 2\sqrt{I(2I+3)}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

Интересно, что для бесспиновых ядер-мишеней,  $I=0$ , в формуле (5.43) остаётся только слагаемое, соответствующее  $J=J'=1/2$  и  $j=1/2$ ; при этом эффект пропорционален  $(1 - \cos \vartheta)$  и, следовательно, обращается в нуль при  $\vartheta=0$ . Однако при  $I \neq 0$  разность  $p_{\parallel}(\vartheta) - a_{\parallel}(\vartheta)$ , вообще говоря, не исчезает сама собой при рассеянии вперёд.

Легко видеть, что отличие продольной поляризации от продольной асимметрии возникает только при нарушении симметрии  $S$ -матрицы относительно главной диагонали, т. е. лишь в случае нарушения  $T$ -инвариантности. Этот результат подобен  $TVPV$ -эффекту в полном сечении (5.8). Более того, указанное подобие глубже, чем может показаться на первый взгляд. В формуле (5.43) под знаком  $\text{Re}$  стоит величина  $(1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}))$ . Но за пределами  $s$ -волновых резонансов справедливо

$$S_{J'}(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) = e^{2i\delta_s(E)} \Rightarrow 1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) \simeq 2i\delta_s(E). \quad (5.45)$$

Соответственно:

$$\begin{aligned} \text{Re}((S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) - S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}))) = \\ = -2\delta_s(E) \text{Im}(S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) - S_J(1j \rightarrow 0\frac{1}{2})), \end{aligned} \quad (5.46)$$

т. е. здесь возникает точно такой же фактор (мнимая часть разности амплитуд переходов из  $s$ - в  $p$ -волну и наоборот), что и в (5.8).

Воспользовавшись, далее, формулами (5.23), для исследуемого эффекта находим

$$\begin{aligned} p_{\parallel}(\vartheta) - a_{\parallel}(\vartheta) = \frac{2\delta_s(E)}{\sigma_s^{el}(E)} \pi \lambda^2 g_J \sum_j \frac{g_p^n(1jJ) \Gamma_{pJ}}{(E - E_{pJ})^2 + \Gamma_{pJ}^2/4} \sum_s \frac{2v_{sp}^{PT} g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{sJ} - E_{pJ}} \times \\ \times \sum_{J'} \left( \delta_{JJ'} \delta_{j\frac{1}{2}} - \frac{a_J(jJ') \cos \vartheta}{3(2I+1)} \right). \end{aligned} \quad (5.47)$$

Сечение  $s$ -волнового упругого рассеяния,

$$\sigma_s^{el}(E) = \pi \lambda^2 \sum_J g_J |1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})|^2 \simeq 4\pi a^2, \quad (5.48)$$

выражается через длину рассеяния  $a$ , поскольку  $s$ -волновая фаза при малых энергиях имеет вид

$$\delta_s(E) = -ka. \quad (5.49)$$

Мы видим, что эффект резонансно усиливается при  $E = E_{pJ}$ ; факторы динамического и кинематического усиления также входят в формулу (5.47) (в явной форме фактор кинематического усиления выделен в формуле (5.50)).

### 5.9. Оценка величины отличия продольной поляризации от продольной асимметрии

Для оценки масштаба эффекта примем, что в полученной формуле доминирует вклад  $j = 1/2$ . Тогда, отбрасывая слагаемые, связанные с  $j = 3/2$ , получим

$$\begin{aligned} p_{\parallel}(\vartheta) - a_{\parallel}(\vartheta) = \\ = \frac{2\delta_s(E) \sigma_p(E)}{\sigma_s^{el}(E)} \left( \frac{\Gamma_{p1/2J}^n}{\Gamma_{pJ}^n} \sum_s \frac{2v_{sp}^{PT} g_s^n(0\frac{1}{2}J)}{E_{sJ} - E_{pJ} g_p^n(1\frac{1}{2}J)} \right) \sum_{J'} \left( \delta_{JJ'} - \frac{a_J(\frac{1}{2}J') \cos \vartheta}{3(2I+1)} \right). \end{aligned} \quad (5.50)$$

Заметим, что  $\sigma_p$  (3.13) — это  $p$ -волновой вклад в полное сечение взаимодействия ( $p$ -волновым вкладом в сечение упругого рассеяния,  $\sigma_p^{el}$ , мы всюду пренебрегаем).

Этот результат естественно сравнить с относительным  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантным эффектом в полном сечении (5.25) и (5.26), связанным с 3-векторной корреляцией. Поскольку в  $p$ -волновом резонансе  $\sigma_p \sim \sigma_s^{el}$ , то

$$p_{\parallel}(\vartheta) - a_{\parallel}(\vartheta) \sim \delta_s p_{PT} \sim \lambda_{PT} \delta_s p_P. \quad (5.51)$$

Таким образом, здесь имеется фактор подавления <sup>1)</sup>  $\delta_s \sim kR \sim 10^{-3}$ .

Удобно воспользоваться тем, что в выражении (5.50) легко выделяется множитель  $p_P$  (3.19), определяющий величину  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в  $p$ -волновом резонансе. Поэтому искомый  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантный эффект в упругом рассеянии медленных нейтронов приобретает вид

$$p_{\parallel}(\vartheta) - a_{\parallel}(\vartheta) = \lambda_{PT} \Omega(E) \sum_{J'} \left( \delta_{JJ'} - \frac{a_J(\frac{1}{2}J') \cos \vartheta}{3(2I+1)} \right), \quad (5.52)$$

где

$$\Omega(E) = \frac{2 \delta_s(E) p_P(E) \sigma_p(E)}{\sigma_s^{el}(E)}. \quad (5.53)$$

К 1987 году было найдено четыре  $p$ -волновых резонанса с ненулевыми  $p_P$  [190, 204] (речь идёт о ядрах  $^{81}\text{Br}$ ,  $^{111}\text{Cd}$ ,  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$ ). Это позволило нам с В. Л. Кузнецовым вычислить величины  $\Omega$  как в самих  $p$ -волновых резонансах, так и (с помощью экстраполяции) в тепловой точке. При экстраполяции мы учитывали зависимость нейтронных ширин от энергии (через фактор проницаемости) в соответствии с формулой (6.62).

Понятно, что даже для  $p$ -волнового резонанса ядра  $^{139}\text{La}$ , где  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект максимален,  $p_P \sim 10^{-1}$ , мы получили  $\Omega(E_p) \sim 10^{-4}$  (что уж говорить про тепловую энергию, при которой, к примеру, на том же  $^{139}\text{La}$ ,  $\Omega(E_{th}) \sim 10^{-8}$ ). Соответственно наш вывод состоял в том, что разность  $p_{\parallel} - a_{\parallel}$  должна быть измерена в  $p$ -волновом резонансе на уровне  $\sim 10^{-7}$ , для того чтобы получить ограничение  $\sim 10^{-3}$  на величину  $\lambda_{PT}$ . Мы написали статью и отправили её в «Ядерную физику», а в декабре 1987 года рассказали о своих результатах на семинаре в Курчатовском институте.

Это выступление было приравнено к участию в ежегодной (в те времена) конференции отделения ядерной физики Курчатовского института, заседания которой проходили в январе 1988 года. Публикация материалов этой конференции затягивалась обычно на год. Вот почему краткая версия статьи, посланной в «Ядерную физику», вышла только в 1989 году [262]. Там были представлены формула (5.52) и результаты расчёта фактора  $\Omega$  как в тепловой точке, так и в  $p$ -волновых резонансах для четырёх перечисленных выше ядер <sup>2)</sup>.

Текст, отправленный в «Ядерную физику», был, конечно, небыстречен. Главный недостаток, как мне позже стало ясно, заключался в том, что мы в тот момент не владели темой в необходимом объёме. В статье, в частности, не было ссылок на работы [43, 44], где впервые были выведены 2-е и 3-е равенства (5.37). Хотя, конечно, мы обсуждали связь рассматривавшегося эффекта и 1-го из равенств (5.37). Но вовсе не это оказалось причиной того, что в мае 1988 года наша статья

<sup>1)</sup> Любопытно, что, как показано в главе 6, такой же фактор подавления появляется в величине 3-векторной корреляции в полном сечении взаимодействия вне  $p$ -волнового резонанса — см. (6.108).

<sup>2)</sup> В статье [262] вместо фактора  $\lambda_{PT}$  (5.1) использована величина  $\sin \delta$ , где  $\delta$  есть  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантная фаза, имеющая тот же смысл, что и параметр  $\lambda_{PT}$ .

была отвергнута. Основная мысль обоих рецензентов заключалась в том, что работа не представляет интереса ввиду чрезвычайной малости эффекта <sup>1)</sup>!

Мы были шокированы такой аргументацией. Ведь ситуация на самом деле состояла в следующем. После появления интереса к возможности поиска  $TVPV$ -сил во взаимодействии поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами (3-векторная корреляция в полном сечении) совершенно неизбежной становилась дискуссия на тему: а нельзя ли обойтись без поляризации ядер? При упругом рассеянии поляризованных нейтронов мы имеем дело с четырьмя векторами:  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{n}_s$ ,  $\mathbf{n}'$  и  $\mathbf{n}'_s$  ( $\mathbf{n}'_s$  — это вектор поляризации рассеянных нейтронов). Поэтому возникает естественная надежда построить с их помощью  $T$ -неинвариантные наблюдаемые величины. Наша работа полностью соответствовала такой логике. Не наша вина, что эффект оказался подавленным — что есть, то есть. В действительности, вопреки мнению рецензентов, именно малость эффекта и делала наш результат важным для всех, кто интересовался данным предметом.

Мне этот отказ был тем более досаден, что годом ранее я потерпел неудачу с журналом «Письма в ЖЭТФ» (подробности см. в разделе 2.2). Однако помимо этого личного момента была и другая причина, по которой мы с В. Л. Кузнецовым решили воздержаться от полемики с редакцией. К маю 1988 года наши взгляды на рассмотренное явление претерпели существенную эволюцию. Мы поняли, что либо нужно писать ещё одну заметку, либо придётся дополнять и перерабатывать имеющуюся статью. В конечном итоге мы пошли по второму пути, но, по правде говоря, в окончательном тексте мало что осталось от исходного варианта. В «Ядерную физику» мы по этому вопросу вновь обращаться не стали; статья [264] вышла в 1989 году в журнале «Physics Letters B».

## 5.10. Дифракционное рассеяние нейтронов

Эффект в упругом канале (5.51) не только очень мал. Он имеет место для нейтронов, которые рассеиваются в небольшой телесный угол (вектор  $\mathbf{n}'$  должен быть хорошо определён). Ясно, что таких частиц намного меньше, чем нейтронов, прошедших сквозь мишень. Поэтому по скорости набора статистики поиск эффекта в упругом рассеянии заведомо уступает измерению 3-векторной корреляции в полном сечении.

В одном из наших обсуждений с В. Л. Кузнецовым (после отправки статьи в «Ядерную физику», но до выступления на семинаре) возникла мысль каким-то образом использовать дифракцию нейтронов. В самой этой идее не было особого новаторства. Через некоторое время мы обнаружили, что первое исследование (причем не теоретическое, а экспериментальное)  $T$ - и  $P$ -неинвариантного эффекта в дифракционном рассеянии нейтронов было выполнено в 1967 (!) году К. Г. Шаллом и Р. Натансом [87] (о сути этой работы я расскажу чуть позже). Следующее обращение к теме состоялось, по-видимому, лишь в работах М. Форте [182, 197] начала 1980-х годов, где, кстати, наряду с возможными  $TVPV$ -явлениями обсуждались и  $PV$ -эффекты в дифракции. Нарушение  $P$ -чётности в дифракционном рассеянии нейтронов было также предметом статьи Д. Ф. Зарецкого и В. К. Сироткина [210], опубликованной в 1984 году. Так что идея, можно сказать, витала в воздухе.

<sup>1)</sup> В одной из рецензий это было сформулировано так: «... требуемая точность должна быть не хуже  $10^{-7} - 10^{-9}$ , что совершенно нереально с точки зрения эксперимента... Можно порекомендовать авторам опубликовать эту работу в виде препринта» (см. при этом мою сноску на с. 97). В другой рецензии содержалась и такое замечание: «Расчёт выполнен в стандартной технике...»

Далее, однако, у нас с Валерием Леонидовичем возникли разногласия по поводу влияния дифракции на интересовавший нас эффект. Я сначала думал, что брэгговская дифракция (отражение нейтронов от поверхности кристалла) сводится просто к формированию интенсивного пучка нейтронов (за счёт когерентного сложения амплитуд), упруго рассеянных на угол  $\vartheta$ . При этом эффект остаётся точно таким же, каким он был без дифракции. Анализ показал, что это не так (подробнее об этом ниже), но ответ, в общем, оказался близок к ожидавшемуся. Как следствие, вместе с совместной заметкой [262] появилась моя небольшая статья [263], посвящённая разности  $p_{\parallel} - a_{\parallel}$  в брэгговской дифракции. Там был, фактически, только ответ, а обоснование (вместе с другими результатами по дифракции) я позже включил в работу [375]. Что же касается идей В. Л. Кузнецова, то они им не были оформлены, а позже он согласился с моими предложениями.

Суть дела состоит в следующем. Рассмотрим рассеяние нейтрона на системе неподвижных ядер, нумеруемых индексом  $i = 1, 2, \dots, N$ ; пусть  $\mathbf{R}_i$  есть радиус-вектор  $i$ -го ядра. В случае брэгговской дифракции многократным рассеянием можно пренебречь. Тогда волновая функция, описывающая упругое рассеяние, имеет в асимптотике следующий вид:

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r})|_{r \rightarrow \infty} \longrightarrow & \left( \sum_{\sigma} a_{\sigma}(s) \chi_{s\sigma} \right) \prod_i \left( \sum_{\mu_i} a_{\mu_i}^{(i)}(I) \psi_{I\mu_j}^{(i)} \right) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \\ & + \sum_i e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} \sum_{\sigma\mu_i} a_{\sigma}(s) a_{\mu_i}^{(i)}(I) \sum_{\sigma'\mu'_i} f_{\sigma'\mu'_i, \sigma\mu_i}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \chi_{s\sigma'} \psi_{I\mu'_i}^{(i)} \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{R}_i|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}_i|} \times \\ & \times \prod_{j \neq i} \left( \sum_{\mu_j} a_{\mu_j}^{(j)}(I) \psi_{I\mu_j}^{(j)} \right). \end{aligned} \quad (5.54)$$

На расстояниях, намного превосходящих размер мишени, имеем

$$\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{R}_i|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}_i|} \simeq e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{R}_i} \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (5.55)$$

где  $\mathbf{k}' = k\mathbf{n}'$  — импульс рассеянного нейтрона.

Состояние нейтрона, рассеянного в направлении  $\mathbf{n}' \neq \mathbf{n}$ , описывается вторым слагаемым (назовем его  $\Psi^{(+)}(\mathbf{r})$ ) в правой части (5.54). Записывая его в форме

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} a'_{\sigma}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \chi_{s\sigma} \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (5.56)$$

для амплитуды  $a'_{\sigma}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$  находим

$$\begin{aligned} a'_{\sigma}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = & \\ = \sum_i e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{R}_i} \sum_{\sigma'\mu'_i} a_{\sigma'}(s) a_{\mu'_i}^{(i)}(I) \sum_{\mu_i} f_{\sigma\mu_i, \sigma'\mu'_i}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \psi_{I\mu_i}^{(i)} \prod_{j \neq i} \left( \sum_{\mu_j} a_{\mu_j}^{(j)}(I) \psi_{I\mu_j}^{(j)} \right). \end{aligned} \quad (5.57)$$

Поляризационное состояние рассеянных нейтронов описывается матрицей плотности:

$$\rho_{\sigma\sigma'}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = \int \prod_i d\tau_i a'_{\sigma}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}') a'^*_{\sigma'}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}'), \quad (5.58)$$



где  $\tau_i$  — совокупность внутренних переменных  $i$ -го ядра. Несложные вычисления приводят к следующему ответу <sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned} \rho_{\sigma\sigma'}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = & \\ = \sum_i \sum_{\nu\mu_i\nu'\mu'_i} a_\nu(s) a_{\mu_i}^{(i)}(I) a_{\nu'}^*(s) a_{\mu'_i}^{(i)*}(I) \sum_{\eta_i} f_{\sigma\eta_i, \nu\mu_i}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') f_{\sigma'\eta_i, \nu'\mu'_i}^*(\mathbf{n}, \mathbf{n}') + & \\ + \sum_{j \neq i} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')(\mathbf{R}_i-\mathbf{R}_j)} \sum_{\nu\mu_i} a_\nu(s) a_{\mu_i}^{(i)}(I) \sum_{\mu'_i} f_{\sigma\mu'_i, \nu\mu_i}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') a_{\mu'_i}^{(i)*}(I) \times & \\ \times \sum_{\nu'\mu'_j} a_{\nu'}^*(s) a_{\mu'_j}^{(j)*}(I) \sum_{\mu'_j} f_{\sigma'\mu'_j, \nu'\mu'_j}^*(\mathbf{n}, \mathbf{n}') a_{\mu'_j}^{(j)}(I). \end{aligned} \quad (5.59)$$

Первое слагаемое в правой части представляет собой сумму некогерентных вкладов от всех рассеивателей. Второе слагаемое обращается в нуль при хаотичном расположении ядер. Если, однако, нейтроны отражаются от поверхности кристалла, то возможно когерентное сложение  $i$ -го и  $j$ -го вкладов. Это происходит, если

$$(\mathbf{k} - \mathbf{k}')(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) = 2\pi n, \quad (5.60)$$

где  $n = 1, 2, \dots$

Легко понять, что вектор  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$  перпендикулярен поверхности кристалла и равен по модулю  $2k \sin \varphi$ , где  $\varphi$  — угол между  $\mathbf{k}$  и той же поверхностью. В то же время ядра в кристалле располагаются в слоях, параллельных отражающей плоскости, так что проекция вектора  $\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$  на нормаль к плоскости кратна расстоянию  $d$  между слоями. Соответственно когерентное сложение вкладов возникает, если выполняется условие Брэгга

$$2dk \sin \varphi = 2\pi K, \quad K = 1, 2, \dots \quad (5.61)$$

При брэгговском отражении второе слагаемое правой части (5.59), пропорциональное  $N^2$ , намного превосходит сумму  $N$  некогерентных вкладов. Мы назовем это доминирующее слагаемое  $\rho^{coh}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ .

### 5.11. P-A теорема в брэгговском отражении нейтронов

В общем случае речь идёт о матрице

$$\rho_{\sigma\sigma'}^{coh}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = \sum_{\nu\nu'} \rho_{\nu\nu'}(s) f_{\sigma\nu}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') f_{\sigma'\nu'}^{coh*}(\mathbf{n}, \mathbf{n}'), \quad (5.62)$$

где величину

$$f_{\sigma\nu}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \sum_{\mu\mu'} \rho_{\mu\mu'}(I) f_{\sigma\mu'\nu\mu}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \quad (5.63)$$

следует назвать амплитудой когерентного упругого рассеяния нейтронов. Нетрудно показать, что след матрицы (5.62) определяет дифференциальное сечение рассеяния,

$$\frac{d\sigma^{coh}}{d\Omega} = \text{Sp}(\rho^{coh}(s, \mathbf{n}, \mathbf{n}')) = \alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') + p(\beta^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')\mathbf{n}_s), \quad (5.64)$$

<sup>1)</sup> Всё это было подробно описано в нашей статье с В.Р. Скоем [375]. К сожалению, в формулу (38) этой статьи, которая является аналогом (5.59), вкралась опечатка; в последнюю строчку случайно вторично попали некоторые суммы из предпоследней строчки.

где, в частности,

$$\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \frac{1}{2} \text{Sp} \left( f^{coh+} f^{coh} \right). \quad (5.65)$$

Выражение для сечения получено с учётом явного вида матрицы плотности падающих нейтронов (А.29), поляризация которых задана вектором  $\mathbf{P} = p \mathbf{n}_s$ . Второе слагаемое в формуле для сечения определяет асимметрию отражения нейтронов, первоначально поляризованных вдоль или против единичного вектора  $\mathbf{n}_s$  (см. (5.41) и (5.42)), а именно:

$$\begin{aligned} A &= \mathbf{A}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \mathbf{n}_s, \\ \mathbf{A}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') &= \frac{\boldsymbol{\beta}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}, \\ \boldsymbol{\beta}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') &= \frac{1}{2} \text{Sp} \left( \boldsymbol{\sigma} f^{coh+} f^{coh} \right). \end{aligned} \quad (5.66)$$

Аналогичным образом, в случае когда падающие нейтроны не поляризованы, рассуждения типа (5.38) и (5.39) приводят к следующему выражению для вектора поляризации отраженных нейтронов:

$$\mathbf{P}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \frac{\boldsymbol{\gamma}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}, \quad \boldsymbol{\gamma}^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \frac{1}{2} \text{Sp} \left( \boldsymbol{\sigma} f^{coh} f^{coh+} \right). \quad (5.67)$$

Очевидно, что в общем случае  $\boldsymbol{\gamma}^{coh} \neq \boldsymbol{\beta}^{coh}$  (и, соответственно,  $\mathbf{P}^{coh} \neq \mathbf{A}^{coh}$ ), поскольку матрицы  $f^{coh}$  и  $f^{coh+}$  не коммутируют.

Заметим теперь, что амплитуда когерентного упругого рассеяния (5.63), входящая во все эти формулы, представляет собой, вообще говоря, намного более простую величину, нежели амплитуда упругого рассеяния на одном ядре (1.6). В самом деле,  $\rho^{coh}$  есть матрица размерности  $2 \times 2$  и поэтому может быть представлена в виде разложения по матрицам Паули. Ограничиваясь учётом  $s$ - и  $p$ -волн и предполагая, что ядра не ориентированы, находим

$$f^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = f_0^c + f_1^c(\mathbf{nn}') + f_{i0}^c(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}) + f_{0i}^c(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}') + f_2^c(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{n} \times \mathbf{n}']), \quad (5.68)$$

или

$$f^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = f_0^c + f_1^c(\mathbf{nn}') + f_P^c(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{n} + \mathbf{n}')) + f_{PT}^c(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{n}' - \mathbf{n})) + f_2^c(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{n} \times \mathbf{n}']). \quad (5.69)$$

Входящие сюда коэффициенты имеют вид

$$f_0^c = \frac{i\lambda}{2} \sum_J g_J (1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (5.70)$$

$$f_1^c = \frac{i\lambda}{2} \sum_J g_J \sum_j (1 - S_J(1j \rightarrow 1j)), \quad (5.71)$$

$$f_P^c \equiv \frac{f_{01}^c + f_{10}^c}{2} = \frac{i\lambda}{4} \sum_J g_J (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) + S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (5.72)$$

$$f_{PT}^c \equiv \frac{f_{01}^c - f_{10}^c}{2} = \frac{i\lambda}{4} \sum_J g_J (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) - S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})), \quad (5.73)$$

$$f_2^c = \frac{\lambda}{2} \sum_J g_J \left( (1 - S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})) - \frac{1}{2} (1 - S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1\frac{3}{2})) \right). \quad (5.74)$$

Амплитуда упругого рассеяния на одном ядре принимает простую форму (5.68) или (5.69) только в одном частном случае, а именно когда  $I = 0$ . Но это означает, что искомый эффект в когерентном упругом рассеянии на ядрах с произвольным спином  $I$  имеет примерно ту же структуру, что ответ для некогерентного упругого рассеяния на бесспиновых ядрах. То есть, обратившись к формуле (5.43), сразу можно сказать, что, во-первых, вклад от парциальной волны  $p_{\frac{3}{2}}$  есть нуль (при  $I = 0$  полный угловой момент нейтрона  $j$  есть сохраняющаяся величина) и, во-вторых, зависимость эффекта от угла  $\vartheta = 2\varphi$  рассеяния есть  $(1 - \cos \vartheta)$ . И, действительно, выполнив вычисления, получим

$$p_{\parallel}^{coh}(\vartheta) - a_{\parallel}^{coh}(\vartheta) = (1 - \cos \vartheta) \times \frac{2 \sum_{JJ'} g_J g_{J'} \operatorname{Re} \left( (S_J(0_{\frac{1}{2}} \rightarrow 1_{\frac{1}{2}}) - S_J(1_{\frac{1}{2}} \rightarrow 0_{\frac{1}{2}})) (1 - S_{J'}^*(0_{\frac{1}{2}} \rightarrow 0_{\frac{1}{2}})) \right)}{\left| \sum_J g_J (1 - S_J(0_{\frac{1}{2}} \rightarrow 0_{\frac{1}{2}})) \right|^2}. \quad (5.75)$$

Учтем далее явный вид (5.45) амплитуды рассеяния  $s$ -волны вне  $s$ -волновых резонансов. Тогда, действуя так же, как в разделе 5.8, для искомого эффекта в когерентном упругом рассеянии находим

$$p_{\parallel}^{coh}(\vartheta) - a_{\parallel}^{coh}(\vartheta) = \frac{2\delta_s(E)\sigma_p(E)}{\sigma_s^{el}(E)} \left( \frac{\Gamma_{p1/2J}^n}{\Gamma_{pJ}^n} \sum_s \frac{2v_{sp}^{PT}}{E_{sJ} - E_{pJ}} \frac{g_s^n(0_{\frac{1}{2}}J)}{g_p^n(1_{\frac{1}{2}}J)} \right) (1 - \cos \vartheta). \quad (5.76)$$

Отметим, что схожее выражение (5.50) для эффекта в некогерентном упругом рассеянии было приближенным (для простоты мы там опустили вклад волны  $p_{\frac{3}{2}}$ ), тогда как полученный здесь результат является точным! В этом же смысле точной является формула

$$p_{\parallel}^{coh}(\vartheta) - a_{\parallel}^{coh}(\vartheta) = \lambda_{PT} \Omega(E) (1 - \cos \vartheta), \quad (5.77)$$

аналогичная (5.52). Сюда входит та же величина  $\Omega(E)$  (5.53), которую мы ранее обсуждали в разделе 5.9.

Не составляет труда вычислить и степень нарушения 2-го из соотношений (5.37) в случае одновременного нарушения  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -инвариантности. Как оказалось, изменяется лишь угловая зависимость эффекта:

$$p_{\perp}^{coh}(\vartheta) - a_{\perp}^{coh}(\vartheta) = -\lambda_{PT} \Omega(E) \sin \vartheta. \quad (5.78)$$

Легко, однако, заметить, что при малых углах рассеяния (характерных как раз для брэгговского отражения) фактор  $\sin \vartheta$  превосходит  $(1 - \cos \vartheta)$ . Поэтому разность  $p_{\perp}^{coh} - a_{\perp}^{coh}$  представляет больший интерес, чем  $p_{\parallel}^{coh} - a_{\parallel}^{coh}$ .

Таким образом, когда осенью 1988 года мы с В.Л. Кузнецовым взялись за переделку своей работы, то мы оказались перед следующим фактом.  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантный эффект отличия продольной поляризации от продольной асимметрии определяется схожими формулами (5.52) и (5.77) в некогерентном упругом рассеянии и когерентном брэгговском отражении соответственно. Но условия для измерений в когерентном рассеянии, конечно, лучше. Поэтому мы сосредоточились именно на брэгговском отражении. В статью [264] вошла общая формулировка  $P$ - $A$  теоремы (5.37) и наша оценка разностей (5.77) и (5.78) с теми же численными значениями фактора  $\Omega$ , которые так не понравились рецензентам «Ядерной физики».

## 5.12. Поперечная асимметрия

В июне 1988 года в Гатчине состоялась небольшая конференция по нейтронной физике. В Гатчине находится один из крупнейших российских ядерных центров — Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова (ПИЯФ). Одна из его базовых установок — это исследовательский реактор ВВР-М, введённый в строй в 1959 году. Его мощность сначала составляла 10 МВт, а потом, после модернизаций, достигла 18 МВт.

Ещё в конце 1960-х годов в Гатчине приступили к строительству нового реактора ПИК мощностью 100 МВт. Если бы этот объект был закончен хотя бы в 1980-е, он оказался бы аналогом инструмента, который примерно в это же время появился в Гренобле (в ИЛ исследовательский реактор мощностью 60 МВт был сооружён в период с 1968 по 1971 год). К сожалению, очень скоро ПИК приобрел репутацию «долгостроя» (строительство шло с хронически отставанием от плана)<sup>1)</sup>. Как это ни странно, но сейчас сам факт того, что сооружение ПИКа продолжается, воспринимается как оптимистический<sup>2)</sup>.

Перспективы завершения ПИКа в 1988 году были туманными. И всё же целью конференции было обсуждение возможных экспериментов на этом реакторе. Существовало, по-видимому, намерение сделать эти встречи регулярными. Но наступившие вслед за тем времена похоронили не только эти планы (не были изданы и труды конференции 1988 года, хотя сбор материалов проводился и две заметки были мной отосланы). Замечательно, однако, что сотрудникам ПИЯФ удалось сохранить традицию проведения ежегодных школ для молодых учёных — в 2006 году состоялась юбилейная, 40-я зимняя школа ЛИЯФ-ПИЯФ (в Курчатовском институте, к примеру, навыки проведения таких школ, которые нарабатывались в 1980-е, в начале 1990-х годов были потеряны).

В Гатчину я приехал с двумя докладами — по делению спин-ориентированных ядер и по  $TVPV$ -эффектам в упругом рассеянии нейтронов. В основе второго выступления лежали, конечно, наши совместные с В. Л. Кузнецовым разработки, включавшие к тому времени расчёты эффекта в дифракции. Я был приятно удивлён интересом к этому предмету. На конференции я познакомился с С. В. Черепицей, исследователем из Минска, который подарил мне копию своей статьи с В. Г. Барышевским [229].

<sup>1)</sup> В 1985 году вышел сборник воспоминаний о Б. П. Константинове, руководившем сооружением реактора ВВР-М (Академик Б. П. Константинов: Воспоминания. Статьи. Документы. — Л.: Наука, 1985). К. А. Коноплёв, один из разработчиков реактора ПИК, написал так: «... В стране возникла необходимость иметь более мощный источник нейтронов... Это полностью совпадало с желанием наших физиков и реакторщиков: построить новый исследовательский реактор второго поколения... Наш проект получил принципиальное одобрение и решено было строить реактор в Гатчине... Об этой работе приходится сейчас писать очень сдержанно, так как реактор до сих пор ещё строится, хотя, по сделанным с Борисом Павловичем перспективным оценкам, уже надо бы заниматься его пуском».

<sup>2)</sup> 21 марта 2007 года на семинаре в Курчатовском институте А. П. Серебров представил проекты создания источников холодных нейтронов на реакторе ИР-8 и ультрахолодных нейтронов на ныне действующем в Гатчине реакторе ВВР-М. По ходу дела возник вопрос о перспективах возобновления строительства реактора ПИК. Ответ на него дал присутствовавший на семинаре и. о. директора ПИЯФ В. М. Самсонов. По его словам, «на днях» вышло постановление Правительства РФ, предусматривающее выделение 5 млрд руб. в течение ближайших 5 лет на окончание строительства ПИКа. Пробный пуск на мощности 100 кВт должен быть осуществлён в 2009 году, а выход на номинальную мощность 100 МВт намечен на 2011 год.

В этой работе, опубликованной в 1986 году в малодоступном для меня издании, кратко обсуждались  $TVPV$ -эффекты в прохождении нейтронов через кристаллы. В той части, где речь шла о неориентированных ядрах, рассмотрение основывалось на выражении (5.69) для амплитуды когерентного упругого рассеяния нейтронов;  $P$ - $A$  теорема, однако, не обсуждалась. В работе приводились и численные оценки углов поворота спинов нейтронов, обусловленных  $TVPV$ -силами, но, к сожалению, многие подробности отсутствовали.

После доклада ко мне подошёл А. П. Серебров (в то время он уже возглавлял отдел нейтронных исследований ЛИЯФ) и сказал, что видит более простой способ проверки  $T$ -инвариантности в брэгговском отражении, нежели тот, который я предложил. Нужно просто исследовать асимметрию отражения нейтронов, поляризованных вдоль или против вектора  $(\mathbf{n}' - \mathbf{n})$ . В самом деле, в соответствии с (5.73) корреляция  $\sigma(\mathbf{n}' - \mathbf{n})$  в амплитуде когерентного упругого рассеяния (5.69) имеет  $T$ -неинвариантную природу. Из наивного преобразования

$$T: \quad \sigma \rightarrow -\sigma, \quad \mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}', \quad \mathbf{n}' \rightarrow -\mathbf{n} \quad (5.79)$$

также следует, что указанная корреляция является  $T$ -нечётной. Почему же тогда, спрашивается, не сделать попытку выделить эту корреляцию самым непосредственным образом?

Это предложение показалось мне интересным. Поэтому, вернувшись в Москву, я выполнил соответствующие вычисления. Результат, однако, оказался с подвохом. А именно, введём для удобства единичные векторы вдоль и поперёк отражающей плоскости:

$$\tau_{\parallel} = \frac{\mathbf{n} + \mathbf{n}'}{|\mathbf{n} + \mathbf{n}'|} = \frac{\mathbf{n} + \mathbf{n}'}{2 \cos \varphi}, \quad \tau_{\perp} = \frac{\mathbf{n} - \mathbf{n}'}{|\mathbf{n} - \mathbf{n}'|} = \frac{\mathbf{n} - \mathbf{n}'}{2 \sin \varphi}. \quad (5.80)$$

Тогда в соответствии с (5.66) поперечная асимметрия, о которой говорил А. П. Серебров, определяется скалярным произведением

$$A_{\perp}^{coh} = \mathbf{A}^{coh} \tau_{\perp}. \quad (5.81)$$

Принимая во внимание явный вид амплитуды рассеяния (5.69), находим

$$A_{\perp}^{coh} = \frac{-2\text{Re}((f_0^{c*} + f_1^{c*} \cos \vartheta) f_{PT}^c) (1 - \cos \vartheta) + 2\text{Im}(f_2^{c*} f_P^c) \sin^2 \vartheta}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \sin(\vartheta/2)}, \quad (5.82)$$

где, как и ранее,  $\vartheta = 2\varphi$ .

Поскольку  $\mathcal{P}$ -чётность нарушается, то величина  $f_P^c$ , вообще говоря, отлична от нуля. Соответственно в  $p$ -волновом резонансе, где величина  $f_2^c$  проходит через максимум, второе слагаемое числителя может внести существенный вклад в асимметрию  $A_{\perp}^{coh}$ . Возникает своего рода ложный эффект.

Фокус, по-видимому, заключается в том, что речь идёт о «поперечной»,  $T$ -нечётной (и  $T$ -неинвариантной) корреляции в амплитуде когерентного упругого рассеяния (5.69), которая сама по себе не является наблюдаемой величиной. В соответствии же с формулой (5.82) наблюдаемая величина — поперечная асимметрия  $A_{\perp}^{coh}$  — может быть не равна нулю, даже если  $T$ -инвариантность имеет место, т. е. когда корреляции  $\sigma(\mathbf{n}' - \mathbf{n})$  в амплитуде рассеяния заведомо нет.

В тепловой точке, правда, где  $p$ -волновые вклады от удаленных резонансов исчезающе малы, в числителе выражения для поперечной асимметрии можно смело оставить лишь  $\mathcal{P}$ - и  $T$ -неинвариантное слагаемое:

$$A_{\perp}^{coh} \simeq -\frac{2\text{Re}(f_0^{c*} f_{PT}^c)(1 - \cos \vartheta)}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \sin(\vartheta/2)} = -\frac{4\text{Re}(f_0^{c*} f_{PT}^c) \sin(\vartheta/2)}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}. \quad (5.83)$$

При этом обязательно нужно заметить, что ничего подобного не получается для величин  $p_{\parallel}^{coh}$ ,  $p_{\perp}^{coh}$ ,  $a_{\parallel}^{coh}$  и  $a_{\perp}^{coh}$ ! В самом деле, если их выразить через составляющие амплитуды (5.69), то вдали от  $p$ -волнового резонанса для доминирующих вкладов получим <sup>1)</sup>

$$p_{\parallel}^{coh} = \frac{2\text{Re}(f_0^{c*} f_P^c)(1 + \cos \vartheta) + 2\text{Re}(f_0^{c*} f_{PT}^c)(1 - \cos \vartheta)}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}, \quad (5.84)$$

$$p_{\perp}^{coh} = \frac{2\text{Re}(f_0^{c*} (f_P^c - f_{PT}^c)) \sin \vartheta}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}, \quad (5.85)$$

$$a_{\parallel}^{coh} = \frac{2\text{Re}(f_0^{c*} f_P^c)(1 + \cos \vartheta) - 2\text{Re}(f_0^{c*} f_{PT}^c)(1 - \cos \vartheta)}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}, \quad (5.86)$$

$$a_{\perp}^{coh} = \frac{2\text{Re}(f_0^{c*} (f_P^c + f_{PT}^c)) \sin \vartheta}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}. \quad (5.87)$$

Ясно, что в тепловой точке (так же, как можно показать, обстоит дело и в  $p$ -волновых резонансах) эти поляризации и асимметрии определяются прежде всего слагаемыми, связанными с нарушением  $\mathcal{P}$ -инвариантности. Лишь в разностях (5.77) и (5.78) эти слагаемые сокращаются.

Вот в этом смысле поперечная асимметрия (5.83), как наблюдаемая, которая вдали от  $p$ -волнового резонанса сама по себе обладает чувствительностью к нарушению  $\mathcal{T}$ -инвариантности, представляет интерес. Этот интерес имеет, однако, исключительно академический характер, поскольку, как было показано в разделе 5.9, в тепловой точке эффекты крайне малы.

### 5.13. Упругое рассеяние назад

Результаты (5.82) и (5.83) не были включены в статью [264]. Но уже тогда, занимаясь её подготовкой, я с удивлением обнаружил, что эксперимент по поиску  $A_{\perp}^{coh}$  в брэгговском отражении ранее не только был предложен, но и осуществлён [87] в 1967 году! Мотивация, однако, была совершенно другой. К. Г. Шалл и Р. Натанс исследовали корреляцию  $\sigma(\mathbf{n}' - \mathbf{n})$  в амплитуде когерентного упругого рассеяния нейтронов, обусловленную электромагнитным взаимодействием гипотетического ЭДМ нейтрона  $\mathbf{d}_n \sim \sigma$  и электрического поля кристалла  $\mathbf{E} \sim (\mathbf{n}' - \mathbf{n})$ . Поскольку это взаимодействие не зависит от энергии нейтронов, исследование было выполнено на интенсивном тепловом пучке. Авторы [87] не опасались ложных эффектов, поскольку в электромагнитных взаимодействиях  $\mathcal{P}$ -нечётная корреляция  $\sigma(\mathbf{n} + \mathbf{n}')$  вообще отсутствует. Интересно, что для ЭДМ нейтрона было получено примерно такое же ограничение, как в выполненных примерно в то же время измерениях [84] по обычной методике (см. раздел 1.11) <sup>2)</sup>.

В общем же случае нужно учитывать оба вклада в корреляцию  $\sigma(\mathbf{n}' - \mathbf{n})$  — электромагнитный, связанный с ЭДМ нейтрона, и ядерный, обусловленный

<sup>1)</sup> В работе [264] в формулах для  $p_{\parallel}^{coh}$  и  $a_{\parallel}^{coh}$  была допущена ошибка, исправленная позже в [375]. А именно, первые слагаемые в числителях, обусловленные нарушением  $\mathcal{P}$ -чётности, были записаны с угловым множителем  $(1 - \cos \vartheta)$ . Эта ошибка, однако, не повлияла на ответ, так как в разности  $p_{\parallel}^{coh} - a_{\parallel}^{coh}$ , которая была предметом исследования, неверно записанные слагаемые сократились.

<sup>2)</sup> Подробное описание обоих экспериментов, [87] и [84], приведено в монографии И. Б. Хрипловича и С. К. Ламоро [369].

гипотетическими  $TVPV$ -взаимодействиями. Мы с В. Л. Кузнецовым принимали во внимание только ядерные силы. В то же время В. Г. Барышевский и С. В. Черепица [229], по-видимому, ограничивались учётом электромагнитных взаимодействий. Об этом можно судить по тому, что их численные оценки привязаны к определённым предполагаемым значениям  $d_n$ .

В [229], в частности, обсуждалась идея использования кристаллов с нарушенной центральной симметрией. Нейтроны, двигаясь сквозь такой образец вдоль ядерных плоскостей (в этом случае говорят о дифракции по Лауэ), испытывают действие постоянного электрического поля; соответственно эффекты, обусловленные ЭДМ, увеличиваются с ростом толщины кристалла.<sup>1)</sup> С конца 1980-х годов исследованиями возможности измерения ЭДМ нейтрона при прохождении сквозь кристалл с нарушенной центральной симметрией занимается группа исследователей ПИЯФ во главе с В. В. Фёдоровым (см. обзор В. В. Фёдорова и В. В. Воронина [445] 2006 года).

Так или иначе, но следующий случай вернуться к обсуждению  $A_{\perp}^{coh}$  у меня представился лишь в 1995 году на конференции в Тренто. Дело в том, что значительная часть доклада А. П. Сереброва [355], с которым мы вновь там встретились, была посвящена как раз поперечной асимметрии в когерентном рассеянии. Таким образом, спустя семь лет после совещания в Гатчине, возник повод поделиться теми сомнениями, которые я изложил выше.

Неизвестно, впрочем, состоялись бы эти дискуссии, но, к счастью, в выходной день А. П. Серебров, В. Р. Ской и я решили съездить в Венецию. Мы воспользовались поездами (в Вероне пришлось делать пересадки), так что времени было достаточно. Понятно, что в эти разговоры был втянут и Вадим Рудольфович.

В. Р. Ской приехал в Тренто с новым предложением [356] (см. также [389]) по измерению 3-векторной  $T$ - и  $P$ -неинвариантной корреляции во взаимодействии поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами. Его ключевой идеей было использование одного и того же устройства в качестве поляризатора и анализатора для обеспечения точного равенства их эффективностей. Но, конечно, В. Р. Скою было ясно, что создать поляризованную мишень нелегко. Поэтому он очень заинтересовался возможностями поиска всё тех же  $T$ - и  $P$ -неинвариантных сил без поляризации мишени.

Любопытно, что В. Р. Ской поначалу отнёсся к дифракции, как к экзотике. На первый взгляд, канал некогерентного упругого рассеяния намного более привлекателен, так как не накладывает никаких требований на мишень. В ходе обсуждений мы вспомнили о предложении Г. А. Лобова [208], связанном с рассеянием нейтронов назад. Г. А. Лобов рассматривал упругое рассеяние нейтронов на бесспиновых ядрах; соответственно амплитуда упругого рассеяния имеет вид (5.69). Его аргументация состояла в том, что при рассеянии вперед, когда амплитуда принимает вид

$$f(\mathbf{n}, \mathbf{n}) = (f_0 + f_1) + 2f_P(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}), \quad (5.88)$$

имеет место  $P$ -нечётный поворот плоскости поляризации поперечно поляризованных нейтронов. Поэтому при рассеянии назад, когда

$$f(\mathbf{n}, -\mathbf{n}) = (f_0 - f_1) - 2f_{PT}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}), \quad (5.89)$$

<sup>1)</sup> В монографии [369] этому возможному способу измерения ЭДМ нейтрона посвящён раздел 4.3.4, начинающийся со ссылки на работу К. Г. Шалла [94] 1968 года.

естественно предположить, что поворот плоскости поляризации будет  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантным эффектом. В статье [264] мы с В. Л. Кузнецовым упоминали про эту работу Г. А. Лобова.

А дальше события развивались так. Примерно через год после возвращения из Тренто я получил от В. Р. Скоя письмо по электронной почте с предложением более внимательно проработать возможность изучения рассеяния назад. При этом Вадим Рудольфович указал на то, что, казалось бы,  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантная корреляция в амплитуде (5.89) может быть исследована более простым способом, нежели это предлагал делать Г. А. Лобов. Не достаточно ли просто измерить асимметрию рассеяния назад нейтронов, поляризованных вдоль или против вектора  $\mathbf{n}$ ?

Нетрудно сообразить, что речь, фактически, идёт об асимметрии  $A_{\perp}$  для случая, когда  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$  (угол рассеяния  $\vartheta = \pi$ ). Достаточно взглянуть на формулу (5.82), чтобы понять, что именно при рассеянии назад ложный эффект, обусловленный нарушением  $\mathcal{P}$ -чётности, исчезает. Эта формула, однако, как я уже писал, не была опубликована. Когда я впервые вывел её (в ходе подготовки статьи [264]), я не обратил внимания на обращение в нуль ложного эффекта при рассеянии назад <sup>1)</sup>. Вот поэтому я сначала воспринял идею В. Р. Скоя с недоверием.

Более того, можно сказать также, что было предложено исследовать продольную асимметрию  $a_{\parallel}(\pi)$ . В самом деле, в частном случае  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$  имеет место равенство  $A_{\perp} = a_{\parallel}$ , поскольку  $\tau_{\perp} = \mathbf{n}$ . И вновь, стоит только посмотреть на формулу (5.86), чтобы тут же увидеть исчезновение слагаемого, пропорционального  $f_P$ , при  $\vartheta = \pi$ . Но, как на грех, и я уже об этом упомянул в сноске к (5.84)–(5.87), в работе [264] я неверно выписал угловые множители при  $\mathcal{P}$ -нечётных слагаемых в формулах для  $p_{\parallel}$  и  $a_{\parallel}$ !

Тем не менее вопрос В. Р. Скоя был так ясно поставлен, что я взялся заново анализировать ситуацию и довольно скоро обнаружил свои прежние досадные промахи. После этой работа, конечно, пошла сразу в нескольких направлениях. Во-первых, хотелось понять, существенно ли условие  $I = 0$  для спина ядер-мишеней? Во-вторых, требовалось вычислить величину ложных эффектов для условий реального эксперимента. Ведь на самом деле нейтроны будут рассеиваться назад в некоторый конус с малым углом раствора  $\delta\vartheta$  (т. е. условие  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$  не может быть выполнено точно). В-третьих, нужно было оценить, может ли такой эксперимент составить конкуренцию значительно более проработанному предложению по поиску  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантной 3-векторной корреляции.

### 5.14. Дифференциальное сечение упругого рассеяния

Дифференциальное сечение упругого рассеяния нейтронов на ядрах с произвольным спином  $I$  определяется формулой (Б.44). Если ядра неориентированы, то  $\tau'_{N0}(I) = \delta_{N0}$ . За счёт этого общая формула несколько упрощается и принимает вид

$$\frac{d\sigma_{es}}{d\Omega} = \frac{\pi\lambda^2}{4\pi} \sum_{Q\Lambda K} \tau'_{K0}(s) \phi_{\Lambda K}^Q(\mathbf{n}', \mathbf{n}, \mathbf{n}_s) \sum_{JJ'} g_J \sum_{l_j l'_j} a_{0(\Lambda K)}^{Q(Q)}(Is; l_j J, l'_j J') \times \\ \times \sum_{l_1 j_1 l'_1 j'_1} a_Q(Is; l_1 j_1, l'_1 j'_1) T_J(l_j \rightarrow l_1 j_1) T_{J'}^*(l'_j \rightarrow l'_1 j'_1), \quad (5.90)$$

<sup>1)</sup> У меня даже есть «оправдание»; ведь предложение А. П. Сереброва относилось к эффекту в дифракции, а осуществить дифракционное рассеяние назад практически невозможно.



где  $\tau'_{00}(s) = 1$  и  $\tau'_{10}(s) = p/\sqrt{3}$  (см. (A.74) и (A.125)), а  $p$  — поляризация падающих нейтронов.

В рассматриваемом случае медленных нейтронов можно ограничиться учётом  $s$ - и  $p$ -волн. Результат для дифференциального сечения естественно представить в виде суммы двух слагаемых,

$$\frac{d\sigma_{es}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{es}^{\text{P-even}}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{es}^{\text{P-odd}}}{d\Omega}, \quad (5.91)$$

$\mathcal{P}$ -чётного и  $\mathcal{P}$ -нечётного соответственно.

Если  $\mathcal{P}$ -чётность сохраняется, то переходы между  $s$ - и  $p$ -волнами отсутствуют. Тогда дифференциальное сечение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{es}^{\text{P-even}}}{d\Omega} = & A_0 + A_1(\mathbf{nn}') + pA_2(\mathbf{n}'[\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}]) + A_3(3(\mathbf{nn}')^2 - 1) + pA_4(\mathbf{n}'[\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}])(\mathbf{nn}'), \\ & (5.92) \end{aligned}$$

где

$$A_0 = \frac{\lambda^2}{4} \sum_J g_J \left( \left| 1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) \right|^2 + \sum_{jj'} |\delta_{jj'} - S_J(1j \rightarrow 1j')|^2 \right), \quad (5.93)$$

$$\begin{aligned} A_1 = & \frac{\lambda^2}{2} \sum_{JJ'} g_J \sum_j U(I\frac{1}{2}J1, J'j) \sum_{j'} U(I\frac{1}{2}J1, J'j') \times \\ & \times \text{Re}((\delta_{jj'} - S_J(1j \rightarrow 1j')) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}))), \end{aligned} \quad (5.94)$$

$$\begin{aligned} A_2 = & \frac{\lambda^2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \sum_{JJ'} g_J \sum_j U(\frac{1}{2}1j1, \frac{1}{2}1) U(I\frac{1}{2}J1, J'j) \sum_{j'} U(I\frac{1}{2}J1, J'j') \times \\ & \times \text{Im}((\delta_{jj'} - S_J(1j \rightarrow 1j')) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}))), \end{aligned} \quad (5.95)$$

$$\begin{aligned} A_3 = & \frac{\lambda^2}{4} \sum_{JJ'} g_J \sum_{jj'} U(Ij'J2, J'j) U(\frac{1}{2}1j2, j'1) \sum_{jj'_1} U(\frac{1}{2}j_112, 1j'_1) U(IJj'_12, j_1J') \times \\ & \times (\delta_{jj_1} - S_J(1j \rightarrow 1j_1)) (\delta_{j'_1j'_1} - S_{J'}^*(1j' \rightarrow 1j'_1)), \end{aligned} \quad (5.96)$$

$$\begin{aligned} A_4 = & \frac{3\lambda^2}{2\sqrt{2}} \sum_{JJ'} g_J U(I\frac{1}{2}J2, J'\frac{3}{2}) \sum_{jj'} U(\frac{1}{2}j12, 1j') U(IJj'2, jJ') \times \\ & \times \text{Im} \left( \left( \delta_{\frac{3}{2}j} - S_J(1\frac{3}{2} \rightarrow 1j) \right) \left( \delta_{\frac{1}{2}j'} - S_{J'}^*(1\frac{1}{2} \rightarrow 1j') \right) \right). \end{aligned} \quad (5.97)$$

Помимо обычного изотропного слагаемого и  $p$ -волнового анизотропного слагаемого  $\sim (3(\mathbf{nn}')^2 - 1)$ , дифференциальное сечение включает в себя ещё три члена. Интерференция  $s$ - и  $p$ -волн обеспечивает асимметрию «вперёд-назад»  $\sim (\mathbf{nn}')$  и «лево-правую» асимметрию  $\sim (\mathbf{n}'[\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}])$ . В то же время интерференция входящих

$p$ -волн с полными угловыми моментами  $j = 1/2$  и  $3/2$  приводит к дополнительной асимметрии  $\sim (\mathbf{n}' [\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}]) (\mathbf{nn}')$ .

Силы, нарушающие  $\mathcal{P}$ -чётность, вызывают переходы между  $s$ - и  $p$ -волнами. В приближении, линейном по амплитудам этих переходов,  $\mathcal{P}$ -нечётная часть дифференциального сечения выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{p} \frac{d\sigma_{es}^{\mathcal{P}\text{-odd}}}{d\Omega} = B_1(\mathbf{nn}_s) + B_2(3(\mathbf{nn}')(\mathbf{n}'\mathbf{n}_s) - (\mathbf{nn}_s)) + B_3(\mathbf{n}'\mathbf{n}_s) + B_4(3(\mathbf{nn}')(\mathbf{n}_s\mathbf{n}) - (\mathbf{n}'\mathbf{n}_s)), \quad (5.98)$$

где

$$B_1 = \frac{\lambda^2}{2} \sum_J g_J \operatorname{Re} \left( (1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) S_J^*(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) + \sum_j S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) \left( \delta_{\frac{1}{2}j} - S_J^*(1\frac{1}{2} \rightarrow 1j) \right) \right), \quad (5.99)$$

$$B_2 = \frac{\lambda^2}{2} \sum_{JJ'} g_J \sum_j U(\frac{1}{2}2\frac{1}{2}1, j1) U(IjJ2, J'\frac{1}{2}) \sum_{j'j''} U(\frac{1}{2}j'12, 1j'') U(IJj''2, j'J') \times \operatorname{Re} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j') (\delta_{jj''} - S_{J'}^*(1j \rightarrow 1j''))) \quad (5.100)$$

$$B_3 = \frac{\lambda^2}{2} \sum_{JJ'} g_J \times \left( U(I\frac{1}{2}J1, J'\frac{1}{2}) \sum_j U(I\frac{1}{2}J1, J'j) \operatorname{Re} (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}))) + \sum_{jj'} \sqrt{\frac{2j'+1}{2j+1}} U(1\frac{1}{2}j'1, j\frac{1}{2}) U(Ij'J1, J'j) \sum_{j''} U(IJ\frac{1}{2}1, j''J') \times \operatorname{Re} ((\delta_{jj''} - S_J(1j \rightarrow 1j'')) S_{J'}^*(1j' \rightarrow 0\frac{1}{2})) \right), \quad (5.101)$$

$$B_4 = \frac{3\lambda^2}{\sqrt{2}} \sum_{JJ'} g_J \sum_{jj'} \sqrt{2j'+1} U(Ij'J1, J'j) \begin{Bmatrix} j' & 1 & 1/2 \\ j & 1 & 1/2 \\ 1 & 2 & 1 \end{Bmatrix} \times \sum_{j''} U(IJ\frac{1}{2}1, j''J') \operatorname{Re} ((\delta_{jj''} - S_J(1j \rightarrow 1j'')) S_{J'}^*(1j' \rightarrow 0\frac{1}{2})). \quad (5.102)$$

При интегрировании по всем направлениям  $\mathbf{n}'$  в этом  $\mathcal{P}$ -нечётном сечении остаётся только первое слагаемое, пропорциональное  $(\mathbf{nn}_s)$ .

### 5.15. Асимметрия некогерентного упругого рассеяния назад

Понятно, что асимметрия упругого рассеяния назад нейтронов, поляризованных вдоль или против импульса, является заведомо  $\mathcal{P}$ -нечётной величиной. Положив  $\mathbf{n}' = -\mathbf{n}$  в формуле (5.98), мы получим явное выражение для этой асимметрии. Ввиду его громоздкости, я привожу далее лишь доминирующие слагаемые, которые описывают нарушение  $\mathcal{P}$ -чётности «на фоне»  $s$ -волнового рассеяния:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma_{es}^{\mathcal{P}\text{-odd}}}{d\Omega} \right|_{\mathbf{n}' = -\mathbf{n}} &= \\ &= \frac{\lambda^2}{2} p(\mathbf{n}_s) \sum_J g_J \operatorname{Re} \left( S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) (1 - S_J^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{J'} U(I\frac{1}{2}J1, J'\frac{1}{2}) \sum_j U(I\frac{1}{2}J1, J'j) S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) \right). \end{aligned} \quad (5.103)$$

Легко видеть, что в общем случае эта величина не может быть использована для проверки  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

Ситуация, однако, меняется в частном случае  $I = 0$ , когда  $j = J = J' = \frac{1}{2}$ . Правая часть (5.103) упрощается и может быть представлена в форме

$$\left. \frac{d\sigma_{es}^{\mathcal{P}\text{-odd}}}{d\Omega} \right|_{\mathbf{n}' = -\mathbf{n}} = p(\mathbf{n}_s) \frac{d\sigma_{PT}}{d\Omega}, \quad (5.104)$$

$$\frac{d\sigma_{PT}}{d\Omega} = -\frac{\lambda^2}{2} \operatorname{Re} \left( \left( S_{\frac{1}{2}}(0 \rightarrow 1) - S_{\frac{1}{2}}(1 \rightarrow 0) \right) \left( 1 - S_{\frac{1}{2}}^*(0 \rightarrow 0) \right) \right). \quad (5.105)$$

Мы видим здесь конструкцию, знакомую по формулам (5.43) и (5.75), которые описывают  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантное нарушение  $P$ - $A$  теоремы. Для асимметрии отражения назад имеем

$$A \equiv a_{\parallel}(\pi) = \frac{1}{p} \cdot \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} = \frac{d\sigma_{PT}/d\Omega}{d\sigma_{es}^{\mathcal{P}\text{-even}}/d\Omega}, \quad (5.106)$$

где  $N_+$  и  $N_-$  — это числа нейтронов, регистрируемых детектором при  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow \mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow \mathbf{n}$ .

Смысл этого результата вполне прозрачен. При рассеянии назад на ядре со спином  $I = 0$  направление спина нейтрона сохраняется; соответственно спиральность меняется на противоположную. Но если обратить во времени рассеяние нейтрона назад с переходом между спиральностями  $+1/2 \rightarrow -1/2$ , то получится вновь рассеяние назад, но с переходом  $-1/2 \rightarrow +1/2$ . При наличии  $\mathcal{T}$ -инвариантности вероятности этих двух процессов должны быть одинаковыми. Другими словами, зависимость вероятности рассеяния назад от начальной спиральности нейтрона может возникать только в случае нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

Стоит также обратить внимание на общие формулы (5.31)–(5.33). При  $I = 0$  и  $\vartheta = \pi$ , как только что было разъяснено, спиральность нейтрона заведомо меняется, так что величины (5.32) равны нулю. В этом случае, следовательно, не обязательно измерять как  $p_{\parallel}$ , так и  $a_{\parallel}$  для последующего выделения  $\mathcal{T}\mathcal{V}\mathcal{P}\mathcal{V}$ -эффекта в разности  $p_{\parallel} - a_{\parallel}$ . Отличие от нуля каждой из указанных величин будет указывать на нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Разумеется, результат (5.106) совершенно

эквивалентен асимметриям  $A_{\perp}(\pi)$  (5.82) и  $a_{\parallel}(\pi)$  (5.86) (при этом в выражениях (5.70)–(5.74) должно быть учтено, что  $I = 0$ ).

В реальном эксперименте, однако, детектор, регистрирующий нейтроны, рассеянные назад, охватывает телесный угол с раствором  $\delta\vartheta$ . Если угол рассеяния равен  $\pi - \vartheta_n$ , где  $\vartheta_n < \delta\vartheta$ , то фактор  $(\mathbf{n}\mathbf{n}') = -1 + \vartheta_n^2/2$  в выражении для  $\mathcal{P}$ -нечётного сечения (5.98) отличен от  $-1$ , как это полагалось в (5.104). Соответственно асимметрия отражения назад принимает форму

$$A = \frac{d\sigma_{PT}/d\Omega}{d\sigma_{es}^{\mathcal{P}\text{-even}}/d\Omega} + \vartheta_n^2 \frac{d\sigma_P/d\Omega}{d\sigma_{es}^{\mathcal{P}\text{-even}}/d\Omega}, \quad (5.107)$$

где  $\mathcal{P}$ -нечётная поправка при учёте одних только доминирующих слагаемых имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma_P}{d\Omega} = \frac{\lambda^2}{4} \operatorname{Re} \left( S_{\frac{1}{2}}(0 \rightarrow 1) \left( 1 - S_{\frac{1}{2}}^*(0 \rightarrow 0) \right) \right). \quad (5.108)$$

Сопоставив формулы (5.105) и (5.108) с модельными выражениями для элементов  $S$ -матрицы — ну, например, (5.19) и (5.20), мы получим ограничение на расходимость нейтронов, рассеянных назад:

$$\vartheta_n^2 < \frac{d\sigma_{PT}/d\Omega}{d\sigma_P/d\Omega} \simeq \frac{v^{PT}}{v^P}. \quad (5.109)$$

Если, положим, ставится задача достичь уровня  $v^{PT}/v^P \leq 10^{-4}$ , то угловой размер детектора должен быть ограничен величиной  $\delta\vartheta \leq 10^{-2}$ .

### 5.16. Ещё одна формулировка $P$ - $A$ теоремы

Уже несколько раз было сказано, что с математической точки зрения некогерентное рассеяние на ядрах с нулевым спином эквивалентно брэгговскому когерентному рассеянию на ядрах с произвольным спином. В самом деле, в обоих случаях амплитуда упругого рассеяния является матрицей размерности  $2 \times 2$  и при учёте одних только  $s$ - и  $p$ -волн имеет вид (5.69). Соответственно, обсуждая случай  $I = 0$ , мы с В. Р. Скоем то и дело возвращались к проблеме дифракции.

В какой-то момент возникла такая идея. Ну, хорошо, пусть поперечная асимметрия  $A_{\perp}^{coh}$  (5.82) сама по себе не является  $\mathcal{T}$ -неинвариантной величиной. А что можно сказать про поперечную поляризацию  $P_{\perp}^{coh}$ ? Непосредственное вычисление приводит к такому ответу:

$$P_{\perp}^{coh} = \mathbf{P}^{coh} \boldsymbol{\tau}_{\perp} = \frac{-2\operatorname{Re}((f_0^c + f_1^c \cos \vartheta) f_{PT}^c) (1 - \cos \vartheta) - 2\operatorname{Im}(f_2^c f_P^c) \sin^2 \vartheta}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \sin(\vartheta/2)}. \quad (5.110)$$

Легко видеть, что сумма  $P_{\perp}^{coh} + A_{\perp}^{coh}$  представляет собой наблюдаемую, отличную от нуля только при нарушении  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

Причина, как оказалось, состоит в следующем. Векторы  $\boldsymbol{\tau}$  (5.28) и  $\boldsymbol{\tau}_{\perp}$ ,  $\boldsymbol{\tau}_{\parallel}$  (5.80) образуют правую тройку взаимно ортогональных единичных векторов. Разумеется, векторы  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{A}$  можно представить в форме

$$\mathbf{P} = p_{\tau} \boldsymbol{\tau} + P_{\perp} \boldsymbol{\tau}_{\perp} + P_{\parallel} \boldsymbol{\tau}_{\parallel}, \quad \mathbf{A} = a_{\tau} \boldsymbol{\tau} + A_{\perp} \boldsymbol{\tau}_{\perp} + A_{\parallel} \boldsymbol{\tau}_{\parallel}. \quad (5.111)$$

Приведём к этому виду разложения (5.36). Поскольку

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \sin \varphi \boldsymbol{\tau}_\perp + \cos \varphi \boldsymbol{\tau}_\parallel, & \mathbf{n}' &= -\sin \varphi \boldsymbol{\tau}_\perp + \cos \varphi \boldsymbol{\tau}_\parallel, \\ \mathbf{n}_\perp &= -\cos \varphi \boldsymbol{\tau}_\perp + \sin \varphi \boldsymbol{\tau}_\parallel, & \mathbf{n}'_\perp &= \cos \varphi \boldsymbol{\tau}_\perp + \sin \varphi \boldsymbol{\tau}_\parallel, \end{aligned} \quad (5.112)$$

то «новые» составляющие векторов  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{A}$  выражаются через «старые» следующим образом:

$$\begin{aligned} P_\perp &= \cos \varphi p_\perp - \sin \varphi p_\parallel, & P_\parallel &= \sin \varphi p_\perp + \cos \varphi p_\parallel, \\ A_\perp &= -\cos \varphi a_\perp + \sin \varphi a_\parallel, & A_\parallel &= \sin \varphi a_\perp + \cos \varphi a_\parallel. \end{aligned} \quad (5.113)$$

Отсюда ясно, что  $P$ - $A$  теорема, ранее представленная в виде (5.37), может быть сформулирована и так:

$$p_\tau = a_\tau, \quad P_\parallel = A_\parallel, \quad P_\perp = -A_\perp. \quad (5.114)$$

Здесь есть преимущество:  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{A}$  раскладываются по одним и тем же векторам. Соответственно при проверке  $P$ - $A$  теоремы в форме (5.114) оси поляризатора и анализатора должны быть ориентированы одинаково. Это условие, по-видимому, легче выполнить, нежели точную настройку поляризатора и анализатора вдоль осей  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}'$  или  $\mathbf{n}_\perp$  и  $\mathbf{n}'_\perp$  соответственно.

Для проверки  $T$ -инвариантности в брэгговском рассеянии следует измерять величины

$$P_\parallel^{coh} - A_\parallel^{coh} = -\frac{4 \operatorname{Im} (f_2^{c*} f_{PT}^c) \sin^2 2\varphi}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \cos \varphi}, \quad (5.115)$$

$$P_\perp^{coh} + A_\perp^{coh} = -\frac{8 \operatorname{Re} (f_0^{c*} f_{PT}^c) \sin \varphi}{\alpha^{coh}(\mathbf{n}, \mathbf{n}')}. \quad (5.116)$$

Ясно, что вторая комбинация является намного более перспективной, поскольку  $|f_2^c| \ll |f_0^c|$ .

### 5.17. Численные оценки

Асимметрия рассеяния назад на ядрах со спином  $I = 0$ , которая определяется формулами (5.105) и (5.106), приводится к виду

$$A = -\frac{2 \operatorname{Re} \left( \left( S_{\frac{1}{2}}(0 \rightarrow 1) - S_{\frac{1}{2}}(1 \rightarrow 0) \right) \left( 1 - S_{\frac{1}{2}}^*(0 \rightarrow 0) \right) \right)}{\left| 1 - S_{\frac{1}{2}}(0 \rightarrow 0) \right|^2}. \quad (5.117)$$

Нетрудно проверить, что этот результат отличается от ранее вычисленных  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантных наблюдаемых (5.43) и (5.75) (разумеется, при  $\vartheta = \pi$  и  $I = 0$ ) только знаком и множителем 2. Соответственно, пользуясь ранее выполненной оценкой (5.51), можно утверждать, что асимметрия  $A$ , измеренная в  $p$ -волновом резонансе с энергией  $E_p$ , и  $\mathcal{P}$ -нечётная асимметрия пропускания нейтронов в том же резонансе, связаны соотношением

$$A \sim \lambda_{PT} \delta_s(E_p) p_P. \quad (5.118)$$

С другой стороны,  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантная комбинация (5.116), которая может быть измерена в брэгговском рассеянии на произвольных ядрах, выражается через элементы  $S$ -матрицы следующим образом:

$$\begin{aligned}
P_{\perp}^{coh} + A_{\perp}^{coh} &= \\
&= \frac{4 \sum_{JJ'} g_J g_{J'} \operatorname{Re} \left( (S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) - S_J(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) (1 - S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) \right) \sin \varphi}{\left| \sum_J g_J (1 - S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2})) \right|^2}.
\end{aligned} \tag{5.119}$$

И вновь легко видеть, что с точностью до небольшого численного множителя, зависящего от угла  $\varphi$ , этот ответ совпадает с только что упоминавшейся оценкой (5.75) для разности продольной поляризации и продольной асимметрии. Следовательно, и здесь можно воспользоваться оценкой

$$R \equiv P_{\perp}^{coh} + A_{\perp}^{coh} \sim \lambda_{PT} \delta_s(E_p) p_P \sin \varphi, \tag{5.120}$$

имея в виду то обстоятельство, что угол  $\varphi$  в брэгговском рассеянии, как правило, невелик. Интересно также, что эффект можно выразить следующим образом:

$$R \equiv P_{\perp}^{coh} + A_{\perp}^{coh} = -2\lambda_{PT} \Omega(E) \sin \varphi, \tag{5.121}$$

где использованы формулы (5.77), (5.78) и (5.113).

Выше, однако, уже отмечалось, что малые величины сами по себе означают немного. Для оценки реалистичности предлагаемых экспериментов мы с В. Р. Скоем предложили следующий подход. В общем случае при измерении некоторой малой асимметрии типа (3.8) или (5.106) нужно зарегистрировать такое число нейтронов  $N$ , чтобы статистическая погрешность  $1/\sqrt{N}$  стала меньше ожидаемой асимметрии  $\alpha$ , т. е.  $N\alpha^2 \geq 1$ . При этом время набора статистики равно отношению  $N/n$ , где  $n$  — скорость счёта нейтронов детектором. Таким образом, минимальное время набора статистики  $T$  определяется соотношением  $nT\alpha^2 \simeq 1$ .

Предположим далее, что имеется ядерная мишень, на которой могут быть выполнены измерения  $\mathcal{P}$ -нечётной асимметрии пропускания нейтронов с энергией, отвечающей некоторому  $p$ -волновому резонансу. Соответствующая асимметрия имеет масштаб  $p_P$ . Предположим, что при заданной интенсивности нейтронов достаточная статистика набирается за время  $T_P$ . Выше в разделе 3.2 было разъяснено, что при измерении асимметрии пропускания нейтронов используется мишень, ослабляющая пучок примерно в  $e^2$  раз. Поэтому для скорости набора статистики имеем

$$n_t \simeq \frac{n_0}{e^2}, \tag{5.122}$$

где  $n_0$  — число нейтронов, падающих на мишень в единицу времени.

Обратимся теперь к  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантной 3-векторной корреляции в полном сечении взаимодействия. Её поиск — это тоже эксперимент на пропускание с той же скоростью набора статистики (5.122), но с ожидаемой величиной асимметрии  $p_{PT} \sim \lambda_{PT} p_P$  (см. (5.26)). Следовательно для требуемого времени набора статистики  $T_{PT}$  в указанном эксперименте получим

$$n_t T_{PT} p_P^2 \simeq n_t T_{PT} p_{PT}^2 \quad \Longrightarrow \quad T_{PT} \simeq \frac{T_P}{\lambda_{PT}^2}. \tag{5.123}$$

Это означает, в частности, что при  $T_P \sim 1$  с, ограничение  $\lambda_{PT} \leq 10^{-3}$  требует  $\sim 10$  суток непрерывных измерений, тогда как для выхода на уровень  $\lambda_{PT} \leq 10^{-4}$  необходимы  $\sim 3$  года!

Переходим теперь к  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантной асимметрии рассеяния назад (5.118). При использовании той же мишени, ослабляющей пучок в  $e^2$  раз, произведение плотности ядер  $\rho$  на толщину мишени  $z$  есть  $\rho z \simeq 2/\sigma_s^{el}$ , где принято, что полное сечение упругого рассеяния на одном ядре есть, фактически,  $s$ -волновое сечение (5.48). Всего, следовательно, имеется  $\rho z S$  ядер, где  $S$  — поперечная площадь мишени. Пусть, далее,  $J$  есть плотность потока нейтронов, падающих на мишень. Тогда каждое ядро в единицу времени рассеивает изотропно  $J\sigma_s^{el}$  нейтронов, часть из которых, равная  $\pi(\delta\vartheta)^2/4\pi$ , попадает в конус с углом раствора  $\delta\vartheta$ . Следовательно, полное число нейтронов, рассеиваемых назад и регистрируемых детектором в единицу времени, есть

$$n_A \simeq J\sigma_s^{el} \frac{\pi(\delta\vartheta)^2}{4\pi} \rho z S = \frac{n_0(\delta\vartheta)^2}{2}, \quad (5.124)$$

где учтено, что  $JS = n_0$ . Принимая во внимание (5.109), для скорости набора статистики окончательно находим (пренебрегая фактором 2)

$$n_A \simeq n_0 \lambda_{PT}. \quad (5.125)$$

Тогда, в полной аналогии с (5.123), для времени  $T_A$ , необходимого для выполнения эксперимента по измерению асимметрии рассеяния назад, получим

$$n_t T_P p_P^2 \simeq n_A T_A A^2 \quad \Longrightarrow \quad T_A \simeq \frac{T_P}{e^2 \delta_s^2 \lambda_{PT}^3} \simeq \frac{T_{PT}}{e^2 \delta_s^2 \lambda_{PT}}. \quad (5.126)$$

В частности, для самого нижнего  $p$ -волнового резонанса ядра  $^{232}\text{Th}$  (бесспинового) с энергией 8.3 эВ, имеем:  $T_A \simeq 3 \cdot 10^5 T_P / \lambda_{PT}^3 \simeq 3 \cdot 10^5 T_{PT} / \lambda_{PT}$ .

Рассмотрим, наконец,  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантную наблюдаемую  $R$  (5.120), которая может быть измерена в брэгговском отражении от поверхности кристалла. Преимущество данного эксперимента состоит в высокой скорости набора статистики:

$$n_R \simeq n_0. \quad (5.127)$$

Для полного же времени набора статистики  $T_R$  находим

$$n_t T_P p_P^2 \simeq n_R T_R R^2 \quad \Longrightarrow \quad T_R \simeq \frac{T_P}{e^2 \delta_s^2 \sin^2 \varphi \lambda_{PT}^2} \simeq \frac{T_{PT}}{e^2 \delta_s^2 \sin^2 \varphi}, \quad (5.128)$$

где  $\sin \varphi$  в соответствии с условием Брэгга (5.61) тем больше, чем меньше энергия нейтронов.

Величину  $R$  нужно искать в  $p$ -волновых резонансах ядер, спин которых может быть любым. Поэтому при прочих равных следует отдать предпочтение тем низколежащим резонансам, в которых были обнаружены значительные  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты. Пусть мишень состоит из атомов с ядрами  $^{139}\text{La}$  с  $p$ -волновым резонансом 0.75 эВ. Тогда, взяв расстояние между кристаллическими плоскостями равным  $d = 3 \text{ \AA}$ , получим:  $T_R \simeq 3 \cdot 10^8 T_P / \lambda_{PT}^2 \simeq 3 \cdot 10^8 T_{PT}$ .

Таким образом, времена  $T_A$  и  $T_R$ , требуемые для наблюдения  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантных величин в упругом рассеянии поляризованных нейтронов на неполяризованной мишени — в некогерентном рассеянии  $A$  (5.118) и в когерентном рассеянии  $R$  (5.120) соответственно — намного превосходят время  $T_{PT}$ , необходимое для измерения  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантной 3-векторной корреляции в полном сечении взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами. В данный момент оба этих времени,  $T_A$  (5.126) и  $T_R$  (5.128), представляются нереалистично высокими. И это означает, что в настоящее время у эксперимента с поляризованными ядрами альтернативы нет.

Тем не менее никогда до конца не ясно, что у нас впереди. Поэтому не следует упускать из виду иные возможности поиска эффектов нарушения  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантности во взаимодействии нейтронов с ядрами, к которым как раз и относятся асимметрия рассеяния назад  $A$  и комбинация поляризации и асимметрии  $R$  в брэгговском отражении. При этом из наших оценок следует, что при поиске ограничения  $\lambda_{PT} \leq 10^{-3}$  требуемые времена  $T_A$  и  $T_R$  примерно одинаковы. Однако при переходе к пределу  $\lambda_{PT} \leq 10^{-4}$  диффракционному эксперименту должно быть отдано предпочтение, так как он может быть выполнен за меньшее время.

### 5.18. Практическая ценность и актуальность

В науке, как в жизни, имеется множество устойчивых, крепко сидящих в сознании мифов. Один из них (разумеется, очень частного характера), сложившийся, по-видимому, ещё в то время, когда  $\mathcal{P}$ -инвариантность не подвергалась сомнению, состоит в том, что поляризация  $P$  и асимметрия  $A$  в упругом рассеянии точно равны друг другу, если имеет место  $\mathcal{T}$ -инвариантность. После 1956 года было осознано, что нарушение  $\mathcal{P}$ -чётности приводит к формированию дополнительных малых составляющих как у вектора  $\mathbf{P}$ , так и у вектора  $\mathbf{A}$ . Однако понимание того, что в этих условиях  $\mathbf{P} \neq \mathbf{A}$  даже при наличии симметрии относительно обращения времени, осталось достоянием очень узкого круга лиц.

Конечно, существуют определённые связи между указанными малыми составляющими векторов  $\mathbf{P}$  и  $\mathbf{A}$  в условиях  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Они могут быть записаны в форме (5.37) или (5.114). Экспериментальная проверка этих связей — это один из способов поиска  $\mathcal{TV}$ -взаимодействий. В этой главе я довольно подробно рассмотрел разные варианты того, как это можно было бы сделать для упругого рассеяния нейтронов на ядрах.

Основное внимание я уделил нарушению тех соотношений, которые, как 3-векторная корреляция в амплитуде упругого рассеяния на угол  $\theta$ , чувствительны к  $\mathcal{TVPV}$ -силам. Показано, что эффекты в упругом рассеянии подавлены фактором  $\delta_s \sim 10^{-3}$  по сравнению с аналогичными явлениями, возникающими при прохождении нейтронов через поляризованную мишень. Тем не менее проверку  $P$ - $A$  теоремы не следует сбрасывать со счетов, так как она не требует ориентации ядер-мишеней. Особого внимания заслуживает диффракционный опыт с высокой скоростью набора статистики.

Отмечу, что в этой главе я рассматривал только брэгговское когерентное отражение нейтронов от поверхности мишени. В литературе же (см., например, [445]) рассматриваются также диффракционные схемы, связанные с прохождением нейтронов через кристаллы, но при этом учитывается только взаимодействие гипотетического ЭДМ нейтрона с электрическими полями атомных слоёв. Следовало бы, наверное, проанализировать аккуратно, как может повлиять учёт ядерных  $\mathcal{TVPV}$ -сил, резко усиленных в  $p$ -волновых резонансах, на когерентные нейтронные волны, формирующиеся при прохождении через упорядоченные атомные (ядерные) слои. А если ещё поляризовать или выстроить ядра в кристалле <sup>1)</sup>?

Результаты, полученные нами с В. Р. Скоем и изложенные в разделах 5.13–5.17, были представлены в виде доклада [374] на конференции ISINN-6 в мае 1998 года. Часть наших выводов, относящихся к некогерентному рассеянию назад, неожиданным образом была подтверждена В. В. Любошицем и В. Л. Любошицем [382]. Работа

<sup>1)</sup> В 1990-е годы изучением подобных вопросов занимался также В. Г. Барышевский; см., например, [363].



этих авторов была затем опубликована в трудах совещания [383], а в 1999 году в журнале «Ядерная физика» [396]. Наша с В. Р. Скоем статья [375] вышла в конце 1998 года в «Nuclear Physics A».

Это совпадение лишний раз подтверждает, что актуальность и практическая ценность — это совсем разные вещи. Если некоторый вопрос обретает значимость, то незнакомые друг с другом авторы, отталкиваясь от совершенно разных посылок, неизбежно примутся за его исследование. При этом значимость вовсе не обязательно определяется практической ценностью. Бывает и наоборот — анализ может выявить отсутствие перспектив (на сегодняшний день)! Но ведь не зря же говорят, что отрицательный результат — это тоже результат.

Я думаю, что задача научных журналов состоит в обеспечении обмена мнениями по актуальным вопросам, а вовсе не в отборе предложений, имеющих (якобы) практическое значение. Вот, в частности, в статье В. В. Любошица и В. Л. Любошица [396] приводится оценка (5.118) для асимметрии рассеяния назад и прямо утверждается, что в лучшем случае, в  $p$ -волновом резонансе, асимметрия будет равной  $10^{-8} - 10^{-7}$  при  $\lambda_{pT} \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ . И почему же тогда, спрашивается, одиннадцатью годами ранее в той же «Ядерной физике» (см. раздел 5.9) не мог быть опубликован наш с В. Л. Кузнецовым вывод: «разность  $p_{\parallel} - a_{\parallel}$  должна быть измерена в  $p$ -волновом резонансе на уровне  $\sim 10^{-7}$ , для того чтобы получить ограничение  $\sim 10^{-3}$  на величину  $\lambda_{pT}$ »?

## МОДЕЛЬ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ И ЯДЕР

### 6.1. Формула Эриксона

Эта глава написана, в основном, по материалам статьи [357]. В ней была построена точно решаемая модель нейтрон-ядерного взаимодействия, которая позволила не только воспроизвести узкие  $s$ - и  $p$ -волновые резонансы (разумеется, модельные), но также изучить их смешивание под действием сил, нарушающих как  $\mathcal{P}$ -чётность, так и  $\mathcal{T}$ -инвариантность. Для простоты я ограничился анализом самых простых наблюдаемых, связанных с прохождением нейтронов через мишень. А именно, в статье [357] я рассмотрел дихроизм полного сечения и углы поворота нейтронных спинов. Эти  $\mathcal{PV}$ - и  $\mathcal{TVPV}$ - явления обусловлены корреляциями  $(\sigma \mathbf{n}_k)$  и  $(\sigma[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_l])$  соответственно.

Собственно, соответствующие эффекты в полном сечении уже были разобраны в разделах 1.10, 3.2, 3.3, 5.1 и 5.2. Основное внимание, правда, там было уделено  $p$ -волновым резонансам, где эффекты максимальны. Но из ссылок, приведённых в указанных разделах, следует, как будто бы, что вопрос о поведении  $\mathcal{PV}$ - и  $\mathcal{TVPV}$ -наблюдаемых как в резонансах, так и между ними, был выяснен ещё в 1980-е годы.

Меня, однако, беспокоила энергетическая зависимость эффектов вне резонансов. Интерес к этой задаче возник в связи с проблемой параметризации тех добавок к элементам  $S$ -матрицы, которые обусловлены взаимодействиями, нарушающими фундаментальные симметрии. В разделе 3.11 я уже писал о дискуссиях на эту тему с В. Е. Бунаковым. Он пользовался подходом К. Мао и Х. А. Вейденмюллера [80, 125], которые развивали идеи Т. Е. О. Эриксона [78]. Я же придерживался  $R$ -матричной теории. Ответы, в основном, совпадали, но не всё мне казалось убедительным.

Итак, пусть имеются два компаунд-резонанса, 1 и 2, смешивающиеся некоторым слабым взаимодействием  $\hat{V}$ . В 1966 году Т. Е. О. Эриксон [78], пользуясь общими соображениями, следующим образом записал доминирующий вклад в поправку к амплитуде перехода (элементу  $S$ -матрицы) из начального состояния  $\lambda$  в конечное состояние  $\mu$ :

$$\Delta S(\lambda \rightarrow \mu) = -i \frac{g_1(\lambda) V_{12} g_2(\mu) + g_2(\lambda) V_{21} g_1(\mu)}{(E - E_1 + i\Gamma_1/2)(E - E_2 + i\Gamma_2/2)}. \quad (6.1)$$

Здесь  $g_i(\lambda)$  и  $g_i(\mu)$  — действительные амплитуды ширин входного и выходного каналов в  $i$ -м резонансе.

Если взаимодействие  $\hat{V}$  нарушает  $\mathcal{T}$ -инвариантность (как в [78]), то в точном соответствии с (3.29)

$$-iv_{21} = V_{21} = -V_{12}, \quad (6.2)$$

так что:

$$\Delta S^{TV}(\lambda \rightarrow \mu) = -\Delta S^{TV}(\mu \rightarrow \lambda) = \frac{v_{21} (g_1(\lambda) g_2(\mu) - g_1(\mu) g_2(\lambda))}{(E - E_1 + i\Gamma_1/2)(E - E_2 + i\Gamma_2/2)}. \quad (6.3)$$

Пусть взаимодействие  $\hat{V}$  дополнительно нарушает  $\mathcal{P}$ -инвариантность. Тогда им определяются переходы между состояниями  $\lambda$  и  $\mu$  разной чётности. Предположим, что чётность резонанса 1 совпадает с чётностью состояния  $\lambda$ , а чётность резонанса 2 — с чётностью состояния  $\mu$ . Тогда, очевидно,  $g_1(\mu) = 0$  и  $g_2(\lambda) = 0$ . В этом случае формула (6.3) принимает следующий вид:

$$\Delta S^{TVPV}(\lambda \rightarrow \mu) = -\Delta S^{TVPV}(\mu \rightarrow \lambda) = \frac{g_1(\lambda) v_{21} g_2(\mu)}{(E - E_1 + i\Gamma_1/2)(E - E_2 + i\Gamma_2/2)}. \quad (6.4)$$

Если же  $\mathcal{T}$ -инвариантность сохраняется, а взаимодействие  $\hat{V}$  нарушает только  $\mathcal{P}$ -инвариантность, то при тех же предположениях о чётностях состояний  $\lambda$  и  $\mu$ , а также резонансов 1 и 2, и с учётом действительности матричных элементов  $V_{12} = V_{21}$  для добавок к амплитудам переходов получим

$$\Delta S^{PV}(\mu \rightarrow \lambda) = \Delta S^{PV}(\lambda \rightarrow \mu) = -i \frac{g_1(\lambda) V_{21} g_2(\mu)}{(E - E_1 + i\Gamma_1/2)(E - E_2 + i\Gamma_2/2)}. \quad (6.5)$$

Предположим теперь, что резонанс 1 — это  $p$ -волновой резонанс, в котором проводится исследование  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта, а резонанс 2 — это примешивающийся  $s$ -волновой резонанс. Легко видеть, что формула (3.17) для амплитуд перехода между состояниями  $|\mu\rangle = |0\frac{1}{2}\rangle$  и  $|\lambda\rangle = |1j\rangle$ , которой я пользовался в главе 3, в пределах  $p$ -волнового резонанса практически совпадает с общей формулой (6.5) (дополнительное суммирование по  $s$ -волновым резонансам, присутствующее в (3.17), разумеется, может быть введено и в (6.5)). В самом деле, если  $E \simeq E_1$ , то неважно, пишется ли энергетический фактор в знаменателе в виде  $E_1 - E_2$  или  $E - E_2 + i\Gamma_2/2$ ; при переходе к формуле (3.18) для  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта малые поправки  $\sim \Gamma_2/|E_1 - E_2|$  заведомо отбрасываются.

Если эти же два резонанса дополнительно смешиваются гипотетическим  $\mathcal{TVPV}$ -взаимодействием, то поправки к амплитудам перехода из  $s$ - в  $p$ -волну и наоборот определяются формулой (6.4). В пределах  $p$ -волнового резонанса ответ согласуется с полученным в главе 5 результатом (5.23).

Точно так же, пусть резонанс 1 — это  $p$ -волновой резонанс, в котором проводится исследование  $\mathcal{T}$ -неинвариантной, но  $\mathcal{P}$ -чётной 5-векторной корреляции, а резонанс 2 — это примешивающийся  $p$ -волновой резонанс. Выражение (3.31) для амплитуд перехода между состояниями  $|\lambda\rangle = |1\frac{1}{2}\rangle$  и  $|\mu\rangle = |1\frac{3}{2}\rangle$  в пределах  $p$ -волнового резонанса есть, фактически, то же самое, что общая формула (6.3) (суммирование по  $p$ -волновым резонансам, имеющиеся в (3.31) может быть, конечно же, введено и в (6.3)). При переходе к формуле (3.21) для  $\mathcal{TVP}$ -неинвариантного эффекта малые поправки  $\sim \Gamma_2/|E_1 - E_2|$  не учитываются.

К. Мао и Х. А. Вейденмюллер [80] дали более строгое обоснование формулы (6.1) и получили некоторые поправочные слагаемые (см. раздел 3.11). Я, однако, сознательно пользуюсь выражением «более строгое обоснование», а не «строгое обоснование». Потому что Т. Е. О. Эриксона вполне откровенно определил способ, с помощью которого он пришел к формуле (6.1), как «грубое приближение» («crude approximation»). Авторам же [80] свойственны более мягкие обороты, вроде «упрощающее допущение» («simplifying assumption»), за которыми, однако, всё же скрываются приближения.

Метод получения выражений (3.17), (3.31) и (5.23) кажется наивным, так как в его основе лежат формулы теории возмущений для смешивания состояний дискретного спектра. На самом же деле речь идёт о состояниях непрерывного спектра, для адекватного описания которых необходима та или иная модель нейтрон-ядерного взаимодействия. Тем не менее всюду в главах 1–5 я пользовался

«наивным» подходом, имея в виду, во-первых, его наглядность, и, во-вторых, то обстоятельство (только что продемонстрированное), что в пределах  $p$ -волнового резонанса результаты для  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантных эффектов получаются точно такими же, как в подходе, основанном на формуле Эриксона (6.1).

Исторически, в начале 1980-х годов, когда развернулись обсуждения  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов во взаимодействии медленных нейтронов с ядрами, «наивными» рассуждениями широко пользовались О. П. Сушков и В. В. Фламбаум [167, 189]. В то же время В. Е. Бунаков и В. П. Гудков [172, 195] продвигали подход, основанный на формуле (6.1) (или, точнее, на формуле (6.5) — в случае  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов). Соответственно они привели формулы (выписанные в разделе 6.12) для энергетических зависимостей наблюдаемых величин и обратили внимание на резонансное усиление  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов (обсуждавшееся в разделе 3.4).

Далее, напомню, В. Е. Бунаков и В. П. Гудков [180, 181] включились в дискуссию об измерении  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -неинвариантной 3-векторной корреляции. Ими было указано, что масштаб эффекта определяется формулой (6.4), аналогичной (6.5), и, следовательно, в  $p$ -волновых резонансах 3-векторная корреляция должна быть так же динамически и кинематически усилена, как  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в  $p$ -волновых резонансах. Некоторая заминка, как уже указывалось в разделе 3.7, произошла лишь с применением формулы (6.3) к описанию эффектов, связанных с  $\mathcal{T}$ -неинвариантной, но  $\mathcal{P}$ -чётной 5-векторной корреляцией. Но и здесь введение в оборот формулы (6.3) (В. Е. Бунаковым в статье [254]) повлекло за собой осознание важного факта, а именно динамического усиления 5-векторной корреляции в компаунд-резонансах.

Однако «наивный» подход не так прост, как кажется. Несложно показать, что в соединении с  $\mathbf{R}$ -матричной теорией он также приводит к общей формуле Эриксона (6.1). Для этого нужно воспользоваться двухуровневым приближением в  $\mathbf{R}$ -матричном формализме.<sup>1)</sup>

Простейшее рассуждение выглядит так. Пусть уровни 1 и 2 смешиваются некоторым возмущением  $V$ . Тогда в первом приближении формируются следующие векторы состояний:

$$|\psi_1\rangle = |1\rangle + |2\rangle \frac{V_{21}}{E_1 - E_2}, \quad |\psi_2\rangle = |2\rangle + |1\rangle \frac{V_{12}}{E_2 - E_1}. \quad (6.6)$$

$\mathbf{S}$ -матрица в  $\mathbf{R}$ -матричной теории может быть найдена, в частности, по формулам (Б.138) и (Б.145). Заметим, что в последнюю из указанных формул входит двойная сумма по всем учитываемым уровням.

В двухуровневом приближении, сохраняя только ведущие слагаемые (и пренебрегая, в частности, фазами потенциального рассеяния), для недиагональных элементов  $\mathbf{S}$ -матрицы получим

$$S(\lambda \rightarrow \mu) = -i \frac{\tilde{g}_1(\lambda) \tilde{g}_1^*(\mu)}{E - E_1 + i\Gamma_1/2} - i \frac{\tilde{g}_2(\lambda) \tilde{g}_2^*(\mu)}{E - E_2 + i\Gamma_2/2}. \quad (6.7)$$

Здесь, как в (1.47), учтено, что в отсутствие  $\mathcal{T}$ -инвариантности, входные и выходные амплитуды могут быть комплексными (они помечены тильдами, как в разделе 3.7). В соответствии с определением (1.46) эти амплитуды пропорциональны интегралам перекрытия векторов состояний  $|\psi_1\rangle$  и  $|\psi_2\rangle$  и волновых функций каналов  $|\lambda\rangle$  и  $|\mu\rangle$  и, в результате, определяются формулами типа (3.30).

<sup>1)</sup> Ещё раз приведу здесь ссылку на работу П. А. Молдауэра [92] 1968 года, посвящённую обобщению  $\mathbf{R}$ -матричного формализма на случай нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности.

Предположим, что нарушение  $\mathcal{T}$ -инвариантности (если оно вообще имеет место) полностью обусловлено возмущением  $V$ . Амплитуды  $g_i(\lambda) \sim \langle \lambda | i \rangle$  и  $g_i(\mu) \sim \langle \mu | i \rangle$  при этом действительны. Возмущение является, конечно, эрмитовым ( $V_{12} = V_{21}^*$ ). Тогда, приводя слагаемые в правой части (6.7) к общему знаменателю и сохраняя только ведущие члены, для поправки к амплитуде перехода, обусловленной возмущением, получим как раз формулу Эриксона (6.1).

Но у этой формулы есть, конечно, область применимости. Так, в частности, при выводе брейт-вигнеровских выражений в одноуровневом приближении используется разложение величин вблизи резонансной энергии  $E_r$  по степеням  $E - E_r$  и отбрасывание всех слагаемых выше линейного <sup>1)</sup>. При этом возникает естественный масштаб, приведённая ширина уровня  $\Upsilon$ , вне которого брейт-вигнеровское приближение заведомо несправедливо <sup>2)</sup>. Поэтому следует ожидать, что область применимости формулы Эриксона выглядит так:

$$|E - E_1| \ll \Upsilon_1, \quad |E - E_2| \ll \Upsilon_2. \quad (6.8)$$

Но тогда, как нетрудно заметить, между резонансами легко попасть в область, лежащую вне приведённых ширин. Несмотря на то что вопрос представляется важным, я не нашёл в литературе его обсуждения. Дело ведь не только в выводе условий (6.8), а в поправках к двухуровневому приближению вне области его применимости. В  $R$ -матричном подходе, в частности, сложно понять, какая погрешность вносится при отбрасывании всех уровней, кроме тех двух, которые принимаются во внимание.

Тогда я решил, что нужно сформулировать модельную, точно решаемую задачу, которая не только позволила бы получить формулу Эриксона без всяких приближений, но и исследовать область её применимости. К этой работе я приступил в начале 1994 года; первые результаты были представлены на ISINN-2 в мае 1994 года [323]. Но лишь через год работа была вполне закончена и в этом виде доложена на ISINN-3; в редакцию журнала «Nuclear Physics A» статья поступила 18 августа 1995 года.

## 6.2. Модель компаунд-резонанса

Хорошо известно, что компаунд-резонанс — это трудный предмет для теоретиков. Микроскопического описания резонансов, в сущности, нет. Сама идея долгоживущего компаунд-ядра, выдвинутая Н. Бором в 1936 году, основана на предположении о том, что энергия частицы, попавшей в ядро, распределяется по большому числу степеней свободы. Вот эта многочисленность степеней свободы, вовлечённых в процесс, и представляет главную трудность.

Казалось бы, простейшая модель нейтронного резонанса — это одна, дополнительная к падающему нейтрону, степень свободы. Возбуждению компаунд-ядра в этой модели отвечает ситуация, когда нейтрон, теряя энергию, необходимую для возбуждения дополнительной степени свободы, оказывается в связанном состоянии. Если модель дополнительно упростить, считая, что система, с которой обменивается энергией нейтрон, имеет всего два уровня — основной и возбуждённый, то возникают всего два канала — упругий, когда нейтрон находится в непрерывном спектре, и неупругий, когда нейтрон находится в связанном состоянии. Меняя

<sup>1)</sup> Укажу, к примеру, на вывод брейт-вигнеровских формул в одночастичной модели, который приведён в приложении 6 к главе 3 монографии О. Бора и Б. Моттельсона [95] (формула (3.312)).

<sup>2)</sup> Приведённые ширины резонансов  $\Upsilon$  определены ниже формулой (6.62).

параметр связи каналов, можно, очевидно, «управлять» шириной резонанса или, иначе, временем жизни квазистационарного состояния <sup>1)</sup>.

Мне показалось разумным исследовать в такой простейшей модели смешивание  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов. Ведь очевидно, что  $s$ -волновой резонанс описать легче, чем  $p$ -волновой (т.е. ситуация проще, нежели в случае двух смешивающихся  $p$ -волновых резонансов). Понятно, однако, что в этом случае смешивающие силы должны быть  $P$ -нечётными. Зато в одной и той же задаче можно исследовать как хорошо известные  $PV$ -эффекты, так и  $TVPV$ -явления.

Построенная модель поначалу казалась мне настолько простой, что я собирался назвать её «моделью-игрушкой» (калька с довольно распространённого выражения «toy model»). Но когда работа была закончена, я посмотрел на её объём и подумал: «Хороша игрушка...». Схожая реакция была и у рецензента: «... Статья посвящена вычислению эффектов нарушения чётности и временной инвариантности в простой модели, однако статья содержит 189 (!) уравнений...» <sup>2)</sup>

Шутки шутками, но рецензия меня здорово озадачила. Мне предлагали радикально сократить число формул, но при этом отнюдь не утверждалось, что представленные в работе формулы общеизвестны. Рецензент писал, что ему непонятны выводы, но отнюдь не утверждал, что выводы отсутствуют. Теперь я сам понимаю, что вывод формулы Эриксона в точно решаемой модели — это тема для отдельной небольшой заметки. Но в тот момент я не мог понять, что мне делать с ворохом результатов, полученных попутно. Прежде чем писать небольшую заметку о формуле Эриксона, следовало опубликовать специальную работу (и, возможно, не одну) о придуманной модели; ведь в литературе я не нашел почти ничего похожего на проделанные мною вычисления.

Процесс рецензирования моей работы в журнале «Nuclear Physics A» занял, кстати, 4 месяца: отзыв пришел в декабре 1995 года. Момент был очень неподходящий. К середине 1990-х годов зарплата научного работника (как и преподавателя ВУЗа <sup>3)</sup>) прочно ушла под планку прожиточного минимума. К счастью, Курчатовский центр осуществлял поддержку ряда проектов, связанных с образованием. Одним из них были старшие физико-математические классы в московской школе № 1189. Ещё в 1993 году меня пригласили туда вести уроки математики. <sup>4)</sup> А в 1995 году при Курчатовском центре было создано новое высшее учебное заведение — Институт естественных наук и экологии (ИНЕСНЭК) <sup>5)</sup> Мне выпала удача получить и там место преподавателя физики. <sup>6)</sup>

<sup>1)</sup> Эта модель описана в самых общих чертах в главе 13 книги Н. Мотта и Г. Мессии [76], посвящённой, главным образом, взаимодействию электронов с атомами и столкновениям атомов.

<sup>2)</sup> В оригинале: «... The paper is devoted to the calculation of parity and time-invariance violating effects within a simple model, however, the paper contains 189 (!) equations...»

<sup>3)</sup> В это время я уже работал на полставки на кафедре теоретической физики Московского физико-технического института (МФТИ).

<sup>4)</sup> Работая в школе (вплоть до 2004 года), я приобрёл бесценный опыт.

<sup>5)</sup> Летом 2006 года ИНЕСНЭК был преобразован в Факультет нанотехнологий и информатики МФТИ.

<sup>6)</sup> Я пишу этот раздел в начале осеннего семестра 2007 года, когда страна третий год получает огромные доходы от продажи нефти (в 2004 году цена за баррель перевалила за 40 долларов), когда второй год поддержка образования возведена в ранг «национального проекта», когда в рамках этого проекта МФТИ, как одному из лучших отечественных ВУЗов, выделен специальный грант. Так вот, сейчас преподавание на полставки на кафедре теоретической физики МФТИ приносит мне примерно 4600 рублей (190 долларов,

Не все научные работники склонны к преподаванию. Но для тех, кто склонен, 4–6 учебных часов в неделю (без учёта времени на подготовку, разумеется) — это и труд, и радость, и источник вдохновения. Однако научная работа при 4–6 учебных часах в неделю и научная работа при 14–18 учебных часах в неделю — это всё равно что бег и бег в мешках.

Недостаток времени в сочетании с невняtnостью рецензии привели к тому, что только осенью 1996 года я вернулся к тексту своей «подвисшей» работы. Повертев его так и эдак, я переименовал два раздела в приложения А и В и перенес их в конец работы. Разумеется, были несколько переработаны «Введение» и «Заключение». В таком виде работа была вновь отправлена в журнал и, к моему удивлению, на этот раз принята без замечаний. Вот только когда пришла корректура, я обратил внимание на то, что в качестве даты получения статьи значилось «18 August 1996». Не знаю, была ли замена 1995 года на 1996 год сознательной или случайной, но я не стал привлекать внимание к задержке статьи почти на год на моём собственном столе.

### 6.3. Уточнение модели

Использованная мной модель смешивания нейтронных резонансов в чём-то подобна матрёшке; она состоит из нескольких вложенных друг в друга утверждений разной степени общности. Главное приближение состоит в том, что мы всюду остаёмся в рамках задачи двух тел. А именно, предполагаем, что ядро-мишень, с которым взаимодействует нейтрон, обладает исключительно дискретным спектром, т. е.

$$\hat{H}_A \psi_\alpha(\tau) = \varepsilon_\alpha \psi_\alpha(\tau), \quad \langle \psi_{\alpha'} | \psi_\alpha \rangle = \delta_{\alpha'\alpha}. \quad (6.9)$$

Здесь  $\hat{H}_A$  — это гамильтониан ядра-мишени массы  $A$ ,  $\varepsilon_\alpha$  и  $\psi_\alpha(\tau)$  — его собственные значения и ортонормированные собственные функции, а  $\tau$  — это набор внутренних переменных. Всюду далее предполагается, что гамильтониан  $\hat{H}_A$  инвариантен относительно вращений, пространственной инверсии и обращения времени ( $\mathcal{R}$ -,  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантен). Индекс  $\alpha$ , пробегающий дискретный набор значений, включает в себя спин ядра  $I$ , его проекцию  $\mu$  на ось  $z$ , чётность  $\pi$  и номер  $i$ , различающий состояния с одними и теми же значениями  $I$ ,  $\mu$  и  $\pi$ . В силу  $\mathcal{R}$ -инвариантности гамильтониана энергия  $\varepsilon_\alpha$  не зависит от  $\mu$ .

В системе центра масс нейтрона и ядра полный гамильтониан имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} + \hat{U} + \hat{H}_A, \quad (6.10)$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_n - \mathbf{R}_A$  — радиус-вектор, описывающий положение нейтрона относительно центра масс ядра-мишени,  $m$  — приведённая масса, а  $\hat{U}$  — оператор взаимодействия нейтрона с нуклонами ядра-мишени. Упрощая, можно сказать, что оператор  $\hat{U}$  формирует потенциальную яму для налетающего нейтрона. Нейтрон, передав часть

---

или 130 евро) в месяц (осенью 2005 года эта сумма составляла примерно 4200 рублей в месяц, а осенью 2003 года — 2500 рублей в месяц). Моя зарплата в Курчатовском центре значительно возросла после того, как осенью 2006 года была введена надбавка в 3000 рублей за учёную степень кандидата наук; этой осенью я получаю на руки примерно 6600 рублей в месяц (осенью 2005 года эта сумма составляла 3500 в месяц, а осенью 2003 года — 2800 в месяц). Сейчас, осенью 2007 года, месячный проездной на все виды транспорта стоит 1080 рублей, а прожиточный минимум в Москве оценивается в 6000 рублей. Нетрудно прикинуть, на скольких полставках должен сегодня трудиться среднестатистический доцент-преподаватель, обременённый семьёй. В 1990-е годы было не проще.

своей энергии ядру-мишени, может «провалиться» в эту яму и оказаться в ней «запертым». Если же энергия возвращается обратно, то нейтрон «покидает» яму и уходит на бесконечность. Сразу ясно, что в случае когда разность между энергией налетающего нейтрона и энергией «связанного» состояния в яме близка к одной из энергий возбуждения ядра-мишени, мы вправе ожидать резонансного увеличения вероятности «ухода» нейтрона в яму с последующим «выходом» из нее.

На самом деле ядро-мишень обладает, конечно, непрерывным спектром, т. е. начиная с некоторой переданной энергии, оно само по себе может развалиться на фрагменты, в частности, испустить нейтрон (полная волновая функция системы должна быть антисимметризована по переменным налетающего и испускаемого нейтронов). Всеми такими каналами мы пренебрегаем. Очевидно, что «минимальная» модель, учитывающая эффекты такого рода, должна описывать три взаимодействующие частицы.

Состояние всей системы описывается волновой функцией  $\Psi(\mathbf{r}, \tau)$ , которая является решением уравнения Шредингера

$$\hat{H}\Psi(\mathbf{r}, \tau) = E\Psi(\mathbf{r}, \tau). \quad (6.11)$$

Энергия  $E$  складывается из начальных энергий нейтрона и ядра-мишени соответственно,

$$E = \varepsilon + \varepsilon_{\alpha_0}, \quad \varepsilon = \frac{(\hbar k_{\alpha_0})^2}{2m}. \quad (6.12)$$

Здесь  $\hbar k_{\alpha_0}$  есть относительный импульс во входном канале.

#### 6.4. Метод связанных каналов

Общий вид решения уравнения (6.11) может быть установлен в рамках стандартного метода связанных каналов. Введём сначала одночастичные ортонормированные спин-угловые функции:

$$|j\nu; l\rangle = \sum_{m\sigma} C_{lm,s\sigma}^{j\nu} i^l Y_{lm}(\mathbf{r}) \chi_{s\sigma}, \quad \langle j'\nu'; l' | j\nu; l \rangle = \delta_{j'l'} \delta_{\nu'\nu} \delta_{l'l}, \quad (6.13)$$

где  $\chi_{s\sigma}$  — это спинор, описывающий состояние нейтрона с проекцией  $\sigma$  спина  $s = 1/2$  на ось  $z$ , а  $l$  и  $m$  — это орбитальный момент относительного движения и его проекция на ось  $z$ . Угловой момент  $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$  называют полным угловым моментом нейтрона. Затем определим функции <sup>1)</sup>

$$|JM; lj\alpha\rangle = \sum_{\nu\mu} C_{j\nu J M}^{JM} |j\nu; l\rangle \psi_{\alpha}(\tau), \quad (6.14)$$

которые также являются ортонормированными,

$$\langle J'M'; l'j'\alpha' | JM; lj\alpha \rangle = \delta_{J'J} \delta_{M'M} \delta_{l'l} \delta_{j'j} \delta_{\alpha'\alpha}. \quad (6.15)$$

Здесь  $J$  и  $M$  это полный угловой момент системы и его проекция на ось  $z$ . Фазы всех волновых функций выбраны в соответствии с требованием (1.23).

Представим полную волновую функцию нейтрона и ядра-мишени в виде разложения по векторам состояний (6.14),

$$\Psi(\mathbf{r}, \tau) = \sum_{JM} \sum_{lj\alpha} R_{ljJM}^{(\alpha)}(r) |JM; lj\alpha\rangle. \quad (6.16)$$

<sup>1)</sup> Это частный вид спин-угловых функций (Б.10).



Подставляя этот ряд в уравнение Шредингера (6.11) и проецируя полученный результат на  $\langle JM; lj\alpha |$ , находим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R_{ljJM}^{(\alpha)}(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR_{ljJM}^{(\alpha)}(r)}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} R_{ljJM}^{(\alpha)}(r) + \frac{2m(E - \varepsilon_\alpha)}{\hbar^2} R_{ljJM}^{(\alpha)}(r) - \\ - \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{l'j'\alpha'} \langle JM; lj\alpha | \hat{U} | JM; l'j'\alpha' \rangle R_{l'j'JM}^{(\alpha')}(r) = 0. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Здесь уже учтено, что вследствие  $\mathcal{R}$ -инвариантности взаимодействия матричный элемент от оператора  $\hat{U}$  диагонален по  $J$  и  $M$  (кроме того, он не зависит от  $M$ ).

Таким образом, при фиксированных  $J$  и  $M$  выделяются каналы относительного движения нейтрона и ядра, которые характеризуются квантовыми числами  $l, j$  и  $\alpha$ . Взаимодействие  $\hat{U}$ , вообще говоря, связывает эти каналы друг с другом. Соответственно весь этот способ описания нейтрон-ядерного взаимодействия называется методом связанных каналов.

Будем считать, что взаимодействие  $\hat{U}$  является короткодействующим и обращается в нуль при  $r > R$ . Тогда вне области взаимодействия полная волновая функция является собственной функцией гамильтониана свободного движения и поэтому представляется в виде разложения по сферическим функциям Ханкеля  $h_l^{(\pm)}(x)$ ,<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha_0}(\mathbf{r}, \tau)|_{r>R} = \sum_{JM} \sum_{lj} a(ljJM) \left( h_l^{(-)}(k_{\alpha_0} r) |JM; lj\alpha_0\rangle + \right. \\ \left. + \sum_{l'j'} S_J(lj\alpha_0 \rightarrow l'j'\alpha_0) h_{l'}^{(+)}(k_{\alpha_0} r) |JM; l'j'\alpha_0\rangle \right) + \\ + \sum_{\alpha \neq \alpha_0} \left( \frac{k_\alpha}{k_{\alpha_0}} \right)^{1/2} \sum_{JM} \sum_{lj} a(ljJM) \sum_{l'j'} S_J(lj\alpha_0 \rightarrow l'j'\alpha) h_{l'}^{(+)}(k_\alpha r) |JM; l'j'\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Эта функция описывает рассеяние нейтрона на ядре, состояние которого определяется набором квантовых чисел  $\alpha_0$ .

Элементы  $S$ -матрицы  $S_J(lj\alpha_0 \rightarrow l'j'\alpha_0)$  отвечают упругому рассеянию с полным угловым моментом  $J$ ; орбитальный  $l$  и полный  $j$  угловые моменты нейтрона могут изменяться в упругом рассеянии в той мере, в которой это допускается правилами сложения моментов,

$$|l - s| \leq j \leq l + s, \quad |I - j| \leq J \leq I + j. \quad (6.19)$$

Неупругому рассеянию отвечают переходы ядра в состояния  $\alpha \neq \alpha_0$ . Относительный импульс в неупругом канале есть

$$\hbar k_\alpha = (2m(E - \varepsilon_\alpha))^{1/2}. \quad (6.20)$$

<sup>1)</sup> Это частный вид общего выражения (Б.25) для полной волновой функции вне области взаимодействия.

Если  $\varepsilon_\alpha > E$ , то  $\hbar k_\alpha = i(\hbar q_\alpha)$ , где  $q_\alpha$  — действительное положительное число. Принимая во внимание асимптотики функций Ханкеля,

$$h_l^{(\pm)}(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} (\mp i)^{l+1} \frac{e^{\pm ix}}{x}, \quad (6.21)$$

мы видим, что каналы с энергиями  $\varepsilon_\alpha > E$  являются закрытыми (волновая функция экспоненциально убывает на больших расстояниях).

Коэффициентам  $a(ljJM)$ , входящим в функцию (6.18), должны быть приписаны следующие значения <sup>1)</sup>:

$$a(ljJM) = 2\pi \sum_{\nu\mu t\sigma} C_{j\nu I\mu}^{JM} C_{lm s\sigma}^{j\nu} a_\mu(I) a_\sigma(s) Y_{lm}^*(\mathbf{k}_{\alpha_0}), \quad (6.22)$$

где  $a_\mu(I)$  и  $a_\sigma(s)$  — это амплитуды состояний ядра и нейтрона с проекциями  $\mu$  и  $\sigma$  спинов  $I$  и  $s$  соответственно на ось  $z$ . Тогда в волновой функции (6.18) может быть выделена составляющая,

$$\left( \sum_{\sigma} a_\sigma(s) \chi_{s\sigma} \right) \left( \sum_{\mu} a_\mu \psi_{\alpha_0}(\tau) \right) e^{i\mathbf{k}_{\alpha_0} \mathbf{r}}, \quad (6.23)$$

которая описывает сталкивающиеся нейтроны и ядра.

Сравнив разложение полной волновой функции (6.16) с её видом (6.18) вне области взаимодействия, для радиальных функций получим

$$R_{ljJM}^{(\alpha)}(r) \Big|_{r>R} = \left( \frac{k_\alpha}{k_{\alpha_0}} \right)^{1/2} \sum_{l_0 j_0} a(l_0 j_0 JM) \times \quad (6.24)$$

$$\times \left( \delta_{ll_0} \delta_{jj_0} \delta_{\alpha\alpha_0} h_l^{(-)}(k_\alpha r) + S_J(l_0 j_0 \alpha_0 \rightarrow lj\alpha) h_l^{(+)}(k_\alpha r) \right).$$

Эти радиальные функции удобно представить в форме

$$R_{ljJM}^{(\alpha)}(r) = 2 \sum_{l_0 j_0} a(l_0 j_0 JM) \frac{F_{n_0 n}^J(r)}{r}, \quad (6.25)$$

где индекс канала  $n$  включает в себя  $l$ ,  $j$  и  $\alpha$ . Индекс  $n_0$  указывает, что функции  $F_{n_0 n}^J(r)$  описывают рассеяние нейтрона с начальным орбитальным  $l_0$  и полным  $j_0$  угловыми моментами на ядре, находящемся в состоянии  $\alpha_0$ .

Подстановка функций (6.25) в уравнения (6.17) и разделение слагаемых при одинаковых коэффициентах  $a(l_0 j_0 JM)$  даёт

$$\frac{d^2 F_{n_0 n}^J(r)}{dr^2} - \sum_{n'} r \langle JM; n | \frac{2m\hat{U}}{\hbar^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} - k_n^2 | JM; n' \rangle \frac{F_{n_0 n'}^J(r)}{r} = 0. \quad (6.26)$$

В то же время вне области взаимодействия функции  $F_{n_0 n}^J(r)$  имеют вид

$$F_{n_0 n}^J(r) \Big|_{r>R} = \frac{1}{2(k_{n_0} k_n)^{1/2}} \left( \delta_{nn_0} (k_n r) h_l^{(-)}(k_n r) + S_J(n_0 \rightarrow n) (k_n r) h_l^{(+)}(k_n r) \right). \quad (6.27)$$

Считая, что взаимодействие не имеет особенностей при  $r = 0$ , мы должны потребовать также регулярности радиальных функций в нуле:

$$F_{n_0 n}^J(0) = 0. \quad (6.28)$$

<sup>1)</sup> Это частный вид общего выражения (Б.24).

Таким образом, в рассматриваемой схеме связанных каналов система уравнений (6.26) полностью определяет ход ядерной реакции. Решая эти уравнения с граничными условиями (6.27) и (6.28), можно получить элементы S-матрицы, через которые выражаются все наблюдаемые величины.

### 6.5. Поправки к S-матрице

Слабые взаимодействия, нарушающие  $\mathcal{P}$ -инвариантность и, возможно,  $\mathcal{T}$ -инвариантность, могут быть учтены в методе связанных каналов по теории возмущений. Выделим из оператора взаимодействия падающего нейтрона с нуклонами ядрамишени малую составляющую  $\delta\hat{U}$ ,

$$\hat{U} \rightarrow \hat{U} + \delta\hat{U}. \quad (6.29)$$

Будем считать, что оператор  $\hat{U}$  в правой части (6.29)  $\mathcal{T}$ -инвариантен. Возмущение  $\delta\hat{U}$  ведёт к небольшому изменению радиальных функций и элементов S-матрицы,

$$F_{n_0n}^J(r) \rightarrow F_{n_0n}^J(r) + \delta F_{n_0n}^J(r), \quad S_J(n_0 \rightarrow n) \rightarrow S_J(n_0 \rightarrow n) + \delta S_J(n_0 \rightarrow n). \quad (6.30)$$

Подставив (6.29) и (6.30) в (6.26) и (6.27), мы получим в нулевом порядке по  $\delta\hat{U}$  однородную систему уравнений для функций  $F_{n_0n}^J(r)$ :

$$\frac{d^2 F_{n_0n}^J(r)}{dr^2} - \sum_{n'} q_{nn'}^J(r) F_{n_0n'}^J(r) = 0, \quad (6.31)$$

с граничными условиями (6.27) и (6.28). При этом S-матрица, определяемая  $\mathcal{T}$ -инвариантным взаимодействием  $\hat{U}$ , симметрична относительно главной диагонали,

$$S_J(n_0 \rightarrow n) = S_J(n \rightarrow n_0). \quad (6.32)$$

Считая, что матричные элементы от оператора сильного взаимодействия  $\hat{U}$  по состояниям  $|JM; n\rangle$  сводятся к зависящим от  $r$  функциям, для коэффициентов  $q_{nn'}^J(r)$  находим

$$q_{nn'}^J(r) = \langle JM; n | \frac{2m\hat{U}}{\hbar^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} - k_n^2 | JM; n' \rangle. \quad (6.33)$$

Матрица  $q_{nn'}^J(r)$  является действительной и симметричной,

$$q_{nn'}^J(r) = q_{n'n}^{J*}(r) = q_{n'n}^J(r), \quad (6.34)$$

поскольку оператор  $\hat{U}$  эрмитов, а также  $\mathcal{R}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантен.

В первом порядке по  $\delta\hat{U}$  возникает неоднородная система уравнений для функций  $\delta F_{n_0n}^J(r)$ ,

$$\frac{d^2 \delta F_{n_0n}^J(r)}{dr^2} - \sum_{n'} q_{nn'}^J(r) \delta F_{n_0n'}^J(r) = Q_{n_0n}^J(r), \quad (6.35)$$

с граничными условиями:

$$\delta F_{n_0n}^J(r) \Big|_{r>R} = \frac{1}{2(k_{n_0}k_n)^{1/2}} \delta S_J(n_0 \rightarrow n) (k_n r) h_l^{(+)}(k_n r), \quad (6.36)$$

$$\delta F_{n_0n}^J(0) = 0. \quad (6.37)$$

Источники в правой части уравнений (6.35) имеют вид

$$Q_{n_0 n}^J(r) = r \sum_{n'} \langle JM; n | \frac{2m \delta \hat{U}}{\hbar^2} | JM; n' \rangle \frac{F_{n_0 n'}^J(r)}{r}. \quad (6.38)$$

В статье [357] было построено общее решение уравнений (6.35), удовлетворяющее граничным условиям (6.36) и (6.37). Соответственно для поправки первого порядка к элементу S-матрицы, входящей в (6.36), было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \delta S_J(n_0 \rightarrow n) = \\ = -2i(k_{n_0} k_n)^{1/2} \sum_{n' n''} \int_0^\infty r^2 dr \left( \frac{F_{n n'}^J(r)}{r} \langle JM; n' | \frac{2m \delta \hat{U}}{\hbar^2} | JM; n'' \rangle \frac{F_{n_0 n''}^J(r)}{r} \right). \end{aligned} \quad (6.39)$$

Легко видеть, что если взаимодействие  $\delta \hat{U}$  является  $\mathcal{T}$ -инвариантным, то матричный элемент в правой части (6.39) симметричен, и поэтому

$$\delta S_J(n_0 \rightarrow n) = \delta S_J(n \rightarrow n_0). \quad (6.40)$$

Если же оператор  $\delta \hat{U}$  «нечётен» по отношению к обращению времени, то соответствующий матричный элемент антисимметричен, следовательно:

$$\delta S_J(n_0 \rightarrow n) = -\delta S_J(n \rightarrow n_0). \quad (6.41)$$

В общем случае, когда взаимодействие  $\delta \hat{U}$  включает в себя как  $\mathcal{T}$ -инвариантную, так и  $\mathcal{T}$ -неинвариантную составляющие, поправка к S-матрице представляет собой сумму симметричной и антисимметричной матриц.

## 6.6. Двухканальная модель нейтронного резонанса

Вернёмся к упрощённой модели нейтрон-ядерного взаимодействия, детали которой мы начали обсуждать в разделе 6.3. Следующее приближение, радикально упрощающее всю картину, состоит в сохранении всего лишь двух каналов.

А именно, пусть в упругом канале нейтрон с энергией  $\varepsilon$  взаимодействует с ядром, которое находится в основном состоянии со спином  $I$ , чётностью  $\pi$  и энергией  $\varepsilon_0$ . Предположим, далее, что оператор сильного взаимодействия  $\hat{U}$  ( $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантный) связывает друг с другом только те каналы, которым соответствуют одинаковые значения квантовых чисел  $I$ ,  $\pi$ ,  $j$  и  $l$ ,

$$\langle JM; n | \hat{U} | JM; n' \rangle = \delta_{I I'} \delta_{\pi \pi'} \delta_{j j'} \delta_{l l'} U_{l j J}^{(n n')}(r). \quad (6.42)$$

Потенциалы  $U_{l j J}^{(n n')}(r)$  сферически симметричны, так как они получены в результате интегрирования по всем внутренним переменным ядра-мишени и спин-угловым переменным падающего нейтрона. Эти потенциалы действительны и симметричны по индексам  $n$  и  $n'$  по тем же причинам, что и матрицы (6.33).

Примем теперь, что в каждой парциальной волне, характеризуемой квантовыми числами  $l$ ,  $j$  и  $J$ , существует только один неупругий канал, связанный с возбуждением уровня ядра-мишени с энергией  $\varepsilon_{l j J}$ . Тогда в каждой парциальной волне мы получим задачу рассеяния с двумя связанными каналами — упругим и неупругим. Для упрощения записи всюду далее будем использовать в качестве индекса парциальной волны только орбитальный момент  $l$ , опуская  $j$  и  $J$ . Пусть  $\varepsilon_l = \varepsilon_{l j J} - \varepsilon_0$  — это энергия возбуждения ядра в парциальной волне  $l$ .

Введём упрощённые обозначения для радиальных функций:  $F_l^{(0)}(r) = F_{n_0 n_0}^J(r)$  в упругом канале и  $F_l^{(1)}(r) = F_{n_0 n_1}^J(r)$  в неупругом канале. В соответствии с (6.26) эти функции удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^2 F_l^{(n)}}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} F_l^{(n)} - \sum_{n'} \frac{2m U_l^{(nn')}(r)}{\hbar^2} F_l^{(n')} + k_{nl}^2 F_l^{(n)} = 0, \quad (6.43)$$

где  $n, n' = 0, 1$ . Волновые числа  $k_0 \equiv k_{0l}$  и  $k_{1l}$ , входящие в эти уравнения, удобно записать в форме

$$k_0 = \frac{1}{R} \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{1/2}, \quad k_{1l} = \frac{1}{R} \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_l}{\omega} \right)^{1/2}. \quad (6.44)$$

Здесь введена величина (энергия)

$$\omega = \frac{\hbar^2}{2mR^2}, \quad (6.45)$$

которая имеет масштаб одночастичной энергии возбуждения в потенциальной яме радиуса  $R$ . Легко видеть, что условие медленности нейтронов,  $k_0 R \ll 1$ , выполняется при энергиях  $\varepsilon \ll \omega$ .

Граничные условия (6.27) для радиальных функций перепишем в форме

$$F_l^{(n)}(r) \Big|_{r>R} = \frac{1}{2(k_0 k_{nl})^{1/2}} \left( \delta_{n0} (k_{nl} r) h_l^{(-)}(k_{nl} r) + S^{(n)}(l \rightarrow l) (k_{nl} r) h_l^{(+)}(k_{nl} r) \right). \quad (6.46)$$

Элементы S-матрицы  $S^{(0)}(l \rightarrow l)$  отвечают переходам в упругом канале, а  $S^{(1)}(l \rightarrow l)$ -переходам из упругого канала в неупругий.

Если учитывается единственный (упругий) канал, то мы имеем что-то похожее на оптическую модель нейтрон-ядерного взаимодействия, в которой потенциалы обычно параметризуются формулой Вудса–Саксона. Но при таком выборе потенциалов  $U_{lj}^{(nn')}(r)$  решение задачи не может быть выписано в аналитической форме. Поэтому, на следующем витке упрощений, я воспользовался прямоугольными потенциалами.

## 6.7. Модель сферической ямы с плоским дном

Возьмем все потенциалы в виде прямоугольных ям одного и того же радиуса  $R$ :

$$U_l^{(nn)}(r) = \begin{cases} 0, & r > R; \\ -U_l^{(n)}, & r < R; \end{cases} \quad (6.47)$$

$$U_l^{(01)}(r) = U_l^{(10)}(r) = \begin{cases} 0, & r > R; \\ -W_l, & r < R. \end{cases} \quad (6.48)$$

В трёхмерном пространстве такие потенциалы соответствуют сферической яме с плоским дном. В этом случае уравнения (6.43) решаются аналитически.

Нетрудно показать, что регулярные в нуле решения (см. условие (6.28)) в области  $r < R$  определяются линейной суперпозицией сферических функций Бесселя  $j_l(\varkappa_l r)$  и  $j_l(\varkappa_l' r)$ , где  $\varkappa_l$  и  $\varkappa_l'$  имеют смысл волновых чисел в упругом и неупругом каналах соответственно (каждое из них отсчитывается от дна соответствующей ямы).

В силу того что эти каналы связаны, явные выражения для  $\varkappa_l$  и  $\varkappa'_l$  оказываются довольно громоздкими:

$$\varkappa_l = \left( \frac{2m}{\hbar^2} (U_l^{(0)} + \varepsilon + \Delta_l) \right)^{1/2}, \quad \varkappa'_l = \left( \frac{2m}{\hbar^2} (U_l^{(1)} + \varepsilon - \varepsilon_l - \Delta_l) \right)^{1/2}, \quad (6.49)$$

где

$$\Delta_l = \left( \left( \frac{U_l^{(0)} - U_l^{(1)} + \varepsilon_l}{2} \right)^2 + W_l^2 \right)^{1/2} - \left( \frac{U_l^{(0)} - U_l^{(1)} + \varepsilon_l}{2} \right). \quad (6.50)$$

Всюду, однако, считается справедливым соотношение

$$U_l^{(0)} - U_l^{(1)} + \varepsilon_l > 0. \quad (6.51)$$

Поэтому при выключении связи между каналами,  $W_l \rightarrow 0$ , имеем:  $\Delta_l \rightarrow 0$ . В этом предельном случае формулы для  $\varkappa_l$  и  $\varkappa'_l$  упрощаются и становятся наглядными.

Интересующие нас диагональные элементы  $S^{(0)}(l \rightarrow l)$ , равно как и явные выражения для радиальных функций  $F_l^{(0)}(r)$  и  $F_l^{(1)}(r)$ , могут быть получены из условий сшивки этих функций и их первых производных в точке  $r = R$ . Любопытно, что вычисления осуществляются в самой общей форме для произвольного значения орбитального момента  $l$ . Обратная сторона медали (если считать «медалью» возможность получить точный аналитический ответ) состоит в том, что конечные формулы получаются несколько громоздкими.

Так, например, в общем случае диагональный элемент  $S^{(0)}(l \rightarrow l)$ , связанный с фазой упругого рассеяния  $\delta_l$  в парциальной волне  $l$ , известным образом выражается через логарифмическую производную радиальной функции  $\tilde{\Phi}_l$  в точке сшивки <sup>1)</sup>:

$$S^{(0)}(l \rightarrow l) \equiv e^{2i\delta_l} = e^{2i\delta_l^C} \frac{\Phi_l(\varepsilon) + is_l}{\Phi_l(\varepsilon) - is_l}, \quad (6.52)$$

где

$$\Phi_l(\varepsilon) = \tilde{\Phi}_l(\varepsilon) - d_l, \quad \tilde{\Phi}_l(\varepsilon) = R \left. \frac{dF_l^{(0)}/dr}{F_l^{(0)}} \right|_R. \quad (6.53)$$

Фаза рассеяния  $\delta_l^C$  на непроницаемом шаре радиуса  $R$  определяется формулой

$$e^{2i\delta_l^C} = -\frac{h_l^{(-)}(k_0R)}{h_l^{(+)}(k_0R)}, \quad (6.54)$$

а факторы сдвига  $d_l(\varepsilon)$  и проницаемости  $s_l(\varepsilon)$  являются действительной и мнимой частями выражения

$$d_l + is_l = \left. \frac{(xh_l^{(+)}(x))'}{h_l^{(+)}(x)} \right|_{x=k_0R} = -l + \frac{(k_0R)h_{l-1}^{(+)}(k_0R)}{h_l^{(+)}(k_0R)}. \quad (6.55)$$

<sup>1)</sup> См., например, (3.308) в книге О. Бора и Б.Р. Моттельсона [95]. Величины, обозначенные здесь  $\Phi_l$ ,  $d_l$  и  $\delta_l^C$  — это  $L_l$ ,  $\Delta_l$  и  $\xi_l$  в [95]. А вот для фаз  $\delta_l$  и факторов проницаемости  $s_l$  используются одинаковые символы. См. также примечание на с. 450.

В модели с прямоугольными потенциалами логарифмическая производная радиальной функции находится точно. Фактор  $\Phi_l$ , входящий в (6.52), имеет вид

$$\Phi_l(\varepsilon) = \frac{D'_l(\varepsilon)(\varkappa_l R)^2 j_{l-1}(\varkappa_l R) + \lambda_l^2 D_l(\varepsilon)(\varkappa'_l R)^2 j_{l-1}(\varkappa'_l R)}{D'_l(\varepsilon)(\varkappa_l R) j_l(\varkappa_l R) + \lambda_l^2 D_l(\varepsilon)(\varkappa'_l R) j_l(\varkappa'_l R)} - l - d_l, \quad (6.56)$$

где

$$D'_l(\varepsilon) = (\varkappa'_l R) j_l(\varkappa'_l R) (k_{1l} R)^2 h_{l-1}^{(+)}(k_{1l} R) - (\varkappa'_l R)^2 j_{l-1}(\varkappa'_l R) (k_{1l} R) h_l^{(+)}(k_{1l} R), \quad (6.57)$$

$$D_l(\varepsilon) = (\varkappa_l R) j_l(\varkappa_l R) (k_{1l} R)^2 h_{l-1}^{(+)}(k_{1l} R) - (\varkappa_l R)^2 j_{l-1}(\varkappa_l R) (k_{1l} R) h_l^{(+)}(k_{1l} R), \quad (6.58)$$

$$\lambda_l = \frac{\Delta_l}{W_l}. \quad (6.59)$$

Подробности о том, как получаются эти выражения, можно найти в статье [357].

## 6.8. Упрощённое описание узких резонансов

Нейтронные резонансы очень узки, что соответствует большим (по ядерным масштабам) временам жизни компаунд-систем. Почти очевидно, что в двухканальной модели узкий резонанс в упругом канале соответствует слабой связи между каналами. Сила этой связи определяется безразмерным параметром  $\lambda_l$  (6.59). В самом деле, если  $U_l^{(0)} \simeq U_l^{(1)}$ , то  $\Delta_l \simeq W_l^2/\varepsilon_l$ , так что  $\lambda_l \simeq |W_l|/\varepsilon_l$ , где  $W_l$  есть глубина потенциала связи, а  $\varepsilon_l$  — это энергия возбужденного уровня ядра.

Узкий изолированный резонанс описывается формулой Брейта-Вигнера, которая получается из общего выражения (6.52) следующим образом. Резонанс возникает там, где функция  $\Phi_l(\varepsilon)$  обращается в нуль. Ограничиваясь первым членом разложения Тейлора,

$$\Phi_l(\varepsilon) = -\frac{1}{\Upsilon_l}(\varepsilon - E_l), \quad (6.60)$$

получим элемент S-матрицы в форме Брейта-Вигнера:

$$S^{(0)}(l \rightarrow l) = e^{2i\delta_l^C} \left( 1 - \frac{i\Gamma_l}{\varepsilon - E_l + i\Gamma_l/2} \right). \quad (6.61)$$

Ширина резонанса определяется выражением

$$\Gamma_l = 2s_l \Upsilon_l, \quad (6.62)$$

где величину  $\Upsilon_l$  называют приведённой шириной<sup>1)</sup>.

Задача, следовательно, состоит в том, чтобы установить, где функция  $\Phi_l$  (6.56) проходит через нуль, и выполнить разложение (6.60) вблизи этой точки. Всюду

<sup>1)</sup> Здесь я следую А. М. Лейну и Р. Г. Томасу [49], которые называют величину, стоящую при удвоенном факторе проницаемости, приведённой шириной («reduced level width»). Забавно, что О. Бор и Б. Р. Моттelson [95], хотя и записывают формулу (3.315) для ширины буквально в форме (6.62), тем не менее в тексте за формулой (3.317) называют приведённой шириной величину  $2\Upsilon_l$ . Важнее, однако, то, что экспериментаторы называют приведённой шириной резонанса нечто близкое по смыслу, но определённое совершенно иначе — см. сноску на с. 209.

далее мы считаем, что энергии падающих нейтронов малы ( $k_0 R \ll 1$ ). Это даёт нам право пользоваться следующими асимптотическими формулами:

$$\delta_l^C \simeq -\frac{(k_0 R)^{2l+1}}{(2l-1)!!(2l+1)!!}, \quad d_l \simeq -l, \quad s_l \simeq \frac{(k_0 R)^{2l+1}}{((2l-1)!!)^2}. \quad (6.63)$$

Заметим также, что для медленных нейтронов фактор проницаемости  $s_l$  мал в любой парциальной волне. Поэтому за пределами резонанса, т. е. при отклонении от резонансной энергии  $E_l$  на величину, превышающую приведённую ширину  $\Upsilon_l$ , мы получим из (6.52) следующую формулу для фазы упругого рассеяния:

$$\Phi_l(\varepsilon) \gg s_l \rightarrow \delta_l(\varepsilon) \simeq \delta_l^C + \frac{s_l}{\Phi_l(\varepsilon)}. \quad (6.64)$$

Легко видеть, что при слабой связи между каналами,  $\lambda_l^2 \ll 1$ , функция  $\Phi_l(\varepsilon)$  почти всюду совпадает с функцией

$$\Phi_l^0(\varepsilon) = \frac{(\varkappa_l R) j_{l-1}(\varkappa_l R)}{j_l(\varkappa_l R)}. \quad (6.65)$$

Здесь выписано не что иное, как логарифмическая производная радиальной функции в задаче упругого рассеяния нейтрона на сферической потенциальной яме радиуса  $R$  и глубины  $U_l^{(0)}$  (без всякой связи каналов). Естественно принять, что в интересующем нас интервале энергий функция (6.65) не имеет нулей (т. е. резонансы, обусловленные потенциальным рассеянием, отсутствуют). Резкое различие между функциями  $\Phi_l$  и  $\Phi_l^0$  возникает лишь там, где фактор  $D_l'(\varepsilon)$  близок к нулю. Можно показать (подробности см. в [357]), что решение  $E_l'$  уравнения  $D_l'(E_l') = 0$  в отсутствие связи между каналами определяет энергию  $E_l' - \varepsilon_l$  связанного состояния в неупругом канале (т. е. в потенциальной яме радиуса  $R$  и глубины  $U_l^{(1)}$ ).

Итак, в парциальной волне  $l$  мы рассматриваем рассеяние нейтрона с энергией  $\varepsilon$  на ядре, которое находится в основном состоянии, но обладает уровнем с энергией  $\varepsilon_l$ . Имеется связь между каналом упругого рассеяния и неупругим каналом, в котором ядро находится в возбужденном состоянии, а нейтрон движется с энергией  $\varepsilon - \varepsilon_l$ . Мы установили, что в случае когда связь слаба, наличие неупругого канала практически не влияет на упругое рассеяние в широкой области энергий  $\varepsilon$ . Существенное изменение характеристик упругого рассеяния возникает лишь в ситуации, когда нейтрон, перешедший в неупругий канал, оказывается в стационарном (в пределе выключенной связи между каналами) состоянии. Это, конечно, вполне естественный результат.

Рассмотрим окрестность энергии  $E_l'$  более внимательно. Понятно, что в этой окрестности имеем

$$D_l'(\varepsilon) = (\varepsilon - E_l') \left. \frac{dD_l'(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{E_l'}. \quad (6.66)$$

Заметим, что это соотношение справедливо в довольно широком интервале энергий  $|\varepsilon - E_l'| \ll \omega$ , поскольку функция  $D_l'(\varepsilon)$  существенно меняется именно на одночастичном масштабе (6.45). Легко, далее, установить, что числитель дроби (6.56) обращается в нуль в точке

$$E_l = E_l' - \lambda_l^2 \frac{1}{dD_l'(\varepsilon)/d\varepsilon|_{E_l'}} \left. \frac{D_l(\varepsilon)(\varkappa_l' R)^2 j_{l-1}(\varkappa_l' R)}{(\varkappa_l R)^2 j_{l-1}(\varkappa_l R)} \right|_{E_l}. \quad (6.67)$$



Это и есть энергия резонанса. А поскольку параметр  $\lambda_l^2$  мал, то разность  $|E_l - E'_l|$  незначительна по сравнению с  $\omega$ . Следовательно неважно, вычисляется ли производная  $dD'_l(\varepsilon)/d\varepsilon$  в точке  $E'_l$  или  $E_l$ .

Что же касается всей дроби (6.56), то её разложение (разумеется, в окрестности  $E_l$ ) принимает вид

$$\Phi_l(\varepsilon) = \frac{\varepsilon - E_l}{(\varepsilon - E_l)/\Phi_l^0 - \Upsilon_l}, \quad (6.68)$$

где  $\Phi_l^0 = \Phi_l^0(E_l)$  и

$$\Upsilon_l = \lambda_l^2 \omega \frac{2\omega D_l^2(\varepsilon)(\varkappa_l R)^2}{(U_l^{(1)} - \Delta_l)((\varkappa_l R)^2 j_{l-1}(\varkappa_l R))^2 (k_{1l} R)^2 h_{l-1}^{(+)}(k_{1l} R) h_{l+1}^{(+)}(k_{1l} R)} \Big|_{E_l}. \quad (6.69)$$

Подчеркну, что это представление справедливо до тех пор, пока отклонение энергии  $\varepsilon$  от резонансной энергии  $E_l$  мало по сравнению с  $\omega$ .

Таким образом, можно выделить узкую окрестность резонансной энергии,

$$|\varepsilon - E_l| \ll \Upsilon_l |\Phi_l^0|, \quad (6.70)$$

где логарифмическая производная (6.68) приобретает брейт-вигнеровскую форму (6.60). Интервал (6.70), следовательно, является областью применимости приближения Брейта–Вигнера.

С другой стороны, за пределами «узкой окрестности» может быть выделена «широкая окрестность»,

$$\Upsilon_l |\Phi_l^0| \ll |\varepsilon - E_l| \ll \omega, \quad (6.71)$$

в которой параметризация (6.68) всё ещё справедлива, но, в действительности, логарифмическая производная сводится просто к потенциальному значению (6.65), взятому в точке  $E_l$ . Поэтому в точном соответствии с (6.64) за пределами резонанса фаза упругого рассеяния в парциальной волне  $l$  ведёт себя так,

$$\delta_l \simeq \delta_l^C + \frac{s_l}{\Phi_l^0}, \quad (6.72)$$

как будто никакого неупругого канала вовсе не существует.

## 6.9. Смешивание $s$ - и $p$ -волновых резонансов

Итак, коль скоро в каждой парциальной волне  $l$  построен узкий резонанс, то мы можем приступить к основной задаче, а именно к изучению смешивания резонансов под действием сил, нарушающих  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Согласно ранее полученному результату (6.39) недиагональные элементы  $S$ -матрицы определяется следующими матричными элементами:

$$\langle JM; n | \delta \widehat{U} | JM; n' \rangle = \sum_{\nu \mu \nu' \mu'} C_{j\nu I \mu}^{JM} C_{j'\nu' I' \mu'}^{JM} \langle j\nu; l | \left( \int d\tau \psi_{\alpha}^*(\tau) \delta \widehat{U} \psi_{\alpha'}(\tau) \right) | j'\nu'; l' \rangle. \quad (6.73)$$

Примем для простоты, что входящие сюда интегралы по внутренним переменным  $\tau$  представляют собой одночастичные операторы. Если  $\delta \widehat{U}$  нарушает только  $\mathcal{P}$ -инвариантность, то ответ должен иметь следующий вид:

$$\int d\tau \psi_{\alpha}^*(\tau) \delta \widehat{U}_P \psi_{\alpha'}(\tau) = \delta_{II'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\pi\pi'} \frac{R}{2\hbar} \left( U_P^{(ii')}(\tau) \widehat{\sigma} \widehat{\mathbf{p}} + \widehat{\sigma} \widehat{\mathbf{p}} U_P^{(ii')}(\tau) \right), \quad (6.74)$$

где  $\hat{\sigma} = 2\hat{s}$ ,  $\hat{s}$  есть оператор спина нейтрона, а  $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\partial/\partial\mathbf{r}$  — это оператор импульса. Множитель  $R/\hbar$  введен для того чтобы функции  $U_P^{(ii')}(r)$  имели размерность энергии. Аналогичным образом одночастичный оператор, нарушающий  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантности, должен выглядеть так:

$$\int d\tau \psi_\alpha^*(\tau) \delta\hat{U}_{PT} \psi_{\alpha'}(\tau) = \delta_{II'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{\pi\pi'} \frac{1}{2R} \left( U_{PT}^{(ii')}(r) \hat{\sigma}\mathbf{r} + \hat{\sigma}\mathbf{r} U_{PT}^{(ii')}(r) \right). \quad (6.75)$$

Функции  $U_P^{(ii')}(r)$  и  $U_{PT}^{(ii')}(r)$  действительны и симметричны.

В каждой парциальной волне,  $s$  ( $l=0$ ) и  $p$  ( $l=1$ ), мы рассматриваем двухканальное рассеяние; в  $s$ -волне имеются связанные каналы  $0s$  и  $1s$  (им отвечают радиальные функции  $F_s^{(0)}$  и  $F_s^{(1)}$ ), тогда как в  $p$ -волне —  $0p$  и  $1p$  (им отвечают радиальные функции  $F_p^{(0)}$  и  $F_p^{(1)}$ ). В обеих парциальных волнах неупругие каналы,  $1s$  и  $1p$ , являются закрытыми; нейтрон с энергией  $\varepsilon$ , передавая ядру энергию  $\varepsilon_s$  или  $\varepsilon_p$  (в зависимости от парциальной волны), оказывается в состоянии с отрицательной энергией. Резонансы в  $s$ - и  $p$ -волнах имеют, конечно, разные энергии  $E_s$  и  $E_p$  соответственно. В описанной выше модели с прямоугольными потенциалами все радиальные функции вычисляются точно.

Таким образом, подставив (6.73) и (6.74) в (6.39), в случае нарушения  $\mathcal{P}$ -инвариантности получим

$$S_J^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = S_J^{PV}(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) = ik_0 R \frac{2m}{\hbar^2} \times \\ \times \sum_{nn'} \int_0^\infty dr F_s^{(n)} \left( 2U_P^{(nn')}(r) \left( \frac{dF_p^{(n')}}{dr} + \frac{F_p^{(n')}}{r} \right) + \frac{dU_P^{(nn')}(r)}{dr} F_p^{(n')} \right). \quad (6.76)$$

Аналогичным образом, подставляя (6.73) и (6.75) в (6.39), в случае одновременного нарушения  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантностей находим

$$S_J^{TPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = -S_J^{TPV}(1\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}) = k_0 R \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{nn'} \int_0^\infty dr F_s^{(n)} \frac{2r U_{PT}^{(nn')}(r)}{R^2} F_p^{(n')}. \quad (6.77)$$

Все необходимые подробности, связанные с выводом этих формул, приведены в статье [357].

В двухканальной схеме каждый индекс,  $n$  и  $n'$ , принимает 2 значения (0 и 1), поэтому правые части формул (6.76) и (6.77) представляют собой суммы 4 слагаемых. Одно из них описывает смешивание функций упругого канала ( $0s$  и  $0p$ ), другое — смешивание функций неупругих каналов ( $1s$  и  $1p$ ); оставшиеся два вклада являются интерференционными. Поскольку, повторим, радиальные функции вычисляются точно, ключевое значение при сравнении 4 вкладов приобретают функции  $U_{P(PT)}^{(nn')}$ .

## 6.10. Величина эффекта смешивания

Нетрудно сообразить, что  $\mathcal{P}$ -нечётное смешивание в упругом канале (ядро-мишень не возбуждается) определяется тем одночастичным матричным элементом,

$$U_P^{(00)} \sim V_{s.p.}^{PV} \sim Gm_\pi^2 V_{s.p.} \sim 1 \text{ эВ}, \quad (6.78)$$

который был введен в рассмотрение в начале 1960-х годов Р. Дж. Блин-Стойлом и Ф. К. Митчелом (см. раздел 1.2). Отмечу, что ещё в 1977 году Г. Карл и Д. Тадик [147] рассмотрели точно решаемую задачу рассеяния нейтрона на сферической яме с плоским дном с учётом одночастичного  $\mathcal{P}$ -нечётного взаимодействия того же типа, что стоит в правой части (6.74). Ответ, разумеется, определяется формулой (6.76), в которой нужно оставить  $n = n' = 0$  (а вычисления радиальных функций следует провести при  $W_l = 0$ ). Наличие потенциальных резонансов приводит лишь к незначительному повышению оценок  $Gm_\pi^2 \sim 10^{-7}$  для  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов, которые могут быть получены в такой модели.

Интерес к смешиванию в потенциальном рассеянии (т. е. в упругом канале) вновь возник в начале 1990-х годов в связи с выполненными в Лос-Аламосе измерениями  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в  $p$ -волновых резонансах ядра  $^{232}\text{Th}$  [303]. Знак  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма полного сечения оказался одинаковым для значительного числа следующих друг за другом  $p$ -волновых резонансов. В модели смешивания  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов знак и величина эффекта определяются формулой (3.19). Знаки многих величин, стоящих в правой части этой формулы, в сущности, совершенно случайны; соответственно случайным должен быть знак  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма.

Понятно, что в потенциальном рассеянии таких знаковых неопределённостей нет; отсюда и интерес к нему. Соответственно численные расчёты с более реалистическими, чем в [147], вудс-саксоновскими потенциалами были выполнены в начале 1990-х годов С. Е. Куниным, К. В. Джонсоном и П. Вогелем [305], а также Б. Демланком и С. Ногера [316]. Недиагональные элементы  $S$ -матрицы находились по формуле, эквивалентной (6.76) (с  $n = n' = 0$ ). Однако общепринятого объяснения эффекта знаковой корреляции для  $p$ -резонансов ядра  $^{232}\text{Th}$  так и не появилось. С другой стороны, ни на одном другом ядре из тех, которые изучались в Лос-Аламосе (см. раздел 4.5), не было найдено ничего похожего. Поэтому интерес к проблеме как-то сам собой исчез.

Обсудим теперь  $\mathcal{P}$ -нечётное смешивание в неупругом канале, т. е. величину функции  $U_P^{(1s1p)}$ . В соответствии с (6.74) она определяется матричным элементом от оператора  $\delta\hat{U}_P$  по волновыми функциями ядра-мишени, связанными с возбуждениями в разных каналах,  $1s$  и  $1p$ , соответственно. Поскольку речь идёт об энергиях возбуждения масштаба энергии связи нейтрона в ядре, то мы получаем, фактически, матричный элемент по функциям компаунд-состояний, т. е.

$$U_P^{(1s1p)} \sim V_c^{PV} \sim \frac{V_{s.p.}^{PV}}{\sqrt{N_c}}, \quad (6.79)$$

где  $N_c$  — характерное число одночастичных составляющих в волновой функции возбужденного ядра (см. раздел 1.3).

Что же касается интерференционных слагаемых, то в статье [357] для них была получена оценка, близкая к (6.79). Я, однако, не буду здесь это пояснять, поскольку из дальнейшего изложения ясно, что в целом влияние интерференционных слагаемых незначительно. Нет также причин затевать отдельное обсуждение масштабов  $TVPV$ -эффектов; в соответствии с общим соотношением (5.1) имеем

$$U_{PT}^{(nn')} \simeq \lambda_{PT} U_P^{(nn')}. \quad (6.80)$$

Итак, оператор смешивания в неупругом канале (6.79) подавлен по сравнению с оператором смешивания в упругом канале (6.78). Анализ, однако, показывает, что определяющий вклад в смешивание вносит всё-таки неупругий канал! Фокус заключается в поведении радиальных функций.

Вне резонанса, т. е. в области (6.71), неупругий канал практически не заселяется, т. е. функция  $F_l^{(1)}(r)$  мала по сравнению с  $F_l^{(0)}(r)$ . Но в узкой окрестности резонанса (6.70) между этими функциями возникает следующая связь:

$$F_l^{(1)}(r) \sim \sqrt{\frac{\omega}{\Upsilon_l}} F_l^{(0)}(r), \quad (6.81)$$

и, наоборот, доминирует именно неупругий канал (поскольку  $\omega \gg \Upsilon$ ). Кроме того, обе функции меняются в зависимости от энергии  $\varepsilon$  по брейт-вигнеровскому закону:

$$F_l^{(1)}(r) \sim F_l^{(0)}(r) \sim \frac{1}{\varepsilon - E_l + i\Gamma_l/2}. \quad (6.82)$$

Таким образом, в резонансе вероятности обнаружения частицы в неупругом и упругом каналах, во-первых, возрастают, и, во-вторых, между этими вероятностями устанавливается соотношение

$$|F_l^{(1)}(r)|^2 \sim \frac{\omega}{\Upsilon_l} |F_l^{(0)}(r)|^2. \quad (6.83)$$

Причина такого поведения абсолютно понятна и коренится в самой идее резонанса. В резонансе с малой шириной  $\Gamma_l$  нейтрон «застревает» на время  $\hbar/\Gamma_l$ , большое по сравнению со временем пролета сквозь ядро. Но «застревание» соответствует увеличению вероятности обнаружения нейтрона внутри ядра и, следовательно, увеличению квадрата модуля волновой функции. Поскольку узость резонанса обеспечивается «уходом» нейтрона в неупругий канал, то нет ничего удивительного в том, что в резонансе доминирует именно функция  $F_l^{(1)}(r)$ . Кроме того, фактор  $\omega/\Upsilon_l$  представляется совершенно естественным, так как он прямо пропорционален времени  $\hbar/\Gamma_l$ . Дополнительные подробности можно найти в статье [357].

Мы можем теперь сравнить вклады от смешивания в упругом и неупругом каналах для двух близких  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов. Приняв для простоты, что расстояние между ними существенно меньше их приведённых ширин ( $\Upsilon_s$  и  $\Upsilon_p$ , сравнимых друг с другом), мы получим, что величина смешивания в неупругом канале отличается от величины смешивания в упругом канале следующим фактором:

$$\sqrt{\frac{\omega}{\Upsilon_s}} \frac{1}{\sqrt{N_c}} \sqrt{\frac{\omega}{\Upsilon_p}}. \quad (6.84)$$

Но  $N_c \sim \omega/D$ , где  $D$  есть среднее расстояние между резонансами. В то же время существует порядковая оценка для приведённых ширин,

$$\Upsilon_l \sim \frac{D_l}{\pi \varkappa_l R}, \quad (6.85)$$

предложенная Дж. М. Блаттом и В. Ф. Вайскопфом [15]. Поэтому

$$\frac{1}{\sqrt{N_c}} \sim \sqrt{\frac{D}{\omega}} \sim \sqrt{\pi \varkappa R} \sqrt{\frac{\Upsilon}{\omega}}, \quad (6.86)$$

а фактор (6.84) по порядку величины равен  $\pi \varkappa R \sqrt{N_c}$ . Таким образом, по большому счёту, фактор усиления смешивания в неупругом канале (по сравнению со смешиванием в упругом канале) есть, в сущности, фактор динамического усиления  $\sqrt{N_c}$ .

Такого же рода анализ, выполненный в [357], показал, что вклады от интерференционных слагаемых имеют тот же масштаб, что и вклад от смешивания в упругом канале. Следовательно, в резонансах этими вкладами можно пренебречь

по сравнению с тем, что даёт смешивание в неупругом канале. Здесь, однако, стоит упомянуть о «валентном механизме смешивания», который разрабатывали Д. Ф. Зарецкий и В. К. Сироткин [202]. Выше уже было отмечено, что в резонансе имеет место возрастание функции упругого канала  $F_l^{(0)}(r)$ . Это означает, конечно, что существует также резонансное усиление смешивания в упругом канале. Именно этот эффект и был назван валентным механизмом. Трудно, однако, понять, как выделить этот вклад на фоне динамически усиленного смешивания в неупругом канале.

### 6.11. Явный вид поправок к S-матрице

Введём теперь дополнительное упрощение, состоящее в том, что функции  $U_P^{(nn')}(r)$  и  $U_{PT}^{(nn')}(r)$  представляют собой прямоугольные ямы типа (6.47) с тем же радиусом  $R$  и глубинами  $U_P^{(nn')}$  и  $U_{PT}^{(nn')}$ . Описанная здесь модель с двумя связанными каналами (в каждой парциальной волне) замечательна тем, что позволяет получить точные выражения для недиагональных элементов S-матрицы (6.76) и (6.77), обусловленных действием  $\mathcal{PV}$ - и  $\mathcal{TVPV}$ -сил соответственно. Пользуясь результатами выполненного выше анализа, мы сохраним лишь вклад, обусловленный смешиванием в неупругом канале. Результаты имеют вид

$$S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = -ie^{i(\delta_s^C + \delta_p^C)} \times \frac{\sqrt{\Gamma_s} U_{sp}^P \sqrt{\Gamma_p}}{(\varepsilon - E_s + is_0 (\Upsilon_s - (\varepsilon - E_s)/\Phi_s^0)) (\varepsilon - E_p + is_1 (\Upsilon_p - (\varepsilon - E_p)/\Phi_p^0))}, \quad (6.87)$$

$$S^{TVPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}) = -e^{i(\delta_s^C + \delta_p^C)} \times \frac{\sqrt{\Gamma_s} U_{sp}^{PT} \sqrt{\Gamma_p}}{(\varepsilon - E_s + is_0 (\Upsilon_s - (\varepsilon - E_s)/\Phi_s^0)) (\varepsilon - E_p + is_1 (\Upsilon_p - (\varepsilon - E_p)/\Phi_p^0))}. \quad (6.88)$$

Входящие сюда величины  $U_{sp}^P$  и  $U_{sp}^{PT}$  отличаются от глубин потенциалов  $U_P^{(1s1p)}$  и  $U_{PT}^{(1s1p)}$  только громоздкими действительными множителями (полностью выписанными в [357]) масштаба единицы.

В знаменателях выделены факторы  $\Upsilon_l - (\varepsilon - E_l)/\Phi_l^0$ , ранее возникавшие в формуле (6.68) для логарифмической производной. Заметим, кстати, что выписанные формулы, так же как (6.68), справедливы в довольно широкой области  $|\varepsilon - E_{s(p)}| \ll \omega$ . Другое дело, что при значительном удалении от резонансов, а также при значительном удалении резонансов друг от друга (формулы (6.87) и (6.88) получены лишь в том предположении, что расстояние  $|E_s - E_p|$  мало по сравнению с  $\omega$ ), вклад от смешивания в неупругом канале может перестать быть доминирующим.

Сравнив полученные результаты с формулами Эриксона (6.5) и (6.4), а также с «наивными» формулами (3.17) и (5.23), мы обнаружим любопытные вещи. Предположим, что энергия  $\varepsilon$  попадает одновременно в узкие окрестности s-волнового и p-волнового резонансов (в смысле (6.70)), а именно

$$|\varepsilon - E_s| \ll \Upsilon_s |\Phi_s^0|, \quad |\varepsilon - E_p| \ll \Upsilon_p |\Phi_p^0|. \quad (6.89)$$

В этом (и только в этом) случае выражения (6.87) и (6.88) принимают буквально эриксоновский вид (6.5) и (6.4); фазами потенциального рассеяния, конечно, пренебрегаем.

Заметим, однако, что в соответствии с (6.85) приведённые ширины резонансов имеют примерно тот же порядок величины, что и расстояния между резонансами. Поэтому выписанные соотношения справедливы только для очень близких друг к другу  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов. Таким образом, нет оснований ожидать, что они выполняются в практически интересных случаях, когда смешивающиеся резонансы не слишком близки.

Рассмотрим теперь более реалистическую ситуацию, когда энергия  $\varepsilon$  принадлежит узкой окрестности  $p$ -волнового резонанса и широкой окрестности  $s$ -волнового резонанса (в смысле (6.71)), а именно

$$\Upsilon_s |\Phi_s^0| \ll |\varepsilon - E_s| \ll \omega, \quad |\varepsilon - E_p| \ll \Upsilon_p |\Phi_p^0|. \quad (6.90)$$

Тогда, пользуясь соотношением (6.72) для фазы упругого рассеяния, в формулах (6.87) и (6.88) получим

$$e^{i\delta_s^C} \frac{1}{(\varepsilon - E_s + is_0(\varepsilon - E_s)/\Phi_s^0)} \simeq e^{i\delta_s} \frac{1}{\varepsilon - E_s}. \quad (6.91)$$

Мы видим, что с точностью до фаз упругого рассеяния выражения (6.87) и (6.88) переходят в «наивные» формулы (3.17) и (5.23).

Я здесь хочу подчеркнуть следующее. Разумеется, всегда можно выполнить следующее преобразование брейт-вигнеровского фактора:

$$\frac{1}{\varepsilon - E_s + i\Gamma_s/2} \simeq e^{-i\Gamma_s/2(\varepsilon - E_s)} \frac{1}{\varepsilon - E_s} \quad \text{при} \quad \Gamma_s \ll 2|\varepsilon - E_s|. \quad (6.92)$$

Но в рассмотренной точно решаемой модели строго доказано, что такое представление справедливо только в узкой окрестности резонанса. За пределами приведённой ширины резонанса в фазе упругого рассеяния нет никаких следов фактора  $\Gamma_s/2(\varepsilon - E_s)$ , возникающего в прямолинейном эриксоновском подходе. Вот в этом смысле в условиях (6.90) получаются скорее «наивные» формулы, нежели эриксоновские!

Таким образом, формула Эриксона, в полном соответствии с (6.8) справедлива лишь для очень близко расположенных резонансов. Естественным масштабом, ограничивающим область применимости брейт-вигнеровских разложений, являются приведённые ширины резонансов. Соответственно два резонанса «очень близки», если расстояние между ними много меньше их характерных приведённых ширин (и, соответственно, среднего расстояния между резонансами).

Замечу при этом, что «наивные» рассуждения, в соответствии с которыми квазистационарные состояния смешиваются так, будто они являются стационарными, не нуждаются в малости расстояния между резонансами. И это означает, что они не являются просто частными следствиями эриксоновского подхода, а имеют, по видимому, независимое оправдание. В самом деле, представим себе стационарную систему, уровни которой смешаны некоторым слабым возмущением. Предположим теперь, что внешние условия изменились таким образом, что система перестала быть стационарной, но времена распадов очень велики. Естественно ожидать, что само по себе превращение стационарных уровней в квазистационарные (с малыми ширинами) не изменит радикально картину смешивания уровней под действием всё того же слабого возмущения.

## 6.12. Вопросы, вопросы...

По-настоящему интересная ситуация, требующая обсуждения, складывается между резонансами, которые существенно удалены друг от друга (но не настоль-

ко, чтобы смешивание в упругом канале начало конкурировать со смешиванием в неупругом канале). Примем для определённости, что  $E_p < E_s$ , и рассмотрим последовательно все возможные случаи. Формулы Эриксона имеют вид

$$S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = -i \frac{g_p^n(1j) v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{(E - E_p + i\Gamma_p/2)(E - E_s + i\Gamma_s/2)}, \quad (6.93)$$

$$S^{TVPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = - \frac{g_p^n(1j) v_{sp}^{PT} g_s^n(0\frac{1}{2})}{(E - E_p + i\Gamma_p/2)(E - E_s + i\Gamma_s/2)}, \quad (6.94)$$

где матрицы  $S^{PV}$  и  $S^{TVPV}$  являются симметричной и антисимметричной соответственно относительно перестановки начального и конечного состояний.

$\mathcal{P}$ -нечётный вклад в полное сечение взаимодействия поляризованных нейтронов с неориентированными ядрами определяется формулой (3.3) и может быть представлен в форме

$$\Delta\sigma_{PV}^{(1)} = 4\pi\lambda^2 g_J \operatorname{Re} S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}). \quad (6.95)$$

В то же время  $\mathcal{P}$ -нечётный угол поворота спинов поперечно поляризованных нейтронов, проходящих через мишень с неориентированными ядрами, определяется формулами (1.43) и (1.17). Результат выглядит так:

$$\chi_{PV} = 4\pi\lambda^2 \rho z g_J \operatorname{Im} S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2}). \quad (6.96)$$

Аналогичным образом  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -инвариантный вклад в полное сечение взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами в соответствии с (5.8) имеет вид

$$\Delta\sigma_{TVPV} = 4\pi\lambda^2 \sum_j C_1^{jJ} \operatorname{Im} S^{TVPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j). \quad (6.97)$$

В статье [357] я рассмотрел также ситуацию, когда спины падающих нейтронов направлены вдоль оси поляризации ядер  $\mathbf{n}_I$ , которая, в свою очередь, перпендикулярна вектору  $\mathbf{n}_k$ . Тогда угол поворота спинов нейтронов вокруг оси  $[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]$ , обусловленный  $\mathcal{TVPV}$ -взаимодействиями, описывается следующим выражением:

$$\chi_{TVPV} = -4\pi\lambda^2 \rho z \sum_j C_1^{jJ} \operatorname{Re} S^{TVPV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j). \quad (6.98)$$

Легко видеть, что элементы матриц (6.93) и (6.94) отличаются, фактически, только множителем  $i$ . С другой стороны,  $\mathcal{PV}$ - и  $\mathcal{TVPV}$ -эффекты определяются формулами, которые, в сущности, переходят друг в друга при замене знака  $\operatorname{Re}$  на  $\operatorname{Im}$  и наоборот. Поэтому энергетические зависимости добавок к сечениям (6.95) и (6.97), а также углов поворота (6.96) и (6.98) совершенно одинаковы. Соответственно, чтобы не писать далее лишнего, я ограничусь обсуждением одних только  $\mathcal{PV}$ -эффектов. Буквальная подстановка (6.93) в (6.95) и (6.96) даёт следующее:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E) &= \\ &= \pi\lambda^2 g_J g_p^n(1\frac{1}{2}) \frac{(E - E_p)\Gamma_s + (E - E_s)\Gamma_p}{((E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4) ((E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4)} (-2v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})), \end{aligned} \quad (6.99)$$

$$\begin{aligned} \chi_{PV}(E) &= \\ &= 2\pi\lambda^2 \rho z g_J g_p^n(1\frac{1}{2}) \frac{(E - E_p)(E - E_s) - \Gamma_p\Gamma_s/4}{((E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4) ((E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4)} (-2v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})). \end{aligned} \quad (6.100)$$

Эти формулы, как уже указывалось в разделах 3.4 и 6.1, впервые были получены В. Е. Бунаковым и В. П. Гудковым [172].

В близкой окрестности  $p$ -волнового резонанса малым фактором  $\Gamma_s/2(E_p - E_s)$  можно пренебречь, так что амплитуда (6.93) принимает ту же форму:

$$S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = -i \frac{g_p^n(1j) v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{(E - E_p + i\Gamma_p/2)(E_p - E_s)}, \quad (6.101)$$

которой обладают амплитуды смешивания в «наивном» подходе (3.17). Эффект в сечении (3.18),

$$\Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E) = \pi\lambda^2 \frac{g_J g_p^n(1\frac{1}{2}) \Gamma_p}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4} \frac{2v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{E_s - E_p},$$

в этом случае проходит через максимум при энергии  $E = E_p$ , а угол поворота обладает дисперсионной зависимостью от энергии:

$$\chi_{PV}(E) = 2\pi\lambda^2 \rho z \frac{g_J g_p^n(1\frac{1}{2})(E - E_p)}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4} \frac{2v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{E_s - E_p}. \quad (6.102)$$

Эти формулы, конечно, получаются также из (6.99) и (6.100). Заметим, что угол поворота (6.96) обращается в нуль при  $E = E_p$ , поскольку амплитуда (6.101) становится действительной в этой точке.

Точно так же в близкой окрестности  $s$ -волнового резонанса элемент  $S$ -матрицы (6.93), описывающий смешивание, может быть представлен в виде

$$S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = -i \frac{g_p^n(1j) v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{(E_s - E_p)(E - E_s + i\Gamma_s/2)}, \quad (6.103)$$

если пренебречь малым фактором  $\Gamma_p/2(E_p - E_s)$ . Ясно, что этот же результат получается при «наивном» примешивании  $p$ -волнового резонанса к  $s$ -волновому. Эффект в сечении (6.95) становится максимальным при  $E = E_s$  (но здесь его, конечно, трудно обнаружить), а угол поворота, напротив, проходит через нуль.

Допустим теперь, что между резонансами,  $E_p < E < E_s$ , имеется область, такая что

$$\Upsilon_p |\Phi_p^0| \ll E - E_p \ll \omega, \quad \Upsilon_s |\Phi_s^0| \ll E_s - E \ll \omega. \quad (6.104)$$

Тогда в амплитуде (6.93) следует пренебречь малыми факторами  $\Gamma_s/2(E_p - E_s)$  и  $\Gamma_p/2(E_p - E_s)$  (вне пределов применимости брейт-вигнеровского приближения они оба не заслуживают доверия). Но в этом приближении амплитуда смешивания,

$$S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = -i \frac{g_p^n(1j) v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{(E - E_p)(E - E_s)}, \quad (6.105)$$

становится чисто мнимой, так что  $\Delta\sigma_{PV}^{(1)} \sim \text{Re } S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1\frac{1}{2})$  обращается в нуль! Отсюда ясно, что в типичной ситуации (6.104) формула Эриксона даёт, по-видимому, совершенно ненадёжный ответ (6.99) для эффекта в сечении, при том что результат (6.100) для угла поворота, похоже, верен.

С другой стороны, «наивный» подход в этой ситуации ничем не помогает. Экстраполяции со стороны  $p$ -волнового и  $s$ -волнового резонансов (формулы (6.101) и (6.103) соответственно) дают разные энергетические зависимости эффектов. Кроме того, при отбрасывании малых фазовых множителей, не вызывающих доверия, вновь возникает нуль для  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в полном сечении.



Выход подсказывает модель, рассмотренная в разделах 6.3–6.11. В соответствии с (6.87) и (6.91) для амплитуд перехода из  $s$ - в  $p$ -волну и наоборот в области между резонансами находим

$$S^{PV}(0\frac{1}{2} \rightarrow 1j) = -ie^{i(\delta_s(E)+\delta_p(E))} \frac{g_p^n(1j)v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})}{(E-E_p)(E-E_s)}. \quad (6.106)$$

Фазы упругого рассеяния  $\delta_s(E)$  и  $\delta_p(E)$  в общем случае определяются отнюдь не одними только ближайшими резонансами. Заметим, что для медленных нейтронов  $|\delta_p| \ll |\delta_s| \ll 1$ .

Отсюда следует, что  $\mathcal{PV}$ -эффект в полном сечении в области (6.104) существенным образом определяется  $s$ -волновой фазой упругого рассеяния, а именно:

$$\Delta\sigma_{PV}^{(1)} = \pi\lambda^2 \frac{2\delta_s(E)g_J g_p^n(1\frac{1}{2})}{(E-E_p)(E-E_s)} (2v_{sp}^P g_s^n(0\frac{1}{2})). \quad (6.107)$$

Вопрос о том, описывает ли эта формула реальные эффекты между резонансами лучше, нежели (6.99), является открытым. В разделах 9.2 и 9.3 показано, что, в самом деле, есть основания для сомнений в справедливости формулы (6.99).

Я приведу здесь также выражение для  $\mathcal{TVPV}$ -эффекта в полном сечении (6.97) для интервала, лежащего между  $s$ -и  $p$ -волновыми резонансами:

$$\Delta\sigma_{\mathcal{TVPV}} = -\pi\lambda^2 \sum_j C_1^{jJ} \frac{2\delta_s(E)g_J g_p^n(1j)}{(E-E_p)(E-E_s)} (2v_{sp}^{PT} g_s^n(0\frac{1}{2})). \quad (6.108)$$

Разумеется, практический поиск эффектов одновременного нарушения  $\mathcal{T}$ - и  $\mathcal{P}$ -инвариантности в этой области не является актуальным. Но этот результат интересен тем, что здесь имеется фактор подавления  $\delta_s$ . Именно эта малая величина входит в выражения для всех  $\mathcal{TVPV}$ -эффектов, связанных с поляризацией  $P$  и асимметрией  $A$  в упругом рассеянии нейтронов, которые рассматривались в главе 5.

В заключение отмечу, что модель, представленная в этой главе, была задумана как инструмент для вывода и исследования двухуровневой формулы Эриксона (6.1). Но, по-видимому, она может быть использована для решения гораздо более сложных задач. В разделе 6.10 было указано, что модель со связанными каналами содержит в себе задачу о потенциальном взаимодействии просто как частный случай (связь каналов должна быть положена равной нулю). Однако в настоящее время для описания рассеяния на ямах повсеместно используются не прямоугольные, а реалистические потенциалы (типа вудс-саксоновских). Поэтому было бы интересно выполнить расчёты с такими реалистическими потенциалами даже в том случае, когда в каждой парциальной волне принимается во внимание один неупругий канал (как в статье [357] и в этой главе), т.е. в каждую волну с определённым орбитальным моментом вводится только один резонанс.

Гораздо больше возможностей открывает учёт дополнительных возбуждений «ядра-мишени», т.е. включение в схему дополнительных узких резонансов. Любопытные результаты могут быть получены по характеру интерференции резонансов при их наложении друг на друга, поскольку модель позволяет легко регулировать как расстояния между уровнями (через изменение спектра «мишени»), так и ширины уровней (через изменение связей между каналами). Эффекты дополнительного смешивания резонансов за счёт слабых взаимодействий могут быть вычислены в рамках схемы, изложенной в разделе 6.5. Такая модель, правда, уже не будет аналитической.



*Самую любимую ты была моею.  
Я шептал тебя во сне, я с тобой вставал,  
Я за красками ходил в жёлтую аллею  
И в морозы на стекле звуки рисовал.  
Просинь отражалась в зеркале оконном,  
Выцветал от ожидания лес.  
Осень свой обряд вершила по законам,  
Не суля событий и чудес...*

Олег Митяев

## Часть III

# Электродинамика, нейтронные резонансы и симметрии



## УГЛОВОЙ МОМЕНТ КЛАССИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

### 7.1. Угловой момент электромагнитного поля

Ещё когда я учился в МИФИ меня очень удивило утверждение, будто векторность электромагнитного поля означает, что спин фотона равен единице. Ведь векторность — это очень наглядное свойство классического поля, тогда как «фотон» и «спин» являются существенно квантовыми понятиями. Да, конечно, при вращениях три составляющие спинора, описывающего частицу со спином 1, преобразуются, фактически, с помощью тех же матриц, что и три составляющие вектора. Но мне хотелось как-то иначе выразить эту связь. Поэтому время от времени я обращался к задачам, которые были связаны с угловыми моментами в классической электродинамике. В них оказалось много неочевидного.

Странным выглядит, например, следующий результат. Хорошо известно, что циркулярно поляризованная плоская волна соответствует потоку продольно поляризованных фотонов. Если взять  $N$  фотонов, то их полный угловой момент (точнее, проекция полного углового момента на направление распространения — ось  $z$ ) есть  $N\hbar$ . Предположим теперь, что внутри некоторой сферы имеются заряженные частицы, которые под действием циркулярно поляризованной волны начинают двигаться по окружностям. Это означает, что происходит поглощение части фотонов с передачей частицам как энергии, так и углового момента.

С другой стороны, нетрудно убедиться в том, что угловой момент классической волны в объёме  $V$  всё той же сферы, рассчитанный по известной формуле электродинамики,

$$\mathbf{M}_f = \frac{1}{4\pi c} \int_V [\mathbf{r} \times [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)]] d^3r, \quad (7.1)$$

равен нулю (вектор  $\mathbf{r}$  отсчитывается от центра сферы). В самом деле, в случае плоской волны вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}_f \sim [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$  в любой точке в любой момент времени направлен вдоль направления распространения вне зависимости от того, является ли волна линейно поляризованной или циркулярно поляризованной. Соответственно векторное произведение  $[\mathbf{r} \times \mathbf{S}_f]$  обращается в нуль при интегрировании по любому объёму, цилиндрически симметричному относительно оси  $z$ . Откуда же тогда, спрашивается, берётся угловой момент частиц, вовлекаемых во вращательное движение?

К таким парадоксам привлекла моё внимание, в частности, статья К. С. Вульфсона «О моменте количества движения электромагнитных волн» [250], которая появилась в 1987 году в журнале «Успехи физических наук» (в разделе «Методические заметки»). Как раз в то время я начал преподавать на кафедре теоретической физики МФТИ (с 1981 по 1991 год эту кафедру возглавлял С. Т. Беляев, директор Института общей и ядерной физики Курчатовского центра).

На первых порах я преподавал теорию поля, и это только усилило мой интерес к электродинамике. В частности, занимаясь теорией излучения и имея в виду некоторые результаты К. С. Вульфсона, я проделал дополнительные вычисления, касавшиеся угловых моментов. Я понял, что не все утверждения работы [250] представляются мне обоснованными. Кроме того, я получил ещё целый ряд результатов по угловому моменту классического электромагнитного поля, показавшихся мне интересными. И всё же я не решился сразу отправить свои материалы в «Успехи физических наук», а подготовил и выпустил в начале 1991 года препринт [283].

Нетрудно догадаться, что я испытал лёгкое чувство досады, когда в октябрьском выпуске «Успехов физических наук» за 1991 год обнаружил работу И. В. Соколова «Момент импульса электромагнитной волны...» [294]. Она имела характер отклика на публикацию К. С. Вульфсона (но при этом странным образом не содержала прямой ссылки на [250]). Когда, однако, досада прошла (примерно через год), и возникло понимание, что у меня всё равно есть, что добавить, я немного переработал текст препринта и отправил его в редакцию журнала. Работа, к счастью, была принята без замечаний и вышла в виде статьи [310] в 1993 году.

Эти препринт и статья, написанные просто из любопытства, имели неожиданные следствия. Сотрудникам кафедры теоретической физики МФТИ хорошо известно, что С. П. Аллилуев (в 1991 году он сменил С. Т. Беляева на посту заведующего кафедрой) очень внимателен к начинающим преподавателям. В моём случае это внимание обернулось тем, что осенью 1995 года мне было предложено читать лекции по теории поля на одном из факультетов МФТИ. Более того, в 1997 году я получил звание доцента; при этом по ходатайству Сергея Павловича моя статья в «Успехах» была зачтена в качестве учебно-методического пособия. Я всегда вспоминаю эту историю с теплотой и благодарностью, потому что это редкость, когда «души прекрасные порывы» вознаграждаются столь осязаемым образом.

## 7.2. Законы сохранения в классической электродинамике

Описанный выше парадокс, связанный с формулой (7.1), можно разъяснить следующим способом. Законы сохранения энергии, импульса и углового момента в классической электродинамике имеют вид соотношений (В.4) (или (В.12)), (В.5) и (В.6) (или (В.13)). В соответствии с ними изменение любой из указанных величин в объёме  $V$  равно интегралу по замкнутой поверхности, ограничивающей объём  $V$ , от плотности потока этой же величины.

Поэтому можно утверждать, что физическим смыслом обладают только изменения величин, а не сами величины в объёме  $V$ , а также только интегральные потоки сквозь замкнутые поверхности, а не распределения плотностей потоков по этим поверхностям. Второе, в частности, утверждал Л. И. Мандельштам [114], возражая против того, чтобы вектор Пойнтинга в каждой точке и в каждый момент времени интерпретировался как плотность потока энергии (поскольку это невозможно проверить). Правда, Л. И. Мандельштам при этом делал следующую оговорку: для переменных полей плотность потока, усреднённая по площади, существенно превышающей квадрат длины волны излучения, является реально наблюдаемой величиной. Он, конечно, не мог поступить иначе. Ведь мощность излучения антенны в определённом направлении задаётся именно вектором Пойнтинга. И опыт показывает, что этот способ вычисления правилен.

В рамках такого подхода нет ничего парадоксального в том, что угловой момент (7.1) циркулярно поляризованной плоской волны обращается в нуль; абсолютная величина этого углового момента не имеет никакого значения. Передача же углового момента частицам, т. е. положительность величины  $dM_{pi}/dt$  в левой части (В.13),

полностью обеспечивается интегральным потоком углового момента, втекающего в объём  $V$  извне, т. е. величиной  $F_i^{(M)}$  в правой части (В.13). Единственная тонкость заключается в том, что при вычислении  $F_i^{(M)}$  напряжённости  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  полей следует брать в виде суперпозиции падающей волны и волн, излучаемых заряженными частицами. Более того, как было указано в [294], искомый «втекающий» поток углового момента полностью определяется слагаемыми, обусловленными интерференцией падающей и излучаемых волн!

Забавно, кстати, что поток  $F_z^{(M)}$   $z$ -составляющей углового момента циркулярно поляризованной плоской волны через любой диск, перпендикулярный оси  $z$  (вдоль которой распространяется волна) и центрированный относительно этой же оси, рассчитанный по формуле (В.13), есть нуль. Таким образом, если пользоваться формулами (7.1) для углового момента поля и (В.13) для потока углового момента поля, то внешне всё выглядит так, будто циркулярно поляризованная плоская волна не является переносчиком углового момента! На самом же деле, повторю, имеет место не только перенос, но и передача углового момента заряженным частицам, находящимся в определённом объёме. Но «втекание» углового момента в этот объём обеспечивается только теми слагаемыми в потоке (В.13), которые связаны с интерференцией циркулярно поляризованной плоской волны и поля, излучаемого заряженными частицами.

### 7.3. Энергия и угловой момент в дипольном излучении

В препринте [283] я рассмотрел простую задачу, иллюстрирующую эти соображения, а получившиеся результаты пересказал в статье [310]. Поскольку, как я только что разъяснил, ключевую роль в обеспечении справедливости закона сохранения углового момента играют волны, излучаемые частицами, то начать придётся с формул для запаздывающих потенциалов (В.61),

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3r', \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3r', \quad (7.2)$$

которые лежат в основе классической теории излучения. Скалярный  $\varphi$  и векторный  $\mathbf{A}$  потенциалы (7.2) связаны калибровочным условием Лоренца (В.59),

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (7.3)$$

Если излучающая система является нерелятивистской и имеет характерный размер  $a$ , то в области  $r \gg a$  имеют место хорошо известные разложения по степеням параметра  $v/c$ ,

$$\varphi = \varphi^{(d)} + \varphi^{(m)} + \varphi^{(Q)} + \dots, \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}^{(d)} + \mathbf{A}^{(m)} + \mathbf{A}^{(Q)} + \dots, \quad (7.4)$$

где дипольные ( $d$ ) вклады линейны по  $v/c$ , магнитодипольные ( $m$ ) и квадрупольные ( $Q$ ) вклады пропорциональны  $(v/c)^2$ , а слагаемые более высоких порядков опущены. В частности, в дипольном приближении скалярный и векторный потенциалы, удовлетворяющие условию Лоренца, имеют следующий вид:

$$\varphi^{(d)}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{r} \mathbf{d}(t - \frac{r}{c})}{r^3} + \frac{\mathbf{r} \dot{\mathbf{d}}(t - \frac{r}{c})}{cr^2}, \quad \mathbf{A}^{(d)}(\mathbf{r}, t) = \frac{\dot{\mathbf{d}}(t - \frac{r}{c})}{cr}. \quad (7.5)$$

Здесь введён дипольный момент

$$\mathbf{d}(t) = \sum_{\alpha=1}^N e_{\alpha} \mathbf{r}_{\alpha}(t) \quad (7.6)$$

классической излучающей системы, состоящей из  $N$  зарядов (полный заряд системы принят равным нулю).

В этом же дипольном приближении прямое вычисление напряжённостей электрического  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial\mathbf{A}/\partial t$  и магнитного  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$  полей в области  $r \gg a$  даёт:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(d)}(\mathbf{r}, t) = & \frac{3\mathbf{n} \left( \mathbf{n} \dot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right) \right) - \dot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right)}{r^3} + \\ & + \frac{3\mathbf{n} \left( \mathbf{n} \ddot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right) \right) - \ddot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right)}{cr^2} + \frac{\left[ \mathbf{n} \times \left[ \mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right) \right] \right]}{c^2 r}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\mathbf{H}^{(d)}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\left[ \mathbf{n} \times \dot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right) \right]}{cr^2} - \frac{\left[ \mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{d}} \left( t - \frac{r}{c} \right) \right]}{c^2 r}, \quad (7.8)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ . В волновой зоне,  $r \gg \lambda$ , доминируют последние слагаемые этих формул, поперечные к направлению распространения  $\mathbf{n}$  и падающие как  $\sim 1/r$ ; для них справедливо:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \simeq [\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{n}], \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \simeq [\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]. \quad (7.9)$$

Хорошо известно, что только эти слагаемые определяют полную интенсивность дипольного излучения, которая находится интегрированием плотности потока энергии по площади удаленной сферы радиуса  $r$ ,

$$I_d^{(W)} = \oint (\mathbf{n} \mathbf{S}_f) r^2 d\Omega = \frac{2\dot{\mathbf{d}}^2}{3c^3}. \quad (7.10)$$

В то же время несложно убедиться в том, что поток углового момента (В.13) через ту же сферу, вычисленный с помощью тех же слагаемых (7.9), есть нуль! В самом деле, пользуясь явным выражением для максвелловского тензора натяжений, получим

$$F_i^{(M)} = -\frac{1}{4\pi} \oint \left( [\mathbf{r} \times \mathbf{E}]_i (\mathbf{n} \mathbf{E}) + [\mathbf{r} \times \mathbf{H}]_i (\mathbf{n} \mathbf{H}) \right) r^2 d\Omega. \quad (7.11)$$

Из этой формулы видно, что поток углового момента обеспечивается продольными по отношению к вектору  $\mathbf{n}$  составляющими электрического и магнитного полей. Таких составляющих нет в магнитном поле (7.8), но они присутствуют в электрическом (7.7). Принимая во внимание слагаемое, падающее как  $\sim 1/r^2$ , находим:

$$F_i^{(M)} = \frac{1}{2\pi c^3} \oint \left[ \mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{d}} \right]_i (\mathbf{n} \dot{\mathbf{d}}) d\Omega = \frac{2 \left[ \dot{\mathbf{d}} \times \ddot{\mathbf{d}} \right]_i}{3c^3}. \quad (7.12)$$

Этот результат (в особенности необходимость учёта слагаемых, падающих по закону  $1/r^2$ ) не так широко известен, как интенсивность дипольного излучения, но всё же, конечно, описан в классических учебниках (например, в курсе Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [124]).

Но и в этих формулах имеется нечто странное, замеченное К. С. Вульфсоном [250]. Пусть излучателем является ротатор, т. е. частица с зарядом  $e$ , вращающаяся по окружности радиуса  $a$  в плоскости  $(x, y)$  вокруг начала координат. Понятно,



что поляризация излучения меняется в зависимости от угла  $\vartheta$  между вектором  $\mathbf{n}$  и осью  $z$ . В общем случае это эллиптическая поляризация, плавно переходящая при  $\vartheta = \pi/2$  в линейную, а при  $\vartheta = 0$  или  $\pi$  — в циркулярную. По здравому смыслу угловой момент уносится именно циркулярно поляризованными волнами, распространяющимися вдоль и против оси  $z$ . Между тем, если выделить из (7.12) дифференциальный поток углового момента,

$$dF_i^{(M)} = \frac{1}{2\pi c^3} \left[ \mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{d}} \right]_i (\mathbf{n}\dot{\mathbf{d}}) d\Omega, \quad (7.13)$$

то он обращается в нуль именно при  $\vartheta = 0$  или  $\pi$ . В самом деле, в этих случаях вектор  $\mathbf{n}$  перпендикулярен вектору скорости частицы  $\sim \dot{\mathbf{d}}$ , который всегда лежит в плоскости  $(x, y)$ ! Более того, плотность усреднённого по времени и азимутальному углу дифференциального потока  $\langle dF_z^{(M)} \rangle / \sin \vartheta d\vartheta$  пропорциональна  $\sin^2 \vartheta$ , т. е. достигает наибольшего значения в экваториальной плоскости.

Если не придавать никакого значения дифференциальному выражению для потока углового момента, то, вопреки [250], парадокса нет. Однако в подобном утверждении Л. И. Мандельштама о потоке энергии была оговорка (приведённая выше). Сделав такую оговорку и здесь, мы будем вынуждены признать реальность «уноса» углового момента волнами, распространяющимися в экваториальной плоскости. В самом деле, в данном случае несложно отойти на такое большое расстояние от рогатора, что размер площадки, перекрывающей телесный угол от  $\vartheta$  до  $\vartheta + d\vartheta$ , станет существенно больше длины волны излучения.

Поэтому я думаю, что в случае углового момента не нужно делать никаких оговорок. Закон сохранения углового момента в классической электродинамике имеет вид (В.13). Интегральный поток, стоящий в правой части, обеспечивает изменение величин, стоящих в левой части. В результате плоская циркулярно поляризованная волна, формально не несущая углового момента, всё же обеспечивает его передачу частицам, оказывающимся у неё на пути. В то же время линейно поляризованная волна, распространяющаяся в плоскости движения рогатора, очевидно, не способна привести во вращение другие частицы, находящиеся в этой же плоскости. Поэтому нет смысла придавать значение дифференциальному потоку (7.13), который достигает максимума при  $\vartheta = \pi/2$  и, формально, связан с этой линейно поляризованной волной.

Рассмотрим, в частности, случай, когда заряженная частица вращается в плоскости  $(x, y)$  под действием напряжённости электрического поля  $\mathbf{E}_0(t)$  плоской циркулярно поляризованной волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ . Несложно вычислить, пользуясь формулами (7.10) и (7.12), что излучаемые такой частицей в единицу времени энергия и  $z$ -компонента углового момента описываются выражениями ( $\omega_0$  — частота вращения):

$$I = \frac{2e^2 a^2 \omega_0^4}{3c^3}, \quad F_z^{(M)} = \frac{2e^2 a^2 \omega_0^3}{3c^3}. \quad (7.14)$$

В стационарном случае эта энергия и этот угловой момент «извлекаются» из плоской волны. В данном случае проверка этого факта осуществляется прямым расчётом, так как поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  берутся в виде суперпозиции известных напряжённостей  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{H}_0$  в плоской волне и известных напряжённостей  $\mathbf{E}^{(d)}$  (7.7) и  $\mathbf{H}^{(d)}$  (7.8). Потоки (7.14), как оказывается, точно компенсируются «втекающими» потоками, обусловленными интерференцией плоской волны и волн, рассеянных вдоль направления распространения плоской волны. Тот же механизм интерференции падающей и рассеянной (на угол 0) волн обеспечивает закон сохранения вероятности в квантовой

теории рассеяния (см., например, вывод оптической теоремы в книге А. И. Базя, Я. Б. Зельдовича и А. М. Переломова [105]).

Отметим, что результат (7.14) полностью удовлетворяет принципу соответствия. С квантовой точки зрения, как уже говорилось, циркулярно поляризованная волна представляет собой поток фотонов, поляризованных вдоль или против импульса. Поглощение  $n$  фотонов общей энергии  $n\hbar\omega_0 = 2e^2a^2\omega_0^4/3c^3$  должно сопровождаться передачей рассеивателю углового момента  $n\hbar = 2e^2a^2\omega_0^3/3c^3$ . Именно это и происходит.

#### 7.4. Законы сохранения для канонических величин

В теории поля имеется теорема Нётер, согласно которой законы сохранения являются следствиями некоторых симметрий. Так, в частности, в приложениях (В.1.2)–(В.1.5) показано, что законы сохранения энергии и импульса следуют из однородности времени и пространства, а закон сохранения углового момента — из изотропии пространства. В любом случае закон сохранения в теории поля — это утверждение о равенстве нулю 4-дивергенции некоторого тензора. Так, энергии и импульсу соответствует тензор энергии–импульса (2-го ранга), а угловому моменту — тензор углового момента (3-го ранга).

Известно, что эти тензоры определены неоднозначно. При этом переопределение тензора влечёт за собой, вообще говоря, изменение формы закона сохранения и даже самих сохраняющихся величин. На самом деле, как показано в разделах В.1.3 и В.1.4, степень неоднозначности часто преувеличивается. Реально обсуждаются только две возможности.

Те тензоры, которые возникают в рамках теоремы Нётер, называют каноническими ((В.20) для энергии и импульса и (В.39) для углового момента). Каноническим выражениям для энергии, импульса и углового момента (а также для плотностей потоков всех этих величин) электромагнитного поля соответствуют канонические выражения для энергии, импульса (В.33), (В.34) и углового момента (В.50) частиц.

Закон сохранения канонического 4-импульса имеет вид (В.36), а канонического углового момента — (В.49). Все величины, входящие в указанные соотношения, явным образом выражаются через потенциалы поля и поэтому, вообще говоря, меняются при калибровочных преобразованиях. Однако, как отмечено в В.1.3, этот факт несколько не снижает ценности законов сохранения для канонических величин; ведь в каждой конкретной задаче потенциалы могут быть тем или иным способом зафиксированы.

С другой стороны, тензоры, а с ними и все сохраняющиеся величины, могут быть переопределены так, чтобы получились законы сохранения в «привычной» форме (В.4), (В.5) и (В.6). Их отличительная черта — в них входят только калибровочно инвариантные величины (ведь эти законы сохранения прямо следуют из калибровочно инвариантных уравнений движения (В.1)–(В.3)). Тензор энергии–импульса принимает при этом симметричный вид (В.23), а переопределённый тензор углового момента (В.42) имеет специальное название — тензор момента импульса.

Меня особенно удивили формулы (В.53)–(В.57), описывающие канонический угловой момент классического электромагнитного поля. Их структура свидетельствует о том, что с этим полем связан спин, равный единице. Жаль, что эти результаты редко приводятся и обсуждаются.

Двойственность записи законов сохранения в классической электродинамике имеет простое физическое объяснение. Рассмотрим для примера частицу с зарядом  $e_0$ , движущуюся по траектории  $\mathbf{r}_0(t)$  во внешнем постоянном неоднородном

электрическом поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi(\mathbf{r})$ . В соответствии с обычным законом сохранения (В.12) суммарная энергия частицы  $\varepsilon_0$  и поля  $W_f$  (В.7) убывает со скоростью  $I^{(W)}$ , за счёт того что частица излучает. При этом энергия поля  $W_f$  содержит вклад, обусловленный наложением (интерференцией) электрического поля частицы,

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \frac{e_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)|^3}, \quad (7.15)$$

на внешнее электрическое поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ . Несложно показать, что в пределе  $V \rightarrow \infty$  он равен  $e_0\varphi(\mathbf{r}_0(t))$ , т.е. представляет собой потенциальную энергию частицы во внешнем поле. Именно сумма  $\varepsilon_0$  и  $e_0\varphi$  и убывает за счёт излучения.

К этому же ответу приводит и закон сохранения (В.36), записанный для канонических энергий ( $T^{\mu\nu}$  — канонический тензор энергии-импульса):

$$\frac{d}{dt}(E_0 + E_f) = -I^{(E)}, \quad E_f = c \int_V T^{00} d^3r, \quad I^{(E)} = c^2 \oint_S T^{i0} dS_i. \quad (7.16)$$

Здесь  $E_0$  — это каноническая (обобщённая) энергия частицы (В.34). Нетрудно проверить, что в данном случае в пределе  $V \rightarrow \infty$  та часть энергии  $E_f$ , которая связана с интерференцией поля частицы и внешнего поля, равна нулю. Ниже, в конце раздела 7.6 показано, что интенсивности излучения  $I^{(W)}$  и  $I^{(E)}$  одинаковы. Таким образом, выбор между «обычными» и каноническими энергиями — это выбор между двумя возможными способами учёта потенциальной энергии  $e_0\varphi$  частицы. Либо она считается частью энергии  $W_f$  электромагнитного поля, либо прямо включается в обобщённую энергию  $E_0$  частицы.

В задачах, где частицы движутся во внешнем постоянном неоднородном магнитном поле  $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{r})$ , удобно пользоваться следующими калибровочными условиями:

$$\varphi(\mathbf{r}) = 0, \quad \text{div } \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}) \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \quad (7.17)$$

Непосредственные вычисления показывают, что наложение электрического поля частицы (7.15) на внешнее магнитное поле порождает, во-первых, вклад в импульс поля (В.8),

$$\Delta \mathbf{p}_f = \int_{V \rightarrow \infty} \frac{[\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}]}{4\pi c} d^3r = \frac{e_0}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_0), \quad (7.18)$$

и, во-вторых, вклад в угловой момент поля (7.1),

$$\Delta \mathbf{M}_f = \int_{V \rightarrow \infty} \frac{[\mathbf{r} \times [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{H}]]}{4\pi c} d^3r = \frac{e_0}{c} [\mathbf{r}_0 \times \mathbf{A}(\mathbf{r}_0)]. \quad (7.19)$$

Совершенно очевидно, что переход в таких задачах от «обычных» законов сохранения к законам сохранения для канонических величин эквивалентен переносу вкладов (7.18) и (7.19) в канонический импульс (В.34) и канонический угловой момент (В.50) частицы соответственно. Любопытно, однако, что, если результат (7.18) пусть редко, но всё же приводится в учебниках (см., например, «Приложение  $\mathcal{I}$ » в книге Ч. Киттеля [140] или «Дополнительные главы» В. Л. Гинзбурга [174]), то формулу (7.19) в пособиях по электродинамике я так и не встретил. Самый ранний известный мне источник, в котором она выписана, — это статья Г. Т. Траммела [72] 1964 года, посвящённая эффекту Ааронова–Бома.

Относительно часто (см., например, книгу Д. Иваненко и А. Соколова [8]) в литературе встречается часть выражения для канонического углового момента электромагнитного поля, а именно второе слагаемое правой части (В.53),

$$\mathbf{S}_f = \frac{1}{4\pi c} \int [\mathbf{E} \times \mathbf{A}] d^3r. \quad (7.20)$$

Его называют спиновым угловым моментом поля, поскольку оно прямо связано с последним слагаемым в (В.39), т.е. с тензором спина. Воспользуемся кулоновской калибровкой ( $\varphi = 0$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$ ) для описания плоской циркулярно поляризованной волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ . Тогда  $z$ -проекция её канонического углового момента, вычисленная по шару объёмом  $V$  с центром в начале координат, в отличие от  $M_{fz}$  отлична от нуля и равна

$$J_{fz} = S_{fz} = \pm \frac{A_0^2 \omega V}{4\pi c^2}, \quad (7.21)$$

где  $A_0$  — амплитуда векторного потенциала. При этом энергия волны в этом же объёме есть

$$W_f = \frac{A_0^2 \omega^2 V}{4\pi c^2}. \quad (7.22)$$

Следовательно,  $J_{fz} = \pm W_f / \omega$ , что согласуется с трактовкой плоской волны как потока фотонов (знаки “+” и “−” отвечают право- и левополяризованным волнам). Точно такой же результат можно получить, сравнивая плотности потоков канонического углового момента и энергии для плоской циркулярно поляризованной волны.

В статье [310] я высказал следующее качественное соображение. Поскольку при переходе к квантовой теории канонический (обобщённый) импульс частицы  $\mathbf{P}_\alpha$  заменяется на оператор  $\hat{\mathbf{p}}_\alpha = -i\hbar\partial/\partial\mathbf{r}_\alpha$ , то аналогом орбитального момента частицы, которому соответствует оператор  $\hat{\mathbf{L}}_\alpha = [\mathbf{r}_\alpha \times \hat{\mathbf{p}}_\alpha]$ , следует считать канонический угловой момент  $\mathbf{J}_\alpha$  (В.50). В этом свете результат (7.21) выглядит довольно естественно; именно канонический угловой момент классического поля должен быть аналогом углового момента фотонов.

Пользуясь результатом (7.21), можно показать, что пакет плоских волн, локализованный в пространстве, переносит угловой момент (момент импульса), вычисляемый по формуле (7.1). Дело в том, что в отсутствие заряженных частиц момент импульса (7.1) и канонический угловой момент (В.55) связаны между собой формулой (В.58), т.е. отличаются лишь интегралом по поверхности  $S$  объёма  $V$ . Распространяя объём  $V$  за пределы области локализации электромагнитного поля, получим, что  $M_{fz}$  в самом деле совпадает с  $J_{fz}$  (7.21). Совмещая этот факт с тем, что в идеальной (бесконечной) плоской волне величина  $M_{fz}$  обращается в нуль, приходим к выводу, что «... плотность потока момента локализована на краях пучка, где волна не является плоской...» [294] (правда, в статье И. В. Соколова приведённое утверждение никак не разъясняется; по-видимому, это считается общеизвестным; там нет, в частности, и ссылки на Дж. Хумблета [5], впервые это доказавшего).

Вообще, представленный в этой главе и приложении В.1 материал, касающийся канонических угловых моментов, с той или иной степенью полноты представлен в литературе, причем скорее в таких «старых» учебниках, как курс электродинамики Д. Иваненко и А. Соколова [8] 1949 года, нежели в более поздних изданиях. Из «новых», известных мне книг наиболее содержательны, с точки зрения обсуждаемых вопросов, по-видимому, учебник Я. П. Терлецкого и Ю. П. Рыбакова [281]. О многих важных вещах, относящихся именно к этой области, имеются упоминания в обзоре И. В. Соколова [294]. Если бы, однако, хоть где-нибудь всё это было

изложено последовательно, то я, конечно, не стал бы тратить время на написание этих разделов (как, впрочем, и на обсуждение этих вопросов в работах [283, 310]).

### 7.5. Угловой момент, уносимый излучением

Откровенно говоря, после того как я понял, что такое канонические угловые моменты, то подумал, что они помогут решить парадокс, связанный с излучением ротатора. Уж если дифференциальный поток канонического углового момента плоской циркулярно поляризованной волны точно соответствует потоку углового момента фотонов, то и циркулярно поляризованное излучение ротатора, уходящее вдоль и против оси  $z$  (ротатор вращается в плоскости  $(x, y)$ ), должно, по-видимому, выступать в роли основного переносчика углового момента. Скажу сразу, что это предположение оказалось ошибочным!

Для того чтобы разобраться в этом, уточним теперь формулы для потоков — как момента импульса поля  $F_i^{(M)}$ , так и канонического углового момента  $F_i^{(J)}$ . Предполагая, как и ранее, что характерный размер излучателя равен  $a$ , для потока (В.52) через сферическую поверхность радиуса  $r \gg a$  получим ( $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ )

$$F_i^{(J)} = \frac{1}{4\pi} \oint \left( i(\mathbf{n}\mathbf{E}) \hat{l}_i \varphi + i[\mathbf{H} \times \mathbf{n}]_j \hat{l}_i A_j + [([\mathbf{H} \times \mathbf{n}] \times \mathbf{A})_i] \right) r^2 d\Omega. \quad (7.23)$$

Этот результат является аналогом (7.11), но выглядит несколько громоздко.

Замечательно, что обе формулы — и (7.11) для  $F_i^{(M)}$ , и (7.23) для  $F_i^{(J)}$  — можно значительно упростить. В самом деле, в обоих случаях в подынтегральных выражениях следует, очевидно, оставить лишь те слагаемые, которые не убывают при  $r \rightarrow \infty$ . Поскольку, однако, в (7.11)  $(\mathbf{n}\mathbf{E})$  и  $(\mathbf{n}\mathbf{H})$  могут быть отличны от нуля только за счёт слагаемых, падающих как  $\sim 1/r^2$ , то там же в  $[\mathbf{n} \times \mathbf{E}]$  и  $[\mathbf{n} \times \mathbf{H}]$  достаточно учесть лишь составляющие, падающие как  $\sim 1/r$ ; но для них справедливы соотношения (7.9)<sup>1</sup>. Поэтому вместо (7.11) получим

$$F_i^{(M)} = \frac{1}{4\pi} \oint [\mathbf{r} \times [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]]_i r^2 d\Omega. \quad (7.24)$$

Аналогичным образом, поскольку в (7.23) оператор  $\hat{l}_i$  действует только на угловые переменные, в  $\varphi$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , входящих в подынтегральное выражение, следует учесть лишь составляющие, падающие как  $\sim 1/r$ . Но тогда с учётом (7.9) находим

$$F_i^{(J)} = \frac{1}{4\pi} \oint \left( i E_j (\hat{J}_i)_{jk} A_k \right) r^2 d\Omega. \quad (7.25)$$

Смысл обеих получившихся здесь формул прозрачен. Домножая правые части на  $dr/c$  и деля на эту же величину (равную времени  $dt$ , за которое фронт волны проходит расстояние  $dr$ ), мы находим, что потоки  $F_i^{(M)}$  и  $F_i^{(J)}$  определяются угловыми моментами  $dM_{fi}$  (7.1) и  $dJ_{fi}$  (В.55) поля в сферическом слое толщины  $dr$ . Понятно, далее, что речь здесь идёт о свободных полях, и поэтому  $dM_{fi}$  и  $dJ_{fi}$  связаны формулой (В.58). Но тогда нетрудно сообразить, что потоки момента импульса и канонического углового момента через сферическую поверхность радиуса

<sup>1</sup> Соотношения (7.9) были установлены в дипольном приближении; они, однако, верны и в общем случае для составляющих полей, убывающих по закону  $1/r$ , см. (В.100). Поэтому все последующие формулы справедливы для любого типа излучения.

$r$  отличаются друг от друга на полную производную по времени от интеграла по этой поверхности, а именно:

$$F_i^{(M)} = F_i^{(J)} + \frac{1}{4\pi c} \frac{d}{dt} \oint E_l [\mathbf{r} \times \mathbf{A}]_i dS_l. \quad (7.26)$$

А поскольку в стационарном случае среднее значение от любой полной производной по времени есть нуль, то средние потоки момента импульса и канонического углового момента, уносимых расходящимися волнами от излучающей системы, просто одинаковы:

$$\langle F_i^{(M)} \rangle = \langle F_i^{(J)} \rangle. \quad (7.27)$$

Этот результат, хотя и является довольно ожидаемым, но всё же, на мой взгляд, и неочевиден, и нетривиален. В самом деле, ещё раз повторю, что для вычисления потока момента импульса (7.24) нужно обязательно учесть продольные составляющие  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , падающие по закону  $1/r^2$ . В то же время для вычисления потока канонического углового момента (7.25) достаточно учесть лишь те слагаемые в  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{A}$ , которые падают как  $\sim 1/r!$  При этом нужно обратить внимание на то, что слагаемые  $\sim 1/r$  в векторном потенциале  $\mathbf{A}$  имеют определённое отношение к слагаемым  $\sim 1/r^2$  в магнитном поле  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ , но — никакого к аналогичным слагаемым в  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial\mathbf{A}/\partial t$ . Между тем, как было показано в разделе 7.3, в дипольном приближении поток момента импульса определяется слагаемыми  $\sim 1/r^2$  именно в электрическом поле  $\mathbf{E}$ !

Фокус, по-видимому, заключается в том, что при явном включении векторного потенциала  $\mathbf{A}$  в процедуру расчётов оказывается возможным «изгнание» продольных составляющих напряжённости  $\mathbf{E}$  во второе слагаемое правой части (7.26). А это слагаемое, как уже было сказано, будучи полной производной по времени, всегда пропадает при усреднении. Более того, несложно проверить, что в дипольном приближении поверхностный интеграл под знаком производной по времени тождественно обращается в нуль. То есть в дипольном приближении потоки  $F_i^{(M)}$  и  $F_i^{(J)}$  равны и без всякого усреднения!

Теперь вернёмся к задаче об излучении ротатора, рассматривавшейся в разделе 7.3. Там приведена формула (7.13) для  $dF_i^{(M)}$ . В то же время для  $dF_i^{(J)}$  в соответствии с (7.25) имеем

$$dF_i^{(J)} = \frac{1}{4\pi} \left( i E_j (\hat{J}_i)_{jk} A_k \right) r^2 d\Omega = \frac{1}{4\pi} \left( i E_j (\hat{l}_i) A_j + [\mathbf{E} \times \mathbf{A}]_i \right) r^2 d\Omega. \quad (7.28)$$

В дипольном приближении векторный потенциал (7.5) зависит только от  $r = |\mathbf{r}|$ , поэтому слагаемое с оператором  $\hat{l}_i$  обращается в нуль. Но второе слагаемое (спиновое) с учётом явных выражений (7.5) и (7.7) для  $\mathbf{A}^{(d)}$  и  $\mathbf{E}^{(d)}$  даёт

$$dF_i^{(J)} = \frac{1}{4\pi c^3} \left( [\dot{\mathbf{d}} \times \ddot{\mathbf{d}}]_i - [\dot{\mathbf{d}} \times \mathbf{n}]_i (\mathbf{n}\ddot{\mathbf{d}}) \right) d\Omega. \quad (7.29)$$

Ранее уже говорилось, что в дипольном приближении полные потоки  $F_i^{(M)}$  и  $F_i^{(J)}$  совпадают не в среднем, а точно. В самом деле, проинтегрировав (7.29) по всем телесным углам, получим ответ (7.12).

Легко, однако, установить, что здесь, как и в случае плоской циркулярно поляризованной волны, дифференциальные потоки канонического углового момента (7.29) и момента импульса (7.13) совершенно различны. В частности,  $dF_i^{(J)}$  заведомо не обращается в нуль, если вектор  $\mathbf{n}$  направлен вдоль или против оси  $z$ . Более того, плотность усреднённого по времени и азимутальному углу дифференциального потока  $\langle dF_z^{(J)} \rangle / \sin\vartheta d\vartheta$  пропорциональна  $(1 - \sin^2\vartheta/2)$ , т. е. максимальна при

$\vartheta = 0$  и  $\pi$  и минимальна при  $\vartheta = \pi/2$ . Однако эта плотность не обращается в нуль в экваториальной плоскости, как я ожидал, приступая к этим вычислениям (см. начало этого раздела).

Итак, мы видим, что в дипольном приближении разумный выбор калибровочных условий не гарантирует того, что дифференциальный поток  $dF_i^{(J)}$  будет иметь однозначные преимущества перед  $dF_i^{(M)}$ . Таким образом, похоже, нужно всё же утвердиться в том, что было уже сформулировано в разделе 7.3. А именно, когда речь идёт об угловых моментах, то существенны только интегральные потоки.

## 7.6. Мультипольное разложение интенсивности излучения

В случае когда излучающая система является нерелятивистской, широко используются разложения потенциалов и напряжённостей полей по степеням малого параметра  $v/c$ ; их называют мультипольными разложениями. В частности, хорошо известны первые слагаемые мультипольного разложения полной интенсивности излучения классической нерелятивистской системы:

$$I^{(W)} = \frac{2\dot{\mathbf{d}}^2}{3c^3} + \frac{2\ddot{\mathbf{m}}^2}{3c^3} + \frac{\ddot{Q}_{ij}\ddot{Q}_{ij}}{180c^5} + \dots \quad (7.30)$$

Здесь  $\mathbf{m}$  и  $Q_{ij}$  — магнитный и квадрупольный моменты:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2c} \sum_{\alpha=1}^N e_{\alpha} [\mathbf{r}_{\alpha} \times \mathbf{v}_{\alpha}], \quad Q_{ij} = \sum_{\alpha=1}^N e_{\alpha} (3r_{\alpha i}r_{\alpha j} - \delta_{ij}r_{\alpha}^2). \quad (7.31)$$

Известен также первый (дипольный) член (7.12) такого же разложения для потока углового момента. Но я нигде не нашел явного вида следующих слагаемых, хотя бы второго порядка по  $v/c$ , т. е. связанных с магнитодипольным и квадрупольным излучениями.

Причина, в общем-то, понятна. Выше было показано, что при расчёте по стандартным формулам (7.11) или (7.24) нужно учитывать составляющие полей, падающие по закону  $1/r^2$ ; соответственно даже во втором порядке по  $v/c$  задача становится очень громоздкой. Едва ли я заинтересовался бы этой задачей, если бы не занимался параллельно квантовой теорией излучения. Там тоже широко используются мультипольные разложения, но под ними подразумевается всё же нечто иное (на первый взгляд).

В квантовых задачах со сферической симметрией естественным базисом для разложения скалярных и векторных функций являются сферические и векторные гармоники, которые преобразуются по неприводимым представлениям группы вращений —  $\mathcal{D}$ -матрицам (см. приложение А.5.6). Вообще, нужно заметить, что существует какой-то фундаментальный дефект в последовательности изучения курсов теоретической физики в высшей школе. Сначала в рамках классической электродинамики рассматривается теория векторных полей, а потом, в рамках квантовой механики, теория скалярного поля (волновой функции). При этом именно в квантовой механике (на простом материале, и это естественно) вводят преобразования симметрии, в частности группу вращений, неприводимые представления, коэффициенты Клебша–Гордана (матрицу, с помощью которой прямое произведение неприводимых представлений сводят к сумме неприводимых представлений), сферические гармоники и, конечно, спиноры, причем вовсе не обязательно для спина  $1/2$ , но и для  $1$  тоже. Вот, казалось бы, только после этого и следовало бы приступить к описанию векторного поля как более сложного объекта, но увы...

В результате в стандартных курсах электродинамики, как правило, довольно поверхностно излагаются вопросы, связанные с мультипольными разложениями. При этом встречаются ссылки на учебник Дж. Джексона [64] как на пример удачного использования мультипольного формализма в изложении классической электродинамики. Я с этим не согласен, хотя в целом книга хороша. Однако полям мультиполей Дж. Джексон посвятил всего лишь одну главу (16-ю из 17) с очень громоздкой математикой; при этом он нигде даже не упомянул о трансформационных свойствах векторных гармоник! Таким образом, там, где изложение не поверхностно (как в [64]), оно чересчур формализовано. На мой взгляд, ничего другого и не может получиться, если не делать попыток выйти за пределы логики решения уравнений Максвелла.

В то же время большое впечатление произвела на меня трактовка мультипольных полей в монографии И. М. Айзенберга и В. Грайнера [100]. Там во главу угла ставятся именно трансформационные свойства этих полей и широко используются приёмы квантовой механики. Любопытно, что эта книга представляет собой том 2 трёхтомника [99, 100, 111] с общим названием «Теория ядер»; при этом ни в томе 1, ни в томе 3 не уделяется так много внимания учебному на вид материалу.

Ключом к векторным полям служит тот факт, что сферические орты (А.99) являются собственными векторами операторов  $\hat{\mathbf{s}}^2$  и  $\hat{s}_z$ , где  $\hat{\mathbf{s}}$  — оператор спина (В.56),

$$(\hat{s}_z)_{ij}(\mathbf{e}_q)_j = q(\mathbf{e}_q)_i, \quad (7.32)$$

и преобразуются при поворотах по неприводимому представлению группы вращений  $\mathcal{D}^1$  (А.130). Известно, далее, что сферические гармоники  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  являются собственными функциями операторов  $\hat{\mathbf{I}}^2$  и  $\hat{I}_z$  и преобразуются при тех же вращениях по представлению  $\mathcal{D}^l$  (А.110). Соответственно векторные гармоники  $\Phi_{l,JM}(\vartheta, \varphi)$  (А.131) являются собственными функциями операторов  $\hat{\mathbf{I}}^2$ ,  $\hat{\mathbf{s}}^2$ ,  $\hat{\mathbf{J}}^2$  и  $\hat{J}_z$ , где  $\hat{\mathbf{J}}$  (В.56) — оператор полного углового момента, и преобразуются с помощью матриц  $\mathcal{D}^J$  (А.132). Таким образом, выбирая базисные функции (векторные гармоники) для разложения векторных полей, мы руководствуемся физическими соображениями, понимая, что этим функциям соответствуют разные угловые моменты.

В разделе В.1.6 показано, что удобнее пользоваться не векторными гармониками (умноженными на сферические радиальные функции Бесселя или Ханкеля), а их линейными комбинациями — мультипольными потенциалами  $\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha)$ , связанными со сферическими функциями Бесселя, или  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha)$ , связанными со сферическими функциями Ханкеля. При вращениях координатных осей эти потенциалы преобразуются с помощью матриц  $\mathcal{D}^L$ , т.е. они подобны волновым функциям, которые описывают состояния с полным угловым моментом  $L$ . Индекс  $\alpha$  принимает значения  $m$ ,  $e$  и  $l$  и соответствует магнитным ( $L \geq 1$ ), электрическим ( $L \geq 1$ ) и продольным ( $L \geq 0$ ) потенциалам. Формулами (В.85) и (В.90)–(В.93) заданы разложения по мультипольным потенциалам, во-первых, векторного потенциала  $\mathbf{A}$  и, во-вторых, напряжённостей электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Там же, в разделе В.1.7 разъяснено, что для нерелятивистских систем ряды по  $L$  превращаются в ряды по степеням малого параметра  $v/c$ .

Таким образом, ряд (7.30) есть также ряд по  $L$ , т.е. сумма вкладов в интенсивность излучения, которые вносят поля, уносящие разные угловые моменты  $L$ . Покажем это более подробно. Интенсивность излучения  $dI^{(W)}$  в направлении  $\mathbf{n}$  в телесный угол  $d\Omega$  есть  $(\mathbf{nS}_f)r^2d\Omega$ . С учётом явного вида вектора Пойнтинга (В.10)



и соотношений (В.100) получим

$$dI^{(W)} = \frac{c\mathbf{E}^2}{4\pi} r^2 d\Omega = \frac{c\mathbf{H}^2}{4\pi} r^2 d\Omega. \quad (7.33)$$

При этом в силу действительности напряжённостей полей вместо  $\mathbf{E}^2$  всегда можно написать  $\mathbf{E}\mathbf{E}^*$  (и аналогично для  $\mathbf{H}$ ). Но тогда, пользуясь мультипольными разложениями (В.90)–(В.93), условием ортогональности мультипольных потенциалов (В.77) и асимптотиками (В.64) для сферических функций Ханкеля, мы найдём, что полная интенсивность излучения распадается на сумму вкладов отдельных мультиполей,

$$I^{(W)} = \sum_{\alpha=e,m} \sum_L I^{(W)}(\alpha L), \quad I^{(W)}(\alpha L) = \frac{1}{\pi c^3} \sum_M |\dot{a}_{LM}(\alpha, t')|^2, \quad t' = t - \frac{r}{c}, \quad (7.34)$$

где <sup>1)</sup>

$$a_{LM}(\alpha, t) = \int \left( \int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) d^3r \right) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (7.35)$$

Понятно, что поток энергии, проходящий через сферу радиуса  $r$  в момент  $t$ , равен скорости потери энергии излучающей системой в момент  $t' = t - r/c$ . Для нерелятивистской излучающей системы первые члены разложения (7.34) принимают вид (7.30), где дипольное ( $E1$ ) слагаемое пропорционально  $v/c$ , а магнитодипольное ( $M1$ ) и квадрупольное ( $E2$ ) слагаемые пропорциональны  $(v/c)^2$ .

В заключение данного раздела вернёмся к закону сохранения (7.16) для канонических энергий. Подставляя в формулу для дифференциального потока  $dI^{(E)} = c^2 T^{i0} dS_i$  составляющие канонического тензора энергии–импульса (В.20), получим

$$dI^{(E)} = \frac{c}{4\pi} \left( \mathbf{n} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] - \mathbf{n} [\mathbf{H} \times \nabla\varphi] - \mathbf{n}\mathbf{E} \frac{1}{c} \frac{\partial\varphi}{\partial t} \right) r^2 d\Omega. \quad (7.36)$$

В пределе  $r \rightarrow \infty$  третье слагаемое в скобках обращается в нуль, поскольку  $\partial\varphi/\partial t \sim 1/r$ , тогда как  $\mathbf{n}\mathbf{E} \sim 1/r^2$ . Точно так же в этом пределе обращается в нуль и второе слагаемое:  $\nabla\varphi$ , как показано в разделе В.1.7, выражается только через продольные мультипольные потенциалы, и при этом несложно проверить, что все слагаемые в продольных потенциалах, падающие как  $\sim 1/r$ , пропорциональны  $\mathbf{n}$ . Первое же слагаемое в скобках определяется обычным вектором Пойнтинга. Таким образом, дифференциальная интенсивность излучения канонической энергии  $dI^{(E)}$  сводится к «обычной» дифференциальной интенсивности  $dI^{(W)}$  (7.33).

## 7.7. Мультипольное разложение потока углового момента

Рассмотрим теперь поток углового момента. В соответствии с (7.27) этот поток может быть рассчитан как по формуле (7.24), так и по формуле (7.25). Разумеется, мы останавливаемся на формуле (7.25) для потока канонического углового момента,

<sup>1)</sup> С оглядкой на формулы (В.78) вместо (7.35) очень хочется записать

$$a_{LM}(\alpha, t) = 2\pi \int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) d^3r.$$

Но это неправильно! Дело в том, что в аргумент сферических функций Бесселя  $j_l(kr)$ , входящих в мультипольные потенциалы  $\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha)$ , входит  $k = \omega/c$ ; а по  $\omega$  в (7.35) идёт интегрирование.

поскольку мультипольные потенциалы, построенные из векторных гармоник, являются собственными функциями оператора  $\hat{J}_z$ ! В силу соотношения

$$\hat{J}_z \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha) = M \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha) \quad (7.37)$$

особенно просто вычисляется поток  $z$ -составляющей углового момента. Пользуясь, как и в случае вычисления интенсивности излучения, мультипольными разложениями (В.90), (В.91) для  $\mathbf{E}$  и (В.85) для  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^*$ , условиями ортогональности мультипольных потенциалов и асимптотиками функций Ханкеля, мы установим

$$F_z^{(J)} = \sum_{\alpha=e,m} \sum_L F_z^{(J)}(\alpha L), \quad F_z^{(J)}(\alpha L) = -\frac{i}{\pi c^3} \sum_M M \dot{a}_{LM}(\alpha, t) a_{LM}^*(\alpha, t). \quad (7.38)$$

Эти формулы можно применить и к квантовому источнику излучения, воспользовавшись полуклассическим подходом. Типичный квантовый источник является монохроматическим, так как энергии  $E_i$  и  $E_f$  начального  $|i\rangle$  и конечного  $|f\rangle$  состояний фиксированы; соответственно частота излучения равна  $\omega = (E_i - E_f)/\hbar$ . Кроме того, такой источник, как правило, имеет определённый тип  $\alpha$  и мультипольность  $L$ . Не редкостью является и ситуация, когда проекция  $M = M_i - M_f$  также фиксирована. Плотности заряда и тока в полуклассическом подходе заданы выражениями (В.119).

В этом случае, пользуясь формулами (7.34), (7.35) и (7.38), можно показать, что отношение потоков,

$$\frac{F_z^{(J)}(\alpha L)}{I(\alpha L)} = \frac{M}{\omega}, \quad (7.39)$$

точно равно отношению  $z$ -проекции углового момента  $\hbar M$ , уносимого фотоном, к энергии  $\hbar\omega$  этого же фотона. Этот результат хорошо известен. Но в начале 1990-х, когда я этим занимался, меня удивило, что это, в общем-то, и всё. То есть в таких классических руководствах по полям мультиполей, как книги Дж. Блатта и В. Вайскопфа [15], М. Роуза [27], Дж. Джексона [64] и Л. Биденхарна и Дж. Лаука [170], нет никаких других сведений об излучении углового момента, кроме соотношения (7.39) для волны фиксированной  $\alpha LM$ -мультипольности.

При этом во всех перечисленных источниках результат (7.39) выводится из формулы (7.24) для потока момента импульса. Ясно, что из двойного векторного произведения с мультипольными потенциалами результат (7.39) не возникает с такой же лёгкостью как из формулы (7.25).

Однако формула (7.25) позволяет, конечно, вычислить поток проекции канонического углового момента на любую ось. Пусть речь идёт о потоке  $q$ -проекции (имеется в виду разложение по сферическим ортам лабораторной системы координат) излучаемого углового момента. В общем случае при вычислении интеграла по телесному углу следует воспользоваться теоремой Вигнера–Эккарта,

$$\oint \left( \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)*}(\mathbf{r}, \alpha) \right)_j \left( \hat{J}_q \right)_{jk} \left( \mathcal{B}_{L'M'}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha') \right)_k r^2 d\Omega = C_{L'M'1q}^{LM} \langle L\alpha \| J \| L'\alpha' \rangle^{(\pm)}, \quad (7.40)$$

где  $\langle L\alpha \| J \| L'\alpha' \rangle^{(\pm)}$  есть приведённый матричный элемент. Выбирая в этой формуле  $q = 0$ , мы в соответствии с (7.37), условиями ортогональности мультипольных потенциалов и асимптотиками функций Ханкеля установим

$$\langle L\alpha \| J \| L'\alpha' \rangle^{(\pm)} = \delta_{LL'} \delta_{\alpha\alpha'} \langle L\alpha \| J \| L\alpha \rangle^{(\pm)}, \quad (7.41)$$

а также

$$C_{LM10}^{LM} \langle L\alpha \| J \| L\alpha \rangle^{(\pm)} = M \frac{e^{\pm i(k'-k)r}}{kk'}, \quad (7.42)$$

где  $C_{LM10}^{LM} = M/\sqrt{L(L+1)}$ . Таким образом, в общем случае поток  $i$ -й составляющей углового момента, так же как интенсивность излучения, представляется в виде суммы вкладов отдельных мультиполей:

$$F_i^{(J)} = \sum_{\alpha=e,m} \sum_L F_i^{(J)}(\alpha L), \quad (7.43)$$

где

$$F_i^{(J)}(\alpha L) = -\frac{i}{\pi c^3} \sum_{q=-1}^{+1} (\mathbf{e}_q^*)_i \sum_{MM'} \sqrt{L(L+1)} C_{LM'1q}^{LM} \dot{a}_{LM}(\alpha, t') a_{LM'}^*(\alpha, t'). \quad (7.44)$$

Дальнейшие упрощения для нерелятивистских излучающих систем осуществляются с использованием асимптотических выражений (В.96) для сферических функций Бесселя, входящих в мультипольные потенциалы  $\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha)$ . Результат имеет следующий вид [310]:

$$F_i^{(J)} = \frac{2[\dot{\mathbf{d}} \times \ddot{\mathbf{d}}]_i}{3c^3} + \frac{2[\dot{\mathbf{m}} \times \ddot{\mathbf{m}}]_i}{3c^3} + e_{ijk} \frac{\ddot{Q}_{jl} \ddot{Q}_{kl}}{90c^5} + \dots \quad (7.45)$$

Но это не всё.

Дело в том, что «мгновенный» (т. е. не усреднённый по времени) поток момента импульса  $F_i^{(M)}$  содержит в соответствии с (7.26) дополнительное слагаемое. Можно показать, пользуясь мультипольными разложениями, что интеграл, стоящий в этом слагаемом под знаком производной по времени, вообще говоря, отличен от нуля за счёт интерференции  $EL$ - и  $M(L \pm 1)$ -волн. Это означает, что во втором порядке по  $v/c$  вклад в это слагаемое могут дать интерферирующие  $E2$ - и  $M1$ -волны. Вычисления показывают, что так оно и есть, а мультипольное разложение для потока момента импульса с точностью до слагаемых, квадратичных по  $v/c$ , выглядит так [310]:

$$F_i^{(M)} = \frac{2[\dot{\mathbf{d}} \times \ddot{\mathbf{d}}]_i}{3c^3} + \frac{2[\dot{\mathbf{m}} \times \ddot{\mathbf{m}}]_i}{3c^3} + e_{ijk} \frac{\ddot{Q}_{jl} \ddot{Q}_{kl}}{90c^5} - \frac{1}{15c^4} \frac{d}{dt} (\ddot{Q}_{ij} \dot{m}_j) + \dots \quad (7.46)$$

Никакого практического значения это дополнительное слагаемое, по-видимому, не имеет. Но тут вопрос принципа! Удивительно, что сам факт существования таких интерференционных слагаемых никем не был замечен (насколько можно судить по той литературе о полях мультиполей, о которой уже шла речь), хотя вычисления выполнялись именно по формуле (7.24) для потока момента импульса.

## РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ НЕЙТРОНОВ ЯДРАМИ

### 8.1. Радиационный захват и проблема нейтронных ширин

В разделе 3.6 уже было сказано, что можно установить парциальные нейтронные ширины  $\Gamma_{1jJ}^n \equiv \Gamma_{pj}^n$  (или амплитуды  $g^n(1jJ) \equiv g_{pj}^n$ )  $p$ -волнового резонанса, изучая «обычные»,  $\mathcal{P}$ -чётные и  $\mathcal{T}$ -инвариантные спин-угловые корреляции в реакции  $(n, \gamma)$ . Интерес к таким измерениям возрос после того, как выяснилось, что без парциальной ширины  $\Gamma_{p1/2}^n$  невозможно извлечь матричный элемент смешивания  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов из величины  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в пропускании (это видно из формулы (3.19)).

Поэтому нет ничего удивительного в том, что в 1980-е годы в ЛНФ ОИЯИ были выполнены тщательные исследования «обычных» спин-угловых корреляций в реакции  $(n, \gamma)$  для двух  $p$ -волновых резонансов: на ядре  $^{117}\text{Sn}$  с энергией  $E_p = 1.33$  эВ [212] и на ядре  $^{113}\text{Cd}$  с энергией  $E_p = 7.0$  эВ [273]. Эта проблема обсуждалась Э.И. Шараповым [249] в 1986 году в Алуште<sup>1)</sup>, на Международной школе по нейтронной физике. В своей лекции, наряду с результатами по  $^{117}\text{Sn}$ , к тому времени уже опубликованными, он привёл и предварительные данные по ядру  $^{113}\text{Cd}$ .

В обеих реакциях при захвате нейтронов ядрами-мишенями со спинами и чётностями  $I^{\pi_0} = \frac{1}{2}^+$  возбуждаются исследуемый  $p$ -волновой резонанс со спином и чётностью  $J^\pi = 1^-$  и, конечно,  $s$ -волновые резонансы  $0^+$  и  $1^+$ . Наблюдаемые спин-угловые корреляции обусловлены интерферирующими М1- и Е1-волнами, которые излучаются в переходах  $1^+ \rightarrow 0^+$  и  $1^- \rightarrow 0^+$  на основные состояния чётно-нечётных дочерних ядер. Соответствующее дифференциальное сечение выхода  $\gamma$ -квантов при захвате нейтронов с энергией  $E$  имеет вид

$$\frac{d\sigma_{n\gamma}(\mathbf{n}_\gamma, E)}{d\Omega} = A_0(E) + A_1(E)(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_k) + p B_1(E)(\mathbf{n}_\gamma [\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}_k]) + A_2(E) \frac{3(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_k)^2 - 1}{2}. \quad (8.1)$$

Ещё раз подчеркну, что здесь выписаны только  $\mathcal{P}$ -чётные и  $\mathcal{T}$ -инвариантные слагаемые;  $\mathbf{n}_\gamma$ ,  $\mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}_s$  — это единичные векторы вдоль импульса  $\gamma$ -кванта, вдоль импульса нейтронов и вдоль направления поляризации нейтронов;  $p$  — поляризация нейтронов.

<sup>1)</sup> Алушта — это такое райское местечко в Крыму, на берегу Чёрного моря. Там находилась база отдыха ОИЯИ, и сразу после окончания курортного сезона, в первые, ещё не по осеннему тёплые дни октября, дубненцы любили устраивать там свои школы. После распада Советского Союза Крым отошел к Украине, и алуштинские школы, увы, канули в небытие. Но один раз и мне посчастливилось там побывать — на последней алуштинской школе по нейтронной физике в 1990 году.

В выражения для коэффициентов  $A_0(E)$ ,  $A_1(E)$ ,  $A_2(E)$  и  $B_1(E)$  входят неизвестные параметры

$$x = \frac{g_p^{n1/2}}{\sqrt{\Gamma_p^n}}, \quad y = -\frac{g_p^{n3/2}}{\sqrt{\Gamma_p^n}}, \quad (8.2)$$

введённые О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом [219] ( $\Gamma_p^n = \Gamma_{p1/2}^n + \Gamma_{p3/2}^n$  — это полная нейтронная ширина)<sup>1)</sup>. В работе [212] впервые было установлено, что, как это ни странно, экспериментальные данные по асимметриям  $A_1(E)$ ,  $A_2(E)$  и  $B_1(E)$  на ядре  $^{117}\text{Sn}$  не описываются формулами, приведёнными в [219], ни при каких  $x$  и  $y$  (разумеется, при условии, что  $x^2 + y^2 = 1$ ). Но там же, однако, было отмечено, что описание было бы возможным, если бы теоретическое выражение для коэффициента  $B_1(E)$  имело противоположный знак.

На эту проблему обратил моё внимание Г. А. Лобов в 1987 году. По просьбе авторов [212] он заново выводил формулу (8.1) и для надёжности попросил меня проделать то же самое. Когда я позвонил и сказал, что у меня получились те же ответы, что и у О. П. Сушкова и В. В. Фламбаума, Герман Александрович ответил: «А, тогда Вы — пятый». Он имел в виду пятый по счёту одинаковый результат; первый был получен в работе [219], второй, по его словам, принадлежал В. Е. Бунакову и В. П. Гудкову, третий — теоретика из ЛНФ ОИЯИ В. Н. Ефимову (позднее он опубликовал свои расчёты [255]), ну а четвёртым был его собственный, конечно.

Это соприкосновение с реакцией  $(n, \gamma)$  могло остаться эпизодом, о котором я потом и не вспомнил бы, если бы не два обстоятельства. Во-первых, после защиты кандидатской диссертации у меня возник интерес к реальным экспериментам. В диссертации было много всякого рода прогнозных расчётов, сделанных для поляризованных и выстроенных ядерных мишеней. На практике, однако, с этими мишенями были большие проблемы. В то же время у меня на глазах шли дискуссии вокруг уже измеренных  $\mathcal{P}$ -чётных и  $\mathcal{P}$ -нечётных спин-угловых корреляций на неориентированных ядрах, которые не всегда хорошо согласовывались с теоретическими предсказаниями. Данные, полученные в реакции  $(n, \gamma)$  для ядер  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{113}\text{Cd}$ , были, как мне тогда казалось, из этого ряда.

Во-вторых, мне было известно, что помимо (по крайней мере пяти) результатов, полученных для спин-угловых корреляций в реакции  $(n, \gamma)$  стандартными методами квантовой теории излучения, существует и нестандартный расчёт, выполненный И. М. Франком и Э. И. Шаратовым [220]. Выше уже было сказано, что данные по ядру  $^{117}\text{Sn}$  можно было бы описать, если бы функция  $B_1(E)$  имела другой знак. В поисках наглядности И. М. Франк и Э. И. Шаратов воспользовались полуклассической теорией излучения и получили  $B_1(E)$  с противоположным знаком!

Эдуард Иванович говорил мне впоследствии, что в течении нескольких лет он находился в очень сложном положении. С одной стороны, полуклассический подход разошёлся со всеми квантовыми расчётами, опубликованными (а в 1988 году появилась ещё и статья американских физиков [260]) и неопубликованными. С другой

<sup>1)</sup> Знак минус введён в правую часть формулы для  $y$  для того чтобы коэффициенты при угловых корреляциях выражались через  $x$  и  $y$  точно так же, как в статье [219]. Дело тут в том, что моё определение (Б.10), (Б.12) спин-угловых функций в нейтронном канале немного отличается от того, которому следовали О. П. Сушков и В. В. Фламбаум. Вместо коэффициента  $C_{j\nu I\mu}^{JM}$ , входящего в (Б.12), в статье [219] использовался коэффициент  $C_{I\mu j\nu}^{JM} = (-1)^{I+j-J} C_{j\nu I\mu}^{JM}$ . Легко видеть, что при  $I = \frac{1}{2}$  и  $J = 1$  имеем:  $(-1)^{I+j-J} = 1$ , если  $j = \frac{1}{2}$ , и  $(-1)^{I+j-J} = -1$ , если  $j = \frac{3}{2}$ .

стороны, решительно никто не мог указать ошибку в работе [220]. В результате было не очень понятно, что со всем этим делать.

Сначала я думал, что проблему с параметрами  $x$  и  $y$  можно решить, если помимо двух интерферирующих  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов (а это обычное приближение) ввести в рассмотрение ещё несколько ( $s$ -волновая подложка уж наверняка формируется не одним резонансом). Довольно быстро, однако, выяснилось, что эти надежды были напрасными. Повозившись с экспериментальными данными, я установил лишь то, что чувствительность коэффициентов  $A_1(E)$  и  $B_1(E)$  к параметрам  $x$  и  $y$  сама по себе является весьма изменчивой величиной.

А именно, раз  $x^2 + y^2 = 1$ , то введём единственный параметр  $\phi$ , такой что

$$x = \cos \phi, \quad y = \sin \phi. \quad (8.3)$$

Тогда можно показать, что существуют интервалы изменения  $\phi$ , в которых асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов вперед–назад,  $A_1(E)$ , меняется очень сильно, тогда как с право–левой асимметрией,  $B_1(E)$ , почти ничего не происходит. И, наоборот, коэффициент  $A_1(E)$  может слабо реагировать на такое изменение параметра  $\phi$  (в другом, конечно, интервале), при котором коэффициент  $B_1(E)$  не просто существенно меняется, но даже приобретает противоположный знак!

Этот факт меня очень насторожил. Ведь это означает, что экспериментальные данные по «вперёд–назад» и «лево–правой» асимметриям испускания  $\gamma$ -квантов могут иметь совершенно разную значимость. В зависимости от того каков, хотя бы приблизительно, параметр  $\phi$  в данном  $p$ -волновом резонансе, может получиться так, что измерение одной из указанных асимметрий является существенным для более точного определения  $\phi$ , тогда как уменьшение погрешности измерения другой асимметрии есть напрасная трата сил.

Я решил, что это нужно обсудить с экспериментаторами из Дубны, но плохо представлял, как это устроить. Ведь фактически ни с кем из авторов работы [212] я не был тогда знаком. Да, я уже писал, что В. П. Алфименков и Э. И. Шарапов приезжали на семинар в Курчатовский институт в апреле 1986 года, да и мне к тому времени уже довелось один раз побывать в ЛНФ ОИЯИ (в 1987 году я ездил вместе с Д. П. Гречухиным на защиту докторской диссертации В. П. Алфименкова; мой научный руководитель был официальным оппонентом, а я — просто зрителем). Мне приходилось также встречаться с Л. Б. Пикельнером; очень запомнился, в частности, его ясный доклад об измерении магнитных и квадрупольных моментов компаунд-ядер (см., например, [157]) на зимней школе Курчатовского института, которая проходила в феврале 1982 года. Но это не назовёшь личным знакомством.

И вот, размышляя над этим в самом конце 1989 года, я наткнулся на явление, что в Курчатовском институте состоится семинар, докладчик из Дубны, Л. Б. Пикельнер. Его выступление было посвящено текущей ситуации с измерениями  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов во взаимодействии нейтронов с ядрами. После семинара я подошел к Л. Б. Пикельнеру и сказал, что хотел бы обсудить проблему  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций в реакции  $(n, \gamma)$ , можно ли приехать в Дубну? «Да, — ответил Лев Борисович, — совсем скоро, в марте, мы устраиваем рабочее совещание в нейтронной лаборатории. Считайте, что я Вас пригласил». Так началась моя дружба с Дубной.

## 8.2. Волновая функция начального состояния

Угловое распределение  $\gamma$ -квантов, испускаемых в переходе  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ , определяется формулами (В.110) и (В.111). В реакции  $(n, \gamma)$  конечное состояние  $|f\rangle$  — это связанное состояние  $|J_f M_f\rangle$  дочернего ядра. В то же время начальное состояние  $|i\rangle$  лежит в непрерывном спектре.

Вне области взаимодействия волновая функция системы (нейтрона и ядра-мишени) имеет вид (Б.25). Входящие туда величины  $a(ljJM)$  (Б.24) имеют смысл амплитуд вероятности формирования векторов состояний  $\varphi_{ljJM}^n$  (Б.10), которые характеризуются орбитальным  $l$  и полным  $j$  угловыми моментами нейтрона, полным угловым моментом системы  $J$  и его проекцией  $M$  на ось  $z$ , выбранную в пространстве произвольным образом. При этом в соответствии с (Б.29) плотность потока частиц, падающих на мишень, равна

$$j_0 = \frac{\hbar k}{m}. \quad (8.4)$$

В области взаимодействия  $\varphi_{ljJM}^n$  переходит в вектор состояния, который раскладывается по функциям  $X_\alpha^{J\pi M}$ , описывающим уровни компаунд-ядра, где  $\pi$  — чётность. Если имеет место  $\mathcal{P}$ -инвариантность, то  $\pi = \pi_0(-1)^l$ , где  $\pi_0$  — это чётность ядра-мишени. Амплитуда заселения компаунд-состояния  $\alpha$  по нейтронному каналу с определёнными  $l$  и  $j$  должна быть, очевидно, пропорциональна интегралу перекрытия соответствующих векторов состояний, т. е.

$$g_\alpha^n(ljJ) \sim \langle \varphi_{ljJM}^n | X_\alpha^{J\pi M} \rangle. \quad (8.5)$$

Вблизи уровня  $\alpha$  с энергией  $E_\alpha$  и полной шириной  $\Gamma_\alpha$  естественно ожидать, что его вклад в состояние  $|i\rangle$  описывается брейт-вигнеровской зависимостью (см., например, (6.81) и (6.82)). Соответственно в двухуровневом приближении (один уровень со спином  $J_s$  и чётностью  $\pi$  в  $s$ -волне и один уровень со спином  $J_p$  и чётностью  $-\pi$  в  $p$ -волне) начальное состояние может быть представлено в виде

$$|i\rangle \sim \sum_M a(0\frac{1}{2}J_s M) X_s^{J_s \pi M} \frac{g_s^n(0\frac{1}{2}J_s)}{E - E_s + i\Gamma_s/2} + \sum_j \sum_M a(1jJ_p M) X_p^{J_p -\pi M} \frac{g_p^n(1jJ_p)}{E - E_p + i\Gamma_p/2}. \quad (8.6)$$

Если же  $\mathcal{P}$ -инвариантность нарушается, то, во-первых, каждая из функций  $X_\alpha^{J\pi M}$  приобретает небольшую примесь противоположной чётности (в полном соответствии с формулой (3.14), которая описывает  $p$ -волновые компаунд-состояния в присутствии  $\mathcal{PV}$ -сил). Во-вторых, в силу этого смешивания и соотношения (8.5) выражение для вектора начального состояния  $|i\rangle$  следует изменить так, чтобы учесть возможность заселения состояния  $X_\alpha^{J\pi M}$  с доминирующей чётностью  $\pi$  по нейтронному каналу с противоположной чётностью (опять же в полном соответствии с формулой (3.16) для амплитуды заселения  $p$ -волнового резонанса через  $s$ -волновой нейтронный канал).

В 1985 году О. П. Сушков и В. В. Фламбаум [219] опубликовали результаты расчёта угловых корреляций в реакции радиационного захвата медленных поляризованных нейтронов неориентированными ядрами. Они использовали только что описанное двухуровневое приближение и при этом учитывали  $\mathcal{PV}$ -силы. Среди выписанных ими слагаемых была, разумеется, корреляция  $(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_s)$ , описывающая ту асимметрию испускания  $\gamma$ -квантов вдоль и против спина нейтрона, с которой 25 годами ранее вообще всё началось (см. раздел 1.2).

Эта корреляция и ранее не была обделена вниманием. Но удивительным образом ни в одном из известных  $p$ -волновых резонансов ни асимметрия  $(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_s)$ , ни другие  $\mathcal{P}$ -

нечётные корреляции, выявленные в [219], ни тогда, ни позже не были измерены. <sup>1)</sup> Наибольший интерес, как я уже разъяснил, вызвали  $\mathcal{P}$ -чётные слагаемые — все они выписаны в (8.1) — в силу их чувствительности к парциальным нейтронным ширинам  $p$ -волнового резонанса, т. е. к параметрам  $x$  и  $y$  (8.2).

Вот поэтому ни тогда, ни позже я не повторял в полном объёме расчётов, выполненных О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом. Поскольку, как выше уже было сказано, в дубненских экспериментах вдруг возникли проблемы с определением величин  $x$  и  $y$  в низколежащих  $p$ -волновых резонансах ядер  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{113}\text{Cd}$ , то я ограничился независимым выводом одних только  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций, т. е. всех слагаемых формулы (8.1). Единственное изменение, которое я внёс в постановку задачи, состояло в аккуратном учёте интерференции  $s$ -волновых резонансов в «подложке» изолированного  $p$ -волнового резонанса.

Для этого я воспользовался  $R$ -матричной теорией [49]. Основные её положения изложены в приложении Б.2. В частности, волновая функция в области взаимодействия имеет вид (Б.161). Примем также во внимание, что в интересующих нас реакциях  $J_s^\pi = 1^+$  и  $J_p^\pi = 1^-$ . Тогда для начального состояния вместо (8.6) получим

$$|i\rangle = -\frac{\hbar}{\sqrt{mk}} e^{i\delta_s^C} \sum_M a(0\frac{1}{2}1M) \sum_s X_s^{1^+M} \sum_{s'} A_{ss'}(E) g_{s'}^n - \\ - \frac{\hbar}{\sqrt{mk}} e^{i\delta_p^C} \sum_j \sum_M a(1j1M) X_p^{1^-M} \frac{g_{pj}^n}{E_p - E - i\Gamma_p/2}, \quad (8.7)$$

где  $g_s^n = g_s^n(0\frac{1}{2}1)$  и  $g_{pj}^n = g_p^n(1j1)$ , а матрица  $A_{ss'}(E)$  определяется уравнением (Б.148). В данном случае с учётом (Б.147) и (Б.149) оно принимает вид

$$\sum_{s'} A_{ss'}(E) \left( \left( E_{s'} - i\frac{\Gamma_{s'}^\gamma}{2} - E \right) \delta_{s's''} - i\frac{g_{s'}^n g_{s''}^n}{2} \right) = \delta_{ss''}, \quad (8.8)$$

где  $\Gamma_s^\gamma$  есть радиационная ширина уровня  $s$ .

В правую часть (8.7) введены множители, благодаря которым выражение для  $|i\rangle$  соответствует определённой плотности потока сталкивающихся частиц, а именно (8.4). Отмечу также, что входящие в него функции компаунд-состояний  $X_\alpha^{J\pi M}$  ортонормированы во внутренней области — см. (Б.118). Нейтронные амплитуды  $g_\alpha^n$  в  $R$ -матричной теории заданы формулами (Б.144) и (Б.112) в согласии с (8.5). Полезно сопоставить эти определения с введённым ранее соотношением (6.62),

$$\Gamma_{\alpha l j J}^n(E) = (g_\alpha^n(ljJ, E))^2 = 2s_l(E)\Upsilon_{\alpha l j J}^n \rightarrow \Upsilon_{\alpha l j J}^n \equiv (\gamma_{\alpha l j J}^n)^2. \quad (8.9)$$

Здесь, во-первых, подчеркнута, что ширины и амплитуды зависят от энергии  $E$  через факторы проницаемости  $s_l(E)$ , определённые в соответствии с (6.55) или (Б.123). Во-вторых, указана связь между приведёнными ширинами  $\Upsilon_{\alpha l j J}^n$  и величинами  $\gamma_{\alpha l j J}^n$ , которые называют амплитудами приведённых ширин.

Волновая функция начального состояния (8.7) содержит также фазовые множители, связанные с потенциальным рассеянием. В соответствии с (6.63) малыми фазами  $\delta_l^C$  можно пренебречь, если захватываются медленные нейтроны. Таким образом, при учёте одного резонанса в  $s$ -волне функция (8.7) переходит в (8.6),

<sup>1)</sup> Насколько мне известно,  $\mathcal{P}$ -нечётная асимметрия ( $\mathbf{n}, \mathbf{n}_s$ ) изучалась только в захвате холодных и тепловых нейтронов ядрами; см., в частности, последние публикации [434, 446] по этой теме.



поскольку решение уравнения (8.8),  $A_{ss}(E)$ , принимает брейт-вигнеровский вид с полной шириной  $\Gamma_s = \Gamma_s^\gamma + \Gamma_s^n$ .

### 8.3. Коэффициенты при угловых корреляциях

Вычислим амплитуды переходов (В.111) из начального состояния  $|i\rangle$  (8.7) в конечное состояние  $|f\rangle = |0^+\rangle$ . Распады  $s$ -волновых резонансов,  $1^+ \rightarrow 0^+$ , осуществляются за счёт  $M1$ -волн, тогда как при распаде  $p$ -волнового резонанса,  $1^- \rightarrow 0^+$ , излучается  $E1$ -волна. Введём действительные амплитуды соответствующих переходов (фактически, приведённые матричные элементы),

$$a_s(m) = i \int \langle X_s^{1^+ \nu} | \mathcal{A}_{1\nu}(\mathbf{r}, m) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | 0^+ \rangle d^3r, \quad a_p(e) = - \int \langle X_p^{1^- \nu} | \mathcal{A}_{1\nu}(\mathbf{r}, e) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | 0^+ \rangle d^3r. \quad (8.10)$$

Тогда, пренебрегая фазами потенциального рассеяния, для искомым амплитуд перехода из нейтронного канала в радиационный канал получим

$$a_{L\nu}(m) = -\delta_{L1} \frac{\hbar}{\sqrt{mk}} a^*(0\frac{1}{2}1\nu) \sum_{ss'} a_s(m) A_{ss'}^* g_{s'}^n, \quad (8.11)$$

$$a_{L\nu}(e) = -\delta_{L1} \frac{\hbar}{\sqrt{mk}} \sum_j a^*(1j1\nu) a_p(e) \frac{g_{pj}^n}{E_p - E + i\Gamma_p/2}. \quad (8.12)$$

Введём далее амплитуды радиационных ширин,

$$g_s^\gamma \equiv \sqrt{\frac{8\pi\omega}{c^3}} a_s(m), \quad g_p^\gamma \equiv \sqrt{\frac{8\pi\omega}{c^3}} a_p(e), \quad (8.13)$$

квадраты которых совпадают с радиационными ширинами (В.118). Тогда величины (8.11) и (8.12) принимают форму

$$a_{L\nu}(m) = \delta_{L1} \frac{\hbar}{\sqrt{mk}} \sqrt{\frac{c^3}{8\pi\omega}} a^*(0\frac{1}{2}1\nu) f_s^*(E), \quad (8.14)$$

$$a_{L\nu}(e) = \delta_{L1} \frac{\hbar}{\sqrt{mk}} \sqrt{\frac{c^3}{8\pi\omega}} \sum_j a^*(1j1\nu) f_p^*(E) \frac{g_{pj}^n}{\sqrt{\Gamma_p^n}}, \quad (8.15)$$

где функции

$$f_s(E) = - \sum_{ss'} g_{s'}^n A_{ss'}(E) g_s^\gamma, \quad f_p(E) = \frac{\sqrt{\Gamma_p^n} g_p^\gamma}{E - E_p + i\Gamma_p/2} \quad (8.16)$$

можно назвать амплитудами протекания реакции  $(n, \gamma)$  через  $s$ - и  $p$ -волновые резонансы (похожие амплитуды (3.23) использовались в разделе 3.6). Заметим, что последним множителем в амплитуде (8.15) является один из двух параметров,  $x$  или  $y$  (при  $j = 1/2$  или  $3/2$ ) — см. (8.2).

Подстановка выражений (8.14) и (8.15) в формулу (В.110) даёт вероятность испускания  $\gamma$ -кванта в единицу времени. Сечение реакции  $(n, \gamma)$  определяется отношением этой вероятности к плотности потока (8.4) падающих нейтронов. Выполняя

необходимые преобразования, для сечения получим формулу (8.1), где коэффициенты при угловых корреляциях имеют вид

$$A_0(E) = A_0^s(E) + A_0^p(E), \quad A_0^s(E) = \frac{\lambda^2}{4} g_J |f_s(E)|^2, \quad A_0^p(E) = \frac{\lambda^2}{4} g_J |f_p(E)|^2, \quad (8.17)$$

$$A_1(E) = \alpha_1 \frac{\lambda^2}{2} g_J \operatorname{Re}(f_s^*(E) f_p(E)), \quad \alpha_1 \equiv -x + \frac{y}{\sqrt{2}}, \quad (8.18)$$

$$B_1(E) = -\beta_1 \frac{\lambda^2}{2} g_J \operatorname{Im}(f_s^*(E) f_p(E)), \quad \beta_1 \equiv x + \frac{y}{2\sqrt{2}}, \quad (8.19)$$

$$A_2(E) = 2\alpha_2 A_0^p(E), \quad \alpha_2 \equiv -\frac{xy}{\sqrt{2}} - \frac{y^2}{4}, \quad (8.20)$$

здесь  $g_J = (2J + 1)/((2s + 1)(2I + 1)) = 3/4$  — статистический фактор.

Легко видеть, что  $s$ -волновой вклад в сечение не зависит от углов  $\vartheta_\gamma$  и  $\varphi_\gamma$ , которые определяют направление вылета  $\gamma$ -кванта в системе отсчёта, оси  $z$ ,  $y$  и  $x$  которой направлены вдоль векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$  и  $[\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}_k]$  соответственно (в эксперименте  $\mathbf{n}_s \perp \mathbf{n}_k$ ). Отделяя этот вклад от всего остального, перепишем дифференциальное сечение в форме

$$\frac{d\sigma_{n\gamma}(\vartheta_\gamma, \varphi_\gamma, E)}{d\Omega} = \frac{\sigma_{s0}^\gamma(E)}{4\pi} + \sigma_p^\gamma(\vartheta_\gamma, \varphi_\gamma, E), \quad \sigma_{s0}^\gamma(E) = \pi\lambda^2 g_J |f_s(E)|^2, \quad (8.21)$$

где

$$\sigma_p^\gamma(\vartheta_\gamma, \varphi_\gamma, E) = A_0^p(E) + A_1(E) \cos \vartheta_\gamma + p B_1(E) \sin \vartheta_\gamma \cos \varphi_\gamma + A_2(E) \frac{3 \cos^2 \vartheta_\gamma - 1}{2}. \quad (8.22)$$

Важным является то обстоятельство, что  $s$ -волновой вклад представляет собой «подложку», медленно меняющуюся с энергией  $E$ , в то время как все слагаемые  $p$ -волнового сечения демонстрируют резонансное брейт-вигнеровское поведение вблизи энергии  $p$ -волнового резонанса  $E_p$  за счёт фактора  $f_p(E)$  (8.16).

В реальных экспериментах [212, 273]  $\gamma$ -кванты регистрировались счётчиками, расположенными в плоскости  $(x, z)$  под углами  $\vartheta = \vartheta_1$ ,  $90^\circ$  и  $180^\circ - \vartheta_1$  к оси  $z$ , где  $\vartheta_1 = 45^\circ$  в [212] и  $55^\circ$  в [273]. Соответственно асимметрия «вперёд-назад»<sup>1)</sup> измерялась без поляризации нейтронов и определялась отношением

$$\varepsilon^{FA}(\vartheta_1, E) = \frac{d\sigma_{n\gamma}(\vartheta_1, E)/d\Omega - d\sigma_{n\gamma}(180^\circ - \vartheta_1, E)/d\Omega}{d\sigma_{n\gamma}(\vartheta_1, E)/d\Omega + d\sigma_{n\gamma}(180^\circ - \vartheta_1, E)/d\Omega}. \quad (8.23)$$

В то же время для измерения лево-правой асимметрии под углом  $\vartheta = 90^\circ$  были размещены два счётчика, один из которых регистрировал  $\gamma$ -кванты, вылетающие в направлении  $\varphi_\gamma = 0^\circ$  (т.е. вдоль оси  $x$ ), а другой —  $\gamma$ -кванты, вылетающие в противоположном направлении  $\varphi_\gamma = 180^\circ$  (т.е. против оси  $x$ ). Поэтому лево-правая асимметрия, возникающая для поляризованных нейтронов, есть

$$\varepsilon^{LR}(E) = \frac{1}{p} \cdot \frac{d\sigma_{n\gamma}(90^\circ, 0^\circ, E)/d\Omega - d\sigma_{n\gamma}(90^\circ, 180^\circ, E)/d\Omega}{d\sigma_{n\gamma}(90^\circ, 0^\circ, E)/d\Omega + d\sigma_{n\gamma}(90^\circ, 180^\circ, E)/d\Omega}. \quad (8.24)$$

На неполяризованных нейтронах измерялась также анизотропия, связанная с последним слагаемым в (8.22). Благодаря тому что  $s$ -волновая подложка

<sup>1)</sup> По-английски — «fore-aft» аsymmetry, поэтому мы используем индекс «FA» для её обозначения.

отделяется от  $p$ -волнового вклада по зависимости от  $E$ , эта анизотропия находится следующим образом:

$$\varepsilon^a(\vartheta_1, E) = \frac{2\sigma_p^\gamma(90^\circ, E)}{\sigma_p^\gamma(\vartheta_1, E) + \sigma_p^\gamma(180^\circ - \vartheta_1, E)}. \quad (8.25)$$

Кроме того, коль скоро  $s$ - и  $p$ -вклады разделены, то естественно ввести и их отношение

$$\tau^2(\vartheta_1, E) \equiv \frac{\sigma_p^\gamma(\vartheta_1, E) + \sigma_p^\gamma(180^\circ - \vartheta_1, E)}{\sigma_{s0}^\gamma(E)/2\pi}. \quad (8.26)$$

Отметим также, что анизотропия (8.25) есть, фактически, отношение  $\tau^2(90^\circ, E)$  к  $\tau^2(\vartheta_1, E)$ . Все приведённые здесь определения величин, извлекаемых из эксперимента, взяты из работ [212, 273].

Пользуясь результатами (8.17)–(8.22), нетрудно установить, что анизотропия (8.25) не зависит от энергии и полностью определяется одними только параметрами  $x$  и  $y$ ,

$$\varepsilon^a(\vartheta_1) = \frac{1 - \alpha_2}{1 + \alpha_2(3 \cos^2 \vartheta_1 - 1)}. \quad (8.27)$$

Отношение (8.26) вкладов  $p$ - и  $s$ -волн может быть записано в форме

$$\tau^2(\vartheta_1, E) = \frac{|f_p(E)|^2 (1 + \alpha_2(3 \cos^2 \vartheta_1 - 1))}{|f_s(E)|^2}. \quad (8.28)$$

Далее, асимметрия «вперёд–назад» (8.23) приводится к виду

$$\begin{aligned} \varepsilon^{FA}(\vartheta_1, E) &= \frac{2A_1(E) \cos \vartheta_1}{\sigma_{s0}^\gamma(E)/2\pi} \cdot \frac{1}{1 + \tau^2(\vartheta_1, E)} = \\ &= \frac{2\alpha_1 \operatorname{Re}(f_s^*(E)f_p(E)) \cos \vartheta_1}{|f_s(E)|^2} \cdot \frac{1}{1 + \tau^2(\vartheta_1, E)}. \end{aligned} \quad (8.29)$$

Наконец, для лево–правой асимметрии (8.24) получим:

$$\varepsilon^{LR}(E) = \frac{2B_1(E)}{\sigma_{s0}^\gamma(E)/2\pi} \cdot \frac{1}{1 + \tau^2(90^\circ, E)} = -\frac{2\beta_1 \operatorname{Im}(f_s^*(E)f_p(E))}{|f_s(E)|^2} \cdot \frac{1}{1 + \tau^2(90^\circ, E)}. \quad (8.30)$$

#### 8.4. Особенности извлечения $x$ и $y$ из экспериментальных данных

Существует важное обстоятельство, которое многое упрощает. Оно заключается в том, что исследуемый  $p$ -волновой резонанс значительно удалён от соседних  $s$ -волновых резонансов, т. е.  $|E_p - E_s| \gg \Gamma_s$ . Это означает, что в уравнении (8.8) можно пренебречь всеми малыми мнимыми слагаемыми, и поэтому матрица  $A_{ss'}(E)$  есть фактически действительная диагональная матрица,

$$A_{ss'}(E) \simeq \frac{\delta_{ss'}}{E_s - E}. \quad (8.31)$$

Следовательно, фактор  $f_s(E)$  (8.16) также действителен и представляет собой сумму брейт-вигнеровских вкладов от отдельных  $s$ -волновых резонансов. Точно такой же ответ можно получить, если в формулу (8.6) для начального состояния просто ввести суммирование по  $s$ -волновым резонансам.

Нетрудно, далее, сообразить, что отношение (8.28) вкладов  $p$ - и  $s$ -волн имеет брейт-вигнеровскую форму,

$$\tau^2(\vartheta_1, E) = \frac{\Gamma_p^n \Gamma_{p0}^\gamma}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4} \cdot \frac{1 + \alpha_2(3 \cos^2 \vartheta_1 - 1)}{f_s^2(E)}, \quad \Gamma_{p0}^\gamma = (g_p^\gamma)^2, \quad (8.32)$$

где нейтронная ширина  $\Gamma_p^n$  есть функция энергии  $E$  в соответствии с (8.9). Удобно взять  $E = E_p$  в брейт-вигнеровском знаменателе и ввести параметр

$$t(\vartheta_1, E) \equiv \frac{2\sqrt{\Gamma_p^n(E)} g_p^\gamma}{f_s(E)\Gamma_p} \sqrt{1 + \alpha_2(3 \cos^2 \vartheta_1 - 1)}, \quad t^2(\vartheta_1, E_p) = \tau^2(\vartheta_1, E_p), \quad (8.33)$$

сохраняющий только слабую зависимость от  $E$ . Тогда асимметрии (8.29) и (8.30) приводятся к следующему виду:

$$\varepsilon^{FA}(\vartheta_1, E) = \frac{\alpha_1}{\sqrt{1 + \alpha_2(3 \cos^2 \vartheta_1 - 1)}} \cdot \frac{4 \cos \vartheta_1 t(\vartheta_1, E)(E - E_p)/\Gamma_p}{4(E - E_p)^2/\Gamma_p^2 + 1 + t^2(\vartheta_1, E)}, \quad (8.34)$$

$$\varepsilon^{LR}(E) = \frac{\beta_1}{\sqrt{1 - \alpha_2}} \cdot \frac{2 t(90^\circ, E)}{4(E - E_p)^2/\Gamma_p^2 + 1 + t^2(90^\circ, E)}. \quad (8.35)$$

Данный способ представления «вперёд-назад» и «лево-правой» асимметрий, удобный для их последующего сравнения с экспериментальными данными, был, по-видимому, предложен в [212] и использовался также в [273]. В этих работах, правда, вместо множителей  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  и  $\alpha_2$  (8.18)–(8.20) явным образом выписывались громоздкие комбинации параметров  $x$  и  $y$ . Отмечу также, что в [212, 273] считалось, что функция  $f_s(E)$  пропорциональна  $E^{1/4}$ , т.е. принималась во внимание только энергетическая зависимость нейтронных амплитуд  $g_s$ , входящих в (8.16). Соответственно вместо введённого здесь параметра (8.33) использовалась величина  $\tau(\vartheta_1, E_p)(E/E_p)^{1/2}$ . Однако в силу удалённости  $s$ -волновых резонансов это уточнение не сказывается сколько-нибудь существенным образом на результатах анализа.

Таким образом, подводя предварительные итоги, отметим, во-первых, что в то время как анизотропия (8.27) целиком определяется параметрами  $x$  и  $y$ , асимметрии (8.34) и (8.35) представляются в виде произведений двух множителей. Зависимость от  $x$  и  $y$  связана, в основном, с первым множителем в каждом из выписанных выражений. Вторые множители отвечают за энергетическое поведение асимметрий и определяются параметром  $t(\vartheta, E)$ , слабо зависящим от  $E$ . В соответствии с его определением в  $p$ -волновом резонансе имеем

$$t^2(\vartheta, E_p) = \frac{\sigma_p^\gamma(\vartheta_1, E_p) + \sigma_p^\gamma(180^\circ - \vartheta_1, E_p)}{\sigma_{s0}^\gamma(E_p)/2\pi}, \quad (8.36)$$

т.е. параметр  $t(\vartheta, E)$  извлекается, как кажется, непосредственно из экспериментальных данных. Легко, кстати, заметить, что относительный знак этого параметра, с одной стороны, и величин  $x$  и  $y$ , с другой стороны, не может быть определён. Поэтому всюду далее мы будем считать параметры  $t(\vartheta, E)$  положительными.

Второе обстоятельство, заслуживающее внимания, состоит в том, что структура  $s$ -волновой подложки, как будто, несущественна. Действительно, функция  $f_s(E)$ , которая определяется вкладами как близких, так и далеких  $s$ -волновых резонансов, входит только в выражение (8.33). Но если параметр  $t(\vartheta, E)$  находится из результатов измерений, то нет, по-видимому, никакого смысла в тщательном изучении структуры функции  $f_s(E)$ .

Наконец, третий результат, с которым я и отправился на рабочее совещание в ЛНФ ОИЯИ в марте 1990 года (воспользовавшись приглашением Л. Б. Пикельнера), заключается в следующем. Подставим  $x$  и  $y$  в форме (8.3) в выражения для коэффициентов  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  и  $\alpha_2$  (8.18)–(8.20). Нетрудно проверить, что они принимают вид следующих несложных тригонометрических функций:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \sin\left(\phi - \phi_0 - \frac{\pi}{4}\right), \quad \beta_1 = \frac{3}{2\sqrt{2}} \cos(\phi - 2\phi_0), \quad \alpha_2 = -\frac{3 \sin(2\phi - 2\phi_0) + 1}{8}, \quad (8.37)$$

где

$$\phi_0 \equiv \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \simeq 0.17. \quad (8.38)$$

Следовательно, асимметрии  $\varepsilon^{FB} \sim \alpha_1(\phi)$  и  $\varepsilon^{LR} \sim \beta_1(\phi)$ , грубо говоря, осциллируют с изменением параметра  $\phi$ , причем со значительным фазовым сдвигом. Но это и означает, что в некотором интервале изменения  $\phi$  одна из этих функций может проходить через экстремум и слабо зависеть от аргумента, тогда как другая — меняться очень значительно и, в частности, проходить через нуль.

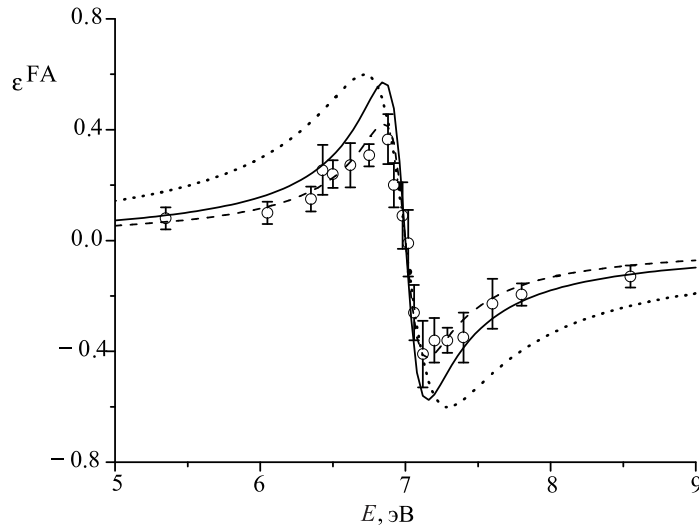


Рис. 8.1. Асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов «вперёд-назад» для ядра  $^{113}\text{Cd}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); точки — экспериментальные данные [273]; сплошная линия —  $\phi = -0.9$  и штриховая линия —  $\phi = -1.4$  построены при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 2.53$  (8.43); пунктирная линия —  $\phi = -1.1$  построена при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 11.8$  (8.42)

Обратимся для наглядности к экспериментальным данным, полученным на ядре  $^{113}\text{Cd}$ . Вместе с расчётными кривыми они представлены на рис. 8.1–8.4. Параметр  $\phi$  принадлежит интервалу от  $-\pi$  до  $\pi$ . Нетрудно, однако, установить, что существуют только два сравнительно узких интервала изменения  $\phi$ , пригодные для описания наблюдаемых асимметрий. При этом в одном из них параметр  $\phi$  положительен, а в другом отрицателен. Пользуясь формулой (8.27), можно установить, что в первом случае  $\varepsilon^a(55^\circ) > 1$ , тогда как во втором, как правило,  $\varepsilon^a(55^\circ) < 1$ . Экспериментальное значение  $\varepsilon^a(55^\circ) = 0.90 \pm 0.15$  было найдено в [273] с большой систематической погрешностью. Оно, скорее, указывает на область отрицательных  $\phi$ , но, очевидно, противоположный вариант тоже должен быть рассмотрен.

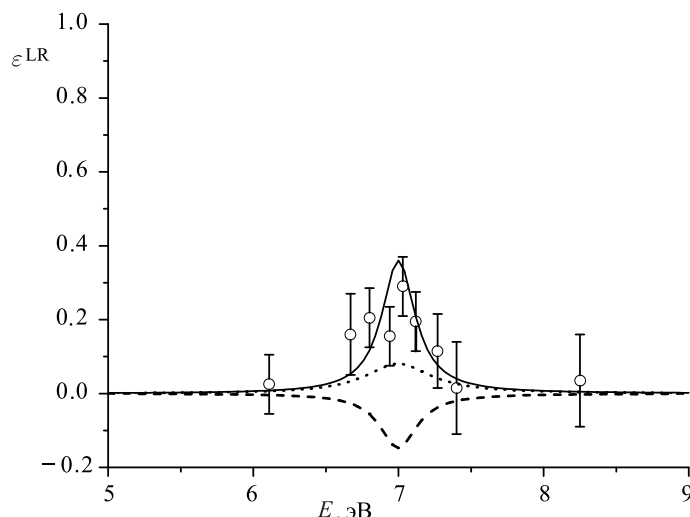


Рис. 8.2. Лево–правая асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов для ядра  $^{113}\text{Cd}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); обозначения те же, что на рис. 8.1

В отрицательной области значение  $\phi = -0.9$  (ему соответствуют сплошные кривые на рис. 8.1 и 8.2) позволяет воспроизвести  $\varepsilon^{LR}$ , однако асимметрия «вперёд–назад» согласуется с экспериментальными точками не очень хорошо. На глаз, кстати, расхождение не выглядит катастрофическим (этот вариант не показан в [273]), но, если вычислить  $\chi^2$ , то результат всё-таки неважен. Сдвигая далее  $\phi$  в область ещё более отрицательных значений, можно плавно «посадить» кривую, описывающую асимметрию «вперёд–назад», на экспериментальные точки при значении  $\phi = -1.4$  (ему соответствуют штриховые линии на тех же рисунках). Но при этом сравнительно малом изменении  $\varepsilon^{FA}$  кривая, описывающая лево–правую асимметрию, «проваливается» сквозь ось абсцисс и воспроизводит эффект другого знака. Это выглядит так, будто действительно коэффициент  $B_1(E)$  в формуле (8.1) вычислен с ошибкой в знаке. Отмечу также, что указанному смещению  $\phi$  от  $-0.9$  до  $-1.4$  соответствует плавное увеличение анизотропии  $\varepsilon^a(55^\circ)$  от 0.8 до 1.1.

Что же касается положительных значений параметра  $\phi$ , то величине  $\phi = 0.2$  (см. сплошные кривые на рис. 8.3 и 8.4) соответствует очень хорошее описание асимметрии «вперёд–назад», но сильное завышение лево–правой асимметрии. Далее, сдвигом параметра  $\phi$  до значения 1.4 можно «уложить» кривую  $\varepsilon^{LR}$  на экспериментальные значения. При этом, однако, кривая, описывающая  $\varepsilon^{FA}$ , буквально переворачивается относительно оси абсцисс. Это означает, кстати, что изменение знака коэффициента  $A_1(E)$  в формуле (8.1) также могло бы упростить описание экспериментальных данных! Анизотропия  $\varepsilon^a(55^\circ)$  в указанном интервале изменения  $\phi$  колеблется в пределах от 1.2 до 1.5.

### 8.5. Роль $s$ -волны в формировании угловых корреляций

В марте 1990 года я приехал в Дубну с пониманием многих аспектов проблемы, но реальных предложений по её решению у меня не было. Хорошо, что состоялось личное знакомство с Э.И. Шараповым. Хорошо, что Э.И. Шарапов снабдил меня экспериментальными данными по ядрам  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{113}\text{Cd}$  в виде таблиц (написанных от руки на двух листах).

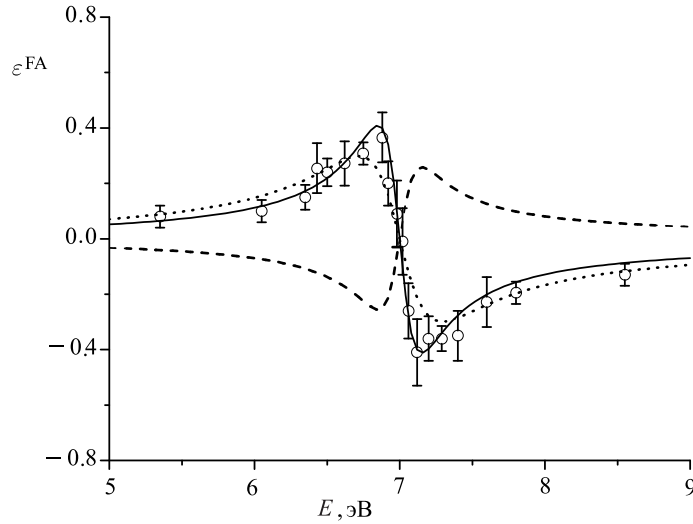


Рис. 8.3. Асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов «вперёд-назад» для ядра  $^{113}\text{Cd}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); точки — экспериментальные данные [273]; сплошная линия —  $\phi = 0.2$  и штриховая линия —  $\phi = 1.4$  построены при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 2.53$  (8.43); пунктирная линия —  $\phi = 0.5$  построена при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 11.8$  (8.42)

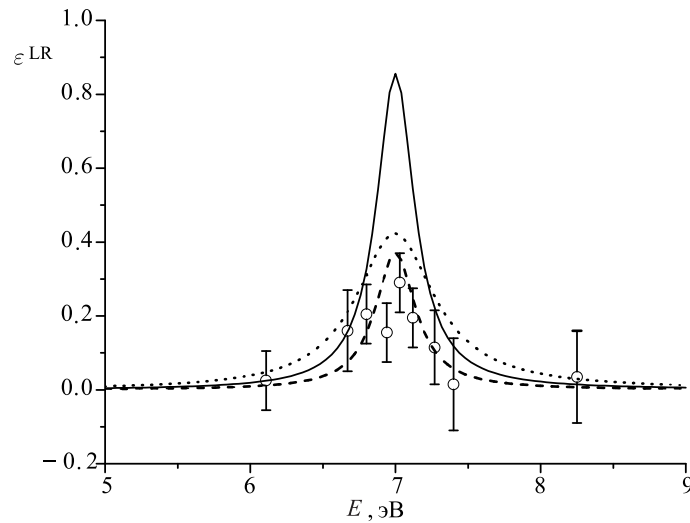


Рис. 8.4. Лево-правая асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов для ядра  $^{113}\text{Cd}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); обозначения те же, что на рис. 8.3

Но лишь через год, занимаясь осмыслением экспериментальных данных по  $\mathcal{P}$ -нечётным эффектам на ядре  $^{117}\text{Sn}$  (подробнее об этом рассказывается в следующей главе), я вдруг сообразил, что именно может быть изменено в стандартном анализе  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций в реакции  $(n, \gamma)$  на ядре  $^{117}\text{Sn}$ . Дальше оказалось, что то же самое изменение, но по более простым и серьезным причинам, следует внести и в обработку результатов, полученных для ядра  $^{113}\text{Cd}$ . Понемногу сложилась статья [298], увидевшая свет уже в 1992 году.

Смысл этой работы состоял вовсе не в том, чтобы «закрыть» проблему. Мне, скорее, хотелось привлечь внимание к тому, что лежало почти на поверхности (если точнее, то только для  $^{113}\text{Cd}$ ), но тем не менее практически не обсуждалось. В апреле 1992 года я выступил с докладом на эту тему в Дубне на Международном семинаре по взаимодействию нейтронов с ядрами, от которого потом пошел счёт этим форумам. Я предполагал, что некоторые мои гипотезы могли бы быть проверены в специально поставленных экспериментах.

К сожалению, и я об этом уже писал в разделе 3.9, интерес к моим предложениям оказался небольшим. В некотором смысле я просто опоздал. После статьи [273] из ЛНФ ОИЯИ, фактически, ничего более не вышло на тему  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций в реакции  $(n, \gamma)^1$ . С одной стороны, наступили пресловутые «новые времена». С другой стороны, появились первые результаты поиска  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в нейтрон-ядерном взаимодействии, выполненные в Лос-Аламосе. Там счёт обнаруженных  $p$ -волновых резонансов пошёл на десятки. На этом фоне вся проблема, связанная с двумя, в сущности, случайно взятыми  $p$ -волновыми резонансами, как-то поблёкла. Наконец, есть просто фактор усталости от занятий одним и тем же.

Имеется, однако, публикация Э.И. Шарарова с сотрудниками [273] 1990 года, которая заканчивается тем, что «задача определения параметров смешивания нейтронных ширин осталась нерешённой», и, я так думаю, маятник рано или поздно пойдёт в обратную сторону. Поэтому, не вдаваясь в подробности (их можно найти в статье), я здесь всё же изложу основные идеи работы [298].

Из формул (8.18) и (8.19) ясно видно, что асимметрии «вперёд–назад» и «лево–правая» обусловлены интерференцией  $s$ - и  $p$ -волн. Обратившись, далее, к попыткам воспроизвести экспериментальные данные для ядра  $^{113}\text{Cd}$  (а с ядром  $^{117}\text{Sn}$  всё обстоит схожим образом), мы можем заметить следующее. Для простоты сосредоточимся только на тех расчётах, результаты которых показаны на рис. 8.1–8.4 сплошными линиями. Тогда на первой паре рисунков мы имеем хорошее описание  $\varepsilon^{LR}$ , тогда как сплошная кривая  $\varepsilon^{FA}$  идёт заметно выше экспериментальных точек. На второй же паре рисунков, наоборот, сплошная кривая  $\varepsilon^{FA}$  согласуется с экспериментом, тогда как расчётные значения  $\varepsilon^{LR}$  слишком велики. Общим является то, что, подогнав одну асимметрию, мы переоцениваем другую! А поскольку всё происходит в пределах  $p$ -волнового резонанса, который сам по себе «на виду», то естественно предположить, что источником проблем является преувеличение вклада  $s$ -волны в формирование интерференционных эффектов.

Ранее я уже обращал внимание на то, что  $s$ -волной определяется только параметр  $t^2(\vartheta, E)$ , который при  $E = E_p$  равен отношению (8.36) резонансного вклада  $p$ -волн к медленно меняющемуся вкладу  $s$ -волны. Поэтому возникает вопрос, насколько надёжно из наблюдаемой подложки, в которой обязательно присутствуют фоновые вклады различной природы, выделяется вклад тех  $s$ -волн, которые интерферируют с  $p$ -волнами? Разумеется, во многом это вопрос чистоты используемой экспериментальной методики. Но, на мой взгляд, некоторые расчёты здесь также не являются лишними.

В эксперименте [273] угол  $\vartheta_1$  очень удачно был взят равным  $55^\circ$ , поскольку  $\cos^2(55^\circ) \simeq 1/3$ , и поэтому последнее корреляционное слагаемое (пропорциональное второму полиному Лежандра) в формулах (8.1) и (8.22) обращается в нуль. В част-

<sup>1)</sup> Другое дело, что, как было рассказано в разделах 3.10 и 3.11, позже из этих данных удалось извлечь ограничения на гипотетические ядерные  $TUPC$ -силы. И, кстати, без работ [297, 298] не было бы, конечно, и статьи [309].



ности, из формулы (8.28) ясно, что  $t^2(55^\circ, E_p)$  есть, фактически, отношение,

$$t^2(55^\circ, E_p) = \frac{\sigma_{p0}^\gamma(E_p)}{\sigma_{s0}^\gamma(E_p)}, \quad (8.39)$$

$p$ - и  $s$ -волновых парциальных сечений прямого перехода в основное состояние  $0^+$  дочернего ядра. Для  $p$ -волны это сечение имеет брейт-вигнеровский вид

$$\sigma_{p0}^\gamma(E) = \pi\lambda^2 g_J |f_p(E)|^2 = \pi\lambda^2 g_J \frac{\Gamma_p^n(E)\Gamma_{p0}^\gamma}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2}, \quad (8.40)$$

где парциальная радиационная ширина  $\Gamma_{p0}^\gamma$  ранее уже была введена в (8.32). А для  $s$ -волны в соответствии с (8.21), (8.16) и (8.31) имеем

$$\sigma_{s0}^\gamma(E) = \pi\lambda^2 g_J |f_s(E)|^2 = \pi\lambda^2 g_J \left| \sum_s \frac{g_s^n(E)g_s^\gamma}{E - E_s} \right|^2. \quad (8.41)$$

Все характеристики  $p$ -волнового резонанса, определяющие  $\sigma_{p0}^\gamma$ , известны. Что же касается характеристик  $s$ -волновых резонансов, входящих в (8.41), то тут ситуация сложнее. Если бы даже были известны все нейтронные  $\Gamma_s^n = (g_s^n)^2$  и парциальные (по отношению к переходу в основное состояние  $0^+$ ) радиационные  $\Gamma_{s0}^\gamma = (g_s^\gamma)^2$  ширины отдельных резонансов, то и тогда, строго говоря, нельзя было бы вычислить  $\sigma_{s0}^\gamma$ , так как знаки нейтронных  $g_s^n$  и радиационных  $g_s^\gamma$  амплитуд всё равно не определены. Естественно, однако, предположить, что основной вклад вносят ближайшие резонансы.

По отношению к  $p$ -волновому резонансу с энергией  $E_p = 7.0$  эВ таковыми являются резонансы с энергиями  $E_s = 0.178, 18.4, 63.7, 84.8$  и  $108.3$  эВ. Парциальные радиационные ширины  $\Gamma_{s0}^\gamma$  для всех этих резонансов, к сожалению, не измерены, зато произведения статистических факторов  $g_J$  и приведённых нейтронных ширин  $\Gamma_s^{n0}$  для каждого из указанных резонансов приведены в справочнике [176]. В статье [298] проведено сравнение величин  $g_J \Gamma_s^{n0} / (E_p - E_s)^2$  и показано (в предположении о приблизительном равенстве парциальных радиационных ширин), что вклад ближайшего  $s$ -волнового резонанса с энергией  $E_s = 0.178$  эВ примерно на два порядка превосходит вклады других  $s$ -волновых резонансов <sup>2)</sup>. Казалось бы, это означает, что с точностью до процентов, только ближайший  $s$ -волновой резонанс и следует учесть в (8.41). Но для этого резонанса парциальная радиационная ширина известна. Поэтому с учётом всех погрешностей для расчётного значения параметра (8.39) получим

$$t_c^2(55^\circ, E_p) = 11.8 \pm 3.2. \quad (8.42)$$

Этот результат, однако, резко отличается от экспериментального значения

$$t_e^2(55^\circ, E_p) = 2.53 \pm 0.23, \quad (8.43)$$

приведённого в [273]!

<sup>1)</sup> Согласно (8.9) и (6.63)  $\Gamma_l^n \sim E^{(2l+1)/2}$ , поэтому в нейтронной физике приведённой нейтронной шириной  $l$ -волнового резонанса называют, как правило, не величину  $\Upsilon_l^n$ , определённую в соответствии с (8.9) или (6.62), а более простую величину  $\Gamma_l^{n0}$ , такую что  $\Gamma_l^n = \Gamma_l^{n0} (E \text{ (eV)} / 1 \text{ eV})^{(2l+1)/2}$ .

<sup>2)</sup> Этим резонансом, кстати, определяется гигантское сечение радиационного захвата ядром  $^{113}\text{Cd}$  тепловых нейтронов (примерно 20 000 бн), благодаря которому стержни, управляющие атомными реакторами, делаются именно из кадмия; интересно, что природный кадмий лишь на 12.2% состоит из изотопа  $^{113}\text{Cd}$ .

Мне кажется невероятным, что 80%  $s$ -волновой подложки под  $p$ -волновым резонансом ядра  $^{113}\text{Cd}$  составляют вклады удаленных резонансов. Тем более что ничего подобного не получается для ядра  $^{117}\text{Sn}$  (см. следующий раздел). Поэтому я исследовал, можно ли воспроизвести данные по «вперёд–назад» и «лево–правой» асимметриям на ядре  $^{113}\text{Cd}$ , используя (8.42). При этом в соответствии с определениями (8.25), (8.26) и (8.33) параметр  $t_c^2(90^\circ, E_p)$  для каждого значения  $\phi$  определялся как произведение анизотропии (8.27) и  $t_c^2(55^\circ, E_p)$ .

Результаты наилучших подгонок представлены на рис. 8.1–8.4 пунктирными линиями. Видно, что в области отрицательных  $\phi$  описание, в сущности, ухудшается. Но для положительного значения  $\phi = 0.5$  согласие является вполне приличным. В соответствии с (8.2) это означает, что полная нейтронная ширина  $p$ -волнового резонанса ядра  $^{113}\text{Cd}$  следующим образом разделяется на парциальные ширины:

$$\Gamma_{p\frac{1}{2}}^n / \Gamma_p^n \simeq 0.77, \quad \Gamma_{p\frac{3}{2}}^n / \Gamma_p^n \simeq 0.23. \quad (8.44)$$

### 8.6. Положение отрицательного $s$ -волнового резонанса в ядре $^{117}\text{Sn}$

Резонанс с энергией  $E_p = 1.33$  эВ в ядре  $^{117}\text{Sn}$  был первым, для которого была предпринята попытка определить парциальные нейтронные ширины с помощью угловых корреляций в реакции  $(n, \gamma)$ . Любопытно, что сначала, в 1984 году, появилась статья [205], в которой приводились результаты измерений лево–правой асимметрии  $\gamma$ -квантов, испускающихся в прямом переходе на основное состояние  $0^+$  дочернего ядра. Вывод состоял в том, что

$$\phi \simeq -1 \quad \Rightarrow \quad \Gamma_{p\frac{1}{2}}^n / \Gamma_p^n \simeq 0.27. \quad (8.45)$$

У авторов получался также вариант  $\phi \simeq 1.5$  (практически  $\pi/2$ ), но ему отвечает исчезающе малая парциальная ширина  $\Gamma_{p\frac{1}{2}}^n$ . А это плохо согласуется с эффектами нарушения пространственной чётности, обнаруженными в этом же резонансе.

Через год, однако, те же авторы фактически отказались от своего результата, поскольку попытка описать одновременно лево–правую асимметрию и асимметрию «вперёд–назад» не удалась [212]. В 1990 году вышел также препринт Э. И. Шарипова с сотрудниками [278] с описанием новой серии измерений асимметрии «вперёд–назад» с особым вниманием к области энергий, близкой к тепловой. Прежние результаты по этой асимметрии были подтверждены. Однако значение анизотропии (8.25) было исправлено; вместо  $1.63 \pm 0.14$  [212] было получено:  $\varepsilon^a(45^\circ, E_p) = 1.18 \pm 0.12$ .

Если результат  $\varepsilon^a(45^\circ, E_p) > 1$  считать надёжным, то, как показано в [298], для описания данных наиболее подходит область  $\phi \sim 1$  (в области (8.45) анизотропия  $\varepsilon^a$  меньше единицы!). Результаты близки к тем, что представлены на рис. 8.3 и 8.4 для ядра  $^{113}\text{Cd}$ . В данном случае, как показано на рис. 8.5 и 8.6, при значении  $\phi = 0.6$  получается хорошее описание  $\varepsilon^{FA}$ , но сплошная линия на рисунке для  $\varepsilon^{LR}$  проходит намного выше экспериментальных значений. Далее, сдвигаясь к значению  $\phi = 1.4$  (близкому к  $\pi/2$ , как получалось ещё в [205]) можно воспроизвести лево–правую асимметрию, но соответствующая (штриховая) кривая для асимметрии «вперёд–назад» переворачивается вверх тормашками.

Что же можно сказать об  $s$ -волновой подложке  $p$ -волнового резонанса в случае ядра  $^{117}\text{Sn}$ ? Подставляя экспериментальные значения  $t^2(90^\circ, E_p) = 2.16 \pm 0.22$

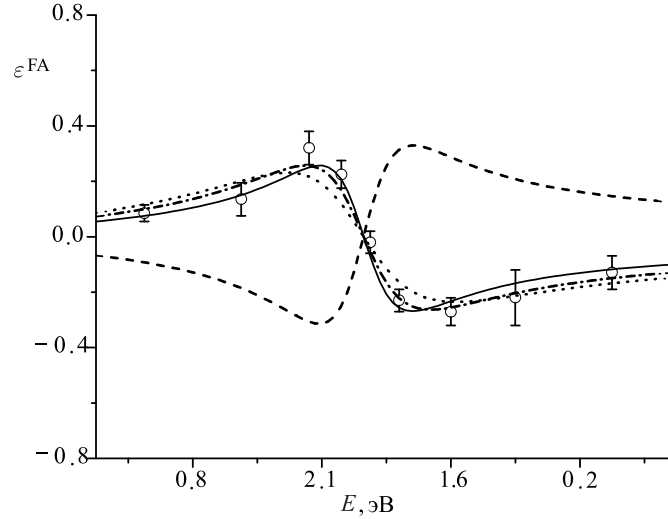


Рис. 8.5. Асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов «вперёд-назад» для ядра  $^{117}\text{Sn}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); точки — экспериментальные данные [212]; сплошная линия —  $\phi = 0.6$  и штриховая линия —  $\phi = 1.4$  построены при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 1.94$  (8.46); пунктирная линия —  $\phi = 0.7$  построена при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 9.5$  (8.56); штрихпунктирная линия —  $\phi = 0.65$  построена при значении  $t_c^2(55^\circ, E_p) = 4.6$  (8.55)

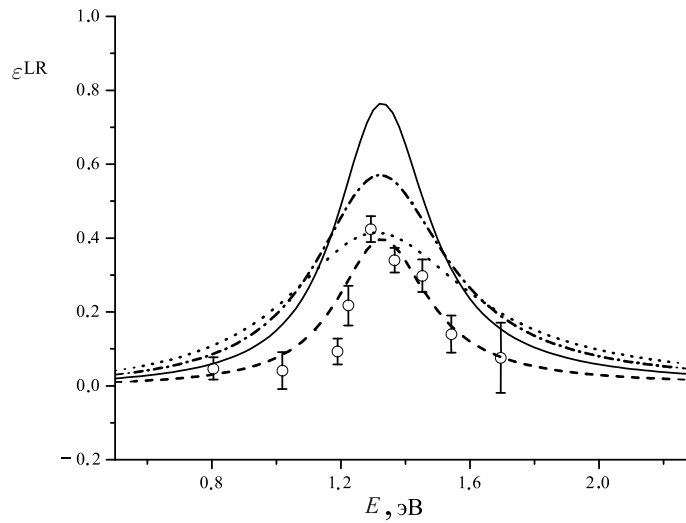


Рис. 8.6. Лево-правая асимметрия испускания  $\gamma$ -квантов для ядра  $^{117}\text{Sn}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); обозначения те же, что на рис. 8.5

и  $t^2(45^\circ, E_p) = 1.83 \pm 0.18$  [278] в формулу (8.28), мы можем отдельно вычислить  $\alpha_2 = -0.11$  и отношение  $|f_p(E_p)|^2/f_s^2(E_p)$ , которое представляет собой величину

$$t_c^2(55^\circ, E_p) = 1.94 \pm 0.19. \quad (8.46)$$

Этот же параметр можно оценить, пользуясь выражениями (8.39)–(8.41). Всё, что относится к  $p$ -волновому резонансу, известно. Что же касается  $s$ -волновых резонан-

сов, то здесь ситуация существенно отличается от случая  $^{113}\text{Cd}$ , потому что очень близких резонансов нет.

Согласно справочнику [176] ближайшие «положительные»  $s$ -волновые резонансы имеют энергии  $E_s = 34.05, 38.80, 74.47$  и  $120.4$  эВ. Но в соответствии с тем же справочником все известные положительные  $s$ -волновые резонансы обеспечивают сечение захвата в тепловой точке, примерно равное  $0.19$  бн, в то время как на самом деле это сечение есть

$$\sigma_s^\gamma(E_{th}) = 1.07 \pm 0.05 \text{ бн.} \quad (8.47)$$

Этот результат, полученный В.Р. Скоем и Э.И. Шараповым [279] в 1990 году, является, по-видимому, наиболее точным<sup>1)</sup>. Он означает, что захват в тепловой точке определяется, главным образом, «отрицательными» резонансами. Всё в том же справочнике [176] указаны параметры единственного отрицательного резонанса, расположенного при энергии  $E_s = -29$  эВ. Понятно, что нейтронная и радиационная ширины этого резонанса должны быть исправлены в соответствии с уточненным значением сечения захвата в тепловой точке.

Интригующим моментом является, однако, само положение отрицательного резонанса. К нему должна быть чувствительна энергетическая зависимость сечения захвата, но мне таких данных найти не удалось. Более того, уже сам факт, что величина  $-29$  эВ приведена без погрешностей, означает, что речь идёт не о величине, извлечённой из экспериментальных данных, а о некоторой оценке.

Между тем, занимаясь данными по  $\mathcal{P}$ -нечётным эффектам во взаимодействии нейтронов с ядрами  $^{117}\text{Sn}$ , я обнаружил, что наилучшее их описание достигается, если отрицательный резонанс находится в области от  $-2.0$  до  $-2.5$  эВ [284] (об этом рассказывается в разделе 9.3). Но если разместить там такой  $s$ -волновой резонанс, который правильно описывает сечение захвата (как полное  $\sigma_s^\gamma$ , так и частичное  $\sigma_{s0}^\gamma$ , связанное с переходом на основное состояние  $0^+$  дочернего ядра), то его вклад в точку  $E_p = 1.33$  эВ будет, конечно, значительно ниже, нежели получается из экстраполяции по закону  $1/v$ . Возникает, следовательно, вопрос, насколько аккуратно была измерена подложка слева и справа от  $p$ -волнового резонанса в экспериментах [212, 278] и насколько надёжным является значение (8.46)?

Казалось бы, вот это уж точно вопрос, на который могли бы дать ответ только сами экспериментаторы. Но, в действительности, этот ответ был у меня в руках. А именно, в препринте [279] 1990 года, на который я только что ссылаюсь в связи с данными по  $\sigma_s^\gamma(E_p)$ , приведены также результаты измерения энергетической зависимости частичного сечения захвата,

$$\sigma_0^\gamma(E) = \sigma_{s0}^\gamma(E) + \sigma_{p0}^\gamma(E), \quad (8.48)$$

в интервале энергий от тепловой до  $7$  эВ. Вблизи  $E_p = 1.33$  эВ имеется подъем, который в данной работе не был предметом тщательного изучения, а вот до и после  $p$ -волнового резонанса энергетическая зависимость сечения (фактически  $\sigma_{s0}^\gamma$ ) была прослежена очень хорошо. При этом был сделан вывод, что вплоть до энергии  $7$  эВ сечение падает по закону  $1/v$ .

Фокус заключается в том, что из своих прежних исследований [284] я уже знал, что даже если отрицательный резонанс в ядре  $^{117}\text{Sn}$  расположен при энергии  $E_s = -29$  эВ, то закон  $1/v$  должен существенно нарушаться уже сразу после  $p$ -волнового резонанса, т. е. при энергиях выше  $3$  эВ! Таким образом, либо к данным [279] следовало относиться как к предварительным, либо как к прямому указанию

<sup>1)</sup> Ранее в ЛНФ ОИЯИ было получено значение  $1.32 \pm 0.18$  бн [206], тогда как в [176] приведена величина  $2.3 \pm 0.5$  бн.

на то, что ситуация с отрицательным резонансом в ядре  $^{117}\text{Sn}$  совсем не так проста, как думают. И я решил рассмотреть оба случая, т. е., в частности, понять, за счёт чего закон  $1/v$  мог бы остаться справедливым. При этом «тупой» вариант сдвига  $E_s$  ещё дальше в отрицательную область я сразу отбросил, хотя бы потому, что он заведомо приводит к нереалистически высокой приведённой нейтронной ширине отрицательного резонанса.

### 8.7. Гипотеза о двух отрицательных $s$ -волновых резонансах

Простейшая гипотеза состоит в том, что в отрицательной области имеются два  $s$ -волновых резонанса с одинаковым спином и чётностью  $1^+$  и с энергиями  $E_{s1} = -29$  эВ и  $E_{s2} = -2$  эВ. Предположим также, что их полные ширины, практически совпадающие с полными радиационными ширинами, равны средней ширине  $s$ -волновых резонансов ядра  $^{117}\text{Sn}$ ,

$$\Gamma_{s1} = \Gamma_{s2} = 0.08 \text{ эВ}. \quad (8.49)$$

Тогда, приравнивая вклад этих двух резонансов в полное  $s$ -волновое сечение захвата,

$$\sigma_s^\gamma(E) = \pi \lambda^2 \sum_s \frac{g_J \Gamma_s^n \Gamma_s^\gamma}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4}, \quad (8.50)$$

к указанной выше разности 1.07 бн и 0.19 бн, получим

$$\frac{g_J \Gamma_{s1}^{n0}}{(E_{th} - E_{s1})^2 + \Gamma_{s1}^2/4} + \frac{g_J \Gamma_{s2}^{n0}}{(E_{th} - E_{s2})^2 + \Gamma_{s2}^2/4} = 2.63 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}^{-1}, \quad (8.51)$$

где  $E_{th} = 0.0253$  эВ. Если в этой сумме оставить только дальний резонанс, то его приведённая нейтронная ширина окажется равной  $g_J \Gamma_{s1}^{n0} = 2.22$  мэВ. Примерно таковы приведённые нейтронные ширины и других хорошо выраженных резонансов  $^{117}\text{Sn}$ . Если же оставить один близкий к тепловой точке резонанс, то его приведённая нейтронная ширина,  $g_J \Gamma_{s2}^{n0} = 0.011$  мэВ, оказывается примерно такой же, как у других слабых нейтронных резонансов этого же ядра.

Обратимся теперь к парциальным сечениям захвата нейтрона,  $\sigma_{p0}^\gamma(E)$  (8.40) и  $\sigma_{s0}^\gamma(E)$  (8.41). Выше уже было сказано, что все параметры, относящиеся к  $p$ -волновому резонансу, известны. А именно, парциальная радиационная ширина  $\Gamma_{p0}^\gamma$  была определена в работе [206]. Там же было измерено сечение  $\sigma_{s0}^\gamma$  в тепловой точке и при энергии  $E_s = 38.8$  эВ ближайшего хорошо выраженного положительного  $s$ -волнового резонанса. В первом измерении было получено

$$\sigma_{s0}^\gamma(E_{th}) = (2.5 \pm 0.4) \cdot 10^{-2} \text{ бн}, \quad (8.52)$$

Второе измерение дало, фактически, парциальную радиационную ширину  $\Gamma_{s0}^\gamma$  этого резонанса. Она оказалась малой ( $0.6 \pm 0.2$  мэВ). Поэтому мал и вклад резонанса  $E_s = 38.8$  эВ в величину (8.52) (примерно 3%).

В результате, считая, что вся величина  $\sigma_{s0}^\gamma(E_{th})$  определяется отрицательными резонансами, в соответствии с формулой (8.41) получим

$$\left| \frac{g_J \sqrt{\Gamma_{s1}^{n0}} g_{s1}^\gamma}{E_{th} - E_{s1}} \pm \frac{g_J \sqrt{\Gamma_{s2}^{n0}} g_{s2}^\gamma}{E_{th} - E_{s2}} \right| = 7.78 \cdot 10^{-5}. \quad (8.53)$$

Если в этой формуле оставить только один резонанс, причем всё равно какой — дальний или ближний, то для парциальной радиационной ширины этого резонанса (с учётом неопределённости в (8.52)) найдем  $\Gamma_{s0}^\gamma = (g_s^\gamma)^2 = 2.3 \pm 0.4$  мэВ.

В работе [206] именно этот результат и был получен. Там, в соответствии с [176], считалось, что есть только один отрицательный резонанс, с энергией  $E_s = -29$  эВ. Вычисляя в рамках этого же предположения отношение (8.39)  $p$ - и  $s$ -волновых вкладов в прямой переход на основное состояние  $0^+$  дочернего ядра в точке  $p$ -волнового резонанса, с учётом всех неопределённостей будем иметь

$$t_c^2(55^\circ, E_p) = 3.8 \pm 1.6, \quad E_s = -29 \text{ эВ}. \quad (8.54)$$

Этот ответ находится в удовлетворительном согласии с величиной (8.46), найденной непосредственно из эксперимента.

Легко, однако, видеть, что в нашей простой модели величину  $t_c^2(55^\circ, E_p)$  можно менять в очень широких пределах — от довольно малых значений до бесконечности! В самом деле, ключевой момент состоит в том, что полное сечение радиационного захвата (8.50) состоит из некогерентных вкладов отдельных резонансов, тогда как в парциальном сечении захвата (8.41) имеет место когерентное сложение амплитуд. Это же мы видим непосредственно и в (8.53), где явно указано, что интерференция может быть как конструктивной (знак “+”), так и деструктивной (знак “−”). Можно, в частности, так подобрать амплитуды резонансов, что в тепловой точке будут справедливы соотношения (8.51) и (8.53), но при этом при энергии  $p$ -волнового резонанса вклады в парциальное сечение захвата от двух отрицательных резонансов точно погасят друг друга! Этот вариант я назвал в своей статье “1(−)” — единица означает, что в точке  $E = E_p$  вклады равны, а минус — деструктивную интерференцию. В этом случае  $s$ -волновой подложки вообще нет и интерференционных эффектов тоже нет (параметр  $t^2(55^\circ, E_p)$  равен бесконечности).

Очень интересен также вариант “5(−)” — амплитуды вкладов дальнего и ближнего резонансов при  $E = E_p$  относятся как 5 : 1, и при этом интерференция деструктивна. Тогда из большого и сравнительно медленного падающего вклада вычитается небольшой и быстро падающий. В результате, если бы не падение по закону  $1/v$ , парциальное сечение росло бы в некотором интервале энергий, несмотря на удаление от обоих резонансов! С учётом  $1/v$  получается примерное постоянство, и это может быть объяснением результатов, полученных в [279].

Подробнее всё это расписано в статье [298]. При этом я сознательно не стал рассматривать никакие более сложные варианты, вроде интерференции трёх резонансов. Важно само понимание, что интерференция может привести к самому неожиданному энергетическому поведению парциальных сечений захвата, связанных с испусканием  $\gamma$ -квантов строго определённой энергии (с переходом в определённое состояние дочернего ядра, и вовсе не обязательно в основное). Но без экспериментов всё это не более чем игры.

На рис. 8.7 и 8.8 показана энергетическая зависимость парциального сечения радиационного захвата (8.48), рассчитанного для четырёх простых вариантов в рамках только что описанной гипотезы о двух отрицательных  $s$ -волновых резонансах. Речь идёт об одном уровне с энергией  $E_s = -29$  эВ (сплошная линия), об одном уровне с энергией  $E_s = -2$  эВ (штриховая линия) и о двух интерференционных вариантах — “5(−)” (пунктирная линия) и “5(+)” (штрих-пунктирная линия). Стоит обратить внимание на то, что в случае одного уровня, сдвинутого к энергии  $-29$  эВ, отклонение от закона  $1/v$ , как выше было сказано, начинается, фактически, сразу за  $p$ -волновым резонансом. Имитация закона  $1/v$  вплоть до 10 эВ возникает лишь в случае деструктивной интерференции.

Величина (8.54) рассчитана, как выше было пояснено, для сплошной кривой на рис. 8.7 и 8.8. Легко видеть, что штрих-пунктирная линия не так уж сильно отличается от сплошной, однако этот вариант, “5(+)”, приводит к более высокому

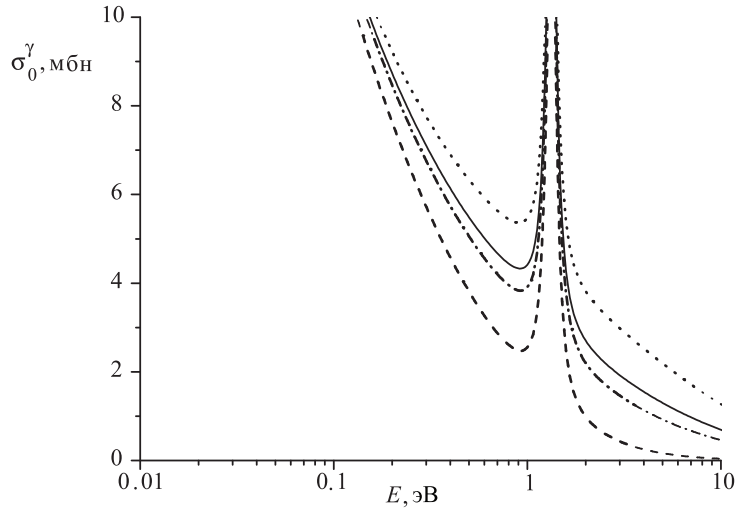


Рис. 8.7. Парциальное сечение радиационного захвата  $\sigma_0^\gamma$  (мбн) нейтронов ядрами  $^{117}\text{Sn}$  с переходом в основное состояние  $0^+$  дочернего ядра в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ); сплошная линия — один отрицательный резонанс с энергией  $E_s = -29$  эВ; штриховая линия — один отрицательный резонанс с энергией  $E_s = -2$  эВ; пунктирная и штрихпунктирная линии соответствуют разным типам интерференции двух отрицательных резонансов с энергиями  $E_{s1} = -29$  эВ и  $E_{s2} = -2$  эВ (см. текст)

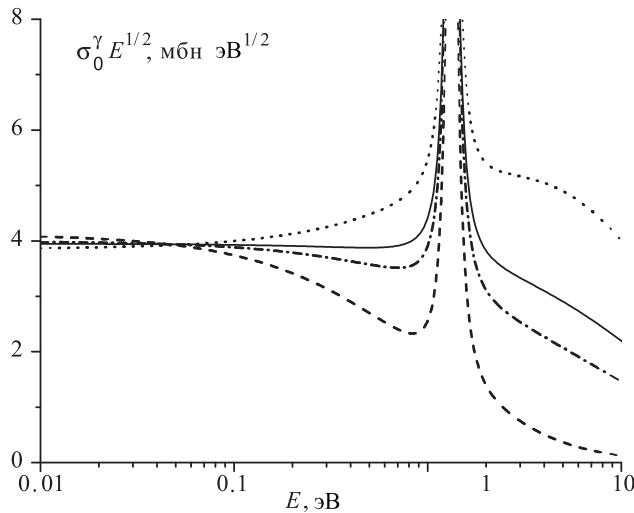


Рис. 8.8. То же, что на рис. 8.7, но для произведения  $\sigma_0^\gamma \cdot E^{1/2}$  (мбн·эВ $^{1/2}$ ) с целью демонстрации степени отклонения сечений от закона  $1/v$

значению параметра  $t^2$ ,

$$t_c^2(55^\circ, E_p) = 4.6, \quad E_{s1} = -29 \text{ эВ}, \quad E_{s2} = -2 \text{ эВ}. \quad (8.55)$$

На рис. 8.5 и 8.6 показано, также штрихпунктирной линией, как с этим значением  $t^2$  описываются «вперёд-назад» и «лево-правая» асимметрии при  $\phi = 0.65$ . Имеется некоторое завышение для  $\varepsilon^{LR}$ , но не настолько резкое, как в случае (8.46). Наилучшее согласие — пунктирная кривая на рис. 8.5 и 8.6 — возникает при  $\phi = 0.7$

со значением

$$t_c^2(55^\circ, E_p) = 9.5, \quad E_s = -2 \text{ эВ}, \quad (8.56)$$

которое отвечает гипотезе о единственном отрицательном резонансе ядра  $^{117}\text{Sn}$ , находящегося близко к тепловой точке. Этот вариант, однако, как видно из рис. 8.8 (штриховая кривая), ведёт к очень сильному отклонению парциального сечения захвата от закона  $1/v$  за  $p$ -волновым резонансом в явном противоречии с данными [279]. Отметим всё же, что значениям  $\phi = 0.65\text{--}0.70$  соответствуют следующие парциальные ширины  $p$ -волнового резонанса ядра  $^{117}\text{Sn}$ :

$$\Gamma_{p\frac{1}{2}}^n / \Gamma_p^n \simeq 0.6, \quad \Gamma_{p\frac{3}{2}}^n / \Gamma_p^n \simeq 0.4. \quad (8.57)$$

Итак, подытоживая, повторю, что  $\mathcal{P}$ -чётные угловые корреляции типа «вперёд–назад» и «лево–правая» обусловлены интерференцией нейтронных волн с орбитальными моментами  $l = 0$  и  $l = 1$ . Поскольку  $p$ -волны при малых энергиях падающих нейтронов существенны только в  $p$ -волновых резонансах, слабых по сравнению с  $s$ -волновыми резонансами, то возникает искушение отнести все проблемы, возникающие при описании корреляций, к малоизученным  $p$ -волновым резонансам. На самом же деле  $s$ -волновые сечения, в особенности связанные с определённым выходным каналом, вроде испускания  $\gamma$ -кванта фиксированной энергии, могут сами по себе обладать непростой энергетической зависимостью. Основная цель моей работы [298] состояла в том, чтобы привлечь внимание к этой стороне вопроса.

## 8.8. Поля излучений электрического и магнитного диполей

Параллельно с этими расчётами я раздумывал над тем полуклассическим выводом угловых корреляций в реакции  $(n, \gamma)$ , который был предложен И. М. Франком и Э. И. Шараповым [220] и в котором выходило что-то не так со знаком коэффициента  $V_1(E)$ . Результаты я представил в отдельной работе [297], вышедшей в 1992 году. Полуклассическая теория, как ясно из её названия, представляет собой гибрид, в котором классические, наглядные представления используются для вывода квантовых формул, как правило неочевидных.

Впрочем, наглядность — вещь довольно условная. Могут быть разные точки зрения на то, что проще — классическая теория или квантовый подход, изложенный в разделе В.1.8. Но все, наверное, согласятся с тем, что между двумя указанными предметами удивительно мало общего, хотя в обоих случаях речь идёт об излучении.

В самом деле, в классическом подходе мы говорим о системе, которая характеризуется меняющимися во времени плотностями заряда  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и тока  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ , строим запаздывающие потенциалы, исследуем расходящиеся волны, вычисляем вектор Пойнтинга, который и определяет интенсивность излучения в заданном направлении. В квантовой же теории мы выделяем стационарные (как правило) состояния системы, между которыми происходит переход, определяем гамильтониан взаимодействия и находим вероятность излучения  $\gamma$ -кванта в заданном направлении по правилу Ферми. Так вот, полуклассический подход, разобранный в разделе В.1.9, — это способ связать одно с другим.

С прагматической точки зрения полуклассическая теория есть излишество, так как всё, что в ней получается, заведомо возникает и в квантовом подходе. Поэтому в современных изданиях о ней иногда и вовсе не упоминают. Но в старых книгах, таких как монография Дж. Блатта и В. Вайскопфа [15] или учебник Л. Шиффа [28], полуклассическому методу уделено немало внимания. Илья Михайлович Франк, который в 1930-е годы совместно с И. Е. Таммом построил теорию черенковского



излучения (в 1958 году они оба, а также П. А. Черенков, обнаруживший эффект, были удостоены Нобелевской премии), очевидно, интересовался различными способами описания электромагнитного поля.

Значительная часть жизни И. М. Франка была связана с Объединенным институтом ядерных исследований, образованным в 1956 году. В 1957 году он возглавил Лабораторию нейтронной физики, только что созданную в составе ОИЯИ. В 1980-е Илье Михайловичу было уже немало лет, но он оставался директором ЛНФ до 1988 года (до своей кончины в 1990 году — почётным директором)<sup>1)</sup>.

Работа И. М. Франка и Э. И. Шаропова [220] основана на следующей идее. В реакции  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)^{118}\text{Sn}(0^+)$  (и аналогичной для  $^{113}\text{Cd}$ ) угловые корреляции возникают в результате интерференции  $E1$ - и  $M1$ -излучений. Но явные выражения для напряжённостей соответствующих полей хорошо известны и сравнительно просты. Это, казалось бы, позволяет получить коэффициенты при угловых корреляциях, не прибегая к громоздким вычислениям.

Рассмотрим сначала электрический дипольный переход  $|1^-M\rangle \rightarrow |0^+0\rangle$ . Напряжённость электрического поля во всём пространстве определяется формулой (В.122), при том что амплитуда положительно-частотного слагаемого в соответствии с (В.124) имеет вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r}, e, M), \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}, e, M) = \frac{4\pi\omega_0^2}{c^3} \mathcal{B}_{1M}^{(+)*}(\mathbf{r}, e) a_p(e). \quad (8.58)$$

Здесь мы воспользовались определением (8.10) приведённого матричного элемента  $a_p(e)$  (см. также (В.111) и (В.112)). Далее, принимая во внимание формулы (В.127) и (В.130), а также явный вид  $\mathcal{D}$ -матрицы (в случае  $L = 1$ ),

$$\mathcal{D}_{\nu\mu}^1(\varphi, \vartheta, 0) = \begin{pmatrix} e^{i\varphi}(1 + \cos \vartheta)/2 & -e^{i\varphi} \sin \vartheta/\sqrt{2} & e^{i\varphi}(1 - \cos \vartheta)/2 \\ \sin \vartheta/\sqrt{2} & \cos \vartheta & -\sin \vartheta/\sqrt{2} \\ e^{-i\varphi}(1 - \cos \vartheta)/2 & e^{-i\varphi} \sin \vartheta/\sqrt{2} & e^{-i\varphi}(1 + \cos \vartheta)/2 \end{pmatrix}, \quad (8.59)$$

мы можем выразить потенциал  $\mathcal{B}_{1M}^{(+)}(\mathbf{r}, e)$  через единичные орты штрихованной системы координат  $\mathbf{e}'_{\pm} = \mp(\mathbf{e}'_x \pm i\mathbf{e}'_y)/\sqrt{2}$ . Но в каждой точке сферы, фиксированной азимутальным  $\varphi$  и полярным  $\vartheta$  углами, имеется равенство

$$\mathbf{e}'_x = \mathbf{e}_{\vartheta}, \quad \mathbf{e}'_y = \mathbf{e}_{\varphi}, \quad (8.60)$$

где  $\mathbf{e}_{\vartheta}$  и  $\mathbf{e}_{\varphi}$  — сферические орты лабораторной системы координат  $(x, y, z)$ , направленные вдоль меридианов и широт (каждый из них — в сторону возрастания соответствующей координаты). В результате для положительно-частотных составляющих напряжённости электрического поля получим

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, e, M) = -i \frac{\sqrt{6\pi} \omega_0 a_p(e)}{c^2} \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \begin{cases} \mathbf{e}_{\vartheta} \sin \vartheta, & M = 0, \\ \pm \frac{e^{\mp i\varphi} (\mathbf{e}_{\vartheta} \cos \vartheta \mp i\mathbf{e}_{\varphi})}{\sqrt{2}}, & M = \pm 1. \end{cases} \quad (8.61)$$

<sup>1)</sup> В 1987 году И. М. Франк принимал участие в киевской конференции по нейтронной физике (см. раздел 2.1). Мне почему-то запомнился трогательный эпизод, произошедший после окончания заседания, где он исполнял обязанности председателя. Сцена, где находился ведущий, была довольно высока, и на неё поспешно поднялся А. И. Франк, чтобы помочь отцу спуститься. Их внешнее сходство было так заметно, что нельзя было не понять, что на помощь пришел именно сын.

Существует, далее, теорема Зигерта (см., например, [100]), которая значительно упрощает вычисление матричных элементов для всех электрических переходов в случае, когда излучающая система является нерелятивистской. Согласно этой теореме операторы плотности тока в матричных элементах могут быть определённым образом заменены на операторы плотности заряда. Соответственно в случае  $E1, E2, \dots$  переходов возникают матричные элементы от операторов дипольного, квадрупольного... моментов. Для электрического дипольного излучения такая замена осуществляется довольно элементарным способом, изложенным в любом учебнике, где разбирается задача о переходе между состояниями  $|2p\rangle$  и  $|1s\rangle$  в атоме водорода.

Введём вектор переходного дипольного момента  $\mathbf{D}$ , который представляет собой интеграл по матричным элементам от оператора плотности дипольного момента между начальным и конечным состояниями в рассматриваемом переходе  $|1^-M\rangle \rightarrow |0^+0\rangle$ ,

$$\mathbf{D} = \int \langle 1^-M | \hat{\rho}(\mathbf{r}) \mathbf{r} | 0^+0 \rangle d^3r. \quad (8.62)$$

Пользуясь теоремой Вигнера-Эккарта, несложно установить, что вид вектора  $\mathbf{D}$  зависит от начальной проекции  $M$ , а именно:

$$\mathbf{D} = \begin{cases} D \mathbf{e}_z, & M = 0, \\ \mp \frac{D(\mathbf{e}_x \mp i\mathbf{e}_y)}{\sqrt{2}}, & M = \pm 1, \end{cases} \quad (8.63)$$

где  $D \equiv \langle 1 \| D \| 0 \rangle$  есть приведённый матричный элемент. В соответствии с теоремой Зигерта приведённый матричный элемент  $a_p(e)$  следующим образом выражается через  $D$ :

$$a_p(e) = -i \frac{\omega_0 D}{\sqrt{6\pi}}. \quad (8.64)$$

Таким образом, излучение в квантовом переходе  $|1^-0\rangle \rightarrow |0^+0\rangle$  эквивалентно излучению заряда, колеблющегося вдоль оси  $z$ ; в соответствии с (8.61) электрическое поле во всём пространстве линейно поляризовано вдоль меридианов. В то же время переходы  $|1^- \pm 1\rangle \rightarrow |0^+0\rangle$  соответствуют заряду, который вращается в ту или иную сторону в экваториальной плоскости вокруг оси  $z$  (эта задача обсуждалась в разделе 7.3); в экваториальной плоскости ( $\vartheta = \pi/2$ ) излучение линейно поляризовано, тогда как вдоль и против оси  $z$  ( $\vartheta \rightarrow 0$  или  $\pi$ ) распространяются циркулярно поляризованные волны.

Точно так же может быть проанализировано поле, возникающее в магнитном дипольном переходе  $|1^+M\rangle \rightarrow |0^+0\rangle$ . Здесь амплитуда положительно-частотного слагаемого в напряжённости электрического поля (В.122) в соответствии с (В.124) принимает вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{E}(\mathbf{r}, m, M), \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}, m, M) = i \frac{4\pi\omega_0^2}{c^3} \mathcal{B}_{1M}^{(+)*}(\mathbf{r}, m) a_s(m). \quad (8.65)$$

Сюда входит приведённый матричный элемент  $a_s(m)$  (8.10).

Введём по аналогии с (8.62) вектор переходного магнитного момента:

$$\mathbf{M} = \int \langle 1^+M | \hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r}) | 0^+0 \rangle d^3r, \quad \hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2c} [\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r})]. \quad (8.66)$$

Он связан с приведённым матричным элементом  $M \equiv \langle 1 \| M \| 0 \rangle$  точно так же, как в соответствии с (8.63) вектор  $\mathbf{D}$  связан с числом  $D$ . Можно показать, что

в длинноволновом приближении (т. е. для нерелятивистской излучающей системы) приведённый матричный элемент  $a_s(m)$  пропорционален величине  $M$ , а именно:

$$a_s(m) = \frac{\omega_0 M}{\sqrt{6\pi}}. \quad (8.67)$$

В данном случае явный вид положительно-частотных составляющих напряжённости электрического поля устанавливается с помощью формул (В.127) и (В.129), а также  $\mathcal{D}$ -матрицы (8.59) и соотношений (8.60). Результат имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, m, M) = -\frac{\sqrt{6\pi} \omega_0 a_s(m)}{c^2} \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \begin{cases} \mathbf{e}_\varphi \sin \vartheta, & M = 0, \\ \pm \frac{e^{\mp i\varphi} (\mathbf{e}_\varphi \cos \vartheta \pm i \mathbf{e}_\vartheta)}{\sqrt{2}}, & M = \pm 1. \end{cases} \quad (8.68)$$

Полученные здесь выражения (8.63), (8.61), (8.68) с точностью до несущественных множителей совпадают с формулами (1) и (2) статьи [220]<sup>1)</sup>.

### 8.9. Интерференция, чеширский кот и проблема памяти

При поглощении  $s$ - и  $p$ -волновых нейтронов возбуждаются  $1^+$  и  $1^-$  компаунд-состояния, переходы с которых в  $0^+$  состояние дочернего ядра сопровождаются испусканием  $\gamma$ -квантов. Поэтому напряжённость электрического поля (В.122) представляет собой суперпозицию  $M1$  и  $E1$  вкладов, положительно-частотные составляющие которых,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, m, M)$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, e, M)$ , определяется формулами (8.68) и (8.61) соответственно. Их сумма с правильно подобранными весами (амплитудами) даёт такой вектор  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , квадрат модуля которого определяет дифференциальное сечение реакции — см. (В.125).

В работе [220] в качестве таких весов были взяты коэффициенты разложения начального состояния  $|i\rangle$  по волновым функциям компаунд-состояний  $X^{J\pi M}$ . Мы можем воспользоваться упрощенной формой (8.6) такого разложения, поскольку она, как выше было разъяснено, эквивалентна более точной записи (8.7). Нужно только вести дополнительное суммирование по  $s$ -волновым резонансам и пренебречь их ширинами,  $\Gamma_s$ , в брейт-вигнеровских знаменателях по сравнению с  $E - E_s$ . Соответственно в [220] (см. формулу (3)) дифференциальное сечение было записано примерно (с точностью до несущественных множителей) в таком виде:

$$\frac{d\sigma_{n\gamma}}{d\Omega} \sim \left| \sum_s \frac{g_s^n}{E - E_s} \sum_M a(0\frac{1}{2} 1M) \mathbf{E}(\mathbf{r}, m, M) + \sum_j \frac{g_{pj}^n}{E - E_p + i\Gamma_p/2} \sum_M a(1j 1M) \mathbf{E}(\mathbf{r}, e, M) \right|^2.$$

На самом же деле, если вернуться к определениям (В.123) и (В.124), то станет ясно, что в положительно-частотные составляющие напряжённости электрического поля начальное состояние входит не как кет-вектор  $|i\rangle$ , а как бра-вектор  $\langle i|$ ! Поэтому в качестве весов должны использоваться комплексно-сопряжённые коэффициенты разложения  $|i\rangle$  по  $X^{J\pi M}$ . Более того, амплитуды  $a_{LM}(m)$  и  $a_{LM}(e)$ , входящие

<sup>1)</sup> Отмечу, что в [220] используется индекс  $m = M_f - M_i$ , для которого в рассматриваемом случае  $M_f = 0$  и  $M_i = M$  имеем:  $m = -M$ .

в (В.124), ранее уже были найдены — см. (8.14) и (8.15). С учётом (8.31) дифференциальное сечение реакции  $(n, \gamma)$ , выраженное через положительно-частотную составляющую напряжённости электрического поля, может быть представлено следующим образом:

$$\frac{d\sigma_{n\gamma}}{d\Omega} \sim \left| \sum_s \frac{g_s^n}{E - E_s} \sum_M a^*(0\frac{1}{2} 1M) \mathbf{E}(\mathbf{r}, m, M) + \sum_j \frac{g_{pj}^n}{E - E_p - i\Gamma_p/2} \sum_M a^*(1j 1M) \mathbf{E}(\mathbf{r}, e, M) \right|^2, \quad (8.69)$$

где все коэффициенты при векторах  $\mathbf{E}$  комплексно сопряжены по сравнению с предыдущим вариантом (т. е. формулой (3) работы [220]).

В [297] я показал, что в рассматриваемом случае комплексное сопряжение амплитуд  $a(ljJM)$  ничего существенно не меняет, а вот комплексное сопряжение брейт-вигнеровской  $p$ -волновой амплитуды эквивалентно формальной замене  $\Gamma_p \rightarrow -\Gamma_p$ . С другой стороны, если вернуться к общим выражениям (8.17)–(8.20) для коэффициентов при угловых корреляциях, зависящих от  $p$ -волны, и переписать их с учётом действительности фактора  $f_s(E)$ ,

$$A_0^p(E) = \frac{\lambda^2}{4} g_J \frac{\Gamma_p^n \Gamma_p^\gamma}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4}, \quad (8.70)$$

$$A_1(E) = \alpha_1 \frac{\lambda^2}{2} g_J \frac{f_s(E) (E - E_p) \sqrt{\Gamma_p^n} g_p^\gamma}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4}, \quad (8.71)$$

$$B_1(E) = \beta_1 \frac{\lambda^2}{4} g_J \frac{f_s(E) \Gamma_p \sqrt{\Gamma_p^n} g_p^\gamma}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4}, \quad (8.72)$$

то легко заметить, что подстановка  $\Gamma_p \rightarrow -\Gamma_p$  влечёт за собой только изменение знака коэффициента  $B_1(E)$ . В этом и заключается причина того, что результаты, полученные И. М. Франком и Э. И. Шарповым [220], разошлись с квантовыми расчётами.

Добавлю для ясности, что, разумеется, в формулу (В.125) для углового распределения излучения можно подставить отрицательно-частотную составляющую,  $\mathbf{E}^*(\mathbf{r})$ , напряжённости электрического поля, которая будет определяться коэффициентами разложения кет-вектора  $|i\rangle$  по компаунд-состояниям  $X^{J\pi M}$ . Но в этом случае «базисными» будут поля, комплексно сопряженные по отношению к (8.61) и (8.68), т. е. комплексно сопряженные по отношению к тем полям, которые были выбраны в качестве «базисных» в [220]. Таким образом, сам по себе полуклассический подход, конечно, верен. Но при формировании суперпозиции полей нужно быть внимательным с квантовыми амплитудами.

Но, как обычно, всё что ни делается, делается к лучшему. Если бы не возникла проблема, то я едва ли втянулся бы в исследования  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций в реакции  $(n, \gamma)$ , которые в чём-то даже интереснее  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов. В самом деле, в тяжелых ядрах матричные элементы смешивания  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов довольно велики (благодаря динамическому усилению), и, следовательно, эффекты нарушения пространственной чётности доступны для измерений. Но сложность ядерных структур фактически не позволяет связать эти матричные элементы с элементарными нуклон-нуклонными  $\mathcal{PV}$ -взаимодействиями. Поэтому сплошь и рядом  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты оказываются просто источником информации об амплитудах  $s$ - и  $p$ -волнового взаимодействия медленных нейтронов с ядрами,

которая примерно с тем же успехом может быть извлечена из  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций.

Более того, если вдуматься, то асимметрия «вперёд–назад», которой соответствует корреляция  $(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_k)$ , есть вещь парадоксальная, чего, к примеру, не скажешь о корреляции  $(\mathbf{n}_\gamma \mathbf{n}_s)$ . Ведь направление  $\mathbf{n}_s$  после захвата нейтрона переходит в направление поляризации спинов компаунд-ядер. И, если принять во внимание нарушение  $\mathcal{P}$ -чётности, то нет ничего удивительного в том, что возбужденные ядра испускают  $\gamma$ -кванты с разной вероятностью вдоль и против направления  $\mathbf{n}_s$ .

Но, спрашивается, каким образом компаунд-ядро в своей системе покоя (т. е. в системе центра масс нейтрона и ядра-мишени) хранит информацию о направлении  $\mathbf{n}_k$  импульса нейтрона до столкновения? Ведь в тот момент, когда возбужденное ядро излучает  $\gamma$ -квант, нейтрона заведомо нет, он поглощен ядром-мишенью! Между тем асимметрия «вперёд–назад» ясно указывает на то, что информация о направлении  $\mathbf{n}_k$  всё-таки сохраняется к моменту испускания  $\gamma$ -кванта. Это всё равно что улыбка чеширского кота из «Алисы в стране чудес» Льюиса Керролла; там, напомним, кот исчезал, а его улыбка оставалась<sup>1)</sup>.

Ответ заключается в следующем. Возьмем плоскую волну, описывающую движение свободного нейтрона в строго определённом направлении. Эта же волна в соответствии с формулой Рэлея (В.107) представляет собой суперпозицию сферических  $s$ -,  $p$ -,... волн, взятых со строго определёнными весами и фазами. Далее, в каждой парциальной волне имеется своя динамика взаимодействия нейтрона с ядром, но память об исходной разности фаз так или иначе сохраняется. Таким образом, информация о направлении  $\mathbf{n}_k$  содержится, очевидно, в относительной фазе волновых функций, описывающих  $s$ - и  $p$ -волновые резонансы.

Этот результат, по-видимому, имеет некоторое отношение к тому, что называют квантовыми компьютерами (которых пока нет). Информация в классическом компьютере распределена по битам, а бит — это как монета в кармане: либо есть, либо нет. С этой точки зрения в  $p$ -волновом резонансе можно удержать только один бит информации: либо он возбужден, либо не возбужден. На самом же деле, как мы видим,  $p$ -волновое возбуждение характеризуется определённой фазой (относительно  $s$ -волны), благодаря которой удерживается информация о направлении в трёхмерном пространстве, которая явно не сводится к одному биту!

Наверное, тут можно провести аналогию и с голографией. Известно, что для хранения обычных, плоских изображений и объёмных, голографических изображений используются одни и те же фотопластинки. Но во втором случае, когда фиксируются фазовые сдвиги света, рассеянного на объекте, объём реально удерживаемой информации намного выше, нежели в первом. Таким образом, интерференция между некоторыми ячейками может быть намного более ёмким хранилищем информации, нежели эти ячейки сами по себе. Такую память следовало бы назвать квантовой, противопоставив её классическим битам. Таким образом,  $\mathcal{P}$ -чётные угловые корреляции в реакции  $(n, \gamma)$  указывают на существование такой квантовой памяти.

<sup>1)</sup> Фактически, именно на этот парадокс указывал Э. И. Шарапов в своей алуштинской лекции [249]: «... состояние должно “помнить” о входном канале..., что нарушает концепцию компаунд-состояния».

## Глава 9

# ОСОБЕННОСТИ $p$ -ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРОНОВ И ЯДЕР

### 9.1. Интерференционные эффекты в полном сечении

В главе 8 было показано, что радиационный захват медленных нейтронов можно рассматривать как инструмент для изучения входных  $s$ - и  $p$ -волн. Так, в частности, измеряя угловые корреляции в  $p$ -волновом резонансе, можно разделить вклады  $p_{\frac{1}{2}}$ - и  $p_{\frac{3}{2}}$ -волн. С другой стороны, эффекты интерференции  $s$ - и  $p$ -волн вблизи  $p$ -волнового резонанса чувствительны к  $s$ -подложке, плавно зависящей от энергии. Этим способом, следовательно, можно выделить подложку из фона и, в частности, установить положения, а также нейтронные и радиационные ширины отрицательных  $s$ -волновых резонансов.

В этой главе рассказано о работах, относящихся к этому же направлению. Только речь здесь идёт не о реакции  $(n, \gamma)$ , а о полном сечении взаимодействия нейтронов и ядер. Если нейтроны поляризованы, а ядра поляризованы и выстроены, то при учёте одних только  $s$ - и  $p$ -волн в полном сечении (3.1) и (5.4) (или в амплитуде упругого рассеяния на угол 0 (1.8)) имеются восемь спин-угловых корреляций. Две из них, 5-векторная и 3-векторная, являются  $T$ -неинвариантными. В этой главе обсуждаются другие, «неэкзотические» корреляции.

В разделах 9.2–9.4 принято, что ядра не ориентированы. Имеется, следовательно, только одна корреляция  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)$ , обусловленная смешиванием  $s$ - и  $p$ -волн за счёт слабого взаимодействия. Основное внимание уделено обсуждению  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в области между резонансами, т.е. там, где все величины плавно зависят от энергии. В разделе 9.4 указано на возможность измерения  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в совершенно новой области — в интерференционных минимумах перед  $s$ -волновыми резонансами.

В оставшейся части главы, в разделах 9.5–9.8, рассмотрены некоторые дополнительные эффекты, возникающие при ориентации ядер-мишеней. Это и возможность изучения корреляций между  $p_{\frac{1}{2}}$ - и  $p_{\frac{3}{2}}$ -амплитудами (в рамках статистической гипотезы обычно принимают, что таких корреляций нет), и деформационных эффектов в отдельных  $p$ -волновых резонансах (приведены оценки их величин). В заключительном разделе 9.8 приведены доводы в пользу измерения  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма полного сечения в  $p$ -волновых резонансах на выстроенных ядрах.

### 9.2. Связь между $\mathcal{P}$ -нечётными эффектами в упругом канале

Сразу после того, как в Дубне был измерен  $\mathcal{P}$ -нечётный нейтронный дихроизм в самых нижних  $p$ -волновых резонансах ядер  $^{117}\text{Sn}$  [169] и  $^{139}\text{La}$  [179], возник интерес к тщательным исследованиям этого же явления в тепловой точке. Отметим, что в пионерской работе М. Форте с сотрудниками [161] эффект дихроизма во взаимодействии тепловых нейтронов с ядрами  $^{117}\text{Sn}$  был изучен с невысокой

точностью (в отличие от эффекта поворота спинов поперечно поляризованных нейтронов).

Есть основания думать, что тепловая точка является тем единственным местом, где, помимо  $p$ -волновых резонансов,  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в нейтрон-ядерном взаимодействии вообще измеримы (см., впрочем, раздел 9.4). Формально  $\mathcal{P}$ -нечётная добавка к полному сечению (6.99) резонансно усиливается примерно до одной и той же величины как в  $s$ -волновом, так и в  $p$ -волновом резонансах. Ясно, однако, что её выделение на фоне слабого  $p$ -волнового резонанса значительно проще, чем на фоне огромного  $s$ -волнового резонансного сечения (в первом случае возникает фактор кинематического усиления, тогда как во втором — обратный фактор кинематического подавления).

В тепловой точке, как при любой энергии между пиками, резонансного усиления нет. Но потоки тепловых нейтронов, создаваемые исследовательскими реакторами, так велики, что измеримыми становятся довольно малые величины. Если в  $p$ -волновых резонансах характерный измеримый дихроизм имеет масштаб  $\sim 10^{-3}$ , то для тепловых нейтронов масштаб  $\sim 10^{-6}$ .

К концу 1980-х годов наиболее полные данные были получены для изотопов  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$ . Для каждого из них были измерены три  $\mathcal{P}$ -нечётные величины, относящиеся к одному и тому же каналу упругого взаимодействия. Речь идёт, во-первых, об угле поворота  $\chi_{th} = \chi_{PV}(E_{th})$  в тепловой точке, во-вторых, об асимметрии полного сечения в тепловой точке,

$$p_{th} = \frac{\Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E_{th})}{\sigma_{th}}, \quad \sigma_{th} = \sigma_0(E_{th}), \quad (9.1)$$

где  $\Delta\sigma_{PV}^{(1)}$  и  $\sigma_0$ , входящие в (3.1), определены формулами (3.3) и (1.11), и, в-третьих, об асимметрии  $p$ -волнового сечения в  $p$ -волновом резонансе  $p_P = \Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E_p)/\sigma_p(E_p)$  (3.19)<sup>1)</sup>. В двухуровневом приближении (один резонанс в  $s$ -волне и один резонанс в  $p$ -волне) величины  $\Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E)$  и  $\chi_{PV}(E)$  определяются формулами (6.99) и (6.100), впервые полученными В. Е. Бунаковым и В. П. Гудковым [172].

В те годы интерес к перечисленным величинам был очень велик. В течение короткого промежутка времени асимметрия  $p_{th}$  для ядра  $^{117}\text{Sn}$  была измерена последовательно в ЛИЯФ [175], в ИТЭФ [203] и в Курчатовском институте [236] (все экспериментальные данные приведены в табл. 9.1 и 9.2). Для  $^{139}\text{La}$ , однако, величина  $p_{th}$  была получена только в ЛИЯФ [175]. В то же время Гренобль сохранял монополию на измерения углов поворота; после  $^{117}\text{Sn}$  [161] угол  $\chi_{th}$  был измерен для ядра  $^{139}\text{La}$  [207].

Что же касается измерений в нижних  $p$ -волновых резонансах, то для  $^{117}\text{Sn}$  к концу 1980-х годов имелись два результата, полученные в ЛНФ ОИЯИ [169] и в Курчатовском институте [243] (подробнее я рассказывал об этом в разделе 5.4). В 2001 году появились данные эксперимента, выполненного в Лос-Аламосе, для  $p$ -волновых резонансов ядра  $^{117}\text{Sn}$ , лежащих в интервале от 0 до 1000 эВ [407, 410]. Дихроизм в самом нижнем из них с энергией  $E_p = 1.33$  эВ хорошо согласуется с величиной, полученной в Курчатовском институте (см. табл. 9.1).

С нижним  $p$ -волновым резонансом  $^{139}\text{La}$ , как уже было анонсировано в примечании на с. 128, произошла более любопытная история (она, кстати, кратко описана

<sup>1)</sup> В 1995 году А. П. Серебров и его сотрудники [342] измерили также энергетическую зависимость угла поворота  $\chi_{PV}(E)$  спинов поперечно поляризованных нейтронов вблизи  $p$ -волнового резонанса ядра  $^{139}\text{La}$ . Позже эти же измерения с более высокой точностью были выполнены в Лос-Аламосе [416].

Таблица 9.1. Результаты совместного анализа трёх  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов во взаимодействии нейтронов с ядрами  $^{117}\text{Sn}$  в двухуровневом приближении;  $E_s = -29$  эВ и  $E_p = 1.33$  эВ

$p_{th} \cdot 10^6$	$\chi_{th} \cdot 10^6$ рад/см	$p_P^* \cdot 10^3$	$p_P^{**} \cdot 10^3$	$p_P \cdot 10^3$
$6.2 \pm 0.7$ [175]				
$11.2 \pm 2.6$ [203]				$4.5 \pm 1.3$ [169]
$6.9 \pm 0.8$ [236]				$7.7 \pm 1.3$ [243]
$6.7 \pm 0.5$ ср.		$3.25 \pm 0.25$		$7.9 \pm 0.4$ [410]
	$-36.7 \pm 2.7$ [161]		$7.8 \pm 0.6$	

Таблица 9.2. Результаты совместного анализа трёх  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов во взаимодействии нейтронов с ядрами  $^{139}\text{La}$  в двухуровневом приближении;  $E_s = -49$  эВ и  $E_p = 0.75$  эВ

$p_{th} \cdot 10^6$	$\chi_{th} \cdot 10^6$ рад/см	$p_P^* \cdot 10^3$	$p_P^{**} \cdot 10^3$	$p_P \cdot 10^3$
$9.0 \pm 1.4$ [175]		$68 \pm 11$		$73 \pm 5$ [179]
	$-219 \pm 29$ [207]		$95 \pm 13$	$76 \pm 6$ [243]
				$97 \pm 5$ [271]
				$95.6 \pm 3.5$ [295]
				$95 \pm 5$ [282]

в обзоре [407]). Суть в том, что в Курчатовском институте было получено значение [243], очень близкое к результату Дубны [179] (все данные приведены в табл. 9.2). Но в 1989 году появились результаты измерений, выполненных в Японии [271], которые указывали на существенно более значительный дихроизм в резонансе с энергией  $E_p = 0.75$  эВ. Позже исследования, проведённые в США [266, 295], а также вновь в ЛНФ ОИЯИ [282] и в Японии [318], подтвердили этот факт.

Ясно, что формулы (6.99) и (6.100) связывают величины  $\chi_{th}$ ,  $p_{th}$  и  $p_P$  друг с другом. Следовательно, измерив одну величину, можно вычислить другую и сравнить это предсказание со значением, полученным в эксперименте. Такие расчёты и сравнения выполнялись в 1980-е годы неоднократно. Сначала существовала уверенность в том, что величины, полученные в разных экспериментах, очень хорошо согласуются друг с другом; заметим, что  $p_{th}$  и  $p_P$  различаются на 3 порядка! Однако по мере накопления данных стали заметны некоторые расхождения.

К этой проблеме в конце 1990 года привлек моё внимание В. Л. Кузнецов. Он не мог смириться с мыслью, что выполненный нами анализ соотношений между поляризацией и асимметрией (см. выше разделы 5.5–5.9) свёлся к предсказанию очень тонких эффектов. Его беспокоил тот факт, что в тепловой области, так же как в резонансной, использовались разные методы измерения асимметрии  $p_{th}$ , которые давали немного отличные друг от друга результаты. И, наконец, он спрашивал, нет ли какого-нибудь подвоха в той схеме смешивания  $p$ -волновых резонансов с отрицательными  $s$ -волновыми резонансами, которая использовалась для ядер  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$ .

Незадолго до этого я вернулся из Алушты, где проходила школа по нейтронной физике. Там Л. Б. Пикельнер выступал с докладом, посвящённым как раз сравнению  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов друг с другом. Сборник лекций вышел через год, но основные тезисы я помнил. Здесь, впрочем, я могу просто процитировать опубликованный текст: «... расхождения между расчётными и экспериментальными значениями... заметно превышают величину ошибок. Однако сложность экспериментов вполне допускает наличие неучтенных систематических ошибок, что следу-



ет, в частности, из расхождений в результатах однотипных экспериментов» [292]. Другими словами, теоретиков просят не беспокоиться.

Я всё-таки решил составить собственное представление обо всём об этом; в результате появилась небольшая статья [284], вышедшая из печати в 1991 году. Используя перечисленные выше формулы, определяющие  $\chi_{th}$ ,  $p_{th}$  и  $p_P$ , несложно выразить две первые величины через последнюю,

$$\chi_{th} = -\rho z \sigma_p p_P \frac{\Gamma_p}{2E_p} \left(1 - \frac{E_p}{E_s}\right), \quad \sigma_p \equiv \sigma_p(E_p), \quad (9.2)$$

$$p_{th} = p_P \frac{\sigma_p}{\sigma_{th}} \left(\frac{\Gamma_p}{2E_p}\right)^2 \left(1 - \frac{E_p}{E_s} \left(1 - \frac{\Gamma_s}{\Gamma_p}\right) - \left(\frac{E_p}{E_s}\right)^2 \frac{\Gamma_s}{\Gamma_p}\right). \quad (9.3)$$

Интересно, что в литературе обычно приводятся более простые формулы, полученные в предположении, что  $|E_s| \gg E_p$ ; тогда последние факторы в правых частях  $\chi_{th}$  и  $p_{th}$  могут быть опущены.

Далее поступим следующим образом. Ничего не упрощая, введём величину  $p_P^*$ , эффект в  $p$ -волновом резонансе, который может быть предсказан по результату измерения асимметрии  $p_{th}$ ,

$$p_P^* = p_{th} \frac{\sigma_{th}}{\sigma_p} \frac{(2E_p/\Gamma_p)^2}{1 - (E_p/E_s)(1 - \Gamma_s/\Gamma_p) - (E_p/E_s)^2(\Gamma_s/\Gamma_p)}. \quad (9.4)$$

Аналогичным образом, пусть  $p_P^{**}$  есть эффект в резонансе, определяемый углом поворота в тепловой точке,

$$p_P^{**} = -\frac{\chi_{th}}{\rho z \sigma_p} \frac{2E_p/\Gamma_p}{1 - E_p/E_s}. \quad (9.5)$$

Все величины, входящие в эти формулы, известны (их численные значения указаны в [284]).

Результаты расчёта  $p_P^*$  и  $p_P^{**}$  для  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$ , вместе с экспериментальными значениями  $p_P$ , приведены в табл. 9.1 и 9.2. <sup>1)</sup> Легко видеть, что расхождения довольно заметны для ядра  $^{117}\text{Sn}$  (именно к этому случаю относится цитата из [292], приведённая выше) и не столь существенны для ядра  $^{139}\text{La}$ . Но если дело не в систематических погрешностях, то в чём?

### 9.3. $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты и положения резонансов

Своей статьёй [284] я пытался привлечь внимание к следующему обстоятельству. Если  $s$ -волновой резонанс является отрицательным, то, как нетрудно заметить, величины  $p_P^*$  и  $p_P^{**}$  по-разному зависят от величины  $|E_s| = -E_s$ . Более точно, если полные ширины  $s$ - и  $p$ -волнового резонанса примерно равны,  $\Gamma_s \simeq \Gamma_p$  (что является разумным допущением), то с уменьшением  $|E_s|$  предсказываемая резонансная асимметрия  $p_P^*$  растёт, тогда как другая предсказываемая величина,  $p_P^{**}$ , падает. Но из данных, приведённых в табл. 9.1 и 9.2, видно, что для обоих изотопов,  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$ , имеется превышение  $p_P^{**}$  над  $p_P^*$ . Его, следовательно, можно устранить, сдвигая  $s$ -волновой резонанс к тепловой точке.

<sup>1)</sup> В работе [292] угол  $\chi_{th}$  и асимметрия  $p_P$  пересчитывались в  $\mathcal{P}$ -нечётные добавки к теплому сечению,  $\Delta\sigma_{PV}^{(1)}(E_{th})$ , которые затем сравнивались с измеренными величинами; выводы, конечно, получаются те же.

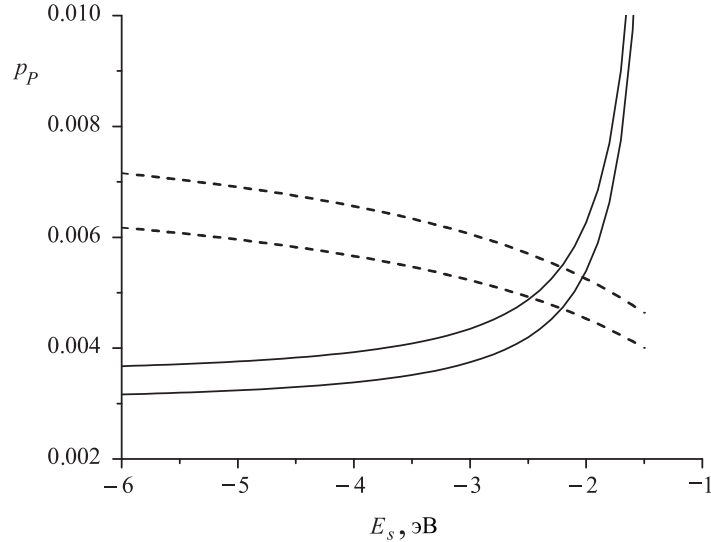


Рис. 9.1. Резонансные асимметрии  $p_P$   $p$ -волнового сечения в  $p$ -волновом резонансе  $E_p = 1.33$  эВ ядра  $^{117}\text{Sn}$  в зависимости от энергии  $E_s$  (эВ) отрицательного  $s$ -волнового резонанса, предсказываемые по результатам измерений асимметрии  $p_{th} \pm \Delta p_{th}$  теплового сечения (сплошные линии) и углов поворота  $\chi_{th} \pm \Delta\chi_{th}$  спинов поперечно поляризованных тепловых нейтронов (штриховые линии)

Результаты более тщательного анализа приведены на рис. 9.1 и 9.2. Для простоты всюду принято, что  $\Gamma_s = \Gamma_p$ . Сплошные линии соответствуют значениям  $p_P^* \pm \Delta p_P^*$ , меняющимся вместе с положением отрицательного  $s$ -волнового резонанса  $E_s$  и рассчитанным по значениям  $p_{th} \pm \Delta p_{th}$ , где  $\Delta p_{th}$  — одно стандартное отклонение для измеренной асимметрии в тепловой точке. Аналогичным образом величины  $p_P^{**} \pm \Delta p_P^{**}$  в зависимости от  $E_s$ , вычисленные по заданным значениям угла поворота для тепловых нейтронов  $\chi_{th} \pm \Delta\chi_{th}$ , представлены штриховыми линиями.

Рис. 9.1, относящийся к  $^{117}\text{Sn}$ , показывает, что результаты измерений двух  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов в тепловой области — асимметрии и угла поворота — хорошо согласуются друг с другом, если отрицательный  $s$ -волновой резонанс смещён в область энергий от  $-2.0$  до  $-2.5$  эВ. При этом предсказываемая величина резонансной  $\mathcal{P}$ -нечётной асимметрии оказывается в области  $p_P \simeq (5 - 6) \cdot 10^{-3}$ . В то же время, как следует из рис. 9.2 (и, конечно, из табл. 9.2), в случае  $^{139}\text{La}$  нет необходимости в дополнительных гипотезах, поскольку в пределах 1–2 стандартных отклонений предсказанные и измеренные резонансные асимметрии совпадают.

Выше, в разделе 8.7, где обсуждалось влияние положения отрицательного  $s$ -волнового резонанса на  $\mathcal{P}$ -чётные угловые корреляции в реакции  $(n, \gamma)$  на ядре  $^{117}\text{Sn}$ , было приведено численное значение приведённой нейтронной ширины этого резонанса в случае, когда  $E_s = -2$  эВ. Эта величина оказалась того же порядка, что и приведённые нейтронные ширины других слабых положительных  $s$ -волновых резонансов ядра  $^{117}\text{Sn}$ . Кроме того, в статье [284] я показал, что сдвиг отрицательного резонанса не влечёт за собой существенного изменения в оценке матричного элемента смешивания  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов, извлекаемого из величин  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов.

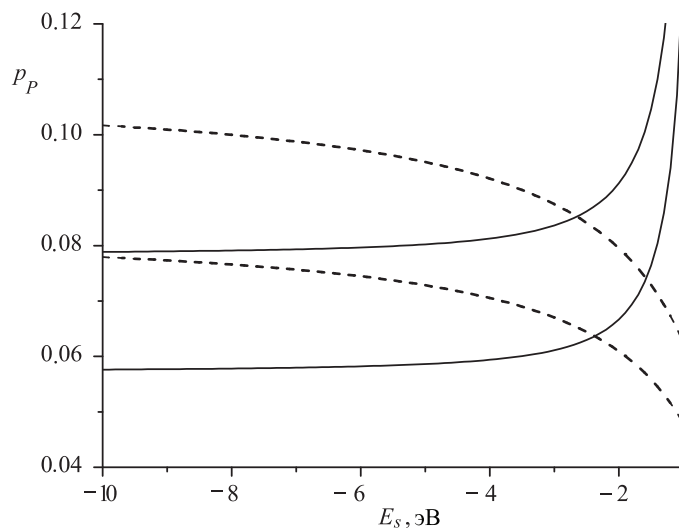


Рис. 9.2. То же, что на рис. 9.1, но для  $p$ -волнового резонанса  $E_p = 0.75$  эВ ядра  $^{139}\text{La}$

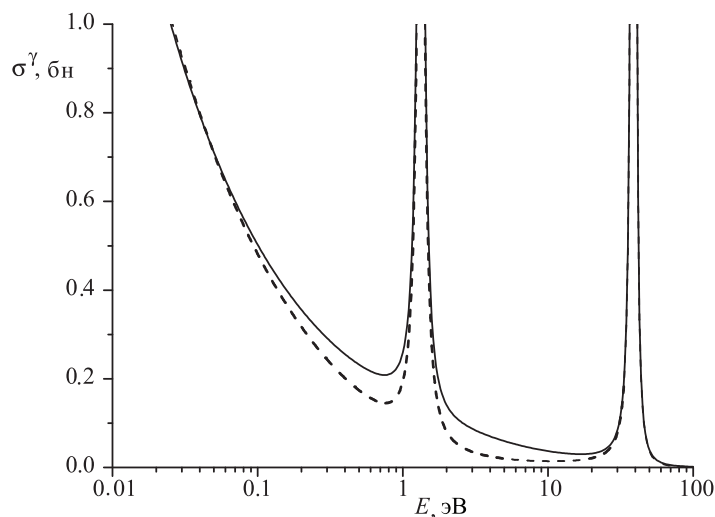


Рис. 9.3. Полное сечение радиационного захвата  $\sigma^\gamma$  (бн) нейтронов ядрами  $^{117}\text{Sn}$  в зависимости от энергии нейтронов  $E$  (эВ) для двух положений отрицательного резонанса: сплошная линия —  $E_s = -29$  эВ; штриховая линия —  $E_s = -2$  эВ

В разделе 8.7 были также приведены графики для сечения захвата нейтрона ядром  $^{117}\text{Sn}$  с последующим испусканием  $\gamma$ -кванта в переходе на основное состояние  $0^+$  дочернего ядра для случаев, когда  $E_s = -29$  эВ и  $E_s = -2$  эВ. Точно такие же расчёты, конечно, могут быть сделаны и для полного сечения радиационного захвата нейтрона ядром  $^{117}\text{Sn}$ ,  $\sigma^\gamma(E)$ . Результаты приведены на рис. 9.3 и 9.4. Кривые немного отличаются от тех, что представлены в статье [284]. Причина в том, что здесь полное сечение захвата в тепловой точке принято равным (8.47), тогда как в статье для той же величины использовалось несколько более высокое значение из работы [206] (см. сноску на с. 212).

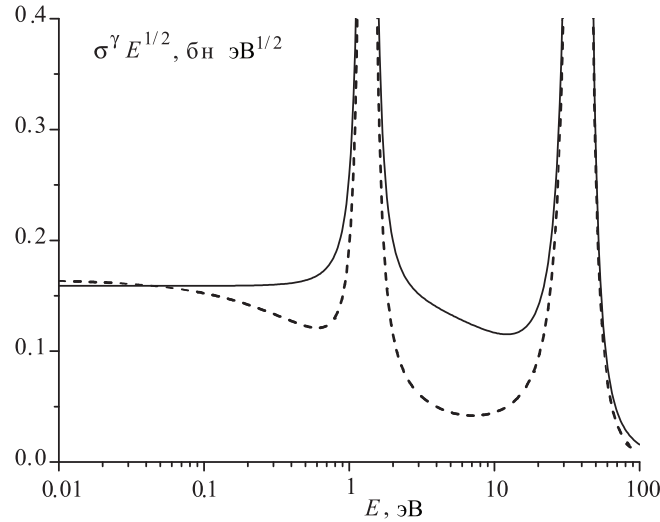


Рис. 9.4. То же, что на рис. 9.3, но для произведения  $\sigma^\gamma \cdot E^{1/2}$  (бн·эВ<sup>1/2</sup>) с целью демонстрации степени отклонения сечений от закона  $1/v$

Из этих рисунков видно, что даже в случае  $E_s = -29$  эВ отклонения от закона  $1/v$  начинаются уже при энергиях  $E > 3$  эВ. Более того, в случае  $E_s = -2$  эВ отклонения от этого закона не очень заметны в области  $E < 1$  эВ вследствие наличия  $p$ -волнового резонанса. Ясно, однако, что измерения полного сечения захвата в области  $E = 2 - 20$  эВ с точностью, лучшей чем 0.1 бн, позволят надёжно установить положение отрицательного  $s$ -волнового резонанса для изотопа  $^{117}\text{Sn}$ .

#### 9.4. $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты в интерференционных минимумах

Таков был вывод статьи [284], но сейчас, вернувшись к этому материалу, я вижу возможность другой интерпретации представленных данных. К 1991 году для ядра  $^{117}\text{Sn}$  были выполнены лишь два измерения величины  $p_P$  — [169] и [243] (см. табл. 9.1). При том что ответы изрядно различались, в 1991 году не было причин предпочесть один результат другому. В то же время величина  $p_P \simeq (5-6) \cdot 10^{-3}$ , которая возникала из пересчёта двух  $\mathcal{P}$ -нечётных величин, измеренных в тепловой области, при сдвиге отрицательного  $s$ -волнового резонанса в точку  $E_s = -2$  эВ (см. рис. 9.1), оказывалась как раз между результатами [169] и [243], согласуясь с ними обоими. И это был дополнительный аргумент в пользу близости отрицательного резонанса к тепловой точке.

Но теперь мы располагаем дополнительным и очень точным измерением [410] резонансной асимметрии  $p_P$  в  $p$ -волновом резонансе  $E_p = 1.33$  эВ ядра  $^{117}\text{Sn}$ , опубликованным в 2001 году и теперь также внесённым в табл. 9.1. Это новое значение вместе с результатом [243] хорошо согласуется с величиной  $p_P^*$ , полученной в рамках двухуровневого приближения (фактически — с помощью формулы Эриксона) из угла поворота спинов поперечно поляризованных тепловых нейтронов, и сильно расходится с величиной  $p_P^*$ , к которой в том же приближении ведёт асимметрия  $p_{th}$  в тепловой точке.

Что интересно, ровно такая же картина сегодня обнаруживается и для ядра  $^{139}\text{La}$ ! А именно, величины  $p_P^*$  и  $p_P^{**}$  расходятся, как видно из табл. 9.2, всего лишь на 1–2 стандартных отклонения. Но когда я писал статью [284], казалось важным, что

они располагаются, соответственно, ниже и выше величин  $p_P$ , измеренных в [179] и [243] и находящихся в отличном согласии друг с другом. Результат [271] просто несколько выпадал из этой картины, но, конечно, ничему не противоречил.

Однако уже в том же 1991 году появились результаты дополнительных измерений резонансной асимметрии [282, 295], не вошедшие в [284], но здесь, конечно, включенные в табл. 9.2. И в целом теперь всё видится иначе. Величина  $p_P$ , измеренная с малой погрешностью, так же как в случае  $^{117}\text{Sn}$ , хорошо согласуется с  $p_P^{**}$  и неважно — с  $p_P^*$ .

И я вижу здесь прямую связь с вопросами, поставленными в разделе 6.12. Допустим, что высказанные там сомнения относительно применимости формулы Эриксона, на которой основано двухуровневое приближение, в промежутке между  $s$ -волновым и  $p$ -волновым резонансами верны. Это означает, что в межрезонансной области предсказаниям для  $\mathcal{P}$ -нечётного угла поворота доверять можно, тогда как оценки  $\mathcal{P}$ -нечётных добавок к полному сечению очень ненадёжны. Но именно это и следует из проведённого выше анализа связи между различными  $\mathcal{P}$ -нечётными эффектами. Нет оснований надеяться на справедливость в тепловой точке формулы (6.99), которая используется для установления связи (9.4) между асимметриями  $p_{th}$  и  $p_P$ . В то же время соотношение (9.5) между  $\chi_{th}$  и  $p_P$ , основанное на (6.100), подтверждается экспериментом <sup>1)</sup>.

Возникает, следовательно, вопрос: существуют ли какие-либо дополнительные возможности для исследований  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов между резонансами для проверки справедливости формулы Эриксона? На одну из таких возможностей я указал в статье [357]. Напомню, что в этой работе, описанной в главе 6, речь шла о точно решаемой модели смешивания узких  $s$ - и  $p$ -волновых резонансов. Узость резонансов достигалась за счёт слабой связи между каналами.

В заключительной части статьи я привел результаты численного расчёта  $\mathcal{PV}$ - и  $\mathcal{TVPV}$ -эффектов в рамках этой модели, подстроив её параметры под описание двух реально существующих резонансов ядра  $^{35}\text{Cl}$ :  $s$ -волнового с энергией  $E_s = 26.6$  кэВ и нейтронной шириной  $2g_J\Gamma_s^n = 130$  эВ и  $p$ -волнового с энергией  $E_p = 22.4$  кэВ и нейтронной шириной  $2g_J\Gamma_p^n = 4$  эВ. Радиационные ширины этих резонансов, масштаба  $\sim 0.5$  эВ, так малы, что ими можно пренебречь. Собственно, именно по этой причине я и обратился к сравнительно лёгким ядрам — в моей упрощённой модели канал радиационного захвата вовсе не учитывался.

Разумеется, это ни в коей мере не было моделированием реальных резонансов ядра  $^{35}\text{Cl}$ . Я просто подстроил свою «игрушку» под существующие в природе параметры. Но поскольку и там и там всё сводится, в сущности, к формуле Эриксона,

<sup>1)</sup> Возможно, что обсуждаемые здесь проблемы имеют отношение и к загадочному  $\mathcal{P}$ -нечётному вращению спинов поперечно поляризованных тепловых нейтронов при их прохождении через естественный свинец [183, 347]. В последней [429] из известных мне публикаций на эту тему утверждается, что до сих пор неясно, на каком из изотопов  $Pb$ , входящих в состав естественного свинца, происходит указанное вращение и, соответственно, каковы характеристики того  $p$ -волнового резонанса (по-видимому, отрицательного), который ответствен за  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект. Очевидно, кстати, что интерференция вкладов отрицательного  $p$ -волнового резонанса и удалённых  $s$ -волновых резонансов приведёт к появлению в тепловой точке  $\mathcal{P}$ -чётных «лево-правой» и «вперёд-назад» асимметрий в реакции  $(n, \gamma)$ , очень подробно обсуждавшихся в главе 8. В принципе, осуществив поиск таких асимметрий на естественном свинце на ряде  $\gamma$ -переходов, относящихся к разным изотопам, можно установить, в каком именно изотопе присутствует искомым  $p$ -волновой резонанс.

то нет оснований думать, что реальные  $\mathcal{PV}$ - и  $\mathcal{TVPV}$ -эффекты вблизи указанных резонансов ядра  $^{35}\text{Cl}$  будут существенно отличаться от того, что даёт модель.

Спины обоих резонансов я принял равными 1 (спин ядра-мишени  $I = 3/2$ ). Поскольку 3-векторная корреляция в полном сечении взаимодействия требует поляризации ядер, то я, конечно, в принципе не мог взять в качестве мишени бесспиновое ядро. На самом деле, поскольку я следил за  $s$ -волной только в канале  $J_s = 1$ , совершенно игнорируя  $J_s = 2$ , то результат получился таким же, как если бы я имел дело с бесспиновым ядром, где в принципе есть только один  $s$ -волновой канал с полным угловым моментом  $1/2$ .

И вот, анализируя результаты расчётов, я обнаружил, что в межрезонансной области есть очень интересные места, где, как и в тепловой точке, есть шанс реально измерить  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты. Речь идёт об интерференционных минимумах в полном сечении, которые имеют место перед всеми  $s$ -волновыми резонансами на бесспиновых ядрах-мишенях. Если, к примеру,  $I = 3/2$ , то в канале  $J_s = 1$  эти провалы, конечно, тоже есть (и я не мог на них не наткнуться), но в реально измеряемом полном сечении минимумы не глубоки из-за взаимодействия в волне  $J_s = 2$ .

На бесспиновых же ядрах сечение упругого рассеяния при энергии  $E_{s0} = E_s - \Upsilon_s$ , где  $\Upsilon_s$  — приведённая нейтронная ширина  $s$ -волнового резонанса с энергией  $E_s$ , практически обращается в нуль (в атомной физике это явление называется эффектом Рамзауэра)<sup>1)</sup>. Если бы не радиационный захват, то был бы точный нуль (фаза упругого рассеяния,  $\delta_s(E)$ , определённая формулой (6.52), являлась бы действительной величиной и обязательно принимала бы значения, кратные  $\pi$ ). В действительности же глубина минимума определяется именно сечением захвата,

$$\sigma^\gamma(E_{s0}) = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_s^n(E_{s0}) \Gamma_s^\gamma}{\Gamma_s^2}. \quad (9.6)$$

Но эта величина довольно мала, в особенности для средних ядер  $A \sim 50 - 100$ , где радиационные ширины сильно уступают нейтронным ширинам  $s$ -волновых резонансов. А это означает, что толщина мишени,  $z$ , может быть взята довольно большой, в согласии с условием оптимальности измерений (см. раздел 3.2),

$$\rho \sigma^\gamma(E_{s0}) z = 2. \quad (9.7)$$

Именно эта повышенная толщина мишени и может сделать заметными как  $\mathcal{P}$ -нечётную асимметрию полного сечения (3.11), где  $\Delta\sigma_{\mathcal{PV}}^{(1)}$  в двухуровневом приближении описывается формулой (6.99), так и  $\mathcal{P}$ -нечётный угол поворота спинов поперечно поляризованных нейтронов, для которого в том же приближении имеем формулу (6.100).

Принимая во внимание (9.7) и предполагая, что нейтроны полностью поляризованы, в интерференционном минимуме находим

$$\alpha_{\mathcal{PV}}(E_{s0}) \simeq \frac{4v_{sp}^P}{E_s - E_p} \frac{g_p^n}{g_s^n} \frac{\Gamma_s}{\Gamma_s^\gamma}, \quad \chi_{\mathcal{PV}}(E_{s0}) \simeq \frac{4v_{sp}^P}{E_s - E_p} \frac{g_p^n}{g_s^n} \frac{2\Upsilon_s}{\Gamma_s^\gamma}. \quad (9.8)$$

В числителе последнего множителя формулы для асимметрии стоит полная ширина  $s$ -волнового резонанса,  $\Gamma_s$ , которая для средних ядер практически совпадает с нейтронной шириной  $\Gamma_s^n \simeq 2(kR)\Upsilon_s$ . Отсюда сразу ясно, что  $\mathcal{P}$ -нечётная асимметрия подавлена на фактор  $kR$  по сравнению с  $\mathcal{P}$ -нечётным углом поворота. Впрочем,

<sup>1)</sup> Этот факт без труда устанавливается в брейт-вигнеровском приближении с помощью формул (6.61)–(6.63).

следует иметь в виду, что величина  $kR \sim 10^{-2} - 10^{-1}$  не так уж и мала в области  $E > 1 - 10$  кэВ.

Полученные выражения следует сравнить в формулой (3.19) для асимметрии в  $p$ -волновом резонансе. Формально обе величины,  $\alpha_{PV}(E_{s0})$  и  $\chi_{PV}(E_{s0})$ , включают в себя фактор кинематического подавления  $g_p^n/g_s^n \sim kR$ . На самом же деле это подавление в значительной степени компенсируется последними множителями в выражениях (9.8), содержащими малую величину  $\Gamma_s^\gamma$  в знаменателе. Более того, объединяя фактор  $kR$  с удвоенной приведённой нейтронной шириной  $2\Upsilon_s$ , для угла поворота получим следующую оценку:

$$\chi_{PV}(E_{s0}) \sim \frac{v_{sp}^P}{E_s - E_p} \frac{\Gamma_s^n}{\Gamma_s^\gamma}. \quad (9.9)$$

Так же как в резонансной асимметрии (3.19), здесь, помимо динамического усиления (которое в средних ядрах может иметь масштаб  $\sim 10^2$ ), присутствует дополнительный большой множитель  $\Gamma_s^n/\Gamma_s^\gamma \sim 10 - 100$ , в сущности, обусловленный толщиной мишени. В результате в интерференционном минимуме для  $\mathcal{P}$ -нечётного угла поворота можно ожидать величины масштаба  $\sim 10^{-3}$  рад.

Эффект асимметрии полного сечения, как уже было сказано, подавлен фактором  $kR$ . Однако поскольку точка  $E_{s0}$  отстоит от энергии  $s$ -волнового резонанса на  $\Upsilon_s$ , то применимость формулы Эриксона к расчёту  $\mathcal{P}$ -нечётной добавки к полному сечению уже является сомнительной. Измерение обеих величин (9.8) в интерференционных минимумах полных сечений могло бы прояснить вопрос об энергетической зависимости  $\mathcal{P}$ -нечётных эффектов во взаимодействии медленных нейтронов с ядрами.

## 9.5. Корреляция $p$ -волновых нейтронных амплитуд

Амплитуды нейтронных ширин (1.46) (действительные, если имеет место  $\mathcal{T}$ -инвариантность) определяют элементы  $S$ -матрицы (1.45), описывающие упругое рассеяние нейтронов вблизи изолированного резонанса со спином  $J$ . Если  $\mathcal{P}$ -чётность сохраняется, то нейтронные амплитуды отличны от нуля лишь для тех орбитальных моментов  $l$ , для которых

$$\pi_0(-1)^l = \pi, \quad (9.10)$$

где  $\pi_0$  и  $\pi$  — это чётности ядра-мишени и компаунд-ядра соответственно.

Зависимость нейтронных ширин  $\Gamma_{lj}^n$  от энергии падающих нейтронов определяется в основном фактором проницаемости  $s_l$  в соответствии с формулой (6.62); приведённые нейтронные ширины  $\Upsilon_{lj}^n$  имеют примерно один и тот же порядок величины для всех парциальных волн. Для медленных нейтронов ( $kR \ll 1$ ) справедливо приближенное выражение (6.63); нейтронные ширины, следовательно, быстро уменьшаются по мере увеличения орбитального момента  $l$ . Поэтому низколежащие резонансы с чётностями  $\pi = \pi_0$  и  $\pi = -\pi_0$  являются, фактически, чистыми  $s$ -волновыми и  $p$ -волновыми резонансами соответственно.

Легко видеть, что  $s$ -волновой резонанс характеризуется единственной нейтронной амплитудой  $g^n(0\frac{1}{2}J)$ . В то же время  $p$ -волновому резонансу на ядре с отличным от нуля спином  $I$  могут соответствовать две амплитуды  $g^n(1jJ)$ ,  $j = \frac{1}{2}$  или  $\frac{3}{2}$ , если, конечно, спин  $J$  резонанса таков, что условия  $|I - j| \leq J \leq I + j$  справедливы для обоих значений  $j$ . Согласно статистической модели амплитуды  $g^n(1\frac{1}{2}J)$  и  $g^n(1\frac{3}{2}J)$  являются независимыми случайными величинами.

Я уже пользовался этой гипотезой в разделе 4.7 при оценке 5-векторной корреляции в  $p$ -волновых резонансах. На самом же деле, как уже упоминалось в разделе 3.6,

сколько-нибудь обширного массива экспериментальных данных, подтверждающих статистическую гипотезу в применении к  $p$ -волновым резонансам, нет. Всё дело, повторим, в том, что  $p$ -волновые резонансы слабы и малозаметны на  $s$ -волновом фоне. Именно этим и объясняется тот факт, что общее число детально исследованных  $p$ -волновых резонансов очень невелико.

Изучая литературу, я обнаружил лекцию Ф. Л. Шапиро [86], одного из ведущих физиков ЛНФ ОИЯИ, прочитанную им в 1966 году. Там, в частности, обсуждались возможные способы определения парциальных нейтронных ширин  $\Gamma_{p1/2}^n$  и  $\Gamma_{p3/2}^n$   $p$ -волновых резонансов. Один из методов — это исследование угловой анизотропии упруго рассеянных нейтронов (т.е. слагаемых, пропорциональных  $A_1$  и  $A_3$  в формуле (5.92)). Это предложение было осуществлено в ЛНФ ОИЯИ для нескольких  $p$ -волновых резонансов ядер  $^{19}\text{F}$  и  $^{89}\text{Y}$ ; в 1986 году появилась обстоятельная итоговая работа Г. С. Самосвата [237]<sup>1)</sup>.

Но Ф. Л. Шапиро [86] упомянул и о другом способе измерения  $\Gamma_{p1/2}^n$  и  $\Gamma_{p3/2}^n$ . А именно, о возможности изучения полного сечения взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными и выстроенными ядрами (т.е. слагаемых, пропорциональных  $a_2$  и  $a_3$  в формулах (1.7) и (1.8)). Этот подход был только теоретически проработан дубненскими физиками [119]; об этом уже рассказывалось в разделе 1.10.

Наконец, измерение  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций в реакции радиационного захвата нейтронов (т.е. слагаемых, пропорциональных  $A_1$ ,  $B_1$  и  $A_2$  в формуле (8.1)) — это тоже путь к определению парциальных нейтронных ширин  $p$ -волновых резонансов. В главе 8 я подробно рассмотрел возникающие при этом трудности. Я основывался на данных, полученных в ЛНФ ОИЯИ для нижайших  $p$ -волновых резонансов ядер  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{113}\text{Cd}$ . Подобные измерения (но не всех трёх корреляций) были выполнены в 1970-е годы для нескольких  $p$ -волновых резонансов  $^{93}\text{Nb}$  и  $^{35}\text{Cl}$  в США [121, 156].

Занимаясь (в процессе подготовки статьи [228]) спиновыми эффектами в полном сечении взаимодействия нейтронов, я заметил следующую вещь. В силу оптической теоремы — см. формулы (1.6) и (1.7) — полное сечение прямо пропорционально элементам  $S$ -матрицы,  $S_J(lj \rightarrow l'j')$ , т.е., вследствие (1.45), произведениям  $g^n(ljJ)g^n(l'j'J)$ . Допустим теперь, что разброс энергии падающих нейтронов таков, что захватывается сразу большое число резонансов. Тогда среднее по резонансам полное сечение пропорционально среднему произведению  $\langle g^n(ljJ)g^n(l'j'J) \rangle$ . В рамках статистической гипотезы естественно ожидать, что

$$\langle g^n(ljJ)g^n(l'j'J) \rangle = (g^n(ljJ))^2 \delta_{ll'} \delta_{jj'}. \quad (9.11)$$

Это, по-видимому, должно повлиять на вид среднего сечения  $\langle \sigma_t \rangle$ . Разумеется, здесь предполагается, что нейтроны и ядра ориентированы, так как в отсутствие спиновой ориентации полное сечение (1.11) выражается только через диагональные элементы,  $S_J(lj \rightarrow lj)$ .

Работа, в которой было предложено изучать корреляции нейтронных амплитуд с помощью измерения усреднённого по резонансам полного сечения взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными и выстроенными ядрами, была опубликована в 1987 году [239]. Именно в этой статье была приведена формула (4.9),

<sup>1)</sup> В 1995 году вышел обзор Г. С. Самосвата [341], заголовок которого прямо переключается с названием данной главы. В нём, в частности, довольно подробно рассказано о роли Ф. Л. Шапиро в инициации исследований  $p$ -волновых резонансов в ЛНФ ОИЯИ и о выполненных измерениях.



которая возникает после подстановки (1.6) в (1.7). Этой формуле можно придать и такой вид:

$$\sigma_t = 2\pi\lambda^2 \operatorname{Re} \sum_J \sum_{l'j'lj} g(l'j'ljJ) (\delta_{l'l} \delta_{j'j} - S_J(lj \rightarrow l'j')), \quad (9.12)$$

где

$$g(l'j'ljJ) = g_J \sum_{N\Lambda K} \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(\frac{1}{2}) T_{N\Lambda K}(l'j'ljJ) \phi_{\Lambda K}^N(\mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s). \quad (9.13)$$

Нетрудно показать, что в отсутствие спиновой ориентации ядер и нейтронов,

$$\tau'_{N0}(I) = \delta_{N0}, \quad \tau'_{K0}(\frac{1}{2}) = \delta_{K0} \quad \rightarrow \quad g(l'j'ljJ) = g_J \delta_{l'l} \delta_{j'j}, \quad (9.14)$$

полное сечение принимает обычный вид (1.11).

Усредненные по резонансам величины  $\langle S_J(lj \rightarrow lj) \rangle$  обычно отождествляются с элементами S-матрицы, которыми описывается нейтрон-ядерное взаимодействие в рамках оптической модели. Заметим, что в модели с центральным потенциалом и спин-орбитальным взаимодействием заведомо нет недиагональных переходов, т. е. корреляции парциальных нейтронных ширин отсутствуют. Более того, в этом случае нет и зависимости усреднённых элементов S-матрицы от полного углового момента  $J$  (а есть только от  $l$  и  $j$ ). Но тогда формула (9.12) резко упрощается, поскольку коэффициенты (9.13) обладают следующим свойством<sup>1)</sup>:

$$\sum_J g(lj lj J) = \frac{2j+1}{2}. \quad (9.15)$$

Таким образом, в рамках указанной модели вообще нет зависимости усреднённого по резонансам полного сечения от спиновой ориентации нейтронов и ядер.

Эта зависимость возникает либо за счёт дополнительных спиновых взаимодействий (типа спин-спинового) в оптическом потенциале, что влечёт за собой появление  $J$ -зависимости усреднённых элементов S-матрицы, либо за счёт корреляции нейтронных амплитуд. В работе [239] рассмотрены оба варианта. При этом для расчёта вкладов спин-спиновых взаимодействий в различные угловые корреляции использовались оценки соответствующих добавок к оптическому потенциалу, полученные в экспериментах. Ситуация с этими оценками не проста, но важно, во-первых, что эти эффекты так или иначе обсуждаются, и, во-вторых, что все согласны с малостью спин-спиновых сил.

## 9.6. Влияние корреляции нейтронных амплитуд на полное сечение

Что же касается влияния корреляции парциальных нейтронных амплитуд на зависимость полного сечения от спиновой ориентации нейтронов и ядер, то этот вопрос, как мне представляется, в работе [239] был рассмотрен впервые. Если ограничиться учётом только этих корреляций (т. е. полностью пренебречь спин-спиновыми силами), то усреднённое полное сечение взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными и выстроеными ядрами принимает следующий

<sup>1)</sup> В основе соответствующей цепочки преобразований лежит равенство (A.152).

вид <sup>1)</sup>):

$$\begin{aligned} \langle \sigma_t \rangle = \langle \sigma_0 \rangle + 4 p_1(s) p_1(I) (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I) \sigma_{1\frac{1}{2}1\frac{3}{2}}^{(1)} + \\ + p_1(s) p_1(I) (3(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)(\mathbf{n}_I \mathbf{n}_k) - (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I)) \left( \sigma_{1\frac{1}{2}1\frac{3}{2}}^{(1)} + \sigma_{0\frac{1}{2}2\frac{3}{2}}^{(1)} \right) + \\ + p_2(I) (3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I))^2 - 1 \left( \sigma_{1\frac{1}{2}1\frac{3}{2}}^{(2)} + \sigma_{0\frac{1}{2}2\frac{3}{2}}^{(2)} + \sigma_{0\frac{1}{2}2\frac{5}{2}}^{(2)} \right), \end{aligned} \quad (9.16)$$

где  $\sigma_0$  описывается формулой (1.11), тогда как для дополнительных слагаемых имеем

$$\sigma_{l_j l_{j'}}^{(Q)} = -2\pi \chi^2 \alpha_{l_j l_{j'}}^{(Q)} C_{IIQ0}^{II} \sum_J g_J U(Jj'IQ, Ij) \text{Re} \langle S_J(lj \rightarrow l'j') \rangle. \quad (9.17)$$

Численные значения входящих сюда коэффициентов  $\alpha_{l_j l_{j'}}^{(Q)}$  (масштаба единицы) указаны в [239].

Выписанная формула для полного сечения показывает, что спин-спиновые корреляции  $\sim (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I)$  и  $\sim (3(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)(\mathbf{n}_I \mathbf{n}_k) - (\mathbf{n}_s \mathbf{n}_I))$  могут быть обусловлены вовсе не спин-спиновыми слагаемыми в потенциале нейтрон-ядерного взаимодействия, а корреляцией амплитуд, описывающих заселение и распад  $p$ -волновых резонансов по каналам  $p\frac{1}{2}$  и  $p\frac{3}{2}$ , а также (в случае второй угловой корреляции) связью амплитуд, соответствующих волнам  $s\frac{1}{2}$  и  $d\frac{3}{2}$ . Точно так же последняя корреляция в правой части (9.16), описывающая деформационный эффект (см. раздел 1.10), может оказаться ненулевой за счёт корреляций всё тех же амплитуд и, дополнительно, за счёт связи волн  $s\frac{1}{2}$  и  $d\frac{5}{2}$ .

Пользуясь формулой (1.45), для действительных частей усреднённых элементов  $S$ -матрицы получим

$$\text{Re} \langle S_J(lj \rightarrow l'j') \rangle = \cos(\delta_l^C + \delta_{l'}^C) \left( \delta_{ll'} \delta_{jj'} - \pi \frac{\langle g^n(ljJ) g^n(l'j'J) \rangle}{D_J} \right), \quad (9.18)$$

где  $D_J$  — среднее расстояние между резонансами со спином  $J$ . Легко видеть, что в рамках статистической гипотезы (9.11) все недиагональные элементы обращаются в нуль, а вместе с ними и все коэффициенты при угловых корреляциях в полном сечении (9.16).

Чтобы избежать этого, нужно ввести связь между нейтронными амплитудами, которые принадлежат разным каналам. В предельном случае полной корреляции одна амплитуда прямо пропорциональна другой:

$$g^n(ljJ) = C g^n(l'j'J). \quad (9.19)$$

Но тогда правая часть (9.18) для  $\text{Re} S_J(lj \rightarrow l'j')$  может быть выражена как через  $\text{Re} S_J(lj \rightarrow lj)$ , так и через  $\text{Re} S_J(l'j' \rightarrow l'j')$ . Более того, из этих же соотношений находится (с точностью до знака) и коэффициент пропорциональности  $C$ , входящий в (9.19).

Этим способом действительные части недиагональных усреднённых элементов  $S$ -матрицы, которыми определяются составляющие (9.17) полного сечения, выра-

<sup>1)</sup> Я выписываю те же  $\mathcal{P}$ -чётные и  $\mathcal{T}$ -инвариантные угловые корреляции, пропорциональные коэффициентам  $a_i$ , которые входят в формулу (1.8) для амплитуды рассеяния на угол 0 и, следовательно, в выражение для полного сечения (1.7).

жаются через усреднённые диагональные элементы  $S$ -матрицы,

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\langle S_J(lj \rightarrow l'j') \rangle &= A \cos(\delta_l^C + \delta_{l'}^C) \times \\ &\times \left( \frac{(\cos(2\delta_{lj}^C) - \operatorname{Re}\langle S_J(lj \rightarrow lj) \rangle) (\cos(2\delta_{l'j'}^C) - \operatorname{Re}\langle S_J(l'j' \rightarrow l'j') \rangle)}{\cos(2\delta_{lj}^C) \cos(2\delta_{l'j'}^C)} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (9.20)$$

которые, в свою очередь, вычисляются в рамках оптической модели. В выписанной формуле, относящейся к предельному случаю полной корреляции нейтронных амплитуд,  $A = \pm 1$ . В случае же неполной корреляции имеем, очевидно,  $-1 < A < 1$ .

В статье [239] приведены результаты расчёта отношений сечений (9.17) к величине  $\langle \sigma_0 \rangle$  в интервале энергий нейтронов от 0 до 500 кэВ для ядер  $^{239}\text{Pu}$  ( $I = 1/2$ ) и  $^{235}\text{U}$  ( $I = 7/2$ ). В первом случае ядра могут быть только поляризованы (т.е. деформационный эффект в принципе отсутствует), тогда как во втором — и поляризованы, и выстроены. Максимальным является вклад  $p_{\frac{1}{2}} - p_{\frac{3}{2}}$  корреляции в спин-спиновые слагаемые полного сечения (9.16) — до 10% при полной корреляции амплитуд. Разумеется, этот вариант нереалистичен. Но измерения на уровне 1% могли бы показать, нет ли частичной корреляции. При этом в [239] показано, что вклады спин-спиновых сил едва ли могут достичь значений масштаба 1%.

В расчётах было также установлено, что вклад этой же корреляции в деформационный эффект, а также корреляций  $s$ - и  $d$ -волн во все слагаемые полного сечения, заведомо не превышают 1%.

Этот анализ имеет, по-видимому, прямое отношение к результатам, опубликованным В. Низдо и К. В. Кемпером [247] в том же 1987 году, когда появилась моя статья [239]. Выше, в разделе 4.1, уже было сказано, что указанные авторы вычислили полное сечение взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами  $^{27}\text{Al}$  с целью описания спин-спиновых корреляций в этой реакции, обнаруженных незадолго до этого в эксперименте [232]. Главный результат работы [247] состоял в том, что использование оптической модели с деформированным потенциалом и спин-орбитальным взаимодействием позволяет описать экспериментальные данные без введения спин-спиновых сил! Я предполагаю, что введение в оптическую модель деформированного потенциала, который, как известно, приводит к связи  $s$ - и  $d$ -волн (а также  $p$ - и  $f$ -волн и т.д.) эквивалентно учёту корреляций  $s$ - и  $d$ -волновых нейтронных амплитуд, описывающих заселения и распады компаунд-резонансов.

К сожалению, эта тема, насколько мне известно, совершенно не изучена. Должен быть, по-видимому, какой-то механизм, который трансформирует макроскопическую деформацию ядер в корреляцию  $s$ - и  $d$ -волновых амплитуд, описывающих захват и испускание нейтронов этими же ядрами. Должны быть какие-то связи между спин-спиновыми и деформационными эффектами в упругих каналах, с одной стороны, и таких неупругих каналах, как радиационный захват или деление ядер, с другой стороны. Совершенно непонятно, что может быть причиной корреляции амплитуд, отвечающих волнам  $p_{\frac{1}{2}}$  и  $p_{\frac{3}{2}}$ . По-видимому, эта область ещё ждёт своих исследователей.

## 9.7. Деформационный эффект в $p$ -волновых резонансах

Наша с А. Г. Бедой статья [437] 2005 года в основном была посвящена  $\mathcal{T}$ -инвариантной и  $\mathcal{P}$ -чётной 5-векторной корреляции в полном сечении взаимодействия поляризованных нейтронов и выстроенных ядер. Об этом было подробно рассказано в разделах 4.6–4.10. Напомню, что одна из причин, по которой мы

вновь обратились к проблеме поиска 5-векторной корреляции, состояла в том, что в 1990-е годы значительно расширился круг ядер с большим числом известных  $p$ -волновых резонансов. Это произошло благодаря тому, что в Лос-Аламосе были развёрнуты масштабные исследования  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма во взаимодействии поляризованных нейтронов с энергиями от 0 до 2000 эВ с самыми разными мишенями (неориентированными) [407].

К числу таких ядер относится, например,  $^{127}\text{I}$ . В соответствии с обзором [407] в сечении взаимодействия этого изотопа с нейтронами имеются двадцать  $p$ -волновых резонансов в интервале от 0 до 400 эВ (положения и некоторые другие характеристики этих резонансов приведены в табл. 4.1). Мы показали, что выстраивание ядер  $^{127}\text{I}$  вполне осуществимо. Отмечу, что в семи из двадцати  $p$ -волновых резонансов были найдены статистически значимые  $\mathcal{P}$ -нечётные эффекты. Но поиски нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности, как разъяснено в разделе 4.7, нужно вести во всех известных  $p$ -волновых резонансах ядра  $^{127}\text{I}$ , так как  $\mathcal{PV}$ -корреляция  $(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k)$  и 5-векторная  $\mathcal{TVPC}$ -корреляция  $(\mathbf{n}_s [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_I]) (\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)$  никак не связаны друг с другом.

Допустим, однако, что осуществлено выстраивание ядер (например, изотопа  $^{127}\text{I}$ ), для которых не только известно значительное число  $p$ -волновых резонансов, но в этих резонансах ещё и измерен  $\mathcal{P}$ -нечётный дихроизм, т. е. слагаемое  $\Delta\sigma_{pV}^{(1)}$  (3.18) в полном сечении взаимодействия (3.1) нейтронов и ядер. В соответствии с этой же формулой (3.1) выстраивание ядер делает возможным наблюдение трёх новых слагаемых. Это, во-первых, 5-векторная корреляция. Во-вторых, это деформационный эффект в каждом  $p$ -волновом резонансе (в соответствии с терминологией, введённой в разделе 1.10). И, наконец, в-третьих, это дополнительный  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект, связанный с величиной  $\Delta\sigma_{pV}^{(3)}$ . Это слагаемое впервые было выписано В. Г. Барышевским [193] и уже обсуждалось в разделе 1.15.

Совершенно очевидно, что, прежде чем будут начаты поиски 5-векторной корреляции, должны быть измерены и деформационное слагаемое, и дополнительная  $\mathcal{P}$ -нечётная корреляция. Эти эффекты важны хотя бы потому, что они прямо пропорциональны ядерной выстроенности. Поэтому в этом разделе, основываясь на статье [437], я привожу некоторые подробности о деформационном эффекте в  $p$ -волновых резонансах. А в следующем разделе даны небольшие пояснения по поводу дополнительной  $\mathcal{PV}$ -корреляции.

Итак, в полном сечении взаимодействия нейтронов с выстроенными ядрами (3.1) имеется корреляция  $(3(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_I)^2 - 1)$  импульса нейтрона и спина ядра-мишени. Поляризация нейтрона не имеет значения. Явное выражение для множителя  $\Delta\sigma_D$  вблизи  $p$ -го ( $p$ -волнового) резонанса легко получается с помощью формул (3.2) и (3.12):

$$\Delta\sigma_D(E) = \pi\chi^2 \left( -h_J g_{np}(1\frac{1}{2}J) g_{np}(1\frac{3}{2}J) + \frac{eJ}{2} \Gamma_n^{p3/2J} \right) \frac{\Gamma_{pJ}}{(E - E_{pJ})^2 + \Gamma_{pJ}^2/4}. \quad (9.21)$$

Обратим внимание на резонансную зависимость этого множителя от энергии нейтрона.

Деформационный член определяет асимметрию прохождения нейтронов сквозь мишень толщины  $z$  при двух направлениях оси выстраивания ядер-мишеней — вдоль,  $\mathbf{n}_I \parallel \mathbf{n}_k$ , и поперёк,  $\mathbf{n}_I \perp \mathbf{n}_k$ , импульса нейтрона, т. е.

$$\alpha_D = \frac{N_{\parallel} - N_{\perp}}{N_{\parallel} + N_{\perp}} = -np_2(I) \frac{3\Delta\sigma_D}{2} z, \quad (9.22)$$

где принято, что  $\Delta\sigma_D \ll \sigma_0$ . По аналогии с определением (3.19) в каждом  $p$ -волновом резонансе можно ввести отношение

$$p_D \equiv \frac{\Delta\sigma_D}{\sigma_p} = -\frac{h_J}{g_J} \frac{g_{np}(1\frac{1}{2}J) g_{np}(1\frac{3}{2}J)}{\Gamma_n^{pJ}} + \frac{e_J}{2g_J} \frac{\Gamma_n^{p1/2J}}{\Gamma_n^{pJ}}, \quad (9.23)$$

которое имеет смысл величины деформационного эффекта именно в этом резонансе. Измерение деформационного эффекта наряду с исследованиями  $\mathcal{P}$ -нечётного дихроизма на выстроенных ядрах может позволить установить не только парциальные нейтронные ширины  $p$ -волнового резонанса, но и спин этого резонанса (важность такой информации обсуждалась в разделе 3.6).

В статье [437] указано, что деформационный эффект может быть также использован для тестирования того статистического подхода, с помощью которого были получены оценки  $TVP$ -эффектов в  $p$ -волновых резонансах. В самом деле, усредняя (9.23) по резонансам с определённым спином  $J$ , получим

$$\langle p_D^J \rangle = \frac{e_J}{4g_J}. \quad (9.24)$$

Для любого определённого  $J$  можно установить численное значение этой величины с помощью формул (1.42). Любопытно, однако, что после усреднения по всем резонансам эффект исчезает:

$$\langle p_D \rangle = \sum_{J=I\pm 1/2, 3/2} w(J) \langle p_D^J \rangle = 0. \quad (9.25)$$

С другой стороны, для среднеквадратичного деформационного эффекта имеем

$$\bar{p}_D = \left( \sum_J w(J) \langle (p_D^J)^2 \rangle \right)^{1/2} = \left( \sum_J \frac{h_J^2 + 3e_J^2/4}{8g_J} \right)^{1/2}. \quad (9.26)$$

При этом величина  $\bar{p}_D$  зависит только от спина  $I$  ядер-мишеней. Результаты соответствующего численного расчёта для некоторых значений  $I$  представлены в табл. 9.3. Таким образом, после измерения деформационных эффектов во всех  $p$ -волновых резонансах данного ядра можно получить средние значения  $\langle p_D \rangle$  и  $\bar{p}_D$ . Сравнивая эти измеренные средние значения с вычисленными здесь величинами, можно оценить степень разумности статистического подхода <sup>1)</sup>.

Таблица 9.3. Статистическая оценка среднеквадратичного деформационного эффекта  $\bar{p}_D$  в зависимости от спина  $I$  ядер-мишеней.

$I$	3/2	2	5/2	3	7/2	4	9/2	5
$\bar{p}_D$	0.296	0.354	0.395	0.427	0.452	0.472	0.489	0.502

Формула (9.21), так же как формула (1.37), получена при учёте одних только  $s$ - и  $p$ -волн. «Следующий» вклад в деформационный эффект обусловлен переходами между  $s$ - и  $d$ -волнами. Этот вклад, кстати, был явно выписан мной в работе [239] 1987 года. И ещё в то время, при обсуждении, Д. П. Гречухин обратил моё внимание

<sup>1)</sup> Существует некоторое внешнее расхождение представленных здесь результатов с тем, что было получено Е. Д. Дэвисом и К. Р. Гулдом в статье [378]. Это связано с тем, что в [378] нормировка деформационного эффекта осуществлялась не на  $\sigma_p$ , как в (9.23), а на нейтронную ширину  $\Gamma_n^{pJ}$   $p$ -волнового резонанса. Я бы не стал так делать, так как из эксперимента извлекается величина  $g_J \Gamma_n^{pJ}$ , входящая в  $\sigma_p$ . В то же время  $\Gamma_n^{pJ}$  в отсутствие информации о спине  $J$  резонанса, фактически, не является определённой величиной.

на то, что такие переходы должны быть хорошо выражены у деформированных ядер (деформация оптического потенциала обеспечивает связь  $s$ - и  $d$ -волн). Об этой возможности я уже упоминал на с. 117. Там же, в разделе 4.10, было рассказано о работе П.Р. Хуфмана, К.Р. Гулда и Д.Г. Хааса [381], в которой было продемонстрировано, как деформационный эффект может помочь в поиске  $s$ -волновых резонансов с большими примесями  $d$ -волн.

### 9.8. $\mathcal{P}$ -нечётный дихроизм на выстроенных ядрах

Измеряя асимметрию пропускания сквозь выстроенную мишень нейтронов с поляризациями  $\mathbf{n}_s \uparrow \uparrow \mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}_s \downarrow \uparrow \mathbf{n}_k$  хотя бы при одном каком-либо направлении оси выстраивания ( $\mathbf{n}_I \parallel \mathbf{n}_k$  или  $\mathbf{n}_I \perp \mathbf{n}_k$ ), можно выделить слагаемое (3.4):

$$\Delta\sigma_{PV}^{(3)}(E) = -\pi\lambda^2 \frac{h_J g_{np}(1\frac{3}{2}J)\Gamma_{pJ}}{(E - E_{pJ})^2 + \Gamma_{pJ}^2/4} \sum_s \frac{v_{sp}^P g_{ns}(0\frac{1}{2}J)}{E_{sJ} - E_{pJ}}. \quad (9.27)$$

Видно, что оно пропорционально парциальной нейтронной амплитуде  $g_{np}(1\frac{3}{2}J)$  (тогда как слагаемое  $\Delta\sigma_{PV}^{(1)}$  (3.18) пропорционально амплитуде  $g_{np}(1\frac{1}{2}J)$ ).

Таким образом, пока ядра не выстроены, исследуется только тот  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект, который связан с составляющей  $\Gamma_n^{p1/2J} = (g_{np}(1\frac{1}{2}J))^2$  полной нейтронной ширины  $p$ -волнового резонанса  $\Gamma_n^{pJ} = \Gamma_n^{p1/2J} + \Gamma_n^{p3/2J}$ . Это похоже на то, что Луна всегда обращена к Земле одной своей стороной. Выстраивание ядер — это своего фотографирование обратной стороны Луны, поскольку при этом становится доступной та составляющая  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта, которая связана с парциальной нейтронной шириной  $\Gamma_n^{p3/2J} = (g_{np}(1\frac{3}{2}J))^2$ .

В частности, для ядра  $^{127}\text{I}$  есть основания ожидать, что измерения  $\Delta\sigma_{PV}^{(3)}$  в тех семи  $p$ -волновых резонансах, где ранее были получены отличные от нуля значения  $\Delta\sigma_{PV}^{(1)}$ , позволят установить вклады  $p\frac{1}{2}$ -и  $p\frac{3}{2}$ -волн в заселение этих резонансов. Но может случиться так, что обнаружатся  $\mathcal{PV}$ -эффекты и в резонансах с малыми вкладами парциальных ширин  $\Gamma_n^{p1/2J}$  в полные нейтронные ширины  $\Gamma_n^{pJ}$ . В таких  $p$ -волновых резонансах нарушение  $\mathcal{P}$ -чётности не может проявить себя на неориентированных ядрах.

*Ну как мы бросились, не споря,  
Смело в рыночное море,  
Мы хотим плыть на просторе,  
Эй, страна, руби концы!  
А теперь сидим на вантах,  
Делим гранты по талантам,  
Дети капитана Гранта,  
Джорджа Сороса птенцы...*

Тимур Шаов

## Часть IV

# Слабое взаимодействие лептонов и ядер





## Глава 10

# РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОПРАВКИ 1-ГО И 2-ГО ПОРЯДКА В ГАМИЛЬТониАне для нУклонов, вОвлечённых в эЛектромагнитные и слабые взаимодействия

### 10.1. Ценности и стоимости

В начале 1980-х годов наука воспринималась как необходимый элемент сложного, основанного на разделении труда общественного организма, который включает в себя и промышленность, и добывающие отрасли, и сельское хозяйство, и торговлю, и управление, и образование, и охрану здоровья, и средства сообщений, и вооруженные силы, и многое другое. Но для успешного функционирования всего этого нужен, во-первых, определённый механизм обмена товарами и услугами и, во-вторых, определённый уровень согласия относительно общих ценностей.

В Советском Союзе мало использовались механизмы, основанные на равновесии спроса и предложения. Преимущество отдавалось директивному планированию и централизованному управлению. Что-то в этой схеме выстраивалось и работало довольно эффективно. Что-то действовало так себе или совсем не могло существовать. Всё шло своим чередом до тех пор, пока разные слои общества были готовы жить по установленным правилам. Это согласие было осознанным или навязанным (внушением или силой), но его существование в течение десятилетий — это факт.

Такой же факт — исчезновение этого согласия во второй половине 1980-х годов. Для большинства главным, на мой взгляд, было многолетнее раздражение от явной, ставшей для всех очевидной неэффективности того, что действовало так себе. Более того — от невозможности даже назвать вещи своими именами. Недаром в первые годы перестройки политика гласности, объявленная М. С. Горбачёвым, получила очень широкую поддержку. Было, конечно, и меньшинство, хорошо осведомлённое о тех отраслях народного хозяйства, продукция которых шла на экспорт. Вырученные там средства немалым образом пополняли государственный бюджет, и это тоже, наверное, кого-то раздражало.

Политика гласности сделала возможной публикацию множества литературных произведений, до того находившихся под запретом. Так, в 1987 году российские читатели познакомились с небольшой повестью М. А. Булгакова «Собачье сердце», написанной в далёком 1925 (!) году. А в 1988 году была снята и показана по телевидению замечательная экранизация этого произведения, выполненная режиссёром В. В. Бортко.

Сюжет довольно прост. Доктор Преображенский, занимаясь проблемой омоложения, пересаживает собаке несколько желёз, взятых его коллегами у совершенно случайного, внезапно погибшего в пьяной драке человека. Вместо омоложения выходит очеловечивание и мирный пёс Шарик превращается в агрессивного гражданина Шарикова со всеми пороками бывшего обладателя жизненно важных желёз. Ситуация усугубляется тем, что Шариков попадает под влияние небольшой коммунистической ячейки, управляющей жилым домом, и, в частности, её председателя,

демагога и интригана Швондера. А потом излагает изумлённому Преображенскому универсальный способ решения общественных проблем: «Да что тут предлагать? ... Взять всё и поделить...»

Эпоха советской власти явно подходила к концу (хотя никто не догадывался, до какой степени он был близок). Признаков досадной неэффективности советской экономики было очень много. Талантливо поставленный фильм В. В. Бортко произвёл впечатление. «Вот она, сущность большевизма, — можно было услышать и там, и тут. — Всё поделили, и с чем остались?»

В общем, режиссёр попал в точку, в нерв общественного интереса. Всем было ясно, что речь идёт о чём-то очень важном, о чём-то таком, что касается каждого. Казалось, что фильм потому так волнует, что ясно указывает на основы того неестественного порядка вещей, которому пришла пора исчезнуть. Но массовое сознание находилось в плену иллюзий. Потому что подлинное искусство никогда не занимается прошлым, а только тем, что находится даже не в настоящем, а в некотором отдалённом будущем. Художник не осознаёт этого, он только чувствует и выражает, а понимание к нему самому приходит (если приходит) гораздо позже.

Да, советская система была обречена. Но чем больше времени проходит после 1991 года, тем значительнее оторопь, которая охватывает каждого, кто всматривается в то время. Появились люди, провозгласившие: «Да что тут предлагать?... Взять всё и поделить...» Как водится, поделили между своими (но ваучер получил каждый).

Замечательно, что всё делалось совершенно открыто. Сама идея раздела общественной собственности по западным образцам не встречала серьёзного сопротивления. «Пусть прибыль станет частной, — говорили и там, и тут. — Всё равно одна её часть в виде налогов поступит в бюджет и будет потрачена на некупаемые, но общественно значимые проекты, другая же — будет инвестирована в производство в обход бюджета». Гладко было на бумаге...

На деле же гражданам страны Советов, хорошо осведомлённым об учении К. Маркса, выпала возможность опытным путем убедиться в его правильности. Во-первых, капитал, предоставленный самому себе, стремится туда, где он увеличивается наиболее быстро. В современном мире Россия не относится к числу таких мест. Во-вторых, изменение отношений собственности ведёт к формированию новой классовой структуры общества и новой системы ценностей. В-третьих, государство с его бюджетом есть прежде всего инструмент защиты интересов правящего класса; а уж они — какие есть...

Хуже всего получилось с ценностями. Ведь в соответствии с собственнической (шариковской <sup>1)</sup>) логикой ценность каждой вещи определяется её стоимостью. Этот вопрос уходит корнями в очень давнюю эпоху, когда в обществе появилось разделение труда и, как следствие, стали необходимыми обмен и торговля. Вещи, переходившие из рук в руки, имели стоимости, зависевшие прежде всего от того, насколько сложным было их изготовление. Таким образом, вначале, наоборот, стоимость вещи определялась вложенным в неё трудом, который есть безусловная ценность.

Труд (и, в частности, квалифицированный труд, творчество) — это, разумеется, не единственная ценность. Жизнь — вот главное, но есть и достоинство, и честь, и совесть, и чувство долга, и способность воспринимать прекрасное. И десять

---

<sup>1)</sup> Художественное чутьё не подвело М. А. Булгакова. Отправив Шарикова делать трудовую карьеру, он сразу дал ему должность начальника. А какие ещё места в советской иерархии могли занимать носители собственнической логики?

заповедей, и любовь к родным осинам, и уважение к семье. Наивно думать, что всё это появляется вдруг, разом. И, разумеется, каждый вновь рождающийся человек не перенимает эти ценности в готовом виде, а понемногу осваивается с ними в семье, в школе, в соприкосновении с любыми общественными институтами.

Набор ценностей не является безусловным (кроме жизни, конечно). Что-то исчезает, что-то приходит на смену. Но если изъять из числа ценностей некоторые ключевые вещи, такие как материнство или представления о добре и зле, то человечеству придёт быстрый и неотвратимый конец, какими бы стоимостями оно не располагало.

На самом деле, вопреки собственническому взгляду на вещи, стоимости — это лишь зыбкие и неверные тени ценностей<sup>1)</sup>. Буржуазная мораль, утверждающая, что ценность человека определяется его стоимостью на рынке труда, это настоящая «разруха в головах» (по выражению М. А. Булгакова). Сегодня общество, культивирующее эту мораль, ставит в тяжёлое положение молодые семьи и, в особенности, молодых женщин, а также всех тех, кто выбирает формы общественного служения, находящиеся в стороне от сферы обращения денежных знаков (военных, врачей, учителей...). А завтра это общество примет такой вид, что жизнь в нём будет лишена ценности. Вся надежда на тех, кто, следуя заветам другого классика литературы, Е. Л. Шварца, умеет сказать: «Тень, знай своё место!»<sup>2)</sup>

Обобщая, можно сказать, что культура — это система ценностей, а экономика — это система стоимостей. Удивительно, насколько распространена невероятно зауженная трактовка культуры как сферы художественного творчества. В действительности к культуре, конечно, относится и сфера нравственного — огромный свод не всегда осознаваемых правил и табу, в соответствии с которым люди выстраивают свои отношения. И сфера духовного (не только художественного) — весь корпус представлений человека о мире, о душе, о взаимоотношениях людей в обществе, включающий в себя, как частность, все сведения, полученные наукой. И сфера физического — заботы о здоровом образе жизни, о равновесии человека и природы. И сфера практически важных умений — от возделывания земли, приготовления пищи и шитья одежды до проектирования, изготовления и сборки автомобиля или космического корабля (не каждая культура к этому способна). И вся сфера образования — тщательно выстроенная система передачи этических, эстетических и практических ценностей от одного поколения к другому.

И вот как частность в эту громоздкую (а потому, в сущности, довольно хрупкую) конструкцию включены обмены вещами и услугами. В этих обменах часть ценностей (если вдуматься, то очень малая часть) приобретает форму стоимостей. Опыт нескольких столетий показал, что свободный обмен стоимостями (рынок) довольно эффективно регулирует материальное производство (т. е. одну из ветвей культуры, связанную с практическими умениями) и, более того, стимулирует её развитие. Но этот же опыт отчётливо указывает и на ущерб, который при этом сплошь и рядом наносится другим ветвям культуры. В этом противоречии — причина конфликтов, которые сотрясали, сотрясают и, несомненно, ещё будут сотрясать человечество.

---

<sup>1)</sup> Ценность и стоимость находятся, по-видимому, в тех отношениях дополнительности, о которых первым стал говорить Н. Бор. Подлинные ценности не имеют стоимости, так как, вопреки сонму современных шариковых, они не продаются. А то, что имеет строго определённую стоимость, не обладает ценностью.

<sup>2)</sup> Хорошо известно также евангельское предание о необходимости разделения ценностей и стоимостей — в виде рассказа о том, как Христос предложил торговцам выйти из Храма.

Культура (и наука, как её часть) — это не отрасль экономики, а независимое и, самое малое, равновеликое с экономикой образование <sup>1)</sup>. Если общество пытается управлять производством стоимостей посредством министерства экономики, то заботу о ценностях должно взять на себя аналогичное учреждение, связанное с культурой. В его ведении должны быть не только художественное творчество, музеи и библиотеки, но и наука, и образование, и медицинская помощь, и спорт, и охрана природы, и религиозные культы, и юстиция, и даже вооружённые силы <sup>2)</sup>.

Человек и человечество существуют благодаря ценностям и ради ценностей. Большую и лучшую часть жизни любой человек, чем бы он не занимался, проживает именно в пространстве ценностей, а не стоимостей. В пространстве любви, заботы о близких, уважения, духовного поиска, домашнего труда, умножения знаний, совершенствования физических и нравственных качеств. И всё это не для обмена, не для продажи.

Правда и то, что без этих усилий нет и не будет тех грамотных, добросовестных, отзывчивых и деятельных работников, без которых не может существовать сколько-нибудь сложное производство (вещей или услуг). Поэтому общественные средства должны полностью уходить на поддержку ценностей, т. е. закладываться в основание общественного устройства. Там, где заботятся о ценностях, сами собой возникнут и стоимости.

Но там, где стоимости берут верх, обязательно находятся люди, которые говорят: «Взять всё и поделить...». Потому что стоимости — естественный предмет дележа. А вот ценности поделить нельзя, они общие.

## 10.2. Джорджа Сороса птенцы...

В переломное для российской государственности время наиболее трудным был 1991 год, когда дезорганизация уже была налицо, но централизованная экономика всё ещё держалась. Табак и алкогольные напитки продавались только по талонам <sup>3)</sup>, и дело шло к нормированному распределению обычного продовольствия. Поэтому весной я, как и многие другие сотрудники Курчатковского института, взял во временное пользование участок земли неподалеку от железнодорожной

---

<sup>1)</sup> На самом деле, рыночная экономика, с лёгкостью уничтожающая природные ландшафты и человеческие языки, больше похожа на уродливый нарост на теле культуры. А ничем и никем не сдерживаемая рыночная экономика есть буквально злокачественная опухоль, пожирающая породивший её организм. Дело даже не в том, что целые территории и общественные слои, непосредственно не занятые производством стоимостей, брошены или посажены на символическое финансирование. А в том, что в этой системе человек есть не более чем стоимость. А, к примеру, образование — не более чем механизм повышения этой стоимости. Наука же — не более чем инструмент для создания новых стоимостей.

<sup>2)</sup> Речь идёт, конечно, о совершенном обществе, в котором единственная функция армии — это защита ценностей. Сама эта идея, по-видимому, очень хорошо осознавалась в России в 19-м веке — судя по тому, как тесно были связаны армия и литература. В несовершенном мире вооружённые силы часто используются для захвата и удержания стоимостей.

<sup>3)</sup> Отovarить талоны на алкоголь было совсем не просто. Когда в магазин завозили спиртное, к нему, как правило, выстраивалась очередь. Однажды я попал в такую очередь днём, вся она в магазине не помещалась. Мы стояли на улице, было много пенсионеров, пожилых женщин. И вот из магазина выходит потёртый тип с полной сумкой в очень хорошем настроении, оглядывается на очередь и провозглашает: «Молодёжь, лимонная водка и лимонная настойка — это совершенно разные вещи. Берите водку!» Привет от Швондера...

станции Истра под Москвой и посадил там картошку (этот опыт был удачным — выращенного хватило на несколько месяцев).

Помню и тёмные корпуса МФТИ осенью 1991 года. Студенты выкручивали лампочки в аудиториях и уносили их в общежития, ведь в свободной продаже лампочек не было. В конце семестра, когда стало рано темнеть, мне однажды пришлось отменить последнее занятие — в аудитории ничего нельзя было разглядеть.

В начале 1993 года в газетах появилось сообщение о том, что все работающие в области естественных наук могут получить по 500 долларов от «Международного научного фонда» (МНФ), основанного неким Джорджем Соросом (в России о нём тогда и узнали). В заявке нужно было указать 3 статьи в открытых журналах за последние 5 лет, перечислить доклады на международных конференциях и написать страничку текста о сути опубликованных работ. Впечатление немного портит один пункт в образце заявки, относящийся к перечню докладов, «... Petrova A. D. (two co-authors, presented by Smirnov M. I.). Proc. Intern. Congr. Poor Scientists, 1992, p. 421 (poster)...» Юмор показался мне странноватым, но деньги при существовавшем в то время обменном курсе были очень немалые, спасибо Джорджу Соросу.

А позже, в том же 1993 году был объявлен конкурс на настоящие двухлетние (1994–1995) исследовательские гранты, теперь хорошо знакомые по деятельности РФФИ<sup>1)</sup> и других фондов. Всё это тогда только зарождалось, но по размаху Джордж Сорос, безусловно, превзошел всех.<sup>2)</sup>

Осенью 1993 года мои коллеги по Курчатовскому институту, Ю. В. Гапонов, Б. В. Данилин и Н. Б. Шульгина, предложили мне присоединиться к их исследованиям на стыке ядерной физики и физики слабых взаимодействий и подать совместную заявку на грант МНФ. Собственно, к этой же области относятся эффекты нарушения  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -инвариантности во взаимодействии нейтронов с ядрами, которыми я занимался (поэтому и возникла идея объединиться). Но здесь предстояло вникнуть в захват отрицательно заряженных мюонов атомными ядрами, так как в этом процессе было найдено расхождение между теорией и экспериментом.

Вот так вышло, что Джордж Сорос инициировал моё обращение к новой для меня области физики, которой я занимался ещё несколько лет после окончания срока гранта МНФ (а мы его получили). Один из полученных результатов (на мой взгляд, самый интересный) заключается в том, что при расчёте вероятностей ядерных переходов, связанных со слабыми процессами со значительным энерговыделением (того же масштаба, что в захвате мюонов), нужно, по-видимому, учитывать дополнительные слагаемые в гамильтониане взаимодействия, ранее упускавшиеся из виду. Именно этой проблеме посвящена данная глава. В любом случае, я благодарен Джорджу Соросу за обращение к физике  $\mu$ -захвата не меньше, чем за поддержку (очень существенную) на протяжении 1994–1995 годов.

### 10.3. Проблема формфактора $g_P \dots$

Захват мюона ядром — это один слабых полулептонных процессов, вероятность которого определяется свёрткой лептонного и нуклонного токов. Все необходимые подробности приведены в приложении В.2. Величина нуклонного тока, в частности,

---

<sup>1)</sup> РФФИ — Российский фонд фундаментальных исследований, не путать с более могущественной организацией с той же аббревиатурой — Российским фондом федерального имущества.

<sup>2)</sup> Впоследствии МНФ уже не занимался исследовательскими грантами, полностью переклочившись на проекты по поддержке библиотек и образования. В 2005 году Джордж Сорос объявил о полном свёртывании своих программ в России.

определяется (по меньшей мере) четырьмя формфакторами  $g_V$ ,  $g_M$ ,  $g_A$  и  $g_P$ , связанными с векторным, слабым магнитным, аксиально-векторным и псевдоскалярным взаимодействиями соответственно.

К концу 1970-х годов стало ясно (см. [148, 150]), что эмпирические значения величин  $g_V$ ,  $g_M$  и  $g_A$  хорошо согласуются с теоретическими оценками. Наименее определённой оказалась информация о формфакторе индуцированного псевдоскалярного взаимодействия  $g_P$ . Одни измерения подтверждали предсказание (В.169), основанное на гипотезе частичного сохранения аксиально-векторного тока (Partial Conservation of Axial Current — PCAC), тогда как другие — нет. Здесь, однако, необходимы пояснения.

Во-первых, чувствительность наблюдаемых величин к  $g_P$ , как правило, невелика. Это связано с тем, что формфактор  $g_P$  в операторе слабого нуклонного тока (В.170) стоит при «нечётной» матрице  $\gamma_5$  (В.138), смешивающей верхние и нижние компоненты биспинора. Но в нерелятивистском случае нижние компоненты подавлены. В типичном  $\beta$ -распаде, в частности, высвобождается столь незначительная энергия, что нижние компоненты биспиноров заведомо очень малы. Соответственно и наблюдаемые величины практически не зависят от формфактора индуцированного псевдоскалярного взаимодействия (далее приведены более точные оценки). Ниже показано, что при захвате мюона, когда скорости частиц (помимо нейтрино) довольно существенны, ситуация улучшается, но не намного.

Во-вторых, лишь в случае захвате мюона свободным протоном начальное и конечное состояния, по которым вычисляется матричный элемент от оператора (В.170), точно определены (плоские волны). В случае же ядерного  $\mu$ -захвата интерпретация экспериментальных данных всегда содержит в себе элемент неопределённости, связанный с приближённым вычислением волновых функций нуклонов внутри ядра.

В-третьих, оценки формфакторов  $g_A$  и  $g_P$ , приведённые в разделе В.2.4, выполнены для свободных нуклонов, т. е., строго говоря, применимы лишь к захвату мюона протоном. В ядерной материи характеристики пиона и пион-нуклонного взаимодействия могут измениться, а с ними — и ожидаемые значения  $g_A$  и  $g_P$ . В этом есть, однако, и своя положительная сторона: в обзоре Н. К. Мукопадиани [148] справедливо указано, что это обстоятельство усиливает интерес к захвату мюонов ядрами.<sup>1)</sup>

Замечу, что в монографии В. В. Балашова, Г. Я. Коренмана и Р. А. Эрамжяна [150] приведены результаты расчётов, выполненных в 1970-е годы, согласно которым факторы подавления  $g_A$  и  $g_P$  в бесконечной ядерной материи могут достигать величин 0.75 и 0.33 соответственно. Примерно об этом же говорится и в статье Дж. Делорма и М. Эриксона [325] 1994 года (там же можно найти ссылки на другие исследования по этой теме). При этом неясно, насколько в конечных ядрах величины указанных формфакторов отличаются от своих «вакуумных» значений. Едва ли, кстати, оценки, выполненные для однородной материи, верны в случае сильно кластеризованных лёгких ядер.

Наконец, в-четвертых, следует различать, грубо говоря, два типа наблюдаемых. Одно дело полная скорость  $\mu$ -захвата, вклад в которую вносят все слагаемые оператора (В.170), разве что с разными весами и с разной чувствительностью к деталям ядерной структуры. Другое дело — асимметрии, связанные с угловыми

<sup>1)</sup> Автор очень весомо высказался по этому поводу: «However, ... remains one question, which, to me, is the most fundamental of all: Does a nucleon inside a nucleus couple weakly to a lepton in exactly the same way as it does as a free particle?» [148].

корреляциями, которые могут обладать избирательной чувствительностью к определённым слагаемым оператора (В.170). В обоих случаях, как было сказано, чувствительность к  $g_P$  невелика. Но в первом случае неопределённости весов (связанные с видом волновых функций) при более значительных формфакторах существенно затрудняют выделение вклада индуцированного псевдоскалярного взаимодействия (неопределённости минимальны лишь при захвате мюона свободным протоном). Во втором же случае даже из малых (в силу слабой чувствительности к  $g_P$ ) корреляционных коэффициентов вклад индуцированного псевдоскалярного взаимодействия может быть выделен достаточно надёжно.

Подытоживая, скажу, что в конце 1970-х годов во всех без исключения случаях погрешности в определении  $g_P$  были очень велики. Тем не менее результаты, полученные в измерениях скорости захвата мюонов свободными протонами и в корреляционных экспериментах с ядрами  $^{12}\text{C}$ , в целом находились в согласии с оценкой (В.169). В то же время в ряде других экспериментов ответы получились совсем другими. В разделе «Discrepancies» («Разногласия») обзора [148], в частности, указано, что «... значения  $g_P/g_A$ , извлеченные из скорости перехода  $^{16}\text{O} \rightarrow ^{16}\text{N} (0^-)$ , лежат в интервале от 13 до 20; те же значения, извлеченные из корреляции  $\gamma-\nu$  в эксперименте с переходом  $^{28}\text{Si} \rightarrow ^{28}\text{Al}^*$ , находятся в интервале от  $-6$  до  $1$ ; наконец, это отношение имеет масштаб  $\sim -7$  в экспериментах по радиационному захвату мюонов ядром  $^{40}\text{Ca}$ ...». При этом, однако, автор [148] специально подчеркнул, что неопределённости столь велики, что нет оснований считать причиной найденных отклонений влияние ядерной среды<sup>1)</sup>. Похоже, что главной целью Н. К. Мукопанди было привлечь внимание к проблеме формфактора  $g_P$ .

Авторы монографии [150], по-видимому, не ставили перед собой задачу анализа всех имевшихся на тот момент экспериментальных данных по величине  $g_P$ . Однако они также указали на факт существенного подавления  $g_P/g_A$  по сравнению с оценкой (В.169), который следует из результатов обработки данных как по корреляции  $\gamma-\nu$  в переходе  $^{28}\text{Si} \rightarrow ^{28}\text{Al}^*$ , так и по скорости захвата мюонов ядром  $^6\text{Li}$  с образованием дочернего ядра  $^6\text{He}$  в основном состоянии  $0^+$ . Последний результат был получен в 1968 году группой специалистов во главе с Ж. П. Дейчем [89] (университет Лувена, Бельгия).

## 10.4. ... и не только

С  $^6\text{Li}$  всё и началось. Дело в том, что в 1980-е годы в Курчатовском институте проводились интенсивные экспериментальные и теоретические исследования этого ядра и его аналогов —  $^6\text{He}$  и  $^6\text{Be}$ . Эксперименты осуществлялись на 1.5-метровом циклотроне, построенном в 1947 году<sup>2)</sup>. Его строили, главным образом,

<sup>1)</sup> В оригинале это выглядит так: «... values for  $g_P/g_A$  are in the range 13 to 20 from the  $^{16}\text{O} \rightarrow ^{16}\text{N} (0^-)$  transition rate,  $-6$  to  $1$  from the  $\gamma-\nu$  correlation experiment in  $^{28}\text{Si} \rightarrow ^{28}\text{Al}^*$  and  $\sim -7$  from the radiative muon capture experiments in  $^{40}\text{Ca}$ ...», и далее: «We caution the reader against taking these ranges as serious indications for “renormalization” of the elementary axial-vector coupling constants in nuclei».

<sup>2)</sup> Ещё в конце 1930-х годов И. В. Курчатов взялся за строительство 1.2-метрового циклотрона в Ленинграде. Он не был запущен только потому, что началась война с Германией. В 1943 году, сразу после прорыва блокады Ленинграда, часть оборудования была привезена в Москву. Здесь оно было использовано для сооружения в 1944 году 0.8-метрового циклотрона, на котором были получены первые микрограммы  $^{239}\text{Pu}$ . В конце 1945 года, когда ещё не было ясно с тем, как скоро удастся построить ядерный реактор, было начато проектирование и строительство 1.5-метрового циклотрона.

для получения весовых количеств изотопа  $^{239}\text{Pu}$ . Однако ещё до завершения строительства стало понятно, что эта задача успешнее решается с помощью реакторов (первый советский реактор был запущен в конце 1946 года). Поэтому циклотрон был приспособлен под исследования в области ядерной физики.

В 1960-е годы в отделе при циклотроне была образована лаборатория теории ядерных взаимодействий, которую возглавил А. И. Базь, один из авторов хорошо известной книги [105]. В 1978 году, после его кончины, начальником лаборатории стал Д. П. Гречухин, мой научный руководитель. Поскольку с 1981 года, как ранее уже говорилось, я работаю в Курчатовском институте, то вот уже 25 лет события, связанные с циклотроном, происходят у меня на глазах. При этом, так уж вышло, я сам в них практически не участвую, поскольку занимаюсь немного другой областью физики.

Д. П. Гречухин очень ответственно подошёл к обязанностям заведующего лабораторией. В ущерб собственным научным интересам он тратил массу времени на чтение литературы по темам всех тех исследований, которые велись на циклотроне. Несмотря на несколько модернизаций, уже в 1980-е годы циклотрон по многим параметрам существенно уступал аналогичным машинам за рубежом. «Это как каменный топор, — любил говорить Дмитрий Петрович, — тут можно получить преимущество только за счёт решения качественно новой задачи». Такая задача вскоре нашлась, точнее, была подсказана проводившимися в отделе экспериментами.

Дело в том, что с появлением компьютеров квантовая задача трёх тел перестала быть чисто математической дисциплиной. Численное решение сложных уравнений, возникающих в этой области, позволило заняться количественным описанием таких систем, как ядра  $^3\text{H}$  и  $^3\text{He}$ . В разработке одного из методов решения задачи трёх тел, основанного на использовании гиперсферических гармоник, принимали участие А. И. Базь и его коллеги. Впрочем, в момент прихода Д. П. Гречухина серьёзный интерес к этой проблеме проявлял лишь один сотрудник лаборатории — М. В. Жуков.

Он и выступил с предложением применить метод гиперсферических гармоник к ядрам со структурой « $\alpha$ -частица + 2 нуклона» (при малых энергиях структурой  $\alpha$ -частицы можно пренебречь). Именно к таким системам принадлежат ядра  $^6\text{Li}$  ( $\alpha + n + p$ ),  $^6\text{He}$  ( $\alpha + n + n$ ) и  $^6\text{Be}$  ( $\alpha + p + p$ ). Д. П. Гречухин отнёсся к идее с пониманием и в течение короткого времени привлек в коллектив специалистов, готовых развивать это направление, в частности В. Д. Эфроса, Б. В. Данилина и Н. Б. Шульгину, и сейчас работающих в лаборатории. Позже к этой же деятельности присоединились молодые сотрудники лаборатории, выпускники МИФИ, Д. В. Федоров (1987 год) и Л. В. Григоренко (1993 год).

В эту же работу по теоретическому описанию ядер с массовым числом  $A = 6$  активно включились сотрудники экспериментальной лаборатории А. А. Коршенинников и Л. В. Чулков. Вместе с Б. В. Данилиным, М. В. Жуковым и В. Д. Эфросом они стали авторами первых публикаций [245, 268, 269, 285], появившихся на рубеже 1980-х и 1990-х годов и посвящённых описанию основных и возбуждённых состояний лёгких трёхчастичных ядер с помощью гиперсферических гармоник. Тема оказалась чрезвычайно актуальной в связи с экспериментами, выполненными незадолго до того И. Танихатой с сотрудниками [223]. Они продемонстрировали, что лёгкие нейтроноизбыточные ядра  $^6\text{He}$ ,  $^8\text{He}$ ,  $^9\text{Li}$  и  $^{11}\text{Li}$  обладают «нейтронным гало».

Ещё несколько штрихов. Первый обзор [321] по теоретическому описанию ядер с нейтронным гало, появившийся в 1993 году, вошел в список 15 наиболее цитируемых работ, опубликованных в авторитетном журнале «Physics Reports» в 1993–



2003 годах. Авторы этого обзора (наполовину — из лаборатории Д. П. Гречухина) и сейчас ведут теоретические исследования ядер, удалённых от линии нуклонной стабильности (т. е. с большим избытком или недостатком нейтронов). Правда, с начала 1990-х годов М. В. Жуков работает в университете Гетеборга (Швеция), а Д. В. Федоров — в университете Орхуса (Дания).

В настоящее время 1.5-метровый циклотрон Курчатовского центра занят в основном тем, что считалось его главной задачей при проектировании, а именно производством изотопов. С тем только отличием, что на ускоренных протонах нарабатывается не  $^{239}\text{Pu}$ , а радиоактивные ядра  $^{123}\text{I}$  для нужд медицинской диагностики. А вообще сегодня только на двух российских циклотронах (У-300 и У-400), размещённых в Лаборатории ядерных реакций (ЛЯР) ОИЯИ, ведутся серьёзные работы по физике атомного ядра. На одну из этих установок в 1990-е годы была перенесена часть тех исследований, которые начинались в Курчатовском институте.

Многие важные эксперименты по изучению ядер, удалённых от линии стабильности, были осуществлены также А. А. Коршенинниковым с коллегами в научном центре RIKEN (Япония), а Л. В. Чулковым с коллегами — в Дармштадте (Германия). Совсем недавно, в 2006 году, в «Nature» появилось сообщение [448] об обнаружении первого ядра,  $^{94}\text{Ag}$ , которое способно распадаться путём испускания как одного, так и двух (выбрасываемых одновременно) протонов. Первый автор — И. Муха, выходец всё из той же экспериментальной группы, работавшей в 1980-е годы на циклотроне Курчатовского центра (в авторский коллектив вошёл также Л. В. Григоренко, мой коллега по теоретической лаборатории).

Ещё часть работ была перенесена сотрудниками Курчатовского центра, А. А. Оглоблиным и его коллегами, на 2.4-метровый циклотрон университета Ювяскеле (University of Jyväskylä) в Финляндии. Решение о выделении средств на его строительство (7 млн евро) было принято в 1986 году, а ввод установки в строй состоялся в 1992 году <sup>1)</sup>. Никакой связи между тем, что в соседней стране в высшее образование делают такие инвестиции, а из фабрики по производству туалетной бумаги вдруг вырастает всемирно известный концерн «Nokia», конечно, нет. Как нет сегодня ничего похожего на этот циклотрон ни у одного российского университета <sup>2)</sup>. Если, впрочем, кто-то и выложит необходимую сумму, то останется сущий пустяк — найти человека, который разбирался бы в необходимых деталях, обладал широким кругозором и готов был положить годы жизни на кропотливую организационную работу.

## 10.5. Сверхтонкое взаимодействие и $\mu$ -захват

Итак, к концу 1980-х годов мои коллеги по Курчатовскому институту построили волновые функций ядер  $^6\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$  и  $^6\text{Be}$  в рамках трёхчастичной модели. В начале 1990-х Б. В. Данилин и Н. Б. Шульгина [319] использовали эти наработки для расчётов сечений взаимодействия ядер  $^6\text{Li}$  с солнечными нейтрино и реакторными антинейтрино как в упругом, так и в заряженном каналах. По ходу дела они и наткнулись на старую проблему — сильно заниженное отношение  $g_P/g_A$ , которое следовало из скорости захвата мюонов ядрами  $^6\text{Li}$ , измеренной Ж. П. Дейчем с сотрудниками [89].

<sup>1)</sup> Эти сведения размещены на сайте университета Ювяскеле.

<sup>2)</sup> В 2006 году стало известно о намерении государственного концерна «Газпром» вложить 100 млн евро в течение ближайших 5 лет в немецкий футбольный клуб «Шальке»... (далее неразборчиво).

Возникла надежда, что «улучшенные» волновые функции поправят ситуацию, но этого не случилось. Поэтому результаты соответствующих расчётов были опубликованы лишь в виде препринта [320]. На этой почве, однако, состоялось знакомство моих коллег с сотрудниками Лаборатории ядерных проблем (ЛЯП) ОИЯИ В. В. Бруданиным и В. Г. Егоровым. В 1993 году они в рамках большого коллектива, в который, в частности, входили Ж. П. Дейч и его коллеги из Католического университета города Лувен-ла-Нев, выполняли в Дубне новые измерения корреляции  $\gamma$ - $\nu$  в  $\mu$ -захвате с переходом  $^{28}\text{Si} \rightarrow ^{28}\text{Al}^*$ .

Здесь я приведу выдержку из докторской диссертации В. Г. Егорова [413] 2002 года, в которой описывается ситуация с  $\mu$ -захватом, имевшая место в начале 1990-х годов: «... К сожалению, число ранее выполненных в этой области корреляционных экспериментов совсем ничтожно: один не совсем удачный эксперимент с  $^{28}\text{Si}$ , выполненный в 1972 году в США, и четыре более удачных, но сделанных по иной методике в начале 1980-х, эксперимента с  $^{12}\text{C}$ . Все они ставили своей целью определить формфактор индуцированного псевдоскалярного взаимодействия  $g_P$ ». Результаты именно этих экспериментов (окончательные или предварительные) попали в обзор [148] и были представлены выше. Опыты с ядром  $^{28}\text{Si}$  1972 года описаны в работе Г. Х. Миллера с сотрудниками [115].

Так вот, самое интересное заключалось в том, что новые измерения на ядре  $^{28}\text{Si}$ , так же как и «старые», указывали на существенное подавление отношения  $g_P/g_A$  по отношению к оценке (В.169)! Результаты этой завершённой работы [338] были опубликованы в 1995 году. Чуть позже измерения в Дубне были повторены, и, кроме того, в это же время аналогичный эксперимент был выполнен ещё одной группой исследователей [370] на ускорителе TRIUMF в Ванкувере (Канада). Результаты тщательного анализа всех вновь полученных данных были представлены дубненской группой в отдельной публикации [400] в 2000 году. Ответ остался прежним: для описания данных по корреляции  $\gamma$ - $\nu$  в захвате мюонов с переходом  $^{28}\text{Si} \rightarrow ^{28}\text{Al}^*$  необходимы малые значения отношения  $g_P/g_A$ , буквально вблизи нуля<sup>1)</sup>.

Понятно, что экспериментаторы из Дубны были очень рады тому, что у теоретиков из Курчатовского института возник интерес к проблеме формфактора  $g_P$ . В свою очередь у моих коллег появилась идея продолжить расчёты  $\mu$ -захвата на ядре  $^6\text{Li}$ , перенеся внимание на переходы в состоянии непрерывного спектра конечного ядра  $^6\text{He}$ . Эта задача стала одним из пунктов нашей заявки на грант МНФ, составленной осенью 1993 года. Но, конечно, этот пункт был не единственным. Кроме того, как это обычно бывает, по ходу дела открылись новые обстоятельства.

Лично для меня важным оказалось следующее. В 1990-е годы международный коллектив, осуществлявший в Дубне эксперимент с ядром  $^{28}\text{Si}$ , параллельно вёл исследование «сверхтонкого эффекта» на ядрах  $^{10}\text{B}$  и  $^{11}\text{B}$  [385, 419] на циклотроне Института Пауля Шеррера (PSI — Paul Scherrer Institute) в городе Виллиген, в Швейцарии. Цель была той же — измерение формфактора  $g_P$ .

Сверхтонкий эффект — это зависимость вероятности захвата мюона ядром от относительного направления спинов мюона и ядра. В случае сталкивающихся

<sup>1)</sup> Сводка результатов по отношению  $g_P/g_A$ , полученному из измерений на ядрах  $^{11}\text{B}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{23}\text{Na}$  и  $^{28}\text{Si}$ , приведена в обзоре Т. Горринге и Х. В. Фиринга [427], вышедшем в 2003 году. Один из комментариев звучит так: «The value of  $g_P/g_A = 1.0_{-1.2}^{+1.1}$  from  $^{28}\text{Si}$  is rather puzzling». Авторы обзора выражают также сожаление по поводу того, что эксперимент Ж. П. Дейча с сотрудниками [89] по  $\mu$ -захвату на ядре  $^6\text{Li}$ , из которого также следует сильно заниженное значение  $g_P/g_A$ , не был повторен и заключают: «We encourage both a new measurement of the capture rate and a first measurement of the hyperfine dependence».

частиц имеется аналогичная зависимость сечения взаимодействия от относительной ориентации спинов; такая корреляция ( $\mathbf{sI}$ ) обсуждалась выше как в части I, так и в части II. В данном случае, однако, красота состоит в том, что не нужно заботиться ни о поляризации мюонов, ни о поляризации ядер. Дело в том, что основное состояние  $|1s\rangle$  мезоатома само собой расщеплено на два подуровня с полными угловыми моментами  $F = I \pm 1/2$  за счёт сверхтонкого взаимодействия, где  $I$  — спин ядра. Понятно, что спины мюона и ядра по-разному ориентированы друг относительно друга в подсостояниях с разными  $F$ .

Первое наблюдение сверхтонкого эффекта на ядре  $^{19}\text{F}$  было осуществлено Р. Винстоном [68] в 1963 году. Позже стало ясно, что это явление может быть также использовано для определения  $g_P$ . Однако этот путь нелёгок, и нет ничего удивительного в том, что, как сказано в диссертации В. Г. Егорова [413], «... в этом направлении существенных результатов получено не было вплоть до наших работ». Именно интерес к сверхтонкому эффекту привёл меня к тем результатам, которым посвящена данная глава.

Итак, пусть  $w^\pm$  суть вероятности захвата мюона в единицу времени из состояний сверхтонкой структуры с полными угловыми моментами  $F = I \pm 1/2$ . Если пренебречь всеми другими каналами, то полное число мезоатомов будет убывать по закону

$$N(t) = N_+ e^{-iw^+t} + N_- e^{-iw^-t}, \quad (10.1)$$

где числа  $N_\pm$  определяют исходное количество мезоатомов в подсостояниях сверхтонкой структуры. Измеряя, грубо говоря, эту временную зависимость, можно выделить  $w^+$  и  $w^-$ . На самом деле всё происходит не совсем так (или даже совсем не так), но близко по смыслу к этой схеме <sup>1)</sup>. Важно, что  $w^\pm$  действительно могут быть найдены.

Сверхтонкий эффект довольно чувствителен к формфактору  $g_P$ . Это не удивительно, поскольку речь идёт, фактически, о корреляционном эксперименте. В полной аналогии со скоростью радиационного перехода (В.102) вероятности  $w^\pm$  вычисляются по правилу Ферми. Соответствующие выражения для дифференциальной вероятности  $\mu$ -захвата с вылетом нейтрино в определённый телесный угол  $d\Omega$  определяются формулами (В.183) или (В.190).

## 10.6. Сверхтонкий эффект и слагаемые 2-го порядка по $v/c$

Полные вероятности  $\mu$ -захвата из состояний сверхтонкой структуры определяются формулами (11.59) и (11.60), приведёнными ниже в разделе 11.7. В работе [89], как уже говорилось, изучался следующий процесс: захват мюонов ядрами  $^6\text{Li}$  со спином и чётностью  $J_i^\pi = 1^+$  с переходом в основное состояние  $J_f^\pi = 0^+$  дочернего ядра  $^6\text{He}$ . В этом же переходе можно было бы измерить и сверхтонкий эффект. Однако в 1990-е годы практические исследования сверхтонкого эффекта были развернуты на ядрах  $^{10}\text{B}$  ( $J_i^\pi = 3^+$ ) и  $^{11}\text{B}$  ( $J_i^\pi = 3/2^-$ ). В обоих случаях рассматривались переходы на основные состояния дочерних ядер,  $^{10}\text{Be}$  ( $J_f^\pi = 2^+$ ) и  $^{11}\text{Be}$  ( $J_f^\pi = 1/2^-$ ) соответственно.

Во всех перечисленных случаях речь идёт о разрешенных гамма-теллеровских переходах, когда чётности начального и конечного ядерных состояний совпадают,

<sup>1)</sup> В формуле для  $N(t)$  следует дополнительно учесть каналы распада мюона на электрон, электронное антинейтрино и мюонное нейтрино, а также конверсионного перехода из подсостояния сверхтонкой структуры с большей энергией в подсостояние с меньшей энергией за счёт взаимодействия с электронами мезоатома.

а спины отличаются на единицу. Более того, во всех трёх переходах  $J_f = J_i - 1$ . Если ограничиться учётом слагаемых низшей мультипольности, то в формулах (11.59) и (11.60) следует оставить только вклады, связанные с  $x(1)$  и  $y(1)$ . Согласно (11.61) и (11.62) в данном случае  $x(1)$  и  $y(1)$  совпадают с величинами  $-M_1(-1)$  и  $M_1(2)$  соответственно.

Общие выражения для вероятностей  $w^\pm$ , справедливые для любого перехода, впервые были выведены в 1960-е годы В. В. Балашовым и Р. А. Эрамжяном [83] и воспроизведены ими, в частности, в монографии [150]. В эти выражения входят амплитуды 4-х типов:  $M_u(u)$ ,  $M_u(-u-1)$ ,  $M_u(-u)$  и  $M_u(u+1)$ . Явные выражения для них были получены в [83] (они, конечно, приведены в [150]) с гамильтонианом (В.175) и (В.178), содержащим слагаемые 0-го и 1-го порядков по  $v/c$ . Выражения (11.59) и (11.60) для  $w^\pm$ , приведённые мной в статье [399], представляют собой просто иную форму записи результатов В. В. Балашова и Р. А. Эрамжяна. В работе [399] (и ниже в разделе 11.8) даны явные выражения для амплитуд с точностью до слагаемых 2-го порядка по  $v/c$ .

Если, однако, ограничиться учётом слагаемых 0-го и 1-го порядков, то амплитуды  $M_1(-1)$  и  $M_1(2)$ , определяющие сверхтонкий эффект в переходе  $J_i^\pi \rightarrow J_f^\pi$ , где  $J_f = J_i - 1$ , имеют следующий вид <sup>1)</sup>:

$$M_1(-1) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( - \left( G_A - \frac{G_P}{3} \right) [101] - \frac{\sqrt{2} G_P [121]}{3} - \frac{g_A [011p]}{Mc} + \frac{\sqrt{2} g_V [111p]}{\sqrt{3} Mc} \right), \quad (10.2)$$

$$M_1(2) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( - \frac{\sqrt{2} G_P [101]}{3} - \left( G_A - \frac{2G_P}{3} \right) [121] + \frac{\sqrt{2} g_A [011p]}{Mc} + \frac{g_V [111p]}{\sqrt{3} Mc} \right). \quad (10.3)$$

Для сверхтонкого эффекта при этом получим

$$\frac{w^+}{w^-} = \frac{\frac{3}{2} M_1^2(2)}{\frac{2J_i + 1}{J_i} M_1^2(-1) + \frac{J_i - 1}{2J_i} M_1^2(2)}. \quad (10.4)$$

<sup>1)</sup> Они отличаются только знаками при слагаемых, связанных с матричным элементом  $[121]$ , от выражений, которые получаются из общих формул (2.131) и (2.132) книги [150] для  $M_u(-u)$  и  $M_u(u+1)$  (или от формул (2.141) и (2.142) книги [150] для амплитуд  $M_1(-1)$  и  $M_1(2)$ ). Это связано с множителем  $i^2$ , который обсуждается в разделе В.2.7. Он возникает при  $[121]$  при его сравнении с  $[101]$ , если придерживаться обозначений авторов [150]. Отмечу также, что в работе В. А. Кузьмина, А. А. Овчинниковой и Т. В. Тетеревой [332], вышедшей в 1994 году, приведены формулы для амплитуд  $M_1(-1)$  и  $M_1(2)$ . Эти формулы (6) и (7) точно совпадают с (10.2) и (10.3), но их отличие от выражений В. В. Балашова и Р. А. Эрамжяна не обсуждается. Однако в другом месте статьи авторы [332] прямо заявляют, что используют общие формулы для  $w^\pm$ , отличающиеся от тех, которые представлены в [83, 150] (хотя более ничего обо этом не говорится). Что же касается выведённых мной общих выражений для вероятностей  $w^\pm$ , то они немного (в некоторых знаках) расходятся с результатами, приведёнными как в [150], так и в [332]. Более подробно эти различия обсуждаются в конце раздела 11.7.

В правую часть этого выражения входят приведённые матричные элементы  $[101]$ ,  $[121]$ ,  $[011p]$  и  $[111p]$ <sup>1)</sup>. Первые два из них соответствуют испусканию нейтрино в  $s$ - и  $d$ - состояниях соответственно, тогда как два оставшихся связаны со скоростными слагаемыми оператора перехода.

Как правило, гамов-теллеровский матричный элемент  $[101]$  превосходит величины  $[121]$ ,  $[011p]$  и  $[111p]$ . В приближении, когда учитываются только слагаемые, содержащие  $[101]$ , отношение  $w^+/w^-$  принимает вид

$$\frac{w^+}{w^-} = \frac{G_P^2}{\frac{3(2J_i + 1)}{J_i} \left( G_A - \frac{1}{3} G_P \right)^2 + \frac{J_i - 1}{3J_i} G_P^2}. \quad (10.5)$$

Заметим, что сам доминирующий матричный элемент  $[101]$  в это выражение не входит.

Нетрудно видеть, что в данном приближении сверхтонкий эффект оказывается очень чувствительным к фактору  $G_P$  (В.179) и, следовательно, к  $g_P$ . Это утверждение хорошо известно. Например, в монографии [150] вероятности  $w^+$  и  $w^-$  для различных переходов  $J_i^\pi \rightarrow J_f^\pi$  представлены в табл. 2.4 (если  $J_f = J_i - 1$ , то отношение вероятностей определяется только что выписанной формулой). В обзоре Н. К. Мукопадиани [148] формула (10.5) для перехода  $1^+ \rightarrow 0^+$  выписана в форме (5.26). В работе В. А. Кузьмина, А. А. Овчинниковой и Т. В. Тетеревой [332], посвящённой анализу чувствительности сверхтонкого эффекта на изотопах  $^{10}\text{B}$  и  $^{11}\text{B}$  к ядерным моделям, также указано, что в приближении, когда гамов-теллеровский матричный элемент существенно превосходит все другие матричные элементы, скорость захвата  $w^+$  пропорциональна  $G_P^2 [101]^2$ .

На самом же деле результат (10.5) довольно странен. Ведь фактор  $G_P$  пропорционален малому параметру  $\varepsilon \sim v/c$  (В.176) и, следовательно,  $G_P^2$  имеет 2-й порядок малости по  $v/c$ . Но формулы (10.2) и (10.3), как и использованный для их вывода гамильтониан  $\mu$ -захвата, верны лишь с точностью до слагаемых 1-го порядка! Казалось бы, мы должны заключить, что в рамках этого приближения  $w^+$  есть нуль, и всё!

В 1995 году я обсуждал этот вопрос со многими своими коллегами по Курчатовскому институту. Существенных возражений я не услышал. Правда, однако, и то, что никто из моих собеседников глубоко не занимался  $\mu$ -захватом. Между тем, как уже было сказано, формула (10.5) встречается столь часто, что об ошибке не могло быть и речи.

К концу 1995 года мы с коллегами подготовили публикации по результатам работ, выполненных в рамках гранта МНФ, в частности статьи по  $\mu$ -захвату [346, 358]. Прямого отношения к сверхтонкому эффекту эти работы не имели (подробнее о них рассказано в главах 11 и 12). Но вопрос о статусе формулы (10.5) продолжал меня беспокоить.

И вот весной 1997 года я узнал, что в июле в Дубне состоится конференция «Новая физика без ускорителей» («Non-Accelerator New Physics» — NANP-97). Главным организатором была Лаборатория ядерных проблем (ЛЯП) ОИЯИ. У меня появился шанс обсудить волнующие меня темы с более опытными исследователями.

<sup>1)</sup> Обозначения для приведённых матричных элементов таковы, что в тексте величина  $[101]$  выглядит как ссылка на работу номер 101. Поэтому, чтобы избежать путаницы, в тексте приведённые матричные элементы (такие, как  $[101]$ ) изображаются курсивом (как  $[101]$ ).

Разумеется, мне было интересно рассказать о напечатанных к этому времени работах [346, 358]. Доклад [376], представленный на конференции, в который я, в частности, включил обсуждение справедливости результата (10.5), был опубликован в следующем, 1998 году.

Поездка в Дубну оказалась удачной. Состоялся содержательный разговор с В. А. Кузьминым, в котором мы пришли к следующему.

Во-первых, рассуждая формально, в выражениях для вероятностей  $w^\pm$  имеются слагаемые 2-го порядка малости, которые возникают из квадрирования слагаемых 1-го порядка в амплитудах и из перемножения слагаемых 0-го и 2-го порядка в тех же амплитудах. Но легко видеть, что амплитуда  $M_1(2)$  (10.3) не содержит слагаемых 0-го порядка в приближении, когда учитывается только гамов-теллеровский приведённый матричный элемент [101]. Следовательно, в этом же приближении вероятность  $w^+ \sim M_1(2)^2$  не содержит других слагаемых 2-го порядка малости, кроме того, который определяет числитель дроби (10.5). В этом смысле результат (10.5) верен.

Во-вторых, на самом деле, малость матричных элементов [121], [011,p] и [111,p] по сравнению с [101] не так велика, чтобы приближение (10.5) имело хоть сколько-нибудь серьёзное практическое значение. При извлечении формфактора  $g_P$  из результатов измерений применяются выражения типа (10.4) со всеми входящими в них матричными элементами. В работе [332], в частности, были выполнены расчёты этих элементов в различных ядерных моделях и исследована чувствительность результата к возникающим неопределённостям.

В-третьих, практика такова, что при квадрировании амплитуд в числителях и знаменателях формул типа (10.4) принимаются во внимание все получающиеся слагаемые, как 0-го порядка типа  $\sim g_A^2 [121]^2$ , так и 2-го порядка типа  $\sim G_P^2 [101]^2$ . Поэтому, аккуратности ради, следовало бы всё же учесть и те слагаемые 2-го порядка, которые могли бы появиться от перемножения слагаемых 0-го и 2-го порядков малостей в амплитудах. Но для этого следует выписать слагаемые 2-го порядка в амплитудах, возникающие от слагаемых 2-го порядка в гамильтониане  $\mu$ -захвата!

### 10.7. Слагаемые 2-го порядка по $v/c$ и потенциал

На конференции я познакомился также с В. В. Бруданиным и В. Г. Егоровым. Мы, как водится, договорились не терять друг друга из виду. В ноябре они сообщили, что в Дубну на короткое время приедет Ж. П. Дейч, и пригласили меня принять участие в обсуждениях. На встрече в ЛЯП я рассказал как о работах [346, 358], так и о своих сомнениях относительно слагаемых 2-го порядка в выражениях для вероятностей  $\mu$ -захвата. Так ли уж незначительны те их них, которые могли бы появиться при перемножении членов 0-го и 2-го порядка в амплитудах? Ведь слагаемые 2-го порядка, возникающие при перемножении членов 1-го порядка, учитываются.

Ж. П. Дейч обратил наше внимание на следующее обстоятельство. Если подставить в  $G_P$  значения  $g_V$  (В.156),  $g_A$  (В.167) и  $g_M$  (В.163), то получим

$$G_P \simeq (g_P - 3.4) \varepsilon. \quad (10.6)$$

Если гипотеза РСАС (В.169) справедлива, то разность  $(g_P - 3.4)$  так велика по абсолютной величине, что её произведение с параметром  $\varepsilon \sim 10^{-1}$  совсем не мало! Таким образом, помимо доминирования [101], есть дополнительная причина, в силу которой слагаемое  $G_P [101]$  в амплитуде, имеющее формально 1-й порядок малости, может заметно превосходить  $g_A [121]$ , которое является слагаемым 0-го порядка.

Но тогда возникает вопрос. А что если среди слагаемых 2-го порядка в амплитуде есть величины, пропорциональные  $g_P \varepsilon^2$ ? Получается, что в рамках гипотезы РСАС они, фактически, являются слагаемыми 1-го порядка! А если вдруг приведённые матричные элементы, входящие в них, имеют тот же масштаб, что [101], то их значимость ещё выше.

Ж. П. Дейч заинтересовался всем этим, но заметил, что, вообще говоря, явный вид слагаемых 2-го порядка в гамильтониане  $\mu$ -захвата известен. Действительно, в обзоре [148] и в монографии [150] есть ссылки на работы 1966 года Х. Отсубо [82] и Дж. Л. Фриара [79], где были получены указанные члены. При этом в обзоре Н. К. Мукопадиани сказано следующее: «Отсубо... и Фриар... исследовали влияние слагаемых порядка  $O(p_n/M)^2$  на процесс захвата мюонов сложными ядрами и нашли, что соответствующие эффекты, вообще говоря, малы; в любом случае ясно, что такое влияние не может быть надёжно установлено в ядерных экспериментах»<sup>1)</sup>. К аналогичному заключению о малости эффектов 2-го порядка пришел также Б. Д. Серот [153] в статье 1978 года, посвящённой унифицированному подходу к выделению слагаемых  $\sim (v/c)^2$  в гамильтонианах электромагнитного и слабого полудуплетного взаимодействий.

В то же время Ж. П. Дейч указал и на появившуюся совсем незадолго до нашего разговора работу Дж. Г. Конглетона и Х. В. Фиринга [313], посвящённую проблеме выделения формфактора  $g_P$  из данных по захвату мюонов ядрами  ${}^3\text{He}$ . Позже, при внимательном чтении этой статьи, я обнаружил, что её авторы исходили примерно из тех же соображений, которые беспокоили и меня. Они прямо указали, что соотношение (В.168), полученное в рамках гипотезы РСАС, можно записать в следующей упрощённой форме:

$$g_P \sim \frac{M}{m} g_A, \quad (10.7)$$

где  $M$  и  $m$  — массы нуклона и мюона соответственно. Это означает, что все слагаемые в гамильтониане  $\mu$ -захвата 2-го порядка, пропорциональные  $g_P$ , фактически, имеют лишь 1-й порядок малости! Поэтому часть статьи [313] посвящена обсуждению оператора перехода, полученного заново с учётом слагаемых 2-го порядка.

Во всех этих работах, однако, игнорировалось одно обстоятельство, казавшееся мне существенным. Нетрудно заметить, что гамильтониан (В.173), полученный в результате преобразования Фолди–Вутхайзена, во 2-м порядке по  $v/c$  содержит слагаемое, зависящее от чётной составляющей  $\mathcal{E}$  исходного гамильтониана (В.171). В эту чётную часть входит потенциальная энергия  $U$ . Так, в частности, слагаемые 2-го порядка, обусловленные потенциальной энергией, возникающие в отсутствие оператора  $\hat{H}_w$ , дарвиновское и спин-орбитальное взаимодействия, входят в гамильтониан (В.174).

Совершенно очевидно, что во втором порядке по  $v/c$  в операторе  $\hat{h}_j$  также появляются слагаемые, связанные с потенциальной энергией  $U$ . Так вот, во всех упомянутых выше работах [79], [82], [153] и [313] такие слагаемые вообще не рассматривались! Авторы этих работ занимались приведением релятивистского гамильтониана для свободного нуклона к нерелятивистской форме. Строго говоря, такой

<sup>1)</sup> В оригинале так: «Ohtsubo... and Friar... have investigated the effects of terms of  $O(p_n/M)^2$  in muon capture processes in complex nuclei and found them to be generally small; anyway, effects of this order cannot be reliably determined in nuclei». Замечу, что В. В. Балашов, Г. Я. Коренман и Р. А. Эрамжян, выписав гамильтониан  $\mu$ -захвата, ограничились констатацией: «Здесь опущены члены, содержащие разность масс нуклонов  $M_n - M_p$ , а также члены, квадратичные по  $(1/M_N)$  (их явный вид приводится в работах... )».

результат верен не для «сложных ядер» (как сказано в [148]), а лишь для захвата мюона ядрами атомов водорода (протонами).

При этом нельзя, конечно, сказать, что данная проблема вообще не замечалась. В обзоре Н. К. Мукопадиаи [148] ей посвящена отдельная часть 9.1. Её содержание подробнее излагается ниже, в разделе 10.10. Но ни в одной из известных мне работ я не нашел явного вида интересовавших меня слагаемых.

Причина, по которой меня беспокоили слагаемые, связанные с потенциальной энергией  $U$ , состояла в следующем. С самого начала наша группа была нацелена на анализ эффектов, связанных с лёгкими, сильно кластеризованными ядрами. В конкретных расчётах для таких ядер (например, в рамках метода гиперсферических гармоник) оператор  $U$  представляется в виде суммы парных модельных потенциалов. Таким образом, мне было неясно, стоит ли вообще трудиться над учётом слагаемых, которые существенно зависят от используемой модели.

### 10.8. Слагаемые 2-го порядка по $v/c$ в операторе полулептонного перехода

Тем не менее интерес, проявленный Ж. П. Дейчем к этому вопросу (как, кстати, и к ряду других наших предложений, высказанных в [346, 358]), побудил меня к новому витку размышлений. Дискуссия длилась ещё некоторое время, главным образом, посредством электронной почты. И вот, вдруг, я сообразил, что ничто не мешает мне рассмотреть упрощенную задачу, буквально в форме (В.171), где потенциал  $U$  является сферически симметричной функцией. Тогда по крайней мере станет хотя бы в принципе ясно, существен ли учёт слагаемых 2-го порядка, зависящих от потенциальной энергии.

Сказано — сделано, и вот вместо (В.178) я получил следующий ответ:

$$\begin{aligned}
 i\hat{\mathbf{I}}^{(2)}(j) &= G'_A \boldsymbol{\sigma}_j + g'_V \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} + ig_1 \left[ \boldsymbol{\sigma}_j \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] + g_2 \left[ \left[ \boldsymbol{\sigma}_j \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] + \\
 &\quad + g_3 \boldsymbol{\sigma}_j \left( \mathbf{n}_\nu \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right) + g_V \frac{\hbar U'(r_j)}{4M^2 c^3} \left[ \boldsymbol{\sigma}_j \times \mathbf{n}_j \right], \\
 \hat{I}_4^{(2)}(j) &= G'_V + G'_P (\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_\nu) + g'_A \left( \boldsymbol{\sigma}_j \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right) + iG_1 \left( \mathbf{n}_\nu \left[ \boldsymbol{\sigma}_j \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] \right) + \\
 &\quad + G_2 \left( \mathbf{n}_\nu \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right) + ig_P \frac{\hbar U'(r_j)}{4M^2 c^3} (\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_j),
 \end{aligned} \tag{10.8}$$

где  $\mathbf{n}_\nu = \mathbf{k}_\nu/k_\nu$  и  $\mathbf{n}_j = \mathbf{r}_j/r_j$ . Следуя Дж. Л. Фриару, я ввел множители  $G'_V$ ,  $G'_A$ ,  $G'_P$ ,  $g'_V$  и  $g'_A$  так, чтобы при отбрасывании слагаемых 2-го порядка они переходили в формфакторы  $G_V$ ,  $G_A$ ,  $G_P$ ,  $g_V$  и  $g_A$  соответственно в операторе (В.178), и, дополнительно, множители  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$  при операторах, которых вовсе не было в гамильтониане  $\hat{h}_j^{(1)}$ . Вот как выглядят эти величины:

$$G'_V = g_V \left( 1 + \varepsilon - \frac{m}{4M} \varepsilon \right) - g_M \frac{m}{2M} \varepsilon,$$



$$\begin{aligned}
 G'_A &= g_A \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) - \varepsilon \left( g_V \left( 1 - \frac{\eta}{2} \right) + g_M (1 - \eta) \right), \\
 G'_P &= \varepsilon \left( (g_P - g_A - g_V) \left( 1 - \frac{\eta}{2} \right) - g_M (1 - \eta) \right), \\
 g'_V &= g_V - \frac{\varepsilon}{2} g_A, & g'_A &= g_A \left( 1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) + g_P \frac{\eta}{2}, \\
 G_1 &= \frac{\varepsilon}{2} (g_V + g_A + 2g_M), & G_2 &= -\frac{\varepsilon}{2} g_A, \\
 g_1 &= \frac{1}{2} (\varepsilon g_A - \eta (g_V + 2g_M)), & g_2 &= \frac{1}{2} g_A, & g_3 &= -\frac{\varepsilon}{2} g_A.
 \end{aligned} \tag{10.9}$$

В эти выражения наряду с  $\varepsilon$  (В.176) входит дополнительный малый параметр (величина  $\omega$  определена формулой (В.145))

$$\eta = \frac{\hbar\omega}{2Mc^2}, \tag{10.10}$$

который в  $\mu$ -захвате существенно уступает  $\varepsilon$ .

Нетрудно видеть, что гамильтониан (В.175), (10.8) содержит два слагаемых, пропорциональных  $U'(r)$ ; их нет в [79, 82, 153, 313]. Это вклады 2-го порядка малости, но один из них содержит тот самый формфактор  $g_P$  (В.169), который довольно велик в рамках гипотезы РСАС! Уже одно это обстоятельство оправдывает усилия по выводу формул (10.8). Учёт указанного слагаемого может оказаться существенным при интерпретации результатов экспериментов по измерению сверхтонкого эффекта. Отмечу также, что других вкладов вида  $g_P \varepsilon^2$  среди слагаемых 2-го порядка нет.

Этот факт означает, что слагаемые 2-го порядка, возникающие при  $U = 0$ , похоже, не являются существенными. Тем не менее я должен заметить, что, несмотря на тщательную проверку результатов вычислений, мне не удалось точно воспроизвести результаты, полученные Дж. Л. Фриаром. Формулы (10.9) отличаются от выражений, приведённых в [79], в двух пунктах. Во-первых, у меня появился «лишний» множитель  $1/4$  в слагаемом  $m/(4M)\varepsilon$ , входящем в определение  $G'_V$ ; во-вторых, мой коэффициент  $g_3$  имеет противоположный знак. Неожиданным для меня оказалось то, что статьи [82], [153] и [313] мало помогли в прояснении ситуации.

В примечании на с. 487 отмечено, что в работах разных авторов по  $\mu$ -захвату сплошь и рядом используются существенно разные обозначения. Это очень затрудняет сравнение результатов. Статьи Х. Отсубо [82] и Дж. Л. Фриара [79], посвящённые одной и той же проблеме, хорошо иллюстрируют эту печальную ситуацию. Гамильтонианы, приведённые в них, схожи только своей громоздкостью. Но поскольку эти статьи появились практически одновременно, то в них нет сравнения ответов.

Любопытно, однако, что я не нашёл следов такого сравнения и в литературе последующих лет. Так, например, в обзорной работе А. Фуджи, М. Морита и Х. Отсубо [90] 1968 года упомянуты обе работы [79, 82], где был получен нерелятивистский гамильтониан  $\mu$ -захвата с точностью до слагаемых 2-го порядка по  $v/c$ . Но дальше

просто говорится: «Отсубо вывел следующее выражение...», и приведён явный вид гамильтониана без каких-либо дополнительных комментариев. Между тем представив результаты Х. Отсубо [82] в обозначениях Дж. Л. Фриара, я получил целый ряд отличий (больше двух) от [79].

Обратимся теперь к статье Б. Д. Серота [153]. В силу её нацеленности на существенно более широкий круг вопросов, нежели описание  $\mu$ -захвата, довольно ожидаемо мы находим в ней обозначения, мало похожие на те, которые использованы как в [79], так и в [82]. При этом имеется ссылка на Дж. Л. Фриара и утверждение, что его результат является правильным<sup>1)</sup>. Однако совершенно отсутствуют упоминания о работах Х. Отсубо!

Что же касается публикации Дж. Г. Конглетона и Х. В. Фиринга [313] 1993 года, то в ней нет ссылок ни на Х. Отсубо, ни на Б. Д. Серота. Есть, однако, ссылка на Дж. Л. Фриара и, что примечательно, результат представлен примерно в той же форме, что и в [79] (т. е., стало быть, и у меня). На мой взгляд, имеется множество расхождений (заведомо больше двух). Тем не менее авторы [313] утверждают, что их ответ с точностью до несущественных слагаемых (3-го порядка малости) согласуется с результатом Дж. Л. Фриара. Мне не удалось это доказать.

Таким образом, я указываю здесь на дополнительную проблему. В литературе имеются разные точки зрения на то, как выглядят слагаемые гамильтониана 2-го порядка  $\hat{h}_j^{(2)}$  в случае  $U = 0$  (их 33, по меньшей мере, в отличие от 11 в  $\hat{h}_j^{(1)}$  и 2 в  $\hat{h}_j^{(0)}$ ). На данный момент к опубликованным результатам [79, 82, 153, 313] добавлен мой ответ [399]. Он отличается как от выражения Дж. Л. Фриара (в двух пунктах), так и от (преобразованных) формул Х. Отсубо и Дж. Г. Конглетона — Х. В. Фиринга (число расхождений больше двух). Сравнениями с результатами, полученными Б. Д. Серотом в совершенно другой форме, я не занимался. Только новые усилия могут внести ясность в этот вопрос.

## 10.9. Релятивистская модель ядра

В первой половине 1998 года возникло ощущение, что жизнь налаживается. Приостановилась безумная инфляция нескольких последних лет. С денежных купюр исчезли сразу три нуля. По совести, следовало убрать четыре, чтобы вернуться к ценам конца 1980-х. Но на это власти не решились. Просто потому, что средние заработки приняли бы совсем убогий вид.

У отдельных граждан, впрочем, образовались излишки наличности. Тут же появилось множество частных финансовых компаний, обещавших высокие и очень высокие проценты по вкладам. Сомнительность некоторых из них была очевидной. В газетах, впрочем, публиковались рейтинги банков, верхние строчки которых отводились структурам «высшей степени надёжности». В августе 1998 вслед за правительством, объявившим «дефолт» (отказ от выплат по своим обязательствам), прекратили операции со вкладами и все частные заведения, независимо от степени «надёжности». Курс рубля по отношению к доллару с августа по декабрь снизился с 6 до 20 рублей за доллар.

В дни финансового кризиса я оказался в Париже, на Международной конференции по ядерной физике (International Nuclear Physics Conference — INPC-98), с докладом о поправках 2-го порядка в теории  $\mu$ -захвата. Перелёт был оплачен российской стороной (в рамках какой-то государственной программы, куда мне

<sup>1)</sup> Более точно, указано одно отличие, связанное с токами второго рода; но я не рассматриваю вклады такого рода в гамильтониан полуплептонного взаимодействия.

посчастливилось попасть вместе с другими участниками конференции из Курчатовского центра), оргвзнос и комната в студенческом общежитии были обеспечены оргкомитетом, а всё остальное я взял на себя (и в этом, безусловно, проявилось то легкомыслие, которое поразило меня, как и многих моих сограждан, в предкризисный период). Впрочем, не зря говорят: «Париж стоит мессы».

На конференцию я приехал с формулами для вероятностей  $w^\pm$  захвата мюона из состояний сверхтонкой структуры, полученными с учётом слагаемых 2-го порядка в операторе перехода. Позже, но в том же 1998 году, доклад был опубликован в виде препринта [377] Курчатовского института. Статья [399] с этими результатами вышла в 2000 году.

Задержка была связана с тем, что в Париже я осознал, в каком направлении следовало бы продолжить эту работу. Я понял, что, возможно, новые слагаемые, пропорциональные  $U'(r)$ , могут быть дополнительно усилены по крайней мере на порядок! Правда загруженность другими делами не позволяла сосредоточиться и выполнить необходимые вычисления.

В результате я дотянул до лета 1999 года, не продвинувшись ни на йоту. В мае я сделал заявку на доклад на очередной конференции «Новая физика без ускорителей» (NANP-99), которая должна была состояться в Дубне в конце июня — начале июля. Решил для себя, что в худшем случае представлю тот же материал, что годом ранее в Париже. Но, может быть, к конференции всё же соберусь и продвинусь чуть дальше. К счастью, этот план удался, и сразу после NANP-99 я написал небольшую заметку [388], вышедшую из печати в конце 1999 года.

Идея этой работы состоит в следующем. Как ранее уже было сказано, новые слагаемые 2-го порядка в гамильтониане слабого полуплептонного взаимодействия, пропорциональные  $U'(r)$ , имеют точно такое же происхождение, как дарвиновский и спин-орбитальный члены (того же 2-го порядка). Последний, кстати, тоже пропорционален  $U'(r)$ . Но спин-орбитальное взаимодействие в ядрах усилено в 20–30 раз! Природа этого усиления до сих пор не вполне ясна. В практических расчётах широко используются феноменологические слагаемые с параметрами, подогнанными под экспериментальные данные. Но нет никаких сомнений в том, что за указанным усилением стоит определённый регулярный механизм.

Так вот, даже ничего не зная об этом механизме, мы вправе предположить, что подобное же усиление может существовать и для слагаемых 2-го порядка, подробных спин-орбитальному, в гамильтониане полуплептонного взаимодействия! Именно это я и сообразил, гуляя под Эйфелевой башней. Но, конечно, было бы совсем здорово продемонстрировать это в рамках какой-нибудь модели, описывающей усиление спин-орбитального взаимодействия.

Об одной из таких моделей, сформулированной в работах Дж. Д. Валечки и его сотрудников [131, 154, 238] в 1970-е годы, я впервые услышал на конференции по ядерной спектроскопии, проходившей в Киеве в 1982 году (это была, наверное, первая в моей жизни большая конференция). На одном из секционных заседаний доклад на эту тему делал Б. Л. Бирбраир (ЛИЯФ, Гатчина). Модель показалась мне очень остроумной.

Возьмём релятивистский гамильтониан (В.171) для нуклона в ядре и представим его в следующей модифицированной форме:

$$\hat{H}_0 = \beta M c^2 + c \boldsymbol{\alpha} \hat{\mathbf{p}} + V(r) - \beta \Phi(r) + \hat{H}_w. \quad (10.11)$$

Здесь принято, что средний нуклонный потенциал формируется мезонными полями, одно из которых,  $\Phi(r)$ , является скалярным, а другое,  $V(r)$ , представляет собой времениподобную составляющую 4-вектора. Если обе функции,  $\Phi(r)$  и  $V(r)$ ,

являются положительными, то, в соответствии с (10.11), первая из них описывает притяжение для нерелятивистского нуклона, тогда как вторая — отталкивание.

Выполним теперь преобразование Фолди–Вутхайзена с точностью до членов 2-го порядка по  $v/c$ . Тогда вместо (В.174) для нерелятивистского гамильтониана получим

$$\begin{aligned} \hat{H} = Mc^2 + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + V(r) - \Phi(r) + \frac{\hbar^2 \Delta V(r_j)}{8M^2 c^2} - \frac{\hbar^2 \{\nabla, \{\nabla, \Phi(r)\}\}}{8M^2 c^2} + \\ + \frac{\hbar(V'(r) + \Phi'(r))}{4Mc} \left( \boldsymbol{\sigma} \left[ \mathbf{n} \times \frac{\hat{\mathbf{p}}}{Mc} \right] \right) + \hat{h}'(\sigma_\mu, \sigma_\nu) e^{-i\omega t}, \quad (10.12) \end{aligned}$$

где  $\{A, B\} = AB + BA$ . Итак, видно, что среднее поле формируется разностью функций  $V(r)$  и  $\Phi(r)$ , тогда как спин-орбитальное взаимодействие — суммой!

Этот изящный вывод, демонстрирующий наличие спин-орбитального усиления в релятивистской модели с гамильтонианом (10.11) с ссылкой на работу Дж. Д. Валечки [131], первыми предъявили Р. Брокман и В. Вейзе в статье [143], опубликованной в 1977 году. При этом они подчеркнули (приведя соответствующие ссылки), что и ранее многие авторы указывали на то, что причиной усиления спин-орбитального слагаемого является, по-видимому, взаимодействие нуклонов с мезонными полями, обладающими разными трансформационными свойствами. Любопытно, что само по себе приведение релятивистского гамильтониана (10.11) (разумеется, без  $\hat{H}_w$ ) к нерелятивистской форме (10.12) (методом Дарвина), впервые было осуществлено в 1936 году В. Х. Фарри [2] (см. обстоятельное изложение истории вопроса в обзоре Б. Д. Серота и Дж. Д. Валечки [238] 1986 года)<sup>1)</sup>.

### 10.10. Усиление слагаемых, подобных спин-орбитальному взаимодействию, в операторе полуплептонного перехода

Таким образом, задача, с которой я тянул целый год, состояла в вычислении оператора  $\hat{h}'$  в гамильтониане (10.12). Когда, наконец, это было проделано, то получилось возмущение (В.175) со следующими нерелятивистскими операторами слабого нуклонного тока:

$$\begin{aligned} i\hat{\mathbf{I}}^{(2)}(j) = G_A'' \boldsymbol{\sigma}_j + g_V'' \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} + ig_1 \left[ \boldsymbol{\sigma}_j \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] + g_2 \left[ \left[ \boldsymbol{\sigma} \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] + \\ + g_3 \boldsymbol{\sigma}_j \left( \mathbf{n}_\nu \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right) + g_4 \mathbf{n}_\nu + g_V \frac{\hbar(V'(r_j) + \Phi'(r_j))}{4M^2 c^3} [\boldsymbol{\sigma}_j \times \mathbf{n}_j] - ig_V \frac{\hbar \Phi'(r_j)}{2M^2 c^3} \mathbf{n}_j, \quad (10.13) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Автор [2] обращал внимание на возможное ослабление спин-орбитальной связи за счёт указанного механизма. В самом деле, если как скалярное, так и векторное взаимодействия обеспечивают притяжение, то в спин-орбитальном слагаемом вклады этих взаимодействий вычитаются. В. Х. Фарри считал, что это явление аналогично ослаблению спин-орбитального взаимодействия в атомах за счёт прецессии Томаса.

$$\begin{aligned} \widehat{I}_4^{(2)}(j) = & G'_V + G''_P(\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_\nu) + g''_A \left( \boldsymbol{\sigma}_j \frac{\widehat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right) + iG_1 \left( \mathbf{n}_\nu \left[ \boldsymbol{\sigma}_j \times \frac{\widehat{\mathbf{p}}_j}{Mc} \right] \right) + \\ & + G_2(\mathbf{n}_\nu \frac{\widehat{\mathbf{p}}_j}{Mc}) + ig_P \frac{\hbar(V'(r_j) + \Phi'(r_j))}{4M^2c^3} (\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_j) - ig_A \frac{\hbar\Phi'(r_j)}{2M^2c^3} (\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_j). \end{aligned}$$

Часть входящих сюда формфакторов определяется выражениями (10.9), тогда как другая часть формфакторов имеет вид

$$\begin{aligned} G''_A &= g_A \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) - \varepsilon \left( g_V \left( 1 - \frac{\eta}{2} + \frac{\Phi}{Mc^2} \right) + g_M(1 - \eta) \right), \\ G''_P &= \varepsilon \left( (g_P - g_A - g_V) \left( 1 - \frac{\eta}{2} + \frac{\Phi}{Mc^2} \right) - g_M(1 - \eta) \right), \\ g''_V &= g_V - \varepsilon \left( \frac{g_A}{2} + g_V \frac{\Phi}{Mc^2} \right), \\ g''_A &= g_A \left( 1 + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\Phi}{Mc^2} \right) + g_P \frac{\eta}{2}, \\ g_4 &= -g_V \varepsilon \frac{\Phi}{Mc^2}. \end{aligned} \tag{10.14}$$

В работе Ф. Е. Серра и Дж. Д. Валечки [154] параметры релятивистской модели ядра были подобраны так, чтобы получить описание основных свойств ядра  $^{40}\text{Ca}$ . В центре ядра функции  $V(r)$  и  $\Phi(r)$  оказались чрезвычайно велики, а именно примерно равными  $0.37 Mc^2$  и  $0.45 Mc^2$ . Но при этом как общая глубина ядерного потенциала, так и величина и знак спин-орбитального взаимодействия, определяемые гамильтонианом (10.12), имеют необходимые значения.

Если трактовать эти результаты буквально, то отношение  $\Phi$  к  $Mc^2$  не мало. Поэтому, как легко видеть из приведённых выше формул, уже в 1-м порядке возникают существенные поправки к слагаемым гамильтониана  $\mu$ -захвата, связанные с отношением  $\Phi/Mc^2$ . Однако, я думаю, что самое интересное состоит в следующем. В релятивистской модели ядра в слагаемых 2-го порядка, связанных с потенциалом, происходит сложение вкладов  $V'(r) + \Phi'(r)$ , точно такое же, как в спин-орбитальном взаимодействии. Это означает, что эти слагаемые действительно могут быть усилены в 20-30 раз, т. е., по-существу, должны рассматриваться как слагаемые 1-го порядка!

Эти результаты были доложены на конференции в Дубне летом 1999-го. При подготовке публикации я, конечно, ещё раз внимательно прочел раздел 9.1 обзора Н. К. Мукопадиани [148]. Там в самой общей форме обсуждается проблема релятивистских поправок 2-го порядка в присутствии слагаемых в гамильтониане, описывающих взаимодействие между нуклоном и ядром. Основное утверждение состоит в том, что при наличии полей, обладающих разными трансформационными свойствами, ряд, порождаемый преобразованием Фолди–Вутхайзена, может

обладать медленной сходимостью<sup>1)</sup>. При том что «медленная сходимость» — это, в общем-то, указание на важность слагаемых высших порядков по  $v/c$ , я не нашел ни в указанном разделе обзора, ни в статьях [104, 126, 127], на которых основан этот раздел, столь же ясного утверждения об усилении определённых слагаемых в операторе полуплептонного взаимодействия, которое был готов сделать сам.

Вообще, эти три статьи, написанные в начале 1970-х, построены на логике, совершенно отличной от той, в рамках которой получено выражение (10.13). Оператор перехода берется в исходной, релятивистской форме (В.155) или (В.170). Далее, под релятивистскими поправками подразумеваются вклады в матричные элементы, обусловленные малыми компонентами биспиноров, которые описывают начальное и конечное состояния. Эти биспиноры находятся как решения уравнения Дирака с гамильтонианом вида (10.11) (но без  $\hat{H}_w$ , конечно). При этом, в сущности, показано, что величина релятивистских поправок существенно зависит от способа описания нуклон-ядерного взаимодействия (т.е. от выбора функций типа  $V(r)$  и  $\Phi(r)$ ).

В литературе 1990-х годов по слабому полуплептонному взаимодействию, которую я начал изучать после начала работы над  $\mu$ -захватом, я не нашел продолжения этой дискуссии. Общение с коллегами и специалистами на конференциях также не выводило меня на новые работы по этой тематике. Круг знакомств, впрочем, был не слишком широк. Поэтому меня не покидало беспокойство, не изобретаю ли я велосипед.

И вот, когда заметка была готова, я стал выбирать место, где эта работа могла бы быть оценена. Тут я обнаружил, что одним из редакторов журнала «The European Physics Journal A» является В. Вейзе, один из авторов работы [143], в которой было изящно продемонстрировано наличие усиления спин-орбитального взаимодействия в релятивистской модели ядра<sup>2)</sup>. В этом журнале я и опубликовал свою работу [388].

### 10.11. Электромагнитное взаимодействие в ядрах

В обзоре Н.К. Мукопадиани [148] справедливо указано на то, что проблема вычисления поправок 2-го порядка при явном учёте ядерных сил касается не только полуплептонного взаимодействия. Действительно, точно такие же неопределённости должны возникать и в других операторах связи. Например, в гамильтонианах взаимодействия нуклонов с пионами или с электромагнитным полем (соответствующие ссылки приведены в [148]<sup>3)</sup>).

В свете предыдущего раздела можно сказать иначе. В релятивистской модели ядра мы вправе ожидать усиления тех слагаемых 2-го порядка, которые, подобно спин-орбитальному взаимодействию, определяются производной нуклон-ядерного

<sup>1)</sup> Буквально сказано следующее: «... the convergence of the Foldy–Wouthuysen series is no longer guaranteed to be rapid...»

<sup>2)</sup> В недавней статье Н. Кайзера и В. Вейзе [462] релятивистская модель ядра, наряду с некоторыми другими факторами, привлекается для описания спин-орбитального взаимодействия в гиперядрах.

<sup>3)</sup> Автор одной из таких работ [129], Дж. Л. Фриар, воспроизводит выражение типа (10.11) со слагаемыми, описывающими потенциальное взаимодействие нуклона и ядра, и затем замечает: «The usual procedure... is to omit all potential terms. The present author is guilty of this omission in another context...» Далее он приводит ссылку на свою работу [79], содержание которой обсуждалось выше в разделе 10.7.

потенциала. Наибольший интерес, в силу своей универсальности, представляет, очевидно, электромагнитное взаимодействие в ядрах.

Возьмём релятивистский гамильтониан (В.171) и заменим слагаемое  $\hat{H}_w$  оператором электромагнитного перехода  $\hat{H}_e$  (В.149). Представим этот гамильтониан в форме (В.172) и выполним преобразование Фолди–Вутхайзена (В.173). Тогда, опуская слагаемые, квадратичные по электромагнитному полю, с точностью до членов 2-го порядка по  $v/c$  получим

$$\begin{aligned} \hat{H} = Mc^2 + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + U(r) + \frac{\hbar^2 \Delta U(r)}{8M^2 c^2} + \frac{\hbar^2 U'(r)}{4M^2 c^2 r} \sigma \hat{\mathbf{l}} - \\ - \frac{e}{2Mc} (\hat{\mathbf{p}} \mathbf{A} + \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}}) - \frac{(e + e') \hbar}{2Mc} \sigma \mathbf{H} + \frac{e \hbar U'(r)}{4M^2 c^3 r} (\sigma [\mathbf{A} \times \mathbf{r}]) - \\ - \frac{e' \hbar^2}{4M^2 c^2} \left( \operatorname{div} \mathbf{E} + i \sigma \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{2}{\hbar} (\sigma [\mathbf{E} \times \hat{\mathbf{p}}]) \right) + \\ + \frac{e \hbar^2}{8M^2 c^3} \left( \operatorname{div} \dot{\mathbf{A}} + i \sigma \operatorname{rot} \dot{\mathbf{A}} + \frac{2}{\hbar} (\sigma [\dot{\mathbf{A}} \times \hat{\mathbf{p}}]) \right), \quad (10.15) \end{aligned}$$

где  $\hat{\mathbf{l}} = -i[\mathbf{r} \times \nabla]$  — безразмерный оператор орбитального момента. Здесь в первой строчке стоят слагаемые гамильтониана для частицы в поле  $U(r)$  без внешнего электромагнитного поля. Во второй строчке — две поправки 1-го порядка и поправка 2-го порядка, обусловленная, как спин-орбитальное взаимодействие, наличием потенциала  $U(r)$ . Наконец, в третьей и четвертой строчках собраны слагаемые, квадратичные по  $v/c$ , явный вид которых не зависит от того, идёт речь о свободной или связанной частице. Любопытно, кстати, что в стационарном магнитном поле все эти (т.е. стоящие в третьей и четвертой строчках) поправки 2-го порядка обращаются в нуль.

Ясно, что наибольший интерес представляет слагаемое, пропорциональное  $U'(r)$ . В релятивистской модели ядра связь нуклона с электромагнитным полем описывается гамильтонианом (10.11), в котором  $\hat{H}_w$  должен быть заменен на  $\hat{H}_e$  (В.149). Осуществляя вновь преобразование Фолди–Вутхайзена и удерживая среди слагаемых 2-го порядка лишь те, которые, подобно спин-орбитальному взаимодействию, обусловлены наличием нуклон-ядерного взаимодействия, находим

$$\begin{aligned} \hat{H} = Mc^2 + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} + V(r) - \Phi(r) + \frac{\hbar^2 \Delta V(r)}{8M^2 c^2} - \frac{\hbar^2 \{\nabla, \{\nabla, \Phi(r)\}\}}{8M^2 c^2} - \\ - \frac{e}{2Mc} \left( \hat{\mathbf{p}} \mathbf{A} \left(1 + \frac{\Phi}{Mc^2}\right) + \left(1 + \frac{\Phi}{Mc^2}\right) \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}} \right) - \frac{(e(1 + \Phi/Mc^2) + e') \hbar}{2Mc} \sigma \mathbf{H} + \\ + \frac{\hbar^2 (V'(r) + \Phi'(r))}{4M^2 c^2 r} \sigma \hat{\mathbf{l}} + \frac{e \hbar (V'(r) + \Phi'(r))}{4M^2 c^3 r} (\sigma [\mathbf{A} \times \mathbf{r}]). \quad (10.16) \end{aligned}$$

Здесь дополнительно принято, что  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$ .

Мы видим, что отношение  $\Phi/Mc^2$  несколько меняет поправки 1-го порядка по  $v/c$  (операторы, стоящие во второй строчке выписанного выражения). Но, главное, в третьей строчке выписаны две поправки 2-го порядка, усиленные за счёт одного и того же механизма. Одна из них — это спин-орбитальное взаимодействие, играющее, как известно, очень большую роль в ядрах. Другая же поправка должна заметным образом влиять на взаимодействие нуклонов (точнее, протонов, так как заряд  $e$  нейтронов равен нулю) с внешним магнитным полем. В самом деле, вследствие усиления в 20–30 раз эта поправка должна быть сравнима со слагаемым  $\sim \sigma \mathbf{H}$  в операторе электромагнитного взаимодействия.

Этот результат представляется мне очень интересным. Но я получил его уже после того, как заметка [388] была отправлена в печать. Далее следовало проверить, не был ли он уже получен ранее. Однако я не стал этим заниматься. Дело тут вот в чём.

Во-первых, электромагнитным взаимодействиям в ядрах посвящена обширная литература, уходящая корнями в 1930-е годы. Во-вторых, даже поверхностное знакомство с ней показало, что само по себе явление значительной чувствительности матричных элементов от оператора взаимодействия к релятивистским поправкам — хорошо известный факт. У меня нет сомнений, что обязательно найдутся работы, в которых говорится об «усилении» в том или ином смысле. Поэтому, даже если результат (10.16) является новым, то только по форме, но, почти наверняка, не по сути. В-третьих, как мне кажется, в такой ситуации важно не просто заявить о той или иной возможности, а провести систематический анализ накопленных экспериментальных данных и разбор предложенных до сих пор теоретических подходов к их описанию.

При этом речь не идёт о переднем крае науки. Имеется пространство, изрядно вытопанное. Многими и многое уже было сказано. Но, скорее всего, не все детали выяснены.

Мне представляется, что исследовательская работа в этой области всё же может иметь по меньшей мере педагогическую ценность. Я думаю, что здесь можно обнаружить много захватывающе интересного. Ведь на самом деле все магнитные взаимодействия в теории электромагнетизма являются эффектами 2-го порядка по  $v/c$ . Более того, вся классическая ньютоновская механика занимается динамикой всё тех же релятивистских поправок 2-го порядка (например, привычное выражение для кинетической энергии  $mv^2/2$  представляет собой поправку 2-го порядка к энергии покоя  $mc^2$  частицы). Остаётся пустяк — найти место, где занятия такого рода вещами оценивались бы достойным образом.



## Глава 11

### ЗАХВАТ МЮОНОВ ЯДРАМИ

#### 11.1. Эффект выстроенности в угловом распределении нейтрино

Во Введении уже было сказано, что мюон захватывается ядром с  $|1s\rangle$ -орбиты. Более точно, мюон перед захватом находится в одном из двух состояний сверхтонкой структуры  $|F\rangle$ , где  $F = I \pm 1/2$  — полный угловой момент ядра и мюона (здесь предполагается, что спин ядра  $I$  отличен от нуля). Можно сказать и по-другому: захват мюона ядром — это процесс, в котором мезоатом (т.е. система «мезон+ядро») с полным угловым моментом  $F$  превращается в пару разлетающихся частиц, нейтрино и дочернее ядро (мезоатом обладает также электронной оболочкой, которая, однако, никак не влияет на  $\mu$ -захват). В системе покоя мезоатома (а это, фактически, лабораторная система отсчёта) эти две частицы движутся точно в противоположных направлениях. Поэтому, хотя нейтрино и является трудно уловимой частицей, её угловое распределение можно установить с помощью детектирования ядер отдачи.

Таким образом, внешне всё выглядит так же, как в случае деления ядра на два осколка. То есть в той самой задаче, с которой начиналась моя научная биография. Поэтому как только я сформулировал задачу в описанных выше терминах, мне стало ясно, чего следует ожидать для углового распределения нейтрино. Если ансамбль мезоатомов поляризован, то в угловом распределении присутствует  $\mathcal{P}$ -нечётное слагаемое  $\sim P_1(\cos \vartheta) \equiv \cos \vartheta$ , где  $\vartheta$  — угол между направлением импульса нейтрино и осью поляризации исходных частиц. Если же имеется и спиновая выстроенность относительно той же оси, то должна возникать асимметрия вылета нейтрино вдоль и поперёк выделенного направления, обусловленная слагаемым  $\sim P_2(\cos \vartheta) \equiv (3 \cos^2 \vartheta - 1)/2$  в угловом распределении.

В отличие от деления ядер, где  $\mathcal{P}$ -нечётное слагаемое очень мало (оно, как я отмечал в части I, впервые было обнаружено в 1977 году на уровне  $\sim 10^{-4}$  [145]), в  $\mu$ -захвате асимметрия  $\sim \cos \vartheta$  является весьма заметным эффектом. Это и понятно, ведь в структуру оператора слабого полулептонного перехода заложено нарушение пространственной чётности. Любопытно также, что исходная поляризация мезоатомов также обусловлена несохранением  $\mathcal{P}$ -чётности в слабых взаимодействиях.

В самом деле, отрицательно заряженные мюоны возникают в слабых распадах  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ . В системе покоя пионов мюоны рождаются полностью поляризованными. В монографии [150] (в частности) рассказывается о том, что происходит с мюонами, прежде чем они оказываются на  $|1s\rangle$ -орбитах: о коллимации, о замедлении в веществе и о каскаде мезоатомных переходов. В этих процессах мюоны теряют поляризацию; остаточная поляризация мюона на  $|1s\rangle$ -орбите имеет

масштаб 10%. Примерно такую же величину имеет и поляризация мезоатомов <sup>1)</sup>. Разумеется, в обзорной литературе [148, 150] конца 1970-х годов уделено достаточно большое внимание  $\mathcal{P}$ -нечётной асимметрии вылета нейтрино вдоль и против оси поляризации.

Что меня поразило, так это то, что в тех же обзорных работах [148, 150] не сказано ни слова об асимметрии углового распределения, которая могла бы возникнуть при спиновом выстраивании ансамбля исходных мезоатомов! Конечно, это можно объяснить тем, что выстраивание в  $\mu$ -захвате, в отличие от поляризации, не возникает само по себе <sup>2)</sup>. Однако, с другой стороны, никакой экзотики в выстраивании ядерных мишеней нет; соответствующие методы, известные с 1950-х годов, обсуждались, в частности, в разделе 3.8.

Оказалось, что до нашего обращения к этой задаче, лишь в двух работах, В.-И. П. Ванга [152] и Дж. Г. Конглтона и Х. В. Фиринга [313], опубликованных соответственно в 1978 и 1993 годах, обсуждалась составляющая  $\sim P_2(\cos \vartheta)$  в угловом распределении нейтрино. При этом рассматривались лишь частные переходы,  $J_i = 1/2 \rightarrow J_f = 1/2$  и  $J_i = 1 \rightarrow J_f = 0$ , в обоих случаях  $\pi_i = \pi_f$ , где  $J_i$  ( $J_f$ ) и  $\pi_i$  ( $\pi_f$ ) — спин и чётность начального (конечного) ядра. Кроме того, вычисления были проделаны в приближении учёта одного только доминирующего гамов-теллеровского матричного элемента [101] <sup>3)</sup>. Между тем, к началу 1990-х годов вопрос приобрел практическое значение, потому что появились результаты первых исследований  $\mu$ -захвата на предварительно поляризованных ядерных мишенях [248, 291]. Эти работы были нацелены прежде всего на увеличение общей степени поляризации мезоатомов. Нетрудно, однако, показать, что в сверхтонком взаимодействии поляризованного мюона с поляризованным ядром формируются состояния сверхтонкой структуры, обладающие, помимо поляризации, вполне заметной степенью выстроенности.

<sup>1)</sup> Поляризация мюона  $p'_1(s_\mu)$  ( $s_\mu = 1/2$  — это спин мюона) на  $|1s\rangle$ -орбите и поляризация мезоатома  $p_1(F)$  — это, конечно, разные величины. Если ядро не было предварительно поляризовано, то исходная поляризация мюона частично передаётся на ядро за счёт сверхтонкого взаимодействия. В результате формируется поляризованное состояние  $|F\rangle$  сверхтонкой структуры, в котором мюон обладает поляризацией  $p'_1(s_\mu)$ , а ядро — поляризацией  $p'_1(J_i)$ . Отмечу также, что величина  $p'_1(s_\mu)$  может быть установлена независимым образом по наблюдению асимметрии вылета электронов, образующихся в распадах мюонов, вдоль и против направления поляризации.

<sup>2)</sup> Строго говоря, подобно тому как захват быстрых нейтронов сопровождается выстраиванием компаунд-ядер (см. раздел 1.1), захват быстрых (с отличными от нуля орбитальными моментами) мюонов атомами должен приводить к их выстраиванию. Способы измерения этого выстраивания обсуждались Г. Я. Коренманом [134]; см. также раздел 1.2 в [150]. Впрочем, из-за эффектов деполяризации это выстраивание может оказаться несущественным. В обзоре В. В. Балашова и Р. А. Эрамжяна [83] 1967 года в одном из начальных разделов обсуждается разложение матрицы плотности мезоатома в ряд по спин-тензорам ориентации (типа (A.75)), которое включает в себя и слагаемое с  $Q = 1$ , связанное с поляризацией, и слагаемое с  $Q = 2$ , связанное с выстроенностью. Далее, однако, сказано, что при захвате поляризованного мезона неполяризованными ядрами в разложении имеются только слагаемые, соответствующие  $Q = 0$  и 1. Более в обзоре [83] нет упоминаний о выстраивании мезоатомов и связанных с ним эффектах.

<sup>3)</sup> Более точно, авторы [152, 313] пользовались моделью, согласно которой ядро в процессе захвата мюона ведёт себя как бесструктурная элементарная частица. Эффективно это примерно то же самое, что принять во внимание только доминирующий матричный элемент.

## 11.2. Поляризация и выстроенность мезоатомов

В самом деле, пусть в  $|1s\rangle$ -состояние попадает мюон с поляризацией  $p_1(s_\mu) = \sqrt{3} \tau_{10}(s_\mu)$  (см. (A.85)) вдоль единичного вектора  $\mathbf{n}_\mu$ . Предположим, что ориентация ядер в этот момент определяется спин-тензорами  $\tau_{N0}(J_i)$  в системе отсчёта, ось  $z$  которой направлена вдоль того же вектора. Раскладывая прямое произведение ядерной и мюонной функций по векторам состояний сверхтонкой структуры  $|F\xi\rangle$  (B.181),

$$\sum_{M_i} a_{M_i}(J_i) |J_i M_i\rangle \sum_{\sigma_\mu} a_{\sigma_\mu}(s_\mu) \psi_\mu(\sigma_\mu) = \sum_{F\xi} \tilde{a}_\xi(F) |F\xi\rangle, \quad (11.1)$$

для коэффициентов находим <sup>1)</sup>

$$\tilde{a}_\xi(F) = \sum_{M_i \sigma_\mu} C_{J_i M_i s_\mu \sigma_\mu}^{F\xi} a_{M_i}(J_i) a_{\sigma_\mu}(s_\mu), \quad \sum_{F\xi} |\tilde{a}_\xi(F)|^2 = 1. \quad (11.2)$$

При этом величина

$$P(F) = \sum_{\xi} |\tilde{a}_\xi(F)|^2 \quad (11.3)$$

представляет собой вероятность обнаружения мезоатома в состоянии с угловым моментом  $F$ .

Квадрируя, далее, соотношение между амплитудами и усредняя по ансамблям мюонов и ядер, получим связь между спиновыми матрицами плотности ядер, мюонов и мезоатомов. Переход от них к спин-тензорам (см. (A.71), (A.75) и (A.96)) даёт

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{Q0}(F) &= (2F+1) \sqrt{\frac{(2F+1)}{(2Q+1)(2s_\mu+1)(2J_i+1)}} \times \\ &\times \sum_{NK} (2N+1)(2K+1) \tau_{N0}(J_i) \tau_{K0}(s_\mu) C_{N0K0}^{Q0} \left\{ \begin{matrix} F & J_i & s_\mu \\ F & J_i & s_\mu \\ Q & N & K \end{matrix} \right\}. \end{aligned} \quad (11.4)$$

Величины  $\tilde{\tau}_{Q0}(F)$  представляют собой ненормированные спин-тензоры, так как  $\tilde{\tau}_{00}(F) = P(F)$ . Переход к нормированным спин-тензорам ориентации ансамбля мезоатомов с определённым  $F$  производится по обычному правилу (A.98).

Если ядра неориентированы ( $\tau_{N0}(J_i) = \delta_{N0}$ ), то для спин-тензоров мезоатомов имеем

$$\tilde{\tau}_{Q0}(F) = \frac{2F+1}{(2s_\mu+1)(2J_i+1)} U(J_i s_\mu F Q, F s_\mu) \tau_{Q0}(s_\mu). \quad (11.5)$$

<sup>1)</sup> В части V, в разделе 14.5 подробно разобрана очень похожая задача о формировании спиновой ориентации компаунд-ядра, образующегося при захвате  $s$ -волнового нейтрона ядром-мишенью. Так, в частности, соотношения (11.2) и (14.35) подобны друг другу; полностью совпадают и формулы (11.7) и (14.46), определяющие поляризацию мезоатома и компаунд-ядра соответственно, при условии что в начале поляризованы только мюоны и нейтроны. Есть, однако, и некоторые отличия. Так, в частности, мюон и ядро, составляющие поляризованный мезоатом, сохраняют индивидуальность и сами по себе обладают определёнными поляризациями. В то же время нет никакого смысла говорить о характеристиках нейтрона и ядра-мишени после их слияния.

Заселённости состояний сверхтонкой структуры при этом совпадают со статистическими весами:

$$P(F) = \frac{2F+1}{(2s_\mu+1)(2J_i+1)} = \begin{cases} \frac{J_i}{2J_i+1}, & F = J_i - \frac{1}{2}; \\ \frac{J_i+1}{2J_i+1}, & F = J_i + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (11.6)$$

В то же время среди параметров  $p_Q(F)$  при  $Q \geq 1$  отличной от нуля оказывается лишь поляризация<sup>1)</sup>:

$$p_1(F) = \begin{cases} -\frac{1}{3} p_1(s_\mu), & F = J_i - \frac{1}{2}; \\ \frac{2J_i+3}{3(2J_i+1)} p_1(s_\mu), & F = J_i + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (11.7)$$

Если  $F = J_i - \frac{1}{2}$ , то отличная от нуля поляризация мезоатомов возникает, конечно, лишь при  $J_i \geq 1$ .

Таким образом, для выстраивания мезоатомов необходима спиновая ориентация ядер-мишеней. В этом случае удобно выделить два вклада в спин-тензоры мезоатомов чётных рангов  $Q = 0, 2, \dots$ ,

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{Q0}(F) = & \frac{2F+1}{(2s_\mu+1)(2J_i+1)} \left( U(s_\mu J_i F Q, F J_i) \tau_{Q0}(J_i) + \right. \\ & \left. + 3 \sqrt{\frac{(2F+1)(2s_\mu+1)(2J_i+1)}{2Q+1}} \tau_{10}(s_\mu) \sum_{N=1,3,\dots} (2N+1) \tau_{N0}(J_i) C_{N010}^{Q0} \begin{Bmatrix} F & J_i & s_\mu \\ F & J_i & s_\mu \\ Q & N & 1 \end{Bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (11.8)$$

Второй из них обращается в нуль, если мюоны не поляризованы.

Интересно, что именно за счёт этого второго слагаемого заселённости состояний сверхтонкой структуры начинают отличаться от статистических (11.6)

<sup>1)</sup> Можно, конечно, решить и обратную задачу: по величине  $p_1(F)$  найти поляризации мюона и ядра,  $p'_1(s_\mu)$  и  $p'_1(J_i)$ , соответственно, в данном состоянии  $|F\rangle$ . Результат для поляризации мюона имеет следующий вид (это, например, формула (1.45) в [150]):

$$p'_1(s_\mu) = \begin{cases} -\frac{2J_i-1}{2J_i+1} p_1(F), & F = J_i - \frac{1}{2}; \\ p_1(F), & F = J_i + \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Нет ничего удивительного в том, что  $p'_1(s_\mu) \neq p_1(s_\mu)$ . Можно сказать, что начальная поляризация мюона  $p_1(s_\mu)$  распределяется между мюоном и ядром.

и принимают вид

$$P(F) = \begin{cases} \frac{J_i}{2J_i + 1} (1 - p_1(s_\mu)p_1(J_i)), & F = J_i - \frac{1}{2}; \\ \frac{J_i + 1}{2J_i + 1} \left( 1 + \frac{J_i}{J_i + 1} p_1(s_\mu)p_1(J_i) \right), & F = J_i + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (11.9)$$

Этот эффект был предметом специальной работы Л. Хамбро и Н. К. Мукопадиани [133]. Её идея в том, что вероятности захвата  $w^\pm$  мюона из двух состояний сверхтонкой структуры, вообще говоря, значительно отличаются друг от друга. Поэтому, меняя с помощью поляризации ядер заселённости этих состояний, можно заметно влиять на полную вероятность  $\mu$ -захвата. Следовательно измерение вариаций полной вероятности позволит установить величины  $w^+$  и  $w^-$ .

Итак, в соответствии с формулой (11.8) выстроенность мезоатомов определяется двумя факторами: выстроенностью ядер, с одной стороны, и наложением поляризации ядер на поляризацию мюонов — с другой. При этом относительный знак этих двух вкладов и, следовательно, величина эффекта выстраивания, зависит от направления поляризации ядер при фиксированном направлении поляризации мюонов. Пренебрегая отклонениями заселённостей уровней от статистических значений, а также параметрами ориентации ядер  $p_N(J_i)$  при  $N \geq 3$ , для выстроенности мезоатомов получим

$$p_2(F) = \begin{cases} p_2(J_i) - \frac{2}{5} p_1(s_\mu)p_1(J_i), & F = J_i - \frac{1}{2}; \\ \frac{(2J_i - 1)(J_i + 2)}{(2J_i + 1)(J_i + 1)} \left( p_2(J_i) + \frac{2(2J_i + 3)}{5(2J_i - 1)} p_1(s_\mu)p_1(J_i) \right), & F = J_i + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (11.10)$$

Отсюда видно, в частности, что в экспериментах типа [248, 291] с захватом мюонов атомами, ядра которых предварительно ориентированы, должно возникать выстраивание мезоатомов.

### 11.3. Чеширский кот опять улыбается

Формулы (В.183) или (В.190) определяют вероятность захвата в единицу времени мюона, находящегося на  $|1s\rangle$ -орбите в состоянии сверхтонкой структуры с полным угловым моментом  $F$ . Нейтрино при этом вылетает в направлении  $\mathbf{n}_\nu$ . Таким образом, речь идёт о соотношениях, описывающих угловое распределение нейтрино (или ядра отдачи, движущегося в противоположном направлении). Пусть  $P(F)$  — это заселённость состояния  $|F\rangle$ . Тогда наблюдаемое угловое распределение находится суммированием:

$$\frac{dw(\mathbf{n}_\nu)}{d\Omega} = \sum_F P(F) \frac{dw^F(\mathbf{n}_\nu)}{d\Omega}. \quad (11.11)$$

Здесь, однако, легко наткнуться на такой парадокс. Предположим, что по каким-либо причинам сверхтонкое взаимодействие вообще отсутствует. Ясно, что в этом случае можно считать, что захват мюона происходит не из состояний  $|F\xi\rangle$

мезоатома (вырожденных, т. е. отвечающих одной и той же энергии), а из состояний  $|J_i M_i\rangle \psi_\mu(\sigma_\mu)$ . Тогда для углового распределения вместо (В.183) и (11.11) получим

$$dw(\mathbf{n}_\nu) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\sigma_\nu} \left| \sum_{M_i \sigma_\mu} a_{M_i}(J_i) a_{\sigma_\mu}(s_\mu) \langle f | \sum_{j=1}^A \hat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle \right|^2 d\rho(E_\nu). \quad (11.12)$$

Воспользовавшись формулой (11.2), этот результат можно, конечно, записать следующим образом:

$$dw(\mathbf{n}_\nu) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\sigma_\nu} \left| \sum_{F\xi} \tilde{a}_\xi(F) \sum_{M_i \sigma_\mu} C_{J_i M_i s_\mu \sigma_\mu}^{F\xi} \langle f | \sum_{j=1}^A \hat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle \right|^2 d\rho(E_\nu). \quad (11.13)$$

Нетрудно видеть, что он никак не эквивалентен выражениям (В.183) и (11.11) уже потому, что содержит интерференционные слагаемые по полному угловому моменту  $F$ .

Парадокс, следовательно, заключается в следующем. Предположив наличие сверхтонкого расщепления, мы пришли к формулам (В.183) и (11.11) для углового распределения нейтрино. Тогда, казалось бы, в предельном случае отсутствия сверхтонкой связи также не должно быть слагаемых, обусловленных интерференцией состояний сверхтонкой структуры с разными  $F$ . Но, с другой стороны, исключив с самого начала сверхтонкое взаимодействие, мы получаем такую интерференцию в выражении (11.13).

Разрешение этого парадокса состоит в том, что предельного перехода от соотношений (В.183) и (11.11) к (11.13) не существует. Дело тут вот в чём. Состояния  $|F_+\rangle$  и  $|F_-\rangle$  ( $F_\pm = J_i \pm \frac{1}{2}$ ) обладают разными энергиями,  $E_+$  и  $E_-$ . Соответственно интерференционные слагаемые осциллируют с периодом  $T = 2\pi/\Delta E$ , где  $\Delta E = |E_+ - E_-|$ . Формула, определяющая энергию расщепления состояний сверхтонкой структуры, приведена, например, в монографии [150] (под номером (1.40)). Взяв для оценки реалистическое значение  $\Delta E = 10$  эВ, для периода осцилляций получим:  $T = 2\pi/\Delta E \simeq 0.4 \cdot 10^{-15}$  с. Эта величина очень мала по сравнению с временем жизни мюона на  $|1s\rangle$ -орбите:  $\tau \sim 10^{-6}$  с. Поэтому при усреднении по времени  $\tau$  интерференционные слагаемые обращаются в нуль.

Таким образом, для реальных мезоатомов всегда имеет место ситуация, когда угловое распределение нейтрино представляет собой некогерентную сумму вкладов состояний сверхтонкой структуры. Но если бы сверхтонкое взаимодействие оказалось столь малым, что период осцилляций  $T$  существенно превзошёл характерное время  $\tau$ , то не было бы оснований отбрасывать интерференционные слагаемые. В этом случае правильным стал бы расчёт по формулам (11.12) или (11.13).

На самом деле, тут вырисовывается ещё один парадокс. Он имеет непосредственное отношение к улыбке чеширского кота, о которой шёл разговор в разделе 8.9. В этой главе мы обсуждаем реакцию захвата мюона ядром с испусканием нейтрино (В.133). А там рассматривалась реакция захвата нейтрона ядром с испусканием  $\gamma$ -кванта:

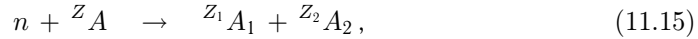


Здесь мы отбрасываем слагаемые, связанные с интерференцией состояний системы «мюон + ядро», если эти состояния обладают разными полными угловыми моментами  $F$ , на том основании, что  $T \ll \tau$ , где  $T$  — период осцилляций, а  $\tau$  — время перехода. А там было показано, что причиной существования асимметрий испускания  $\gamma$ -квантов является именно интерференция состояний системы «нейтрон+ядро»,

$s$ - и  $p$ -волновых резонансов, которые, даже если обладают одинаковыми спинами, заведомо различаются чётностью. Фокус заключается в том, что расстояние между резонансами,  $D = |E_s - E_p|$ , в общем случае существенно превосходит радиационные ширины,  $\Gamma_s^\gamma$  и  $\Gamma_p^\gamma$ , этих же резонансов. А это означает, что формально введённый период осцилляций  $T = 2\pi/D$  вновь оказывается малым по сравнению с временем перехода  $\tau \sim \hbar/\Gamma^\gamma$ ! Почему же тогда в радиационном захвате нейтронов не исчезают интерференционные слагаемые?

Ответ, на мой взгляд, состоит в том, что в отсутствие оператора перехода начальное состояние системы «мюон + ядро» принадлежит дискретному спектру, тогда как начальное состояние системы «нейтрон + ядро» — непрерывному спектру. Дискретные состояния сверхтонкой структуры мезоатома обладают разными энергиями  $E_\pm$  и, соответственно, векторы стационарных состояний  $\psi_{F\pm}(t)$  обладают разной зависимостью от времени  $\sim e^{-iE_\pm t/\hbar}$ . В случае же столкновения нейтрона и ядра-мишени вектор состояния  $|i\rangle$  соответствует вполне определённой энергии  $E$ . Но поскольку речь идёт о непрерывном спектре, то этот вектор состояния представляет собой суперпозицию состояний со всеми возможными полными угловыми моментами (спинами) и чётностями. В области взаимодействия это состояние может быть представлено в виде разложения (8.6) или (8.7) по дискретному набору функций  $X_\alpha$ , описывающих компаунд-состояния с энергиями  $E_\alpha$ . Но, помимо общего множителя  $e^{-iEt/\hbar}$ , в теории не возникает других подобных факторов, содержащих  $E_\alpha$  вместо  $E$ ! Поэтому нет и механизма подавления интерференционных слагаемых.

Точно такая же картина, как при радиационном захвате нейтронов, возникает и в реакции деления,



которой посвящена заключительная часть V монографии. Делительные ширины резонансов, так же как радиационные ширины, малы по сравнению с расстояниями между резонансами. Тем не менее и здесь по указанным только что причинам угловое распределение осколков в общем случае определяется когерентной суммой вкладов состояний, обладающих всеми возможными спинами и чётностями.

Подчеркну, что речь идёт именно об угловых распределениях или дифференциальных сечениях. Интегрирование по всем углам даёт полные сечения, которые определяются некогерентными суммами вкладов промежуточных состояний с определёнными спинами и чётностями. В частности, полная вероятность  $\mu$ -захвата, конечно, не содержит интерференционных слагаемых по угловому моменту  $F$ , каким бы ни было сверхтонкое расщепление. Поэтому полная вероятность, т. е. интеграл по всем направлениям вылета нейтрино, может быть вычислена как по формулам (11.12) или (11.13), так и в соответствии с (B.183), (B.190) и (11.11),

$$w = \sum_F P(F) w^F, \quad (11.16)$$

с другой стороны. Результат будет совершенно одинаковым. Замечу только, что первый путь проще второго. Это и понятно, ведь во втором случае дополнительно находятся парциальные вероятности  $w^F$ . Они, правда, сами по себе могут быть измерены. Такого утешения нет при вычислении углового распределения нейтрино. С одной стороны, обязательно нужно определять парциальные вклады  $dw^F/d\Omega$ , с другой стороны, никто пока не осуществил отдельных измерений угловых распределений  $dw^{F+}/d\Omega$  и  $dw^{F-}/d\Omega$ .

Возвращаясь же к реакциям (11.14) и (11.15) замечу, что вопрос о когерентных вкладах промежуточных состояний с разными спинами и чётностями в угловые распределения, по-видимому, не очень прост. Несколько раз мне пришлось

столкнуться с категорическим несогласием. По причинам частного характера дискуссия возникала вокруг деления. Возражения звучали примерно так: «компаунд-состояния с разными спинами не могут интерферировать в угловом распределении, так как они являются долгоживущими ортогональными состояниями». На самом деле это утверждение опровергается экспериментальными фактами. Ведь они указывают на наличие асимметрий «вперёд–назад» и «лево–правая» (как для  $\gamma$ -квантов, так и для осколков), которые успешно объясняются интерференцией компаунд-состояний (долгоживущих!) с противоположными чётностями (ортогональных!).

#### 11.4. Угловое распределение нейтрино для гамов-теллеровского перехода

Итак, в 1994–1995 годах вместе со своими коллегами я занялся исследованиями новых возможностей измерения формфактора индуцированного псевдоскалярного взаимодействия  $g_P$  в  $\mu$ -захвате. Мы, в частности, обратили внимание на эффект выстроенности в угловом распределении нейтрино, ранее обсуждавшийся лишь для двух частных переходов в работах [152, 313]. В соответствии с (11.10) спиновая выстроенность ансамбля мезоатомов возникает либо вследствие предварительного выстраивания ядер атомов, захватывающих мюоны, либо при условии, что ядра и мюоны являются поляризованными.

Поскольку в центре нашего внимания находился захват мюонов ядром  ${}^6\text{Li}$  со спином и чётностью  $J_i^\pi = 1^+$  с переходом в основное состояние  $J_f^\pi = 0^+$  дочернего ядра  ${}^6\text{He}$ , то на начальном этапе мы ограничились анализом гамов-теллеровских переходов  $J_i \rightarrow J_f = J_i \pm 1$ ,  $\pi_i = \pi_f$ . При этом мы, как в [152, 313], приняли во внимание лишь слагаемые 1-го порядка по  $v/c$  в гамильтониане полуплептонного взаимодействия, а в разложении (В.196) оставили только ведущий матричный элемент  $[101]$ .

Пусть, как это предполагалось выше в разделе 11.2,  $\mathbf{n}_\mu$  есть единичный вектор вдоль оси спиновой ориентации мюонов и ядер-мишеней. В общем случае угловое распределение нейтрино (В.190) приводится к виду

$$\frac{dw^F(\mathbf{n}_\nu)}{d\Omega} = \frac{C_\mu}{4\pi} \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{K=0,1,2,\dots} (2K + 1) \tau_{K0}(F) B_K(F) P_K(\cos \vartheta), \quad (11.17)$$

где  $P_0(\cos \vartheta) = 1$ ,  $P_1(\cos \vartheta) = \cos \vartheta$ ,  $P_2(\vartheta) = (3 \cos^2 \vartheta - 1)/2$ , ... — полиномы Лежандра от угла  $\vartheta$  между векторами  $\mathbf{n}_\nu$  и  $\mathbf{n}_\mu$ ,  $\tau_{K0}(F)$  — нормированные спин-тензоры ориентации ансамбля мезоатомов, находящегося в состоянии сверхтонкой структуры  $|F\rangle$ , а  $B_K(F)$  — численные множители.

В работе [346], опубликованной в 1996 году, мы воспользовались обозначениями

$$B_0 \equiv \frac{a_0}{3} [101]^2, \quad 3\tau_{10}(F)B_1 \equiv p_1(F) \frac{a_1}{3} [101]^2, \quad 5\tau_{20}(F)B_2 \equiv p_2(F) \frac{a_2}{3} [101]^2. \quad (11.18)$$

Коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$ , как оказалось, следующим образом выражаются через формфакторы (В.179):

$$a_0 = G_A(G_A - \frac{2}{3}G_P) C_1(J_i, J_f, F), \quad (11.19)$$

$$a_1 = -G_A^2 C_2(J_i, J_f, F) - G_A(G_A - G_P) C_3(J_i, J_f, F), \quad (11.20)$$

$$a_2 = G_A G_P C_4(J_i, J_f, F). \quad (11.21)$$



Коэффициенты  $C_j(J_i, J_f, F)$  связаны с нормированными функциями Рака и 9j-символами формулами (12.44) (или (12.45)), (B.219), (B.220) и (B.221). Алгебраические выражения для этих же коэффициентов имеют вид (12.46), (B.222), (B.223) и (B.224).

Эффект выстроенности, т.е. слагаемое в угловом распределении, пропорциональное  $a_2$ , имеет 1-й порядок по  $v/c$ . Легко, однако, видеть, что коэффициент  $a_2$  имеет очень простую структуру и обладает заметной чувствительностью к величине  $G_P$ , т.е. к искомому формфактору  $g_P$ . Этот результат неслучаен.

В самом деле, учёт одного только матричного элемента  $[101]$  есть, по существу,  $s$ -волновое приближение в канале вылета нейтрино (правая часть выражения (B.196) не зависит от направления  $\mathbf{n}_\nu$ ). Но в этом случае чувствительность вероятности (B.190) к вектору  $\mathbf{n}_\nu$  возникает, во-первых, за счёт тензора  $Z_{\lambda\lambda'}(\mu, \mu')$  (B.202), (B.215) и (B.216) (линейного по  $\mathbf{n}_\nu$ ) и операторов слабого нуклонного тока (B.178) (линейное по  $\mathbf{n}_\nu$  слагаемое пропорционально  $G_P$ ). Понятно, что квадратичная по  $\mathbf{n}_\nu$  комбинация в 1-м порядке по  $v/c$  обязательно должна содержать фактор  $G_P$ . Именно это и получилось.

### 11.5. Мультипольные разложения для слагаемых 2-го порядка по $v/c$

Разумеется, сразу возник вопрос, как выглядят коэффициенты  $B_K(F)$  в общем случае, т.е. для произвольного перехода. При этом помимо доминирующих приведённых матричных элементов следовало учесть и те матричные элементы, которые обладают той или иной малостью. Но здесь возникла следующая проблема.

Ясно, что изотропное слагаемое в разложении (11.17) пропорционально полной вероятности захвата мюона из определённого состояния сверхтонкой структуры, а именно:

$$w^F = C_\mu \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} B_0(F). \quad (11.22)$$

Но, как уже было показано в разделе 10.6, в величине  $w^F$  значительную роль могут играть слагаемые 2-го порядка по  $v/c$ . А последовательный учёт всех таких слагаемых требует использования оператора полуплептонного перехода, включающего в себя члены 2-го порядка малости. Поэтому новые вычисления углового распределения нейтрино я предпринял лишь в 1998 году, сразу после того, как вывел формулы (10.8)–(10.10) для операторов слабого нуклонного тока. Они, напомним, содержат слагаемые, обусловленные потенциалом взаимодействия нуклонов и ядра, которые ранее не принимались во внимание.

Учёт дополнительных нуклонных операторов требует введения новых приведённых матричных элементов (помимо тех, которые определены формулами (B.194) и (B.196)). К скалярным операторам  $\hat{1}$  и  $(\boldsymbol{\sigma}_j \hat{\mathbf{p}}_j)$  добавляется  $iU'(r)(\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_j)$ . Соответствующий приведённый матричный элемент задаётся выражением

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r}_j} iU'(r_j)(\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_j) \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\ = (4\pi)^{3/2} \sum_{um} (-1)^u Y_{um}^*(\mathbf{n}_\nu) C_{J_i M_i, um}^{J_f M_f} [0uu, r]. \end{aligned} \quad (11.23)$$

Помимо этого, слагаемые 2-го порядка содержат три новых векторных оператора. Следуя процедуре (B.195), поставим им в соответствие приведённые матричные элементы следующим образом:

$$\begin{aligned}
\langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \left\{ \begin{array}{l} i[\boldsymbol{\sigma}_j \times \widehat{\mathbf{p}}_j]_q \\ [[\boldsymbol{\sigma}_j \times \widehat{\mathbf{p}}_j] \times \widehat{\mathbf{p}}_j]_q \\ U'(r_j)[\boldsymbol{\sigma}_j \times \mathbf{n}_j]_q \end{array} \right\} \widehat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\
= \frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{3}} \sum_{wm} (-1)^w Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) \sum_{uM} C_{1qwm}^{uM} C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} \left\{ \begin{array}{l} [1wu, \sigma p] \\ [1wu, \sigma p^2] \\ [1wu, r] \end{array} \right\}. \quad (11.24)
\end{aligned}$$

Особого внимания требует лишь оператор  $\boldsymbol{\sigma}_j(\mathbf{n}_\nu \widehat{\mathbf{p}}_j)$ , сферические составляющие которого имеют вид

$$\sigma_{jq}(\mathbf{n}_\nu \widehat{\mathbf{p}}_j) = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sum_{q'} Y_{1q'}^*(\mathbf{n}_\nu) \sigma_{jq} \widehat{p}_{jq'}. \quad (11.25)$$

При фиксированном  $\mathbf{n}_\nu$  этот оператор представляет собой, фактически, тензор 2-го ранга. Легко понять, что произведение  $\sigma_{jq} \widehat{p}_{jq'}$  можно выразить в виде суммы операторов,

$$\sigma_{jq} \widehat{p}_{jq'} = \sum_{kn} C_{1q1q'}^{kn} \widehat{S}_{kn}, \quad \widehat{S}_{kn} = \sum_{\lambda\lambda'} C_{1\lambda 1\lambda'}^{kn} \sigma_{j\lambda} \widehat{p}_{j\lambda'}, \quad (11.26)$$

каждый из которых преобразуется по неприводимому представлению группы вращений. Для каждого такого оператора, следовательно, можно обычным образом ввести приведённый матричный элемент, пользуясь теоремой Вигнера–Экарта.

Заметим теперь, что при  $k = 0$  мы получим оператор

$$\widehat{S}_{00} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (\boldsymbol{\sigma}_j \widehat{\mathbf{p}}_j), \quad (11.27)$$

матричный элемент от которого ранее был выражен через величину  $[0uu, p]$  (см. (B.194)). В то же время конструкция, возникающая при  $k = 1$ ,

$$\widehat{S}_{1n} = \frac{i}{\sqrt{2}} [\boldsymbol{\sigma}_j \times \widehat{\mathbf{p}}_j]_n, \quad (11.28)$$

ранее была включена в левую часть (11.24); соответствующий матричный элемент выражается через  $[1wu, \sigma p]$ . Поэтому в общем случае определим приведённые матричные элементы  $[kwi, \sigma p]$  так, чтобы при  $k = 1$  получилась ранее введённая величина  $[1wu, \sigma p]$ :

$$C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} [kwi, \sigma p] = \left( \frac{3}{2\pi} \right)^{1/2} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A j_w(k_\nu r_j) \sum_{nm} C_{knwm}^{uM} \widehat{S}_{kn} i^w Y_{wm}(\mathbf{r}_j) \widehat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle. \quad (11.29)$$

При этом, как нетрудно показать,

$$[0uu, \sigma p] = -\sqrt{2} [0uu, p]. \quad (11.30)$$

Что же касается вклада от оператора  $\boldsymbol{\sigma}_j(\mathbf{n}_\nu \widehat{\mathbf{p}}_j)$ , то для него в соответствии со структурами (B.196) и (11.24) запишем

$$\begin{aligned}
\langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \sigma_{jq}(\mathbf{n}_\nu \widehat{\mathbf{p}}_j) \widehat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\
= \frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{3}} \sum_{wm} (-1)^w Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) \sum_{uM} C_{1qwm}^{uM} C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} \{1wu, \sigma p\}. \quad (11.31)
\end{aligned}$$

Вот только входящая сюда величина  $\{1wu, \sigma p\}$  представляет собой линейную комбинацию приведённых матричных элементов  $[k w u, \sigma p]$  ( $k = 0, 1, 2$ ) следующего вида:

$$\begin{aligned} \{1wu, \sigma p\} &= (-1)^{w-u} \sum_k (-1)^k \left( \frac{2k+1}{6(2u+1)} \right)^{1/2} \times \\ &\times \left( \sqrt{w} U(w w - 1 1k, 1u) [k w - 1 u, \sigma p] - \sqrt{w+1} U(w w + 1 1k, 1u) [k w + 1 u, \sigma p] \right). \end{aligned} \quad (11.32)$$

Если имеет место  $\mathcal{T}$ -инвариантность, то все введённые (здесь и ранее) приведённые матричные элементы действительны.

На самом деле вычисления матричного элемента от оператора  $\sigma_j(\mathbf{n}_\nu \hat{\mathbf{p}}_j)$  ценны тем, что они наводят на мысль схожим образом распорядиться со скалярными комбинациями  $\mathbf{n}_\nu \sigma_j$ ,  $\mathbf{n}_\nu \hat{\mathbf{p}}_j$  и  $\mathbf{n}_\nu [\sigma_j \times \hat{\mathbf{p}}_j]$ , входящими в оператор  $\hat{I}_4^{(2)}$  (10.8). Пользуясь определениями (В.196) и (11.24) приведённых матричных элементов от сферических составляющих векторных операторов  $\sigma_{jq}$ ,  $\hat{p}_{jq}$  и  $i[\sigma_j \times \hat{\mathbf{p}}_j]_q$ , нетрудно доказать справедливость следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r}_j} (\mathbf{n}_\nu \left\{ \begin{array}{c} \sigma_j \\ \hat{\mathbf{p}}_j \\ i[\sigma_j \times \hat{\mathbf{p}}_j] \end{array} \right\}) \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\ = (4\pi)^{3/2} \sum_{um} (-1)^u Y_{um}^*(\mathbf{n}_\nu) C_{J_i M_i, um}^{J_f M_f} \left\{ \begin{array}{c} \{1u\} \\ \{1u, p\} \\ \{1u, \sigma p\} \end{array} \right\}, \end{aligned} \quad (11.33)$$

где

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{c} \{1u\} \\ \{1u, p\} \\ \{1u, \sigma p\} \end{array} \right\} &= - \left( \frac{u}{3(2u+1)} \right)^{1/2} \left\{ \begin{array}{c} [1 u - 1 u] \\ [1 u - 1 u, p] \\ [1 u - 1 u, \sigma p] \end{array} \right\} + \\ &+ \left( \frac{u+1}{3(2u+1)} \right)^{1/2} \left\{ \begin{array}{c} [1 u + 1 u] \\ [1 u + 1 u, p] \\ [1 u + 1 u, \sigma p] \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (11.34)$$

Соответственно матричные элементы от операторов слабого нуклонного тока, входящие в общее выражение (В.190) для углового распределения нейтрино, приобретают компактный вид. Примем, что начальное и конечное ядерные состояния обладают определёнными спинами и чётностями, т. е. происходит переход  $J_i^{\pi_i} \rightarrow J_f^{\pi_f}$ . Тогда несложно показать, что матричный элемент от сферической составляющей векторного оператора  $i\hat{\mathbf{I}}^{(2)}$  принимает вид

$$\begin{aligned} i \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r}_j} \hat{I}_q^{(2)}(j) \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\ = \frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{3}} \sum_{wm} (-1)^w Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) \sum_{uM} C_{1qwm}^{uM} C_{J_i M_i, uM}^{J_f M_f} A(wu), \end{aligned} \quad (11.35)$$

где

$$A(wu) = \begin{cases} G'_A[1wu] + g_2 \frac{[1wu, \sigma p^2]}{M^2 c^2} + g_3 \frac{\{1wu, \sigma p\}}{Mc}, & \text{если } \pi_i(-1)^w = \pi_f, \\ g'_V \frac{[1wu, p]}{Mc} + g_1 \frac{[1wu, \sigma p]}{Mc} + g_V \frac{\hbar[1wu, r]}{4M^2 c^3}, & \text{если } \pi_i(-1)^w = -\pi_f. \end{cases} \quad (11.36)$$

Аналогичным образом для матричного элемента от оператора  $\hat{I}_4^{(2)}$  получим

$$\langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \hat{I}_4^{(2)}(j) \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = (4\pi)^{3/2} \sum_{um} (-1)^u Y_{um}^*(\mathbf{n}_\nu) C_{J_i M_i um}^{J_f M_f} V(u), \quad (11.37)$$

где

$$V(u) = \begin{cases} G'_V[0uu] + G_1 \frac{\{1u, \sigma p\}}{Mc} + G_2 \frac{\{1u, p\}}{Mc}, & \text{если } \pi_i(-1)^u = \pi_f, \\ G'_P\{1u\} + g'_A \frac{[0uu, p]}{Mc} + g_P \frac{\hbar[0uu, r]}{4M^2 c^3}, & \text{если } \pi_i(-1)^u = -\pi_f. \end{cases} \quad (11.38)$$

Смысл формул (11.36) и (11.38) состоит в том, что при заданных чётностях ядерных состояний  $\pi_i$  и  $\pi_f$  матричные элементы от одних операторов отличны от нуля лишь при чётных значениях индексов  $u$  и  $w$ , а от других — лишь при нечётных<sup>1)</sup>.

## 11.6. Общее выражение для углового распределения нейтрино

Подставляя формулы (11.35) и (11.37) в общее выражение (В.190) и принимая во внимание результаты вычисления лептонной части, выполненные в разделе В.2.8, получим общее выражение для углового распределения нейтрино, в которое входят амплитуды  $A(wu)$  и  $V(u)$ . Любопытно, что при таком подходе нет, в сущности, никакой разницы, работаем мы с гамильтонианом полулептонного взаимодействия 1-го или 2-го порядка по  $v/c$ . В самом деле, структурой операторов слабого нуклонного тока определяется только явный вид амплитуд (11.36) и (11.38), в которых можно различить вклады 0-го, 1-го и 2-го порядков!

Другими словами, если бы я с самого начала догадался записать ядерные матричные элементы в форме (11.35) и (11.37), ограничившись учётом слагаемых 1-го порядка в амплитудах  $A(wu)$  и  $V(u)$ , то уже в статье 1996 года могло бы появиться совершенно общее выражение для углового распределения нейтрино, пригодное для описания произвольного перехода (а не только гамов-теллеровского). Фактически почти все необходимые вычисления были проделаны, но в обозначениях, приспособленных к рассмотренному частному случаю. На следующем этапе могли бы быть добавлены члены 2-го порядка в гамильтониан, что привело бы только к «удлинению» явных выражений для  $A(wu)$  и  $V(u)$ . Впрочем, судя по тому что подобный анализ никем до меня не был выполнен, всё это не вполне очевидно.

<sup>1)</sup> Амплитуды были обозначены  $V$  и  $A$ , поскольку в 0-м приближении по  $v/c$  имеем

$$V(u) = \begin{cases} g_V[0uu], & \text{если } \pi_i(-1)^u = \pi_f, \\ 0, & \text{если } \pi_i(-1)^u = -\pi_f, \end{cases} \quad A(wu) = \begin{cases} g_A[1wu], & \text{если } \pi_i(-1)^w = \pi_f, \\ 0, & \text{если } \pi_i(-1)^w = -\pi_f. \end{cases}$$

Полный ответ для коэффициентов  $B_K(F)$  в формуле (11.17) получился довольно громоздким. Понятно, что в нём есть слагаемые, квадратичные по  $V(u)$ , квадратичные по  $A(wu)$ , а также перекрестные члены. Удобно выделить два типа вкладов такого рода:

$$B_K(F) = B_K^{(I)}(F) + B_K^{(II)}(F). \quad (11.39)$$

Здесь

$$B_K^{(I)}(F) = U \left( \frac{1}{2} J_i F K, F J_i \right) \sum_{uu'} U(J_f u' J_i K, J_i u) \left( b_{VV}^{(I)}(u'u, K) V(u) V(u') + \right. \\ \left. + \sum_w b_{AV}^{(I)}(wu'u, K) A(wu) V(u') + \sum_{ww'} b_{AA}^{(I)}(w'wu'u, K) A(wu) A(w'u') \right), \quad (11.40)$$

$$b_{VV}^{(I)}(u'u, K) = C_{u0K0}^{u'0},$$

$$b_{AV}^{(I)}(wu'u, K) = -\frac{2}{\sqrt{3}} C_{u010}^{w0} C_{u0K0}^{u'0},$$

$$b_{AA}^{(I)}(w'wu'u, K) = \frac{1}{3} (-1)^{u'-u+w'-w} C_{w0K0}^{w'0} U(1w'uK, u'w) + \\ + \frac{\sqrt{2}}{3} \sum_N \sqrt{3(2N+1)(2u'+1)(2w+1)} \begin{Bmatrix} w' & u' & 1 \\ w & u & 1 \\ N & K & 1 \end{Bmatrix} C_{w0N0}^{w'0} C_{10K0}^{N0}, \quad (11.41)$$

а также

$$B_K^{(II)}(F) = \sum_N \sqrt{6(2N+1)(2J_i+1)(2F+1)} \begin{Bmatrix} J_i & F & 1/2 \\ J_i & F & 1/2 \\ N & K & 1 \end{Bmatrix} \sum_{uu'} U(J_f u' J_i N, J_i u) \times \\ \times \left( b_{VV}^{(II)}(u'u, K) V(u) V(u') + \sum_w b_{AV}^{(II)}(wu'u, K) A(wu) V(u') + \right. \\ \left. + \sum_{ww'} b_{AA}^{(II)}(w'wu'u, K) A(wu) A(w'u') \right), \quad (11.42)$$

$$b_{VV}^{(II)}(u'u, K) = C_{u0N0}^{u'0} C_{K010}^{N0},$$

$$b_{AV}^{(II)}(wu'u, K) = -\frac{2}{\sqrt{3}} C_{w0K0}^{u'0} U(u1u'K, wN) - \\ - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sum_{\Lambda} C_{w0\Lambda0}^{u'0} C_{K010}^{\Lambda0} U(u1u'\Lambda, wN) U(11NK, 1\Lambda),$$

$$b_{AA}^{(II)}(w'wu'u, K) = -\frac{1}{3} (-1)^{u'-u+w'-w} C_{w0N0}^{w'0} C_{K010}^{N0} U(1w'uN, u'w) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{3} (-1)^N \sqrt{\frac{2w'+1}{2w+1}} C_{w'010}^{u'0} C_{u'0K0}^{w0} U(u1u'K, wN) + \\
& + \frac{\sqrt{2}}{3} C_{w0K0}^{w'0} \sqrt{3(2N+1)(2u'+1)(2w+1)} \begin{Bmatrix} u & w & 1 \\ u' & w' & 1 \\ N & K & 1 \end{Bmatrix}. \quad (11.43)
\end{aligned}$$

Эти результаты вошли в препринт [377] и в статью [399], опубликованные в 1998–2000 годах.

Ранее были выписаны формулы (11.18)–(11.21) для углового распределения нейтрино, испускаемого в переходе  $J_i \rightarrow J_f = J_i \pm 1$ ,  $\pi_i = \pi_f$ , которые были получены при учёте одного только доминирующего приведённого матричного элемента [101]. Они следуют из выписанных выражений при подстановке в них следующих амплитуд:

$$V(u) = -\frac{G_P}{3} [101] \delta_{u1}, \quad A(wu) = G_A [101] \delta_{w0} \delta_{u1}. \quad (11.44)$$

### 11.7. Сверхтонкий эффект с точностью до слагаемых 2-го порядка по $v/c$

В случае когда  $K = 0$ , т. е. когда мы интересуемся парциальными вероятностями (11.22) захвата мюона из состояний сверхтонкой структуры, смысл разделения коэффициента  $B_0$  на  $B_0^{(I)}$  и  $B_0^{(II)}$  становится довольно прозрачным. Нетрудно видеть, что  $B_0^{(I)}$  (11.40) вообще не зависит от  $F$ , поскольку

$$U(\frac{1}{2}J_i F 0, F J_i) = 1. \quad (11.45)$$

Обратимся теперь к формуле (11.42) для  $B_0^{(II)}$ . При  $K = 0$  в сумме по  $N$  остаётся только одно слагаемое, соответствующее  $N = 1$ . Тогда зависимость  $B_0^{(II)}$  от  $F$  определяется следующим множителем:

$$\sqrt{6 \cdot 3 \cdot (2J_i + 1)(2F + 1)} \begin{Bmatrix} J_i & F & 1/2 \\ J_i & F & 1/2 \\ 1 & 0 & 1 \end{Bmatrix} = \sqrt{3} U(F \frac{1}{2} J_i 1, J_i \frac{1}{2}). \quad (11.46)$$

Таким образом, парциальная вероятность  $w^F$  распадается на части, одна из которых не зависит от  $F$ , тогда как другая — зависит:

$$w^F = \bar{w} + \delta w^F, \quad (11.47)$$

где

$$\bar{w} = C_\mu \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} B_0^{(I)}, \quad \delta w^F = C_\mu \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} B_0^{(II)}(F). \quad (11.48)$$

Полная же вероятность захвата мюона в соответствии с (11.16) получается равной

$$w = \bar{w} + \sum_F P(F) \delta w^F. \quad (11.49)$$

Заметим теперь, что заселённости  $P(F)$  состояний сверхтонкой структуры могут отличаться от статистических значений (11.6) лишь в случае, когда мюоны и ядрамишени поляризованы — см. (11.9). Если же, к примеру, ядра не поляризованы, то образующиеся мезоатомы распределяются по состояниям статистическим образом. Легко видеть, что в этом случае

$$w = \bar{w}. \quad (11.50)$$

В самом деле, второе слагаемое в правой части (11.49) обращается в нуль из-за тождества

$$\sum_F (2F + 1) U(F \frac{1}{2} J_i 1, J_i \frac{1}{2}) = 0, \quad (11.51)$$

которое следует из (A.152).

Таким образом, парциальная вероятность захвата мюона из состояния сверхтонкой структуры (11.47) представляет собой сумму средней вероятности  $\bar{w}$  (при статистическом распределении по уровням) и отклонения от среднего значения  $\delta w^F$ . Такая трактовка сверхтонкого эффекта была предложена Дж. Д. Валечкой в работе [141], появившейся в 1976 году. Ранее, в 1967 году, В. В. Балашов и Р. А. Эрамжян [83] подошли к описанию сверхтонкого эффекта совершенно иначе. Покажем, как связаны эти два подхода.

Начнем с того, что выпишем явные выражения для коэффициентов  $B_0^{(I)}$  и  $B_0^{(II)}(F)$ . Пользуясь формулами (11.40)–(11.43), находим

$$B_0^{(I)} = \sum_u \left( V^2(u) - \frac{2}{\sqrt{3}} \sum_w C_{u010}^{w0} A(wu) V(u) + \frac{1}{3} \sum_w A^2(wu) + \frac{\sqrt{2}}{3} \sum_{ww'} U(u1w'1, w1) C_{w010}^{w'0} A(wu) A(w'u) \right), \quad (11.52)$$

$$B_0^{(II)}(F) = \sqrt{3} U(F \frac{1}{2} J_i 1, J_i \frac{1}{2}) \sum_{uu'} U(J_f u' J_i 1, J_i u) \left( C_{u010}^{u'0} V(u) V(u') - \frac{2}{\sqrt{3}} A(u'u) V(u') - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sum_w C_{w010}^{u'0} U(u1u'1, w1) A(wu) V(u') + \frac{1}{3} (-1)^{u'-u} \sum_{ww'} C_{w010}^{u'0} U(1w'u1, u'w) A(wu) A(w'u') + \frac{2}{3} \sum_{w'} C_{u'010}^{w'0} A(u'u) A(w'u') + \frac{\sqrt{2}}{3} \sum_w U(w1u1, u'1) A(wu) A(wu') \right). \quad (11.53)$$

В правых частях этих выражений удобно выделить суммы по  $u$ . Суммы же по  $u'$ ,  $w$  и  $w'$  можно расписать в явной форме, воспользовавшись тем, что  $u'$  и  $w$  отличаются от  $u$ , а  $w'$  от  $u'$  не более чем на единицу.

Коэффициент  $B_0^{(I)}$  принимает при этом следующий вид:

$$B_0^{(I)} = \sum_u \left( V^2(u) + \frac{2}{\sqrt{3(2u+1)}} (\sqrt{u} A(u-1 u) - \sqrt{u+1} A(u+1 u)) V(u) + \frac{1}{3} \sum_w A^2(wu) - \frac{2}{3\sqrt{2u+1}} (\sqrt{u+1} A(u-1 u) + \sqrt{u} A(u+1 u)) A(uu) \right). \quad (11.54)$$

Нетрудно удостовериться в том, что этот результат может быть представлен и в такой простой форме:

$$B_0^{(I)} = \frac{1}{2} \sum_u (x^2(u) + y^2(u)). \quad (11.55)$$

Здесь введены две новые амплитуды:

$$x(u) = \sqrt{\frac{2u}{2u+1}} V(u) - \sqrt{\frac{2(u+1)}{3(2u+1)}} A(uu) + \sqrt{\frac{2}{3}} A(u-1u), \quad (11.56)$$

$$y(u) = \sqrt{\frac{2(u+1)}{2u+1}} V(u) + \sqrt{\frac{2u}{3(2u+1)}} A(uu) - \sqrt{\frac{2}{3}} A(u+1u). \quad (11.57)$$

Удивительно, но через эти же амплитуды выражается и коэффициент  $B_0^{(II)}(F)$ . Опуская все промежуточные результаты, выпишем ответ:

$$\begin{aligned} B_0^{(II)}(F) &= \frac{J_i(J_i+1) + 3/4 - F(F+1)}{4J_i(J_i+1)} \times \\ &\times \sum_u \left( (J_i(J_i+1) + u(u+1) - J_f(J_f+1)) \left( \frac{x^2(u)}{u} - \frac{y^2(u)}{u+1} \right) - \right. \\ &\left. - \frac{2\sqrt{(J_i+J_f+u+2)(J_i-J_f+u+1)(J_i+J_f-u)(J_f-J_i+u+1)} x(u+1)y(u)}{u+1} \right). \end{aligned} \quad (11.58)$$

По правде говоря, это довольно кропотливая работа — доказать, что формула (11.53) приводится к виду (11.58).

Таким образом, средняя вероятность захвата мюона  $\bar{w}$  и отклонения от среднего  $\delta w^F$  оказались выраженными через амплитуды  $x(u)$  и  $y(u)$ . Аргумент  $u$  этих амплитуд есть, фактически, угловой момент, передаваемый из ядерной системы в лептонную; при этом  $|J_f - J_i| \leq u \leq J_f + J_i$ . Теперь не составляет труда получить формулы для вероятностей  $w^+$  и  $w^-$ . Понятно, что каждая из них есть ряд по  $u$ . Но любопытно, что в обоих случаях каждый член ряда представляет собой полный квадрат:

$$\begin{aligned} w^+ &= C_\mu \frac{2J_f+1}{4(J_i+1)(2J_i+1)} \sum_u \frac{1}{u+1} \left( \sqrt{(J_i+J_f-u)(J_f-J_i+u+1)} x(u+1) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(J_i+J_f+u+2)(J_i-J_f+u+1)} y(u) \right)^2, \end{aligned} \quad (11.59)$$

$$\begin{aligned} w^- &= C_\mu \frac{2J_f+1}{4J_i(2J_i+1)} \sum_u \frac{1}{u+1} \left( \sqrt{(J_i+J_f+u+2)(J_i-J_f+u+1)} x(u+1) - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(J_i+J_f-u)(J_f-J_i+u+1)} y(u) \right)^2. \end{aligned} \quad (11.60)$$

Именно формулы такого типа для вероятностей захвата мюона из двух различных состояний сверхтонкой структуры были получены В. В. Балашовым и Р. А. Эрам-жяном [83] в 1967 году. Они, в частности, воспроизведены в монографии [150] 1978 года и в статье В. А. Кузьмина, А. А. Овчинниковой и Т. В. Тетеревой [332], появившейся в 1994-м.

Заметим теперь, что чётности  $\pi_i$  и  $\pi_f$  начального и конечного ядерных состояний известны. Поэтому при суммировании по  $u$  меняются знаки величин  $(-1)^u$  и  $(-1)^w$ ,



где  $u$  и  $w$  — аргументы амплитуд  $V(u)$  и  $A(wu)$ , через которые выражаются  $x(u)$  и  $y(u)$ . Но при этом меняются и явные выражения для  $V(u)$  (11.38) и  $A(wu)$  (11.36). Соответственно удобно ввести по два разных обозначения для амплитуд  $x(u)$  и  $y(u)$  — для чётных и нечётных  $u$ .

Следуя определениям, введённым В. В. Балашовым и Р. А. Эрамжяном, примем:

$$x(u) = \begin{cases} M_u(u), & \text{если } \pi_i(-1)^u = \pi_f, \\ -M_u(-u), & \text{если } \pi_i(-1)^u = -\pi_f, \end{cases} \quad (11.61)$$

$$y(u) = \begin{cases} M_u(-u-1), & \text{если } \pi_i(-1)^u = \pi_f, \\ M_u(u+1), & \text{если } \pi_i(-1)^u = -\pi_f. \end{cases} \quad (11.62)$$

Дополнительно принимается, что  $M_u(u) = M_u(-u-1) = 0$ , если  $u$  таково, что  $\pi_i(-1)^{u+1} = \pi_f$ , и, аналогично,  $M_u(-u) = M_u(u+1) = 0$ , если  $\pi_i(-1)^u = \pi_f$ .

Переписывая, пользуясь этими обозначениями, соотношения (11.59) и (11.60), мы получим аналоги формул (2.151) и (2.152) монографии [150] или формул (1) и (2) статьи [332]<sup>1)</sup>.

### 11.8. Амплитуды $\mu$ -захвата с точностью до слагаемых 2-го порядка по $v/c$

Итак, в общей форме задача описания сверхтонкого эффекта с точностью до слагаемых 2-го порядка по  $v/c$  решена. Ведь амплитуды  $x(u)$  и  $y(u)$  или, в общепринятых обозначениях,  $M$ -амплитуды,  $M_u(u)$ ,  $M_u(-u)$ ,  $M_u(-u-1)$  и  $M_u(u+1)$ , выражены через величины  $V(u)$  (11.38) и  $A(wu)$  (11.36), которые как раз и включают в себя все слагаемые 2-го порядка. Однако, проделав всё это, я осознал, что у меня, как в анекдоте,<sup>2)</sup> есть две новости — хорошая и плохая.

Хорошая заключается в следующем. В формализме, представленном в [83, 150] и восходящем к работе М. Мориты и А. Фуджи [59] 1960-го года, не только сверхтонкий эффект, но вообще все наблюдаемые в  $\mu$ -захвате (кроме, пожалуй, эффекта выстроенности, который не был удостоен внимания) выражены через  $M$ -амплитуды. Поэтому, раз уж, анализируя сверхтонкий эффект, я получил  $M$ -амплитуды с точностью до членов 2-го порядка, то теперь можно без труда исследовать влияние этих членов на любые измеряемые величины.

Плохо же было то, что к  $M$ -амплитудам я пришел невероятно сложным путем. В том способе рассмотрения  $\mu$ -захвата, которого я придерживался, естественно выглядели амплитуды  $A(wu)$  и  $V(u)$ . Через них в соответствии с (11.35) и (11.37)

<sup>1)</sup> Строго говоря, указанные формулы из двух приведённых источников несколько отличаются как друг от друга, так и от моего ответа. Первое, впрочем, неудивительно, поскольку авторы [332] прямо отметили в своей работе, что они внесли исправления в результаты, полученные в [83]. Что же касается второго, то формулы, приведённые в [83, 150], по-видимому, действительно не вполне точны. Дело в том, что результаты (11.59) и (11.60) я получил двумя совершенно разными способами; об одном уже рассказано, другой же представлен ниже в разделе 11.9. При этом мои формулы практически совпадают с (1) и (2) статьи [332]. Совпадение было бы полным, если в правые части определений (11.61), (11.62) я бы ввел дополнительный знак «минус» перед одной из амплитуд,  $M_u(u)$  или  $M_u(u+1)$ . Я, конечно, не могу этого сделать, потому что полученные мною амплитуды таковы, что в 0-м и 1-м приближениях по  $v/c$  они согласуются с результатами, представленными в монографии [150]. Я могу только предположить, что авторы [332] всё же переопределили знак  $M_u(u)$ , явным образом этого не указав.

<sup>2)</sup> Ну, например, так: «Большой, у меня для вас две новости — хорошая и плохая». — «Доктор, начните с хорошей». — «Болезнь назовут вашим именем...»

выражаются матричные элементы от векторной и скалярной составляющих оператора слабого ядерного тока. Но легко видеть, что даже средняя вероятность захвата мюона,  $\bar{w}$ , причудливым образом зависит от  $A(wu)$  и  $V(u)$  — см. (11.48) и (11.52). Что уж говорить про отклонение  $\delta w^F$  от средней вероятности!

Тот факт, что после кропотливых алгебраических преобразований вероятность  $\bar{w}$  принимает очень простой вид (11.48), (11.55), конечно же, означает, что амплитуды  $x(u)$  и  $y(u)$  или, что то же самое,  $M$ -амплитуды, имеют более глубокий смысл. Но я не видел, каким способом их можно ввести в рассмотрение на более раннем этапе анализа. Следовательно, осваивая теорию  $\mu$ -захвата по монографии И. Айзенберга и В. Грайнера [100], я упустил что-то важное. В частности, мне стало ясно, что эффект выстроенности, будь он выражен через  $M$ -амплитуды, принял бы намного более изящную форму, нежели это у меня вышло.

Разочарование было столь сильным, что, опубликовав в 2000 году статью [399], посвящённую, главным образом, вкладам 2-го порядка в  $M$ -амплитуды (т. е. «хорошей новости»), я на несколько лет потерял интерес ко всей этой тематике. Потом я всё-таки повторил расчёты, пользуясь другим методом. Соответствующие результаты изложены в следующем разделе. Здесь же приведены формулы для  $M$ -амплитуд, справедливые с точностью до членов 2-го порядка по  $v/c$ .

Вот эти явные выражения:

$$\begin{aligned}
M_u(u) = & \sqrt{\frac{2}{2u+1}} \left( \sqrt{u} G'_V[0uu] - \sqrt{\frac{u+1}{3}} G'_A[1uu] + \right. \\
& + \sqrt{\frac{2u+1}{3}} \left( g'_V - \frac{u}{2u+1} G_2 \right) \frac{[1u-1u,p]}{M} + \sqrt{\frac{u(u+1)}{3(2u+1)}} G_2 \frac{[1u+1u,p]}{M} - \\
& - \sqrt{\frac{2u+1}{3}} \left( \frac{u}{2u+1} G_1 - g_1 - \frac{u+1}{2(2u+1)} g_3 \right) \frac{[1u-1u,\sigma p]}{M} + \\
& + \sqrt{\frac{u(u+1)}{3(2u+1)}} \left( G_1 + \frac{1}{2} g_3 \right) \frac{[1u+1u,\sigma p]}{M} + \\
& + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(u-1)(u+1)}{3(2u+1)}} g_3 \frac{[2u-1u,\sigma p]}{M} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(u+1)(u+2)}{3(2u+1)}} g_3 \frac{[2u+1u,\sigma p]}{M} - \\
& \left. - \sqrt{\frac{u+1}{3}} g_2 \frac{[1uu,\sigma p^2]}{M^2} + \sqrt{\frac{2u+1}{3}} g_V \frac{[1u-1u,r]}{4M^2} \right), \quad (11.63)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_u(-u-1) = & \sqrt{\frac{2}{2u+1}} \left( \sqrt{u+1} G'_V[0uu] + \sqrt{\frac{u}{3}} G'_A[1uu] - \right. \\
& - \sqrt{\frac{2u+1}{3}} \left( g'_V - \frac{u+1}{2u+1} G_2 \right) \frac{[1u+1u,p]}{M} - \sqrt{\frac{u(u+1)}{3(2u+1)}} G_2 \frac{[1u-1u,p]}{M} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sqrt{\frac{2u+1}{3}} \left( \frac{u+1}{2u+1} G_1 - g_1 - \frac{u}{2(2u+1)} g_3 \right) \frac{[1u+1u, \sigma p]}{M} - \\
 & - \sqrt{\frac{u(u+1)}{3(2u+1)}} \left( G_1 + \frac{1}{2} g_3 \right) \frac{[1u-1u, \sigma p]}{M} - \\
 & - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u(u-1)}{3(2u+1)}} g_3 \frac{[2u-1u, \sigma p]}{M} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{u(u+2)}{3(2u+1)}} g_3 \frac{[2u+1u, \sigma p]}{M} + \\
 & + \sqrt{\frac{u}{3}} g_2 \frac{[1uu, \sigma p^2]}{M^2} - \sqrt{\frac{2u+1}{3}} g_V \frac{[1u+1u, r]}{4M^2} \Big), \quad (11.64)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_u(-u) = & \sqrt{\frac{2}{2u+1}} \left( -\sqrt{\frac{2u+1}{3}} \left( G'_A - \frac{u}{2u+1} G'_P \right) [1u-1u] - \right. \\
 & - \sqrt{\frac{u(u+1)}{3(2u+1)}} G'_P [1u+1u] - \sqrt{u} \left( g'_A + \frac{1}{3} g_3 \right) \frac{[0uu, p]}{M} + \\
 & + \sqrt{\frac{u+1}{3}} g'_V \frac{[1uu, p]}{M} + \sqrt{\frac{u+1}{3}} \left( g_1 + \frac{1}{2} g_3 \right) \frac{[1uu, \sigma p]}{M} + \\
 & + \sqrt{\frac{(u-1)(2u+1)}{6(2u-1)}} g_3 \frac{[2u-2u, \sigma p]}{M} - \frac{1}{6} \sqrt{\frac{(u+1)(2u+3)}{2u-1}} g_3 \frac{[2uu, \sigma p]}{M} - \\
 & \left. - \sqrt{\frac{2u+1}{3}} g_2 \frac{[1u-1u, \sigma p^2]}{M^2} - \sqrt{u} g_P \frac{[0uu, r]}{4M^2} + \sqrt{\frac{u+1}{3}} g_V \frac{[1uu, r]}{4M^2} \right), \quad (11.65)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_u(u+1) = & \sqrt{\frac{2}{2u+1}} \left( -\sqrt{\frac{2u+1}{3}} \left( G'_A - \frac{u+1}{2u+1} G'_P \right) [1u+1u] - \right. \\
 & - \sqrt{\frac{u(u+1)}{3(2u+1)}} G'_P [1u-1u] + \sqrt{u+1} \left( g'_A - \frac{1}{3} g_3 \right) \frac{[0uu, p]}{M} + \\
 & + \sqrt{\frac{u}{3}} g'_V \frac{[1uu, p]}{M} + \sqrt{\frac{u}{3}} \left( g_1 + \frac{1}{2} g_3 \right) \frac{[1uu, \sigma p]}{M} - \\
 & \left. - \sqrt{\frac{(u+2)(2u+1)}{6(2u+3)}} g_3 \frac{[2u+2u, \sigma p]}{M} + \frac{1}{6} \sqrt{\frac{u(2u-1)}{2u+3}} g_3 \frac{[2uu, \sigma p]}{M} - \right.
 \end{aligned}$$

$$- \sqrt{\frac{2u+1}{3}} g_2 \frac{[1u+1u, \sigma p^2]}{M^2} + \sqrt{u+1} g_P \frac{[0uu, r]}{4M^2} + \sqrt{\frac{u}{3}} g_V \frac{[1uu, r]}{4M^2} \Big). \quad (11.66)$$

Вклады 0-го и 1-го порядков определяются в амплитудах  $M_u(u)$  и  $M_u(-u-1)$  первыми тремя членами, а в амплитудах  $M_u(-u)$  и  $M_u(u+1)$  — первыми четырьмя членами. С точностью до некоторых знаков они имеют тот же вид, что и слагаемые 0-го и 1-го порядка, приведённые в монографии [150]. Расхождения в знаках отдельных слагаемых неизбежны; причина обсуждается в разделах В.2.7 и 10.6. Те знаки, которые здесь приведены, являются прямым следствием определений (В.194) и (В.196) приведённых матричных элементов<sup>1)</sup>.

Отмечу также, что из приведённых здесь общих формул следуют явные выражения для амплитуд  $M_1(-1)$  (10.2) и  $M_1(2)$  (10.3), в которых сохранены только слагаемые 0-го и 1-го порядков. Но там же, в разделе 10.6, уже было сказано, что хотя эти выражения отличаются от аналогичных формул книги [150] знаками некоторых слагаемых, зато точно согласуются с результатами, представленными в статье [332].

### 11.9. Ещё раз о вычислении углового распределения нейтрино

Общие формулы (В.190)–(В.192) для дифференциальной вероятности захвата мюона из определённого состояния сверхтонкой структуры мезоатома можно переписать и в такой форме:

$$\frac{dw^F(\mathbf{n}_\nu)}{d\Omega} = \frac{C_\mu}{(4\pi)^3} \sum_{\xi\xi'} a_\xi(F) a_{\xi'}^*(F) \sum_{M_i M_i' \sigma_\mu \sigma_\mu'} C_{J_i M_i \sigma_\mu}^{F\xi} C_{J_i M_i' \sigma_\mu'}^{F\xi'} \times \\ \times \sum_{\sigma_\nu} \langle f | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle \langle f | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma_\mu', \sigma_\nu) | J_i M_i' \rangle^*, \quad (11.67)$$

где

$$\widehat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) = e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \sum_{\lambda} \widetilde{j}_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) \left( i \widehat{I}_\lambda(j) \right) \widehat{\tau}_-(j). \quad (11.68)$$

В некотором смысле мы здесь возвращаемся к исходному выражению (В.183) с операторами перехода типа (В.175).

Оператор перехода содержит свертку:

$$\sum_{\lambda} \widetilde{j}_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) \left( i \widehat{I}_\lambda(j) \right) = \sum_q (-1)^q \widetilde{j}_{-q}(\sigma_\mu, \sigma_\nu) \left( i \widehat{I}_q(j) \right) + i \widetilde{j}_4(\sigma_\mu, \sigma_\nu) \widehat{I}_4(j). \quad (11.69)$$

<sup>1)</sup> Отметим, что замены  $[1u+1u] \rightarrow -[1u+1u]$  и  $[1u-1u, p] \rightarrow -[1u-1u, p]$  в определениях  $M$ -амплитуд, приведённых в [150], дают те же знаки вкладов 0-го и 1-го порядков, что и здесь. Этот результат понятен в свете того, что в знаках слагаемых, связанных с приведёнными матричными элементами  $[1u-1u]$  и  $[1u+1u, p]$ , отличий нет. Действительно, в формулах (В.196) (в отличие от [150]) множитель  $i^w$  включен в определение приведённого матричного элемента вместе со сферической гармоникой  $Y_{wm}(\mathbf{r}_j)$ ; следовательно, между величинами  $[1u-1u]$  и  $[1u+1u]$ , а также  $[1u-1u, p]$  и  $[1u+1u, p]$  с неизбежностью должен возникать множитель  $i^2 = -1$ .

При этом матричные элементы по начальному и конечному состояниям ядра от операторов, включающих в себя  $i\hat{I}_q(j)$  и  $\hat{I}_4(j)$ , известны — см. выражения (11.35) и (11.37). Так вот, оказалось, что все наблюдаемые в захвате мюонов вычисляются намного проще, если не объединять лептонные токи в единый фактор (В.191), а привести каждый из лептонных токов к виду, схожему с (11.35) и (11.37).

Именно этот путь и был предложен М. Моритой и А. Фуджи [59]. Методы этой работы, однако, не показались мне настолько ясными, чтобы точно им следовать. Я скорее оттолкнулся (но не более того) от рассуждений, которые приведены в статье Дж. Д. Валечки [141], посвящённой независимому анализу сверхтонкого эффекта в захвате мюона.

Начнём с более простой составляющей  $\tilde{j}_4$  лептонного тока. Подставляя в определение (В.192) биспиноры (В.142), (В.144) и матрицы (В.139), получим

$$\tilde{j}_4(\sigma_\mu, \sigma_\nu) = \frac{i}{\sqrt{2}} (\varphi^+_{\nu}(\sigma_\nu)\varphi_\mu(\sigma_\mu) - \varphi^+_{\nu}(\sigma_\nu)(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}_\nu)\varphi_\mu(\sigma_\mu)). \quad (11.70)$$

Представим, далее, скалярное произведение  $\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}_\nu$  в форме (А.104) и воспользуемся соотношением (А.123),

$$\varphi^+_{\nu}(\sigma_\nu)\sigma_{-q}\varphi_\mu(\sigma_\mu) = (-1)^q\sqrt{3}C_{\frac{1}{2}\sigma_\nu 1q}^{\frac{1}{2}\sigma_\mu}. \quad (11.71)$$

Тогда искомая составляющая лептонного тока примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{j}_4(\sigma_\mu, \sigma_\nu) &= \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \delta_{\sigma_\mu\sigma_\nu} - \sqrt{4\pi} \sum_q Y_{1q}(\mathbf{n}_\nu) C_{\frac{1}{2}\sigma_\nu 1q}^{\frac{1}{2}\sigma_\mu} \right) = \\ &= \frac{i\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2}} \sum_{Qq} (-1)^Q Y_{Qq}(\mathbf{n}_\nu) C_{\frac{1}{2}\sigma_\nu Qq}^{\frac{1}{2}\sigma_\mu}. \end{aligned} \quad (11.72)$$

Что же касается векторной составляющей лептонного тока,

$$\tilde{\mathbf{j}}(\sigma_\mu, \sigma_\nu) = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi^+_{\nu}(\sigma_\nu)\boldsymbol{\sigma}\varphi_\mu(\sigma_\mu) - \varphi^+_{\nu}(\sigma_\nu)(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}_\nu)\boldsymbol{\sigma}\varphi_\mu(\sigma_\mu)), \quad (11.73)$$

то её сферические составляющие, входящие в (11.69), с помощью подобных же рассуждений представляются в следующей форме:

$$\tilde{j}_{-q}(\sigma_\mu, \sigma_\nu) = -\frac{(-1)^q\sqrt{3}\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2}} \sum_{Q'q'\eta} (-1)^{Q'} Y_{Q'q'}(\mathbf{n}_\nu) C_{\frac{1}{2}\sigma_\nu Q'q'}^{\frac{1}{2}\eta} C_{\frac{1}{2}\eta 1q}^{\frac{1}{2}\sigma_\mu}. \quad (11.74)$$

Собирая всё вместе, несложно показать, что матричные элементы, входящие в (11.67), приводятся к виду

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A \hat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle &= -\frac{(4\pi)^2}{\sqrt{2}} \sum_{QqQ'q'} (-1)^{Q'} Y_{Q'q'}(\mathbf{n}_\nu) C_{\frac{1}{2}\sigma_\nu Q'q'}^{\frac{1}{2}\eta} C_{\frac{1}{2}\eta Qq}^{\frac{1}{2}\sigma_\mu} \times \\ &\times \sum_{wm} (-1)^w Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) \sum_{uM} C_{Qqwm}^{uM} C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} W_Q(wu), \end{aligned} \quad (11.75)$$

где

$$W_0(wu) = \delta_{wu} V(u), \quad W_1(wu) = A(wu). \quad (11.76)$$

Пользуясь, далее, тем, что

$$Y_{Q'q'}(\mathbf{n}_\nu) Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) = \sum_{l\alpha} \sqrt{\frac{(2l+1)(2w+1)}{4\pi(2Q'+1)}} C_{w0l0}^{Q'0} C_{wm l\alpha}^{Q'q'} Y_{l\alpha}(\mathbf{n}_\nu), \quad (11.77)$$

после несложных преобразований находим

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle &= -\frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{2}} \sum_{lju} \sum_{m\mu M} (-1)^{u+\mu+\frac{1}{2}} Y_{lm}(\mathbf{n}_\nu) \times \\ &\times C_{lm \frac{1}{2} \sigma_\nu}^{j\mu} C_{j-\mu \frac{1}{2} \sigma_\mu}^{uM} C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} \xi_{lju}, \end{aligned} \quad (11.78)$$

где

$$\xi_{lju} = \sum_{Q'Q''w} (-1)^{Q+Q'} \sqrt{\frac{(2Q'+1)(2j+1)}{2w+1}} C_{l0Q''0}^{w0} U(jw \frac{1}{2} Q', \frac{1}{2} l) U(ju \frac{1}{2} Q, \frac{1}{2} w) W_Q(wu). \quad (11.79)$$

Формула (11.78) представляет собой аналог соотношений (3.18) [83] и (2.149) [150], лежащих в основе вычислений, осуществленных В. В. Балашовым, Г. Я. Коренманом и Р. А. Эрамжяном. Следующий шаг состоит в исследовании коэффициентов  $\xi_{lju}$ . Непосредственные вычисления показывают, что при  $j = u - \frac{1}{2}$  или  $j = u + \frac{1}{2}$  эти величины не зависят от индекса  $l$ , который, в свою очередь, равен либо  $j - \frac{1}{2}$ , либо  $j + \frac{1}{2}$ . Результаты этих вычислений имеют вид

$$\xi_{u-1 u-\frac{1}{2} u} = \xi_{u u-\frac{1}{2} u} = x(u), \quad \xi_{u u+\frac{1}{2} u} = \xi_{u+1 u+\frac{1}{2} u} = y(u), \quad (11.80)$$

где  $x(u)$  и  $y(u)$  определяются формулами (11.56) и (11.57) и связаны с  $M$ -амплитудами соотношениями (11.61) и (11.62).

Подстановка матричных элементов (11.78) в общее выражение (11.67) позволяет довольно быстро привести искомую дифференциальную вероятность захвата мюона с вылетом нейтрино в направлении  $\mathbf{n}_\nu$  к виду (11.17). При этом для коэффициентов  $B_K(F)$  возникает очень скромное выражение,

$$\begin{aligned} B_K(F) &= \frac{2J_i+1}{2(2F+1)} \sum_{w'j'j'u'u'} C_{l0K0}^{l'0} U(\frac{1}{2} j' l' K, l j') U(J_f F j' K, j F) \times \\ &\times U(J_f J_i j \frac{1}{2}, u F) U(J_f J_i j' \frac{1}{2}, u' F) \xi_{lju} \xi_{l'j'u'}, \end{aligned} \quad (11.81)$$

эквивалентное, разумеется, формулам (11.39)–(11.43), но значительно более простое. Понятно, что при желании не составляет труда расписать для самого общего случая эффект выстроенности,  $B_2(F)$ , через  $M$ -амплитуды.

Интересно вернуться к сверхтонкому эффекту, для которого теперь имеем

$$w^F = C_\mu \frac{2J_f+1}{2J_i+1} B_0(F), \quad (11.82)$$

где

$$B_0(F) = \frac{2J_i+1}{2(2F+1)} \sum_{l'j'u'u'} U(J_f J_i j \frac{1}{2}, u F) U(J_f J_i j' \frac{1}{2}, u' F) \xi_{lju} \xi_{l'j'u'}. \quad (11.83)$$

В этом подходе вероятность  $w^F$  не распадается естественным образом на  $\bar{w}$  и  $\delta w^F$ , как это получалось в разделе 11.7. Несложно, однако, проверить, что результат суммирования по  $F$  со статистическими значениями (11.6) заселённости  $P(F)$  даёт

$$\bar{w} \equiv \sum_F \frac{2F+1}{2(2J_i+1)} w^F = C_\mu \frac{2J_f+1}{2(2J_i+1)} \sum_u \left( x^2(u) + y^2(u) \right), \quad (11.84)$$

в точном соответствии с (11.48) и (11.55). Здесь мы воспользовались условием ортогональности функций Рака (A.145),

$$\sum_F U(J_f J_i j \frac{1}{2}, uF) U(J_f J_i j \frac{1}{2}, u'F) = \delta_{uu'}, \quad (11.85)$$

а также соотношениями (11.80).

В общем же случае коэффициенту  $B_0(F)$  (11.83) несложно придать следующую форму:

$$B_0(F) = \frac{2J_i+1}{2F+1} \sum_u \left( U(J_f J_i u + \frac{1}{2} \frac{1}{2}, u+1 F) x(u+1) + U(J_f J_i u + \frac{1}{2} \frac{1}{2}, uF) y(u) \right)^2. \quad (11.86)$$

Подставляя сюда явные выражения для функций Рака, мы вновь независимым образом приходим к формулам (11.59) и (11.60) для вероятностей  $w^+$  и  $w^-$ .

## ЗАХВАТ МЮОНОВ С РАСПАДОМ ДОЧЕРНИХ ЯДЕР

## 12.1. Постановка задачи

В разделе 10.5 было рассказано, при каких обстоятельствах мои коллеги заинтересовались мюонами. Их удивило, что экспериментальные данные по скорости захвата мюонов ядрами  ${}^6\text{Li}$  дают сильно заниженную величину формфактора  $g_P$ . Причиной расхождения мог быть неточный расчёт. Мои коллеги вычислили скорость захвата в трёхчастичной модели ядра  ${}^6\text{Li}$ , но это не привело к заметным улучшениям.

Возникла, однако, идея исследовать процесс захвата мюонов ядрами  ${}^6\text{Li}$  с переходом дочернего ядра  ${}^6\text{He}$  в состояния непрерывного спектра. Дело в том, что энергия связи ядра  ${}^6\text{He}$  не очень велика (она равна 0.975 МэВ); при этом других связанных состояний, кроме основного, у этого ядра нет. Таким образом, сразу ясно, что полная вероятность распада дочернего ядра довольно значительна (так как в  $\mu$ -захвате выделяется энергия, значительно превосходящая указанную энергию связи). Тонкость заключается в том, что в непрерывном спектре ядро  ${}^6\text{He}$  представляет собой систему трёх частиц,  $\alpha + n + n$ . Поэтому с помощью тех методов, которые применяются для анализа бинарных процессов, эту задачу решить нельзя.

Между тем идеей заинтересовались экспериментаторы. Дело в том, что значительно проще регистрировать нейтроны, нежели ядра отдачи  ${}^6\text{He}$ . Вообще, мишень с ядрами  ${}^6\text{Li}$  делается очень тонкой как раз для того чтобы сравнительно медленные ядра  ${}^6\text{He}$  могли выйти из мишени и быть пойманными. В принципе, набор статистики можно ускорить, увеличив толщину мишени. Пусть при этом ядра  ${}^6\text{He}$  и  $\alpha$ -частицы не выходят наружу — вылетающие нейтроны, слабо взаимодействующие с мишенью, ясно укажут на факт захвата мюона. Более того, угловая корреляция импульсов нейтронов с осью спиновой ориентации ядер-мишеней может сама по себе оказаться чувствительной к формфактору  $g_P$ .

К сожалению, только малая часть этого плана была осуществлена. А именно, выполнена лишь оценка возможного  $T$ -неинвариантного эффекта в захвате мюона ядром  ${}^6\text{Li}$  с распадом в непрерывный спектр [358]. Хотя в действительности статья [358] — это только побочный результат подготовки к решению общей задачи.

12.2. Волновая функция системы  $\alpha + N + N$ 

Волновая функция системы, состоящей из трёх частиц, может быть построена с помощью гиперсферических гармоник. Этот метод подробно описан, к примеру, в книге Р. И. Джибути и К. В. Шитиковой [317]. Его основные идеи изложены также в приложении Б.3.

В нашем случае речь идёт об  $\alpha$ -частице и двух нуклонах, положения которых заданы в лабораторной системе отсчёта векторами  $\mathbf{r}_\alpha$ ,  $\mathbf{r}_{N1}$  и  $\mathbf{r}_{N2}$  соответственно.



Пользуясь определениями (Б.165), вводим следующие величины:

$$\mathbf{x} = \sqrt{\frac{M}{2}} (\mathbf{r}_{N2} - \mathbf{r}_{N1}), \quad \mathbf{y} = \sqrt{\frac{4M}{3}} \left( \mathbf{r}_\alpha - \frac{\mathbf{r}_{N1} + \mathbf{r}_{N2}}{2} \right), \quad (12.1)$$

которые описывают относительное положение двух нуклонов и положение  $\alpha$ -частицы относительно центра масс пары нуклонов; здесь  $M$  — масса нуклона. Импульсы  $\mathbf{p}_x$  и  $\mathbf{p}_y$ , сопряженные координатам  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$ , следующим образом выражаются через импульсы нуклонов и  $\alpha$ -частицы в лабораторной системе отсчёта:

$$\mathbf{p}_x = \frac{1}{\sqrt{2M}} (\mathbf{p}_{N2} - \mathbf{p}_{N1}), \quad \mathbf{p}_y = \frac{1}{\sqrt{3M}} \left( \frac{\mathbf{p}_\alpha}{2} - (\mathbf{p}_{N1} + \mathbf{p}_{N2}) \right). \quad (12.2)$$

Спин и изоспин  $\alpha$ -частицы равны нулю. Поэтому спиновая и изоспиновая части полной волновой функции системы  $\alpha + N + N$  определяются нуклонами. В полной аналогии с (6.13) и (6.14) введём полный набор спин-изоспин-угловых функций, соответствующих трём выбранным частицам:

$$|JM; \beta T\tau\rangle = \sum_{m\sigma} C_{LmS\sigma}^{JM} i^K \Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega) \chi_{S\sigma}(\sigma_1, \sigma_2) \chi_{T\tau}(\tau_1, \tau_2), \quad \beta \equiv (l_x, l_y, K, L, S). \quad (12.3)$$

Здесь

$$\chi_{S\sigma}(\sigma_1, \sigma_2) = \sum_{\lambda_1 \lambda_2} C_{\frac{1}{2} \lambda_1 \frac{1}{2} \lambda_2}^{S\sigma} \chi_{\frac{1}{2} \lambda_1}(\sigma_1) \chi_{\frac{1}{2} \lambda_2}(\sigma_2), \quad (12.4)$$

$$\chi_{T\tau}(\tau_1, \tau_2) = \sum_{t_1 t_2} C_{\frac{1}{2} t_1 \frac{1}{2} t_2}^{T\tau} \chi_{\frac{1}{2} t_1}(\tau_1) \chi_{\frac{1}{2} t_2}(\tau_2), \quad (12.5)$$

а о свойствах гипергармоник  $\Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega)$  (Б.175) рассказано в разделе Б.3.2.

Волновая функция, описывающая состояние трёх частиц с определёнными угловым моментом  $J$  и его проекцией  $M$  на ось  $z$ , является решением уравнения Шредингера:

$$(\hat{T} + \hat{U}) \Psi_{JM}^\tau = E_0 \Psi_{JM}^\tau. \quad (12.6)$$

Здесь  $\hat{U}$  — оператор взаимодействия частиц. Волновую функцию можно искать в виде следующего разложения<sup>1)</sup>:

$$\Psi_{JM}^\tau(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) = \sum_{\beta T} R_{\beta J}^{T\tau}(\rho) |JM; \beta T\tau\rangle. \quad (12.7)$$

Заметим, что волновая функция должна менять знак при перестановке координат нуклонов:

$$\Psi_{JM}^\tau(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) = -\Psi_{JM}^\tau(-\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_2, \sigma_1, \tau_2, \tau_1). \quad (12.8)$$

Это означает, что в разложение (12.7) входят лишь следующие составляющие: если  $T = 0$ , то либо  $S = 0$  и  $l_x = 1, 3, 5, \dots$ , либо  $S = 1$  и  $l_x = 0, 2, 4, \dots$ , если же  $T = 1$ , то либо  $S = 0$  и  $l_x = 0, 2, 4, \dots$ , либо  $S = 1$  и  $l_x = 1, 3, 5, \dots$

<sup>1)</sup> Указание на аналогию с (6.16) здесь было бы не вполне точным. В самом деле, мы вводим функцию с определёнными  $J$  и  $M$ . Для связанного состояния это буквально волновая функция. Состояние рассеяния описывается суперпозицией функций с разными  $J$  и  $M$ . Соответствующая волновая функция вводится ниже формулой (12.18), полностью аналогичной (6.16).

Подставляя формулу (12.7) в уравнение Шредингера и осуществляя проецирование на состояние  $\langle \beta T \tau; JM |$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R_{\beta J}^{T\tau}(\rho)}{d\rho^2} + \frac{5}{\rho} \frac{dR_{\beta J}^{T\tau}(\rho)}{d\rho} - \frac{K(K+4)}{\rho^2} R_{\beta J}^{T\tau}(\rho) + \frac{2E_0}{\hbar^2} R_{\beta J}^{T\tau}(\rho) - \\ - \frac{2}{\hbar^2} \sum_{\beta' T'} \langle JM; \beta T \tau | \hat{U} | JM; \beta' T' \tau \rangle R_{\beta' J}^{T'\tau}(\rho) = 0. \end{aligned} \quad (12.9)$$

Этот результат подобен уравнению (6.17) для связанных каналов в задаче двух тел. В отсутствие потенциала  $\hat{U}$  уравнение для радиальных функций принимает вид (Б.181).

### 12.3. Состояния дискретного и непрерывного спектров в системе $\alpha + N + N$

Отрицательным энергиям,  $E_0 < 0$ , соответствуют связанные состояния. Полная волновая функция системы должна быть нормирована на единицу. Поэтому радиальные функции во всех каналах должны быть затухающими,

$$R_{\beta J}^{T\tau}(\rho) \rightarrow 0, \quad \rho \rightarrow \infty. \quad (12.10)$$

Это условие выполняется лишь при определённых энергиях, которые и формируют дискретный спектр системы.

Рассмотрим теперь случай, когда  $E_0 > 0$ . Предположим сначала, что частицы не взаимодействуют, т. е.  $\hat{U} = 0$ . Пусть также все частицы различимы (среди них нет тождественных). Тогда каждой частице может быть приписан определённый импульс. В системе центра масс относительные движения частиц заданы в соответствии с (12.2) импульсами  $\mathbf{p}_x$  и  $\mathbf{p}_y$ . Состояние таких свободно движущихся частиц в системе центра масс полностью описывается функцией

$$\Psi = e^{i(\mathbf{k}_x \mathbf{x} + \mathbf{k}_y \mathbf{y})} \chi_{S\sigma}(\sigma_1, \sigma_2) \chi_{T\tau}(\tau_1, \tau_2). \quad (12.11)$$

Здесь использованы волновые векторы  $\mathbf{k}_x = \mathbf{p}_x/\hbar = (k_x, \vartheta_{kx}, \varphi_{kx})$  и  $\mathbf{k}_y = \mathbf{p}_y/\hbar = (k_y, \vartheta_{ky}, \varphi_{ky})$ . Введём также переменные  $k$  и  $\vartheta_k$ :

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, \quad k_x = k \sin \vartheta_k, \quad k_y = k \cos \vartheta_k. \quad (12.12)$$

Энергия в системе центра масс равна (см. (Б.167) и (Б.181))

$$E_0 = \frac{\mathbf{p}_x^2}{2} + \frac{\mathbf{p}_y^2}{2} = \frac{\hbar^2 k^2}{2}. \quad (12.13)$$

Таким образом, параметр  $\vartheta_k$  определяет, как эта энергия распределена между подсистемами  $N + N$  и  $\alpha + (2N)$ .

Координатная часть волновой функции свободного движения, разумеется, может быть представлена в виде (Б.180); при этом для радиальных функций справедливо (Б.182). Искомое разложение (аналог формулы Рэлея) выглядит следующим образом (см. [317]):

$$e^{i(\mathbf{k}_x \mathbf{x} + \mathbf{k}_y \mathbf{y})} = (2\pi)^3 \sum_{l_x l_y K L m} i^K \frac{J_{K+2}(k\rho)}{(k\rho)^2} \Phi_{K L m}^{l_x l_y *}(\Omega_k) \Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega), \quad (12.14)$$

где  $\Omega_k = (\vartheta_k, \vartheta_{kx}, \varphi_{kx}, \vartheta_{ky}, \varphi_{ky})$ . Входящие сюда функции Бесселя выражаются через функции Ханкеля

$$J_{K+2}(x) = \frac{1}{2} \left( H_{K+2}^{(-)}(x) + H_{K+2}^{(+)}(x) \right), \quad (12.15)$$

которые удовлетворяют следующим асимптотическим условиям:

$$H_{K+2}^{(\mp)}(x) \rightarrow \left( \frac{2}{\pi x} \right)^{1/2} e^{\mp i(x - (K + \frac{5}{2})\frac{\pi}{2})}. \quad (12.16)$$

Введём теперь взаимодействие  $\hat{U}$ . Если оно является короткодействующим, то в асимптотике  $\rho \rightarrow \infty$  можно принять, что последнее слагаемое в левой части (12.9) обращается в нуль. Тогда волновую функцию системы  $\alpha + N + N$  можно записать в форме (аналогичной (6.18))

$$\begin{aligned} \Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{S\sigma T\tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = & \sum_{JM l_x l_y KL} \left( \frac{(2\pi)^3}{2} C_{LmS\sigma}^{JM} \Phi_{K L m}^{l_x l_y *}(\Omega_k) \right) \times \\ & \times \left( \frac{H_{K+2}^{(-)}(k\rho)}{(k\rho)^2} |JM; \beta T \tau\rangle + \sum_{\beta' T'} S_J(\beta T \rightarrow \beta' T') \frac{H_{K'+2}^{(+)}(k\rho)}{(k\rho)^2} |JM; \beta' T' \tau\rangle \right). \end{aligned} \quad (12.17)$$

Нетрудно удостовериться в том, что она приводится к стандартному виду «падающая волна» (12.11) + «расходящаяся волна».

В общем же случае функция  $\Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{S\sigma T\tau}$  может быть представлена в виде суперпозиции по  $J$  и  $M$  вкладов вида (12.7), а именно:

$$\Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{S_0 \sigma T_0 \tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) = \sum_{JM \beta T} R_{\beta T JM}^{S_0 \sigma T_0 \tau}(\rho) |JM; \beta T \tau\rangle, \quad (12.18)$$

где  $S_0$  и  $T_0$  — это спин и изоспин пары нуклонов во входном состоянии (12.11). Радиальные функции, разумеется, удовлетворяют уравнениям (12.9). Сравнив (12.18) при  $\rho \rightarrow \infty$  с (12.17), установим явный вид радиальных функций в асимптотике (в полной аналогии с (6.24)):

$$\begin{aligned} R_{\beta T JM}^{S_0 \sigma T_0 \tau}(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = & \sum_{l_x l_y K_0 L_0} \left( \frac{(2\pi)^3}{2} C_{L_0 m S_0 \sigma}^{JM} \Phi_{K_0 L_0 m}^{l_x l_y *}(\Omega_k) \right) \times \\ & \times \left( \delta_{\beta \beta_0} \delta_{T T_0} \frac{H_{K+2}^{(-)}(k\rho)}{(k\rho)^2} + S_J(\beta_0 T_0 \rightarrow \beta T) \frac{H_{K+2}^{(+)}(k\rho)}{(k\rho)^2} \right). \end{aligned} \quad (12.19)$$

На следующем шаге, подобно тому как это делалось в задаче двух тел (см. (6.25)), естественно взять радиальные функции в форме

$$R_{\beta T JM}^{S_0 \sigma T_0 \tau}(\rho) = 2 \sum_{l_x l_y K_0 L_0} \left( \frac{(2\pi)^3}{2} C_{L_0 m S_0 \sigma}^{JM} \Phi_{K_0 L_0 m}^{l_x l_y *}(\Omega_k) \right) \frac{F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho)}{(k\rho)^{5/2}}. \quad (12.20)$$

Функции  $F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho)$  удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho)}{d\rho^2} - \frac{\mathcal{K}(\mathcal{K} + 1)}{\rho^2} F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho) + k^2 F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho) - \\ - \frac{2}{\hbar^2} \sum_{\beta' T'} \langle JM; \beta T \tau | \hat{U} | JM; \beta' T' \tau \rangle F_{\beta_0 T_0 \beta' T'}^{J\tau}(\rho) = 0, \end{aligned} \quad (12.21)$$

где  $\mathcal{K} = K + \frac{3}{2}$ , и следующим граничным условиям:

$$F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = \frac{(k\rho)^{5/2}}{2} \left( \delta_{\beta_0 \beta} \delta_{T_0 T} \frac{H_{K+2}^{(-)}(k\rho)}{(k\rho)^2} + S_J(\beta_0 T_0 \rightarrow \beta T) \frac{H_{K+2}^{(+)}(k\rho)}{(k\rho)^2} \right). \quad (12.22)$$

Эти результаты аналогичны формулам (6.26) и (6.27) в задаче двух тел.

В заключение данного раздела отметим, что в системе  $\alpha + N + N$  нуклоны являются тождественными частицами. Поэтому волновая функция, описывающая рассеяние трёх сталкивающихся частиц друг на друге, должна менять знак при перестановке координат нуклонов. Это, конечно, означает, что при суммировании по  $l_x$ ,  $S$  и  $T$  в формуле (12.18) следует ограничиться теми слагаемыми, которые обеспечивают выполнение условия (12.8). Решения, описывающие рассеяние, существуют для всех положительных значений  $E$ . Таким образом, здесь мы имеем дело с непрерывным спектром.

#### 12.4. Захват мюона ядром ${}^6\text{Li}$ с переходом в непрерывный спектр ядра ${}^6\text{He}$

Пусть ядро  ${}^6\text{Li}$  (в основном состоянии  $J_i^{\pi_i} = 1^+$  и  $T_i = 0$ ) захватывает мюон и превращается в ядро  ${}^6\text{He}$ . В общем случае дифференциальная вероятность перехода определяется формулой (11.67). До сих пор всюду принималось, что конечное состояние  $|f\rangle = |J_f M_f\rangle$  является связанным (в частности, для связанного состояния ядра  ${}^6\text{He}$  имеем:  $J_f^{\pi_f} = 0^+$  и  $T_f = 1$ ). Если же конечное состояние ядра  ${}^6\text{He}$  лежит в непрерывном спектре, то нужно сделать несколько оговорок.

Во-первых, в соответствии с известным правилом, волновая функция конечного состояния  $|f\rangle$  должна иметь асимптотику «плоская волна» + «сходящаяся волна». Таким образом, если эта функция берется в форме (12.18) с радиальными множителями вида (12.20), то асимптотики функций  $F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho)$ , удовлетворяющих уравнениям (12.21), должны выглядеть следующим образом:

$$F_{\beta_0 T_0 \beta T}^{J\tau}(\rho) \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = \frac{(k\rho)^{5/2}}{2} \left( \delta_{\beta_0 \beta} \delta_{T_0 T} \frac{H_{K+2}^{(+)}(k\rho)}{(k\rho)^2} + S_J(\beta_0 T_0 \rightarrow \beta T) \frac{H_{K+2}^{(-)}(k\rho)}{(k\rho)^2} \right). \quad (12.23)$$

Соответствующая волновая функция  $\Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{S_0 \sigma T_0 \tau}$  описывает три разлетающиеся частицы (в системе их центра масс); та её часть, которая соответствует плоской волне, имеет вид (12.11). Набор величин  $\Omega_k$ , входящих в (12.20), определяет, как полная энергия распределяется между подсистемами  $N + N$  и  $\alpha + (2N)$  и куда направлены волновые векторы  $\mathbf{k}_x$  и  $\mathbf{k}_y$ , описывающие относительное движение удаляющихся друг от друга частиц. Два нуклона находятся в состоянии с полным спином  $S_0$  и его проекцией  $\sigma$  на ось  $z$ ; в случае ядра  ${}^6\text{He}$  речь идёт о двух нейтронах, и поэтому  $\tau = -1$  и, следовательно,  $T = 1$ .

Во-вторых, в эксперименте, конечно, невозможно выделить переход в определённое состояние непрерывного спектра, в частности такое, асимптотика которого описывается «плоской волной» (12.11)<sup>1)</sup>. Необходимо, следовательно, внести поправки в формулу (В.183), описывающую дифференциальную вероятность захвата мюона с переходом к бинарной системе — нейтрино и ядру отдачи. В первую очередь следует пересмотреть выражение для плотности конечных состояний.

Начнём с того, что в лабораторной системе отсчёта мезоатом  ${}^6\text{Li}+\mu$  покоится. Поэтому суммарный импульс четырёх частиц, возникающих в результате захвата мюона, есть нуль,

$$\mathbf{p}_{N1} + \mathbf{p}_{N2} + \mathbf{p}_\alpha + \mathbf{p}_\nu = 0, \quad (12.24)$$

или, иначе,

$$\mathbf{P}_{\text{cm}} + \mathbf{p}_\nu = 0, \quad (12.25)$$

где  $\mathbf{P}_{\text{cm}}$  — импульс центра масс системы  $\alpha + n + n$ . Следовательно только три импульса являются независимыми. Плотность конечных состояний по общему правилу есть

$$d\rho = \frac{d^3p_{N1}d^3p_{N2}d^3p_\alpha}{(2\pi\hbar)^9 dE}. \quad (12.26)$$

Соотношения (Б.169) позволяют выразить эту плотность через произведение  $d^3p_x d^3p_y d^3P_{\text{cm}}$ . При этом в силу условия (12.25)  $d^3P_{\text{cm}} = d^3p_\nu$ . Поэтому можно сказать, что возникает поправочный множитель к ранее использовавшейся плотности состояний (В.184), а именно:

$$d\rho = d\rho(E_\nu) \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \frac{M^3 d^3k_x d^3k_y}{(2\pi)^6}. \quad (12.27)$$

Если, далее, выполнить преобразование от  $d^3k_x d^3k_y$  к переменным  $k, \vartheta_k, \vartheta_{kx}, \varphi_{kx}, \vartheta_{ky}, \varphi_{ky}$ , аналогичное (Б.174), и учесть связь (12.13) между  $k$  и  $E_0$ , то получим

$$d\rho = d\rho(E_\nu) \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \frac{4M^3 E_0^2 dE_0 \sin^2 \vartheta_k \cos^2 \vartheta_k d\vartheta_k d\Omega_{kx} d\Omega_{ky}}{(2\pi\hbar)^6}. \quad (12.28)$$

К счастью, в рассматриваемой задаче имеется обстоятельство, значительно всё упрощающее. Дело в том, что в непрерывном спектре ядра  ${}^6\text{He}$  при энергии  $E_0 = 1.8$  МэВ имеется хорошо выраженный резонанс со спином и чётностью  $2^+$  и шириной  $\Gamma_0 \simeq 0.1$  МэВ. Предположим, что в эксперименте отбираются события, которые связаны с попаданием ядра отдачи  ${}^6\text{He}$  в это относительно долгоживущее квазистационарное состояние. Тогда можно считать, что  $d\rho(E_\nu)$  в правой части (12.28) имеет буквально тот же смысл, что и ранее, а именно плотности конечных состояний в бинарной системе — нейтрино и ядра отдачи. Для этой величины, следовательно, остаётся справедливым выражение (В.185), где  $E_f = 6Mc^2 + E_0$ .

<sup>1)</sup> Уточню, что  $\mu$ -захват с образованием бинарной системы — нейтрино и ядра отдачи (дочернего ядра) — сам по себе есть переход в непрерывный спектр, даже если дочернее ядро попадает в определённое квантовое состояние дискретного спектра. Поэтому формула (В.183), описывающая именно этот случай, содержит плотность конечных состояний  $d\rho(E_\nu)$ . Если бы в эксперименте можно было выделить события, связанные с попаданием ядра отдачи в определённое квантовое состояние непрерывного спектра, то в использовавшейся ранее схеме ничего не нужно было бы менять. Но это, конечно, невозможно. Таким образом, в данной задаче имеется «прямое произведение» двух непрерывных спектров — одного в системе «нейтрино + ядро отдачи», а другого — в системе частиц, на которые распадается дочернее ядро.

Полагая, далее,  $dE_0 = \Gamma_0$ , мы находим поправочный множитель к плотности конечных состояний, обусловленный распадом ядра  ${}^6\text{He}$  на три частицы:  $\alpha + n + n$ .

Таким образом, имея в виду, что дифференциальная вероятность захвата мюона (В.183) преобразуется к форме (11.67), мы можем записать дифференциальную вероятность рассматриваемого процесса следующим образом:

$$\frac{dw^F(\mathbf{n}_\nu, \mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y)}{d\Omega d\Omega_{kx} d\Omega_{ky}} = \frac{C_\mu}{(4\pi)^3} \sum_{\xi\xi'} a_\xi(F) a_{\xi'}^*(F) \sum_{M_i M'_i \sigma_\mu \sigma'_\mu} C_{J_i M_i s_\mu \sigma_\mu}^{F\xi} C_{J_i M'_i s_\mu \sigma'_\mu}^{F\xi'} \times \\ \times \sum_{\sigma_\nu} \langle f | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle \langle f | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma'_\mu, \sigma_\nu) | J_i M'_i \rangle^* \Delta_\rho(\vartheta_k) d\vartheta_k, \quad (12.29)$$

где

$$\Delta_\rho(\vartheta_k) = \Delta_0 \sin^2 \vartheta_k \cos^2 \vartheta_k, \quad \Delta_0 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \frac{4M^3 E_0^2 \Gamma_0}{(2\pi\hbar)^6}. \quad (12.30)$$

Если в качестве волновой функции конечного состояния используется  $\Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{S_0 \sigma T_0 \tau}$ , то в правую часть выписанного выражения нужно, конечно, ввести суммирование по ненаблюдаемым величинам  $S_0$  и  $\sigma$ .

Интересен вариант, в котором в качестве вектора  $|f\rangle$  используется функция

$$\Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{\lambda_1 \lambda_2 T_0 \tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) = \sum_{S_0 \sigma} C_{\frac{1}{2} \lambda_1 \frac{1}{2} \lambda_2}^{S_0 \sigma} \Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{S_0 \sigma T_0 \tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2). \quad (12.31)$$

Она описывает конечное состояние системы  $\alpha + n + n$ , в котором проекции спинов нейтронов на ось  $z$  равны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если эти проекции не измеряются, то по ним обычным образом следует просуммировать. Но можно, конечно, вычислить поляризацию одного или обоих нейтронов.

Предположим, что мы интересуемся поляризацией одного нейтрона, пусть, для определённости, 2-го (напомним, что  $\mathbf{n}_x$  направлен от 1-го нейтрона ко 2-му). Тогда, обобщая результат (12.29), запишем общее выражение для ненормированного спин-тензора ориентации этого нейтрона:

$$\widetilde{\tau}_{Qq}^F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{C_\mu}{(4\pi)^3} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda'_2} C_{\frac{1}{2} \lambda_2 Q q}^{\frac{1}{2} \lambda'_2} \sum_{\xi\xi'} a_\xi(F) a_{\xi'}^*(F) \sum_{M_i M'_i \sigma_\mu \sigma'_\mu} C_{J_i M_i s_\mu \sigma_\mu}^{F\xi} C_{J_i M'_i s_\mu \sigma'_\mu}^{F\xi'} \times \\ \times \sum_{\sigma_\nu} \langle \Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{\lambda_1 \lambda_2 T_0 \tau} | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle \langle \Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{\lambda_1 \lambda'_2 T_0 \tau} | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma'_\mu, \sigma_\nu) | J_i M'_i \rangle^* \Delta_\rho(\vartheta_k) d\vartheta_k, \quad (12.32)$$

Величина  $\widetilde{\tau}_{00}^F\left(\frac{1}{2}\right)$  есть в точности угловое распределение (12.29). Переход к нормированным спин-тензорам, а от них — к вектору поляризации нейтрона может быть осуществлен по обычным правилам (А.98) и (А.125).

## 12.5. Спин-угловые корреляции в системе $\alpha + n + n$

Ранее было показано, что матричные элементы от оператора перехода принимают сравнительно простой вид (11.78), если вектор конечного состояния есть  $|J_f M_f\rangle$ . С учётом определений (12.18) и (12.20) функция конечного состояния (12.31) может быть записана в виде суперпозиции,

$$\begin{aligned} \Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{\lambda_1 \lambda_2 T_0 \tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) = \\ = \sum_{J_f M_f \beta_0} \left( \sum_{m\sigma} C_{L_0 m S_0 \sigma}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \lambda_1 \frac{1}{2} \lambda_2}^{S_0 \sigma} \Phi_{K_0 L_0 m}^{l_{0x} l_{0y}}^* (\Omega_k) \right) \Psi_{J_f M_f}^{\beta_0 T_0 \tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2), \end{aligned} \quad (12.33)$$

по состояниям с определёнными угловыми моментами  $J_f$  и их проекциями  $M_f$  на ось  $z$ :

$$\Psi_{JM}^{\beta_0 T_0 \tau}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) = (2\pi)^3 \sum_{\beta T} \frac{F_{\beta_0 T_0 \beta T}(\rho)}{(k\rho)^{5/2}} |JM; \beta T \tau\rangle. \quad (12.34)$$

Поэтому матричные элементы, входящие в (12.32), принимают вид

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{\mathbf{p}_x \mathbf{p}_y}^{\lambda_1 \lambda_2 T_0 \tau} | \sum_{j=1}^A \widehat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle = -\frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{2}} \sum_{J_f M_f \beta_0 m_0 \sigma} C_{L_0 m_0 S_0 \sigma}^{J_f M_f} C_{\frac{1}{2} \lambda_1 \frac{1}{2} \lambda_2}^{S_0 \sigma} \Phi_{K_0 L_0 m}^{l_{0x} l_{0y}} (\Omega_k) \times \\ \times \sum_{lj} \sum_{m\mu M} (-1)^{u+\mu+\frac{1}{2}} Y_{lm}(\mathbf{n}_\nu) C_{lm \frac{1}{2} \sigma_\nu}^{j\mu} C_{j-\mu \frac{1}{2} \sigma_\mu}^{uM} C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} \xi_{l j u}^{\beta_0 T_0}. \end{aligned} \quad (12.35)$$

Выделяя зависимость ненормированных спин-тензоров ориентации нейтрона от спин-тензоров ориентации  $\tau_{K0}(F)$  исходного мезоатома, с одной стороны, и единичных векторов  $\mathbf{n}_\mu$ ,  $\mathbf{n}_\nu$ ,  $\mathbf{n}_x$  и  $\mathbf{n}_y$ , с другой стороны, получим

$$\begin{aligned} \widetilde{\tau}_{Qq}^F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{C_\mu}{2(4\pi)^3} \sum_K (-1)^{Q-K} \sqrt{\frac{2K+1}{2Q+1}} \tau_{K0}(F) \sum_{\Lambda N \Lambda_y \Lambda_x \Lambda_\nu} A_{\Lambda_y \Lambda_x \Lambda_\nu K}^{Q\Lambda N} \times \\ \times \sum_{\lambda n} C_{\Lambda \lambda N n}^{Qq} y_{\Lambda_y \Lambda_x}^{\Lambda \lambda}(\mathbf{n}_y, \mathbf{n}_x) y_{\Lambda_\nu K}^{N n}(\mathbf{n}_\nu, \mathbf{n}_\mu), \end{aligned} \quad (12.36)$$

где использованы определения (A.203). Эта формула описывает, фактически, все возможные спин-угловые корреляции в процессе захвата мюона ядром  ${}^6\text{Li}$  с образованием системы  $\alpha + n + n$ . В самом деле, если измерить импульсы всех трёх частиц,  $\mathbf{p}_{N1}$ ,  $\mathbf{p}_{N2}$  и  $\mathbf{p}_\alpha$ , то по формулам (12.2) можно восстановить векторы  $\mathbf{n}_x$  и  $\mathbf{n}_y$ , а по формуле (12.24) — вектор  $\mathbf{n}_\nu$ .

Для того чтобы сравнить результаты измерений с предсказаниями, нужно совсем немного — вычислить коэффициенты  $A_{\Lambda_y \Lambda_x \Lambda_\nu K}^{Q\Lambda N}$ . Они определяются следующей формулой:

$$\begin{aligned} A_{\Lambda_y \Lambda_x \Lambda_\nu K}^{Q\Lambda N} = \sqrt{(2\Lambda+1)(2N+1)(2\Lambda_y+1)(2\Lambda_x+1)(2\Lambda_\nu+1)} \times \\ \times \sum_{J_f J_f' \beta_0 \beta_0'} (2J_f+1)(2J_f'+1) \sqrt{\frac{(2S_0'+1)(2L_0'+1)(2L_0+1)(2l_{0x}+1)(2l_{0y}+1)}{2F+1}} \times \\ \times C_{l_{0y} 0 \Lambda_y 0}^{l_{0y}' 0} C_{l_{0x} 0 \Lambda_x 0}^{l_{0x}' 0} U\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} S_0' Q, S_0 \frac{1}{2}\right) \sum_{ljul'j'u'} \sqrt{2j+1} C_{i0\Lambda_\nu 0}^{l'0} U\left(\frac{1}{2} j l' \Lambda_\nu, l j'\right) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times U(J_f J_i j \frac{1}{2}, uF) U(J'_f J_i j' \frac{1}{2}, u'F) \begin{Bmatrix} F & j' & J'_f \\ F & j & J_f \\ K & \Lambda_\nu & N \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J'_f & L'_0 & S'_0 \\ J_f & L_0 & S_0 \\ N & \Lambda & Q \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L'_0 & l'_{0x} & l'_{0y} \\ L_0 & l_{0x} & l_{0y} \\ \Lambda & \Lambda_x & \Lambda_y \end{Bmatrix} \times \\ & \times \xi_{l_j u}^{\beta_0 T_0} \xi_{l'_j u'}^{\beta'_0 T'_0} f^{\beta_0 \beta'_0}(\vartheta_k) \Delta_\rho(\vartheta_k) d\vartheta_k, \quad (12.37) \end{aligned}$$

где

$$f^{\beta\beta'}(\vartheta_k) = N_K^{l_x l_y} N_{K'}^{l'_x l'_y} (\sin \vartheta_k)^{l_x + l'_x} (\cos \vartheta_k)^{l_y + l'_y} P_n^{l_x + \frac{1}{2} l_y + \frac{1}{2}}(\cos 2\vartheta_k) P_{n'}^{l'_x + \frac{1}{2} l'_y + \frac{1}{2}}(\cos 2\vartheta_k). \quad (12.38)$$

Входящий сюда параметр  $\vartheta_k$  определяет, каким образом полная энергия трёх частиц в системе их центра масс разделена между подсистемами  $n + n$  и  $\alpha + (2n)$ . Коэффициент (12.37) и, следовательно, спин-угловые корреляции, зависят от этого параметра, который, конечно, также может быть извлечен из данных об импульсах  $\mathbf{p}_{N1}$ ,  $\mathbf{p}_{N2}$  и  $\mathbf{p}_\alpha$  всех трёх частиц.

Полагая в формуле (12.36)  $Q = 0$ , мы получим, как разъяснялось, вероятность захвата мюона как функцию векторов  $\mathbf{n}_\nu$ ,  $\mathbf{n}_x$  и  $\mathbf{n}_y$  при фиксированном  $\mathbf{n}_\mu$ . Соответствующий результат имеет вид

$$\frac{dw^F(\mathbf{n}_\nu, \mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y)}{d\Omega d\Omega_{kx} d\Omega_{ky}} = \frac{C_\mu}{2(4\pi)^3} \sum_K \tau_{K0}(F) \sum_{\Lambda\Lambda_\nu\Lambda_x\Lambda_y} A_{\Lambda_y\Lambda_x\Lambda_\nu K}^{0\Lambda\Lambda} \phi_{\Lambda_\nu\Lambda_y\Lambda_x}^{K\Lambda}(\mathbf{n}_\mu, \mathbf{n}_\nu, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_x). \quad (12.39)$$

Здесь использована инвариантная сферическая функция (A.181).

## 12.6. $\mathcal{T}$ -инвариантность и захват мюонов

Эта схема расчёта угловых корреляций в захвате мюона ядром  ${}^6\text{Li}$  ( $J_i^{\pi_i} = 1^+$ ) с распадом в систему  $\alpha + n + n$  выглядит очень привлекательно. Но, к сожалению, до систематических вычислений дело так и не дошло. Тогда я решил показать, как это всё работает хотя бы на качественном уровне. В 1992 году Ж.П. Дейч опубликовал небольшую статью [301], представляющую собой текст выступления на конференции «Будущее мюонной физики». Значительная часть этой заметки посвящена перспективам поиска эффектов нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности в захвате мюонов ядрами. Там, в частности, указано, что в реакции (B.133) имеется  $\mathcal{P}$ - и  $\mathcal{T}$ -неинвариантная спин-угловая корреляция ( $\mathbf{J}_f[\mathbf{n}_\nu \times \mathbf{n}_\mu]$ ), т. е. дочернее ядро, вообще говоря, может быть поляризованным. Разумеется, нужно ещё как-то измерить эту поляризацию.

С несколькими большими подробностями эта идея обсуждалась в 1993 и 1994 годах С. Цихановичем и Н. Поповым [312] и Э. Ожиевичем и Н. Поповым [334]. Эти авторы справедливо заметили, что поляризация нейтронов, образующихся в простейшей реакции  $\mu + p \rightarrow n + \nu_\mu$ , может быть измерена непосредственно. Были также предложены более сложные реакции  $\mu + d \rightarrow n + n + \nu_\mu$  и  $\mu + {}^3\text{He} \rightarrow d + n + \nu_\mu$  с тремя частицами в конечном состоянии, среди которых есть и нейтроны. Из общих соображений следует ожидать, что их поляризация поперечная к вектору  $[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_\mu]$ , где  $\mathbf{n}_k$  — единичный вектор вдоль импульса нейтрона, также будет  $\mathcal{T}$ -неинвариантной.

В рассматриваемой реакции  $\mu + {}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + n + n + \nu_\mu$  в конечном состоянии имеются четыре частицы. Мне показалось любопытным оценить, используя развитый формализм, поперечную поляризацию нейтронов, обусловленную возможным нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности. Результат опубликован в работе [358]. Одно из ограничений было описано выше; я рассматривал лишь случаи распада в резонансное состояние  $J_f^{\pi_f} = 2^+$  с энергией  $E_0 = 1.8$  МэВ (это упрощает трактовку плотности



конечных состояний). Более существенным является вопрос о том, какой механизм нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности закладывается в расчёт.

Во-первых, при нарушении  $\mathcal{T}$ -инвариантности формфакторы слабого нуклонного тока (В.155) или (В.170), вообще говоря, не являются действительными. Но к этому нарушению могут быть чувствительны лишь те наблюдаемые, которые определяются интерференцией различных вкладов в слабый нуклонный ток. В данном случае мы имеем дело с гамов-теллеровским переходом  $1^+ \rightarrow 2^+$ , в котором явно должна доминировать аксиально-векторная составляющая слабого тока.

Но, во-вторых, имеются также  $\mathcal{T}$ -неинвариантные вклады в нуклон-нуклонные потенциалы. Если их учесть в уравнениях (12.9) и (12.21), то гиперрадиальные функции, вообще говоря, уже не могут быть выбраны действительными. Соответственно правило фаз (1.23) нарушается и приведённые матричные элементы могут приобрести  $\mathcal{T}$ -неинвариантные фазы. Процедура вычисления  $\mathcal{T}$ -неинвариантных мнимых поправок к функциям, удовлетворяющим системе связанных дифференциальных уравнений второго порядка, рассматривалась, в частности, в [357] (см. выше главу 6). В [358] я ограничился тем, что выразил поляризацию нейтронов, обусловленную возможным нарушением  $\mathcal{T}$ -инвариантности, через мнимые части приведённых матричных элементов.

## 12.7. $\mathcal{T}$ -неинвариантная поляризация нейтронов в системе $\alpha + n + n$

Структура резонансного состояния  $2^+$  в трёхчастичной системе  $\alpha + n + n$  была изучена Б. В. Данилиным и М. В. Жуковым [315]. Как оказалось, в разложении (12.33) доминируют всего две составляющие, соответствующие следующим квантовым числам:

$$\begin{aligned}\beta_{01} &= (l_{0x} = 0, l_{0y} = 2, K_0 = 2, L_0 = 2, S_0 = 0), \\ \beta_{02} &= (l_{0x} = 1, l_{0y} = 1, K_0 = 2, L_0 = 1, S_0 = 1),\end{aligned}\tag{12.40}$$

и, как уже было сказано, для обеих конфигураций  $J_f = 2$ . Вес составляющей  $\beta_{01}$  в зависимости от модельных параметров меняется в пределах от 45 до 70 %, тогда как вес составляющей  $\beta_{02}$  аналогичным образом колеблется от 35 до 20 %.

Уже отсюда ясно, что модельная зависимость оценки довольно значительна. Поэтому нет смысла удерживать слишком много слагаемых в мультипольном разложении матричных элементов (12.35). Я ограничился учётом лишь ведущего гамов-теллеровского приведённого матричного элемента и 0-м приближением по  $v/c$ . Тогда в соответствии с (11.80), (11.56), (11.57) и (11.44) отличны от нуля лишь те слагаемые, которые содержат величины

$$\xi_{0\frac{1}{2}1}^{\beta_0 T_0} = \xi_{1\frac{1}{2}1}^{\beta_0 T_0} = g_A \sqrt{\frac{2}{3}} [101]_{\beta_0}.\tag{12.41}$$

Понятно, что в рассматриваемой реакции направление искомой поляризации нейтрона определяется векторным произведением  $[\mathbf{n}_x \times \mathbf{n}_\mu]$ , так как именно вектор  $\mathbf{n}_x$  связан с направлениями вылета нейтронов. Для выделения соответствующей корреляции, казалось бы, следует просто проинтегрировать общую формулу (12.36) по всем направлениям  $\mathbf{n}_\nu$  и  $\mathbf{n}_y$ . Нетрудно, однако, заметить, что после интегрирования по  $\mathbf{n}_y$  в правой части (12.36) остаются лишь слагаемые, отвечающие  $\Lambda_y = 0$ . Тогда, следовательно, в правой части (12.37) под суммой по  $\beta_0$  и  $\beta'_0$  появляется символ Кронекера:

$$C_{l_{0y}0\Lambda_y0}^{\prime\prime 0} \rightarrow \delta_{l'_{0y}l_{0y}}.\tag{12.42}$$

Это означает, что в правой части (12.37) пропадают вклады от интерференции составляющих  $\beta_{01}$  и  $\beta_{02}$ , которыми, как это следует из общих соображений, должна определяться  $T$ -неинвариантная поляризация нейтронов. Другими словами, при независимом интегрировании по  $\mathbf{n}_y$  искомый эффект заведомо обращается в нуль.

В любом случае мне, однако, не хотелось включать вектор  $\mathbf{n}_y$  в наблюдаемую спин-угловую корреляцию. Ведь для его восстановления обязательно нужно измерять импульс  $\alpha$ -частицы. Меня же привлекала идея предложить эксперимент для толстой мишени. Правда, для отбора событий, связанных с распадом в резонансное состояние  $2^+$ , помимо измерений импульсов (энергий) обоих нейтронов обязательно нужно определять энергию  $\alpha$ -частицы. Но всё равно хотелось как-то обойтись без её импульса.

Поэтому возникло следующее предложение. Допустим, что в эксперименте отбираются лишь те события, когда импульсы двух нейтронов равны по величине и противоположны по направлению. Тогда, кстати, вектор  $\mathbf{p}_x$  направлен точно вдоль импульса 2-го нейтрона и против импульса 1-го нейтрона (разумеется, нейтроны тождественны, поэтому эта нумерация условна), а вектор  $\mathbf{p}_y$  — вдоль импульса  $\alpha$ -частицы (см. (12.2)). Но замечательно также то, что в соответствии с законом сохранения импульса (12.24) в этих отбираемых случаях  $\mathbf{p}_\alpha = -\mathbf{p}_\nu$  и, следовательно,  $\mathbf{n}_y = -\mathbf{n}_\nu$ . В этом случае интегрирование по всем  $\mathbf{n}_\nu$  приводит лишь к условию  $\Lambda_y = \Lambda_\nu$ , и в правой части (12.37) интерференционные слагаемые по  $\beta_{01}$  и  $\beta_{02}$  сохраняются.

Для простоты я также предположил, что величина  $\tau_{20}(F)$  для начальных мезоатомов так мала, что эффектом выстроенности в дифференциальной вероятности захвата мюона можно пренебречь. В то же время в ходе вычислений в формуле (12.37) было выполнено интегрирование по параметру  $\vartheta_k$ , что соответствует отсутствию в эксперименте какого-либо отбора по способу распределения энергии  $E_0$  между подсистемами  $n + n$  и  $\alpha + (2n)$ .

Результат для дифференциальной вероятности захвата мюона имеет вид

$$\frac{dw^F(\mathbf{n}_x)}{d\Omega_{kx}d\Omega_{ky}} \equiv \tilde{\tau}_{00}^F(\frac{1}{2}) = \frac{C_\mu |g_A|^2}{3(4\pi)^2} \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} C_1(J_i, J_f, F) \left( \sum_{\beta_0} |[101]_{\beta_0}|^2 \right) \Delta_0. \quad (12.43)$$

Сюда входит тот же коэффициент  $C_1(J_i, J_f, F)$ , что и в формулу (11.19). Любопытно, что в работах [346, 358] приведено следующее, полученное мной, общее выражение для этого коэффициента:

$$C_1(J_i, J_f, F) = 1 + \sqrt{6} U(F \frac{1}{2} J_i 1, J_i \frac{1}{2}) U(J_f 1 J_i 1, J_i 1). \quad (12.44)$$

Но готовя этот текст (т. е. заново проводя вычисления) и пользуясь методом, изложенным в разделе 11.9, я вывел следующее:

$$C_1(J_i, J_f, F) = \frac{2(2J_i + 1)}{2F + 1} \left( U(J_f J_i \frac{1}{2} 1, 1F) \right)^2. \quad (12.45)$$

Несложно проверить, что при переходе от функций Рака к алгебраическим выражениям в обоих случаях получается, конечно же, одно и то же:

$$C_1(J_i, J_f, F) = \begin{cases} 1 + \frac{J_1(J_i + 1) + 2 - J_f(J_f + 1)}{2J_i}, & F = J_i - \frac{1}{2}, \\ 1 - \frac{J_1(J_i + 1) + 2 - J_f(J_f + 1)}{2(J_i + 1)}, & F = J_i + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (12.46)$$

Телесный угол  $d\Omega_{ky}$  в формуле (12.43) задаёт точность отбора импульсов  $\mathbf{p}_\alpha$  в направлении, противоположном импульсу нейтрино, и представляет собой величину, определяемую условиями проведения эксперимента. В то же время  $d\Omega_{kx}$  — это телесный угол, в пределах которого находится вектор  $\mathbf{n}_x$ . Отметим, что правая часть (12.43) не зависит от этого вектора, т. е. распределение по  $\mathbf{n}_x$  является изотропным. Это и понятно, так как для мезоатомов, поляризованных вдоль оси  $\mathbf{n}_\mu$ , единственно возможная спин-угловая корреляция, которая могла бы появиться в распределении по  $\mathbf{n}_x$ , — это скалярное произведение  $\mathbf{n}_x \mathbf{n}_\mu$ . Но как раз в силу того, что нейтроны являются тождественными, нет никакого способа однозначно установить направление  $\mathbf{n}_x$ , т. е. все корреляции, линейные по этому вектору, должны обращаться в нуль.

Интересно, однако, что это не мешает установить  $\mathcal{T}$ -неинвариантную поляризацию этих нейтронов. В самом деле, формулы (12.32) и (12.36) написаны для 2-го нейтрона, направление импульса которого указывает вектор  $\mathbf{n}_x$ . Для спин-тензора поляризации этого нейтрона, связанного с  $\mathcal{T}$ -неинвариантной поляризацией вдоль направления  $[\mathbf{n}_x \times \mathbf{n}_\mu]$ , получим

$$\tilde{\tau}_{1q}^F(\frac{1}{2}) = \frac{C_\mu |g_A|^2}{3(4\pi)^2} \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} C_1(J_i, J_f, F) \tau_{10}(F) G(F) \text{Im}([101]_{\beta_{01}} [101]_{\beta_{02}}^*) \Delta_0 [\mathbf{n}_x \times \mathbf{n}_\mu]_q. \quad (12.47)$$

В рассматриваемом случае  $J_i^{\pi_i} = 1^+ \rightarrow J_f^{\pi_f} = 2^+$  коэффициент  $G(F)$  в приближении (12.41) тождественно обращается в нуль при  $F = J_i - 1/2 = 1/2$  (а с ним, конечно, и выписанный спин-тензор поляризации), тогда как при  $F = J_i + 1/2 = 3/2$  находим

$$G(\frac{3}{2}) = \frac{128\sqrt{2}}{9\pi} \sum_{\Lambda N} (2\Lambda + 1) U(2\Lambda 11, 11) U(1\Lambda 11, 1N) U(12\Lambda 2, 1N) \begin{Bmatrix} 3/2 & 1/2 & 2 \\ 3/2 & 1/2 & 2 \\ 1 & 1 & N \end{Bmatrix}. \quad (12.48)$$

Ясно, что каждому из двух тождественных нейтронов может быть приписан номер 2, но в обоих случаях формула (12.47) определяет  $\mathcal{T}$ -неинвариантную поляризацию вдоль направления  $[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_\mu]$ .

Пользуясь, далее, как уже было сказано, правилами (A.98) и (A.125) и выражая дополнительно спин-тензор поляризации мезоатома через параметр поляризации (A.85), для искомого  $\mathcal{T}$ -неинвариантного эффекта получим

$$p_n = \frac{3}{\sqrt{5}} G(\frac{3}{2}) p_1(\frac{3}{2}) \frac{\text{Im}([101]_{\beta_{01}} [101]_{\beta_{02}}^*)}{\sum_{\beta_0} |[101]_{\beta_0}|^2}. \quad (12.49)$$

Входящий сюда коэффициент имеет следующее численное значение:

$$\frac{3}{\sqrt{5}} G(\frac{3}{2}) = \frac{16}{15\pi}. \quad (12.50)$$

Ранее (при подготовке статьи [358]) я пользовался совсем другим методом расчёта и получил, естественно, иное (более громоздкое) выражение для коэффициента в формуле (12.49) (см. (26) и (27) в [358]). Новое численное значение содержит по сравнению со старым дополнительный множитель  $3\sqrt{3}$ <sup>1)</sup>. Я думаю, что именно новое значение является правильным.

Поскольку, однако, речь идёт лишь об оценке, то эта поправка несущественна. Масштаб мнимой части приведённого матричного элемента в данном случае определяется параметром (5.1). Соответственно грубая оценка эффекта записывается следующим образом:

$$p_n \simeq 0.3 \lambda_{PT} p_1\left(\frac{3}{2}\right). \quad (12.51)$$

Ясно, что речь идёт об очень маленьких величинах. Тем не менее, как уже было отмечено, в литературе [301, 312, 334] обсуждается возможность изучения  $T$ -неинвариантных наблюдаемых в захвате мюонов ядрами. Поэтому представляется полезной прямая демонстрация того, что в реакциях с лёгкими ядрами нет факторов, сколько-нибудь существенно увеличивающих эффекты.

---

<sup>1)</sup> Для сравнения следует учесть, что введённый в [358] коэффициент  $D(J_i, F)$  имеет численное значение  $D(1, \frac{3}{2}) = 3/(4\sqrt{10}) \simeq 0.237$ .

*Не верь разлукам, старина, их круг —  
Лишь сон, ей-Богу.  
Придут другие времена, мой друг,  
Ты верь в дорогу.  
Нет дороге окончанья,  
Есть зато её итог,  
Дороги трудны,  
Но хуже без дорог...*

Юрий Визбор

## Часть V

# Симметрии и механизм деления ядер



## Глава 13

# ФОРМАЛИЗМ СПИРАЛЬНОСТИ И ДЕЛЕНИЕ

### 13.1. Отцы-основатели

К концу 19-го столетия думающим людям стало ясно, что причиной быстрых, идущих по нарастающей перемен являются успехи, достигнутые в естественных науках. Именно в это время А. Нобель, выдающийся химик, изобретатель и предприниматель, учредил свои знаменитые премии. Они не только повысили престиж научной и технической деятельности, но и способствовали усилению интереса широкой общественности к новым открытиям.

С самого начала в центре внимания оказались атомы и новые квантовые законы. В период с 1901 по 1920 годы Нобелевскими премиями по физике и химии были отмечены работы В. К. Рентгена, М. фон Лауэ, У. Г. Брэгга, У. Л. Брэгга и Ч. Г. Баркле (рентгеновские лучи и структура кристаллов), Ф. Леннарда и Дж. Дж. Томсона (электроны), М. Планка и В. Вина (тепловое излучение), Х. А. Лоренца, П. Зеемана и И. Штарка (строение атома), А. А. Беккереля, П. Кюри, М. Склодовской-Кюри и Э. Резерфорда (радиоактивность). Соответствующие исследования были выполнены в лабораториях Германии, Франции, Англии, Нидерландов.

В России в те годы делалось немного. Хотя были и лаборатории, и специалисты<sup>1)</sup>. По-видимому, в тех сферах, где принимаются решения о правильной организации работ, думающих людей не было. Похоже, что это касалось не только физики. Случившаяся в 1917 году коммунистическая революция привела к радикальной смене лиц, принимающих решения.

Одним из следствий этой революции (а их было много, и каждое требует отдельного анализа и оценки) стало развёртывание исследований в области физики<sup>2)</sup>. В Москве организацией работ занимались Л. И. Мандельштам (с 1925 года —

---

<sup>1)</sup> Из воспоминаний московского физика К. П. Яковлева, который в 1911 году провёл несколько месяцев на стажировке в манчестерской лаборатории Э. Резерфорда: «... Меня поразили внешняя простота и непритязательность резерфордовской лаборатории. Начиная с самого здания — двухэтажного, кирпичного, вытянутого в длину. Стены его были не оштукатурены... Удивили асфальтовые полы. И это после новизны и комфортабельности недавно воздвигнутого физического корпуса в Москве, на Моховой, открытого, если не ошибаюсь, в 1903-м году. И лабораторное оборудование у нас в Москве сияло и блестело — приборы, выписанные из Германии, всё ещё выглядели как с иголки. А в Манчестере я увидел экспериментальные установки, в которых ионизационными камерами часто служили консервные банки с фирменными надписями отнюдь не физического содержания...». Цитирую по книге: *Д. С. Данин. Резерфорд. М.: Молодая гвардия, 1967.*

<sup>2)</sup> Интересные сведения, используемые, в частности, в этой главе, приведены в книге Д. Холловэя [330] (со ссылками на первоисточники). Многие факты, изложенные в ней и связанные с историей становления в Советском Союзе атомной науки и промышленности, стали известны лишь в начале 1990-х годов. Во второй половине 1990-х годов было рассекречено и опубликовано множество дополнительных материалов по истории

заведующий кафедрой теоретической физики Московского университета), С. И. Вавилов (с 1932 года — директор Физического института Академии наук), П. Л. Капица (с 1935 года — директор им же созданного Института физических проблем), а в Петербурге (с 1924 по 1991 год — Ленинграде) — А. Ф. Иоффе (с 1918 года — директор им же созданного Физико-технического института) и Д. С. Рождественский (с 1918 года — директор им же созданного Государственного оптического института).

На всякий случай (сегодня это может показаться невероятным) — новые институты не просто учреждались, они финансировались. Строились здания, закупалось оборудование, научные работники получали зарплаты. Вот только два характерных примера. В 1921 году А. Ф. Иоффе получил средства на шестимесячную поездку в страны Европы для возобновления и установления контактов с коллегами-специалистами, а также для закупки научной литературы и приборов. В 1935–1937 годах «с нуля» был построен Институт физических проблем; 30 000 фунтов стерлингов было выделено только на закупку оборудования Мондовской лаборатории Кембриджского университета (она была создана по инициативе П. Л. Капицы, который работал в Англии с 1921 по 1934 год), перевезённого в Москву.

В новых институтах складывались коллективы — «научные школы»<sup>1)</sup>. Усилиями исследователей первой волны в период с 1921 по 1940 годы в Советской России были сделаны по крайней мере 4 работы нобелевского уровня (т. е. 4 открытия были

---

советского атомного проекта. Ссылки на них можно найти, к примеру, в короткой, но очень содержательной биографии И. В. Курчатова, написанной Ю. В. Гапоновым [426].

<sup>1)</sup> К поколению тех, кто стоял у истоков советской физики, хотя и получивших образование, в основном, в дореволюционный период, относятся упомянутые выше Д. С. Рождественский (1876 г. р.), Л. И. Мандельштам (1879 г. р.), А. Ф. Иоффе (1880 г. р.), С. И. Вавилов (1891 г. р.), П. Л. Капица (1894 г. р.), а также не менее известные П. П. Лазарев (1878 г. р.), А. А. Фридман (1888 г. р.), Л. В. Мысовский (1888 г. р.), Г. С. Ландсберг (1890 г. р.), Д. В. Скобельцын (1892 г. р.), П. И. Лукирский (1894 г. р.), Я. И. Френкель (1894 г. р.). С неизбежной в таких вопросах долей условности все они вместе с более молодыми коллегами, родившимися примерно до 1905–1910 годов, составили поколение отцов-основателей советской физики (см. примечание на с.18). Легендарные советские научные школы — это детище как некоторых из уже названных лиц, так и И. Е. Тамма (1895 г. р.), Н. Н. Семёнова (1896 г. р.), В. А. Фока (1898 г. р.), И. В. Курчатова (1903 г. р.), М. А. Леонтовича (1903 г. р.), А. И. Алиханова (1904 г. р.), Д. Д. Иваненко (1904 г. р.), Ю. Б. Харитона (1904 г. р.), П. А. Черенкова (1904 г. р.), Л. Д. Ландау (1908 г. р.), И. М. Франка (1908 г. р.). Совсем рядом с ними — выдающиеся физики, проявившие себя чуть-чуть позже — В. И. Векслер (1907 г. р.), Е. К. Завойский (1907 г. р.), Д. И. Блохинцев (1908 г. р.), И. К. Кикоин (1908 г. р.), Л. А. Арцимович (1909 г. р.), Н. Н. Боголюбов (1909 г. р.), Б. П. Константинов (1909 г. р.), М. Г. Мещеряков (1910 г. р.), А. Б. Мигдал (1911 г. р.), И. И. Гуревич (1912 г. р.), И. Я. Померанчук (1912 г. р.), Г. Н. Флёрер (1913 г. р.), Я. Б. Зельдович (1914 г. р.), Е. М. Лифшиц (1915 г. р.), Ф. Л. Шапиро (1915 г. р.), Г. И. Будкер (1918 г. р.). С той же долей условности период с 1905–1910 по 1935–1940 годы дал поколение «сыновей», которые стали учителями физиков моего поколения (родившихся примерно до 1970 года). А после 1970 года идёт уже «племя младое, незнакомое», из которого, если я правильно понимаю ход истории, должны выдвинуться новые «отцы-основатели». Отмечу также, что по счастливой случайности деятельность поколения основателей советской физики, сложившегося благодаря особенностям отечественной истории, пришлась на время формирования квантовой физики. Ведь эта физика была создана поколением исследователей, родившихся между 1870 и 1905 годами. Ядро этого интернационального коллектива составили Э. Резерфорд (1871 г. р.), А. Эйнштейн (1879 г. р.), М. Борн (1882 г. р.), Н. Бор (1885 г. р.), Э. Шредингер (1887 г. р.), Л. де Бройль (1892 г. р.), В. Паули (1900 г. р.), В. Гейзенберг (1901 г. р.), Э. Ферми (1901 г. р.), П. Дирак (1902 г. р.).



отмечены Нобелевскими премиями, хотя и со значительной задержкой, которая в значительной степени была связана с фактическим свёртыванием непосредственных научных контактов после 1934 года). Речь идёт о П. Л. Капице (премия по физике 1978 года за открытие сверхтекучести жидкого гелия), о П. А. Черенкове, И. М. Франке — учениках С. И. Вавилова и И. Е. Тамме — ученике Л. И. Мандельштама (премия по физике 1958 года за открытие и объяснение черенковского излучения), а также о выходцах из «школы Иоффе» Н. Н. Семенове (премия по химии 1956 года за исследования механизмов цепных химических реакций) и Л. Д. Ландау (премия по физике 1962 года за теорию жидкого гелия).

В период между двумя мировыми войнами появилась квантовая теория. Началось осмысление структуры атомов, молекул, твердых тел. В 1932 году, после того как Д. Чедвик открыл нейтрон, К. Д. Андерсон — позитрон, а Д. Кокрофт и Э. Т. С. Уолтон соорудили первый высоковольтный ускоритель протонов (до энергии 0,5 МэВ), во всём мире резко возрос интерес к ядрам атомов и элементарным частицам. А. Ф. Иоффе принял решение о развитии ядерных исследований в Ленинградском Физико-техническом институте (ЛФТИ). Во главе этих работ оказался 30-летний И. В. Курчатов, ранее занимавшийся диэлектриками и сегнетоэлектриками (им же и открытыми). С 1936 года и до начала Великой Отечественной войны в ЛФТИ действовал еженедельный семинар по нейтронной физике, организованный И. В. Курчатовым. Через несколько лет его участники — И. И. Гуревич, Г. Н. Флеров, Ю. Б. Харитон и многие другие — оказались на первых позициях в советском атомном проекте.

Между тем в 1920-е годы, не менее чем в наше время, была распространена идея о том, что главное назначение науки — приносить практическую пользу (если не сейчас, то непременно в будущем). Но только говорили не о «запросах рыночной экономики», а о «потребностях народного хозяйства». Трудно сказать, до какой степени А. Ф. Иоффе и другие организаторы науки сами в это верили, но совсем без обещаний обойтись было, конечно, нельзя. Беда в том, что слишком быстро подступает необходимость платить по счетам, к чему наука почти никогда не способна (потому что наука — это поиск истины, а не способ создания прибавочной стоимости). Наступает время опасных интриганов, дающих обещания и тут же заставляющих о них забыть, поскольку их новые обещания грандиознее прежних. Следуя этой схеме, с середины 1930-х годов Т. Д. Лысенко и его команда преуспели в разрушении отечественной биологии; восстановление таких несправедливо затоптанных направлений, как генетика, началось в Советском Союзе лишь в 1960-е годы.

Понятно, что никто не может сказать, до какой степени физика в России была близка к развитию по этому же сценарию. Но нет сомнений, что такая опасность существовала. Похоже, что лишь к концу 1940-х годов, в связи с развитием атомного проекта, стало ясно, что все сложившиеся в физике школы и направления могут развиваться более или менее беспрепятственно. Но в 1936 году, когда проходила сессия Академии наук, посвящённая физике и промышленности, всё выглядело отнюдь не безоблачно. Ленинградский Физико-технический институт, которым руководил А. Ф. Иоффе, как оказалось, «очень мало сделал для промышленности» [330]. При этом исследования атомного ядра выглядели наиболее уязвимыми. Об этом можно судить хотя бы по тому, что, подытоживая итоги состоявшейся дискуссии, И. Е. Тамм сказал: «... наивна мысль о том, что использование ядерной энергии является вопросом пяти или десяти лет» (до открытия деления ядер урана немецкими физиками О. Ганом и Ф. Штрассманом оставалось чуть более двух лет).

Не мог, конечно, А. Ф. Иоффе сказать в своё оправдание, что не пройдёт и десяти лет, как группа специалистов во главе с И. В. Курчатовым окажется самым ценным достоянием страны Советов. Ну, не знал он, какая именно группа и через сколько

лет. Как не знал и того, только ли о российском достоянии пойдёт речь; ведь кто сейчас скажет, что Н. Коперник — это достояние одной только Польши? Вот и сегодня, вполне ли осознан вклад И. В. Курчатова не только в российскую, но и мировую науку?

### 13.2. Вдоль обрыва по-над пропастью...

Вот только представьте себе. Лето 1946 года. Ещё не введён в строй первый советский ядерный реактор — в известном смысле аналог чикагского реактора (запущенного под руководством Э. Ферми 2 декабря 1942 года); это произойдёт 25 декабря 1946 года (а первая советская атомная бомба будет взорвана 29 августа 1949 года). Разумеется, на территории Лаборатории № 2 (будущего Курчатовского института), расположенной на северо-западной окраине Москвы, в Покровском-Стрешневом, полным ходом идёт подготовка к сооружению уран-графитовой сборки.

Понятно, что уже начато проектирование экспериментального тяжеловодного реактора. Под эту задачу на южной окраине Москвы, в Черёмушках, создана Лаборатория № 3 (будущий Институт теоретической и экспериментальной физики — ИТЭФ) под руководством А. И. Алиханова; этот реактор заработает в апреле 1949 года <sup>1)</sup>. Понятно, что готовится эскизный проект промышленного реактора для производства плутония <sup>2)</sup> (этим занимаются специалисты под руководством Н. А. Доллежалы, будущего главного конструктора многих советских реакторов) — аналога устройств, действовавших в Хэнфорде (штат Вашингтон на северо-западе США). На Урале (тоже не близко от столиц) уже выбрано место для строительства города, будущего Челябинска-40 (с 1994 года — Озёрска), где будет нарабатываться плутоний для советских атомных бомб, и даже начато рытье котлованов (первый промышленный реактор будет пущен в июне 1948 года). Понятно, что ведётся подготовка к производству самих ядерных зарядов; научный руководитель темы, Ю. Б. Харитон, занят обустройством своего конструкторского бюро — в городке Саров (с 1946 по 1995 год — Арзамас-16) в 400 км от Москвы в сторону Урала.

Но как объяснить, что в то же лето 1946 года И. В. Курчатов «пробивает» постановление правительства, утверждающее график сооружения синхроциклотрона, способного разгонять протоны до энергии 480 МэВ? Строительство начинается на совершенно новой площадке, в пустынной болотистой местности в 100 км к северу от Москвы (сейчас на этом месте находится город Дубна). Ведь понимал же И. В. Курчатов, как далёк этот проект от всех прочих забот, связанных с атомной бомбой <sup>3)</sup>! Как понимал и то, кто такой Л. П. Берия <sup>4)</sup> — руководитель «Специального комите-

<sup>1)</sup> Это тот самый исследовательский реактор, на котором группы Ю. Г. Абоба и Г. В. Данилына обнаружили нарушение  $\mathcal{P}$ -чётности во взаимодействии нейтронов с ядрами — см. раздел 1.2.

<sup>2)</sup> Он же, кстати, прообраз того злосчастного РБМК (Реактор Большой Мощности Канальный), который в 1986 году взорвался на Чернобыльской атомной электростанции. Как раз после этого исследовательский реактор в ИТЭФ был демонтирован — см. раздел 5.4.

<sup>3)</sup> Показательно, что об этом начинании не сказано ни слова в книге Д. Холловэя [330]. В самом деле, этот эпизод не относится к теме книги — ни к Сталину, ни к бомбе, ни к атомной энергии в Советском Союзе.

<sup>4)</sup> В недрах карательной системы, которую Л. П. Берия возглавлял с 1938 по 1945 год, погиб, в частности, выдающийся биолог Н. И. Вавилов (брат С. И. Вавилова), единственной виной которого было неприятие взглядов и методов Т. Д. Лысенко.

та»<sup>1)</sup> и чем грозил каждый неосторожный шаг. И, конечно же, он понимал, в каком состоянии находилась страна, только что выпедшая из тяжелейшей войны.

Синхроциклотрон, на тот момент самый мощный в мире ускоритель, был запущен в декабре 1949 года<sup>2)</sup>. Летом же 1949 года (ещё до первого испытания атомной бомбы) обсуждалась программа предполагаемых исследований. Помимо И. В. Курчатова присутствовал также Б. Л. Ванников, с 1945 года — руководитель «Первого Главного управления», ответственного за проектирование и строительство всех объектов, связанных с атомным проектом. Так вот, по воспоминаниям В. П. Дзелепова [259], вскоре после начала обсуждений Б. Л. Ванников, узнав, что к намеченным испытаниям построенный объект отношения не имеет, «немало удивился» и, более того, прямо поставил вопрос — «для чего же мы построили такую махину?»<sup>3)</sup>

Эта история, на мой взгляд, ясно показывает, что И. В. Курчатов, научный руководитель проекта, сразу начал пользоваться своими огромными полномочиями для того чтобы вывести его далеко за рамки работы по созданию ядерного оружия<sup>4)</sup>. Совершенно очевидно, что он не обсуждал этого ни с Л. П. Берией, ни с другими административными руководителями проекта, взяв всю ответственность на себя. Успешное испытание атомной бомбы только усилило позиции И. В. Курчатова. И, продолжая свою линию, он сразу выступил с новыми инициативами.

В Обнинске, небольшом городе в 100 км к югу от Москвы, было начато строительство первой в мире электростанции на базе уран-графитового реактора (непосредственное руководство осуществлял Д. И. Блохинцев). Вывод станции на запланированную мощность 5 МВт состоялся в 1954 году. Тогда же, в 1949 году, было принято решение о сооружении в Дубне нового синхрофазотрона на энергию 10 ГэВ для протонов (этот проект возглавил В. И. Векслер). В момент его ввода в строй, в 1956 году, он оказался самым мощным устройством такого рода,<sup>5)</sup> опередив ускоритель протонов до энергии 6.2 ГэВ, запущенный годом ранее в Беркли (США).

В этом свете известная история про то, как после первого испытания бомбы Л. П. Берия «вызвал к себе Алиханова и спросил, не согласится ли тот занять

---

<sup>1)</sup> Этот орган управления советским атомным проектом был создан 20 августа 1945 года, через 2 недели после ядерных бомбардировок Японии. Наделение его огромными полномочиями позволило придать работе необходимый размах.

<sup>2)</sup> Учреждение (его возглавлял М. Г. Мещеряков), возникшее вокруг синхроциклотрона, сначала являлось филиалом Курчатовского института. В 1956 году оно было преобразовано в Лабораторию ядерных проблем (ЛЯП), которая вошла в состав только что созданного Объединённого института ядерных исследований (ОИЯИ). В 1953 году энергия выходного пучка протонов была доведена до 680 МэВ, что позволило использовать синхроциклотрон как источник пионов и мюонов. О некоторых экспериментах, выполненных в 1990-е годы на этой машине сотрудниками ЛЯП ОИЯИ, было рассказано в разделе 10.5.

<sup>3)</sup> Мне представляется, что нелегко было «удивить» человека, который встретил Великую Отечественную войну в тюрьме, куда попал «после спора со Ждановым и Сталиным о производстве артиллерийского оружия» [330]. Вскоре после начала войны, однако, Б. Л. Ванникова выпустили, и до 1945 года он возглавлял Народный комиссариат боеприпасов.

<sup>4)</sup> Здесь можно вспомнить и про 1.5-метровый циклотрон, сооружение которого было завершено в 1947 году; о нём шла речь в разделе 10.4. Задолго до пуска стало ясно, что задача (производство изотопа <sup>239</sup>Pu), из-за которой за него взялись, быстрее и эффективнее решается другим способом. Тем не менее циклотрон был достроен, хотя в данном случае, наверное, остановиться было невозможно и по чисто административным причинам.

<sup>5)</sup> Новый синхрофазотрон стал ядром сформированной в Дубне Лаборатории высоких энергий, вошедшей в 1956 году в ОИЯИ вместе с Лабораторией ядерных проблем.

должность Курчатова»<sup>1)</sup> [330], обретает иной смысл. Было ли это интригой или речь шла о выборе стратегии? Что правильнее: выстраивать науку под потребности народного хозяйства или народное хозяйство — под потребности науки?

### 13.3. Институты и установки

В последнее десятилетие своей жизни И. В. Курчатова (он умер в 1960 году в возрасте 57 лет, до конца оставаясь научным руководителем всего атомного направления), принял участие в запуске фантастического количества новых проектов. И лишь небольшая их часть была завершена на его глазах. Выведем сразу за скобки «прикладные» работы — новые виды ядерного и термоядерного оружия, атомную энергетику, атомные подводные лодки и атомные ледоколы (а ведь это — не просто институты и конструкторские бюро, но предприятия, шахты, полигоны и целые города). Возьмем только науку.

Мы увидим здесь и новые установки в его собственном («Курчатовском») институте — исследовательские ядерные реакторы, плазменные ловушки для иницирования управляемых термоядерных реакций (это огромное направление начало развиваться с 1951 года под руководством Л. А. Арцимовича и Е. К. Завойского), мощный источник нейтронов для спектроскопических исследований на базе электронного ускорителя<sup>2)</sup>. И формирование целой сети ядерных научно-исследовательских центров, оснащенных реакторами и ускорителями самых разных типов. Назовём только основные: (1) Физико-энергетический институт (ФЭИ), выросший в Обнинске; (2) Объединённый институт ядерных исследований (ОИЯИ)<sup>3)</sup> в Дубне, созданный в 1956 году на базе Лаборатории ядерных проблем (синхроциклотрон 1949 года) и Лаборатории высоких энергий (синхрофазотрон 1956 года), в который также вошли учреждённые вскоре после этого Лаборатория нейтронной физики<sup>4)</sup>, Лаборатория ядерных реакций<sup>5)</sup> и Лаборатория теоретической физики; (3) филиал ЛФТИ в Гатчине, преобразованный в 1971 году в Ленинградский институт ядерной

<sup>1)</sup> А. И. Алиханов не только отказался, но и рассказал о своём отказе И. В. Курчатова. Здесь важно, конечно, не то, что предложение было сделано А. И. Алиханову, а то, что Л. П. Берия делал такие предложения.

<sup>2)</sup> Это тот самый предшественник «Факела», запущенный в 1960 году, о котором шла речь в одном из примечаний к разделу 1.6. Решение о его строительстве было принято в 1955 году [259].

<sup>3)</sup> В известном смысле ОИЯИ возник как «ответ» Советского Союза и социалистических стран на образование в 1952 году в окрестностях Женевы Европейского центра ядерных исследований (ЦЕРН). Отдельная тема, к которой, конечно же, был причастен И. В. Курчатова в годы своей жизни, — поставки исследовательских и прикладных ядерных технологий в социалистические страны, включая Китай.

<sup>4)</sup> Лаборатория нейтронной физики (ЛНФ) была создана на базе импульсного источника нейтронов — реактора ИБР (позже, после модернизации, переименованного в ИБР-30). Идея сооружения этого устройства возникла в 1955 году в ФЭИ, возглавлявшемся в то время Д. И. Блохинцевым. В 1956 году Д. И. Блохинцев стал первым директором только что созданного ОИЯИ и предложил построить ИБР. Уже в 1960-м И. М. Франк, директор ЛНФ (см. раздел 8.8), руководил пуском реактора ИБР. Значительный вклад в формирование программы работ на этом реакторе внёс Ф. Л. Шапиро, заместитель директора ЛНФ.

<sup>5)</sup> Лаборатория ядерных реакций (ЛЯР) была создана на базе самого крупного в мире (на момент постройки) 3-метрового циклотрона У-300, на котором были развёрнуты работы по синтезу сверхтяжёлых элементов (это направление возглавил Г. Н. Флёров). Решение о начале работ по созданию циклотрона У-300 было принято в 1955 году [259],

физики <sup>1</sup>); (4) Институт ядерной физики <sup>2</sup>) в составе Новосибирского научного центра, строительство которого (очень интенсивное) было начато буквально «с нуля» в 1957 году; (5) Институт физики высоких энергий, выросший в Протвино (вблизи Серпухова) вокруг рекордного по тем временам ускорителя протонов до энергии 76 ГэВ <sup>3</sup>). Наконец, И. В. Курчатов многое сделал для выведения советских ядерных исследований из режима секретности и восстановления нормального механизма обмена информацией через публикации в открытых журналах и доклады на конференциях. В 1955 году началось преодоление той оторванности отечественной науки от мировой, которая возникла после 1934 года.

Тут И. В. Курчатов воспользовался инициативами международного сообщества. В декабре 1954 года Генеральная Ассамблея ООН приняла резолюцию, призывающую учредить Международное агентство по атомной энергии (МАГАТЭ) и, в качестве первого шага, созвать в августе 1955 года в Женеве Международную конференцию по мирному использованию атомной энергии. И. В. Курчатов употребил всё своё влияние, чтобы участие советской стороны в этой конференции не было формальным. Он лично занимался отбором докладов и, разумеется, попутно сформировал механизм рассекречивания научно-технической ядерной информации.

Таким образом, спектр публикуемых материалов существенно расширился. Этому способствовало и создание в 1956 году журнала «Атомная энергия» <sup>4</sup>). Важную роль сыграл и доклад, сделанный И. В. Курчатовым в 1956 году в Центре атомных исследований в Харуэлле (И. В. Курчатов оказался в Англии в составе делегации, сопровождавшей Н. С. Хрущёва во время его официального визита). Рассказ о работах в области управляемого ядерного синтеза, в то время засекреченных не только в Советском Союзе, но и в западных странах, оказал значительное влияние на выведение всей этой области из тени закрытости.

Совершенно очевидно, что И. В. Курчатов сделал очень многое для развёртывания «гонки исследований» в субатомной физике (окажись на его месте чуть более равнодушный или чуть более осторожный человек, и всё могло бы пойти совсем по другому сценарию). В этом, возможно, и состоит его основной вклад в мировую науку. Действуя в рамках плановой экономики, он легко пренебрегал соображениями текущей выгоды. Западным «рыночным» странам для осуществления ответных

---

а уже в 1961-м состоялся ввод в строй этой установки. В 1979 году там же, в ЛЯР, был сооружён и 4-метровый циклотрон У-400.

<sup>1</sup>) Первой крупной установкой, вокруг которой вырос филиал ЛФТИ, стал исследовательский реактор ВВР-М. Решение о его строительстве было принято в 1954 году, строительство началось в 1956-м, а в конце 1959 года состоялся физический пуск этого мощного (по тем временам) источника нейтронов.

<sup>2</sup>) Институт ядерной физики (ИЯФ) в Новосибирске был создан в 1958 году на базе лаборатории новых методов ускорения, которая до этого входила в состав института И. В. Курчатова в Москве. Руководитель лаборатории Г. И. Будкер стал первым директором ИЯФ. Уже в 1963 году сотрудники института запустили установку ВЭП-1 — первый в мире электрон-электронный ускоритель со встречными пучками с энергией частиц 160 МэВ (в каждом пучке).

<sup>3</sup>) Предложение о строительстве этого ускорителя было выдвинуто физиками ИТЭФ. Оно было одобрено И. В. Курчатовым в 1954 году (тогда речь шла об энергии протонов 50 ГэВ) [259]. В 1958-м проект был поддержан постановлением правительства СССР, строительство началось в 1960-м, а пуск готовой установки состоялся в 1967 году.

<sup>4</sup>) Это издание, правда, стало специализироваться в основном на «прикладной» тематике. Для того чтобы разгрузить центральный российский физический журнал ЖЭТФ (Журнал экспериментальной и теоретической физики), в 1965 году был учреждён журнал «Ядерная физика».

шагов пришлось прибегнуть к такому же целенаправленному государственному финансированию.

Важный момент заключается в том, что «гонка исследований» никому не угрожала. Её единственной целью было — получение новых знаний. Она потребовала немалых материальных вложений, которые, однако, ничтожны по сравнению со средствами, уходившими и до сих пор уходящими на создание новых видов оружия. Похоже, однако, что уже в 1960-е годы новое поколение политиков, пришедшее к власти в СССР, достаточно жёстко определилось со своими ценностями. А новое поколение учёных, пришедшее на смену «отцам-основателям», не сумело овладеть необходимыми рычагами.

Уже в 1970-е годы для внимательных наблюдателей не было секретом, кто выходит победителем в «гонке исследований». В 1980-е в Серпухове было начато строительство туннеля для ускорителя со встречными пучками, в каждом из которых был запланирован разгон протонов до энергии 3 ТэВ. Но среди тех, кто знал, что происходит с реактором ПИК (см. раздел 5.12) и Московской мезонной фабрикой (см. раздел 5.4), мало кто верил в успех. А в 1993 году конгресс США проголосовал за прекращение строительства суперколлайдера — протонного ускорителя со встречными пучками с энергиями 20 ТэВ [307]. И это, к сожалению, означало (во всяком случае на тот момент), что в проигрыше оказались все.

### 13.4. Проекты и судьбы

Многие советские администраторы 1940-х годов искренне считали, что инженер (учёный) должен сидеть в тюрьме-шарашке (её устройство описано, к примеру в романе А. Солженицына «В круге первом»)<sup>1)</sup>. Таким способом наука была поставлена на службу производству. Понятно, что в обратной ситуации, когда промышленность начинает делать то, что требует наука, определённая часть инженеров и учёных обязательно принимает на себя административные функции. Это по меньшей мере означает, что шарашкам приходит конец. В 1950-е годы так и вышло. Но были и более значительные следствия.

Ядерное направление было далеко не единственной высокотехнологичной областью, получившей развитие в Советском Союзе в послевоенные годы. Сюда нужно отнести космическую промышленность (боевые ракеты и научные исследования), строительство самолетов (военных и гражданских), радиоэлектронику и химические производства (оборонные заказы и бытовая техника), и это, конечно, не полный список. Движение вперёд было невозможно без подготовки огромного числа новых специалистов.

Так, осенью 1945 года был организован инженерно-физический факультет при Московском механическом институте (ММИ), фактически, новое высшее учебное

---

<sup>1)</sup> Вот характерный эпизод, пересказанный Е. Л. Фейнбергом со слов Ю. Б. Румера, который работал в таком заведении под руководством авиаконструктора А. Н. Туполева. После успешного завершения некоторого проекта «... Берия устроил для всех... “дружеский ужин”, сам обносил “гостей” блюдом с пирожками. Разомлевший от всего этого авиаконструктор Баргини... встал и сказал: “Лаврентий Павлович, вот мы все вместе так хорошо, дружески пируем, беседуем, — я хочу вам сказать совершенно искренне и правдиво: я ведь ни в чём не виноват”. Берия столь же дружеским тоном... ответил: “Конечно, не виноват. Был бы виноват — мы бы расстреляли...”» (Природа, 1998, № 1, с. 65–75).

заведение при «Первом Главном управлении»<sup>1)</sup> (в 1953 году оно было переименовано в Московский инженерно-физический институт — МИФИ). Этот факультет (институт) превратился в один из главных центров подготовки кадров для атомной науки и промышленности<sup>2)</sup>. В 1947 году возник также и Московский физико-технический институт (МФТИ), сначала как факультет Московского государственного университета (МГУ) — в дополнение к существовавшим физическому и механико-математическому. Однако как раз в момент отделения от МГУ (в 1951 году) специальность «строение вещества» (к которой относились специалисты по ядерной физике) была изъята из списка специальностей МФТИ. Поэтому выпускники этого высшего учебного заведения уходили в основном в области, не связанные с субатомной физикой.

При этом формирование советской промышленности и техники происходило в рамках плановой экономики, которая по природе своей в меньшей степени нацелена на производство стоимостей, нежели рыночная. В результате созданная «отцами-основателями» система порождала большое число людей, не только хорошо образованных, но и проникнутых немалым идеализмом, т. е. заботящихся о ценностях. Сочетание этих качеств — это вовсе не редкость, а обычное дело в среде творческих работников, врачей, священнослужителей, учителей и преподавателей — во все времена и во всех странах. Но в условиях советской экономики, когда огромные производства выстраивались под наперёд поставленные задачи (в полном противоречии с рыночными принципами), слой носителей указанных качеств, подпитываемый представителями научно-технической интеллигенции, вырос очень значительно.

Оказалось, однако, что грамотность и идеализм (а с ними и вольномыслие), порождённые особенностями экономической системы, слабо сочетаются с жёсткостью идеологии советского режима (и скрывающейся за нею строгой иерархичностью). В этом конфликте сформировались замечательная поэзия (поэт И. Бродский, в частности, был удостоен в 1987 году Нобелевской премии по литературе), включавшая в себя культуру бардовской песни, и выдающийся кинематограф (по крайней мере один из его лидеров, А. Тарковский, получил мировую известность). В конечном итоге вольномыслие взяло верх; но вместе с советским строем исчез и тот экономический механизм, который в массовом порядке порождал высокообразованных носителей идеалистического мировоззрения. За что боролись...

Но в начале 1950-х никто об этом, конечно, не думал. Новые высшие учебные заведения и новые специальности, новые проекты и новые предприятия — всё это действовало подобно гигантскому водовороту, который втягивал в себя молодых людей и придавал их судьбам неожиданные направления. Так, мой отец Л. Н. Барабанов, выросший в небольшом рабочем посёлке под Смоленском, в 1949 году, после окончания Московского геолого-разведочного института, был отправлен по распределению инженером на урановые шахты в Саксонии, на юге Восточной Германии (примерно половина урана, задействованного в советском атомном проекте к 1950 году, была добыта на этих шахтах [330]). Там же, в Саксонии, год спустя, и так же по распределению, оказалась и моя мама Д. А. Чащихина, инженер-строитель. В 1954 году,

<sup>1)</sup> ММИ возник в 1942 году при Народном комиссариате боеприпасов, который возглавлял Б. Л. Ванников. Довольно естественно, поэтому, что в 1945 году, когда Б. Л. Ванников стал начальником «Первого Главного управления», он сначала переподчинил себе ММИ, а потом и реорганизовал его.

<sup>2)</sup> Кафедру теоретической ядерной физики, учреждённую в ММИ-МИФИ, в первые годы её существования возглавляли сначала И. Е. Тамм (с 1946 по 1949 год), а потом М. А. Леонтович (с 1949 по 1954 год). Так, в частности, А. М. Балдин, чьи лекции мне посчастливилось слушать (см. раздел 4.3), был выпускником этой кафедры (1949 год).

вернувшись в Советский Союз, мои будущие родители (уже ставшие мужем и женой) подписали суровые обязательства держать в секрете обстоятельства своего знакомства. Я узнал о роли саксонских урановых рудников в собственной жизни лишь когда работал в Курчатовском институте и занимался делением ядер.

Благодаря движению зубцов и шестерён того же непостижимого механизма в самом начале 1950-х годов в Курчатовский институт были распределены выпускник Ленинградского политехнического института Д. П. Гречухин и выпускник Одесского политехнического института В. М. Струтинский. Оба оказались в небольшом теоретическом секторе, во главе которого стоял А. Б. Мигдал. В 1980-е годы Д. П. Гречухин, ставший моим научным руководителем, нацелил меня на физику деления ядер (об этом говорилось в разделе 1.1). Однако по прошествии времени я с некоторым удивлением осознал, что до наших совместных работ Дмитрию Петровичу принадлежала только одна журнальная публикация [139] 1976 года на эту тему.

Имеются, правда, ещё препринты [106–108], изданные совместно с Г. А. Пик-Пичаком в 1971 году. В них подвергнут критике метод оболочечной поправки В. М. Струтинского. Всякий раз, когда Д. П. Гречухин вспоминал об этих работах, он подчёркивал, что они не были направлены против идеи о двойном барьере деления. Эта гипотеза, как считается, была обоснована В. М. Струтинским с помощью метода оболочечной поправки. Дмитрий Петрович настаивал, что предметом спора была точность предсказаний. Хотя с момента столкновения прошло довольно много времени, а сам Вилен Митрофанович Струтинский в начале 1970-х годов покинул Курчатовский институт (он был избран в академию наук Украины и перешёл в киевский Институт ядерной физики), чувствовалось, что спор был горячим.

Однако как только Дмитрий Петрович начал посвящать меня в теорию спин-угловых корреляций в делении, он, наряду с гипотезой О. Бора [29], сразу указал и на работу «Вилена» [32]. В ней, по его словам, всё было сделано «как надо». Примерно эта же формулировка присутствовала далее во всех наших работах [213, 215, 224, 225, 240, 251, 252] с Д. П. Гречухиным, посвящённых делению. Соответственно к 1989 году накопилось большое количество ссылок.

В тот год я попал на большой юбилейный (посвящённый 50-летию открытия) симпозиум по физике деления, который проходил в Западном Берлине <sup>1)</sup> и встретил там В. М. Струтинского. Я и ранее видел его на союзных (российских) конференциях, но явных поводов для знакомства не было. В Берлине же Г. А. Отроценко, сотрудник Курчатовского института и давний знакомый В. М. Струтинского, меня представил. В. М. Струтинский переспросил мою фамилию, посмотрел на меня задумчиво и сказал, что надо бы побеседовать. Но, как водится, между заседаниями времени не нашлось, а дальше наши пути более не пересекались.

### 13.5. Угловое распределение продуктов распада ядра

Суть дела состоит в следующем. Рассмотрим распад ядра (например, компаунд-ядра) со спином  $J$  на две частицы (например, осколки деления) со спинами  $J_1$  и  $J_2$ . Простейшая спин-угловая корреляция — это анизотропия разлета частиц относительно оси ориентации спинов ядер-распадчиков. Выберем вдоль направления ориентации ядер ось  $z$  и запишем начальное состояние распадающегося ядра в виде

<sup>1)</sup> Дело было в апреле 1989-го — Западный Берлин ещё был окружён знаменитой стеной. Её разнесли на куски в ноябре того же года.



суперпозиции,

$$\Psi_J = \sum_M a_M(J) \Psi_{JM}, \quad (13.1)$$

в точном соответствии с (А.3). Тогда спиновое состояние ансамбля ядер-распадчиков характеризуется матрицей плотности (А.8) или набором спин-тензоров ориентации (А.71). Поскольку в данном случае ось  $z$  является осью ориентации, то справедливо (А.81). Таким образом, отличны от нуля только следующие спин-тензоры:

$$\tau_{Q0}(J) = \sum_M C_{JM}^{JM} \langle |a_M(J)|^2 \rangle. \quad (13.2)$$

Здесь  $\tau_{00}(J) = 1$ , спин-тензор  $\tau_{10}(J)$  описывает поляризацию,  $\tau_{20}(J)$  — выстроенность ядер-распадчиков и т. д.

После распада система с заданными квантовыми числами  $J$  и  $M$  описывается собственной функцией гамильтониана (Б.7), т. е. парциальной волной  $(u_{\alpha L}^{(+)}/r_{\alpha})\varphi_{\lambda_{\alpha}}^{\alpha}$ . При этом радиальная функция в асимптотике имеет вид (Б.9), а спин-угловая функция определяется выражениями (Б.10)–(Б.13), в зависимости от представления. Воспользуемся представлением спина канала, т. е. примем

$$\varphi_{LFJM}^{\alpha} = \sum_{\nu m M_1 M_2} C_{F\nu Lm}^{JM} C_{J_1 M_1 J_2 M_2}^{F\nu} \chi_{J_1 M_1}^{\alpha} \chi_{J_2 M_2}^{\alpha} i^L Y_{Lm}(\mathbf{n}_{\alpha}), \quad (13.3)$$

где  $\alpha$  — набор характеристик образующихся частиц (осколков деления),  $\chi_{J_i M_i}^{\alpha}$  — волновая функция  $i$ -й частицы, а единичный вектор  $\mathbf{n}_{\alpha}$ , как обычно, направлен от тяжелой частицы 1 к лёгкой частице 2. Тогда в асимптотике система описывается следующей волновой функцией:

$$\Psi_J \rightarrow \frac{e^{i(k_{\alpha} r_{\alpha} - \eta_{\alpha} \ln 2k_{\alpha} r_{\alpha})}}{k_{\alpha} r_{\alpha}} \sum_M a_M(J) \sum_{LF} (-i)^{L+1} g^{\alpha}(LF) \varphi_{LFJM}^{\alpha}, \quad r_{\alpha} \rightarrow \infty, \quad (13.4)$$

где  $g^{\alpha}(LF)$  — это амплитуды распада в состояния с определёнными относительным орбитальным моментом осколков  $L$  и суммарным спином осколков (спином канала)  $F$ .

Вероятность  $dw(\mathbf{n}_{\alpha})$  того, что лёгкая частица попадёт в телесный угол  $d\Omega$ , определяется плотностью потока,  $j_{r_{\alpha}}^{(+)}$ , соответствующего расходящейся волне:

$$dw(\mathbf{n}_{\alpha}) \sim j_{r_{\alpha}}^{(+)} r_{\alpha}^2 d\Omega. \quad (13.5)$$

Выбирая коэффициент пропорциональности так, чтобы полная (т. е. проинтегрированная по всем направлениям  $\mathbf{n}_{\alpha}$ ) вероятность была равна единице, получим

$$\frac{dw(\mathbf{n}_{\alpha})}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sum_{Q=0,1,2,\dots} (2Q+1) \tau_{Q0}(J) b_Q^{\alpha}(J) P_Q(\cos \vartheta). \quad (13.6)$$

Здесь  $\vartheta$  — угол между  $\mathbf{n}_{\alpha}$  и осью  $z$  и

$$b_Q^{\alpha}(J) = \frac{1}{\Gamma^{\alpha}} \sum_{LL'F} \sqrt{\frac{2L+1}{2L'+1}} C_{L0Q0}^{L'0} U(FLJQ, JL') g^{\alpha}(LF) g^{\alpha*}(L'F), \quad (13.7)$$

где

$$\Gamma^{\alpha} \equiv \sum_{LF} |g^{\alpha}(LF)|^2. \quad (13.8)$$

Нетрудно проверить, что  $b_0^{\alpha}(J) = 1$ .

Таким образом, угловая анизотропия возникает, только если выполнены два условия (на входе и на выходе). Во-первых, хотя бы один из спин-тензоров  $\tau_{10}$ ,  $\tau_{20}$ , ... не равен нулю (это, в общем-то, очевидно: нет спиновой ориентации ансамбля распадающихся ядер — нет и анизотропии). Во-вторых, амплитуды распада таковы, что хотя бы некоторые из величин  $b_1^\alpha$ ,  $b_2^\alpha$ , ... отличны от нуля.

К началу 1950-х годов всё это было хорошо известно. В любой реакции естественным образом выделено направление, вдоль которого движутся сталкивающиеся частицы (ось реакции). Легко сообразить, что компаунд-ядра, образующиеся при слиянии частиц с отличными от нуля относительными орбитальными моментами (т. е. частиц, которые летят не точно вдоль одной прямой, не лоб в лоб), обладают спиновой выстроенностью относительно оси реакции. Ведь орбитальные моменты, за счёт которых, в частности, формируются спины компаунд-ядер, поперечны этой оси. Нет, следовательно, ничего удивительного в том, что угловые распределения продуктов распада компаунд-ядер анизотропны.

Как раз в начале 1950-х годов в теорию реакций проникли методы, развитые Дж. Рака в 1942–1943 годах для описания сложных атомных спектров. В частности, в 1951 году Дж. М. Блатт и Л. К. Биденхарн [10, 14] показали, как функции Рака помогают упростить формулу для дифференциального сечения реакции — см. раздел Б.1.7. Имеется, кстати, естественное согласие между формулами (13.7) и (Б.61); точнее, в последнем случае речь идёт о нижнем выражении в правой части (оно соответствует представлению спина выходного канала).

В общем случае коэффициент  $b_Q^\alpha$  определяет вклад выходных каналов в угловые корреляции, возникающие при распаде состояний с полными угловыми моментами  $J$  и  $J'$  (эти состояния, вообще говоря, интерферируют — см. выше раздел 11.3). Здесь мы рассматриваем распад ядер с определённым спином, поэтому  $J = J'$  (в реакциях при усреднении по большому числу промежуточных состояний интерференционные слагаемые с  $J \neq J'$  тоже, конечно, исчезают). Можно также сказать, что та часть формулы Блатта–Биденхарна, которая связана с входными каналами, фактически описывает формирование спин-тензоров ориентации промежуточных состояний со спинами  $J$  и  $J'$  (этот вопрос обсуждается также в сноске на с.411.).

И всё-таки, когда в 1952 году Е. Дж. Уинхолд, П. Т. Демос и И. Халперн [18] в ядерном фотоделении, а в 1954 году Дж. Е. Бролли и В. К. Дикинсон [24] в делении ядер нейтронами обнаружили угловую анизотропию осколков деления, это вызвало замешательство<sup>1)</sup>. Дело в том, что деление — это очень своеобразная реакция, с гигантским числом выходных каналов, если каждую пару осколков с определёнными массами, зарядами, энергиями возбуждения, спинами и чётностями считать за отдельный канал (а именно таково определение канала в формальной теории реакций [14, 49]). На самом деле в физике деления выходными каналами принято называть нечто иное (об этом чуть позже); чтобы не создавать путаницы, будем называть каждую отдельную пару осколков конечным состоянием.

Итак, если применить к реакции деления формулу Блатта–Биденхарна, то совершенно непонятно, почему анизотропия не обращается в нуль при суммированных по огромному числу конечных состояний (т. е. по индексу  $\alpha$ ). Ведь величины  $b_Q^\alpha$  (13.7) могут быть как положительными, так и отрицательными! С другой стороны, в модели жидкой капли, предложенной Н. Бором и Дж. А. Уилером [3] в 1939 году,

<sup>1)</sup> В заключительном абзаце статьи [18] сказано: «No really convincing explanation of the observed angular distribution has so far been developed...»

небольшой угловой момент, вносимый в ядро, не оказывает существенного влияния на процесс деления <sup>1)</sup>.

Простейшее правдоподобное рассуждение (основанное на подходе Блатта–Биденхарна), которое приводит к нулевой анизотропии даже для определённого конечного состояния  $\alpha$ , состоит в следующем. Представим себе пару осколков сразу после разрыва. Они сильно возбуждены (за счёт этой энергии возбуждения при разлёте осколков испускаются те самые нейтроны, которые поддерживают цепную реакцию) и, следовательно, их спины  $J_1$  и  $J_2$  могут достигать нескольких единиц. Однако направления этих спинов скорее всего случайны. Тогда, при фиксированном значении относительного орбитального момента <sup>2)</sup>, все конечные состояния  $|F\nu\rangle$ , где  $\nu$  — проекция спина канала  $F$  на ось квантования, могли бы быть равновероятны. Это означает, что  $|g^\alpha(LF)|^2 \sim (2F + 1)$  (при фиксированном  $L$ ). Но тогда, пренебрегая в (13.7) интерференционными слагаемыми с  $L \neq L'$ , получим

$$b_Q^\alpha(J) \sim \sum_F (2F + 1) U(FJLQ, LJ) \sim \delta_{Q0}. \quad (13.9)$$

Здесь использовано свойство (A.152) нормированной функции Рака.

### 13.6. Каналы деления О. Бора

Выход из затруднения был, конечно, найден. Оказалось, что угловая анизотропия — это одно из проявлений квантовых особенностей деления. В 1953 году появилась, наверное, первая обстоятельная работа на эту тему — Д. Л. Хилла и Дж. А. Уилера [23] (с выражением глубокой благодарности Н. Бору за «многочисленные плодотворные обсуждения»). Об угловой анизотропии осколков были высказаны лишь качественные соображения (их, однако, хватило, чтобы по данным [18], полученным в фотоделении, правильно предсказать знак эффекта в делении нейтронами). Важно, что в этой статье была представлена следующая картина деления.

Ядро, в которое нейтроном или  $\gamma$ -квантом внесена значительная энергия, движется в пространстве одночастичных конфигураций, каждой из которых отвечает своя равновесная деформация. На пути к делению ядро попадает в ту конфигурацию, деформация которой соответствует барьеру деления (седловой точке). Можно сказать, что энергия, ушедшая на формирование этой конфигурации, это и есть высота барьера. Если первоначальная энергия возбуждения ядра лишь ненамного превышает энергию седловой точки, то на барьере ядро оказывается «холодным», слабо возбуждённым. Соответственно оно проходит через небольшое число доступных ему квантовых состояний. Каждое из них, как впоследствии стало ясно, и есть канал деления. Далее — спуск с барьера, разрыв и формирование гигантского количества конечных состояний.

Более детальная картина была предложена О. Бором [29] в 1955 году — в докладе на той самой Международной конференции по мирному использованию атомной

<sup>1)</sup> Вот начало статьи [24]: «The Bohr–Wheeler liquid drop model for the fission process would predict essentially no correlation between the direction of the fission fragment, apart from center-of-mass effects...»

<sup>2)</sup> Сам факт существования угловой анизотропии указывает на важность состояний с  $L \neq 0$ . Если бы осколки разлетались, двигаясь строго вдоль одной прямой (как это иногда представляют, руководствуясь наивной капельной моделью), то орбитальный момент был бы равен нулю и, как видно из (13.7), все коэффициенты  $b_1^\alpha, b_2^\alpha, \dots$  также обратились бы в нуль.

энергии, о которой шла речь в разделе 13.3. Квантовые состояния сильно деформированного «холодного» ядра на барьере — это состояния, связанные с коллективными движениями, прежде всего вращениями. Волновая функция такого вытянутого, аксиально-симметричного ядра со спином  $J$  имеет следующий общий вид:

$$\Psi_J \sim \sum_M a_M(J) \sum_K g^{JK} \Phi_K(\tau) \mathcal{D}_{MK}^J(\omega), \quad (13.10)$$

где  $K$  — проекция спина  $J$  на ось деформации (см. рис. 13.1),  $\Phi_K(\tau)$  — волновая функция внутреннего движения ядра в системе отсчёта, жёстко связанной с осью деформации (в этой системе отсчёта число  $K$  есть интеграл движения в силу аксиальной симметрии системы), а вектор  $\omega$  указывает направление оси деформации. Амплитуды  $g^{JK}$  задают распределение по числу  $K$ , которое складывается на барьере в силу тех или иных причин.

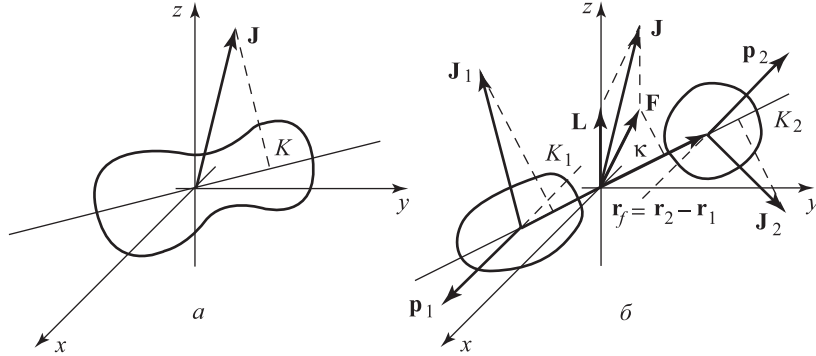


Рис. 13.1. Схема сложения угловых моментов в делении: до деления (а) и после деления (б). Ось  $x$  направлена вдоль импульса  $\mathbf{p}_1$  тяжёлого осколка (при этом в системе центра масс  $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$ ). Ось  $y$  выбрана так, что относительный радиус-вектор осколков  $\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  лежит в плоскости  $(x, y)$ . Следовательно, относительный орбитальный момент  $\mathbf{L}$  направлен вдоль оси  $z$ . Полный угловой момент  $\mathbf{J}$  делящегося ядра переходит в сумму орбитального момента  $\mathbf{L}$  и суммарного спина осколков  $\mathbf{F} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$ . Проекция спина  $\mathbf{J}$  на ось деформации есть  $K$  (а), тогда как  $\kappa$  есть суммарная спиральность двух осколков, т. е. проекция  $\mathbf{F}$  на направление  $\mathbf{r}_f$  (б)

Понятно, далее, что при последующем удлинении ядра и разрыве направление  $\omega$  оси деформации переходит в направление  $\mathbf{n}_f$  оси деления. Таким образом, вероятность разлёта осколков вдоль заданной оси совпадает с вероятностью того, что ядро, которое описывается волновой функцией (13.10), вытянуто вдоль той же оси. Интегрируя квадрат модуля волновой функции по всем ненаблюдаемым внутренним переменным, получим

$$dw(\mathbf{n}_f) \sim \sum_K |g^{JK}|^2 \left| \sum_M a_M(J) \mathcal{D}_{MK}^J(\mathbf{n}_f) \right|^2 d\Omega. \quad (13.11)$$

Выбирая коэффициент пропорциональности так, чтобы угловое распределение было нормировано на единицу, и выполняя несложные тождественные преобразования (используя, в частности, соотношение (В.114)), приводим ответ к форме

$$\frac{dw(\mathbf{n}_f)}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sum_{Q=0,1,2,\dots} (2Q+1) \tau_{Q0}(J) b_Q(J) P_Q(\cos \vartheta). \quad (13.12)$$

Здесь  $\vartheta$  — угол между  $\mathbf{n}_f$  и осью  $z$  и

$$b_Q(J) = \sum_K C_{JKQ0}^{JK} |g^{JK}|^2, \quad (13.13)$$

если принято следующее условие нормировки для амплитуд:

$$\sum_K |g^{JK}|^2 = 1. \quad (13.14)$$

Мы видим, что ответы (13.6) и (13.12) выглядят совершенно одинаково. Но их смысл различен. В первом случае мы имеем дело с последовательным квантовым описанием распада — с помощью амплитуд  $g_\alpha(LF)$ . Во втором случае речь идёт вовсе не о распаде, а о пространственной структуре сильно вытянутой, аксиально симметричной квантовой системы. Но поскольку система распадается, то в этом втором случае естественно отождествить два распределения по телесным углам — оси удлинения и направления разлёта осколков.

### 13.7. Метод Струтинского

Возникает вопрос: а есть ли связь между двумя этими столь не похожими друг на друга подходами? Или, иначе: почему амплитуды  $g_\alpha(LF)$ , относящиеся к разным конечным состояниям, так скоррелированы, что вклады этих состояний не гасят друг друга? Ключ к ответам на эти вопросы содержится в статье В. М. Струтинского [32] 1956 года. Правда, в самой статье акценты расставлены несколько иначе.

По форме работа [32] есть, скорее, альтернативное по отношению к работе О. Бора объяснение, почему имеет место угловая анизотропия осколков<sup>1)</sup>. Она начинается с формулы (13.4) (разумеется, обозначения немного другие). Однако результаты (13.6) и (13.7) не выписываются — они считаются, во-первых, известными (и это справедливо) и, во-вторых, «неудобными». Об этом можно судить по тому, что говорится буквально следующее: «... удобно иметь более простые выражения, содержащие распределение проекций спинов осколков относительно оси, соединяющей центры масс осколков». И далее В. М. Струтинский разъясняет, что он имеет в виду. Проследим и мы за его логикой.

Выделим в спин-угловой функции (13.3) волновую функцию двух осколков с полным спином  $F$  и его проекцией  $\nu$  на ось  $z$ :

$$\chi_{F\nu}^{c_\alpha} = \sum_{M_1 M_2} C_{J_1 M_1 J_2 M_2}^{F\nu} \chi_{J_1 M_1}^{c_\alpha} \chi_{J_2 M_2}^{c_\alpha}. \quad (13.15)$$

В соответствии с (A.52) её всегда можно представить в виде разложения по волновым функциям с определёнными проекциями  $\kappa$  спина  $F$  на направление  $\mathbf{n}_\alpha$  ( $\kappa$  — это и есть проекция суммарного спина осколков на ось, соединяющую центры масс осколков; см. также рис. 13.1):

$$\chi_{F\nu}^{c_\alpha} = \sum_\kappa \mathcal{D}_{\nu\kappa}^F(\mathbf{n}_\alpha) \chi_{F\kappa}^{c_\alpha}. \quad (13.16)$$

<sup>1)</sup> В работе [32] нет ссылки на доклад О. Бора, но это не означает, что В. М. Струтинский не знал о нём. Д. П. Гречухин, которого я в своё время спрашивал об этом, был уверен, что основные тезисы О. Бора были известны В. М. Струтинскому, а отсутствие ссылки объясняется только тем, что в момент подготовки статьи [32] доклад О. Бора ещё не был опубликован.

Аргументами возникающей здесь  $\mathcal{D}$ -функции являются три угла Эйлера,  $\alpha = \varphi_\alpha$ ,  $\beta = \vartheta_\alpha$  и  $\gamma = 0$ , где  $\varphi_\alpha$  и  $\vartheta_\alpha$  — азимутальный и полярный углы, задающие направление вектора  $\mathbf{n}_\alpha$  в лабораторной системе отсчёта — см. текст после формулы (A.91). Но в соответствии с той же формулой (A.91) сферическую гармонику в (13.3) также можно выразить через  $\mathcal{D}$ -функцию от тех же самых аргументов. Пользуясь, далее, правилом сложения  $\mathcal{D}$ -функций (A.61) и условием ортогональности коэффициентов Клебша–Гордана (A.57), для спин-угловой функции получим

$$\varphi_{LFJM}^{c_\alpha} = i^L \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \sum_{\kappa} C_{F\kappa L0}^{J\kappa} \varphi_{F\kappa JM}^{c_\alpha}, \quad (13.17)$$

где

$$\varphi_{F\kappa JM}^{c_\alpha} = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}_{M\kappa}^J(\mathbf{n}_\alpha) \chi_{F\kappa}^{c_\alpha}. \quad (13.18)$$

Подставим теперь (13.17) в (13.4). Результат выглядит так,

$$\Psi_J \rightarrow -i \frac{e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha)}}{k_\alpha r_\alpha} \sum_M a_M(J) \sum_{F\kappa} g^\alpha(F\kappa) \varphi_{F\kappa JM}^{c_\alpha}, \quad r_\alpha \rightarrow \infty, \quad (13.19)$$

$$g^\alpha(F\kappa) \equiv \sum_L \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} C_{F\kappa L0}^{J\kappa} g^\alpha(LF), \quad (13.20)$$

как будто осуществлён переход от представления спина канала, в котором заданы орбитальный момент  $L$  и спин канала  $F$ , в некоторое другое представление, где заданы  $F$  и его проекция  $\kappa$  на ось разлёта осколков. Самое замечательное, что если воспользоваться явным видом спин-угловой функции (13.18) в новом представлении, то волновая функция в асимптотике примет вид

$$\Psi_J \rightarrow -i \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \frac{e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha)}}{k_\alpha r_\alpha} \sum_M a_M(J) \sum_{F\kappa} g^\alpha(F\kappa) \chi_{F\kappa}^{c_\alpha} \mathcal{D}_{M\kappa}^J(\mathbf{n}_\alpha), \quad (13.21)$$

аналогичный волновой функции (13.10) сильно вытянутого аксиально симметричного ядра.

Вычисление углового распределения по формуле (13.5) фактически эквивалентно вычислению квадрата модуля волновой функции (13.21) и интегрированию по всем ненаблюдаемым переменным. Поэтому нет ничего удивительного в том, что ответ для нормированного на единицу углового распределения принимает вид (13.6) с коэффициентами

$$b_Q^\alpha(J) = \frac{1}{\Gamma^\alpha} \sum_{\kappa} C_{J\kappa Q0}^{J\kappa} \sum_F |g^\alpha(F\kappa)|^2, \quad \Gamma^\alpha = \sum_{F\kappa} |g^\alpha(F\kappa)|^2, \quad (13.22)$$

близкими по форме к тем, которые были получены в модели О. Бора — см. (13.13). Отмечу также, что  $\Gamma^\alpha$  — это буквально та же величина, которая ранее была введена формулой (13.8) (коль скоро имеется соотношение (13.20)).

На самом деле можно было и не вычислять заново угловое распределение по волновой функции (13.21). Именно потому, что существует взаимно однозначное соответствие амплитуд, заданных в двух разных представлениях. Если, в частности,

прямое преобразование от  $(LF)$ -представления к  $(F\kappa)$ -представлению имеет вид (13.20), то обратное, как легко установить, выглядит так:

$$g^\alpha(LF) = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \sum_{\kappa} C_{F\kappa L0}^{J\kappa} g^\alpha(F\kappa). \quad (13.23)$$

Подстановка этого результата в (13.7) даёт (13.22) <sup>1)</sup>.

### 13.8. Представление спиральности

Искушённые читатели (добравшиеся до этого места), наверное, уже недоумевают, почему я до сих пор не назвал  $(F\kappa)$ -представление его именем — представлением спиральности. Ведь  $\kappa$  — это и есть спиральность, т.е. проекция спина на направление движения лёгкого осколка <sup>2)</sup>. Но, напомним, я излагаю логику работы В. М. Струтинского [32] 1956 года. А представление спиральности, согласно, к примеру, Л. К. Биденхарну и Дж. Д. Лауку [170] (см. главу 8) или А. М. Балдину [88] (см. раздел 53 главы 10), было предложено в 1958–1959 годах в работах [45, 54]. Сам В. М. Струтинский в статье [32] не вводил и, соответственно, не использовал понятия «спиральность». Насколько мне известно, он и позже не привлекал внимания к тому, что представление спиральности было применено им, пусть для решения частной задачи, но уже в 1956 году.

Интересно, что О. Бор и Б. Р. Моттelson [128] указывают на подобие выражений типа (13.10) и (13.21) и в разделе 2 главы 4, и при воспроизведении выражения для углового распределения осколков в виде формулы (4.178) в главе 4. Но специально в этом месте не задерживаются. Не исключено, что число  $K$  впервые было названо суммарной спиральностью осколков лишь в нашей статье с Д. П. Гречухиным [251]. А подробное обсуждение представления спиральности в делении было представлено нами с В. И. Фурманом [360] лишь в 1990-е годы.

Нетрудно догадаться, почему интерес к понятию «спиральность» в физике деления невелик. Дело в том, что в ядерной физике низких энергий представление спиральностей — это вещь мало популярная. Причина состоит в том, что, строго говоря, это представление возникает лишь в асимптотике,  $r_\alpha \rightarrow \infty$ . В самом деле, вернёмся к началу, к тому, что после распада система с заданными квантовыми числами  $J$  и  $M$  описывается собственной функцией гамильтониана (Б.7), т.е. парциальной волной  $(u_{\alpha L}^{(+)}/r_\alpha)\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha$ . Это означает, что сразу за точкой разрыва система описывается волновой функцией (в представлении спина канала):

$$\Psi_J \sim \sum_M a_M(J) \sum_{LF} g^\alpha(LF) \frac{u_{\alpha L}^{(+)}}{r_\alpha} \varphi_{LFJM}^\alpha, \quad (13.24)$$

которая в асимптотике принимает вид (13.4).

<sup>1)</sup> Сначала нужно воспользоваться формулой (А.155) и выразить произведение  $C_{L0Q0}^{L'0} U(FLJQ, JL')$  через коэффициенты Клебша–Гордана, а потом — условиями симметрии (А.65) и ортогональности (А.57).

<sup>2)</sup> О. Бор и Б. Р. Моттelson [95] вводят спиральность частицы и как проекцию её спина на направление радиуса-вектора — см. (3.4) в главе 3, а также раздел 1 приложения 1 к этой же главе, и как проекцию спина на направление импульса — см. раздел 1 приложения 6 к главе 3. При этом они подчёркивают, что это разные величины (хотя и обозначают их одной и той же буквой  $h$ ). В данном случае речь идёт о спиральности как о проекции суммарного спина двух осколков на направление относительного радиуса-вектора.

Ничто, конечно, не мешает проделать преобразования (13.15)–(13.18). Но при попытке подставить (13.17) в (13.24) мы обнаружим, что сумма по  $L$ , с помощью которой в (13.20) амплитуды  $g^\alpha(LF)$  переходят в амплитуды  $g^\alpha(F\kappa)$ , содержит радиальные функции  $i^L u_{\alpha L}^{(+)}(r_\alpha)$ . Они являются решениями уравнений (Б.8) с центробежным потенциалом  $\sim L(L+1)/r_\alpha^2$  и потому, вообще говоря, существенно зависят от  $L$ ! Другими словами, амплитуды  $g^\alpha(F\kappa)$ , вообще говоря, зависят от расстояния  $r_\alpha$  между осколками, причём сложным, неочевидным образом. И только в асимптотике  $r_\alpha \rightarrow \infty$ , где центробежный потенциал сходит на нет и, следовательно, функции  $i^L u_{\alpha L}^{(+)}(r_\alpha)$  не зависят от  $L$  (см. (Б.9)), мы получим связь (13.19) между амплитудами, заданными в представлениях спина канала и спиральности.

Асимптотический характер представления спиральности ясен и из следующих соображений. Оператор спиральности  $\hat{\kappa} = \tilde{\mathbf{F}}\mathbf{n}_\alpha$  не коммутирует с гамильтонином (Б.7), а именно с центробежным потенциалом в гамильтониане (подробности см., например, в [360]),

$$[\hat{\kappa}, \hat{H}_\alpha] = \frac{\hbar^2}{2m_\alpha r_\alpha^2} [\hat{\kappa}, \hat{\mathbf{L}}^2] \neq 0. \quad (13.25)$$

Поэтому спиральность, вообще говоря, не является сохраняющейся величиной. Легко, однако, видеть, что в асимптотике  $r_\alpha \rightarrow \infty$  правая часть (13.25) обращается в нуль и спиральность становится «хорошим» квантовым числом.

С практической точки зрения это означает, что амплитуды  $g^\alpha(LF)$  в представлении спина канала могут быть вычислены, хотя бы в принципе, путём шивки волновой функции (13.24) в точке разрыва с внутренней волновой функцией распадающейся системы. Амплитуды же  $g^\alpha(F\kappa)$  в представлении спиральности нет смысла вычислять подобным образом — ведь они не сохраняются! Таким образом, в ядерной физике низких энергий типичной является ситуация, когда представление спиральностей это лишь формальный способ упростить конечные выражения.

И тем не менее имеет место следующий замечательный факт: единственное место в ядерной физике низких энергий, где представление спиральностей имеет не формальный, а реальный смысл, — это реакция деления! Удивляет невнимание именно к этому обстоятельству, а не то, что в физике деления ядер не пользуются термином «спиральность». Фокус тут вот в чём.

Известно, что общая энергия вытягиваемого ядра представляет собой разность двух очень больших величин: энергии притяжения нуклонов (в капельной модели — энергии поверхностного натяжения) и энергии кулоновского отталкивания. До седловой точки эта разность растёт, после седловой точки — убывает. Так вот, ещё Н. Бором и Дж. А. Уилером [3] было отмечено, что в сравнении с этими двумя слагаемыми центробежной энергией  $\hbar^2 L(L+1)/2\mathcal{J}$ , где  $\mathcal{J}$  — момент инерции, для орбитальных моментов  $L$  порядка нескольких единиц вполне можно пренебречь. Другими словами, коммутатор в правой части (13.25) несущественен уже в точке разрыва!

Таким образом, если центробежный барьер незначителен, то радиальные функции  $i^L u_{\alpha L}^{(+)}(r_\alpha)$  не зависят от  $L$  даже в области, следующей сразу за точкой разрыва; для определённости все такие функции удобно принять равными  $s$ -волновой функции ( $L=0$ ), т. е.  $u_{\alpha 0}^{(+)}(r_\alpha)$ . Тогда связь (13.20) между амплитудами в представлениях спина канала и спиральностей устанавливается прямо в точке разрыва.

Общие соображения о малости центробежной энергии (несколько детализированные нами в работе [360]) присутствуют в статье В. М. Струтинского [32]. Поэтому там прямо утверждается (совершенно справедливо), что распределение по  $\kappa$ , складывающееся в момент разрыва, сохраняется и при удалении осколков друг от друга. С другой стороны, несущественность энергии вращения и аксиальная симметрия



ядра позволили автору [32] предположить, что и до деления проекция спина  $J$  делящегося ядра на ось деформации является интегралом движения. Рассуждая так же и сравнивая (13.10) и (13.21), мы заключим, что распределение по числу  $K$ , складывающееся в модели О. Бора [29] на барьере, в точке разрыва переходит в распределение по спиральности  $\kappa$ <sup>1)</sup>.

Итак, представление спиральности является искомым мостиком между подходом О. Бора (13.10)–(13.14) к вычислению углового распределения осколков и стандартным квантовым расчётом (13.4)–(13.8). Поскольку распределение по спиральности  $\kappa = K$  не зависит от типа осколков  $\alpha$ , то в силу соотношения (13.23) амплитуды  $g^\alpha(LF)$ , относящиеся к разным конечным состояниям, оказываются скоррелированными. Именно поэтому суммирование по  $\alpha$  не уничтожает угловую анизотропию осколков.

Завершая обсуждение состояний ядра на барьере (их также называют переходными состояниями), заметим, что помимо анизотропии вылета осколков были обнаружены и совершенно независимые свидетельства в пользу существования малого числа каналов деления (при малых энергиях возбуждения). Это и большие флуктуации делительных ширин нейтронных резонансов, описанные К. Е. Портером и Р. Г. Томасом [31] в 1956 году, и явление межрезонансной интерференции в энергетической зависимости сечения деления (суммирование по большому числу каналов должно уничтожить всякую интерференцию), которое было подробно рассмотрено К. В. Райхом и М. С. Муром [50] в 1958 году<sup>2)</sup>. Во всех случаях естественно принять, что каналы деления — это дискретные квантовые состояния сильно деформированного ядра в седловой точке, в первую очередь различающиеся проекцией  $K$  спина  $J$  на ось аксиальной симметрии.

### 13.9. $\mathcal{P}$ -нечётные и $\mathcal{P}$ -чётные корреляции в реакции $(n, f)$

Итак, казалось бы, раз во 2-й половине 1950-х годов всё это было проговорено, то для просвещённого человечества загадки больше нет. Так думают люди, далёкие от науки. На деле же, если проблема сколько-нибудь глубока, то любое новое прикосновение к ней опять возбуждает споры (правда, их, как правило, ведёт другой состав участников).

Так вышло и тут — примерно через 20 лет дискуссия возобновилась (и я стал её «хвост»). Начало было положено открытием в 1977 году Г. В. Даниляном с сотрудниками [145, 158]  $\mathcal{P}$ -нечётной асимметрии вылета лёгкого осколка вдоль и против направления спина делящегося ядра (ранее об этом уже рассказывалось в разделах 1.2 и 1.4). Если обратиться к формулам (13.6) или (13.12), то речь идёт о слагаемом, соответствующем  $Q = 1$ . Выясним, как связано нарушение чётности с коэффициентом  $b_1$ .

В стандартном квантовом подходе этот коэффициент определяется формулой (13.7). Пусть чётность делящегося ядра есть  $\pi$ , а чётности осколков —  $\pi_1$  и  $\pi_2$ .

<sup>1)</sup> Можно также воспользоваться следующим наглядным рассуждением. Угловой момент  $\mathbf{J}$  ядра сразу после деления переходит в сумму  $\mathbf{F} + \mathbf{L}$ . Но вектор относительного орбитального момента осколков  $\mathbf{L}$  поперечен направлению их разлёта. Поэтому проекция  $K$  спина  $\mathbf{J}$  на направление  $\mathbf{n}_f$  переходит в проекцию  $\kappa$  суммарного спина осколков  $\mathbf{F}$  на то же самое направление — см. рис. 13.1.

<sup>2)</sup> В статье Дж. А. Уилера [67] 1963 года, яркой и необычной по форме, обсуждаются некоторые дополнительные стороны этой проблемы — что такое каналы деления и в чём проявляется их существование.

Если чётность сохраняется, то орбитальные моменты  $L$  и  $L'$ , по которым идёт суммирование в (13.7), удовлетворяют соотношению

$$\pi = \pi_1 \pi_2 (-1)^L = \pi_1 \pi_2 (-1)^{L'}. \quad (13.26)$$

Заметим, что коэффициент Клебша–Гордана  $C_{L0Q0}^{L'0}$ , входящий в (13.7), отличен от нуля, только если число  $L + L' + Q$  является чётным. Отсюда следует, что  $b_1^\alpha \neq 0$ , лишь если закон сохранения пространственной чётности нарушается.

В подходе О. Бора сохранение чётности соответствует условию:  $|g^{JK}|^2 = |g^{J-K}|^2$  (см., в частности, разделы 16.7 и 16.8). Если, вдруг, оно окажется нарушенным, то в соответствии с (13.13)  $b_1 \neq 0$ .

Понятно, что при описании любого явления сначала всегда обращаются к стандартным подходам. Само по себе нарушение чётности на уровне  $\sim 10^{-4}$  в реакции, идущей через стадию образования компаунд-ядра, в общем-то, не удивляло — подобное наблюдалось и в радиационном захвате нейтронов [137]. Здесь и там эффект определяется интерференцией в выходном канале состояний разной чётности. Но ведь в делении дополнительно присутствует суммирование по огромному количеству конечных состояний <sup>1)</sup>! Естественно ожидать, что после суммирования по всем конечным состояниям эффект пропадёт.

Любопытно, что несмотря на эту проблему В. Е. Бунаков и В. П. Гудков [195] всё же воспользовались стандартным формализмом, основанным на  $(LF)$ -представлении для осколков, для анализа  $\mathcal{P}$ -нечётного эффекта в делении. Чтобы обойти трудность, связанную с суммированием по конечным состояниям, авторы предположили, что в силу какой-то причины амплитуды скоррелированы так, что взаимного погашения вкладов нет <sup>2)</sup>!

Что же касается подхода О. Бора, то к нарушению чётности в делении его приспособили О. П. Сушков и В. В. Фламбаум [160, 166, 177, 189] в самом начале 1980-х годов. Самый сложный момент — это обосновать, почему амплитуда смешивания состояний противоположной чётности «холодного» ядра на барьере примерно равна динамически усиленной амплитуде смешивания (1.5) волновых функций компаунд-ядра. В указанных работах был предложен такой ответ. Векторы состояний  $|\Psi_J^\pi\rangle$  сильно вытянутого ядра в седловой точке должны быть включены в разложение векторов состояний  $|c^\pi\rangle$  компаунд-ядер наряду с векторами состояний  $|u_i^\pi\rangle$  невзаимодействующих частиц (см. текст перед формулой (1.2)). Если, поэтому, к вектору состояния  $|c^\pi\rangle$  подмешивается вектор  $|c^{-\pi}\rangle$  с амплитудой  $\alpha$ , то на барьере мы получаем суперпозицию  $|\Psi_J^\pi\rangle + \alpha' |\Psi_J^{-\pi}\rangle$ , где  $\alpha'$  имеет тот же масштаб, что и  $\alpha$ .

Далее О. П. Сушков и В. В. Фламбаум воспользовались известными [128] выражениями для волновых функций  $\Psi_J^\pi$  и  $\Psi_J^{-\pi}$  деформированного ядра общего вида (13.10). Введение смешивания по чётности автоматически приводит к тому, что  $|g^{JK}|^2 \neq |g^{J-K}|^2$  и, следовательно, к отличному от нуля коэффициенту асимметрии  $b_1$  (того же порядка величины, что и амплитуда смешивания). Естественно, что

<sup>1)</sup> В обзорной статье Г. В. Данильяна [158] о коэффициенте асимметрии  $b_1$  говорится так. Он «... как по модулю, так и по знаку зависит от квантовых характеристик конечного состояния. По разным оценкам число возможных конечных состояний в процессе деления заключено между  $10^7$  и  $10^{10}$ . Поэтому, казалось бы, что если не выделять определённое конечное состояние... , то произойдёт статистическое усреднение коэффициентов асимметрии и результирующая асимметрия окажется неотличимой от нуля».

<sup>2)</sup> В статье [195] после формулы (32) идёт такой текст: «... In order to explain the fairly large observed values of  $\alpha_{n\,fis}$  [коэффициент при  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляции  $(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_s)$  в угловом распределении осколков деления — А.Б.] one is forced to introduce the hypothesis of complete or almost complete correlation of signs (phases) for the partial width amplitudes ...»

в подходе О. Бора нет суммирования по конечным состояниям и связанной с этим проблемы.

На самом деле обе группы — как В. Е. Бунаков и В. П. Гудков, так и О. П. Сушков и В. В. Фламбаум — рассматривали более общую задачу, нежели  $\mathcal{P}$ -нечётный эффект в делении. Неожиданным следствием пристального интереса к реакции  $(n, f)$  стало обнаружение в 1980 году сразу двумя экспериментальными группами ЛИЯФ [163, 168] лево–правой асимметрии испускания лёгкого осколка относительно плоскости, образованной импульсом нейтрона  $\mathbf{n}_k$  и его спином  $\mathbf{n}_s$  (нейтроны поляризованы поперечно) для ядер-мишеней  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ . Речь идёт о лево–правой корреляции  $(\mathbf{n}_f[\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}_k])$ , совершенно аналогичной той, которая имеет место в реакции  $(n, \gamma)$  — см., в частности, (8.1). Позже Г. А. Петров и его сотрудники [287] установили существование и асимметрии «вперёд–назад», связанной с корреляцией  $(\mathbf{n}_f\mathbf{n}_k)$ .

Обе корреляции обусловлены одновременным возбуждением состояний противоположной чётности; одного — нейтронной  $s$ -волной, а другого — нейтронной  $p$ -волной. Пусть чётность сохраняется, тогда чётности волн в выходных каналах также различны. Корреляции  $(\mathbf{n}_f[\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}_k])$  и  $(\mathbf{n}_f\mathbf{n}_k)$  возникают в результате интерференции этих волн в выходных каналах; но поскольку чётность сохраняется, то корреляции называют  $\mathcal{P}$ -чётными.

Масштаб этих корреляций в делении определяется параметром подавления входной  $p$ -волны по сравнению с  $s$ -волной, т.е. произведением  $kR$  волнового числа и радиуса ядра. При взаимодействии нейтронов с энергиями от тепловой до нескольких эВ параметр  $kR$  и, следовательно, амплитуды  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций лежат в интервале от  $10^{-4}$  до  $10^{-3}$ , т.е. имеют примерно ту же величину (по случайным причинам) или ненамного превосходят  $\mathcal{P}$ -нечётную асимметрию (связанную с корреляцией  $(\mathbf{n}_f\mathbf{n}_s)$ ). По здравому смыслу  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции должны были быть обнаружены раньше, чем эффект нарушения чётности; всё-таки — никакой экзотики. Но, возможно, именно поэтому и вышло иначе — только необычное влечёт и манит. Сказалось, по-видимому, и то, что до обнаружения  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций, так же как и  $\mathcal{P}$ -нечётной, вопрос об их выживании при суммировании по конечным состояниям в реакции деления никем всерьёз не прорабатывался.

Однако по прошествии некоторого времени стало ясно, что  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции в реакции  $(n, f)$  в чём-то даже интереснее  $\mathcal{P}$ -нечётной. Дело в том, что в интерпретации О. П. Сушкова и В. В. Фламбаума (а другой никто так и не предложил) реакция деления не сообщает нам ничего нового о нарушении чётности в компаунд-ядрах — ничего сверх того, что мы и так знали из реакции  $(n, \gamma)$ . Новое заключено лишь в том, что каналы деления (переходные состояния) проявляют себя иначе, чем в традиционных исследованиях угловых распределений осколков, обусловленных выстраиванием спинов делящихся ядер.

Но тем промежуточным состояниям противоположной чётности, с возбуждением которых связано формирование  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций, в модели О. Бора также соответствуют переходные состояния сильно деформированного ядра на барьере. Таким образом, и здесь мы имеем дело с необычными проявлениями каналов деления. Однако преимущество состоит в том, что отсутствует столь неопределённая вещь, как амплитуда смешивания состояний противоположной чётности (ведь она не вычисляется, а только извлекается из экспериментальных данных).

Так или иначе, но модель О. Бора переходных состояний была использована О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом не только для демонстрации существования  $\mathcal{P}$ -нечётной асимметрии испускания осколков деления поляризованных ядер, но и для описания  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций в реакции  $(n, f)$  [178, 189]. Если, однако, вернуться к истории вопроса, то есть ещё и метод описания угловых распределений,

основанный на представлении спиральности. Он, как было показано, с одной стороны, замечательно стыкуется с каналами О. Бора, с другой стороны, полностью выводится из стандартной квантовой теории реакций.

В 1990-е годы В. И. Фурман вовлёк меня в работу по распространению этого подхода, восходящего к предложениям В. М. Струтинского [32], на широкий класс спин-угловых корреляций, которые могут быть исследованы во взаимодействии медленных нейтронов со спин-ориентированными ядрами, включая, разумеется, корреляции  $(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_s)$ ,  $(\mathbf{n}_f [\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}_k])$  и  $(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k)$  для поляризованных нейтронов и неориентированных ядер. При этом с самого начала В. И. Фурман обращал особое внимание на последовательный учёт эффектов интерференции нейтронных резонансов одной чётности (О. П. Сушков и В. В. Фламбаум рассматривали только идеализированный случай, когда имеется один  $s$ -волновой и один  $p$ -волновой резонансы), а также на возможности включения в общую схему мод деления.

Представление о модах деления — фактически, различных путях от исходного компаунд-ядра до точки разрыва, каждому из которых соответствует своя «долина» на поверхности потенциальной энергии ядра в пространстве его деформаций, — было выдвинуто лишь незадолго до начала нашей совместной работы — в конце 1980-х годов (см., например, обзор У. Брозы, С. Гроссманна и А. Мюллера [274] 1990 года). Эта тема сразу стала популярной на конференциях по физике деления. Но прежде чем рассказывать о результатах, полученных с В. И. Фурманом (им посвящена глава 16), я разъясню, что предшествовало началу нашего сотрудничества.

## ДЕЛЕНИЕ ВЫСТРОЕННЫХ ЯДЕР НЕЙТРОНАМИ

## 14.1. Угловые распределения и аналитические вычисления

Формулы (13.12)–(13.14) для углового распределения осколков, которые возникают в модели О. Бора, довольно просты — во всяком случае для человека, хоть немного знакомого с компьютером и программированием. Однако даже в 1960-е годы, когда к арифмометрам и логарифмическим линейкам уже добавились вычислительные машины (правда ещё далеко не персональные), отношение к выражениям такого рода было иным. Задавшись определёнными спин-тензорами  $\tau_{20}, \tau_{40}, \dots$  (пусть чётность сохраняется, так что имеются только вклады, отвечающие чётным значениям индекса  $Q$ ) и определённым распределением

$$\beta_K \equiv |g^{JK}|^2, \quad \sum_K \beta_K = 1, \quad (14.1)$$

по числу  $K$ , не так-то просто представить себе вид углового распределения. Хотя вычислить его, конечно, нетрудно. Впрочем, даже наладив процедуру вычисления, совсем не легко решить обратную задачу — по измеренному угловому распределению восстановить распределение  $\beta_K$ . Фактически, варьируя  $\beta_K$ , нужно подгонять теоретическую кривую под экспериментальную.

В 1960-е годы ещё велико было стремление приводить ответы, пусть в приближённом, но зато легко представимому виду. В применении к угловым распределениям широко использовались две вещи. Во-первых, существовала надежда на то, что на барьере должны чётко проявлять себя каналы со строго определённым значением  $K$ . Тогда удобнее взять формулу (13.11) (в ней сумма по  $K$  просто опускается). Пользуясь, далее, квазиклассическими аппроксимациями для  $\mathcal{D}$ -функций <sup>1)</sup>, можно так или иначе представить угловое распределение в более или менее компактной форме. Во-вторых, в области энергий, существенно превышающих барьер, повсеместно стало использоваться статистическое распределение по  $K$ :

$$\beta_K \sim e^{-K^2/2K_0^2}. \quad (14.2)$$

Оно было предложено В. М. Струтинским [41] в 1957 году. Тогда, вновь взяв (13.11) и пользуясь всё теми же приближёнными формулами для  $\mathcal{D}$ -функций, можно дополнительно так или иначе вычислить интеграл по  $K$  (вместо суммы <sup>2)</sup>).

<sup>1)</sup> Так, например, в статье Дж. А. Уилера [67] имеется специальный раздел «Квантовое, квазиклассическое и классическое описание угловых распределений», занимающий немалое число страниц.

<sup>2)</sup> Расчёты такого рода выполнены, к примеру, в статье В. М. Струтинского [61] 1960 года. В ней рассматривалось деление ядер с отличными от нуля спинами под действием нейтронов с энергиями до 2 МэВ.

Совершенно очевидно, что проследить за точностью всех этих процедур невозможно. Поэтому, на мой взгляд, оправдан скептицизм в отношении использования таких ответов для количественного анализа. Особенно в тех случаях, когда речь идёт об угловых моментах порядка нескольких единиц.<sup>1)</sup> Ведь квазиклассические формулы, вообще говоря, становятся справедливыми для квантовых чисел, существенно превосходящих единицу.

Кроме того, ещё ничего не было сказано о процедуре выстраивания делящихся ядер, т. е. о происхождении амплитуд  $a_M(J)$  в формуле (13.11). Ведь, как правило, делятся компаунд-ядра, образующиеся при захвате нейтронов ядрами-мишенями. Спин  $\mathbf{J}$  компаунд-ядра складывается из спинов  $\mathbf{I}$  и  $\mathbf{s}$  ядра-мишени и нейтрона, а также орбитального момента  $\mathbf{l}$  нейтрона.

Поскольку вектор  $\mathbf{l}$  поперечен оси столкновения, то даже в случае, когда ядра-мишени и нейтроны не ориентированы, можно ожидать неравномерной ориентации углового момента  $\mathbf{J}$  по отношению к тому же направлению  $\mathbf{n}_k$ , т. е. выстроенности компаунд-ядер. Очевидно, что результаты экспериментов (а их было выполнено довольно много) могут существенно зависеть от относительных вероятностей захвата нейтронов с большими или меньшими орбитальными моментами. Для расчётов этих вероятностей используется оптическая модель и, следовательно, интерпретация экспериментов становится чувствительной к выбору того или иного оптического потенциала.

Возможен и другой путь, опробованный в конце 1960-х и начале 1970-х годов сначала группой Дж. В. Т. Даббса [96], а потом — группой Х. Постмы [109, 112, 113]. Осуществляется выстраивание ядер-мишеней (об этом рассказывалось в разделах 3.8 и 4.6), т. е. формируются спин-тензоры  $\tau_{20}(I)$ ,  $\tau_{40}(I)$ , ... И, далее, исследуется деление выделенного компаунд-резонанса со спином  $J$ , который возбуждается при захвате медленного,  $s$ -волнового ( $l = 0$ ) нейтрона. Здесь, следовательно,  $J = I - 1/2$  или  $I + 1/2$  и никакого вклада в выстроенность делящегося ядра от орбитального момента нейтрона нет. В этом случае спин-тензоры компаунд-ядра со спином  $J$  определяются формулой

$$\tau_{Q0}(J) = U(sI J Q, J I) \tau_{Q0}(I). \quad (14.3)$$

Коэффициенты пропорциональности в такого рода выражениях обычно называют коэффициентами передачи. В данном случае имеется в виду передача ориентации от ядра-мишени к компаунд-ядру в процессе захвата неполяризованного нейтрона (что, исходя из общих соображений, должно, казалось бы, понижать величину спиновой ориентации). Заметим, что нормированная функция Рака очень естественно смотрится в качестве коэффициента передачи. В самом деле, свойство (A.144) автоматически обеспечивает выполнение условия нормировки спин-тензоров (A.74).

## 14.2. Научный руководитель ставит задачу

В общем же случае, как уже было сказано в разделе 1.1, можно воспользоваться обоими механизмами, ведущими к выстраиванию компаунд-ядер: и предварительной ориентацией ядер-мишеней, и отличными от нуля орбитальными моментами нейтронов. Причина, по которой Д. П. Гречухин не проделал всего этого сам, а привлёк к этой работе меня, состояла, по-видимому, в том, что он был не в ладах с тогдашней вычислительной техникой (при том что считал важным использование

<sup>1)</sup> Так, в частности, в статье, указанной в предыдущей сноске, фактически изучался захват нейтронов с орбитальными моментами  $l$  от 0 до 3.

оптической модели) и в то же время не хотел ничего упрощать. Вот так и вышло, что эта задача, задуманная, по-видимому, ещё в 1960-е годы <sup>1)</sup>, попала ко мне в начале 1980-х.

Цель была ясно сформулирована В.М. Струтинским [61] в статье 1960 года: «... получить сведения о вероятности деления в зависимости от величины  $K$ , ... и, таким образом, о распределении уровней переходного ядра по  $K$  при малом возбуждении». Но Д.П. Гречухин сомневался, возможно ли это при использовании традиционных методик. Он опирался на представление углового распределения осколков в виде (13.12). Кстати, очень многие авторы не вводят спин-тензоры и предпочитают выражение (13.11); к ним, в частности, относятся О. Бор и Б.Р. Моттelson — см. уже упоминавшуюся выше формулу (4.178) в главе 4 книги [128]. Но спин-тензор — это здесь как раз ключевое понятие.

Примем для наглядности, что  $J$  — очень большое число, так что проекция  $M$  меняется практически непрерывно (от  $-J$  до  $+J$ ). Тогда в правой части определения спин-тензора (13.2) суммирование может быть заменено на интегрирование. Самое важное — это то, что в рассматриваемом случае значения стоящих там же коэффициентов Клебша–Гордана определяются полиномами Лежандра (см., например, формулу (5.94) в томе 1 книги [170]) <sup>2)</sup>:

$$C_{JM}^{JM} \simeq P_Q(\cos \vartheta), \quad \cos \vartheta = \frac{M}{\sqrt{J(J+1)}} \simeq \frac{M}{J}. \quad (14.4)$$

Таким образом, спин-тензор  $Q$ -го ранга есть, фактически, «лежандр-образ» распределения заселённости спиновых состояний по проекциям  $M$  спина  $J$  на ось  $z$  <sup>3)</sup>.

Отсюда сразу ясно, что при плавной зависимости заселённости состояний от  $M$  имеет место быстрое убывание спин-тензоров с ростом индекса  $Q$ , который равен числу узлов полинома Лежандра  $P_Q$ . В случае когда орбитальный момент  $l$  захватываемого нейтрона (поперечный направлению  $\mathbf{n}_k$ ) сравним по величине со спином  $I$  ядра-мишени (неориентированного), распределение заселённости состояний  $|JM\rangle$  по проекциям  $M$  на направление  $\mathbf{n}_k$  обязательно получится плавным. Поэтому в угловом распределении (13.12) будет доминировать квадрупольная составляющая, отвечающая  $Q = 2$ . Но величина этой составляющей, т. е. коэффициента  $b_2(J)$  (13.13), в соответствии с явным видом коэффициента Клебша–Гордана  $C_{JK}^{JK}$  (А.84), определяется только вторым моментом распределения по  $K$ :

$$b_2(J) = \frac{3\langle K^2 \rangle - J(J+1)}{\sqrt{(2J-1)J(J+1)(2J+3)}}, \quad \langle K^2 \rangle = \sum_K K^2 \beta_K. \quad (14.5)$$

Понятно, что этого мало для того чтобы установить вид распределения по  $K$ !

<sup>1)</sup> В заключении статьи, о которой шла речь в двух предыдущих сносках, В.М. Струтинский выразил благодарность, в частности, Д.П. Гречухину за «ценное обсуждение работы». Но, подозреваю, что именно в этих обсуждениях мой будущий научный руководитель и решил когда-нибудь сделать всё это совершенно иначе.

<sup>2)</sup> Коэффициент Клебша–Гордана общего вида в аналогичном квазиклассическом приближении примерно равен  $\mathcal{D}$ -функции от специально подобранных аргументов — см., например, [170].

<sup>3)</sup> Этот результат не удивителен. В самом деле, вращения в трёхмерном пространстве так же естественно порождают  $\mathcal{D}$ -функции, сферические гармоники и полиномы Лежандра (а коэффициенты Клебша–Гордана и функции Рака есть, в сущности, эти же функции, но от дискретных переменных — см., например [170]), как сдвиги — плоские волны. Поэтому в задачах об угловых корреляциях на смену привычному по другим разделам физики фурые-анализу приходит «лежандр-анализ».

Особенно веселили Дмитрия Петровича работы, в которых по результатам сравнения  $W(0^\circ)$  и  $W(90^\circ)$  — вероятностей вылета осколков под углами  $0^\circ$  и  $90^\circ$  к направлению движения нейтронов — делался вывод о справедливости статистической гипотезы (14.2). «Как же так, — говорил он, — ведь анизотропия  $W(0^\circ)/W(90^\circ)$  в принципе даёт только вклад доминирующей квадрупольной составляющей в угловое распределение, т. е.  $\langle K^2 \rangle$ . Но для того, чтобы отличить гауссовскую функцию от любой другой нужно дополнительно измерить хотя бы  $\langle K^4 \rangle$ !» В конце концов мы написали отдельную статью [240] о том, как в реакциях с нейтронами проверить гауссовский вид распределения по  $K$ . Оказалось, кстати, что без выстаивания ядермишеней сделать это очень непросто — если квадрупольная составляющая имеет масштаб 10%, то типичный вклад гексадекапольной составляющей, отвечающей  $Q = 4$ , находится на уровне 1%<sup>1)</sup>!

Однако с самого начала задача ставилась шире: каким бы ни было распределение  $\beta_K$  (не обязательно статистическим), его вид может быть установлен только по последовательности моментов  $\langle K^2 \rangle, \langle K^4 \rangle, \dots$  или, другими словами, по результатам измерения коэффициентов  $b_2, b_4, \dots$ . Но это возможно, только если спин-тензоры  $\tau_{20}, \tau_{40}, \dots$  существенно отличны от нуля. Таким образом, нужно было выяснить, какое влияние на эти спин-тензоры делящихся ядер оказывают спин-тензоры ядермишеней и оптические потенциалы (регулирующие относительные вероятности захвата нейтронов с различными орбитальными моментами  $l$ ).

### 14.3. Деление спин-ориентированных ядер быстрыми нейтронами

Итак, в задаче о делении ядер нейтронами во входном канале естественно воспользоваться представлением полного углового момента нейтрона (лёгкой частицы). Тогда самая общая формула для дифференциального сечения имеет вид (Б.44). Но в данном случае нейтроны неполяризованы:  $\tau_{K0}(s) = \delta_{K0}$ . Поэтому дифференциальное сечение деления в определённое конечное состояние  $\alpha$  (т. е. на выходе — пара осколков с определёнными массами, зарядами, энергиями возбуждения, спинами и чётностями) выглядит так:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} = \frac{\pi \lambda^2}{4\pi} \sum_{Q\Lambda N} \tau'_{N0}(I) \phi_{\Lambda N}^Q(\mathbf{n}, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I) \sum_{JJ'} g_J \sum_{lj'l'j'} a_{N(\Lambda 0)}^{Q(\Lambda)}(Is; ljJ, l'j'J') \times \\ \times \sum_{Q\Lambda N} \tau'_{N0}(I) \phi_{\Lambda N}^Q \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a_Q(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) S_J(lj \rightarrow \lambda_\alpha) S_{J'}(l'j' \rightarrow \lambda'_\alpha), \quad (14.6)$$

Здесь  $J_1$  и  $J_2$  — спины осколков, набор спиновых квантовых чисел  $\lambda_\alpha$  в выходном канале сознательно не уточнён (пока — какой угодно) и от Т-матриц (Б.38) мы вернулись к S-матрицам.

<sup>1)</sup> Тут есть простое, но важное обстоятельство, которое мы с Д. П. Гречухиным осознали только в процессе работы. Имеется очевидное сходство формул (13.2) и (13.13). Поэтому коэффициенты  $b_Q$  представляют собой своего рода «спин-тензоры» в  $K$ -пространстве, или, в соответствии с (14.1) и (14.4), «лежандр-образы» распределения  $\beta_K$ . Но это означает, что для плавных распределений по  $K$  (а статистическое распределение — плавное) коэффициенты  $b_Q$  быстро убывают с ростом  $Q$ ! Таким образом, даже в условиях, когда  $\tau_{40}$  сравнимо с  $\tau_{20}$ , гексадекапольная составляющая может быть существенно подавлена по сравнению с квадрупольной.



Теперь примем во внимание, что орбитальные моменты  $l \geq 1$  становятся существенными лишь для достаточно быстрых нейтронов, с энергиями, скажем, выше 50 кэВ. При таких энергиях отдельные компаунд-резонансы увидеть нельзя. Следовательно, наблюдаемое сечение представляет собой величину, усреднённую по некоторому небольшому интервалу — разбросу энергий падающих нейтронов. Приняв, что на этом интервале помещается большое число резонансов, получим усреднение по ним.

В приближении изолированного резонанса с энергией  $E_J$  и полной шириной  $\Gamma_J$ , элемент S-матрицы, описывающий переход из нейтронного канала в конечное состояние  $\alpha$ , может быть представлен в виде произведения двух амплитуд,

$$S_J(lj \rightarrow \lambda_\alpha) = \left( -ie^{i\delta_{lj}^C} \frac{g^n(ljJ)}{E - E_J + i\Gamma_J/2} \right) \cdot \tilde{g}^\alpha(\lambda_\alpha), \quad \tilde{g}^\alpha(\lambda_\alpha) = g^\alpha(\lambda_\alpha) e^{i(\sigma_{\lambda_\alpha} + \delta_{\lambda_\alpha}^C)}, \quad (14.7)$$

амплитуды возбуждения компаунд-ядра и амплитуды его распада,  $\tilde{g}^\alpha(\lambda_\alpha)$ , соответственно. Промежуточному состоянию, кстати, может быть дополнительно приписана чётность  $\pi = \pi_0(-1)^l$ , где  $\pi_0$  — чётность ядра-мишени. Согласно статистической гипотезе, которая ранее уже обсуждалась в разделе 9.5, нейтронные амплитуды  $g^n(ljJ)$  случайным образом меняются от резонанса к резонансу как по величине, так и по знаку. При этом флуктуации нейтронных амплитуд не зависят от поведения амплитуд распада. Это означает, что после подстановки (14.7) в (14.6), величины, связанные с входными и выходными каналами, следует усреднять по отдельности.

Таким образом, во входном канале результат усреднения произведения нейтронных амплитуд по резонансам может быть записан в виде (это, фактически, обобщение (9.11)):

$$\langle g^n(ljJ)g^n(l'j'J') \rangle = \Gamma_{ljJ}^n \delta_{ll'} \delta_{jj'} \delta_{JJ'}. \quad (14.8)$$

Здесь  $\Gamma_{ljJ}^n$  есть средняя на заданном энергетическом интервале парциальная нейтронная ширина. Усреднение же по энергии  $E$  оставшихся во входном канале величин даёт

$$\left\langle \frac{\Gamma_{ljJ}^n}{(E - E_J)^2 + \Gamma_J^2/4} \right\rangle = \frac{2\pi\Gamma_{ljJ}^n}{\Gamma_{J\pi}D_{J\pi}} = \frac{T_{lj}^{J\pi}}{\Gamma_{J\pi}}. \quad (14.9)$$

Здесь  $D_{J\pi}$  — среднее расстояние между резонансами со спином  $J$  и чётностью  $\pi$ ,  $\Gamma_{J\pi}$  — это средняя полная ширина резонансов с теми же  $J$  и  $\pi$ , а величина  $T_{lj}^{J\pi}$  — это как раз коэффициент проницаемости, рассчитываемый в оптической модели.

Итак, для того чтобы получить наблюдаемое дифференциальное сечение деления, нужно, во-первых, усреднить парциальное сечение деления в конечное состояние  $\alpha$  (14.6) по разбросу энергии падающих нейтронов и, во-вторых, сложить все такие парциальные сечения, т. е.

$$\frac{d\sigma_f}{d\Omega} = \sum_{\alpha} \left\langle \frac{d\sigma_{\alpha}}{d\Omega} \right\rangle. \quad (14.10)$$

Очевидно, что в условиях, когда отбрасываются все интерференционные слагаемые (см. (14.8)), ответ должен приводиться к такой форме:

$$\frac{d\sigma_f}{d\Omega} = \sum_{J\pi} \sigma_f(J^\pi) \frac{dw(J^\pi, \mathbf{n})}{d\Omega}, \quad (14.11)$$

где  $\sigma_f(J^\pi)$  — полное сечение деления через промежуточное состояние со спином  $J$  и чётностью  $\pi$ , а  $dw(J^\pi, \mathbf{n})/d\Omega$  — это угловое распределение осколков при делении промежуточного ядра с теми же  $J$  и  $\pi$ , нормированное на единицу. Покажем, как в самом деле из (14.10) получается (14.11).

Введём среднюю на заданном энергетическом интервале делительную ширину компаунд-ядра со спином  $J$  и чётностью  $\pi$ :

$$\Gamma_{J\pi}^f = \sum_{\alpha} \sum_{\lambda_{\alpha}} \langle (g^{\alpha}(\lambda_{\alpha}))^2 \rangle. \quad (14.12)$$

Отношение этой делительной ширины к полной ширине называют делимостью промежуточного состояния:

$$\gamma^f(J^{\pi}) = \frac{\Gamma_{J\pi}^f}{\Gamma_{J\pi}}. \quad (14.13)$$

Тогда дифференциальное сечение деления (14.10) может быть записано в форме

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_f}{d\Omega} &= \frac{\pi\lambda^2}{(4\pi)^{1/2}} \sum_{J\pi} g_J \gamma^f(J^{\pi}) \times \\ &\times \sum_{Qq} \left( \sum_{lj} T_{lj}^{J\pi} \sum_{\Lambda N} \tau'_{N0}(I) a_{N(\Lambda 0)}^{Q(\Lambda)}(Is; ljJ, ljJ) y_{\Lambda N}^{Qq}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I) \right) b_Q(J^{\pi}) Y_{Qq}^*(\mathbf{n}), \end{aligned} \quad (14.14)$$

близкой к той, к которой мы хотели бы прийти. Здесь мы воспользовались формулой (A.204), а также ввели коэффициенты

$$b_Q(J^{\pi}) = \frac{1}{\Gamma_{J\pi}^f} \sum_{\alpha} \sum_{\lambda_{\alpha} \lambda'_{\alpha}} a_Q(J_1 J_2; \lambda_{\alpha}, \lambda'_{\alpha}) \langle \tilde{g}^{\alpha}(\lambda_{\alpha}) \tilde{g}^{\alpha*}(\lambda'_{\alpha}) \rangle, \quad (14.15)$$

аналогичные тем, которые ранее, при анализе распада в один канал  $\alpha$ , были определены соотношениями (13.7) и (13.22). Принимая во внимание (Б.52), нетрудно убедиться в том, что  $b_0(J^{\pi}) = 1$ .

Интегрируя (14.14) по всем направлениям разлёта осколков, находим полное сечение деления,

$$\sigma_f = \sum_{J\pi} \sigma_f(J^{\pi}), \quad (14.16)$$

в виде суммы парциальных сечений:

$$\sigma_f(J^{\pi}) = \pi\lambda^2 g_J \gamma^f(J^{\pi}) \sum_{lj} T_{lj}^{J\pi} \sum_N \sqrt{2N+1} \tau'_{N0}(I) a_{N(N0)}^{0(N)}(Is; ljJ, ljJ) P_N(\cos \vartheta_I). \quad (14.17)$$

Здесь  $\vartheta_I$  — угол между векторами  $\mathbf{n}_I$  и  $\mathbf{n}_k$ . Теперь не составляет труда привести (14.14) к искомому виду (14.11).

Нужно только принять во внимание, что нормированные на единицу угловые распределения имеют более общую форму, нежели это получалось ранее, а именно:

$$\frac{dw(J^{\pi}, \mathbf{n})}{d\Omega} = \sum_{Qq} \sqrt{\frac{2Q+1}{4\pi}} \tau_{Qq}(J^{\pi}) b_Q(J^{\pi}) Y_{Qq}^*(\mathbf{n}). \quad (14.18)$$

Если имеется ось аксиальной симметрии — ось ориентации компаунд-ядер, то спин-тензоры принимают вид (A.81) и, с учётом (A.167), угловые распределения принимают вид (13.6) или (13.12). А спин-тензоры ориентации, входящие в (14.18)

и нормированные на единицу (см. (A.74)), определяются следующими довольно громоздкими выражениями:

$$\tau_{Qq}(J^\pi) = \frac{\sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} \sum_{\Lambda N} \tau'_{N0}(I) a_{N(\Lambda 0)}^{Q(\Lambda)}(Is; ljJ, ljJ) y_{\Lambda N}^{Qq}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I)}{\sqrt{2Q+1} \sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} \sum_N \sqrt{2N+1} \tau'_{N0}(I) a_{N(N0)}^{0(N)}(Is; ljJ, ljJ) P_N(\cos \vartheta_I)}. \quad (14.19)$$

#### 14.4. Полное и дифференциальное сечения деления спин-ориентированных ядер нейтронами

Обсудим полученные результаты. Начнём с коэффициентов  $b_Q(J^\pi)$  (14.15), связанных с механизмом деления (только в эти коэффициенты входят амплитуды перехода от компаунд-состояний к осколкам). Если в каналах, связанных с осколками деления, воспользоваться представлением спина канала, то вследствие (B.61) величины  $b_Q(J^\pi)$  принимают вид (13.7).

На самом же деле, как выше, в разделах 13.7 и 13.8, было разъяснено, в каналах деления удобнее пользоваться представлением спиральности. Амплитуды в представлении спина канала,  $\tilde{g}^\alpha(LFJ^\pi)$ , и амплитуды в представлении спиральности,  $\tilde{g}^\alpha(F\kappa J^\pi)$ , связаны между собой соотношениями (13.20) и (13.23). А коэффициенты  $b_Q(J^\pi)$  приобретают форму (13.22).

Таким образом, в общем случае, который здесь рассматривается, коэффициенты  $b_Q(J^\pi)$  удобно записать следующим образом:

$$b_Q(J^\pi) = \sum_{\kappa} C_{J\kappa Q 0}^{J\kappa} \beta_{\kappa}(J^\pi). \quad (14.20)$$

Функция

$$\beta_{\kappa}(J^\pi) = \frac{1}{\Gamma_{J^\pi}^f} \sum_{\alpha} \sum_F \langle |\tilde{g}^\alpha(F\kappa J^\pi)|^2 \rangle, \quad \sum_{\kappa} \beta_{\kappa}(J^\pi) = 1, \quad (14.21)$$

представляет собой распределение вероятности деления по суммарной спиральности  $\kappa$  осколков. В соответствии с аргументами, приведёнными в разделе 13.8, распределение  $\beta_K$  (14.1), складывающееся на барьере, в точке разрыва переходит точно в распределение  $\beta_{\kappa}$ . Таким образом всюду далее можно не различать  $K$  и  $\kappa$ ,  $\beta_K$  и  $\beta_{\kappa}$ , а также формулы (13.13) (с учётом определения (14.1)) и (14.20) для коэффициентов  $b_Q$ .

Теперь обратимся к формуле (14.18) для углового распределения. Если ось реакции  $\mathbf{n}_k$  не совпадает с осью выстраивания ядер-мишеней  $\mathbf{n}_I$ , то, конечно, нет никакой аксиальной симметрии. Спин-тензоры  $\tau_{Qq}(J^\pi)$  (14.19) определяются обобщённой сферической гармоникой  $y_{\Lambda N}^{Qq}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I)$ , явным образом зависящей от обоих физически значимых направлений.

В целях упрощения формул выберем ось  $z$  вдоль оси реакции. Тогда угловая гармоника  $Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{n}_k)$  сводится к символу Кронекера (см. (4.10)). В числителе (14.19) для произведений спин-тензоров ориентации ядер-мишеней и обобщённых сферических гармоник получим

$$\tau'_{N0}(I) y_{\Lambda N}^{Qq}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I) \rightarrow \sqrt{(2\Lambda+1)(2N+1)} C_{\Lambda 0 N q}^{Qq} \tau_{Nq}(I). \quad (14.22)$$

Здесь также использовано соотношение (A.93).

Это позволяет нам переписать спин-тензоры ориентации компаунд-ядер в значительно более наглядной форме

$$\tau_{Qq}(J^\pi) = \frac{\sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} s_{Qq}(Is; ljJ)}{\sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} s_{00}(Is; ljJ)}. \quad (14.23)$$

Здесь введены величины

$$s_{Qq}(Is; ljJ) = \sum_N u_{NQq}(Is; ljJ) \tau_{Nq}(I), \quad (14.24)$$

зависящие от спин-тензоров ориентации ядер-мишеней. В то же время множители при этих спин-тензорах,

$$u_{NQq}(Is; ljJ) = \sum_\Lambda \sqrt{\frac{(2\Lambda+1)(2N+1)}{2Q+1}} C_{\Lambda 0 N q}^{Qq} a_{N(\Lambda 0)}^{Q(\Lambda)}(Is; ljJ, ljJ), \quad (14.25)$$

выражаются через кинематические коэффициенты (Б.64), т.е. являются числами, которые легко могут быть рассчитаны<sup>1)</sup>.

Теперь, когда спин-тензоры, определяющие угловые распределения (14.18), приобрели значительно менее громоздкий вид, займёмся парциальными сечениями деления (14.17). Пользуясь только что введёнными величинами, перепишем и их в более компактной форме, а именно:

$$\begin{aligned} \sigma_f(J^\pi) &= \pi \chi^2 g_J \gamma^f(J^\pi) \sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} s_{00}(Is; ljJ) = \\ &= \pi \chi^2 g_J \gamma^f(J^\pi) \sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} \sum_N u_{N00}(Is; ljJ) \tau'_{N0}(I) P_N(\cos \vartheta_I). \end{aligned} \quad (14.26)$$

При спин-тензорах ориентации ядер-мишеней здесь стоят коэффициенты

$$u_{N00}(Is; ljJ) = (2N+1) C_{i0N0}^{i0} U(sj l N, lj) U(Jj I N, Ij). \quad (14.27)$$

Если ядра-мишени не ориентированы, т.е.  $\tau'_{N0}(I) = \delta_{N0}$ , то, как легко видеть,  $s_{00}(Is; ljJ) = 1$ . Тогда, в частности, полное сечение деления принимает знакомый вид (верхний индекс 0 указывает на отсутствие ориентации ядер-мишеней)

$$\sigma_f^0 = \sum_{J^\pi} \sigma_f^0(J^\pi) = \pi \chi^2 \sum_{J^\pi} g_J \gamma^f(J^\pi) \sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi}. \quad (14.28)$$

Но при наличии выстраивания ядер-мишеней парциальные сечения и, следовательно, полное сечение деления, вообще говоря, зависят как от степени этого выстраивания (от величин  $\tau'_{20}(I)$ ,  $\tau'_{40}(I)$ , ...), так и от угла  $\vartheta_I$ , под которым ось выстраивания направлена к оси реакции. Замечу, что ранее, в разделе 1.10, эта зависимость была названа деформационным эффектом.

<sup>1)</sup> В наших статьях [224, 225] использовались величины  $S_{Qq}$  и  $U_{NQq}$ , отличающиеся от  $s_{Qq}$  и  $u_{NQq}$  множителем  $\pi g_J$  (здесь я предпочитаю выписывать его явно). Коэффициенты  $U_{NQq}$ , входящие в ответы в двух случаях,  $\mathbf{n}_I = \mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}_I \perp \mathbf{n}_k$ , в самом деле были мной рассчитаны (на вычислительной машине, конечно) для спинов  $I = 3/2, 5/2$  и  $7/2$  и для орбитальных моментов  $l$  от 0 до 3 и представлены в виде таблицы в препринте [214]. В 1985 году это казалось важным.

В заключение предпринятого в этом разделе обсуждения (и значительного упрощения общих формул) выпишем дифференциальное сечение деления при условии, что ядра-мишени не ориентированы. По общему правилу имеем

$$\frac{d\sigma_f^0}{d\Omega} = \sum_{J^\pi} \sigma_f^0(J^\pi) \frac{dw^0(J^\pi, \mathbf{n})}{d\Omega}. \quad (14.29)$$

Поскольку в данном случае ось реакции является осью аксиальной симметрии, то

$$\frac{dw^0(J^\pi, \mathbf{n})}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sum_Q (2Q+1) \tau_{Q0}^0(J^\pi) b_Q(J^\pi) P_Q(\cos \vartheta). \quad (14.30)$$

Спин-тензоры ориентации компаунд-ядер, обусловленные исключительно захватом нейтронов с отличными от нуля орбитальными моментами, определяются выражениями

$$\tau_{Q0}^0(J^\pi) = \frac{\sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi} u_{0Q0}(Is; ljJ)}{\sum_{lj} T_{lj}^{J^\pi}}, \quad (14.31)$$

где

$$u_{0Q0}(Is; ljJ) = C_{i0Q0}^{i0} U(sjlQ, lj) U(IjJQ, Jj). \quad (14.32)$$

Отмечу, что пик активности в исследованиях анизотропии вылета осколков при делении нейтронами неориентированных ядер пришёлся на 1960-е годы. Начиная с 1970-х годов интерес стал быстро смещаться в сторону более высоких энергий и столкновений тяжёлых ионов. Сам этот сдвиг вполне ясно обрисован в обзоре Л. К. Ваза и Дж. М. Александера [201] по угловым распределениям осколков деления, вышедшем в 1983 году.

Так вот, на самом деле довольно удивительно, что во многих работах 1960-х годов для анализа экспериментальных данных привлекались приближённые формулы, основанные на квазиклассических аппроксимациях, применимость которых при малых переданных орбитальных моментах сомнительна. Дело в том, что формулы (14.20) и (14.28)–(14.32), которые, в сущности, точно описывают анизотропию осколков при делении неориентированных ядер нейтронами, не выглядят слишком громоздкими. Правда и то, что результаты тех экспериментов, в которых вместо углового распределения  $W(\vartheta)$  измерялось только отношение  $W(0^\circ)/W(90^\circ)$  (а таких работ было немало), заведомо не очень информативны с точки зрения точного подхода. Как выше объяснялось, максимум, что можно из них извлечь, это второй момент  $\langle K^2 \rangle$  распределения вероятности деления по  $K$ .

## 14.5. Спин-тензоры и интуиция

Здесь я хочу сделать отступление и пояснить, что я имею в виду, когда говорю о сомнительности некоторых квазиклассических результатов. Ну и заодно показать подробно (для начинающих), как выводятся неочевидные результаты. Я остановлюсь на двух примерах.

Первый связан с формулой (14.3), которая связывает спин-тензоры ядер-мишеней со спин-тензорами компаунд-ядер (в случае захвата  $s$ -волновых нейтронов). Я был, наверное, студентом-дипломником, когда впервые столкнулся с этим результатом. Поскольку я ничего не знал о функции Рака помимо факта её существования, то обратился за разъяснениями к своему научному руководителю. «О, — сказал Дмитрий Петрович, — это самая простая задача на функцию Рака, которую только

можно придумать. Как хорошо, что Вы об этом спрашиваете. Вот и разберитесь...» И он напомнил мне определение спин-тензоров (ранее я с ними уже встречался), выдал несколько листочков — копии тех страниц [11], где приведены алгебраические выражения для нормированной функции Рака (я и сейчас ими пользуюсь), и написал на обороте несколько формул, включая один из вариантов (А.155).

Помню, что я потратил на это целый день. Каждый шаг давался с трудом. Всё было непривычно — и матрицы плотности, и коэффициенты Клебша–Гордана, и переход к компаунд-ядру. Ближе к вечеру картинка всё-таки сложилась. Всего-то несколько строк.

Имеем в начале отдельно взятое ядро и отдельно взятый нейтрон. Каждый описывается волновой функцией (А.3). Вся система в целом описывается произведением

$$\Psi = \Psi_I \Psi_s = \sum_J \Psi_J. \quad (14.33)$$

Здесь

$$\Psi_J = \sum_M a_M(J) \Psi_{JM}, \quad (14.34)$$

где

$$a_M(J) = \sum_{\mu\sigma} C_{I\mu s\sigma}^{JM} a_\mu(I) a_\sigma(s), \quad (14.35)$$

а волновая функция

$$\Psi_{JM} = \sum_{\mu\sigma} C_{I\mu s\sigma}^{JM} \psi_{I\mu} \psi_{s\sigma}, \quad (14.36)$$

нормированная на единицу, описывает, как обычно, систему «ядро + нейтрон» с определённым полным угловым моментом  $J$  и его проекцией  $M$  на ось  $z$ .

Дальше происходит захват нейтрона ядром с образованием компаунд-резонанса с определённым спином  $J$ . Пусть амплитуда этого процесса есть  $A(J)$ . Тогда

$$\Psi_{JM} \rightarrow A(J) \tilde{\Psi}_{JM}, \quad (14.37)$$

где  $\tilde{\Psi}_{JM}$  — это уже волновая функция компаунд-ядра. В сумме (14.33) мы сохраняем только одно слагаемое (с нужным значением  $J$ ). Таким образом, компаунд-ядро описывается функцией

$$\tilde{\Psi}_J = \sum_M \tilde{a}_M(J) \tilde{\Psi}_{JM}, \quad (14.38)$$

где

$$\tilde{a}_M(J) = A(J) \sum_{\mu\sigma} C_{I\mu s\sigma}^{JM} a_\mu(I) a_\sigma(s). \quad (14.39)$$

Ненормированные спин-тензоры (см. раздел А.4.7) ориентации компаунд-ядер определяются формулой

$$\tilde{\tau}_{Qq}(J) = |A(J)|^2 \sum_{MM'\mu\mu'\sigma\sigma'} C_{JM'Qq}^{JM'} C_{I\mu s\sigma}^{JM} C_{I\mu' s\sigma'}^{JM'} \langle a_\mu(I) a_{\mu'}^*(I) \rangle \langle a_\sigma(s) a_{\sigma'}^*(s) \rangle, \quad (14.40)$$

где введено усреднение по ансамблям ядер-мишеней и нейтронов. Нейтроны неполяризованы, поэтому

$$\langle a_\sigma(s) a_{\sigma'}^*(s) \rangle = \frac{1}{2s+1} \delta_{\sigma\sigma'}. \quad (14.41)$$

Тогда в правой части (14.40) выделяется сумма по  $M$ ,  $M'$  и  $\sigma$ , которая с помощью (А.66) и (А.155) выражается через функцию Рака  $U(sIJQ, JI)$  и коэффициент

Клебша–Гордана  $C_{I\mu Qq}^{I\mu'}$ . Оставшаяся сумма по  $\mu$  и  $\mu'$  даёт в соответствии с (А.71) спин-тензоры ориентации ядер-мишеней. Ответ имеет вид

$$\tilde{\tau}_{Qq}(J) = |A(J)|^2 \frac{2J+1}{(2I+1)(2s+1)} U(sIJQ, JI) \tau_{Q0}(I). \quad (14.42)$$

Переход же к нормированным спин-тензорам приводит нас к формуле (14.3).

Теперь я перехожу к первому примеру. Парадокс проще всего возникает, когда, наоборот, ядра-мишени не ориентированы, а нейтроны поляризованы. Ясно, что в ответе (14.3) нужно просто поменять местами  $I$  и  $s$ :

$$\tau_{Qq}(J) = U(IsJQ, Js) \tau_{Q0}(s). \quad (14.43)$$

Поскольку  $s = 1/2$ , то единственный интересный случай — это  $Q = 1$ . Для наглядности удобно перейти от спин-тензоров  $\tau_{10}$  к поляризациям  $p_1$ , воспользовавшись формулой (А.85):

$$p_1(J) = \sqrt{\frac{J+1}{3J}} U(I\frac{1}{2}J1, J\frac{1}{2}) p_1(s). \quad (14.44)$$

Подставляя сюда явное выражение для функции Рака [11], получим

$$p_1(J) = \frac{J(J+1) - I(I+1) + 3/4}{3J} p_1(s). \quad (14.45)$$

Так вот, казалось бы, чего проще —  $s$ -волновой нейтрон, поляризованный вдоль некоторой оси  $z$ , захватывается неориентированным ядром. Интуиция (основанная на классических образах) подсказывает, что образующееся компаунд-ядро также должно быть поляризовано вдоль той же оси  $z$ . На самом же деле, вычисляя правую часть (14.45) для двух значений  $J$ , находим (ранее мы уже выписывали этот результат — см. (2.14)):

$$p_1(J) = \begin{cases} -\frac{1}{3} p_1(s), & J = I - \frac{1}{2}, \\ \frac{2I+3}{3(2I+1)} p_1(s), & J = I + \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (14.46)$$

Таким образом, при  $J = I + 1/2$  интуиция нас не подвела, а вот в случае  $J = I - 1/2$  результат удивителен: компаунд-ядро поляризовано, но против оси  $z$ ! При  $I = 0$  имеем, разумеется,  $p_1(J) = p_1(s)$ .

Второй пример связан с формулами (14.31) и (14.32). Пусть ядра-мишени со спином  $I$  и чётностью  $\pi_0$  захватывают  $p$ -волновые нейтроны ( $l = 1$ ,  $j = 1/2$  или  $3/2$ ). Тогда вклад в выстроенность компаунд-ядер со спинами  $J = I - 3/2$ ,  $I - 1/2$ ,  $I + 1/2$  и  $I + 3/2$  (пусть  $I \geq 3/2$ ) и чётностями  $\pi = -\pi_0$  дают только волны с  $j = 3/2$ , так что

$$\tau_{20}^0(J) = \eta(I, J) C_{1020}^{10} U(\frac{1}{2}1\frac{3}{2}2, \frac{3}{2}1) U(I\frac{3}{2}J2, J\frac{3}{2}), \quad (14.47)$$

где  $\eta(I, J) = T_{13/2}^J / (T_{11/2}^J + T_{13/2}^J)$ , если  $J = I \pm 1/2$ , и  $\eta(I, J) = 1$ , если  $J = I \pm 3/2$ . Подставляя сюда явные выражения для функций Рака [11], получим

$$\tau_{20}(J) = \begin{cases} -\frac{(4I + 2 \pm 9)^2 - 1}{20\sqrt{(2I - 1 \pm 3)(2I \pm 3)(2I + 2 \pm 3)(2I + 3 \pm 3)}}, & J = I \pm \frac{3}{2}, \\ -\eta(I, J) \frac{49 - (4I + 2 \mp 1)^2}{20\sqrt{(2I - 1 \pm 1)(2I \pm 1)(2I + 2 \pm 1)(2I + 3 \pm 1)}}, & J = I \pm \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (14.48)$$

Теперь опять попробуем привлечь интуицию. Если ядра-мишени и нейтроны не ориентированы, а относительный орбитальный момент  $\mathbf{l}$  поперечен оси реакции, то хочется думать, что спины  $\mathbf{J}$  компаунд-ядер будут также преимущественно поперечны направлению  $\mathbf{n}_k$ . В соответствии с разделом А.3.3 этот тип выстраивания называется плоскостным, ему соответствует отрицательная величина  $\tau_{20}(J)$ .

На самом же деле, обратившись к (14.48), устанавливаем, что для спинов  $I \geq 3/2$  выстроенность  $\tau_{20}(J)$  действительно отрицательна при  $J = I \pm 3/2$  (исключая случай, когда  $I = 3/2$  и  $J = I - 3/2 = 0$ ; здесь никакой выстроенности быть не может, и этому соответствует неопределённость  $0/0$  в формуле), но при  $J = I \pm 1/2$  выстроенность  $\tau_{20}(J)$  положительна (только в случае  $I = 3/2$  и  $J = I + 1/2 = 2$  получим нуль)! Причина, очевидно, состоит в том, что когда орбитальный момент  $l$  мал или сравним со спином  $I$  ядра-мишени, использование классических образов ничем не оправдано.

Этот второй пример, показывающий, что нужно быть осторожным с квазиклассическими оценками в области малых энергий нейтронов и, следовательно, малых орбитальных моментов, был включён нами в статью [225]. Ведь ясно же, что раз спин-тензоры  $\tau_{20}(J)$ , обусловленные захватом  $p$ -волновых нейтронов, имеют разные знаки при  $J = I \pm 3/2$  и  $I \pm 1/2$ , то полная анизотропия  $W(0^\circ)/W(90^\circ) - 1$  (просуммированная по всем  $J$ ) может оказаться как положительной, так и отрицательной и уж заведомо будет небольшой по абсолютной величине в той области энергий (примерно от 50 до 200 кэВ), где вклады  $l \geq 2$  незначительны; здесь, конечно, принимается, что коэффициенты  $b_2(J)$  имеют один и тот же знак при всех  $J$  (это разумное предположение — см. следующий раздел). Для ядер-мишеней  $^{235}\text{U}$  ( $I = 7/2$ ), в частности, анизотропия вылета осколков при указанных энергиях падающих нейтронов была измерена в ФЭИ (Обнинск) [81, 103] в конце 1960-х годов; анизотропия в самом деле отрицательна в области от 50 до 150 кэВ, а выше становится положительной.

Однако в этих же работах [81, 103] была дана совершенно иная интерпретация полученного результата — в терминах квазиклассического подхода. Впервые на естественность поведения анизотропии  $W(0^\circ)/W(90^\circ) - 1$  при делении неориентированных ядер  $^{235}\text{U}$   $s$ - и  $p$ -волновыми нейтронами указал Д. И. Тамбовцев с сотрудниками [132] в 1970-е годы (работам этой группы ФЭИ посвящены разделы 14.7 и 14.8). Пользуясь «точными» формулами, они показали с помощью численного расчёта, что анизотропия воспроизводится при самых обычных предположениях о распределении вероятности деления по  $K$ . Но поскольку формулы типа (14.47) и (14.48) не были явно выписаны и физическая причина «взаимного вычитания» анизотропий, соответствующих разным  $J$ , не обсуждалась, мы решили в [225] привлечь к этому внимание.



### 14.6. Деление $s$ -волновыми нейтронами

В 1971 году появились экспериментальные данные группы Х. Постма [109] по угловой анизотропии вылета осколков деления выстроенных ядер  $^{235}\text{U}$  ( $I^{\pi_0} = 7/2^-$ ) медленными ( $s$ -волновыми) нейтронами. Для описания результатов использовались формулы (13.12) и (13.13), а спин-тензоры ориентации отдельных компаунд-резонансов со спинами и чётностями  $J^\pi = 3^-$  или  $4^-$  вычислялись, как положено, по формуле (14.3) (разумеется, все обозначения в оригинальной работе другие). Поскольку степень выстраивания ядер-мишеней была невелика, то гексадекапольная составляющая (пропорциональная очень малому параметру  $\tau_{40}(I)$ ) никак себя не проявляла. Поэтому реально измерялось только отношение  $W(0^\circ)/W(90^\circ)$  и из него извлекался параметр  $b_2(J^\pi)$ , или, по формуле (14.5), величина  $\langle K^2 \rangle_{J^\pi}$ .

Поскольку идея эксперимента по делению  $s$ -волновыми нейтронами выстроенных ядер была выдвинута О. Бором, то высказанные им соображения оказали значительное влияние на интерпретацию результатов. Следует, однако, учесть, что О. Бор в работе [29] дал описание спектра переходных состояний «... на основе современных знаний о спектре ядра в области низких энергий для случая очень тяжёлых элементов», в соответствии с которыми «для чётно-чётных ядер низшее состояние ядра имеет  $K = 0$ » и «вблизи седловой точки чётно-чётные ядра имеют самое низкое состояние  $I = 0+$  и близко расположенные уровни коллективного возбуждения типа  $(2+)$ ,  $(4+)$ ,..., так же как и состояния типа  $(1-)$ ,  $(3-)$ ..., хотя и с несколько более высокими энергиями».

Приведу дословную выдержку из статьи [29]: «Захват медленного нейтрона чётно-нечётным ядром со спином  $I_0$  приводит к возникновению промежуточного ядра чётно-чётного типа со спином  $I = I_0 \pm 1/2$  и той же чётности  $\pi$ , что и ядро-мишень. Как следует из приведённого выше обсуждения спектра ядра в седловой точке, только одна из этих комбинаций по спину и чётности содержится в ротационной полосе, связанной с нижайшей нуклонной конфигурацией ( $K = 0$ ), а именно состояние с  $(-1)^I = \pi$ . Поэтому можно ожидать значительную разницу, такую, как в несколько миллионов электрон-вольт, для порогов деления этих двух типов промежуточных ядер...»

Если применить эти рассуждения, например, к выстроенным ядрам-мишеням  $^{235}\text{U}$  (со спином и чётностью  $I^{\pi_0} = 7/2^-$ ), то выйдет следующее. При захвате этими ядрами  $s$ -волновых нейтронов образуются компаунд-ядра со спинами и чётностями  $J^\pi = 3^-$  и  $4^-$ . Но только состояния  $3^-$  принадлежат низшей полосе, соответствующей  $K = 0$ . Таким образом, во-первых, не существует канала  $K = 0$  для состояний  $4^-$ . Во-вторых, по этой же самой причине порог деления для состояний  $4^-$  может быть значительно более высоким.

Хорошо известно, однако, что предсказание О. Бора относительно барьеров деления не оправдалось. В частности, в случае  $^{235}\text{U}$  пороги деления для состояний  $3^-$  и  $4^-$  примерно одинаковы. Тем не менее авторы многих работ (см., например, [96, 109, 112, 132, 198, 373, 394]) исключали из рассмотрения канал  $K = 0$  для состояний с теми  $J$  и  $\pi$ , для которых  $(-1)^J \neq \pi$  (в частности, в случае  $^{235}\text{U}$  для состояний  $4^-$ ). При этом использовались сильные выражения типа «канал  $K = 0$  для данного состояния  $J^\pi$  запрещён по чётности», как будто речь идёт о чём-то настолько же фундаментальном, как отсутствие  $s$ -состояний отрицательной чётности. На самом же деле следовало говорить лишь о том, что при  $(-1)^J \neq \pi$  состояние с  $K = 0$  отсутствует в том упрощённом описании вращательных состояний, которым пользовался О. Бор в работе [29].

В самом деле, если обратиться к монографии О. Бора и Б. Моттельсона [128], вышедшей в 1970-е годы, то там нет и речи о запрете состояний с  $K = 0$  со

спинами и чётностями  $J$  и  $\pi$ , такими что  $(-1)^J \neq \pi$ . Так, в частности, на рис. 4.2 указанной монографии изображены допустимые схемы уровней деформированных ядер, включающие в себя при  $K = 0$  состояния как  $3^-$ , так и  $4^-$ ! В главе 16 мы вернёмся к вопросу о том, как устроены состояния  $K = 0$  с произвольными  $J$  и  $\pi$  и каким образом могут возникать «запреты» на часть этих состояний (вроде того запрета, который был сформулирован в работе [29]).

Тем не менее применительно к реакции  $n + {}^{235}\text{U}$  долгое время считалось, что в состояниях  $J^\pi = 3^-$  деление происходит преимущественно через состояния с  $K = 0$  и  $K = 1$  с незначительной примесью  $K = 2$ , а в состояниях  $J^\pi = 4^-$  — преимущественно через состояния с  $K = 1$  с незначительной примесью  $K = 2$ . Однако авторы [109] установили, что величина  $\langle K^2 \rangle_{J^-}$ , хотя и флуктуирует от резонанса к резонансу, но в среднем примерно одинакова для обоих спинов  $J$  и примерно равна 2.5. Естественно интерпретировать это так, что канал  $K = 0$  при  $J^\pi = 3^-$  закрыт так же, как при  $J^\pi = 4^-$ .

На самом же деле по величине  $\langle K^2 \rangle$  ничего нельзя сказать о вкладе канала  $K = 0$  ни при  $J^\pi = 3^-$ , где предполагалось его существование, ни при  $J^\pi = 4^-$ , где, как иногда утверждается, его в принципе быть не может (утверждение об отсутствии канала  $K = 0$  при  $J^\pi = 4^-$  ошибочно — см. ниже раздел 16.14). Наиболее «экономный» способ воспроизвести  $\langle K^2 \rangle = 2.5$  состоит в том, чтобы принять такой набор вероятностей:

$$\beta_K = \begin{cases} 0.25 & \text{при } K = \pm 1, \pm 2, \\ 0 & \text{при всех остальных } K. \end{cases} \quad (14.49)$$

Здесь канал  $K = 0$  полностью подавлен. Если, однако, воспользоваться (в данном случае без обоснования) гауссовскими распределениями (14.2) с  $K_0^2 = 3.38$  при  $J^\pi = 3^-$  и  $K_0^2 = 2.61$  при  $J^\pi = 4^-$ , то тоже в обоих случаях получим  $\langle K^2 \rangle = 2.5$ . При этом канал  $K = 0$  частично открыт (на уровне 20–25 %); правда открыты и каналы  $K \geq 3$  (на уровне 5 %).

С тех пор прошло более 30 лет, но количественного объяснения этих результатов так и нет. Об этом, в частности, говорил и сам Ханс Постма на одной из нейтронных конференций в Дубне в середине 1990-х годов. Я не вижу в этом ничего удивительного — слишком низок интерес к физике деления в эти последние 2–3 десятилетия, слишком мало специалистов занимаются ею. Хорошо уже то, что работы по делению выстроенных ядер были продолжены, сначала, в 1970-е и 1980-е годы, в ФЭИ, а в 1990-е — в ОИЯИ (и в них, кстати, вновь принял участие Х. Постма — см., в частности, статью [373]). При этом были получены более определённые результаты о вкладе состояний с  $K = 0$  в системе “ $n + {}^{235}\text{U}$ ” (см. главу 16).

### 14.7. Деление $p$ -волновыми нейтронами

Между тем в начале 1970-х годов в ФЭИ была создана установка по выстраиванию ядер-актинидов при низких температурах. Методика использовалась точно та же, что в работах групп Дж. В. Т. Даббса [96] и Х. Постмы [109, 112]. Но только мишень (сначала это были ядра  ${}^{235}\text{U}$ , а потом часть исследований была проведена и с ядрами  ${}^{233}\text{U}$ ) облучалась более быстрыми нейтронами — с энергиями от 0 до 200 кэВ. Первые результаты по измерению зависимости отношения  $W(0^\circ)/W(90^\circ)$  от энергии нейтронов для ядер  ${}^{235}\text{U}$  были опубликованы в 1975 году [132]. Вторая же значительная работа появилась в 1983 году [198]. В ней были представлены результаты не только по величине  $W(0^\circ)/W(90^\circ)$ , но и по зависимости полного сечения деления  $\sigma_f$  от выстроенности ядер-мишеней (т.е. по деформационному эффекту

в сечении деления). При этом измерения были выполнены как для  $^{235}\text{U}$ , так и для  $^{233}\text{U}$  (поскольку проблемы, связанные с этими ядрами, примерно одинаковые, то далее всюду будем обсуждать в качестве примера  $^{235}\text{U}$ ).

В мае 1984 года в Москве, в МГУ, проходила сессия АН СССР по ядерной физике. На одной из секций я делал доклад по материалам своей первой статьи [191] (написанной, конечно, совместно с научным руководителем), вышедшей годом ранее. Она была посвящена пересчёту углового распределения осколков в угловое распределение нейтронов, испускаемых осколками. После заседания к нам с Д. П. Гречухиным подошёл один из участников сессии — что-то уточнить.

Оказалось, что это один из авторов [132, 198] — Л. К. Козловский. Так за разговорами в тот тёплый майский вечер мы вместе дошли до метро «Университет». «Хорошо, что вы занялись делением ориентированных ядер, — сказал он нам, прощаясь, — очень хочется понять, почему же всё-таки в  $^{235}\text{U}$  состояние  $3^-$  не распадается через  $K = 0$ ». Увы. Вот уже два года (пишу эти строки в 2007-м), как нет с нами Леонида Константиновича, а проблема, которой он интересовался в течении 30 лет, так до конца и не решена (см., впрочем, раздел 16.14).

Позже я познакомился с Д. И. Тамбовцевым, руководителем экспериментальной группы. Не один раз потом встречался с ним и с Л. К. Козловским — и в Обнинске, и в Дубне, где они работали в 1990-е годы. На таких, как они, влюблённых в своё дело специалистах, многое держалось в советской науке.

В обнинскую группу, занимавшуюся выстроенными ядрами, входил также известный обнинский теоретик Н. С. Работнов. В работах [132, 198] использовалась выведенная им формула для дифференциального сечения деления, очень похожая на те, которые были выписаны в разделах 14.3 и 14.4 <sup>1)</sup>. Поскольку в эксперименте ядра выстраивались вдоль оси реакции, то, конечно, формула была написана для случая, когда  $\mathbf{n}_l = \mathbf{n}_k$ .

Единственная странность состояла в том, что во входном канале использовалось представление спина канала. По этой причине коэффициент проницаемости должен был быть зависящим от орбитального момента  $l$ , спина канала  $f$  и полного углового момента  $J$ . Но хорошо известно, что в оптическом потенциале нет значительных спин-спиновых сил, которые приводили бы к зависимости от  $f$ . Соответственно индекс  $f$  в коэффициенте проницаемости был опущен.

Однако в оптическом потенциале есть спин-орбитальное слагаемое, которое приводит к существенной зависимости коэффициента проницаемости от полного углового момента нейтрона  $j$ . Именно по этой причине мы с Д. П. Гречухиным всюду придерживались  $(ljJ)$ -представления во входном канале. Вот с точностью до пренебрежения спин-орбитальным слагаемым расчётные формулы в [132, 198] фактически совпадали с нашими.

<sup>1)</sup> Кстати, когда я это осознал, то указал на это Д. П. Гречухину: «Вот группа, которая проводит и вычисления, и измерения с выстроенными ядрами и быстрыми нейтронами, что же нам-то в этой области делать?» «Не горячитесь, — ответил мой руководитель, — Н. С. Работнов — человек квалифицированный, ещё бы он формулу не вывел! Но ведь это всего лишь одна обнинская группа. А завтра выстроенные мишени появятся здесь, в Курчатовском институте, где есть нейтронный источник «Факел», и в Дубне, где есть реактор ИБР-30. А потом в Троицке введут в строй нейтронный пучок на мезонной фабрике и в Гатчине достроят реактор ПИК, и там тоже начнутся эксперименты с ориентированными ядрами. Нужно же, чтобы кто-нибудь во всё это вникал. Ведь написать формулу для идеализированной ситуации — это только первый шаг, а дальше придётся разбираться в поправках». Шёл 1984 год. В чём-то, как вскоре выяснилось, Д. П. Гречухин был абсолютно прав. Но в целом — кто же знал, что так получится?

Было, правда, ещё одно различие, стилистического характера, оказавшееся важным. Н. С. Работнов не вводил специального обозначения для коэффициента  $b_Q(J^\pi)$  (14.20); суммирование по  $K$  входило в формулу для дифференциального сечения наряду с суммированием по  $J$  и  $\pi$ . Я бы даже сказал, что это было сделано из принципа. Авторы [132, 198] пользовались делимостями  $\gamma_f^{J^\pi K}$  из определённых промежуточных состояний  $|J^\pi K\rangle$ . В наших обозначениях эти делимости определяются формулой

$$\gamma_f^{J^\pi K} \equiv \gamma^f(J^\pi) \beta_K(J^\pi). \quad (14.50)$$

Если, таким образом,  $s$ -и  $p$ -волновые нейтроны захватываются ядрами  $^{235}\text{U}$  ( $I^\pi_0 = 7/2^-$ ), то возбуждаются 6 состояний:  $J^\pi = 3^-, 4^-, 2^+, 3^+, 4^+$  и  $5^+$ . С учётом сохранения чётности,  $\beta_K = \beta_{-K}$ , имеем 27 делимостей  $\gamma_f^{J^\pi K}$  — своего рода свободных параметров. В нашем же подходе, если ограничиваться учётом квадрупольной составляющей углового распределения, в этой же ситуации получим только 12 параметров — 6 делимостей  $\gamma^f(J^\pi)$  и 6 вторых моментов  $\langle K^2 \rangle_{J^\pi}$ .

На самом деле свободных параметров меньше, так как результаты, полученные в ФЭИ для медленных ( $s$ -волновых) нейтронов, сошлись с данными группы Х. Постмы. Поэтому сразу можно положить  $\langle K^2 \rangle_{3^-} = \langle K^2 \rangle_{4^-} \simeq 2.5$ ; а от делимостей  $\gamma^f(3^-)$  и  $\gamma^f(4^-)$ , как вскоре станет ясно, мало что зависит. Новым — в 1975 году — было то, что анизотропия  $W(0^\circ)/W(90^\circ) - 1$  при энергии нейтронов от 50 до 150 кэВ меняется от  $\approx -0.05$  [81, 103] до  $\approx 0.15$  [132] при выстраивании ядер  $^{235}\text{U}$  (при температуре  $T \simeq 0.2$  К выстроенность достигала значения  $\tau_{20}(I) \simeq -0.141$ ). Эти результаты, однако, можно описать, предположив, что резонансы  $2^+, 3^+, 4^+$  и  $5^+$ , возбуждаемые  $p$ -волновыми нейтронами, делятся преимущественно через состояния с  $K = 1$  и  $K = 2$ . Конечно, это разошлось с ожиданиями, но не в большей степени, чем результаты, ранее полученные для одних только  $s$ -волновых резонансов. Примерно такое заключение и было сделано авторами [132].

Но совсем другая ситуация сложилась в 1983 году. Был обнаружен очень значительный деформационный эффект; при выстраивании ядер  $^{235}\text{U}$  полное сечение деления уменьшалось примерно на 3% при энергии нейтронов 100 кэВ и на 6% — при 200 кэВ (для ядер  $^{233}\text{U}$  эффект был менее выражен) [198]. Авторы установили, что наблюдаемая зависимость полного сечения деления от выстроенности ядер  $^{235}\text{U}$  может быть описана лишь ценою очень значительного (вплоть до нуля) подавления делимостей состояний  $2^+$  и  $5^+$ . При этом, как буквально было написано в статье [198], вся совокупность данных не может быть интерпретирована «ни при каких разумных предположениях о величине силовых функций первых парциальных нейтронных волн и зависимости делительных ширин от  $K$ ».

### 14.8. Гексадекапольная составляющая углового распределения осколков

Конечно, мы не могли пройти мимо опубликованных данных [198]. В результате появились две наши статьи [224, 225] (первые результаты были нами доложены на 10-м совещании по физике деления в Обнинске в 1984 году). Первая посвящена главным образом независимой обработке результатов, полученных в ФЭИ для ядра  $^{235}\text{U}$ . Вторая — ответу на более общий вопрос: что нового можно узнать из подобных экспериментов на других ядрах?

Размышляя над выполненными экспериментами мы с Д. П. Гречухиным (неожиданно для себя) обнаружили, что они дают сведения не столько о чувствительности вероятности деления к числу  $K$ , сколько о зависимости характеристик деления (делимостей и распределений по  $K$ ) от спина и чётности  $J^\pi$  промежуточных состояний.

В самом деле, возьмём деформационный эффект в полном сечении деления. Он оказался значительным (я, кстати, не знаю, обсуждался ли он вообще кем-нибудь до этого, именно как эффект в делении). Но полное сечение деления, как следует из формул (14.16) и (14.26), вообще не зависит от распределений  $\beta_K$ . А вот его чувствительность к зависимости величин, входящих в него, от  $J$  продемонстрировать очень легко.

В самом деле, предположим, что коэффициенты проницаемости  $T_{lj}^{J\pi}$  и делимости  $\gamma^f(J^\pi)$  не зависят от  $J$ . Тогда в выражении для полного сечения деления с учётом (14.27) появится сумма

$$\sum_J (2J+1) U(JjIN, Ij) \sim \delta_{N0}, \quad (14.51)$$

пропорциональная символу Кронекера в соответствии с (A.152). Понятно, что при этом зависимость от выстроенности ядер-мишеней полностью исчезает, а само полное сечение приобретает вид (14.28).

Поскольку в оптическом потенциале нет слагаемых, которые приводили бы к зависимости коэффициентов проницаемости от  $J$ , то, в полном соответствии с выводами авторов [198], необходимо заключить, что весь деформационный эффект в полном сечении деления обусловлен зависимостью делимостей от  $J$ . В случае  $^{235}\text{U}$  деформационный эффект отрицателен, если делимости состояний  $2^+$  и  $5^+$  подавлены, а делимости состояний  $3^+$  и  $4^+$ , наоборот, усилены. Результаты количественных расчётов приведены в [224].

Однако после того как делимости были таким образом зафиксированы, осталось, фактически, 4 параметра — моменты  $\langle K^2 \rangle_{J\pi}$  для  $J^\pi = 2^+, 3^+, 4^+$  и  $5^+$ . И вот, наверное, именно потому, что их было всего 4, нам было относительно несложно посмотреть, как с их помощью описываются данные по анизотропии  $W(0^\circ)/W(90^\circ)$  вылета осколков — для выстроенных и невыстроенных ядер-мишеней и в зависимости от энергии нейтронов. И в целом всё вписалось в схему деления через состояния  $K=1$  и  $K=2$ ; лишь кое-где возник вклад от  $K=3$ .

Таким образом, наши выводы были более определёнными и менее пессимистичными, нежели выводы авторов [198] (хотя, конечно, и у нас не было никакого объяснения сильной зависимости делимостей от  $J^\pi$ ). Важно, однако, другое. В работе [224] мы показали, как будут меняться наблюдаемые величины при увеличении степени выстроенности ядер-мишеней. Мы исходили из того, что при достигнутой температуре  $T \simeq 0.2$  К спин-тензор 4-го ранга мал,  $\tau_{40}(I) \simeq 0.013$ , и поэтому гексадекаполюсная составляющая углового распределения как будто незначительна. Если бы, однако, удалось понизить температуру мишени и измерить гексадекаполюсную составляющую, то это дало бы дополнительные сведения о моментах  $\langle K^2 \rangle_{J\pi}$  и, возможно, о моментах  $\langle K^4 \rangle_{J\pi}$ , т. е. помогло бы улучшить понимание роли состояний с различными  $K$  в делении.

Замечу, что, комбинируя (13.12) и (14.11), дифференциальное сечение деления можно представить в форме

$$\frac{d\sigma_f}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \left( \sigma_f + \sum_{Q=2,4,\dots} S_Q P_Q(\cos \vartheta) \right), \quad (14.52)$$

где

$$S_Q = (2Q+1) \sum_{J\pi} \sigma_f(J^\pi) \tau_{Q0}(J^\pi) b_Q(J^\pi). \quad (14.53)$$

Так вот, согласно расчётам, представленным в [224], даже при  $T = 0.2$  К отношение  $S_4/\sigma_f$  меняется от  $-0.02$  до  $0.06$  в зависимости от предположений о форме  $\beta_K(J^\pi)$ . Но при этом использовались лишь такие распределения по  $K$ , которые описывали имевшиеся экспериментальные данные по угловой анизотропии осколков! Другими словами, мы недвусмысленно указали на то, что гексадекаполюсная составляющая, которая совсем не принималась в расчёт в эксперименте [198], на самом деле может быть того же порядка, что и обнаруженная чувствительность полного сечения деления к выстроенности ядер-мишеней.

Важно осознавать следующее. Когда говорят об измерении полного сечения деления, то представляют себе идеализированную картину сбора всех осколков, вылетающих под какими угодно углами к оси деления. Именно такое полное сечение описывается формулами (14.16) и (14.26). На самом же деле в обнинском эксперименте, как ранее в эксперименте группы Х. Постмы [109], осколки регистрировались двумя счётчиками, под углами  $0^\circ$  и  $90^\circ$  к оси разлёта! Далее полное сечение деления восстанавливалось в предположении, что в дифференциальном сечении (14.52) имеются только изотропный и квадрупольный вклады.

В экспериментах с медленными нейтронами использование двух счётчиков оправдано тем, что спин-тензоры 4-го ранга компаунд-ядер (14.3) так же малы, как спин-тензоры 4-го ранга ядер-мишеней. Но в соответствии с формулами (14.23)–(14.25) поглощение  $p$ -волновых нейтронов ядрами со значительными спин-тензорами 2-го ранга даёт спин-тензоры 4-го ранга, т.е. приводит к появлению гексадекаполюсной составляющей углового распределения. Именно этот эффект был подробно рассмотрен нами в работе [225] для ядер-мишеней со спинами  $I = 3/2, 5/2$  и  $7/2$ . Оказалось, что для некоторых  $J^\pi$  такой эффект значительного усиления спин-тензоров 4-го ранга компаунд-ядер действительно существует. Часть материалов по оценкам величины гексадекаполюсной составляющей мы не стали включать в статьи [224, 225], а опубликовали отдельно [215]<sup>1)</sup>.

Разумеется, мы обращали внимание Л. К. Козловского и Д. И. Тамбовцева на эту проблему. Знак гексадекаполюсной составляющей может быть разным, и в силу случайных причин она вообще может оказаться близкой к нулю. Но вдруг не нуль!

В результате в установку были введены дополнительные счётчики осколков под углами  $45^\circ$  и  $135^\circ$  к направлению движения нейтронов. Отчёт об измерениях на ядре  $^{235}\text{U}$  и об обработке результатов вышел в конце 1988 года [257]. В этой работе была зафиксирована гексадекаполюсная составляющая как раз такого знака, что её учёт привёл к значительному уменьшению (примерно до 2%) деформационного эффекта в полном сечении деления. В результате было получено согласованное описание всей совокупности данных без каких бы то ни было экстремальных предположений.

В целом было подтверждено, что деление идёт в основном через состояния с  $K = 1$  и  $K = 2$ . Но дополнительно (важный момент!) анализ гексадекаполюсной составляющей позволил сделать вывод о том, что распределения  $\beta_K$  имеют малую дисперсию, т.е. более похожи на (14.49), нежели на гауссовские функции. Таким образом, Д. И. Тамбовцев и его коллеги [257] получили значимое указание на подавление канала  $K = 0$  при делении ядер  $^{235}\text{U}$  медленными нейтронами.

<sup>1)</sup> Работа [215] вышла в журнале, в котором в 1980-е годы выходили отчёты о ежегодных конференциях по ядерной физике, проводившихся в «Курчатовском институте». В ней, в частности, были рассмотрены случаи  $\mathbf{n}_I = \mathbf{n}_k$  и  $\mathbf{n}_I \perp \mathbf{n}_k$ . Примерно в это же время результаты схожих расчётов были опубликованы также В. С. Мастеровым и Н. С. Работновым [235].

Глава 15

**СПИНОВАЯ ОРИЕНТАЦИЯ ОСКОЛКОВ  
ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР**

**15.1. Спиновая ориентация осколков**

Сразу после разрыва осколки обладают такой большой энергией возбуждения, что каждый из них испускает в среднем 1–2 нейтрона. Скорости нейтронов сравнимы со скоростями осколков (примерно  $1/20$ – $1/25$  скорости света). Поэтому, каким бы ни было угловое распределение нейтронов в системе покоя осколка (на самом деле, оно близко к изотропному), в лабораторной системе отсчёта нейтроны движутся преимущественно вдоль оси деления.<sup>1)</sup>

После того как энергия возбуждения осколка становится недостаточной для испускания нейтрона (меньше его энергии связи, примерно равной 6 МэВ), начинается излучение  $\gamma$ -квантов. В конце 1950-х годов было установлено, что для  $\gamma$ -квантов также имеется значительная, масштаба 10 %, анизотропия испускания вдоль (предпочтительное направление) и поперёк оси деления. Этот эффект, однако, уже не может быть связан с движением осколков.

В. М. Струтинский [55] сразу предположил, что анизотропия испускания  $\gamma$ -квантов обусловлена выстраиванием спинов осколков поперёк оси деления. При этом, опираясь на знак эффекта, он сделал правильный, как потом всеми было признано, вывод: «... анизотропия связана... с  $\gamma$ -переходами между нижними уровнями осколков, где квадрупольное излучение относительно более вероятно...» В [55] был предложен и механизм выстраивания, основанный на классической картине электростатического отталкивания сильно деформированных осколков.

Позже, уже в 1960-е годы, Дж. Р. Никс и В. Дж. Святецкий [77] в рамках капельной модели рассмотрели целый ряд коллективных колебательных мод, которые могли бы возбуждаться на стадии спуска делящегося ядра от седла к точке разрыва и приводить к возникновению как значительных спинов осколков, так и их выстраивания. Простейшей модой, порождающей плоскостное выстраивание, является изгиб: сначала два «предосколка» движутся в одну сторону поперёк оси деления, а шейка между ними — в другую, потом все направления движения меняются на противоположные и так далее. Нетрудно вообразить и простейшую моду, ведущую к осевому выстраиванию — кручение: два «предосколка» крутятся вокруг своих больших осей, т. е. вокруг оси деления, в разных направлениях, сначала в одну сторону, потом в другую. В настоящее время изгибовая мода считается наиболее вероятной причиной выстраивания спинов осколков, но дискуссии продолжают.

---

<sup>1)</sup> Пересчёту углового распределения осколков в угловое распределение нейтронов, испускаемых осколками, посвящена наша с Д. П. Гречухиным работа [191].

Выстраивание спина  $J_i$   $i$ -го осколка относительно оси деления означает, как обычно, что заселённости состояний с проекциями  $K_i$  на эту ось неодинаковы. Пусть сразу после разрыва проекции спинов осколков (в конечном состоянии  $\alpha$ ) на ось деления суть  $K_1$  и  $K_2$  с амплитудой  $g_{K_1 K_2}^\alpha$ . Примем, что эти амплитуды нормированы на единицу:

$$\sum_{K_1 K_2} |g_{K_1 K_2}^\alpha|^2 = 1. \quad (15.1)$$

Тогда по общему правилу выстроенность, к примеру, 1-го осколка определяется спин-тензорами

$$\tau_{Q0}(J_1) = \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 Q_0}^{J_1 K_1} \sum_{K_2} |g_{K_1 K_2}^\alpha|^2. \quad (15.2)$$

Понятно, что  $K_1$  и  $K_2$  — это спиральности осколков (с точностью до знака, ведь речь идёт о проекциях на одно и то же направление  $\mathbf{n}_f$  вдоль импульса 2-го осколка и против импульса 1-го). Сумма этих спиральностей  $K_1 + K_2 = K$  есть суммарная спиральность осколков, т. е. проекция спина канала  $\mathbf{F} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$  на ось деления.

Вернёмся теперь к разделам 13.5 и 13.7, где были введены амплитуды  $g^\alpha(LF)$  и  $g^\alpha(FK)$ , которые полностью определяют волновую функцию разлетающихся осколков. Понятно, что волновая функция содержит в себе все сведения о системе и, в частности, об ориентации спинов осколков. Поэтому спин-тензоры ориентации осколков (как и амплитуды  $g_{K_1 K_2}^\alpha$ ) могут быть выражены через величины  $g^\alpha(LF)$  или  $g^\alpha(FK)$ , которые используются для описания углового распределения осколков.

Мне представляется удивительным, что первая попытка сделать это была предпринята лишь в 1976 году Д. П. Гречухиным [139], а сколько-нибудь обстоятельное исследование на эту тему, выполненное Д. П. Гречухиным и мной [251], появилось только в 1988 году. Ещё раз сформулирую основную идею. Распад ядра на два осколка описывается некоторым набором амплитуд. Но все возможные наборы (в  $(LF)$ -,  $(FK)$ -,  $(K_1 K_2)$ -... представлениях) эквивалентны. Поэтому любой набор годится для описания всех наблюдаемых в распаде!

Таким образом, угловое распределение осколков относительно оси ориентации исходного ядра, которому посвящены две предыдущие главы, и ориентация спинов осколков, которую мы начали обсуждать в этой главе, могут быть выражены через одни и те же величины. При этом уже сейчас ясно, что если угловое распределение осколков определяется суммарной спиральностью  $K$  осколков, то для нахождения направлений спинов осколков нужна более детальная информация о спиральностях  $K_1$  и  $K_2$  отдельных осколков.

Я думаю, что причина малого интереса к единому описанию всех наблюдаемых в делении состоит в том, что по современным представлениям механизмы формирования распределений по  $K$ , с одной стороны, и  $K_1$ ,  $K_2$ , с другой стороны, совершенно различны. В первом случае распределение формируется на барьере, во втором случае — на спуске с барьера или при разрыве. Если при этом число  $K = K_1 + K_2$  на пути к разрыву сохраняется, то распределения по  $K_1$  и  $K_2$  оказываются связанными друг с другом. На самом же деле такие механизмы, как изгибовая мода, должны нарушать аксиальную симметрию ядра на спуске и, следовательно, оказывать влияние на распределение по  $K$ . Количественно все эти вопросы плохо проработаны. В любом случае полезно знать, как одни наблюдаемые в делении связаны с другими.



## 15.2. Представление спиральностей осколков

Итак, в соответствии с формулами (13.3) и (13.4) в асимптотике имеем

$$\Psi_J \rightarrow \sum_{M_1} \tilde{a}_{M_1}(J_1) \chi_{J_1 M_1}^\alpha = \sum_{M_2} \tilde{a}_{M_2}(J_2) \chi_{J_2 M_2}^\alpha, \quad r_\alpha \rightarrow \infty. \quad (15.3)$$

Соответственно пусть осколки разлетаются вдоль определённого направления  $\mathbf{n}_f$ . Тогда спин-тензор ориентации осколка со спином  $J_a$ , которому отвечает парный осколок со спином  $J_b$ , определяется выражением

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_a[J_b], \mathbf{n}_f) \sim \sum_{M_a M'_a} C_{J_a M_a Hh}^{J_a M'_a} \langle \tilde{a}_{M_a}(J_a) \tilde{a}_{M'_a}^*(J_a) \rangle. \quad (15.4)$$

Здесь скобки  $\langle \dots \rangle$  означают не только усреднение по спиновому состоянию ядер-распадчиков, но и суммирование (интегрирование) по всем ненаблюдаемым характеристикам парного осколка. Коэффициент пропорциональности удобно выбрать так, чтобы спин-тензоры нулевого ранга воспроизводили угловое распределение осколков (13.6), но только нормированное не на единицу, а на ширину распада  $\Gamma^\alpha$  (13.8) или (13.22).

После вычислений получим формулу следующего общего вида:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{Hh}(J_a[J_b], \mathbf{n}_f) = \\ = \sum_{\Lambda Q} \frac{(-1)^\Lambda \sqrt{2Q+1}}{4\pi(2H+1)} \tau'_{Q0}(J) y_{\Lambda Q}^{Hh}(\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_J) \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a^{\text{out}}(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) g^\alpha(\lambda_\alpha) g^{\alpha*}(\lambda'_\alpha). \end{aligned} \quad (15.5)$$

Здесь  $\mathbf{n}_J$  — единичный вектор вдоль направления оси ориентации ансамбля делящихся ядер, а величина  $a^{\text{out}}$  задана формулами (Б.73) и (Б.74). Мы видим, что спин-тензоры ориентации осколка выражаются через обобщённые сферические гармоники (А.203) от двух направлений,  $\mathbf{n}_f$  и  $\mathbf{n}_J$ , которые могут быть какими угодно. Далее мы, конечно, внимательнее рассмотрим выделенный случай, когда фиксируются осколки, разлетающиеся точно вдоль оси ориентации, т.е.  $\mathbf{n}_f = \mathbf{n}_J$ . В этом случае естественно ожидать, что часть исходной ориентации делящихся ядер будет передаваться на осколки (и будет дана численная оценка эффективности передачи ориентации с ядра на осколок).

Пока, однако, продолжим обсуждение самого общего случая. В представлении спина канала коэффициент  $a^{\text{out}}$  выражается через величины (Б.63) и (Б.65):

$$a^{\text{out}}(LF, L'F') = \begin{cases} a_{\Lambda(H0)}^{Q(H)}(J_1 J_2; LFJ, L'F'J), & J_a = J_1, J_b = J_2, \\ a_{\Lambda(0H)}^{Q(H)}(J_1 J_2; LFJ, L'F'J), & J_a = J_2, J_b = J_1. \end{cases} \quad (15.6)$$

Эти результаты в  $(LF)$ -представлении впервые были приведены нами в работе [251] (там только не вводились обобщённые сферические гармоники). Если же выразить амплитуды в представлении спина канала через амплитуды в представлении спиральности (см. (13.23)), то ответ примет вид

$$a^{\text{out}}(FK, F'K') = \sqrt{\frac{(2H+1)(2\Lambda+1)(2F+1)}{(2Q+1)(2F'+1)}} \sum_{\gamma} C_{H\gamma\Lambda 0}^{Q\gamma} C_{JK'Q\gamma}^{JK'} C_{FK'H\gamma}^{F'K'} \times \begin{cases} U(J_2FJ_1H, J_1F'), & J_a = J_1, J_b = J_2, \\ (-1)^{F-F'} U(J_1FJ_2H, J_2F'), & J_a = J_2, J_b = J_1. \end{cases} \quad (15.7)$$

В обоих рассмотренных случаях ответы довольно громоздки. Но существует ещё представление спиральностей осколков (не путать с  $(FK)$ -представлением — представлением суммарной спиральности), которого, похоже, до нас с Д. П. Гречухиным [251] в физику деления никто не вводил. Вернёмся к формулам (13.15)–(13.20), показывающим, как совершается переход от  $(LF)$ -представления к  $(FK)$ -представлению. Заметим, что волновая функция двух осколков с суммарной спиральностью  $\kappa = K$ , входящая в (13.18), обычным образом выражается через волновые функции отдельных осколков со спиральностями  $K_1$  и  $K_2$ :

$$\chi_{FK}^{c_\alpha} = \sum_{K_1K_2} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} \chi_{J_1K_1}^{c_\alpha} \chi_{J_2K_2}^{c_\alpha}. \quad (15.8)$$

Но это означает, что спин-угловая функция в  $(FK)$ -представлении может быть представлена в виде разложения,

$$\varphi_{FKJM}^{c_\alpha} = \sum_{K_1K_2} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} \varphi_{K_1K_2JM}^{c_\alpha}, \quad (15.9)$$

по спин-угловым функциям,

$$\varphi_{K_1K_2JM}^{c_\alpha} = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}_{M\ K_1+K_2}^J(\mathbf{n}_\alpha) \chi_{J_1K_1}^{c_\alpha} \chi_{J_2K_2}^{c_\alpha}, \quad (15.10)$$

в представлении спиральностей осколков или в  $(K_1K_2)$ -представлении.

Подставляя далее (15.9) в (13.19), получим разложение асимптотической волновой функции по новым спин-угловым функциям,

$$\Psi_J \rightarrow -i \frac{e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha)}}{k_\alpha r_\alpha} \sum_M a_M(J) \sum_{K_1K_2} g^\alpha(K_1K_2) \varphi_{K_1K_2JM}^{c_\alpha}, \quad r_\alpha \rightarrow \infty, \quad (15.11)$$

с новыми амплитудами

$$g^\alpha(K_1K_2) \equiv \sum_{FK} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} g^\alpha(FK). \quad (15.12)$$

Обратное преобразование имеет вид

$$g^\alpha(FK) = \sum_{K_1K_2} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} g^\alpha(K_1K_2). \quad (15.13)$$

Теперь не составляет труда подставить эти амплитуды  $g^\alpha(FK)$  в правую часть (15.5) и с учётом (15.7) получить явные выражения для коэффициентов  $a^{\text{out}}$ , соответствующие  $(K_1 K_2)$ -представлению:

$$a^{\text{out}}(K_1 K_2, K'_1 K'_2) = \sqrt{\frac{(2H+1)(2\Lambda+1)}{2Q+1}} \sum_{\gamma} C_{H\gamma\Lambda 0}^{Q\gamma} \times \\ \times \begin{cases} C_{J K_1+K_2 Q\gamma}^{J K'_1+K_2} C_{J_1 K_1 H\gamma}^{J_1 K'_1} \delta_{K_2 K'_2}, & J_a = J_1, J_b = J_2, \\ C_{J K_1+K_2 Q\gamma}^{J K_1+K'_2} C_{J_2 K_2 H\gamma}^{J_2 K'_2} \delta_{K_1 K'_1}, & J_a = J_2, J_b = J_1. \end{cases} \quad (15.14)$$

Эти результаты также были приведены нами в [251].

### 15.3. Матрица коэффициентов передачи ориентации

Спин-тензоры ориентации осколков, выраженные в соответствии с (15.5) и (15.14) через амплитуды распада в представлении спиральностей осколков, совсем не сложны. Для того чтобы понять смысл полученных формул, рассмотрим несколько частных случаев.

Пусть делящиеся ядра не ориентированы, т.е.  $\tau'_{Q0}(J) = \delta_{Q0}$ . Тогда нетрудно проверить, что спин-тензор ориентации, например, 1-го осколка имеет вид

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_1[J_2], \mathbf{n}_f) = \sqrt{\frac{4\pi}{2H+1}} Y_{Hh}(\mathbf{n}_f) \tilde{\tau}'_{H0}(J_1[J_2], 0), \quad (15.15)$$

где

$$\tilde{\tau}'_{H0}(J_1[J_2], 0) = \frac{1}{4\pi} \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 H 0}^{J_1 K_1} \sum_{K_2} |g^\alpha(K_1 K_2)|^2. \quad (15.16)$$

В соответствии с (A.93) результат (15.15) означает, что осью ориентации осколка является ось деления  $\mathbf{n}_f$  (и это естественно, ведь других направлений в задаче нет). При этом спин-тензор ориентации осколка (15.16) в системе отсчёта, связанной с осью ориентации, имеет вполне ожидаемый вид (15.2). Таким образом, амплитуды  $g_{K_1 K_2}^\alpha$ , которые мы ранее ввели руководствуясь здравым смыслом, с точностью до нормировки совпадают с амплитудами распада ядра  $g^\alpha(K_1 K_2)$  в представлении спиральностей осколков!

В рассматриваемом случае для спин-тензора нулевого ранга имеем

$$\tilde{\tau}_{00}(J_1[J_2], \mathbf{n}_f) = \tilde{\tau}'_{00}(J_1[J_2], 0) = \frac{\Gamma^\alpha}{4\pi}, \quad \Gamma^\alpha = \sum_{K_1 K_2} |g^\alpha(K_1 K_2)|^2. \quad (15.17)$$

Ширина распада  $\Gamma^\alpha$  (13.8), или (13.22), здесь выражена через амплитуды распада в  $(K_1 K_2)$ -представлении. Интеграл по всем углам от спин-тензора нулевого ранга совпадает с шириной распада (в соответствии с выбранным условием нормировки).

Проверим теперь, что и в общем случае, когда делящиеся ядра ориентированы, спин-тензор нулевого ранга описывает угловое распределение осколков, нормированное на ширину распада. Из общих формул (15.5) и (15.14) находим

$$\tilde{\tau}_{00}(J_1[J_2], \mathbf{n}_f) = \frac{1}{4\pi} \sum_Q (2Q+1) \tau'_{Q0}(J) b_Q^\alpha(J) P_Q(\cos \vartheta), \quad (15.18)$$

где коэффициенты  $b_Q^\alpha$  имеют вид

$$b_Q^\alpha(J) = \sum_{K_1 K_2} C_{J K_1+K_2 Q 0}^{J K_1+K_2} |g^\alpha(K_1 K_2)|^2. \quad (15.19)$$

Таким образом, удобно ввести распределение вероятности деления по спиральностям  $K_1$  и  $K_2$  осколков:

$$\beta_{K_1 K_2}^\alpha \sim |g^\alpha(K_1 K_2)|^2. \quad (15.20)$$

Тогда распределение вероятности деления по суммарной спиральности, определяющее угловое распределение (13.6) или (15.18), находится суммированием:

$$\beta_K^\alpha \sim \sum_{K_1 K_2} \beta_{K_1 K_2}^\alpha \delta_{K K_1+K_2}. \quad (15.21)$$

Следующий важный случай — осколки разлетаются вдоль оси ориентации делящихся ядер,  $\mathbf{n}_f = \mathbf{n}_J$ . Поскольку выделена только одна ось, то в лабораторной системе отсчёта спин-тензоры ориентации осколка вновь принимают форму (15.15). В системе же, связанной с осью деления, для спин-тензоров теперь находим

$$\tilde{\tau}'_{H0}(J_1[J_2], 0) = \frac{1}{4\pi} \sum_Q (2Q+1) b_{QH}^\alpha \tau'_{Q0}(J), \quad (15.22)$$

где

$$b_{QH}^\alpha = \sum_{K_1 K_2} C_{J K_1+K_2 Q 0}^{J K_1+K_2} C_{J_1 K_1 H 0}^{J_1 K_1} |g^\alpha(K_1 K_2)|^2. \quad (15.23)$$

Фактически, мы имеем дело с матрицей

$$\begin{pmatrix} b_{00}^\alpha & b_{01}^\alpha & b_{02}^\alpha & \dots \\ b_{10}^\alpha & b_{11}^\alpha & b_{12}^\alpha & \dots \\ b_{20}^\alpha & b_{21}^\alpha & b_{22}^\alpha & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (15.24)$$

Её элементами являются коэффициенты передачи ориентации,  $b_{QH}^\alpha$ , со спин-тензора делящегося ядра  $Q$ -го ранга на спин-тензор осколка  $H$ -го ранга (в конечном состоянии  $\alpha$ ).

Первый столбец этой матрицы состоит из коэффициентов (15.19),

$$b_{Q0}^\alpha \equiv b_Q^\alpha, \quad (15.25)$$

которые определяют угловое распределение осколков (т.е. спин-тензор осколка нулевого ранга). Ранее было показано, что коэффициенты, соответствующие нечётным  $Q = 1, 3, \dots$ , отличны от нуля только в меру несохранения пространственной чётности.

Далее, элементы первой строки выписанной матрицы,  $b_{0H}^\alpha$ , определяют спин-тензоры осколка (15.16) или (15.2) в случае, когда делящееся ядро не ориентировано (т.е. для исходного ядра существует только спин-тензор нулевого ранга). Легко показать, что и здесь спин-тензоры осколка нечётного ранга,  $H = 1, 3, \dots$ , являются  $\mathcal{P}$ -нечётными величинами. Они описывают поляризацию осколка вдоль направления его движения, которую, в принципе, можно установить по циркулярной поляризации испускаемых  $\gamma$ -квантов (такие эксперименты не ставились). В то же время выстроенность осколков, соответствующая  $H = 2$ , порождает ту анизотропию испускания  $\gamma$ -квантов относительно оси деления, с обсуждения которой началась эта глава.

Таким образом, подводя промежуточный итог, скажем, что во всех экспериментах по угловым корреляциям, которые до сих пор проводились в физике деления, изучались либо первый столбец матрицы (15.24) (измерения угловых распределений осколков деления относительно оси ориентации исходных ядер), либо первая строка этой же матрицы (измерения угловых распределений  $\gamma$ -квантов, испускаемых осколками, относительно оси их разлёта).

Отсюда ясно, что следует делать для того чтобы получить более полное представление о распределениях вероятности деления по спиральностям осколков (15.20) и по суммарной спиральности (15.21). Нужно измерять другие элементы  $b_{QH}^\alpha$  матрицы передач (15.24). В первую очередь такие, для которых  $Q + H$  есть чётное число, т.е. не связанные с нарушением чётности. Если ограничиваться только эффектами, связанными с поляризацией и выстроенностью, то речь идёт о коэффициентах передачи поляризации и выстроенности, т.е. о  $b_{11}^\alpha$  и  $b_{22}^\alpha$ .

Итак, в соответствии с (15.22) для измерения  $b_{11}^\alpha$  нужно, во-первых, поляризовать делящиеся ядра и, во-вторых, тем или иным способом (например, по циркулярной поляризации  $\gamma$ -квантов) зарегистрировать поляризацию осколков, вылетающих вдоль оси поляризации. Схожим образом, для того чтобы установить  $b_{22}^\alpha$ , нужно выстроить делящиеся ядра и определить изменение выстроенности (за счёт выстроенности исходных ядер) тех осколков, которые движутся вдоль оси выстраивания. На самом деле, разумеется, в экспериментах такого рода отбираются осколки, попадающие в некоторый телесный угол  $d\Omega$  вокруг оси ориентации. Соответственно подобные эксперименты называют дифференциальными.

Ясно, что дифференциальные эксперименты не очень эффективны, так как углы  $d\Omega$ , как правило, не велики. Возникает вопрос, а что если проинтегрировать по всем направлениям  $\mathbf{n}_f$ ? Другими словами, что если измерять поляризацию или выстроенность осколков, не заботясь о том, в каком направлении они разлетаются? В таком интегральном эксперименте наблюдаемыми стали бы следующие спин-тензоры:

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_1[J_2]) = \oint \tilde{\tau}_{Hh}(J_1[J_2], \mathbf{n}_f) d\Omega. \quad (15.26)$$

Поскольку в данном случае единственной выделенной осью является ось ориентации делящихся ядер, то интегральные спин-тензоры неизбежно принимают форму (A.93):

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_1[J_2]) = \sqrt{\frac{4\pi}{2H+1}} Y_{Hh}(\mathbf{n}_J) \tilde{\tau}'_{H0}(J_1[J_2]). \quad (15.27)$$

То есть, попросту, в такой постановке задачи спины осколков ориентированы вдоль той же оси, что и спины делящихся ядер.

И, действительно, подставляя (15.5) и (15.14) в (15.26), получим (15.27). Интегральные спин-тензоры ориентации осколков в системе отсчёта, связанной с осью ориентации, имеют вид

$$\tilde{\tau}'_{Q0}(J_1[J_2]) = \left( \sum_{\gamma K_1 K'_1 K_2} C_{J K_1+K_2 Q \gamma}^{J K'_1+K_2} C_{J_1 K'_1 Q \gamma}^{J_1 K_1} g^\alpha(K_1 K_2) g^{\alpha*}(K'_1 K_2) \right) \tau'_{Q0}(J). \quad (15.28)$$

В скобки заключён коэффициент передачи ориентации со спин-тензора делящегося ядра  $Q$ -го ранга на интегральный спин-тензор осколков также  $Q$ -го ранга. На первый взгляд он довольно громоздок. Если, однако, пренебречь интерференционными слагаемыми  $K_1 \neq K'_1$ , то коэффициенты передачи ориентации в интегральном эксперименте оказываются равными диагональным элементам матрицы (15.24), т.е.

$$\tilde{\tau}'_{Q0}(J_1[J_2]) \simeq b_{Q0}^\alpha \tau'_{Q0}(J). \quad (15.29)$$

Таким образом, в интегральном эксперименте также могут быть определены коэффициенты  $b_{11}^\alpha$  и  $b_{22}^\alpha$ !

Очевидно, что интегральный эксперимент более эффективен, нежели дифференциальный, за счёт интегрирования по всем элементам  $d\Omega$ . Более того, раз нет необходимости следить за направлением оси деления, то мишени могут быть взяты толстыми. Пусть осколки застревают в них, важно, что при этом число делящихся ядер увеличивается. Наконец, в случае  $Q = 2$  есть ещё один важный довод в пользу интегрального эксперимента. А именно, в дифференциальном эксперименте выстраивание делящихся ядер приводит к изменению выстроенности осколков, а в интегральном — к появлению такой выстроенности!

Отмечу, что пионерская работа Д. П. Гречухина [139] была целиком посвящена коэффициентам передачи ориентации именно в интегральном эксперименте. При этом основное внимание было уделено поляризации, т. е. величине  $b_{11}$ . Однако для анализа использовались лишь  $(LF)$ - и  $(FK)$ -представления, не самые удобные в данном случае. В нашей же совместной работе [251] было введено  $(K_1K_2)$ -представление и рассмотрены коэффициенты передачи ориентации как в дифференциальном, так и в интегральном экспериментах. В частности, нами была введена матрица коэффициентов передач (обозначенная  $\mu_{QH}$ ) и показано, что диагональные элементы — это как раз то, что определяет результат после интегрирования по всем направлениям разлёта осколков.

#### 15.4. Оценки коэффициентов передачи ориентации

Возьмём для примера, как в [251], компаунд-резонанс со спином  $J = 4$  в системе  $n + {}^{235}\text{U}$ . Поляризация  $\tau'_{10}(J)$  компаунд-ядер обеспечивается либо поляризацией захватываемых нейтронов, либо поляризацией ядер-мишеней. Что же касается выстроенности  $\tau'_{20}(J)$ , то она может быть следствием выстроенности ядер-мишеней или результатом захвата поляризованным ядром поляризованного нейтрона (этот последний эффект детально рассмотрен, например, в [252]). Коэффициенты передачи ориентации (15.23) относятся к определённому конечному состоянию  $\alpha$ , т. е., в частности, к паре осколков с определёнными спинами  $J_1$  и  $J_2$ .

В 1970-е годы появились данные [118, 142] по угловой анизотропии  $\gamma$ -квантов, испускаемых в переходах  $8^+ \rightarrow 6^+ \rightarrow 4^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$  между низколежащими состояниями определённых чётно-чётных осколков. Однако не менее интересны и результаты тех экспериментов (см., например, [164]), в которых не осуществлялась идентификация осколков; это означает, что результаты наблюдений определяются распределениями вида (15.20), просуммированными по  $\alpha$ . В любом случае спин  $J_2$  парного осколка заведомо не измеряется; следовательно, по спину  $J_2$  должно быть проведено усреднение. В своей первой работе [139] Д. П. Гречухин считал, что распределения по спинам  $J_1$  и  $J_2$  осколков не зависят друг от друга. В нашей совместной работе [251] мы исходили из картины возбуждения коллективных мод на стадии спуска и поэтому ввели такое распределение  $w(J_1, J_2)$ , которое «подтягивает» величину одного спина к величине другого.

Пусть в рассматриваемом резонансе  $b_{20} \equiv b_2 = -0.32$ , что в соответствии с (14.5) означает:  $\langle K^2 \rangle = 2.5$ . Выше, в разделе 14.7 было показано, что этот результат может быть описан как с помощью распределения (14.49), так и с помощью гауссовского распределения (14.2) с  $K_0^2 = 2.61$ . В первом случае  $\langle K^4 \rangle = 8.50$  и  $b_4 = -0.02$ , а во втором  $\langle K^4 \rangle = 17.16$  и  $b_4 = 0.09$  (знаки гексадекапольной составляющей различны!). Подробное исследование чувствительности коэффициентов передачи ориентации к виду  $w(J_1, J_2)$  и различным гипотезам о  $\beta_{K_1K_2}$ , совместимым с  $\langle K^2 \rangle = 2.5$ ,

выполнено в [251]. В этом разделе я остановлюсь лишь на том, что можно понять без длинных вычислений и, в частности, на порядковых оценках для  $b_{02}$ ,  $b_{11}$  и  $b_{22}$ .

Запишем распределение вероятности деления по спиральностям осколков в следующем факторизованном виде:

$$\beta_{K_1 K_2} = \beta_{K_1+K_2} \beta_{K_1}(K_1 + K_2). \quad (15.30)$$

Здесь распределение по суммарной спиральности  $\beta_K$  нормировано на единицу (14.1), распределение по  $K_1$  при фиксированной полной спиральности  $K = K_1 + K_2$  также нормировано на единицу,

$$\sum_{K_1} \beta_{K_1}(K) = 1, \quad (15.31)$$

и всюду при суммировании нужно следить за условиями:  $|K_1| \leq J_1$ ,  $|K - K_1| \leq J_2$  и  $|K| \leq J$  (напомним, что  $K$  — это не только полная спиральность, но и проекция спина  $J$  делящегося ядра на ось деформации). Тогда определение (15.23) коэффициента передачи ориентации принимает вид

$$b_{QH}^\alpha = \sum_K C_{JKQ0}^{JK} \beta_K \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 H 0}^{J_1 K_1} \beta_{K_1}(K). \quad (15.32)$$

Если возбуждается изгибовая мода, то спины осколков стремятся выстроиться поперёк оси деления. Но в общем случае спиральности  $K_1$  и  $K_2$  не могут по отдельности обратиться в нуль, если суммарная спиральность  $K \neq 0$ . Следовательно, в предельном случае максимального выстраивания естественно принять, что  $\beta_{K_1}(K)$  имеет острый пик при  $K_1 = K/2$ . Тогда для коэффициента  $b_{02}$ , определяющего выстроенность осколка  $\tilde{\tau}'_{20}$  (см. (15.22)), получим

$$b_{02} = \sum_K \beta_K \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 20}^{J_1 K_1} \beta_{K_1}(K) \simeq \frac{3\langle K^2 \rangle / 4 - J_1(J_1 + 1)}{\sqrt{(2J_1 - 1)J_1(J_1 + 1)(2J_1 + 3)}} \rightarrow -\frac{1}{2}, \quad J_1 \rightarrow \infty. \quad (15.33)$$

Здесь использовано явное выражение (A.84) для коэффициента Клебша–Гордана. Если бы возбуждалась мода кручения, то  $K_1 \rightarrow \pm J_1$  и, как легко показать,  $b_{02} \rightarrow 1$  при  $J_1 \rightarrow \infty$ . В [251] мы рассмотрели ещё несколько промежуточных гипотез, и для них, как следует из проведённого анализа, коэффициент  $b_{02}$  попадает в интервал от  $-1/2$  до 1. Вариант изгибовой моды представляется, однако, наиболее реалистичным.

Перейдём теперь к коэффициенту передачи поляризации,

$$b_{11} = \sum_K C_{J K_1+K_2 10}^{J K_1+K_2} \beta_K \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 10}^{J_1 K_1} \beta_{K_1}(K). \quad (15.34)$$

Вновь пользуясь явным выражением (A.84) для входящих сюда коэффициентов Клебша–Гордана, запишем

$$b_{11} = \frac{\sum_K K \beta_K \sum_{K_1} K_1 \beta_{K_1}(K)}{\sqrt{J(J+1)J_1(J_1+1)}}. \quad (15.35)$$

Здесь в обоих крайних случаях, как при изгибе, так и при кручении, среднее значение  $K_1$  должно быть примерно равным  $K/2$ . Поэтому

$$b_{11} \simeq \frac{\langle K^2 \rangle}{2\sqrt{J(J+1)J_1(J_1+1)}} \rightarrow \frac{0.28}{J_1}, \quad J_1 \rightarrow \infty, \quad (15.36)$$

если  $J = 4$  и  $\langle K^2 \rangle = 2.5$ . Точно такой же вывод о слабой чувствительности коэффициента передачи поляризации к самым крайним гипотезам о форме распределения  $\beta_{K_1 K_2}$  был сделан нами и в [251]<sup>1)</sup> Сам же эффект передачи поляризации, как видим, не велик:  $b_{11} \simeq 0.05$  при  $J_1 \sim 5 - 6$ <sup>2)</sup>.

И, наконец, рассмотрим величину  $b_{22}$ , определяющую эффективность передачи выстроенности,

$$b_{22} = \sum_K C_{JK20}^{JK} \beta_K \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 20}^{J_1 K_1} \beta_{K_1}(K). \quad (15.37)$$

Вторая сумма в правой части, так же как величина  $b_{02}$  (15.33), очень чувствительна к распределению по  $K_1$  при фиксированном  $K$ . Но если мы ограничимся предельным случаем выстраивания под действием изгибовой моды (распределение  $\beta_{K_1}(K)$  имеет острый пик при  $K_1 = K/2$ ), то найдём

$$b_{22} \simeq \frac{\sum_K (3K^2 - J(J+1)) (3K^2/4 - J_1(J_1+1)) \beta_K}{\sqrt{(2J-1)J(J+1)(2J+3)(2J_1-1)J_1(J_1+1)(2J_1+3)}}. \quad (15.38)$$

Нетрудно видеть, что в числителе появляется четвёртый момент  $\langle K^4 \rangle$ !

К сожалению, чувствительность к этому моменту быстро пропадает по мере увеличения  $J_1$  (и становится совершенно несущественной при  $J_1 > 4$ ). В целом же для изгибовой моды имеем следующую численную оценку:

$$b_{22} \rightarrow -\frac{b_{20}}{2} \simeq 0.16, \quad J_1 \rightarrow \infty. \quad (15.39)$$

Но, в общем, повторим, что эта величина на самом деле обладает высокой чувствительностью к различным гипотезам о распределении вероятности деления по спиральностям осколков. И, кроме того, как было отмечено в [251] и разъяснено здесь, лишь коэффициент  $b_{22}$ , в отличие от  $b_{02}$  и  $b_{11}$ , обладает чувствительностью к форме распределения  $\beta_K$  по суммарной спиральности  $K$  (правда лишь при малых  $J_1$ ).

## 15.5. Коэффициенты передачи продольной и поперечной поляризации

Заключая обсуждение коэффициентов передачи ориентации делящегося ядра на осколки, я бы хотел вернуться к общим формулам (15.5) и (15.14) для спин-тензоров ориентации осколков и обсудить их связь (возможную) с  $T$ -нечётной корреляцией в тройном делении, о которой шла речь в разделе 2.3. Напомню постановку задачи.

Неориентированное ядро-мишень захватывает продольно поляризованный медленный ( $s$ -волновой) нейтрон и делится. Направим ось  $y$  вдоль векторов  $\mathbf{n}_k = \mathbf{n}_s$  (пусть спин нейтрона направлен вдоль его импульса). В эксперименте регистри-

<sup>1)</sup> Строго говоря, в случае кручения величина  $b_{11}$ , как показывают численные расчёты, не падает, а возрастает с увеличением  $J_1$ . Это связано с тем, что при конечных  $J_1$ ,  $J_2$  и  $J$  интервал изменения проекции  $K_1$  не строго симметричен относительно  $K/2$ , так что среднее значение  $K_1$  тем значительнее отклоняется от  $K/2$ , чем больше  $J_1$ . Однако для наиболее интересных значений  $J_1 \sim 5 - 6$  этот эффект несуществен.

<sup>2)</sup> Замечу, что Д. П. Гречухин [139], приняв для оценки, что все выходные состояния равновероятны, получил для коэффициента передачи поляризации величину масштаба 0.10-0.15. Ясно, однако, что в рамках гипотезы о равновероятности второй момент  $\langle K^2 \rangle$  как раз в 2-3 раза больше принятого здесь значения.



руются осколки, разлетающиеся поперёк оси  $y$ . Направим ось  $z$  вдоль оси деления  $\mathbf{n}_f$ , указывающей положение лёгкого осколка относительно тяжёлого. Наконец, регистрируются также  $\alpha$ -частицы, испускающиеся преимущественно поперёк оси деления. Факт существования  $T$ -нечётной корреляции  $(\mathbf{n}_s[\mathbf{p}_\alpha \times \mathbf{n}_f])$  означает, что вероятности вылета  $\alpha$ -частицы вдоль и против оси  $x$  различаются.

В разделах 2.4–2.6 я описал предложенный мной механизм формирования этой корреляции за счёт ядерного взаимодействия спина делящейся системы и орбитального момента  $\alpha$ -частицы, испускающейся из шейки незадолго до разрыва или, фактически, в момент разрыва. Там же я указал, что В. Е. Бунаков и Ф. Генненвайн [411, 412] выдвинули альтернативный подход. Он основан на предположении о том, что  $\alpha$ -частица испускается лёгким осколком сразу после разрыва. При этом лёгкий осколок считается поляризованным в том же направлении, что и компаунд-ядро. Другими словами, предполагается, что происходит передача поляризации делящегося ядра на лёгкий осколок.

Когда эти идеи в начале 2000-х годов только начали обсуждаться, я вспомнил и сообщил В. Е. Бунакову о том, что более 10-ти лет назад мы с Д. П. Гречухиным написали работу [251] о коэффициентах передачи ориентации делящегося ядра на осколки. Так в формулах статей [411, 412] (с ссылкой на нас с Д. П. Гречухиным) появился коэффициент передачи поляризации  $\mu_{11}$  (ещё раз уточню, что в статье [251] мы использовали обозначение  $\mu_{QH}$  для матрицы (15.24)). В этих статьях, однако, содержалась важная оговорка, о сути которой я и собираюсь здесь рассказать.

Дело в том, что в [251] (и в разделе 15.3) рассматривался дифференциальный случай, соответствующий вылету осколков вдоль оси поляризации делящегося ядра, т. е., во введённых выше обозначениях, вдоль оси  $y$ . А в схеме, рассматриваемой в [411, 412], осколки разлетаются поперёк оси  $y$ , а именно вдоль оси  $z$ . Другими словами, в обобщённой сферической гармонике в правой части (15.5) вектор  $\mathbf{n}_f$  должен быть направлен не вдоль  $\mathbf{n}_J$ , а перпендикулярно  $\mathbf{n}_J$ !

Поэтому авторы [411, 412] прямо указали, что в [251] коэффициент  $\mu_{11}$  был вычислен в случае, когда спины компаунд-ядер направлены вдоль оси деления. Они привели величину этого коэффициента — примерно 10% (на самом деле, как разъяснено в предыдущем разделе, это скорее 5%). В [411, 412] было также сказано, что для случая когда ось деления поперечна направлению поляризации компаунд-ядер, требуется отдельная оценка коэффициента  $\mu_{11}$ .

Ну что же, рассмотрим именно этот случай. Поляризация лёгкого осколка описывается спин-тензором:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{1h}(J_2[J_1], \mathbf{n}_f) &= \sum_{\Lambda Q} \frac{(-1)^\Lambda \sqrt{2\Lambda+1}}{4\pi\sqrt{3}} \tau'_{Q0}(J) y_{\Lambda Q}^{1h}(\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_J) \times \\ &\times \sum_{\gamma K_1 K_2 K'_2} C_{1\gamma\Lambda 0}^{Q\gamma} C_{J K_1+K_2 Q \gamma}^{J K_1+K'_2} C_{J_2 K_2 1 \gamma}^{J_2 K'_2} g^\alpha(K_1 K_2) g^{\alpha*}(K_1 K'_2). \end{aligned} \quad (15.40)$$

Пренебрежём, как при переходе от (15.28) к (15.29), интерференционными слагаемыми, связанными с  $K_2 \neq K'_2$ . Нетрудно проверить, что вклады  $Q = 0, 2, \dots$  при этом выпадают, если  $\mathcal{P}$ -чётность сохраняется. Оставляя, далее, в правой части только вклад, обусловленный поляризацией  $\tau'_{10}(J)$  компаунд-ядра, получим

$$\tilde{\tau}_{1h}(J_2[J_1], \mathbf{n}_f) = \frac{b_{11}^\alpha(J)}{4\pi\sqrt{3}} \tau'_{10}(J) \sum_{\Lambda=0,2} \sqrt{2\Lambda+1} C_{10\Lambda 0}^{10} y_{\Lambda 1}^{1h}(\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_J). \quad (15.41)$$

Так вот, пользуясь результатами разделов А.7.3 и А.7.6, несложно показать, что

$$\sum_{\Lambda=0,2} \sqrt{2\Lambda+1} C_{10\Lambda 0}^{10} y_{\Lambda 1}^{1h}(\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_J) = 3\sqrt{4\pi} Y_{1h}(\mathbf{n}_f)(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_J). \quad (15.42)$$

Легко проверить, что в случае  $\mathbf{n}_f = \mathbf{n}_J$  воспроизводятся результаты (15.15) и (15.22). Но при  $\mathbf{n}_f \perp \mathbf{n}_J$  поляризация осколка обращается в нуль!

Таким образом, если в поперечной геометрии и происходит передача поляризации делящегося ядра на осколок, то исключительно за счёт отброшенных здесь интерференционных слагаемых,  $K_2 \neq K'_2$ . Поскольку этот пункт представляется важным в подходе [411, 412], то, в самом деле, коэффициент передачи поляризации должен быть оценён независимым образом. В любом случае в качестве такого коэффициента не может быть использована величина  $b_{11} \equiv \mu_{11}$  [251], которая в соответствии с (15.41) и (15.42) не описывает передачу поляризации в случае, когда ось деления поперечна оси поляризации.

## 15.6. Угловая анизотропия $\gamma$ -квантов и тройное деление

В предыдущем разделе обсуждалась задача о передаче поляризации с делящегося ядра на осколок, ставшая актуальной в начале 2000-х годов в связи с проблемой  $T$ -нечётной корреляции в тройном делении ядер. Но моё первое соприкосновение с проблемой спиновой ориентации осколков в тройном делении ядер произошло в начале 1990-х годов. Дело было так. Просматривая свежие выпуски журнала «Z. Phys.» (его «потомок» называется сейчас «Eur. Phys. J.»), я наткнулся на небольшую заметку немецких физиков В. Пильца и В. Нойберта [293]. В ней были приведены результаты измерений угловых распределений  $\gamma$ -квантов относительно оси разлёта осколков для случая тройного деления ядра  $^{252}\text{Cf}$ .

Характерная особенность этого искусственно получаемого изотопа заключается в том, что он распадается спонтанно. То есть для исследований процесса деления не нужен пучок падающих частиц, например нейтронов. Это упрощает эксперимент. Именно поэтому изотоп  $^{252}\text{Cf}$  часто используется для изучения различных характеристик деления.

Аналогичные результаты по  $\gamma$ -квантам для обычного, двойного деления ядра  $^{252}\text{Cf}$  были получены уже в 1960-е и 1970-е годы — см., например, публикации Г. А. Петрова с сотрудниками [98], А. Вольфа и Е. Хейфеца [142], а также К. Скарсвага [164]. Ранее уже говорилось, что в обычном делении вероятность вылета  $\gamma$ -кванта,  $W(\vartheta)$ , где  $\vartheta$  — это угол, отсчитываемый от оси деления, имеет максимумы при  $\vartheta = 0^\circ$  и  $180^\circ$  (и минимум при  $\vartheta = 90^\circ$ ). Так вот, В. Пильц и В. Нойберт обнаружили, что максимумы распределения  $W(\vartheta)$  в тройном делении располагаются при  $20^\circ$ – $40^\circ$  и  $140^\circ$ – $160^\circ$  (и, соответственно, локальные минимумы — при  $\vartheta = 0^\circ$ ,  $90^\circ$  и  $180^\circ$ )!

Однако интерпретация, приведённая в [293], показалась мне совсем неубедительной. Авторы предположили, что оси выстраивания осколков просто смещаются под действием вылетающих  $\alpha$ -частиц. И в результате максимумы сдвигаются. Но случайные смещения будут скорее уширять максимумы, нежели сдвигать их.

Мне тут же стало ясно, что возможна другая интерпретация. Функция  $W(\vartheta)$ , приведённая в [293], была ничем иным, как хорошо знакомым мне угловым распределением со значительным вкладом гексадекаполюсной составляющей  $\sim P_4(\cos \vartheta)$  (наряду с квадруполюсной  $\sim P_2(\cos \vartheta)$ ). Но за счёт чего может усиливаться гексадекаполюсная составляющая в тройном делении?

Обратимся к формуле (В.116) для углового распределения  $\gamma$ -квантов определённой мультипольности  $\alpha L$ , испускаемых выстроенными ядрами. Единственное, что делает более заметным слагаемое с  $Q = 4$ , — это спин-тензор  $\tau'_{40}(J_i)$  исходного ядра (в данном случае — осколка). Следовательно, если В. Пильц и В. Нойберт не ошиблись, то в тройном делении осколки выстраиваются лучше, чем в двойном!

Предположим теперь, что за выстраивание осколков отвечает изгибовая мода, возбуждающаяся на стадии спуска с барьера к точке разрыва. Тогда получается, что тройное деление тоже связано с этой модой. В случае когда размах колебаний особенно велик, естественно ожидать совпадения двух событий: выброса  $\alpha$ -частицы и формирования осколков с очень малыми разросами спиральностей  $K_1$  и  $K_2$  на ось разлёта (т. е. с большой выстроенностью). Заметим, что спин ядра  $^{252}\text{Cf}$  есть нуль, так что суммарная спиральность  $K = K_1 + K_2$  тоже равна нулю.

Всё замечательно, только я никак не мог выделить время, чтобы довести идею до публикации. К счастью, в феврале 1993-го позвонил Г. А. Отрощенко, начальник лаборатории физики деления Курчатовского института. Он сказал, что в сентябре в Обнинске состоится 12-е совещание по физике деления. Если я собираюсь выступать с докладом, то заявку нужно подавать, не откладывая. Тогда я сформулировал, наконец, тему работы и в сентябре, непосредственно перед конференцией (не буду лукавить, что раньше), выполнил её. Статья была опубликована в 1994 году [322].

В советские годы в Обнинском Физико-Энергетическом институте (ФЭИ) делалась, наверное, половина всех отечественных работ по физике деления. Понятно, что и конференции по этому предмету удобно было проводить именно там. Следуя традиции, их называли совещаниями <sup>1)</sup>.

В 1980-е годы (не знаю, как было раньше) совещания проводились в небольшом, специально построенном здании с удобным конференц-залом. Оно располагалось почти на окраине города <sup>2)</sup>. Но гостиница, где жили участники совещания, находилась рядом с ФЭИ. Меня, как сотрудника Курчатовского института, не могла, конечно, удивить ограда, за которой располагалась другая ограда. Но то, что между ограждениями несли службу военные с боевым оружием, запомнилось. Впрочем, возможно, только потому, что в то время в Москве нельзя было так запросто встретить человека с автоматом, как сейчас (ну, может быть, точнее, как в 1990-е годы).

---

<sup>1)</sup> К сожалению, я ничего не знаю об их истории. Готовя этот текст, специально зашёл на сайт ФЭИ, но не нашёл там даже упоминаний об этих форумах. Я могу только высказать догадку, что начало этим конференциям положил И. В. Курчатов, который в январе 1956 года провёл в своём институте «первое послевоенное совещание по физике деления атомного ядра» [259].

<sup>2)</sup> Обнинск, впрочем, город небольшой. Он возник вокруг одной из лабораторий, специально созданных для работ по атомной тематике с привлечением вывезенных из Германии специалистов. По существу, история города началась с «Распоряжения» от 8 августа 1947 года, подписанного И. В. Сталиным. В нём было всего три пункта. В первом говорилось: «Разрешить исполкому Калужского областного Совета... в соответствии с его решением от 26 декабря 1946 года... и решением общего собрания колхозников колхоза “Красная Горка” передать Министерству внутренних дел СССР в Малоярословецком районе земли общей площади 44,75 га...» Третий же пункт гласил: «Обязать Министерство внутренних дел СССР... выполнить... решения Калужского облисполкома от 26 декабря 1946 года...» Цитирую по книге: В. Ф. Некрасов. НКВД–МВД и атом. М.: Кучково поле; Гиперборея, 2007.

### 15.7. Свойства каскадного $\gamma$ -излучения

В общем, в 1993 году было радостно услышать, что ФЭИ возобновляет свои конференции по делению, и сомнений не было — конечно, нужно ехать. И вот, приступив к подготовке доклада, я взял формулу для углового распределения  $\gamma$ -квантов мультипольности  $L$ , излучаемых выстроенными ядрами в переходе  $|J_i\rangle \rightarrow |J_f\rangle$ ,

$$\frac{dw(\mathbf{n}_\gamma)}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sum_{Q=0,2,\dots} (2Q+1) \tau'_{Q0}(J_i) C_{L1Q0}^{L1} U(J_f J_i L Q, L J_i) P_Q(\cos \vartheta), \quad (15.43)$$

которая отличается от (В.116) только нормировочным множителем; в данном случае интеграл по всем углам равен единице. Напомню, что  $\tau'_{Q0}(J_i)$  — это спин-тензоры ориентации начального ядерного состояния, вычисленные в системе отсчёта, ось  $z$  которой направлена вдоль оси разлёта осколков.

Было одно обстоятельство, которое меня беспокоило. Сразу после разрыва формируются осколки со спиральностями  $K_1$  и  $K_2$ , причём в данном случае  $K_2 = -K_1$ , так как  $K = 0$ . Пусть в соответствии с (15.30) распределение по спиральности  $K_1$  осколка с начальным спином  $J_1$  есть  $\beta_{K_1}^0$ , так что спин-тензоры выстраивания суть

$$\tau_{Q0}^0(J_1) = \sum_{K_1} C_{J_1 K_1 Q 0}^{J_1 K_1} \beta_{K_1}^0. \quad (15.44)$$

Но это ещё не те спин-тензоры, которые следует подставлять в (15.43). В самом деле, сначала осколки испускают нейтроны, и лишь потом —  $\gamma$ -кванты.

Более того, уже к концу 1970-х годов стало ясно (как из расчётов, так и из экспериментов [142, 164]), что угловая анизотропия  $\gamma$ -квантов обусловлена в основном последовательными Е2 переходами между состояниями ираст-полосы,  $J_f = J_i - 2$  (т.е. ядро со спином  $J_i$ , находившееся в состоянии с минимальной энергией при этом спине, переходит в состояние, обладающее минимальной энергией при спине  $J_f = J_i - 2$ ). Между тем прежде чем осколок попадёт в одно из состояний ираст-полосы, он излучит несколько Е1- или М1-квантов. Их называют статистическими, потому что соответствующие электромагнитные переходы между плотнорасположенными уровнями высоко возбуждённых ядер можно описать только в рамках вероятностного подхода.

Ясно, что имеет место какая-то потеря ориентации в процессе испускания нейтронов и статистических  $\gamma$ -квантов. Д. П. Гречухин, кстати, всегда интересовался этой задачей и подчёркивал, что сколько-нибудь надёжных расчётов в литературе нет (нужно делать множество усреднений и без численного счёта, в частности, обойтись нельзя). Однако в работах часто встречалось утверждение качественного характера о том, что эффект разориентации невелик.

Меня смущали две вещи. Во-первых, когда говорят о малой потере ориентации, не имеют ли в виду только спин-тензор 2-го ранга? Но меня-то интересует спин-тензор 4-го ранга! Во-вторых, пусть осколок попадает в одно из состояний ираст-полосы с достаточно большим спином  $J_i$ , и спин-тензор  $\tau'_{40}(J_i)$  велик. Но дальше-то идёт достаточно длинный спуск по ираст-полосе:  $J_i \rightarrow J_i - 2 \rightarrow J_i - 4 \rightarrow J_i - 6 \dots$  Что если уже после первого перехода спин-тензор 4-го ранга уменьшается так сильно, что для всех остальных переходов гексадекапольная составляющая становится несущественной?

Второй вопрос казался более серьёзным. Ведь если опасения справедливы, то гексадекапольная составляющая, усреднённая по всем переходам, формирующим угловую анизотропию, будет, по-видимому, так мала, что от моей гипотезы придётся отказаться. Кроме того, сколько-нибудь реалистический расчёт статистической

стадии — это отдельная задача; на данном этапе я не собирался ею заниматься. Поэтому, решил я, начнём с предположения, что при испускании нейтронов и статистических  $\gamma$ -квантов начальное распределение  $\beta_K^0$  размывается не слишком сильно,

$$\beta_K^0 \rightarrow \beta_K = \frac{e^{-K^2/2\sigma^2}}{\sum_K e^{-K^2/2\sigma^2}}, \quad (15.45)$$

т. е. параметр  $\sigma$  не очень велик. Тогда среди спин-тензоров, характеризующих выстроенность осколка, попавшего в состояние ираст-полосы со спином  $J_i$ ,

$$\tau'_{Q0}(J_i) = \sum_K C_{J_i K Q 0}^{J_i K} \beta_K, \quad (15.46)$$

спин-тензор 4-го ранга не мал.

Нетрудно показать, что при испускании  $\gamma$ -кванта мультипольности  $L$  в переходе  $J_i \rightarrow J_f$  спин-тензоры меняются следующим образом:

$$\tau'_{Q0}(J_f) = U(L J_f J_i Q, J_i J_f) \tau'_{Q0}(J_i). \quad (15.47)$$

Пусть излучаются  $\gamma$ -кванты мультипольности  $L = 2$  в переходах с  $J_f = J_i - 2$ . Тогда, пользуясь явными выражениями [11] для нормированной функции Рака, для коэффициента пропорциональности в (15.47) легко получим: 0.97, 0.95, 0.90 и 0.75, если  $Q = 2$  и  $J_i = 10, 8, 6$  и  $4$ , и 0.89, 0.83, 0.69 и 0.29, если  $Q = 4$  и  $J_i$  пробегает тот же ряд значений. Отсюда видно, что эффект ослабления спин-тензора 4-го ранга при движении по ираст-полосе выражен очень значительно.

Однако вычислив угловые распределения по формуле (15.43) для последовательных переходов в ираст-полосе с учётом этой разориентации, я обнаружил, что квадрупольные и гексадекапольные составляющие для всех переходов абсолютно одинаковы! Сначала я получил это численно, потом, немного подумав, нашёл простое аналитическое объяснение. Фокус состоит в следующем.

Пусть угловое распределение  $\gamma$ -квантов мультипольности  $L = 2$  в переходе  $J_i \rightarrow J_f = J_i - 2$  описывается формулой (15.43). Тогда, принимая во внимание (15.47), для углового распределения  $\gamma$ -квантов той же мультипольности в следующем переходе  $J'_i = J_i - 2 \rightarrow J'_f = J_i - 4$  получим

$$\frac{dw(\mathbf{n}_\gamma)}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sum_{Q=0,2,\dots} (2Q+1) \tau'_{Q0}(J_i) C_{L1Q0}^{L1} U(L J_i - 2 J_i Q, J_i J_i - 2) \times \\ \times U(J_i - 4 J_i - 2 L Q, L J_i - 2) P_Q(\cos \vartheta). \quad (15.48)$$

Но для нормированных функций Рака справедливо тождество

$$U(L J_i - 2 J_i Q, J_i J_i - 2) U(J_i - 4 J_i - 2 L Q, L J_i - 2) = U(J_i - 2 J_i L Q, L J_i), \quad (15.49)$$

если  $L = 2$  и  $Q = 2, 4$ . Таким образом, угловые распределения, отвечающие последовательным переходам  $J_i \rightarrow J_i - 2 \rightarrow J_i - 4$ , точно совпадают!

Конечно, я не поверил, что раньше это не было известно. И, действительно, стоило только внимательнее вчитаться в статью [142], как я нашёл в ней ссылку на работу Дж. А. М. Кокса и Х. А. Толхука [21], опубликованную в 1953 году! Там впервые был получен этот результат о «сохранении» угловой анизотропии, причём даже в более общей форме. Оказывается, что мультипольность  $L$  может быть любой ( $L = 1, 2, \dots$ ), лишь бы спины последовательных состояний отличались точно на  $L$ , т. е.  $J_f = J_i - L$  (или  $J_f = J_i + L$ ).

Любопытно, что тогда же, в 1993 году, я поделился «открытием» с моим коллегой С. В. Романовым, специалистом по мезоатомам. И он тут же сказал мне, что видел аналогичную работу Г. Я. Коренмана. Там мюон, излучая дипольные  $\gamma$ -кванты ( $L = 1$ ), «падал» на ядро, так что в каждом переходе орбитальный момент мюона уменьшался ровно на единицу. При этом угловая анизотропия дипольного излучения не менялась.

Вышло так, что через несколько лет я заинтересовался захватом мюонов ядрами (см. часть IV), поэтому книга В. В. Балашова, Г. Я. Коренмана и Р. А. Эрамжяна [150] стала для меня настольной. И, в самом деле, в главе 1 этой книги я обнаружил раздел «О сохранении выстроенности орбитального момента мезоатома» с ссылкой на работу Г. Я. Коренмана [134] 1975 года. В ней нет ссылки на статью [21]. Похоже, что уже в 1970-е годы специалисты по атомной и ядерной физике представляли собой непересекающиеся множества. А сейчас?

### 15.8. Тройное деление и выстраивание осколков

Итак, взяв для примера переход  $J_i = 8 \rightarrow J_f = 6$ , я исследовал, при каких значениях параметра  $\sigma$  в распределении (15.45) имеется заметная гексадекапольная составляющая углового распределения (15.43). Тут есть тонкость, состоящая в том, что квадрупольная составляющая этого распределения не мала. Тем не менее выяснилось, что максимумы функции  $W(\vartheta)$  располагаются в интервалах  $20^\circ$ – $40^\circ$  и  $140^\circ$ – $160^\circ$ , если  $\sigma \leq 0.5$ . Это соответствует заселённости состояния  $K = 0$  не менее чем на 80 % (оставшиеся 20 % распределяются между состояниями  $K = \pm 1$ ). Вполне можно допустить, что заселённости становятся такими после испускания нейтронов и статистических  $\gamma$ -квантов. Что же касается следующих трёх переходов,  $6 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 0$ , в гипотетическом чётно-чётном осколке, то, как выше было показано, форма  $W(\vartheta)$  для них останется точно такой же, как для первого перехода.

Вот это я и изложил в своём докладе на 12-м совещании по физике деления в Обнинске. Не хочу никого обидеть, но я давно заметил, что наибольшим успехом на конференциях пользуются очень простые доклады. Только то, что сразу можно понять, становится предметом обсуждений.

Вот тут так и получилось. Изобразив руками изгибную моду, я наглядно показал, куда улетает  $\alpha$ -частица и как при этом выстраиваются спины осколков. Естественно возник вопрос, а как это проверить? Я предположил, что в тройном делении не только выстроенность спинов осколков усиливается, но и сами спины в среднем должны быть повыше, чем в двойном делении. Значит, можно, к примеру, ожидать увеличения выхода высокоспиновых изомеров.

Так или иначе, но идея была воспринята. В 1994 году в Германии были заново измерены угловые распределения  $\gamma$ -квантов, испускаемых осколками, в тройном делении <sup>1</sup>). А в 1996 году я попал на конференцию по физике деления в Словакии, где другой участник коллектива экспериментаторов, П. Зингер, представил полученные данные [372] <sup>2</sup>). Теперь я уже только наблюдал, как движением рук изображается изгибная мода и воображаемая  $\alpha$ -частица посылаётся прямо в аудиторию.

<sup>1</sup>) В группу авторов вошёл, в частности, исследователь из ЛНФ ОИЯИ Ю. Н. Копач. Часть результатов, полученных в этом исследовании, вошла к его кандидатскую диссертацию [395].

<sup>2</sup>) В том же 1996 году П. Зингер защитил в Дармштадте диссертацию на эту тему и получил степень PhD (в работе Ю. Н. Копача [395] имеется ссылка на диссертацию П. Зингера).

Но ответ, к сожалению, оказался отрицательным! Нужно отдать должное экспериментаторам, они придумали гораздо более простой способ проверить, есть ли связь между фактом вылета третьей частицы и выстраиванием осколков. Заметим, что прямая, вдоль которой движется  $\alpha$ -частица, и прямая, вдоль которой движутся осколки, образуют плоскость. Так вот, если спины осколков «чувствуют»  $\alpha$ -частицу, то они должны теперь располагаться не только поперёк оси деления, но и поперёк указанной плоскости. Таким образом, ось деления перестаёт быть плоскостью аксиальной симметрии. Нужно, следовательно, просто проверить, имеет место аксиальная симметрия испускания  $\gamma$ -квантов относительно направления разлёта осколков при фиксированном направлении вылета третьей частицы или нет.

Оказалось, что аксиальная симметрия сохраняется. А что же тогда делать с данными В. Пильца и В. Нойберта [293]? Ответ и здесь оказался неутешительным. Эти данные не были подтверждены! В тщательных измерениях (а окончательные результаты [393] были опубликованы в 1999 году) было установлено, что в тройном делении ядра  $^{252}\text{Cf}$ , так же как в двойном, максимумы углового распределения  $W(\vartheta)$  приходятся на углы  $0^\circ$  и  $180^\circ$ . Жалко, кажется, было не только мне. Я помню, как П. Зингер, добравшись в своём докладе до результатов, сокрушённо качал головой. Ну вот должна же быть корреляция, но её почему-то нет!

## ДЕЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ НЕЙТРОНАМИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЯДЕР

### 16.1. Бывает всё на свете хорошо...

Когда моя кандидатская диссертация была принята к защите, то учёный совет, как полагается, назначил двух оппонентов и ведущую организацию. Ею стала Лаборатория нейтронной физики (ЛНФ) ОИЯИ. Отзыв на диссертацию составил сотрудник ЛНФ Вальтер Ильич Фурман.

Как раз в то время, в конце 1980-х годов, он обратился к проблеме связи между каналами О. Бора и модами деления У. Бронзы — см., например, его совместный с Я. Климаном доклад [256]. А в 1990-е годы В. И. Фурман, избранный заместителем директора ЛНФ (фактически, руководителем той её части, которая занималась ядерными исследованиями), инициировал целый ряд экспериментов, призванных прояснить этот и близкие к нему вопросы. Он же в те годы и до начала 2000-х годов (пока оставался администратором) активно продвигал строительство нового нейтронного источника для ядерных исследований ИРЕН [366, 436], который должен был быть запущен после остановки реактора ИБР-30.

В. И. Фурман, в частности, уговорил Д. И. Тамбовцева и Л. К. Козловского перевезти установку по выстраиванию ядер  $^{235}\text{U}$  из Обнинска в Дубну. И в 1990-е годы на пучке ИБР-30 в улучшенных условиях были не только воспроизведены результаты Н. Дж. Паттендена и Х. Постмы [109] для нейтронных резонансов, но и тщательно изучены интервалы между резонансами [373, 394, 405]. Кроме того, на том же пучке и на тех ядрах  $^{235}\text{U}$  Г. А. Петров и его сотрудники [387] выполнили измерения энергетической зависимости как  $\mathcal{P}$ -нечётногo эффекта  $\sim (\mathbf{n}_f \mathbf{n}_s)$  в делении, так и  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций  $\sim (\mathbf{n}_f [\mathbf{n}_s \times \mathbf{n}_k])$  и  $\sim (\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k)$  (в работах [397, 425] представлены аналогичные данные по делению ядер  $^{233}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  резонансными нейтронами).

Цель всей работы состояла в том, чтобы при совместной обработке полученных результатов выделить энергетическую зависимость вкладов отдельных каналов деления, которые характеризуются квантовыми числами  $J$ ,  $\pi$  и  $K$ . Кроме того, измерялись и вариации распределений осколков по массам в зависимости от энергии нейтронов, что, в принципе, могло дать аналогичные сведения о модах деления. К осуществлению этой захватывающей программы В. И. Фурман привлёк и меня <sup>1)</sup>.

Наше сотрудничество началось так. В 1988 году В. И. Фурман прочёл мою диссертацию, написал отзыв и, разумеется (или к счастью), поставил её на полку (а мог бы и отдать кому-нибудь). Едва ли в ней было что-то для него интересное. Я не выдвигал никаких новых гипотез о каналах О. Бора, а про моды деления вообще не упоминал. В моей диссертации, однако, было приложение по кинематике

---

<sup>1)</sup> Я очень благодарен судьбе (а это дама с тем ещё характером) за то, что она вложила один из экземпляров моей кандидатской диссертации именно в руки В. И. Фурмана. Потому что общение с ним — это всегда источник радости и вдохновения.



углового момента в бинарных реакциях, похожее на Б.1 (точнее, Б.1 — это оно и есть, только значительно переработанное).

Я уже обсуждал это приложение в разделах 4.1–4.4, так что коснусь лишь самого существенного. Формулы, описывающие корреляции всех четырёх векторов,  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$ ,  $\mathbf{n}_l$  и  $\mathbf{n}_f$ , представляются мне очень полезными, потому что они описывают почти всё, что может быть измерено в бинарных реакциях. Корреляции трёх векторов  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_s$  и  $\mathbf{n}_l$  в полном сечении и корреляции других трёх векторов,  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_l$  и  $\mathbf{n}_f$ , в дифференциальном сечении деления выстроенных ядер — это частные следствия одного и того же общего выражения, которое, однако, ни в одну из наших с Д. П. Гречухиным статей 1980-х годов не вошло.

Кроме того, в наших публикациях деление всегда рассматривалось как распад (как, кстати, в пионерской работе В. М. Струтинского [32]). Даже если речь шла о делении ядер нейтронами, то, фактически, предполагалось, что сначала образуется компаунд-ядро в состоянии с определёнными  $J$  и  $\pi$ , а потом оно распадается. Соответственно элементы S-матрицы всегда представлялись в виде произведений (14.7) входных и выходных амплитуд.

Поэтому переходы между (LF)-, (FK)- и  $(K_1K_2)$ -представлениями, которые использовались для описания осколков, сводились к преобразованиям амплитуд распада  $g(LF)$ ,  $g(FK)$  и  $g(K_1K_2)$ . Но в приложении к кандидатской диссертации было показано, что, выбирая то или иное представление в выходном канале, мы подвергаем преобразованию S-матрицу в целом. При этом, конечно, элементы S-матрицы могут иметь сколь угодно сложную структуру и, в частности, совсем не обязаны иметь вид (14.7).

И вот когда В. И. Фурман в начале 1990-х годов занялся организацией той серии измерений на ядре  $^{235}\text{U}$ , о которой рассказывалось выше, он стал прикидывать, как из разных по постановке экспериментов вытащить вклады одних и тех же делительных каналов  $|J^\pi K\rangle$ . И тут обнаружилось, что подходы к угловым распределениям, основанные на модели О. Бора [29, 189], как-то слабо стыкуются со стандартным многоуровневым формализмом Райха–Мура [50], повсеместно используемым для описания межрезонансной интерференции в полном сечении деления.

Вот тогда, как Вальтер Ильич сам мне потом рассказывал, он вспомнил про диссертацию, в которой описание спин-угловых корреляций в делении основывалось не на модели О. Бора, а на общей теории бинарных реакций и на представлении спиральности. И вот в 1993 году, слушая его выступление о планируемых экспериментах на конференции «Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions», проходившей в Дубне (о ней шла речь в разделе 4.5), я вдруг узнал, что «... подход, предложенный в работах Барабанова и Гречухина, представляется наиболее перспективным». А сразу после заседания В. И. Фурман в частном разговоре наметил целую программу дальнейших действий. При этом, однако, он заметил, что в диссертации есть одно место, которое представляется ему особенно важным. И он хотел бы подробнее его обсудить.

## 16.2. Унитарные преобразования S-матрицы

Спустя некоторое время мы встретились. И речь пошла об S-матрице (о матрице столкновений). Её определение дано в разделе Б.1.5. И там сразу подчёркнуто, что в каждом канале может быть использовано своё собственное представление. То есть в одном канале можно использовать парциальные волны, выраженные через спин-угловые функции, которые записаны в представлении полного углового момента лёгкой частицы, тогда как в другом канале — парциальные волны со спин-угловыми функциями, соответствующими представлению спина канала.

Если, однако, обратиться к стандартным пособиям по кинематике реакций, таким как, например, обзор А. М. Лейна и Р. Г. Томаса [49], то там, как правило, волновые функции во входном и выходном каналах пишутся в одном и том же представлении. Ещё более определённо можно утверждать, что в более специальных источниках, таких как книги А. М. Балдина [88] или О. Ф. Немеца и А. М. Ясногородского [162], представление спиральности обязательно вводится и во входном, и в выходном каналах.

Я думаю, что все руководствуются заботой о простоте, но в результате возникает недоразумение. В самом деле, выразим спин-угловые функции, соответствующие одному представлению, через штрихованные функции, записанные для другого представления

$$\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha = \sum_{\lambda'_\alpha} U_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} \varphi_{\lambda'_\alpha}^{\prime\alpha}. \quad (16.1)$$

Здесь индекс  $\alpha$  нумерует каналы, а  $U$  есть унитарная матрица. Несложно показать, что формула (Б.25) сохранит свой вид, если помимо штрихованных спин-угловых функций ввести штрихованные коэффициенты,

$$a'(\lambda'_\alpha) = \sum_{\lambda_\alpha} a(\lambda_\alpha) U_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha}, \quad (16.2)$$

и преобразованную S-матрицу

$$S' = U^+ S U. \quad (16.3)$$

В результате так и хочется заключить, что переход к представлению спиральностей для выходных состояний обязательно должен сопровождаться аналогичным преобразованием входных состояний.

На самом же деле, ничего подобного. Ведь матрица  $U$  является блочно-диагональной; спин-угловые функции разных каналов не смешиваются друг с другом. Пусть для простоты имеются всего два канала — входной  $\alpha$  и канал реакции  $\beta$ . Блоки в S-матрице,

$$S = \begin{pmatrix} S_{\alpha\alpha} & S_{\alpha\beta} \\ S_{\beta\alpha} & S_{\beta\beta} \end{pmatrix}, \quad (16.4)$$

стоящие в первой строке,  $S_{\alpha\alpha}$  и  $S_{\alpha\beta}$ , описывают соответственно упругое рассеяние и реакции. Матрица  $U$  в общем случае имеет следующий вид:

$$U = \begin{pmatrix} U_\alpha & 0 \\ 0 & U_\beta \end{pmatrix}. \quad (16.5)$$

Для преобразованной матрицы рассеяния (16.3) получим

$$S' = \begin{pmatrix} U_\alpha^+ S_{\alpha\alpha} U_\alpha & U_\alpha^+ S_{\alpha\beta} U_\beta \\ U_\beta^+ S_{\beta\alpha} U_\alpha & U_\beta^+ S_{\beta\beta} U_\beta \end{pmatrix}. \quad (16.6)$$

Но все наблюдаемые величины в реакции выражаются исключительно через элементы матрицы

$$S'_{\alpha\beta} = U_\alpha^+ S_{\alpha\beta} U_\beta. \quad (16.7)$$

Отсюда ясно, что при описании реакции представления во входном и выходном каналах могут выбираться совершенно независимо друг от друга (матрицы  $U_\alpha$  и  $U_\beta$  никак не связаны друг с другом; одна из них, в частности, может быть единичной).

Посмотрим, как это работает при переходе к представлению спиральности. Спин-угловые функции в представлении спина канала выражаются через спин-угловые функции в представлении суммарной спиральности частиц в соответствии

с (13.17). Это, следовательно, аналог формулы (16.1). Объединяя множитель  $i^L$  с радиальной функцией (см. раздел 13.9), для элементов S-матрицы получим

$$S_J(\lambda_\alpha \rightarrow FK) = \sum_L \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} C_{FKL0}^{JK} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow LF). \quad (16.8)$$

Обратное преобразование имеет вид

$$S_J(\lambda_\alpha \rightarrow LF) = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \sum_K C_{FKL0}^{JK} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow FK). \quad (16.9)$$

Точно так же, воспользовавшись формулой (15.9), связывающей спин-угловые функции в (FK)- и ( $K_1K_2$ )-представлениях, для амплитуд перехода в выходной канал с определёнными спиральностями частиц находим

$$S_J(\lambda_\alpha \rightarrow K_1K_2) = \sum_{FK} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow FK). \quad (16.10)$$

Обратное соотношение выглядит так:

$$S_J(\lambda_\alpha \rightarrow FK) = \sum_{K_1K_2} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow K_1K_2). \quad (16.11)$$

Вот эти вещи и беспокоили В. И. Фурмана. «А разве так можно, — спросил он, — чтобы во входном канале стояло представление полного углового момента нейтрона, а в выходном — представление спиральности осколков?» «А почему нет?» — поинтересовался я. «Я этого нигде не видел», — пожал плечами Вальтер Ильич. Тут я должен был признаться, что тоже не видел, но, правда, и не искал. Всю эту логику я воспринял от Д. П. Гречухина, который, правда, вместо элементов S-матрицы брал произведения амплитуд образования и распада составного ядра. Может, потому что входной и выходной каналы были тем самым «отцеплены» друг от друга, у него не было ни малейших сомнений, что и представления в этих каналах могут быть совсем разные?

Но, в общем, получив (16.7), мы поняли, что речь идёт о простых вещах. Отмечу, что в перечисленных выше книгах по теории реакций и представлению спиральности нет ничего неправильного. Там просто умалчивается о том, что во входном и выходном каналах реакции можно пользоваться разными представлениями. В результате легко впасть в заблуждение, будто во входном и выходном каналах обязательно нужно пользоваться спин-угловыми функциями одного типа.

Разобравшись с этим, мы двинулись дальше — к дифференциальному сечению деления. Оно имеет вид (Б.59). В этой формуле все сведения о выходных каналах (и вообще о динамике процесса) сосредоточены в коэффициентах  $b_Q^\alpha$ . Пусть  $\alpha$  — конечное состояние двух определённых осколков; возьмём (LF)-представление в этом состоянии. Тогда в соответствии с (Б.61) имеем

$$b_Q^\alpha(\lambda_n, \lambda'_n) = \sum_{LL'F} \sqrt{\frac{(2J'+1)(2L+1)}{(2J+1)(2L'+1)}} C_{L0Q0}^{L'0} U(FLJ'Q, JL') \times \\ \times S_J(\lambda_n \rightarrow LF) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow L'F). \quad (16.12)$$

Здесь, как в (14.6), мы перешли от T-матриц (Б.38) к S-матрицам.

Если бы деление шло через одно компаунд-состояние со спином  $J$ , то в выписанной формуле следовало бы оставить лишь слагаемые  $J = J'$ . Тогда коэффициенты

асимметрии  $b_Q^\alpha$  с точностью до нормировочного множителя приняли бы форму (13.7), которая ранее была получена при описании распада ядра с определённым  $J$ . Но там же мы показали, что при переходе к  $(FK)$ -представлению между амплитудами распада возникает связь (13.23), фактически та же, что и между элементами  $S$ -матрицы (16.9). И, следовательно, точно так же, как ранее коэффициенты  $b_Q^\alpha$  были выражены через амплитуды распада в  $(FK)$ -представлении (13.22), здесь при подстановке (16.9) в (16.12) мы получим

$$b_Q^\alpha(\lambda_n, \lambda'_n) = \sum_K C_{JKQ0}^{J'K} \sum_F S_J(\lambda_n \rightarrow FK) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow FK). \quad (16.13)$$

И, далее, воспользовавшись соотношением (16.11), выразим, для полноты изложения, коэффициенты асимметрии и через амплитуды перехода в состояния с определёнными спиральностями осколков:

$$b_Q^\alpha(\lambda_n, \lambda'_n) = \sum_K C_{JKQ0}^{J'K} \sum_{K_1} S_J(\lambda_n \rightarrow K_1 K - K_1) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow K_1 K - K_1). \quad (16.14)$$

Вот эти результаты (разве что немного в других обозначениях) были приведены в приложении к моей кандидатской диссертации.

### 16.3. R-матрица и приближение Райха–Мура

Идея В. И. Фурмана состояла в том, что с помощью этих формул можно, наконец, приспособить R-матрицу к последовательному описанию деления. Сама R-матричная теория — это очень древний (для ядерной физики) инструмент, появившийся в конце 1940-х годов. Толчком к её разработке послужили открытия в 1930-е годы узких резонансов в сечениях взаимодействия ядерных частиц и их интерпретация Н. Бором как долгоживущих уровней составного ядра.

Знаменитая формула Брейта–Вигнера, описывающая резонансы, была написана почти сразу, но фактически не имела обоснования! Аргументы в её пользу, выдвинутые впоследствии многими авторами, приняли наиболее совершенную форму в работах Е. П. Вигнера и Л. Айзенбуда. Все ссылки можно найти в обстоятельном обзоре А. М. Лейна и Р. Г. Томаса [49], который увидел свет в 1958 году и считается (почти по праву) исчерпывающим источником сведений об R-матричной теории.

Я пишу «почти», опираясь на собственный опыт изучения этого обзора. R-матрица определена формулой (Б.122) в пространстве каналов. При переходе же к S-матрице (см., например, (Б.138) и (Б.139)) нужно обратить некоторую матрицу, которая выражается через R-матрицу. Ясно, что чем больше каналов, тем сложнее практически это сделать.

Этот вопрос очень существен для физики взаимодействия нейтронов с тяжёлыми ядрами. Потому что даже при малых энергиях столкновения имеется множество каналов радиационного распада на уровни, лежащие между возбуждающимся компаунд-состоянием и основным состоянием образующегося ядра. Кроме того, если возможно деление, то дополнительно открыто огромное количество конечных состояний, связанных с образованием самых разных пар осколков.

Отмечу, что R-матричная теория — это заведомо феноменология; ничего не вычисляется — значения параметров, если в этом есть необходимость, подбираются из сравнения с экспериментами. Сила этого метода состоит в том, что число вводимых параметров относительно невелико и вся схема физически обоснована. Да, из малонуклонных задач R-матрица, по-видимому, уже полностью вытеснена микроскопическими подходами. Но во взаимодействии нейтронов с тяжёлыми

ядрами нет и долго ещё не будет никакого другого способа воспроизвести резонансы в сечениях и, главное, поведение сечений между резонансами, кроме как с помощью подбора параметров в рамках R-матричной теории.

Так вот, значительная часть обзора [49] посвящена тому, как осуществить обращение матрицы большой размерности, заданной в пространстве каналов. Но тут есть две стороны. В некоторых задачах важна только форма зависимости некоторого выражения от резонансных параметров и от энергии столкновения (ну, например, в R-матричном подходе в одноуровневом приближении зависимость сечения от энергии приобретает точно брейт-вигнеровский вид). Из процедур, описанных А. М. Лейном и Р. Г. Томасом, понятно, какие формы возникают в тех или иных случаях.

Но есть и другая сторона дела. Из обзора [49] я никак не мог понять, как на практике избавиться от большого числа радиационных каналов в случае взаимодействия нейтронов с ядрами, чтобы подогнать, например, сечение к экспериментальной кривой где-нибудь между резонансами.

В. И. Фурман открыл мне глаза, указав на статью К. В. Райха и М. С. Мура [50]. Она вышла в том же 1958 году, что и обзор А. М. Лейна и Р. Г. Томаса! К сожалению, результаты [50] не вошли и в более поздние курсы по ядерным реакциям [65, 200], по которым я учился. В общем, хотя мне и встречались в литературе ссылки на приближение Райха–Мура, но я не догадывался, что речь идёт о ключевой работе. Она сделала возможным практическое использование R-матричной теории в нейтронной физике.

Именно потому, что я набил себе много шишек при изучении R-матричной теории, я составил приложение Б.2. Основные идеи изложены в разделах Б.2.1–Б.2.7. Дальше в Б.2.8 показано, как с помощью метода Райха–Мура получить S-матрицу, описывающую упругое рассеяние и реакции. В заключительном же разделе Б.2.9, я вновь вернулся к [49] и привёл вывод волновой функции составного ядра, которая необходима для расчётов вероятностей радиационных переходов.

А. М. Лейн и Р. Г. Томас дополнительно немало внимания уделили кинематике реакций — матрице столкновений и её связи с дифференциальным сечением, а именно формуле Блатта–Биденхарна. Эта часть их обзора полностью перекрывается приложением Б.1, где не только представлено обобщение формулы Блатта–Биденхарна на случай, когда спины сталкивающихся частиц ориентированы, но и показано, как спиновая ориентация разлетающихся после взаимодействия частиц выражается через элементы всё той же матрицы столкновений.

Итак, К. В. Райх и М. С. Мур воспользовались тем, что при распаде  $\mu$ -го состояния компаунд-ядра амплитуды радиационных переходов  $g_{\mu c}$ , где  $c$  — индекс канала, т. е. уровня, на который происходит переход, ведут себя в зависимости от  $c$  как случайные величины. Среди прочего это означает, что полная радиационная ширина  $\mu$ -го уровня,

$$\Gamma_{\mu}^{\gamma} = \sum_c g_{\mu c}^2, \quad (16.15)$$

является суммой большого числа случайных величин. Поэтому полные радиационные ширины, в полном соответствии с экспериментальными данными [31], слабо флуктуируют при переходе от одного уровня к другому.

Возьмём теперь полную делительную ширину  $\mu$ -го уровня в форме (13.8), (13.22) или (15.17) (см. также (14.12)),

$$\Gamma_{\mu}^f = \sum_{\alpha} \sum_{\lambda_{\alpha}} |g_{\mu}^{\alpha}(\lambda_{\alpha})|^2. \quad (16.16)$$

Формально это тоже сумма большого числа величин (по всем типам осколков,  $\alpha$ , а также по их спиновым состояниям,  $\lambda_\alpha$ ). Но, как показали впервые К. Е. Портер и Р. Г. Томас [31], на самом деле полная делительная ширина флуктуирует так, как будто имеется всего 2-3 канала. Таким образом, под знаком суммы (16.16) стоят хорошо скоррелированные величины!

Основной целью К. В. Райха и М. С. Мура [50] было не исключение радиационных каналов (этот важнейший результат, как часто бывает, получен ими по ходу дела), а распространение R-матричного подхода на деление. Однако это было сделано ими формально. Проследим за их логикой. S-матрица в пространстве каналов, из числа которых исключены все радиационные каналы, в соответствии с (Б.138) и (Б.145) имеет вид

$$S_{cc'} = \Omega_c \left( \delta_{cc'} + i \sum_{\mu\nu} g_{\mu c}^J A_{\mu\nu}^J g_{\nu c'}^J \right) \Omega_{c'}. \quad (16.17)$$

Принимая во внимание определения (Б.132), (Б.134) и (Б.144), для амплитуды перехода из определённого нейтронного канала в некоторое конечное состояние  $\alpha$ , связанное с осколками, получим

$$S_J(lj \rightarrow \lambda_\alpha) = 2i e^{i\delta_{ij}^C} (s_n^{lj})^{1/2} \left( \sum_{\mu\nu} \gamma_\nu^n(ljJ) A_{\mu\nu}^J \gamma_\mu^\alpha(\lambda_\alpha) \right) (s_\alpha^{\lambda_\alpha})^{1/2} e^{i(\sigma_{\lambda_\alpha} + \delta_{\lambda_\alpha}^C)}. \quad (16.18)$$

В эти выражения входит матрица  $A^J$  в пространстве уровней компаунд-ядра, которая является решением уравнения (Б.148). Повторим, что пара индексов  $(\alpha, \lambda_\alpha) \equiv c$  пробегает гигантское число значений (масштаба  $10^8$ ).

Далее авторы [50] воспользовались указаниями (см., в частности, [31]) на то, что реальное число каналов деления равно 2-3. Раз так, то вслед за К. В. Райхом и М. С. Муром мы зафиксируем индекс  $\alpha \equiv f$  и позволим пробегать индексу  $\lambda_f$ , ну, например, 3 значения. Это значит, что мы принимаем в расчёт 3 канала<sup>1)</sup>. Каждому такому каналу деления поставим в соответствие амплитуды  $\gamma_\mu(\lambda_f)$ , зависящие от номера  $\mu$  уровня. Экспериментальные результаты по флуктуациям делительных ширин (16.16) указывают на то, что эти амплитуды случайным образом меняются от уровня к уровню. И это можно проверить следующим образом.

Выразим полное сечение деления (Б.53) ядер-мишеней медленными ( $s$ -волновыми) нейтронами,

$$\sigma_f = \pi \lambda^2 \sum_J g_J \sum_{\lambda_f} |S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow \lambda_f)|^2, \quad (16.19)$$

через определённые таким способом элементы S-матрицы. Далее найдём все параметры R-матричной теории, включая амплитуды  $\gamma_\mu(\lambda_f)$ , подгонкой к энергетическому ходу сечения (со всеми его резонансными всплесками и интерференционными эффектами между резонансами). И дальше устроим проверку, действительно ли интересующие нас амплитуды ведут себя как случайные величины.

Кстати, в середине 1950-х годов уже было известно, что вблизи резонансов сечение деления часто отклоняется от идеализированной (одноуровневой) брейт-вигнеровской формы. Для описания этого эффекта мало ввести дополнительные

<sup>1)</sup> На самом деле К. В. Райх и М. С. Мур сначала ввели только один канал, «... for the reasons previously mentioned, it is quite likely that there is a small number of fission channels open; and, for simplicity, this number is taken to be one...», но далее пояснили, что обобщение на большее число каналов сделать несложно.

уровни. Нужно также, чтобы число каналов деления было невелико (в противном случае интерференция между уровнями уничтожается при суммировании по большому числу каналов). На этот факт, наряду с результатами по флуктуациям делительных ширин, явно ссылались К. В. Райх и М. С. Мур [50]. Таким образом, они предложили метод, который позволил описать эффект значительной межрезонансной интерференции в сечении деления.

Но, конечно, возникают вопросы. Какова природа каналов деления? В [50] это даже не обсуждается. Но тогда — что такое коэффициенты проницаемости  $s_f^{\lambda_f}$ , а также фазы  $\sigma_{\lambda_f}$  и  $\delta_{\lambda_f}^C$ ? Фазы, правда, в формулу (16.19) не входят. Что касается проницаемостей, то чуть выше барьера они должны быть примерно равны 1/2 (подробности см. в [50]). Но, как справедливо заметили К. В. Райх и М. С. Мур, проще принять  $s_f \equiv 1$ . Это приводит лишь к небольшому переопределению амплитуд  $\gamma_\mu(\lambda_f)$ , которые всё равно находят из подгонки к экспериментальным сечениям.

Таким образом, формально метод Райха–Мура — это и есть приложение R-матричной теории к делению. Появление больших вычислительных машин позволило более или менее аккуратно подбирать параметры для описания сечений на больших интервалах по энергии (см., например, [272]). Хотя, конечно, там есть свои проблемы, связанные с тем, что результаты подгонок не всегда однозначны. Использование представления спиральности позволило нам обосновать метод Райха–Мура и применить его к решению более широкого круга задач.

## 16.4. Представление спиральности и чётность

В самом деле, до сих пор речь шла о полном сечении деления. А можно ли аналогичным способом описать дифференциальное сечение? Заметим, что в области разрешённых резонансов мы имеем дело только с  $s$ -волновыми нейтронами. Поэтому, если ядра-мишени неориентированы, то угловое распределение осколков изотропно; так что дифференциальное сечение — это полное сечение, делённое на  $4\pi$ .

Что же касается экспериментов с выстроенными ядрами, выполненных группами Дж. В. Т. Даббса и Х. Постмы в 1960-е и 1970-е годы, то там угловые распределения осколков изучались лишь в выделенных резонансах. Для них, следовательно, достаточно одноуровневого брейт-вигнеровского приближения. Таким образом, вопрос стал актуальным лишь в начале 1990-х годов, когда в ЛНФ ОИЯИ стали готовиться к измерению энергетической зависимости дифференциального сечения деления выстроенных ядер  $^{235}\text{U}$  медленными нейтронами.

Кроме того,  $\mathcal{P}$ -нечётная и  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции в делении, обсуждавшиеся в разделе 13.9, — это малые слагаемые в том же дифференциальном сечении деления. Они интересны тем, что полностью обусловлены эффектами интерференции резонансов, причём резонансов разной чётности! В одном случае смешивание таких резонансов происходит под действием сил, нарушающих пространственную чётность (соответственно спины резонансов одинаковы). В другом случае не только чётности резонансов отличны друг от друга (так же как чётности нейтронных волн, которые их возбуждают), но и, вообще говоря, спины.

Как было сказано в 13.9, ещё в начале 1980-х годов О. П. Сушков и В. В. Фламбаум предложили описание таких корреляций, основанное на модели О. Бора. Они, однако, рассматривали только упрощённый случай смешивания двух брейт-вигнеровских резонансов разной чётности. В последовательном R-матричном подходе можно рассчитывать на учёт интерференции произвольного числа резонансов.

Руководствуясь этими соображениями, мы с В. И. Фурманом в 1997 году опубликовали статью [360]. Основная цель была — объяснить, что такое представление спиральности в формальной теории реакций и почему его удобно использовать для описания выходных каналов, связанных с осколками деления. В этой статье была также приведена обобщённая формула Блатта–Биденхарна (Б.59)–(Б.61) для дифференциального сечения, выраженного через инвариантные сферические функции  $\phi$  от четырёх единичных векторов:  $\mathbf{n}_f$ ,  $\mathbf{n}_k$ ,  $\mathbf{n}_l$  и  $\mathbf{n}_s$ .

Особое внимание было обращено на различия в явном виде коэффициентов асимметрии  $b_Q$  (16.12)–(16.14) при использовании  $(LF)$ -,  $(FK)$ - и  $(K_1K_2)$ -представлений в выходных каналах. Если в первом случае имеется интерференция по орбитальным моментам  $L$  и  $L'$ , то во втором и в третьем случаях интерференции по конечным квантовым числам нет! Это, в частности, означает, что фазы, связанные с выходными каналами, появляющиеся в общем (многоуровневом) выражении (16.18) для амплитуд переходов, никак не влияют на дифференциальное сечение, если  $\lambda_\alpha = (FK)$  или  $(K_1K_2)$ . Точно так же, как это происходило при подстановке (16.18) в формулу для полного сечения деления (16.19).

Дальше естественно было сделать две вещи. Во-первых, расписать в явной форме все слагаемые в дифференциальном сечении деления ядер-мишеней  $s$ - и  $p$ -волновыми нейтронами, подобно тому как это было сделано для дифференциального сечения упругого рассеяния в разделе 5.14. Во-вторых, исследовать, как при суммировании по огромному количеству конечных состояний возникает малое число каналов деления. Почти очевидно, что они связаны с состояниями на барьере, которые различаются проекциями  $K$  спина ядра на ось деформации или, после разрыва, с состояниями осколков с суммарными спиральностями  $K$ .

Отдельным фрагментам этой программы мы с В. И. Фурманом посвятили небольшие заметки [324, 359, 361], опубликованные в 1990-е годы в трудах конференций. Позже я вернусь к их содержанию. Но сейчас сразу объясню, что мы на этом первом этапе совместной работы упустили из виду.

Дело в том, что в формулу (16.18) входят амплитуды  $\gamma_\mu^\alpha(\lambda_\alpha)$ , которые в  $R$ -матричной теории определяются интегралами перекрытия (Б.112) спин-угловых функций  $\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha$  и базисных функций  $X_\mu^{JM}$ . Во внутренней области в любом случае удобно иметь дело с функциями определённой чётности (если чётность не сохраняется, то решения во внутренней области всё равно раскладываются по базисным функциям  $X_\mu^{J\pi M}$  определённой чётности  $\pi$ ). Но для описания  $\mathcal{P}$ -нечётной и  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций в делении во внешней области также предпочтительнее иметь дело со спин-угловыми функциями, которые соответствуют состояниям определённой чётности. Для амплитуд распада  $\gamma_\mu^\alpha(\lambda_\alpha)$  в такие состояния должны возникать простые правила отбора по чётности.

Так вот, спин-угловые функции в  $(FK)$ - и  $(K_1K_2)$ -представлениях не обладают определённой чётностью! В какой-то момент мы осознали, что это мешает созданию простого многоуровневого описания спин-угловых корреляций в делении. И тогда, в начале 2000-х годов, мы в определённом смысле начали всю работу заново. А именно, мы поняли, что нужно ввести новое,  $(F|K|\Pi)$ -представление, в котором спин-угловые функции обладают определённой чётностью  $\Pi$ .

Новые функции  $\varphi_{F|K|\Pi JM}^\alpha$ , как мы сейчас увидим, представляют собой суперпозиции функций  $\varphi_{FKJM}^\alpha$  и  $\varphi_{F-K JM}^\alpha$ , т. е. характеризуются лишь модулем суммарной спиральности. Если дополнительно позаботиться о том, чтобы каждая функция нового представления удовлетворяла фазовому условию (1.23), то амплитуды деления  $\gamma_\mu^\alpha(F|K|\Pi J)$  в состоянии с определённой чётностью будут действительны. Результаты, которые мы с В. И. Фурманом получили на этом пути, были опубликованы



в 2003 году [420]. Им (в основном) посвящены оставшиеся разделы этой главы. Но дополнительно, конечно, приведены те важные, относящиеся к делу соотношения, которые были выведены ещё в 1990-е годы [324, 359, 361].

### 16.5. Представление чётности и спиральности

Построим базисные функции  $(F|K|\Pi)$ -представления или, иначе, представления чётности и спиральности. Начнём с очень простой вещи. Пусть  $\pi_1$  и  $\pi_2$  — это чётности осколков 1 и 2. Тогда результат действия оператора пространственной инверсии  $\widehat{\mathcal{P}}$  на спин-угловую функцию (13.3) в  $(LF)$ -представлении имеет вид

$$\widehat{\mathcal{P}} \varphi_{LFJM}^\alpha = \pi_1 \pi_2 (-1)^L \varphi_{LFJM}^\alpha. \quad (16.20)$$

Эта же функция, кроме того, удовлетворяет фазовому условию (1.23):

$$\widehat{\mathcal{T}} \varphi_{LFJM}^\alpha = (-1)^{J+M} \varphi_{LFJ-M}^\alpha. \quad (16.21)$$

Теперь вспомним, что базисные функции представления суммарной спиральности, или, иначе,  $(FK)$ -представления, связаны с базисными функциями  $(LF)$ -представления соотношениями (13.17). Обращая их, получим

$$\varphi_{FKJM}^\alpha = \sum_L (-i)^L \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} C_{FKL0}^{JK} \varphi_{LFJM}^\alpha. \quad (16.22)$$

Поэтому, принимая во внимание (16.20) и (A.69), находим

$$\widehat{\mathcal{P}} \varphi_{FKJM}^\alpha = \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F} \varphi_{F-KJM}^\alpha. \quad (16.23)$$

Это и означает, что спин-угловые функции в представлении суммарной спиральности, вообще говоря, не обладают определённой чётностью.

Точно так же легко установить, что происходит со спин-угловыми функциями в  $(FK)$ -представлении при действии оператора обращения времени. Действуя этим оператором на функцию (16.22) и принимая во внимание (16.21), (A.69), а также тот факт, что этот оператор содержит оператор комплексного сопряжения (т. е. меняет в правой части (16.22) множитель  $(-i)^L$  на  $i^L$ ), получим

$$\widehat{\mathcal{T}} \varphi_{FKJM}^\alpha = (-1)^{F+M} \varphi_{F-KJ-M}^\alpha. \quad (16.24)$$

Таким образом, типичная ( $K \neq 0$ ) базисная функция в представлении суммарной спиральности не удовлетворяет фазовому условию (1.23) (и это нельзя исправить подбором подходящего общего множителя).

Рассмотрим теперь отдельно случай, когда  $K = 0$  (это возможно, лишь если спин канала  $F$  и, следовательно, полный угловой момент  $J$  являются целыми числами). Из (16.23) мы видим, что функция  $\varphi_{F0JM}^\alpha$  обладает определённой чётностью, равной

$$\Pi_0 = \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F}. \quad (16.25)$$

Но фазовому условию (1.23) функция  $\varphi_{F0JM}^\alpha$  не удовлетворяет.

Множитель  $(-1)^{J-F}$  в выражении для чётности  $\Pi_0$  соответствует чётности орбитальных волновых функций, входящих в правую часть (16.22). Ведь под знаком суммы стоит коэффициент  $C_{F0L0}^{J0}$ , который отличен от нуля, лишь если  $F + L - J$  является чётным числом. Следовательно, при фиксированных  $F$  и  $J$  суммирование осуществляется по значениям  $L$  одной чётности от минимального значения  $L_{\min} = |J - F|$  до максимального  $L_{\max} = J + F$ . Чётность соответствующих орбитальных волновых функций как раз равна  $(-1)^{J-F} = (-1)^{|J-F|} = (-1)^{L_{\min}}$ .

Легко сообразить, что «правильная» функция, соответствующая  $|K| = 0$ , в представлении чётности и спиральности имеет вид

$$\varphi_{F0\Pi_0JM}^\alpha = i^{J-F} \varphi_{F0JM}^\alpha = i^{J-F} Y_{JM}(\mathbf{n}_\alpha) \chi_{F0}^{c_\alpha}. \quad (16.26)$$

Действительно, дополнительный множитель  $i^{J-F}$  порождает при обращении времени (при комплексном сопряжении) фактор  $(-1)^{J-F}$ . Вместе с  $(-1)^{F+M}$  (см. (16.24)) получаем как раз  $(-1)^{J+M}$ , как и требует условие (1.23).

Если же  $K \neq 0$ , то функция, обладающая чётностью  $\Pi$  (+1 или -1), имеет, очевидно, следующую структуру:

$$\varphi_{F|K|\Pi JM}^\alpha \sim (1 + \Pi \hat{\mathcal{P}}) \varphi_{F|K|JM}^\alpha. \quad (16.27)$$

Коэффициент пропорциональности должен быть подобран так, чтобы, во-первых, выполнялось условие нормировки на единицу (Б.98) и, во-вторых, было справедливо фазовое соотношение (1.23). Ответ выглядит так:

$$\begin{aligned} \varphi_{F|K|\Pi JM}^\alpha &= \frac{i^{\frac{1-\Pi\pi_1\pi_2}{2}}}{\sqrt{2}} \left( \varphi_{F|K|JM}^\alpha + \Pi \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F} \varphi_{F|-K|JM}^\alpha \right) = \\ &= i^{\frac{1-\Pi\pi_1\pi_2}{2}} \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi}} \left( \mathcal{D}_{M|K|}^J(\mathbf{n}_\alpha) \chi_{F|K|}^{c_\alpha} + \Pi \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F} \mathcal{D}_{M|-K|}^J(\mathbf{n}_\alpha) \chi_{F|-K|}^{c_\alpha} \right). \end{aligned} \quad (16.28)$$

Общий множитель в правой части выглядит страшновато, но имеет, на самом деле, следующий простой смысл:

$$i^{\frac{1-\Pi\pi_1\pi_2}{2}} = \begin{cases} 1, & \Pi \pi_1 \pi_2 = +1, \\ i, & \Pi \pi_1 \pi_2 = -1. \end{cases} \quad (16.29)$$

При обращении времени (при комплексном сопряжении) он умножается на величину  $(-1)^{(1-\Pi\pi_1\pi_2)/2}$ , тождественно равную  $\Pi \pi_1 \pi_2$ .

Таким образом, функции (16.26) и (16.28) — это и есть искомые базисные функции  $(F|K|\Pi)$ -представления. Каждая из них удовлетворяет фазовому условию (1.23). Если, кстати, спин канала  $F$  и соответственно полный угловой момент  $J$  являются полуцелыми числами, то базисные спин-угловые функции определяются одной только формулой (16.28).

## 16.6. Коэффициенты $b_Q$ в $(F|K|\Pi)$ -представлении

Итак, в предыдущем разделе мы ввели новые («штрихованные») спин-угловые функции. В соответствии с (16.1) и (16.3) им должна быть поставлена в соответствие новая («штрихованная») S-матрица в  $(F|K|\Pi)$ -представлении. Выразив элементы «старой» матрицы  $S_J(\lambda_n \rightarrow FK)$  через элементы «новой» матрицы  $S_J(\lambda_n \rightarrow F|K|\Pi)$  и подставив их в (16.13), мы получим коэффициенты анизотропии  $b_Q^\alpha$  в новом представлении.

Буквальное выполнение этой программы требует довольно занудных вычислений. В самом деле, сначала нужно обратить соотношения (16.26) и (16.28), т. е. получить аналог (16.1). Потом, следуя (16.3), найти S-матрицу в  $(F|K|\Pi)$ -представлении с помощью матрицы  $U$ . Затем выполнить ещё одно обращение. И только после этого мы сможем приступить к вычислению коэффициентов  $b_Q^\alpha$ .

Есть более простой путь. А именно, смысл соотношений (16.1) и (16.3) состоит в том, что в исходной формуле (Б.25) все представления для выходного канала равноправны, т. е.

$$\sum_{F_\alpha K_\alpha} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha K_\alpha) \varphi_{F_\alpha K_\alpha JM}^\alpha = \sum_{F_\alpha |K_\alpha| \Pi_\alpha} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| \Pi_\alpha) \varphi_{F_\alpha |K_\alpha| JM}^\alpha. \quad (16.30)$$

Тогда, пользуясь простотой преобразований (16.26) и (16.28), сразу можно сообразить, как элементы S-матрицы в  $(FK)$ -представлении выражаются через элементы S-матрицы в  $(F|K|\Pi)$ -представлении. К квантовым числам конечного состояния приписан индекс  $\alpha$ , чтобы подчеркнуть, что рассматриваются переходы к осколкам с определёнными характеристиками, в частности с чётностями  $\pi_1$  и  $\pi_2$ .

При  $|K_\alpha| = 0$  имеем

$$S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha 0) = i^{J-F_\alpha} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha 0 \Pi_{\alpha 0}), \quad S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha 0 -\Pi_{\alpha 0}) \equiv 0, \quad (16.31)$$

где чётность  $\Pi_{\alpha 0}$  определена формулой (16.25). Отмечу, что второй из выписанных элементов S-матрицы равен нулю всегда, вне зависимости от того, сохраняется  $\mathcal{P}$ -чётность или не сохраняется (это амплитуда перехода в состояние, которого нет). А при  $|K_\alpha| \neq 0$  получим

$$S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha |K_\alpha|) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( i^{\frac{1-\pi_1\pi_2}{2}} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| + 1) + i^{\frac{1+\pi_1\pi_2}{2}} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| - 1) \right), \quad (16.32)$$

$$S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha -|K_\alpha|) = \frac{\pi_1\pi_2(-1)^{J-F_\alpha}}{\sqrt{2}} \times \left( i^{\frac{1-\pi_1\pi_2}{2}} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| + 1) - i^{\frac{1+\pi_1\pi_2}{2}} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| - 1) \right). \quad (16.33)$$

Подставляя эти результаты в (16.13), для коэффициентов анизотропии найдём

$$b_Q^\alpha(\lambda_n, \lambda'_n) = \sum_{\Pi_\alpha \Pi'_\alpha} \frac{1 + \Pi_\alpha \Pi'_\alpha (-1)^Q}{2} \times \left( \sum_{F_\alpha} \left( i^{J-J'} C_{J_0 Q_0}^{J' 0} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha 0 \Pi_\alpha) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow F_\alpha 0 \Pi'_\alpha) + \right. \right. \\ \left. \left. + i^{\frac{(\Pi'_\alpha - \Pi_\alpha)\pi_1\pi_2}{2}} \sum_{K_\alpha > 0} C_{JK_\alpha Q_0}^{J' K_\alpha} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha K_\alpha \Pi_\alpha) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow F_\alpha K_\alpha \Pi'_\alpha) \right) \right). \quad (16.34)$$

Если в правой части расписать сумму по  $\Pi_\alpha$  и  $\Pi'_\alpha$ , то получим четыре слагаемых. Рассмотрим теперь внимательнее вклады, соответствующие  $K_\alpha = 0$ . При заданных  $J, J'$  и  $F_\alpha$  из четырёх таких вкладов только один не равен нулю, а именно  $i^{J-J'} C_{J_0 Q_0}^{J' 0} S_J(\lambda_n \rightarrow F_\alpha 0 \Pi_{\alpha 0}) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow F_\alpha 0 \Pi'_{\alpha 0})$ , где  $\Pi_{\alpha 0}$  и  $\Pi'_{\alpha 0}$  определены формулой (16.25). Это видно из определений (16.31). Выписанное выражение, в свою очередь, отлично от нуля, лишь если  $J + Q - J'$  есть чётное число (из-за коэффициента

Клебша–Гордана). Легко далее видеть, что множитель при этом выражении, не обращающемся в нуль, равен единице:

$$\frac{1 + \Pi_{\alpha 0} \Pi'_{\alpha 0} (-1)^Q}{2} = 1. \quad (16.35)$$

Таким образом, выражение (16.34) можно представить в более простой форме. Но приведённая запись всё же удобнее тем, что в неё схожим образом входят слагаемые, соответствующие  $K_\alpha = 0$  и  $K_\alpha > 0$ .

Результат (16.34) интересен вот в каком отношении. Если мы изучаем эффекты, связанные с выстраиванием компаунд-ядер, то  $Q = 2, 4, \dots$  и, следовательно,  $\Pi_\alpha = \Pi'_\alpha$ . В этом случае нет интерференции по квантовым числам конечных состояний точно так же, как её не было в  $(FK)$ - и  $(K_1K_2)$ -представлениях (см. (16.13) и (16.14)). Если, однако, взять  $\mathcal{P}$ -нечётную и  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции, обусловленные поляризациями (см. раздел 13.9), то  $Q = 1, 3, \dots$ . Поэтому коэффициенты  $b_Q^\alpha$  оказываются отличными от нуля только за счёт интерференции конечных состояний с  $\Pi_\alpha = -\Pi'_\alpha$ . Это обстоятельство является совершенно естественным с физической точкой зрения. Но оно не согласуется с нашими декларациями [360] о ценности представления спиральности, состоящей будто бы в том, что в выражении для дифференциального сечения интерференция по квантовым числам конечных состояний отсутствует<sup>1)</sup>.

На самом же деле всё не так драматично. Основной интерес представляют именно «чётные» корреляции, соответствующие  $Q = 2, 4, \dots$ . Более того, сама проблема сведения огромного числа конечных состояний к малому числу каналов деления относится, фактически, к полному сечению, т.е. тоже к «чётному» значению  $Q = 0$ . В этих случаях представление чётности и спиральности не даёт, в сущности, ничего нового по сравнению с представлением суммарной спиральности. Поэтому все наши выводы, сделанные на основании  $(FK)$ -представления, верны в применении к «чётным» корреляциям (эффектам, связанным с выстраиванием делящихся ядер).

Что же касается малых «нечётных» корреляций, связанных с  $Q = 1, 3, \dots$ , то, как показывает формула (16.34), использование «правильных» спин-угловых функций лишь делает явным наличие интерференции по чётности. Но так, в сущности, и должно быть. Когда мы с В. И. Фурманом добрались до этого места, то поняли, что работа только начинается! Эксперимент указывает на то, что эффект интерференции не исчезает при суммировании по огромному числу конечных состояний, но почему? Само по себе использование представления чётности и спиральности ничего не объясняет.

А пока проблему можно сформулировать так. В  $R$ -матричном подходе амплитуды перехода из входного, нейтронного канала в конечные состояния  $\alpha$ , связанные с определёнными осколками, имеют вид (16.18). Подстановка этих амплитуд в (16.34) даёт коэффициенты анизотропии  $b_Q^\alpha$  в дифференциальном сечении  $d\sigma_\alpha/d\Omega$  (Б.59). Для перехода к наблюдаемому сечению нужно ввести суммирование по всем

<sup>1)</sup> Никакого противоречия с (16.13) и (16.14), однако, нет. Раз в  $(FK)$ - и  $(K_1K_2)$ -представлениях конечные состояния не обладают определённой чётностью, то интерференция по чётности присутствует в этих представлениях в неявной форме. Фактически мы на это наткнулись, когда начали разбираться с амплитудами  $\gamma_\mu^\alpha(\lambda_\alpha)$  в выражении (16.18). Если, к примеру,  $\lambda_\alpha = (F_\alpha K_\alpha)$ , то для соответствующих амплитуд нет правил отбора по чётности и, следовательно, они неудобны. Можно сказать, что скрытая интерференция по чётности даёт о себе знать именно при попытке работы с этими амплитудами.

конечным состояниям. Таким образом, наблюдаемое дифференциальное сечение деления будет определяться следующими суммами для состояний с  $K_\alpha = 0$  и  $|K_\alpha| > 0$ :

$$\sum_{\alpha} \sum_{F_\alpha} S_J(lj \rightarrow F_\alpha 0 \Pi_\alpha) S_{J'}^*(l'j' \rightarrow F_\alpha 0 \Pi'_\alpha) \sim \sum_{\alpha} \sum_{F_\alpha} \gamma_\mu^\alpha(F_\alpha 0 \Pi_\alpha J) \gamma_{\mu'}^\alpha(F_\alpha 0 \Pi'_\alpha J') s_\alpha, \quad (16.36)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha} \sum_{F_\alpha} i^{\frac{(\Pi'_\alpha - \Pi_\alpha)\pi_1\pi_2}{2}} S_J(lj \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| \Pi_\alpha) S_{J'}^*(l'j' \rightarrow F_\alpha |K_\alpha| \Pi'_\alpha) \sim \\ \sim \sum_{\alpha} \sum_{F_\alpha} i^{\frac{(\Pi'_\alpha - \Pi_\alpha)\pi_1\pi_2}{2}} \gamma_\mu^\alpha(F_\alpha |K_\alpha| \Pi_\alpha J) \gamma_{\mu'}^\alpha(F_\alpha |K_\alpha| \Pi'_\alpha J') s_\alpha. \end{aligned} \quad (16.37)$$

Выше, в разделе 13.8 было установлено, что радиальные функции осколков и, следовательно, фазы выходных каналов практически не зависят от орбитального момента  $L_\alpha$  и, значит, от чётности  $\Pi_\alpha$ . Поэтому в правых частях выписанных формул эти фазы, входящие в (16.18), гасят друг друга. Коэффициенты проницаемости  $s_\alpha$  мы оставили как есть. Кроме того, мы учли, что делительные амплитуды (Б.112) действительны. Эти амплитуды, однако, могут быть как положительными, так и отрицательными. Поэтому вопрос заключается в следующем: почему при  $J \neq J'$ ,  $\Pi_\alpha \neq \Pi'_\alpha$  и  $\mu \neq \mu'$  суммы в правых частях (16.36) и (16.37) не обращаются в нуль?

## 16.7. Читаем классиков...

Ответ, очевидно, заключается в свойствах делительных амплитуд, равных интегралам перекрытия (Б.112) спин-угловых функций и волновых функций компаунд-ядер. Поскольку интегралы вычисляются при значении радиальной переменной, соответствующем разрыву, то существенны, по-видимому, симметрии сильно вытянутых ядер.

В знаменитой монографии О. Бора и Б. Моттельсона [128] есть небольшой раздел 2 главы 4, полностью посвящённый тому, как симметрии деформированных ядер влияют на вид их волновых функций. Самое простое — это взять оттуда формулы (4.37) и (4.39) для волновых функций деформированного ядра произвольной чётности  $\Pi$  и, подставив их в интеграл (Б.112), приступить к вычислению делительных амплитуд. Но дело тут вот в чём. Очень многие «по секрету» признавались мне, что не вполне понимают содержание этого раздела.

Да и я, честно говоря, немало времени потратил на то, чтобы разобраться в тексте, занимающем всего 15 страниц. Освоившись, я пришёл к выводу, что не все обозначения там удачны. Так, например, одним и тем же символом  $\Phi_{\overline{K}}$  сначала названа одна функция (определение (4.16)), а потом совсем другая функция (определение (4.38))<sup>1)</sup>. Кроме того, О. Бор и Б. Моттельсон сначала рассмотрели ядро типа огурца, обладающее R-симметрией, а потом ядро типа груши, не обладающее этой симметрией. А мне кажется, что было бы гораздо понятнее, если бы сначала был изложен общий случай (отсутствие R-симметрии), а потом — частный (наличие дополнительной R-симметрии).

В общем, здесь я излагаю своими словами (и другом порядке) содержание раздела 2 главы 4 книги [128]. На самом деле, формулы (4.37) и (4.39) — это не

<sup>1)</sup> Говорят, что существуют только две причины, по которым возникают споры. Либо одно и то же называют по-разному, либо разные вещи называют одним и тем же именем.

единственное интересное место. Есть и другие результаты, важные для вычисления делительных амплитуд и для понимания роли состояний с различными  $K$ .

В адиабатическом приближении гамильтониан деформированного ядра представляет собой сумму,

$$\hat{H} = \hat{H}_r + \hat{H}_i, \quad (16.38)$$

гамильтониана  $\hat{H}_r$  вращения ядра как целого и гамильтониана  $\hat{H}_i$  движения  $A$  нуклонов в деформированном потенциале. Пусть деформированный потенциал является аксиально симметричным. Тогда нормированная на единицу собственная функция  $\Phi_{\alpha K}(\tau)$  гамильтониана  $\hat{H}_i$  характеризуется проекцией  $K$  полного углового момента  $A$  частиц на ось деформации (ось 3). Здесь  $\tau$  — координаты  $A$  частиц в декартовой системе координат  $(1, 2, 3)$ , жестко связанной с деформированным потенциалом, а индекс  $\alpha$  различает функции с одним и тем же  $K$ . В качестве  $\tau$ , к примеру, могут быть взяты сферические координаты всех  $A$  нуклонов  $(r_1, \vartheta_1, \varphi_1, \dots, r_A, \vartheta_A, \varphi_A)$  в системе  $(1, 2, 3)$ , где  $\vartheta_i$  и  $\varphi_i$  — полярный и азимутальный углы  $i$ -го нуклона.

Положение осей  $(1, 2, 3)$  относительно лабораторной системы  $(x, y, z)$  (т. е. ориентация деформированного потенциала в системе центра масс) задаётся набором трёх параметров  $\omega$ . В качестве  $\omega$ , к примеру, могут быть взяты углы Эйлера  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ . Собственная функция гамильтониана  $\hat{H}_r$ , описывающая ядро с полным угловым моментом  $J$  и проекциями  $M$  и  $K'$  этого углового момента на оси  $z$  и 3 соответственно, есть  $\mathcal{D}_{MK'}^J(\alpha, \beta, \gamma)$  (см. (1.191) в [95]).

Собственная функция полного гамильтониана,

$$\Psi(\omega, \tau) \sim \mathcal{D}_{MK'}^J(\omega) \Phi_{\alpha K}(\tau), \quad (16.39)$$

определяет амплитуду вероятности обнаружить оси  $(1, 2, 3)$  в положении  $\omega$  относительно осей  $(x, y, z)$  и  $A$  нуклонов в положении  $\tau$  относительно осей  $(1, 2, 3)$ . Легко видеть, что одновременное смещение углов  $\gamma \rightarrow \gamma + \Delta\gamma$  и  $\varphi_i \rightarrow \varphi_i - \Delta\gamma$  ( $i = 1, 2, \dots, A$ ) не изменяет конфигурацию  $A$  нуклонов в деформированном, аксиально симметричном потенциале относительно лабораторной системы координат  $(x, y, z)$ . Но собственные функции гамильтонианов  $\hat{H}_r$  и  $\hat{H}_i$  преобразуются при этом смещении углов следующим образом:

$$\mathcal{D}_{MK'}^J(\alpha, \beta, \gamma) \rightarrow e^{iK'\Delta\gamma} \mathcal{D}_{MK'}^J(\alpha, \beta, \gamma), \quad \Phi_{\alpha K}(\tau) \rightarrow e^{-iK\Delta\gamma} \Phi_{\alpha K}(\tau). \quad (16.40)$$

Поскольку полная амплитуда вероятности не должна меняться, то  $K' = K$  (это аналог соотношения (4.10) в [128]).

Удобно избавиться от многозначности полной волновой функции, связанной с аксиальной симметрией потенциала, положив  $\gamma = 0$ . Нормированная на единицу собственная функция полного гамильтониана имеет вид

$$\Psi_{\alpha K}^{JM}(\omega, \tau) = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}_{MK}^J(\omega) \Phi_{\alpha K}(\tau), \quad (16.41)$$

где  $\omega = (\alpha, \beta, 0)$ . Здесь и всюду далее нормировочные коэффициенты записываются с учётом условия  $\gamma = 0$  и отличаются на множитель  $(2\pi)^{1/2}$  от аналогичных коэффициентов в формулах книги [128] (там эта возможность обсуждается в тексте, следующем за формулой (4.10)).

Пусть полный гамильтониан  $\hat{H}$  коммутирует с оператором пространственной инверсии  $\hat{P}$ . Функции (16.41), как сейчас будет показано, вообще говоря, не обладают

определённой чётностью. Однако общие собственные функции операторов  $\widehat{H}$  и  $\widehat{P}$  легко получить с помощью трюка (16.27), а именно:

$$\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau) \sim (1 + \Pi \widehat{P}) \Psi_{\alpha K}^{JM}(\omega, \tau). \quad (16.42)$$

Разберёмся, не торопясь, как оператор  $\widehat{P}$  действует на функцию (16.41). При этом начнём с общего случая, когда деформированный потенциал не обладает R-симметрией. Такой потенциал (похожий на грущу) несимметричен относительно плоскости (1, 2), поперечной к оси деформации, или, иначе, неинвариантен относительно поворота на угол  $\pi$  вокруг произвольной оси, лежащей в той же плоскости (1, 2).

Величина  $\Psi_{\alpha K}^{JM}(\omega, \tau)$  при фиксированных  $\omega$  и  $\tau$  есть амплитуда вероятности обнаружить данное положение потенциала и данную конфигурацию нуклонов в лабораторной системе  $(x, y, z)$ . По определению  $\widehat{P}\Psi_{\alpha K}^{JM}(\omega, \tau)$  есть амплитуда вероятности обнаружить в той же лабораторной системе  $(x, y, z)$  тот же потенциал, но вывернутый наизнанку, и ту же, но только вывернутую наизнанку, конфигурацию нуклонов.

Если не трогать потенциал, то выворачивание наизнанку конфигурации нуклонов можно осуществить с помощью следующего преобразования нуклонных координат в каждой из систем (1, 2, 3):

$$\vartheta_i \rightarrow \pi - \vartheta_i, \quad \varphi_i \rightarrow \varphi_i + \pi, \quad i = 1, 2, \dots, A. \quad (16.43)$$

Что же касается потенциала, то он выворачивается наизнанку при переходе от оси 3 (оси деформации потенциала) в каждой из систем (1, 2, 3) к противоположно направленной оси  $3'$ <sup>1)</sup>. Система отсчёта  $(1', 2', 3')$  с такой осью  $3'$  задаётся в лабораторной системе координат  $(x, y, z)$  углами Эйлера  $\omega' = (\alpha + \pi, \pi - \beta, \gamma')$ , где  $\gamma'$  — произвольное фиксированное число (углом  $\gamma'$  определяется положение осей  $1'$  и  $2'$  при фиксированном положении оси  $3'$ ). Следуя [95], мы выбираем  $\gamma' = -\pi$  (см. (3.67) в [95]). Тогда углами  $\omega' = (\alpha + \pi, \pi - \beta, -\pi)$ <sup>2)</sup> определяется система  $(1', 2', 3') = (-1, 2, -3)$ . Иными словами, каждая из систем  $(1', 2', 3')$  может быть получена из соответствующей системы (1, 2, 3) поворотом на угол  $\pi$  вокруг оси 2 (совпадающей с  $2'$ ). Введём оператор такого поворота  $\widehat{R}_e \equiv \widehat{R}_{2e}(\pi)$ .

Нетрудно сообразить, что положения нуклонов, изменённые в соответствии с (16.43), в системе отсчёта  $(1', 2', 3') = (-1, 2, -3)$  определяются углами

$$\vartheta'_i = \vartheta_i, \quad \varphi'_i = -\varphi_i, \quad i = 1, 2, \dots, A. \quad (16.44)$$

Это инверсия относительно плоскости (1, 3). Введём оператор данного преобразования  $\widehat{S}_i$ <sup>3)</sup>. Мы, следовательно, показали, что в общем случае R-несимметричного

<sup>1)</sup> Замечу, что при выворачивании наизнанку правой системы осей (1, 2, 3) (а мы всюду по умолчанию работаем с правыми системами) получается левая система. Никакими углами Эйлера нельзя привести лабораторную систему осей  $(x, y, z)$  (правую, разумеется) к этой левой системе. Поэтому система  $(1', 2', 3')$ , о которой далее идёт речь, это вовсе не результат выворачивания наизнанку системы (1, 2, 3). Система  $(1', 2', 3')$  — это произвольная правая система, ось  $3'$  которой есть перевёрнутая ось 3, и ничего более.

<sup>2)</sup> Это буквально первая из формул (3.67) [95], в которой  $\varphi \equiv \alpha$ ,  $\vartheta \equiv \beta$  и  $\psi \equiv \gamma$ , с учётом того, что ранее мы приняли  $\gamma = 0$ .

<sup>3)</sup> В книге [128] используется символ, похожий на  $\mathcal{J}$ ; см. формулы (4.35). Но здесь он был бы слишком похож на знак обращения времени  $\mathcal{T}$ . Поэтому я решил воспользоваться буквой  $\mathcal{S}$ , имея в виду, что собственное значение этого оператора в [128] (и здесь тоже) есть  $s$ .

потенциала оператор пространственной инверсии имеет вид

$$\widehat{\mathcal{P}} = \widehat{\mathcal{S}}_i \widehat{\mathcal{R}}_e. \quad (16.45)$$

Это аналог (4.34) в [128].

Действуя этим оператором на функцию (16.41), получим

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{P}}\Psi_{\alpha K}^{JM}(\boldsymbol{\omega}, \tau) &= \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}_{MK}^J(\alpha + \pi, \pi - \beta, -\pi) \Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau) = \\ &= (-1)^{J+K} \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \mathcal{D}_{M-K}^J(\boldsymbol{\omega}) \Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau), \end{aligned} \quad (16.46)$$

где

$$\Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau) \equiv \widehat{\mathcal{S}}_i \Phi_{\alpha K}(\tau). \quad (16.47)$$

Последняя формула — это аналог первого из соотношений (4.38) в [128]. Функция  $\widehat{\mathcal{P}}\Psi_{\alpha K}^{JM}(\boldsymbol{\omega}, \tau)$ , как любая собственная функция полного гамильтониана, соответствует общему виду (16.41). Поэтому

$$\Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau) \sim \Phi_{\alpha -K}(\tau). \quad (16.48)$$

Таким образом, если  $K = 0$ , то функция  $\Phi_{\alpha 0}(\tau)$  должна быть собственной функцией оператора  $\widehat{\mathcal{S}}_i$ ,

$$\widehat{\mathcal{S}}_i \Phi_{\alpha 0}(\tau) = s \Phi_{\alpha 0}(\tau), \quad (16.49)$$

отвечающей некоторому собственному значению  $s$ . Поскольку  $\widehat{\mathcal{S}}_i^2 = 1$ , то  $s = \pm 1$ . Полная же волновая функция (16.41) с учётом (A.92) принимает вид

$$\Psi_{\alpha}^{J\Pi 0M}(\boldsymbol{\omega}, \tau) = e^{i\eta(\Pi)} Y_{JM}(\boldsymbol{\omega}) \Phi_{\alpha 0}(\tau), \quad (16.50)$$

где  $\eta(\Pi)$  есть некоторая действительная фаза, вообще говоря зависящая от  $\Pi$ . Состояние ядра, которое описывается функцией (16.50), обладает чётностью

$$\Pi = s(-1)^J. \quad (16.51)$$

Это формула (4.36) в [128]. Фазу  $\eta(\Pi)$  следует выбрать так, чтобы функция (16.50) стандартным образом (1.23) менялась при обращении времени. Эта фаза найдена ниже.

Если же  $K \neq 0$ , то для нормированной на единицу волновой функции (16.42) получим

$$\Psi_{\alpha}^{J\Pi KM}(\boldsymbol{\omega}, \tau) = e^{i\xi(\Pi)} \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi}} (\mathcal{D}_{MK}^J(\boldsymbol{\omega}) \Phi_{\alpha K}(\tau) + \Pi (-1)^{J+K} \mathcal{D}_{M-K}^J(\boldsymbol{\omega}) \Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau)). \quad (16.52)$$

Фаза  $\xi(\Pi)$  должна быть выбрана так, чтобы эта функция также удовлетворяла условию (1.23).

Нужно, стало быть, понять, как действует оператор  $\widehat{\mathcal{T}}$  на функции (16.50) и (16.52). Принимая во внимание соотношение

$$\widehat{\mathcal{T}}\mathcal{D}_{MK}^J(\boldsymbol{\omega}) = (\mathcal{D}_{MK}^J(\boldsymbol{\omega}))^* = (-1)^{M-K} \mathcal{D}_{-M-K}^J(\boldsymbol{\omega}), \quad (16.53)$$

для указанных функций находим

$$\widehat{\mathcal{T}}\Psi_{\alpha}^{J\Pi 0M}(\boldsymbol{\omega}, \tau) = (-1)^M e^{-i\eta(\Pi)} Y_{J-M}(\boldsymbol{\omega}) \widehat{\mathcal{T}}\Phi_{\alpha 0}(\tau), \quad (16.54)$$



$$\widehat{T}\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau) = \Pi(-1)^{J+M}e^{-i\xi(\Pi)}\sqrt{\frac{2J+1}{8\pi}}\left(\mathcal{D}_{-MK}^J(\omega)(-1)^{2K}\widehat{T}\Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau) + \right. \\ \left. + \Pi(-1)^{J+K}\mathcal{D}_{-M-K}^J(\omega)\widehat{T}\Phi_{\alpha K}(\tau)\right). \quad (16.55)$$

Зафиксируем фазы функций  $\Phi_{\alpha K}(\tau)$  условием <sup>1)</sup>

$$\widehat{T}\Phi_{\alpha K}(\tau) = \widehat{S}_i\Phi_{\alpha K}(\tau). \quad (16.56)$$

В книге [128] этой формуле соответствуют второе из соотношений (4.35), если  $K = 0$ , и второе из соотношений (4.38), если  $K > 0$ .

Вот теперь, учитывая (16.49) и (16.51), нетрудно установить, что в случае  $K = 0$  соотношение (1.23) будет выполняться, если

$$\Pi e^{-i\eta(\Pi)} = e^{i\eta(\Pi)} \quad \rightarrow \quad e^{i\eta(\Pi)} = i^{\frac{1-\Pi}{2}}. \quad (16.57)$$

Точно так же и при  $K > 0$  стандартное соотношение (1.23) окажется справедливым, если

$$\Pi e^{-i\xi(\Pi)} = e^{i\xi(\Pi)} \quad \rightarrow \quad e^{i\xi(\Pi)} = i^{\frac{1-\Pi}{2}}. \quad (16.58)$$

Здесь, правда, нужно ещё оговорить, что равенство

$$(-1)^{2K}\widehat{T}\Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau) = \Phi_{\alpha K}(\tau) \quad (16.59)$$

обеспечивается условием  $\widehat{T}^2 = (-1)^{2K}$ . Оно является частным случаем общего соотношения  $\widehat{T}^2 = (-1)^n$ , где  $n$  — число фермионов в исследуемой системе (см. (1.41) в [95]).

Итак, состояния деформированного, аксиально симметричного ядра, не обладающего, вообще говоря, R-симметрией, характеризуются угловым моментом  $J$ , чётностью  $\Pi$ , а также проекциями  $M$  и  $K$  углового момента на оси  $z$  и  $3$  (ось деформации). Волновые функции, описывающие эти состояния и стандартным образом (1.23) меняющиеся при обращении времени, при  $K = 0$  и  $K > 0$  имеют вид

$$\Psi_{\alpha}^{J\Pi 0M}(\omega, \tau) = i^{\frac{1-\Pi}{2}}Y_{JM}(\omega)\Phi_{\alpha 0}(\tau), \quad (16.60)$$

$$\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau) = i^{\frac{1-\Pi}{2}}\sqrt{\frac{2J+1}{8\pi}}\left(\mathcal{D}_{MK}^J(\omega)\Phi_{\alpha K}(\tau) + \Pi(-1)^{J+K}\mathcal{D}_{M-K}^J(\omega)\Phi_{\alpha\bar{K}}(\tau)\right). \quad (16.61)$$

Это есть формулы (4.37) и (4.39) из книги О. Бора и Б. Моттельсона [128].

## 16.8. Классики о R-симметричных ядрах

Рассмотрим теперь частный случай, когда потенциал деформированного ядра обладает дополнительной R-симметрией (т.е. похож на огурец). Другими словами, он инвариантен относительно вращения на угол  $\pi$  вокруг произвольной оси, лежащей в плоскости (1, 2). Совершенно очевидно, что формулы (16.60) и (16.61) описывают и этот случай — ведь они «общие»!

<sup>1)</sup> Заметим, что полный угловой момент не определён в состояниях, которые описываются этими волновыми функциями. Поэтому к этим функциям заведомо нельзя применить требование (1.23).

Однако те замечательные 15 страниц начинаются как раз с R-симметричного случая. И для волновых функций при  $K = 0$  и  $K > 0$  там получены формулы (4.15) и (4.19), отличные от (4.37) и (4.39). Вроде бы те же  $\mathcal{D}$ -функции и те же (по внешнему виду) функции  $\Phi_K$  и  $\Phi_{\bar{K}}$ , но общие множители и ещё кое-какие детали — другие!

Секрет в том, что там предъявлены другие требования к фазам волновых функций нуклонов в деформированном потенциале. Сейчас я объясню, в чём они состоят и как выполнить переход от общего случая к частному. Другими словами, как привести формулы (16.60) и (16.61) к виду, совпадающему с (4.15) и (4.19) из [128].

Заметим для начала, что в R-симметричном случае гамильтониан  $\hat{H}_i$  коммутирует с оператором инверсии нуклонов в системе внутренних осей (1, 2, 3),

$$\hat{\mathcal{P}}_i = \hat{\mathcal{S}}_i \hat{\mathcal{R}}_i, \quad (16.62)$$

где  $\hat{\mathcal{R}}_i \equiv \hat{\mathcal{R}}_{2i}(\pi)$  есть оператор поворота на угол  $\pi$  вокруг оси 2. Поэтому  $\hat{H}_i$  и  $\hat{\mathcal{P}}_i$  обладают общей системой собственных функций  $\Phi_{\alpha K}^{\Pi_i}(\tau)$ , где  $\Pi_i$  есть внутренняя чётность состояния. В данном случае, следовательно, функции  $\Phi_{\alpha K}(\tau)$  в формулах (16.60) и (16.61) должны быть заменены на  $\Phi_{\alpha K}^{\Pi_i}(\tau)$ .

Легко, далее, понять, что в R-симметричном случае операторы  $\hat{\mathcal{R}}_e$  и  $\hat{\mathcal{R}}_i$  одинаково преобразуют конфигурацию нуклонов в деформированном ядре в лабораторной системе. Поэтому результат действия этих операторов на волновую функцию должен быть одинаков (см. (4.11) в [128]). Отсюда, в частности, следует, что операторы  $\hat{\mathcal{P}}$  (16.45) и  $\hat{\mathcal{P}}_i$  (16.62) совпадают. Но, действуя этими операторами на функции (16.60) и (16.61), получим

$$\hat{\mathcal{P}}\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau) = \Pi\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau), \quad \hat{\mathcal{P}}_i\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau) = \Pi_i\Psi_{\alpha}^{JPKM}(\omega, \tau). \quad (16.63)$$

Следовательно,  $\Pi = \Pi_i$ , т. е. чётность состояния R-симметричного деформированного ядра полностью определяется внутренней чётностью волновой функции нуклонов в ядерном потенциале.

Перепишем теперь соотношение (16.62) в форме

$$\hat{\mathcal{R}}_i = \hat{\mathcal{S}}_i \hat{\mathcal{P}}_i. \quad (16.64)$$

Поскольку функция  $\Phi_{\alpha 0}^{\Pi}(\tau)$  является собственной функцией обоих операторов в правой части, то она является и собственной функцией оператора вращения на угол  $\pi$  вокруг оси 2,

$$\hat{\mathcal{R}}_i\Phi_{\alpha 0}^{\Pi}(\tau) = r\Phi_{\alpha 0}^{\Pi}(\tau). \quad (16.65)$$

Для собственного значения с учётом (16.51) получим

$$r = s\Pi = (-1)^J. \quad (16.66)$$

Это аналог (4.14) в [128] и, так же как там, эта связь может быть получена, конечно, и из одинаковости действия операторов  $\hat{\mathcal{R}}_e$  и  $\hat{\mathcal{R}}_i$  на волновую функцию (16.60).

Обсудим, наконец, фазы волновых функций нуклонов. Следуя первому из соотношений (4.17) в [128], представим функцию  $\Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau)$  в виде разложения,

$$\Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \sum_{I \geq K} C_{\alpha IK}^{\Pi} \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau), \quad (16.67)$$

по функциям, которые описывают состояния с различными полными угловыми моментами  $I$  нуклонов. Пусть при этом каждая функция  $\Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau)$  удовлетворяет стандартному условию (1.23).

Подействуем сначала на функцию (16.67) попеременно одинаковыми операторами,  $\widehat{\mathcal{P}}_i$  и  $\widehat{\mathcal{S}}_i \widehat{\mathcal{R}}_i$ . Найдём <sup>1)</sup>

$$\widehat{\mathcal{P}}_i \Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \Pi \sum_{I \geq K} C_{\alpha IK}^{\Pi} \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau), \quad (16.68)$$

$$\widehat{\mathcal{S}}_i \widehat{\mathcal{R}}_i \Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \sum_{I \geq K} C_{\alpha IK}^{\Pi} (-1)^{I-K} \left( \widehat{\mathcal{S}}_i \Phi_{\alpha I - K}^{\Pi}(\tau) \right). \quad (16.69)$$

Это означает, что

$$\widehat{\mathcal{S}}_i \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau) = \Pi (-1)^{I+K} \Phi_{\alpha I - K}^{\Pi}(\tau) = \Pi \widehat{\mathcal{T}} \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau). \quad (16.70)$$

А теперь сравним результаты действия операторов  $\widehat{\mathcal{S}}_i$  и  $\widehat{\mathcal{T}}$  на ту же функцию (16.67):

$$\widehat{\mathcal{S}}_i \Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \Pi \sum_{I \geq K} C_{\alpha IK}^{\Pi} \widehat{\mathcal{T}} \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau), \quad (16.71)$$

$$\widehat{\mathcal{T}} \Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \sum_{I \geq K} (C_{\alpha IK}^{\Pi})^* \widehat{\mathcal{T}} \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau). \quad (16.72)$$

Ранее, в «общем» случае, фазы функций  $\Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau)$  фиксировались с помощью условия (16.56), т.е. требовалось равенство правых частей (16.71) и (16.72). Легко видеть, что при  $\Pi = +1$  все коэффициенты  $C_{\alpha IK}^{\Pi}$  должны быть действительными, а при  $\Pi = -1$  — чисто мнимыми. Запишем это так:

$$C_{\alpha IK}^{\Pi} = (-i)^{\frac{1-\Pi}{2}} \widetilde{C}_{\alpha IK}^{\Pi}, \quad (16.73)$$

где  $\widetilde{C}_{\alpha IK}^{\Pi}$  — действительные величины. Итак, если по-прежнему придерживаться фазового условия (16.56), то в R-симметричном случае, как и в общем, волновые функции деформированного ядра имеют вид (16.60) и (16.61).

Но можно выбрать другой путь. Принимая во внимание (16.73), в рассматриваемом R-симметричном случае волновую функцию нуклонов  $\Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau)$  всегда можно переписать в виде:

$$\Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = (-i)^{\frac{1-\Pi}{2}} \widetilde{\Phi}_{\alpha K}^{\Pi}(\tau), \quad (16.74)$$

где

$$\widetilde{\Phi}_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \sum_{I \geq K} \widetilde{C}_{\alpha IK}^{\Pi} \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau). \quad (16.75)$$

Очевидно, что эти новые функции  $\widetilde{\Phi}_{\alpha K}^{\Pi}(\tau)$ , вообще говоря, не удовлетворяют фазовому условию (16.56). Они замечательны только тем, что при любом значении чётности  $\Pi$  коэффициенты разложения в суперпозиции (16.75) являются действительными.

<sup>1)</sup> По определению  $\widehat{\mathcal{R}}_i \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau)$  есть функция, описывающая состояние нуклонов со спином  $I$  и его проекцией  $K$  на ось  $3'$  системы отсчёта  $(1', 2', 3') = (-1, 2, -3)$ . Поэтому в соответствии с (1.127) книги [95] имеем

$$\widehat{\mathcal{R}}_i \Phi_{\alpha IK}^{\Pi}(\tau) = \sum_{K'} \mathcal{D}_{K'K}^{I*}(0, \pi, 0) \Phi_{\alpha IK'}^{\Pi}(\tau) = (-1)^{I-K} \Phi_{\alpha I - K}^{\Pi}(\tau),$$

где мы воспользовались также соотношениями (1.128) и (1.140) той же книги.

Понятно, что замена  $\Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) \rightarrow \tilde{\Phi}_{\alpha K}^{\Pi}(\tau)$  должна повлечь за собой и замену  $\Phi_{\alpha \bar{K}}^{\Pi}(\tau) \rightarrow \tilde{\Phi}_{\alpha \bar{K}}^{\Pi}(\tau)$ . Учитывая (16.62), запишем

$$\Phi_{\alpha \bar{K}}^{\Pi}(\tau) \equiv \hat{S}_i \Phi_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) = \Pi(-i)^{\frac{1-\Pi}{2}} \tilde{\Phi}_{\alpha \bar{K}}^{\Pi}(\tau), \quad (16.76)$$

где

$$\tilde{\Phi}_{\alpha \bar{K}}^{\Pi}(\tau) \equiv \hat{\mathcal{R}}_i^{-1} \tilde{\Phi}_{\alpha K}^{\Pi}(\tau). \quad (16.77)$$

Последнее соотношение — аналог определения (4.16) в [128].

Таким образом, при  $K = 0$  подстановка (16.74) в (16.60) даёт

$$\Psi_{\alpha}^{J\Pi 0M}(\omega, \tau) = Y_{JM}(\omega) \tilde{\Phi}_{\alpha 0}^{\Pi}(\tau). \quad (16.78)$$

В то же время при  $K > 0$  подстановки (16.74) и (16.76) в (16.61) приводят волновую функцию деформированного ядра, обладающего R-симметрией, к виду

$$\Psi_{\alpha}^{J\Pi KM}(\omega, \tau) = \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi}} \left( \mathcal{D}_{MK}^J(\omega) \tilde{\Phi}_{\alpha K}^{\Pi}(\tau) + (-1)^{J+K} \mathcal{D}_{M-K}^J(\omega) \tilde{\Phi}_{\alpha \bar{K}}^{\Pi}(\tau) \right). \quad (16.79)$$

Это и есть формулы (4.15) и (4.19) из [128].

## 16.9. Волновая функция компаунд-ядра

Для того чтобы вычислить делительные амплитуды (Б.112), нам нужны волновые функции  $X_{\nu}^{JM}$  компаунд-ядер. Следуя О.П. Сушкову и В.В. Фламбауму [189], запишем волновую функцию  $\nu$ -го состояния в виде суммы:

$$X_{\nu}^{JM} = X_{\nu c}^{JM} + X_{\nu f}^{JM}. \quad (16.80)$$

Первое слагаемое описывает возбужденное ядро с малой деформацией; оно, в частности, может быть представлено в виде разложения по векторам состояний  $|u_i\rangle$  невзаимодействующих частиц (см. текст перед формулой (1.2)). Второе же слагаемое соответствует конфигурациям с большими деформациями.

На самом деле ещё К.Е. Портер и Р.Г. Томас [31] выдвинули предположение о том, что на границе  $S$  области взаимодействия  $\Omega$  (см. раздел Б.2.1) в волновой функции компаунд-ядра  $X_{\nu}(S)$  может быть выделена сумма  $\sum_c \gamma_{\nu c} \psi_c$  по малому числу каналов деления. Здесь  $\psi_c$  — волновая функция канала  $c$ , а амплитуды  $\gamma_{\nu c}$  в силу сложности компаунд-состояний меняются от уровня к уровню по случайному закону. Пусть, далее, волновая функция канала раскладывается,  $\psi_c = \sum_p a_{cp} \varphi_p$ , по огромному числу волновых функций  $\varphi_p$ , описывающих отдельные пары осколков. Если функции  $\psi_c$  и  $\varphi_p$  ортонормированы, то  $\sum_p a_{cp} a_{c'p} = \delta_{cc'}$  (коэффициенты  $a_{cp}$  считаются действительными). Тогда  $X_{\nu}(S) = \sum_p \gamma_{\nu p} \varphi_p$ , где  $\gamma_{\nu p} = \sum_c \gamma_{\nu c} a_{cp}$ . Поэтому делительная ширина  $\nu$ -го уровня,  $\Gamma_{\nu f} = \sum_p \gamma_{\nu p}^2 = \sum_c \gamma_{\nu c}^2$ , есть сумма по малому числу каналов и, следовательно, она сильно флуктуирует.

Таким образом,  $\psi_c$  в [31] — это и есть составляющие полной волновой функции, описывающие сильно деформированные конфигурации ядра. Но что такое  $c$ ? Ещё в конце 1980-х годов В.И. Фурман и Я. Климан [256] предложили более определённую структуру второго слагаемого в сумме (16.80), а именно

$$X_{\nu f}^{JM} = \sum_{\Pi} \sum_{K \geq 0} a_{\nu f}^{J\Pi K} \Psi_f^{J\Pi KM}(\beta, \tau). \quad (16.81)$$

Здесь  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$  — волновая функция деформированного ядра, зависящая от коллективных переменных  $\beta$ , определяющих, в частности, вид нуклонного потенциала, и от координат нуклонов  $\tau$  в этом потенциале. В адиабатическом приближении эта волновая функция имеет вид (16.60) или (16.61). Ну, разве что с заменами:  $\Phi_{\alpha K}(\tau) \rightarrow \Phi_K(\beta, \tau)$  и  $\Phi_{\alpha \bar{K}}(\tau) \rightarrow \Phi_{\bar{K}}(\beta, \tau)$ . Углы  $\omega$  — это часть коллективных переменных  $\beta$ .

Понятно, что именно функции  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$ , «выживающие» при деформациях, соответствующих разрыву на осколки, определяют амплитуды переходов  $\gamma_\nu^\alpha(F_\alpha K\Pi J)$  в конечные состояния  $\alpha$ . Поэтому в каждом из формальных каналов деления  $c = (c_\alpha, \lambda_\alpha)$ , где  $\lambda_\alpha = (F_\alpha |K_\alpha| \Pi_\alpha)$ , указанные функции фиксируются граничными условиями (Б.114) при значениях коллективных переменных, отвечающих точке разрыва. Поскольку, однако, каналовые функции  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$  описывают переход через барьер с очень малой энергией радиального движения, то они слабо зависят от начальной энергии компаунд-ядра. Именно поэтому в волновые функции  $X_\nu^{JM}$ , отвечающие разным  $\nu$ , входят одни и те же каналовые функции; меняются только амплитуды  $a_{\nu f}^{JK}$ .

Удобно принять, что функции  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$  нормированы на единицу во внутренней области  $\Omega$ , так же как функции  $X_\nu^{JM}$  (см. (Б.118))<sup>1)</sup>. Тогда амплитуды  $a_{\nu f}^{JK}$  наряду с амплитудами  $a_{\nu i}(c)$  разложения  $X_{\nu c}^{JM}$  по ортонормированным одночастичным конфигурациям  $|u_i\rangle$  удовлетворяют условию нормировки:

$$\sum_i |a_{\nu i}(c)|^2 + \sum_{\Pi} \sum_{K \geq 0} |a_{\nu f}^{JK}|^2 = 1. \quad (16.82)$$

Подчеркну, что амплитуда  $a_{\nu f}^{JK}$  определяет относительную вероятность того, что компаунд-ядро, описываемое волновой функцией  $X_\nu^{JM}$ , окажется в переходном состоянии с квантовыми числами  $J$ ,  $\Pi$  и  $K$ . Все эффекты, связанные с барьером деления (с его формой и проницаемостью), описываются каналовой функцией  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$ .

Формула (16.81) включает в себя суммирование по  $K$ . При малых деформациях компаунд-ядра существенную роль играет кориолисово взаимодействие, сильно смешивающее состояния с разными  $K$  (этот вопрос обсуждался, в частности, С. Г. Кадменским, В. П. Маркушевым и В. И. Фурманом [185]). Поэтому естественно предположить, что при фиксированных  $\nu$ ,  $J$  и  $\Pi$  зависимость амплитуд  $a_{\nu f}^{JK}$  от квантового числа  $K$  является случайной.

Что же касается суммирования по  $\Pi$  в (16.81), то имеется в виду общий случай, когда чётность не сохраняется. Однако силы, нарушающие пространственную чётность, малы. Поэтому в волновой функции компаунд-ядра имеются доминирующие составляющие, отвечающие некоторой чётности  $\Pi_0$ , и малые примесные составляющие противоположной чётности. Если же чётность сохраняется, то сумма по  $\Pi$  в правой части (16.81) отсутствует, а все составляющие  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$  отвечают одной и той же чётности  $\Pi = \Pi_0$ .

Ну и, наконец, такой вопрос — а где здесь учтены моды деления? Заметим, что каждая функция  $\Phi_K(\beta, \tau)$  определяет путь делящегося ядра с фиксированным значением  $K$  в пространстве деформаций. Поскольку моды деления соответствуют

<sup>1)</sup> В разделах 16.7 и 16.8 внутренние функции  $\Phi_K(\tau)$  считались нормированными на единицу в пространстве нуклонных переменных  $\tau$  при фиксированных параметрах деформации потенциала. Здесь же принимается, что функции  $\Phi_K(\beta, \tau)$  нормированы на единицу в пространстве параметров деформации  $\beta$  и нуклонных переменных  $\tau$ .

разным траекториям, то функция  $\Phi_K(\beta, \tau)$  должна быть, по-видимому, разбита на составляющие, отвечающие этим модам  $m$ :

$$\Phi_K(\beta, \tau) = \sum_m \alpha_m^K(\beta) \Phi_{mK}(\beta, \tau). \quad (16.83)$$

С учётом этого соотношения волновые функции  $\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau)$  записываются в форме

$$\Psi_f^{JPKM}(\beta, \tau) = \sum_m \alpha_m^K(\beta) \Psi_m^{JPKM}(\beta, \tau), \quad (16.84)$$

где составляющие  $\Psi_m^{JPKM}(\beta, \tau)$  имеют всё тот же вид (16.60) и (16.61) с заменами:  $\Phi_{\alpha K}(\tau) \rightarrow \Phi_{mK}(\beta, \tau)$  и  $\Phi_{\alpha \bar{K}}(\tau) \rightarrow \Phi_{m\bar{K}}(\beta, \tau)$ . Такой способ введения мод в картину деления был предложен В. И. Фурманом и Я. Климаном [256].

### 16.10. Делительные амплитуды

В соответствии с (Б.112) амплитуда перехода в конечное состояние  $\alpha$  с квантовыми числами  $\lambda_\alpha = (FK\Pi J)$  (здесь  $K \geq 0$ ) определяется выражением

$$\gamma_\nu^\alpha(FK\Pi J) = \left( \frac{\hbar^2 a_\alpha}{2m_\alpha} \right)^{1/2} \sum_{\Pi'} \sum_{K' \geq 0} a_{\nu f}^{J\Pi'K'} \sum_m \alpha_m^{K'} \int \varphi_{FK\Pi JM}^{\alpha*} \Psi_m^{J\Pi'K'M} d\Omega_\alpha d\tau. \quad (16.85)$$

Здесь  $\alpha_m^{K'}$  — значения коэффициентов  $\alpha_m^K(\beta)$  при тех значениях  $\beta$ , которые соответствуют точке разрыва. Ключевой момент — это, конечно, интегралы перекрытия,

$$\langle \varphi_{FK\Pi JM}^\alpha | \Psi_m^{J\Pi'K'M} \rangle \equiv \int \varphi_{FK\Pi JM}^{\alpha*} \Psi_m^{J\Pi'K'M} d\Omega_\alpha d\tau, \quad (16.86)$$

спин-угловых функций (16.26) и (16.28), с одной стороны, и каналовых функций (16.60) и (16.61) — с другой. Поскольку при обращении времени все эти функции меняются в соответствии со стандартным условием (1.23), то интегралы должны быть действительными. Кроме того, должна быть ортогональность по чётностям  $\Pi$  и  $\Pi'$ . Сейчас мы установим, что всё так и есть.

При интегрировании следует, конечно, принять, что  $\omega = \mathbf{n}_\alpha$ . Поэтому, интегрируя по  $d\Omega_\alpha$  и пользуясь свойствами ортогональности  $\mathcal{D}$ -функций, находим, что результат интегрирования отличен от нуля только при  $K = K'$ <sup>1)</sup>.

Если  $K = 0$ , то для интеграла перекрытия получим

$$\langle \varphi_{F0\Pi_0 JM}^\alpha | \Psi_m^{J\Pi_0 M} \rangle = (-i)^{J-F} i^{\frac{1-\Pi'}{2}} \left\langle \sum_{K_1 K_2} C_{J_1 K_1 J_2 K_2}^{F0} \chi_{J_1 K_1}^\alpha \chi_{J_2 K_2}^\alpha | \Phi_{m0} \right\rangle. \quad (16.87)$$

Здесь чётность спин-угловой функции сразу взята равной  $\Pi_0 \equiv \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F}$  (16.25), поскольку при  $K = 0$  не существует внешнего состояния с другой чётностью. В то же время чётность внутренней каналовой функции есть  $\Pi' = s(-1)^J$  (16.51). Если же  $K > 0$ , то для интеграла перекрытия получим

<sup>1)</sup> Разумеется, в волновую функцию компаунд-ядра можно было бы включить составляющие с разными спинами  $J'$  и их проекциями  $M'$  на ось  $z$ . Тогда из ортогональности  $\mathcal{D}$ -функций было бы получено  $J = J'$  и  $M = M'$ . Но это и так ясно.

$$\langle \varphi_{F K \Pi J M}^\alpha | \Psi_m^{J \Pi' K M} \rangle = \frac{i^{\frac{\Pi \pi_1 \pi_2 - \Pi'}{2}}}{2} \left( \left\langle \sum_{K_1 K_2} C_{J_1 K_1 J_2 K_2}^{F K} \chi_{J_1 K_1}^\alpha \chi_{J_2 K_2}^\alpha \middle| \Phi_{m K} \right\rangle + \right. \\ \left. + \Pi \Pi' \pi_1 \pi_2 (-1)^{F+K} \left\langle \sum_{K_1 K_2} C_{J_1 K_1 J_2 K_2}^{F-K} \chi_{J_1 K_1}^\alpha \chi_{J_2 K_2}^\alpha \middle| \Phi_{m \bar{K}} \right\rangle \right). \quad (16.88)$$

Любопытно, что на данном этапе ответы выглядят так, что трудно понять, почему в конечном итоге они окажутся действительными.

Решающая гипотеза состоит в том, что функция  $\Phi_{mK}(\beta, \tau)$  вблизи точки разрыва является суперпозицией по всем парам осколков, на которые распадается делящееся ядро через моду  $m$ <sup>1)</sup>. Любая составляющая этой суперпозиции характеризуется фиксированной проекцией  $K$  некоторого суммарного спина  $F'$  двух формирующихся осколков на ось деформации делящегося ядра, т. е.

$$\Phi_{mK} = \sum_{\alpha' F'} u_{F'K}^{\alpha'} \sum_{K'_1 K'_2} C_{J'_1 K'_1 J'_2 K'_2}^{F'K} \chi_{J'_1 K'_1}^{\alpha'} \chi_{J'_2 K'_2}^{\alpha'}. \quad (16.89)$$

Здесь индекс  $\alpha'$  нумерует все пары осколков (со всеми их характеристиками, включая спины  $J'_1$  и  $J'_2$ ), принадлежащие моде  $m$ , а  $u_{F'K}^{\alpha'}$  — это коэффициенты разложения. В (16.88) входит также «сопряжённая» функция (16.47),

$$\Phi_{m\bar{K}} \equiv \widehat{S}_i \Phi_{mK} = \sum_{\alpha' F'} u_{F'K}^{\alpha'} \sum_{K'_1 K'_2} C_{J'_1 K'_1 J'_2 K'_2}^{F'K} (\widehat{S}_i \chi_{J'_1 K'_1}^{\alpha'}) (\widehat{S}_i \chi_{J'_2 K'_2}^{\alpha'}). \quad (16.90)$$

Примем далее, что каждый осколок обладает R-симметрией. Тогда, воспользовавшись соотношением (16.62), запишем<sup>2)</sup>:

$$\widehat{S}_i \chi_{J_1 K_1}^\alpha = \widehat{P}_i \widehat{R}_i^{-1} \chi_{J_1 K_1}^\alpha = \pi_1 (-1)^{J_1 + K_1} \chi_{J_1 -K_1}^\alpha. \quad (16.91)$$

Поэтому

$$\Phi_{m\bar{K}} = \sum_{\alpha' F'} \pi_1' \pi_2' (-1)^{F'+K} u_{F'K}^{\alpha'} \sum_{K'_1 K'_2} C_{J'_1 K'_1 J'_2 K'_2}^{F'-K} \chi_{J'_1 K'_1}^{\alpha'} \chi_{J'_2 K'_2}^{\alpha'}. \quad (16.92)$$

Таким образом, подставляя (16.89) в (16.87) для интеграла перекрытия при  $K = 0$ , найдём

$$\langle \varphi_{F 0 \Pi J M}^\alpha | \Psi_m^{J \Pi' 0 M} \rangle = (-i)^{J-F} i^{\frac{1-\Pi'}{2}} u_{F0}^\alpha. \quad (16.93)$$

Точно так же, подставляя (16.89) и (16.92) в (16.88), в случае  $K > 0$  получим

$$\langle \varphi_{F K \Pi J M}^\alpha | \Psi_m^{J \Pi' K M} \rangle = i^{\frac{\Pi \pi_1 \pi_2 - \Pi'}{2}} u_{FK}^\alpha \frac{1 + \Pi \Pi'}{2} = i^{\frac{\Pi(\pi_1 \pi_2 - 1)}{2}} u_{FK}^\alpha \delta_{\Pi \Pi'}. \quad (16.94)$$

Во втором случае имеет место ожидавшаяся ортогональность по чётности.

<sup>1)</sup> В сущности, это и есть гипотеза К. Е. Портера и Р. Г. Томаса [31], записанная ими в форме  $\psi_c = \sum_p a_{cp} \varphi_p$ ; см. раздел 16.9.

<sup>2)</sup> По определению  $\widehat{R}_i^{-1} \chi_{J_1 K_1}^\alpha$  есть функция, описывающая состояние осколков со спином  $J_1$  и его проекцией  $K_1$  на ось  $Z'$  системы отсчёта  $(1', 2', 3')$ , полученной из  $(1, 2, 3)$  поворотом на угол  $-\pi$  вокруг оси 2. Поэтому в соответствии с (1.127) книги [95] имеем

$$\widehat{R}_i^{-1} \chi_{J_1 K_1}^\alpha = \sum_{K'_1} \mathcal{D}_{K'_1 K_1}^{J_1*}(0, -\pi, 0) \chi_{J_1 K_1}^\alpha = (-1)^{J_1 + K_1} \chi_{J_1 -K_1}^\alpha,$$

где мы воспользовались также соотношениями (1.128), (1.130) и (1.140) той же книги.

Теперь, очевидно, остаётся установить те свойства коэффициентов  $u_{FK}^\alpha$ , благодаря которым, во-первых, интегралы перекрытия действительны и, во-вторых, интеграл (16.93) не равен нулю, только если  $\Pi' = \Pi_0$ . Начнём со второго. В соответствии с (16.49) функция  $\Phi_{m0}$  является собственной функцией оператора  $\mathcal{S}_i$ , отвечающей собственному значению  $s$ . Но тогда, принимая во внимание (16.89), (16.90) и (16.92), имеем

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha' F'} \pi_1' \pi_2' (-1)^{F'} u_{F'0}^{\alpha'} \sum_{K_1' K_2'} C_{J_1' K_1' J_2' K_2'}^{F'0} \chi_{J_1' K_1'}^{\alpha'} \chi_{J_2' K_2'}^{\alpha'} = \\ = s \sum_{\alpha' F'} u_{F'0}^{\alpha'} \sum_{K_1' K_2'} C_{J_1' K_1' J_2' K_2'}^{F'0} \chi_{J_1' K_1'}^{\alpha'} \chi_{J_2' K_2'}^{\alpha'}. \end{aligned} \quad (16.95)$$

Это означает, что коэффициенты  $u_{F0}^\alpha$  отличны от нуля, лишь если  $\pi_1 \pi_2 (-1)^F = s$ . Но в соответствии с (16.51)  $s = \Pi' (-1)^J$ . Таким образом,

$$u_{F0}^\alpha \neq 0, \quad \text{только если} \quad \Pi' = \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F} \equiv \Pi_0. \quad (16.96)$$

Мы, следовательно, доказали, что в интегралах перекрытия (16.87) или (16.93) имеет место ортогональность по чётности внешней и внутренней волновых функций.

Для доказательства действительности интегралов перекрытия мы обратимся ещё к одному свойству функций  $\Phi_{mK}$ , а именно к фазовому условию (16.56). Действуя на функции (16.89) оператором обращения времени и учитывая тот факт, что волновые функции осколков удовлетворяют стандартному условию (1.23), найдём

$$\widehat{T} \Phi_{mK} = \sum_{\alpha' F'} (-1)^{F'+K} u_{F'K}^{\alpha'*} \sum_{K_1' K_2'} C_{J_1' K_1' J_2' K_2'}^{F'-K} \chi_{J_1' K_1'}^{\alpha'} \chi_{J_2' K_2'}^{\alpha'}. \quad (16.97)$$

Сравнивая этот результат с (16.90) и (16.92), получим

$$u_{FK}^{\alpha*} = \pi_1 \pi_2 u_{FK}^\alpha \quad \rightarrow \quad u_{FK}^\alpha = i^{\frac{1-\pi_1 \pi_2}{2}} \widetilde{u}_{FK}^\alpha. \quad (16.98)$$

Мы видим, что коэффициенты  $u_{FK}^\alpha$  являются действительными при  $\pi_1 \pi_2 = 1$  и мнимыми при  $\pi_1 \pi_2 = -1$ , а введённые здесь величины  $\widetilde{u}_{FK}^\alpha$  действительны.

Таким образом, мы установили, что при  $K = 0$  и  $K > 0$  интегралы перекрытия определяются следующими формулами:

$$\langle \varphi_{F0\Pi_0 JM}^\alpha | \Psi_m^{J\Pi_0 0M} \rangle = (-i)^{J-F} i^{1-\frac{\Pi_0 + \pi_1 \pi_2}{2}} \widetilde{u}_{F0}^\alpha, \quad (16.99)$$

$$\langle \varphi_{FK\Pi JM}^\alpha | \Psi_m^{J\Pi KM} \rangle = i^{\frac{(1-\Pi)(1-\pi_1 \pi_2)}{2}} \widetilde{u}_{FK}^\alpha. \quad (16.100)$$

Фазовые множители в обоих случаях выглядят довольно экзотично. Нетрудно, однако, установить, что во всех случаях это действительные числа!

Случай  $K > 0$  проще. В самом деле, ясно, что при  $\Pi = +1$  (вне зависимости от  $\pi_1 \pi_2$ ) и при  $\pi_1 \pi_2 = +1$  (вне зависимости от  $\Pi$ ) этот множитель обращается в единицу. Но если  $\Pi = \pi_1 \pi_2 = -1$ , то он равен  $-1$ .

А при  $K = 0$  имеем:  $\Pi_0 = \pi_1 \pi_2 (-1)^{J-F}$ . Если  $\Pi_0 = \pi_1 \pi_2$ , то  $J-F$  — чётное число, и  $(-i)^{J-F}$  — это действительное число; остаётся множитель  $i^{1-\Pi_0}$ , который также действителен при  $\Pi_0 = +1$  и  $-1$ . Если же  $\Pi_0 = -\pi_1 \pi_2$ , то  $(-i)^{J-F}$  — чисто мнимая величина; но в этом случае она домножается на  $i$ , так что общий результат опять действителен.



Что же касается делительных амплитуд, то для пары осколков  $\alpha$ , соответствующих моде  $m$ , при  $K = 0$  и  $K > 0$  получим

$$\gamma_\nu^\alpha(F0\Pi_0J) = \left(\frac{\hbar^2 a_\alpha}{2m_\alpha}\right)^{1/2} a_{\nu f}^{J\Pi_0 0} \alpha_m^0 (-i)^{J-F} i^{1-\frac{\Pi_0+\pi_1\pi_2}{2}} \tilde{u}_{F0}^\alpha, \quad (16.101)$$

$$\gamma_\nu^\alpha(FK\Pi J) = \left(\frac{\hbar^2 a_\alpha}{2m_\alpha}\right)^{1/2} a_{\nu f}^{J\Pi K} \alpha_m^K i^{\frac{(1-\Pi)(1-\pi_1\pi_2)}{2}} \tilde{u}_{FK}^\alpha. \quad (16.102)$$

### 16.11. Редукция делительных каналов

Фазовые множители перестают казаться экзотичными после подстановки полученных амплитуд в формулы (16.36) и (16.37). В этих формулах, кстати, под знаком суммирования по конечным состояниям  $\alpha$  стоят величины, зависящие от чётностей  $\Pi_\alpha$  и  $\Pi'_\alpha$ . Однако суммирование по этим чётностям производится отдельно (см. (16.34)). По этой причине индекс  $\alpha$  у чётностей может быть снят.

В случае  $K = 0$  примем, что делительная амплитуда  $\gamma_\nu^\alpha(F0\Pi J)$  имеет вид (16.101), если  $\Pi = \pi_1\pi_2(-1)^{J-F}$  и тождественно равна нулю для противоположной чётности. Ещё один полезный трюк заключается в том, что если фазовый множитель действителен, то его можно брать в комплексно сопряжённой форме. Тогда сумма в правой части (16.36) по всем конечным состояниям, относящимся к моде  $m$ , принимает вид:

$$\begin{aligned} \sum_\alpha \sum_{F_\alpha} \gamma_\mu^\alpha(F_\alpha 0\Pi J) \gamma_{\mu'}^\alpha(F_\alpha 0\Pi' J') s_\alpha = \\ = i^{J'-J} i^{\frac{\Pi'-\Pi}{2}} a_{\mu f}^{J\Pi 0} a_{\mu' f}^{J'\Pi' 0} (\alpha_m^0)^2 \sum_\alpha \sum_{F_\alpha} \frac{\hbar^2 a_\alpha (\tilde{u}_{F_\alpha 0}^\alpha)^2 s_\alpha}{2m_\alpha}. \end{aligned} \quad (16.103)$$

Точно так же для суммы в правой части (16.37) при  $K > 0$  получим

$$\begin{aligned} \sum_\alpha \sum_{F_\alpha} i^{\frac{(\Pi'_\alpha-\Pi_\alpha)\pi_1\pi_2}{2}} \gamma_\mu^\alpha(F_\alpha K\Pi J) \gamma_{\mu'}^\alpha(F_\alpha K\Pi' J') s_\alpha = \\ = i^{\frac{\Pi'-\Pi}{2}} a_{\mu f}^{J\Pi K} a_{\mu' f}^{J'\Pi' K} (\alpha_m^K)^2 \sum_\alpha \sum_{F_\alpha} \frac{\hbar^2 a_\alpha (\tilde{u}_{F_\alpha K}^\alpha)^2 s_\alpha}{2m_\alpha}. \end{aligned} \quad (16.104)$$

Если наблюдения охватывают осколки, относящихся к разным модам, то в этих и во всех последующих формулах нужно ввести дополнительные суммирования по  $m$ .

В этих формулах заключён ясный ответ на вопрос, почему суммирование по конечным состояниям  $\alpha$  не разрушает интерференцию компаунд-резонансов с различными спинами и чётностями. Дело в том, что все фазовые множители, сложным образом зависевшие от чётностей  $\pi_1$  и  $\pi_2$  осколков, в конечных выражениях сократились. Суммы по  $\alpha$  и  $F_\alpha$  в формулах (16.103) и (16.104) — это просто некоторые положительные числа. А вся зависимость от спинов  $J$  и чётностей  $\Pi$  определяется малым числом амплитуд  $a_{\nu f}^{J\Pi K}$ , введённых соотношением (16.81).

Подводя итоги, можно сказать, что дифференциальное сечение деления, как сечение любой другой ядерной реакции, определяется выражением (Б.59),

$$\frac{d\sigma_f}{d\Omega} = \frac{\pi\lambda^2}{4\pi} \sum_{QAN\Lambda K} \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) \phi^{in} \sum_{JJ'} g_J \sum_{\lambda_n \lambda'_n} a^{in} b_Q^f(\lambda_n, \lambda'_n). \quad (16.105)$$

Входящие сюда функция угловой корреляции  $\phi^{in}$  и «входной» коэффициент  $a^{in}$  зависят от того, какое представление используется во входном канале; их явный вид задан формулой (Б.60). Что же касается коэффициентов анизотропии  $b_Q^f$ , просуммированных по конечным состояниям  $\alpha$  (по всем типам осколков), то с учётом (16.18), (16.34), (16.103) и (16.104) для них получим

$$\begin{aligned} b_Q^f(\lambda_n, \lambda'_n) &\equiv \sum_{\alpha} b_Q^{\alpha}(\lambda_n, \lambda'_n) = \\ &= \sum_{\Pi\Pi'} \frac{i^{\frac{\Pi'-\Pi}{2}} (1 + \Pi\Pi'(-1)^Q)}{2} \sum_{K \geq 0} C_{JKQ0}^{J'K} S_J(\lambda_n \rightarrow K\Pi) S_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow K\Pi'). \end{aligned} \quad (16.106)$$

Сюда входит совершенно новая конструкция — редуцированная S-матрица. Её элементы,

$$S_J(lj \rightarrow K\Pi) = 2i e^{i\delta_{\lambda_n}^C} (s_n^{\lambda_n})^{1/2} \sum_{\mu\nu} \gamma_{\nu}^n(\lambda_n) A_{\mu\nu}^J \gamma_{\mu}^f(K\Pi J), \quad (16.107)$$

описывают переходы из реальных нейтронных каналов в эффективные каналы деления, которые при заданном полном угловом моменте  $J$  характеризуются всего двумя квантовыми числами — суммарной спиральностью осколков  $K \geq 0$  и чётностью состояния  $\Pi$ ! При этом амплитуды деления в эти эффективные каналы выглядят так:

$$\gamma_{\mu}^f(K\Pi J) = a_{\mu f}^{J\Pi K} v_f^K, \quad (16.108)$$

где

$$v_f^K \equiv \left( \sum_m (\alpha_m^K)^2 \sum_{\alpha} \sum_{F_{\alpha}} \frac{\hbar^2 a_{\alpha} (\tilde{u}_{F_{\alpha} K}^{\alpha})^2 s_{\alpha}}{2m_{\alpha}} \right)^{1/2}. \quad (16.109)$$

В последнем выражении предусмотрено суммирование по тем модам, которые отбираются условиями эксперимента.

Сравнение (16.107) с (Б.138), (Б.144) и (Б.145) показывает, что эффективным каналам деления отвечают единичные проницаемости и нулевые фазы потенциального и кулоновского рассеяния. На самом деле, это и есть та S-матрица с малым числом каналов деления, существование которой было, фактически, постулировано К. В. Райхом и М. С. Муром [50]. Но здесь это результат последовательного вывода. Теперь мы понимаем природу малого числа каналов деления и при необходимости в рамках этого же формализма можем выполнить анализ эффектов, связанных с модами деления. Кроме того, теперь вклады разных каналов можно извлекать не только из энергетической зависимости полного сечения деления, но и из поведения анизотропных слагаемых в дифференциальном сечении деления.

Конечное выражение для S-матрицы можно записать в более простой форме, если воспользоваться амплитудами (Б.144). Ответ принимает вид (Б.138) и (Б.145),

$$S_J(\lambda_n \rightarrow K\Pi) = i e^{i\delta_{\lambda_n}^C} \sum_{\mu\nu} g_{\nu}^n(\lambda_n) A_{\mu\nu}^J g_{\mu}^f(K\Pi J), \quad (16.110)$$

где

$$g_{\nu}^n(\lambda_n) \equiv (2s_n^{\lambda_n})^{1/2} \gamma_{\nu}^n(\lambda_n), \quad g_{\mu}^f(K\Pi J) \equiv (2)^{1/2} \gamma_{\mu}^f(K\Pi J). \quad (16.111)$$

Сюда входит матрица  $A^J$ , которая в соответствии с (Б.148) находится обращением некоторой матрицы в пространстве уровней компаунд-ядра.

Заметим теперь, что после исключения радиационных каналов (см. раздел Б.2.8) остаётся только малое число нейтронных и делительных каналов. Если количество этих каналов меньше, чем число тех уровней, которые принимаются во внимание, то удобно выразить редуцированную S-матрицу через редуцированную K-матрицу в пространстве каналов в соответствии с (Б.138), (Б.150) и (Б.151). В самом деле, в этом случае приходится оборачивать матрицу  $(1 - K^J)$ , определённую в пространстве меньшей размерности.

В заключение этого раздела отмечу, что авторство изложенного здесь метода суммирования по огромному числу конечных состояний в делении и введения редуцированных R- (или K-) и S-матриц, определённых в пространстве малого количества каналов деления, принадлежит В. И. Фурману (об этой идее говорится в начале раздела 16.3). Первый вариант изложения этих результатов был приведён в первой же нашей совместной работе [324]. Ключевой момент — это представление амплитуды распада в конечное состояние в факторизованной форме типа (16.101) и (16.102). Другое дело, что поначалу мы, в сущности, постулировали эти формулы для амплитуд распада. Аккуратный вывод был выполнен нами только после перехода к представлению чётности и спиральности.

## 16.12. Угловые корреляции в делении ядер медленными нейтронами

Итак, в общем случае дифференциальное сечение деления определяется формулами (16.105) и (16.106). Рассмотрим те два частных случая, которые исследовались экспериментально. Это, во-первых, деление выстроенных ядер медленными неполяризованными нейтронами ( $n + \bar{A}$ ) и, во-вторых, деление медленными поляризованными нейтронами неориентированных ядер ( $n + A$ ). В первом случае учитываем только *s*-волновые нейтроны, а во втором дополнительно — вклады от интерференции *s*- и *p*-волн.

Выстраивание ядер-мишеней задаётся параметрами  $\tau'_{20}(I)$ ,  $\tau'_{40}(I)$ , ... в системе отсчёта, ось *z* которой направлена вдоль единичного вектора  $\mathbf{n}_I$ . Соответствующее дифференциальное сечение, зависящее от энергии *E* падающих нейтронов, принимает вид

$$\left. \frac{d\sigma_f(E)}{d\Omega} \right|_{n+\bar{A}} = \frac{1}{4\pi} \left( \sigma_f^0(E) + \sum_{Q=2,4,\dots} (2Q+1) \tau'_{Q0}(I) c_Q(E) P_Q(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_I) \right). \quad (16.112)$$

Первое слагаемое в скобках — это полное сечение деления неориентированных ядер:

$$\sigma_f^0(E) = \pi \lambda^2 \sum_J g_J \sum_{K \geq 0} |S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0)|^2, \quad (16.113)$$

где  $\Pi_0$  есть чётность *s*-волновых резонансов (или чётность ядер-мишеней). Анизотропия дифференциального сечения определяется величинами

$$c_Q(E) = \sum_{JJ'} g_J \sqrt{\frac{2J'+1}{2J+1}} U(\frac{1}{2}JJ'Q, JI) \operatorname{Re} b_Q^f(0\frac{1}{2}J, 0\frac{1}{2}J'). \quad (16.114)$$

Обращаясь к формуле (16.106), легко видеть, что при чётном *Q* под знаком суммирования по  $\Pi$  и  $\Pi'$  стоит, фактически, символ Кронекера,  $(1 + \Pi\Pi')/2 \equiv \delta_{\Pi\Pi'}$ . Поэтому при чётных *Q* коэффициенты анизотропии  $b_Q^f$  в представлении чётности и спиральности,

$$b_Q^f(0\frac{1}{2}J, 0\frac{1}{2}J') = \sum_{K \geq 0} C_{JKQ0}^{J'K} S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0), \quad (16.115)$$

имеют практически тот же вид, что и коэффициенты анизотропии (16.13) в представлении суммарной спиральности осколков (если, конечно, в представлении суммарной спиральности осуществить такое же суммирование по всем ненаблюдаемым  $\alpha$  и  $F$  [324, 359, 361], как это было проделано выше в представлении чётности и спиральности). Вот это я и имел в виду в разделе 16.6, когда утверждал, что «чётные» корреляции одинаково хорошо описываются в обоих указанных выше представлениях.

И в этом же заключается причина того, что, основываясь на представлении суммарной спиральности, мы с В.И. Фурманом [324, 359] уже в середине 1990-х годов получили совершенно правильные формулы (16.112)–(16.115). Тем самым была обоснована возможность многоуровневого R-матричного описания дифференциального сечения деления (повторю, что метод, предложенный К.В. Райхом и М.С. Муром [50], имел такую форму, что мог применяться только для обработки полных сечений деления). А в конце 1990-х годов, как уже было указано в разделах 14.7 и 16.1, в работах моих дубненских коллег [373, 393, 405] были не только представлены экспериментальные данные по дифференциальному сечению (16.112) в системе  $n + {}^{235}\text{U}$ , но и приведены результаты их обработки в рамках подхода [324, 359, 360]<sup>1)</sup>.

Оставляя в выражении (16.114) вклад только одного резонанса со спином  $J$ , несложно проследить путь от (16.112) к формуле (13.6) для углового распределения осколков деления компаунд-ядра, выстроенность которого описывается спин-тензорами (14.3). В общем же случае, как следует из (16.114), анизотропия дифференциального сечения определяется интерференцией резонансов, которые могут иметь как одинаковые, так и разные спины!

Пусть теперь ядра-мишени неориентированы. Тогда во втором намеченном к рассмотрению случае получим (для упрощения записи зависимость сечений от энергии  $E$  опускаем)

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma_f}{d\Omega} \right|_{\mathbf{n}+\mathbf{A}} &= \frac{1}{4\pi} \left( \sigma_f^0 + p_n \sigma_f^{(0)PV}(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k) + p_n \sigma_f^{(1)PV}(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_s) + \right. \\ &\quad \left. + p_n \sigma_f^{(2)PV}((\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k) - 3(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_s)(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k)) + \sigma_f^{FB}(\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k) + p_n \sigma_f^{LR}(\mathbf{n}_f [\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_s]) \right). \end{aligned} \quad (16.116)$$

Здесь  $p_n \equiv p_1(s)$  — поляризация нейтронов, а первое слагаемое в скобках — полное сечение деления ядер неполяризованными нейтронами — определено формулой (16.113). Следующие три слагаемые — это  $\mathcal{P}$ -нечётные корреляции; для их величин имеем

$$\sigma_f^{(0)PV} = -2\pi\lambda^2 \sum_J g_J \sum_{\Pi} \sum_{K \geq 0} \text{Re}(S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi) S_J^*(1\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi)), \quad (16.117)$$

<sup>1)</sup> В статье [405] показано, что вклад состояний  $K = 0$  примерно равен 25 % при делении через  $s$ -волновые резонансы как  $3^-$ , так и  $4^-$ .

$$\begin{aligned}\sigma_f^{(1)PV} &= \\ &= 2\sqrt{3} \Pi_0 \pi \lambda^2 \sum_{JJ'} g_J U(I\frac{1}{2}J1, J'\frac{1}{2}) \sum_{K \geq 0} C_{JK10}^{J'K} \operatorname{Im}(S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) S_{J'}^*(0\frac{1}{2} \rightarrow K-\Pi_0)),\end{aligned}\quad (16.118)$$

$$\begin{aligned}\sigma_f^{(2)PV} &= \\ &= -\sqrt{10} \pi \lambda^2 \sum_{JJ'} g_J U(I\frac{3}{2}J2, J'\frac{1}{2}) \sum_{\Pi} \sum_{K \geq 0} C_{JK20}^{J'K} \operatorname{Re}(S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi) S_{J'}^*(1\frac{3}{2} \rightarrow K\Pi)).\end{aligned}\quad (16.119)$$

Наконец, есть ещё две  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции «вперёд-назад» и «лево-правая»:

$$\begin{aligned}\sigma_f^{FB} &= \Pi_0 \pi \lambda^2 \sum_{JJ'} g_J \sum_j (-1)^{3/2-j} (6(2j+1))^{1/2} U(IjJ1, J'\frac{1}{2}) \times \\ &\quad \times \sum_{K \geq 0} C_{JK10}^{J'K} \operatorname{Im}(S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) S_{J'}^*(1j \rightarrow K-\Pi_0)),\end{aligned}\quad (16.120)$$

$$\begin{aligned}\sigma_f^{LR} &= 3\sqrt{2} \Pi_0 \pi \lambda^2 \sum_{JJ'} g_J \sum_j U(\frac{1}{2}1\frac{1}{2}1, j1) U(IjJ1, J'\frac{1}{2}) \times \\ &\quad \times \sum_{K \geq 0} C_{JK10}^{J'K} \operatorname{Re}(S_J(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) S_{J'}^*(1j \rightarrow K-\Pi_0)).\end{aligned}\quad (16.121)$$

В последнее выражение входит функция Рака, зависящая только от  $j$ :

$$U(\frac{1}{2}1\frac{1}{2}1, j1) = \begin{cases} (2/3)^{1/2}, & j = 1/2, \\ 1/3^{1/2}, & j = 3/2. \end{cases}\quad (16.122)$$

Поскольку

$$3\sqrt{2} U(\frac{1}{2}1\frac{1}{2}1, j1) = -(-1)^{3/2-j} (6(2j+1))^{1/2} \beta_j, \quad \beta_j \equiv \begin{cases} 1, & j = 1/2, \\ -1/2, & j = 3/2, \end{cases}\quad (16.123)$$

то (16.121) можно переписать в форме, очень близкой к (16.120).

Среди выписанных корреляций имеются три, отвечающие нечётному значению  $Q = 1$  (т. е. линейные по  $\mathbf{n}_f$ ),  $\mathcal{P}$ -нечётная, пропорциональная  $\sigma_f^{(1)PV}$ , и обе  $\mathcal{P}$ -чётные. В соответствующих коэффициентах анизотропии (16.106), в отличие от коэффициентов (16.13), записанных в представлении суммарной спиральности, появляются множители, пропорциональные мнимой единице. Таким образом, переход к представлению чётности и спиральности критически важен для правильного описания корреляций, связанных с нечётными значениями  $Q$ .

Корреляция ( $\mathbf{n}_f \mathbf{n}_s$ ), нарушающая пространственную чётность, в соответствии с (16.118) обусловлена интерференцией волн противоположной чётности в выходных делительных каналах. Именно эта корреляция была обнаружена в 1977 году

Г.В. Даниляном с сотрудниками [145, 158]. В то же время обе  $\mathcal{P}$ -чётные корреляции, впервые найденные сотрудниками ЛИЯФ-ПИЯФ [163, 168, 287], а также  $\mathcal{P}$ -нечётные, пропорциональные  $\sigma_f^{(0)PV}$  и  $\sigma_f^{(2)PV}$ , обусловлены интерференцией  $s$ - и  $p$ -волн во входном нейтронном канале. Легко видеть, что, интегрируя по всем направлениям  $\mathbf{n}_f$ , для полного сечения деления получим

$$\sigma_f|_{\mathbf{n}+\mathbf{A}} = \sigma_f^0 + p_n \sigma_f^{(0)PV}(\mathbf{n}_s \mathbf{n}_k). \quad (16.124)$$

Второе слагаемое в правой части описывает ту часть  $\mathcal{P}$ -нечётного нейтронного дихроизма, которая связана с каналом деления. Насколько мне известно, это слагаемое никогда специально не изучалось. Но сам нейтронный дихроизм, впервые исследованный М. Форте с сотрудниками [161], достаточно известен.

Что же касается ещё одной  $\mathcal{P}$ -нечётной корреляции, связанной с  $\sigma_f^{(2)PV}$ , то она как будто бы не только никогда не измерялась, но даже никогда явно не выписывалась. При том что она совершенно естественно возникает в дифференциальном сечении деления, стоит только принять во внимание поляризацию падающих нейтронов, интерференцию входных  $s$ - и  $p$ -волн и нарушение пространственной чётности, т. е. все те факторы, без которых нельзя описать нейтронный дихроизм. Разумеется, мы с В.И. Фурманом многократно получали эту корреляцию в составе формулы (16.116), сначала в представлении суммарной спиральности, а потом и в рассматриваемом здесь представлении чётности и спиральности. И каждый раз мы с Вальтером Ильичом принимали решение написать на эту тему отдельную работу. Пока так и не собрались.

### 16.13. Приближение изолированных уровней. Отличия от модели Сушкова–Фламбаума

Рассмотрим подробнее идеализированный случай, когда имеется один  $s$ -волновой резонанс со спином  $J_s$  и чётностью  $\Pi_0$  и один  $p$ -волновой резонанс со спином  $J_p$  и чётностью  $-\Pi_0$ . Пусть чётность сохраняется; тогда в дифференциальном сечении имеются только две спин-угловые корреляции, описывающие асимметрии вылета лёгкого осколка «вперёд–назад» и «лево–правая». Примем для определённости, что спин  $I$  ядер-мишеней является полуцелым, так что  $J_s$  и  $J_p$  — целые числа.

В случае  $s$ -волнового резонанса после исключения радиационных каналов остаётся один нейтронный канал,  $(lj) = (0\frac{1}{2})$ , и  $J_s + 1$  делительных каналов,  $(K\Pi) = (0\Pi_0), (1\Pi_0), \dots, (J_s\Pi_0)$ . Для  $p$ -волнового резонанса нейтронных каналов, вообще говоря, два,  $(lj) = (1\frac{1}{2})$  и  $(1\frac{3}{2})$ , а делительных  $J_p + 1$  штук,  $(K\Pi) = (0 - \Pi_0), (1 - \Pi_0), \dots, (J_p - \Pi_0)$ . В обоих случаях решения уравнений (Б.148) имеют вид

$$A^{J_s} = \frac{1}{E_s - E - i\Gamma_s/2}, \quad A^{J_p} = \frac{1}{E_p - E - i\Gamma_p/2}. \quad (16.125)$$

Полные ширины уровней складываются из нейтронных, делительных и радиационных,

$$\Gamma_s = \Gamma_s^n + \Gamma_s^f + \Gamma_s^\gamma, \quad \Gamma_p = \Gamma_p^n + \Gamma_p^f + \Gamma_p^\gamma, \quad (16.126)$$

где

$$\Gamma_s^n = \Gamma_{0\frac{1}{2}}^n = (g_s^n(0\frac{1}{2}))^2, \quad \Gamma_s^f = \sum_{K \geq 0} \Gamma_{K\Pi_0}^f = \sum_{K \geq 0} (g_s^f(K\Pi_0))^2, \quad (16.127)$$

$$\Gamma_p^n = \sum_j \Gamma_{1j}^n = \sum_j (g_p^n(1j))^2, \quad \Gamma_p^f = \sum_{K \geq 0} \Gamma_{K-\Pi_0}^f = \sum_{K \geq 0} (g_p^f(K-\Pi_0))^2. \quad (16.128)$$

Элементы редуцированной S-матрицы, описывающие переходы из нейтронных каналов в делительные, выглядят так:

$$S_{J_s}(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) = -ie^{i\delta_s^C} \frac{g_s^n(0\frac{1}{2}) g_s^f(K\Pi_0)}{E - E_s + i\Gamma_s/2}, \quad (16.129)$$

$$S_{J_p}(1j \rightarrow K-\Pi_0) = -ie^{i\delta_p^C} \frac{g_p^n(1j) g_p^f(K-\Pi_0)}{E - E_p + i\Gamma_p/2}. \quad (16.130)$$

Принимая во внимание формулы (16.120)–(16.123) для величин  $\mathcal{P}$ -чётных корреляций, дифференциальное сечение (16.116) можно переписать следующим образом:

$$\frac{d\sigma_f}{d\Omega} \Big|_{\mathbf{n}+\mathbf{A}} = \frac{1}{4\pi} \left( \sigma_f^0 + \pi\lambda^2 \sum_j \sum_{K \geq 0} q(jKJ_sJ_p) \operatorname{Im} \left( S_{J_s}(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) S_{J_p}^*(1j \rightarrow K-\Pi_0) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times ((\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k) - i\beta_j p_n(\mathbf{n}_f[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_s])) \right) \right), \quad (16.131)$$

где

$$q(jKJ_sJ_p) = \Pi_0 g_{J_s} (-1)^{3/2-j} (6(2j+1))^{1/2} U(IjJ_s1, J_p\frac{1}{2}) C_{J_s K 10}^{J_p K}. \quad (16.132)$$

Входящее сюда полное сечение деления ядер нейтронами (16.113) или (Б.53) есть сумма двух брейт-вигнеровских форм:

$$\sigma_f^0 = \pi\lambda^2 g_{J_s} \frac{\Gamma_s^n \Gamma_s^f}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4} + \pi\lambda^2 g_{J_p} \frac{\Gamma_p^n \Gamma_p^f}{(E - E_p)^2 + \Gamma_p^2/4}. \quad (16.133)$$

Аналогичным образом, пользуясь выражениями (16.129) и (16.130), можно расписать энергетическую зависимость  $\mathcal{P}$ -чётных спин-угловых корреляций. Несложно, в частности, убедиться в том, что в резонансе (всё равно в каком — как  $s$ -, так и  $p$ -волновом) корреляция «вперёд-назад» проходит через максимум, тогда как корреляция «лево-правая» проходит через нуль (любопытно, что в реакции  $(n, \gamma)$ , обсуждавшейся в главе 8, всё было наоборот).

На самом деле основная ценность выведенных формул заключается в том, что они позволяют сравнить результаты нашего подхода к  $\mathcal{P}$ -чётным спин-угловым корреляциям с ответами, полученными О.П. Сушковым и В.В. Фламбаумом. Формула (16.131) аналогична выражению (3.4) обзора [189]. Амплитуды (16.129) и (16.130) эквивалентны величинам  $u_s$  и  $u_{pj}$ <sup>1)</sup>, а введённые здесь коэффициенты  $q$  с точностью до множителей, от которых зависит только общий знак, совпадают

<sup>1)</sup> С точностью до некоторых деталей, о которых ещё пойдёт речь,  $iS_{J_s}(0\frac{1}{2} \rightarrow K\Pi_0) = u_s$  и  $S_{J_p}(1j \rightarrow K-\Pi_0) = -u_{pj}$ , поэтому

$\operatorname{Im} (S_{J_s} S_{J_p}^* ((\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k) - i\beta_j p_n(\mathbf{n}_f[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_s]))) = \operatorname{Re} (u_s u_{pj}^* ((\mathbf{n}_f \mathbf{n}_k) - i\beta_j p_n(\mathbf{n}_f[\mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_s])))$ .

с величинами  $Q$  (3.5) работы [189]. Имеются, однако, два отличия, одно из которых весьма существенно, а другое — чрезвычайно существенно (или наоборот).

Начну со второго. Стоящие в числителях выражений (16.129) и (16.130) произведения  $g_s^n(0\frac{1}{2})e^{i\delta_s^C}$  и  $g_p^n(1j)e^{i\delta_p^C}$  названы в [189] амплитудами захвата нейтрона  $T_s$  и  $T_p(j)$ , а величины  $g_s^f(K\Pi_0)$  и  $g_p^f(K-\Pi_0)$  — амплитудами  $A_s$  и  $A_p$ . Далее О. П. Сушков и В. В. Фламбаум совершенно справедливо пренебрегают малыми (при  $kR \ll 1$ ) фазами потенциального рассеяния и считают амплитуды  $T_s$  и  $T_p(j)$  действительными. Но амплитуды  $A_s$  и  $A_p$  у них комплексные с фазами  $\varphi_f^{(s)}$  и  $\varphi_f^{(p)}$ . Эти фазы (или, точнее, их разность) входят в конечное выражение (3.7) обзора [189] для углового распределения осколков; они считаются свободными параметрами. В нашем же рассмотрении этих фаз нет!

Для того чтобы понять причину этого расхождения, нужно вернуться буквально к самому началу — к разделам 13.6 и 13.7, где сравниваются два подхода к вычислению углового распределения осколков деления ориентированных ядер. В методе О. Бора волновая функция сильно деформированного ядра записывается в виде суперпозиции (13.10) по состояниям с различными проекциями  $K$  спина  $J$  на ось деформации. При этом амплитуды  $g^{JK}$ , вообще говоря, комплексны. Именно эти амплитуды в соответствии с (13.12)–(13.14) и определяют распределение в пространстве оси деформации, которое отождествляется с угловым распределением осколков.

Именно по этому образцу, как ранее уже было отмечено в разделе 13.9, О. П. Сушков и В. В. Фламбаум построили свою модель. Только волновую функцию сильно деформированного компаунд-ядра они записали в более общей форме — в виде суперпозиции по состояниям с разными спинами и чётностями, которые возбуждаются при захвате ядром-мишенью  $s$ - и  $p$ -волновых нейтронов. Но далее идея та же — за угловое распределение осколков принимается то распределение в пространстве оси деформации, которое складывается в момент выхода ядра на барьер. Неслучайно величины  $A_s$  и  $A_p$  в [189] названы «амплитудами перехода на холодную стадию». Нет никаких причин считать эти амплитуды действительными. И, как мы видим, в интерференционных спин-угловых корреляциях фазы этих амплитуд взаимно не уничтожаются.

Если же идти по пути, намеченному В. М. Струтинским, то угловое распределение продуктов распада в соответствии с (13.5) и (13.22) можно выразить через амплитуды (13.19) перехода в асимптотические конечные состояния с определённой суммарной спиральностью  $K$ . Пока процесс деления рассматривается как распад, нет оснований считать эти амплитуды действительными. Если, однако, мы подойдём к делению ядра нейтроном как к бинарной реакции, протекающей через промежуточные состояния со спинами  $J$ , то неизбежно выйдем на общее выражение (16.18) для элементов  $S$ -матрицы.

В нём фазы потенциального и кулоновского рассеяния чётко отделены от действительных (если  $T$ -инвариантность имеет место) амплитуд заселения промежуточных состояний и их распада. Выше мы подробно обсудили причины, по которым фазы потенциального и кулоновского рассеяния, связанные с конечными состояниями осколков, взаимно уничтожаются вне зависимости от того, идёт ли речь о «чётных» или «нечётных» спин-угловых корреляциях. В формулах (16.107) или (16.110) для редуцированной  $S$ -матрицы нет фаз, связанных с каналами деления; но в них входят амплитуды (16.108) или (16.111) перехода в асимптотические конечные состояния с определённой суммарной спиральностью  $K$ , которые заведомо действительны!



Переходим теперь к другому расхождению. Напомню, что формула (16.131) для дифференциального сечения деления является точной. Лишь пользуясь приближёнными соотношениями (16.129) и (16.130) для элементов  $S$ -матрицы, мы воспроизводим результат, полученный О. П. Сушковым и В. В. Фламбаумом. Но, строго говоря, в правую часть выражения (3.4) обзора [189], которое является аналогом (16.131), входят дополнительные суммирования по  $s$ - и  $p$ -волновым резонансам. Тем самым, в частности, предполагается, что энергетический ход полного сечения деления можно воспроизвести, просто складывая резонансные сечения (16.133).

Разумеется, это наивный подход; ещё в 1950-е годы было установлено, что зависящее от энергии полное сечение деления не сводится к сумме брейт-вигнеровских резонансов, и в 1958 году появился многоуровневый метод Райха–Мура (см. выше раздел 16.3). Но так же ясно, что эта оплошность нисколько не умаляет значимости работы [189]. Умные люди давно подметили, что оценивать нужно то, что есть, а не то, чего нет. Совместив модель О. Бора с одноуровневым приближением, О. П. Сушков и В. В. Фламбаум первыми дали реалистическое описание как  $\mathcal{P}$ -нечётных, так и  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций в делении ядер нейтронами. Что же касается многоуровневого описания — очевидно, что оно должно было появиться позднее <sup>1)</sup>.

Таким образом, коль скоро в изотропном слагаемом (16.131) нельзя просто суммировать вклады отдельных уровней, точно так же нельзя, конечно же, вычислять подобные суммы и в анизотропных слагаемых! В многоуровневом подходе редуцированная  $S$ -матрица в соответствии с (Б.138) и (Б.150) выражается через  $K$ -матрицу (Б.151), в которой и осуществляется суммирование по уровням компаунд-ядра. Отмечу, что формулы Сушкова–Фламбаума использовались для описания экспериментальных результатов по  $\mathcal{P}$ -чётным корреляциям во взаимодействии медленных нейтронов, например, с ядрами  $^{235}\text{U}$  [387],  $^{233}\text{U}$  [397] и  $^{239}\text{Pu}$  [425]. Тот факт, что делительные фазы не обращаются при подгонке в 0 или  $\pi$  (как должно быть), по-видимому, как раз и свидетельствует о неадекватном описании межуровневой интерференции.

В работе [405] рассказано о первых попытках применить многоуровневый подход [420] (без «делительных фаз») к описанию корреляций «вперёд–назад» и «лево–правая» во взаимодействии нейтронов с ядрами  $^{235}\text{U}$ . Показано, что результаты анализа очень неоднозначны, в силу того что имеется большое количество неопределённых параметров. Более успешным оказалось обращение моих коллег А. Б. Попова и В. И. Фурмана [430] к аналогичным экспериментальным данным по  $n + ^{239}\text{Pu}$  (поскольку спин ядра  $^{239}\text{Pu}$  равен  $1/2$ , то делительных каналов и подгоночных параметров в этой задаче меньше).

## 16.14. Симметрия ядра на барьере и каналы с $K = 0$

Но успешным не означает беспроблемным. Основная трудность — это неоднозначность в положении и характеристиках  $p$ -волновых резонансов. Их полные нейтронные ширины,  $\Gamma_p^n$ , очень малы. Поэтому, если взять для наглядности брейт-

<sup>1)</sup> Между прочим, в  $R$ -матричной теории есть раздел, описанный в Б.2.9, в котором строится аккуратное многоуровневое описание волновой функции компаунд-ядра. Я пользовался этим результатом в разделе 8.2 при обсуждении угловых корреляций, возникающих в электромагнитном излучении на определённое конечное состояние. Но ничто не мешает записать волновую функцию сильно деформированного компаунд-ядра на барьере в рамках этого же формализма и, далее, по О. Бору перейти к описанию углового распределения осколков. Эта работа, однако, никем не была проделана. Другое дело, что там всё равно возникнут проблемы с фазами «амплитуд перехода на холодную стадию».

вигнеровское приближение (16.133), то резонансный  $p$ -волновой вклад, как правило, незаметен на «крыле»  $s$ -волнового резонанса.

Любопытно, что для системы  $n + {}^{239}\text{Pu}$  вообще нет достоверных сведений ни об одном  $p$ -волновом резонансе! Сам факт существования  $\mathcal{P}$ -чётных угловых корреляций ясно указывает на то, что  $p$ -волновые резонансы имеют место. Но где они располагаются и каковы их спины, а также нейтронные, радиационные и делительные ширины — об этом можно только гадать. В работе [430] приведены два совершенно разных набора  $p$ -волновых резонансов, располагающихся в интервале от 0 до 25 эВ, которые одинаково хорошо описывают корреляции «вперёд-назад» и «лево-правая» в указанном энергетическом интервале.

Заметим, что спин и чётность ядра  ${}^{239}\text{Pu}$  есть  $I^{\Pi_0} = \frac{1}{2}^+$ . Известно, что делительные ширины  $s$ -волновых резонансов со спинами и чётностями  $J^\pi = 0^+$  существенно выше делительных ширин  $s$ -волновых резонансов со спинами и чётностями  $J^\pi = 1^+$ . Подгонки показывают, что делительные ширины  $p$ -волновых резонансов со спинами и чётностями  $J^\pi = 0^-, 1^-$  и  $2^-$  близки к  $\Gamma_s^f$  для  $J^\pi = 0^+$ .

Существует ли какое-то качественное объяснение этих результатов? Похоже, что да. Волновая функция деформированного ядра, обладающего аксиальной симметрией, в адиабатическом приближении имеет вид (16.60) и (16.61). При этом неважно, есть  $R$ -симметрия (ядро похоже на огурец) или нет  $R$ -симметрии (ядро похоже на грушу). Понятно, что в процессе движения к точке разрыва  $R$ -симметричные конфигурации меняются на  $R$ -несимметричные (с переходом в осколки разной массы). Всё, что при этом меняется, — волновые функции внутреннего движения теряют определённую чётность (в  $R$ -несимметричном потенциале чётности нет); но, конечно, на полной чётности волновых функций (16.60) и (16.61) эта потеря никак не сказывается.

Сам собой возникает следующий вопрос: существует  $R$ -симметрия в седловой точке или уже нет? Интересно, что ответ на этот вопрос может быть получен из анализа данных по вкладам каналов с  $K = 0$ . В самом деле, естественно ожидать, что состояния с  $K = 0$  обладают наименьшей энергией, т.е. каналы, соответствующие  $K = 0$ , наиболее открыты. При этом, казалось бы, раз для любого спина  $J$  имеются  $J + 1$  делительных каналов с  $K = 0, 1, \dots, J$ , то среди прочих есть и канал с  $K = 0$ . Но почему же тогда делительные ширины  $s$ -волновых резонансов в системе  $n + {}^{239}\text{Pu}$  с  $J^\pi = 0^+$  и  $1^+$  существенно различаются?

Дело, возможно, вот в чём. Пусть  $K = 0$  и ядро обладает  $R$ -симметрией. Тогда волновая функция нуклонов в потенциале характеризуется квантовым числом  $r$ , собственным значением оператора  $\widehat{\mathcal{R}}_i$ , которое в свою очередь связано со спином  $J$  соотношением (16.66). То есть  $r = +1$ , если  $J = 0$ , и  $r = -1$ , если  $J = 1$ . Очевидно, что антисимметричное по  $r$  состояние лежит выше по энергии, нежели симметричное. Выходит, что  $R$ -симметричная форма ядра на барьере позволяет объяснить подавление делительных ширин для состояний с  $J^\pi = 1^+$  по сравнению с  $0^+$ .

Предположим теперь, однако, что в седловой точке  $R$ -симметрии нет. Тогда нуклонные состояния с  $K = 0$  характеризуются квантовым числом  $s$ , собственным значением оператора  $\widehat{\mathcal{S}}_i$ . Но в этом случае число  $s$ , спин  $J$  и чётность состояния  $\pi$  связаны условием (16.51). При  $\pi = +1$  получаем, что  $s = +1$ , если  $J = 0$ , и  $s = -1$ , если  $J = 1$ . Поскольку антисимметричное по  $s$  состояние лежит выше по энергии, нежели симметричное, то выходит, что  $R$ -несимметричная форма ядра на барьере также даёт объяснение подавлению делительных ширин для состояний с  $J^\pi = 1^+$  по сравнению с  $0^+$ !

Обратимся теперь к  $p$ -волновым резонансам с чётностью  $\pi = -1$ . В седловой точке с  $R$ -симметрией делительные ширины должны быть подавлены для резонансов

со спином  $J = 1$  ( $r = -1$ ). В то же время при R-несимметричном барьере нужно, наоборот, ожидать малой открытости каналов с  $K = 0$  при  $J = 0$  и  $2$  ( $s = -1$ ) и, следовательно, небольших делительных ширин для резонансов именно с этими спинами. В любом случае должны быть  $p$ -волновые резонансы с большими делительными ширинами. Результаты, полученные в [430], согласуются с этим выводом. К сожалению, неопределённости слишком велики, для того чтобы можно было сделать определённое заключение о корреляции между спинами  $p$ -волновых резонансов и их делительными ширинами. Но, как мы только что видели, в принципе таким способом можно установить форму ядра на барьере!

Похожими соображениями, основанными на симметрии ядра в седловой точке, можно, по-видимому, объяснить и то подавление состояний  $K = 0$  в  $s$ -волновых резонансах  $3^-$  и  $4^-$  ядра  $^{235}\text{U}$  (его спин и чётность  $I^{\Pi_0} = 7/2^-$ ), о котором шла речь в разделе 14.6 (см. также [466]). Выше мы показали, что вне зависимости от того, обладает ядро R-симметрией или нет, вращательные состояния  $K = 0$  существуют при любых (целых) спинах  $J$  и чётностях  $\pi$  и характеризуются дополнительным квантовым числом  $s = \pm 1$ . При этом величины  $J$ ,  $\pi$  и  $s$  жёстко связаны соотношением (16.51). Таким образом, в пионерской работе О. Бора [29] неявно предполагалось, что  $s = +1$ .

Из общих соображений ясно, что антисимметричные состояния лежат выше симметричных. Поэтому состояния  $K = 0$  при  $J$  и  $\pi$ , таких что  $(-1)^J \neq \pi$ , т. е.  $s = -1$ , хотя и не запрещены, но обладают, конечно, более высокими энергиями. Следовательно соответствующие каналы деления  $K = 0$  должны быть подавленными. Например, в случае деления медленными нейтронами ядра  $^{235}\text{U}$  в этом и заключается причина того, что канал  $K = 0$  в состоянии  $4^-$  не должен доминировать над каналами  $K \neq 0$ .

Отметим ещё раз, что делящееся ядро на пути от компаунд-состояния до точки разрыва обязательно проходит через точку потери R-симметрии. Очень возможно, что это происходит между внутренним и внешним горбами барьера деления. В предыдущем разделе мы показали, однако, что это никак не сказывается на общей структуре волновой функции состояния с  $K = 0$  и с определённым значением  $s$ : волновая функция всегда может быть представлена в форме (16.60). Тем не менее до точки потери R-симметрии состояние характеризуется дополнительным квантовым числом  $r$ , связанным с величинами  $J$ ,  $\pi$  и  $s$  соотношениями (16.66). При прочих равных и здесь, очевидно, справедливо, что антисимметричные состояния  $r = -1$  лежат выше симметричных  $r = +1$ .

Вернёмся теперь к случаю деления ядра  $^{235}\text{U}$  медленными нейтронами. Состояние  $K = 0$  при спине и чётности  $4^-$  характеризуется квантовым числом  $s = -1$  при любой деформации ядра (R-симметричной или нет). И по этой причине это состояние при любой деформации имеет повышенную энергию. Любопытно, однако, что в R-симметричной стадии этому состоянию соответствует квантовое число  $r = +1$ . Таким образом, можно быть уверенным, что в R-симметричной стадии (которой, по-видимому, соответствует внутренний барьер деления) не существует дополнительных факторов подавления канала  $K = 0$  в состоянии  $4^-$ .

Напротив, если в том же случае деления ядра  $^{235}\text{U}$  медленными нейтронами мы обратимся к состоянию  $K = 0$  при спине и чётности  $3^-$ , то обнаружим следующее. Хотя это состояние и характеризуется при любой деформации квантовым числом  $s = +1$ , но в R-симметричной стадии (по-видимому, на внутреннем барьере) ему соответствует дополнительное квантовое число  $r = -1$ . Таким образом, и это состояние должно располагаться достаточно высоко по энергии. Поэтому естественно

ожидать, что и здесь вклад канала  $K = 0$  не должен доминировать над вкладами каналов  $K \neq 0$ <sup>1)</sup>.

В свете этих соображений представляются естественными результаты анализа экспериментальных данных по угловой анизотропии вылета осколков деления выстроенных ядер  $^{235}\text{U}$  нейтронами с энергиями от 0 до 30 эВ. В обоих спиновых состояниях  $3^-$  и  $4^-$  для вклада канала  $K = 0$  было получено примерно 25 %, для вклада каналов  $K = \pm 1$  — примерно 40 %, и для вклада каналов  $K = \pm 2$  — примерно 35 % [405]. В обоих спиновых состояниях барьеры в каналах  $K = 0$  подняты из-за антисимметричности внутренних волновых функций (из-за отрицательности либо квантового числа  $r$ , либо квантового числа  $s$ ), поэтому эти каналы не являются доминирующими. Однако нет и причин игнорировать эти каналы — соответствующие барьеры не должны заметно превосходить барьеры каналов  $K \neq 0$ .

Было бы очень интересно проверить эту гипотезу в модельных микроскопических расчётах. Нуклонные конфигурации в сильно деформированных ядрах изучаются уже много лет. Однако до детальных теоретических исследований влияния спиновых квантовых чисел на барьеры деления дело до сих пор так и не дошло.

---

<sup>1)</sup> В сущности, точно по этой же причине (из-за различных значений  $r$ ) на R-симметричном внутреннем барьере канал  $K = 0$  в состоянии  $1^-$ , заселяемом в дипольном фотоделении, оказывается подавленным по сравнению с каналом  $K = 0$  в состоянии  $2^+$ , через которое идёт квадрупольное фотоделение [128, 209].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**1. Об основных идеях.** Подводя итоги, я сформулирую несколько общих (и, следовательно, почти банальных) идей о природе спин-угловых корреляций и о причинах интереса к ним.

- В классических и квантовых задачах с точной или приближённой сферической симметрией для описания полей (волновых функций) удобно пользоваться базисными функциями, которые преобразуются по неприводимым представлениям группы вращений. Это парциальные волны, являющиеся носителями определённых (квантованных) угловых моментов. Для скалярных полей речь идёт о сферических функциях (гармониках), для спинорных — о спин-угловых функциях (6.13) или (Б.10), для векторных — о векторно-угловых функциях (векторных гармониках) (А.131) (их линейные комбинации образуют мультипольные потенциалы).
- Спин-угловые корреляции в реакциях и распадах возникают в результате наложения (интерференции) парциальных волн. Поэтому причиной появления новых или искажения существующих спин-угловых корреляций являются механизмы, влияющие на смешивание парциальных волн или на их относительные вклады. Таким образом, спин-угловые корреляции — это естественный инструмент изучения тех слагаемых в гамильтонианах сильного, слабого и электромагнитного взаимодействий, которые зависят от угловых моментов (спинов) и, в частности, нарушают симметрии.
- Так, в частности, силы, нарушающие симметрию относительно пространственной инверсии ( $\mathcal{P}$ -инвариантность), смешивают парциальные волны разной чётности. Взаимодействия, нарушающие симметрию относительно обращения времени ( $\mathcal{T}$ -инвариантность), делают неодинаковыми амплитуды прямых и обратных переходов из одних парциальных волн в другие. Нарушение сферической симметрии ядра приводит, очевидно, к смешиванию изотропных и неизотропных волн ( $s$ - и  $d$ -волн) и порождает ту специфическую спин-угловую корреляцию, которую называют деформационным эффектом (есть и другие причины появления деформационного эффекта). В монографии приведено множество подобных примеров.
- Имеются глубокие причины (нарушение  $\mathcal{CP}$ -инвариантности, барионная асимметрия Вселенной), по которым должны существовать фундаментальные взаимодействия, нарушающие  $\mathcal{T}$ -инвариантность. Они, в принципе, могут как сохранять, так и не сохранять  $\mathcal{P}$ -инвариантность; соответственно различают гипотетические  $\mathcal{TVP}\mathcal{C}$ - и  $\mathcal{TVP}\mathcal{V}$ -силы. Поиск и изучение таких сил составляют, очевидно, одну из важнейших задач, стоящих перед современной физикой.
- Спин-угловые корреляции в упругом и неупругом каналах взаимодействия частиц при низких энергиях не менее чувствительны к нарушению  $\mathcal{T}$ -инвариантности, нежели электрические дипольные моменты нейтрона и атомов. Более того, в таких сложных системах, как компаунд-ядра, имеются механизмы значительного усиления эффектов нарушения  $\mathcal{T}$ -инвариантности. В монографии

обсуждается целый ряд способов изучения  $T$ -инвариантности с помощью спин-угловых корреляций. Даны оценки наблюдаемых величин с учётом существующих ограничений на  $TVP$ - и  $TVPV$ -силы.

В 1950–1970-е годы было выполнено множество теоретических и экспериментальных исследований спин-угловых корреляций, включая  $\mathcal{P}$ - и  $T$ -неинвариантные, в ядерных процессах, связанных с излучением  $\gamma$ -квантов и со слабыми распадами. В соответствии с этим части III и IV монографии, посвящённые реакции  $(n, \gamma)$  и ядерному  $\mu$ -захвату, охватывают сравнительно узкий круг вопросов, активно обсуждавшихся в последние 2–3 десятилетия.

В то же время на рубеже 1970-х и 1980-х годов были обнаружены значительные эффекты нарушения  $\mathcal{P}$ -чётности в упругом канале взаимодействия нейтронов и ядер и в делении ядер (см. разделы 1.4 и 1.5). Это повлекло за собой всплеск интереса как к механизму открытых явлений, так и к новым (ранее не исследовавшимся) возможностям проверки  $T$ -инвариантности. Поэтому части I, II и V монографии охватывают довольно обширный материал по указанным вопросам, появившийся в литературе в те же последние 2–3 десятилетия.

**2. О вечном.** В работе большого объёма невозможно обойтись без ошибок. Если, поэтому, я пропустил или исказил что-то важное, то заранее прошу меня простить. С благодарностью приму любые замечания и дополнения.

Очевидно, что метод спин-угловых корреляций и далее будет использоваться для изучения симметрий, фундаментальных взаимодействий и структуры квантовых (ядерных) систем. В 1960 году В. Ф. Вайскопф [62], обращаясь к физикам-ядерщикам, говорил: «... не позволяйте убедить себя, что ядро неинтересно. Оно так мало и имеет так мало составных частей и вместе с тем проявляет невероятное разнообразие свойств... Какой прекрасный предмет исследований! Он стоит того, чтобы посвятить ему всю жизнь».

Хотя с тех пор прошли десятилетия, вместившие в себя труд целого поколения, наивно думать, что «невероятное разнообразие свойств» исчерпано. Это позволяет надеяться на то, что эта монография найдёт своих читателей. Пусть даже в настоящее время мало кого интересуют предметы, которым она посвящена.

Москва, 2004–2008

## Приложение А

# РАБОЧИЕ ИНСТРУМЕНТЫ I: ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ СПИНОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ И УГЛОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

### А.1. Спиновые состояния, волновые функции, матрица плотности

**А.1.1. Чистое спиновое состояние частицы — волновая функция.** Рассмотрим частицу со спином  $I$ . Пусть состояние частицы с проекцией  $\mu$  спина  $I$  на ось  $z$  описывается функцией  $\psi_{I\mu}$ . Если, к примеру, речь идёт об элементарной частице со спином  $1/2$ , то  $\psi_{\frac{1}{2}\mu}$  есть не что иное, как спинор:

$$\psi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Если же рассматриваются составные частицы (ядра, атомы, молекулы, ...), то функции  $\psi_{I\mu}(\tau)$  могут сложным образом зависеть от внутренних переменных  $\tau$ . В любом случае всегда будем считать, что  $\psi_{I\mu}$  ортонормированы:

$$\langle \psi_{I\mu} | \psi_{I'\mu'} \rangle = \delta_{II'} \delta_{\mu\mu'}. \quad (\text{A.2})$$

Пусть чистое спиновое состояние частицы описывается суперпозицией

$$\Psi_I = \sum_{\mu} a_{\mu}(I) \psi_{I\mu}. \quad (\text{A.3})$$

Тогда  $|a_{\mu}(I)|^2$  есть вероятность того, что проекция спина  $I$  на ось  $z$  равна  $\mu$ . Условие нормировки имеет вид

$$\sum_{\mu} |a_{\mu}(I)|^2 = 1. \quad (\text{A.4})$$

Таким образом, в общем случае чистое спиновое состояние определяется с помощью  $2I + 1$  комплексных амплитуд  $a_{\mu}(I)$ . Их общая фаза, однако, несущественна. Условие нормировки позволяет исключить ещё один параметр. Поэтому полное число действительных параметров, которыми задаётся чистое состояние, равно  $2(2I + 1) - 2 = 4I$ .

**А.1.2. Чистое спиновое состояние частицы — матрица плотности.** Среднее значение любой наблюдаемой величины в чистом состоянии (А.3) выражается через спиновую матрицу плотности:

$$\rho_{\mu\mu'} = a_{\mu}(I) a_{\mu'}^*(I). \quad (\text{A.5})$$

В самом деле, пусть величине  $A$  отвечает эрмитовый оператор  $\hat{A}$ . Тогда среднее значение  $A$  в состоянии (А.3) есть

$$\langle A \rangle = \langle \Psi_I | \hat{A} | \Psi_I \rangle = \sum_{\mu\mu'} A_{\mu'\mu} \rho_{\mu\mu'} = \text{Sp}(A\rho), \quad (\text{A.6})$$

где

$$A_{\mu'\mu} = \langle \psi_{I\mu'} | \hat{A} | \psi_{I\mu} \rangle. \quad (\text{A.7})$$

**А.1.3. Смешанное спиновое состояние ансамбля частиц.** Рассмотрим теперь ансамбль частиц. Пусть каждая частица находится в чистом квантовом состоянии, однако квантовые состояния, отвечающие различным частицам, не тождественны друг другу. Тогда среднее значение наблюдаемой  $A$  усредняется по ансамблю состояний. В результате формула для  $\langle A \rangle$  сохраняет вид (А.6), но среднее значение выражается теперь через спиновую матрицу плотности,

$$\rho_{\mu\mu'} = \langle a_\mu(I) a_{\mu'}^*(I) \rangle, \quad (\text{A.8})$$

усреднённую по ансамблю чистых состояний. Такая матрица плотности описывает смешанное спиновое состояние ансамбля частиц.

Матрица плотности (как в случае чистого, так и в случае смешанного состояния) нормирована условием

$$\text{Sp } \rho = 1. \quad (\text{A.9})$$

В случае чистого состояния матрица плотности, так же как амплитуды  $a_\mu(I)$ , определяется с помощью  $4I$  действительных параметров. В случае смешанного состояния матрица плотности есть эрмитова матрица общего вида, для задания которой необходимы  $(2I + 1)^2$  действительных параметров. Учёт условия нормировки сокращает это число до  $4I(I + 1)$ .

Таким образом, для описания смешанного спинового состояния в общем случае требуется больше параметров, нежели для описания чистого спинового состояния. Так, конечно, и должно быть — ансамбль частиц сложнее одной частицы.

**А.1.4. Вектор поляризации отдельной частицы или ансамбля частиц.** Средние значения проекций  $\langle I_x \rangle$ ,  $\langle I_y \rangle$ ,  $\langle I_z \rangle \equiv \langle \mu \rangle$  спина на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно могут быть найдены по формуле (А.6). Фазы волновых функций  $\psi_{I\mu}$  всегда выбирают так, чтобы выполнялись следующие соотношения ([95], формула (1.97)):

$$(\hat{I}_x \pm i\hat{I}_y)\psi_{I\mu} = \sqrt{(I \mp \mu)(I \pm \mu + 1)} \psi_{I\mu \pm 1}. \quad (\text{A.10})$$

Соответственно матричные элементы (А.7) для операторов  $\hat{I}_x$ ,  $\hat{I}_y$  и  $\hat{I}_z$  имеют вид

$$(I_x)_{\mu'\mu} = \frac{1}{2} \left( \delta_{\mu'\mu-1} \sqrt{(I+\mu)(I-\mu+1)} + \delta_{\mu'\mu+1} \sqrt{(I-\mu)(I+\mu+1)} \right), \quad (\text{A.11})$$

$$(I_y)_{\mu'\mu} = \frac{i}{2} \left( \delta_{\mu'\mu-1} \sqrt{(I+\mu)(I-\mu+1)} - \delta_{\mu'\mu+1} \sqrt{(I-\mu)(I+\mu+1)} \right), \quad (\text{A.12})$$

$$(I_z)_{\mu'\mu} = \mu \delta_{\mu'\mu}. \quad (\text{A.13})$$

Вектором поляризации частицы (в случае чистого состояния) или ансамбля частиц (в случае смешанного состояния) называют вектор с составляющими

$$\mathbf{P} = \left( \frac{\langle I_x \rangle}{I}, \frac{\langle I_y \rangle}{I}, \frac{\langle I_z \rangle}{I} \right) = \frac{\text{Sp}(\mathbf{I}\rho)}{I}. \quad (\text{A.14})$$

Вектор  $\mathbf{P}$  не следует отождествлять с направлением спина частицы. Действительно, поскольку операторы  $\hat{I}_x$ ,  $\hat{I}_y$  и  $\hat{I}_z$  не коммутируют друг с другом, то три проекции спина не могут быть заданы одновременно.



## A.2. Поляризация частиц со спином 1/2

**A.2.1. Чистое спиновое состояние частицы — волновая функция.** Спиновые состояния частиц с наименьшим отличным от нуля спином  $s = 1/2$  описываются наиболее просто. Чистое спиновое состояние задаётся двумя параметрами ( $4s = 2$ ), а смешанное — тремя параметрами ( $4s(s + 1) = 3$ ).

Поскольку общая фаза не существенна, то в суперпозиции (A.3) амплитуды могут быть взяты в форме

$$a_{\frac{1}{2}}(s) = \alpha, \quad a_{-\frac{1}{2}}(s) = \beta + i\gamma, \quad (\text{A.15})$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  действительны. В силу условия нормировки (A.4)

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \quad (\text{A.16})$$

В качестве двух независимых параметров удобно выбрать такие углы  $\vartheta$  и  $\varphi$ , что

$$a_{\frac{1}{2}}(s) = \cos \frac{\vartheta}{2}, \quad a_{-\frac{1}{2}}(s) = \sin \frac{\vartheta}{2} e^{i\varphi}. \quad (\text{A.17})$$

**A.2.2. Чистое спиновое состояние частицы — матрица плотности.** Матрица плотности (A.5), отвечающая чистому состоянию (A.17), имеет вид

$$\rho = \begin{pmatrix} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} & \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} e^{-i\varphi} \\ \cos \frac{\vartheta}{2} \sin \frac{\vartheta}{2} e^{i\varphi} & \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Заметим, что в случае спина 1/2 матрицы спиновых операторов (A.11)–(A.13) выражаются через матрицы Паули:

$$(s_x)_{\mu'\mu} = \frac{1}{2} (\sigma_x)_{\mu'\mu}, \quad (s_y)_{\mu'\mu} = \frac{1}{2} (\sigma_y)_{\mu'\mu}, \quad (s_z)_{\mu'\mu} = \frac{1}{2} (\sigma_z)_{\mu'\mu}, \quad (\text{A.19})$$

где

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.20})$$

Матрицы Паули вместе с единичной матрицей образуют полный набор эрмитовых матриц размерности  $2 \times 2$ .

Разложение матрицы плотности (A.18) по этому полному набору имеет вид

$$\rho = \frac{1}{2} (1 + \sin \vartheta \cos \varphi \sigma_x + \sin \vartheta \sin \varphi \sigma_y + \cos \vartheta \sigma_z). \quad (\text{A.21})$$

**A.2.3. Вектор поляризации — чистое спиновое состояние частицы.** Для средних значений проекций спина в чистом состоянии, описываемом матрицей плотности (A.21), находим:

$$\begin{aligned} \langle s_x \rangle &= \text{Sp} (s_x \rho) = \frac{1}{2} \sin \vartheta \cos \varphi, \\ \langle s_y \rangle &= \text{Sp} (s_y \rho) = \frac{1}{2} \sin \vartheta \sin \varphi, \\ \langle s_z \rangle &= \text{Sp} (s_z \rho) = \frac{1}{2} \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Соответственно вектор поляризации,

$$\mathbf{P} = \text{Sp}(\boldsymbol{\sigma}\rho) = (\sin \vartheta \cos \varphi, \sin \vartheta \sin \varphi, \cos \vartheta), \quad (\text{A.23})$$

представляет собой единичный вектор, направление которого определяется полярным углом  $\vartheta$  и азимутальным углом  $\varphi$ .

Выберем ось  $z'$  вдоль вектора  $\mathbf{P}$ . Тогда в системе отсчёта  $(x', y', z')$  вектор поляризации имеет составляющие

$$\mathbf{P} = (0, 0, 1), \quad (\text{A.24})$$

т. е.  $\vartheta' = 0$  (величина  $\varphi'$  значения не имеет). Следовательно, для амплитуд  $a'_\sigma(s)$  разложения волновой функции  $\Psi_s$  по состояниям  $\psi'_{s\sigma}$  с определёнными проекциями  $\sigma$  спина  $s$  на ось  $z'$  получим

$$a'_{\frac{1}{2}}(s) = 1, \quad a'_{-\frac{1}{2}}(s) = 0. \quad (\text{A.25})$$

Другими словами, чистое спиновое состояние, определяемое амплитудами (A.17), т. е. параметрами  $\vartheta$  и  $\varphi$  в системе  $(x, y, z)$ , представляет собой полностью поляризованное состояние,

$$\Psi_s = \psi'_{s\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.26})$$

в системе отсчёта, ось  $z'$  которой направлена под углами  $\vartheta$  и  $\varphi$  по отношению к осям  $(x, y, z)$ .

**А.2.4. Смешанное спиновое состояние ансамбля частиц.** Смешанное спиновое состояние определяется эрмитовой матрицей плотности общего вида. Представляя её в виде разложения по полному набору матриц  $2 \times 2$ ,

$$\rho = \frac{1}{2}(a + b\sigma_x + c\sigma_y + d\sigma_z), \quad (\text{A.27})$$

мы вводим четыре действительных параметра, задающие матрицу плотности. Но  $a = 1$  в силу условия нормировки (A.9). Поэтому  $b, c, d$  — это искомая тройка действительных параметров.

**А.2.5. Вектор поляризации ансамбля частиц.** Нетрудно установить, что параметры  $b, c$  и  $d$  представляют собой составляющие вектора поляризации ансамбля частиц:

$$\mathbf{P} = \text{Sp}(\boldsymbol{\sigma}\rho) = (b, c, d). \quad (\text{A.28})$$

Следовательно, матрица плотности в общем случае имеет вид

$$\rho = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{P}\boldsymbol{\sigma}). \quad (\text{A.29})$$

Декартовы составляющие вектора поляризации удобно задать двумя углами,  $\vartheta$  и  $\varphi$ , и длиной вектора  $P$ , используя следующие формулы:

$$b = P \sin \vartheta \cos \varphi, \quad c = P \sin \vartheta \sin \varphi, \quad d = P \cos \vartheta. \quad (\text{A.30})$$

Тогда углы  $\vartheta$  и  $\varphi$  определяют направление вектора  $\mathbf{P}$ . Заметим, что длина вектора поляризации для смешанного состояния, вообще говоря, не равна единице.

В системе отсчёта  $(x', y', z')$ , такой что ось  $z'$  направлена вдоль вектора поляризации  $\mathbf{P}$ , вновь получаем  $\vartheta' = 0$ . В этой системе отсчёта смешанное спиновое состояние ансамбля частиц описывается матрицей плотности

$$\rho' = \frac{1}{2}(1 + P\sigma_z) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+P & 0 \\ 0 & 1-P \end{pmatrix}. \quad (\text{A.31})$$

Заметим, что диагональные элементы матрицы плотности (А.8) по определению неотрицательны. Поэтому на величину  $P$  должно быть наложено ограничение:

$$|P| \leq 1. \quad (\text{А.32})$$

Величину  $P$  называют поляризацией ансамбля частиц.

**А.2.6. Промежуточные выводы.** Итак, частица со спином  $1/2$ , находящаяся в чистом квантовом состоянии, всегда полностью поляризована ( $|\mathbf{P}| = 1$ ) вдоль некоторого направления. Что же касается ансамбля частиц со спином  $1/2$ , то его поляризация  $|P|$  может принимать значения от нуля до единицы.

Другой важный результат состоит в том, что всегда может быть найдена такая система отсчёта  $(x', y', z')$ , в которой спиновая матрица плотности приводится к диагональному виду (А.31). Ось  $z'$  этой системы является осью поляризации ансамбля в том смысле, что её направление совпадает с вектором  $\mathbf{P}$ .

Можно, однако, рассуждать иначе. Допустим, что ансамбль неполяризованных частиц со спином  $1/2$  подвергается поляризации вдоль некоторой выделенной в пространстве оси  $z'$ . Пусть каждая частица после прохождения поляризатора остаётся в чистом квантовом состоянии, т.е. описывается суперпозицией

$$\Psi_s = \sum_{\sigma} a'_{\sigma}(s) \psi'_{s\sigma} \quad (\text{А.33})$$

по состояниям  $\psi'_{s\sigma}$  с определёнными проекциями  $\sigma$  спина  $s$  на ось  $z'$ . При этом каждое такое состояние, вообще говоря, не является полностью поляризованным вдоль оси  $z'$ . Однако любое подобное состояние параметризуется формулами типа (А.17), а именно

$$a'_{\frac{1}{2}}(s) = \cos \frac{\vartheta'}{2}, \quad a'_{-\frac{1}{2}}(s) = \sin \frac{\vartheta'}{2} e^{i\varphi'}. \quad (\text{А.34})$$

Углы  $\vartheta'$  и  $\varphi'$  указывают направление вектора поляризации частицы в системе  $(x', y', z')$ .

Примем теперь во внимание, что ось  $z'$  (выделенная в пространстве ось поляризатора) является осью азимутальной симметрии. Поэтому естественно ожидать, что углы  $\varphi'$  принимают случайные значения. Следовательно, усреднение матрицы плотности  $\rho'$  вида (А.18) по ансамблю должно сопровождаться исчезновением недиагональных элементов. Именно поэтому матрица плотности (А.31), описывающая смешанное спиновое состояние, принимает диагональный вид в системе отсчёта, ось  $z'$  которой направлена вдоль оси поляризатора.

### А.3. Поляризация и выстроенность частиц с произвольным спином

**А.3.1. Заселённости спиновых подсостояний.** Рассмотрим ансамбль частиц с произвольным спином  $I$ . Ансамбль называется неориентированным, если спины частиц распределены в пространстве изотропно. Пусть частицы подвергаются ориентации относительно оси  $z$ , являющейся осью азимутальной симметрии. Такой осью могут служить вектор напряжённости внешнего магнитного поля, главная ось кристалла, направление распространения циркулярно поляризованного света и т. д.

Тогда при усреднении по ансамблю все недиагональные элементы матрицы плотности (А.8), содержащие фазовые множители, обращаются в нуль. Для частиц со спином  $1/2$  это было явно продемонстрировано в предыдущем разделе. Подчеркнём

ещё раз, что спиновая матрица плотности, описывающая ансамбль частиц, диагонализуется, вообще говоря, лишь в той системе отсчёта, ось  $z$  которой является осью азимутальной симметрии, т. е. физически выделенной осью ориентации.

Отметим также, что  $x$ - и  $y$ -составляющие вектора поляризации (А.14), выражающиеся через недиагональные элементы матрицы плотности, в данной ситуации заведомо обращаются в нуль. Поэтому вектор  $\mathbf{P}$  направлен вдоль оси  $z$ , и его длина определяется  $z$ -проекцией

$$P = \frac{\langle \mu \rangle}{I}. \quad (\text{A.35})$$

Таким образом, в рассматриваемом случае спиновая матрица плотности имеет диагональный вид:

$$\rho_{\mu\mu'} = w_{\mu} \delta_{\mu\mu'}. \quad (\text{A.36})$$

Диагональные элементы,

$$w_{\mu} = \rho_{\mu\mu}(I) = \langle |a_{\mu}(I)|^2 \rangle, \quad (\text{A.37})$$

называют заселённостями спиновых подсостояний. Они нормированы условием

$$\sum_{\mu} w_{\mu} = 1. \quad (\text{A.38})$$

Если ансамбль частиц не ориентирован относительно оси  $z$ , то все спиновые подсостояния заселены одинаково. Из условия нормировки для заселённостей получим

$$w_{\mu}^0 = \frac{1}{2I + 1}. \quad (\text{A.39})$$

Матрица плотности (А.36) в этом случае пропорциональна единичной матрице.

Если же заселённости  $w_{\mu}$  отклоняются от значений (А.39), то ансамбль называют ориентированным относительно оси  $z$ . Простейшими типами ориентации являются поляризация и выстроенность.

**А.3.2. Поляризация.** Ансамбль частиц называют поляризованным вдоль оси  $z$ , если вероятность обнаружить частицу с положительной проекцией  $\mu$  спина на ось  $z$  больше вероятности обнаружить частицу с отрицательной проекцией  $-\mu$  спина на ось  $z$ , т. е.

$$w_{\mu} > w_{-\mu}, \quad \mu > 0. \quad (\text{A.40})$$

Количественно степень поляризации характеризуется параметром

$$p_1(I) = \frac{\langle \mu \rangle}{I}, \quad \langle \mu \rangle = \sum_{\mu} \mu w_{\mu}. \quad (\text{A.41})$$

Здесь  $\langle \mu \rangle$  — средняя проекция спина на ось  $z$  (на ось поляризации). Введённый здесь параметр поляризации совпадает с ранее определённой поляризацией  $P$  (А.35).

В предельном случае полной поляризации все заселённости  $w_{\mu}$  равны нулю, кроме той, которая отвечает максимальной проекции  $\mu = I$ ; при этом  $w_I = 1$ . Тогда  $\langle \mu \rangle = I$  и параметр поляризации (или, просто, поляризация) достигает своего максимального значения  $p_1(I) = 1$ . Если ансамбль не ориентирован, то  $\langle \mu \rangle = 0$  и  $p_1(I) = 0$ .

**А.3.3. Выстроенность.** Ансамбль ориентированных частиц называют выстроенным, если заселённости подсостояний с противоположными проекциями парно равны:

$$w_{\mu} = w_{-\mu}. \quad (\text{A.42})$$

При этом, конечно, заселённости  $w_{|\mu|}$  подсостояний с различными  $|\mu|$  отличны друг от друга.

Имеются два типа выстроенности. В первом случае величины  $w_{|\mu|} = w_{-|\mu|}$  увеличиваются с ростом  $|\mu|$ , достигая максимального значения при  $|\mu| = I$ . Это соответствует тому, что спин частиц преимущественно направлен либо по оси  $z$ , либо против оси  $z$ , но не поперёк. Такое выстраивание называют осевым. Во втором случае величины  $w_{|\mu|} = w_{-|\mu|}$  убывают с ростом  $|\mu|$ . Это означает, что спины частиц стремятся расположиться в плоскости, поперечной оси  $z$ . Такое выстраивание называют плоскостным.

Количественно степень выстроенности можно охарактеризовать параметром <sup>1)</sup>

$$p_2(I) = \frac{3\langle\mu^2\rangle - I(I+1)}{I(2I-1)}, \quad \langle\mu^2\rangle = \sum_{\mu} \mu^2 w_{\mu}. \quad (\text{A.43})$$

Здесь  $\langle\mu^2\rangle$  — средний квадрат проекции спина на ось  $z$  (ось выстраивания). Легко проверить, что для неориентированных частиц параметр выстроенности (или просто выстроенность) есть нуль:

$$\langle\mu^2\rangle = \sum_{\mu} \mu^2 w_{\mu}^0 = \frac{I(I+1)}{3} \rightarrow p_2(I) = 0. \quad (\text{A.44})$$

В предельном случае полного осевого выстраивания все заселённости  $w_{\mu}$  равны нулю, кроме тех, которые отвечают максимальному модулю проекции спина  $|\mu| = I$ , при этом  $w_I = w_{-I} = \frac{1}{2}$ . Тогда  $\langle\mu^2\rangle = I^2$ , и параметр выстроенности достигает своего максимального значения  $p_2(I) = 1$ .

Отметим, что осевое выстраивание отличается от плоскостного знаком параметра  $p_2(I)$ . Действительно, в осевом случае имеем

$$\langle\mu^2\rangle > \frac{I(I+1)}{3} \rightarrow p_2(I) > 0. \quad (\text{A.45})$$

В то же время в плоскостном случае параметр выстроенности отрицателен:

$$\langle\mu^2\rangle < \frac{I(I+1)}{3} \rightarrow p_2(I) < 0. \quad (\text{A.46})$$

При этом в пределе полного плоскостного выстраивания параметр  $p_2(I)$  достигает минимального значения, зависящего от  $I$ . Именно, если  $I$  — целое число, то в пределе все  $w_{\mu}$  равны нулю, кроме  $w_0 = 1$ . Тогда

$$p_2(I) = -\frac{I+1}{2I-1} \xrightarrow{I \rightarrow \infty} -\frac{1}{2}. \quad (\text{A.47})$$

Если же  $I$  — полуцелое число, то лишь  $w_{\frac{1}{2}} = w_{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$  отличны от нуля. Это даёт

$$p_2(I) = -\frac{2I+3}{4I} \xrightarrow{I \rightarrow \infty} -\frac{1}{2}. \quad (\text{A.48})$$

<sup>1)</sup> См., например, статью В.П. Алфименкова и Л.Б. Пикельнера [337], где именно таким параметром (обозначаемым  $f_2$ ) определяется выстроенность ансамбля ядер.

В литературе в качестве характеристики выстроенности широко используется следующая величина <sup>1)</sup>:

$$f_2(I) = \frac{1}{I^2} \left( \langle \mu^2 \rangle - \frac{I(I+1)}{3} \right). \quad (\text{A.49})$$

По-видимому, этот параметр был введён как наиболее наглядное обобщение («квадрат») параметра поляризации  $f_1(I) = p_1(I)$ . Параметры  $p_2(I)$  и  $f_2(I)$  связаны соотношением

$$f_2(I) = \frac{2I-1}{3I} p_2(I). \quad (\text{A.50})$$

Отметим в заключение данного раздела, что в случае выстроенности, когда справедливо (A.42), поляризация  $p_1(I)$  равна нулю, так как  $\langle \mu \rangle = 0$ . Однако в случае поляризации параметр выстроенности, вообще говоря, не равен нулю. Более того, при полной поляризации параметр  $p_2(I)$ , так же как при полной осевой выстроенности, достигает максимального значения  $p_2(I) = 1$ . Таким образом, параметр выстроенности — это нечто большее, нежели характеристика выстроенности частиц. В действительности,  $p_1(I)$  и  $p_2(I)$  являются простейшими представителями целого семейства параметров, используемых для описания ориентации ансамбля частиц.

**А.3.4. Параметры ориентации.** При ориентации частиц так или иначе формируются заселённости  $w_\mu$  подсостояний с различными проекциями  $\mu$  спина  $I$  на ось ориентации (ось  $z$ ), отклоняющиеся от равномерного распределения (A.39). Возникает вопрос: какими параметрами характеризуется ориентация ансамбля частиц в общем случае, отличным как от поляризации (A.40), так и от выстроенности (A.42)?

В качестве таких параметров могут быть взяты просто заселённости  $w_\mu$ . Тогда в силу условия нормировки (A.38) имеем  $2I$  независимых величин. С другой стороны, распределение  $w_\mu$  полностью определяется своими моментами. Ясно, что достаточно задать  $2I$  моментов:

$$\langle \mu \rangle = \sum_{\mu} \mu w_{\mu}, \quad \langle \mu^2 \rangle = \sum_{\mu} \mu^2 w_{\mu} \quad \dots \quad \langle \mu^{2I} \rangle = \sum_{\mu} \mu^{2I} w_{\mu}. \quad (\text{A.51})$$

На самом деле хорошо было бы иметь такие  $2I$  параметров, которые обращаются в нуль в случае равномерного распределения (A.39) (это, кстати, верно для нечётных моментов). Привлекая нулевой момент, равный единице, такие величины можно построить следующим образом. Пусть первый из них пропорционален  $\langle \mu \rangle$ , второй представляет собой линейную комбинацию 1 и  $\langle \mu^2 \rangle$ , третий составляется из  $\langle \mu \rangle$  и  $\langle \mu^3 \rangle$ , четвёртый — из 1,  $\langle \mu^2 \rangle$  и  $\langle \mu^4 \rangle$  и т. д. Потребуем, далее, дополнительно, чтобы каждый такой параметр обращался в единицу в предельном случае полной поляризации.

Очевидно, что поляризация  $p_1(I)$  (A.41) и выстроенность  $p_2(I)$  (A.43) — это и есть первые искомые параметры. Нетрудно, правда, сообразить, что сформулированных условий недостаточно для нахождения остальных параметров  $p_3(I)$ ,  $p_4(I)$ , ...,  $p_{2I}(I)$ . Нужны какие-то дополнительные идеи относительно коэффициентов, с помощью которых строятся линейные комбинации. Очень скоро, в разделе А.4.5, они появятся. Там будет показано, как строятся искомые параметры ориентации.

<sup>1)</sup> См., например, статью Д. И. Тамбовцева [458], где данный параметр обозначается именно как  $f_2$ .

Заметим, что частицы со спином  $I = 1/2$  характеризуются только одним ( $2I = 1$ ) параметром ориентации, т. е. поляризацией. Легко видеть, что условие (А.42) выстроенности для частиц со спином  $1/2$  эквивалентно отсутствию ориентации относительно оси  $z$ . Таким образом, частицы со спином  $1/2$  могут быть только поляризованы.

#### А.4. Общее описание ансамбля спин-ориентированных частиц с произвольным спином. Спин-тензоры ориентации

**А.4.1. Преобразование поворота для матрицы плотности.** Выбирая ось  $z$  вдоль оси ориентации, мы приводим спиновую матрицу плотности к диагональному виду, т. е. резко упрощаем описание ансамбля ориентированных частиц. Действительно, ранее было подсчитано, что в общем случае для задания матрицы плотности необходимы  $4I(I + 1)$  действительных параметров. Но диагональная матрица определяется с помощью всего лишь  $2I$  действительных параметров.

Однако при описании рассеяния ориентированных частиц часто оказывается удобным другой выбор оси  $z$ , в частности вдоль оси реакции (т. е. вдоль относительного импульса сталкивающихся частиц). Проблемы возникают также при описании взаимодействия ориентированных частиц-снарядов с ориентированными частицами-мишенями, если оси ориентации обеих ансамблей различны по направлению.

Формально не составляет большого труда преобразовать спиновую матрицу плотности из одной системы отсчёта  $(x, y, z)$  в другую  $(x', y', z')$ , повернутую относительно исходной. В самом деле, функции  $\psi'_{I\mu}$  и  $\psi_{I\mu}$ , описывающие состояния с определёнными проекциями спина на оси  $z'$  и  $z$  соответственно, связаны  $\mathcal{D}$ -матрицей ([95], формула (1.127)):

$$\psi_{I\mu} = \sum_{\mu'} \mathcal{D}_{\mu\mu'}^I(\omega) \psi'_{I\mu'}, \quad (\text{А.52})$$

где  $\omega$  — набор параметров, которыми описывается переход от системы  $(x, y, z)$  к повернутой системе  $(x', y', z')$  (в терминах теории групп функции  $\psi_{I\mu}$  преобразуются по неприводимым представлениям группы вращений). Следовательно, амплитуды  $a_\mu(I)$  и  $a'_\mu(I)$  разложения состояния  $\Psi_I$  по функциям  $\psi_{I\mu}$  и  $\psi'_{I\mu}$  соответственно, связаны сопряженной матрицей:

$$a_\mu(I) = \sum_{\mu'} \mathcal{D}_{\mu\mu'}^{I*}(\omega) a'_{\mu'}(I). \quad (\text{А.53})$$

Отсюда для соотношения между матрицами плотности  $\rho$  и  $\rho'$ , определёнными в системах  $(x, y, z)$  и  $(x', y', z')$  соответственно, получим

$$\rho_{\mu\mu'}(I) = \sum_{\nu\nu'} \mathcal{D}_{\mu\nu}^{I*}(\omega) \mathcal{D}_{\mu'\nu'}^I(\omega) \rho'_{\nu\nu'}(I). \quad (\text{А.54})$$

Это преобразование, безусловно, громоздко.

**А.4.2. Коэффициенты Клебша–Гордана.** Спиновое состояние двух частиц — одной со спином  $I_1$ , а другой со спином  $I_2$  — может быть описано прямым произведением  $\psi_{I_1\mu_1} \psi_{I_2\mu_2}$ . В соответствии с (А.52) связь между этими произведениями в исходной и повернутой системах отсчёта имеет следующий вид:

$$\psi_{I_1\mu_1} \psi_{I_2\mu_2} = \sum_{\mu'_1\mu'_2} \mathcal{D}_{\mu_1\mu'_1}^{I_1}(\omega) \mathcal{D}_{\mu_2\mu'_2}^{I_2}(\omega) \psi'_{I_1\mu'_1} \psi'_{I_2\mu'_2}. \quad (\text{А.55})$$

Это соотношение так же громоздко, как (А.54). Можно, однако, ввести векторы

$$\psi_{I\mu}^{I_1 I_2} = \sum_{\mu_1 \mu_2} C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} \psi_{I_1 \mu_1} \psi_{I_2 \mu_2}, \quad (\text{А.56})$$

описывающие состояния тех же двух частиц с полным спином  $I$  и его проекцией  $\mu$  на ось  $z$ . Эти векторы преобразуются по общему правилу (А.52).

Коэффициенты Клебша–Гордана  $C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu}$  представляют собой элементы унитарной матрицы, осуществляющей преобразование одного ортонормированного набора векторов в другой. Они могут быть приняты действительными, если выполняются фазовые соотношения (А.10). Соответственно условия унитарности (ортогональности),  $CC^+ \equiv CC^{-1} = 1$ , принимают вид

$$\sum_{\mu_1 \mu_2} C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I'\mu'} = \delta_{II'} \delta_{\mu\mu'}, \quad \sum_{I\mu} C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} C_{I_1 \mu_1' I_2 \mu_2'}^{I\mu} = \delta_{\mu_1 \mu_1'} \delta_{\mu_2 \mu_2'}. \quad (\text{А.57})$$

В терминах теории групп базисные векторы  $\psi_{I_1 \mu_1} \psi_{I_2 \mu_2}$  преобразуются по прямому произведению двух неприводимых представлений группы вращений,  $\mathcal{D}^{I_1}$  и  $\mathcal{D}^{I_2}$ , которое, вообще говоря, является приводимым представлением. Тот факт, что векторы (А.56) преобразуются по неприводимым представлениям группы вращений, означает следующее. Матрица  $C$ , составленная из коэффициентов Клебша–Гордана, осуществляет преобразование приводимого представления к сумме неприводимых представлений  $\mathcal{D}^I$ , где  $I = |I_1 - I_2|, |I_1 - I_2| + 1, \dots, I_1 + I_2$ . Символическая запись выглядит так

$$C \mathcal{D}^{I_1} \mathcal{D}^{I_2} C^{-1} = \sum_I \mathcal{D}^I. \quad (\text{А.58})$$

В развернутой же форме имеем

$$\sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_1' \mu_2'} C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} \mathcal{D}_{\mu_1 \mu_1'}^{I_1}(\omega) \mathcal{D}_{\mu_2 \mu_2'}^{I_2}(\omega) C_{I_1 \mu_1' I_2 \mu_2'}^{I'\mu'} = \delta_{II'} \mathcal{D}_{\mu\mu'}^I(\omega). \quad (\text{А.59})$$

Пользуясь условиями ортогональности (А.57), несложно придать этому соотношению одну из двух следующих форм ([95], (1.136) или (1.137) — правила сложения  $\mathcal{D}$ -функций):

$$\sum_{\mu_1 \mu_2} C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} \mathcal{D}_{\mu_1 \mu_1'}^{I_1}(\omega) \mathcal{D}_{\mu_2 \mu_2'}^{I_2}(\omega) = C_{I_1 \mu_1' I_2 \mu_2'}^{I\mu} \mathcal{D}_{\mu\mu'}^I(\omega), \quad (\text{А.60})$$

$$\mathcal{D}_{\mu_1 \mu_1'}^{I_1}(\omega) \mathcal{D}_{\mu_2 \mu_2'}^{I_2}(\omega) = \sum_I C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} C_{I_1 \mu_1' I_2 \mu_2'}^{I\mu'} \mathcal{D}_{\mu\mu'}^I(\omega). \quad (\text{А.61})$$

Существует целый ряд способов получения численных значений коэффициентов Клебша–Гордана. Имеются, в частности, формулы, представляющие каждый коэффициент в виде суммы конечного числа слагаемых. Вот, например, одна из них ([170], том 1, формула (3.170)):

$$C_{I_1 \mu_1 I_2 \mu_2}^{I\mu} = \delta_{\mu, \mu_1 + \mu_2} \left( \frac{(2I+1)(I_1+I_2-I)!(I+I_1-I_2)!(I+I_2-I_1)!}{(I_1+I_2+I+1)!} \right)^{1/2} \times \\ \times \sum_z \frac{(-1)^z ((I_1+\mu_1)!(I_1-\mu_1)!(I_2+\mu_2)!(I_2-\mu_2)!(I+\mu)!(I-\mu)!)^{1/2}}{z!(I_1+I_2-I-z)!(I_1-\mu_1-z)!(I_2+\mu_2-z)!(I-I_2+\mu_1+z)!(I-I_1-\mu_2+z)!}. \quad (\text{А.62})$$



Всё это выглядит довольно громоздко, однако с появлением компьютеров соответствующие вычисления (по готовым и известным программам) приобрели рутинный характер. Сегодня в интернете есть даже специальные «калькуляторы» (см., например, <http://personal.ph.surrey.ac.uk/~phs3ps/cgjava.html>; автор — Р. Stevenson). В докомпьютерную же эпоху широко были распространены таблицы численных значений коэффициентов Клебша–Гордана.

Кроме того, любой из коэффициентов Клебша–Гордана может быть представлен в виде алгебраического выражения (например, см. ниже формулы (А.84)). При этом чем больше по величине индексы, тем сложнее формулы. В простейшем случае, когда, к примеру,  $I_2 = 0$ , имеет место очень простое соотношение

$$C_{I_1\mu_1 00}^{I\mu} = \delta_{I_1} \delta_{\mu\mu_1}. \quad (\text{A.63})$$

Если же  $I_2 = \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}$  и  $2$ , то алгебраические выражения для коэффициентов Клебша–Гордана ещё не очень громоздки; они приведены во многих книгах (см., например, [136, 170]). В докомпьютерную эпоху эти формулы часто использовались для получения численных значений коэффициентов. Важно, однако, что эти алгебраические выражения имеют самостоятельную ценность. Они позволяют придать многим формулам наглядный вид.

При перестановках индексов и при одновременном изменении знаков проекций коэффициенты Клебша–Гордана меняются следующим образом:

$$C_{I_1\mu_1 I_2\mu_2}^{I\mu} = \sqrt{\frac{2I+1}{2I_1+1}} (-1)^{-I_2-\mu_2} C_{I_2-\mu_2 I\mu}^{I_1\mu_1}, \quad (\text{A.64})$$

$$C_{I_1\mu_1 I_2\mu_2}^{I\mu} = \sqrt{\frac{2I+1}{2I_2+1}} (-1)^{I_1-\mu_1} C_{I\mu I_1-\mu_1}^{I_2\mu_2}, \quad (\text{A.65})$$

$$C_{I_1\mu_1 I_2\mu_2}^{I\mu} = (-1)^{I_1+I_2-I} C_{I_2\mu_2 I_1\mu_1}^{I\mu}, \quad (\text{A.66})$$

$$C_{I_1\mu_1 I_2\mu_2}^{I\mu} = \sqrt{\frac{2I+1}{2I_2+1}} (-1)^{-I+I_2-\mu_1} C_{I_1-\mu_1 I\mu}^{I_2\mu_2}, \quad (\text{A.67})$$

$$C_{I_1\mu_1 I_2\mu_2}^{I\mu} = \sqrt{\frac{2I+1}{2I_1+1}} (-1)^{I-I_1-\mu_2} C_{I\mu I_2-\mu_2}^{I_1\mu_1}, \quad (\text{A.68})$$

$$C_{I_1\mu_1 I_2\mu_2}^{I\mu} = (-1)^{I_1+I_2-I} C_{I_1-\mu_1 I_2-\mu_2}^{I-\mu}. \quad (\text{A.69})$$

**А.4.3. Спин-тензоры ориентации.**  $\mathcal{D}$ -матрицы обладают следующим свойством ([95], формула (1.131)):

$$\mathcal{D}_{\mu\mu'}^{I*}(\omega) = (-1)^{\mu-\mu'} \mathcal{D}_{-\mu-\mu'}^I(\omega). \quad (\text{A.70})$$

Поэтому в соответствии с (А.54) спиновая матрица плотности преобразуется, фактически, по прямому произведению двух неприводимых представлений группы вращений. Оно, как уже было отмечено, вообще говоря, является приводимым. Понятно, однако, что с помощью коэффициентов Клебша–Гордана можно осуществить переход от матрицы плотности к некоторой совокупности величин, преобразующихся по неприводимым представлениям. Несложно показать, что в качестве таких величин можно взять следующие свертки спиновой матрицы плотности с коэффициентами Клебша–Гордана:

$$\tau_{Qq}(I) = \sum_{\mu\mu'} C_{I\mu Qq}^{I\mu'} \rho_{\mu\mu'}(I). \quad (\text{A.71})$$

Эти величины называют спин-тензорами ориентации. Закон их преобразования выглядит так:

$$\tau_{Qq}(I) = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^Q(\omega) \tau'_{Qq'}(I). \quad (\text{A.72})$$

Индекс  $Q$  пробегает целые значения от нуля до  $2I$ , тогда как индекс  $q$  меняется от  $-Q$  до  $Q$  при каждом фиксированном  $Q$ . Всего, следовательно, имеется  $(2I + 1)^2$  спин-тензоров ориентации  $\tau_{Qq}(I)$ , т. е. столько же, сколько элементов у матрицы плотности  $\rho_{\mu\mu'}(I)$ . Вследствие эрмитовости матрицы плотности спин-тензоры обладают следующим свойством симметрии:

$$\tau_{Q-q}(I) = (-1)^q \tau_{Qq}^*(I). \quad (\text{A.73})$$

В силу условия нормировки (А.9) спин-тензор нулевого ранга равен единице:

$$\tau_{00}(I) = 1. \quad (\text{A.74})$$

Таким образом, формула (А.71) представляет собой, фактически, способ преобразования одного набора из  $4I(I + 1)$  действительных параметров в другой такой же набор. Но имеется, конечно, и обратное преобразование. Оно имеет вид

$$\rho_{\mu\mu'}(I) = \sum_{Qq} \frac{2Q + 1}{2I + 1} C_{I\mu Qq}^{I\mu'} \tau_{Qq}(I). \quad (\text{A.75})$$

Следовательно, полный набор спин-тензоров ориентации полностью определяет произвольное спиновое состояние ансамбля частиц. При этом, повторим, спин-тензоры ориентации обладают более простыми трансформационными свойствами по отношению к вращениям пространственных осей, нежели элементы спиновой матрицы плотности.

**А.4.4. Замечания об определении спин-тензоров.** Со спин-тензорами меня познакомил Д. П. Гречухин. Он называл спин-тензорами величины, заданные соотношениями (А.71); см., например, его статью [139]. Естественно, что и я пользуюсь именно этим подходом. Далеко не сразу я обнаружил, что ни определение (А.71), ни даже термин «спин-тензор» не являются общепринятыми. Однако познакомившись с другими точками зрения, я пришёл к выводу, что тот элементарный взгляд на спин-тензоры, который изложен в предыдущем разделе, имеет право на существование.

Более замысловатый подход, восходящий, по-видимому, к работам У. Фано начала 1950-х годов (см., в частности, [22]), состоит в следующем. Сравнивая (А.6) и (А.71), легко видеть, что спин-тензор  $\tau_{Qq}(I)$  можно интерпретировать как среднее значение величины, которой соответствует матрица:

$$\langle \psi_{I\mu'} | \hat{\tau}_{Qq}(I) | \psi_{I\mu} \rangle \equiv (\tau_{Qq}(I))_{\mu'\mu} = C_{I\mu Qq}^{I\mu'}. \quad (\text{A.76})$$

Согласно У. Фано, набор  $\hat{\tau}_{Qq}(I)$  — это тензорные операторы, а их средние значения  $\langle \tau_{Qq}(I) \rangle \equiv \tau_{Qq}(I)$  в определённом состоянии, которое описывается матрицей плотности, есть «мультиполи состояния» («state multipoles»).

Сам У. Фано и многие авторы вслед за ним (см., например, [136, 171]) пользовались следующими тензорными операторами:

$$\langle \psi_{I\mu'} | \hat{T}_{Qq}(I) | \psi_{I\mu} \rangle \equiv (T_{Qq}(I))_{\mu'\mu} = \sqrt{\frac{2Q + 1}{2I + 1}} C_{I\mu Qq}^{I\mu'}. \quad (\text{A.77})$$

Им соответствуют средние значения

$$t_{Qq}(I) = \text{Sp} (T_{Qq}(I) \rho) = \sqrt{\frac{2Q+1}{2I+1}} \sum_{\mu\mu'} C_{I\mu Qq}^{I\mu'} \rho_{\mu\mu'}(I). \quad (\text{A.78})$$

Легко убедиться в том, что разложение матрицы плотности по этим величинам выглядит так:

$$\rho_{\mu\mu'}(I) = \sum_{Qq} \sqrt{\frac{2Q+1}{2I+1}} C_{I\mu Qq}^{I\mu'} t_{Qq}(I). \quad (\text{A.79})$$

При этом в книге [136] (раздел 6.1)  $\hat{T}_{Qq}(I)$  — это поляризационные операторы, а  $t_{Qq}(I)$  — поляризационные моменты, тогда как К. Блум [171]<sup>1)</sup> операторы называет тензорными (как У. Фано), но величины (A.78) — и мультиполями состояния, и статистическими тензорами (в разделе 4.3), и спин-тензорами (в разделе 4.4)<sup>2)</sup>.

На мой взгляд, однако, тензорные операторы — это нечто искусственное, и без них вполне можно обойтись. В соответствии с определением (A.71) спин-тензоры — это просто такие линейные комбинации составляющих спиновой матрицы плотности, которые обладают простыми трансформационными свойствами<sup>3)</sup>. Кроме того, определение (A.71) кажется мне более удачным, нежели (A.78), поскольку приводит к очень простому и естественному условию нормировки (A.74).

**A.4.5. Спин-тензоры ориентации и параметры ориентации.** Пусть ось  $z'$  направлена вдоль оси ориентации ансамбля частиц. Тогда матрица плотности  $\rho'$  имеет диагональный вид:

$$\rho'_{\mu\mu'}(I) = w_{\mu} \delta_{\mu\mu'}. \quad (\text{A.80})$$

<sup>1)</sup> К. Блум, как ранее У. Фано [22], рассматривает общую ситуацию, когда имеется когерентное заселение состояний с разными спинами, и вводит матрицу плотности  $\rho_{\mu\mu'}(I, I') = \langle a_{\mu}(I) a_{\mu'}^*(I') \rangle$ . Соответственно и тензорные операторы задаются несколько более общими соотношениями:

$$\langle \psi_{I'\mu'} | \hat{T}_{Qq}(I, I') | \psi_{I\mu} \rangle = \sqrt{\frac{2Q+1}{2I'+1}} C_{I\mu Qq}^{I'\mu'}$$

Несложно обобщить (A.78) и (A.79) на этот случай. Такой формализм может быть полезен при анализе промежуточных состояний, где в самом деле нельзя пренебрегать интерференцией состояний с разными спинами (этот вопрос подробно обсуждается в разделе 11.3 монографии). Он, по-видимому, совершенно необходим там, где имеется релаксация промежуточных состояний, которая ведёт к частичной потере интерференционных эффектов. Если же такой релаксации нет (как в задачах, рассматриваемых в монографии), то нет необходимости в специальном рассмотрении промежуточных состояний. В начальном же и конечном состояниях всегда приходится иметь дело с ансамблями частиц с определённым спином  $I$ .

<sup>2)</sup> Тензорами обычно называют объекты, составляющие которых преобразуются подобно произведениям составляющих векторов. Поэтому естественно назвать спиновыми тензорами объекты, составляющие которых преобразуются подобно произведениям составляющих спинов. В этом смысле матрица плотности, преобразующаяся по закону (A.54), есть спиновый тензор, а величины (A.71), преобразующиеся по неприводимым представлениям группы вращений, естественно назвать неприводимыми спиновыми тензорами. Поскольку, однако, ничто, кроме величин (A.71), не называют спиновыми тензорами или спин-тензорами, то прилагательное «неприводимый» является, конечно, излишним.

<sup>3)</sup> Отмечу, что именно так, более просто, вводятся спин-тензоры (статистические тензоры) в работе Ф. Костера и Дж. М. Яуха [20], появившейся практически одновременно со статьёй У. Фано [22].

Для спин-тензоров в этой системе отсчёта соответственно получим

$$\tau'_{Qq}(I) = \tau'_{Q0}(I)\delta_{q0}, \quad (\text{A.81})$$

где

$$\tau'_{Q0}(I) = \sum_{\mu} C_{I\mu Q0}^{I\mu} w_{\mu}. \quad (\text{A.82})$$

Таким образом, состояние ансамбля полностью определяется спин-тензорами  $\tau'_{Q0}(I)$ , где  $Q = 1, 2, \dots, 2I$ . В отсутствие ориентации, т. е. при равномерном распределении по спиновым подсостояниям (А.39), все эти параметры обращаются в нуль благодаря известному свойству коэффициентов Клебша–Гордана <sup>1)</sup>:

$$\sum_{\mu} C_{I\mu Q0}^{I\mu} = (2I + 1)\delta_{Q0}. \quad (\text{A.83})$$

Воспользовавшись явными алгебраическими выражениями для коэффициентов Клебша–Гордана,

$$C_{I\mu 10}^{I\mu} = \frac{\mu}{\sqrt{I(I+1)}}, \quad C_{I\mu 20}^{I\mu} = \frac{3\mu^2 - I(I+1)}{\sqrt{(2I-1)I(I+1)(2I+3)}}, \quad (\text{A.84})$$

нетрудно связать спин-тензоры 1-го и 2-го рангов с введёнными ранее параметрами поляризации (А.41) и выстроенности (А.43):

$$\tau'_{10}(I) = \sqrt{\frac{I}{I+1}} p_1(I), \quad \tau'_{20}(I) = \sqrt{\frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)}} p_2(I). \quad (\text{A.85})$$

Аналогичным образом, пользуясь явными выражениями для коэффициентов Клебша–Гордана,

$$C_{I\mu 30}^{I\mu} = \frac{5\mu^3 - \mu(3I(I+1) - 1)}{\sqrt{(I-1)(2I-1)I(I+1)(2I+3)(I+2)}}, \quad (\text{A.86})$$

$$C_{I\mu 40}^{I\mu} = \frac{35\mu^4 - 5\mu^2(6I(I+1) - 5) + 3(I-1)I(I+1)(I+2)}{2\sqrt{(2I-3)(I-1)(2I-1)I(I+1)(2I+3)(I+2)(2I+5)}} \quad (\text{A.87})$$

и т. д., можно выразить  $\tau'_{30}(I)$  через моменты  $\langle \mu \rangle$  и  $\langle \mu^3 \rangle$ ,  $\tau'_{40}(I)$  — через моменты  $\langle \mu^2 \rangle$  и  $\langle \mu^4 \rangle$  и т. д.

Итак, с точностью до постоянных коэффициентов спин-тензоры  $\tau'_{Q0}(I)$  представляют собой искомые параметры ориентации  $p_Q(I)$  ансамбля частиц. Параметры ориентации, достигающие максимального значения  $p_Q(I) = 1$  при полной поляризации ансамбля ( $w_{\mu} = 0$ , если  $\mu \neq I$ , и  $w_I = 1$ ), можно ввести следующим образом:

$$p_Q(I) = \tau'_{Q0}(I) / (\tau'_{Q0}(I))_{\max}, \quad (\tau'_{Q0}(I))_{\max} = C_{IIQ0}^{II}. \quad (\text{A.88})$$

Пользуясь формулами (А.86) и (А.87), выпишем ещё два параметра ориентации (вслед за поляризацией и выстроенностью):

$$p_3(I) = \frac{5\langle \mu^3 \rangle - \langle \mu \rangle(3I(I+1) - 1)}{I(2I-1)(I-1)}, \quad (\text{A.89})$$

$$p_4(I) = \frac{35\langle \mu^4 \rangle - 5\langle \mu^2 \rangle(6I(I+1) - 5) + 3(I-1)I(I+1)(I+2)}{2I(2I-1)(I-1)(2I-3)}. \quad (\text{A.90})$$

<sup>1)</sup> Оно легко выводится из условий (А.57), (А.63) и (А.64).

На самом деле нет необходимости в явных выражениях (довольно громоздких) для коэффициентов Клебша–Гордана  $C_{I\mu Q0}^{I\mu}$  даже для  $Q = 1, 2, 3$  и  $4$ , не говоря уже о  $Q = 5, 6, \dots, 2I$ . Формулы (А.82) и (А.88) позволяют без труда перейти от распределения заселённостей  $w_\mu$  спиновых подсостояний к параметрам ориентации  $p_1(I), p_2(I), \dots, p_{2I}(I)$ , так как численные значения коэффициентов Клебша–Гордана, входящих в (А.82) и (А.88), легко доступны (берутся из таблиц или вычисляются по готовым программам для компьютеров).

#### А.4.6. Спин-тензоры ориентации в произвольной системе отсчёта.

В системе отсчёта, ось  $z$  которой выбрана произвольным образом, без всякой связи с направлением оси ориентации (оси  $z'$ ) ансамбля частиц, спиновое состояние ансамбля полностью описывается либо матрицей плотности (А.54), либо набором спин-тензоров ориентации (А.72). Последний способ особенно удобен. В самом деле, подставляя (А.81) в (А.72), находим

$$\tau_{Qq}(I) = \mathcal{D}_{q0}^Q(\omega) \tau'_{Q0}(I). \quad (\text{А.91})$$

Переход от системы отсчёта  $(x, y, z)$  к системе  $(x', y', z')$  в общем случае может быть осуществлен с помощью вращений на углы Эйлера. Сначала оси  $x$  и  $y$  поворачивают вокруг оси  $z$  на угол  $\alpha$  так, чтобы ось  $z'$  оказалась в плоскости  $(x, z)$ . Затем оси  $z$  и  $x$  поворачивают вокруг новой оси  $y$  на такой угол  $\beta$ , что ось  $z$  совмещается с осью  $z'$ . На последнем этапе оси  $x$  и  $y$  совмещаются с осями  $x'$  и  $y'$  поворотом на необходимый угол  $\gamma$  вокруг оси  $z'$ . Пусть ось  $z'$  (ось ориентации) задана в исходной системе  $(x, y, z)$  полярным углом  $\vartheta$  и азимутальным углом  $\varphi$ . Тогда поворотами на углы Эйлера  $\alpha = \varphi$  и  $\beta = \vartheta$  можно перевести ось  $z$  в ось  $z'$ . Поскольку направления осей  $x'$  и  $y'$  несущественны, то третий угол Эйлера  $\gamma$  можно считать равным нулю. При такой параметризации перехода от одной системы отсчёта к другой  $\mathcal{D}$ -функция, входящая в (А.91), выражается через сферическую гармонику ([95], формула (1.135)):

$$\mathcal{D}_{q0}^Q(\omega) = \sqrt{\frac{4\pi}{2Q+1}} Y_{Qq}(\vartheta, \varphi). \quad (\text{А.92})$$

Таким образом, спин-тензоры ориентации ансамбля частиц в произвольной системе отсчёта  $(x, y, z)$  имеют следующий вид:

$$\tau_{Qq}(I) = \sqrt{\frac{4\pi}{2Q+1}} Y_{Qq}(\vartheta, \varphi) \tau'_{Q0}(I). \quad (\text{А.93})$$

Иными словами, спиновое состояние ансамбля полностью определяется набором  $2I$  параметров ориентации  $\tau'_{Q0}(I)$  или  $p_Q(I)$  в системе отсчёта, ось  $z'$  которой направлена вдоль оси ориентации ансамбля, и двумя углами  $\vartheta$  и  $\varphi$ , задающими направление оси  $z'$  в системе  $(x, y, z)$ . Всего, следовательно, речь идёт о  $2(I+1)$  действительных параметрах.<sup>1)</sup>

Напомним, что в общем случае для описания спинового состояния ансамбля частиц необходимы  $4I(I+1)$  действительных параметров. Легко видеть, что при  $I \geq 1$  имеем:  $2(I+1) < 4I(I+1)$ . Это означает, что спин-тензоры (А.93), хотя и относятся к произвольной системе отсчёта, но описывают, конечно, не самый общий тип спинового состояния. В самом деле, ведь мы приняли, что имеется

<sup>1)</sup> В разделе 14.2 разъяснено, что при плавной зависимости заселённостей  $w_\mu$  от проекции  $\mu$  существенно отличны от нуля только поляризация  $p_1(I)$  и выстроенность  $p_2(I)$ . Поэтому во всех практически важных случаях для описания спинового состояния ансамбля частиц со спином  $I \geq 1$  достаточно всего лишь четырёх параметров.

система отсчёта с физически выделенной осью ориентации. В этой системе, как было разъяснено в разделе А.3.3, все недиагональные элементы спиновой матрицы плотности обращаются в нуль. С другой стороны, именно так и обстоит дело в реальных экспериментах. Поэтому ни в каком более общем описании спинового состояния ансамбля частиц, нежели (А.93), нужды нет.

Любопытно, однако, что особняком стоит случай  $I = 1/2$ . Здесь так и так речь идёт о трёх параметрах, поскольку  $2(I + 1) = 3$  и  $4I(I + 1) = 3$ . Этими параметрами являются поляризация  $p_1(1/2)$  (или длина  $P$  вектора поляризации) и два угла, определяющие направление оси поляризации  $z'$  (или направление вектора поляризации). Таким образом, для частиц со спином  $1/2$  оба описания, одно из которых основано на векторе поляризации  $\mathbf{P}$  и спиновой матрице плотности (А.29), а другое — на спин-тензорах (А.93), являются, во-первых, полными и, во-вторых, эквивалентными (подробнее это разъясняется ниже, в разделах А.5.3 и А.5.5).

**А.4.7. Нормированные и ненормированные спин-тензоры.** В практических расчётах не всегда удаётся сразу представить волновую функцию частицы со спином  $I$  в форме (А.3), такой что входящие в нее амплитуды  $a_\mu(I)$  нормированы на единицу (т. е. удовлетворяют условию (А.4)). Пусть в разложении

$$\Psi_I = \sum_{\mu} \tilde{a}_{\mu}(I) \psi_{I\mu} \quad (\text{А.94})$$

амплитуды  $\tilde{a}_{\mu}(I)$  не нормированы на единицу. Тогда для матрицы плотности

$$\tilde{\rho}_{\mu\mu'} = \langle \tilde{a}_{\mu}(I) \tilde{a}_{\mu'}^*(I) \rangle \quad (\text{А.95})$$

несправедливо (А.9), а для спин-тензоров ориентации

$$\tilde{\tau}_{Qq}(I) = \sum_{\mu\mu'} C_{I\mu Qq}^{I\mu'} \tilde{\rho}_{\mu\mu'}(I) \quad (\text{А.96})$$

неверно (А.74). В этом случае матрица плотности и спин-тензоры называются ненормированными.

Легко видеть, однако, что переход к нормированной матрице плотности осуществляется простой заменой:

$$\tilde{\rho} \rightarrow \rho = \tilde{\rho} / \text{Sp } \tilde{\rho}. \quad (\text{А.97})$$

Аналогичным образом для спин-тензоров имеем

$$\tilde{\tau}_{Qq}(I) \rightarrow \tau_{Qq}(I) = \tilde{\tau}_{Qq}(I) / \tilde{\tau}_{00}(I). \quad (\text{А.98})$$

Таким образом, в практических расчётах нет необходимости заботиться о нормировке в формулах типа (А.94). Переход (А.98) к нормированным спин-тензорам может быть осуществлен на заключительной стадии вычислений.

## А.5. Вектор поляризации и спин-тензоры 1-го ранга для частиц со спином $1/2$ . Векторные гармоники

**А.5.1. Сферические составляющие векторов.** Наряду с декартовыми ортами  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$  широко используются сферические орты:

$$\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp \frac{\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}, \quad \mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z \rightarrow \mathbf{e}_q^* = (-1)^q \mathbf{e}_{-q}. \quad (\text{А.99})$$

Они являются ортонормированными, т. е.

$$\mathbf{e}_q \mathbf{e}_{q'}^* = \delta_{qq'}. \quad (\text{A.100})$$

Любой вектор  $\mathbf{A}$  (действительный или комплексный) может быть разложен либо по сферическим ортам  $\mathbf{e}_q$ , либо по комплексно сопряженным сферическим ортам  $\mathbf{e}_q^*$ . Результат имеет вид

$$\mathbf{A} = \sum_{q=-1}^{+1} (\mathbf{A} \mathbf{e}_q^*) \mathbf{e}_q = \sum_{q=-1}^{+1} (\mathbf{A} \mathbf{e}_q) \mathbf{e}_q^*. \quad (\text{A.101})$$

Чаще используется вторая из формул (разложение по  $\mathbf{e}_q^*$ ), т. е.

$$\mathbf{A} = \sum_{q=-1}^{+1} A_q \mathbf{e}_q^* = \sum_{q=-1}^{+1} (-1)^q A_q \mathbf{e}_{-q}. \quad (\text{A.102})$$

Величины

$$A_q = \mathbf{A} \mathbf{e}_q \rightarrow A_{\pm 1} = \mp \frac{A_x \pm i A_y}{\sqrt{2}}, \quad A_0 = A_z \quad (\text{A.103})$$

называют сферическими составляющими  $A_{-1}$ ,  $A_0$ ,  $A_{+1}$  вектора  $\mathbf{A}$ . Нетрудно проверить, что скалярное произведение векторов  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  следующим образом выражается через их сферические составляющие:

$$\mathbf{A} \mathbf{B} = \sum_{q=-1}^{+1} (-1)^q A_q B_{-q}. \quad (\text{A.104})$$

Пусть вектор  $\mathbf{A}$  является действительным и его направление в лабораторной системе  $(x, y, z)$  определяется полярным углом  $\vartheta$  и азимутальным углом  $\varphi$ , тогда

$$\mathbf{A} = (A \sin \vartheta \cos \varphi, A \sin \vartheta \sin \varphi, A \cos \vartheta). \quad (\text{A.105})$$

Для сферических составляющих этого вектора получим

$$A_{\pm 1} = \mp \frac{A}{\sqrt{2}} \sin \vartheta e^{\pm i \varphi}, \quad A_0 = A \cos \vartheta. \quad (\text{A.106})$$

С другой стороны, введём единичный вектор  $\mathbf{a} = \mathbf{A}/A$ . Сферические гармоники  $Y_{1q}(\mathbf{a}) \equiv Y_{1q}(\vartheta, \varphi)$  выглядят так:

$$Y_{1\pm 1}(\mathbf{a}) = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta e^{\pm i \varphi}, \quad Y_{10}(\mathbf{a}) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta. \quad (\text{A.107})$$

Таким образом, имеет место тождество

$$Y_{1q}(\mathbf{a}) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} a_q. \quad (\text{A.108})$$

**А.5.2. Трансформационные свойства сферических составляющих векторов.** Пусть  $\omega$  — набор параметров, которыми описывается переход от системы  $(x, y, z)$  к повернутой системе  $(x', y', z')$ , а  $\omega'$  — набор параметров, которыми описывается переход от системы  $(x', y', z')$  к ещё одной повернутой системе  $(x'', y'', z'')$ . Соответственно  $\omega''$  — это параметры, которыми описывается переход от  $(x, y, z)$  к  $(x'', y'', z'')$ . Понятно, что из преобразований (А.52) следует

$$\mathcal{D}_{\mu\mu'}^I(\omega'') = \sum_{\nu} \mathcal{D}_{\mu\nu}^I(\omega) \mathcal{D}_{\nu\mu'}^I(\omega'). \quad (\text{A.109})$$

Именно в силу того что  $\mathcal{D}$ -матрицы удовлетворяют этим соотношениям, их называют представлениями группы вращений.

Пусть направление оси  $z''$  определяется в системе  $(x, y, z)$  углами  $\vartheta$  и  $\varphi$ , а в системе  $(x', y', z')$  — углами  $\vartheta'$  и  $\varphi'$ . Тогда, полагая в обеих частях формулы (А.109)  $\mu' = 0$  и пользуясь свойством  $\mathcal{D}$ -функций (А.92), получим

$$Y_{Qq}(\vartheta, \varphi) = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^Q(\omega) Y_{Qq'}(\vartheta', \varphi'). \quad (\text{А.110})$$

Этот результат, кстати, имеет ясный физический смысл. Дело в том, что частица, обладающая орбитальным угловым моментом  $Q$  и его проекцией  $q$  на ось  $z$ , описывается волновой функцией, угловая часть которой есть сферическая гармоника  $Y_{Qq}(\vartheta, \varphi)$ . Поэтому трансформационные свойства сферических гармоник по отношению к вращениям могут быть выведены непосредственно из соотношения (А.52).

Направим вдоль оси  $z''$  единичный вектор  $\mathbf{a}$ . Тогда, сопоставляя (А.108) и (А.110), мы приходим к выводу, что сферические составляющие единичного вектора, вычисленные в повернутых друг относительно друга системах отсчёта, связаны с помощью матрицы  $\mathcal{D}^1$ , т. е.

$$a_q = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^1(\omega) a'_{q'}. \quad (\text{А.111})$$

Но, конечно, обе части этого уравнения могут быть умножены на величину  $A$ . Поэтому на самом деле матрица  $\mathcal{D}^1$  связывает друг с другом сферические составляющие произвольного вектора,

$$A_q = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^1(\omega) A'_{q'}, \quad (\text{А.112})$$

не только действительного, но и, очевидно, комплексного.

### А.5.3. Спин-тензоры ориентации 1-го ранга и вектор поляризации.

Пусть ансамбль частиц с произвольным спином  $I$  поляризован вдоль оси  $z'$ , направление которой в лабораторной системе отсчёта  $(x, y, z)$  определяется полярным углом  $\vartheta$  и азимутальным углом  $\varphi$ . Параметр поляризации  $p_1(I)$  вдоль оси  $z'$  и спин-тензор 1-го ранга  $\tau'_{10}(I)$  в системе отсчёта  $(x', y', z')$  являются действительными числами и в соответствии с формулой (А.85) различаются только множителем.

В лабораторной же системе отсчёта спин-тензоры 1-го ранга, описывающие этот ансамбль, в соответствии с (А.93) имеют вид

$$\tau_{1q}(I) = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1q}(\vartheta, \varphi) \tau'_{10}(I), \quad (\text{А.113})$$

или

$$\tau_{1\pm 1}(I) = \mp \frac{\tau'_{10}(I)}{\sqrt{2}} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}, \quad \tau_{10}(I) = \tau'_{10}(I) \cos \vartheta. \quad (\text{А.114})$$

Эти величины, вообще говоря, комплексны. Легко установить, однако, что с точностью до множителя они представляют собой сферические составляющие действительного вектора поляризации  $\mathbf{P}$ .

В самом деле, сравнивая формулы (А.106) с (А.114), мы видим, что  $\tau_{1\pm 1}(I) = A_{\pm 1}$  и  $\tau_{10}(I) = A_0$  суть сферические составляющие вектора  $\mathbf{A} \equiv \boldsymbol{\tau}_1$ , длина



которого равна  $A = \tau'_{10}(I)$ . А возвращаясь к соотношению (А.85), связывающему величины  $\tau'_{10}(I)$  и  $p_1(I)$ , легко сообразить, что действительный вектор

$$\mathbf{P} = \sqrt{\frac{I+1}{I}} \boldsymbol{\tau}_1 \quad (\text{А.115})$$

следует интерпретировать как вектор поляризации ансамбля частиц. Действительно, он направлен вдоль оси поляризации  $z'$ , а его длина равна параметру поляризации  $p_1(I)$ . Таким образом, в лабораторной системе отсчёта составляющие спин-тензора ориентации 1-го ранга с точностью до множителя совпадают со сферическими составляющими вектора поляризации ансамбля частиц:

$$\tau_{1q}(I) = \sqrt{\frac{I}{I+1}} P_q. \quad (\text{А.116})$$

**А.5.4. Матричные элементы от сферических составляющих оператора спина.** В соответствии с (А.103) сферические составляющие векторного оператора спина частицы  $\hat{\mathbf{I}}$  имеют вид

$$\hat{I}_{\pm 1} = \mp \frac{\hat{I}_x \pm i\hat{I}_y}{\sqrt{2}}, \quad \hat{I}_0 = \hat{I}_z. \quad (\text{А.117})$$

Пользуясь известными соотношениями (А.10) и (А.13), мы можем сразу выписать матричные элементы от этих операторов по состояниям  $\psi_{I\mu}$ :

$$\langle I\mu' | \hat{I}_{\pm 1} | I\mu \rangle = \mp \sqrt{\frac{(I \mp \mu)(I \pm \mu + 1)}{2}} \delta_{\mu' \mu \pm 1}, \quad \langle I\mu' | \hat{I}_0 | I\mu \rangle = \mu \delta_{\mu' \mu}. \quad (\text{А.118})$$

Нетрудно проверить, что это эквивалентно следующей записи:

$$\langle I\mu' | \hat{I}_q | I\mu \rangle = \sqrt{I(I+1)} C_{I\mu 1q}^{I\mu'}. \quad (\text{А.119})$$

Нужно просто воспользоваться алгебраическими выражениями для коэффициентов Клебша–Гордана.

Полученный результат, конечно, неслучаен. Дело в том, что связь между сферическими составляющими оператора спина, вычисленными в одной декартовой системе отсчёта,  $(x, y, z)$ , и в другой,  $(x', y', z')$ , повернутой относительно исходной, по общему правилу (А.112) имеет вид

$$\hat{I}_q = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^1(\omega) \hat{I}'_{q'}. \quad (\text{А.120})$$

Следовательно, исходя из трансформационных свойств (А.52) векторов состояний  $\psi_{I\mu}$  и теоремы Вигнера–Эккарта, матричные элементы можно записать в форме

$$\langle I\mu' | \hat{I}_q | I\mu \rangle = C_{I\mu 1q}^{I\mu'} \langle I \| I \| I \rangle, \quad (\text{А.121})$$

где  $\langle I \| I \| I \rangle$  есть приведённый матричный элемент. Полагая  $q = 0$  и принимая во внимание явный вид  $C_{I\mu 10}^{I\mu}$  (А.84), тут же находим, что  $\langle I \| I \| I \rangle = \sqrt{I(I+1)}$ .

**А.5.5. Матрица плотности и спин-тензоры в случае спина 1/2.** В случае спина  $s = 1/2$  матрицы спиновых операторов пропорциональны матрицам Паули — см. (А.19). Поэтому соотношение (А.119) принимает следующий вид:

$$(\sigma_q)_{\sigma'\sigma} = \sqrt{3} C_{s\sigma 1q}^{s\sigma'}. \quad (\text{А.122})$$

Пользуясь свойствами коэффициентов Клебша–Гордана (А.68), мы можем переписать этот результат и таким образом:

$$(\sigma_{-q})_{\sigma\sigma'} = (-1)^q \sqrt{3} C_{s\sigma 1q}^{s\sigma'}. \quad (\text{А.123})$$

Применим теперь результаты, полученные в разделе А.5.3, к ансамблю частиц со спином  $s = 1/2$ , поляризованному вдоль оси  $z'$ . В лабораторной системе отсчёта  $(x, y, z)$  спиновое состояние этого ансамбля полностью описывается набором спин-тензоров  $\tau_{1q}(s)$  (поскольку  $Q \leq 2s = 1$ ). В соответствии с (А.114) и (А.85) для них имеем

$$\tau_{1\pm 1}(s) = \mp \frac{P}{\sqrt{6}} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}, \quad \tau_{10}(s) = \frac{P}{\sqrt{3}} \cos \vartheta, \quad (\text{А.124})$$

где  $P = p_1(s)$ . Можно сказать также, следуя (А.115), что выписанные величины являются сферическими составляющими вектора

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{\mathbf{P}}{\sqrt{3}}, \quad (\text{А.125})$$

где  $\mathbf{P}$  — вектор поляризации.

Возьмем теперь общее соотношение (А.75) между матрицей плотности и спин-тензорами ориентации. В данном случае оно расписывается так:

$$\rho_{\sigma\sigma'}(s) = \frac{1}{2} \left( \delta_{\sigma\sigma'} + 3 \sum_q C_{s\sigma 1q}^{s\sigma'} \tau_{1q}(s) \right). \quad (\text{А.126})$$

Подставляя сюда коэффициенты Клебша–Гордана, выраженные в соответствии с (А.123) через матрицы Паули в сферическом базисе, получим

$$\rho = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{3} \sum_q (-1)^q \tau_{1q} \sigma_{-q} \right). \quad (\text{А.127})$$

Пользуясь результатом (А.104), матрице плотности можно придать и такой вид:

$$\rho = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{3} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\sigma} \right). \quad (\text{А.128})$$

Но это означает, что после подстановки (А.125) мы воспроизводим форму (А.29) для спиновой матрицы плотности ансамбля частиц со спином  $1/2$ .

**А.5.6. Векторные гармоники.** По общему правилу (А.112) сферические составляющие  $A_q$  и  $A'_q$  вектора  $\mathbf{A}$ , вычисленные в повернутых друг относительно друга системах отсчёта  $(x, y, z)$  и  $(x', y', z')$  соответственно, связаны между собой матрицей  $\mathcal{D}^1$ . Поэтому в соответствии с формулой (А.102) комплексно сопряженные сферические орты преобразуются с помощью сопряженной матрицы:

$$\mathbf{e}_q^* = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^{1*}(\omega) \mathbf{e}'_{q'}. \quad (\text{А.129})$$

Для сферических ортов, следовательно, получим

$$\mathbf{e}_q = \sum_{q'} \mathcal{D}_{qq'}^1(\omega) \mathbf{e}'_{q'}. \quad (\text{A.130})$$

Напомним теперь, что в соответствии с (А.110) сферические гармоники, вычисленные в повернутых друг относительно друга системах отсчёта, также связаны  $\mathcal{D}$ -функциями. Это позволяет ввести векторные функции

$$\Phi_{lJM}(\vartheta, \varphi) = \sum_{m\mu} C_{lm1q}^{JM} Y_{lm}(\vartheta, \varphi) \mathbf{e}_q, \quad (\text{A.131})$$

которые называют векторными гармониками. В полной аналогии с величинами (А.56) векторные гармоники, определённые в повернутых друг относительно друга системах отсчёта, связаны матрицами неприводимых представлений группы вращений:

$$\Phi_{lJM}(\vartheta, \varphi) = \sum_{M'} \mathcal{D}_{MM'}^J(\omega) \Phi'_{lJM'}(\vartheta', \varphi'). \quad (\text{A.132})$$

Нетрудно проверить, что векторные гармоники являются ортонормированными:

$$\oint \Phi_{lJM}^*(\vartheta, \varphi) \Phi_{l'J'M'}(\vartheta, \varphi) d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'}. \quad (\text{A.133})$$

## А.6. Коэффициенты Клебша–Гордана, функции Рака и 9j-символы

**А.6.1. Функции Рака.** В задачах, связанных с квантовой теорией углового момента, часто возникают произведения коэффициентов Клебша–Гордана, просуммированные по тем или иным проекциям угловых моментов. Одна из таких сумм была вычислена в знаменитой работе Дж. Рака [4] 1942 года. Несколько упрощая, можно сказать, что Дж. Рак рассматривал матричный элемент  $\langle \psi_{jm}^{j_1 j_2} | \widehat{\mathbf{A}} \widehat{\mathbf{B}} | \psi_{jm}^{j_1 j_2} \rangle$  от скалярного произведения двух векторных операторов по функциям (А.56); при этом оператор  $\widehat{\mathbf{A}}$  действует только в пространстве функций  $\psi_{j_1 m_1}$ , а оператор  $\widehat{\mathbf{B}}$  — только в пространстве функций  $\psi_{j_2 m_2}$ .

Выражая скалярное произведение векторов через их сферические составляющие и пользуясь, далее, теоремой Вигнера–Эккарта,

$$\begin{aligned} \langle j_1 m_1 | \widehat{A}_q | j_1' m_1' \rangle &= C_{j_1' m_1' 1 q}^{j_1 m_1} \langle j_1 \| A \| j_1' \rangle, \\ \langle j_2 m_2 | \widehat{B}_q | j_2' m_2' \rangle &= C_{j_2' m_2' 1 q}^{j_2 m_2} \langle j_2 \| B \| j_2' \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.134})$$

а также свойством (А.64) коэффициентов Клебша–Гордана, без труда получим

$$\begin{aligned} \langle \psi_{jm}^{j_1 j_2} | \widehat{\mathbf{A}} \widehat{\mathbf{B}} | \psi_{jm}^{j_1 j_2} \rangle &= - \sqrt{\frac{2j_2 + 1}{2j_2' + 1}} \langle j_1 \| A \| j_1' \rangle \langle j_2 \| B \| j_2' \rangle \times \\ &\times \sum_{qm_1 m_1' m_2 m_2'} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{jm} C_{j_1' m_1' 1 q}^{j_1 m_1} C_{1 q j_2 m_2}^{j_2 m_2'} C_{j_1' m_1' j_2' m_2'}^{jm}. \end{aligned} \quad (\text{A.135})$$

Ясно, что матричный элемент в левой части этой формулы не зависит от  $m$  в силу изотропии пространства. Следовательно, и сумма в правой части также не зависит от  $m$ .

Дж. Рака совершил научный подвиг <sup>1)</sup>, подставив в эту сумму явные выражения (А.62) для коэффициентов Клебша–Гордана и, упростив её, нашел относительно компактное представление (в виде однократной суммы типа (А.62)) для величины <sup>2)</sup>

$$W(j'_1 1 j j_2, j_1 j'_2) = \frac{1}{\sqrt{(2j_1 + 1)(2j'_2 + 1)}} \sum_{qm_1 m'_1 m_2 m'_2} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m} C_{j'_1 m'_1 1 q}^{j_1 m_1} C_{1 q j_2 m_2}^{j'_2 m'_2} C_{j'_1 m'_1 j'_2 m'_2}^{j m}. \quad (\text{А.136})$$

Её и называют функцией (коэффициентами) Рака (явные выражения можно найти, например, в [136, 170]). Дополнительный множитель перед суммой был подобран так, чтобы величина  $W$  умножалась либо на  $+1$ , либо на  $-1$  при перестановке некоторых из её аргументов (это свойство подробно обсуждается в следующем разделе).

Однако уже в следующей своей статье [6] Дж. Рака показал, что введённая им величина обладает весьма общим смыслом. Дело в том, что три угловых момента  $\mathbf{j}_1$ ,  $\mathbf{j}_2$  и  $\mathbf{j}_3$  могут быть сложены в суммарный угловой момент  $\mathbf{J}$  двумя существенно разными способами. Либо  $\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2 = \mathbf{j}$  и  $\mathbf{j} + \mathbf{j}_3 = \mathbf{J}$ , что соответствует вектору

$$|(j_1 j_2) j, j_3; JM\rangle = \sum_{mm_1 m_2 m_3} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m} C_{j m j_3 m_3}^{JM} \psi_{j_1 m_1} \psi_{j_2 m_2} \psi_{j_3 m_3}, \quad (\text{А.137})$$

либо  $\mathbf{j}_2 + \mathbf{j}_3 = \mathbf{j}'$  и  $\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}' = \mathbf{J}$ , что даёт

$$|j_1, (j_2 j_3) j'; JM\rangle = \sum_{m' m_1 m_2 m_3} C_{j_1 m_1 j' m'}^{JM} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} \psi_{j_1 m_1} \psi_{j_2 m_2} \psi_{j_3 m_3}. \quad (\text{А.138})$$

Так вот, оказывается, что действительные коэффициенты разложения одного набора векторов по другому набору,

$$|(j_1 j_2) j, j_3; JM\rangle = \sum_{j'} |j_1, (j_2 j_3) j'; JM\rangle \langle j_1, (j_2 j_3) j'; JM | (j_1 j_2) j, j_3; JM\rangle, \quad (\text{А.139})$$

с точностью до множителя представляют собой именно функции Рака!

В самом деле, подставляя в левую и правую части определения (А.139) выражения (А.137) и (А.138) соответственно, мы придем к следующему соотношению:

$$C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m} C_{j m j_3 m_3}^{JM} = \sum_{j'} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} C_{j_1 m_1 j' m'}^{JM} \langle j_1, (j_2 j_3) j'; JM | (j_1 j_2) j, j_3; JM\rangle. \quad (\text{А.140})$$

<sup>1)</sup> Расчёты Дж. Рака воспроизведены в книге [170] (том 1). При этом Л. К. Биденхарн и Дж. Д. Лаук сопроводили их следующими комментариями: «Вычислить явные выражения для коэффициентов Рака очень трудно... Собственный вывод Рака является слишком сжатым, и, давая больше деталей, мы надеемся сделать доказательство более доступным... Рака упростил формулу... путём малоправдоподобного шага замены двойной суммы... на четверную сумму... Замечательно, что теперь можно провести суммирование по пяти внутренним индексам (используя лишь правило сумм для биномиальных коэффициентов), оставляя в конечном результате одну сумму...»

<sup>2)</sup> На самом деле Дж. Рака рассматривал матричный элемент от инвариантной свертки двух операторов  $k$ -го ранга (случаю  $k = 1$  отвечает вектор); поэтому в формуле (А.136) как в индексах коэффициентов Клебша–Гордана, так и в аргументах функции Рака вместо 1 должно стоять произвольное  $k$ .

Домножая обе части сначала на  $C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j'' m''}$  и суммируя по  $m_2$  и  $m_3$ , а затем на  $C_{j_1 m_1 j'' m''}^{JM}$  и суммируя по  $m_1$  и  $m''$ , для коэффициентов разложения получим

$$\langle j_1, (j_2 j_3) j'; JM | (j_1 j_2) j, j_3; JM \rangle = \sum_{mm' m_1 m_2 m_3} C_{jm j_3 m_3}^{JM} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{jm} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} C_{j_1 m_1 j' m'}^{JM}. \quad (\text{A.141})$$

Сравнивая этот результат с определением (A.136), находим

$$\langle j_1, (j_2 j_3) j'; JM | (j_1 j_2) j, j_3; JM \rangle = \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} W(j_1 j_2 J j_3, j j'). \quad (\text{A.142})$$

**А.6.2. Нормированные функции Рака и их свойства.** Позже, в 1951 году, Х. А. Ян [11] заметил, что удобно немного переопределить функции Рака<sup>1)</sup>. А именно, принять за функции Рака непосредственно коэффициенты  $\langle j_1, (j_2 j_3) j'; JM | (j_1 j_2) j, j_3; JM \rangle$ . Во избежание путаницы Х. А. Ян обозначил новые функции буквой  $U$ , а именно:

$$U(j_1 j_2 J j_3, j j') \equiv \langle j_1, (j_2 j_3) j'; JM | (j_1 j_2) j, j_3; JM \rangle = \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} W(j_1 j_2 J j_3, j j'). \quad (\text{A.143})$$

Главное удобство состоит в том, что при  $j_3 = 0$  (и, следовательно,  $j' = j_2$  и  $j = J$ ) эти функции обращаются в единицу:

$$U(j_1 j_2 J 0, J j_2) = 1. \quad (\text{A.144})$$

Это следует прямо из определений (A.139) и (A.143), поскольку при  $j_3 = 0$  векторы (A.137) и (A.138) одинаковы. Соответственно функции  $U$  называют нормированными функциями Рака. Для них (как для коэффициентов разложения векторов  $| (j_1 j_2) j, j_3; JM \rangle$  по  $| j_1, (j_2 j_3) j'; JM \rangle$ ) имеют место следующие простые условия ортогональности:

$$\sum_j U(j_1 j_2 J j_3; j j') U(j_1 j_2 J j_3; j j'') = \delta_{j' j''}. \quad (\text{A.145})$$

Численные значения функций Рака легко доступны (раньше пользовались таблицами, а теперь, как правило, готовыми программами для компьютеров). Очень важно, однако, что, как и коэффициенты Клебша–Гордана, любая функция Рака может быть представлена в виде алгебраического выражения. В частности, алгебраические формулы для нормированных функций Рака для значений  $j_3 = \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}$  и 2 (ещё не слишком громоздкие) приведены в [11].

В литературе помимо функций Рака  $W$  и  $U$  широко используются также 6j-символы:

$$\left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j \\ j_3 & J & j' \end{matrix} \right\} = (-1)^{j_1+j_2+J+j_3} W(j_1 j_2 J j_3; j j') = \frac{(-1)^{j_1+j_2+J+j_3} U(j_1 j_2 J j_3; j j')}{\sqrt{(2j+1)(2j'+1)}}. \quad (\text{A.146})$$

Эти величины замечательны тем, что они остаются неизменными при любой перестановке столбцов, а также при одновременной перестановке верхних и нижних индексов двух любых столбцов. Отсюда ясно, что функции  $W$  действительно

<sup>1)</sup> Любопытно, что согласно [170] в той же работе Х. А. Ян ввёл обозначение  $C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{jm}$  для коэффициентов Клебша–Гордана, ставшее в настоящее время практически общепринятым.

умножаются лишь на +1 или -1 при соответствующих перестановках индексов. Нетрудно также установить свойства нормированной функции Рака,

$$U(j_1 j_2 J j_3; j j') = (-1)^{-j_1 - j_2 - J - j_3} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j \\ j_3 & J & j' \end{Bmatrix}, \quad (\text{A.147})$$

относительно всех возможных перестановок её аргументов.

Как ранее уже было сказано, нормированная функция Рака удобна тем, что превращается в произведение двух символов Кронекера при  $j_3 = 0$ :

$$U(j_1 j_2 J 0; j j') = \delta_{j_2 j'} \delta_{J j}. \quad (\text{A.148})$$

Нетрудно проверить, что нормированная функция Рака обращается в единицу, если любой другой из первых 4 её аргументов есть нуль (разумеется, «соответствующие» аргументы должны быть взяты равными друг другу):

$$U(0 j_2 J j_3; j_2 J) = U(j_1 0 J j_3; j_1 j_3) = U(j_1 j_2 0 j_3; j_3 j_1) = U(j_1 j_2 J 0; J j_2) = 1. \quad (\text{A.149})$$

Если же нуль стоит на одном из двух последних мест, то получим

$$U(j_1 j_1 j_3 j_3; 0 j') = (-1)^{j_1 + j_3 - j'} \sqrt{\frac{2j'+1}{(2j_1+1)(2j_3+1)}}, \quad (\text{A.150})$$

$$U(j_1 j_2 j_1 j_2; j 0) = (-1)^{j_1 + j_2 - j} \sqrt{\frac{2j+1}{(2j_1+1)(2j_2+1)}}. \quad (\text{A.151})$$

Если, в частности, в формуле (A.145) взять  $j'' = 0$ , то после несложных преобразований найдем

$$\sum_j (2j+1) U(j j_2 j_1 j'; j_1 j_2) = (2j_1+1)(2j_2+1) \delta_{j' 0}. \quad (\text{A.152})$$

**А.6.3. Пересвязка индексов и суммы с тремя коэффициентами Клебша–Гордана.** Итак, буквально, функция Рака есть произведение четырёх коэффициентов Клебша–Гордана специального вида, просуммированное по проекциям угловых моментов. На самом же деле в реальных вычислениях функции Рака возникают в гораздо менее драматических обстоятельствах.

Вернёмся к выражению (A.140) и перепишем его с учётом определения (A.143):

$$C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m} C_{j m j_3 m_3}^{J M} = \sum_{j'} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} C_{j_1 m_1 j' m'}^{J M} U(j_1 j_2 J j_3, j j'). \quad (\text{A.153})$$

Меняя положения аргументов (и переименовывая их), этому результату можно также придать следующий более наглядный вид:

$$C_{j' \nu' I \mu}^{J' M'} C_{j \nu I \mu}^{J M} = \sqrt{\frac{2J+1}{(2J'+1)(2j+1)(2j'+1)}} \sum_Q (2Q+1) C_{J M Q q}^{J' M'} C_{j \nu Q q}^{j' \nu'} U(I J j' Q, j J'). \quad (\text{A.154})$$

Соотношения (A.153) и (A.154) называют формулами пересвязки индексов. Они позволяют преобразовать одну схему сложения угловых моментов в другую, в которой, как может оказаться, что-то может быть упрощено, например за счёт использования условий ортогональности (A.57). Вот так, при пересвязке индексов, в формулах появляются функции Рака.

Ещё более важно следующее. Домножим обе части (A.153) на  $C_{j_1 m_1 j'' m''}^{J M}$  и просуммируем по  $M$  и  $m_1$ . Пользуясь свойствами (A.64)–(A.68) коэффициентов Клебша–

Гордана и условиями ортогональности (А.57), получим соотношение, сводящее сумму из произведений трёх коэффициентов Клебша–Гордана к одному такому коэффициенту и функции Рака:

$$\sum_{Mmm_1} C_{j_1 m_1 j' m'}^{JM} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{jm} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{JM} = \frac{2J+1}{2j'+1} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} U(j_1 j_2 J j_3; j j'). \quad (\text{A.155})$$

Для наглядности в левой части подчеркнуты фиксированные индексы (по соответствующим проекциям суммирование не проводится). Небольшая перестановка аргументов в коэффициентах Клебша–Гордана в левой части даёт

$$\begin{aligned} \sum_{Mmm_1} C_{JM j_1 m_1}^{j' m'} C_{jm j_1 m_1}^{j_2 m_2} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{JM} &= \sqrt{\frac{(2J+1)(2j_2+1)}{(2j+1)(2j'+1)}} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} U(j_1 j_2 J j_3; j j') = \\ &= (-1)^{-j_2 - J + j + j'} C_{j_2 m_2 j_3 m_3}^{j' m'} U(j_1 j j' j_3; j_2 J). \end{aligned} \quad (\text{A.156})$$

Таким образом, если в ходе преобразований появляется произведение трёх коэффициентов Клебша–Гордана, просуммированное по определённым проекциям, следует присмотреться, не равно ли оно левой части (А.155) или (А.156). Пользуясь этими соотношениями, мы фактически избавляемся от громоздких сумм, но, конечно, вводим в формулы функции Рака.

**А.6.4. 9j-символы.** Выше было показано, что функции Рака или 6j-символы естественно возникают в задаче о сложении трёх угловых моментов. Точно так же при сложении четырёх угловых моментов  $\mathbf{j}_1$ ,  $\mathbf{j}_2$ ,  $\mathbf{j}_3$  и  $\mathbf{j}_4$  могут быть введены векторы двух типов:

$$\begin{aligned} |(j_1 j_2) J_{12}, (j_3 j_4) J_{34}; JM\rangle &= \\ &= \sum_{m_1 m_2 m_3 m_4 M_{12} M_{34}} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{J_{12} M_{12}} C_{j_3 m_3 j_4 m_4}^{J_{34} M_{34}} C_{J_{12} M_{12} J_{34} M_{34}}^{JM} |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle |j_3 m_3\rangle |j_4 m_4\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.157})$$

и

$$\begin{aligned} |(j_1 j_3) J_{13}, (j_2 j_4) J_{24}; JM\rangle &= \\ &= \sum_{m_1 m_2 m_3 m_4 M_{13} M_{24}} C_{j_1 m_1 j_3 m_3}^{J_{13} M_{13}} C_{j_2 m_2 j_4 m_4}^{J_{24} M_{24}} C_{J_{13} M_{13} J_{24} M_{24}}^{JM} |j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle |j_3 m_3\rangle |j_4 m_4\rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.158})$$

Затем можно ввести действительные коэффициенты разложения одних векторов по другим, а именно

$$\begin{aligned} |(j_1 j_3) J_{13}, (j_2 j_4) J_{24}; JM\rangle &= \sum_{J_{12} J_{34}} |(j_1 j_2) J_{12}, (j_3 j_4) J_{34}; JM\rangle \times \\ &\times \langle (j_1 j_2) J_{12}, (j_3 j_4) J_{34}; JM | (j_1 j_3) J_{13}, (j_2 j_4) J_{24}; JM \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.159})$$

Эти коэффициенты с точностью до множителей представляют собой 9j-символы. А именно, в соответствии с (4.35) книги А. Эдмондса [33] имеем

$$\begin{aligned} \langle (j_1 j_2) J_{12}, (j_3 j_4) J_{34}, JM | (j_1 j_3) J_{13}, (j_2 j_4) J_{24}, JM \rangle &= \\ &= \sqrt{(2J_{12}+1)(2J_{34}+1)(2J_{13}+1)(2J_{24}+1)} \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & j_4 & J_{34} \\ J_{13} & J_{24} & J \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.160})$$

Введённые 9j-символы обладают исключительно простыми свойствами по отношению к перестановкам своих аргументов. Они не меняются при любых чётных перестановках столбцов и строк, а также при отражениях относительно главных диагоналей. Нечётные же перестановки столбцов и строк приводят к появлению множителя  $(-1)^{\sum j}$ , где  $\sum j$  — сумма всех аргументов 9j-символа.

Условие ортогональности для 9j-символов, аналогичное условию (А.145) для функций Рака, имеет следующий вид:

$$\sum_{J_{12}J_{34}} (2J_{12} + 1)(2J_{34} + 1) \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & j_4 & J_{34} \\ J_{13} & J_{24} & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & j_4 & J_{34} \\ J'_{13} & J'_{24} & J \end{Bmatrix} = \frac{\delta_{J_{13}J'_{13}} \delta_{J_{24}J'_{24}}}{(2J_{13}+1)(2J_{24}+1)}. \quad (\text{А.161})$$

Если один из аргументов 9j-символа обращается в нуль, то, как несложно догадаться, 9j-символ сводится (с точностью до множителя, конечно) к функции Рака (из четырёх складываемых угловых моментов остаётся только три). Соответствующие формулы для ненулевых (в общем случае) 9j-символов выглядят так:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} a & b & e \\ c & d & e \\ f & f & 0 \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 0 & e & e \\ f & d & b \\ f & c & a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e & 0 & e \\ c & f & a \\ d & f & b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f & f & 0 \\ d & c & e \\ b & a & e \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} f & b & d \\ 0 & e & e \\ f & a & c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a & f & c \\ e & 0 & e \\ b & f & d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b & a & e \\ f & f & 0 \\ d & c & e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e & d & c \\ e & b & a \\ 0 & f & f \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} c & e & d \\ a & e & b \\ f & 0 & f \end{Bmatrix} = \frac{U(ebcf, ad)}{\sqrt{(2e+1)(2f+1)(2a+1)(2d+1)}}. \quad (\text{А.162}) \end{aligned}$$

**А.6.5. Связь между 9j-символами и функциями Рака.** Подставим в левую и правую части определения (А.159) выражения (А.158) и (А.157), соответственно. Тогда с учётом (А.160) получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \sum_{M_{13}M_{24}} C_{j_1m_1j_3m_3}^{J_{13}M_{13}} C_{j_2m_2j_4m_4}^{J_{24}M_{24}} C_{J_{13}M_{13}J_{24}M_{24}}^{JM} &= \\ &= \sum_{J_{12}M_{12}J_{34}M_{34}} C_{j_1m_1j_2m_2}^{J_{12}M_{12}} C_{j_3m_3j_4m_4}^{J_{34}M_{34}} C_{J_{12}M_{12}J_{34}M_{34}}^{JM} \times \\ &\times \sqrt{(2J_{12}+1)(2J_{34}+1)(2J_{13}+1)(2J_{24}+1)} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & j_4 & J_{34} \\ J_{13} & J_{24} & J \end{Bmatrix}. \quad (\text{А.163}) \end{aligned}$$

Далее можно последовательно перенести три коэффициента Клебша–Гордана из правой части в левую, подобно тому как был совершен переход от (А.140) к (А.141). Тем самым 9j-символ выражается через произведение шести коэффициентов Клебша–Гордана, просуммированное по всем проекциям, кроме  $M$ . Для того чтобы устранить выделенность этой проекции, удобно ввести дополнительное суммирование по  $M$ , поделив при этом результат на  $(2J+1)$ .

Формула, которая при этом получается, является очень громоздкой и сама по себе не представляет практического интереса (поэтому я её здесь не выписываю). Но далее можно сделать следующее. К двум коэффициентам Клебша–Гордана, содержащим индексы  $j_4$  и  $m_4$ , можно применить формулу (А.154). После этого шесть коэффициентов Клебша–Гордана распадаются на две группы по три, к одной из которых применяется соотношение (А.155), а к другой — (А.156). Возникающие



при этом два коэффициента Клебша–Гордана исчезают благодаря условию ортогональности (А.57). И поэтому 9j-символ выражается через сумму произведений трёх функций Рака:

$$\left\{ \begin{array}{ccc} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{array} \right\} = \sum_A \frac{U(j_{11}j_{33}j_{12}j_{23}, Aj_{13})U(j_{32}j_{21}j_{33}j_{11}, Aj_{31})U(j_{12}j_{23}j_{32}j_{21}, Aj_{22})}{\sqrt{(2A+1)(2j_{13}+1)(2j_{22}+1)(2j_{31}+1)}}. \quad (\text{А.164})$$

Если правую часть переписать через 6j-символы, то получится формула (4.33) книги А. Эдмондса [33].

Это соотношение является важным хотя бы потому, что часто используется для практического вычисления 9j-символов. Но те авторы, которые делают основной упор на этот результат, на мой взгляд, неверно ориентируют своих читателей. Возникает впечатление, будто нужно совершить очень много преобразований, чтобы получить в ответе 9j-символ. А именно, сначала перейти от коэффициентов Клебша–Гордана к функциям Рака, и только потом — с помощью (А.164) — к 9j-символу. Я сам когда-то попался на эту удочку и, как потом понял, понапрасну потратил некоторое количество времени на неэффективные преобразования.

**А.6.6. Суммы с четырьмя и пятью коэффициентами Клебша–Гордана.** На самом же деле всё гораздо проще. Вернёмся к формуле (А.163) и перенесём коэффициент  $C_{j_3 m_3 j_4 m_4}^{J_3 M_3}$  в левую часть. После этого, переставляя и переименовывая индексы, легко получим

$$\sum_{ff'mm'} C_{FfQq}^{F'f'} C_{Lm\Lambda\lambda}^{L'm'} C_{F'f'L'm'}^{J'M'} C_{FfLm}^{JM} = \sum_{Nn} \sqrt{(2N+1)(2J+1)(2F'+1)(2L'+1)} \times \\ \times C_{Qq\Lambda\lambda}^{Nn} C_{JMNn}^{J'M'} \left\{ \begin{array}{ccc} J' & F' & L' \\ J & F & L \\ N & Q & \Lambda \end{array} \right\}. \quad (\text{А.165})$$

Здесь вновь для наглядности подчеркнуты индексы, по которым не идёт суммирование. Выписанный результат представляет собой усложненный вариант формул (А.155) и (А.156), позволяя уменьшить число перемножаемых коэффициентов Клебша–Гордана с четырёх до двух (ценой введения 9j-символа). В определённом смысле здесь же мы имеем дело и с обобщением формулы пересвязки индексов (А.154).

Кроме того, домножая полученное соотношение на  $C_{JM'N'n'}^{J'M'}$  и суммируя по  $M$  и  $M'$ , находим

$$\sum_{MM'ff'mm'} C_{JMNn}^{J'M'} C_{FfLm}^{JM} C_{F'f'L'm'}^{J'M'} C_{FfQq}^{F'f'} C_{Lm\Lambda\lambda}^{L'm'} = \\ = (2J'+1) \sqrt{\frac{(2J+1)(2F'+1)(2L'+1)}{2N+1}} C_{Qq\Lambda\lambda}^{Nn} \left\{ \begin{array}{ccc} J' & F' & L' \\ J & F & L \\ N & Q & \Lambda \end{array} \right\}. \quad (\text{А.166})$$

Вот это уже по-настоящему обобщение формул (А.155) и (А.156). Произведение пяти коэффициентов Клебша–Гордана сводится к одному-единственному коэффициенту (и, конечно, к 9j-символу)!

Таким образом, функции Рака естественно возникают там, где перемножаются и суммируются по проекциям угловых моментов два-три коэффициента Клебша–Гордана, а 9j-символы — там, где четыре-пять. В реальных вычислениях требуется определённый опыт, для того чтобы сгруппировать большое число перемножаемых

коэффициентов Клебша–Гордана нужным образом. То есть так, чтобы ответ, выраженный через функции Рака и 9j-символы, принял наиболее простую форму. Помимо приведённых здесь формул (совершенно необходимых для вычислений) иногда приходится пользоваться и другими соотношениями, которые можно найти в книгах, специально посвящённых квантовой теории углового момента, таких, например, как [136, 170].

### А.7. Обобщённые и инвариантные сферические функции от нескольких направлений (биполярные, триполярные, ... гармоника)

**А.7.1. Теорема сложения сферических гармоник.** Вернёмся к формуле (А.110). Пусть переход от системы  $(x, y, z)$  к системе  $(x', y', z')$  осуществляется с помощью углов Эйлера  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$  (см. текст перед формулой (А.92)). Это означает, что, наоборот, последовательные повороты осей  $(x', y', z')$  на углы  $\varphi'' = -\gamma$  и  $\vartheta'' = -\beta$  совмещают ось  $z'$  с осью  $z$ . Другими словами,  $\varphi''$  и  $\vartheta''$  — азимутальный и полярный углы, которыми определяется направление оси  $z$  в системе  $(x', y', z')$ . При этом, напомним, углы  $\varphi'$  и  $\vartheta'$  задают направление оси  $z''$  в той же системе  $(x', y', z')$ .

Положим теперь в (А.110)  $q = 0$ . Принимая во внимание связь между сферическими гармониками и полиномами Лежандра,

$$Y_{Q0}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{2Q+1}{4\pi}} P_Q(\cos \vartheta), \quad (\text{А.167})$$

находим

$$\sqrt{\frac{2Q+1}{4\pi}} P_Q(\cos \vartheta) = \sum_{q'} \mathcal{D}_{0q'}^Q(\alpha, \beta, \gamma) Y_{Qq'}(\vartheta', \varphi'). \quad (\text{А.168})$$

Воспользуемся, далее, выражением для  $\mathcal{D}$ -матрицы ([95], формула (1.128)):

$$\mathcal{D}_{qq'}^Q(\alpha, \beta, \gamma) = e^{iq\alpha} d_{qq'}^Q(\beta) e^{iq'\gamma}. \quad (\text{А.169})$$

Входящая сюда матрица  $d_{qq'}^Q(\beta)$  действительна и удовлетворяет следующему соотношению ([95], формула (1.130)):

$$d_{qq'}^Q(\beta) = d_{q'q}^Q(-\beta). \quad (\text{А.170})$$

Поэтому

$$\mathcal{D}_{0q'}^Q(\alpha, \beta, \gamma) = d_{0q'}^Q(\beta) e^{iq'\gamma} = e^{-iq'(-\gamma)} d_{q'0}^Q(-\beta) = \mathcal{D}_{q'0}^{Q*}(-\gamma, -\beta, 0). \quad (\text{А.171})$$

Принимая во внимание равенство (А.92), перепишем (А.168) в форме

$$\sum_q Y_{Qq}^*(\vartheta'', \varphi'') Y_{Qq}(\vartheta', \varphi') = \frac{2Q+1}{4\pi} P_Q(\cos \vartheta), \quad (\text{А.172})$$

где, ещё раз, углы  $\vartheta''$  и  $\varphi''$  определяют направление оси  $z$  в системе  $(x', y', z')$ , углы  $\vartheta'$  и  $\varphi'$  — направление оси  $z''$  в этой же системе, а  $\vartheta$  есть угол между осями  $z$  и  $z''$ . Для наглядности направим вдоль оси  $z$  единичный вектор  $\mathbf{a}$ , а вдоль оси  $z''$  — единичный вектор  $\mathbf{b}$ . Тогда получим

$$\sum_q Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) Y_{Qq}(\mathbf{b}) = \frac{2Q+1}{4\pi} P_Q(\cos \vartheta), \quad (\text{А.173})$$

где  $\vartheta$  есть угол между  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Это соотношение называют теоремой сложения сферических гармоник.

**А.7.2. «Соединение» сферических гармоник.** Полагая в формуле (А.61)  $\mu'_1 = 0$  и  $\mu'_2 = 0$ , принимая во внимание (А.92) и переименовывая индексы, находим

$$Y_{l_1 m_1}(\vartheta, \varphi) Y_{l_2 m_2}(\vartheta, \varphi) = \sum_{\Lambda} \sqrt{\frac{(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)}{4\pi(2\Lambda + 1)}} C_{l_1 0 l_2 0}^{\Lambda 0} C_{l_1 m_1 l_2 m_2}^{\Lambda \lambda} Y_{\Lambda \lambda}(\vartheta, \varphi). \quad (\text{А.174})$$

Пользуясь тем, что

$$Y_{lm}^*(\vartheta, \varphi) = (-1)^m Y_{l-m}(\vartheta, \varphi), \quad (\text{А.175})$$

а также свойствами коэффициентов Клебша–Гордана по отношению к перестановкам индексов, формуле «соединения» сферических гармоник удобно придать также следующий вид:

$$Y_{l_1 m_1}^*(\vartheta, \varphi) Y_{l_2 m_2}(\vartheta, \varphi) = \sum_{\Lambda} \sqrt{\frac{(2\Lambda + 1)(2l_2 + 1)}{4\pi(2l_1 + 1)}} C_{l_2 0 \Lambda 0}^{l_1 0} C_{l_2 m_2 \Lambda \lambda}^{l_1 m_1} Y_{\Lambda \lambda}^*(\vartheta, \varphi). \quad (\text{А.176})$$

**А.7.3. Инвариантные свертки сферических гармоник (инвариантные сферические функции).** В соответствии с соотношением (А.111) сферические составляющие произвольных единичных векторов  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$  преобразуются по неприводимому представлению группы вращений  $\mathcal{D}^1$ . Это означает, что свертки этих сферических составляющих  $b_\mu$  и  $c_\nu$  с коэффициентами Клебша–Гордана  $C_{1\mu 1\nu}^{1q}$  также должны преобразовываться по матрице  $\mathcal{D}^1$ , т. е. быть сферическими составляющими некоторого вектора. Очевидно, что им является векторное произведение  $[\mathbf{b} \times \mathbf{c}]$ . Непосредственной проверкой нетрудно установить справедливость следующего равенства:

$$\sum_{\mu\nu} C_{1\mu 1\nu}^{1q} b_\mu c_\nu = \frac{i}{\sqrt{2}} [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]_q. \quad (\text{А.177})$$

Выражая сферические составляющие единичных векторов через сферические гармоники (А.108), перепишем полученное соотношение в виде

$$\sum_{\mu\nu} C_{1\mu 1\nu}^{1q} Y_{1\mu}(\mathbf{b}) Y_{1\nu}(\mathbf{c}) = \frac{3i}{4\pi\sqrt{2}} [\mathbf{b} \times \mathbf{c}]_q. \quad (\text{А.178})$$

Домножая, далее, обе части этой формулы на  $Y_{1q}^*(\mathbf{a})$ , где  $\mathbf{a}$  – ещё один произвольный единичный вектор, и суммируя по  $q$ , находим

$$(4\pi)^{3/2} \sum_{q\mu\nu} C_{1\mu 1\nu}^{1q} Y_{1q}^*(\mathbf{a}) Y_{1\mu}(\mathbf{b}) Y_{1\nu}(\mathbf{c}) = \frac{3i\sqrt{6}}{2} (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}]). \quad (\text{А.179})$$

Нетрудно показать, что любая свертка сферических гармоник вида

$$\phi_{MN}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = (4\pi)^{3/2} \sum_{q\mu\nu} C_{M\mu N\nu}^{Qq} Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) Y_{M\mu}(\mathbf{b}) Y_{N\nu}(\mathbf{c}), \quad (\text{А.180})$$

или, в общем случае,

$$\phi_{\Lambda MN}^A(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = (4\pi)^2 \sum_{q\alpha\lambda\mu\nu} C_{A\alpha\Lambda\lambda}^{Qq} C_{M\mu N\nu}^{A\alpha} Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{b}) Y_{M\mu}(\mathbf{c}) Y_{N\nu}(\mathbf{d}), \quad (\text{А.181})$$

$$\begin{aligned} \phi_{K\Lambda MN}^{QAB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}) = \\ = (4\pi)^{5/2} \sum_{q\alpha\kappa\beta\lambda\mu\nu} C_{A\alpha K\kappa}^{Qq} C_{B\beta\Lambda\lambda}^{A\alpha} C_{M\mu N\nu}^{B\beta} Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) Y_{K\kappa}(\mathbf{b}) Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{c}) Y_{M\mu}(\mathbf{d}) Y_{N\nu}(\mathbf{e}) \end{aligned} \quad (\text{A.182})$$

и т. д., представляет собой инвариант относительно вращений и, следовательно, может быть выражена через скалярные и смешанные произведения единичных векторов — аргументов сферических гармоник.

**А.7.4. 3-векторные инвариантные свертки.** Самая простая из этих функций (А.180) обладает следующим свойством:

$$\phi_{MN}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = (-1)^{M+N-Q} \phi_{NM}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{c}, \mathbf{b}). \quad (\text{A.183})$$

Если же один из индексов обращается в нуль, то, пользуясь теоремой сложения (А.173), находим

$$\phi_{M0}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \delta_{QM} (2Q+1) P_Q(\mathbf{ab}), \quad (\text{A.184})$$

$$\phi_{MN}^0(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \delta_{MN} (-1)^M \sqrt{2M+1} P_M(\mathbf{bc}). \quad (\text{A.185})$$

Пусть  $M=1$  и  $N=1$ . Тогда в случае  $Q=1$  ответ определяется формулой (А.179), или,

$$\phi_{11}^1(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \frac{3i\sqrt{6}}{2} (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}]). \quad (\text{A.186})$$

Если же  $Q=2$ , то результат имеет вид

$$\phi_{11}^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = -\frac{\sqrt{30}}{2} ((\mathbf{bc}) - 3(\mathbf{ab})(\mathbf{ac})). \quad (\text{A.187})$$

Пусть  $M=1$  и  $N=2$ . Тогда свертки (А.180) для  $Q=1, 2$  и  $3$  выглядят так:

$$\phi_{12}^1(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \frac{3\sqrt{2}}{2} ((\mathbf{ab}) - 3(\mathbf{ac})(\mathbf{bc})), \quad (\text{A.188})$$

$$\phi_{12}^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \frac{15i\sqrt{2}}{2} (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}])(\mathbf{ac}), \quad (\text{A.189})$$

$$\phi_{12}^3(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = -\frac{3\sqrt{7}}{2} ((\mathbf{ab}) + 2(\mathbf{ac})(\mathbf{bc}) - 5(\mathbf{ac})^2(\mathbf{ab})). \quad (\text{A.190})$$

Если же  $M=N=2$ , то искомые свертки для  $Q=1, 2, 3$  и  $4$  принимают следующие формы:

$$\phi_{22}^1(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = -\frac{3i\sqrt{30}}{2} (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}])(\mathbf{bc}), \quad (\text{A.191})$$

$$\phi_{22}^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = -\frac{5\sqrt{70}}{14} (2 - 3(\mathbf{ab})^2 - 3(\mathbf{ac})^2 - 3(\mathbf{bc})^2 + 9(\mathbf{ab})(\mathbf{bc})(\mathbf{ac})), \quad (\text{A.192})$$

$$\phi_{22}^3(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = -\frac{3i\sqrt{70}}{4} (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}])(\mathbf{bc} - 5(\mathbf{ab})(\mathbf{ac})), \quad (\text{A.193})$$

$$\begin{aligned} \phi_{22}^4(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \frac{9\sqrt{70}}{56} (1 - 5(\mathbf{ac})^2 - 5(\mathbf{ab})^2 + 2(\mathbf{bc})^2 - 20(\mathbf{ab})(\mathbf{bc})(\mathbf{ac}) + 35(\mathbf{ab})^2(\mathbf{ac})^2). \\ (\text{A.194}) \end{aligned}$$

**А.7.5. 4-векторные инвариантные свертки.** Простейшая инвариантная свертка четырёх сферических гармоник выглядит так:

$$\phi_{111}^{11}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = \frac{9}{2}((\mathbf{ac})(\mathbf{bd}) - (\mathbf{ad})(\mathbf{bc})). \quad (\text{A.195})$$

Вот ещё несколько 4-векторных инвариантных сферических функций, вычисленных мной:

$$\phi_{211}^{11}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = -\frac{3i\sqrt{3}}{2}((\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}](\mathbf{bd}) - (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{d}](\mathbf{bc}) + 2(\mathbf{ab})(\mathbf{b}[\mathbf{c} \times \mathbf{d}])), \quad (\text{A.196})$$

$$\phi_{211}^{12}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = \frac{9i}{2}((\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{c}](\mathbf{bd}) + (\mathbf{a}[\mathbf{b} \times \mathbf{d}](\mathbf{bc})), \quad (\text{A.197})$$

$$\phi_{211}^{21}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\mathbf{ab})((\mathbf{ac})(\mathbf{bd}) - (\mathbf{ad})(\mathbf{bc})), \quad (\text{A.198})$$

$$\begin{aligned} \phi_{211}^{22}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = & -\frac{5\sqrt{21}}{14}(4(\mathbf{cd}) - 6(\mathbf{ab})^2(\mathbf{cd}) - 6(\mathbf{ac})(\mathbf{ad}) - 6(\mathbf{bc})(\mathbf{bd}) + \\ & + 9(\mathbf{ab})(\mathbf{ad})(\mathbf{bc}) + 9(\mathbf{ab})(\mathbf{ac})(\mathbf{bd})), \quad (\text{A.199}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{211}^{31}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = & \frac{3i\sqrt{42}}{4}(2(\mathbf{a}[\mathbf{c} \times \mathbf{d}])(\mathbf{ab})^2 - (\mathbf{d}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{bc}) + (\mathbf{c}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{bd}) + \\ & + 3(\mathbf{d}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{ab})(\mathbf{ac}) - 3(\mathbf{c}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{ab})(\mathbf{ad})), \quad (\text{A.200}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{211}^{32}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = & \frac{3i\sqrt{21}}{4}((\mathbf{c}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{bd}) + (\mathbf{d}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{bc}) - \\ & - 5(\mathbf{c}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{ab})(\mathbf{ad}) - 5(\mathbf{d}[\mathbf{a} \times \mathbf{b}])(\mathbf{ab})(\mathbf{ac})), \quad (\text{A.201}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{211}^{42}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = & \frac{9\sqrt{21}}{28}((\mathbf{cd}) - 5(\mathbf{ab})^2(\mathbf{cd}) - 5(\mathbf{ac})(\mathbf{ad}) + 2(\mathbf{bc})(\mathbf{bd}) + \\ & + 35(\mathbf{ab})^2(\mathbf{ac})(\mathbf{ad}) - 10(\mathbf{ab})(\mathbf{ac})(\mathbf{bd}) - 10(\mathbf{ab})(\mathbf{ad})(\mathbf{bc})). \quad (\text{A.202}) \end{aligned}$$

**А.7.6. Свертки сферических гармоник — неприводимые операторы (обобщённые сферические функции).** В левой части (А.178) стоит свертка двух сферических гармоник с коэффициентами Клебша–Гордана, которая с точностью до множителя представляет собой сферическую составляющую вектора, т. е. оператора 1-го ранга. В общем случае свертка двух произвольных сферических гармоник с коэффициентами Клебша–Гордана,

$$y_{MN}^{Qq}(\mathbf{b}, \mathbf{c}) = 4\pi \sum_{\mu\nu} C_{M\mu N\nu}^{Qq} Y_{M\mu}(\mathbf{b}) Y_{N\nu}(\mathbf{c}), \quad (\text{A.203})$$

преобразуется по неприводимому представлению группы вращений  $\mathcal{D}^Q$ , т. е. является неприводимым оператором ранга  $Q$ . В свою очередь, свертка этого оператора

с комплексно сопряженной сферической гармоникой того же ранга  $Q$  приводит к инвариантной комбинации (А.180), а именно

$$(4\pi)^{1/2} \sum_q Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) y_{MN}^{Qq}(\mathbf{b}, \mathbf{c}) = \phi_{MN}^Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}). \quad (\text{А.204})$$

Можно сказать, что эта формула представляет собой обобщение (А.173).

Развивая эту идею, можно ввести и такие неприводимые операторы:

$$y_{\Lambda MN}^{Qq;A}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = (4\pi)^{1/2} \sum_{\alpha\lambda} C_{A\alpha\Lambda\lambda}^{Qq} Y_{\Lambda\lambda}(\mathbf{b}) y_{MN}^{A\alpha}(\mathbf{c}, \mathbf{d}), \quad (\text{А.205})$$

$$y_{K\Lambda MN}^{Qq;AB}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}) = (4\pi)^{1/2} \sum_{\alpha\kappa} C_{A\alpha K\kappa}^{Qq} Y_{K\kappa}(\mathbf{b}) y_{\Lambda MN}^{A\alpha;B}(\mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}), \quad (\text{А.206})$$

и т. д. Инвариантные свертки вида (А.181) и (А.182) выражаются через эти операторы следующим образом:

$$(4\pi)^{1/2} \sum_q Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) y_{\Lambda MN}^{Qq;A}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = \phi_{\Lambda MN}^{QA}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}), \quad (\text{А.207})$$

$$(4\pi)^{1/2} \sum_q Y_{Qq}^*(\mathbf{a}) y_{K\Lambda MN}^{Qq;AB}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}) = \phi_{K\Lambda MN}^{QAB}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}). \quad (\text{А.208})$$

Ясно, что это тоже своего рода обобщения (А.173) и (А.204).

Отметим также, что введенные в этом разделе неприводимые операторы нулевого ранга — это, конечно, вновь инвариантные свертки сферических гармоник. В самом деле, имеем

$$y_{MN}^{00}(\mathbf{b}, \mathbf{c}) = \delta_{MN} (-1)^N \sqrt{2N+1} P_N(\mathbf{bc}), \quad (\text{А.209})$$

$$y_{\Lambda MN}^{00;A}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}) = \delta_{\Lambda A} \frac{(-1)^A}{\sqrt{2A+1}} \phi_{MN}^A(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}), \quad (\text{А.210})$$

$$y_{K\Lambda MN}^{00;AB}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}) = \delta_{KA} \frac{(-1)^A}{\sqrt{2A+1}} \phi_{\Lambda MN}^{AB}(\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}, \mathbf{e}) \quad (\text{А.211})$$

и так далее.

Приложение Б

**РАБОЧИЕ ИНСТРУМЕНТЫ II: ЭЛЕМЕНТЫ  
ФОРМАЛЬНОЙ ТЕОРИИ РЕАКЦИЙ**

**Б.1. Кинематическое описание бинарных столкновений спин-ориентированных частиц: полные и дифференциальные сечения упругого рассеяния и реакций, спиновая ориентация разлетающихся частиц**

**Б.1.1. Энергии и импульсы в задаче двух тел.** Кинематическое описание — это то, что устанавливается на основании одних только законов сохранения. В первую очередь — энергии и импульса. На самом деле как в классической теории реакций, так и в квантовой не менее важен закон сохранения углового момента.

В квантовой теории, в частности, на нём основан метод парциальных волн. Если спины сталкивающихся частиц не принимаются во внимание, а потенциалы сферически симметричны, то каждая парциальная волна, связанная со своим сохраняющимся орбитальным моментом, не связана с другими волнами. Ниже в этом приложении обсуждается как раз другой случай, когда осуществляется учёт спинов. При этом сохраняется только полный угловой момент, который складывается из орбитальных и спиновых моментов. Поэтому парциальные волны, вообще говоря, смешиваются. Соответственно кинематическое описание угловых моментов в бинарном столкновении не является совсем уж простым.

Что же касается энергии и импульсов, то в квантовой теории бинарных реакций всё обстоит так же просто, как в классическом описании. В лабораторной системе координат положения сталкивающихся частиц с массами  $m_1$  и  $m_2$  определяются радиусами-векторами  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ . Удобно ввести относительный радиус-вектор и радиус-вектор центра масс,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{R}_{\text{cm}} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}. \quad (\text{Б.1})$$

Сопряженные импульсы имеют вид

$$\mathbf{p} = m \dot{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{P}_{\text{cm}} = M \dot{\mathbf{R}}_{\text{cm}}, \quad (\text{Б.2})$$

где  $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  и  $M = m_1 + m_2$  — приведённая и полная массы. Соответственно полная энергия двух частиц есть

$$H = \frac{\mathbf{P}_{\text{cm}}^2}{2M} + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U, \quad (\text{Б.3})$$

где  $U$  — потенциальная энергия взаимодействия. В системе центра масс  $\mathbf{P}_{\text{cm}} = 0$ , и всё сводится к динамике одной частицы с приведённой массой.

Точно так же в квантовой задаче двух тел преобразование (Б.1) приводит к раз-

делению переменных. В самом деле, потенциальная энергия  $\hat{U}$  не зависит от  $\mathbf{R}_{\text{cm}}$ . Поэтому гамильтониан  $\hat{H}$  распадается на сумму двух независимых операторов:

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{P}}_{\text{cm}}^2}{2M} + \hat{H}_0, \quad \hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \hat{U}, \quad (\text{Б.4})$$

где  $\hat{\mathbf{P}}_{\text{cm}} = -i\hbar\partial/\partial\mathbf{R}_{\text{cm}}$  и  $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\partial/\partial\mathbf{r}$ . Собственная функция  $\Psi$  гамильтониана  $\hat{H}$  может быть представлена в виде произведения:

$$\Psi = e^{i\mathbf{Q}_{\text{cm}}\mathbf{R}_{\text{cm}}} \psi. \quad (\text{Б.5})$$

Ей отвечает собственное значение

$$E = \frac{\hbar^2\mathbf{Q}_{\text{cm}}^2}{2M} + E_0. \quad (\text{Б.6})$$

Таким образом, бинарный процесс реально описывается собственной функцией  $\psi$  гамильтониана  $\hat{H}_0$ , отвечающей энергии  $E_0$ . По аналогии с классической теорией можно сказать, что  $\psi$  описывает относительное движение частиц с энергией  $E_0$  в системе центра масс.

**Б.1.2. Угловые моменты в задаче двух тел.** Канал бинарной реакции определяется типом сталкивающихся или разлетающихся частиц и энергией их относительного движения. Пронумеруем эти каналы индексом  $\alpha$ . Кроме того, каждый канал характеризуется набором квантовых чисел  $\lambda_\alpha$ , связанных с угловыми моментами. В простейшем случае  $\lambda_\alpha$  включает в себя проекции  $M_1, M_2$  спинов  $J_1, J_2$  двух взаимодействующих частиц на ось  $z$ , относительный орбитальный момент  $l$  и его проекцию  $m$  на ось  $z$ , т. е.  $\lambda_\alpha = (M_1 M_2 l m)$ . Удобнее, однако, пользоваться теми представлениями, где явно выделены сохраняющиеся полный угловой момент  $J$  и его проекция  $M$  на ось  $z$ .

Рассмотрим, к примеру, каналы, в которых лёгкая частица-снаряд со спином  $s$  взаимодействует с тяжелым ядром-мишенью со спином  $I$ . Здесь естественно воспользоваться представлением полного углового момента лёгкой частицы  $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ , где  $l$  — относительный орбитальный момент снаряда и мишени (для простоты — орбитальный момент лёгкой частицы). Полный угловой момент  $\mathbf{J} = \mathbf{j} + \mathbf{I}$  и его проекция  $M$  на ось  $z$  не меняются в реакции. Итак, в данном случае  $\lambda_\alpha = (ljJM)$ .

Если ядро делится на два осколка, то мы оказываемся в одном из каналов деления. Тогда каждому  $\alpha$  соответствует определённая пара осколков (со своими массами, зарядами, спинами, чётностями и энергией относительного движения на бесконечности). Поскольку массы осколков сравнимы, то разумно воспользоваться представлением спина канала  $\lambda_\alpha = (LFJM)$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{F} + \mathbf{L}$ , где  $\mathbf{F} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2$  — полный спин осколков (спин канала), тогда как  $L$  — относительный орбитальный момент.

**Б.1.3. Парциальные волны в канале бинарной реакции.** В системе центра масс собственная функция гамильтониана

$$\hat{H}_\alpha = -\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \nabla_\alpha^2 + \frac{Z_{\alpha 1} Z_{\alpha 2} e^2}{r_\alpha} + \hat{H}_{\alpha 1} + \hat{H}_{\alpha 2} \quad (\text{Б.7})$$

описывает пару частиц в канале  $\alpha$  (с приведённой массой  $m_\alpha$ ) вне области ядерного взаимодействия  $r_\alpha \geq a_\alpha$  (вектор  $\mathbf{r}_\alpha$  указывает положение лёгкой частицы относительно тяжёлой). Здесь  $\hat{H}_{\alpha i}$  — гамильтониан внутреннего движения  $i$ -й частицы. В общем случае парциальные волны — это функции  $(u_{\alpha i}^{(\mp)}/r_\alpha)\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha$ , образующие полный набор собственных функций гамильтониана (Б.7).



В них входят, во-первых, радиальные функции  $u_{\alpha l}^{(-)}(r_\alpha)$  и  $u_{\alpha l}^{(+)}(r_\alpha) = (u_{\alpha l}^{(-)}(r_\alpha))^*$ . Они описывают относительное движение (на бесконечности его энергия равна  $E_\alpha$ ) и представляют собой решения уравнения

$$\left( \frac{d^2}{dr_\alpha^2} - \frac{l(l+1)}{r_\alpha^2} - \frac{2\eta_\alpha k_\alpha}{r_\alpha} + k_\alpha^2 \right) f_{\alpha l}(r_\alpha) = 0 \quad (\text{Б.8})$$

с асимптотиками <sup>1)</sup>:

$$u_{\alpha l}^{(+)}(r_\alpha) = (u_{\alpha l}^{(-)}(r_\alpha))^* \rightarrow \frac{1}{k_\alpha} (-i)^{l+1} e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln 2k_\alpha r_\alpha)}, \quad r_\alpha \rightarrow \infty. \quad (\text{Б.9})$$

Здесь  $k_\alpha = (2m_\alpha E_\alpha / \hbar^2)^{1/2}$  представляет собой волновое число на бесконечности, а  $\eta_\alpha = Z_{\alpha 1} Z_{\alpha 2} e^2 m_\alpha / (\hbar^2 k_\alpha)$  — это безразмерный кулоновский параметр.

Во-вторых, парциальные волны включают в себя спин-угловые функции  $\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha$ . Их явный вид зависит от выбора квантовых чисел  $\lambda_\alpha$ . В общем случае имеем

$$\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha = \sum_{M_1 M_2 m} c_{M_1 M_2 m}^{J_1 J_2}(\lambda_\alpha) \chi_{J_1 M_1}^\alpha \chi_{J_2 M_2}^\alpha i^{l_\alpha} Y_{l_\alpha m}(\mathbf{n}_\alpha), \quad (\text{Б.10})$$

где  $\mathbf{n}_\alpha = \mathbf{r}_\alpha / r_\alpha$ , а  $\chi_{J_i M_i}^\alpha$  есть собственная функция гамильтониана  $\hat{H}_{\alpha i}$  (нормированная на единицу). Фазы собственных функций операторов углового момента (включая собственные функции  $i^l Y_{lm}(\mathbf{n})$  операторов  $\hat{\mathbf{L}}^2$  и  $\hat{l}_z$ ) мы выбираем так, чтобы при обращении времени выполнялось условие (1.23).

Простейшему представлению  $\lambda_\alpha = (M_{\alpha 1} M_{\alpha 2} l_\alpha m_\alpha)$  отвечают коэффициенты

$$c_{M_1 M_2 m}^{J_1 J_2}(M_{\alpha 1} M_{\alpha 2} l_\alpha m_\alpha) = \delta_{M_1 M_{\alpha 1}} \delta_{M_2 M_{\alpha 2}} \delta_{m m_\alpha}. \quad (\text{Б.11})$$

Однако, как уже указывалось, удобнее иметь дело с сохраняющимися полным угловым моментом  $J$  и его проекцией  $M$  на ось  $z$ . Так, в представлении полного углового момента лёгкой частицы (частицы 2) имеем

$$c_{M_1 M_2 m}^{J_1 J_2}(l_\alpha j J M) = \sum_\nu C_{j\nu J_1 M_1}^{JM} C_{l_\alpha m J_2 M_2}^{j\nu}. \quad (\text{Б.12})$$

Если же используется представление спина канала, то коэффициенты принимают вид

$$c_{M_1 M_2 m}^{J_1 J_2}(l_\alpha f J M) = \sum_\nu C_{f\nu l_\alpha m}^{JM} C_{J_1 M_1 J_2 M_2}^{f\nu}. \quad (\text{Б.13})$$

Если, в частности,  $\alpha$  — это канал взаимодействия лёгкой частицы со спином  $s$  и ядра со спином  $I$ , то  $J_1 = I$  и  $J_2 = s$ .

**Б.1.4. Упругое кулоновское рассеяние.** Пусть в канале  $\alpha$  ядерного взаимодействия нет. Тогда уравнение (Б.8) справедливо для всех значений  $r_\alpha$ , от нуля до бесконечности. Решение этого уравнения, регулярное в нуле, имеет следующую асимптотику:

$$F_{\alpha l}(r_\alpha) \rightarrow \sin \left( k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln(2k_\alpha r_\alpha) - \frac{\pi l}{2} + \sigma_{\alpha l} \right), \quad r_\alpha \rightarrow \infty, \quad (\text{Б.14})$$

где

$$\sigma_{\alpha l} = \arg \Gamma(1 + l + i\eta_\alpha), \quad (\text{Б.15})$$

<sup>1)</sup> Если хотя бы одна из частиц не заряжена, то  $\eta_\alpha = 0$ , и функции  $u_l^{(\mp)}(r)/r$  совпадают со сферическими функциями Ханкеля  $h_l^{(\mp)}(kr)$ .

есть кулоновская фаза ( $\sigma_{\alpha l} = 0$ , если  $\eta_{\alpha} = 0$ ). Нетрудно проверить, что это решение выражается через функции  $u_{\alpha l}^{(\mp)}(r_{\alpha})$  следующим образом:

$$F_{\alpha l}(r_{\alpha}) = \frac{k_{\alpha} e^{-i\sigma_{\alpha l}}}{2} \left( u_{\alpha l}^{(-)}(r_{\alpha}) + e^{2i\sigma_{\alpha l}} u_{\alpha l}^{(+)}(r_{\alpha}) \right). \quad (\text{Б.16})$$

Волновая функция, описывающая частицы со спинами  $I$  и  $s$  в канале  $\alpha$  бинарной реакции (повторим, что ядерного взаимодействия нет), представляет собой суперпозицию:

$$\Psi = \Psi_I \Psi_s \sum_{lm} c_{lm} \frac{F_{\alpha l}(r_{\alpha})}{r_{\alpha}} Y_{lm}(\mathbf{n}_{\alpha}), \quad (\text{Б.17})$$

где  $\Psi_I$  и  $\Psi_s$  — функции типа (А.3). Если

$$c_{lm} = \frac{4\pi}{k_{\alpha}} e^{i\sigma_{\alpha l}} i^l Y_{lm}^*(\mathbf{n}_k), \quad (\text{Б.18})$$

где  $\mathbf{n}_k = \mathbf{k}_{\alpha}/k_{\alpha}$ , то суперпозиция принимает вид

$$\Psi = \Psi_I \Psi_s \sum_{lm} 2\pi Y_{lm}^*(\mathbf{n}_k) \left( \frac{u_{\alpha l}^{(-)}(r_{\alpha})}{r_{\alpha}} + e^{2i\sigma_{\alpha l}} \frac{u_{\alpha l}^{(+)}(r_{\alpha})}{r_{\alpha}} \right) i^l Y_{lm}(\mathbf{n}_{\alpha}). \quad (\text{Б.19})$$

При этом в асимптотике получим

$$\Psi \rightarrow \Psi_I \Psi_s \left( \sum_l (2l+1) i^l \frac{u_{\alpha l}^{(-)}(r_{\alpha}) + u_{\alpha l}^{(+)}(r_{\alpha})}{2r_{\alpha}} P_l(\cos \vartheta_{\alpha}) + C_{\alpha}(\vartheta_{\alpha}) \frac{e^{i(k_{\alpha} r_{\alpha} - \eta_{\alpha} \ln(2k_{\alpha} r_{\alpha}))}}{r_{\alpha}} \right), \quad r_{\alpha} \rightarrow \infty. \quad (\text{Б.20})$$

Здесь  $\vartheta_{\alpha}$  — угол между  $\mathbf{r}_{\alpha}$  и  $\mathbf{k}_{\alpha}$ . Первое слагаемое в выражении в скобках превращается в плоскую волну <sup>1)</sup>,

$$\sum_l (2l+1) i^l \frac{u_{\alpha l}^{(-)}(r_{\alpha}) + u_{\alpha l}^{(+)}(r_{\alpha})}{2r_{\alpha}} P_l(\cos \vartheta_{\alpha}) \simeq e^{i\mathbf{k}_{\alpha} \mathbf{r}_{\alpha}}, \quad (\text{Б.21})$$

если в нем сохранить лишь «ведущие» члены, а функция

$$C_{\alpha}(\vartheta) = \frac{i}{2k_{\alpha}} \sum_l (2l+1) \left( 1 - e^{2i\sigma_{\alpha l}} \right) P_l(\cos \vartheta) = -\frac{\eta_{\alpha} e^{-2i(\eta_{\alpha} \ln(\sin \frac{\vartheta}{2}) - \sigma_{\alpha 0})}}{2k_{\alpha} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \quad (\text{Б.22})$$

представляет собой амплитуду кулоновского рассеяния.

Нетрудно проверить, что выражение (Б.19) можно переписать в виде:

$$\Psi = \sum_{\lambda_{\alpha}} a(\lambda_{\alpha}) \left( \frac{u_{\alpha l}^{(-)}}{r_{\alpha}} \varphi_{\lambda_{\alpha}}^{\alpha} + e^{2i\sigma_{\alpha l}} \frac{u_{\alpha l}^{(+)}}{r_{\alpha}} \varphi_{\lambda_{\alpha}}^{\alpha} \right). \quad (\text{Б.23})$$

<sup>1)</sup> Если хотя бы одна из частиц не заряжена, то первое слагаемое в выражении в скобках — это формула Рэлея для плоской волны, а  $C_{\alpha}(\vartheta) \equiv 0$ .

Спин-угловые функции  $\varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha$  определяются формулой (Б.10), а коэффициенты  $a(\lambda_\alpha)$  принимают вид

$$a(\lambda_\alpha) = 2\pi \sum_{\mu\sigma m} c_{\mu\sigma m}^{I s}(\lambda_\alpha) a_\mu(I) a_\sigma(s) Y_{lm}^*(\mathbf{n}_k). \quad (\text{Б.24})$$

В представлении полного углового момента лёгкой частицы,  $\lambda_\alpha = (ljJM)$ , коэффициент  $c_{\mu\sigma m}^{I s}$  задан выражением (Б.12), тогда как в представлении спина канала,  $\lambda_\alpha = (lfJM)$ , справедливо соотношение (Б.13).

**Б.1.5. S-матрица.** Введём теперь ядерное взаимодействие, которое приводит не только к дополнительному (по отношению к кулоновскому) упругому рассеянию в канале  $\alpha$ , но и к переходам в другие каналы  $\beta$ . Тогда, обобщая (Б.23), вне области действия ядерных сил полную волновую функцию удобно представить в форме

$$\Psi = \sum_{\lambda_\alpha} a(\lambda_\alpha) \left( \frac{u_{\alpha l}^{(-)}}{r_\alpha} \varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha + \sum_{\beta} \left( \frac{m_\beta k_\beta}{m_\alpha k_\alpha} \right)^{1/2} \sum_{\lambda_\beta} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) \frac{u_{\beta l_\beta}^{(+)}}{r_\beta} \varphi_{\lambda_\beta}^\beta \right). \quad (\text{Б.25})$$

Здесь  $S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta)$  — амплитуды перехода из канала  $\alpha$  в канал  $\beta$ . Они не зависят от  $M$ , поскольку пространство изотропно. В то же время полный угловой момент  $J$  (сохраняющийся!) указан явно. Подчёркнём, что в разных каналах могут использоваться отличные друг от друга схемы связи угловых моментов, т. е. разные наборы квантовых чисел  $\lambda$ .

Введённые амплитуды образуют матрицу столкновений, S-матрицу, которая является унитарной. В самом деле, разделим в полной волновой функции слагаемые, связанные с входным и выходными каналами:

$$\Psi = \Psi(\alpha \rightarrow \alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha} \Psi(\alpha \rightarrow \beta). \quad (\text{Б.26})$$

Волновая функция  $\Psi(\alpha \rightarrow \alpha)$  имеет вид

$$\Psi(\alpha \rightarrow \alpha) = \sum_{\lambda_\alpha} a(\lambda_\alpha) \left( \frac{u_{\alpha l}^{(-)}}{r_\alpha} \varphi_{\lambda_\alpha}^\alpha + \sum_{\lambda'_\alpha} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda'_\alpha) \frac{u_{\alpha l'}^{(+)}}{r_\alpha} \varphi_{\lambda'_\alpha}^\alpha \right). \quad (\text{Б.27})$$

Полное сечение неупругого взаимодействия (реакций) может быть получено как разность полных потоков сходящихся и расходящихся волн:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lim_{r_\alpha \rightarrow \infty} \frac{1}{j_k} \left( \oint j_{r_\alpha}^{(-)} r_\alpha^2 d\Omega_\alpha - \oint j_{r_\alpha}^{(+)} r_\alpha^2 d\Omega_\alpha \right) = \\ &= \frac{1}{k_\alpha^2} \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a(\lambda_\alpha) a^*(\lambda'_\alpha) \left( \delta_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} - \sum_{\lambda''_\alpha} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda''_\alpha) S_J^*(\lambda'_\alpha \rightarrow \lambda''_\alpha) \right). \end{aligned} \quad (\text{Б.28})$$

Здесь учтено, что в соответствии с (Б.21) составляющая плотности тока сталкивающихся частиц вдоль вектора  $\mathbf{k}_\alpha$  есть

$$j_k = \frac{\hbar k_\alpha}{m_\alpha}. \quad (\text{Б.29})$$

С другой стороны, вычисляя точно так же по функции

$$\Psi(\alpha \rightarrow \beta) = \left( \frac{m_\beta k_\beta}{m_\alpha k_\alpha} \right)^{1/2} \sum_{\lambda_\alpha} a(\lambda_\alpha) \sum_{\lambda_\beta} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) \frac{u_{\beta I_\beta}^{(+)}}{r_\beta} \varphi_{\lambda_\beta}^\beta \quad (\text{Б.30})$$

полное сечение реакции  $\alpha \rightarrow \beta$ , находим

$$\sigma_\beta = \lim_{r_\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{j_k} \oint j_{r_\beta}^{(+)} r_\beta^2 d\Omega_\beta = \frac{1}{k_\alpha^2} \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha \lambda_\beta} a(\lambda_\alpha) a^*(\lambda'_\alpha) S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) S_J^*(\lambda'_\alpha \rightarrow \lambda_\beta). \quad (\text{Б.31})$$

Но полное сечение неупругого взаимодействия должно, конечно, совпадать с суммой всех парциальных сечений реакций:

$$\sigma_r = \sum_{\beta \neq \alpha} \sigma_\beta. \quad (\text{Б.32})$$

Отсюда следует свойство унитарности S-матрицы:

$$\sum_{\lambda'_\alpha} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda'_\alpha) S_J^*(\lambda'_\alpha \rightarrow \lambda''_\alpha) + \sum_{\beta \neq \alpha} \sum_{\lambda_\beta} S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) S_J^*(\lambda'_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) = \delta_{\lambda_\alpha \lambda''_\alpha}. \quad (\text{Б.33})$$

В символической форме это можно переписать следующим образом:

$$SS^+ = 1. \quad (\text{Б.34})$$

**Б.1.6. Упругое рассеяние и реакции: амплитуды и дифференциальные сечения.** Итак, полный угловой момент  $J$  в начальном и конечном состояниях бинарной реакции — это одно и то же число, а амплитуда соответствующего перехода есть  $S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta)$ . Всё, что можно сделать далее в рамках кинематического описания, это только выразить вероятность разлета сталкивающихся частиц или продуктов реакции вдоль определённой оси и спиновую ориентацию разлетающихся частиц через элементы S-матрицы.

Перегрупуировывая слагаемые в выражении (Б.27), мы можем придать ему такой вид, что в асимптотике получим

$$\begin{aligned} \Psi(\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \Psi_I \Psi_s \left( e^{i\mathbf{k}_\alpha r_\alpha} + C_\alpha(\vartheta_\alpha) \frac{e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln(2k_\alpha r_\alpha))}}{r_\alpha} \right) + \\ + \sum_{\mu\sigma} a_\mu(I) a_\sigma(s) \sum_{\mu'\sigma'} f_{\mu'\sigma', \mu\sigma}^{(\alpha \rightarrow \alpha)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha) \chi_{I\mu'} \chi_{s\sigma'} \frac{e^{i(k_\alpha r_\alpha - \eta_\alpha \ln(2k_\alpha r_\alpha))}}{r_\alpha}, \quad r_\alpha \rightarrow \infty. \quad (\text{Б.35}) \end{aligned}$$

Величина  $f_{\mu'\sigma', \mu\sigma}^{(\alpha \rightarrow \alpha)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha)$  представляет собой амплитуду упругого рассеяния, обусловленного ядерным взаимодействием.

Возьмем теперь волновую функцию  $\Psi(\alpha \rightarrow \beta)$  (Б.30), описывающую переход из одного канала в другой. Асимптотическое выражение может быть представлено в форме

$$\begin{aligned} \Psi(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \left( \frac{m_\beta k_\alpha}{m_\alpha k_\beta} \right)^{1/2} \sum_{\mu\sigma} a_\mu(I) a_\sigma(s) \sum_{M_1 M_2} f_{M_1 M_2, \mu\sigma}^{(\alpha \rightarrow \beta)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta) \times \\ \times \chi_{J_1 M_1}^\beta \chi_{J_2 M_2}^\beta \frac{e^{i(k_\beta r_\beta - \eta_\beta \ln 2k_\beta r_\beta)}}{r_\beta}, \quad r_\beta \rightarrow \infty. \quad (\text{Б.36}) \end{aligned}$$

Здесь  $f_{M_1 M_2, \mu\sigma}^{(\alpha \rightarrow \beta)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta)$  — амплитуда реакции  $\alpha \rightarrow \beta$ .

Несложно показать, что амплитуды упругого рассеяния и реакции определяются одной и той же формулой

$$f_{M_1 M_2, \mu \sigma}^{(\alpha \rightarrow \beta)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta) = \frac{2\pi i}{k_\alpha} \sum_{JM \lambda_\alpha \lambda_\beta m m'} c_{\mu \sigma m}^{I s}(\lambda_\alpha) c_{M_1 M_2 m'}^{J_1 J_2}(\lambda_\beta) T_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) Y_{l_\alpha m}^*(\mathbf{n}_k) Y_{l_\beta m'}(\mathbf{n}_\beta), \quad (\text{Б.37})$$

где для упрощения записи введено

$$T_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta) = \delta_{\alpha\beta} \delta_{\lambda_\alpha \lambda_\beta} e^{2i\sigma_{\alpha l_\alpha}} - S_J(\lambda_\alpha \rightarrow \lambda_\beta). \quad (\text{Б.38})$$

Здесь  $\lambda = (lj)$  или  $(lf)$ , в зависимости от представления, а сумма по сохраняющимся квантовым числам  $J$  и  $M$  выделена явно; величины  $c_{\mu \sigma m}^{I s}$  и  $c_{M_1 M_2 m'}^{J_1 J_2}$  выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана в соответствии с (Б.12) и (Б.13).

Если речь идёт о реакции, т.е.  $\beta \neq \alpha$ , то выписанное выражение охватывает четыре варианта: в каждом из каналов, входном и выходном, может быть независимым образом использовано либо представление полного углового момента лёгкой частицы, либо представление спина канала. Если же рассматривается упругое рассеяние,  $\beta = \alpha$ , то входной и выходной каналы совпадают (при этом:  $J_1 = I$ ,  $M_1 = \mu'$ ,  $J_2 = s$  и  $M_2 = \sigma'$ ). Тогда имеются только два варианта: в обоих каналах спины связываются либо через полный угловой момент лёгкой частицы, либо через спин канала.

Относительная вероятность того, что две частицы после упругого столкновения будут двигаться вдоль направления  $\mathbf{n}_\alpha$  (напомним, что это направление от тяжёлой частицы к лёгкой), определяется дифференциальным сечением упругого рассеяния. Оно вводится как отношение плотности тока рассеянных частиц к плотности тока сталкивающихся частиц, а именно

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega_\alpha} = \lim_{r_\alpha \rightarrow \infty} \frac{j_{r_\alpha}^{(+)} r_\alpha^2}{j_k} = \sum_{\mu \sigma \mu' \sigma' \mu'' \sigma''} a_\mu(I) a_\sigma(s) a_{\mu'}^*(I) a_{\sigma'}^*(s) \times \\ \times \left( \delta_{\mu'' \mu} \delta_{\sigma'' \sigma} C_\alpha(\vartheta_\alpha) + f_{\mu'' \sigma'' \mu \sigma}^{(\alpha \rightarrow \alpha)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha) \right) \left( \delta_{\mu' \mu'} \delta_{\sigma' \sigma'} C_\alpha^*(\vartheta_\alpha) + f_{\mu' \sigma' \mu' \sigma'}^{(\alpha \rightarrow \alpha)^*}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha) \right). \quad (\text{Б.39})$$

Осуществляя усреднение (А.8) по спиновым состояниям снарядов и мишеней, перепишем сечение упругого рассеяния в виде

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega_\alpha} = \text{Sp} \left( (C_\alpha(\vartheta_\alpha) + f^{(\alpha \rightarrow \alpha)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha)) \rho (C_\alpha^+(\vartheta_\alpha) + f^{(\alpha \rightarrow \alpha)^+}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha)) \right), \quad (\text{Б.40})$$

где матрица плотности  $\rho$  есть прямое произведение:

$$\rho_{\mu \sigma, \mu' \sigma'} = \rho_{\mu \mu'} \rho_{\sigma \sigma'}. \quad (\text{Б.41})$$

Относительная вероятность того, что две частицы, образовавшиеся в канале реакции  $\beta$ , будут двигаться вдоль направления  $\mathbf{n}_\beta$ , определяется дифференциальным сечением реакции. Оно вычисляется по асимптотическому выражению (Б.36) для волновой функции и имеет вид

$$\frac{d\sigma_\beta}{d\Omega_\beta} = \lim_{r_\beta \rightarrow \infty} \frac{j_{r_\beta}^{(+)} r_\beta^2}{j_k} = \sum_{\mu \sigma \mu' \sigma' M_1 M_2} a_\mu(I) a_\sigma(s) a_{\mu'}^*(I) a_{\sigma'}^*(s) f_{M_1 M_2, \mu \sigma}^{(\alpha \rightarrow \beta)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta) f_{M_1 M_2, \mu' \sigma'}^{(\alpha \rightarrow \beta)^*}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta). \quad (\text{Б.42})$$

После усреднения по ансамблям сталкивающихся частиц ответ можно записать так:

$$\frac{d\sigma_\beta}{d\Omega_\beta} = \text{Sp} \left( f^{(\alpha \rightarrow \beta)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta) \rho f^{(\alpha \rightarrow \beta)+}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\beta) \right). \quad (\text{Б.43})$$

Нетрудно проверить, что после интегрирования по всем углам  $d\Omega_\beta$  парциальное сечение реакции  $\sigma_\beta$  может быть представлено в виде (Б.31).

**Б.1.7. Явные выражения для дифференциальных сечений в реакциях с нейтронами.** Пусть во входном канале лёгкая незаряженная частица со спином  $s$  (нейтрон) сталкивается с ядром со спином  $I$ . Примем, что индекс этого канала есть  $n$ . Кулоновского взаимодействия нет, так что упругое рассеяние обусловлено только ядерными силами. Для того чтобы явным образом выразить дифференциальные сечения через элементы S-матрицы, в формулах (Б.40) и (Б.43) нужно перейти от матриц плотности к спин-тензорам ориентации, т.е. воспользоваться формулами (А.75) и (А.93).

Пусть единичный вектор  $\mathbf{n}_s$  направлен вдоль оси поляризации падающих нейтронов, а единичный вектор  $\mathbf{n}_I$  — вдоль оси ориентации ядер-мишеней. Тогда для дифференциальных сечений как упругого рассеяния, так и реакции получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} &= \frac{\pi \lambda^2}{4\pi} \sum_{QAN\Lambda K} \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) \phi_{N\Lambda K}^{QA}(\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s) \sum_{JJ'} g_J \times \\ &\times \sum_{l_n j_n l'_n j'_n} a_{N(\Lambda K)}^{Q(A)}(Is; l_n j_n J, l'_n j'_n J') \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a_Q(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) T_J(l_n j_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_{J'}^*(l'_n j'_n \rightarrow \lambda'_\alpha), \end{aligned} \quad (\text{Б.44})$$

если во входном канале используется представление полного углового момента лёгкой частицы, и

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} &= \frac{\pi \lambda^2}{4\pi} \sum_{Q\Lambda\Lambda N K} \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) \phi_{\Lambda N K}^{QA}(\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_s) \sum_{JJ'} g_J \times \\ &\times \sum_{l_n f_n l'_n f'_n} a_{\Lambda(NK)}^{Q(A)}(Is; l_n f_n J, l'_n f'_n J') \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a_Q(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) T_J(l_n f_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_{J'}^*(l'_n f'_n \rightarrow \lambda'_\alpha) \end{aligned} \quad (\text{Б.45})$$

в случае, когда входной канал описывается в представлении спина канала. Здесь  $\alpha = n$  в случае упругого рассеяния и  $\alpha = \beta$  в случае реакции  $n \rightarrow \beta$ ,  $\lambda = 1/k_n$ ,  $\phi$  — это инвариантная сферическая функция (А.181) и  $g_J = (2J + 1)/((2I + 1)(2s + 1))$  — обычный спиновый статистический множитель.

Индексы кинематических коэффициентов  $a$  сгруппированы так, чтобы сделать более наглядной связь между ними. Если во входном канале используется представление полного углового момента лёгкой частицы, то индекс  $A$  «складывается» из  $\Lambda$  и  $K$ ; далее:  $|A - N| \leq Q \leq A + N$ . В то же время в представлении спина канала интервал изменения индекса  $A$  определяется величинами  $N$  и  $K$  и, в свою очередь,  $|A - \Lambda| \leq Q \leq A + \Lambda$ . Сами же коэффициенты выглядят так:

$$\begin{aligned} a_{N(\Lambda K)}^{Q(A)}(J_1 J_2; l j J, l' j' J') &= ((2A + 1)(2N + 1)(2\Lambda + 1)(2K + 1)(2J' + 1)(2J_1 + 1))^{1/2} \times \\ &\times ((2j + 1)(2j' + 1)(2l + 1)(2J_2 + 1))^{1/2} C_{l0\Lambda 0}^{l'0} \left\{ \begin{matrix} J' & j' & J_1 \\ J & j & J_1 \\ Q & A & N \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j' & l' & J_2 \\ j & l & J_2 \\ A & \Lambda & K \end{matrix} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{Б.46})$$

и

$$a_{\Lambda(NK)}^{Q(A)}(J_1 J_2; l f J, l' f' J') = ((2A+1)(2\Lambda+1)(2N+1)(2K+1)(2J'+1)(2l+1))^{1/2} \times \\ \times ((2f+1)(2f'+1)(2J_1+1)(2J_2+1))^{1/2} C_{l_0 \Lambda_0}^{l' 0} \left\{ \begin{matrix} J' & f' & l' \\ J & f & l \\ Q & A & \Lambda \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} f' & J_1 & J_2 \\ f & J_1 & J_2 \\ A & N & K \end{matrix} \right\}. \quad (\text{Б.47})$$

Эти коэффициенты упрощаются, если один из индексов,  $N$  или  $K$ , обращается в нуль; это происходит, когда отсутствует спиновая ориентация ядер или нейтронов. Соответствующие явные выражения приведены в следующем разделе (только для того чтобы не загромождать текущее изложение). В случае же, когда обе сталкивающиеся частицы не ориентированы, получим

$$a_Q(J_1 J_2; l j J, l' j' J') \equiv a_{0(Q0)}^{Q(Q)}(J_1 J_2; l j J, l' j' J') = C_{l_0 Q_0}^{l' 0} U(J_1 j' J Q, J' j) U(J_2 l' j Q, j' l) \quad (\text{Б.48})$$

и

$$a_Q(J_1 J_2; l f J, l' f' J') \equiv a_{Q(00)}^{Q(0)}(J_1 J_2; l f J, l' f' J') = \\ = \delta_{ff'} \left( \frac{(2J'+1)(2l+1)}{(2J+1)(2l'+1)} \right)^{1/2} C_{l_0 Q_0}^{l' 0} U(f l J' Q, J l'). \quad (\text{Б.49})$$

Именно эти величины, зависящие от квантовых чисел  $\lambda_\alpha$  и  $\lambda'_\alpha$  выходного канала, входят в формулы (Б.44) и (Б.45)!

Итак, если сталкивающиеся частицы не ориентированы, то угловые функции в (Б.44) и (Б.45) вырождаются в полиномы Лежандра,

$$\phi_{\dots}^{Q\dots} \rightarrow (2Q+1)P_Q(\cos \vartheta_\alpha), \quad (\text{Б.50})$$

здесь  $\vartheta_\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{n}_\alpha$  и  $\mathbf{n}_k$ , а коэффициенты (Б.46) и (Б.47), зависящие от квантовых чисел во входном канале, принимают вид (Б.48) и (Б.49). Соответственно дифференциальное сечение записывается следующим образом:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} = \frac{\pi \lambda^2}{4\pi} \sum_{Q=0,1,2\dots} (2Q+1)P_Q(\cos \vartheta_\alpha) \sum_{JJ'} g_J \times \\ \times \sum_{\lambda_n \lambda'_n} a_Q(I s; \lambda_n, \lambda'_n) \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a_Q(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) T_J(\lambda_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow \lambda'_\alpha), \quad (\text{Б.51})$$

где квантовые числа (представления) во входном и выходном каналах выбираются совершенно независимо (кроме случая упругого рассеяния, когда в обоих совпадающих каналах должно быть использовано одно и то же представление).

Отметим, что коэффициенты  $a_Q$  (Б.48) и (Б.49) выражены через нормированные функции Рака, для которых справедливо (А.148). Поэтому изотропная составляющая правой части (Б.51) определяется величинами

$$a_0(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) = \delta_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha}. \quad (\text{Б.52})$$

Соответственно сразу видно, что парциальное сечение процесса  $n \rightarrow \alpha$ , проинтегрированное по всем направлениям  $\mathbf{n}_\alpha$ , имеет стандартный вид

$$\sigma_\alpha = \pi \lambda^2 \sum_J g_J \sum_{\lambda_n \lambda_\alpha} |T_J(\lambda_n \rightarrow \lambda_\alpha)|^2. \quad (\text{Б.53})$$

**Б.1.8. Обобщённая формула Блатта-Биденхарна.** В литературе выражение (Б.51) для дифференциального сечения как правило приводится в той форме, в которой оно впервые было получено в 1951 году Дж. М. Блаттом и Л. К. Биденхарном [10, 14]. А именно, во входном и выходном каналах используются представления спина канала. Коэффициент (Б.49) может быть представлен в форме

$$a_Q(J_1 J_2; l f J, l' f J') = (-1)^{J-f} \frac{Z(l J l' J', f Q)}{((2Q+1)(2J+1))^{1/2}}, \quad (\text{Б.54})$$

где, в соответствии с [10],

$$Z(abcd, ef) = ((2a+1)(2b+1)(2c+1)(2d+1))^{1/2} C_{a0c0}^{f0} W(abcd, ef). \quad (\text{Б.55})$$

Тогда дифференциальное сечение записывается так:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} = \frac{\lambda^2}{(2I+1)(2s+1)} \sum_{Q=0,1,2,\dots} B_Q P_Q(\cos \vartheta), \quad (\text{Б.56})$$

где

$$B_Q = \sum_{JJ'} \sum_{l_n l'_n f_n l'_\alpha f_\alpha} \sum_{l_\alpha l'_\alpha} \frac{(-1)^{f_\alpha - f_n}}{4} Z(l_n J l'_n J', f_n Q) Z(l_\alpha J l'_\alpha J', f_\alpha Q) \times \\ \times T_J(l_n f_n \rightarrow l_\alpha f_\alpha) T_{J'}^*(l'_n f_n \rightarrow l'_\alpha f_\alpha). \quad (\text{Б.57})$$

Интегрирование по всем направлениям  $\mathbf{n}_\alpha$  приводит, конечно, к формуле (Б.53), но этот переход неочевиден. Поэтому оригинальные обозначения Дж. М. Блатта и Л. К. Биденхарна не кажутся очень удачными.

Тем не менее, безусловно, выражение (Б.51) — не более, чем формула Блатта-Биденхарна. Здесь она записана так, что во входном и выходном каналах можно пользоваться не только представлением спина канала, но и представлением полного углового момента лёгкой частицы. Любопытно другое. В самом общем случае, когда имеется спиновая ориентация как частиц-снарядов, так и частиц-мишеней, дифференциальное сечение (Б.44) и (Б.45) выглядит не намного сложнее! Всё различие состоит, в сущности, в том, что оно выражается не через полиномы Лежандра, а через инвариантные сферические функции  $\phi$  и, кроме того, кинематические коэффициенты, связанные со входным каналом, имеют несколько более сложный вид (Б.46) и (Б.47).

Заметим, что та часть, которая связана с суммированием по квантовым числам выходного канала, никак не меняется при переходе от (Б.44) и (Б.45) к (Б.51). Поэтому для неё удобно ввести специальное обозначение

$$b_Q^\alpha(\lambda'_n, \lambda_n) = \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a_Q(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) T_J(\lambda_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow \lambda'_\alpha). \quad (\text{Б.58})$$

Соответственно дифференциальное сечение определяется формулой

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} = \frac{\pi \lambda^2}{4\pi} \sum_{QAN\Lambda K} \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) \phi^{in} \sum_{JJ'} g_J \sum_{\lambda_n \lambda'_n} a^{in} b_Q^\alpha(\lambda_n, \lambda'_n), \quad (\text{Б.59})$$



где явный вид инвариантной сферической функции  $\phi^{in}$  и «входного» коэффициента  $a^{in}$  зависит от того, используется во входном канале представление полного углового момента лёгкой частицы или представление спина канала:

$$\phi^{in} a^{in} = \begin{cases} \phi_{N\Lambda K}^{QA}(\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s) a_{N(\Lambda K)}^{Q(A)}(Is; \lambda_n, \lambda'_n), & \lambda_n = (l_n j_n J), \\ \phi_{\Lambda NK}^{QA}(\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_s) a_{\Lambda(NK)}^{Q(A)}(Is; \lambda_n, \lambda'_n), & \lambda_n = (l_n f_n J). \end{cases} \quad (\text{Б.60})$$

«Выходной» же коэффициент  $b_Q^\alpha$  в зависимости от того, используется в выходном канале представление полного углового момента лёгкой частицы или представление спина канала, принимает одну из следующих форм:

$$b_Q^\alpha(\lambda_n, \lambda'_n) = \begin{cases} \sum_{l_\alpha j_\alpha l'_\alpha j'_\alpha} C_{l_\alpha 0 Q 0}^{l'_\alpha 0} U(J_1 j'_\alpha J Q, J' j_\alpha) U(J_2 l'_\alpha j_\alpha Q, j'_\alpha l_\alpha) \times \\ \quad \times T_J(\lambda_n \rightarrow l_\alpha j_\alpha) T_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow l'_\alpha j'_\alpha), \\ \sum_{l_\alpha l'_\alpha f_\alpha} \left( \frac{(2J' + 1)(2l_\alpha + 1)}{(2J + 1)(2l'_\alpha + 1)} \right)^{1/2} C_{l_\alpha 0 Q 0}^{l'_\alpha 0} U(f_\alpha l_\alpha J' Q, J l'_\alpha) \times \\ \quad \times T_J(\lambda_n \rightarrow l_\alpha f_\alpha) T_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow l'_\alpha f_\alpha). \end{cases} \quad (\text{Б.61})$$

**Б.1.9. Явные выражения для кинематических коэффициентов, если некоторые индексы принимаются равными нулю.** В случае когда ядра не ориентированы,  $\tau'_{N0}(I) = \delta_{N0}$ , коэффициенты (Б.46) и (Б.47) имеют вид

$$a_{0(\Lambda K)}^{Q(Q)}(J_1 J_2; l j J, l' j' J') = ((2\Lambda + 1)(2K + 1)(2j' + 1)(2l + 1)(2J_2 + 1))^{1/2} \times \\ \times C_{i0\Lambda 0}^{l'0} U(J_1 J j' Q, j J') \begin{Bmatrix} j' & l' & J_2 \\ j & l & J_2 \\ Q & \Lambda & K \end{Bmatrix} \quad (\text{Б.62})$$

и

$$a_{\Lambda(0K)}^{Q(K)}(J_1 J_2; l f J, l' f' J') = ((2\Lambda + 1)(2K + 1)(2J' + 1)(2f' + 1)(2l + 1))^{1/2} \times \\ \times C_{i0\Lambda 0}^{l'0} U(J_1 J_2 f' K, f J_2) \begin{Bmatrix} J' & f' & l' \\ J & f & l \\ Q & K & \Lambda \end{Bmatrix}. \quad (\text{Б.63})$$

Если же, наоборот, лёгкие частицы (нейтроны) не ориентированы,  $\tau'_{K0}(s) = \delta_{K0}$ , то находим

$$a_{N(\Lambda 0)}^{Q(\Lambda)}(J_1 J_2; l j J, l' j' J') = ((2\Lambda + 1)(2N + 1)(2J' + 1)(2j + 1)(2J_1 + 1))^{1/2} \times \\ \times C_{i0\Lambda 0}^{l'0} U(J_2 j l' \Lambda, l j') \begin{Bmatrix} J' & j' & J_1 \\ J & j & J_1 \\ Q & \Lambda & N \end{Bmatrix} \quad (\text{Б.64})$$

и

$$a_{\Lambda(N0)}^{Q(N)}(J_1 J_2; l f J, l' f' J') = ((2\Lambda + 1)(2N + 1)(2J' + 1)(2f + 1)(2l + 1))^{1/2} \times \\ \times C_{i0\Lambda0}^{l'0} U(J_2 J_1 f N, f' J_1) \left\{ \begin{array}{ccc} J' & f' & l' \\ J & f & l \\ Q & N & \Lambda \end{array} \right\}. \quad (\text{Б.65})$$

**Б.1.10. Спиновая ориентация разлетающихся частиц в рассеянии и реакциях.** Дифференциальные сечения упругого рассеяния и реакций — это далеко не всё, что может быть измерено при столкновении частиц. Источником дополнительных сведений о взаимодействии может стать спиновая ориентация разлетающихся частиц — как исходных (если речь идёт об упругом рассеянии), так и возникающих в реакциях.

Вновь примем для определённости, что во входном канале лёгкая незаряженная частица со спином  $s$  (нейтрон) сталкивается с ядром со спином  $I$  и индекс этого канала есть  $n$ . В соответствии с (Б.35) и (Б.36) расходящаяся часть волновой функции, описывающей как упругое рассеяние, так и определённый канал реакции, может быть представлена в форме

$$\Psi^{(+)} \rightarrow \sum_{M_1} \tilde{a}_{M_1}(J_1) \chi_{J_1 M_1} = \sum_{M_2} \tilde{a}_{M_2}(J_2) \chi_{J_2 M_2}. \quad (\text{Б.66})$$

Тильды над амплитудами напоминают о том, что эти амплитуды не нормированы на единицу. Тем не менее в соответствии с (А.95) и (А.96) можно ввести ненормированные спин-тензоры ориентации  $i$ -й частицы, движущейся вдоль вектора  $\mathbf{n}_\alpha$  (напомним, что по определению этот вектор направлен от тяжелой частицы 1 к лёгкой частице 2):

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_i) \sim \sum_{M_i M'_i} C_{J_i M_i H h}^{J_i M'_i} \langle \tilde{a}_{M_i}(J_i) \tilde{a}_{M'_i}^*(J_i) \rangle. \quad (\text{Б.67})$$

Здесь скобки  $\langle \dots \rangle$  обозначают не только усреднение по ансамблям сталкивающихся частиц, но и суммирование (интегрирование) по всем ненаблюдаемым переменным обеих разлетающихся частиц.

Легко видеть, что введённые спин-тензоры квадратичны по амплитудам рассеяния и реакций и при  $H = 0$  пропорциональны соответствующим дифференциальным сечениям. Поэтому коэффициент пропорциональности в соотношении (Б.67) удобно подобрать так, чтобы спин-тензор нулевого ранга точно совпадал с дифференциальным сечением. Тогда спин-тензоры ориентации тяжёлой частицы со спином  $J_1$ , которой соответствует парная лёгкая частица со спином  $J_2$ , определяются формулой:

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_1[J_2], \mathbf{n}_\alpha) = \sum_{M_1 M'_1} C_{J_1 M_1 H h}^{J_1 M'_1} \sum_{\mu\sigma\mu'\sigma'M_2} f_{M_1 M_2, \mu\sigma}^{(n \rightarrow \alpha)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha) \rho_{\mu\sigma, \mu'\sigma'} f_{M'_1 M_2, \mu'\sigma'}^{(n \rightarrow \alpha)*}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha). \quad (\text{Б.68})$$

Точно так же для спин-тензоров ориентации лёгкой частицы со спином  $J_2$ , находящейся в паре с тяжёлой частицей со спином  $J_1$ , получим

$$\tilde{\tau}_{Hh}(J_2[J_1], \mathbf{n}_\alpha) = \sum_{M_2 M'_2} C_{J_2 M_2 H h}^{J_2 M'_2} \sum_{\mu\sigma\mu'\sigma'M_1} f_{M_1 M_2, \mu\sigma}^{(n \rightarrow \alpha)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha) \rho_{\mu\sigma, \mu'\sigma'} f_{M_1 M'_2, \mu'\sigma'}^{(n \rightarrow \alpha)*}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_\alpha). \quad (\text{Б.69})$$

В обоих случаях

$$\tilde{\tau}_{00}(J_1[J_2], \mathbf{n}_\alpha) = \tilde{\tau}_{00}(J_1[J_2], \mathbf{n}_\alpha) = \frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega}. \quad (\text{Б.70})$$

Форма ответа, как и в случае дифференциального сечения, зависит от того, какое представление используется во входном канале — полного углового момента лёгкой частицы (« $j$ -представление») или спина канала (« $f$ -представление»). Более того, в данном случае имеется зависимость и от используемого представления в выходном канале. Во всех случаях ответ имеет следующий общий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{Hh}(J_a[J_b], \mathbf{n}_\alpha) = \frac{\pi\lambda^2}{4\pi} \sum_{QABN\Lambda K} \frac{(2B+1)^{1/2}}{2H+1} \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) y^{in} \sum_{JJ'} g_J \sum_{\lambda_n \lambda'_n} a^{in} \times \\ \times \sum_{\lambda_\alpha \lambda'_\alpha} a^{\text{out}} T_J(\lambda_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_{J'}^*(\lambda'_n \rightarrow \lambda'_\alpha), \end{aligned} \quad (\text{Б.71})$$

где  $J_a = J_1$  и  $J_b = J_2$  или, наоборот,  $J_a = J_2$  и  $J_b = J_1$ .

Явный вид обобщённой сферической гармоники  $y^{in}$  и «входного» коэффициента  $a^{in}$  определяется используемым представлением (« $j$ » или « $f$ ») во входном канале:

$$y^{in} a^{in} = \begin{cases} y_{QN\Lambda K}^{Hh:BA}(\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s) a_{N(\Lambda K)}^{B(A)}(Is; \lambda_n, \lambda'_n), & \lambda_n = (l_n j_n J), \\ y_{Q\Lambda NK}^{Hh:BA}(\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_s) a_{\Lambda(NK)}^{B(A)}(Is; \lambda_n, \lambda'_n), & \lambda_n = (l_n f_n J). \end{cases} \quad (\text{Б.72})$$

Что же касается «выходного» коэффициента  $a^{\text{out}}$ , то он зависит не только от представления в выходном канале, но и от того, к какой частице (1 или 2) относится спин-тензор. Пусть  $J_a = J_1$  и  $J_b = J_2$ , тогда

$$a^{\text{out}} = \begin{cases} (-1)^Q a_{H(Q0)}^{B(Q)}(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha), & \lambda_\alpha = (l_\alpha j_\alpha J), \\ (-1)^{B-H} a_{Q(H0)}^{B(H)}(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha), & \lambda_\alpha = (l_\alpha f_\alpha J). \end{cases} \quad (\text{Б.73})$$

Если же  $J_a = J_2$  и  $J_b = J_1$ , то получим

$$a^{\text{out}} = \begin{cases} (-1)^Q a_{0(QH)}^{B(B)}(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha), & \lambda_\alpha = (l_\alpha j_\alpha J), \\ (-1)^{B-H} a_{Q(0H)}^{B(H)}(J_1 J_2; \lambda_\alpha, \lambda'_\alpha), & \lambda_\alpha = (l_\alpha f_\alpha J). \end{cases} \quad (\text{Б.74})$$

Во все эти формулы входят обобщённые сферические гармоники (А.206), кинематические коэффициенты (Б.46) и (Б.47), зависящие от квантовых чисел во входном канале, и кинематические коэффициенты (Б.62)–(Б.65), зависящие от квантовых чисел в выходном канале. Пользуясь соотношением (А.211), нетрудно проверить, что условие нормировки (Б.70) во всех случаях выполняется.

**Б.1.11. Оптическая теорема для частиц со спином.** Оптическая теорема связывает полное сечение взаимодействия,

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r, \quad (\text{Б.75})$$

с амплитудой упругого рассеяния на угол нуль. Если сталкивающиеся частицы обладают спинами, то амплитуда упругого рассеяния (Б.37) представляет собой матрицу в пространстве проекций спинов на ось  $z$ . Пусть во входном канале  $n$  хотя бы одна из сталкивающихся частиц не заряжена, так что  $\eta_n = 0$  и  $C_n(\vartheta_n) = 0$  (в про-

тивном случае  $\sigma_e$  и, следовательно,  $\sigma_t$  обращаются в бесконечность). Покажем, что в этом случае оптическая теорема имеет вид

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k_n} \text{Im Sp} \left( \rho f^{(n \rightarrow n)}(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_k) \right). \quad (\text{Б.76})$$

Для определённости примем, как и ранее, что спины сталкивающихся частиц равны  $I$  и  $s$ . Подставим в формулы (Б.40) и (Б.43) явное выражение (Б.37) для амплитуды рассеяния или реакции и проинтегрируем по всем углам разлёта частиц. Тогда после некоторых упрощений получим

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha = (2\pi\lambda)^2 \sum_{\mu\sigma\mu'\sigma'} \rho_{\mu\sigma,\mu'\sigma'} \sum_{JM\lambda_n\lambda'_n mm'} c_{\mu\sigma m}^{IS}(\lambda_n) c_{\mu'\sigma' m'}^{IS}(\lambda'_n) Y_{l_n m}^*(\mathbf{n}_k) Y_{l'_n m'}(\mathbf{n}_k) \times \\ \times \sum_{\lambda_\alpha} T_J(\lambda_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_J^*(\lambda'_n \rightarrow \lambda_\alpha). \end{aligned} \quad (\text{Б.77})$$

Далее, пользуясь определением (Б.24), представим полученный результат в форме

$$\sigma_\alpha = \pi\lambda^2 \sum_{J\lambda_n\lambda'_n} g(\lambda_n\lambda'_n J) \sum_{\lambda_\alpha} T_J(\lambda_n \rightarrow \lambda_\alpha) T_J^*(\lambda'_n \rightarrow \lambda_\alpha), \quad (\text{Б.78})$$

где

$$\pi g(\lambda_n\lambda'_n J) \equiv \sum_M \langle a(\lambda_n JM) a^*(\lambda'_n JM) \rangle. \quad (\text{Б.79})$$

Здесь, как прежде уже принималось в некоторых местах,  $\lambda_n = (l_n j_n)$  или  $(l_n f_n)$ , а квантовые числа  $J$  и  $M$  выписываются явным образом. Усреднение в (Б.79) осуществляется по ансамблям сталкивающихся частиц. Если, в частности,  $\alpha = n$ , то формула (Б.78) определяет полное сечение упругого рассеяния  $\sigma_e$ .

В то же время в соответствии с (Б.28) и определением (Б.79) полное сечение реакций имеет вид

$$\sigma_r = \pi\lambda^2 \sum_{J\lambda_n\lambda'_n} g(\lambda_n\lambda'_n J) \left( \delta_{\lambda_n\lambda'_n} - \sum_{\lambda''_n} S_J(\lambda_n \rightarrow \lambda''_n) S_J^*(\lambda'_n \rightarrow \lambda''_n) \right). \quad (\text{Б.80})$$

Таким образом, складывая  $\sigma_e$  (Б.78) с учётом (Б.38) и  $\sigma_r$  (Б.80), получим полное сечение взаимодействия:

$$\sigma_t = 2\pi\lambda^2 \text{Re} \sum_{J\lambda_n\lambda'_n} g(\lambda_n\lambda'_n J) (\delta_{\lambda_n\lambda'_n} - S_J(\lambda_n \rightarrow \lambda'_n)). \quad (\text{Б.81})$$

Этот результат может быть записан форме (Б.76), если вновь воспользоваться определениями (Б.79), (Б.24) и явным выражением (Б.37) для амплитуды упругого рассеяния.

Отметим, что коэффициент  $g(\lambda_n\lambda'_n J)$  легко извлекается из результатов, полученных ранее. В самом деле, интегрируя дифференциальные сечения (Б.44) и (Б.45) по всем направлениям  $\mathbf{n}_\alpha$ , мы придём в точности к формуле (Б.78). Таким образом, если во входном канале используется представление полного углового момента лёгкой частицы, то

$$g(lj l' j' J) = g_J \sum_{N\Lambda K} (-1)^N \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) \frac{a_{N(\Lambda K)}^{0(N)}(Is; lj J, l' j' J)}{(2N+1)^{1/2}} \phi_{\Lambda K}^N(\mathbf{n}_I, \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_s), \quad (\text{Б.82})$$

где

$$\frac{a_{N(\Lambda K)}^{0(N)}(Is; ljJ, l'j'J)}{(2N+1)^{1/2}} = ((2\Lambda+1)(2K+1)(2j+1)(2l+1)(2s+1))^{1/2} \times \\ \times C_{i0\Lambda 0}^{l'0} U(JjIN, Ij') \left\{ \begin{matrix} j' & l' & s \\ j & l & s \\ N & \Lambda & K \end{matrix} \right\}. \quad (\text{Б.83})$$

Тогда как в представлении спина канала имеем

$$g(lf'l'f'J) = g_J \sum_{\Lambda NK} (-1)^\Lambda \tau'_{N0}(I) \tau'_{K0}(s) \frac{a_{\Lambda(NK)}^{0(\Lambda)}(Is; lfJ, l'f'J)}{(2\Lambda+1)^{1/2}} \phi_{NK}^\Lambda(\mathbf{n}_k, \mathbf{n}_I, \mathbf{n}_s), \quad (\text{Б.84})$$

где

$$\frac{a_{\Lambda(NK)}^{0(\Lambda)}(Is; lfJ, l'f'J)}{(2\Lambda+1)^{1/2}} = ((2N+1)(2K+1)(2f+1)(2I+1)(2s+1))^{1/2} \times \\ \times C_{i0\Lambda 0}^{l'0} U(Jf'l'\Lambda, lf') \left\{ \begin{matrix} f' & I & s \\ f & I & s \\ \Lambda & N & K \end{matrix} \right\}. \quad (\text{Б.85})$$

Нетрудно проверить, что если сталкивающиеся частицы не ориентированы, т. е.  $\tau'_{N0}(I) = \delta_{N0}$  и  $\tau'_{K0}(s) = \delta_{K0}$ , то

$$g(\lambda_n \lambda'_n J) = g_J \delta_{\lambda_n \lambda'_n}. \quad (\text{Б.86})$$

Поэтому выражение (Б.78) принимает стандартный вид (Б.53).

**Б.1.12. Явные выражения для коэффициентов, определяющих амплитуду упругого рассеяния медленных нейтронов на угол 0.** В разделе 1.9 выписано явное выражение для амплитуды упругого рассеяния на угол 0 медленных ( $s$ - и  $p$ -волновых) нейтронов. В формулы (1.13)–(1.20) входят следующие коэффициенты:

$$A_1^J = -g_J \left( \frac{3I}{I+1} \right)^{1/2} U(J\frac{1}{2}I1, I\frac{1}{2}), \quad (\text{Б.87})$$

$$A_2^{jj'J} = -g_J \left( \frac{3I}{I+1} \right)^{1/2} U(JjI1, Ij') U(1\frac{1}{2}j'1, j\frac{1}{2}), \quad (\text{Б.88})$$

$$A_3^{jj'J} = -3g_J \left( \frac{6I(2j+1)}{I+1} \right)^{1/2} U(JjI1, Ij') \left\{ \begin{matrix} j' & 1 & 1/2 \\ j & 1 & 1/2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix} \right\}, \quad (\text{Б.89})$$

$$A_4^{jj'J} = (-1)^{j'-j+1} g_J \left( \frac{5I(2I-1)}{2(I+1)(2I+3)} \right)^{1/2} U(JjI2, Ij') U(\frac{1}{2}1j'2, j1), \quad (\text{Б.90})$$

$$B_1^J = (-1)^{3/2-j} g_J \left( \frac{3I}{I+1} \right)^{1/2} U(J\frac{1}{2}I1, Ij), \quad (\text{Б.91})$$

$$B_2^J = -\frac{g_J}{2} \left( \frac{5I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)} \right)^{1/2} U(J\frac{1}{2}I2, I\frac{3}{2}), \quad (\text{Б.92})$$

$$C_1^{jJ} = 3(-1)^{j-1/2} g_J \left( \frac{I}{2(I+1)} \right)^{1/2} U(J\frac{1}{2}I1, Ij) U(\frac{1}{2}1j1, \frac{1}{2}1), \quad (\text{Б.93})$$

$$C_2^J = \frac{3g_J}{2} \left( \frac{5I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)} \right)^{1/2} U(J\frac{1}{2}I2, I\frac{3}{2}). \quad (\text{Б.94})$$

## Б.2. R-матричное описание резонансов в бинарных реакциях

**Б.2.1. Основные обозначения.** Пронумеруем все бинарные каналы реакции двойным индексом  $c = (\alpha, \lambda_\alpha)$ . Напомним, что индекс  $\alpha$  фиксирует пару сталкивающихся или разлетающихся ядер с определёнными характеристиками, такими как массы, заряды, спины, чётности и энергия относительного движения (вообще говоря, на бесконечности). Индекс  $\lambda_\alpha$  определяет набор квантовых чисел, связанных со способом сложения угловых моментов пары ядер. Разным наборам  $\lambda_\alpha$  соответствуют разные представления. Единичный вектор  $\mathbf{n}_c$  направлен от тяжелого ядра к лёгкому.

В нейтронном канале ( $\alpha = n$ ) имеется нейтрон со спином  $s = 1/2$  и ядро-мишень со спином  $I$ . В нейтронном канале спины обычно складывают так, что  $\lambda_n = (ljJM)$ , где  $l$  — относительный орбитальный момент ядра и нейтрона (или, просто, орбитальный момент нейтрона),  $j$  — полный угловой момент нейтрона ( $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ ),  $J$  — полный угловой момент нейтрона и ядра-мишени ( $\mathbf{J} = \mathbf{j} + \mathbf{I}$ ), а  $M$  — проекция  $J$  на ось  $z$ .

В произвольном канале  $\alpha$  квантовые числа  $\lambda_\alpha$ , как правило, выбираются так, что в их совокупность входят полный угловой момент  $J$  и его проекция  $M$  на ось  $z$ . Поскольку  $J$  и  $M$  сохраняются, то они фактически заданы во входном канале, и для упрощения записи их обычно исключают из набора  $\lambda_\alpha$ .

В любом канале реакции ядерное взаимодействие исчезает, когда расстояние  $r_c$  между фрагментами превосходит радиус канала  $a_c$ . Ниже мы различаем внешнюю область ( $r_c > a_c$  во всех каналах) и внутреннюю область  $\Omega$  ( $r_c < a_c$ ), разделённые «поверхностью»  $S$  ( $r_c = a_c$ ).

**Б.2.2. Волновая функция вне области взаимодействия.** Рассмотрим произвольную бинарную реакцию, инициированную нейтроном. Во внешней области полная волновая функция системы определяется формулой (Б.25) и может быть записана следующим образом:

$$\Psi = \frac{1}{(m_n k_n)^{1/2}} \sum_{JM} \Psi_{nJM}, \quad \Psi_{nJM} = \sum_c \frac{\varphi_c}{r_c} u_c. \quad (\text{Б.95})$$

Здесь  $u_c$  — полная радиальная функция в канале  $c$ :

$$u_c = (m_c k_c)^{1/2} \left( y_c u_c^{(-)} + x_c u_c^{(+)} \right), \quad (\text{Б.96})$$

а амплитуды  $y_c$  и  $x_c$  при сходящихся и расходящихся волнах имеют вид

$$y_c = \delta_{\alpha n} a(\lambda_n), \quad x_c = \sum_{c'} y_{c'} S_J(c' \rightarrow c). \quad (\text{Б.97})$$

Заметим, что функции  $\varphi_c/r_c$ , где  $\varphi_c$  — это спин-угловые функции (Б.10), ортонормированы на поверхности  $S$ , а именно

$$\int \left( \frac{\varphi_{c'}}{a_{c'}} \right)^* \left( \frac{\varphi_c}{a_c} \right) dS = \delta_{c'c}. \quad (\text{Б.98})$$

Интегрирование осуществляется по всем элементам поверхности,

$$dS = \sum_c dS_c, \quad dS_c = a_c^2 d\Omega_c d\tau_c, \quad (\text{Б.99})$$

где  $\tau_c$  — набор всех внутренних переменных двух разделённых ядер в канале  $c$ .

**Б.2.3. Волновая функция в области взаимодействия.** Во внутренней области  $A$  взаимодействующих нуклонов с полным угловым моментом  $J$  и его проекцией  $M$  на ось  $z$  описываются волновой функцией  $\Psi_{JM}$ , которая удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$\hat{H}\Psi_{JM} = E\Psi_{JM}. \quad (\text{Б.100})$$

Гамильтониан

$$\hat{H} = - \sum_{i=1}^A \frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_i + \hat{U} \quad (\text{Б.101})$$

представляет собой сумму оператора полной кинетической энергии и оператора потенциальной энергии взаимодействия.

На поверхности  $S$  внутренняя волновая функция  $\Psi_{JM}$  переходит во внешнюю волновую функцию  $\Psi_{nJM}$  (Б.95). Следовательно, в малой окрестности  $S$  функция  $\Psi_{JM}$  принимает форму

$$\Psi_{JM} = \sum_c \frac{\varphi_c}{r_c} \tilde{u}_c. \quad (\text{Б.102})$$

Условия сшивки имеют вид

$$u_c(a_c) = \tilde{u}_c(a_c), \quad \left( \frac{du_c}{dr_c} \right)_{a_c} = \left( \frac{d\tilde{u}_c}{dr_c} \right)_{a_c}. \quad (\text{Б.103})$$

**Б.2.4. Идея R-матричной теории.** Удобно ввести следующие обозначения:

$$V_c \equiv \left( \frac{\hbar^2}{2m_c a_c} \right)^{1/2} u_c(a_c), \quad (\text{Б.104})$$

$$D_c \equiv \left( \frac{\hbar^2 a_c}{2m_c} \right)^{1/2} \left( \frac{du_c}{dr_c} \right)_{a_c}. \quad (\text{Б.105})$$

Тогда на поверхности  $S$  внутренняя волновая функция  $\Psi_{JM}$  и её радиальный градиент (нормальный к  $S$ ) могут быть записаны так:

$$\Psi_{JM} = \sum_c \left( \frac{2m_c a_c}{\hbar^2} \right)^{1/2} V_c \frac{\varphi_c}{a_c}, \quad (\text{Б.106})$$

$$\text{grad}_n \Psi_{JM} = \sum_c \left( \frac{2m_c}{\hbar^2 a_c} \right)^{1/2} (D_c - V_c) \frac{\varphi_c}{a_c}. \quad (\text{Б.107})$$

Нетрудно проверить, что с помощью условий ортонормировки (Б.98) величины  $V_c$  и  $D_c$  могут быть представлены в форме поверхностных интегралов:

$$V_c = \left( \frac{\hbar^2}{2m_c a_c} \right)^{1/2} \int \frac{\varphi_c^*}{a_c} \Psi_{JM} dS, \quad (\text{Б.108})$$

$$D_c = V_c + \left( \frac{\hbar^2 a_c}{2m_c} \right)^{1/2} \int \frac{\varphi_c^*}{a_c} \text{grad}_n \Psi_{JM} dS. \quad (\text{Б.109})$$

Эти уравнения связывают величины  $V_c$  и  $D_c$  с внутренней волновой функцией  $\Psi_{JM}$ .

С другой стороны, подставляя (Б.96) в (Б.104) и (Б.105), можно выразить  $V_c$  и  $D_c$  через амплитуды  $x_c$  и  $y_c$ :

$$V_c = \left( \frac{\hbar^2 k_c}{2a_c} \right)^{1/2} \left( y_c u_c^{(-)} + x_c u_c^{(+)} \right)_{a_c}, \quad (\text{Б.110})$$

$$D_c = \left( \frac{\hbar^2 k_c a_c}{2} \right)^{1/2} \left( y_c \frac{du_c^{(-)}}{dr_c} + x_c \frac{du_c^{(+)}}{dr_c} \right)_{a_c}. \quad (\text{Б.111})$$

Но матрица столкновений  $S_J(c' \rightarrow c)$  также связана с этими же самыми амплитудами  $x_c$  и  $y_c$ , а именно формулой (Б.97). Таким образом, исключая из соотношений (Б.108)–(Б.111) величины  $V_c$  и  $D_c$ , можно выразить S-матрицу (и, следовательно, все наблюдаемые) через параметры, связанные с внутренними волновыми функциями  $\Psi_{JM}$ . Это и есть основная идея R-матричной теории.

**Б.2.5. R-матрица.** Пусть  $X_\nu^{JM}$  ( $\nu = 1, 2, 3 \dots$ ) — решения уравнения Шредингера (Б.100), отвечающие энергиям  $E_\nu^J$  и удовлетворяющие определенным граничным условиям. По аналогии с (Б.108) и (Б.109) мы полагаем

$$\gamma_{\nu c} \equiv \left( \frac{\hbar^2}{2m_c a_c} \right)^{1/2} \int_{a_c}^{\varphi_c^*} X_\nu^{JM} dS, \quad (\text{Б.112})$$

$$\delta_{\nu c} \equiv \gamma_{\nu c} + \left( \frac{\hbar^2 a_c}{2m_c} \right)^{1/2} \int_{a_c}^{\varphi_c^*} \text{grad}_n X_\nu^{JM} dS. \quad (\text{Б.113})$$

Предположим, что существуют такие решения  $X_\nu^{JM}$ , что отношение

$$\frac{\delta_{\nu c}}{\gamma_{\nu c}} = B_c, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Б.114})$$

в каждом канале  $c$  может быть принято равным фиксированной величине  $B_c$ , не зависящей от номера  $\nu$  решения. Условие (Б.114) является искомым граничным условием, отбирающим функции  $X_\nu^{JM}$  среди всех возможных решений уравнения Шредингера во внутренней области. С физической точки зрения функции  $X_\nu^{JM}$  представляют собой волновые функции компаунд-ядра, отвечающие энергетическим уровням  $E_\nu^J$ .

Фазы всех волновых функций (включая спин-угловые функции  $\varphi_c$  и функции компаунд-ядра  $X_\nu^{JM}$ ) мы выбираем так, что они стандартным образом (1.23) преобразуются при обращении времени. Поэтому факторы  $V_c$ ,  $D_c$  так же как  $\gamma_{\nu c}$ ,  $\delta_{\nu c}$  и  $B_c$  являются действительными.

Пусть  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  — произвольные решения уравнения Шредингера (Б.100) во внутренней области  $\Omega$ , отвечающие энергиям  $E_1$  и  $E_2$ . Домножая уравнение для  $\Psi_1$  на  $\Psi_2^*$ , а комплексно сопряженное уравнение для  $\Psi_2$  — на  $\Psi_1$ , и интегрируя разность полученных таким образом уравнений по внутренней области  $\Omega$ , находим

$$(E_2 - E_1) \int \Psi_2^* \Psi_1 d\Omega = \int \left( (\hat{H} \Psi_2)^* \Psi_1 - \Psi_2^* (\hat{H} \Psi_1) \right) d\Omega. \quad (\text{Б.115})$$

Считая гамильтониан (Б.101) эрмитовым во внутренней области  $\Omega$  и выделяя из его первого слагаемого оператор относительного движения  $-(\hbar^2/2m_c)\Delta_c$  двух ядер в каждом канале  $c$ , с помощью теоремы Грина легко преобразовать (Б.115) к виду

$$(E_2 - E_1) \int \Psi_2^* \Psi_1 d\Omega = \int \left( \frac{\hbar^2}{2m_c} \right) (\Psi_2^* \text{grad}_n \Psi_1 - \Psi_1 \text{grad}_n \Psi_2^*) dS. \quad (\text{Б.116})$$



Подставляя (Б.106) и (Б.107) в правую часть этого уравнения и используя условия ортонормировки (Б.98), получим

$$(E_2 - E_1) \int \Psi_2^* \Psi_1 d\Omega = \sum_c (V_{2c} D_{1c} - V_{1c} D_{2c}). \quad (\text{Б.117})$$

Возьмем в качестве решений  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  функции  $X_\nu^{JM}$  и  $X_{\nu'}^{JM}$  ( $\nu \neq \nu'$ ). Тогда правая часть (Б.117) обращается в нуль вследствие граничного условия (Б.114). Это означает, что функции  $X_\nu^{JM}$  могут рассматриваться как ортонормированные во внутренней области:

$$\int X_{\nu'}^{JM*} X_\nu^{JM} d\Omega = \delta_{\nu'\nu}. \quad (\text{Б.118})$$

Возьмем теперь произвольное решение  $\Psi_{JM}$  уравнения Шредингера (Б.100), отвечающее энергии  $E$ . Представим его в виде ряда по функциям  $X_\nu^{JM}$ :

$$\Psi_{JM} = \sum_\nu A_\nu^J X_\nu^{JM}, \quad A_\nu^J = \int X_\nu^{JM*} \Psi_{JM} d\Omega. \quad (\text{Б.119})$$

Тогда, подставляя  $\Psi_{JM}$  и  $X_\nu^{JM}$  как  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  в (Б.117), получим

$$A_\nu^J = \frac{1}{E_\nu^J - E} \sum_c \gamma_{\nu c}^J D_c^0, \quad D_c^0 \equiv D_c - B_c V_c. \quad (\text{Б.120})$$

Следовательно, разложение (Б.119) принимает вид

$$\Psi_{JM} = \sum_c \left( \sum_\nu \frac{\gamma_{\nu c}^J}{E_\nu^J - E} X_\nu^{JM} \right) D_c^0. \quad (\text{Б.121})$$

Подставляя функцию  $\Psi_{JM}$  в виде этого разложения в формулу (Б.108), мы получим связь между величинами  $V_c$  и  $D_c^0$ :

$$V_c = \sum_{c'} R_{cc'}^J D_{c'}^0, \quad R_{cc'}^J \equiv \sum_\nu \frac{\gamma_{\nu c}^J \gamma_{\nu c'}^J}{E_\nu^J - E}, \quad (\text{Б.122})$$

где  $R_{cc'}^J$  — это R-матрица. Она полностью определена амплитудами  $\gamma_{\nu c}^J$  и энергиями  $E_\nu^J$ , т.е. величинами, связанными с внутренними волновыми функциями  $X_\nu^{JM}$ , и, кроме того, явно зависит от энергии  $E$ .

**Б.2.6. Связь между S- и R-матрицами.** Подстановка соотношений (Б.110) и (Б.111) в формулу (Б.122) решает задачу, т.е. даёт связь между S- и R-матрицами. Введём логарифмические производные внешних радиальных функций,

$$L_c \equiv \left( \frac{k_c a_c}{u_c^{(+)} \frac{du_c^{(+)}}{d(k_c r_c)}} \right)_{a_c} = d_c + i s_c, \quad (\text{Б.123})$$

$$L_c^* \equiv \left( \frac{k_c a_c}{u_c^{(-)} \frac{du_c^{(-)}}{d(k_c r_c)}} \right)_{a_c} = d_c - i s_c, \quad (\text{Б.124})$$

где  $d_c$  и  $s_c$  — действительная и мнимая части. Величину  $d_c$  называют фактором сдвига, а  $s_c$  — проницаемостью <sup>1)</sup>.

Стандартные кулоновские радиальные функции  $F_c$  (ранее мы уже пользовались ими — см. (Б.14)) и  $G_c$  имеют асимптотики при  $x \rightarrow \infty$  ([95], формула (3.332)):

$$F_c(x) \rightarrow \sin \left( x - \eta_c \ln 2x - \frac{\pi l_c}{2} + \sigma_{cl_c} \right), \quad (\text{Б.125})$$

$$G_c(x) \rightarrow \cos \left( x - \eta_c \ln 2x - \frac{\pi l_c}{2} + \sigma_{cl_c} \right). \quad (\text{Б.126})$$

Радиальные функции  $u_c^{(\mp)}(r_c)$ , удовлетворяющие граничным условиям (Б.9), связаны с кулоновскими функциями  $F_c$  и  $G_c$  следующим образом:

$$u_c^{(\mp)}(r_c) = \pm \frac{i}{k_c} (G_c(k_c r_c) \mp i F_c(k_c r_c)) e^{\pm i \sigma_{cl_c}}. \quad (\text{Б.127})$$

Подставляя эти функции в (Б.123) и (Б.124) и учитывая соотношение

$$F'_c G_c - G'_c F_c = 1, \quad (\text{Б.128})$$

получим стандартные выражения для факторов сдвига  $d_c$  и проницаемости  $s_c$ :

$$d_c = \frac{\rho_c (G_c G'_c + F_c F'_c)}{G_c^2 + F_c^2} \Big|_{a_c}, \quad s_c = \frac{\rho_c}{G_c^2 + F_c^2} \Big|_{a_c}, \quad (\text{Б.129})$$

где  $\rho_c = k_c a_c$  (см., в частности, [95], формулы (3.307) и (3.309)).

Тогда, если опустить все индексы, то матричное выражение (Б.122) примет вид

$$y \rho^{-1/2} k u^{(-)} + x \rho^{-1/2} k u^{(+)} = R^J \left( y \rho^{-1/2} (L^* - B) k u^{(-)} + x \rho^{-1/2} (L - B) k u^{(+)} \right). \quad (\text{Б.130})$$

Это соотношение переписывается следующим образом:

$$x = -\rho^{1/2} \left( k u^{(+)} \right)^{-1} (1 - R^J (L - B))^{-1} (1 - R^J (L^* - B)) k u^{(-)} \rho^{-1/2} y. \quad (\text{Б.131})$$

Сравнивая эту формулу с (Б.97), мы получим для матрицы

$$S_{c'c}^J \equiv S_J(c' \rightarrow c) \quad (\text{Б.132})$$

следующее выражение:

$$S^J = \Omega s^{1/2} (1 - R^J (L - B))^{-1} (1 - R^J (L^* - B)) s^{-1/2} \Omega. \quad (\text{Б.133})$$

Здесь

$$\Omega_c \equiv \left( -\frac{u_c^{(-)}}{u_c^{(+)}} \right)_{a_c}^{1/2} = e^{i(\sigma_{cl} + \delta_c^C)} \quad (\text{Б.134})$$

<sup>1)</sup> А. М. Лейн и Р. Г. Томас [49] использовали довольно удачные обозначения:  $S_c$  для фактора сдвига («shift») и  $P_c$  для проницаемости («penetrability»). Однако  $S_c$  слишком уж похоже на символ, который удобно сохранить за S-матрицей (в [49] S-матрица обозначалась буквой  $U$ ). Поэтому после некоторых колебаний я решил воспользоваться обозначениями, введёнными О. Бором и Б. Р. Моттельсоном ([95], приложение 6 главы 3). Правда для фактора сдвига мне показалось более удобным вместо греческой буквы  $\Delta_c$  взять схожую латинскую букву  $d_c$ .

есть фазовый фактор, при этом

$$\delta_c^C = - \operatorname{arctg} \frac{F_c}{G_c} \Big|_{a_c} \quad (\text{Б.135})$$

есть фазовый сдвиг <sup>1)</sup> при рассеянии на непроницаемой сфере радиуса  $a_c$ .

Полученное выражение для S-матрицы можно упростить, воспользовавшись, во-первых, преобразованием

$$1 - R^J(L^* - B) = 1 - R^J(L - B) + R^J(L - L^*) = (1 - R^J(L - B)) + 2iR^J s, \quad (\text{Б.136})$$

и, во-вторых, выбирая постоянную  $B_c$  в граничном условии (Б.114) равной фактору сдвига,

$$B_c = d_c. \quad (\text{Б.137})$$

Тогда матрица столкновений примет форму

$$S^J = \Omega W^J \Omega, \quad (\text{Б.138})$$

где

$$W^J = 1 + 2is^{1/2} (1 - iR^J s)^{-1} R^J s^{1/2}. \quad (\text{Б.139})$$

**Б.2.7. S-матрица в случае большого числа открытых каналов.** При большом числе открытых каналов обращение матрицы

$$(1 - iR^J s)_{cc'} = \delta_{cc'} - \sum_{\nu} \frac{\gamma_{\nu c}^J \beta_{\nu c'}^J}{E_{\nu}^J - E}, \quad \beta_{\nu c}^J = i\gamma_{\nu c}^J s_c, \quad (\text{Б.140})$$

в (Б.133) или (Б.139) представляет собой очевидную проблему. Один из способов её решения состоит в следующем. Запишем искомую обратную матрицу в форме

$$(1 - iR^J s)_{cc'}^{-1} = \delta_{cc'} + \sum_{\mu\nu} \gamma_{\mu c}^J \beta_{\nu c'}^J A_{\mu\nu}^J, \quad (\text{Б.141})$$

где  $A_{\mu\nu}^J$  — матрица в пространстве уровней компаунд-ядра, которая подлежит определению.

Умножая (Б.140) на (Б.141), мы получим единичную матрицу. С другой стороны, данное умножение даёт уравнение для искомой матрицы  $A_{\mu\nu}^J$ :

$$\sum_{\nu} A_{\mu\nu}^J ((E_{\nu}^J - E)\delta_{\nu\lambda} - \xi_{\nu\lambda}^J) = \delta_{\mu\lambda}. \quad (\text{Б.142})$$

Здесь использована матрица

$$\xi_{\nu\lambda}^J \equiv \sum_c \beta_{\nu c}^J \gamma_{\lambda c}^J = i \sum_c \gamma_{\nu c}^J \gamma_{\lambda c}^J s_c = \frac{i}{2} \sum_c g_{\nu c}^J g_{\lambda c}^J, \quad (\text{Б.143})$$

выраженная, в частности, через величины

$$g_{\mu c}^J \equiv (2s_c)^{1/2} \gamma_{\mu c}^J. \quad (\text{Б.144})$$

Таким образом, обращение матрицы  $(1 - iR^J s)$ , определённой в пространстве каналов реакции, может быть заменено обращением матрицы  $((E_{\lambda}^J - E)\delta_{\nu\lambda} - \xi_{\nu\lambda}^J)$ ,

<sup>1)</sup> В книге [95] этот фазовый сдвиг обозначен  $\xi_c$  и задан формулой (3.309), эквивалентной (Б.135).

определённой в пространстве уровней компаунд-ядра. Подстановка (Б.141) в (Б.139) позволяет привести матрицу  $W^J$  к виду

$$W_{cc'}^J = \delta_{cc'} + i \sum_{\mu\nu} g_{\mu c}^J A_{\mu\nu}^J g_{\nu c'}^J. \quad (\text{Б.145})$$

**Б.2.8. Редукция в пространстве каналов.** Обычной является ситуация, когда все каналы распадаются на два множества в зависимости от того, отслеживаются они в эксперименте или нет. Понятно, что число отслеживаемых каналов, как правило, невелико. При этом для расчёта измеряемых величин может оказаться существенным лишь тот сектор S-матрицы, который состоит из амплитуд, описывающих переходы между наблюдаемыми каналами. Процедура выделения этого сектора из полной S-матрицы называется редукцией в пространстве каналов.

Эта редукция осуществляется очень легко в случае, когда число неотслеживаемых каналов велико, и при этом амплитуды  $\gamma_{\mu c}^J$  (или  $g_{\mu c}^J$ ) ведут себя в зависимости от индекса канала  $c$  как величины, случайные как по величине, так и по знаку. В тяжелых ядрах такими свойствами обладают, к примеру, амплитуды радиационных переходов из компаунд-состояния в многочисленные низколежащие состояния. Впервые этот случай был рассмотрен в 1958 году К. В. Райхом и М. С. Муром [50]. Очевидно, что суммирование по таким неотслеживаемым каналам  $c'$  в (Б.143) даёт

$$\sum_{c'} g_{\nu c'}^J g_{\lambda c'}^J = \delta_{\nu\lambda} \tilde{\Gamma}_{\nu}^J, \quad \tilde{\Gamma}_{\nu}^J \equiv \sum_{c'} (g_{\nu c'}^J)^2. \quad (\text{Б.146})$$

Таким образом, в приближении Райха–Мура матрица  $A_{\mu\nu}^J$  определяется уравнением (Б.142), в которое входит величина

$$\xi_{\nu\lambda}^J = i\delta_{\nu\lambda} \frac{\tilde{\Gamma}_{\nu}^J}{2} + \tilde{\xi}_{\nu\lambda}^J, \quad \tilde{\xi}_{\nu\lambda}^J = \frac{i}{2} \sum_c g_{\nu c}^J g_{\lambda c}^J. \quad (\text{Б.147})$$

При этом суммирование в  $\tilde{\xi}_{\nu\lambda}^J$  осуществляется уже по малому числу наблюдаемых каналов.

Этот же результат можно сформулировать иначе. Подставляя (Б.147) в (Б.142), перепишем уравнение, определяющее матрицу  $A_{\mu\nu}^J$ , следующим образом:

$$\sum_{\nu} A_{\mu\nu}^J \left( (\tilde{E}_{\nu}^J - E) \delta_{\nu\lambda} - \tilde{\xi}_{\nu\lambda}^J \right) = \delta_{\mu\lambda}, \quad (\text{Б.148})$$

где

$$\tilde{E}_{\nu}^J = E_{\nu}^J - i \frac{\tilde{\Gamma}_{\nu}^J}{2}. \quad (\text{Б.149})$$

То есть уравнение фактически сохраняет форму за счёт переопределения  $E_{\nu}^J \rightarrow \tilde{E}_{\nu}^J$  и  $\xi_{\nu\lambda}^J \rightarrow \tilde{\xi}_{\nu\lambda}^J$ . Параметрами задачи являются теперь энергии  $E_{\nu}^J$ , ширины  $\tilde{\Gamma}_{\nu}^J$  и амплитуды  $g_{\nu c}^J$  малого числа каналов. При этом формулы (Б.138) и (Б.145) дают искомую редуцированную S-матрицу!

Ещё более замечательным является тот факт, что можно совершить преобразование от пространства уровней к пространству каналов, обратное по отношению к переходу от (Б.139) к (Б.145). Редуцированная матрица  $W^J$  примет вид

$$W^J = 1 + 2(1 - K^J)^{-1} K^J, \quad (\text{Б.150})$$

где

$$K_{cc'}^J = \frac{i}{2} \sum_{\nu} \frac{g_{\nu c}^J g_{\nu c'}^J}{E_{\nu}^J - i \tilde{\Gamma}_{\nu}^J / 2 - E}. \quad (\text{Б.151})$$

Формулой (Б.150) удобно пользоваться в тех случаях, когда число наблюдаемых каналов меньше, чем число уровней компаунд-ядра, принимаемых во внимание. Ясно, что при этом обращение матрицы  $(1 - K^J)$  в редуцированном пространстве каналов является более простой процедурой, нежели обращение матрицы в пространстве уровней, требуемое для решения уравнения (Б.148).

**Б.2.9. Явный вид волновой функции в области взаимодействия.** Состояния компаунд-ядра с заданной полной энергией  $E$  и определёнными  $J$  и  $M$  описываются функциями  $\Psi_{JM}$ , удовлетворяющими уравнению Шредингера (Б.100) и переходящими во внешней области в функции  $\Psi_{nJM}$  (Б.95). Следовательно, в области взаимодействия вся система с энергией  $E$  описывается волновой функцией

$$\Psi = \frac{1}{(m_n k_n)^{1/2}} \sum_{JM} \Psi_{JM}. \quad (\text{Б.152})$$

При этом  $\Psi_{JM}$  были представлены в виде разложений (Б.121) по базисным функциям  $X_\nu^{JM}$ . Найдем явный вид величин  $D_c^0$ , входящих в коэффициенты этих разложений.

Что касается чисел  $V_c$ , то из (Б.110) с учётом (Б.97) и явного вида (Б.138) и (Б.145) элементов матрицы  $S_{cc'}^J \equiv S_J(c' \rightarrow c)$  имеем

$$V_c = \left( \frac{\hbar^2 k_c}{2a_c} \right)^{1/2} \left( u_c^{(-)} y_c + u_c^{(+)} \Omega_c \sum_{c'} \left( \delta_{cc'} + i \sum_{\mu\lambda} g_{\mu c}^J A_{\mu\lambda}^J g_{\lambda c'}^J \right) \Omega_{c'} y_{c'} \right)_{a_c}. \quad (\text{Б.153})$$

Далее, пользуясь соотношениями (Б.127), (Б.129) и (Б.134), получим

$$V_c = -\frac{\hbar}{(2s_c)^{1/2}} \sum_{\mu\lambda} g_{\mu c}^J A_{\mu\lambda}^J \sum_{c'} g_{\lambda c'}^J \Omega_{c'} y_{c'}. \quad (\text{Б.154})$$

Аналогичным образом представим коэффициенты  $D_c$  (Б.111) сначала в следующей форме:

$$D_c = \left( \frac{\hbar^2 k_c a_c}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{du_c^{(-)}}{dr_c} y_c + \frac{du_c^{(+)}}{dr_c} \Omega_c \sum_{c'} \left( \delta_{cc'} + i \sum_{\mu\lambda} g_{\mu c}^J A_{\mu\lambda}^J g_{\lambda c'}^J \right) \Omega_{c'} y_{c'} \right)_{a_c}. \quad (\text{Б.155})$$

Затем, дополнительно принимая во внимание определения (Б.123) и (Б.124), находим

$$D_c = -\hbar \left( (2s_c)^{1/2} \Omega_c y_c + \frac{L_c}{(2s_c)^{1/2}} \sum_{\mu\lambda} g_{\mu c}^J A_{\mu\lambda}^J \sum_{c'} g_{\lambda c'}^J \Omega_{c'} y_{c'} \right). \quad (\text{Б.156})$$

Следовательно, искомые коэффициенты с учётом (Б.137) примут вид

$$D_c^0 = D_c - B_c V_c = -\hbar (2s_c)^{1/2} \left( \Omega_c y_c + \frac{i}{2} \sum_{\mu\lambda} g_{\mu c}^J A_{\mu\lambda}^J \sum_{c'} g_{\lambda c'}^J \Omega_{c'} y_{c'} \right). \quad (\text{Б.157})$$

Обращаясь вновь к формулам (Б.121), мы видим, что коэффициенты разложения  $\Psi_{JM}$  по  $X_\nu^{JM}$  определяются суммами  $\sum_c \gamma_{\nu c}^J D_c^0$ . Пользуясь результатом (Б.157), а также определениями (Б.143) и (Б.144), для этих сумм получим

$$\sum_c \gamma_{\nu c}^J D_c^0 = -\hbar \sum_c \Omega_c y_c \sum_\lambda g_{\lambda c}^J \left( \delta_{\nu\lambda} + \sum_\mu \xi_{\nu\mu} A_{\mu\lambda}^J \right). \quad (\text{Б.158})$$

Далее, условие того, что матрицы  $((E_\nu^J - E)\delta_{\nu\mu} - \xi_{\nu\mu}^J)$  и  $A_{\mu\lambda}^J$  являются обратными (см. (Б.142)), может быть записано в виде

$$\sum_\mu ((E_\nu^J - E)\delta_{\nu\mu} - \xi_{\nu\mu}^J) A_{\mu\lambda}^J = \delta_{\nu\lambda}. \quad (\text{Б.159})$$

Учитывая это, для (Б.158) находим

$$\sum_c \gamma_{\nu c}^J D_c^0 = -\hbar (E_\nu^J - E) \sum_\lambda A_{\nu\lambda}^J \sum_c g_{\lambda c}^J \Omega_c y_c. \quad (\text{Б.160})$$

Подстановка этих сумм в (Б.121) даёт искомые явные выражения для  $\Psi_{JM}$  в области взаимодействия, тогда как для полной волновой функции (Б.152) получим

$$\Psi = -\frac{\hbar}{(m_n k_n)^{1/2}} \sum_{JM} \sum_\nu X_\nu^{JM} \sum_\lambda A_{\nu\lambda}^J(E) \sum_c g_{\lambda c}^J \Omega_c y_c. \quad (\text{Б.161})$$

### Б.3. Основы метода гиперсферических гармоник в задаче трёх тел

**Б.3.1. Энергии и импульсы в задаче трёх тел.** В лабораторной системе координат положения частиц с массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  определяются радиусами-векторами  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  и  $\mathbf{r}_3$ , которым соответствуют импульсы  $\mathbf{p}_1 = m_1 \dot{\mathbf{r}}_1$ ,  $\mathbf{p}_2 = m_2 \dot{\mathbf{r}}_2$  и  $\mathbf{p}_3 = m_3 \dot{\mathbf{r}}_3$ . Можно, по аналогии с задачей двух тел, ввести два относительных радиус-вектора и радиус-вектор центра масс:

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{r}_{123} = \mathbf{r}_3 - \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad \mathbf{R}_{\text{cm}} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 + m_3 \mathbf{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (\text{Б.162})$$

Сопряженные импульсы имеют вид

$$\mathbf{p}_{12} = m_{12} \dot{\mathbf{r}}_{12}, \quad \mathbf{p}_{123} = m_{123} \dot{\mathbf{r}}_{123}, \quad \mathbf{P}_{\text{cm}} = M \dot{\mathbf{R}}_{\text{cm}}, \quad (\text{Б.163})$$

где

$$m_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad m_{123} = \frac{(m_1 + m_2) m_3}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad M = m_1 + m_2 + m_3. \quad (\text{Б.164})$$

Удобнее, однако, пользоваться слегка переопределёнными величинами:

$$\mathbf{x} = \sqrt{m_{12}} \mathbf{r}_{12}, \quad \mathbf{y} = \sqrt{m_{123}} \mathbf{r}_{123}, \quad \mathbf{R} = \sqrt{M} \mathbf{R}_{\text{cm}}. \quad (\text{Б.165})$$

Им отвечают импульсы

$$\mathbf{p}_x = \dot{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{p}_y = \dot{\mathbf{y}}, \quad \mathbf{P}_R = \dot{\mathbf{R}}. \quad (\text{Б.166})$$

Полная энергия трёх частиц может быть записана в следующих формах:

$$H = \frac{\mathbf{P}_{\text{cm}}^2}{2M} + \frac{\mathbf{p}_{12}^2}{2m_{12}} + \frac{\mathbf{p}_{123}^2}{2m_{123}} + U = \frac{\mathbf{P}_R^2}{2} + \frac{\mathbf{p}_x^2}{2} + \frac{\mathbf{p}_y^2}{2} + U, \quad (\text{Б.167})$$

где  $U$  — потенциальная энергия взаимодействия.

Так же как это было в задаче двух тел, потенциальная энергия  $U$  не зависит от  $\mathbf{R}_{\text{cm}}$ . Поэтому при переходе к квантовому описанию собственная функция  $\Psi$  гамильтониана  $\hat{H}$  может быть представлена в форме (Б.5), что соответствует полной энергии (Б.6). Движение же в системе центра масс описывается собственной функцией  $\psi$  гамильтониана

$$\hat{H}_0 = \hat{T} + \hat{U}, \quad \hat{T} = \frac{\hat{\mathbf{p}}_x^2}{2} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_y^2}{2}, \quad (\text{Б.168})$$

где  $\hat{\mathbf{p}}_x = -i\hbar\partial/\partial\mathbf{x}$  и  $\hat{\mathbf{p}}_y = -i\hbar\partial/\partial\mathbf{y}$ , которая отвечает энергии  $E_0$ .

При распаде некоторой системы на три частицы в плотность конечных состояний может войти произведение  $d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3$ . Несложно показать, что справедливы следующие соотношения:

$$d^3p_1 d^3p_2 d^3p_3 = (m_1 m_2 m_3)^{3/2} d^3p_x d^3p_y d^3P_R = \left( \frac{m_1 m_2 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \right)^{3/2} d^3p_x d^3p_y d^3P_{\text{cm}}. \quad (\text{Б.169})$$

**Б.3.2. Гиперсферические гармоники.** Итак, оператор кинетической энергии трёх частиц в системе центра масс имеет вид

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2} (\Delta_x + \Delta_y) = -\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^2 \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\hat{\mathbf{p}}_x^2}{x^2} + \frac{1}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} y^2 \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\hat{\mathbf{p}}_y^2}{y^2} \right). \quad (\text{Б.170})$$

Здесь  $\hat{\mathbf{p}}_x^2$  и  $\hat{\mathbf{p}}_y^2$  — обычные операторы квадратов орбитальных моментов, связанные с углами  $(\vartheta_x, \varphi_x)$  и  $(\vartheta_y, \varphi_y)$ . Эти углы задают направления векторов  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  соответственно в лабораторной системе отсчёта.

Введём, далее, вместо длин  $x$  и  $y$  величины  $\rho$  и  $\vartheta$ , так что

$$x = \rho \sin \vartheta, \quad y = \rho \cos \vartheta. \quad (\text{Б.171})$$

Тогда, оператор кинетической энергии можно привести к следующей форме:

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{5}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{\hat{K}^2(\Omega)}{\rho^2} \right). \quad (\text{Б.172})$$

Оператор

$$\hat{K}^2(\Omega) = -\frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} - 4 \operatorname{ctg} 2\vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_x^2}{\sin^2 \vartheta} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_y^2}{\cos^2 \vartheta}, \quad (\text{Б.173})$$

действующий в пространстве пяти углов  $\Omega = (\vartheta, \vartheta_x, \varphi_x, \vartheta_y, \varphi_y)$ , называют оператором гипермомента, а величину  $\rho$  — гиперрадиусом. Нетрудно также вычислить якобиан перехода от  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  к переменным  $\rho$  и  $\Omega$  и показать, что

$$\int d^3x d^3y \dots = \int_0^\infty \rho^5 d\rho \int_0^{\pi/2} \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta d\vartheta \oint d\Omega_x \oint d\Omega_y \dots, \quad (\text{Б.174})$$

где  $d\Omega_x = \sin \vartheta_x d\vartheta_x d\varphi_x$  и  $d\Omega_y = \sin \vartheta_y d\vartheta_y d\varphi_y$ .

Гиперсферическими гармониками называют собственные функции оператора гипермомента. Они имеют следующий вид:

$$\Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega) = N_K^{l_x l_y} (\sin \vartheta)^{l_x} (\cos \vartheta)^{l_y} P_n^{l_x + \frac{1}{2} l_y + \frac{1}{2}}(\cos 2\vartheta) \times \\ \times \sum_{m_x m_y} C_{l_x m_x l_y m_y}^{L m} Y_{l_x m_x}(\vartheta_x, \varphi_x) Y_{l_y m_y}(\vartheta_y, \varphi_y). \quad (\text{Б.175})$$

Здесь  $P_n^{\alpha\beta}(\xi)$  — полиномы Якоби, переменная  $n$  принимает значения  $n = 0, 1, 2, \dots$ , а гипермомент  $K$  равен  $2n + l_x + l_y$ . Функция  $\Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega)$  отвечает собственному значению  $K(K+4)$ , т. е.

$$\widehat{K}^2(\Omega) \Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega) = K(K+4) \Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega). \quad (\text{Б.176})$$

Легко видеть, что функция (Б.175) описывает такое состояние трёх частиц, что в подсистеме частиц 1 и 2 имеется орбитальный момент  $l_x$ , частица 3 обладает орбитальным моментом  $l_y$  относительно центра масс частиц 1 и 2, а полный орбитальный момент всей системы и его проекция на ось  $z$  равны соответственно  $L$  и  $m$ . Принимая во внимание (Б.174), запишем условие ортонормированности гиперсферических гармоник в форме

$$\int_0^{\pi/2} \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta d\vartheta \oint d\Omega_x \oint d\Omega_y \Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega) \Phi_{K' L' m'}^{l'_x l'_y}(\Omega) = \delta_{K K'} \delta_{L L'} \delta_{m m'} \delta_{l_x l'_x} \delta_{l_y l'_y}. \quad (\text{Б.177})$$

Отсюда для нормировочного фактора, входящего в (Б.175), может быть получено

$$N_K^{l_x l_y} = \left( \frac{2n! (2n + l_x + l_y + 2) \Gamma(n + l_x + l_y + 2)}{\Gamma(n + l_x + 3/2) \Gamma(n + l_y + 3/2)} \right)^{1/2}. \quad (\text{Б.178})$$

**Б.3.3. Волновая функция трёх частиц.** В системе центра масс волновая функция, описывающая свободное движение трёх частиц с полной энергией  $E_0$ , удовлетворяет стационарному уравнению Шредингера:

$$\widehat{T}\Psi = E_0\Psi. \quad (\text{Б.179})$$

Легко видеть, что решение можно искать в виде разложения по гиперсферическим гармоникам:

$$\Psi = \sum_{l_x l_y K L m} R_{K L m}^{l_x l_y}(\rho) \Phi_{K L m}^{l_x l_y}(\Omega). \quad (\text{Б.180})$$

Радиальные функции являются решениями уравнения

$$\left( \frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{5}{\rho} \frac{d}{d\rho} - \frac{K(K+4)}{\rho^2} + k^2 \right) R_{K L m}^{l_x l_y}(\rho) = 0, \quad k^2 = \frac{2E_0}{\hbar^2}. \quad (\text{Б.181})$$

Нетрудно проверить, что решения, регулярные в нуле, выражаются через цилиндрические функции Бесселя следующим образом:

$$R_{K L m}^{l_x l_y}(\rho) \sim \frac{J_{K+2}(k\rho)}{(k\rho)^2}. \quad (\text{Б.182})$$



Если же имеют место притяжения или отталкивания, то в левой части (Б.179) к оператору кинетической энергии нужно прибавить потенциальную энергию взаимодействия частиц. Решение уравнения Шредингера в этом общем случае также можно искать в виде разложения (Б.180), но радиальные функции, описывающие движение в каналах с определёнными  $K$ ,  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $L$  и  $m$  окажутся, во-первых, искажёнными и, во-вторых, связанными друг с другом. Лишь в асимптотике  $\rho \rightarrow \infty$ , где взаимодействия стремятся к нулю (достаточно быстро), решения радиальных уравнений будут выходить на вид (Б.182), где, однако, вместо цилиндрической функции Бесселя появятся сходящиеся или расходящиеся цилиндрические функции Ханкеля  $H_{K+2}^{(\mp)}(k\rho)$ .

Приложение В

**РАБОЧИЕ ИНСТРУМЕНТЫ III: ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И СЛАБЫХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ**

**В.1. Мультипольные разложения в классической и квантовой теориях электромагнитного излучения**

**В.1.1. Уравнения движения и законы сохранения.** Пусть частицы, нумеруемые индексом  $\alpha$ , с массами  $m_\alpha$  и зарядами  $e_\alpha$  движутся в электромагнитном поле, которое этими же частицами и создаётся. В классической теории траектория движения  $\mathbf{r}_\alpha(t)$  каждой такой частицы задаётся уравнением

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_\alpha \dot{\mathbf{r}}_\alpha(t)}{\sqrt{1 - (\dot{\mathbf{r}}_\alpha(t)/c)^2}} \right) = e_\alpha \mathbf{E}(\mathbf{r}_\alpha(t), t) + \frac{e_\alpha}{c} [\dot{\mathbf{r}}_\alpha(t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}_\alpha(t), t)]. \quad (\text{B.1})$$

При этом в пространстве формируются следующие плотности заряда и тока:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_\alpha e_\alpha \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\alpha(t)), \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sum_\alpha e_\alpha \dot{\mathbf{r}}_\alpha(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\alpha(t)). \quad (\text{B.2})$$

Соответственно напряжённости электрического и магнитного полей определяются уравнениями Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 4\pi \rho(\mathbf{r}, t), \\ \operatorname{rot} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Соотношения (B.1)–(B.3) — уравнения движения классической электродинамики.

Законы сохранения являются их следствием. Так, приняв, что частицы  $\alpha = 1, 2, \dots, N$  не выходят за пределы объёма  $V$ , и проделав ряд тождественных преобразований, мы получим закон сохранения энергии <sup>1)</sup>

$$\frac{d(W_p + W_f)}{dt} = - \int_V \frac{\partial S_{fi}}{\partial r_i} d^3r, \quad (\text{B.4})$$

закон сохранения импульса

$$\frac{d(p_{pi} + p_{fi})}{dt} = - \int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial r_j} d^3r \quad (\text{B.5})$$

<sup>1)</sup> Такой прямолинейный вывод законов сохранения в классической электродинамике выполнен, к примеру, в книге И. М. Айзенберга и В. Грайнера [100], значительная часть которой посвящена взаимодействию ядер с электромагнитным излучением.

и закон сохранения углового момента

$$\frac{d(M_{pi} + M_{fi})}{dt} = -e_{ijk} \int_V \frac{\partial(r_j \sigma_{kl})}{\partial r_l} d^3r. \quad (\text{B.6})$$

Энергии частиц и поля в объёме  $V$  определяются формулами

$$W_p = \sum_{\alpha=1}^N \varepsilon_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{m_{\alpha} c^2}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_{\alpha}^2/c^2}}, \quad W_f = \int_V \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi} d^3r. \quad (\text{B.7})$$

Для импульсов имеем

$$\mathbf{p}_p = \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{p}_{\alpha} = \sum_{\alpha=1}^N \frac{m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_{\alpha}^2/c^2}}, \quad \mathbf{p}_f = \int_V \frac{[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]}{4\pi c} d^3r. \quad (\text{B.8})$$

И, наконец, угловой момент частиц задаётся выражением

$$\mathbf{M}_p = \sum_{\alpha=1}^N [\mathbf{r}_{\alpha} \times \mathbf{p}_{\alpha}], \quad (\text{B.9})$$

тогда как угловой момент поля  $\mathbf{M}_f$  — интегралом (7.1).

В правых частях законов сохранения (B.4)–(B.6) стоят потоки через поверхность объёма  $V$ . При этом

$$\mathbf{S}_f = \frac{c[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]}{4\pi} \quad (\text{B.10})$$

есть вектор Пойнтинга. А набор величин

$$\sigma_{ij} = -\frac{E_i E_j + H_i H_j}{4\pi} + \frac{(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2)}{8\pi} \delta_{ij} \quad (\text{B.11})$$

называют максвелловским тензором натяжений.

Законы сохранения энергии и углового момента, в частности, можно переписать в виде:

$$\frac{d(W_p + W_f)}{dt} = -I^{(W)}, \quad I^{(W)} = \oint_S S_{fi} dS_i, \quad (\text{B.12})$$

$$\frac{d(M_{pi} + M_{fi})}{dt} = -F_i^{(M)}, \quad F_i^{(M)} = e_{ijk} \oint_S r_j \sigma_{kl} dS_l. \quad (\text{B.13})$$

Здесь  $I^{(W)}$  — это поток энергии сквозь замкнутую поверхность  $S$ , охватывающую объём  $V$ , а  $F_i^{(M)}$  — поток  $i$ -й составляющей углового момента сквозь ту же поверхность.

**В.1.2. Симметрии и законы сохранения.** В соответствии с более общим взглядом на вещи законы сохранения возникают благодаря фундаментальным симметриям. В самом деле, пусть полям  $u_a(x)$  в четырёхмерном пространстве–времени <sup>1)</sup> соответствует лагранжиан  $\mathcal{L}(u_a(x), \partial u_a(x)/\partial x^{\mu})$ , который не меняет своего вида при непрерывном преобразовании,

$$x^{\mu} \rightarrow x'^{\mu} = f^{\mu}(x, \omega), \quad u_a(x) \rightarrow u'_a(x') = U_a(u_b(x), \omega), \quad (\text{B.14})$$

<sup>1)</sup> В этом приложении В.1 мы различаем контравариантные  $A^{\mu} = (A^0, A^1, A^2, A^3)$  и ковариантные  $A_{\mu} = (A_0, A_1, A_2, A_3) = (A^0, -A^1, -A^2, -A^3)$  4-векторы.

зависящем от  $N$  параметров  $\omega^k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ). Тогда в соответствии с теоремой Нётер (см., например, [138]) существуют  $N$  тензоров,

$$\vartheta_k^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left( \frac{\partial u_a}{\partial x^\mu} \right)} \left( \frac{\partial u_a}{\partial x^\nu} X_k^\nu - \Psi_{ak} \right) - X_k^\mu \mathcal{L}, \quad X_k^\mu = \left. \frac{\partial f^\mu(x, \omega)}{\partial \omega^k} \right|_{\omega=0}, \quad \Psi_{ak} = \left. \frac{\partial U_a}{\partial \omega^k} \right|_{\omega=0}, \quad (B.15)$$

для которых справедливо

$$\frac{\partial \vartheta_k^\mu}{\partial x^\mu} = 0. \quad (B.16)$$

Это и есть  $N$  законов сохранения. Ведь каждое из соотношений (B.16) может быть записано в форме

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_V \vartheta_k^0 d^3r = - \int_V \frac{\partial \vartheta_k^i}{\partial r_i} d^3r, \quad (B.17)$$

где правая часть преобразуется в поток через замкнутую поверхность, ограничивающую объём  $V$ . В то же время инвариантность лагранжиана по отношению к определённым типам непрерывных преобразований обеспечивается именно фундаментальными симметриями.

**В.1.3. Неоднозначность тензора энергии–импульса.** Так, в частности, из инвариантности лагранжиана свободного электромагнитного поля,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi c} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad F^{\mu\nu} = \frac{\partial A^\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A^\mu}{\partial x_\nu}, \quad (B.18)$$

по отношению к сдвигам во времени и пространстве (т. е. из однородности времени и пространства), следуют законы сохранения энергии и импульса. Соотношение (B.16) в данном случае принимает вид

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0. \quad (B.19)$$

Входящий сюда тензор

$$T^{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi c} F^{\mu\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial x_\nu} + \frac{1}{16\pi c} g^{\mu\nu} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \quad (B.20)$$

называют каноническим тензором энергии–импульса. Здесь также использован метрический тензор

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (B.21)$$

На самом деле, соотношение (B.19), переписанное в форме (B.17), не переходит в законы сохранения (B.4) и (B.5) энергии и импульса в классической электродинамике. Это ясно хотя бы по тому, что в правой части (B.5) стоит симметричный тензор натяжений, в то время как канонический тензор (B.20) несимметричен.

В классических учебниках (таких, например, как [124]) в этом месте читателям предлагается рассуждение о неоднозначности тензора энергии–импульса. Ведь если добавить к  $T^{\mu\nu}$  какой-нибудь тензор  $\Delta^{\mu\nu}$ , такой что  $\partial \Delta^{\mu\nu} / \partial x^\mu = 0$ , то переопределённый тензор также будет удовлетворять соотношению (B.19). Таким образом, неоднозначность тензора энергии–импульса влечёт за собой неоднозначность формы записи четырёх ( $\nu = 0, 1, 2, 3$ ) законов сохранения (энергии и импульса).

Несложно догадаться, как должен быть переопределён тензор энергии–импульса, для того чтобы стать симметричным. Изменения должны коснуться лишь первого слагаемого в правой части (В.20). Вычитая из  $\partial A_\rho/\partial x_\nu$  производную  $\partial A^\nu/\partial x^\rho$  и добавляя в правую часть соответствующее слагаемое, получим

$$T^{\mu\nu} = T_s^{\mu\nu} - \frac{1}{4\pi c} F^{\mu\rho} \frac{\partial A^\nu}{\partial x^\rho}. \quad (\text{В.22})$$

Тензор

$$T_s^{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi c} F^{\mu\rho} F_\rho^\nu + \frac{1}{16\pi c} g^{\mu\nu} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \quad (\text{В.23})$$

есть искомый симметричный тензор энергии–импульса.

Остаётся только проверить, что 4-дивергенция слагаемого, на которое различаются канонический и симметричный тензоры, действительно равна нулю. Непосредственное вычисление даёт

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{1}{4\pi c} F^{\mu\rho} \frac{\partial A^\nu}{\partial x^\rho} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial x^\mu} (j^\mu A^\nu). \quad (\text{В.24})$$

Здесь были использованы уравнения Максвелла в четырёхмерной форме,

$$\frac{\partial F^{\mu\rho}}{\partial x^\mu} = \frac{4\pi}{c} j^\rho, \quad (\text{В.25})$$

и уравнение непрерывности электрического тока,

$$\frac{\partial j^\mu}{\partial x^\mu} = 0, \quad (\text{В.26})$$

где  $j^\mu = (c\rho, \mathbf{j})$  есть 4-вектор плотности тока.

Таким образом, в отсутствие заряженных частиц действительно имеем

$$\frac{\partial T_s^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0. \quad (\text{В.27})$$

Переписав это соотношение в форме (В.17), получим буквально законы сохранения энергии (В.4) и импульса (В.5) (но, конечно, без вкладов частиц в левые части). Ведь нетрудно проверить, что

$$T_s^{00} = \frac{\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2}{8\pi c}, \quad T_s^{0i} = T_s^{i0} = \frac{[\mathbf{E} \times \mathbf{H}]_i}{4\pi c}, \quad T_s^{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{c}. \quad (\text{В.28})$$

На этом месте сюжет о неоднозначности тензора энергии–импульса обычно заканчивают. Интересно, однако, продолжить и выяснить, как выглядят законы сохранения, соответствующие каноническому тензору энергии–импульса. Вернёмся к формулам (В.4) и (В.5), справедливым в присутствии заряженных частиц. Нетрудно сообразить, что, пользуясь обозначениями (В.28), мы можем переписать их следующим образом:

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left( \frac{W_p}{c} + \int_V T_s^{00} d^3r \right) = - \int_V \frac{\partial T_s^{i0}}{\partial r_i} d^3r \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c^2} \frac{dW_p}{dt} + \int_V \frac{\partial T_s^{\mu 0}}{\partial x^\mu} d^3r = 0, \quad (\text{В.29})$$

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left( p_{pj} + \int_V T_s^{0j} d^3r \right) = - \int_V \frac{\partial T_s^{ij}}{\partial r_i} d^3r \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c} \frac{dp_{pj}}{dt} + \int_V \frac{\partial T_s^{\mu j}}{\partial x^\mu} d^3r = 0. \quad (\text{В.30})$$

А поскольку  $p_p^\mu = (W_p/c, \mathbf{p}_p)$  — 4-импульс системы частиц, то результат занимает всего одну строчку:

$$\frac{1}{c} \frac{dp_p^\nu}{dt} + \int_V \frac{\partial T_s^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} d^3r = 0. \quad (\text{B.31})$$

Теперь, однако, пользуясь формулами (B.22) и (B.24), мы можем выразить симметричный тензор энергии–импульса через канонический. Важно, что в данном случае, в присутствии частиц, 4-вектор тока  $j^\mu$  не равен нулю! Если мы теперь примем во внимание явный вид нулевой составляющей плотности тока,  $j^0 = c\rho$  (B.2), то после ряда тождественных преобразований получим закон сохранения 4-импульса частиц и поля в следующей форме:

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left( P_p^\nu + \int_V T^{0\nu} d^3r \right) = - \int_V \frac{\partial}{\partial r_i} \left( \frac{j^i A^\nu}{c^2} + T^{i\nu} \right) d^3r. \quad (\text{B.32})$$

Сюда входит 4-вектор обобщённого (канонического) импульса системы частиц:

$$P_p^\nu = \sum_{\alpha=1}^N P_\alpha^\nu, \quad P_\alpha^\nu = p_\alpha^\nu + \frac{e_\alpha}{c} A^\nu(\mathbf{r}_\alpha(t), t). \quad (\text{B.33})$$

Возьмём 4-вектор обобщённого импульса отдельной частицы и придадим ему обычную форму  $P_\alpha^\nu = (E_\alpha/c, \mathbf{P}_\alpha)$ . Тогда для обобщённой энергии  $E_\alpha$  и обобщённого импульса  $\mathbf{P}_\alpha$  получим хорошо знакомые выражения

$$E_\alpha = \varepsilon_\alpha + e_\alpha \varphi(\mathbf{r}_\alpha(t), t), \quad \mathbf{P}_\alpha = \mathbf{p}_\alpha + \frac{e_\alpha}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_\alpha(t), t). \quad (\text{B.34})$$

Сюда входят обычные энергия  $\varepsilon_\alpha$  (B.7) и импульс  $\mathbf{p}_\alpha$  (B.8) частицы.

Таким образом, мы видим, что неоднозначность тензора энергии–импульса существует, но она не так велика, как может показаться на первый взгляд. В самом деле, перепишем закон сохранения 4-импульса частиц и поля (B.31) в привычной форме,

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left( p_p^\nu + \int_V T_s^{0\nu} d^3r \right) = - \int_V \frac{\partial T_s^{i\nu}}{\partial r_i} d^3r, \quad (\text{B.35})$$

эквивалентной соотношениям (B.4) и (B.5). Легко видеть, что переход от симметричного тензора к некоторому другому, приведёт, вообще говоря, к переопределению 4-импульса частиц. Поэтому едва ли случаен тот факт, что переход от симметричного к каноническому тензору сопровождается единственным осмысленным переопределением 4-импульса частиц, а именно заменой обычных энергий и импульсов на обобщённые (канонические). Для закона сохранения при этом находим

$$\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left( P_p^\nu + \int_V T^{0\nu} d^3r \right) = - \int_V \frac{\partial T^{i\nu}}{\partial r_i} d^3r. \quad (\text{B.36})$$

Эта запись немного отличается от (B.32), так как в правой части опущено слагаемое, связанное с токами. Ведь нетрудно сообразить, что вклад от него в поток по поверхности объёма  $V$  равен нулю, при условии что частицы, создающие эти токи, не выходят за пределы объёма.

Итак, в самом деле, неоднозначность тензора энергии–импульса порождает неоднозначность записи законов сохранения энергии и импульса в классической

электродинамике. Общепринятой является форма (В.35). Но (В.36) — это тоже законы сохранения. Обычно отмечают, что величины, входящие в них, выражаются через скалярный и векторный потенциалы и поэтому не являются калибровочно инвариантными. Ну и что? Величина  $e\varphi(\mathbf{r})$  тоже калибровочно инвариантна, но это никому не мешает пользоваться ею в качестве потенциальной энергии заряженной частицы в электрическом поле. Таким образом, законы сохранения энергии и импульса в форме (В.36) могут оказаться полезными при условии, что потенциалы будут зафиксированы с помощью того или иного калибровочного соотношения.

**В.1.4. Неоднозначность тензоров углового момента.** Естественно ожидать, что подобная же неоднозначность имеет место для тензора углового момента электромагнитного поля. Так оно и есть, но, опять же, эта неоднозначность не так уж и велика! В действительности, как в случае тензора энергии–импульса, обсуждаются только два варианта: либо рассматривается канонический тензор углового момента, возникающий в рамках теоремы Нётер, либо тензору придаётся такая форма, что соответствующий ему закон сохранения углового момента имеет «привычный» вид (В.6). При этом, опять же, едва ли случаен тот факт, что переход в законе сохранения к каноническому тензору углового момента поля сопровождается единственно осмысленным переопределением угловых моментов частиц, которое состоит в замене обычных импульсов на обобщённые (канонические) импульсы. Теперь обо всём этом по порядку.

Лагранжиан электромагнитного поля не меняется при «поворотах» в четырёхмерном пространстве–времени. С физической точки зрения есть, конечно, различие между инвариантностью по отношению к «вращениям» в плоскостях  $(x^0, x^1)$ ,  $(x^0, x^2)$ ,  $(x^0, x^3)$  (лоренцевской инвариантностью), причиной которой является эквивалентность всех инерциальных систем (принцип относительности), и инвариантностью по отношению к вращениям в плоскостях  $(x^1, x^2)$ ,  $(x^1, x^3)$ ,  $(x^2, x^3)$ , которая обусловлена изотропией трёхмерного пространства. С математической же точки зрения в обоих случаях речь идёт об одном и том же типе непрерывного преобразования следующего вида:

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \delta L^{\mu\nu} x_{\nu}, \quad A'^{\mu}(x'^{\eta}) = A^{\mu}(x^{\eta}) + \delta L^{\mu\nu} A_{\nu}(x^{\eta}). \quad (\text{В.37})$$

Формулы здесь выписаны для случая малого (инфинитезимального) преобразования ( $|\delta L| \ll 1$ ). Принимая во внимание неизменность длин векторов при поворотах, получим

$$x'^{\mu} x'_{\mu} \simeq x^{\mu} x_{\mu} + 2\delta L^{\mu\nu} x_{\mu} x_{\nu} \rightarrow \delta L^{\mu\nu} x_{\mu} x_{\nu} = 0. \quad (\text{В.38})$$

Отсюда следует, что тензор  $\delta L^{\mu\nu}$  антисимметричен. Таким образом, имеется шесть независимых параметров преобразования  $\delta\omega^k = \delta L^{\mu\nu}$  ( $k = (\mu\nu)$ , где  $\mu < \nu$ ).

Выполняя необходимые вычисления, для канонического тензора углового момента  $\vartheta^{\mu}_{\rho\sigma} \equiv M^{\mu}_{\rho\sigma}$ , определённого формулой (В.15), находим

$$M^{\mu\rho\sigma} = x^{\sigma} T^{\mu\rho} - x^{\rho} T^{\mu\sigma} + \frac{1}{4\pi c} (F^{\mu\rho} A^{\sigma} - F^{\mu\sigma} A^{\rho}), \quad (\text{В.39})$$

где  $T^{\mu\nu}$  — канонический тензор энергии–импульса (В.20). Пара индексов  $(\rho\sigma)$ , где  $\rho < \sigma$ , играет роль номера  $k$ . Легко, однако, видеть, что правая часть (В.39) просто меняет знак при перестановке  $\rho$  и  $\sigma$ . Поэтому можно не беспокоиться о значениях этих индексов, рассматривая тензор  $M^{\mu\rho\sigma}$  как антисимметричный по отношению к  $\rho$  и  $\sigma$ . Последнее слагаемое в правой части (В.39) называют тензором спина (см., например, [138]),  $\sigma^{\mu\rho\sigma}$ , так как оно непосредственно связано с числом компонент поля и, в частности, обращается в нуль для скалярного (однокомпонентного) поля.

В соответствии с теоремой Нётер для канонического тензора углового момента справедливо

$$\frac{\partial M^{\mu\rho\sigma}}{\partial x^\mu} = 0. \quad (\text{B.40})$$

Имеются, следовательно, шесть законов сохранения. Но три из них, соответствующие индексам  $(\rho\sigma) = (01), (02), (03)$ , приводят к определению центра инерции системы (см., например, раздел 14 в книге [124]). А вот трем значениям  $(\rho\sigma) = (12), (13), (23)$  действительно соответствуют законы сохранения трёх составляющих вектора углового момента. Однако, и это, наверное, не удивляет, использование канонического тензора углового момента не приводит к закону сохранения (B.6).

Здесь мы встречаемся с неоднозначностью тензора углового момента. К нему может быть добавлено такое слагаемое  $\Delta^{\mu\rho\sigma}$ , что  $\partial\Delta^{\mu\rho\sigma}/\partial x^\mu = 0$ . Необходимое преобразование, аналогичное (B.22), имеет вид

$$M^{\mu\rho\sigma} = M_s^{\mu\rho\sigma} - \frac{1}{4\pi c} F^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (x^\sigma A^\rho - x^\rho A^\sigma). \quad (\text{B.41})$$

Здесь

$$M_s^{\mu\rho\sigma} = x^\sigma T_s^{\mu\rho} - x^\rho T_s^{\mu\sigma} \quad (\text{B.42})$$

есть как раз такой тензор углового момента, который даёт закон сохранения в обычной форме (B.6). Мы помечаем этот тензор нижним индексом  $s$  только в знак того, что он выражается через симметричный тензор энергии–импульса (B.23) или (B.28). Принимая во внимание его простую и наглядную структуру, назовем его тензором момента импульса поля<sup>1)</sup>. Легко видеть, что интеграл по объёму от нулевой ( $\mu = 0$ ) составляющей тензора момента импульса действительно ведёт к компонентам вектора углового момента поля в форме (7.1)

$$\int_V M_s^{012} d^3r \sim \int_V \left( y [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]_x - x [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]_y \right) d^3r \sim M_{fz}. \quad (\text{B.43})$$

Проверим теперь, что 4-дивергенция слагаемого, на которое различаются канонический тензор углового момента и тензор момента импульса, равна нулю. Непосредственное вычисление с использованием формул (B.25) и (B.26) даёт

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{1}{4\pi c} F^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (x^\sigma A^\rho - x^\rho A^\sigma) \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial x^\mu} (j^\mu (x^\sigma A^\rho - x^\rho A^\sigma)). \quad (\text{B.44})$$

Мы видим, что в отсутствие заряженных частиц результат (B.40), следующий непосредственно из теоремы Нётер, эквивалентен соотношению

$$\frac{\partial M_s^{\mu\rho\sigma}}{\partial x^\mu} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_V M_s^{0jk} d^3r = - \int_V \frac{\partial M_s^{ljk}}{\partial r_l} d^3r. \quad (\text{B.45})$$

Заметим теперь, что вектор углового момента (момента импульса) поля (7.1) выражается через тензор момента импульса следующим образом:

$$M_{fi} = -\frac{1}{2} e_{ijk} \int_V M_s^{0jk} d^3r. \quad (\text{B.46})$$

<sup>1)</sup> Любопытна логика раздела 32 книги [124]; тензор энергии–импульса электромагнитного поля выбирается симметричным, для того чтобы с его помощью построить тензор момента импульса поля в простейшей форме (B.42).



Поэтому, свернув обе части (В.45) по индексам  $j$  и  $k$  с тензором  $-e_{ijk}/2$  (и сократив множитель  $1/c$ ), получим, как ожидалось, закон сохранения,

$$\frac{dM_{fi}}{dt} = -e_{ijk} \int_V \frac{\partial(r_j \sigma_{kl})}{\partial r_l} d^3r, \quad (\text{В.47})$$

имеющий форму (В.6), но только без частиц.

**В.1.5. Канонические угловые моменты частиц и поля.** Прделанные только что вычисления означают, что закон сохранения углового момента (В.6) для частиц и поля может быть представлен в виде

$$\frac{1}{c} \frac{dM_{pi}}{dt} - \frac{1}{2} e_{ijk} \int_V \frac{\partial M_s^{\mu jk}}{\partial x^\mu} d^3r = 0. \quad (\text{В.48})$$

Что же выйдет, если выразить тензор момента импульса поля, входящий в эту формулу, через канонический тензор углового момента?

Прделав это, пользуясь соотношениями (В.41) и (В.44), мы находим закон сохранения углового момента частиц и поля в форме, альтернативной (В.6) или (В.13), а именно

$$\frac{d(J_{pi} + J_{fi})}{dt} = -F_i^{(J)}. \quad (\text{В.49})$$

Угловые моменты частиц и поля, стоящие в левой части, естественно назвать каноническими. Вектор  $\mathbf{J}_p$  получается из обычного вектора углового момента системы частиц (В.9) заменой обычных импульсов  $\mathbf{p}_\alpha$  на обобщённые (канонические)  $\mathbf{P}_\alpha$  (В.34),

$$\mathbf{J}_p = \sum_{\alpha=1}^N [\mathbf{r}_\alpha \times \mathbf{P}_\alpha]. \quad (\text{В.50})$$

Вектор  $\mathbf{J}_f$  связан с каноническим тензором углового момента поля точно так же, как вектор  $\mathbf{M}_f$  — с тензором момента импульса поля,

$$J_{fi} = -\frac{1}{2} e_{ijk} \int_V M^{0jk} d^3r. \quad (\text{В.51})$$

Наконец, поток  $i$ -й составляющей канонического углового момента поля через замкнутую поверхность  $S$ , ограничивающую объём  $V$ , определяется формулой

$$F_i^{(J)} = -\frac{c}{2} e_{ijk} \oint_S M^{ljk} dS_l. \quad (\text{В.52})$$

Подставляя в определение (В.51) составляющие канонического тензора углового момента (В.39), для вектора канонического углового момента поля находим

$$J_{fi} = \frac{1}{4\pi c} \int_V \left( i \mathbf{E} \hat{l}_i \mathbf{A} + [\mathbf{E} \times \mathbf{A}]_i \right) d^3r. \quad (\text{В.53})$$

Здесь (в классической теории) оказывается удобным использовать оператор орбитального момента,

$$\hat{\mathbf{I}} = -i [\mathbf{r} \times \nabla], \quad (\text{В.54})$$

хорошо знакомый по квантовой механике <sup>1)</sup>. Более того, всю формулу (В.53) естественно переписать иначе,

$$\mathbf{J}_f = \frac{1}{4\pi c} \int_V \left( i E_j \widehat{\mathbf{J}}_{jk} A_k \right) d^3 r, \quad (\text{В.55})$$

где  $\widehat{\mathbf{J}}$  есть оператор полного углового момента частицы со спином 1,

$$(\widehat{J}_i)_{jk} = \widehat{l}_i \delta_{jk} + (\widehat{s}_i)_{jk}, \quad (\widehat{s}_i)_{jk} = -i e_{ijk}. \quad (\text{В.56})$$

В самом деле, несложно убедиться в том, что введённые здесь операторы спина удовлетворяют обычным соотношениям,

$$[\widehat{s}_i, \widehat{s}_j] = i e_{ijk} \widehat{s}_k, \quad (\widehat{s}^2)_{ij} = s(s+1) \delta_{ij}, \quad (\text{В.57})$$

где  $s = 1$ .

Любопытно, что хотя векторы  $\mathbf{M}_f$  (7.1) и  $\mathbf{J}_f$  (В.55) совершенно непохожи, для свободного электромагнитного поля они довольно тесно связаны друг с другом. А именно, пользуясь их представлениями (В.46) и (В.51) через тензоры  $M_s^{0jk}$  и  $M^{0jk}$ , а также связью (В.41) для этих тензоров, находим

$$\mathbf{M}_f = \mathbf{J}_f - \frac{1}{4\pi c} \oint_S E_l [\mathbf{r} \times \mathbf{A}] dS_l. \quad (\text{В.58})$$

Подчеркнём, что при выводе было использовано условие  $\text{div } \mathbf{E} = 0$ , т. е. в объёме  $V$  зарядов нет. Именно в такой ситуации объёмные интегралы (7.1) и (В.55) различаются только выписанным здесь интегралом по поверхности  $S$  объёма  $V$ . Этот результат первым привёл Дж. Хумблет [5] в статье 1943 года <sup>2)</sup>.

**В.1.6. Задача об излучении в классической электродинамике и мультипольные потенциалы.** Рассмотрим излучающую систему, состоящую из  $N$  частиц, которые движутся в ограниченной области пространства с характерным размером  $a$ . Потребуем, чтобы потенциалы  $A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$  удовлетворяли калибровочному условию Лоренца:

$$\frac{\partial A^\mu}{\partial x^\mu} = 0. \quad (\text{В.59})$$

Тогда уравнения Максвелла (В.25) принимают вид

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) A^\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c} j^\mu(\mathbf{r}, t). \quad (\text{В.60})$$

Решения этих уравнений могут быть записаны в виде запаздывающих интегралов:

$$A^\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{j^\mu(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r'. \quad (\text{В.61})$$

<sup>1)</sup> Никакой мистики тут, конечно, нет. Ведь квантовая механика — это, в сущности, тоже теория «классического» (в смысле заданного в любой точке в любой момент времени) поля (волновой функции).

<sup>2)</sup> Многие ошибочно полагают, что вся классическая электродинамика была разработана в 19 веке. На самом деле одна только история обнаружения и истолкования излучения Вавилова–Черенкова опровергает этот взгляд.

Можно, однако, взглянуть на задачу об излучении иначе. В области  $r > a$  правая часть уравнения (В.60) обращается в нуль. Там, следовательно, для пространственной части монохроматического решения  $A^\mu \sim A^\mu(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$  получим

$$\left(\Delta + k^2\right) A^\mu(\mathbf{r}) = 0 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\widehat{\mathbf{l}}^2}{r^2} + k^2\right) A^\mu(r, \vartheta, \varphi) = 0, \quad (\text{В.62})$$

где  $k = \omega/c$ . Это аналог уравнения (Б.8) для радиальной части волновой функции, описывающей сходящиеся или расходящиеся волны. Поэтому решения имеют вид

$$A^\mu(r, \vartheta, \varphi) \sim f_l(kr) Y_{lm}(\vartheta, \varphi), \quad (\text{В.63})$$

где  $f_l(x)$  — одна из сферических функций: Бесселя  $j_l(x)$ , Неймана  $n_l(x)$  или Ханкеля  $h_l^{(\pm)}(x)$ . Расходящиеся и сходящиеся волны описываются функциями  $h^{(\pm)}(x)$  с асимптотиками (аналогичными (Б.9))

$$h_l^{(\pm)}(x) \rightarrow (\mp i)^{l+1} \frac{e^{\pm ix}}{x}, \quad x \rightarrow \infty. \quad (\text{В.64})$$

Таким образом, каждая из функций  $A^\mu(\mathbf{r})$ , так же как волновая функция (Б.25), в области  $r > a$  может быть представлена в виде разложения по сферическим гармоникам  $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$  с коэффициентами, пропорциональными радиальным сферическим функциям  $f_l(kr)$ .<sup>1)</sup> Более точно, сферические гармоники представляются естественными базисными функциями для скалярного потенциала  $\varphi(\mathbf{r}) \equiv A^0(\mathbf{r})$ . В то же время для разложения векторного потенциала  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  правильнее воспользоваться векторными гармониками (А.131). Принимая во внимание соотношение (В.63), согласно которому при сферической гармонике с индексом  $l$  стоит сферическая радиальная функция с тем же индексом  $l$ , мы получим набор базисных векторных функций, в который входит  $f_1(kr) \Phi_{1,00}(\vartheta, \varphi)$  и, далее, каждому  $J \geq 1$  соответствуют три функции  $f_l(kr) \Phi_{l,JM}(\vartheta, \varphi)$ , где  $l = J - 1, J$  и  $J + 1$ .

В книге И. М. Айзенберга и В. Грайнера [100] доказан следующий результат:

$$\begin{aligned} \nabla g(r) Y_{lm}(\mathbf{n}) &= \\ &= \sqrt{\frac{l}{2l+1}} \left( \frac{dg}{dr} + \frac{l+1}{r} g \right) \Phi_{l-1,lm}(\mathbf{n}) - \sqrt{\frac{l+1}{2l+1}} \left( \frac{dg}{dr} - \frac{l}{r} g \right) \Phi_{l+1,lm}(\mathbf{n}), \end{aligned} \quad (\text{В.65})$$

который называют градиентной формулой. Здесь  $g(r)$  — произвольная функция. Отметим, что сферические радиальные функции всех типов (Бесселя, Неймана и Ханкеля) удовлетворяют следующим рекуррентным соотношениям:

$$\frac{df_l(x)}{dx} = f_{l-1}(x) - \frac{l+1}{x} f_l(x), \quad \frac{df_l(x)}{dx} = -f_{l+1}(x) + \frac{l}{x} f_l(x). \quad (\text{В.66})$$

Благодаря им, как легко заметить, в тех случаях, когда  $g(r)$  в градиентной формуле совпадает с одной из сферических радиальных функций, правая часть (В.65) упрощается.

Итак, выпишем три решения,

$$f_{J-1}(kr) \Phi_{J-1,JM}(\mathbf{n}), \quad f_J(kr) \Phi_{J,JM}(\mathbf{n}), \quad f_{J+1}(kr) \Phi_{J+1,JM}(\mathbf{n}), \quad (\text{В.67})$$

уравнения (В.62), которые в соответствии с (А.132) преобразуются при поворотах по одному и тому же представлению  $\mathcal{D}^J$  ( $J \geq 1$ ). Из них 1-е и 3-е обладают одной

<sup>1)</sup> При взаимодействии бесспиновых частиц спин-угловые функции  $\varphi_{\lambda\alpha}^\alpha$  (Б.10), по которым раскладывается волновая функция, сводятся к сферическим гармоникам.

чётностью  $(-1)^J$ , а 2-е — противоположной чётностью  $(-1)^{J+1}$ . Соответственно это 2-е решение естественно отделяется от двух других; его называют магнитным потенциалом мультиполюсности  $J$ . В практических вычислениях приходится иметь дело либо с потенциалами, регулярными в нуле ( $\sim j_l(kr)$ ), либо с расходящимися или сходящимися волнами ( $\sim h_l^{(\pm)}(kr)$ ). Поэтому, немного модифицируя обозначения, введённые в книге [100], введём два (или даже три) семейства магнитных мультиполюсных потенциалов (изменив при этом индекс  $J$  на более привычный  $L$ ):

$$\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, m) \equiv j_L(kr) \Phi_{L,LM}(\mathbf{n}), \quad \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, m) \equiv h_L^{(\pm)}(kr) \Phi_{L,LM}(\mathbf{n}). \quad (\text{B.68})$$

Пользуясь градиентной формулой (B.65), несложно доказать, что магнитные мультиполюсные потенциалы являются поперечными, т. е.:

$$\nabla \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, m) = 0, \quad \nabla \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, m) = 0. \quad (\text{B.69})$$

Очевидно, что из двух оставшихся решений одинаковой чётности  $(-1)^J$  можно составить такую линейную комбинацию, которая также будет поперечна. Именно эту линейную комбинацию и называют электрическим потенциалом мультиполюсности  $J \equiv L$ . Соответствующее семейство электрических потенциалов, регулярных в нуле, определяется формулами

$$\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, e) \equiv \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} j_{L-1}(kr) \Phi_{L-1,LM}(\mathbf{n}) - \sqrt{\frac{L}{2L+1}} j_{L+1}(kr) \Phi_{L+1,LM}(\mathbf{n}), \quad (\text{B.70})$$

$$\nabla \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, e) = 0. \quad (\text{B.71})$$

Соответствующие расходящиеся и сходящиеся электрические мультиполюсные потенциалы (которые получаются с помощью замен  $j_l(kr) \rightarrow h_l^{(\pm)}(kr)$ ) обозначают  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, e)$ .

Наконец, набор других линейных комбинаций той же чётности  $(-1)^J \equiv (-1)^L$ , ортогональных электрическим потенциалам и не обладающих свойством поперечности, называют продольными мультиполюсными потенциалами. Для семейства продольных потенциалов, регулярных в нуле, имеем

$$\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, l) \equiv \sqrt{\frac{L}{2L+1}} j_{L-1}(kr) \Phi_{L-1,LM}(\mathbf{n}) + \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} j_{L+1}(kr) \Phi_{L+1,LM}(\mathbf{n}); \quad (\text{B.72})$$

аналогичные выражения должны быть записаны для расходящихся и сходящихся продольных потенциалов  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, l)$ .

Подчеркнём, что магнитные (B.68), электрические (B.70) и продольные (B.72) потенциалы определены при  $L \geq 1$ . Имеются, однако, ещё «нулевые» слагаемые

$$\mathcal{A}_{00}(\mathbf{r}) \equiv j_1(kr) \Phi_{1,00}(\mathbf{n}), \quad \mathcal{B}_{00}^{(\pm)}(\mathbf{r}) \equiv h_1^{(\pm)}(kr) \Phi_{1,00}(\mathbf{n}), \quad (\text{B.73})$$

которые, как можно проверить, не являются поперечными и могут быть представлены в виде градиента от  $j_0(kr) Y_{00}(\mathbf{n})/k$  и  $h_0^{(\pm)}(kr) Y_{00}(\mathbf{n})/k$  соответственно. С другой стороны, пользуясь градиентной формулой, можно показать, что все продольные потенциалы также представляются в виде градиентов, а именно

$$\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, l) = \frac{1}{k} \nabla j_L(kr) Y_{LM}(\mathbf{n}), \quad \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, l) = \frac{1}{k} \nabla h_L^{(\pm)}(kr) Y_{LM}(\mathbf{n}). \quad (\text{B.74})$$

Таким образом, «нулевые» слагаемые являются продольными потенциалами мультиполюсности 0. Можно также считать, что формулы (B.74) определяют продольные потенциалы всех мультиполюсностей  $L \geq 0$ .

В практических вычислениях широко используются также следующие формулы, связывающие мультипольные потенциалы друг с другом:

$$\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, m) = -\frac{ik}{\sqrt{L(L+1)}} [\mathbf{r} \times \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, l)] \quad (\text{B.75})$$

и

$$\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, e) = -\frac{i}{k} [\nabla \times \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, m)]. \quad (\text{B.76})$$

Кроме того, просто по построению, мультипольные потенциалы взаимно ортогональны,

$$\oint \mathcal{A}_{LM}^*(\mathbf{r}, \alpha) \mathcal{A}_{L'M'}(\mathbf{r}, \alpha') d\Omega \sim \delta_{LL'} \delta_{MM'} \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (\text{B.77})$$

Соотношения (B.75)–(B.77) справедливы и для потенциалов  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha)$ .

Итак, вместо трёх векторных решений (B.67) волнового уравнения (B.62) удобнее пользоваться их линейными комбинациями — тремя мультипольными потенциалами  $\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha)$  или  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha)$ , где  $\alpha = m, e, l$ . Они, разумеется, также удовлетворяют уравнению (B.62), но два из них, магнитный и электрический, имеющие разную чётность, дополнительно обладают свойством поперечности (B.69) и (B.71).

**В.1.7. Мультипольные разложения в классической теории излучения.** Покажем, как скалярный  $\varphi(\mathbf{r}, t) \equiv A^0(\mathbf{r}, t)$  и векторный  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  запаздывающие потенциалы (B.61), описывающие излучение в классической теории, раскладываются по функциям  $h_l^{(\pm)}(kr) Y_{lm}(\mathbf{n})$  и мультипольным потенциалам  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha)$  соответственно. В качестве первого шага, подставив в формулы для запаздывающих потенциалов фурье-разложения плотностей заряда и тока,

$$j^\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int j^\mu(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad j^\mu(\mathbf{r}, \omega) = \int j^\mu(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt, \quad (\text{B.78})$$

находим

$$A^\mu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi c} \int \left( \int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} j^\mu(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (\text{B.79})$$

Далее воспользуемся известным тождеством

$$\frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = 4\pi ik \sum_{lm} h_l^{(+)}(kr) j_l(kr') Y_{lm}^*(\mathbf{n}) Y_{lm}(\mathbf{n}'), \quad (\text{B.80})$$

справедливом при  $r' < r$ . Всюду далее будем считать, что источник имеет характерный размер  $a$ , так что  $r' < a$ . Поэтому все последующие выражения справедливы при любом  $r > a$ . Принято различать ближнюю зону  $a < r \ll \lambda$ , где  $kr \ll 1$ , и дальнюю (волновую) зону  $r \gg \lambda$ , где  $kr \gg 1$ .

Для скалярного потенциала  $\varphi$  из представленных формул сразу получим искомого разложение:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{2i}{c} \sum_{lm} \int \left( h_l^{(-)}(kr) Y_{lm}(\mathbf{n}) \right)^* \left( \int j_l(kr') Y_{lm}(\mathbf{n}') \rho(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) \omega e^{-i\omega t} d\omega. \quad (\text{B.81})$$

Здесь учтено, что

$$\left( h_l^{(-)}(kr) \right)^* = h_l^{(+)}(kr). \quad (\text{B.82})$$

По причинам, о которых будет сказано чуть ниже, здесь и далее мы записываем ответы через комплексно сопряжённые сходящиеся волны, которые в соответствии с (В.82) эквивалентны расходящимся волнам.

Что же касается векторного потенциала  $\mathbf{A}$ , то сначала вектор фурье-образа тока представим в форме (см. (А.101))

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{q=-1}^{+1} (\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{e}_q) \mathbf{e}_q^*. \quad (\text{В.83})$$

Затем произведения сферических гармоник и сферических ортов преобразуем в векторные гармоники, пользуясь соотношениями

$$Y_{lm}(\mathbf{n}) \mathbf{e}_q = \sum_{LM} C_{lm1q}^{LM} \Phi_{l,LM}(\mathbf{n}), \quad (\text{В.84})$$

обратными (А.131). И, наконец, функции  $f_l(kr) \Phi_{l,LM}(\mathbf{n})$ , где  $l = L - 1$ ,  $L$  и  $L + 1$ , выразим через магнитные, электрические и продольные мультипольные потенциалы. Результат примет вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{2i}{c^2} \sum_{\alpha=m,e,l} \sum_{LM} \int \mathcal{B}_{LM}^{(-)*}(\mathbf{r}, \alpha) \left( \int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}', \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) \omega e^{-i\omega t} d\omega, \quad (\text{В.85})$$

где суммирование по  $L$  начинается от 0 для продольных потенциалов и от 1 для магнитных и электрических.

Отметим, что пользуясь формулами

$$\mathcal{A}_{LM}^*(\mathbf{r}, m) = -(-1)^M \mathcal{A}_{L-M}(\mathbf{r}, m), \quad \mathcal{A}_{LM}^*(\mathbf{r}, \alpha) = (-1)^M \mathcal{A}_{L-M}(\mathbf{r}, \alpha), \quad \alpha = e, l, \quad (\text{В.86})$$

$$\mathcal{B}_{LM}^{(-)*}(\mathbf{r}, m) = -(-1)^M \mathcal{B}_{L-M}^{(+)}(\mathbf{r}, m), \quad \mathcal{B}_{LM}^{(-)*}(\mathbf{r}, \alpha) = (-1)^M \mathcal{B}_{L-M}^{(+)}(\mathbf{r}, \alpha), \quad \alpha = e, l, \quad (\text{В.87})$$

несложно придать мультипольному разложению для векторного потенциала такую форму:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{2i}{c^2} \sum_{\alpha=m,e,l} \sum_{LM} \int \mathcal{B}_{LM}^{(+)}(\mathbf{r}, \alpha) \left( \int \mathcal{A}_{LM}^*(\mathbf{r}', \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) \omega e^{-i\omega t} d\omega. \quad (\text{В.88})$$

Разумеется, этот ответ можно получить непосредственно из (В.80). Единственная причина, по которой я предпочитаю выражение (В.85), состоит в следующем.

В рамках полуклассической теории излучения, описанной в разделе В.1.9, можно перейти от классических формул к квантовым. Но в квантовой теории вероятность излучения определяется амплитудами (В.111), представляющими собой интегралы перекрытия мультипольных потенциалов и токов. Интегралы как раз такого типа входят в разложения (В.81) и (В.85) (выражение (В.88) содержит интегралы перекрытия токов и комплексно сопряжённых мультипольных потенциалов).

Теперь ничто не мешает нам вычислить «в лоб» напряжённости электрического  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial\mathbf{A}/\partial t$  и магнитного  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$  полей. Легко видеть, что вследствие соотношений (В.74) величина  $\nabla\varphi$  выражается только через продольные потенциалы. При этом уравнение непрерывности (В.26) даёт связь между фурье-образами плотностей заряда и тока:

$$\omega\rho(\mathbf{r}, \omega) = -i\nabla\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega). \quad (\text{В.89})$$

В результате все слагаемые  $\nabla\varphi$  сокращаются с аналогичными продольными вкладками в  $\partial\mathbf{A}/\partial t$ . Поэтому мультипольные разложения полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  содержат только поперечные электрические и магнитные потенциалы:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha=e,m} \sum_{LM} \mathbf{E}_{LM}^{(\alpha)}(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha=e,m} \sum_{LM} \mathbf{H}_{LM}^{(\alpha)}(\mathbf{r}, t). \quad (\text{B.90})$$

Так, конечно, и должно быть, поскольку  $\nabla\mathbf{E} = \mathbf{0}$  в области  $r > a$ , где нет зарядов, а  $\nabla\mathbf{H} = \mathbf{0}$  есть одно из уравнений Максвелла (B.3).

Вклады в электрическое поле для  $\alpha = e$  и  $m$  имеют один и тот же вид

$$\mathbf{E}_{LM}^{(\alpha)}(\mathbf{r}, t) = -\frac{2}{c^3} \int \mathcal{B}_{LM}^{(-)*}(\mathbf{r}, \alpha) \left( \int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}', \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) \omega^2 e^{-i\omega t} d\omega. \quad (\text{B.91})$$

В то же время для аналогичных вкладов в магнитное поле получим

$$\mathbf{H}_{LM}^{(e)}(\mathbf{r}, t) = -\frac{2}{c^3} \int \mathcal{B}_{LM}^{(-)*}(\mathbf{r}, m) \left( \int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}', e) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) \omega^2 e^{-i\omega t} d\omega, \quad (\text{B.92})$$

$$\mathbf{H}_{LM}^{(m)}(\mathbf{r}, t) = \frac{2}{c^3} \int \mathcal{B}_{LM}^{(-)*}(\mathbf{r}, e) \left( \int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}', m) \mathbf{j}(\mathbf{r}', \omega) d^3r' \right) \omega^2 e^{-i\omega t} d\omega. \quad (\text{B.93})$$

Если один из интегралов  $\int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) d^3r$  доминирует при некоторых значениях  $\alpha$  и  $L$ , то говорят, что источник электромагнитных волн принадлежит  $\alpha L$ -типу. Соответственно индекс  $\alpha$ , по которому идёт суммирование в формулах (B.90), характеризует тип источника. Учтем теперь, что в ближней зоне, где  $kr \ll \ll 1$ , можно воспользоваться асимптотикой

$$h_l^{(-)}(x) \Big|_{x \ll 1} \rightarrow i \frac{(2l-1)!!}{x^{l+1}}. \quad (\text{B.94})$$

Поэтому из определений (B.68) и (B.70) нетрудно установить, что в ближней зоне

$$|\mathcal{B}_{LM}^{(-)}(\mathbf{r}, e)| \gg |\mathcal{B}_{LM}^{(-)}(\mathbf{r}, m)|. \quad (\text{B.95})$$

Но тогда, как видно из формул (B.90)–(B.93), для источников  $eL$ -типа на малых расстояниях доминирует электрическое поле, тогда как для источников  $mL$ -типа — магнитное поле. Этим и оправдываются введённые названия мультипольных потенциалов.

Отметим далее, что нерелятивистские излучающие системы характеризуются параметром малости  $v/c \sim ka \ll 1$ . Интегралы же  $\int \mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha) \mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) d^3r$  содержат сферические функции Бесселя  $j_l(kr')$ , которые при малых значениях аргумента ведут себя следующим образом:

$$j_l(x) \Big|_{x \ll 1} \rightarrow \frac{x^l}{(2l+1)!!}. \quad (\text{B.96})$$

Следовательно, в случае когда излучающая система является нерелятивистской, разложение по параметру мультипольности  $L$  превращается в ряд по степеням малого параметра  $ka \sim v/c$ .

Рассмотрим теперь дальнюю (волновую) зону. Здесь в соответствии с (B.64) в потенциалах  $\varphi$ ,  $\mathbf{A}$  и напряжённостях  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  доминируют слагаемые, падающие по закону  $1/r$ . Заметим также, что вследствие (B.75) все магнитные потенциалы поперечны не только в смысле (B.69), но и буквально, в смысле перпендикулярности вектору  $\mathbf{n}$ . Поэтому при любом  $r$  имеем

$$\mathbf{n} \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, m) = 0, \quad (\text{B.97})$$

т. е., в частности, и в волновой зоне. В то же время для электрических потенциалов такая перпендикулярность вектору  $\mathbf{n}$  возникает только в асимптотике  $r \rightarrow \infty$ . А именно, прямая проверка показывает, что при учёте одних только слагаемых, пропорциональных  $1/r$ , имеет место равенство <sup>1)</sup>

$$\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, e) \simeq \pm \left[ \mathbf{n} \times \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, m) \right]. \quad (\text{B.98})$$

Но тогда, вследствие (B.97), с той же точностью имеем

$$\left[ \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, e) \times \mathbf{n} \right] \simeq \pm \mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, m). \quad (\text{B.99})$$

Следовательно для электрического и магнитного полей (B.90)–(B.93) в волновой зоне получим

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \simeq [\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{n}], \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \simeq [\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]. \quad (\text{B.100})$$

**В.1.8. Мультипольные разложения в квантовой теории излучения.** Квантовая теория мультипольного излучения намного проще классической. Во многих источниках, однако, суть дела заслоняется такими частностями, как мультипольные потенциалы. Сами по себе они не имеют отношения к квантовой теории (их следовало бы заранее изучать в рамках классической теории поля). Другая отвлекающая вещь — это явный вид эрмитового оператора плотности тока  $\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{j}}^+$ , ответственного за излучение. Примем только, что такой оператор существует и входит в эрмитовый гамильтониан взаимодействия  $\hat{H}_i = \hat{H}_i^+$  квантовой системы и электромагнитного поля,

$$\hat{H}_i = -\frac{1}{c} \hat{\mathbf{j}} \hat{\mathbf{A}}, \quad (\text{B.101})$$

где  $\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}^+$  есть эрмитовый оператор векторного потенциала <sup>2)</sup>.

Дальше всё довольно просто. В самом деле, в квантовой теории взаимодействия между излучающей системой и электромагнитным полем рассматривается как возмущение. В первом порядке теории возмущений вероятность того, что  $\gamma$ -квант с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  и поляризацией  $\mu$  излучается в единицу времени в телесный

<sup>1)</sup> Здесь и далее знак  $\simeq$  означает, что равенство имеет место только для слагаемых, пропорциональных  $1/r$ , но для этих слагаемых равенство выполняется точно. Отмечу также, что наличие разных знаков в правой части (B.98) для потенциалов  $\mathcal{B}_{LM}^{(+)}$  и  $\mathcal{B}_{LM}^{(-)}$  непосредственно связано с преобразованиями (B.87).

<sup>2)</sup> Под матричным элементом от оператора  $\hat{\mathbf{j}} \hat{\mathbf{A}}$  по состояниям  $|F_1\rangle$  и  $|F_2\rangle$  поля и 2-компонентным волновым функциям  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  нерелятивистской частицы массы  $M$  со спином  $1/2$  подразумевается интеграл

$$\langle \varphi_1; F_1 | \hat{\mathbf{j}} \hat{\mathbf{A}} | \varphi_2; F_2 \rangle = \int \langle \varphi_1 | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | \varphi_2 \rangle \langle F_1 | \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) | F_2 \rangle d^3 r,$$

где

$$\langle \varphi_1 | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | \varphi_2 \rangle = -\frac{ie\hbar}{2M} (\varphi_1^+ (\nabla \varphi_2) - (\nabla \varphi_1^+) \varphi_2) - \frac{e^2}{Mc} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \varphi_1^+ \varphi_2 + \frac{(e+e')\hbar}{2M} [\nabla \times (\varphi_1^+ \boldsymbol{\sigma} \varphi_2)],$$

а оператор  $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r})$  определён формулой (B.103). Величины  $e$  и  $e'$  зависят от типа частицы. Именно, пусть  $e_0 > 0$  есть элементарный заряд. Тогда, в частности, для электрона  $e = -e_0$  и  $e' = 0$ , для протона  $e = e_0$  и  $e' = 1.79e_0$ , для нейтрона  $e = 0$  и  $e' = -1.91e_0$ .



угол  $d\Omega$ , определяется правилом Ферми <sup>1)</sup>:

$$dw(\mathbf{n}_\gamma, \mu) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle i; 0 | \hat{H}_i | f; \mathbf{k}\mu \rangle \right|^2 d\rho(E_\gamma). \quad (\text{B.102})$$

Здесь  $\mathbf{n}_\gamma$  — единичный вектор вдоль  $\hbar\mathbf{k}$ , а  $|i; 0\rangle$  и  $|f; \mathbf{k}\mu\rangle$  — начальное и конечное состояния излучающей системы и поля. Оператор векторного потенциала, входящий в гамильтониан (B.101) имеет следующий вид (см., например, (80.14) в учебнике А. С. Давыдова [122]):

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}\mu} \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{V\omega}} (\mathbf{e}_\mu \hat{a}_{\mathbf{k}\mu} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \mathbf{e}_\mu^* \hat{a}_{\mathbf{k}\mu}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}). \quad (\text{B.103})$$

В этой формуле  $\omega = c|\mathbf{k}|$  есть частота излучения,  $\mathbf{e}_\mu$  — произвольная пара взаимно ортогональных единичных векторов ( $\mathbf{e}_\mu \mathbf{e}_{\mu'}^* = \delta_{\mu\mu'}$ ), перпендикулярных  $\hbar\mathbf{k}$ ,  $\hat{a}_{\mathbf{k}\mu}$  и  $\hat{a}_{\mathbf{k}\mu}^+$  — операторы уничтожения и рождения  $\gamma$ -квантов с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  и поляризацией  $\mu$ , и  $V$  — нормировочный объём. В (B.102) входит также  $d\rho(E_\gamma)$  — плотность состояний  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_\gamma = \hbar\omega$  в элементе телесного угла  $d\Omega$  (см., например, (94.13) в том же учебнике [122]):

$$d\rho(E_\gamma) = \frac{V\omega^2}{(2\pi c)^3 \hbar} d\Omega. \quad (\text{B.104})$$

Подставляя (B.101), (B.103) и (B.104) в (B.102) и суммируя по поляризациям, для вероятности испускания  $\gamma$ -кванта в телесный угол  $d\Omega$  находим

$$dw(\mathbf{n}_\gamma) = \frac{\omega}{2\pi\hbar c^3} \sum_{\mu} \left| \int \mathbf{e}_\mu e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \langle i | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | f \rangle d^3r \right|^2 d\Omega. \quad (\text{B.105})$$

Следующий шаг — выделение вкладов различных мультиполей в переход  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ . Здесь поступают так. Направим ось  $z'$  системы координат  $(x', y', z')$  вдоль импульса  $\hbar\mathbf{k}$ . Тогда в качестве векторов поляризации  $\mathbf{e}_\mu$  удобно взять сферические орты штрихованной системы координат, перпендикулярные оси  $z'$ ,

$$\mathbf{e}'_{\pm 1} = \mp \frac{\mathbf{e}'_x \pm i\mathbf{e}'_y}{\sqrt{2}}. \quad (\text{B.106})$$

Далее, пользуясь формулой Рэлея,

$$e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} = \sum_l \sqrt{4\pi(2l+1)} i^l j_l(kr') Y_{l0}(\mathbf{n}'), \quad (\text{B.107})$$

и определениями мультипольных потенциалов (см. раздел В.1.6), несложно показать, что <sup>2)</sup>

$$\mathbf{e}'_\mu e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} = -\mu \sum_L \sqrt{2\pi(2L+1)} (i^L \mathcal{A}_{L\mu}(\mathbf{r}', m) + \mu i^{L+1} \mathcal{A}_{L\mu}(\mathbf{r}', e)). \quad (\text{B.108})$$

<sup>1)</sup> Поскольку гамильтониан взаимодействия является эрмитовым, то

$$\left| \langle i; 0 | \hat{H}_i | f; \mathbf{k}\mu \rangle \right|^2 = \left| \langle f; \mathbf{k}\mu | \hat{H}_i | i; 0 \rangle \right|^2.$$

В задаче об излучении удобно начальное состояние поставить слева от гамильтониана, а конечное — справа. Просто потому что в (B.105) проще раскладывать плоскую волну (а не комплексно сопряжённую плоскую волну) по сферическим гармоникам.

<sup>2)</sup> В аналогичной формуле (2.105) книги [100] пропущен общий знак “—” перед правой частью.

Смысл этой процедуры состоит в том, что всюду далее можно смело суммировать по двух значениям  $\mu = \pm 1$ ; куда бы ни был направлен вектор  $\hbar\mathbf{k}$  в лабораторной системе координат  $(x, y, z)$ , поперечность векторов поляризации вектору импульса уже учтена.

Между тем практическое интегрирование по объёму в формуле (В.105) удобно, конечно, проводить в лабораторной системе координат. Это несложно осуществить, воспользовавшись простыми трансформационными свойствами мультипольных потенциалов, введённых так, чтобы они совпадали с трансформационными свойствами (А.132) векторных гармоник. В данном случае, однако, мультипольные потенциалы, входящие в (В.108) и определённые в штрихованной (повернутой) системе координат, нужно выразить через мультипольные потенциалы в лабораторной системе отсчёта. Поэтому ответ выражается через сопряжённую  $\mathcal{D}$ -матрицу:

$$\mathcal{A}_{L\mu}(\mathbf{r}', \alpha) = \sum_{\nu} \mathcal{D}_{\nu\mu}^{L*}(\mathbf{n}_{\gamma}) \mathcal{A}_{L\nu}(\mathbf{r}, \alpha), \quad \mathcal{D}_{\nu\mu}^L(\mathbf{n}_{\gamma}) \equiv \mathcal{D}_{\nu\mu}^L(\varphi_{\gamma}, \vartheta_{\gamma}, 0). \quad (\text{В.109})$$

Здесь  $\varphi_{\gamma}$  и  $\vartheta_{\gamma}$  — азимутальный и полярный углы, которыми в лабораторной системе координат определяется направление вектора импульса  $\hbar\mathbf{k}$  кванта (и оси  $z'$ ). Действительно, нетрудно сообразить, что двумя поворотами на углы Эйлера  $\alpha = \varphi_{\gamma}$  и  $\beta = \vartheta_{\gamma}$  ось  $z$  лабораторной системы координат совмещается с осью  $z'$ ; третий угол Эйлера может быть взят равным нулю, так как неважно, как именно размещены оси  $x'$  и  $y'$  в плоскости, перпендикулярной  $z'$ .

Таким образом, подстановка (В.108) и (В.109) в (В.105) даёт

$$dw(\mathbf{n}_{\gamma}) = \frac{\omega}{\hbar c^3} \sum_{\mu=\pm 1} \left| \sum_L \sqrt{2L+1} \sum_{\nu} \mathcal{D}_{\nu\mu}^{L*}(\mathbf{n}_{\gamma}) (a_{L\nu}(m) + \mu a_{L\nu}(e)) \right|^2 d\Omega. \quad (\text{В.110})$$

Здесь введены амплитуды магнитных и электрических переходов,

$$a_{L\nu}(m) = i^L \int \langle i | \mathcal{A}_{L\nu}(\mathbf{r}, m) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | f \rangle d^3r, \quad a_{L\nu}(e) = i^{L+1} \int \langle i | \mathcal{A}_{L\nu}(\mathbf{r}, e) \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | f \rangle d^3r, \quad (\text{В.111})$$

которые являются квантовыми аналогами функций (7.35). Но в данном случае эти амплитуды являются просто числами.

Предположим, что спины и их проекции на ось  $z$  определены в начальном  $|i\rangle = |J_i M_i\rangle$  и конечном  $|f\rangle = |J_f M_f\rangle$  состояниях. Тогда в соответствии с теоремой Вигнера–Эккарта амплитуды  $a_{L\nu}(\alpha)$  выражаются через приведённые матричные элементы  $a_L(\alpha)$ :

$$a_{L\nu}(\alpha) = C_{J_f M_f L \nu}^{J_i M_i} a_L(\alpha). \quad (\text{В.112})$$

Если же фазы волновых функций выбраны в соответствии со стандартным условием (1.23), а оператор тока обычным образом меняет знак при обращении времени,

$$\hat{T} \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) \hat{T}^{-1} = -\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}), \quad (\text{В.113})$$

то приведённые матричные элементы (и, конечно, амплитуды переходов) действительны.

Вот, собственно, и вся квантовая теория мультипольного излучения. Формула (В.110) представляет собой искомое выражение для углового распределения  $\gamma$ -квантов, которые излучаются в переходе  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ . Интеграл по всем телесным

углам даёт полную вероятность. В выражении (В.110) можно, конечно, перейти от  $\mathcal{D}$ -функций к сферическим гармоникам, воспользовавшись тождеством

$$\mathcal{D}_{\nu\mu}^{L*}(\mathbf{n}_\gamma) \mathcal{D}_{\nu'\mu'}^{L'}(\mathbf{n}_\gamma) = \sum_{Qq} \frac{\sqrt{4\pi(2Q+1)}}{2L'+1} C_{L\mu Q0}^{L'\mu} C_{L\nu Qq}^{L'\nu'} Y_{Qq}(\mathbf{n}_\gamma). \quad (\text{В.114})$$

Однако результат суммирования по магнитным квантовым числам  $\mu, \nu$  и  $\nu'$  зависит от явного вида начального  $|i\rangle$  и конечного  $|f\rangle$  состояний и, естественно, от того набора амплитуд (В.111), которые оказываются отличными от нуля для данного типа перехода.

Если, в частности, имеется переход

$$|i\rangle = \sum_{M_i} a_{M_i}(J_i) |J_i M_i\rangle \rightarrow |f\rangle = |J_f M_f\rangle \quad (\text{В.115})$$

фиксированной  $\alpha L$ -мультипольности, то для дифференциальной вероятности перехода в единицу времени легко получим

$$\frac{dw(\mathbf{n}_\gamma)}{d\Omega} = \frac{2\omega}{\hbar c^3} a_L^2(\alpha) \sum_{Q=0,2,\dots} (2Q+1) \tau'_{Q0}(J_i) C_{L1Q0}^{L1} U(J_f J_i L Q, L J_i) P_Q(\cos \vartheta). \quad (\text{В.116})$$

Здесь  $\tau'_{Q0}(J_i)$  — спин-тензоры ориентации начального ядерного состояния, вычисленные в системе отсчёта, ось  $z$  которой направлена вдоль оси ориентации, а  $\vartheta$  — угол между направлением вылета  $\gamma$ -кванта и осью ориентации. Интегрирование по всем углам даёт

$$w = \sum_{M_f} \int dw(\mathbf{n}_\gamma) = \frac{8\pi\omega}{\hbar c^3} a_L^2(\alpha). \quad (\text{В.117})$$

Соответственно ширина линии определяется формулой

$$\Gamma_\gamma = \hbar w = \frac{8\pi\omega}{c^3} a_L^2(\alpha). \quad (\text{В.118})$$

**В.1.9. Полуклассическая теория излучения.** Пусть переход  $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$  между квантовыми стационарными состояниями некоторой системы сопровождается излучением  $\gamma$ -кванта. Основная идея полуклассического метода состоит в следующем. Введём действительные величины

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \langle i(t) | \hat{\rho}(\mathbf{r}) | f(t) \rangle + \langle f(t) | \hat{\rho}(\mathbf{r}) | i(t) \rangle, \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \langle i(t) | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | f(t) \rangle + \langle f(t) | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}) | i(t) \rangle, \quad (\text{В.119})$$

где  $|i(t)\rangle = |i\rangle e^{-iE_i t/\hbar}$  и  $|f(t)\rangle = |f\rangle e^{-iE_f t/\hbar}$  — векторы начального и конечного состояний, зависящие от времени, а  $\hat{\rho} = \hat{\rho}^+$  — эрмитовый оператор плотности заряда<sup>1)</sup>. Согласно полуклассическому подходу угловое распределение  $\gamma$ -квантов точно совпадает с усреднённым по времени угловым распределением интенсивности излучения  $\langle dI(\mathbf{n}) \rangle$  (7.33) классической системы с плотностями заряда и тока (В.119).

<sup>1)</sup> Матричный элемент от оператора плотности заряда по 2-компонентным волновым функциям  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  нерелятивистской частицы с зарядом  $e$  имеет следующий вид:

$$\langle \varphi_1 | \hat{\rho}(\mathbf{r}) | \varphi_2 \rangle = e \varphi_1^+(\mathbf{r}) \varphi_2(\mathbf{r}).$$

Более того, вероятность излучения  $\gamma$ -кванта в единицу времени в заданном направлении  $dw(\mathbf{n}_\gamma)$  может быть найдена как отношение

$$dw(\mathbf{n}_\gamma) = \frac{\langle dI(\mathbf{n}_\gamma) \rangle}{\hbar\omega_0}, \quad (\text{B.120})$$

где  $\hbar\omega_0 = E_i - E_f$  есть энергия кванта.

В самом деле, перейдем, следуя (B.78), от плотностей (B.119) к фурье-образам; фурье-образ плотности тока, в частности, имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = 2\pi \langle i\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r})|f \rangle \delta(\omega + \omega_0) + 2\pi \langle f|\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r})|i \rangle \delta(\omega - \omega_0). \quad (\text{B.121})$$

Понятно, что подстановка этого выражения в формулу (B.85) для векторного потенциала или в формулы (B.90)–(B.93) для напряжённостей электрического и магнитного полей даёт сумму двух составляющих, пропорциональных  $e^{i\omega_0 t}$  и  $e^{-i\omega_0 t}$ . Следуя [220], мы будем следить прежде всего за положительно-частотными слагаемыми. Для электрического поля при этом получим <sup>1)</sup>

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{i\omega_0 t} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r})e^{-i\omega_0 t}, \quad (\text{B.122})$$

где

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi\omega_0^2}{c^3} \sum_{\alpha=e,m} \sum_{LM} \mathcal{B}_{LM}^{(+)*}(\mathbf{r}, \alpha) \left( \int A_{LM}(\mathbf{r}', \alpha) \langle i\hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}')|f \rangle d^3r' \right). \quad (\text{B.123})$$

Заметим теперь, что правая часть (B.123) выражается через амплитуды магнитных и электрических переходов (B.111), а именно

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi\omega_0^2}{c^3} \sum_{LM} \left( (-i)^L \mathcal{B}_{LM}^{(+)*}(\mathbf{r}, m) a_{LM}(m) + (-i)^{L+1} \mathcal{B}_{LM}^{(+)*}(\mathbf{r}, e) a_{LM}(e) \right). \quad (\text{B.124})$$

Поэтому, пользуясь формулами (7.33) и (B.120), находим

$$dw(\mathbf{n}_\gamma) = \frac{c}{2\pi\hbar\omega_0} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 r^2 d\Omega, \quad (\text{B.125})$$

или, после подстановки (B.124),

$$dw(\mathbf{n}_\gamma) = \frac{8\pi\omega_0^3}{\hbar c^5} \left| \sum_{LM} \left( (-i)^L \mathcal{B}_{LM}^{(+)*}(\mathbf{r}, m) a_{LM}(m) + (-i)^{L+1} \mathcal{B}_{LM}^{(+)*}(\mathbf{r}, e) a_{LM}(e) \right) \right|^2 r^2 d\Omega. \quad (\text{B.126})$$

Нам остаётся доказать, что это выражение эквивалентно формуле (B.110), которая описывает угловое распределение  $\gamma$ -квантов при вычислении по правилу Ферми.

Ясно, что вектор  $\mathbf{r}$  направлен вдоль  $\mathbf{n}_\gamma$  или вдоль оси  $z'$  системы отсчёта ( $x', y', z'$ ). Между тем каждый из этих потенциалов  $\mathcal{B}_{LM}^{(+)}$  может быть выражен через мультипольные потенциалы в штрихованной системе отсчёта,

$$\mathcal{B}_{LM}^{(+)}(\mathbf{r}, \alpha) = \sum_{\mu} \mathcal{D}_{M\mu}^L(\mathbf{n}_\gamma) \mathcal{B}_{L\mu}^{(+)}(\mathbf{r}', \alpha), \quad (\text{B.127})$$

<sup>1)</sup> Здесь важно не упустить из виду, что мультипольные потенциалы (B.68) и (B.70) неявным образом зависят от частоты через волновое число  $k = \omega/c$ , которое входит в аргументы сферических функций Бесселя в случае  $\mathcal{A}_{LM}(\mathbf{r}, \alpha)$  и Ханкеля в случае  $\mathcal{B}_{LM}^{(\pm)}(\mathbf{r}, \alpha)$ . Поэтому, в частности, при интегрировании по частотам с первым слагаемым правой части (B.121) происходит изменение знака аргументов этих функций, что даёт

$$j_l(-k_0 r) = (-1)^l j_l(k_0 r), \quad h_l^{(-)}(-k_0 r) = (-1)^l h_l^{(+)}(k_0 r).$$

где  $\mathbf{r}'$  также взят вдоль  $z'$ . Но тогда каждая из сферических гармоник  $Y_{lm}(\vartheta', \varphi')$ , входящая в  $\mathcal{B}_{L\mu}^{(+)}(\mathbf{r}', \alpha)$ , упрощается в соответствии с правилом (4.10). Соответственно для векторных гармоник, входящих в те же потенциалы, имеем

$$\Phi_{l,L\mu}(\mathbf{n}') \rightarrow \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} C_{l0l\mu}^{L\mu} \mathbf{e}'_{\mu}. \quad (\text{B.128})$$

Заметим, что при  $|\mu| > 1$  эти векторные гармоники и, следовательно, потенциалы  $\mathcal{B}_{L\mu}^{(+)}(\mathbf{r}', \alpha)$  заведомо равны нулю. В асимптотике  $r \rightarrow \infty$  мультипольные потенциалы (при  $\mathbf{r}'$  вдоль оси  $z'$ ) в штрихованной системе отсчёта дополнительно упрощаются и принимают следующий вид:

$$\mathcal{B}_{L\mu}^{(+)}(\mathbf{r}', m) \rightarrow \begin{cases} -\mu(-i)^{L+1} \sqrt{\frac{2L+1}{8\pi}} \frac{e^{ik_0 r}}{k_0 r} \mathbf{e}'_{\mu}, & \mu = \pm 1, \\ 0, & \mu = 0, \end{cases} \quad (\text{B.129})$$

$$\mathcal{B}_{L\mu}^{(+)}(\mathbf{r}', e) \rightarrow \begin{cases} (-i)^L \sqrt{\frac{2L+1}{8\pi}} \frac{e^{ik_0 r}}{k_0 r} \mathbf{e}'_{\mu}, & \mu = \pm 1, \\ 0, & \mu = 0. \end{cases} \quad (\text{B.130})$$

Ранее, в разделе В.1.7, уже было сказано, что магнитные потенциалы всегда поперечны по отношению к направлению распространения (см. (В.97)), тогда как электрические потенциалы приобретают такую поперечность в волновой зоне. Формулы (В.129) и (В.131) вновь это же и демонстрируют; при этом нетрудно убедиться в справедливости соотношений (В.98) и (В.99).

Подставляя (В.127) и (В.129), (В.130) в (В.126), находим

$$dw(\mathbf{n}_{\gamma}) = \frac{\omega_0}{\hbar c^3} \left| \sum_{LM} \sqrt{2L+1} \sum_{\mu=\pm 1} \mathcal{D}_{M\mu}^{L*}(\mathbf{n}_{\gamma}) (-i \mathbf{e}'_{\mu}^*) (\mu a_{LM}(m) + a_{LM}(e)) \right|^2 d\Omega. \quad (\text{B.131})$$

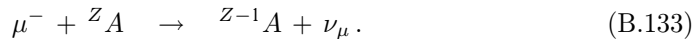
И, наконец, принимая во внимание условия ортонормированности (А.100) векторов  $\mathbf{e}'_{\mu}$ , для вероятности испускания  $\gamma$ -кванта в единицу времени получим

$$dw(\mathbf{n}_{\gamma}) = \frac{\omega_0}{\hbar c^3} \sum_{\mu=\pm 1} \left| \sum_L \sqrt{2L+1} \sum_M \mathcal{D}_{M\mu}^{L*}(\mathbf{n}_{\gamma}) (a_{LM}(m) + \mu a_{LM}(e)) \right|^2 d\Omega. \quad (\text{B.132})$$

Эта формула, полученная в рамках полуклассического подхода, точно совпадает с квантовым выражением (В.110).

## В.2. Гамильтониан слабого полуплептонного взаимодействия и мультипольные разложения в полуплептонных процессах

**В.2.1. Слабое полуплептонное взаимодействие.** Реакции и распады с участием лептонов и адронов, которые происходят за счёт слабого взаимодействия, называют слабыми полуплептонными процессами. К их числу относится, в частности, захват отрицательного мюона ядром:



Рассмотрим на этом примере схему описания полуплептонных процессов.

Начальное и конечное состояния ядра, описываемые векторами  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$ , различаются по числу протонов и нейтронов. Далее мы примем, что в результате  $\mu$ -захвата  $j$ -й нуклон, если он является протоном, превращается в нейтрон. Для описания соответствующих переходов в изоспиновом пространстве от протона  $\left(|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, t_z = 1/2\right)$  к нейтрону  $\left(|n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, t_z = -1/2\right)$  и наоборот удобно ввести операторы понижения  $\hat{\tau}_-$  и повышения  $\hat{\tau}_+$ ,

$$\hat{\tau}_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.134})$$

так что

$$\hat{\tau}_-|p\rangle = |n\rangle, \quad \hat{\tau}_-|n\rangle = 0, \quad \hat{\tau}_+|p\rangle = 0, \quad \hat{\tau}_+|n\rangle = |p\rangle. \quad (\text{B.135})$$

В модели Вайнберга–Салама в основе  $\mu$ -захвата лежит следующая двухступенчатая реакция:

$$\mu^- + u \rightarrow u + W^- + \nu_\mu \rightarrow d + \nu_\mu, \quad (\text{B.136})$$

где  $u$  и  $d$  — кварки, входящие в состав  $j$ -го нуклона (до и после взаимодействия соответственно). Амплитуда всего процесса определяется вторым порядком теории возмущений по гамильтониану слабого взаимодействия токов с полем — переносчиком взаимодействия ( $W^-$ -бозон является квантом этого поля). Этот оператор имеет примерно такой же вид, как гамильтониан (B.101) электромагнитного взаимодействия токов с полем. В рассматриваемом случае один из слабых токов связан с переходом  $\mu^- \rightarrow \nu_\mu$  (испускается  $W^-$ -бозон), а другой — с переходом  $u \rightarrow d$  (при этом  $W^-$ -бозон поглощается). Из-за смешивания (неизвестной природы) кварков слабый ток, связанный с ними, немного подавлен по сравнению с лептонным током множителем  $\cos \vartheta_C$ , где  $\vartheta_C$  — угол Кабиббо.

В тех случаях когда масса промежуточных ( $W^\pm$  и  $Z^0$ ) бозонов намного превышает характерные энергии взаимодействующих частиц, можно пользоваться упрощенным (феноменологическим) описанием слабого взаимодействия, предложенным Э. Ферми в 1930-е годы. В этом подходе амплитуда реакций (B.133) или (B.136) просто пропорциональна произведению (свертке) слабых токов, участвующих в процессе. Именно так, феноменологически, описывается  $\mu$ -захват.

Хорошее изложение основ теории имеется в монографии И. М. Айзенберга и В. Грайнера [100]. Многие полезные сведения о  $\mu$ -захвате приведены также в обзоре Н. К. Мукопадиани [148] и в монографии В. В. Балашова, Г. Я. Коренмана и Р. А. Эрамжяна [150], появившихся примерно в одно и то же время, во второй половине 1970-х годов<sup>1)</sup>. К этому моменту было установлено, что в общих чертах феноменологическая теория  $\mu$ -захвата верна. Но не все детали тогда (как и сейчас) были ясны. До сих пор, в частности, до конца не известен явный вид слабых токов, связанных с сильно взаимодействующими частицами.

В теории  $\mu$ -захвата традиционно используется псевдоевклидова метрика, и вместо контравариантных  $A^\mu = (A^0, \mathbf{A})$  и ковариантных  $B_\mu = (B^0, -\mathbf{B})$  векторов вводятся 4-векторы  $A_\mu = (\mathbf{A}, A_4) \equiv (\mathbf{A}, iA^0)$  с одними только нижними индексами; инвариантная свертка таких векторов имеет вид

$$A_\mu B_\mu = \mathbf{A}\mathbf{B} + A_4 B_4 = \mathbf{A}\mathbf{B} - A^0 B^0. \quad (\text{B.137})$$

<sup>1)</sup> См. замечание о монографиях 1970-х годов на с. 18.

Всюду в этом приложении используется псевдоевклидова метрика, а также следующие определения:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (\text{B.138})$$

$$\boldsymbol{\gamma} \equiv -i\beta\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & -i\boldsymbol{\sigma} \\ i\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 \equiv \beta, \quad \gamma_5 \equiv \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.139})$$

Для этих  $\gamma$ -матриц справедливо

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \quad \gamma_\mu\gamma_5 + \gamma_5\gamma_\mu = 0, \quad \gamma_5^2 = 1, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4. \quad (\text{B.140})$$

**В.2.2. Гамильтониан слабого взаимодействия.** Пусть состояния мюона и мюонного нейтрино описываются 4-компонентными функциями (решениями уравнений Дирака),  $\psi_\mu(\sigma_\mu, \mathbf{r}, t)$  и  $\psi_\nu(\sigma_\nu, \mathbf{r}, t)$ , где квантовые числа  $\sigma_\mu$  и  $\sigma_\nu$  связаны с поляризациями. В 1956 году Ц. Д. Ли и Ч. Н. Янг [30] выдвинули гипотезу, согласно которой слабый заряженный (т.е. — в модели Вайнберга–Салама — связанный с испусканием  $W^\pm$ -бозонов) лептонный ток может включать в себя как полярный, так и аксиальный векторы. Другими словами, эти авторы первыми предположили, что в слабых взаимодействиях  $\mathcal{P}$ -чётность нарушается (так как полярный и аксиальный векторы по-разному преобразуются при инверсии пространственных осей)<sup>1)</sup>.

Позже было установлено, что слабый заряженный лептонный ток представляет собой сумму<sup>2)</sup> полярного вектора и аксиального вектора с одинаковыми весами:

$$J_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu, \mathbf{r}, t) = i\psi_\nu^\dagger(\sigma_\nu, \mathbf{r}, t)\gamma_4\gamma_\lambda(1 + \gamma_5)\psi_\mu(\sigma_\mu, \mathbf{r}, t). \quad (\text{B.141})$$

Убедительные аргументы в пользу этой гипотезы впервые были представлены Р. Фейнманом и М. Гелл-Манном; выпуск журнала, в котором появилась их статья [46], датирован 1 января 1958 года<sup>3)</sup>.

Отрицательный мюон захватывается преимущественно из состояния  $|1s\rangle$ . Соответствующая 4-компонентная волновая функция в нерелятивистском приближении имеет вид

$$\psi_\mu(\sigma_\mu, \mathbf{r}, t) = \psi_{1s}(r) u_\mu(\sigma_\mu) e^{-i\frac{E_\mu t}{\hbar}}, \quad u_\mu(\sigma_\mu) = \begin{pmatrix} \varphi_\mu(\sigma_\mu) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.142})$$

где  $E_\mu$  — полная энергия мюона, включающая его энергию связи в атоме,  $\varphi_\mu(\sigma_\mu)$  — 2-компонентный спинор, нормированный на единицу, а  $\sigma_\mu$  есть проекция спина мюона  $s_\mu = 1/2$  на ось  $z$ . В то же время в конечном состоянии мюонное нейтрино имеет некоторый импульс  $\hbar\mathbf{k}_\nu$  и проекцию  $\sigma_\nu$  спина  $s_\nu = 1/2$  на ось  $z$ . Поэтому оно описывается плоской волной

$$\psi_\nu(\sigma_\nu, \mathbf{r}, t) = u_\nu(\mathbf{k}_\nu, \sigma_\nu) e^{i\mathbf{k}_\nu\mathbf{r} - i\frac{E_\nu t}{\hbar}}. \quad (\text{B.143})$$

Здесь

$$u_\nu(\mathbf{k}_\nu, \sigma_\nu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_\nu(\sigma_\nu) \\ (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}_\nu) \varphi_\nu(\sigma_\nu) \end{pmatrix} \quad (\text{B.144})$$

<sup>1)</sup> Об этом ранее упоминалось в разделе 1.2.

<sup>2)</sup> По историческим причинам эту сумму часто называют разностью.

<sup>3)</sup> Можно сказать, что в этот день началась эпоха Стандартной Модели электрослабых взаимодействий. Ведь после того как было установлено, что слабые токи имеют такой же векторный характер, как электромагнитные, открылась прямая дорога к объединению слабых и электромагнитных взаимодействий.

есть 4-компонентный спинор, нормированный на единицу; он выражается через 2-компонентный спинор  $\varphi_\nu$ , также нормированный на единицу;  $\mathbf{n}_\nu = \mathbf{k}_\nu/k_\nu$  — единичный вектор в направлении движения нейтрино, а  $E_\nu = c\hbar k_\nu$  — энергия нейтрино. Следовательно, в токе (В.141) можно выделить явную зависимость от времени и от направления радиуса-вектора: <sup>1)</sup>

$$J_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu, \mathbf{r}, t) = j_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) e^{-i(\mathbf{k}_\nu \mathbf{r} + \omega t)}, \quad \omega = \frac{E_\mu - E_\nu}{\hbar}. \quad (\text{В.145})$$

Вообще, удобно ввести 4-импульс, передаваемый из нуклонной системы в лептонную,

$$\hbar k_\lambda \equiv p_\lambda - n_\lambda = \nu_\lambda - \mu_\lambda, \quad (\text{В.146})$$

где  $p_\lambda$ ,  $n_\lambda$ ,  $\mu_\lambda$  и  $\nu_\lambda$  — 4-импульсы протона, нейтрона, мюона и нейтрино соответственно. В данном случае

$$k_\lambda = \left( \mathbf{k}_\nu, -i\frac{\omega}{c} \right). \quad (\text{В.147})$$

Заметим, что отрицательность нулевой составляющей  $k^0$  этого 4-импульса (по общему правилу  $k_4 = ik^0$ ) означает, что нуклонная система приобретает энергию (в самом деле, энергия покоя мюона распределяется между нейтрино и дочерним ядром).

Итак, в феноменологическом подходе к  $\mu$ -захвату добавка к гамильтониану нуклона, обусловленная его слабым взаимодействием с лептонным током, имеет вид

$$\hat{H}_w = \frac{G \cos \vartheta_C}{\sqrt{2}} j_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) e^{-i(\mathbf{k}_\nu \mathbf{r} + \omega t)} (i\hat{\Gamma}_\lambda) \hat{\tau}_-, \quad (\text{В.148})$$

где  $G$  — постоянная Ферми (фактор  $\sqrt{2}$  в знаменателе сохраняется по историческим причинам), а  $(i\hat{\Gamma}_\lambda) \hat{\tau}_-$  — оператор слабого нуклонного тока <sup>2)</sup> (множитель  $\cos \vartheta_C$ , связанный с этим током, выписан явным образом). Заметим, что  $\hat{\Gamma}_\lambda$  действует в пространстве 4-компонентных волновых функций, описывающих нуклон до и после взаимодействия, в точном соответствии с тем, что слабый ток (В.141) определяется лептонными 4-компонентными функциями в начальном и конечном состояниях.

Легко видеть, что при фиксированных значениях  $\sigma_\mu$ ,  $\sigma_\nu$ ,  $\mathbf{k}_\nu$  и  $\omega$  добавка к гамильтониану (В.148) выглядит так, будто нуклон подвергается воздействию со стороны некоторого внешнего классического поля, меняющегося по гармоническому закону. Этим полем является, фактически, лептонный ток (В.141) или (В.145). Естественно предположить, что имеется аналогия между  $\hat{\Gamma}_\lambda$  и оператором тока, входящего в гамильтониан взаимодействия нуклона с классическим электромагнитным полем.

**В.2.3. Оператор слабого нуклонного тока.** Речь, конечно, идёт об операторе электромагнитного тока, действующем в пространстве 4-компонентных волновых функций частицы. В общем случае добавка к гамильтониану релятивистской

<sup>1)</sup> В [346, 358, 376], как в [100], для «постоянной» части лептонного тока  $i\psi^+_{\mu\gamma_4\gamma_\lambda} \times (1 + \gamma_5)u_\nu$  использовалось обозначение  $B_\lambda$  или, без учёта  $\psi_{1s}(r)$ ,  $b_\lambda$ . Нетрудно проверить, что  $\mathbf{V}^+ = \mathbf{j}$  и  $B_4^+ = -j_4$

<sup>2)</sup> Мнимые единицы, входящие в определения лептонного тока (В.141) и оператора нуклонного тока, можно объединить в общий множитель  $(-1)$ . Здесь, однако, я следую определениям И. М. Айзенберга и В. Грайнера [100], введённым так, чтобы упростить сравнение слабых и электромагнитных токов.



частицы массы  $M$ , обусловленная её взаимодействием с классическим электромагнитным полем  $A_\mu = (\mathbf{A}, i\Phi)$ , имеет следующий вид:

$$\hat{H}_e = -e\boldsymbol{\alpha}\mathbf{A} + e\Phi - \frac{e'\hbar}{4Mc} \beta \sigma_{\lambda\rho} F_{\lambda\rho}, \quad (\text{B.149})$$

где принято

$$\sigma_{\lambda\rho} \equiv \frac{1}{2i} (\gamma_\lambda \gamma_\rho - \gamma_\rho \gamma_\lambda), \quad F_{\lambda\rho} \equiv \frac{\partial A_\rho}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\rho}. \quad (\text{B.150})$$

Последнее слагаемое в правой части (B.149), которое записывается и в виде

$$-\frac{e'\hbar}{4Mc} \beta \sigma_{\lambda\rho} F_{\lambda\rho} = -\frac{e'\hbar}{2Mc} \beta \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \mathbf{H} + i \frac{e'\hbar}{2Mc} \beta \boldsymbol{\alpha} \mathbf{E}, \quad (\text{B.151})$$

используют для описания аномального магнитного момента частицы.

В самом деле, при переходе к нерелятивистскому описанию (см. формулу (10.15)) в гамильтониане появляется слагаемое  $-(e + e')\hbar/(2Mc) \boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}$ , соответствующее взаимодействию магнитного момента частицы с магнитным полем. В случае точечных частиц, лептонов,  $e' = 0$ . Что же касается адронов, то для протона  $e_p = e_0$  и  $e'_p = 1.79 e_0$ , а для нейтрона  $e_n = 0$  и  $e'_n = -1.91 e_0$ , где  $e_0$  — элементарный заряд.

Пусть поле меняется по гармоническому закону,

$$A_\rho(x) = A_\rho^0 e^{-ik_\sigma x_\sigma}, \quad (\text{B.152})$$

где  $k_\sigma$  — это 4-импульс типа (B.147). В этом случае гамильтониан взаимодействия с электромагнитным полем (B.149) имеет ту же зависимость от координаты и времени, что и гамильтониан слабого взаимодействия (B.148). Перепишем, далее,  $\hat{H}_e$  в форме

$$\hat{H}_e = -\frac{1}{c} \hat{j}_\lambda A_\lambda, \quad (\text{B.153})$$

которая является обобщением (B.101)<sup>1)</sup>. Тогда для оператора электромагнитного тока частицы, находящейся в поле (B.152), получим

$$\hat{j}_\lambda = ic \gamma_4 \left( e \gamma_\lambda + \frac{e'\hbar}{2Mc} \sigma_{\lambda\rho} k_\rho \right). \quad (\text{B.154})$$

Оба слагаемых в этом выражении являются полярными векторами ( $\mathcal{P}$ -чётность в электромагнитных взаимодействиях сохраняется).

Итак, оператор (B.154) электромагнитного тока в пространстве 4-компонентных волновых функций частицы, обладающей сложной внутренней структурой, содержит дополнительное слагаемое, пропорциональное  $e'$ , отсутствующее для лептонов. Поэтому нет причин ожидать, что оператор слабого нуклонного тока, ( $i\hat{\Gamma}_\lambda$ ), имеет такой же простой вид,  $i\gamma_4\gamma_\lambda(1 + \gamma_5)$ , как оператор слабого лептонного тока.

Таким образом, ограничиваясь одним только требованием релятивистской инвариантности, выпишем, следуя [100], шесть слагаемых, которые могут входить в оператор слабого нуклонного тока:

$$i\hat{\Gamma}_\lambda = i\gamma_4 (f_1\gamma_\lambda + f_2\sigma_{\lambda\rho}k_\rho + if_3k_\lambda + (g_1\gamma_\lambda + ig_2k_\lambda + g_3\sigma_{\lambda\rho}k_\rho)\gamma_5). \quad (\text{B.155})$$

Коэффициенты (формфакторы)  $f_i$  при полярно-векторных составляющих и  $g_i$  при аксиально-векторных составляющих тока являются, вообще говоря, функциями

<sup>1)</sup> Скалярная часть свободного поля излучения, связь с которым описывается оператором (B.101), всегда может быть взята равной нулю; в этом смысле в разделе В.1.8 ничего не упущено.

квадрата переданного импульса,  $k^2 = k_\rho k_\rho$ . При наличии инвариантности относительно обращения времени все формфакторы действительны.

В [100] далее приводятся аргументы в пользу того, что все слагаемые, связанные с векторами определённого типа (полярными или аксиальными), должны одинаковым образом изменяться при последовательном зарядовом сопряжении и повороте на угол  $\pi$  вокруг оси 2 в изоспиновом пространстве (так называемом G-преобразовании, не затрагивающем сильные взаимодействия)<sup>1)</sup>. Это позволяет отбросить слагаемые, пропорциональные  $f_3$  (индуцированное скалярное взаимодействие) и  $g_3$  (индуцированное тензорное взаимодействие); их называют также токами второго рода. Некоторые заключения о формфакторах оставшихся слагаемых — токах первого рода — можно получить, используя гипотезы CVC (Conservation of Vector Current) о сохранении полярно-векторного тока и PCAC (Partial Conservation of Axial Current) о частичном сохранении аксиально-векторного тока.

**В.2.4. Гипотезы CVC и PCAC и значения формфакторов.** Заметим, что свёртка первых слагаемых токов (В.154) пропорциональна  $e_0^2$  вне зависимости от того, относятся эти токи к лептонам или адронам. Таким образом, электрический заряд адрона нечувствителен к его структуре. Естественно предположить, что и слабый заряд адрона нечувствителен к тому, как он устроен. Поскольку квадрат слабого заряда — постоянная Ферми  $G$  при свертке слабых токов в (В.148) — выписан в гамильтониане слабого взаимодействия явным образом, то из сравнения (В.141) и (В.155) можно заключить, что

$$f_1 \equiv g_V = 1. \quad (\text{В.156})$$

Зависимостью от  $k^2$  здесь и всюду далее, где это возможно, мы пренебрегаем. Причина состоит в том, что в  $\mu$ -захвате квадрат переданного импульса, точнее  $\hbar^2 k^2 / c^2$ , имеет тот же масштаб, что и величина  $m_\mu^2$ , где  $m_\mu$  — масса мюона. Таким образом, он мал по сравнению с квадратом массы нуклона, который, как правило, является характерным масштабом в данной задаче [148, 150] (исключением является формфактор  $g_2$ , подробнее о нём ниже).

Таким образом, если избавиться оператор электромагнитного тока (В.154) от общего множителя  $ec$ , то его первое слагаемое имеет, фактически, тот же вид, что и первое слагаемое оператора слабого нуклонного тока ( $i\hat{\Gamma}_\lambda$ ). Пользуясь гипотезой CVC, выдвинутой в 1955 году С. С. Герштейном и Я. Б. Зельдовичем [26] и несколько позже Р. Фейнманом и М. Гелл-Манном [46], можно продвинуться дальше и установить связь между вторыми слагаемыми в операторах  $\hat{j}_\lambda$  и ( $i\hat{\Gamma}_\lambda$ ).

В самом деле, в нуклонном пространстве оператор электромагнитного тока можно записать в следующей форме:

$$\frac{1}{ec} \hat{j}_\lambda = i\gamma_4 \left( \gamma_\lambda \frac{1 + \hat{\tau}_3}{2} + \frac{e'_p \hbar}{2e_0 Mc} \sigma_{\lambda\rho} k_\rho \frac{1 + \hat{\tau}_3}{2} + \frac{e'_n \hbar}{2e_0 Mc} \sigma_{\lambda\rho} k_\rho \frac{1 - \hat{\tau}_3}{2} \right), \quad (\text{В.157})$$

где  $\hat{\tau}_3$  есть третья составляющая векторного изоспинового оператора  $\hat{\tau} = (\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3)$ ,

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{В.158})$$

а операторы  $(1 + \hat{\tau}_3)/2$  и  $(1 - \hat{\tau}_3)/2$  имеют смысл операторов проектирования на протонные и нейтронные состояния. Соответственно в операторе электромагнитно-

<sup>1)</sup> Впервые это предположение было высказано С. Вайнбергом [51] в 1958 году.

го тока выделяются изоскалярная ( $t = 0$ ) и изовекторная ( $t = 1$ ) составляющие:

$$\hat{j}_\lambda = \hat{j}_\lambda|_{t=0} + \hat{j}_\lambda|_{t=1}, \quad (\text{B.159})$$

где

$$\frac{1}{ec} \hat{j}_\lambda|_{t=0} = i\gamma_4 \left( \gamma_\lambda + \frac{(e'_p + e'_n)\hbar}{2e_0Mc} \sigma_{\lambda\rho} k_\rho \right) \frac{1}{2}, \quad (\text{B.160})$$

$$\frac{1}{ec} \hat{j}_\lambda|_{t=1} = i\gamma_4 \left( \gamma_\lambda + \frac{(e'_p - e'_n)\hbar}{2e_0Mc} \sigma_{\lambda\rho} k_\rho \right) \frac{\hat{\tau}_3}{2}. \quad (\text{B.161})$$

Согласно гипотезе SVC полярно-векторная часть оператора слабого нуклонного тока ( $i\hat{\Gamma}_\lambda$ )  $\hat{\tau}_-$  представляет собой оператор (B.161), в котором выполнена замена

$$\frac{\hat{\tau}_3}{2} \rightarrow \frac{\hat{\tau}_1 - i\hat{\tau}_2}{2} = \hat{\tau}_-. \quad (\text{B.162})$$

Это, помимо (B.156), означает, что

$$f_2 \equiv \frac{g_M \hbar}{2Mc} \rightarrow g_M = \frac{e'_p - e'_n}{e_0} = 3.70. \quad (\text{B.163})$$

Взаимодействие, которое описывается соответствующим слагаемым в операторе слабого тока, называют слабым магнетизмом. Кроме того, гипотеза SVC независимым образом указывает на то, что формфактор  $f_3$  равен нулю.

Что же касается гипотезы PCAC, впервые сформулированной М. Гелл-Манном и М. Леви [58], а также И. Намбу [60] в 1960-м году, то в её рамках устанавливается зависимость формфакторов

$$g_1 \equiv -g_A, \quad g_2 \equiv -\frac{g_P \hbar}{m_\mu c} \quad (\text{B.164})$$

от характеристик пиона и пион-нуклонного взаимодействия. В монографии [150] (см. раздел 2.1), в частности, показано, что связь указанных величин в рамках гипотезы PCAC имеет следующий вид:

$$g_P(k^2) \frac{\hbar^2 k^2}{m_\mu (M_p + M_n) c^2} = g_A(k^2) + \sqrt{2} \frac{a_\pi f_{\pi NN} m_\pi^3 c^2}{M_p + M_n} \frac{D(k^2)}{\hbar^2 k^2 + m_\pi^2 c^2}, \quad (\text{B.165})$$

где  $M_p$ ,  $M_n$  и  $m_\pi$  — массы протона, нейтрона и пиона,  $a_\pi$  — постоянная, определяемая временем жизни заряженных пионов, а  $f_{\pi NN}$  и  $D(k^2)$  — постоянная связи и формфактор пион-нуклонного взаимодействия.

В [150] также разъяснены причины, по которым величина  $D(k^2)$  почти постоянна в том интервале изменения  $k^2$ , который представляет интерес, и может быть принята равной 1. Формфактор аксиального взаимодействия  $g_A(k^2)$  также слабо зависит от квадрата переданного импульса по тем же причинам, обсуждавшимся выше, что и  $g_V(k^2)$ . В то же время, как видно из (B.165), масштаб зависимости формфактора индуцированного псевдоскалярного взаимодействия  $g_P(k^2)$  (или  $g_2(k^2)$ ) от  $k^2$  определяется квадратом массы пиона.

В пределе  $k^2 \rightarrow 0$  уравнение (B.165) принимает форму

$$g_A \simeq -\sqrt{2} \frac{a_\pi f_{\pi NN} m_\pi}{M_p + M_n}. \quad (\text{B.166})$$

Ранее, до формулировки гипотезы РСАС, это соотношение было получено М.Л. Голдбергером и С.Б. Трейманом [47, 48]. Величина аксиальной константы, оценённая таким способом, разумным образом согласуется со значением

$$g_A = -1.269 \pm 0.003, \quad (\text{B.167})$$

извлечённым из многочисленных экспериментов [451], в том числе и из распада свободного нейтрона.

В общем же случае из (B.165) с учётом (B.166) находим

$$g_P(k^2) \simeq g_A \frac{m_\mu(M_p + M_n) c^2}{\hbar^2 k^2 + m_\pi^2 c^2}. \quad (\text{B.168})$$

При захвате мюона свободным протоном  $k^2 = 0.88 m_\mu^2 c^2 / \hbar^2$ ; при этом значении квадрата переданного импульса получим

$$g_P \simeq 6.8 g_A \simeq -8.6, \quad (\text{B.169})$$

где использовано экспериментальное значение  $g_A$  (B.167). Этот анализ является приближенным; малой поправкой на то, что при захвате мюона свободным протоном и ядром величины  $k^2$  несколько отличаются, всюду далее мы пренебрегаем.

Таким образом, без учёта токов второго рода оператор (B.155) принимает следующий вид:

$$i \Gamma_\lambda = i \gamma_4 \left( g_V \gamma_\lambda + \frac{g_M \hbar}{2Mc} \sigma_{\lambda\rho} k_\rho - g_A \gamma_\lambda \gamma_5 - i \frac{g_P \hbar}{m_\mu c} k_\lambda \gamma_5 \right). \quad (\text{B.170})$$

Здесь формфакторы векторного  $g_V$ , слабого магнитного  $g_M$ , аксиально-векторного  $g_A$  и псевдоскалярного  $g_P$  взаимодействий с той или иной степенью достоверности определяются соотношениями (B.156), (B.163), (B.167) и (B.169).

**В.2.5. Нерелятивистский оператор полулептонного перехода.** Итак, возмущение (B.148) содержит оператор нуклонного тока (B.170). Поскольку этот оператор определён в пространстве 4-компонентных волновых функций, то гамильтониан нуклона должен быть взят в релятивистской форме. Таким образом для гамильтониана нуклона, находящегося в ядре и вовлечённого в полулептонный процесс, получим

$$\hat{H}_0 = \beta M c^2 + c \boldsymbol{\alpha} \hat{\mathbf{p}} + U(r) + \hat{H}_w, \quad (\text{B.171})$$

где  $U(r)$  — нуклон-ядерный потенциал сильного взаимодействия. Для простоты здесь принято, что этот потенциал сферически симметричен.

Отметим, что здесь речь идёт о любом полулептонном процессе. Для определённости мы рассматриваем  $\mu$ -захват, но точно так же описываются, к примеру, и  $\beta$ -распад, и взаимодействие нейтрино с нуклонами. Главное, что нужно поправить при переходе к другому полулептонному процессу, — это вид лептонного тока  $J_\lambda$ , входящего в  $\hat{H}_w$ . Кроме того, в случае заряженных токов, оператор понижения  $\hat{\tau}_-$  при токе ( $i \hat{\Gamma}_\lambda$ ), возможно, нужно поменять на оператор повышения  $\hat{\tau}_+$ .

Заметим теперь, что ядро представляет собой нерелятивистскую систему. Характерные энергии нуклонов внутри ядра, так же как потенциал  $U(r)$ , малы по сравнению с энергией покоя нуклона  $M c^2$ . Это означает, что задачу можно упростить, используя нерелятивистское приближение.

На первый взгляд, переход к нерелятивизму скорее усложняет, нежели упрощает задачу. Действительно, забегая вперед, посмотрим на формулы (В.174), (В.175) и (В.178), (В.179) для гамильтониана нуклона, вовлечённого в полуплептонный процесс, в нерелятивистском приближении. Мы видим большое количество слагаемых, коэффициенты перед которыми причудливым образом выражаются через форм-факторы  $g_V$ ,  $g_M$ ,  $g_A$  и  $g_P$ . Но не стоит доверять первому впечатлению.

Во-первых, нерелятивистский гамильтониан определён в пространстве 2-компонентных волновых функций, намного более простом, нежели исходное пространство 4-компонентных функций. Во-вторых, вся громоздкость, присущая нерелятивистскому подходу, в скрытой форме присутствует и в релятивистской задаче. Возьмем, к примеру, спин-орбитальное расщепление уровней частицы в центральном поле  $U(r)$ . В нерелятивистском приближении оно обусловлено поправкой  $\sim U'(r)(\boldsymbol{\sigma}\hat{\mathbf{1}})/r$  2-го порядка по  $v/c$ , которая входит в гамильтониан частицы (В.174). Но это расщепление, разумеется, получается и при точном решении уравнения Дирака с гамильтонианом  $\hat{H} = \beta Mc^2 + c\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}} + U(r)$ ; при этом, хотя уравнение выглядит просто, путь к ответу довольно утомителен.

На самом же деле существует и более глубокая причина, по которой следует пользоваться именно нерелятивистским приближением. Дело в том, что спин-орбитальное взаимодействие в ядрах усилено по сравнению с упомянутой выше поправкой 2-го порядка в 20–30 раз (и, кроме того, обладает противоположным знаком) — см., например, раздел 4 главы 2 монографии О. Бора и Б. Моттельсона [95]. В нерелятивистском подходе это учитывается введением феноменологического спин-орбитального слагаемого в гамильтониан частицы. Его величина и знак выбираются так, чтобы получить согласие с экспериментальными данными. Соответственно только те волновые функции нуклонов, которые получены в нерелятивистском подходе с реалистичским спин-орбитальным взаимодействием, адекватно описывают одночастичные уровни в ядрах; эти функции являются, конечно, 2-компонентными.

Переход от релятивистского гамильтониана к нерелятивистскому оператору полной энергии осуществляется с помощью преобразования Фолди–Вутхайзена (см., например, раздел 6.1 книги [100]). Исходный гамильтониан представляется в форме

$$\hat{H}_0 = \beta Mc^2 + \mathcal{E} + \mathcal{O}, \quad (\text{В.172})$$

где  $\mathcal{E}$  — «чётные» слагаемые, не смешивающие верхние и нижние компоненты биспинора, а  $\mathcal{O}$  — соответственно «нечётные» слагаемые. Преобразованный гамильтониан, содержащий лишь чётные операторы вплоть до слагаемых  $\sim 1/M^2 \sim (v/c)^2$ , имеет следующий вид:

$$\hat{H} = \beta Mc^2 + \mathcal{E} + \frac{\beta \mathcal{O}^2}{2Mc^2} - \frac{[\mathcal{O}, [\mathcal{O}, \mathcal{E}]]}{8M^2c^4} - \frac{i\hbar [\mathcal{O}, \dot{\mathcal{O}}]}{8M^2c^4}. \quad (\text{В.173})$$

Итак, каждое слагаемое в правой части не смешивает верхние и нижние компоненты биспиноров друг с другом. Поэтому сумма тех составляющих этих слагаемых, которые действуют на верхние компоненты, представляет собой искомый гамильтониан в пространстве 2-компонентных нерелятивистских волновых функций.

Представим гамильтониан (В.171) (с учётом явного вида операторов возмущения (В.148) и слабого нуклонного тока (В.170)) в форме (В.172). Тогда, опуская в преобразованном нерелятивистском гамильтониане для  $j$ -го нуклона слагаемые,

квадратичные по константе Ферми  $G$ , получим <sup>1)</sup>

$$\hat{H} = Mc^2 + \frac{\hat{\mathbf{p}}_j^2}{2M} + U(r_j) + \frac{\hbar^2 \Delta U(r_j)}{8M^2 c^2} + \frac{\hbar U'(r_j)}{4Mc} (\boldsymbol{\sigma}_j [\mathbf{n}_j \times \frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc}]) + \hat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) e^{-i\omega t}, \quad (\text{B.174})$$

где

$$\hat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) = \frac{G \cos \vartheta_C}{\sqrt{2}} e^{-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r}_j} j_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) (i \hat{I}_\lambda(j)) \hat{\tau}_-(j). \quad (\text{B.175})$$

Полный гамильтониан  $\hat{H}$  содержит «обычные» поправки второго порядка, связанные с потенциалом  $U$ , а именно дарвиновское и спин-орбитальное взаимодействия. Операторы слабого тока  $\hat{I}_\lambda(j)$ , входящие в возмущение  $\hat{h}_j$ , действуют в пространстве нерелятивистских волновых функций нуклона. В них могут быть выделены слагаемые нулевого, первого и второго порядков по  $1/M \sim v/c$ .

Более точно, основным малым параметром, по которому идёт разложение, является отношение  $\varepsilon = \hbar k_\nu / 2Mc$ , где  $k_\nu$  — модуль пространственной части 4-вектора переданного импульса (B.147) (вектор  $\mathbf{k}_\nu$  определяет пространственную зависимость возмущения (B.148)). В случае  $\mu$ -захвата малый параметр имеет особенно простой смысл, представляя собой отношение энергии мюонного нейтрино к удвоенной энергии покоя нуклона,

$$\varepsilon = \frac{E_\nu}{2Mc^2}. \quad (\text{B.176})$$

Легко сообразить, что в  $\beta$ -распаде типичным является значение  $\sim 10^{-3}$  малого параметра  $\varepsilon$ , тогда как в  $\mu$ -захвате этот же параметр имеет масштаб  $\sim 10^{-1}$ .

Отсюда ясно, почему в теории  $\beta$ -распада обычно ограничиваются учётом слагаемых нулевого порядка в операторах слабого нуклонного тока <sup>2)</sup>:

$$i \hat{\mathbf{I}}^{(0)}(j) = g_A \boldsymbol{\sigma}_j, \quad \hat{I}_4^{(0)}(j) = g_V. \quad (\text{B.177})$$

Что же касается  $\mu$ -захвата, то здесь дополнительно принимают во внимание слагаемые первого порядка. К их числу, помимо тех, которые пропорциональны  $\varepsilon$ , принадлежат также слагаемые  $\sim \hat{\mathbf{p}}_j / Mc$  (их иногда называют скоростными), где  $\hat{\mathbf{p}}_j$  — оператор импульса  $j$ -го нуклона.

Операторы тока  $\hat{I}_\lambda^{(1)}(j)$ , в которых удерживаются слагаемые нулевого и первого порядка малости, вообще говоря, значительно более громоздки, нежели  $\hat{I}_\lambda^{(0)}(j)$ . К счастью, удачные обозначения (для переопределённых формфакторов  $G_V$ ,  $G_A$  и  $G_P$ ), введённые в конце 1950-х годов А. Фуджи и Х. Примаковым [52], существенно

<sup>1)</sup> Строго говоря, среди слагаемых  $\sim 1/M^3$  следует удержать и дополнительно выписать оператор  $-\hat{\mathbf{p}}^4 / 8M^3 c^2$ , представляющий собой поправку второго порядка по  $v/c$  к оператору кинетической энергии. Я не делаю этого только потому, что в рассматриваемой задаче этот оператор несуществен для дальнейшего изложения.

<sup>2)</sup> Для того чтобы в правых частях было как можно меньше мнимых единиц, здесь и всюду далее выписываются  $i \hat{\mathbf{I}}$  и  $\hat{I}_4$ . В оператор (B.175) в соответствии с общим правилом (B.137) входит свертка

$$j_\lambda(i \hat{I}_\lambda) = \mathbf{j}(i \hat{\mathbf{I}}) + i j_4 \hat{I}_4.$$

упрощают искомые выражения <sup>1)</sup>:

$$i\hat{\mathbf{I}}^{(1)}(j) = G_A\boldsymbol{\sigma}_j + g_V\frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc}, \quad \hat{I}_4^{(1)}(j) = G_V + G_P(\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{n}_\nu) + g_A\left(\boldsymbol{\sigma}_j\frac{\hat{\mathbf{p}}_j}{Mc}\right), \quad (\text{В.178})$$

где  $\mathbf{n}_\nu = \mathbf{k}_\nu/k_\nu$  есть направление вылета нейтрино и

$$\begin{aligned} G_V &= g_V(1 + \varepsilon), \\ G_A &= g_A - (g_V + g_M)\varepsilon, \\ G_P &= (g_P - g_A - g_V - g_M)\varepsilon. \end{aligned} \quad (\text{В.179})$$

<sup>1)</sup> К сожалению, эти обозначения не являются общепринятыми и в целом ситуация с обозначениями в этой области ужасна. Например, в книге И. М. Айзенберга и В. Грайнера оператор возмущения 1-го порядка (В.175), (В.178) имеет следующий вид (формула (9.53) в [100]):

$$\begin{aligned} h'_j &= \frac{G}{\sqrt{2}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j}(\tau_-)_j \left( -if_1 b_4^+ + if_2 \boldsymbol{\sigma}[\mathbf{b}^+ \times \mathbf{k}] - g_1 \mathbf{b}^+ \boldsymbol{\sigma} + \right. \\ &+ \frac{1}{2Mc} (f_1 (-\hbar\mathbf{k}\mathbf{b}^+ + 2\mathbf{b}^+ \mathbf{p} - i\hbar\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{k} \times \mathbf{b}^+]) + \\ &\left. + ig_1 \boldsymbol{\sigma} (-\hbar\mathbf{k}\mathbf{b}^+ + 2\mathbf{b}^+ \mathbf{p}) + \hbar g_2 (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k})(b_\lambda k_\lambda)^+ \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) + \text{эрм. сопр.}, \end{aligned}$$

тогда как у В. В. Балашова, Г. Я. Коренмана и Р. А. Эрамжяна (формула (2.97) в [150]) этот же оператор выглядит так:

$$\begin{aligned} \hat{H}(\mathbf{r}) &= \frac{G \cos \vartheta_C}{\sqrt{2}} \left( G_V \mathbf{1} L^{(1)}(\mathbf{r}) + G_A \boldsymbol{\sigma} \mathbf{L}^{(\boldsymbol{\sigma})}(\mathbf{r}) + G_P (\boldsymbol{\sigma} \hat{\nu}) \mathbf{L}^{(1)}(\mathbf{r}) + \right. \\ &\left. + \frac{g_V}{M} \mathbf{L}^{(\boldsymbol{\sigma})}(\mathbf{r}) \mathbf{p}_N + \frac{g_A}{M} L^{(1)}(\mathbf{r}) (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}_N) \right) \tau_- . \end{aligned}$$

По каким-то причинам авторы [100] не воспользовались соотношением (справедливым для составляющих 4-вектора тока  $j_\lambda$ , опеределенного в соответствии с (В.141)–(В.145))

$$[\mathbf{n}_\nu \times \mathbf{j}] = j_4 \mathbf{n}_\nu - i \mathbf{j}, \quad (*)$$

позволяющим значительно упростить нерелятивистские операторы нуклонного тока. На первый взгляд, кстати, результат (\*) кажется парадоксальным. Ведь если  $\mathbf{A}$  есть действительный вектор, то векторное произведение  $[\mathbf{n}_\nu \times \mathbf{A}]$ , перпендикулярное  $\mathbf{A}$ , никак не может выражаться через  $\mathbf{A}$ ! Фокус заключается в том, что вектор  $\mathbf{j}$  является комплексным. В своих первых работах [346, 376] по  $\mu$ -захвату я следовал подходу, изложенному в [100]. Поэтому оператор возмущения в этих статьях записан в форме, близкой к  $h'_j$ . Одно из слагаемых, в частности, имеет вид смешанного произведения:  $\mathbf{j}[\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{n}_\nu]$ . Лишь позже я осознал, что имеется соотношение (\*), которое позволяет свести это относительно громоздкое слагаемое к более простым операторам.

При этом я здорово удивился, когда понял, что соотношение (\*) есть, фактически, формула (2.96) монографии [150]. Дело в том, что в ней отсутствуют признаки того, что левая часть представляет собой именно векторное произведение, нет ни запятой, ни квадратных скобок, ни значка “ $\times$ ”. И вместо того, чтобы слева и справа использовать один и тот же единичный вектор  $\mathbf{n}_\nu$ , в одной части формулы (2.96) стоит, фактически, отношение  $\mathbf{k}/E_\nu$ , где  $\mathbf{k}$  есть вектор, противоположный импульсу нейтрино, а в другой — единичный вектор  $\hat{\nu}$  вдоль направления движения нейтрино (при этом  $\hat{\nu} = -\mathbf{k}/E_\nu$ ). Невольно вспоминается шутка из книги Дж. Литлвуда: «О книгах Жордана говорили, что если ему нужно было ввести четыре аналогичные или родственные величины (такие, как, например,  $a, b, c, d$ ), то они у него получали обозначения  $a, M'_3, \varepsilon_2, \Pi_{1,2}$ » [37].

Заметим, что формфактор  $g_F$  появляется лишь в слагаемых первого порядка малости; поэтому чувствительность наблюдаемых в  $\mu$ -захвате к индуцированному псевдоскалярному взаимодействию невысока.

**В.2.6. Дифференциальная вероятность  $\mu$ -захвата.** Выпишем формулу, определяющую вероятность захвата мюона из состояния сверхтонкой структуры мезоатома с определённым угловым моментом  $F$ . Пусть энергия покоя исходного ядра равна  $E_i$ , энергия состояния дочернего ядра в его системе покоя есть  $E_f$ , а  $E_\mu$  — это начальная полная энергия мюона, включающая его энергию связи в атоме. Выделяющаяся энергия  $Q_\mu = E_i + E_\mu - E_f$  распределяется между нейтрино и энергией отдачи дочернего ядра. Легко показать, что энергия нейтрино определяется формулой

$$E_\nu = E_f \left( \left( 1 + \frac{2Q_\mu}{E_f} \right)^{1/2} - 1 \right) \simeq Q_\mu \left( 1 - \frac{Q_\mu}{2E_f} + \dots \right). \quad (\text{B.180})$$

Построим, далее, состояние мезоатома с полным угловым моментом  $F$  и некоторой проекцией  $\xi$  этого момента на ось  $z$ ,

$$|F\xi\rangle = \sum_{M_i\sigma_\mu} C_{J_i M_i s_\mu \sigma_\mu}^{F\xi} |J_i M_i\rangle \psi_\mu(\sigma_\mu), \quad (\text{B.181})$$

где  $|J_i M_i\rangle$  есть вектор состояния исходного ядра, а волновая функция мюона  $\psi_\mu(\sigma_\mu)$  определяется формулой (B.142). Состояние мезоатома, из которого на самом деле происходит  $\mu$ -захват, представляет собой суперпозицию, нормированную на единицу,

$$|F\rangle = \sum_{\xi} a_\xi(F) |F\xi\rangle, \quad \sum_{\xi} |a_\xi(F)|^2 = 1. \quad (\text{B.182})$$

Численные значения амплитуд  $a_\xi(F)$  складываются в процессе формирования мезоатома.

Пусть, наконец,  $|f\rangle$  есть вектор состояния конечного ядра. Тогда дифференциальная вероятность захвата мюона из состояния мезоатома с угловым моментом  $F$  с испусканием нейтрино в направлении  $\mathbf{n}_\nu$  определяется правилом Ферми:

$$dw^F(\mathbf{n}_\nu) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\sigma_\nu} \left| \sum_{\xi} a_\xi(F) \sum_{M_i\sigma_\mu} C_{J_i M_i s_\mu \sigma_\mu}^{F\xi} \langle f | \sum_{j=1}^A \hat{h}_j(\sigma_\mu, \sigma_\nu) | J_i M_i \rangle \right|^2 d\rho(E_\nu). \quad (\text{B.183})$$

Полный оператор возмущения получен суммированием по всем  $A$  нуклонам ядра, захватывающего мюон.

Плотность конечных состояний, соответствующая вылету нейтрино в телесный угол  $d\Omega$ , определяется формулой

$$d\rho(E_\nu) = \frac{p_\nu^2 dp_\nu d\Omega}{(2\pi\hbar)^3 dE}, \quad (\text{B.184})$$

где  $p_\nu$  — импульс нейтрино, а  $E = E_\nu + E_\nu^2/2E_f$  есть сумма энергии нейтрино и энергии отдачи дочернего ядра. Соответственно

$$d\rho(E_\nu) = \frac{E_\nu^2 d\Omega}{(2\pi\hbar c)^3 (1 + E_\nu/E_f)}. \quad (\text{B.185})$$



Поскольку матричный элемент от каждого из операторов  $\hat{h}_j$  вычисляется по ядерным волновым функциям, то функция  $\psi_{1s}(r)$ , определяющая пространственную часть волновой функции мюона (В.142) и входящая тем самым как в 4-вектор тока  $j_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu)$ , так и в операторы возмущения, должна быть взята, фактически, в точке  $r = 0$ . Более точно, среднее значение квадрата этой функции в объёме ядра принимают равным

$$\langle \psi_{1s} \rangle^2 = R(Z) \psi_{1s}(0)^2 = \frac{R(Z)}{\pi a_\mu^3}, \quad a_\mu = \frac{\hbar^2}{Z m'_\mu e^2}, \quad (\text{В.186})$$

где  $R(Z)$  — поправка на неточность ядра с зарядом  $Z$ , а  $a_\mu$  — «боровский» радиус мюона в поле точечного ядра с тем же зарядом; при этом  $m'_\mu = m_\mu / (1 + m_\mu c^2 / E_i)$  есть приведённая масса мюона и ядра.

Таким образом, в формуле для дифференциальной вероятности  $dw^F(\mathbf{n}_\nu) / d\Omega$  удобно собрать все численные и размерные множители в один:

$$\frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{G \cos \vartheta_C}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{R(Z) Z^3 m'_\mu^3 e^6}{\pi \hbar^6 (1 + m_\mu c^2 / E_i)^3} \frac{E_\nu^2}{(2\pi \hbar c)^3 (1 + E_\nu / E_f)} \equiv \frac{C_\mu}{(4\pi)^3}. \quad (\text{В.187})$$

Тогда коэффициент  $C_\mu$  примет вид

$$C_\mu = \lambda_\mu \frac{8R(Z) Z^3 (E_\nu / m_\mu c^2)^2}{(1 + m_\mu c^2 / E_i)^3 (1 + E_\nu / E_f)}, \quad (\text{В.188})$$

где <sup>1)</sup>

$$\lambda_\mu = \left( \frac{e^2}{\hbar c} \right)^3 \frac{(G \cos \vartheta_C)^2 (m_\mu c^2)^5}{\hbar^7 c^6} \simeq 1.005 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}. \quad (\text{В.189})$$

Дифференциальная вероятность испускания нейтрино в направлении  $\mathbf{n}_\nu$  принимает форму

$$\begin{aligned} \frac{dw^F(\mathbf{n}_\nu)}{d\Omega} &= \frac{C_\mu}{(4\pi)^3} \sum_{\xi\xi'} a_\xi(F) a_{\xi'}^*(F) \sum_{M_i M'_i \sigma_\mu \sigma'_\mu} C_{J_i M_i \sigma_\mu}^{F\xi} C_{J_i M'_i \sigma'_\mu}^{F\xi'} \sum_{\lambda\lambda'} Z_{\lambda\lambda'}(\sigma_\mu, \sigma'_\mu) \times \\ &\times \langle f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r}_j} \hat{I}_\lambda(j) \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle \langle f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r}_j} \hat{I}_{\lambda'}(j) \hat{\tau}_-(j) | J_i M'_i \rangle^*. \end{aligned} \quad (\text{В.190})$$

Входящий сюда тензор

$$Z_{\lambda\lambda'}(\sigma_\mu, \sigma'_\mu) = \sum_{\sigma_\nu} \tilde{j}_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) \tilde{j}_{\lambda'}^*(\sigma'_\mu, \sigma_\nu) \quad (\text{В.191})$$

определяется лептонным током  $\tilde{j}_\lambda$ , который получается из  $j_\lambda$  исключением фактора  $\psi_{1s}$ . Другими словами, пользуясь формулами (В.141)–(В.145), находим

$$\tilde{j}_\lambda(\sigma_\mu, \sigma_\nu) = i u^+_{\nu}(\mathbf{k}_\nu, \sigma_\nu) \gamma_4 \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) u_\mu(\sigma_\mu). \quad (\text{В.192})$$

<sup>1)</sup> В монографии [150] эта постоянная определена выражением (2.118).

Вывод формулы (В.190) для дифференциальной вероятности  $\mu$ -захвата основан на логике, изложенной в монографии И. М. Айзенберга и В. Грайнера [100] (так, в частности, немного упрощёнными аналогами (В.190) и (В.191) являются выражения (9.63) и (9.64) в [100]). В двух следующих разделах показано, во-первых, как выглядят мультипольные разложения матричных элементов по ядерным состояниям и, во-вторых, каков явный вид «лептонного» тензора (В.191). Этих сведений достаточно, для того чтобы превратить дальнейшие преобразования дифференциальной вероятности  $\mu$ -захвата в чисто техническое занятие (в рамках такой логики выполнены, в частности, вычисления в [100]).

Ответы для дифференциальной вероятности, полученные с учётом произвольной ориентации начального мезоатома, а также слагаемых 2-го порядка по  $v/c$ , приведены в разделах 11.4–11.7. Их характерная черта — крайняя громоздкость. Существует, однако, другой подход к вычислению дифференциальной вероятности  $\mu$ -захвата, впервые указанный М. Моритой и А. Фуджи [59]. Он изложен в разделе 11.9 и основывается на формуле (11.67), которая, в сущности, лишь чуть-чуть отличается от (В.190). Тем не менее в рамках этого метода вычисления и ответы упрощаются очень сильно.

С педагогической точки зрения мне представляется важным изложить оба подхода. Может быть, для  $\beta$ -распада (а И. М. Айзенберг и В. Грайнер начинают своё изложение именно с этого процесса) метод Мориты–Фуджи не даёт особых преимуществ перед стандартным способом (я не изучал все детали). И, вообще, знание никогда не бывает избыточным.

**В.2.7. Мультипольные разложения в полуплептонных процессах.** Пусть в результате захвата мюона возникает дочернее ядро со спином  $J_f$  и его проекцией  $M_f$  на ось  $z$ . Тогда при подстановке операторов (В.177) или (В.178) в формулу (В.190) возникают матричные элементы между ядерными состояниями  $|J_f M_f\rangle$  и  $|J_i M_i\rangle$  от произведений  $e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j}$  и операторов скалярного ( $\hat{1}$  и  $(\boldsymbol{\sigma}_j \hat{\mathbf{p}}_j)$ ) или векторного ( $\boldsymbol{\sigma}_j$  и  $\hat{\mathbf{p}}_j$ ) типов.

Перепишем формулу Рэлея (В.107) в форме

$$e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} = 4\pi \sum_{um} (-i)^u j_u(k_\nu r_j) Y_{um}^*(\mathbf{n}_\nu) Y_{um}(\mathbf{r}_j). \quad (\text{В.193})$$

Матричные элементы от операторов, содержащих скалярные комбинации  $\hat{1}$  и  $(\boldsymbol{\sigma}_j \hat{\mathbf{p}}_j)$ , принято (см., например, [150]) выражать через приведённые матричные элементы, которые обозначают  $[0uu]$  и  $[0uu, p]$  соответственно,

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \left\{ \begin{array}{c} \hat{1} \\ (\boldsymbol{\sigma}_j \hat{\mathbf{p}}_j) \end{array} \right\} \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\ = (4\pi)^{3/2} \sum_{um} (-1)^u Y_{um}^*(\mathbf{n}_\nu) C_{J_i M_i, um}^{J_f M_f} \left\{ \begin{array}{c} [0uu] \\ [0uu, p] \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{В.194})$$

В случае с векторными операторами  $\boldsymbol{\sigma}_j$  и  $\hat{\mathbf{p}}_j$  ответы выражают через приведённые матричные элементы  $[1wu]$  и  $[1wu, p]$ . Они вводятся следующим образом. Пусть  $\hat{a}_{jq}$  есть сферическая составляющая векторного оператора. Тогда

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \hat{a}_{jq} \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = 4\pi \sum_{wm} (-i)^w Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) \times \\ \times \sum_{uM} C_{1qwm}^{uM} \langle J_f M_f | j_w(k_\nu r_j) \left( \sum_{q'm'} C_{1q'wm'}^{uM} \hat{a}_{jq'} Y_{wm'}(\mathbf{r}_j) \right) \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle. \end{aligned} \quad (\text{В.195})$$

Поэтому в данном случае матричные элементы могут быть представлены в форме

$$\begin{aligned} \langle J_f M_f | \sum_{j=1}^A e^{-i\mathbf{k}_\nu \mathbf{r}_j} \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{jq} \\ \hat{p}_{jq} \end{array} \right\} \hat{\tau}_-(j) | J_i M_i \rangle = \\ = \frac{(4\pi)^{3/2}}{\sqrt{3}} \sum_{wm} (-1)^w Y_{wm}^*(\mathbf{n}_\nu) \sum_{uM} C_{1qum}^{uM} C_{J_i M_i u M}^{J_f M_f} \left\{ \begin{array}{c} [1wu] \\ [1wu, p] \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.196})$$

Формулы (B.194) и (B.196) со всеми входящими в них множителями фактически представляют собой определения приведённых матричных элементов. Отметим, что множитель  $i^u$  здесь всюду «присоединен» к сферической гармонике  $Y_{um}(\mathbf{r}_j)$  и «спрятан» в приведённые матричные элементы. Дело в том, что именно произведение  $i^u Y_{um}(\mathbf{r}_j)$  стандартным образом (1.23) преобразуется при обращении времени. Если начальное  $|J_i M_i\rangle$  и конечное  $|J_f M_f\rangle$  состояния удовлетворяют тому же стандартному условию, то, в соответствии с общим правилом, все введённые нами приведённые матричные элементы действительны.

К сожалению, в монографии [150] (и не только в ней) не уделяется должного внимания условию (1.23). Поэтому фактор  $i^u$ , как правило, не присоединяется к  $Y_{um}(\mathbf{r}_j)$ . В результате некоторые слагаемые в формулах, приводимых в [150] (и не только там), отличаются знаками от слагаемых аналогичных формул, выведенных другими авторами (и, в частности, мной). В части IV я указал на ряд таких расхождений, причиной которых являются различия в определении приведённых матричных элементов. Забавно, однако, что там, где фактор  $i^u$  должен бы привести к появлению мнимой единицы, авторы [150] (и не одни они, конечно) меняют тактику и неявным образом пользуются такими приведёнными матричными элементами, для которых никакие мнимости в формулах не возникают!

**В.2.8. Вычисление лептонной части.** Нетрудно видеть, что расчёт углового распределения в полуплептонном процессе (B.133) несколько сложнее, чем в радиационном захвате нейтрона (11.14). В разделе В.1.8 мы довольно быстро проделали путь от правила Ферми (B.102) до формул (B.110)–(B.112), которые фактически определяют, каким образом угловое распределение  $\gamma$ -квантов выражается через приведённые матричные элементы от операторов перехода. Здесь же мы получили общее выражение (B.190) для дифференциальной вероятности. В него, с одной стороны, нужно ввести приведённые матричные элементы в соответствии с (B.194) и (B.196). С другой стороны, это выражение содержит тензор  $Z_{\lambda\lambda'}(\mu, \mu')$ , который ещё нужно вычислить.

В монографии [100], которая на первых порах была основным моим руководством, рассчитана несколько более простая величина (так как захват из определённого состояния сверхтонкой структуры там не рассматривается). Но, в общем, для определения явного вида тензора  $Z$  я воспользовался идеями, изложенными в указанной книге. Подставляя (B.192) в (B.191), получим

$$Z_{\lambda\lambda'}(\mu, \mu') = \sum_{\nu=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} u^+{}_\nu (1 + \gamma_5) \gamma_4 \gamma_\lambda u_\mu u^+{}_{\mu'} \gamma_{\lambda'} \gamma_4 (1 + \gamma_5) u_\nu. \quad (\text{B.197})$$

Здесь в сравнении с предшествующими выражениями упрощены индексы. Биспинор  $u_\mu$  ( $\mu = +1/2, -1/2$ ) задан формулой (B.142), где

$$\varphi_{+\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.198})$$

Понятно, что величины  $u_\mu u^\dagger_{\mu'}$  при любых фиксированных значениях  $\mu$  и  $\mu'$  представляют собой матрицы размерности  $4 \times 4$ . Непосредственной проверкой нетрудно удостовериться в том, что речь идёт о следующих матрицах:

$$\begin{aligned} u_{+\frac{1}{2}} u^\dagger_{+\frac{1}{2}} &= \frac{1+\gamma_4}{2} \frac{1+\sigma_3}{2}, & u_{+\frac{1}{2}} u^\dagger_{-\frac{1}{2}} &= \frac{1+\gamma_4}{2} \frac{\sigma_1+i\sigma_2}{2}, \\ u_{-\frac{1}{2}} u^\dagger_{+\frac{1}{2}} &= \frac{1+\gamma_4}{2} \frac{\sigma_1-i\sigma_2}{2}, & u_{-\frac{1}{2}} u^\dagger_{-\frac{1}{2}} &= \frac{1+\gamma_4}{2} \frac{1-\sigma_3}{2}, \end{aligned} \quad (\text{B.199})$$

где

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}. \quad (\text{B.200})$$

Но этот результат может быть представлен в виде одной строки:

$$u_\mu u^\dagger_{\mu'} = \frac{1+\gamma_4}{4} \left( \delta_{\mu\mu'} + \sigma_1 (\sigma_x^*)_{\mu\mu'} + \sigma_2 (\sigma_y^*)_{\mu\mu'} + \sigma_3 (\sigma_z^*)_{\mu\mu'} \right), \quad (\text{B.201})$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  — обычные матрицы Паули размерности  $2 \times 2$ . Следовательно, тензор  $Z$ , являющийся по индексам  $\mu$  и  $\mu'$  матрицей размерности  $2 \times 2$ , следующим образом раскладывается в этом пространстве по единичной матрице и комплексно сопряженным матрицам Паули:

$$Z_{\lambda\lambda'} = x_{\lambda\lambda'} + y_{\lambda\lambda'} \sigma^*, \quad (\text{B.202})$$

где

$$x_{\lambda\lambda'} = \frac{1}{4} \sum_{\nu=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} u^\dagger_\nu (1+\gamma_5) \gamma_4 \gamma_\lambda (1+\gamma_4) \gamma_{\lambda'} \gamma_4 (1+\gamma_5) u_\nu, \quad (\text{B.203})$$

$$(y_j)_{\lambda\lambda'} = \frac{1}{4} \sum_{\nu=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} u^\dagger_\nu (1+\gamma_5) \gamma_4 \gamma_\lambda (1+\gamma_4) \sigma_j \gamma_{\lambda'} \gamma_4 (1+\gamma_5) u_\nu. \quad (\text{B.204})$$

Дальше используется стандартная техника, изложенная в [100]. Она состоит во введении проекционного оператора  $\hat{P}_+(\mathbf{k}_\nu)$  для состояний нейтрино (B.143), (B.144) с положительной энергией  $E_\nu$  импульсом  $\hbar\mathbf{k}_\nu$ . По определению

$$\hat{P}_+(\mathbf{k}_\nu) u_\nu(\mathbf{k}_\nu) = u_\nu(\mathbf{k}_\nu), \quad \hat{P}_+(\mathbf{k}_\nu) v_\nu(\mathbf{k}_\nu) = 0, \quad (\text{B.205})$$

где  $v_\nu(\mathbf{k}_\nu)$  есть биспинор типа (B.144), но соответствующий нейтрино с отрицательной энергией  $E_\nu$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k}_\nu$ . При этом проекционный оператор (см. формулу (43) приложения B книги [100]) имеет вид

$$\hat{P}_+(\mathbf{k}_\nu) = \frac{c\gamma_\alpha \nu_\alpha}{2iE_\nu} \gamma_4, \quad (\text{B.206})$$

где, напомним,  $\nu_\alpha$  — 4-импульс нейтрино (см. (B.146)). Здесь уже принято во внимание равенство нулю массы нейтрино.

Далее каждое из выражений (B.203) и (B.204) общего вида

$$O = \sum_{\nu=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} u^\dagger_\nu \Omega u_\nu \quad (\text{B.207})$$

может быть переписано в форме

$$O = \sum_{\nu=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} u^\dagger_\nu \Omega \hat{P}_+ u_\nu + \sum_{\nu=+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} v^\dagger_\nu \Omega \hat{P}_+ v_\nu. \quad (\text{B.208})$$

Но поскольку  $u_\nu(\mathbf{k}_\nu)$  и  $v_\nu(\mathbf{k}_\nu)$  представляют собой полный ортонормированный набор биспиноров, то величина  $O$  определяется следом соответствующей матрицы размерности  $4 \times 4$ :

$$O = \text{Sp} \left( \Omega \hat{P}_+ \right). \quad (\text{B.209})$$

Остаётся только добавить, что матрицы  $\sigma_j$  размерности  $4 \times 4$ , входящие в правую часть (B.204) следующим образом выражаются через  $\gamma$ -матрицы:

$$\sigma_j = i \gamma_4 \gamma_5 \gamma_j. \quad (\text{B.210})$$

А для проекционного оператора (B.206) имеем

$$\hat{P}_+(\mathbf{k}_\nu) = \frac{\gamma_\alpha n_\alpha}{2i} \gamma_4, \quad (\text{B.211})$$

где 4-вектор

$$n_\alpha = \frac{\nu_\alpha}{E_\nu/c} = (\mathbf{n}, i) \quad (\text{B.212})$$

определён так, что его пространственная часть представляет собой единичный вектор  $\mathbf{n} \equiv \mathbf{n}_\nu$  вдоль направления движения нейтрино. Соответственно для тензоров (B.203) и (B.204) получим

$$x_{\lambda\lambda'} = -\frac{i}{8} \text{Sp} \left( (1 + \gamma_5) \gamma_4 \gamma_\lambda (1 + \gamma_4) \gamma_{\lambda'} \gamma_4 (1 + \gamma_5) \gamma_\alpha n_\alpha \gamma_4 \right), \quad (\text{B.213})$$

$$(y_j)_{\lambda\lambda'} = \frac{1}{8} \text{Sp} \left( (1 + \gamma_5) \gamma_4 \gamma_\lambda (1 + \gamma_4) \gamma_4 \gamma_5 \gamma_j \gamma_{\lambda'} \gamma_4 (1 + \gamma_5) \gamma_\alpha n_\alpha \gamma_4 \right). \quad (\text{B.214})$$

Здесь возникает, следовательно, стандартная задача вычисления следов от произведений  $\gamma$ -матриц. Решая её, находим:

$$\begin{aligned} x_{kl} &= \delta_{kl} - i e_{klm} n_m, \\ x_{k4} &= -x_{4k} = -i n_k, \\ x_{44} &= 1, \end{aligned} \quad (\text{B.215})$$

$$\begin{aligned} (y_j)_{kl} &= \delta_{kl} n_j - \delta_{kj} n_l - \delta_{lj} n_k - i e_{klj}, \\ (y_j)_{k4} &= i \delta_{kj} + e_{kjm} n_m, \\ (y_j)_{4k} &= -i \delta_{kj} + e_{kjm} n_m, \\ (y_j)_{44} &= -n_j. \end{aligned} \quad (\text{B.216})$$

Таким образом, величины  $(y_j)_{\lambda\lambda'}$ , входящие в составе тензора  $Z_{\lambda\lambda'}(\mu, \mu')$  (B.197), (B.202) в общее выражение (B.190), сворачиваются по индексам  $\lambda$  и  $\lambda'$  с тензором, возникающим при вычислении матричных элементов. Это даёт  $j$ -проекции некоторого вектора  $\mathbf{y}$ , который, как следует из (B.202), умножается скалярно на комплексно сопряжённые матрицы Паули  $(\boldsymbol{\sigma}^*)_{\mu\mu'}$ . Но, пользуясь определениями (A.106) сферических составляющих векторов, легко проверить, что <sup>1)</sup>

$$\mathbf{y} \boldsymbol{\sigma}^* = \sum_q y_q \sigma_q. \quad (\text{B.217})$$

<sup>1)</sup> В общем случае

$$\mathbf{A} \mathbf{B}^* = \sum_q A_q B_q^*.$$

Но в данном случае нужно принять во внимание, что матрицы  $\sigma_{\pm 1} = \mp(\sigma_x \pm i\sigma_y)/\sqrt{2}$  и  $\sigma_0 = \sigma_z$ , которые являются сферическими составляющими вектора  $\boldsymbol{\sigma}$ , действительны.

При этом в соответствии с (A.123)

$$(\sigma_q)_{\mu\mu'} = (-1)^q \sqrt{3} C_{\frac{1}{2}\mu 1 - q}^{\frac{1}{2}\mu'}. \quad (\text{B.218})$$

Следовательно, суммы по всем индексам в формуле (B.190) сводятся к суммам произведений коэффициентов Клебша–Гордана. А они, в свою очередь, вычисляются (упрощаются) стандартным образом.

**В.2.9. Явные выражения для коэффициентов, определяющих угловое распределение нейтрино в гамов-теллеровском переходе.** В разделе 11.4 получены выражения (11.17)–(11.21), описывающие угловое распределение нейтрино, возникающего после захвата мюона. Они справедливы в случае, когда ядерный переход является гамов-теллеровским и для его описания достаточно учесть только один доминирующий приведённый матричный элемент. Коэффициенты  $C_1(J_i, J_f, F)$  определены формулами (12.44) (или (12.45)) и (12.46). Остальные же коэффициенты следующим образом выражаются через нормированные функции Рака и 9j-символы:

$$C_2(J_i, J_f, F) = \sqrt{\frac{F}{F+1}} \left( \sqrt{2} U(\frac{1}{2}J_i F 1, F J_i) U(J_f 1 J_i 1, J_i 1) - \sqrt{3} U(J_i F \frac{1}{2} 1, \frac{1}{2} F) \right), \quad (\text{B.219})$$

$$C_3(J_i, J_f, F) = 2 \sqrt{\frac{F}{F+1}} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} U(J_i F \frac{1}{2} 1, \frac{1}{2} F) + 5 \sqrt{2(2J_i+1)(2F+1)} \left\{ \begin{matrix} J_i & F & 1/2 \\ J_i & F & 1/2 \\ 2 & 1 & 1 \end{matrix} \right\} U(J_f 1 J_i 2, J_i 1) \right), \quad (\text{B.220})$$

$$C_4(J_i, J_f, F) = 2 \sqrt{\frac{10F(2F-1)}{(F+1)(2F+3)}} \left( \frac{1}{3} U(\frac{1}{2}J_i F 2, F J_i) U(J_f 1 J_i 2, J_i 1) - \sqrt{(2J_i+1)(2F+1)} \left\{ \begin{matrix} J_i & F & 1/2 \\ J_i & F & 1/2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix} \right\} U(J_f 1 J_i 1, J_i 1) \right). \quad (\text{B.221})$$

Воспользовавшись алгебраическими формулами для нормированных функций Рака и 9j-символов, для коэффициентов  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$  получим

$$C_2 = \begin{cases} \frac{(2J_i - 1)(J_i(J_i + 3) + 2 - J_f(J_f + 1))}{2J_i(2J_i + 1)}, & F = J_i - \frac{1}{2}, \\ \frac{J_i(J_i - 1) - J_f(J_f + 1)}{2(J_i + 1)}, & F = J_i + \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (\text{B.222})$$

$$C_3 = \begin{cases} \frac{(J_i(J_i + 1) + 1 - J_f(J_f + 1))^2 - J_i(3J_i + 1) - J_f(J_f + 1) + 1}{J_i(2J_i + 1)}, & F = J_i - \frac{1}{2}, \\ \frac{J_i(3J_i + 5) + J_f(J_f + 1) + 1 - (J_i(J_i + 1) + 1 - J_f(J_f + 1))^2}{(J_i + 1)(2J_i + 3)}, & F = J_i + \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (\text{B.223})$$

$$C_4 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{(J_i(J_i + 1) + 2 - J_f(J_f + 1))((J_i + 1)(3J_i + 2) - 3J_f(J_f + 1)) - 8J_i(J_i + 1)}{3J_i(J_i + 1)(2J_i + 1)/(J_i - 1)}, \\ F = J_i - \frac{1}{2}, \\ \frac{(J_i(J_i + 1) + 2 - J_f(J_f + 1))(J_i(3J_i + 1) - 3J_f(J_f + 1)) - 8J_i(J_i + 1)}{3(J_i + 1)(2J_i + 3)}, \\ F = J_i + \frac{1}{2}. \end{array} \right. \quad (\text{B.224})$$

## Список литературы

1. Пуанкаре А. Ценность науки // В кн.: Пуанкаре А. О науке. — 2-е изд. — М.: Наука, 1990. — С. 197–365.
2. Furry W. H. On the introduction of nonelectric forces into Dirac's equations // Phys. Rev. 1936. V. 50, P. 784–785.
3. Bohr N., Wheeler J. A. The mechanism of nuclear fission // Phys. Rev. 1939. V. 56. P. 426–450.
4. Racah G. Theory of complex spectra. II // Phys. Rev. 1942. V. 62. P. 438–462.
5. Humblet J. Sur le moment d'impulsion d'une onde électromagnétique // Physica. 1943. V. 10. P. 585–603.
6. Racah G. Theory of complex spectra. III // Phys. Rev. 1943. V. 63. P. 367–382.
7. Schrödinger E. What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell. — Cambridge, University Press, 1944 (*Шредингер Э. Что такое жизнь? Физический аспект живой клетки.* — Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002).
8. Иваненко Д., Соколов А. Классическая теория поля. — М.–Л.: Гостехиздат, 1949.
9. Rose M. E. Scattering and absorption of neutrons by polarized nuclei // Phys. Rev. 1949. V. 75. P. 213–214.
10. Blatt J. M., Biedenharn L. C. The angular dependence of scattering and reaction cross sections // Phys. Rev. 1951. V. 82. P. 123.
11. Jahn H. A. Theoretical studies in nuclear structure. II. Nuclear  $d^2$ ,  $d^3$  and  $d^4$  configurations. Fractional parentage coefficients and central force matrix elements // Proc. Roy. Soc. A. 1951. V. 205. P. 192–237.
12. Lax M. Multiple scattering of waves // Rev. Mod. Phys. 1951. V. 23. P. 287–310.
13. Racah G. Directional correlation of successive nuclear radiations // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 910–912.
14. Blatt J. M., Biedenharn L. C. The angular distribution of scattering and reaction cross sections // Rev. Mod. Phys. 1952. V. 24. P. 258–272.
15. Blatt J. M., Weisskopf V. F. Theoretical Nuclear Physics. — New York–London, 1952 (*Блам Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика.* — М.: ИЛ, 1954).
16. Blin-Stoyle R. J. A note on time-reversal in polarized nuclear processes // Proc. Phys. Soc. A. 1952. V. 65. P. 452–453.
17. Dalitz R. H. On polarized particle beams // Proc. Phys. Soc. A. 1952. V. 65. P. 175–178.
18. Winhold E. J., Demos P. T., Halpern I. The angular distribution of fission fragments in the photofission of thorium // Phys. Rev. 1952. V. 87. P. 1139–1140.
19. Biedenharn L. C., Rose M. E. Theory of angular correlation of nuclear radiations // Rev. Mod. Phys. 1953. V. 25. P. 729–777.
20. Coester F., Jauch J. M. Theory of angular correlations // Helv. Phys. Acta. 1953. V. 25, P. 3–16.
21. Cox J. A. M., Tolhoek H. A. Gamma radiation emitted by oriented nuclei. The influence of preceding radiations; the evaluation of experimental data // Physica. 1953. V. 19. P. 673–682.
22. Fano U. Geometrical characterization of nuclear states and the theory of angular correlations // Phys. Rev. 1953. V. 90. P. 577–579.
23. Hill D. L., Wheeler J. A. Nuclear constitution and the interpretation of fission phenomena // Phys. Rev. 1953. V. 89. P. 1102–1145.



24. *Brolley J. E. Jr., Dickinson W. C.* Angular distribution of fragments from neutron-induced fission // *Phys. Rev.* 1954. V. 94, P. 640–642.
25. *Хуцшивили Г. Р.* Ориентированные ядра // *УФН.* 1954. Т. LIII. Вып. 3. С. 381–412.
26. *Герштейн С. С., Зельдович Я. Б.* О мезонных поправках в теорию  $\beta$ -распада // *ЖЭТФ.* 1955. Т. 29. С. 698–699.
27. *Rose M.* Multipole fields. — New York, John Wiley & Sons, Inc., London, Chapman & Hall, LTD., 1955 (*Роуз М.* Поля мультиполей. — М.: ИЛ, 1957).
28. *Schiff L. I.* Quantum Mechanics. — Second Edition. — McGraw-Hill Book Company, Inc., New York–Toronto–London, 1955 (*Шифф Л.* Квантовая механика. — 2-е изд. — М.: ИЛ, 1959).
29. *Bohr A.* On the theory of nuclear fission // *Proceedings of the International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, V. 2.* — United Nations, New York, 1956. — P. 151 (*Бор О.* К теории деления ядер // В кн.: *Материалы Международной конференции по мирному использованию атомной энергии, Женева, 1955, Т. 2.* — М.: ГИФМЛ, 1958. — С. 175–179).
30. *Lee T. D., Yang C. N.* Question of parity conservation in weak interactions // *Phys. Rev.* 1956. V. 104. P. 254–258.
31. *Porter C. E., Thomas R. G.* Fluctuations of nuclear reaction widths // *Phys. Rev.* 1956. V. 104. P. 483–491.
32. *Струтинский В. М.* Об угловом распределении осколков деления // *ЖЭТФ.* 1956. Т. 30. С. 606–608.
33. *Edmonds A. R.* Angular momentum in quantum mechanics. — Princeton University Press, Princeton, N.J., 1957 (*Эдмондс А.* Угловые моменты в квантовой механике // В кн.: *Деформация атомных ядер.* — М.: ИЛ, 1958).
34. *Landau L. D.* О законах сохранения при слабых взаимодействиях // *ЖЭТФ.* 1957. Т. 32. С. 405–406.
35. *Lee T. D., Yang C. N.* Parity nonconservation and a two-component theory of the neutrino // *Phys. Rev.* 1957. V. 105. P. 1671–1675.
36. *Lee T. D., Oehme R., Yang C. N.* Remarks on possible noninvariance under time reversal and charge conjugation // *Phys. Rev.* 1957. V. 106. P. 340–345.
37. *Littlewood J. E.* A mathematician's miscellany. — London, 1957 (*Литтлвуд Дж.* Математическая смесь. — 4-е изд. — М.: Наука, 1978).
38. *Postma H., Huiskamp W. J., Miedema A. R., Steenland M. J., Tolhoek H. A., Gorter C. J.* Asymmetry of the positron emission by polarized  $^{58}\text{Co}$  nuclei // *Physica.* 1957. V. 23. P. 259–260.
39. *Rose M. E.* Statistical tensors for oriented nuclei // *Phys. Rev.* 1957. V. 108. P. 362–365.
40. *Smith J. H., Purcell E. M., Ramsey N. F.* Experimental limit to the electric dipole moment of the neutron // *Phys. Rev.* 1957. V. 108. P. 120–122.
41. *Струтинский В. М.* Статистическая теория углового распределения осколков деления // *Атомная энергия.* 1957. Т. 2. С. 508–513.
42. *Wu C. S., Ambler E., Hayward R. W., Hoppes D. D., Hudson R. P.* Experimental test of parity conservation in beta decay // *Phys. Rev.* 1957. V. 105. P. 1413–1415.
43. *Bell J. S., Mandl F.* The polarization-asymmetry equality // *Proc. Phys. Soc. A.* 1958. V. 71. P. 272–274.
44. *Bell J. S., Mandl F.* The polarization-asymmetry equality // *Proc. Phys. Soc. A.* 1958. V. 71. P. 867–868.
45. *Чэюу Гуан-чжао, Широков М. И.* Релятивистская теория реакций с поляризованными частицами // *ЖЭТФ.* 1958. Т. 34. С. 1230–1239.
46. *Feynman R. P., Gell-Mann M.* Theory of the Fermi interaction // *Phys. Rev.* 1958. V. 109. P. 193–198.
47. *Goldberger M. L., Treiman S. B.* Decay of the Pi meson // *Phys. Rev.* 1958. V. 110. P. 1178–1184.

48. *Goldberger M. L., Treiman S. B.* Form factors in  $\beta$  decay and  $\mu$  capture // *Phys. Rev.* 1958. V. 111. P. 354–360.
49. *Lane A. M., Thomas R. G.* R-matrix theory of nuclear reactions // *Rev. Mod. Phys.* 1958. V. 30. P. 257–353 (*Лейн А., Томас Р.* Теория ядерных реакций при низких энергиях. — М.: ИИЛ, 1960).
50. *Reich C. W., Moore M. S.* Multilevel formula for the fission process // *Phys. Rev.* 1958. V. 111. P. 929–933.
51. *Weinberg S.* Charge symmetry of weak interactions // *Phys. Rev.* 1958. V. 112. P. 1375–1379.
52. *Fujii A., Primakoff H.* Muon capture in certain light nuclei // *Nuovo Cimento.* 1959. V. 12. P. 327–355.
53. *Haas R., Leipuner L. B., Adair R. K.* Conservation of parity in strong interactions // *Phys. Rev.* 1959. V. 116. P. 1221–1225.
54. *Jacob M., Wick G. C.* On the general theory of collisions for particle with spin // *Annals of Physics (N.Y.).* 1959. V. 7. P. 404–428.
55. *Струтинский В. М.* Об угловой анизотропии  $\gamma$ -квантов, сопровождающих деление // *ЖЭТФ.* 1959. Т. 37. С. 861–863.
56. *Blin-Stoyle R. J.* Parity nonconserving internucleon potentials // *Phys. Rev.* 1960. V. 118. P. 1605–1607.
57. *Blin-Stoyle R. J.* Parity nonconserving internucleon potentials. II. Effects in electromagnetic transitions // *Phys. Rev.* 1960. V. 120. P. 181–189.
58. *Gell-Mann M., Levy M.* The axial vector current in beta decay // *Nuovo Cimento.* 1960. V. 16. P. 705–726.
59. *Morita M., Fujii A.* Theory of allowed and forbidden transitions in muon capture reactions // *Phys. Rev.* 1960. V. 118. P. 606–618.
60. *Nambu Y.* Axial vector current conservation in weak interactions // *Phys. Rev. Lett.* 1960. V. 4. P. 380–382.
61. *Струтинский В. М.* Угловое распределение осколков деления, вызванное нейтронами малой энергии // *ЖЭТФ.* 1960. Т. 39. С. 781–793.
62. *Вайскопф В. Ф.* Итоги конференции // В кн.: Стрoение ядра. Сборник обзорных докладов, прочитанных на Международной конференции по структуре ядра в Канаде в 1960 г. — М.: Госатомиздат, 1962. — С. 330–340 (*Weisskopf V.F.* // *Proceedings of the International Conference of Nuclear Structure, Kingston, Canada, August 1960.*).
63. *Юцис А. П., Левинсон И. Б., Ванагас В. В.* Математический аппарат теории момента количества движения. — Вильнюс: Государственное издательство политической и научной литературы, 1960.
64. *Jackson J. D.* *Classical Electrodynamics.* — John Wiley & Sons, Inc., New York–London, 1962 (*Джэксон Дж.* Классическая электродинамика. — М.: Мир, 1965).
65. *Preston M. A.* *Physics of the Nucleus.* — Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts–Palo Alto–London, 1962 (*Престон М.* Физика ядра. — М.: Мир, 1964).
66. *Jeffries C. D.* *Dynamic Nuclear Orientation.* — Interscience Publishers, New York–London–Sydney, 1963 (*Джеффрис К.* Динамическая ориентация ядер. — М.: Мир, 1965).
67. *Wheeler J. A.* Channel analysis of fission // In: *Fast Neutron Physics. Part II* / Eds. Fowler J. L., Marion J. B. — Interscience Publishers, New York, 1963. — P. 2057 (*Уилер Дж. А.* Каналовый анализ процесса деления // В кн.: *Успехи физики деления ядер. Сборник статей.* — М.: Атомиздат, 1965. — С. 7–103).
68. *Winston R.* Observable hyperfine effects in muon capture by complex nuclei // *Phys. Rev.* 1963. V. 129. P. 2766–2785.
69. *Abou Yu. G., Krupchitsky P. A., Oratovsky Yu. A.* On the existence of an internucleon potential not conserving spatial parity // *Phys. Lett.* 1964. V. 12. P. 25–26.
70. *Christenson J., Cronin J. W., Fitch V. L., Turlay R.* Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $K_2^0$  meson // *Phys. Rev. Lett.* 1964. V. 13. P. 138–140.
71. *Michel F. C.* Parity nonconservation in nuclei // *Phys. Rev. B.* 1964. V. 133. P. 329–349.

72. *Trammel G. T.* Aharonov-Bohm paradox // *Phys. Rev. B.* 1964. V. 134. P. 1183–1184.
73. *Wolfenstein L.* Violation of CP invariance and the possibility of very weak interactions // *Phys. Rev. Lett.* 1964. V. 13. P. 562–564.
74. *Абов Ю. Г., Крупчицкий П. А., Оратовский Ю. А.* О существовании межнуклонного потенциала, не сохраняющего пространственную чётность // *Ядерная физика.* 1965. Т. 1. С. 479–489.
75. *Ferguson A. J.* Angular Correlation Methods in Gamma-Ray Spectroscopy. — North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965 (*Фергюсон А.* Методы угловых корреляций в гамма-спектроскопии. — М.: Атомиздат, 1969).
76. *Mott N. F., Massey H. S. W.* The Theory of Atomic Collisions. — Third Edition. — Oxford, Clarendon Press, 1965 (*Мотт Н., Мессу Г.* Теория атомных столкновений. — М.: Мир, 1969).
77. *Nix J. R., Swiatecki W. J.* Studies in the liquid-model theory of nuclear fission // *Nucl. Phys.* 1965. V. 71. P. 1–94.
78. *Ericson T. E. O.* Nuclear enhancement of T violation effects // *Phys. Lett.* 1966. V. 23. P. 97–99.
79. *Friar J. L.* Corrections of order  $(1/M)^2$  to  $\mu$ -capture // *Nucl. Phys.* 1966. V. 87. P. 407–413.
80. *Mahaux C., Weidenmuller H. A.* Compound nuclear reactions as a test of T-invariance // *Phys. Lett.* 1966. V. 23. P. 100–103.
81. *Нестеров В. Г., Смиреникин Г. Н., Шнак Д. Л.* Энергетическая зависимость углового распределения осколков при делении  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  нейтронами // *Ядерная физика.* 1966. Т. 4. С. 993–1001.
82. *Ohtsubo H.* Muon capture in Oxygen 16 and the possible existence of the induced tensor interaction // *Phys. Lett.* 1966. V. 22. P. 480–482.
83. *Balashov V. V., Eramzhyan R. A.* Muon capture by nuclei and problems of weak interactions // *Atomic Energy Review (Vienna).* 1967. V. 5, № 3. P. 3–118.
84. *Miller P. D., Dress W. B., Baird J. K., Ramsey N. F.* Limit to the electric dipole moment of the neutron // *Phys. Rev. Lett.* 1967. V. 19. P. 381–384.
85. *Сахаров А. Д.* Нарушение CP-инвариантности, C-асимметрия и барионная асимметрия Вселенной // *Письма в ЖЭТФ.* 1967. Т. 5. С. 32–35.
86. *Шапиро Ф. Л.* Взаимодействие нейтронов с ядрами (избранные вопросы) // В кн.: Сборник лекций Всесоюзной летней школы по ядерной спектроскопии при ядерных реакциях, 3–19 июля 1966 г. — Обнинск, ФЭИ, 1967. — С. 239–276.
87. *Shull C. G., Nathans R.* Search for a neutron electric dipole moment by a scattering experiment // *Phys. Rev. Lett.*, 1967. V. 19. P. 384–386.
88. *Балдин А. М., Гольданский В. И., Максименко В. М., Розенталь И. Л.* Кинематика ядерных реакций. — 2-е изд. — М.: Атомиздат, 1968.
89. *Deutsch J. P., Grenacs L., Igo-Kemenes P., Lipnik P., Macq P. C.* An experimental test of the analogy between muon and radiative pion capture // *Phys. Lett. B.* 1968. V. 26. P. 315–316.
90. *Fujii F., Morita M., Ohtsubo H.* Muon capture and nuclear structure // *Prog. Theor. Phys. Supplement, Extra Number.* 1968. P. 303–336.
91. *McCarthy J. S., Fisher T. R., Shelley E. G., Safrata R. S., Healy D.* Inversion in the deformation effect for neutron transmission through oriented  $^{165}\text{Ho}$  // *Phys. Rev. Lett.* 1968. V. 20. P. 502–504.
92. *Moldauer P. A.* Effects of T violation in nuclear reactions // *Phys. Rev.* 1968. V. 165. P. 1136–1146.
93. *Шапиро И. С.* Ядерные силы, не сохраняющие чётность // *УФН.* 1968. Т. 95. С. 647–655 (*Sov. Phys. Usp.* 1969. V. 11. P. 582).
94. *Shull C. G.* Observation of pendellosung fringe structure in neutron diffraction // *Phys. Rev. Lett.* 1968. V. 21. P. 1585–1589.

95. *Bohr A., Mottelson B. R.* Nuclear Structure. V. 1: Single-particle motion. — W. A. Benjamin, Inc., New York–Amsterdam, 1969 (*Бор О., Моттelson Б.* Структура атомного ядра. Т. 1: Одночастичное движение. — М.: Мир, 1971).
96. *Dabbs J. W. T., Eggerman C., Cauwin B., Michaudon A., Sanche M.* Effective K quantum numbers in fission of oriented 235-U // Physics and Chemistry of Fission (Proceedings of the International Symposium, Vienna, 1969). — Vienna, IAEA, 1969. — P. 321–330.
97. *Карманов В. А., Лобов Г. А.* О нарушении Р чётности в реакциях неупругого рассеяния с испусканием фотонов // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 10. С. 332–336 (JETP Lett. 1969. V. 10. P. 212).
98. *Вальский Г. В., Александров Б. М., Баринов И. А., Кривоухатский А. С., Петров Г. А., Плева Ю. С.* Некоторые характеристики  $\gamma$ -излучения, сопровождающего спонтанное деление  $^{252}\text{Cf}$  // Ядерная физика. 1969. Т. 10. С. 240–247.
99. *Eisenberg J. M., Greiner W.* Nuclear Theory. V. 1: Nuclear Models. Collective and Single-Particle Phenomena. — North-Holland Publishing Company, Amsterdam–London, 1970 (*Айзенберг И., Грейнер В.* Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления. — М.: Атомиздат, 1975).
100. *Eisenberg J. M., Greiner W.* Nuclear Theory. V. 2: Excitation Mechanisms of the Nucleus. Electromagnetic and Weak Interactions. — North-Holland Publishing Company, Amsterdam–London, 1970 (*Айзенберг И., Грейнер В.* Механизмы возбуждения ядра. Электромагнитные и слабые взаимодействия. — М.: Атомиздат, 1973).
101. *Лобов Г. А.* Эффекты нарушения Р чётности в реакциях неупругого рассеяния с испусканием фотонов // Изв. АН СССР: серия физическая. 1970. Т. 34. С. 1141–1144.
102. *Marshak H., Langsford A., Tamura T., Wong C. Y.* Neutron cross section of oriented  $^{165}\text{Ho}$  from 2 to 135 MeV // Phys. Rev. C. 1970. V. 2. P. 1862–1881.
103. *Смиреникин Г. Н., Шпак Д. Л., Остапенко Ю. Б., Фурсов Б. И.* Угловая анизотропия и спин ядра-мишени в реакциях  $(n, f)$  // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11. С. 489–493.
104. *Strubbe H. J., Callebaut D. K.* Relativistic corrections to the  $ft$  values of mirror nuclei and of  $^{12}\text{B}$  and  $^{12}\text{N}$  // Nucl. Phys. A. 1970. V. 143. P. 537–544.
105. *Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. — 2-е изд. — М.: Наука, 1971.
106. *Гречухин Д. П., Пик-Пичак Г. А.* О теоретическом «обосновании» метода оболочечной поправки. — Препринт / ИАЭ-2114. — М.: Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова, 1971.
107. *Гречухин Д. П., Пик-Пичак Г. А.* Исследование некоторых свойств «метода оболочечной поправки» Струтинского. — Препринт / ИАЭ-2115. — М.: Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова, 1971.
108. *Гречухин Д. П., Пик-Пичак Г. А.* К вопросу о «методе оболочечной поправки». — Препринт / ИАЭ-2127. — М.: Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова, 1971.
109. *Pattenden N. J., Postma H.* Fission of aligned 235-U nuclei induced by neutrons of 0.2 to 2000 eV // Nucl. Phys. A. 1971. V. 167. P. 225–246.
110. *Alberi J. L., Wilson R., Schroder I. G.* Parity violation in neutron-capture  $\gamma$  rays // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 29. P. 518–521.
111. *Eisenberg J. M., Greiner W.* Nuclear Theory. V. 3: Microscopic Theory of the Nucleus. — North-Holland Publishing Company, Amsterdam–London, 1972 (*Айзенберг И., Грейнер В.* Микроскопическая теория ядра. — М.: Атомиздат, 1976).
112. *Kuiken R., Pattenden N. J., Postma H.* Fission of aligned 233-U nuclei by neutrons from 0.4 to 2000 eV // Nucl. Phys. A. 1972. V. 190. P. 401–418.
113. *Kuiken R., Pattenden N. J., Postma H.* Subthreshold neutron-induced fission of aligned 237-Np nuclei // Nucl. Phys. A. 1972. V. 196. P. 389–400.
114. *Мандельштам Л. И.* Лекции по избранным вопросам оптики / В кн.: Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. — М.: Наука, 1972.
115. *Miller G. H., Eckhause M., Kane F. R., Martin P., Welsh R. E.*  $\gamma$ -neutrino angular correlations in muon capture // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 29. P. 1194–1198.

116. Сёмин Г. К., Бабушкина Т. А., Якобсон Г. Г. Применение ЯКР в химии. — Л.: Химия, 1972.
117. Смородинский Я. А., Шелепин Л. А. Коэффициенты Клебша–Гордана с разных сторон // УФН. 1972. Т. 106. С. 3–45.
118. *Wilhelmy J. B., Cheifetz E., Jared R. C., Thompson S. G., Bowman H. R., Rasmussen J. O.* Angular momentum of primary products formed in the spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$  // *Phys. Rev. C*. 1972. V. 5. P. 2041–2060.
119. Алфименков В. П., Ефимов В. Н., Пантелеев Ц. Ц., Фенин Ю. П. Взаимодействие поляризованных резонансных нейтронов с ориентированными ядрами // *Ядерная физика*. 1973. Т. 17. С. 293–300.
120. *Blin-Stoyle R. J.* Fundamental interactions and the nucleus. — North-Holland Publishing Company, Amsterdam–London, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1973 (*Блин-Стойл Р.* Фундаментальные взаимодействия и атомное ядро. — М.: Мир, 1976).
121. *Chrien R. E., Bhat M. R., Cole G. W.* Channel spin components of p-wave neutron widths in niobium // *Phys. Rev. C*. 1973. V. 8. P. 336–339.
122. Давыдов А. С. Квантовая механика. — 2-е изд. — М.: Наука, 1973.
123. *Fisher T. R., Poletti A. R., Watson B. A.* Measurement of the  $^{59}\text{Co}$  quadrupole moment by observation of the deformation effect in the  $^{59}\text{Co} + n$  total cross section // *Phys. Rev. C*. 1973. V. 8. P. 1837–1842.
124. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — 6-е изд. — М.: Наука, 1973.
125. *Mahaux C., Weidenmuller H. A.* Shell-Model Approach to Nuclear Reactions. — North-Holland, Amsterdam, 1973.
126. *Mukhopadhyay N. C., Miller L. D.* Relativistic corrections to nuclear matrix elements in mirror  $\beta$ -decays // *Phys. Lett. B*. 1973. V. 47. P. 415–418.
127. *Ohtsubo H., Sano M., Morita M.* Relativistic corrections to nuclear magnetic moments and Gamow–Teller matrix elements of beta decay // *Prog. Theor. Phys.* 1973. V. 49. P. 877–884.
128. *Bohr A., Mottelson B. R.* Nuclear Structure. V. 2: Nuclear deformations. — W. A. Benjamin, Inc., New York–Amsterdam, 1974 (*Бор О., Моттelson Б.* Структура атомного ядра. Т. 2: Деформация ядер. — М.: Мир, 1977).
129. *Friar J. L.* Pion-nucleon absorption operator ambiguity // *Phys. Rev. C*. 1974. V. 10. P. 955–957.
130. *Stodolsky L.* Neutron optics and weak currents // *Phys. Lett. B*. 1974. V. 50. P. 352–356.
131. *Walecka J. D.* A theory of highly condensed matter // *Annals of Physics (N.Y.)*. 1974. V. 83. P. 491–529.
132. Гонин Н. Н., Горюнов В. К., Козловский Л. К., Работнов Н. С., Стависский Ю. Я., Тамбовцев Д. И. Угловая анизотропия осколков при делении ориентированных ядер  $^{235}\text{U}$  нейтронами с энергией 10–150 кэВ // *Ядерная физика*. 1975. Т. 22. С. 692–700.
133. *Nambro L., Mukhopadhyay N. C.* Effects of nonstatistical hyperfine populations in muon capture by polarized nuclei // *Lett. Nuov. Cim.* 1975. V. 14. P. 53–59.
134. Коренман Г. Я. Сохраняющиеся тензоры ориентации и возможная анизотропия рентгеновского излучения мезоатомов // *Ядерная физика*. 1975. Т. 21. С. 772–780.
135. *Simonijs M.* On time reversal violation in the nucleon-nucleon system // *Phys. Lett. B*. 1975. V. 58. P. 147–151.
136. Варшалович Д. А., Москалёв А. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента. — Л.: Наука, 1975.
137. Абов Ю. Г., Крупчицкий П. А. Нарушение пространственной чётности в ядерных взаимодействиях // УФН. 1976. Т. 118. С. 141–173 (*Sov. Phys. Usp.*, 1976. V. 19. P. 75).
138. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. — 3-е изд. — М.: Наука, 1976.
139. Гречухин Д. П. Спин-тензоры осколков деления ориентированных и поляризованных ядер // *Ядерная физика*. 1976. Т. 23. С. 702–710.

140. *Kittel Ch.* Introduction to Solid State Physics. — 4th edition. — John Wiley and Sons, Inc., New York–London–Sydney–Toronto, 1976. (*Киттель Ч.* Введение в физику твёрдого тела / Перевод с четвёртого американского издания. — М.: Наука, 1978).
141. *Walecka J. D.* Semi-leptonic weak and electromagnetic interactions with nuclei: muon capture to discrete nuclear levels from hyperfine states // Nucl. Phys. A. 1976. V. 258. P. 397–416.
142. *Wolf A., Cheifetz E.* Angular distributions of specific gamma rays emitted in the deexcitation of prompt fission products of  $^{252}\text{Cf}$  // Phys. Rev. C. 1976. V. 13. P. 1952–1960.
143. *Brockmann R., Weise W.* Spin-orbit coupling in a relativistic Hartree model for finite nuclei // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 1282–1284.
144. *Cheung N. K., Henrikson H. E., Boehm F.* Test of time reversal invariance in  $^{57}\text{Fe}$  // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 2381–2393.
145. *Данилян Г. В., Воденников Б. Д., Дроняев В. П., Новицкий В. В., Павлов В. С., Боровлёв С. П.* Р нечётная асимметрия при делении  $^{239}\text{Pu}$  поляризованными тепловыми нейтронами // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 26. С. 197–199 (JETP Lett. 1977. V. 26. P. 186).
146. *Dress W. B., Miller P. D., Pendlebury J. M., Perrin P., Ramsey N. F.* Search for an electric dipole moment of the neutron // Phys. Rev. D. 1977. V. 15. P. 9–21.
147. *Karl G., Tadic D.* Model for scattering with parity violation // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 1726–1734.
148. *Mukhopadhyay N. C.* Nuclear muon capture // Phys. Rep. 1977. V. 30. P. 1–144.
149. *Юцис А. П., Бандзайтис А. А.* Теория момента количества движения в квантовой механике. — 2-е изд. — Вильнюс: Мокслас, 1977.
150. *Балашов В. В., Кореньман Г. Я., Эрамбян Р. А.* Поглощение мезонов атомными ядрами ( $\mu$ -захват и радиационный захват  $\pi$ - и  $K$ -мезонов). — М.: Атомиздат, 1978.
151. *Барков Л. М., Золотарёв М. С.* Наблюдение несохранения четности в атомных переходах // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27. С. 379–383.
152. *Hwang W.-Y. P.* Nuclear muon capture: Hyperfine effects in nuclear spin and isospin  $[1/2^\pm, 1/2] \rightarrow [1/2^\pm, 1/2]$  and  $[1^+, 0] \rightarrow [0^+, 1]$  transitions // Phys. Rev. C. 1978. V. 17. P. 1799–1808; V. 18. P. 1553.
153. *Serot B. D.* Semileptonic weak and electromagnetic interactions with nuclei: nuclear current operators through order  $(v/c)_{\text{nucleon}}^2$  // Nucl. Phys. A. 1978. V. 308. P. 457–499.
154. *Serr F. E., Walecka J. D.* A relativistic quantum field theory of finite nuclei // Phys. Lett. B. 1978. V. 79. P. 10–14; Erratum // 1979. V. 84. P. 529.
155. *Bemis C. E., Beene J. R., Young J. P., Kramer S. D.* Optical isomer shift for the spontaneous-fission isomer  $^{240m}\text{Am}$  // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 1854–1858.
156. *McCullagh C. M., Kenny M. J., Chrien R. E.* Spin of the 398 eV resonance in  $^{35}\text{Cl}$  // Phys. Rev. C. 1979. V. 19. P. 539–541.
157. *Алфименков В. П., Пикельнер Л. Б., Шаранов Э. И.* Ядерно-физические исследования с ориентированными ядрами и поляризованными нейтронами // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 1980. Т. 11. С. 411–453.
158. *Данилян Г. В.* Несохранение пространственной чётности при делении ядер // УФН. 1980. Т. 131. С. 329–342.
159. *Desplanques B., Donoghue J. F., Holstein B. R.* Unified treatment of the parity violating nuclear force // Annals of Physics (N.Y.). 1980. V. 124. P. 449–495.
160. *Flambaum V. V., Sushkov O. P.* Mechanism of parity violation in nuclear fission // Phys. Lett. B. 1980. V. 94. P. 277–279.
161. *Forte M., Heckel B. R., Ramsey N. F., Green K., Greene G. L., Byrne J., Pendlebury J. M.* First measurement of parity-nonconserving neutron-spin rotation: the tin isotopes // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 2088–2092.
162. *Немец О. Ф., Ясногородский А. М.* Поляризационные исследования в ядерной физике. — Киев: Наукова думка, 1980.

163. Петухов А. К., Петров Г. А., Степанов С. И., Николаев Д. В., Звездкина Т. К., Петрова В. И., Маркова В. И., Иванов В. В., Морозов В. Ф. Асимметрия разлета осколков деления  $^{233}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  медленными поляризованными нейтронами // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 324–329.
164. Skarsvag K. Differential angular distribution of prompt gamma rays from spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$  // Phys. Rev. C. 1980. V. 22. P. 638–650.
165. Stodolsky L. Neutron weak spin rotation: Exotic nuclear physics or a new weak force? // Phys. Lett. B. 1980. V. 96. P. 127–131.
166. Сушков О. П., Фламбаум В. В. Возможный механизм несохранения чётности при делении ядер // Ядерная физика. 1980. Т. 31. С. 55–64.
167. Сушков О. П., Фламбаум В. В. О возможности наблюдения несохранения чётности в нейтронной оптике // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 377–379 (JETP Lett. 1980. V. 32. P. 352).
168. Весна В. А., Князьков В. А., Коломенский Э. А., Лобашев В. М., Пирожков А. Н., Попенко Л. А., Смотрицкий Л. М., Соловьев С. М., Титов Н. А. Исследование угловой зависимости вылета осколков деления  $^{233}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  при захвате теплового поляризованного нейтрона // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 704–709.
169. Алфименков В. П., Борзаков С. Б., Во Ван Тхуан, Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Рубин Д., Хрыкин А. С., Шарапов Э. И. Экспериментальное исследование несохранения Р-чётности в нейтронном резонансе  $^{117}\text{Sn}$  // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 308–312 (JETP Lett. 1981. V. 34. P. 295).
170. Biedenharn L. C., Louck J. D. Angular momentum in quantum physics. / Encyclopedia of Mathematics and its Application; Ed. G. C. Rota, V. 8. — Addison-Wesley Publishing Company Reading, Massachusetts, 1981 (Биденхарн Л., Лаук Дж. Угловой момент в квантовой физике: В 2-х т. — М.: Мир, 1984).
171. Blum K. Density matrix theory and applications. — Plenum Press, New York, 1981 (Блум К. Теория матрицы плотности и её приложения. — М.: Мир, 1983).
172. Bunakov V. E., Gudkov V. P. Parity non-conservation effects in neutron elastic scattering reactions // Z. Phys. A. 1981. V. 303. P. 285–291.
173. Кронин Дж. В. Нарушение CP-симметрии. Поиск его истоков // УФН. 1981. Т. 135. С. 195–211.
174. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. Дополнительные главы. — 2-е изд. — М.: Наука, 1981.
175. Kolomensky E. A., Lobashev V. M., Pirozhkov A. N., Smotritsky L., Titov N. A., Vesna V. A. Observation of parity violation effects in the polarized thermal neutron total and radiative capture cross sections of  $^{117}\text{Sn}$  and  $^{139}\text{La}$  // Phys. Lett. B. 1981. V. 107. P. 272–274.
176. Mughabghab S. F., Divadeenam M., Holden N. E. Neutron Resonance Parameters and Thermal Cross Sections. V. 1, Part A. — Academic Press, 1981; V. 1, Part B. — Academic Press, 1984.
177. Сушков О. П., Фламбаум В. В. Механизм нарушения чётности при делении ядер // Ядерная физика. 1981. Т. 33. С. 59–65.
178. Сушков О. П., Фламбаум В. В. Угловые корреляции при делении поляризованных ядер медленными нейтронами // Ядерная физика. 1981. Т. 33. С. 629–633.
179. Алфименков В. П., Борзаков С. Б., Во Ван Тхуан, Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Хрыкин А. С., Шарапов Э. И. Нарушение пространственной чётности в нейтронном резонансе 0.75 эВ лантана-139 // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 42–44 (JETP Lett. 1982. V. 35. P. 51).
180. Бунаков В. Е., Гудков В. П. Механизмы усиления Р и Т неинвариантных эффектов в ядерных реакциях с нейтронами // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. С. 268–270 (JETP Lett. 1982. V. 36. P. 328).
181. Bunakov V. E., Gudkov V. P. Enhancement of T-noninvariant effects in neutron-induced nuclear reactions // Z. Phys. A. 1982. V. 308. P. 363–364.

182. Forte M. Odd-symmetry neutron spin interactions in perfect crystals // Lettere Al Nuovo Cimento Series 2. 1982. V. 34. P. 296–300.
183. Heckel B., Ramsey N. F., Green K., Greene G. L., Gahler R., Schaerpf O., Forte M., Dress W., Miller P. D., Golub R., Byrne J., Pendlebury J. M. A measurement of parity non-conserving neutron spin rotation in lead and tin // Phys. Lett. B. 1982. V. 119. P. 298–302.
184. Kabir P. K. Test of T invariance in neutron optics // Phys. Rev. D. 1982. V. 25. P. 2013–2014.
185. Кадменский С. Г., Маркушев В. П., Фурман В. И. Несохранение проекции спина на ось симметрии ядра в нейтронных резонансах и кориолисово смешивание // Ядерная физика. 1982. Т. 35. С. 300–301.
186. Лобов Г. А. Несохранение чётности в резонансном рассеянии нейтронов // Ядерная физика. 1982. Т. 35. С. 1408–1416.
187. Шапиро И. С. О вращении поляризации медленных нейтронов из-за несохранения чётности в ядерном взаимодействии // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 275–276.
188. Stodolsky L. Parity violation in threshold neutron scattering // Nucl. Phys. B. 1982. V. 197. P. 213–227.
189. Сушков О. П., Фламбаум В. В. Нарушение пространственной чётности при взаимодействии нейтронов с тяжелыми ядрами // УФН. 1982. Т. 136. С. 3–24 (Sov. Phys. Usp. 1982. V. 25. P. 1).
190. Alfimenkov V. P., Borzakov S. B., Vo Van Thuan, Mareev Yu. D., Pikelner L. B., Khrykin A. S., Sharapov E. I. Parity nonconservation in neutron resonances // Nucl. Phys. A. 1983. V. 398. P. 93–106.
191. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Угловое распределение нейтронов деления ориентированных ядер // Ядерная физика. 1983. Т. 37. С. 1367–1380 (Sov. J. Nucl. Phys. 1983. V. 37(6). P. 815–823).
192. Барышевский В. Г. Нарушение пространственной чётности при прохождении нейтронов через вещество с поляризованными ядрами // Ядерная физика. 1983. Т. 37. С. 255–256.
193. Барышевский В. Г. P- и T-неинвариантные явления при прохождении нейтронов через вещество с поляризованными ядрами // Ядерная физика. 1983. Т. 38. С. 1162–1169 (Sov. J. Nucl. Phys. 1983. V. 38. P. 699).
194. Blanke E., Driller H., Glockle W., Genz H., Richter A., Schrieder G. Improved experimental tests of detailed balance and time reversibility in the reactions  $^{27}\text{Al}+p\leftrightarrow^{24}\text{Mg}+\alpha$  // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 355–358.
195. Bunakov V. E., Gudkov V. P. Parity violation and related effects in neutron-induced reactions // Nucl. Phys. A. 1983. V. 401. P. 93–116.
196. Fasoli U., Pavan P., Toniolo D., Zago G., Zannoni R., Galeazzi G. Deformation effect in the fast neutron total cross section of aligned  $^{59}\text{Co}$  // Phys. Rev. C. 1983. V. 27. P. 2003–2011.
197. Forte M. Neutron-optical effects sensitive to P and T symmetry violation // J. Phys. G. 1983. V. 9. P. 745–754.
198. Гонин Н. Н., Козловский Л. К., Мастеров В. С., Работнов Н. С., Тамбовцев Д. И., Стависский Ю. Я. Деление ориентированных ядер  $^{233}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  нейтронами с энергией 10–200 кэВ // Ядерная физика. 1983. Т. 38. С. 557–565.
199. Кадменский С. Г., Маркушев В. П., Фурман В. И. Динамическое усиление эффектов несохранения чётности для компаунд-состояний и гигантские  $0^-$  резонансы // Ядерная физика. 1983. Т. 37. С. 581–588 (Sov. J. Nucl. Phys. 1983. V. 37. P. 345).
200. Ситенко А. Г. Теория ядерных реакций. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
201. Vaz L. C., Alexander J. M. Reassessment of fission fragment angular distributions from continuum states in the context of transition-state theory // Phys. Rep. 1983. V. 97. P. 2–30.



202. Зарецкий Д. Ф., Сироткин В. К. О механизме несохранения чётности в процессах взаимодействия нейтронов с ядрами // Ядерная физика. 1983. Т. 37. С. 607–615 (Sov. J. Nucl. Phys. 1983. V. 37. P. 361).
203. Абов Ю. Г., Ермаков О. Н., Карпихин И. Л., Крупчицкий П. А., Кузнецов Ю. Э., Перепелица В. Ф., Петрушин В. И. Исследование Р нечётной асимметрии пропускания продольно-поляризованных нейтронов на изотопах  $^{117}\text{Sn}$ ,  $^{207}\text{Pb}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  и естественной смеси изотопов Cl, Br, Pb // Ядерная физика. 1984. Т. 40. С. 1585–1587.
204. Алфименков В. П. Нарушение пространственной чётности в упругом канале взаимодействия нейтронов с ядрами // УФН. 1984. Т. 144. С. 361–380 (Sov. Phys. Usp. 1984. V. 27. P. 797).
205. Алфименков В. П., Борзаков С. Б., Во Ван Тхуан, Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Франк И. М., Хрыкин А. С., Шаратов Э. И. Право-левая асимметрия вылета  $\gamma$ -квантов в нейтронном резонансе  $^{117}\text{Sn}$ , не сохраняющем чётность // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 346–348.
206. Алфименков В. П., Борзаков С. Б., Во Ван Тхуан, Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Франк И. М., Хрыкин А. С., Шаратов Э. И. Спектры  $\gamma$ -квантов в нейтронных резонансах  $^{81}\text{Br}$ ,  $^{117}\text{Sn}$ ,  $^{139}\text{La}$ , не сохраняющих пространственную чётность // Ядерная физика. 1984. Т. 39. С. 1057–1068.
207. Heckel B., Forte M., Schaerpf O., Green K., Greene G. L., Ramsey N. F., Byrne J., Pendlebury J. M. Measurement of parity nonconserving neutron spin rotation in lanthanum // Phys. Rev. C. 1984. V. 29. P. 2389–2391.
208. Лобов Г. А. О нарушении Р- и Т-инвариантности в рассеянии нейтронов // Ядерная физика. 1984. Т. 40. С. 899–901.
209. Ципенюк Ю. М., Остапенко Ю. Б., Смиренкин Г. Н., Солдатов А. С. Квантовые эффекты в низкоэнергетическом делении тяжёлых ядер // УФН. 1984. Т. 144. С. 3–34.
210. Зарецкий Д. Ф., Сироткин В. К. Эффекты нарушения пространственной чётности при дифракции нейтронов // Ядерная физика. 1984. Т. 40. С. 1256–1261.
211. Arash F., Moravcsik M. J., Goldstein G. R. Dynamics-independent null experiment for testing time-reversal invariance // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 2649–2652.
212. Алфименков В. П., Борзаков С. Б., Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Хрыкин А. С., Шаратов Э. И. Корреляции в угловом распределении гамма-квантов при захвате нейтронов в области р-резонанса  $^{117}\text{Sn}$  // Краткие сообщения ОИЯИ N 10-85. — Дубна, 1985. — С. 19–25.
213. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Об измерении углового момента изомера деления // Ядерная физика. 1985. Т. 41. С. 582–586 (Sov. J. Nucl. Phys. 1985. V. 41(3). P. 371–373).
214. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Сечение деления и угловое распределение осколков деления ориентированных ядер нейтронами промежуточных энергий ( $E < 1$  МэВ) — Препринт / ИАЭ-4099/2. — М.: ИАЭ, 1985.
215. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Оценка амплитуды гексадекапольной составляющей углового распределения осколков деления ориентированных ядер нейтронами промежуточных энергий ( $0.1 < E < 0.5$  МэВ) // Вопросы атомной науки и техники, серия: Общая и Ядерная физика. 1985. Вып. 2(31). С. 102–118.
216. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Несохранение чётности в сечении взаимодействия поляризованных нейтронов с выстроенными ядрами // Вопросы атомной науки и техники, серия: Общая и Ядерная физика. 1985. Вып. 4(33). С. 44; Тезисы 35-го совещ. по ядерной спектроскопии — Л.: Наука, 1985. — С. 414.
217. Бунаков В. Е., Гудков В. П. Т неинвариантные эффекты в ядерных реакциях // В кн.: Физика высоких энергий. Материалы 20-й зимней школы ЛИЯФ. — Л.: ЛИЯФ, 1985. — С. 189–219.
218. Calaprice F. P. Tests of time reversal invariance in nuclei // Nucl. Phys. A. 1985. V. 434. P. 515–524.
219. Flambaum V. V., Sushkov O. P. Angular and polarization correlations in the  $(n, \gamma)$  reaction // Nucl. Phys. A. 1985. V. 435. P. 352–380.

220. Франк И. М., Шаранов Э. И. Полуклассическое рассмотрение Р-чётных эффектов в реакции  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)$  // Краткие сообщения ОИЯИ N 11-85. — Дубна, 1985. — С. 5–10.
221. French J. B., Kota V. K. B., Pandey A., Tomsovic S. Bound on time-reversal noninvariance in the nuclear Hamiltonian // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 2313–2316.
222. Крупчицкий П. А. Фундаментальные исследования с поляризованными медленными нейтронами. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
223. Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O., Shida Y., Yoshikawa N., Sugimoto K., Yamakawa O., Kobayashi T., Takahashi N. Measurements of interaction cross sections and nuclear radii in the light p-shell region // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2676–2679.
224. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Об исследовании спиновой зависимости характеристик деления ориентированных ядер // Ядерная физика. 1986. Т. 43. С. 797–808 (Sov. J. Nucl. Phys. 1986. V. 43(4). P. 507–514).
225. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Спин-тензоры ориентации составных делящихся ядер, образующихся при захвате нейтронов // Ядерная физика. 1986. Т. 43. С. 1386–1395 (Sov. J. Nucl. Phys. 1986. V. 43(6). P. 892–898).
226. Барабанов А. Л. Несохранение временной чётности во взаимодействии нейтронов с выстроенными ядрами // Тезисы 36-го совещания по ядерной спектроскопии. — Л.: Наука, 1986. — С. 426.
227. Барабанов А. Л. Несохранение временной чётности во взаимодействии нейтронов с выстроенными ядрами // Вопросы атомной науки и техники, серия: Общая и Ядерная физика. 1986. Вып. 3(36). С. 36.
228. Барабанов А. Л. Несохранение временной чётности во взаимодействии нейтронов с выстроенными ядрами // Ядерная физика. 1986. Т. 44. С. 1163–1166 (Sov. J. Nucl. Phys. 1986. V. 44(5). P. 755–757).
229. Барышевский В. Г., Черепица С. В. Р- и Т-неинвариантные процессы при дифракции нейтронов в кристаллах // Вестник БГУ: серия 1. 1986. N 1. С. 3–6.
230. Бунаков В. Е., Гудков В. П. О резонансном усилении Т-нечётных эффектов. — Препринт / ЛИЯФ N 1236 (ноябрь 1986). — Л.: ЛИЯФ, 1986.
231. Davis C. A., Greeniaus L. G., Moss G. A., Hutcheon D. A., Miller C. A., Abegg R., Stetz A. W., Olsen W. C., Neilson G. C., Roy G., Uegaki J. Test of time reversal invariance in p-p elastic scattering at 198.5 MeV // Phys. Rev. C. 1986. V. 33. P. 1196–1207.
232. Gould C. R., Haase D. G., Seagondollar L. W., Soderstrum J. P., Nash K. E., Schneider M. B., Roberson N. R. Spin-spin potentials in  $^{27}\text{Al}_{pol} + n_{pol}$  and the nuclear Ramsauer effect // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 2371–2374.
233. Greene G. L. Preface // In: The Investigation of Fundamental Interactions with Cold Neutrons / Ed. G.L. Greene. — NBS Special Publication 711, Washington, 1986. — P. 5.
234. Kabir P. K. Tests of T-invariance with slow neutrons // In: The Investigation of Fundamental Interactions with Cold Neutrons / Ed. G.L. Greene. — NBS Special Publication 711, Washington, 1986. — P. 81–84.
235. Мастеров В. С., Работнов Н. С. Азимутально-асимметричная ориентация в экспериментах по делению ориентированных ядер // Ядерная физика. 1986. Т. 43. С. 28–33.
236. Мостовой Ю. А., Хахан О. В. Измерение эффектов нейтронного дихроизма для Br,  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{207}\text{Pb}$  // Ядерная физика. 1986. Т. 43. С. 3–5.
237. Самосват Г. С. Анизотропия упругого рассеяния нейтронов и свойства ядер // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 1986. Т. 17. С. 713–752.
238. Serot B. D., Walecka J. D. The relativistic nuclear many-body problem // Advances in Nuclear Physics. 1986. V. 16. P. 1–327.
239. Барабанов А. Л. О возможности экспериментального исследования корреляции парциальных нейтронных амплитуд в реакциях с ориентированными ядрами // Ядерная физика. 1987. Т. 45. С. 963–971 (Sov. J. Nucl. Phys. 1987. V. 45(4). P. 597–601).
240. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Об угловом распределении осколков деления ядер быстрыми нейтронами // Ядерная физика. 1987. Т. 46. С. 408–414 (Sov. J. Nucl. Phys. 1987. V. 46(2). P. 213–216).

241. Барабанов А. Л. Взаимодействие нейтронов с ориентированными ядрами. — Препринт / ИАЭ-4378/2. — М.: ЦНИИАтоминформ, 1987.
242. Барабанов А. Л. Лазерный метод ориентации ядер свободных атомов. — Препринт / ИАЭ-4486/2. — М.: ЦНИИАтоминформ, 1987.
243. Бирюков С. А., Бондаренко Л. Н., Жуков С. В., Захаров Ю. В., Зыков В. М., Кузнецов В. Л., Маланкин П. В., Мостовой В. И., Осочников А. А., Пугачёв С. П., Райцис В. И., Чёрный А. Н. Исследование эффекта несохранения пространственной чётности в нейтронных резонансах  $^{139}\text{La}$  и  $^{117}\text{Sn}$  // Ядерная физика. 1987. Т. 45. С. 1511–1514 (Sov. J. Nucl. Phys. 1987. V. 45. P. 937).
244. Bunakov V. E., Gudkov V. P. On the resonance enhancement of T-violating effects // In: Tests of Time-Reversal Invariance in Neutron Physics / Eds. N. R. Roberson, C. R. Gould and J. D. Bowman. — World Scientific, Singapore, 1987. — P. 175–183.
245. Данилин Б. В., Жуков М. В., Коршенинников А. А., Чулков Л. В., Эфрос В. Д. Трёх-частичные распады ядер  $^6\text{Be}$ ,  $^6\text{He}$  и энергетические спектры  $\alpha$ -частиц и нуклонов // Ядерная физика. 1987. Т. 46. С. 427–436.
246. French J. B., Kota V. K. B., Pandey A., Tomsovic S. Symmetries and quantum chaos: time-reversal invariance in the nucleon-nucleon interaction // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2400–2403.
247. Hnizdo V., Kemper K. W. Spin-spin dependence of total cross sections as an effect of static nuclear deformation // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 1892–1894.
248. Kuno Y., Nagamine K., Yamazaki T. Polarization transfer from polarized nuclear spin to  $\mu^-$  spin in muonic atom // Nucl. Phys. A. 1997. V. 475. P. 615–629.
249. Шарпов Э. И. Р-чётные угловые корреляции в резонансных ( $n, \gamma$ ) и ( $p, \gamma$ ) реакциях // В кн.: Международная школа по нейтронной физике, Алушта, 1986. — Дубна, ОИЯИ, 1987. — С. 113–122.
250. Вульфсон К. С. О моменте количества движения электромагнитных волн // УФН. 1987. Т. 152. С. 667–674.
251. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. Поляризация и выстроенность осколков деления ядер // Ядерная физика. 1988. Т. 47. С. 648–656 (Sov. J. Nucl. Phys. 1988. V. 47(3). P. 411–416).
252. Барабанов А. Л., Гречухин Д. П. О возможности совместного измерения в поляризационном эксперименте спина резонанса и К-распределения в этом резонансе по выходу мгновенных нейтронов деления // Ядерная физика. 1988. Т. 48. С. 940–944 (Sov. J. Nucl. Phys. 1988. V. 48(4). P. 599–601).
253. Барабанов А. Л. Несохранение временной чётности во взаимодействии нейтронов с выстроенными ядрами // В кн.: Нейтронная физика (Материалы Междунар. конф. по нейтронной физике, Киев, 1987), Т. 1. — М.: ЦНИИАтоминформ, 1988. — С. 107–111.
254. Bunakov V. E. Enhancement effects of the P conserving T invariance violation in neutron transmission // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 2250–2253.
255. Ефимов В. Н. Угловое распределение и поляризация  $\gamma$ -квантов в резонансных реакциях с поляризованными частицами. Общий формализм. — Препринт / ОИЯИ Р4-88-528. — Дубна, 1988; Угловое распределение и поляризация  $\gamma$ -квантов в резонансных реакциях с поляризованными частицами. Интерференция двух уровней. — Препринт / ОИЯИ Р4-88-848. — Дубна, 1988.
256. Furman W. I., Kliman J. Fluctuations of fission characteristics and the structure of fission channels // In: Proceedings of the 17th International Symposium on Nuclear Physics, Gaussig, 1987 / Eds. D. Seeliger and H. Kalka. — ZfK-646, Dresden, 1988. — P. 142–147.
257. Гонин Н. Н., Гусейнов М. А., Козловский Л. К., Работнов Н. С., Тамбовцев Д. И. Исследование спиновой зависимости делимости в экспериментах по делению ориентированных ядер  $^{235}\text{U}$  быстрыми нейтронами // Ядерная физика. 1988. Т. 48. С. 1626–1634.

258. Хриплович И. Б. Несохранение чётности в атомных явлениях. — 2-е изд. — М.: Наука, 1988.
259. Воспоминания об Игоре Васильевиче Курчатове / Под ред. А. П. Александрова. — М.: Наука, 1988.
260. Vanhoy J. R., Bilpuch E. B., Shriner J. F. Jr., Mitchell G. E. Nuclear spectroscopy of parity-nonconserving neutron resonance experiments // *Z. Phys. A*. 1988. V. 331. P. 1–10.
261. Zare R. N. Angular momentum. Understanding Spatial Aspects in Chemistry and Physics. — A Wiley-Interscience Publication, John Wiley and Sons, New York-Chichester-Brisbane-Toronto-Singapore, 1988 (*Зар Р.* Теория углового момента. О пространственных эффектах в физике и химии. — М.: Мир, 1993).
262. Барабанов А. Л., Кузнецов В. Л. Т-неинвариантный эффект в упругом рассеянии нейтронов // Вопросы атомной науки и техники, серия: Ядерно-физические исследования. 1989. Вып. 2. С. 26.
263. Барабанов А. Л. Т-неинвариантный эффект в дифракционном рассеянии нейтронов // Вопросы атомной науки и техники, серия: Ядерно-физические исследования. 1989. Вып. 2. С. 27.
264. Barabanov A. L., Kuznetsov V. L. Possible test of T-invariance in neutron elastic scattering // *Phys. Lett. B*. 1989. V. 232. P. 151–153; // *Errata* 1990. V. 244. P. 580.
265. Барабанов А. Л. Оценка скорости оптической ориентации ядер тяжелых элементов. — Препринт / ИАЭ-4863/2. — М.: ЦНИИатоминформ, 1989.
266. Bowman C. D., Bowman J. D., Yuan V. W. Parity violation in the 0.734-eV neutron resonance in  $^{139}\text{La}$  // *Phys. Rev. C*. 1989. V. 39. P. 1721–1724.
267. Bunakov V. E., Weidenmuller H. A. Detailed-balance test of time-reversal symmetry for a pair of close-lying resonances // *Phys. Rev. C*. 1989. V. 39. P. 70–75.
268. Данилин Б. В., Жуков М. В., Коршенинников А. А., Чулков Л. В., Эфрос В. Д. Расчёт состояний  $0^+ T = 1$  ядер  $^6\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$ ,  $^6\text{Be}$  в трёхчастичной  $(\alpha + 2N)$ -модели с локальными потенциалами // *Ядерная физика*. 1989. Т. 49. С. 351–359.
269. Данилин Б. В., Жуков М. В., Коршенинников А. А., Чулков Л. В., Эфрос В. Д. Исследование структуры состояний изобарического триплета ядер  $A = 6$  с  $J^\pi = 0^+$  // *Ядерная физика*. 1989. Т. 49. С. 360–366.
270. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. — 4-е изд. — М.: Наука, 1989.
271. Masuda Y., Adachi T., Masaike A., Morimoto K. Longitudinal asymmetry in a neutron radiative capture reaction of  $^{139}\text{La}$  // *Nucl. Phys. A*. 1989. V. 504. P. 269–276.
272. Moore M. S., Leal L. C., de Saussure G., Perez R. B., Larson N. M. Resonance structure in the fission of  $(^{235}\text{U} + n)$  // *Nucl. Phys. A*. 1989. V. 502. P. 443c–452c.
273. Алфименков В. П., Борзаков С. Б., Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Ской В. Р., Хрыкин А. С., Шарапов Э. И. Р-чётные эффекты в реакции  $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)$  в области резонанса  $E_p = 7$  эВ // *Ядерная физика*. 1990. Т. 52. С. 927–932.
274. Brosa U., Grossmann S., Mueller A. Nuclear scission // *Phys. Rep.* 1990. V. 197. P. 167–262.
275. Bunakov V. E., Davis E. D., Weidenmuller H. A. Tests of fundamental symmetries on isolated compound-nucleus resonances. *Phys. Rev. C*. 1990. V. 42. P. 1718–1730.
276. Gudkov V. P. T-violation effects in  $(n, d)$  elastic scattering // *Z. Phys. A*. 1990. V. 337. P. 247–249.
277. Gould C. R., Haase D. G., Roberson N. R., Postma H., Bowman J. D. Parity and time reversal violation in resonance neutron total cross sections with polarized targets // *Int. J. Mod. Phys. A*. 1990. V. 5. P. 2181–2194.
278. Ляпин Д. И., Саламатин И. М., Сиротин А. П., Ской В. Р., Тишин В. Г., Шарапов Э. И. Асимметрия «вперёд-назад» выхода  $\gamma$ -квантов с  $E_\gamma = 9325$  кэВ в реакции  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)$  в эпитепловой области // *Сообщения ОИЯИ*. РЗ-90-125. — Дубна, 1990.
279. Ской В. Р., Шарапов Э. И. Полные и парциальные нейтронные сечения  $^{117}\text{Sn}$  при  $E < 5$  эВ // *Сообщения ОИЯИ*. РЗ-90-126. — Дубна, 1990.

280. *Smith K. F., Crampin N., Pendlebury J. M., Richardson D. J., Shiers D., Green K., Kilvington A. I., Moir J., Prosper H. B., Thompson D., Ramsey N. F., Heckel B. R., Lamoreaux S. K., Ageron P., Mampe W., Steyerl A.* A search for the electric dipole moment of the neutron // *Phys. Lett. B.* 1990. V. 234. P. 191–196.
281. *Терлецкий Я. П., Рыбаков Ю. П.* Электродинамика. — 2-е изд. — М.: Высшая школа, 1990.
282. *Алфименков В. П., Мареев Ю. Д., Пикельнер Л. Б., Ской В. Р., Швецов В. Н.* Исследование несохранения чётности в нейтронных резонансах Rb и  $^{113}\text{Cd}$  // *Ядерная физика.* 1991. Т. 54. С. 1489–1494.
283. *Барабанов А. Л.* Об угловом моменте и обобщенном угловом моменте классического электромагнитного поля. — Препринт / ИАЭ-5320/1. — М.: ЦНИИАтоминформ, 1991.
284. *Барабанов А. Л.* Р-нечётные эффекты во взаимодействии нейтронов с ядрами  $^{117}\text{Sn}$  и  $^{139}\text{La}$  и положения отрицательных резонансов // *Ядерная физика.* 1991. Т. 54. С. 1538–1542 (*Sov. J. Nucl. Phys.* 1991. V. 54(6). P. 941–943).
285. *Данилин Б. В., Жуков М. В., Коршенинников А. А., Чулков Л. В.* Исследование состояний ядер  $A = 6$  ( $J^\pi = 0^+, 1^+$ ) в микроскопической  $\alpha + 2N$ -модели методом гиперсферических функций // *Ядерная физика.* 1991. Т. 53. С. 71–85.
286. *Frankle C. M., Bowman J. D., Bush J. E., Delheij P. P. J., Gould C. R., Haase D. G., Knudson J. N., Mitchell G. E., Penttila S., Postma H., Roberson N. R., Seestrom S. J., Szymanski J. J., Yoo S. H., Yuan V. W., Zhu X.* Sign correlations and parity nonconservation for neutron resonances in  $^{232}\text{Th}$  // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 67. P. 564–567.
287. *Гагарский А. М., Голосовская С. П., Лантев А. Б., Петров Г. А., Петухов А. К., Плева Ю. С., Соколов В. Е., Щербаков О. А.* Исследование свойств р-резонансов в делении  $^{235}\text{U}$  нейтронами с энергией  $1 \div 136$  эВ // *Письма в ЖЭТФ.* 1991. Т. 54. С. 9–12.
288. *Gudkov V. P.* Theory of T violating P conserving effects in neutron-induced reactions // *Nucl. Phys. A.* 1991. V. 524. P. 668–680.
289. *Khriplovich I. B.* What do we know in fact about T-odd but P-even interactions? // *Nucl. Phys. B.* 1991. V. 352. P. 385–401.
290. *Koster J. E., Davis E. D., Gould C. R., Haase D. G., Roberson N. R., Seagondollar L. W., Wilburn S., Zhu X.* Direct reaction test of T violation in 2 MeV neutron scattering from aligned  $^{165}\text{Ho}$  // *Phys. Lett. B.* 1991. V. 267. P. 23–26.
291. *Newbury N. R., Barton A. S., Bogorad P., Cates G. D., Gatzke M., Saam B., Han L., Holmes R., Souder P. A., Xu J., Benton D.* Laser polarized muonic helium // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 67. P. 3219–3222; Erratum // 1992. V. 69. P. 391.
292. *Пикельнер Л. Б.* Р-нечётные эффекты в нейтронных реакциях и соотношения между ними // В кн.: VI Международная школа по нейтронной физике. Сборник лекций. Т. 1. / ДЗ,14-91-154. — Дубна, ОИЯИ, 1991. — С. 233–241.
293. *Pilz W., Neubert W.* Angular distributions of prompt  $\gamma$  rays in the binary and the light charged particle accompanied fission modes of  $^{252}\text{Cf}$  // *Z. Phys. A.* 1991. V. 338. P. 75–87.
294. *Соколов И. В.* Момент импульса электромагнитной волны, эффект Садовского и генерация магнитных полей в плазме // *УФН.* 1991. Т. 161, Вып. 10. С. 175–190.
295. *Yuan V. W., Bowman C. D., Bowman J. D., Bush J. E., Delheij P. P. J., Frankle C. M., Gould C. R., Haase D. G., Knudson J. N., Mitchell G. E., Penttila S., Postma H., Roberson N. R., Seestrom S. J., Szymanski J. J., Zhu X.* Parity nonconservation in polarized-neutron transmission through  $^{139}\text{La}$  // *Phys. Rev. C.* 1991. V. 44. P. 2187–2194.
296. *Altarev I. S., Borisov Yu. V., Borovikova N. V., Ivanov S. N., Kolomensky E. A., Lasakov M. S., Lobashev V. M., Nazarenko V. A., Pirozhkov A. N., Serebrov A. P., Sobolev Yu. V., Shulgina E. V., Yegorov A. I.* New measurement of the electric dipole moment of the neutron // *Phys. Lett. B.* 1992. V. 276. P. 242–246.
297. *Барабанов А. Л.* Полуклассический анализ угловых корреляций в  $(n, \gamma)$ -реакции вблизи р-резонанса // *Ядерная физика.* 1992. Т. 55. С. 1876–1884 (*Sov. J. Nucl. Phys.* 1992. V. 55(7). P. 1039–1043).

298. Барabanов А. Л. Об угловой анизотропии  $\gamma$ -квантов в  $(n, \gamma)$ -реакции вблизи р-резонанса // Ядерная физика. 1992. Т. 55. С. 2421–2433 (Sov. J. Nucl. Phys. 1992. V. 55(10). P. 1513–1520).
299. Barabanov A. L. Problem of P- and T-invariance of nuclear interactions and neutron resonances // Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei (Abstracts) / JINR, E1,3,6,15-92-241. — Dubna, 1992. — P. 23.
300. Conti R. S., Khriplovich I. B. New limits on T-odd, P-even interactions // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 3262–3265.
301. Deutsch J. The future of muon physics: Nuclear muon capture // Z. Phys. C. 1992. V. 56. P. S143–S145.
302. Frankle C. M., Bowman C. D., Bowman J. D., Seestrom S. J., Sharapov E. I., Popov Yu. P., Roberson N. R. Neutron resonance spectroscopy on  $^{113}\text{Cd}$ : The p-wave levels // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 2143–2146.
303. Frankle C. M., Bowman J. D., Bush J. E., Delheij P. P. J., Gould C. R., Haase D. G., Knudson J. N., Mitchell G. E., Penttila S., Postma H., Roberson N. R., Seestrom S. J., Szymanski J. J., Yoo S. H., Yuan V. W., Zhu X. Parity nonconservation for neutron resonances in  $^{232}\text{Th}$  // Phys. Rev. C. 1992. V. 46. P. 778–787.
304. Gudkov V. P. On CP violation in nuclear reactions // Phys. Rep. 1992. V. 212. P. 77–105.
305. Koonin S. E., Johnson C. W., Vogel P. Optical model description of parity-nonconserving neutron resonances // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 1163–1166.
306. Смородинский Я. А., Шелепин А. Л., Шелепин Л. А. Групповые и вероятностные основы квантовой теории // УФН. 1992. Т. 162. С. 1–95.
307. Weinberg S. Dreams of a final theory. — Vintage Books, A Division of Random House, Inc., New York. — 1st edition 1992, 2d edition 1993 (*Вайнберг С.* Мечты об окончательной теории. — М.: Едиториал УРСС, 2004).
308. Barabanov A. L. Problem of P- and T-invariance of nuclear interactions and neutron resonances // In: Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei (Proceedings of the 3-d International Symposium on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei, Dubna, 1992) / Ed. Ts.D. Vylov. — World Scientific, Singapore–New Jersey–London–Hong Kong, 1993. — P. 432–435.
309. Barabanov A. L., Sharapov E. I., Skoy V. R., Frankle C. M. Testing T-odd, P even interactions with  $\gamma$  rays from neutron p-wave resonances // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 1216–1219.
310. Барabanов А. Л. Об угловом моменте в классической электродинамике // УФН. 1993. Т. 163, Вып. 11. С. 75–82.
311. Beyer M. Test of time-reversal symmetry in the proton-deuteron system // Nucl. Phys. A. 1993. V. 560. P. 895–908.
312. Ciechanowicz S., Popov N. T-violation in muon capture // Contribution to Workshop on Symmetry Tests in Semi-Leptonic and Leptonic Weak Interactions, 2–4 June 1993, Louvain-la-Neuve.
313. Congleton J. G., Fearing H. W. Determination of the nucleon pseudoscalar coupling using muon capture by  $^3\text{He}$  // Nucl. Phys. A. 1993. V. 552. P. 534–548.
314. Conzett H. E. Null tests of time-reversal invariance // Phys. Rev. C. 1993. V. 48. P. 423–428.
315. Данилин Б. В., Жуков М. В. Резонансное  $3 \rightarrow 3$ -рассеяние и структура возбуждённых состояний ядер  $A = 6$  // Ядерная физика. 1993. Т. 56, Вып. 4. С. 67–83.
316. Desplanques B., Noguera S. Parity non-conservation at the peak of p-resonances in low-energy neutron-nucleus scattering // Nucl. Phys. A. 1993. V. 561. P. 189–200.
317. Джисибутти Р. И., Шитикова К. В. Метод гиперсферических функций в атомной и ядерной физике. — М.: Энергоатомиздат, 1993.
318. Shimizu H. M., Adachi T., Ishimoto S., Masaike A., Masuda Y., Morimoto K. Longitudinal asymmetry and  $\gamma$ -ray angular distribution in neutron-radiative-capture reactions // Nucl. Phys. A. 1993. V. 552. P. 293–305.

319. *Shulgina N. B., Danilin B. V.* Charged- and neutral-current disintegration of the  ${}^6\text{Li}$  nucleus by solar neutrino and reactor antineutrino // Nucl. Phys. A. 1993. V. 554. P. 137–157.
320. *Шульгина Н. Б., Данилин Б. В.* Захват мюона ядром  ${}^6\text{Li}$  в трёхчастичной  $\alpha + 2N$  модели. — Препринт / ИАЭ-5681/2. — М.: Курчатовский институт, 1993.
321. *Zhukov M. V., Danilin B. V., Fedorov D. V., Bang J. M., Thompson I. J., Vaagen J. S.* Bound state properties of Borromean halo nuclei:  ${}^6\text{He}$  and  ${}^{11}\text{Li}$  // Phys. Rep. 1993. V. 231. P. 151–199.
322. *Barabanov A. L.* Fission fragment orientation and  $\gamma$  ray angular anisotropy // Ядерная физика. 1994. Т. 57, Вып. 7. С. 1225–1230 (Physics of Atomic Nuclei, 1994. V. 57(7). P. 1157–1162).
323. *Barabanov A. L.* P- and T-noninvariant effects in the model with coupled channels // In: Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 2-d International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 1994) / JINR, E3-94-419. — Dubna, 1994. — P. 42–49.
324. *Barabanov A. L., Furman W. I.* New theoretical possibilities of describing P-even and P-odd angular correlations of fission fragments from resonance neutron induced fission // Proceedings of International Conference on Nuclear Data for Science and Technology (Gatlinburg, Tennessee, 1994). V. 1. / Ed. J. K. Dickens. — 1994. — P. 448–450.
325. *Delorm J., Ericsson M.* s-wave pion-nucleus interaction and weak coupling constants // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. R1763-R1767.
326. *Drake J. M., Bilpuch E. G., Mitchell G. E., Shriner J. F. Jr.* Detailed-balance tests of time-reversal invariance with interfering charged-particle resonances // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 411–419.
327. *Haxton W. C., Horing A., Musolf M. J.* Constraints on T-odd and P-even hadronic interactions from nucleon, nuclear, and atomic electric dipole moments // Phys. Rev. D. 1994. V. 50. P. 3422–3432.
328. *Hnizdo V., Gould C. R.* Optical-model description of time-reversal violation in neutron-nucleus scattering. Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. R612–R615.
329. *Hnizdo V.* Observables for polarized neutrons transmitted through polarized targets // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 2639–2642.
330. *Holloway D.* Stalin and the Bomb. The Soviet Union and Atomic Energy 1939–1956. — Yale University Press, New Haven–London, 1994 (*Холловэй Д.* Сталин и бомба. Советский Союз и атомная энергия 1939–1956. — Новосибирск: Сибирский хронограф, 1997).
331. *Koster J. E., Davis E. D., Gould C. R., Haase D. G., Huffman P. R., Roberson N. R.* The TUNL five-fold correlation experiment // In: Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions (Proceedings of the 2-nd International Workshop on Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions, Dubna, 1993) / Eds. C. R. Gould, J. D. Bowman, Yu. P. Popov. — World Scientific, Singapore, 1994. — P. 144–150.
332. *Кузьмин В. А., Овчинникова А. А., Тетерева Т. В.* Захват мюонов ядрами  ${}^{10,11}\text{B}$ : чувствительность к выбору ядерной модели // Ядерная физика. 1994. Т. 57. С. 1954–1963 (Physics of Atomic Nuclei. 1994. Т. 57(11). P. 1881–1889).
333. *Lamoreaux S. K., Golub R.* General analysis for experimental studies of time-reversal-violating effects in slow neutron propagation through polarized matter // Phys. Rev. D. 1994. V. 50. P. 5632–5638.
334. *Oziewicz Z., Popov N.* On T-violation in muon capture by oxygen // Phys. Lett. B. 1994. V. 324. P. 10–13.
335. *Schreckenbach K., van Kliken J., Last J.* TRI tests by internal pair production following polarized neutron capture // In: Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions (Proceedings of the 2-nd International Workshop on Time Reversal

- Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions, Dubna, 1993) / Eds. C.R. Gould, J.D. Bowman, Yu.P. Popov. — World Scientific, Singapore, 1994. — P. 187–192.
336. *Skoj V. R., Sharapov E. I.* Measurement of T-odd, P-even effects in  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)^{118}\text{Sn}$  reaction // In: Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions (Proceedings of the 2-nd International Workshop on Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions, Dubna, 1993) / Eds. C.R. Gould, J.D. Bowman, Yu.P. Popov. — World Scientific, Singapore, 1994. — P. 183–186.
337. *Алфименков В. П., Пикельнер Л. Б.* Эксперименты с поляризованными нейтронами и поляризованными ядрами // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 1995. Т. 26. С. 1524–1538.
338. *Brudanin V., Egorov V., Filipova T., Kachalkin A., Kovalenko V., Salamatin A., Shitov Yu., Stekl I., Vassiliev S., Vorobel V., Vylov Ts., Yutlandov I., Zaparov Sh., Deutsch J., Prieels R., Grenacs L., Rak J., Briancon Ch.* Measurement of the induced pseudoscalar form factor in the capture of polarized muons by Si nuclei // Nucl. Phys. A. 1995. V. 587. P. 577–595.
339. *Conzett H. E.* Tests of time-reversal invariance in nuclear and particle physics // Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 1041–1046.
340. *Jacobs J. P., Klipstein W. M., Lamoreaux S. K., Heckel B. R., Fortson E. N.* Limit on the electric-dipole moment of  $^{199}\text{Hg}$  using synchronous optical pumping // Phys. Rev. A. 1995. V. 52. P. 3521–3540.
341. *Самосват Г. С.* Исследования  $p$ -волнового рассеяния нейтронов ядрами // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 1995. Т. 26. С. 1567–1596.
342. *Серебров А. П., Петухов А. К., Вальский Г. В., Петров Г. А., Плева Ю. С.* Эффект прецессии спина нейтрона вблизи  $p$ -волнового резонанса  $^{139}\text{La}$  // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. С. 529–534 (JETP Lett. 1995. V. 62. P. 545).
343. *Скоj В. Р.* Поиск нарушения Т-инвариантности в реакциях  $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}\text{Cd}$  и  $^{117}\text{Sn}(n, \gamma)^{118}\text{Sn}$  с неполяризованными нейтронами вблизи  $p$ -волновых резонансов: Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. — Дубна, 1995.
344. *Таран Ю. В.* Нейтронная физика — поле для золотых идей Ф. Л. Шапиро // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 1995. Т. 26. С. 1436–1448.
345. *Алфименков В. П., Ласонь Л., Мареев Ю. Д., Новшцкий В. В., Пикельнер Л. Б., Скоj В. Р., Цулая М. И., Черников А. Н.* Изучение эффекта нарушения чётности при взаимодействии нейтронов с поляризованным лантаном // Ядерная физика. 1996. Т. 59. С. 1929–1933 (Phys. Atom. Nucl. 1996. V. 59. P. 1861–1864).
346. *Барабанов А. Л., Гапонов Ю. В., Данилин Б. В., Шульгина Н. Б.* Захват мюонов ориентированными ядрами — новые возможности для изучения индуцированного псевдоскалярного взаимодействия // Ядерная физика. 1996. Т. 59, Вып. 11. С. 1940–1947 (Physics of Atomic Nuclei. 1996. V. 59(11). P. 1871–1878).
347. *Bolotsky V. P., Ermakov O. N., Golub R., Karpikhin I. L., Krupchitsky P. A., Lamoreaux S.* The measurement of parity violating neutron spin rotation in  $^{207}\text{Pb}$  and natural Pb // Ядерная физика. 1996. Т. 59. С. 1873–1875.
348. *Engel J., Frampton P. H., Springer R. P.* Effective Lagrangians and parity-conserving time-reversal violation at low energies // Phys. Rev. D. 1996. V. 33. P. 5112–5114.
349. *Gudkov V. P.* The CP-odd Nucleon Interaction and the Value of T-Violation in Nuclei // In: Parity and Time Reversal Violation in Compound Nuclear States and Related Topics / Eds. N. Auerbach and J. D. Bowman. — World Scientific, Singapore, 1996. — P. 231–252.
350. *Herczeg P.* Theoretical aspects of searches for time reversal violation in neutron transmission // In: Parity and Time Reversal Violation in Compound Nuclear States and Related Topics / Eds. N. Auerbach and J. D. Bowman. — World Scientific, Singapore, 1996. — P. 214–230.
351. *Khriplovich I. B.* What do we learn from atomic physics about fundamental symmetries? // In: Parity and Time Reversal Violation in Compound Nuclear States and Related



- Topics / Eds. N. Auerbach and J.D. Bowman. — World Scientific, Singapore, 1996. — P. 354–373.
352. *Mitchell G. E., Shriner J. F. Jr.* Parity violation in charged-particle resonance reactions // *Phys. Rev. C.* 1996. V. 54. P. 371–382.
353. *Ressell M. T., Engel J., Vogel P.* Limit on T-violation P-conserving  $\rho NN$  interaction from the  $\gamma$  decay of  $^{57}\text{Fe}$  // *Phys. Rev. C.* 1996. V. 53. P. 2546–2549.
354. *Рубаков В. А., Шапошников М. Е.* Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях // *УФН.* 1996. Т. 166. С. 493–537.
355. *Serebrov A. P.* T-violation and neutron optics experiments // In: *Parity and Time Reversal Violation in Compound Nuclear States and Related Topics* / Eds. N. Auerbach and J.D. Bowman. — World Scientific, Singapore, 1996. — P. 327–333.
356. *Skoj V.* Analysis for an experimental study of time-reversal-violating effects in polarized neutron propagation through a polarized target // *Phys. Rev. D.* 1996. V. 53. P. 4070–4073.
357. *Barabanov A. L.* Model for resonance enhancement of P- and T-noninvariant effects in neutron reactions // *Nucl. Phys. A.* 1997. V. 614. P. 1–43.
358. *Барабанов А. Л.* Т-неинвариантный эффект в захвате мюона ядром  $^6\text{Li}$  с распадом в непрерывный спектр // *Ядерная физика.* 1997. Т. 60, Вып. 1. С. 10–15 (*Physics of Atomic Nuclei.* 1997. V. 60(1). P. 6–11).
359. *Barabanov A. L., Furman W. I.* Recent progress in the theory of fission induced by slow neutrons // In: *Proceedings of International Conference on Dynamical Aspects of Nuclear Fission (Casta-Papiernicka, Slovak Republic, 1996)* / Eds. J. Kliman and B.I. Pustyl'nik. — JINR, Dubna, 1997. — P. 64–75.
360. *Barabanov A. L., Furman W. I.* Formal theory of neutron induced fission // *Z. Phys. A.* 1997. V. 357. P. 411–418.
361. *Barabanov A. L., Furman W. I.* Unified approach to description of interference effects in the fission process // In: *Proceedings of International Conference on Nuclear Data for Science and Technology (Trieste, 1997)* / Eds. G. Reffo, A. Ventura and C. Grandi. — Italian Physical Society, Bologna, 1997. — P. 190–192.
362. *Barabanov A. L. and Ereemeev I. P.* On production of polarized neutrons by magnetic bremsstrahlung  $\gamma$ -rays // *Phys. Lett. B.* 1997. V. 401. P. 224–228.
363. *Baryshevsky V. G.* T-violating neutron spin rotation and spin dichroism in crystals // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 1997. V. 23. P. 509–515.
364. *Beda A. G., Bazhanov N. A., Budkovsky P. E., Bunyatova E. I., Mikhailov A. V., Novitsky V. V., Pinchuk A. N.* Proton polarizing filter for the neutrons // In: *Proceedings of the 12-th International Symposium on High Energy Spin Physics (SPIN 96) (Amsterdam, The Neterland, 1996)* / Eds. C. W. de Jager, T. J. Ketel. P. J. Mulders, J. E. J. Oberski and M. Oskam-Tamboezer. — World Scientific, Singapore, 1997. — P. 207–209.
365. *Bunakov V. E., Pikelner L. B.* Parity and time reversal violation in neutron-nucleus reactions // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 1997. V. 39. P. 337–392.
366. *Furman W. I.* New pulsed neutron source of the JINR — the IREN project // In: *Dynamical Aspects of Nuclear Fission (Proceedings of International Conference on Dynamical Aspects of Nuclear Fission, Casta-Papiernicka, Slovak Republic, 1996)* / Eds. J. Kliman and B. I. Pustyl'nik. — JINR, Dubna, 1997. — P. 394–414.
367. *Grigorenko L.* Electromagnetic and weak interactions in light exotic nuclei. — Department of Physics, Chalmers University of Technology and Geteborg University, Geteborg, 1997.
368. *Huffman P. R., Roberson N. R., Wilburn W. S., Gould C. R., Haase D. G., Keith C. D., Raichle B. W., Seely M. L., Walston J. R.* Test of parity-conserving time-reversal invariance using polarized neutrons and nuclear spin aligned holmium // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 55. P. 2684–2696.

369. *Khriplovich I. B., Lamoreaux S. K.* CP Violation Without Strangeness. Electric Dipole Moments of Particle, Atoms, and Molecules. — Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1997.
370. *Moftah B. A., Gete E., Measday D. F., Armstrong D. S., Bauer J., Gorringe T. P., Johnson B. L., Siebels B., Stanislaus S.* Muon capture in  $^{28}\text{Si}$  and  $g_p/g_a$  // Phys. Lett. B. 1997. V. 395. P. 157–162.
371. *Simonius M.* Constrains on parity-even time reversal violation in the nucleon-nucleon system and its connection to charge symmetry breaking // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 4161–4164.
372. *Singer P., Kopach Yu., Mutterer M., Klemens M., Hotzel A., Schwalm D., Thierolf P., Hesse M.* New results on  $\gamma$  emission in binary and ternary fission of  $^{252}\text{Cf}$  // In: Dynamical Aspects of Nuclear Fission (Proceedings of International Conference on Dinamical Aspects of Nuclear Fission, Casta-Papiernicka, Slovak Republic, 1996) / Eds. J. Kliman and B. I. Pustyl'nik. — JINR, Dubna, 1997. — P. 262–269.
373. *Тамбовцев Д. И., Козловский Л. К., Гоним Н. Н., Работнов Н. С., Копач Ю. Н., Попов А. Б., Фурман В. И., Климан Я., Постма Г., Богдзель А. А., Гусейнов М. А.* Экспериментальные исследования энергетической зависимости угловой анизотропии осколков при делении ориентированных ядер  $^{235}\text{U}$  резонансными нейтронами // Ядерная физика. 1997. Т. 60. С. 981–987 (Physics of Atomic Nuclei. 1997. V. 60. P. 877).
374. *Barabanov A. L., Skoy V. R.* Possible test of T-invariance in the elastic scattering of polarized neutrons by unpolarized nuclei // In: 6-th International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei (Abstracts), JINR, E3-98-70. — Dubna, 1998. — P. 75.
375. *Barabanov A. L., Skoy V. R.* Possible test of T-invariance in the elastic scattering of polarized neutrons by unpolarized nuclei // Nucl. Phys. A. 1998. V. 644. P. 54–74.
376. *Barabanov A. L.* New possibilities of studying induced pseudoscalar interaction and T invariance in muon capture by polarized and aligned nuclei // Ядерная физика. 1998. Т. 61, Вып. 7. С. 1282–1285 (Physics of Atomic Nuclei. 1998. V. 61(7). P. 1182–1185).
377. *Barabanov A. L.* Induced pseudoscalar coupling in muon capture and second-order corrections. — Preprint / IAE-6119/2. — М.: 1998; nucl-th/9903054.
378. *Davis E. D., Gould C. R.* On-resonance deformation effect measurements: A probe of order within chaos in the nucleus // Phys. Rev. C. 1998. V. 57. P. 648–654.
379. *Desplanques B.* Parity-non-conservation in nuclear forces at low energy: phenomenology and questions // Phys. Rep. 1998. V. 297. P. 1–62.
380. *Eversheim P. D.* Problems and advantages of measuring parity and time-reversal invariance in nuclei // Nucl. Phys. A. 1998. V. 629. P. 471c–474c.
381. *Huffman P. R., Gould C. R., Haase D. G.* The deformation effect and time-reversal violation in neutron resonances // J. Phys. G: Nucl. Phys. 1998. V. 24. P. 763–770.
382. *Lyuboshits V. V., Lyuboshits V. L.* Notes on T-invariance and polarization effects in the elastic scattering of a particle with spin 1/2 on the unpolarized target // In: 6-th International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei (Abstracts), JINR, E3-98-70. — Dubna, 1998. — P. 76.
383. *Lyuboshits V. V., Lyuboshits V. L.* Notes on T-invariance and polarization effects in the elastic scattering of a particle with spin 1/2 on the unpolarized target // In: Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 6-d International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 1998). / JINR, E3-98-202. — Dubna, 1998. — P. 311–318.
384. *Stephenson S. L., Bowman J. D., Crawford B. E., Delheij P. P. J., Frankle C. M., Inuma M., Knudson J. N., Lowie L. Y., Masaike A., Matsuda Y., Mitchell G. E., Penttila S. I., Postma H., Roberson N. R., Seestrom S. J., Sharapov E. I., Yen Y.-F., Yuan V. W.* Parity nonconservation in neutron resonances in  $^{232}\text{Th}$  // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 1236–1246.

385. *Wiaux V., Deutsch J., Govaerts J., Lehmann J., Otto T., Prieels R., Brudanin V. B., Egorov V. G., Rak J., Lou K., Petitjean C., Truol P.* Muon capture on 11-B: pseudoscalar coupling and the hyperfine effect // Ядерная физика. 1998. Т. 61 (Phys. Atom. Nucl. 1998. V. 61. P. 1301–1306).
386. *Adams F., Laughlin G.* The Five Ages of the Universe. — The Free Press, Simon and Schuster, New York–London–Toronto–Sydney–Singapore, 1999 (Адамс Ф., Лафлин Г. Пять возрастов Вселенной. — Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006).
387. *Alfimenkov V. P., Chernikov A. N., Lason L., Mareev Y. D., Novitski V. V., Pikelner L. B., Skoy V. R., Tsulaya M. I., Gagarski A. M., Guseva I. S., Golosovskaya S. P., Krasnoschokova I. A., Morozov A. M., Petrov G. A., Petrova V. I., Petukhov A. K., Pleva Y. S., Sokolov V. E., Val'ski G. V., Soloviev S. M.* Investigation of parity violation and interference effects in  $^{235}\text{U}$  fission induced by resonance neutrons // Nucl. Phys. A. 1999. V. 645. P. 31–46.
388. *Varabanov A. L.* Spin-orbit-like terms in semileptonic weak Hamiltonian // Eur. Phys. J. A. 1999. V. 6. P. 373–374.
389. *Бунаков В. Е., Новиков И. С., Ской В. Р.* Сравнительный анализ экспериментов по проверке Т- и Р-инвариантности в нейтронных ядерных реакциях // Ядерная физика. 1999. Т. 62. С. 855–871.
390. *Davis E. D., Gould C. R.* Extraction of bounds on time-reversal non-invariance from neutron reactions // Phys. Lett. B. 1999. V. 447. P. 209–215.
391. *Harris P. G., Baker C. A., Green K., Iaydjiev P., Ivanov S., May D. J. R., Pendlebury J. M., Shiers D., Smith K. F., van der Grieten M., Geltenbort P.* New experimental limit on the electric dipole moment of the neutron // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 904–907.
392. *Jesinger P., Danilyan G. V., Gagarski A. M., Geltenbort P., Goennenwein F., Koetzle A., Korobkina Ye. I., Mutterer M., Nesvizhevsky V., Neumaier S. R., Pavlov V. S., Petrov G. A., Petrova V. I., Schmidt K., Shwachkin V. B., Zimmer O.* Interference effect in angular distribution of outgoing particles in ternary fission induced by cold polarized neutrons // Ядерная физика. 1999. Т. 62. С. 1723–1725.
393. *Kopach Yu. N., Singer P., Mutterer M., Klemens M., Hotzel A., Schwalm D., Thierolf P., Hesse M., Goennenwein F.* Angular anisotropy of prompt  $\gamma$  rays and fragment spin alignment in binary and light-charged-particle-accompanied spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$  // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 303–306.
394. *Копач Ю. Н., Попов А. Б., Фурман В. И., Гонин Н. Н., Козловский Л. К., Тамбовцев Д. И., Климан Я.* Исследование угловой анизотропии осколков деления выстроенных ядер  $^{235}\text{U}$  резонансными нейтронами и роль ЖК-каналов // Ядерная физика. 1999. Т. 62. С. 900–914 (Physics of Atomic Nuclei. 1999. V. 62. P. 840).
395. *Копач Ю. Н.* Исследование эффектов угловой анизотропии в делении: Дис. канд. физ.-мат. наук. — Дубна, 1999.
396. *Любошиц В. В., Любошиц В. Л.* Замечания о Т-инвариантности и поляризационных эффектах при упругом рассеянии частицы со спином 1/2 на неполяризованной мишени // Ядерная физика. 1999. Т. 62. С. 1404–1409.
397. *Алфименков В. П., Гагарский А. М., Голосовская С. П., Гусева И. С., Краснощёкова И. С., Ласонь Л., Мареев Ю. Д., Новицкий В. В., Петров Г. А., Петрова В. И., Петухов А. К., Пикельнер Л. Б., Плева Ю. С., Соколов В. Е., Цулая В. М., Цулая М. И., Черников А. Н.* Исследования нарушения пространственной чётности и интерференционных эффектов в угловых распределениях осколков деления  $^{233}\text{U}$  резонансными нейтронами // Ядерная физика. 2000. Т. 63. С. 598–604.
398. *Atsarkin V. A., Varabanov A. L., Beda A. G., Novitsky V. V.* New possibilities for investigation of TRI violation with the use of aligned nuclei // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2000. V. 440. P. 626–631.

399. *Barabanov A. L.* Second-order corrections to correlations in muon capture // Ядерная физика. 2000. Т. 63, Вып. 7. С. 1262-1267 (Physics of Atomic Nuclei. 2000. V. 63(7). P. 1187–1192).
400. *Briancon Ch., Brudanin V., Deutsch J., Egorov V., Filipova T., Kudoyarov M., Lobanov V., Mamedov T., Pasternak A., Prieels R., Salamatin A., Shitov Yu., Vylov Ts., Yutlandov I., Zapparov Sh.* The spin-neutrino correlation revisited in  $^{28}\text{Si}$  muon capture: a new determination of the induced pseudoscalar coupling  $g_P/g_A$  // Nucl. Phys. A. 2000. V. 671. P. 647–657.
401. *Гагарский А. М., Вальский Г. В., Петров Г. А., Логинов Ю. Е., Бунаков В. Е., Гусева И. С., Петрова В. И., Заварухина Т. А.* Тройная корреляция в реакции  $^{10}\text{B}(n, \alpha\gamma)^7\text{Li}$  // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72. С. 416–419 (JETP Lett. 2000. V. 72. P. 286).
402. *Jesinger P., Koetzle A., Gagarski A. M., Goennenwein F., Danilyan G., Pavlov V. S., Chvatchkin V. B., Mutterer M., Neumaier S. R., Petrov G. A., Petrova V. I., Nesvizhevsky V., Zimmer O., Geltenbort P., Schmidt K., Korobkina K.* Observation of a triple correlation in ternary fission: is time reversal invariance violated? // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2000. V. 440. P. 618–625.
403. *Skoj V. R.* Possible test of space-parity and time-reversal invariance in gamma-ray transmission through an aligned target // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2000. V. 26. P. 1527–1544.
404. *Barabanov A. L.* Spin-orbit interaction in final state as possible reason for T-odd correlation in ternary fission // In: Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 9-th International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 2001) / JINR, E3-2001-192, Dubna, 2001. — P. 93–103; arXiv: 0712.3543 (nucl-th).
405. *Копач Ю. Н., Попов А. Б., Фурман В. И., Алфименков В. П., Ласонь Л., Пикельнер Л. Б., Гоним Н. Н., Козловский Л. К., Тамбовцев Д. И., Гагарский А. М., Петров Г. А., Соколов В. Е.* Деление тяжёлых ядер резонансными нейтронами // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 2001. Т. 32. С. 204–214.
406. *Kurylov A., McLaughlin G. C., Ramsey-Musolf M. J.* Constrains on T-odd, P-even interactions from electric dipole moments, reexamined // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. 076007 (19 pages).
407. *Mitchell G. E., Bowman J. D., Penttila S. I., Sharapov E. I.* Parity violation in compound nuclei: experimental methods and recent results // Phys. Rep. 2001. V. 354. P. 157–241.
408. *Romalis M. V., Griffith W. C., Jacobs J. P., Fortson E. N.* New limit on the permanent electric dipole moment of  $^{199}\text{Hg}$  // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 2505–2508.
409. *Шабалин Е. П.* Что может дать дальнейшее изучение нарушения CP- и T-симметрии и проверка CPT-инвариантности // УФН. 2001. Т. 171. С. 951–976.
410. *Smith D. A., Bowman J. D., Crawford B. E., Grossmann C. A., Haseyama T., Johnson M. B., Masaike A., Matsuda Y., Mitchell G. E., Nazarenko V. A., Penttila S. I., Roberson N. R., Seestrom S. J., Sharapov E. I., Smotrisky L. M., Stephenson S. L., Tomsovic S., Yuan V. W.* Parity violation in neutron resonances of  $^{117}\text{Sn}$  // Phys. Rev. C. 2001. V. 64. 015502 (9 pages).
411. *Bunakov V. E.* T-odd correlation in ternary fission // Ядерная физика. 2002. Т. 65. С. 648–652.
412. *Бунаков В. Е., Генценвайн Ф.* Динамика тройного деления и асимметрии в реакциях с поляризованными нейтронами // Ядерная физика. 2002. Т. 65. С. 2096–2104.
413. *Егоров В. Г.* Экспериментальное исследование угловых корреляций в полулептонных процессах: Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. — Дубна, 2002.
414. *Gould C. R.* Time reversal tests with epithermal neutrons // In: Astrophysics, Symmetries, and Applied Physics at Spallation Neutron Sources (Proceedings of the Workshop, ORNL, March 10–12, 2002) / Eds. P. E. Koehler, C. R. Gould, R. Haight and T. E. Valentine. — World Scientific, Singapore, 2002. — P. 209–216.

415. *Jesinger P., Koetzle A., Goennenwein F., Mutterer M., von Kalben J., Danilyan G. V., Pavlov V. S., Petrov G. A., Gagarski A. M., Trzaska W. H., Soloviev S. M., Nesvizhevsky V. V., Zimmer O.* Angular correlation in ternary fission induced by polarized neutrons // *Ядерная физика*. 2002. Т. 65. С. 662–668 (Physics of Atomic Nuclei. 2002. V. 65. P. 630).
416. *Haseyama T., Asahi K., Bowman J. D., Delheij P. P. J., Funahashi H., Ishimoto S., Jones G., Masaike A., Masuda Y., Matsuda Y., Morimoto K., Muto S., Penttila S. I., Pomeroy V. R., Sakai K., Sharapov E. I., Smith D. A., Yuan V. W.* Measurement of parity-nonconserving rotation of neutron spin in the 0.734-eV p-wave resonance of  $^{139}\text{La}$  // *Phys. Lett. B*. 2002. V. 534. P. 39–44.
417. *Huffman P. R.* An experiment to search for parity-conseving time reversal invariance using epithermal neutrons from the spallation neutron source // In: *Astrophysics, Symmetries, and Applied Physics at Spallation Neutron Sources (Proceedings of the Workshop, ORNL, March 10–12, 2002)* / Eds. P. E. Koehler, C. R. Gould, R. Haight and T. E. Valentine. — World Scientific, Singapore, 2002. — P. 217–224.
418. *Uhlig K.*  $^3\text{He}/^4\text{He}$  dilution refrigerator with pulse-tube refrigerator precooling // *Cryogenics*. 2002. V. 42. P. 73–77.
419. *Wiaux V., Prieels R., Deutsch J., Govaerts J., Brudanin V., Egorov V., Petitjean C., Truol P.* Muon capture by  $^{11}\text{B}$  and the hyperfine effect // *Phys. Rev. C*. 2002. V. 65. 025503 (8 pages).
420. *Barabanov A. L., Furman W. I.* Test of fundamental symmetries as a tool for fission dynamics studies // *Czechoslovak journal of Physics. Supplement B*. 2003. V. 53. P. B359–B370.
421. *Barabanov A. L., Beda A. G., Volkov A. F.* Prospects for investigation of time-reversal invariance violation with the use of five-fold correlation // In: *Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 10-th International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 2002)* / JINR, E3-2003-10. — Dubna, 2003. — P. 26–35.
422. *Barabanov A. L., Beda A. G., Volkov A. F.* Present status of problem of TRI violation investigation with the use of aligned nuclei // *Czechoslovak journal of Physics. Supplement B*. 2003. V. 53. P. B371–B380.
423. *Барабанов А. Л., Бунаков В. Е., Гусева И. С., Петров Г. А.* Т-нечётная угловая асимметрия в ядерных реакциях с последовательным испусканием частиц // *Ядерная физика*. 2003. Т. 66, Вып. 4. С. 708–712 (Physics of Atomic Nuclei. 2003. V. 66(4). P. 679–683).
424. *Бунаков В. Е., Кадменский С. Г.* Т-нечётные асимметрии в угловых распределениях продуктов тройного деления ядер // *Ядерная физика*. 2003. Т. 66. С. 1894–1908.
425. *Gagarski A. M., Guseva I. S., Krasnoschokova I. A., Petrov G. A., Petrova V. I., Petoukhov A. K., Pleva Yu. S., Sokolov V. E., Alfimenkov V. P., Bazhanov N., Chernikov A. N., Furman W. I., Lason L., Mareev Yu. D., Novitski V. V., Pikelner L. B., Pikelner T. L., Popov A. B., Tsulaya M. I., Soloviev S. M., Barabanov A. L.* Investigations of parity violation and interference effects in fission of  $^{239}\text{Pu}$  induced by resonance neutrons // In: *Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 10-th International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 2002)* / JINR, E3-2003-10. — Dubna, 2003. — P. 184–195.
426. *Гапонов Ю. В.* Игорь Васильевич Курчатов (1903–1960). Жизненный путь (к столетию со дня рождения) // *Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ)*. 2003. Т. 34. С. 527–546.
427. *Gorringe T., Fearing H. W.* Induced pseudoscalar coupling of the proton weak interaction // *Rev. Mod. Phys.* 2003. V. 76. P. 31–91.
428. *Xu G., Hungerford E. V.* A study of time reversal violation in two mechanisms throught spin dependent total cross section measurements // *Nucl. Phys. B*. 2003. V. 649. P. 327–348.

429. Анджеевски Ю., Гундорин Н. А., Карпичин И. Л., Ласонь Л., Лобов Г. А., Матвеев Д. В., Пикельнер Л. Б. О природе нарушения чётности при взаимодействии нейтронов со свинцом // Ядерная физика. 2004. Т. 67. С. 1257–1262.
430. Barabanov A. L., Furman W. I., Popov A. B., Guseva I. S., Petrov G. A. A helicity approach description of the P-even and P-odd effects in the fission of  $^{239}\text{Pu}$  by resonance neutrons // In: Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 11-th International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 2003) / JINR, E3-2004-9. — Dubna, 2004. — P. 304–316.
431. Davis E. D., Gould C. R., Mitchell G. E., Sharapov E. I. Bounds on P-odd T-odd interactions from polarized neutron capture with unpolarized targets // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. 015501 (6 pages).
432. Dine M., Kusenko A. Origin of the matter-antimatter asymmetry // Rev. Mod. Phys. 2004. V. 76. P. 1–30.
433. Gerber H.-J. Evidence for time-reversal violation? // Eur. Phys. J. C. 2004. V. 35. P. 195–196.
434. Mitchell G. S., Blessinger C. S., Bowman J. D., Chupp T. E., Coulter K. P., Gericke M., Jones G. L., Leuschner M. B., Nann H., Page S. A., Penttila S. I., Smith T. B., Snow W. M., Wilburn W. S. A measurement of parity-violating gamma-ray asymmetries in polarized cold neutron capture on  $^{35}\text{Cl}$ ,  $^{113}\text{Cd}$ , and  $^{139}\text{La}$  // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A. 2004. V. 521. P. 468–479.
435. Soldner T., Beck L., Plonka C., Schreckenbach K., Zimmer O. New limits on T violation in neutron decay // Phys. Lett. B. 2004. V. 581. P. 49–55.
436. Anan'ev V. D., Frolov A. R., Furman W. I., Gurov S. M., Kobets V. V., Kvatbekov R. P., Logachev P. V., Meshkov I. N., Pavlov V. M., Pyataev V. G., Shirkov G. D., Shvets V. A., Skarbo B. A., Soumbaev A. P., Tretyakov I. T. Intense resonance neutron source (IREN) — new pulsed source for nuclear physical and applied investigations // Письма в ЭЧАЯ. 2005. Т. 2, Вып. 3(126). С. 11–18.
437. Barabanov A. L., Beda A. G. Testing T invariance in the interaction of slow neutrons with aligned nuclei // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2005. V. 31. P. 161–178.
438. Erler J., Ramsey-Musolf M. J. Low energy tests of the weak interaction // Prog. Part. Nucl. Phys. 2005. V. 54. P. 351–442.
439. Kacharava A., Rathmann F., Wilkin C. (ANKE Collaboration) Spin physics from COSY to FAIR // nucl-ex/0511028.
440. Lee C., Cirigliano V., Ramsey-Musolf M. J. Resonant relaxation in electroweak baryogenesis // Phys. Rev. D. 2005. V. 71. 075010 (23 pages).
441. Nico J. S., Snow W. M. Experiments in Fundamental Neutron Physics // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2005. V. 55. P. 27–69.
442. Snow W. M. Neutron measurements and the weak nucleon-nucleon interaction // Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology. 2005. V. 110. P. 189–194.
443. Абов Ю. Г. К истории института теоретической и экспериментальной физики (ИТЭФ) // Ядерная физика. 2006. Т. 69. С. 1666–1691.
444. Baker C. A., Doyle D. D., Geltenbort P., Green K., van der Grinten M. G. D., Harris P. G., Iaydjiev P., Ivanov S. N., May D. J. R., Pendlebury J. M., Richardson J. D., Shiers D., Smith K. F. Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. 131801 (4 pages).
445. Fedorov V. V., Voronin V. V. Neutron Diffraction and Optics of a Noncentrosymmetric Crystal. New Feasibility of a Search for Neutron EDM // In: Frontiers in Condensed Matter Physics Research. — Nova Science, New York, 2006. — P. 13–39.
446. Gericke M. T., Bowman J. D., Carlini R. D., Chupp T. E., Coulter K. P., Dabaghyan M., Dawkins M., Desai D., Freedman S. J., Gentile T. R., Gillis R. C., Greene G. L., Hersman F. W., Ino T., Jones G. L., Kandes M., Lauss B., Leuschner M., Lozowski W. R., Mahurin R., Mason M., Masuda Y., Mitchell G. S., Muto S., Nann H., Page S. A., Pent-

- tila S. I., Ramsay W. D., Santra S., Seo P.-N., Sharapov E. I., Smith T. B., Snow W. M., Wilburn W. S., Yuan V., Zhu H.* Upper bounds on parity-violating  $\gamma$ -ray asymmetries in compound nuclei from polarized cold neutron capture // *Phys. Rev. C.* 2006. V. 74. 065503 (10 pages).
447. *Liu C. P., Timmermans R. G. E.* Time-reversal violation in threshold **np** scattering // *Phys. Lett. B.* 2006. V. 634. P. 488–492.
448. *Mukha I., Roeck E., Batist L., Blazhev A., Doring J., Grawe H., Grigorenko L., Huysse M., Janas Z., Kirchner R., La Commara M., Mazzocchi C., Tabor S. L., van Duppen P.* Proton-proton correlations observed in two-proton radioactivity of  $^{94}\text{Ag}$  // *Nature.* 2006. V. 439. P. 298–302.
449. *Paul S., Heil W., Kratz J. V., Gutsmedl E., Altarev I., Frei A., Hartmann J., Schmid W., Sobolev Y., Hampel G., Tortorella D., Wiehl N., Eberhardt K.* A solid deuterium UCN source at the TRIGA Mainz // In: *Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 13 International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 2005)* / JINR, E3-2006-7. — Dubna, 2006. — P. 11–12.
450. *Стависский Ю. Я.* Гигантские импульсы тепловых нейтронов в ловушках больших ускорителей. Возможности физических экспериментов // *УФН.* 2006. Т. 176. С. 1283–1292.
451. *Yao W.-M. et al. (Particle Data Group)* Review of Particle Physics // *J. Phys. G.* 2006. V. 33. P. 1.
452. *The BABAR Collaboration: Aubert B. et al.* Observation of CP Violation in  $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$  and  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99, 021603.
453. *Gagariski A., Guseva I., Goennenwein F., Petrov G., Jesinger P., Sokolov V., Zavarukhina T., Mutterer M., von Kalben J., Trzaska W., Khlebnikov S., Tiourine G., Soloviev S., Nesvizhevsky V., Zimmer O., Soldner T.* Rotation of the scissioning nuclei  $^{234}\text{U}^*$  and  $^{236}\text{U}^*$  following capture of cold polarised neutrons as observed in ternary fission // In: *Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics (Proceedings of the 14 International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, Dubna, 2006)* / JINR, E3-2007-23. — Dubna, 2007. — P. 93–100.
454. *Goennenwein F., Mutterer M., Gagariski A., Guseva I., Petrov G., Sokolov V., Zavarukhina T., Gusev Yu., von Kalben J., Nesvizhevsky V., Soldner T.* Rotation of the compound nucleus  $^{236}\text{U}^*$  in the fission reaction  $^{235}\text{U}(n,f)$  induced by cold polarised neutrons // *Phys. Lett. B.* 2007. V. 652. P. 13–20.
455. *The Belle Collaboration: Ishino H. et al.* Observation of direct CP violation in  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  decays and model-independent constraints on the quark-mixing angle  $\phi_2$  // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98, 211801.
456. *Лукашев В. В., Алдуценков А. В.* Определение T-неинвариантной амплитуды взаимодействия поляризованных нейтронов с поляризованными ядрами методом осциллирующих полей // *Ядерная физика.* 2007. Т. 70. С. 714–723 (*Phys. At. Nucl.* 2007. V. 70. P. 684–692).
457. *Sekatskii S. K.* Laser preparation of polarized nuclei: Absorption of one polarized photon is enough and no high spectral resolution is needed to achieve 100% polarization // *Phys. Lett. A.* 2007. V. 365. P. 220–223.
458. *Тамбовцев Д. И.* Измерение константы сверхтонкого электрического взаимодействия  $P/k$  в кристалле УРН // *Ядерная физика.* 2007. Т. 70. С. 1886–1890 (*Phys. At. Nucl.* 2007. V. 70. P. 1836–1839).
459. *Tsinoev V. G., Tsvyashchenko A. V., Ugrovatov A. E., Vostrikov S. N.* Mossbauer test of T invariance in  $^{171}\text{Yb}$  // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76. 045503 (6 pages).
460. *Валский Г. В., Воробьев А. С., Гагарский А. М., Гусева И. С., Генценвайн Ф., Заварухина Т. А., Копач Ю. Н., Креницин Д. О., Муттерер М., Петров Г. А., Петрова В. И., Соколов В. Е., Щербаков О. А.* Экспериментальные исследования динамики деления ядер вблизи точки разрыва // *Известия РАН: Сер. физ.* 2007. Т. 71. С. 368–377.

461. *Jen-Chieh Peng*. Neutron electric dipole moment experiments // *Mod. Phys. Lett. A*. 2008. V. 23. P. 1397-1408; arXiv: 0804.4254 (nucl-ex).
462. *Kaiser N., Weise W.* Note on spin-orbit interactions in nuclei and hypernuclei. *Nucl. Phys. A*. 2008. V. 804. P. 60-70.
463. *Schiavilla R., Viviani M., Girlanda L., Kievsky A., Marcucci L. E.* Neutron spin rotation in **n-d** scattering // *Phys. Rev. C*. 2008. V. 78. 014002 (8 pages).
464. *Stetcu I., Liu C.-P., Friar J. L., Hayes A. C., Navratil P.* Nuclear electric dipole moment of  $^3\text{He}$  // *Phys. Lett. B*. 2008. V. 665. P. 168-172.
465. *Kuźniak M., Altarev I., Ban G., Bison G., Bodek K., Burghoff M., Daum M., Eberhardt K., Fierlinger P., Gutschiedl E., Hampel G., Heil W., Henneck R., Khomutov N., Kirch K., Kistryn St., Knappe-Grueneberg S., Knecht A., Knowles P., Kratz J.V., Lauer T., Lauss B., Lefort T., Mtchedlishvili A., Naviliat-Cuncic O., Paul S., Pazgalev A. S., Petzold G., Plonka-Spehr C., Quémener G., Rebreyend D., Roccia S., Rogel G., Sander-Thoemmes T., Schnabel A., Severijns N., Sobolev Yu., Stoepler R., Trahms L., Weis A., Wiehl N., Zejma J., Zsigmond G.* An Improved Neutron Electric Dipole Moment Experiment // arXiv: 0806.4837 (nucl-ex).
466. *Барабанов А. Л., Фурман В. И.* Особенности канала  $K = 0$  в делении ядер // *Ядерная физика*. 2009. Т. 72. С. 1311-1323 (*Phys. At. Nucl.* 2009. V. 72. P. 1259-1271)
467. *Griffith W. C., Swallows M. D., Loftus T. H., Romalis M. V., Heckel B. R., Fortson E. N.* Improved limit on the permanent electric dipole moment of  $^{199}\text{Hg}$  // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. 101601 (4 pages).