

# **ELEMENTARY PARTICLES AND THEIR CURRENTS**

**BY**

**JEREMY BERNSTEIN**

**STEVENS INSTITUTE OF TECHNOLOGY**

**W. H. FREEMAN AND COMPANY**

**SAN FRANCISCO AND LONDON**

**1968**

ДЖ. БЕРНСТЕЙН

**ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ  
ЧАСТИЦЫ  
И ИХ ТОКИ**

Перевод с английского  
Г. И. КУЗНЕЦОВА

Под редакцией  
Я. А. СМОРОДИНСКОГО

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

МОСКВА 1970

Книга американского физика Дж. Бернштейна посвящена одному из важных направлений теории элементарных частиц, в основе которого лежит весьма общее представление о токах элементарных частиц, их взаимодействиях и законах сохранения.

В книге подробно и систематически изложены основные представления теории и четко обрисована картина современных знаний в этой области (процессы рассеяния, формфакторы, применение дисперсионных соотношений, слабые взаимодействия, свойства странных частиц).

Книга рассчитана на научных работников — физиков, занимающихся элементарными частицами — как теоретиков, так и экспериментаторов. Она будет полезна студентам, аспирантам и молодым специалистам, начинающим самостоятельную работу в области теоретической физики.

*Редакция литературы по физике*

## ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

«Теория с изящной математикой имеет больше шансов оказаться правильной, чем уродливая теория, объясняющая несколько экспериментальных чисел».

*П. А. М. Дирак*

Тот, кто следит за развитием теории элементарных частиц, не может не удивляться причудливой последовательности событий. Успех теоретических построений в неожиданной области порождает оптимистические надежды; однако большей частью от первых успехов остается лишь несколько интересных соотношений, связывающих между собой различные (порой далекие друг от друга) явления. Из сотен, а порой и тысяч работ лишь немногие сохраняют свою ценность через несколько лет после «бума». Далеко не всегда дальнейшие исследования проясняют физический смысл найденных соотношений, и часто приходится констатировать, что мы не в силах сказать, свидетельствует ли согласие формул с опытом о силе теории или же это совпадение — результат игры случая.

Тем не менее теория развивается, и даже при самом критическом к ней отношении нельзя не увидеть, что возникают целые куски теории, которые должны будут войти в будущую полную картину. Так, в свое время правила квантования Бора вошли в квантовую механику, а сокращения Фитцджеральда — в теорию относительности.

Особенно много надежд в последние годы возлагалось на алгебру токов, возникающую в связи с теорией слабых взаимодействий. Первыми, кто обратил внимание на роль токов и законов их сохранения, были Герштейн и Зельдович. Их идея получила развитие в работах Фейнмана и Гелл-Манна и привела к довольно большому числу новых формул, которые неожиданно оказались в хорошем согласии с опытом. И хотя вряд ли можно объяснить, почему гипотеза о приближенном сохранении аксиального тока приводит к правильным формулам, или дать физическое объяснение знаменитого правила сумм Адлера — Вайсбергера, кажется, что на этот раз теория натолкнулась на нечто фундаментальное.

Во всяком случае, сейчас уже нельзя работать, обходя алгебру токов стороной.

Изучать алгебру токов по оригинальным работам трудно — их слишком много. Очень важно, чтобы из огромного количе-

ства работ и формул было выбрано то, что представляет собой наиболее достоверное и ценное. Книга Бернштейна — в значительной степени результат выполнения такой задачи. Ее основные главы написаны интересно и дают читателю логически стройную (если так можно говорить о современной теории) схему алгебры токов и ее многочисленных применений. Поэтому книгу можно рекомендовать для первого знакомства (достаточно подробного) с большим разделом теории, и она может служить хорошим введением для чтения современных журнальных статей.

Несколько слабее других глав написана последняя глава. Изложение лагранжевой теории дано слишком фрагментарно, и читателя приходится отсылать к более подробным обзорам, например к обзору Газиоровича и Джеффина [S. Gasiorowicz, D. A. Geffin, Rev. Mod. Phys., 41, 531 (1969)]. Полные обзоры современного положения во всех разделах физики элементарных частиц читатель найдет в материалах XV Международной конференции по физике высоких энергий (Киев, 26 августа — 4 сентября 1970), которые будут опубликованы в 1971 г.

В русском переводе мы не вносили никаких изменений, кроме разбиения последней главы на две части и исправления некоторых численных значений по данным на начало 1970 г.

В августе 1970 г. вышло новое издание таблиц элементарных частиц [Phys. Letters, 33B, № 1 (1970)]. Это издание содержит подробную библиографию и должно служить стандартным источником для числовых данных. Приведем здесь только новые значения параметров распадов  $K_L$  и  $K_S$ , которые существенно отражаются на выводах приведенных в гл. 15.

$$|\eta_{00}| = (2,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}; \text{ фаза } (23 \pm 32)^\circ,$$

$$|\eta_{+-}| = (1,92 \pm 0,05) \cdot 10^{-3}; \text{ фаза } (44 \pm 5)^\circ.$$

Обратим еще внимание читателя на сборник «Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц (изд-во «Мир», 1969, редактор и автор вводной статьи А. М. Балдин), содержание которого хорошо дополняет книгу Бернштейна.

Август 1970 г.

Я. Смородинский

## ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

ЕЖ и ЛИСА

Много истин знает лиса,  
Но еж знает одну великую истину.

Архилох<sup>1)</sup>

Вероятно, без преувеличения можно сказать, что движущей силой всей теоретической физики является аналогия. В создаваемые теории переносятся те основные черты предшествующих теорий, которые кажутся универсальными, и новые теории строятся так, чтобы они по возможности походили на предыдущие. Это обусловлено двумя весьма вескими причинами. Во-первых, человеческое воображение по существу довольно ограничено. Старые же теории дают пищу для воображения. Даже самая «радикальная» новая теория сохраняет аромат старых теорий. Во-вторых, старые, признанные теории объясняли определенный круг вопросов, и одно из условий, налагаемых на любую новую теорию, заключается в том, что в областях, общих для новой и старой теорий, новая теория должна согласовываться со старой; это называют «принципом соответствия». Две динамические теории в физике, имевшие наибольший успех, — механика Ньютона и классическая электродинамика — исходят из общей идеи, согласно которой те или иные величины (координаты частиц в одном случае и поля — в другом) изменяются во времени. Аналогично все последующие теории имеют дело с развитием во времени некоторого объекта<sup>2)</sup> — поля, волновой функции или оператора. По мере того как теории становились все более и более изолированными, эти объекты все более удалялись от прямого физического измерения, и в довершение всех бед решать уравнения движения, которым они удовлетворяют, становилось все труднее. Как известно, в настоящее время существует только одна теория в физике элементарных частиц — квантовая электродинамика, в которой еще пытаются решать уравнения движения. Однако в большинстве книг по физике элементарных частиц значительное место уделяют уравнениям поля для сильно взаимодействующих полей и различным, в

<sup>1)</sup> Архилох (Archilochos) — греческий лирик из Пароса, VII в до н. э., изобрел ямб, автор ядовитых сатир, а также элегий и эпиграмм. — *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> Теория S-матрицы является исключением, но, во всяком случае, я не думаю, чтобы этот подход привел к важным новым открытиям.

основном безуспешным, попыткам их решения. Мне кажется, что этот подход игнорирует изменение взгляда на уравнения со стороны физиков, занимающихся элементарными частицами последние двадцать лет.

Если просмотреть журналы «Physical Review», изданные в начале 1950 годов, и сравнить их с современной литературой, то невольно поражает тот факт, что современный автор почти не занимается уравнениями поля, в то время как литература 1950 годов изобилует работами, в которых эти уравнения, особенно для пион-нуклонных систем, рассматривались как исходный пункт и использовались для построения ядерных потенциалов, фазовых сдвигов и т. п. с помощью «основных принципов». Разумеется, отсутствие успеха — залог умеренности, и нынешнее поколение физиков, несомненно, считало бы всякого, кто попытался бы вычислить, например, электрон-протонные формфакторы рассеяния с помощью пион-нуклонных уравнений движения, по меньшей мере крайне наивным. В 1950 годах попытку такого рода можно было рассматривать разумной. В настоящей книге читатель почти не найдет упоминания о полевых уравнениях. Вместо этого лагранжиан используется только для выражения симметрий и введения токов, заряды которых подчиняются перестановочным соотношениям, диктуемым этими симметриями.

То, что токи играют столь универсальную роль в физике элементарных частиц, является замечательным экспериментальным фактом. Если бы спросили физика в 1950 г., в какой области физики рассматриваются токи, он бы ответил: «В электродинамике», и был бы прав. Однако со временем стало ясно, что слабые взаимодействия при низких энергиях можно описать как связь токов с токами и что токи, или векторные мезоны, играют также решающую роль в сильных взаимодействиях. Почему важны токи в электродинамике, ясно: существует фотон, и поскольку он является векторной частицей, то для получения простейшего взаимодействия необходим еще один векторный оператор, т. е. ток. Для слабых взаимодействий роль токов до сих пор несколько загадочна, так как «слабый фотон», играющий роль обменной частицы, еще не найден. Если он будет открыт, то слабые взаимодействия будут прекрасно укладываться в рамки модели токов и векторных мезонов. Если же его не удастся обнаружить, то картину взаимодействия «ток на ток» придется рассматривать лишь как удобную феноменологическую «стенографию».

Открытие сильно взаимодействующих векторных мезонов<sup>1)</sup> выявило другой аспект роли токов — запись законов сохранения.

<sup>1)</sup> Sakurai J. J., Ann. Phys., 11, 1 (1960).

И в этом случае, как и в большей части теории элементарных частиц, аналогия была почерпнута из электродинамики. Фотон в электродинамике играет двоякую роль: роль среды, посредством которой заряженные частицы обмениваются энергией, и в то же время роль «градиентного поля», выражающего сохранение электрического тока. Как хорошо известно (детально мы это обсудим в книге позднее), электромагнитный ток можно ввести в лагранжиан двумя способами. Можно сделать замену  $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$  (т. е. ввести  $A_\mu$  в «свободный» лагранжиан  $L^0$ ) и затем определить ток  $J_\mu^Y$  с помощью уравнения

$$eJ_\mu^Y = \frac{\delta L}{\delta A_\mu},$$

где  $L$  — лагранжиан, полученный после введения поля  $A_\mu$ .

Однако точно так же можно изменить пространственную зависимость лишь фазы всех «заряженных» полей  $\psi(x)$  в  $L^0$ , записав символически для  $\Lambda(x) \ll 1$

$$\psi(x) \rightarrow (1 + i\Lambda(x))\psi(x),$$

а затем определить

$$J_\mu^Y = \frac{\delta L}{\delta \Lambda_\mu},$$

где  $L$  — лагранжиан, полученный после введения  $\Lambda(x)$ . С этой точки зрения сохранение  $J_\mu^Y$  отражает тот факт, что лагранжиан  $L^0$  инвариантен относительно фазовых преобразований с постоянной фазой. (Подробности см. в гл. 2 и 4.) Следовательно, можно сказать, что фотон взаимодействует с током  $J_\mu^Y$ , сохранение которого выражает инвариантность  $L^0$  по отношению к абелевой градиентной группе

$$\psi \rightarrow e^{i\Lambda}\psi.$$

Таков дуальный характер фотона.

Однако в физике элементарных частиц точно сохраняется не только фотонный ток. Кроме него, существует барионный ток, сохранение которого означает, что сами по себе барионы не могут исчезнуть во Вселенной. По аналогии с электродинамикой можно считать, что этот ток также взаимодействует с векторным мезоном и, как мы увидим позднее, природа, по видимому, достаточно великодушно доставляет нам несколько сильно взаимодействующих векторных мезонов. Между одним из таких мезонов и сохраняющимся барионным током и существует сильная связь. Помимо точно сохраняющихся токов существует также несколько «приближенно» сохраняющихся токов. К ним относятся изоспиновый ток, гиперзарядовый, или



странный ток и несколько других, сохраняющихся лишь в математически интересном пределе, когда определенные разности масс между сильно взаимодействующими частицами равны нулю. Эти токи также могут взаимодействовать с векторными мезонами, и их приближенное сохранение опять-таки отражает приближенные симметрии, однако на этот раз более общие, чем абелева градиентная инвариантность.

Подведем итоги. Два из фундаментальных взаимодействий в физике элементарных частиц — электромагнитное и слабое — можно представить в виде произведения тока на ток или тока на векторный мезон. Кроме того, третье фундаментальное взаимодействие — сильное взаимодействие — по крайней мере частично можно понять как взаимодействие токов с векторными мезонами. Помимо этого, токи и связанные с ними заряды выражают точные или приближенные законы сохранения, которым подчиняются эти взаимодействия. Следовательно, имеется веская причина для того, чтобы в книге по физике элементарных частиц сосредоточить внимание на токах как предмете исследования.

Книга построена следующим образом. В гл. 1 содержится краткий обзор основ теории поля, особенно свободных полей. При чтении ее искушенный читатель не найдет для себя ничего нового, кроме соглашения о знаках в метрике Лоренца и т. п. В гл. 2 в общем виде вводятся токи, и связь между сохранением тока и группой инвариантности иллюстрируется в классическом случае — группа инвариантности лагранжиана, содержащего два вырожденных скалярных поля, т. е. группа  $SU_2$ . Хотя в этой главе рассматриваются только свободные поля, мы всюду пользуемся техникой Лемана — Шиманчика — Циммермана для построения одночастичных состояний через асимптотическое условие. Формулы легко обобщаются на случай взаимодействующих полей, и в гл. 3 мы имеем дело с группой  $SU_2$  в связи с пион-нуклонным взаимодействием. В гл. 4 мы вводим электромагнитное взаимодействие и изучаем  $SU_2$ , как «нарушенную симметрию».

То, чему собственно посвящена книга, начинается лишь с гл. 5. В ней мы приступаем к изучению электрон-протонного рассеяния. Как обнаружит читатель, подробный анализ формфакторной структуры матричных элементов токов имеется лишь при наличии у них лоренц-инвариантности, четности, инвариантности относительно обращения времени и зарядового сопряжения. Последние из симметрий ( $P$ ,  $T$ ,  $C$ ) я излагаю в этой главе, а не в начале книги, так как, читая учебники, на своем собственном опыте убедился, что более удобно, когда конкретные приложения некоего общего понятия следуют сразу же после определе-

ния, ибо в противном случае его нетрудно забыть еще до того, как в нем возникнет необходимость. В гл. 6 предварительно обсуждаются экспериментальные данные по электрон-протонному рассеянию; именно здесь мы впервые встречаемся с векторными мезонами. Исторически гипотеза о существовании векторных мезонов была впервые предложена для объяснения данных по электрон-протонному рассеянию. Лишь позднее эти мезоны были действительно обнаружены. В гл. 7 кратко обсуждаются дисперсионные соотношения, которые введены главным образом для логического обоснования некоторых формул в предыдущих главах. Не думаю, что дисперсионные соотношения что-нибудь объясняют в электрон-протонном рассеянии, но именно они дают формальный аппарат для рассмотрения структуры некоторых матричных элементов и связи их друг с другом.

Следующие пять глав посвящены слабым взаимодействиям нестранных частиц. Наш анализ естественно распадается на две части: лептонные и полулептонные взаимодействия. Первые служат прекрасной иллюстрацией того безвыходного положения, которое сложилось в теоретической физике элементарных частиц в настоящее время. Подробно рассматриваемая в книге теория включает в себя связь тока с током и находится в блестящем согласии с экспериментом, но она страдает почти полным отсутствием логического обоснования. Между лептонами отсутствуют сильные взаимодействия, но если мы попытаемся использовать связь тока с током в любом порядке теории возмущений, кроме наинизших, то нас замучают бесконечности самого неприятного сорта. Кроме того, поскольку «слабый фотон» еще не обнаружен, то основная роль токов все еще остается загадкой.

Следует подчеркнуть, что даже если слабо взаимодействующий векторный мезон будет обнаружен, то математическая проблема построения его теории останется все еще открытой, особенно в высших порядках теории возмущений. В действительности успех низших порядков теории возмущений до некоторой степени напоминает скачки с препятствиями, ибо эксперимент до сих пор не указывает нам способ построения полной теории. Несколько подробнее эти вопросы обсуждаются в гл. 7—9.

Полулептонные слабые взаимодействия типа обычного  $\beta$ -распада включают как лептоны, так и барионы в начальных и конечных состояниях. Вследствие этого полулептонным распадам присущи особенности как слабых, так и сильных взаимодействий. В гл. 10 рассмотрена векторная часть тока полулептонного взаимодействия, которая, как мы увидим, задается изотопической векторной частью электромагнитного тока. Векторный ток сохраняется лишь постольку, поскольку  $SU_2$  является

группой приближенной симметрии. В этой главе я указываю следствия, вытекающие из указанного свойства тока. Так как векторный ток можно отождествить с изоспиновым током, то можно обойтись без детального знания сильных взаимодействий, поскольку неизвестные формфакторы в матричных элементах  $\beta$ -распада можно взять из экспериментов по электрон-протонному рассеянию. К сожалению, с аксиально-векторным током дело обстоит иначе, и в гл. 11 и 12 дается обзор различных попыток построения динамических моделей аксиального тока. Сюда же я включил набор «доказательств» соотношения Голдбергера — Треймана и введение в алгебру токов  $SU_2 \times SU_2$ . Использование этой алгебры привело к открытию знаменитого правила сумм Адлера — Вайсбергера, которое получено в гл. 12.

Остальная часть книги отводится слабым и электромагнитным взаимодействиям странных частиц. В гл. 13 дается общее введение в  $SU_3$ , которая, по-видимому, является правильной группой приближенной симметрии лагранжиана элементарных частиц. Гл. 14 содержит обзор некоторых вычислений с использованием наивных кварковых моделей; в гл. 15 рассматривается теория Кабиббо распада странных частиц и некоторые результаты алгебры токов  $SU_3 \times SU_3$ . Нарушение комбинированной четности в системе  $K^0, \bar{K}^0$  обсуждается в самом конце книги.

Если бы эту книгу писал другой физик, то он, несомненно, уделил бы внимание другим аспектам теории или стал бы трактовать те же вопросы, но иначе. Одно из немногих удовольствий при написании такой книги заключается в том, что автор может преподносить предмет так, как он того хочет. Немного найдется книг, в которых излагаются наиболее актуальные проблемы теории элементарных частиц, и если эта книга спровоцирует кого-нибудь написать лучшую, то нижеподписавшийся будет одним из наиболее восторженных ее читателей.

Работа над этой книгой была начата летом 1966 г. в ЦЕРНе. Автор признателен сотрудникам лаборатории и, в частности, Дж. Беллу, Дж. Прентки, Л. Ван Хову как за гостеприимство, так и за многочисленные дискуссии. Я считаю своим приятным долгом поблагодарить многих физиков, которые прочитали отдельные главы рукописи и помогли исправить ошибки. Особую признательность мне хотелось бы выразить М. Бегу, Р. Далицу, Дж. Фейнбергу, Ц. Д. Ли, Р. Маршаку, А. Пайсу, Дж. Сакураи, Дж. Швингеру, К. Шиманчику и Дж. К. Вику.

*Джерми Бернстейн*

## ВВЕДЕНИЕ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

Книга об элементарных частицах, как бы быстро ее ни писали, рискует устареть еще до выхода из печати. Конечно, можно ограничиться лишь теми вопросами, которые действительно хорошо известны, однако в настоящее время существует ряд превосходных учебников, охватывающих теорию квантованных полей, диаграммы Фейнмана, симметрии и т. д. Из этих книг студент сможет почерпнуть первоначальные сведения о предмете, но между учебником и статьей, опубликованной в последнем журнале, имеется значительный разрыв. В этой книге мы хотим по возможности устранить этот разрыв, подробно рассматривая лишь одно понятие, имеющее фундаментальное значение, — токи.

В процессе преподавания теории элементарных частиц я обнаружил, что многое можно объяснить, если основное внимание сосредоточить на изложении токов: электромагнитных, слабых и токов, сохраняющихся в сильных взаимодействиях. Я исходил из того, что студентам известны уравнение Дирака, некоторые свойства фейнмановских диаграмм и кое-какие экспериментальные факты, такие, как существование мезонов, их спины, четности и т. п. Все, что известно моим студентам, я буду считать известным читателю. Математическая строгость мало будет волновать меня. Все выводы, приведенные в книге, будут полными, но не строгими. Вероятно их можно сделать строгими, если обладать известным терпением и достаточно свободно владеть математическим аппаратом. Но я считаю, что важнее понимать существо дела, чем загромождать изложение бесконечными  $\epsilon$  и  $\delta$ .

Мы начнем с обзора элементарных формул, чтобы читатель мог получить представление о принятых нами обозначениях и о том, что предполагается известным и необходимо для понимания всего дальнейшего<sup>1)</sup>.

Если  $A$  и  $B$  — два лоренцевых четырехмерных вектора, то мы выбираем метрику такой, что

$$(AB) = A \cdot B - A_0 B_0 = A \cdot B + A_4 B_4, \quad (1.1)$$

<sup>1)</sup> Для наиболее полного ознакомления с основами теории элементарных частиц см. [2].

где  $A_4 = iA_0$ . Таким образом, масса покоя частицы вычисляется по формуле

$$m^2 = -(pp) = E_p^2 - \mathbf{P}^2 = P_0^2 - \mathbf{P}^2, \quad \hbar = c = 1. \quad (1.2)$$

Поэтому уравнение движения для свободного нейтрального скалярного или псевдоскалярного поля имеет вид

$$(p^2 + m^2)\varphi(\mathbf{r}, t) = \left(-\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + m^2\right)\varphi(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (1.3)$$

Решения этого уравнения можно разложить в ряд по плоским волнам и операторам рождения и уничтожения  $a^\dagger(\mathbf{p})$  и  $a(\mathbf{p})$ . [Если  $\Phi$  и  $\Psi$  — любые два состояния в гильбертовом пространстве, то оператор  $O^\dagger$ , эрмитово сопряженный к оператору  $O$ , определяется следующим образом:

$$(\Phi, O^\dagger\Psi) = (O\Phi, \Psi) = (\Psi, O\Phi)^*,$$

т. е.  $O^\dagger = O T^*$ , где  $T$  означает транспонирование, а звездочка — комплексное сопряжение.]

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d\mathbf{p}}{\sqrt{2p_0}} [a(\mathbf{p}) e^{i p x} + a^\dagger(\mathbf{p}) e^{-i p x}], \quad (1.4)$$

где

$$(p x) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - p_0 t$$

и

$$[a(\mathbf{p}), a(\mathbf{p}')\_] = [a^\dagger(\mathbf{p}), a^\dagger(\mathbf{p}')\_] = 0, \quad (1.5)$$

$$[a(\mathbf{p}), a^\dagger(\mathbf{p}')\_] = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (1.6)$$

Для операторов  $A$  и  $B$  мы используем обозначение  $[A, B]_\pm = AB \pm BA$ . Из этого коммутационного соотношения следует, что

$$[\varphi(\mathbf{r}, t), \dot{\varphi}(\mathbf{r}', t')\_]_{-t=t'} = i\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (1.7)$$

Состояние  $|0\rangle$  мы называем вакуумным состоянием и определяем его так, что

$$a(\mathbf{p})|0\rangle = 0. \quad (1.8)$$

Состояние

$$|\mathbf{p}\rangle = a^\dagger(\mathbf{p})|0\rangle \quad (1.9)$$

будем называть состоянием одной свободной частицы. Тогда

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = \langle 0 | a(\mathbf{p}') a^\dagger(\mathbf{p}) | 0 \rangle = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (1.10)$$

Уравнения поля выводятся обычно из выражения для плотности лагранжиана  $\mathfrak{L}(x)$ , варьирование которой приводит к уравнениям Эйлера — Лагранжа<sup>1)</sup>:

$$\partial_{\mu} \left( \frac{\delta \mathfrak{L}}{\delta \varphi_{, \mu}} \right) = \frac{\delta \mathfrak{L}}{\delta \varphi}. \quad (1.11)$$

По повторяющимся индексам (в нашем случае  $\mu = 1, 2, 3, 4$ ) подразумевается суммирование. Для нейтрального скалярного поля плотность лагранжиана записывается в виде

$$\mathfrak{L}(x) = -\frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_{\mu}} \right)^2 + m^2 \varphi^2 \right\}. \quad (1.12)$$

Для каждого поля  $\varphi$  определим канонический импульс  $\pi_{\mu}$

$$\pi_{\mu} = \frac{\delta \mathfrak{L}}{\delta \varphi_{, \mu}} \quad (1.13)$$

и тензор энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \pi_{\mu} \partial_{\nu} \varphi - g_{\mu\nu} \mathfrak{L}, \quad (1.14)$$

где

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

С помощью тензора  $T_{\mu\nu}$  и 4-вектора элемента поверхности

$$d\sigma_{\mu} = (dx_2 dx_3 dt, dx_3 dt dx_1, dt dx_1 dx_2, -i dx_1 dx_2 dx_3) \quad (1.16)$$

можно определить оператор энергии-импульса

$$P_{\nu} = \int d\sigma_{\mu} T_{\mu\nu}. \quad (1.17)$$

Интеграл берется по произвольной пространственно-подобной поверхности (поверхность в четырехмерном пространстве, все точки которой по отношению друг к другу пространственно-подобны). Если мы выберем поверхность при постоянном времени  $t$ , то

$$P_{\nu} = -i \int d\mathbf{r} T_{4\nu}(\mathbf{r}, t). \quad (1.18)$$

<sup>1)</sup> Мы используем обозначение

$$\varphi(x)_{, \mu} = \partial_{\mu} \varphi(x) = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \varphi(x).$$

В качестве примера построим  $P_v$  для скалярного поля

$$\mathbf{P} = -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} [\dot{\phi} \nabla \phi + \nabla \phi \dot{\phi}], \quad (1.19)$$

где

$$\dot{\phi} = \frac{\partial}{\partial t} \phi. \quad (1.20)$$

(Чтобы сделать оператор  $\mathbf{P}$  явно эрмитовым, тензор  $T_{\mu\nu}$  следует симметризовать.) Мы используем представление импульса в форме

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \frac{1}{2} \int d\mathbf{p} [a(\mathbf{p}) a^\dagger(\mathbf{p}) + a^\dagger(\mathbf{p}) a(\mathbf{p})] \mathbf{p} = \\ &= \int d\mathbf{p} N(\mathbf{p}) \mathbf{p}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где через  $N(\mathbf{p})$  обозначен оператор числа частиц

$$N(\mathbf{p}) = a^\dagger(\mathbf{p}) a(\mathbf{p}). \quad (1.22)$$

Из коммутационных соотношений следует, что

$$\begin{aligned} N(\mathbf{p}) |0\rangle &= 0, \\ N(\mathbf{p}) |p'\rangle &= |p'\rangle \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \end{aligned} \quad (1.23)$$

и

$$\mathbf{P} |p\rangle = \mathbf{p} |p\rangle. \quad (1.24)$$

В такой записи мы опустили члены, пропорциональные  $\int \mathbf{p} d\mathbf{p}$ , и учли соотношения коммутации. Гамильтониан системы связан с  $P_4$  уравнением

$$\frac{P_4}{i} = H = \int d\mathbf{p} p_0 N(\mathbf{p}). \quad (1.25)$$

При выводе этого выражения мы опустили бесконечную величину нулевой энергии, поскольку добавление к гамильтониану постоянной величины изменяет лишь начало отсчета, относительно которого определяются энергии системы. Только разность энергий имеет физическое значение. Ясно, что

$$H |p\rangle = p_0 |p\rangle \quad (1.26)$$

и

$$P_v |0\rangle = 0. \quad (1.27)$$

Для пространственно-временных точек, в которых определены поля, оператор  $P_v$  действует как оператор сдвига (смеще-

ния). Это означает, что если  $O(x)$  — любая операторная функция этих полей, то

$$[P_\nu, O(x)]_- = i\partial_\nu O(x), \quad (1.28)$$

или <sup>1)</sup>

$$O(x) = e^{-i(Px)} O(0) e^{i(Px)}. \quad (1.29)$$

Таким образом,

$$\langle 0 | \varphi(x) | p \rangle = e^{i(\rho x)} \langle 0 | \varphi(0) | p \rangle = \frac{e^{i(\rho x)}}{\sqrt{2\rho_0} (2\pi)^{3/2}}. \quad (1.30)$$

Другими словами,  $\langle 0 | \varphi(x) | p \rangle$  является комплексной функцией  $x$ , которая подчиняется уравнению Клейна — Гордона. Тот факт, что поле  $\varphi$  — свободное, означает, что оно может связывать вакуум лишь с одночастичным состоянием.

Теперь мы можем повторить лагранжев формализм для свободных полей с произвольным спином, усложняя только технику рассмотрения. Пока же мы будем довольствоваться частицами со спином  $1/2$  и 1.

Для частиц со спином  $1/2$  фундаментальным уравнением является уравнение Дирака. Если  $\psi(x)$  — свободное дираковское поле [ $\psi(x)$  — столбец из четырех строк], то уравнение для  $\psi(x)$  будем писать в форме

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi(x) = 0, \quad (1.31)$$

где  $\gamma$  — четырехмерные матрицы со следом, равным нулю. Матрицы  $\gamma$  подчиняются антикоммутационным соотношениям

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}. \quad (1.32)$$

Мы будем всегда пользоваться эрмитовыми  $\gamma$ -матрицами и лишь иногда использовать их явное представление

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (1.33)$$

где

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

и

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma \\ i\sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

<sup>1)</sup> Из определения  $P, H$  и  $N(p)$  следует, что  $[P, H]_- = 0$  для свободных полей. Зависимость от времени в определении  $P_\nu$  только кажущаяся.



причем

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

Разложим  $\psi(x)$  в ряд по операторам рождения и уничтожения и дираковским волновым функциям  $u_s(\mathbf{p})$  и  $v_s(\mathbf{p})$ ; функция  $u_s(\mathbf{p})$  является решением уравнения Дирака в импульсном пространстве

$$(i(\gamma\mathbf{p}) + m)u_s(\mathbf{p}) = 0 \quad (1.37)$$

и описывает свободную частицу со спином  $1/2$  и проекцией спина  $s$ , движущуюся в направлении  $\mathbf{p}$ , тогда как  $v_s(\mathbf{p})$  удовлетворяет уравнению Дирака для отрицательной энергии и импульса и интерпретируется как функция античастицы с массой  $m$ , движущейся в направлении  $\mathbf{p}$  с проекцией спина  $s$ .

Итак,

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{p} \sum_{s=-1/2}^{1/2} [a_s(\mathbf{p})u_s(\mathbf{p})e^{i(p\cdot x)} + b_s^\dagger(\mathbf{p})v_s(\mathbf{p})e^{-i(p\cdot x)}]. \quad (1.38)$$

Операторы  $a$  и  $b$  удовлетворяют антикоммутиационным соотношениям

$$\begin{aligned} [a_s(\mathbf{p}), a_{s'}(\mathbf{p}')]_+ &= [a_s(\mathbf{p}), b_{s'}(\mathbf{p}')]_+ = [a_s^\dagger(\mathbf{p}), a_{s'}^\dagger(\mathbf{p}')]_+ = \\ &= [a_s(\mathbf{p}), b_{s'}^\dagger(\mathbf{p}')]_+ = [b_s^\dagger(\mathbf{p}), b_{s'}^\dagger(\mathbf{p}')]_+ = [a_s^\dagger(\mathbf{p}), b_{s'}(\mathbf{p}')]_+ = 0 \end{aligned} \quad (1.39)$$

и

$$[a_s(\mathbf{p}), a_{s'}^\dagger(\mathbf{p}')]_+ = [b_s(\mathbf{p}), b_{s'}^\dagger(\mathbf{p}')]_+ = \delta_{ss'}\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (1.40)$$

Наряду с функцией  $\psi(x)$  рассмотрим эрмитово сопряженную с ней функцию  $\psi^\dagger(x)$  и

$$\bar{\psi}(x) = \psi^\dagger(x)\gamma_4. \quad (1.41)$$

Функция  $\psi^\dagger(x)$  удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{V}\psi^\dagger(x) \cdot \mathbf{V} - \partial_4\psi^\dagger(x)\gamma_4 + m\psi^\dagger(x) = 0. \quad (1.42)$$

Отсюда следует, что уравнение для  $\bar{\psi}(x)$  имеет вид

$$-\partial_\mu\bar{\psi}(x)\gamma_\mu + m\bar{\psi}(x) = 0. \quad (1.43)$$

Эти уравнения получаются из выражения для плотности лагранжиана

$$\mathcal{L}(x) = -\bar{\psi}(x)(\gamma_\mu\partial_\mu + m)\psi(x). \quad (1.44)$$

Легко видеть, что для  $\psi^{\dagger}(x)$  справедливо следующее разложение:

$$\psi^{\dagger}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{p} \sum_{s=-1/2}^{1/2} [a_s^{\dagger}(\mathbf{p}) u_s^{\dagger}(\mathbf{p}) e^{-i(\mathbf{p}x)} + b_s(\mathbf{p}) v_s^{\dagger}(\mathbf{p}) e^{i(\mathbf{p}x)}]. \quad (1.45)$$

Из антикоммутиционных соотношений для оператора  $a$ ,  $a^{\dagger}$ ,  $b$  и  $b^{\dagger}$  получаем одновременное антикоммутиционное соотношение для операторов  $\psi$  и  $\psi^{\dagger}$

$$[\psi_{\rho}(\mathbf{r}, t), \psi_{\rho'}^{\dagger}(\mathbf{r}', t)]_{+} = \delta_{\rho\rho'} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (1.46)$$

при условии, что функции  $u$  и  $v$  нормированы следующим образом:

$$u_s^{\dagger}(\mathbf{p}) u_{s'}(\mathbf{p}) = v_s^{\dagger}(\mathbf{p}) v_{s'}(\mathbf{p}) = \delta_{ss'} \quad (1.47)$$

и

$$u_s^{\dagger}(\mathbf{p}) v_s(\mathbf{p}) = v_s^{\dagger}(\mathbf{p}) u_s(\mathbf{p}) = 0. \quad (1.48)$$

Вообще говоря, выражение

$$2E\bar{u}_s(\mathbf{p}) u_s(\mathbf{p}) = \bar{u}_s(\mathbf{p}) [i\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p} + m, \gamma_4]_{+} u_s(\mathbf{p}) = 2mu_s^{\dagger}(\mathbf{p}) u_s(\mathbf{p}) \quad (1.49)$$

фиксирует нормировку функций  $\bar{u}$  и  $\bar{v}$ .

Пусть опять  $|0\rangle$  — состояние вакуума; тогда одночастичное состояние с импульсом  $\mathbf{p}$  и спином  $s$  описывается функцией

$$|\mathbf{p}_{+}\rangle_s = a_s^{\dagger}(\mathbf{p}) |0\rangle, \quad (1.50)$$

а одночастичное состояние античастицы с импульсом  $\mathbf{p}$  и спином  $s$  — функцией

$$|\mathbf{p}_{-}\rangle_s = b_s^{\dagger}(\mathbf{p}) |0\rangle. \quad (1.51)$$

Для построения оператора смещения  $P_{\nu}$  можно воспользоваться плотностью лагранжиана  $\mathfrak{L}(x)$ . В итоге получим

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \frac{1}{2i} \int d\mathbf{r} [\psi^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \nabla\psi(\mathbf{r}, t) - \nabla\psi^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t)] = \\ &= \int d\mathbf{p} \cdot \mathbf{p} \sum_{s=-1/2}^{1/2} [n_{+}(\mathbf{p})_s + n_{-}(\mathbf{p})_s], \quad (1.52) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} n_{+}(\mathbf{p})_s &= a_s^{\dagger}(\mathbf{p}) a_s(\mathbf{p}), \\ n_{-}(\mathbf{p})_s &= b_s^{\dagger}(\mathbf{p}) b_s(\mathbf{p}) \quad (1.53) \end{aligned}$$

интерпретируются как операторы числа частиц и античастиц соответственно. Тогда

$$H = \int d\mathbf{p} E(\mathbf{p}) \sum_{s=-1/2}^{1/2} [n_+(\mathbf{p})_s + n_-(\mathbf{p})_s] \quad (1.54)$$

и импульс  $\mathbf{P}$  опять не зависит от времени. Итак, функция

$$\langle 0 | \Psi(x) | \mathbf{p}_+ \rangle_s = \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2}} u(\mathbf{p})_s \quad (1.55)$$

является решением уравнения Дирака для положительной энергии, и функция

$$\langle 0 | \Psi^\dagger(x) | \mathbf{p}_- \rangle_s = \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2}} v(\mathbf{p})_s \quad (1.56)$$

— для отрицательной.

Проблемы квантования электромагнитного поля вызывали много дискуссий. Мы советуем читателю, интересующемуся всеми тонкостями этого вопроса, обратиться к специальным учебникам. Фотон описывается векторным полем  $A_\nu(\mathbf{r}, t)$ , поскольку спин фотона равен единице. В классической теории поля можно непосредственно и однозначно наложить на потенциал  $A_\nu$  условие  $\partial_\nu A_\nu = 0$ . Это условие необходимо для того, чтобы поле  $A_\nu(\mathbf{r}, t)$  описывало истинную частицу со спином единица, а не смесь частиц со спином нуль и единица<sup>1)</sup>. В квантовой теории поля это условие ограничивает гильбертово пространство состояний. При описании электромагнитного поля допускаются лишь состояния, удовлетворяющие условию

$$\partial_\nu A_\nu | \Phi \rangle = 0. \quad (1.57)$$

Кроме того, так как масса фотона равна нулю, то у него имеют только две независимые поляризации. Позднее, когда мы будем обсуждать градиентную инвариантность электромагнитного поля, мы возвратимся к этому вопросу.

Компоненты  $A_\nu$  вектора-потенциала удовлетворяют волновому уравнению

$$\square A_\nu = 0, \quad (1.58)$$

которое можно получить из выражения для плотности лагранжиана

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu) (\partial_\mu A_\nu). \quad (1.59)$$

<sup>1)</sup> Оно также необходимо в том случае, если мы рассматриваем связь  $A_\mu$  с сохраняющимся током, пропорциональным  $\square A_\mu$ .

Разложим  $A_\nu$  в ряд по операторам рождения и уничтожения

$$A_\nu(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d\mathbf{p}}{\sqrt{2p_0}} [e^{i(\mathbf{p}\mathbf{x})} a_\nu(\mathbf{p}) + e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} a_\nu^\dagger(\mathbf{p})]. \quad (1.60)$$

Коммутационные соотношения для оператора  $a$ ,  $a^\dagger$  можно записать следующим образом:

$$[a_i(\mathbf{p}), a_j^\dagger(\mathbf{p}')] = \delta_{ij} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.61)$$

и

$$[a_0(\mathbf{p}), a_0^\dagger(\mathbf{p})]_- = -\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (1.62)$$

Знак минус в формуле (1.62) обусловлен выбранной нами лоренцевой метрикой. Из коммутационных соотношений для операторов  $a$ ,  $a^\dagger$  следует, что для одинаковых моментов времени

$$[A_\nu(\mathbf{r}, t), \dot{A}_\mu(\mathbf{r}, t)]_- = i\delta_{\mu\nu} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (1.63)$$

Для каждой степени свободы можно определить оператор числа частиц

$$n_\nu(\mathbf{p}) = a_\nu^\dagger(\mathbf{p}) a_\nu(\mathbf{p}). \quad (1.64)$$

Однако дополнительное условие  $\partial_\mu A_\mu$ , примененное к допустимым состояниям и записанное через операторы  $a$  и  $a^\dagger$ , означает, что

$$\langle \psi | (a_0(\mathbf{p}) - \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{a}(\mathbf{p})) | \varphi \rangle = 0. \quad (1.65)$$

[Напомним, что для частиц с массой ноль  $E(\mathbf{p}) = |\mathbf{p}|$ .] Выберем систему координат так, чтобы вектор  $\hat{\mathbf{p}}$ <sup>1)</sup> был направлен вдоль оси 3, а векторы поляризации фотона — вдоль осей 1 и 2. Тогда вместо условия (1.65) имеем

$$a_0(\mathbf{p}) - a_3(\mathbf{p}) = 0. \quad (1.66)$$

Итак, при данном выборе координатной системы получаем

$$n_0(\mathbf{p}) - n_3(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \{ [a_3^\dagger(\mathbf{p}) - a_0^\dagger(\mathbf{p})] [a_3(\mathbf{p}) + a_0(\mathbf{p})] \} + \\ + \frac{1}{2} \{ [a_3^\dagger(\mathbf{p}) + a_0^\dagger(\mathbf{p})] [a_3(\mathbf{p}) - a_0(\mathbf{p})] \} = 0. \quad (1.67)$$

<sup>1)</sup>  $\hat{\mathbf{p}}$  означает единичный вектор.

А это означает, что только поперечные фотоны являются наблюдаемыми, т. е. в действительности

$$H = \int d\mathbf{p} |\mathbf{p}| [n_1(\mathbf{p}) + n_2(\mathbf{p})] \quad (1.68)$$

и

$$\mathbf{P} = \int d\mathbf{p} \mathbf{p} [n_1(\mathbf{p}) + n_2(\mathbf{p})], \quad (1.69)$$

а

$$\langle 0 | \mathbf{A}_{1,2}(x) | \mathbf{p} \rangle_{1,2} = \frac{e^{i(\mathbf{p}x)}}{(2\pi)^{3/2}} \boldsymbol{\varepsilon}_{1,2}, \quad (1.70)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_{1,2}$  — единичные векторы поляризации, перпендикулярные импульсу  $\hat{\mathbf{p}}$ .

В заключение этой главы заметим, что в методе Лагранжа имеется неоднозначность, о которой мы поговорим ниже. Две плотности лагранжиана, отличающиеся друг от друга лишь четырехмерной дивергенцией  $\partial_\mu O_\mu(x)$ , приводят к одним и тем же уравнениям движения при условии, что <sup>1)</sup>

$$\int d^4x \partial_\mu O_\mu(x) = 0, \quad (1.71)$$

так как обе они определяют одну и ту же функцию действия  $S = \int \mathcal{L}(x) d^4x$ .

<sup>1)</sup> Если мы потребуем, чтобы  $\mathcal{L}$  содержала самое большее первые производные полей, то операторы  $O_\mu$  будут ограничены. Чтобы увидеть, как это происходит, рассмотрим дивергенцию  $\partial_\mu O_\mu$ , определенную типичным образом

$$\partial_\mu O_\mu = (\psi O_{\mu\nu} \psi, \nu), \quad (1.72)$$

где  $O_{\mu\nu}$  — некоторая произвольная матрица, действующая на поля. Член, пропорциональный  $(\psi, \nu)_{,\mu}$ , должен обратиться в нуль, в противном случае плотность лагранжиана  $\mathcal{L}$  содержала бы вторые производные. Этого можно достигнуть, если матрица  $O_{\mu\nu}$  антисимметрична. Мы можем выразить это условие, вообще говоря, потребовав

$$\frac{\delta O_\mu}{\delta \psi, \nu} = - \frac{\delta O_\nu}{\delta \psi, \mu}. \quad (1.73)$$

## ТОКИ. ПЕРВОЕ ЗНАКОМСТВО

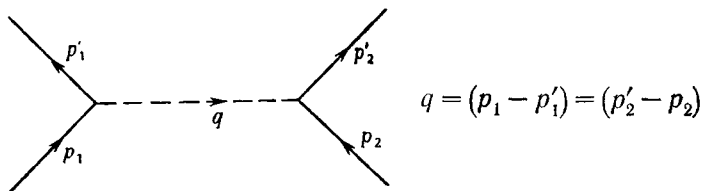
Плотность тока  $J_\nu(x)$  можно определить как любую 4-векторную функцию квантованных полей  $\varphi$ ,  $\psi$  и т. д. с размерностью  $1/L^3$ . Не приходится и говорить, что существует обширный ассортимент операторов, которые попадают в рамки этого определения. Однако некоторые токи более интересны, чем другие. Интерес к определенному типу тока или системе токов обычно определяется тремя свойствами:

1. Токи могут взаимодействовать друг с другом.
2. Дивергенция тока может быть очень простой по структуре, например  $\partial_\mu J_\mu = 0$ .

3. Симметрии в физической системе можно выразить посредством соотношений коммутации между токами или интегралами от некоторых плотностей токов.

В конце этой главы мы обсудим п. 1 и 2; п. 3 рассмотрим позднее.

1. Наиболее известным примером взаимодействующих токов является, конечно, взаимная связь электромагнитных токов двух заряженных частиц. В книгах по теории квантованных полей эта связь обычно наглядно представляется как обмен квантами между заряженными частицами, каждая из которых испускает и поглощает кванты. Этот обмен изображается с помощью диаграммы Фейнмана (фиг. 1), в которой сплошные линии представляют заряженную частицу, а пунктирная линия — обменный квант. Здесь мы не будем учитывать

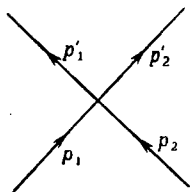


Фиг. 1.

явную функциональную структуру токов, а обмен квантом запишем математически в форме интеграла

$$\int d^4x \int d^4x' J_{\mu}^{(1)}(x) D_{\mu\nu}(x-x') J_{\nu}^{(2)}(x'),$$

где  $J_{\mu}^{(1,2)}$  — плотности токов,  $D_{\mu\nu}$  — функция (пропагатор, или функция Грина), которая описывает распространение кванта. В принципе электромагнитные токи могли бы взаимодействовать непосредственно в некоторой точке без обмена квантом, как это показано на диаграмме фиг. 2. Такое представление взаимо-



Ф и г. 2.

действия приведет к электромагнитным явлениям, полностью отличным от электромагнитных явлений, наблюдаемых в природе<sup>1)</sup>. В частности, силы между частицами имели бы нулевой радиус взаимодействия, тогда как хорошо известно, что силы между заряженными частицами (кулоновские силы) имеют бесконечный радиус действия. Радиус действия сил зависит от массы обменного кванта. Это можно показать двумя способами.

а. Если частица излучает квант с массой  $m$ , но при этом остается в прежнем состоянии, как, например, в случае  $e \rightarrow e + \gamma$ , то такой процесс должен привести к нарушению закона сохранения энергии на величину

$$\Delta E \sim m.$$

Следовательно, квант должен поглотиться за время

$$\Delta t \sim \frac{1}{m}.$$

Если квант движется со скоростью света, то за это время он пройдет расстояние от источника в среднем порядка  $1/m$ , так что радиус действия силы обратно пропорционален массе обменного кванта.

<sup>1)</sup> Для развлечения достаточно образованный читатель может попробовать вычислить амплитуду электрон-протоинного рассеяния, используя вторую фейнмановскую диаграмму вместо обычной и физически правильной первой диаграммы.

б. Этот результат можно получить точнее, рассматривая уравнение квантованного поля с источником. Во избежание излишних усложнений мы возьмем кванты скалярного мезонного поля. Если функция источника  $\rho(\mathbf{r})$  зависит только от координат, то уравнение поля можно записать в виде

$$(-\nabla^2 + m^2)\varphi(\mathbf{r}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

а его решение представить как

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \frac{e^{-m|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \rho(\mathbf{r}'). \quad (2.2)$$

Отсюда следует, что на расстоянии  $1/m$  от источника поле уменьшается в  $e$  раз. Энергия взаимодействия двух источников, обменивающихся квантами, равна

$$W = -\frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \int d\mathbf{r}'' [\rho_1(\mathbf{r}')\rho_2(\mathbf{r}'') + \rho_1(\mathbf{r}'')\rho_2(\mathbf{r}')] \frac{e^{-m|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|}}{|\mathbf{r}'-\mathbf{r}''|}. \quad (2.3)$$

Если источники описываются  $\delta$ -функциями,  $\delta^3(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)$ , то для потенциала взаимодействия получаем следующее выражение:

$$V(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|) = \frac{e^{-m|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}, \quad (2.4)$$

которое переходит в кулоновский потенциал при  $m \rightarrow 0$ . В квантовой теории поля  $D$ -функции (пропагаторы) экспоненциально падают для пространственно-подобных расстояний  $x-x'$ , поэтому связь между радиусом действия сил и массой здесь тоже справедлива. Оказывается, что для большей части токов, которые мы рассмотрим в этой книге, связь их с квантованными полями, имеющими спин, равный единице, можно записать в общей форме  $J_\mu(x)V_\mu(x)$ . Позднее мы увидим, что некоторые из векторных частиц экспериментально обнаружены, другие же еще не наблюдались.

2. Дивергенция большинства токов, которыми мы интересуемся, очень проста: либо равна нулю, когда токи точно сохраняются, либо является достаточно простой функцией полей, и ее свойства можно исследовать. Преимущество рассмотрения сохраняющихся токов состоит в том, что такое рассмотрение автоматически приводит к интегралам движения (хорошим квантовым числам). Но не все интегралы движения можно связать с токами. (Например, в сильных взаимодействиях четность сохраняется. Тем не менее оператор четности не связан с током.) Будем называть *зарядами* те из операторов, которые можно сопоставить токам. К числу таких зарядов, сохраняющихся в известных взаимодействиях, принадлежат электрический заряд,



изотопический спин, гиперзаряд. О них мы поговорим в конце книги.

Чтобы увидеть, как из закона сохранения тока получается закон сохранения заряда, рассмотрим интеграл

$$\int d\mathbf{r} \partial_\mu J_\mu = \frac{\partial}{\partial t} \int d\mathbf{r} J_0(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.5)$$

Выражение (2.5) справедливо лишь при условии

$$\int d\mathbf{r} \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.6)$$

Величина

$$Q_J = \int d\mathbf{r} J_0(\mathbf{r}, t) \quad (2.7)$$

(скаляр<sup>1)</sup> относительно преобразований Лоренца) коммутирует с гамильтонианом  $H$ , определяющим временную зависимость полей, из которых строится  $J_\mu$ :

$$[H, Q_J]_- = 0. \quad (2.8)$$

Если  $|\mathbf{p}\rangle$  — любое состояние, которое является собственной функцией оператора  $H$  с собственным значением  $E(\mathbf{p})$ , например состояние свободной частицы, то для постоянного  $Q_J$

$$HQ_J |\mathbf{p}\rangle = E(\mathbf{p}) Q_J |\mathbf{p}\rangle. \quad (2.9)$$

Это означает, что либо  $|\mathbf{p}\rangle$  — собственное состояние  $Q_J$ , либо спектр оператора  $H$  вырожден.

Имея в виду дальнейшее применение матричных элементов сохраняющегося тока, получим простое условие для матричных элементов  $J_\mu$ , взятых между собственными состояниями оператора смещения  $P_\mu$ . Из закона сохранения тока следует, что

$$0 = \partial_\mu J_\mu(x) = \frac{1}{i} [P_\mu, J_\mu(x)]_-. \quad (2.10)$$

<sup>1)</sup> Хотя заранее не очевидно, что  $Q_J$  при лоренц-преобразованиях ведет себя как скаляр, тем не менее, как и в классической теории полей, из закона сохранения тока следует, что  $Q_J$  является скаляром. Это можно увидеть, используя четырехмерное тождество Гаусса. Мы предполагаем, что  $J_\mu(\mathbf{r}, t)$  обращается в нуль вне некоторого конечного объема. Таким образом,

$$0 = \int (\partial_\mu J_\mu) d^4x = \int J_\mu d\sigma_\mu.$$

Если взять в качестве области интегрирования четырехмерный объем, на границах которого ( $S_1$  и  $S_2$ )  $J_\mu$  обращается в нуль (см. фиг. 3), то

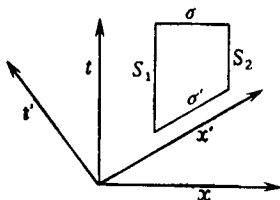
$$\int J_0 d\mathbf{r} = \int J'_0 d\mathbf{r},$$

где  $J_0$  и  $J'_0$  связаны произвольным преобразованием Лоренца (см., например, [3]).

Отсюда

$$\begin{aligned} 0 &= \langle \mathbf{p}' | [P_\mu, J_\mu(x)]_- | \mathbf{p} \rangle = (p' - p)_\mu \langle \mathbf{p}' | J_\mu(x) | \mathbf{p} \rangle = \\ &= e^{i(p-p')x} (p' - p)_\mu \langle \mathbf{p}' | J_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Поскольку ток  $J_\mu$  является функцией операторов поля, то, вообще говоря, без знания уравнений поля невозможно найти его дивергенцию. Однако оказывается, что для токов, играющих очень важную роль в физике элементарных частиц, эту проблему можно обойти. Эти токи отражают свойства симметрии плотности лагранжиана  $\mathcal{L}$ . Допустим, что  $\mathcal{L}$  является функцией полей



Фиг. 3.

$\psi_1, \dots, \psi_n$  и самое большое — их первых производных. [В действительности это не экстраординарное предположение, так как если  $\mathcal{L}$  содержит только производные конечного порядка, то ее всегда можно записать через производные первого порядка путем введения вспомогательных полей и множителей Лагранжа.] Пусть  $\Lambda(x)$  — бесконечно малая функция ( $c$ -число) и пусть  $F_i(\psi_1, \dots, \psi_n)$  с  $i = 1, \dots, n$  — в основном произвольные функции полей  $\psi_1, \dots, \psi_n$ . Практически мы будем иметь дело обычно с чрезвычайно простыми функциями  $F_i(\psi_1, \dots, \psi_n)$ .

Рассмотрим преобразование

$$\psi_i(x) \rightarrow \psi_i(x) + \Lambda(x) F_i(\psi_1, \dots, \psi_n) \quad (2.12)$$

и проследим, к каким изменениям в  $\mathcal{L}$  оно приведет. Поскольку функция  $\Lambda$  бесконечно мала, т. е.  $\Lambda^2 \approx 0$ , то как  $\delta\mathcal{L}/\delta\Lambda$ , так и  $\delta\mathcal{L}/\delta\Lambda_\mu$  не зависят от  $\Lambda$ . Ток, порожденный этим преобразованием, мы определим в виде

$$J_\mu(x) = \frac{\delta\mathcal{L}(x)}{\delta\Lambda_\mu} \quad (2.13)$$

и докажем, что его дивергенция равна

$$\partial_\mu J_\mu = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\Lambda}. \quad (2.14)$$

Отсюда следует, что если плотность лагранжиана  $\mathcal{L}$  инвариантна относительно преобразований, рассмотренных выше с *постоянной*  $\Lambda$ , то ток, порожденный преобразованиями с *переменной*  $\Lambda$ , будет сохраняться. Если же плотность лагранжиана не инвариантна, то дивергенция тока непосредственно задается производной  $\delta\mathcal{L}/\delta\Lambda$ .

Чтобы доказать этот результат, рассмотрим выражение

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\Lambda} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_i} \frac{\delta\psi_i}{\delta\Lambda} + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} \frac{\delta\psi_{i,\mu}}{\delta\Lambda}. \quad (2.15)$$

Так как

$$\frac{\delta\psi_i}{\delta\Lambda} = F_i \quad (2.16)$$

и

$$\psi_{i,\mu} \rightarrow \psi_{i,\mu} + \Lambda_{,\mu} F_i + \Lambda F_{i,\mu}, \quad (2.17)$$

то

$$\frac{\delta\psi_{i,\mu}}{\delta\Lambda} = F_{i,\mu}. \quad (2.18)$$

Итак, вариационная производная

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\Lambda} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_i} F_i + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} F_{i,\mu}, \quad (2.19)$$

как и ожидалось, не зависит от  $\Lambda$ . Кроме того,

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\Lambda_{,\mu}} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_i} \frac{\delta\psi_i}{\delta\Lambda_{,\mu}} + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} \frac{\delta\psi_{i,\mu}}{\delta\Lambda_{,\mu}} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} F_i. \quad (2.20)$$

Поэтому

$$\partial_\mu \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\Lambda_{,\mu}} = \partial_\mu \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} F_i + \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} F_{i,\mu}. \quad (2.21)$$

Теперь можно воспользоваться уравнением Эйлера — Лагранжа

$$\partial_\mu \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_{i,\mu}} = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\psi_i}, \quad (2.22)$$

чтобы преобразовать правую часть уравнения (2.21) к  $\delta\mathcal{L}/\delta\Lambda$  и тем самым закончить доказательство. Заметим, что неопределенность, упомянутая в конце гл. 1, означает, что две плотности лагранжиана, отличающиеся полной дивергенцией, приводят к одним и тем же уравнениям движения, но к различным токам. Однако вклад в ток от выражения  $\partial_\mu O_\mu$  в лагранжиане не меняет полного заряда при условии

$$\frac{\delta O_\mu}{\delta\psi_{i,\nu}} = - \frac{\delta O_\nu}{\delta\psi_{i,\mu}}, \quad (2.23)$$

которое было рассмотрено в конце гл. 1. Используя условие (2.23), гарантирующее, что  $\partial_\mu O_\mu$  содержит только первые производные, получаем для вклада в ток от добавочного члена  $\delta_\mu O_\mu$  выражение

$$J_\nu = \left( \frac{\delta \partial_\mu O_\mu}{\delta \Lambda, \nu} \right) = \partial_\mu \left( \frac{\delta O_\mu}{\delta \Lambda, \nu} \right). \quad (2.24)$$

Таким образом,

$$J_4 = \nabla \cdot \frac{\delta O}{\delta \Lambda, 4}, \quad (2.25)$$

а интеграл от этого выражения по всему пространству равен нулю. (Особенно тщательное обсуждение этого вопроса читатель найдет в статье Вентцеля [4], стр. 199.)

Теперь мы можем рассмотреть элементарные применения этого метода.

Для свободного скалярного поля никаких интересных результатов не получается. Допустим, что мы рассматриваем два скалярных поля<sup>1)</sup>  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , вырожденных по массе. (Вскоре мы увидим, что эта проблема имеет отношение к формализму изотопического спина в физике  $\pi$ -мезонов.) Лагранжиан таких полей имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} (\varphi_{,\mu} \cdot \varphi_{,\mu} + m^2 \varphi \cdot \varphi), \quad (2.26)$$

где

$$\varphi \cdot \varphi = \varphi_1 \varphi_1 + \varphi_2 \varphi_2. \quad (2.27)$$

Пусть

$$\begin{aligned} \varphi_1 &\rightarrow \varphi_1 + \Lambda \varphi_2, \\ \varphi_2 &\rightarrow \varphi_2 - \Lambda \varphi_1. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Тогда в пространстве 1,2 это преобразование запишется в матричной форме

$$\begin{pmatrix} \varphi'_1 \\ \varphi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Lambda \\ -\Lambda & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

Так как  $\Lambda$  бесконечно мала, то матрица преобразования (2.29) унитарна и унимодулярна<sup>2)</sup>. Это преобразование является обычным вращением полей. Вырождение по массе означает, что лагранжиан  $\mathcal{L}$  инвариантен относительно унитарных унимодулярных преобразований с постоянной величиной  $\Lambda$ .

Если  $\Lambda = \Lambda(x)$ , то

$$\varphi_{1,\mu} \varphi_{1,\mu} + \varphi_{2,\mu} \varphi_{2,\mu} \rightarrow \varphi_{,\mu} \cdot \varphi_{,\mu} + 2\Lambda_{,\mu} (\varphi_2 \varphi_{1,\mu} - \varphi_1 \varphi_{2,\mu}). \quad (2.30)$$

<sup>1)</sup> Мы предполагаем, что  $[\varphi_1, \varphi_2]_- = 0$ .

<sup>2)</sup> То есть детерминант ее равен единице.

Итак <sup>1)</sup>, величина

$$J_{\mu 3} = \Phi_2 \Phi_{1, \mu} - \Phi_1 \Phi_{2, \mu} \quad (2.31)$$

является сохраняющимся током, а величина

$$Q_3 = \int d\mathbf{r} (\varphi_1 \dot{\varphi}_2 - \varphi_2 \dot{\varphi}_1) \quad (2.32)$$

— соответствующим зарядом. Из уравнений движения без общих доказательств очевидно, что этот заряд не зависит от времени. Интересно изучить действие этого заряда на одночастичные состояния  $|\mathbf{p}\rangle_1$  и  $|\mathbf{p}\rangle_2$  соответствующих полей 1 и 2, где, например,

$$|\mathbf{p}\rangle_1 = a_1^\dagger(\mathbf{p})|0\rangle. \quad (2.33)$$

Для этого мы могли бы непосредственно воспользоваться определением заряда (2.32). Однако, учитывая, что в дальнейшем нам придется иметь дело с взаимодействующими полями, полезно выполнять все вычисления таким методом, который также был бы приемлем и в общем случае. Эту программу мы осуществим в два этапа. Прежде всего вычислим коммутатор  $[Q_3, \varphi_i(\mathbf{r}, t)]_-$ . Так как  $Q_3$  не зависит от времени, то, используя одновременные коммутаторы между  $\varphi_i$  и  $\dot{\varphi}_i$ , можно явно вычислить  $[Q_3, \varphi_i]$ . Поскольку коммутационные соотношения между зарядами и полями в дальнейшем играют существенную роль, мы дадим здесь их детальный вывод:

$$[Q_3, \varphi_i(\mathbf{r}, t)]_- = \int d\mathbf{r}' [(\varphi_2(\mathbf{r}', t) \dot{\varphi}_1(\mathbf{r}', t) - \varphi_1(\mathbf{r}', t) \dot{\varphi}_2(\mathbf{r}', t)), \varphi_i(\mathbf{r}, t)]_- \quad (2.34)$$

Пусть  $i = 1$ , тогда

$$[Q_3, \varphi_1(\mathbf{r}, t)]_- = i \int d\mathbf{r}' \varphi_2(\mathbf{r}', t) \delta^3(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = i\varphi_2(\mathbf{r}, t) \quad (2.35)$$

и

$$[Q_3, \varphi_2(\mathbf{r}, t)]_- = -i\varphi_1(\mathbf{r}, t). \quad (2.36)$$

Таким образом,

$$[Q_3, \varphi_i] = i\epsilon_{ij3}\varphi_j, \quad (2.37)$$

где  $\epsilon_{ijh}$  — полностью антисимметричный тензор 3 ранга с компонентами, равными +1, если  $ijk$  есть четная перестановка чисел 1, 2, 3, равными -1, если перестановка нечетная, и равными нулю в остальных случаях.

Далее мы построим одночастичное состояние так же, как это мы делали в гл. 1, обобщив лишь метод построения на взаимодействующие поля. Чтобы выделить из разложения оператора

<sup>1)</sup> Позднее будет ясно, почему мы написали индекс 3,

поля в интеграл Фурье одну фурье-компоненту, мы воспользуемся предельным переходом.

Заметим, что выражение

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} e^{iat} = \begin{cases} 1 & \text{для } a = 0, \\ 0 & \text{для } a \neq 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

следует понимать в смысле предела, взятого под знаком соответствующих интегралов. Рассмотрим, например,

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} \left( i \int d\mathbf{r} \left\{ \varphi_i(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} \right\} \right) \equiv \lim_{t \rightarrow \pm \infty} ( \quad ),$$

где  $\rho$  — некоторый вполне определенный 4-импульс. Разлагая  $\varphi_i$  по операторам рождения и уничтожения, дифференцируя по времени и используя предельный переход, получаем

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} ( \quad ) |0\rangle = \int d\mathbf{r} d\mathbf{p}' \frac{a_i(\mathbf{p})^\dagger e^{-i(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{r}} \rho_0 |0\rangle}{(2\pi)^3 \sqrt{4\rho_0 \rho_0'}}. \quad (2.39)$$

Интегрирование по пространственным переменным дает  $(2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$ , и поэтому

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} ( \quad ) |0\rangle = \frac{1}{2} a_i^\dagger(\mathbf{p}) |0\rangle. \quad (2.40)$$

Аналогично

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} \left( -i \int d\mathbf{r} \dot{\varphi}_i(\mathbf{r}, t) \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} \right) |0\rangle = \frac{1}{2} a_i^\dagger(\mathbf{p}) |0\rangle. \quad (2.41)$$

Итак,

$$| \mathbf{p} \rangle_i = \lim_{t \rightarrow \pm \infty} \left( i \int d\mathbf{r} \left\{ \varphi_i(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} - \frac{\dot{\varphi}_i(\mathbf{r}, t) e^{i\rho x}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} \right\} \right) |0\rangle. \quad (2.42)$$

Этот довольно громоздкий оператор также годится для построения одночастичных состояний взаимодействующих полей путем действия его на вакуум. Поскольку величина  $Q_3$  не зависит от времени, то ее можно внести под знак предела

$$Q_3 | \mathbf{p} \rangle_i = \lim_{t \rightarrow \pm \infty} i \int d\mathbf{r} Q_3 \left\{ \varphi_i(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} \frac{e^{i\rho x}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} - \frac{\dot{\varphi}_i(\mathbf{r}, t) e^{i\rho x}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} \right\} |0\rangle. \quad (2.43)$$

Уместно заметить, что поскольку  $\dot{Q}_3 = 0$ , то

$$\frac{\partial}{\partial t} ([Q_3, \varphi_i]_-) = [Q_3, \dot{\varphi}_i]_- = i\varepsilon_{ij3} \dot{\varphi}_j. \quad (2.44)$$

Кроме того,

$$Q_3|0\rangle = 0, \quad (2.45)$$

что очевидно, если воспользоваться представлением заряда с помощью операторов рождения и уничтожения

$$Q_3 = i \int d\mathbf{p} (a_1(\mathbf{p}) a_2^\dagger(\mathbf{p}) - a_1^\dagger(\mathbf{p}) a_2(\mathbf{p})) \quad (2.46)$$

и учесть, что, действуя на вакуум, операторы  $a_i(\mathbf{p})$  дают нуль.

Условие (2.45) можно доказать и другим способом, который также приемлем для взаимодействующих полей. Пусть гамильтониан таков, что вакуумное состояние единственно, т. е. мы предполагаем, что существует одно и только одно нормированное состояние, такое, что  $H|0\rangle = 0$ . Теперь покажем, что если  $Q_3|0\rangle \neq 0$ , то состояние вакуума должно быть вырожденным. Поскольку

$$[Q_3, H]_- = 0, \quad (2.47)$$

то можно выбрать состояние  $|0\rangle$  так, чтобы оно было собственным состоянием оператора  $Q_3$ . Поэтому

$$Q_3|0\rangle = q|0\rangle. \quad (2.48)$$

Рассмотрим преобразование, определенное соотношениями

$$\begin{aligned} c\phi_1 c^{-1} &= \phi_1, \\ c\phi_2 c^{-1} &= -\phi_2. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Ясно, что для гамильтониана, соответствующего лагранжиану (2.26), получим

$$cHc^{-1} = H \quad (2.50)$$

с

$$c^2 = 1 \quad (2.51)$$

и для производных полей

$$\begin{aligned} c\dot{\phi}_1 c^{-1} &= \dot{\phi}_1, \\ c\dot{\phi}_2 c^{-1} &= -\dot{\phi}_2. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Поэтому

$$cQ_3 c^{-1} = -Q_3. \quad (2.53)$$

Отсюда видно, что для  $q \neq 0$   $c|0\rangle$  есть другое вакуумное состояние, ортогональное к  $|0\rangle$ . Во-первых,

$$Hc|0\rangle = 0, \quad (2.54)$$

так как  $c$  не зависит от времени. Поэтому  $c|0\rangle$  — вакуумное состояние. Во-вторых,

$$Q_3 c|0\rangle = -qc|0\rangle, \quad (2.55)$$

поэтому  $|0\rangle$  и  $c|0\rangle$  — два состояния с одной и той же энергией, но с различными собственными значениями эрмитового оператора  $Q_3$ . Таким образом,

$$\langle 0|cQ_3|0\rangle = q\langle 0|c|0\rangle = -q\langle 0|c|0\rangle. \quad (2.56)$$

Следовательно, если  $q \neq 0$ , то  $|0\rangle$  и  $c|0\rangle$  ортогональны, а это означает, что вакуум вырожден. В дальнейшем мы всюду будем считать, что вакуум не вырожден<sup>1)</sup>.

Теперь уже легко закончить вычисление величины  $Q_3|p\rangle_i$ . Воспользовавшись соотношениями коммутации и уравнением  $Q_3|0\rangle = 0$ , сразу получим, что

$$Q_3|p\rangle_i = ie_{ij3}|p\rangle_j. \quad (2.57)$$

Таким образом, состояния  $|p\rangle_i$  не являются собственными состояниями оператора  $Q_3$ <sup>2)</sup>. Поскольку  $[Q_3, H]_- = 0$ , то можно найти нормированные собственные состояния операторов  $Q_3$  и  $H$ .

Пусть

$$|p\rangle_+ = \frac{|p\rangle_1 + i|p\rangle_2}{\sqrt{2}} \quad (2.58)$$

и

$$|p\rangle_- = \frac{|p\rangle_1 - i|p\rangle_2}{\sqrt{2}}. \quad (2.59)$$

Отсюда сразу видно, что

$$\begin{aligned} Q_3|p\rangle_+ &= |p\rangle_+, \\ Q_3|p\rangle_- &= -|p\rangle_-. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Заряд этих состояний соответственно равен  $\pm 1$ .

Если мы определим функции

$$\varphi^\pm = \frac{\varphi_1 \pm i\varphi_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.61)$$

то их можно рассматривать как поля, которые порождают состояния с зарядом, равным  $\pm 1$ . Используя операцию  $c$ , определенную ранее, мы получаем

$$c\varphi^\pm c^{-1} = \varphi^\mp, \quad (2.62)$$

<sup>1)</sup> Следует заметить, что это доказательство было бы не верным, если бы вместо заряда  $Q_3$  мы использовали плотность заряда  $J_0(x)_3$ . Действительно,  $[H, J_0(x)_3]_- \neq 0$ . Только коммутатор  $[H, Q_3]_- = 0$ . Это даже хорошо, так как можно показать, что если  $J_0(x)_3|0\rangle = 0$ , то  $J_0(x)_3 = 0$  (результат, справедливый только для локального оператора  $Q_3$  [5]).

<sup>2)</sup> Как упоминалось ранее, это означает, что состояния  $|p\rangle_1$  и  $|p\rangle_2$  вырождены по энергии, что ясно, во всяком случае, из симметрии лагранжиана.



поэтому  $c$  можно отождествить с операцией «зарядового сопряжения», которая заменяет частицу на античастицу. Для скалярного поля античастицей по отношению к  $\varphi^+$  является  $\varphi^-$ . Полезно записать  $\mathfrak{L}$  и  $Q_3$  непосредственно через поля  $\varphi^\pm$ . Заметим, что одновременные коммутаторы полей  $\varphi^\pm$  и их производных имеют вид

$$[\varphi^+, \dot{\varphi}^-]_- = [\varphi^-, \dot{\varphi}^+]_- = i\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (2.63)$$

Итак,

$$\mathfrak{L} = -\frac{1}{2} \{ \partial_\mu \varphi^+ \partial_\mu \varphi^- + \partial_\mu \varphi^- \partial_\mu \varphi^+ + m^2 [\varphi^+ \varphi^- + \varphi^- \varphi^+] \}. \quad (2.64)$$

Преобразование

$$\begin{pmatrix} \varphi_1' \\ \varphi_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Lambda \\ -\Lambda & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (2.65)$$

которое оставляет плотность лагранжиана  $\mathfrak{L}$  инвариантной, записывается для полей  $\varphi^\pm$  в форме

$$\begin{aligned} \varphi^{+'} &= (1 - i\Lambda)\varphi^+, \\ \varphi^{-'} &= (1 + i\Lambda)\varphi^-. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Таким образом, инвариантности  $\mathfrak{L}$  относительно вращений в пространстве  $(\varphi_1, \varphi_2)$  соответствует фазовая (калибровочная) инвариантность в пространстве  $(\varphi^+, \varphi^-)$ , так как

$$e^{i\Lambda} = (1 + i\Lambda) \quad \text{для} \quad \Lambda^2 \ll 1. \quad (2.67)$$

Используя фазовые преобразования, можно непосредственно получить  $J_\mu$  и  $Q_3$  как функции полей  $\varphi^\pm$ , поскольку доказанные выше теоремы так же применимы к этим полям, как и к полям  $\varphi_1, 2$ .

Итак,

$$J_\mu = \frac{i}{2} \{ [\varphi^+ \partial_\mu \varphi^- - \partial_\mu \varphi^+ \varphi^-] - [ + \leftrightarrow - ] \} \quad (2.68)$$

и

$$Q_3 = \frac{i}{2} \int d\mathbf{r} \{ [\dot{\varphi}^+ \varphi^- - \varphi^+ \dot{\varphi}^-] - [ + \leftrightarrow - ] \}. \quad (2.69)$$

Определим операторы числа частиц и античастиц

$$\begin{aligned} n_+ &= a_+^\dagger a_+, \\ n_- &= a_-^\dagger a_-, \end{aligned} \quad (2.70)$$

тогда

$$Q_3 = \int d\mathbf{p} [n_+(\mathbf{p}) - n_-(\mathbf{p})].$$

Из коммутационного соотношения

$$[Q_3, \varphi_i]_- = i\epsilon_{ij3}\varphi_j \quad (2.71)$$

следует, что

$$[Q_3, \varphi^\pm]_- = \pm \varphi^\pm. \quad (2.72)$$

Это коммутационное соотношение означает, что  $Q_3$  является *генератором* фазовых преобразований в пространстве  $(\varphi^+, \varphi^-)$ . Понятие *генератор* можно объяснить следующим образом.

Рассмотрим унитарные операторы ( $Q$  — эрмитов оператор,  $\Lambda$  — действительное число)

$$U(\Lambda) = e^{i\Lambda Q}. \quad (2.73)$$

Эти операторы образуют группу в общепринятом смысле, т. е.

$$\begin{aligned} U(\Lambda_1) U(\Lambda_2) &= U(\Lambda_1 + \Lambda_2), \\ U(\Lambda)^{-1} &= U(-\Lambda) = U(\Lambda)^\dagger, \end{aligned} \quad (2.74)$$

и все элементы этой группы коммутируют друг с другом. Тогда группа таких элементов  $U(\Lambda)$  является абелевой калибровочной группой. Мы можем теперь изучать действие этой группы на поля  $\varphi^\pm$ . Пусть  $A$  — произвольный эрмитов оператор, а  $O$  — любой оператор. Рассмотрим оператор  $F(\Lambda)$ , определенный как

$$F(\Lambda) = e^{i\Lambda A} O e^{-i\Lambda A}; \quad (2.75)$$

тогда

$$F'(\Lambda) = i(AF(\Lambda) - F(\Lambda)A) = i[A, F(\Lambda)]_- \quad (2.76)$$

и

$$F''(\Lambda) = -[A, [A, F(\Lambda)]_-]_-. \quad (2.77)$$

Разлагая  $F(\Lambda)$  в ряд Тейлора по  $\Lambda$ , имеем

$$\begin{aligned} F(\Lambda) &= F(0) + \Lambda F'(0) + \Lambda^2 \frac{F''(0)}{2!} + \dots \\ &\dots = O + i\Lambda [A, O]_- - \frac{\Lambda^2}{2!} [A, [A, O]_-]_- + \dots \end{aligned} \quad (2.78)$$

Полагая  $O = \varphi^\pm$  и  $A = Q_3$ , получаем

$$e^{i\Lambda Q_3} \varphi^\pm e^{-i\Lambda Q_3} = \varphi^\pm \pm i\Lambda \varphi^\pm - \Lambda^2 \varphi^\pm + \dots = e^{\pm i\Lambda} \varphi^\pm. \quad (2.79)$$

Таким образом, будучи применен к полям  $\varphi^\pm$ , оператор  $U(\Lambda) = e^{i\Lambda Q_3}$  изменяет их фазу на величину  $\pm\Lambda$ . Заряд  $Q_3$  бесконечно мало меняет фазу в том смысле, что для  $\Lambda \ll 1$

$$\varphi^{\pm'} = \varphi^\pm + i\Lambda [Q_3, \varphi^\pm]_-. \quad (2.80)$$

Это свойство характерно для дифференцируемых групп (группы Ли), таких, как, например, абелева калибровочная группа, конечные преобразования которой можно определить с помощью бесконечно малых преобразований, используя коммутационные соотношения между генераторами и полями.

Прежде чем перейти к фермионам, следует сделать два дополнительных замечания.

Во-первых, заряд  $Q_3$ , который мы получили с помощью преобразования лагранжиана путем замены  $\varphi^\pm \rightarrow (1 \mp i\Lambda)\varphi^\pm$ , порождает в свою очередь бесконечно малые преобразования  $(1 + i\Lambda Q_3)\varphi^\pm(1 - i\Lambda Q_3) = (1 \pm i\Lambda)\varphi^\pm$  полей. В этих двух случаях знак перед  $\Lambda$  противоположен. Этого и следовало ожидать, поскольку в методе, который применялся при получении токов, мы преобразовывали поля так, как если бы они были векторами состояний. Такая процедура не ортодоксальна, но тем не менее является вполне хорошо определенной. Однако, когда мы совершаем унитарные преобразования полей в обычном смысле, используя генераторы, мы получаем из закона сохранения токов, что поля преобразуются контрагредиентно к состояниям. Это означает, что если мы преобразуем поля в лагранжиане, чтобы получить заряд  $Q_3$ , согласно выражению  $\varphi^{\pm'} = e^{\mp i\Lambda}\varphi^\pm$ , то  $e^{i\Lambda Q_3}\varphi^\pm e^{-i\Lambda Q_3} = e^{\pm i\Lambda}\varphi^\pm$ .

Во-вторых, очевидно, что для постоянной  $\Lambda$

$$e^{i\Lambda Q_3}\mathcal{L}e^{-i\Lambda Q_3} = \mathcal{L}, \quad (2.81)$$

где  $\mathcal{L}$  — плотность лагранжиана, определенная выше. Поэтому из соотношения между  $\mathcal{L}$  и  $H$  получим

$$e^{i\Lambda Q_3}He^{-i\Lambda Q_3} = H. \quad (2.82)$$

Следовательно, для  $\Lambda \ll 1$ , разлагая экспоненты в ряд, имеем

$$[H, Q_3]_- = 0. \quad (2.83)$$

Отсюда тот факт, что заряд является интегралом движения, можно рассматривать так же, как утверждение, что гамильтониан инвариантен относительно калибровочного преобразования поля с постоянной фазой.

Свободные фермионные поля характеризуются плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi, \quad (2.84)$$

которая, очевидно, инвариантна относительно преобразований

$$\begin{aligned} \psi' &= e^{i\Lambda}\psi, \\ \bar{\psi}' &= e^{-i\Lambda}\bar{\psi} \end{aligned} \quad (2.85)$$

с действительной и постоянной величиной  $\Lambda$ . Таким образом, полагая  $\Lambda(x) \ll 1$  и применяя калибровочное преобразование (2.85) к  $\mathcal{L}$ , можно легко получить сохраняющийся ток

$$J_\mu = i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \quad (2.86)$$

и постоянный заряд

$$Q = \int d\mathbf{r}\psi^\dagger\psi. \quad (2.87)$$

Тот факт, что этот ток и заряд эрмитовы, не столь очевиден, как в скалярном случае. Однако легко видеть, что условие эрмитовости билинейной формы, такой, как  $\bar{\psi}O\psi$ , где  $O$  — некоторая четырехмерная матрица, имеет вид

$$(\bar{\psi}O\psi)^\dagger = \bar{\psi}O\psi, \quad (2.88)$$

Оно эквивалентно условию

$$O = \gamma_4 O^\dagger \gamma_4. \quad (2.89)$$

Таким образом, принимая во внимание  $i$  в определении  $J_\mu$ , а также эрмитовость всех  $\gamma$ -матриц, имеем

$$\mathbf{J}^\dagger = \mathbf{J} \quad (2.90)$$

и

$$J_4^\dagger = -J_4. \quad (2.91)$$

Следовательно,

$$Q^\dagger = Q. \quad (2.92)$$

Очевидно, что если ток  $J_\mu$  сохраняется, то будет сохраняться и ток  $\alpha J_\mu$ , где  $\alpha$  — произвольное число. В методе, который мы использовали для получения токов, единица измерения заряда  $Q$  не фиксирована. И это можно сделать лишь с помощью дополнительных физических предположений. Для наших целей нужно еще определить величину  $B$  — барионное число, которое в дальнейшем будет играть существенную роль, как

$$B = \int d\mathbf{r}\psi^\dagger\psi. \quad (2.93)$$

В этой связи введем небольшое техническое усовершенствование, которое позволит нам исключить бесконечную величину нулевой энергии из свободного гамильтониана и бесконечную постоянную из  $B$  с самого начала. Всякий раз, когда нам в лагранжиане, токе или им подобным величинах встретится выражение вида  $\bar{\psi}O\psi$ , где  $O$  — четырехмерная матрица, мы будем заменять его выражением

$$:\bar{\psi}O\psi: = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} (\bar{\psi}_\alpha O_{\alpha\beta} \psi_\beta - \psi_\beta O_{\alpha\beta} \bar{\psi}_\alpha). \quad (2.94)$$

При такой замене новый ток  $:J_\mu:$  эрмитов, и если мы произведем фазовые преобразования в  $:\mathcal{E}:$ , то непосредственно получим  $:J_\mu:$ . За исключением отдельных формул, мы не будем в дальнейшем выписывать символ  $:$ , просто запомним, что такая замена произведена во всех билинейных формах по  $\psi$  и  $\bar{\psi}$ .

Легко видеть, что число  $B$  (понимаемое как  $:B:$ ) можно записать в виде

$$B = \int d\mathbf{p} (n_+(\mathbf{p}) - n_-(\mathbf{p})). \quad (2.95)$$

Таким образом, барионное число измеряет число барионов минус число антибарионов.  $B$  является одним из немногих квантовых чисел в физике элементарных частиц, которое сохраняется во всех взаимодействиях. В физике элементарных частиц все лагранжианы следует строить так, чтобы они были инвариантными относительно фазовых преобразований, которые порождают сохраняющуюся величину  $B$ .

Мы можем построить одночастичные фермионные состояния со спином, воспользовавшись предельной процедурой, подобной той, которую мы использовали выше для построения одночастичных скалярных состояний. Легко видеть, что для свободных полей  $\psi$  и  $\bar{\psi}$ , если  $p$  — 4-вектор энергии-импульса с  $p_0 > 0$ , то

$$\lim_{t \rightarrow \pm \infty} \left( \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{r}, t) \gamma_4 \frac{e^{i(p \cdot x)}}{(2\pi)^{3/2}} u_s(\mathbf{p}) \right) |0\rangle = a_s^\dagger(\mathbf{p}) |0\rangle. \quad (2.96)$$

Для построения состояний в случае взаимодействующего поля  $\psi$  мы будем пользоваться тем же самым предельным переходом. В литературе состояние

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} ( \ ) |0\rangle = | \mathbf{p} \rangle_s \quad (2.97)$$

часто называется «ин-состоянием» и обозначается как  $| \mathbf{p} \rangle_{s \text{ in}}$ . Индекс in отражает идею определения состояния, когда взаимодействие еще не было включено. Аналогично

$$\lim_{t \rightarrow \infty} ( \ ) |0\rangle = | \mathbf{p} \rangle_{s \text{ out}}. \quad (2.98)$$

Индекс out отражает идею определения состояния в отдаленном будущем, когда взаимодействие вновь будет выключено и частицы снова будут свободны. Вообще для одной частицы  $| \mathbf{p} \rangle_{s \text{ in}} = | \mathbf{p} \rangle_{s \text{ out}}$ . Мы не рассмотрели построение многочастичных состояний. При случае мы это сделаем позднее. Однако ясно, что для свободных частиц

$$| \mathbf{p}, \mathbf{p}' \rangle_{s, s'} = a_s^\dagger(\mathbf{p}) a_{s'}^\dagger(\mathbf{p}') |0\rangle. \quad (2.99)$$

Таким образом, для таких свободных состояний

$$|\mathbf{p}, \mathbf{p}'\rangle_{ss' \text{ in}} = |\mathbf{p}, \mathbf{p}'\rangle_{ss' \text{ out}}. \quad (2.100)$$

Для взаимодействующих полей этот результат уже не будет справедлив и разность между состояниями  $|\rangle_{\text{in}}$  и  $|\rangle_{\text{out}}$  отражает возможность того, что взаимодействующие частицы могут столкнуться и рассеяться.

Мы можем также определить для фермионных полей операцию «зарядового сопряжения», или преобразование  $C$  (частица — античастица).

Если определить

$$\bar{\psi}(\mathbf{r}, t)' \equiv C \bar{\psi}(\mathbf{r}, t) C^{-1} = (c^{-1} \psi(\mathbf{r}, t))^\dagger n^*, \quad (2.101)$$

где  $n^*$  — произвольный фазовый множитель<sup>1)</sup>,  $n^* n = 1$ , и потребовать, чтобы матрица  $c$  подчинялась условиям

$$\begin{aligned} c^\dagger &= -c, \\ c^\dagger c &= 1, \\ c \gamma_\mu^\dagger c^{-1} &= -\gamma_\mu, \end{aligned} \quad (2.102)$$

то можно проверить, производя несложные вычисления и понимая величины  $\mathcal{L}$ ,  $J_\mu$  и т. д. как  $:\mathcal{L}:, :J_\mu:, \dots$ , что для лагранжиана Дирака

$$C \mathcal{L} C^{-1} = \mathcal{L}, \quad (2.103)$$

так что

$$[H, C]_- = 0 \quad (2.104)$$

и

$$C J C^{-1} = -J \quad (2.105)$$

и окончательно

$$C B C^{-1} = -B. \quad (2.106)$$

Состояние античастицы с импульсом  $p$  и спином  $s$  строится из выражения

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \left( \int \bar{\psi}'(\mathbf{r}, t) \gamma_4 v_s(\mathbf{p}) \frac{e^{i p x} d\mathbf{r}}{(2\pi)^{3/2}} \right) |0\rangle. \quad (2.107)$$

<sup>1)</sup> Появление этой произвольной фазы связано с калибровочной инвариантностью  $\mathcal{L}$  и отсюда, в конце концов, с сохранением барионного числа. Если  $C$  — произвольный оператор зарядового сопряжения, который оставляет плотность лагранжиана  $\mathcal{L}$  инвариантной, то  $e^{i\Lambda B} C$  с любой вещественной и постоянной фазой  $\Lambda$  также оставляет  $\mathcal{L}$  инвариантной, так как для сохранения барионного числа необходимо, чтобы  $e^{i\Lambda B} C e^{-i\Lambda B} = C$ . Отсюда  $C$  определяется только с точностью до произвольной фазы.

Точно так же, как и в скалярном случае, очень полезно изучать коммутационные соотношения между  $B$ ,  $\psi(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi^\dagger(\mathbf{r}, t)$ . Их можно получить с помощью одновременных антикоммутиационных соотношений между  $\psi$  и  $\psi^\dagger$ , поскольку  $B$  не зависит от времени. Итак, мы находим, что<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} [B, \psi(\mathbf{r}, t)]_- &= -\psi(\mathbf{r}, t), \\ [B, \psi^\dagger(\mathbf{r}, t)]_- &= \psi^\dagger(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2.108)$$

При выводе этих соотношений мы использовали операторное тождество

$$[AB, C]_- = A[B, C]_+ - [C, A]_+ B, \quad (2.109)$$

которое означает, что  $B$  является генератором преобразования

$$\begin{aligned} \psi' &= e^{-i\Lambda} \psi, \\ \psi'^\dagger &= e^{i\Lambda} \psi^\dagger. \end{aligned} \quad (2.110)$$

В выражении (2.110) знак фазы  $\Lambda$  снова, как и ожидалось, получился обратным.

Из предположения о том, что вакуум не вырожден, и из свойств оператора зарядового сопряжения  $C$  следует, что

$$B|0\rangle = 0, \quad (2.111)$$

а также, если воспользоваться построенными одночастичными состояниями,

$$B|\mathbf{p}\rangle_s = |\mathbf{p}\rangle_s \quad (2.112)$$

и для античастиц

$$B|\bar{\mathbf{p}}\rangle_s = -|\bar{\mathbf{p}}\rangle_s. \quad (2.113)$$

Для получения этих результатов, как и в скалярном случае, мы написали

$$\begin{aligned} B|\mathbf{p}\rangle_s &= \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \int d\mathbf{r} B \psi^\dagger(\mathbf{r}, t) \frac{e^{i(\mathbf{p}\mathbf{x})}}{(2\pi)^{3/2}} u_s(\mathbf{p}) |0\rangle = \\ &= \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \int d\mathbf{r} ([B, \psi^\dagger(\mathbf{r}, t)]_- + \psi^\dagger(\mathbf{r}, t) B) \frac{e^{i(\mathbf{p}\mathbf{x})}}{(2\pi)^{3/2}} u_s(\mathbf{p}) |0\rangle, \end{aligned}$$

учли коммутационные соотношения (2.108) и уравнение  $B|0\rangle = 0$ .

<sup>1)</sup> Заметим, что  $J_0$  и  $J_0$ : имеют одни и те же коммутационные соотношения с  $\psi$ ; так, они отличаются друг от друга на постоянную величину, хотя и равную бесконечности.

Интересно также рассмотреть матричный элемент  $\langle \mathbf{p}' | {}_s B | \mathbf{p} \rangle_s$ . Очевидно, он равен

$$\langle \mathbf{p}' | {}_s B | \mathbf{p} \rangle_s = \langle \mathbf{p}' | {}_s | \mathbf{p} \rangle_s = \delta_{ss'} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (2.114)$$

Наличие  $\delta$ -функции мы можем понимать следующим образом. Для свободных полей

$$B = \int d\mathbf{r} \psi^\dagger(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}} \psi^\dagger(0, t) \psi(0, t) e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}. \quad (2.115)$$

Таким образом (в смысле : :),

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | {}_s B | \mathbf{p} \rangle_s &= \int d\mathbf{r} e^{i(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \cdot \mathbf{r}} \langle \mathbf{p}' | {}_s \psi^\dagger(0) \psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s = \\ &= (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle \mathbf{p}' | {}_s \psi^\dagger(0) \psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \delta_{ss'}, \end{aligned} \quad (2.116)$$

где мы использовали разложение  $\psi(0)$  на языке операторов рождения. Из этого вывода ясно видно, что любой оператор, такой, как  $B$ , который можно записать в виде интеграла от функции плотности по всему координатному пространству, т. е.

$$O = \int d\mathbf{r} O(\mathbf{r}), \quad (2.117)$$

может иметь вследствие трансляционной инвариантности только матричные элементы между состояниями с одним и тем же импульсом. Вывод, который мы дали ранее для матричных элементов оператора  $B$  между одночастичными состояниями, основанный на соотношениях коммутации между  $B$  и  $\psi$ , будет также пригоден для взаимодействующих полей, даже если в этом случае для оператора  $B$  нет простого разложения через операторы рождения и уничтожения. В следующей главе мы рассмотрим взаимодействующие поля.



## ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ПОЛЯ

Вообще говоря, если два или больше квантованных полей связаны друг с другом, то возникает нелинейная математическая задача, строгое решение которой невозможно. Однако мы предположим следующее<sup>1)</sup>:

1) уравнения поля получаются из плотности лагранжиана  $\mathcal{L}$ , так что, используя канонический формализм, можно построить оператор пространственно-временного смещения  $P_v$ ;

2) у этого оператора  $P_v$  существует полный набор собственных состояний  $|p\rangle$  и одно вакуумное состояние  $|0\rangle$ .

Точные решения уравнений для  $\psi$ ,  $\phi$  и т. д., допуская, что они существуют, можно теперь связать как с одночастичными, так и с многочастичными состояниями. Свойства симметрии полей  $\phi$  и  $\psi$ , как мы увидим, ограничивают связи, которые можно образовать между состояниями. Например, если для поля  $\phi^+$  заряд равен  $+1$  и если при взаимодействии этот заряд сохраняется, то таким полем могут обмениваться лишь состояния, отличающиеся зарядом на единицу, независимо от силы взаимодействия.

Чтобы лучше это понять, изучим подробнее один случай, довольно близкий к реальному. Прежде всего рассмотрим теорию пион-нуклонных взаимодействий. Сначала мы пренебрежем их электромагнитным взаимодействием. Обычно в отсутствие электромагнитного взаимодействия полагают, что частицы (мезоны и нуклоны) собираются в мультиплеты, как это показано в табл. 1. ( $N$  означает нейтрон,  $P$  — протон,  $\pi_0^\pm$  — три известных  $\pi$ -мезона. Все массы частиц даны в мегаэлектронвольтах.)

Экспериментально такая точка зрения подтверждается тем, что разность масс между заряженной и нейтральной частицами по порядку величины равна  $e^2 \times m$ , где  $m$  — масса заряженной частицы, а  $e^2 \approx 1/137$  в обычных безразмерных единицах. Это могло бы указывать на то, что разности масс являются эффектами второго порядка относительно постоянной электромагнит-

<sup>1)</sup> В тех местах, где может возникнуть недоразумение, мы будем обозначать величины, относящиеся к взаимодействующим полям, жирными буквами.

Таблица 1

Наблюдаемый спектр масс			Условный спектр масс в отсутствие электромагнитных сил		
N	-----	P	N	-----	P
	939,550	938,256			
	±0,005	±0,005			
π <sup>+</sup>	-----	π <sup>0</sup>	-----	π <sup>-</sup>	-----
	139,579	134,975		139,579	
	±0,014	±0,014		±0,014	

ного взаимодействия в теории возмущений. Тот факт, что нейтрон тяжелее протона, означает, что разности масс обусловлены не только кулоновскими силами, но также и магнитными связями. Позднее мы увидим, что пионы не имеют магнитных связей, поскольку их спин равен нулю.

Таким образом, в отсутствие электромагнитного поля построенный лагранжиан *ab initio* должен обладать мультиплетной симметрией как между нуклонами, так и между пионами. Для этого мы введем «нуклонное поле»

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_P \\ \psi_N \end{pmatrix}, \tag{3.1}$$

которое, очевидно, является 8-компонентным спинором. Прежде всего мы опишем три пиона тремя эрмитовыми полями  $\varphi_1, \varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Как и в гл. 2, можно построить  $\varphi^\pm$  из  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ ;  $\varphi_3$  представляет собой нейтральный  $\pi$ -мезон. Свободный лагранжиан нуклонного и мезонного полей можно записать в виде

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\pi = - \{ \bar{\psi} (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi \} - \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} + m_\pi^2 \varphi \cdot \varphi \right\}, \tag{3.2}$$

где  $m$  — масса нуклона,  $m_\pi$  — масса мезона, а

$$\begin{aligned} \varphi \cdot \varphi &= \varphi_1 \varphi_1 + \varphi_2 \varphi_2 + \varphi_3 \varphi_3, \\ \bar{\psi} \psi &= \bar{\psi}_P \psi_P + \bar{\psi}_N \psi_N. \end{aligned} \tag{3.3}$$

Мы можем ввести сохраняющиеся токи, связанные с этим лагранжианом.

Очевидно, что относительно преобразований

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow e^{i\Lambda} \psi, \\ \varphi &\rightarrow \varphi \end{aligned} \tag{3.4}$$

с постоянной  $\Lambda$  лагранжиан  $\mathfrak{L}_0$  инвариантен. Так что, полагая  $\Lambda = \Lambda(x)$ , мы получаем сохраняющийся ток

$$\mathbf{J}_\mu = i\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi \quad (3.5)$$

и сохраняющееся барионное число

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{r}\psi^\dagger(x)\psi(x) = \mathbf{N}_P + \mathbf{N}_N - \mathbf{N}_{\bar{P}} - \mathbf{N}_{\bar{N}}. \quad (3.6)$$

Пока мы не рассматриваем взаимодействия,  $\mathbf{B}$  можно разложить однозначно по простым операторам рождения и уничтожения. Однако, как только мы взаимодействие введем, разложения полей становятся очень сложными; это отражает тот факт, что поле может связать целый набор состояний. Тем не менее мы вскоре увидим, что и в этом случае

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{r}\psi^\dagger(x)\psi(x) \quad (3.7)$$

и все еще имеет простые свойства оператора барионного числа.

Вырождение между  $N$  и  $P$  означает новую симметрию — так называемую изотопическую инвариантность. Величина

$$\bar{\Psi}\Psi = \bar{\Psi}_1\Psi_1 + \bar{\Psi}_2\Psi_2, \quad (3.8)$$

в которой мы заменили индексы  $N$  и  $P$  на 1 и 2, чтобы подчеркнуть полную эквивалентность этих полей в отсутствие электромагнитного поля, инвариантна относительно всех  $2 \times 2$  унитарных преобразований в комплексном двумерном пространстве  $S_2$ . Если  $U$  есть двумерная матрица, такая, что  $U^{-1} = U^\dagger$ , то, полагая

$$\Psi' = U\Psi, \quad (3.9)$$

получаем

$$\bar{\Psi}'\Psi' = \bar{\Psi}\Psi. \quad (3.10)$$

Следуя установившемуся обычаю при рассмотрении изотопического спина, мы обозначим три матрицы Паули через  $\tau$ :

$$\sigma \equiv \tau. \quad (3.11)$$

Любую эрмитову двумерную матрицу  $A$  можно записать в виде

$$A = aI + \Lambda \cdot \tau, \quad (3.12)$$

где

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

так как эти четыре матрицы линейно независимы и эрмитовы, а  $\Lambda$  и  $a$  — четыре произвольных действительных числа. Итак, матрицу  $U$  можно записать как <sup>1)</sup>

$$U = e^{iaI} e^{i\Lambda \cdot \tau}. \quad (3.13)$$

Нам известно, что инвариантность  $\mathcal{L}_N$  относительно преобразований  $e^{iaI}$  приводит к сохранению барионного числа. Интересная для нас новая симметрия содержится в множителе  $e^{i\Lambda \cdot \tau}$ . Из тождества для конечных матриц

$$\log(\det A) = \text{Sp}(\log A) \quad (3.14)$$

и из того, что

$$\text{Sp}(\tau) = 0, \quad (3.15)$$

следует, что

$$\det(e^{i\Lambda \cdot \tau}) = 1. \quad (3.16)$$

Таким образом, множество унитарных преобразований, которые задаются матрицей  $e^{i\Lambda \cdot \tau}$ , ограничивается унимодулярными преобразованиями, т. е. преобразованиями с определителем, равным единице. Вообще если у нас есть комплексная квадратичная форма  $n$  переменных

$$x_1^* x_1 + \dots + x_n^* x_n, \quad (3.17)$$

то множество всех унитарных, унимодулярных преобразований, которое оставляет ее инвариантной, образует группу. Эту группу математики называли группой  $SU_n$ . Итак, симметрия  $\mathcal{L}_N$  относительно преобразований  $e^{i\Lambda \cdot \tau}$  — пример  $SU_2$ -симметрии.

Нетрудно видеть, что операторы  $e^{i\Lambda \cdot \tau}$  образуют группу. Рассмотрим выражение

$$U = e^{i\Lambda \cdot \tau} e^{i\Lambda' \cdot \tau}. \quad (3.18)$$

Так как

$$UU^+ = e^{i\Lambda \cdot \tau} e^{i\Lambda' \cdot \tau} e^{-i\Lambda' \cdot \tau} e^{-i\Lambda \cdot \tau} = 1 \quad (3.19)$$

и

$$\det U = \det U(\Lambda) \det U(\Lambda') = 1, \quad (3.20)$$

то это позволяет записать  $U$  в виде

$$U = e^{i\Lambda'' \cdot \tau}. \quad (3.21)$$

Тем не менее связь между  $\Lambda$ ,  $\Lambda'$  и  $\Lambda''$  совсем не тривиальна, а, как мы увидим, зависит в конечном счете от коммутационных соотношений между операторами  $\tau$

$$[\tau_i, \tau_j]_- = 2ie_{ijk} \tau_k. \quad (3.22)$$

<sup>1)</sup> Так как единичная матрица  $I$  коммутирует со всеми  $\tau$ , то ее можно выделить из суммы.

Группа  $SU_2$  не является абелевой группой, так как  $e^A e^B \neq e^{A+B}$ . (Например, вращение вокруг оси  $\hat{x}$  на угол  $\pi/2$  с последующим вращением на угол  $\pi/2$  вокруг оси  $\hat{y}$  соответствует вращению вокруг оси  $\hat{z}$ .)<sup>1)</sup> В дальнейшем удобнее и проще иметь дело с матрицами

$$T_i = \frac{\tau_i}{2}, \quad (3.23)$$

так что

$$[T_i, T_j]_- = i\epsilon_{ijk} T_k. \quad (3.24)$$

Поэтому можно изучать группу элементов вида  $e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}}$ . Для  $\Lambda \ll 1$  группа

$$U(\Lambda) \approx (1 + i\Lambda \cdot \mathbf{T}) \quad (3.25)$$

является унитарной с точностью до членов порядка  $\Lambda^2$ . В этом случае

$$U(\Lambda) U(\Lambda') = (1 + i(\Lambda + \Lambda') \cdot \mathbf{T}), \quad (3.26)$$

так что инфинитезимальные преобразования образуют абелеву группу. В таком случае мы можем построить конечные преобразования, «сшивая» между собой бесконечно много инфинитезимальных преобразований. Как показано в книгах по теории групп<sup>2)</sup>, приведенные выше коммутационные соотношения соответствуют условию, что конечную группу можно получить из инфинитезимальной методом итерации или интегрирования. Как это делается, можно проследить, рассматривая следующие члены разложения произведения элементов  $U(\Lambda) U(\Lambda')$ :

$$U(\Lambda) U(\Lambda') = 1 + i(\Lambda + \Lambda') \cdot \mathbf{T} + \frac{((\Lambda + \Lambda') \cdot \mathbf{T})^2}{2} - \\ - \frac{1}{4}(\Lambda_i \Lambda'_j - \Lambda'_i \Lambda_j) [T_i, T_j]_- \dots \quad (3.27)$$

Мы видим, что на этом этапе уже входят коммутаторы между операторами  $T_i$ . В действительности, если мы воспользуемся ими, то

$$U(\Lambda) U(\Lambda') = 1 + i(\Lambda + \Lambda') \cdot \mathbf{T} - \frac{((\Lambda + \Lambda') \cdot \mathbf{T})^2}{2} - \\ - \frac{1}{2} i\mathbf{T} \cdot (\Lambda \times \Lambda') \dots \approx e^{i\left(\mathbf{T} \cdot \left(\Lambda + \Lambda' - \frac{\Lambda \times \Lambda'}{2}\right)\right)}. \quad (3.28)$$

<sup>1)</sup> Автор рассматривает группу  $SU_2$ , поэтому углы поворотов вокруг осей выбраны равными  $\pi/2$ . В группе  $SO_3$  углы  $\pi/2$  заменить следует на  $\pi$ . — *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> В этой связи см. книгу Рака [6].

Ясно, что в выражении (3.28) экспоненту следует разлагать только до членов второго порядка. Так что в этом случае

$$\Lambda'' = \Lambda + \Lambda' - \frac{\Lambda \times \Lambda'}{2}. \quad (3.29)$$

В общем случае  $\Lambda''$  выражается через  $\Lambda$  и  $\Lambda'$  бесконечным рядом.

Обычно для получения сохраняющегося тока, соответствующего лагранжиану  $\mathfrak{L}_N$ , инвариантному относительно преобразований  $U(\Lambda)$ , следуя методу, изложенному в гл. 2, можно воспользоваться преобразованиями при  $\Lambda \ll 1$ . В результате имеем

$$\mathbf{j}_\mu^V = i\bar{\Psi}\gamma_\mu \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \Psi. \quad (3.30)$$

(В дальнейшем будет ясно значение индекса  $V$ .)

Таким образом, три компоненты изотопического спина

$$\mathbf{T} = \int \Psi^\dagger \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \Psi \, d\mathbf{r} \quad (3.31)$$

являются лоренц-инвариантными (скалярными) интегралами движения. Кроме того, компоненты  $\mathbf{T}$  подчиняются тем же самым коммутационным соотношениям, что и компоненты  $\boldsymbol{\tau}/2$ . В этом можно убедиться непосредственным вычислением, используя несколько раз тождество

$$[AB, CD]_- = [AB, C]_+ D - C [AB, D]_+. \quad (3.32)$$

Решающее значение в этом вычислении имеет тот факт, что  $\mathbf{T}$  не зависит от времени, поэтому при выводе коммутационных соотношений операторы  $T_i$  и  $T_j$  можно взять в один и тот же момент времени, а это означает, что одновременные антикоммутаторы между  $\Psi$  можно использовать в виде

$$[\Psi_\tau^\dagger(\mathbf{r}, t), \Psi_{\tau'}(\mathbf{r}', t)]_+ = \delta_{\tau\tau'} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (3.33)$$

где  $\tau$  и  $\tau'$  — изотопические индексы, которые указывают на то, что четырехкомпонентное поле  $\Psi_\tau$  является либо полем  $\Psi_1$ , либо  $\Psi_2$ .

Итак <sup>1)</sup>,

$$[T_i, T_j]_- = i\epsilon_{ijk} T_k. \quad (3.34)$$

<sup>1)</sup> В некоторых последних работах по физике элементарных частиц был проявлен интерес к одновременным коммутационным соотношениям между различными компонентами плотности изотопического тока  $\mathbf{j}_\mu^V$ . Например, наивное применение одновременных коммутационных соотношений, в которых  $i$  и  $j$  — изотопические индексы, дает

$$[j_i(\mathbf{r}, t), j_j(\mathbf{r}', t)]_- = -i\epsilon_{ijk} j_k(\mathbf{r}, t) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

Кроме того, можно легко установить соотношения

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}, \psi]_- &= -\frac{\tau}{2} \psi, \\ [\mathbf{T}, \psi^\dagger]_- &= \psi^\dagger \frac{\tau}{2}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

где

$$\psi = \alpha \begin{pmatrix} \psi_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

— нуклонное поле.

В совокупности эти соотношения означают, что унитарные преобразования  $U$  действуют в гильбертовом пространстве полей, а не в двумерном векторном пространстве  $(\psi_1, \psi_2)$ , т. е.

$$U = e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}} \quad (3.36)$$

с

$$\mathbf{T} = \int d\mathbf{r} \psi^\dagger \frac{\tau}{2} \psi$$

порождает фазовые преобразования полей  $\psi$  и  $\psi^\dagger$

$$\begin{aligned} \psi' &= e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}} \psi e^{-i\Lambda \cdot \mathbf{T}} = e^{-i\Lambda \cdot \tau/2} \psi, \\ \psi^{\dagger'} &= e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}} \psi^\dagger e^{-i\Lambda \cdot \mathbf{T}} = \psi^\dagger e^{i\Lambda \cdot (\tau/2)}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Величину, которая относительно преобразований  $U$  преобразуется как  $\psi$ , мы называем изотопическим спинором. Величина  $\mathbf{B}$  при преобразованиях  $U$  преобразуется по закону

$$\mathbf{B}' = e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}} \left( \int d\mathbf{r} \psi^\dagger \psi \right) e^{-i\Lambda \cdot \mathbf{T}} = \int d\mathbf{r} \psi^{\dagger'} \psi' = \int d\mathbf{r} \psi^\dagger \psi = \mathbf{B}. \quad (3.38)$$

Таким образом,  $\mathbf{B}$  есть изотопический скаляр. С другой стороны, преобразование тока

$$\mathbf{j}_\mu^V = i\bar{\psi} \frac{\tau}{2} \gamma_\mu \psi \quad (3.39)$$

Однако, специально исследовав эти уравнения, Швингер [7] указал, что правая часть написанных выше уравнений может также содержать еще сингулярные члены вида  $\nabla \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . В конце концов было установлено, что возникновение этих членов обусловлено сингулярным характером произведения полевых операторов, как, например, операторов, из которых построен ток. Если определить токи более тщательно, чем мы это сделали, то швингеровские члены появляются в коммутационных соотношениях. Тем не менее оказывается, что эти сингулярности не влияют на интегральные величины, например на заряды, поскольку сингулярная часть при интегрировании исчезает. Поэтому кажется, что пока мы рассматриваем коммутационные соотношения для зарядов, мы стоим на прочной основе. Позднее нам представится случай вернуться к проблемам, связанным с построением коммутационных соотношений для несохраняющихся зарядов, однако мы по возможности будем избегать коммутационных соотношений между компонентами тока.

является более сложным. Но его достаточно изучить в случае  $\Lambda \ll 1$ . Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\mu i}^{V'} &= i\bar{\psi}\gamma_{\mu}\left(1+i\frac{\Lambda\cdot\tau}{2}\right)\frac{\tau_i}{2}\left(1-i\Lambda\cdot\frac{\tau}{2}\right)\psi = \\ &= i\bar{\psi}\frac{\tau_i}{2}\gamma_{\mu}\psi - \bar{\psi}\gamma_{\mu}\left[\Lambda\cdot\frac{\tau}{2}, \frac{\tau_i}{2}\right]_{-}\psi = \\ &= i\bar{\psi}\gamma_{\mu}\left(\frac{\tau_i}{2} + \left(\Lambda \times \frac{\tau}{2}\right)_i\right)\psi, \end{aligned} \quad (3.40)$$

или

$$\mathbf{j}_{\mu}^{V'} = \mathbf{j}_{\mu}^V + \Lambda \times \mathbf{j}_{\mu}^V. \quad (3.41)$$

Это есть формула преобразования обычного вектора при бесконечно малых вращениях координатной системы. Отсюда величины, преобразующиеся подобно  $\mathbf{j}_{\mu}^V$ , мы называем изотопическими векторами<sup>1)</sup>.

Поле  $\psi$  можно использовать для построения нуклонного состояния (двумерного вектора в изоспиновом пространстве)

$$|p\rangle = \alpha \begin{pmatrix} |p\rangle_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ |p\rangle_2 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

и с помощью коммутационных соотношений между  $\mathbf{T}$  и  $\psi$  найти  $\mathbf{T}|p\rangle$ . Мы будем предполагать, что вакуум является собственным состоянием оператора  $\mathbf{T}$  с собственным значением, равным нулю<sup>2)</sup>:

$$\mathbf{T}|0\rangle = 0. \quad (3.43)$$

Так как

$$[H, \mathbf{T}]_{-} = 0, \quad (3.44)$$

то в действительности всегда можно диагонализировать вместе с  $H$  один из операторов  $T_i$  (но не более одного, поскольку они не коммутируют). Если в качестве такого оператора мы выбираем  $T_3$ , то вакуум становится собственным состоянием оператора  $T_3$ . Разлагая в случае свободных нуклонов  $\int : \psi^{\dagger}\tau_3\psi : d\mathbf{r}$  по операторам  $a^{\dagger}$ ,  $a$ ,  $b^{\dagger}$ ,  $b$ , получаем

$$T_3 = \frac{N_P - N_{\bar{P}}}{2} - \frac{N_N - N_{\bar{N}}}{2}. \quad (3.45)$$

<sup>1)</sup> В частности,  $T_i$  являются компонентами изотопического вектора.

<sup>2)</sup> Это следует из предположения о том, что состояние вакуума есть изотопический скаляр, т. е.  $e^{i\Lambda\cdot\mathbf{T}}|0\rangle = |0\rangle$ . Обратное утверждение тоже верно.



(Между прочим, из этого выражения видно, что оператор зарядового сопряжения  $C$  антикоммутирует с  $T_3$ .) Следовательно, условие

$$T_3|0\rangle = 0 \quad (3.46)$$

совместно с требованием, чтобы вакуум был пуст.

Затем для двумерных состояний  $|\mathbf{p}\rangle$  мы находим, что

$$\mathbf{T}|\mathbf{p}\rangle = \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}|\mathbf{p}\rangle. \quad (3.47)$$

Так как состояния

$$\begin{pmatrix} |\mathbf{p}\rangle \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ |\mathbf{p}\rangle \end{pmatrix}$$

являются собственными состояниями оператора  $\tau_3/2$  с собственными значениями  $\pm 1/2$ , то в их представлении оператор  $T_3$  диагонален. Очевидно, что имеется взаимно-однозначное соответствие между преобразованиями  $e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}}$  в гильбертовом пространстве полей и преобразованием  $e^{i\Lambda \cdot \boldsymbol{\tau}/2}$  в двумерном изотопическом пространстве состояний. Мы можем говорить о  $e^{i\Lambda \cdot \boldsymbol{\tau}/2}$  как о двумерном представлении группы  $SU_2$  в том смысле, что она является группой двумерных матриц, порожденных тремя операторами  $\boldsymbol{\tau}/2$ , причем матрицы подчиняются тем же коммутационным соотношениям, что и операторы  $\boldsymbol{\tau}$ . Часто сами состояния, а не матрицы физики называют представлениями. Таким образом, на этом языке нуклон есть дублетное представление группы  $SU_2$ , в то время как вакуум, который по предположению инвариантен относительно группы, является синглетным, или «тривиальным», представлением.

Прежде чем рассматривать лагранжиан взаимодействия, мы должны обсудить инвариантные свойства лагранжиана

$$\mathfrak{L}_\pi = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu} + m_\pi^2 \Phi \cdot \Phi \right\}. \quad (3.48)$$

Из формы записи этого лагранжиана очевидно, что он инвариантен по предположению относительно всех действительных вращений в трехмерном пространстве  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ .

В гл. 2 в качестве первого примера мы рассматривали два эрмитовых поля  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и изучали частный случай инвариантности величины  $\boldsymbol{\varphi} \cdot \boldsymbol{\varphi}$ , который с точки зрения трехмерной группы вращения соответствует вращению в плоскости 1—2, оставляя неизменным направление оси 3. Общее бесконечно малое вращение в трехмерном пространстве можно записать с помощью трех действительных бесконечно малых параметров  $\boldsymbol{\Lambda}$  в виде

$$\boldsymbol{\varphi} \rightarrow \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\Lambda} \times \boldsymbol{\varphi}. \quad (3.49)$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что лагранжиан  $\mathcal{L}_\pi$  остается инвариантным относительно такого преобразования в случае, если величина  $\Lambda$  постоянна. Полагая  $\Lambda = \Lambda(x)$ , получаем сохраняющийся ток

$$\mathbf{J}_\mu = -\boldsymbol{\varphi} \times \partial_\mu \boldsymbol{\varphi}. \quad (3.50)$$

В гл. 2 мы рассмотрели третью компоненту такого тока<sup>1)</sup>. Этот ток приводит к трем сохраняющимся компонентам изотопического спина

$$\mathbf{T} = \int d\mathbf{r} (\boldsymbol{\varphi} \times \dot{\boldsymbol{\varphi}}). \quad (3.51)$$

Мы можем воспользоваться одновременными коммутационными соотношениями, чтобы проверить, что

$$[T_i, \varphi_l]_- = ie_{ilj} \varphi_j \quad (3.52)$$

и что

$$[T_i, T_j] = ie_{ijk} T_k, \quad (3.53)$$

т. е. эти компоненты изоспина подчиняются тем же самым характеристическим для группы  $SU_2$  алгебраическим соотношениям, каким подчиняются нуклонные компоненты. Можно построить унитарные операторы, действующие в гильбертовом пространстве полей

$$U = e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}} \quad (3.54)$$

и для  $\Lambda \ll 1$  проверить, что преобразование

$$U \boldsymbol{\varphi} U^{-1} = \boldsymbol{\varphi} + \Lambda \times \boldsymbol{\varphi} \quad (3.55)$$

является изотопическим вращением, причем оно отличается от (3.49) только знаком второго члена<sup>2)</sup>.

Мы можем построить пионные состояния, используя операторы рождения, и опять, предполагая изоскалярный характер вакуума, найти, что

$$T_i |\mathbf{p}\rangle_l = ie_{ijl} |\mathbf{p}\rangle_l. \quad (3.56)$$

(Частный случай этой формулы для  $T_3$  был дан в гл. 2.) Как и в гл. 2, можно определить состояния  $|\mathbf{p}\rangle_\pm$ , состояние же  $|\mathbf{p}\rangle_0$  определяется полем  $\varphi_3$ .

<sup>1)</sup> Когда мы имеем дело со скалярными полями, то должны помнить, что  $[\varphi_i, \dot{\varphi}_i]_- \neq 0$ . Ток всегда устроен так, что содержит  $\varphi_i$  и  $\dot{\varphi}_j$ , причем  $i \neq j$ . Поэтому векторное произведение подчиняется тем же правилам, как если бы поля  $\boldsymbol{\varphi}$  были  $c$ -числами.

<sup>2)</sup> Таким образом,  $\boldsymbol{\varphi}$  есть изотопический вектор.

Эти состояния диагонализуют  $T_3$  и имеют собственное значение, равное соответственно  $+1$ ,  $-1$ ,  $0$ . Они образуют трехмерное пространство представления группы  $SU_2$ . Трехмерное матричное представление этой группы есть множество всех трехмерных матриц формы  $e^{i \cdot \Lambda t/2}$ , где в конкретной координатной системе в пространстве 1, 2, 3 матрицы  $t$  имеют вид

$$t_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & +i & 0 \end{pmatrix}, \quad t_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad t_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.57)$$

Любой студент, изучающий квантовую механику, конечно, сразу обнаружит, что рассмотрение изотопического спина походит на рассмотрение момента количества движения, которое в свою очередь основано на теории трехмерных вращений обычного пространства. Действительно, коммутационные соотношения для компонент оператора  $\mathbf{T}$  являются точно коммутационными соотношениями для компонент момента количества движения. Отсюда мы знаем без всяких дальнейших вычислений, что

$$\mathbf{T}^2 = T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 \quad (3.58)$$

коммутирует с  $H$  и  $\mathbf{T}$ . (В рамках локальной теории поля можно показать, что  $\mathbf{T}$  — единственный изовектор, который коммутирует с  $\mathbf{T}^2$ .) Как и в случае момента количества движения, все представления группы  $SU_2$  определяются величиной  $\mathbf{T}^2$ . В частности, для вакуумного состояния  $\mathbf{T}^2 = 0$ , для нуклонного  $\mathbf{T}^2 = 1/2(1/2 + 1)$ , для пионного  $\mathbf{T}^2 = 1(1 + 1)$ . Собственные значения оператора  $T_3$  характеризуют различные частицы внутри изомультиплета.

Запомним сказанное выше, мы можем рассмотреть взаимодействие пионов и нуклонов. В настоящее время закон сохранения изотопического спина в физике пионов и нуклонов очень хорошо подтвержден экспериментально. В частности, все существующие типы правил отбора<sup>1)</sup>, вытекающие из закона сохранения изоспина (мы будем их изучать позднее), согласуются с экспериментом с точностью до нескольких процентов. (Электромагнитные взаимодействия, как мы увидим, нарушают закон сохранения изоспина. Это нарушение характеризуется величиной  $e^2 \approx 1/137$ , поэтому не следует ожидать, что изотопическая инвариантность будет справедлива с точностью, лучшей чем эта.) Помимо всего прочего, наблюдаемая мультимплетная структура пионов и нуклонов указывает, насколько хорошо выполняется

<sup>1)</sup> Для подробного ознакомления со следствиями, вытекающими из изотопической инвариантности, см., например, [8].

изотопическая инвариантность. Таким образом, мы должны быть уверены, что лагранжиан взаимодействия  $\mathcal{L}_{\pi N}$  является изотопическим скаляром, подобно  $\mathcal{L}_N$  и  $\mathcal{L}_\pi$ .

Кроме того, нам хотелось бы построить взаимодействие между пионами и нуклонами настолько похожим на взаимодействие между фотонами и электронами, насколько это возможно. По крайней мере это разумное предположение, так как известно, что квантовая электродинамика в тех случаях, где она применима, дает блестящее согласие с экспериментом. Основная особенность квантовой электродинамики состоит в том, что она имеет дело главным образом с излучением и поглощением одного фотона в одном акте. Для частиц со спином  $1/2$ , взаимодействующих с фотонами (для частиц со спином нуль, которые мы изучим в следующей главе, существуют дополнительные сложности), электромагнитное поле  $A_\mu$  входит по крайней мере линейно в лагранжиан взаимодействия, который записывается в виде связи поля  $A_\mu$  с током  $J_\mu$ . Таким образом, по аналогии с электродинамикой мы предполагаем, что  $\mathcal{L}_{\pi N}$  линейно содержит пионное поле. Иными словами, для лагранжиана можно написать некоторую общую форму типа  $\bar{\psi} O \psi \cdot \phi$  (для пионов подразумевается суммирование от 1 до 3), или, возможно, типа  $\bar{\psi} O_\mu \psi \cdot \partial_\mu \phi$ , где  $O$  — четырехмерные матрицы в пространстве Дирака. Известно, что пионы являются псевдоскалярными частицами<sup>1)</sup>; таким образом, матрица  $O$  должна быть также псевдоскалярной величиной, а матрица  $O_\mu$  — псевдовекторной.

Известно также, что  $\bar{\psi} \gamma_5 \psi$  есть псевдоскалярная комбинация дираковских частиц, а  $\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \psi$  — псевдовекторная<sup>2)</sup>. Отсюда можно взять  $O$  в виде  $\gamma_5 T$ , где оператор  $T$  определяет изоспиновую зависимость. Относительно того, что комбинация

$$\bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau}{2} \psi \cdot \phi \quad (3.59)$$

является изоскаляром, мы могли догадаться. Однако нужно помнить, что мы пришли к этому результату, изучив трансформационные свойства только свободных пионов и нуклонов, изотопические свойства которых в этом случае можно исследовать отдельно. Рассмотрим трансформационную инвариантность лагранжиана

$$\mathcal{L}_{\pi N} = -i \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau}{2} \psi \cdot \phi g_{\pi N}. \quad (3.60)$$

<sup>1)</sup> Если  $P$  — оператор четности, то он действует на пионные состояния как

$$P \phi(\mathbf{r}, t) P^{-1} = -\phi(-\mathbf{r}, t).$$

<sup>2)</sup> Для дираковских частиц действие оператора четности определяется как

$$P \psi(\mathbf{r}, t) P^{-1} = \gamma_4 \psi(-\mathbf{r}, t).$$

Чтобы лагранжиан был эрмитов, мы добавляем мнимую единицу  $i$ . Величина  $g_{\pi N}$  — безразмерная константа пион-нуклонной связи. Очевидно, что лагранжиан  $\mathfrak{L}_{\pi N}$  остается инвариантным, если сделать замену  $\varphi \rightarrow \varphi$ ,  $\psi \rightarrow (1 + i\Lambda)\psi$  с постоянной  $\Lambda$ . Следовательно, при таком преобразовании, учитывая наше предыдущее рассмотрение, лагранжиан

$$\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_N + \mathfrak{L}_\pi + \mathfrak{L}_{\pi N} \quad (3.61)$$

также остается инвариантным. Отсюда ток

$$\mathbf{j}_\mu = i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \quad (3.62)$$

даже при наличии взаимодействий сохраняется. (Мы написали  $\psi$  для нуклонных полей, чтобы подчеркнуть, что они являются взаимодействующими полями.) Замеченный таким способом закон сохранения тока  $j_\mu$ , очевидно, следует из фазовой инвариантности  $\mathfrak{L}$ . Операторы поля  $\psi$  и  $\bar{\psi}$  подчиняются уравнениям Дирака в форме

$$\begin{aligned} \gamma_\mu \partial_\mu \psi &= -m\psi + O\psi, \\ -\partial_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu &= m\bar{\psi} + \bar{\psi} \gamma_4 O^\dagger \gamma_4, \end{aligned} \quad (3.63)$$

где связь пионов и нуклонов включена в  $O$ . Таким образом,

$$\partial_\mu (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi) = \bar{\psi} (O - \gamma_4 O^\dagger \gamma_4) \psi. \quad (3.64)$$

При такой записи закон сохранения тока совсем не очевиден. Тем не менее структура лагранжиана, инвариантная относительно фазовых преобразований, гарантирует, что

$$\bar{\psi} (O - \gamma_4 O^\dagger \gamma_4) \psi = 0. \quad (3.65)$$

Величина

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{r} \psi^\dagger \psi \quad (3.66)$$

(в смысле  $:B:$ ) является интегралом движения, с помощью которого мы надеемся выразить закон сохранения барионов, т. е. нуклонов и антинуклонов. Для этого мы опять должны рассмотреть проблему построения одночастичных состояний. Как и ранее, мы полагаем

$$|p\rangle_s = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{r}, t) \gamma_4 \frac{e^{i(p\mathbf{r})}}{(2\pi)^{3/2}} u_s(p) |0\rangle. \quad (3.67)$$

Здесь  $|0\rangle$  есть вакуумное состояние связанной системы, которое по предположению должно быть невырожденным состоянием и удовлетворять уравнению

$$\mathbf{P}_v |0\rangle = 0.$$

(Это свойство вакуума следует из предположения о лоренц-инвариантности вакуума.)

Помимо того, мы допускаем, что функция  $\psi$  такова, что при разложении ее в интеграл Фурье существует такая неисчезающая компонента, для которой  $p^2 = -m^2$ , где  $m$  — наблюдаемая масса нуклона. Нет никаких оснований считать, что эта масса должна быть равна массовому параметру, входящему в нуклонную часть лагранжиана. Во избежание недоразумений мы обозначим его  $m_0$ . Если бы мы, зная динамику взаимодействия, могли точно вычислить наблюдаемую массу, то, вероятно, нашли бы, что  $m$  является некоторой конкретной функцией от  $m_0$ . Если это так, то мы просто предположим, что именно такую фурье-компоненту ( $p^2 = -m^2$ ) и содержит функция  $\psi$ . Ее можно выделить из разложения  $\psi$  в интеграл Фурье с помощью предельного перехода. К тому же мы предполагаем (в действительности это следует из обычного лагранжева формализма в теории поля<sup>1)</sup>), что для всех полей  $\psi$ ,  $\bar{\psi}$  и т. д. одновременные коммутаторы имеют тот же вид, что и в случае свободных полей:

$$[\psi(\mathbf{r}, t), \psi^\dagger(\mathbf{r}', t)]_+ = \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (3.68)$$

<sup>1)</sup> В лагранжевом формализме определяется импульс, канонически сопряженный к полю  $\phi$ , как

$$\pi = - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\phi}}$$

и показывается затем, что для бозонных полей

$$[\phi(\mathbf{r}, t), \pi(\mathbf{r}', t)]_- = i\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

В случае псевдоскалярной пион-нуклонной связи

$$\pi = \frac{\partial \phi}{\partial t},$$

что приводит к коммутационным соотношениям, данным ранее в книге. В случае псевдовекторной связи

$$\mathcal{L}_{\pi N} = - \frac{if}{m_\pi} \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu} \cdot \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu t \psi,$$

так что

$$\pi = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{f}{m_\pi} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_4 t \psi.$$

Если одновременный коммутатор  $[\phi, \psi]_- = 0$ , то мы опять получим, что для равных времен

$$[\phi, \dot{\phi}]_- = i\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}').$$

Тем не менее

$$[\dot{\phi}, \psi]_- \neq 0.$$

До сих пор нам не требовались коммутационные соотношения между  $\varphi$  и  $\psi$ . Легко видеть, что для свободных полей

$$[\varphi, \psi]_- = 0. \quad (3.69)$$

Поэтому предположим, что и в случае взаимодействия все бозонные и фермионные поля подчиняются тем же самым одновременным коммутационным соотношениям<sup>1)</sup>. В дальнейшей работе это предположение будет существенно необходимым. С помощью одновременных коммутаторов можно построить величины типа  $\mathbf{V}|\mathbf{p}\rangle_s$ , производя точно те же самые алгебраические операции, которые мы уже делали в случае свободных полей в гл. 2. Следует заметить, что поскольку  $\mathbf{V}$  не зависит от времени, то поля, которые определяют  $\mathbf{V}$ , можно рассматривать в любой произвольный момент времени. А это дает возможность сразу получить соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{V}|\mathbf{p}\rangle_s &= |\mathbf{p}\rangle_s, \\ \mathbf{V}|\bar{\mathbf{p}}\rangle_s &= -|\bar{\mathbf{p}}\rangle_s. \end{aligned} \quad (3.70)$$

Отсюда, хотя для  $\mathbf{V}$  не существует простого разложения по операторам рождения и уничтожения, но поскольку  $\mathbf{V}$  действует на одночастичные состояния по формулам (3.70), следует, что

$$\mathbf{V} = \mathbf{N}_P + \mathbf{N}_N - \mathbf{N}_{\bar{N}} - \mathbf{N}_{\bar{P}}. \quad (3.71)$$

Затем можно применить изотопические преобразования к нуклонам в лагранжиане

$$\mathfrak{L}_{\pi N} = -g_{\pi N} i \bar{\psi} (\gamma_5 \varphi \cdot \tau) \psi. \quad (3.72)$$

Если заменить

$$\begin{aligned} \varphi &\rightarrow \varphi, \\ \psi &\rightarrow \left(1 + i\Lambda \cdot \frac{\tau}{2}\right) \psi, \quad \Lambda^2 \ll 1, \end{aligned} \quad (3.73)$$

то найдем, что

$$\mathfrak{L}'_{\pi N} = \mathfrak{L}_{\pi N} + \Lambda \times \varphi \cdot i g_{\pi N} (\bar{\psi} \gamma_5 \tau \psi), \quad (3.74)$$

т. е. для взаимодействующих полей не сохраняется ток

$$\mathbf{j}_\mu^V = i \bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi. \quad (3.75)$$

<sup>1)</sup> Мы всегда полагаем, что различные поля внутри изотопического мультиплетта коммутируют или антикоммутируют в зависимости от того, являются ли они бозонами или фермионами. Итак,

$$[\psi_N, \psi_P^\dagger]_+ = 0.$$

Другими словами, изотопический спин взаимодействующих нуклонов *сам по себе* не сохраняется. Это вполне разумное утверждение, поскольку пионы также обладают изоспином и в реакциях с участием пионов и нуклонов часть изотопического спина системы «уносится» пионами. В любой реакции, в которой  $p \rightarrow N + \pi^+$ , например, как  $p + p \rightarrow n + p + \pi^+$ , изоспин нуклонов изменяется на единицу за счет «излучения» пиона с изоспином, равным единице.

Однако при комбинированном преобразовании

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \left(1 + i\Lambda \cdot \frac{\tau}{2}\right) \psi, \\ \varphi &\rightarrow \varphi + \varphi \times \Lambda \end{aligned} \quad (3.76)$$

полный лагранжиан  $\mathfrak{L}$  уже остается *инвариантным*. Иначе говоря, ток

$$\mathbf{J}_\mu = i\bar{\psi}\gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi - (\varphi \times \partial_\mu \varphi) \quad (3.77)$$

сохраняется и в случае взаимодействия. Отсюда

$$\mathbf{T} = \int d\mathbf{r} \left( \psi^\dagger \frac{\tau}{2} \psi + (\varphi \times \dot{\varphi}) \right) \quad (3.78)$$

является интегралом движения. Более того, из одновременных коммутационных соотношений следует, что

$$[\mathbf{T}_i, \mathbf{T}_j] = ie_{ijk} \mathbf{T}_k, \quad (3.79)$$

так как все перекрестные члены между пионами и нуклонами исчезают. С помощью одновременных коммутационных соотношений мы снова показываем, что  $\varphi$ , так же как и  $\bar{\psi}\gamma_5\tau\psi$ , является изотопическим вектором, так что

$$e^{i\Lambda \cdot \mathbf{T}} \mathfrak{L} e^{-i\Lambda \cdot \mathbf{T}} = \mathfrak{L}. \quad (3.80)$$

В заключение отметим, что из структуры одночастичных состояний и одновременных коммутативных соотношений следует, что оператор  $\mathbf{T}$ , действуя на состояние  $|\mathbf{p}\rangle_i$ , сохраняет все свойства, полученные ранее в этой главе для невзаимодействующих полей. Построив инвариантный лагранжиан, мы в следующей же главе примемся за нарушение его инвариантности с помощью электромагнитного поля.



## ВКЛЮЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Прежде чем рассматривать взаимодействие заряженных частиц с фотонами, мы кратко обсудим свойства лагранжиана электромагнитного поля, плотность которого выберем в виде

$$\mathcal{L}_V = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu). \quad (4.1)$$

Самой знаменитой инвариантностью этой системы является, конечно, градиентная, или калибровочная, инвариантность. Мы можем добавить к любому вектору-потенциалу  $A_\mu(x)$  выражение типа  $\partial_\mu \Lambda(\mathbf{r}, t)$ , где  $\Lambda(x)$  — функция координат и времени ( $c$ -число), удовлетворяющая уравнению  $\square \Lambda(\mathbf{r}, t) = 0$ . Очевидно, что уравнение движения электромагнитного поля  $\square A_\mu(\mathbf{r}, t) = 0$  при таком преобразовании остается неизменным. Однако легко видеть, что *плотность лагранжиана при этом изменится*. Несложными алгебраическими преобразованиями нетрудно привести добавку к лагранжиану (обозначим ее  $\mathcal{L}'_V$ ) к следующему виду:

$$\mathcal{L}'_V = -\frac{1}{2} \partial_\mu \{ [2A_\nu + \partial_\nu \Lambda] \partial_\nu \partial_\mu \Lambda \} \quad (4.2)$$

при условии, что

$$\square \Lambda(x) = 0. \quad (4.3)$$

Таким образом, действие  $S = \int d^4x \mathcal{L}(x)$  есть инвариант относительно градиентных преобразований, поскольку интеграл от полной четырехмерной дивергенции равен нулю. Отсюда и следует инвариантность уравнений движения. Независимость уравнения электромагнитного поля от калибровки сохраняет у фотона только две различные поляризации, несмотря на то, что спин его равен 1. С помощью градиентного преобразования произвольного данного вектора  $A_\mu$  всегда можно добиться выполнения условия  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = 0$ , где  $\mathbf{k}$  — импульс фотона. Следовательно, вектор  $\mathbf{A}$  поперечен импульсу  $\mathbf{k}$ . А это означает, что имеются только два направления поляризации.

Существует освященное временем правило, позволяющее учесть в сильных взаимодействиях электромагнитное взаимодей-

стве. Рассмотрим сначала плотность лагранжиана  $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L}_s$ , где  $\mathfrak{L}_0$  — плотность лагранжиана свободных полей и  $\mathfrak{L}_s$  — плотность лагранжиана сильного взаимодействия. Затем выделим в лагранжиане заряженные частицы, т. е. запишем  $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_{\text{нейтр}} + \mathfrak{L}_{\text{зар}}$ .

В лагранжиане заряженных частиц  $\mathfrak{L}_{\text{зар}}$  мы для каждой производной сделаем замену  $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$  и определим  $\mathfrak{L}_{em}$  (лагранжиан электромагнитного взаимодействия) как ту часть нового лагранжиана, которая после такой замены оказывается пропорциональной заряду  $e$ . Нет необходимости отмечать, что этот способ напоминает движение по кругу. Чтобы воспользоваться им, мы должны знать до включения электромагнитного поля, какие частицы являются заряженными. Однако практически все оказывается гораздо проще. Определение электрического заряда частицы экспериментально не представляет никакого труда. Например, электрон — отрицательно заряженная частица, которая участвует лишь в электромагнитных и слабых взаимодействиях. Поэтому для него замену производных можно осуществлять непосредственно в свободном лагранжиане.

Итак, возьмем лагранжиан

$$\mathfrak{L}_e = -\bar{\psi}_e (\gamma_\mu \partial_\mu + m_e) \psi_e \quad (4.4)$$

и произведем в нем замену  $\partial_\mu \rightarrow (\partial_\mu - ieA_\mu)$ . В результате получим, что

$$\mathfrak{L}_{em} = -ie\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e A_\mu. \quad (4.5)$$

Расчеты, выполненные с таким лагранжианом по стандартной теории возмущений Фейнмана — Дайсона, дают прекрасное согласие с экспериментом. Тем не менее даже и в этом случае существует некоторый произвол в получении  $\mathfrak{L}_{em}$ . Его следует связать с неоднозначностью лагранжиана  $\mathfrak{L}_e$ , рассмотренной в общем виде в конце гл. 1, т. е. с возможностью добавлять к  $\mathfrak{L}_e$  полные дивергенции, не изменяя уравнений свободного движения. Однако полные дивергенции будут порождать новые члены в  $\mathfrak{L}_{em}$ , пропорциональные  $e$ , что приведет к электромагнитному взаимодействию, полностью отличному от записанного ранее. Рассмотрим конкретный пример:

$$\mathfrak{L}_e = -\bar{\psi}_e (\gamma_\mu \partial_\mu + m_e) \psi_e - \lambda \partial_\mu (\bar{\psi}_e \sigma_{\mu\nu} \partial_\nu \psi_e), \quad (4.6)$$

где  $\lambda$  — полностью произвольная константа размерности  $1/m$ . Этот лагранжиан приводит к добавочному электромагнитному взаимодействию вида

$$i\lambda e \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \partial_\nu \psi A_\mu.$$

Такая связь, как мы обсудим позднее более детально, выглядит точно так же, как связь магнитного момента с магнитным полем. Часто эту дополнительную связь называют связью *собственного* магнитного момента Паули с электромагнитным полем («собственного», поскольку, когда мы вводим его таким способом в теорию,  $\lambda$  является фундаментальной константой, связанной с электроном и никаким образом не зависящей от его электрического заряда  $e$ ). Добавление таких членов мало привлекательно, так как хотелось бы сохранить в теории минимальное число констант. К тому же оказывается, что эти члены, несомненно, излишни для электрона и, по-видимому, для остальных элементарных частиц, поскольку магнитные характеристики этих частиц можно вычислить или оценить без введения дополнительных членов. Итак, нам хотелось бы иметь принцип, исключаящий паулиевские члены с самого начала. Обычно этот принцип называется принципом «минимального электромагнитного взаимодействия». Сущность его состоит в том, что он требует, чтобы все плотности лагранжиана содержали минимальное число производных. Даже установленный таким способом принцип не просто интерпретировать. В случае электронов и мюонов, взаимодействие которых относительно хорошо понято, мы можем использовать этот принцип для доказательства того, что лагранжиан не должен содержать более чем одну производную, так как все свойства этих частиц можно правильно вычислить с таким лагранжианом. Для мезонов со спином нуль свободный лагранжиан уже содержит две производные (квадратичен по производным). Мы могли бы попытаться, опять используя принцип «минимального электромагнитного взаимодействия», доказать, что псевдовекторная связь пионов и нуклонов

$$\mathcal{L}_{\pi N} = - \frac{if}{m_{\pi}} \frac{\partial \Phi}{\partial x_{\mu}} \bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_{\mu} \tau \Psi \quad (4.7)$$

менее предпочтительна, чем псевдоскалярная связь, рассмотренная в предыдущей главе. Однако поскольку при любой из этих связей трудно что-либо вычислить на самом деле, то, по правде говоря, невозможно установить, какую из них следует исключить из рассмотрения. Паулиевские члены содержат две производные в лагранжиане, поэтому, используя принцип «минимального электромагнитного взаимодействия», мы могли исключить их для частиц со спином  $1/2$ . Для частиц с нулевым спином вопрос о паулиевских членах не возникает, поскольку (мы это докажем позднее) у них нет магнитных связей. Плотность лагранжиана частиц с более высокими спинами, таких, например, как частица с массой  $m$  и спином единица, автоматически содержит по крайней мере две производные. Следовательно, для них нет ни-

каких оснований *не учитывать* паулиевские моменты<sup>1)</sup>. В настоящее время как теоретически, так и экспериментально мало известно, какие дополнительные члены следует писать в лагранжиане векторных частиц, известных на сегодняшний день. Таким образом, принцип «минимального электромагнитного взаимодействия» в лучшем случае есть своего рода эвристическое правило выбора простейших лагранжианов, которое основывается на успехах электродинамики.

Замечательно то обстоятельство, всю глубину которого мы, к сожалению, не понимаем, что заряды, которые нам нужны для получения электромагнитных токов элементарных частиц с помощью вышеизложенного метода, всегда равны  $\pm e$ , где  $e$  — электрический заряд электрона. В этой связи мы должны различать два вопроса.

1. Почему *все* известные элементарные частицы должны иметь ту же константу связи с электромагнитным полем, что и электрон?

2. Известно, что все константы связи одинаковы. Тогда почему все реально *измеренные* заряды частиц должны равняться этой константе связи?

Хотя ответ на первый вопрос не известен, мы можем обсудить второй вопрос. Во-первых, нам следует понять, что означает электрический заряд частицы. Очевидно, что, применяя сформулированное правило, можно всегда записать плотность лагранжиана в виде

$$\mathcal{L}_{em} = - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta A_\mu} A_\mu \equiv - e J_\mu^\nu A_\mu. \quad (4.8)$$

Кратко покажем, что ток  $J_\mu^\nu$  сохраняется, т. е.

$$\partial_\mu J_\mu^\nu = 0, \quad (4.9)$$

<sup>1)</sup> Поле заряженных частиц со спином единица и массой  $m$  можно описать лагранжианом

$$\mathcal{L} = - \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \left( \frac{\partial \psi_\nu^\dagger}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \psi_\mu^\dagger}{\partial x_\nu} \right) \left( \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \psi_\mu}{\partial x_\nu} \right) - m^2 \sum_\nu \psi_\nu^\dagger \psi_\nu$$

К этому лагранжиану можно добавить  $\partial_\nu \Lambda_\nu$ , где

$$\Lambda_\nu = \frac{1}{2} \lambda \sum_\mu \left( \frac{\partial \psi_\mu^\dagger}{\partial x_\mu} \psi_\nu - \frac{\partial \psi_\nu^\dagger}{\partial x_\mu} \psi_\mu \right) + \text{Эрм. сопр.}$$

В этом новом выражении содержится точно такое же число производных, как и в первоначальном лагранжиане. Кроме того, легко видеть, что оно приводит к сохраняющемуся магнитному току в форме  $j_\nu = \partial P_{\mu\nu} / \partial x_\mu$ , где

$$P_{\mu\nu} = i\lambda (\psi_\nu^\dagger \psi_\mu - \psi_\mu^\dagger \psi_\nu),$$

и отсюда к неоднозначности Паули.

и отсюда

$$Q = \int d\mathbf{r} J_0^y(\mathbf{r}, t) \quad (4.10)$$

является лоренц-скаляром (интеграл движения). Пока мы ограничимся рассмотрением электронов. Электронный ток без паулиевских членов равен

$$J_\mu^y = i\bar{\Psi}_e \gamma_\mu \Psi_e, \quad (4.11)$$

а оператор заряда

$$Q = \int d\mathbf{r} \Psi_e^\dagger(\mathbf{r}, t) \Psi_e(\mathbf{r}, t). \quad (4.12)$$

Операторы  $\Psi_e$  суть взаимодействующие гейзенберговские поля. Заряд данного одночастичного состояния есть матричный элемент оператора  $eQ$  между вектор-состояниями  $|\mathbf{p}\rangle$ , построенными из вакуума с помощью точных гейзенберговских полей. Вопрос, который возникает при таком способе построения заряда вектор-состояния, состоит в том, отличается ли величина этого заряда от  $e$ . Назовем измеренный заряд  $e_{\text{набл}}$ . Отсюда

$$e_{\text{набл}} = e \langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle, \quad (4.13)$$

где  $|\mathbf{p}\rangle$  — точное одночастичное состояние.

Если наивно применять выводы гл. 2, т. е. сначала построить состояние  $|\mathbf{p}\rangle$ , используя временной предельный переход, и затем учитывая невырожденность вакуума и тот факт, что  $[Q, C]_+ = 0$ , где  $C$  — оператор зарядового сопряжения, определенный ранее и действующий на ток по формуле

$$C J_\mu^y C^{-1} = - J_\mu^y, \quad (4.14)$$

то мы получим

$$Q | 0 \rangle = 0. \quad (4.15)$$

Из этого факта мы могли бы заключить, что

$$\langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle = 1, \quad (4.16)$$

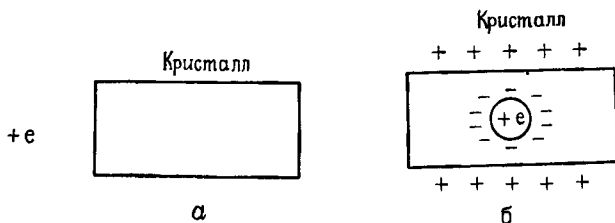
проводя те же выкладки, что и в случае барионного числа, когда мы показывали, что

$$\langle \mathbf{p} | B | \mathbf{p} \rangle = 1. \quad (4.17)$$

Однако в случае электромагнитного поля имеются основания полагать, что этот вывод слишком наивен. Возникает вопрос, как мы должны понимать смысл предельного перехода  $t \rightarrow \pm \infty$ , использованного для построения состояний, и какова его связь с явлением «поляризации вакуума». Чтобы понять, о чем идет речь, полезно исследовать «аналогичную» ситуацию, а именно

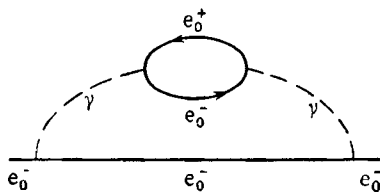
измерение заряда в кристалле, который поляризуется. Рассмотрим два случая, показанных на фиг. 4, а и б.

Предположим, что измеренная величина заряда, находящегося вне кристалла фиг. 4, а, равна  $+e$ . Если мы внесем этот заряд внутрь кристалла и измерим величину заряда в любом



Фиг. 4.

конечном объеме, окружающем его, то найдем, что заряд в этом объеме больше не равен  $e$ , а скорее всего равен  $e' < e$ , поскольку отрицательные «экранирующие» заряды будут притягиваться к нему, а положительные — отталкиваться к поверхности. Отчасти подобное явление происходит в квантовой электродинамике. Если при  $t = -\infty$  заряд  $e_0$  внести в вакуум и включить электромагнитное взаимодействие, то этот заряд будет поро-



Фиг. 5.

ждать электрон-позитронные пары — явление, известное как поляризация вакуума (фиг. 5).

Если теперь мы измерим заряд, скажем, электрона в малом конечном объеме, окружающем его, то он больше не будет равняться  $e_0$ , а, вероятнее всего, будет равен  $e_{\text{набл}} = \sqrt{Z}e_0$ , где  $\sqrt{Z}$  — константа «перенормировки». Разность между  $e_0$  и  $e_{\text{набл}}$  обусловлена тем, что электроны в виртуальных парах отталкиваются от первоначального заряда, поэтому заряд, который остается в конечном объеме, изменяется. Величину  $\sqrt{Z}$  можно вычислить в теории возмущений<sup>1)</sup>. (Она оказывается равной

<sup>1)</sup> См., например, книгу Тирринга [9].

бесконечности. Вероятно, такой нефизический результат связан с тем, что метод теории возмущений становится неприемлемым.)

Следовательно, нам должно быть ясно, что, осуществляя предельный переход по времени к  $t = -\infty$ , мы либо получаем частицу с зарядом  $e_0$ , либо при  $t = -\infty$  учитываем эффекты поляризации вакуума и тем самым получаем частицу с зарядом  $e_{\text{набл}}$  (измеряемый заряд). Тогда вопрос об отождествлении полей при  $t = -\infty$  с полями, заряд которых равен  $e_{\text{набл}}$ , отпадает. Однако что же тогда означает параметр  $e$ , который находится в лагранжиане?

Мы отождествляем этот параметр  $e$  с  $e_0$  и отсюда получаем для константы перенормировки явное выражение

$$\langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle = \sqrt{Z}. \quad (4.18)$$

Отсюда следует, что для конечного времени  $t$   $Q(-\infty) \neq Q(t)$ . На первый взгляд может показаться, что нарушается закон сохранения заряда. В частности, мы предполагаем, что

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \{ [Q(t), \Psi(t)]_- \} = \sqrt{Z} \Psi(-\infty). \quad (4.19)$$

Однако прежде чем отказаться от закона сохранения заряда, мы вспомним, что из равенства нулю дивергенции тока

$$\partial_\mu J_\mu^\nu = 0 \quad (4.20)$$

сохранение заряда

$$\frac{\partial}{\partial t} Q(t) = 0 \quad (4.21)$$

вытекает только при условии

$$\int (\nabla \cdot \mathbf{J}^\nu) d\mathbf{r} = 0, \quad (4.22)$$

которое означает лишь то, что можно пренебречь вкладами в ток от бесконечно удаленных поверхностей. Так как радиус действия электромагнитного поля равен бесконечности, то, когда оно включено, поверхностные члены дают при  $t = -\infty$  вклад в ток. Сильные взаимодействия имеют конечный радиус действия, поэтому поверхностные члены не дадут вклада в токи, подобные барионному току  $J_\mu^B$ . Действительно, если мы учли вклад в ток от бесконечно удаленных поверхностей в случае электромагнитного поля, то короткодействующие сильные взаимодействия, рассмотренные дополнительно, больше не изменят полный электрический заряд при условии, что в сильных взаимодействиях выполняется закон сохранения заряда. Другими словами, при наличии электромагнитного поля для протона, как и для электрона, получим, что

$$\langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle = \sqrt{Z}, \quad (4.23)$$

где  $Z$  — единая константа «перенормировки». Сильные взаимодействия изменяют многие свойства частиц, но не их полный заряд. В этой книге мы не будем рассматривать электромагнитные поправки высших порядков. Читателю, который хотел бы более подробно познакомиться с этими вопросами, мы советуем обратиться к специальным учебникам.

Решающее значение имеет тот факт, что данное выше правило для построения лагранжиана всегда приводит к сохраняющемуся электрическому току. Для частиц со спином  $1/2$ , взаимодействующих с электромагнитным полем, это непосредственно следует из результатов гл. 2. Плотность лагранжиана свободного поля записывается в виде

$$\mathcal{L}_0 = -\bar{\psi} (\partial_\mu \gamma_\mu + m) \psi. \quad (4.24)$$

Очевидно, что ток, полученный при помощи замены  $\partial_\mu \rightarrow (\partial_\mu - ieA_\mu)$ , тождествен току, полученному заменой

$$\psi \rightarrow (1 - ie\Lambda(x)) \psi \quad (4.25)$$

в лагранжиане  $\mathcal{L}_0$  всех  $\psi$ -функций заряженных частиц. Калибровочная инвариантность лагранжиана  $\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{em}$  гарантирует закон сохранения этого тока. Иначе говоря, лагранжиан

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi} (\gamma_\mu (\partial_\mu - ieA_\mu) + m) \psi \quad (4.26)$$

инвариантен по отношению к умножению  $\psi$  на произвольный фазовый множитель с постоянной фазой, а ток, порождаемый преобразованиями с переменной фазой  $\Lambda(x)$ , тождествен коэффициенту при  $A_\mu$ .

Даже в отсутствие взаимодействия для частиц с нулевым спином положение является более сложным, чем для частиц со спином  $1/2$ , поскольку лагранжиан  $\mathcal{L}_\pi$  квадратичен по производным. Нам следует начать с идентификации заряженных частиц. Заряженные поля  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$  мы определяем с помощью трех полей  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ . К каждому полю мы относим соответствующую ему заряженную частицу<sup>1)</sup>.

$$\begin{aligned} \pi^+ &= \frac{\varphi_1 + i\varphi_2}{\sqrt{2}}, \\ \pi^- &= \frac{\varphi_1 - i\varphi_2}{\sqrt{2}} = (\pi^+)^{\dagger}, \\ \pi^0 &= \varphi_3. \end{aligned} \quad (4.27)$$

<sup>1)</sup> Одновременные коммутационные соотношения для заряженных полей имеют следующий вид:

$$[\pi^+(r, t), \dot{\pi}^-(r', t)]_- = i\delta^3(r - r').$$



Вскоре мы увидим, что определенные таким образом поля удовлетворяют, как мы и предполагали, всем особенностям электрически заряженных пионов.

Таким образом,

$$\Phi \cdot \Phi = \pi^+ \pi^- + \pi^- \pi^+ + \pi^0 \pi^0 \quad (4.28)$$

и

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\pi &= -\frac{1}{2} [\partial_\mu \Phi \cdot \partial_\mu \Phi + m_\pi^2 \Phi \cdot \Phi] = \\ &= -\frac{1}{2} [\partial_\mu \pi^+ \partial_\mu \pi^- + \partial_\mu \pi^- \partial_\mu \pi^+ + \partial_\mu \pi^0 \partial_\mu \pi^0 + \\ &+ m_\pi^2 (\pi^+ \pi^- + \pi^- \pi^+ + \pi^0 \pi^0)]. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Теперь можно учесть электромагнитное взаимодействие заряженных пионов. Для этого необходимо заменить производные

$$\partial_\mu \rightarrow (\partial_\mu \pm ieA_\mu) \quad (4.30)$$

полей  $\pi^\pm$ . Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{em} = -ie \left[ \left\{ \frac{(\pi^+ \partial_\mu \pi^- - \partial_\mu \pi^+ \pi^-)}{2} + \frac{(\partial_\mu \pi^- \pi^+ - \pi^- \partial_\mu \pi^+)}{2} \right\} - \right. \\ \left. - ieA_\mu \pi^+ \pi^- \right] A_\mu. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Из этого выражения видно, что для частиц с нулевым спином электрический ток (коэффициент при  $A_\mu$ ) содержит явно электрический заряд, чего не было в случае частиц со спином  $1/2$ .

В отсутствие электромагнитного поля массовый член в лагранжиане мы записали в виде

$$m_\pi^2 [\Phi_1 \Phi_1 + \Phi_2 \Phi_2 + \Phi_3 \Phi_3],$$

т. е. всем трем пионам приписали общий массовый параметр. Однако наиболее вероятно, что учет электромагнитного взаимодействия приведет к расщеплению масс пионов. Таким образом, надо полагать, что в присутствии электромагнитного поля полям  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  следует приписывать различные массовые параметры  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . Закон сохранения тока, однако, налагает дополнительное ограничение. Напомним, что закон сохранения пионного электромагнитного тока вытекает из калиброванной инвариантности лагранжиана  $\mathcal{L}_\pi$ . На языке эрмитовых полей  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  это означает (более подробно мы увидим это позднее), что относительно линейных преобразований полей  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  (вращение в изотопическом пространстве вокруг оси 3) и, в частности, относительно замены  $\Phi_1 \rightleftharpoons \Phi_2$  лагранжиан должен быть инвариантным. А это возможно лишь при условии, что полям  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  мы

приписываем один и тот же массовый параметр. Параметр, относящийся к  $\Phi_3$ , т. е.  $m_{\pi^0}$  в данном случае произвольный.

Отсюда, принимая во внимание электромагнитное расщепление масс, нам следовало бы написать

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{\pi} = & -\frac{1}{2} [\partial_{\mu} \pi^{+} \partial_{\mu} \pi^{-} + \partial_{\mu} \pi^{-} \partial_{\mu} \pi^{+} + m_{\text{ch}}^2 (\pi^{+} \pi^{-} + \pi^{-} \pi^{+})] - \\ & -\frac{1}{2} [\partial_{\mu} \pi^0 \partial_{\mu} \pi^0 + m_0^2 \pi^0 \pi^0]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Однако очевидно, что этот лагранжиан уже не инвариантен относительно преобразований полной группы  $SU_2$ , а именно преобразований, которые изменяют направление оси 3, нарушая инвариантность  $\mathfrak{L}_{\pi}$ . Только вращения вокруг оси 3 в плоскости 1—2 не изменяют лагранжиан  $\mathfrak{L}_{\pi}$ . Таким образом, только преобразование, связанное с вращением вокруг оси 3, приводит к некоторой сохраняющейся величине. Из рассмотрения лагранжиана  $\mathfrak{L}_{em}$  очевидно, что он также инвариантен относительно вращений вокруг оси 3 в изотопическом пространстве. Общее инфинитезимальное вращение вокруг оси 3 можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Phi_1' &= \Phi_1 + \Lambda \Phi_2, \\ \Phi_2' &= \Phi_2 - \Lambda \Phi_1, \\ \Phi_3' &= \Phi_3, \end{aligned} \quad (4.33)$$

или, как в гл. 2,

$$\begin{aligned} \pi^{+'} &= \pi^{+} (1 - i\Lambda), \\ \pi^{-'} &= \pi^{-} (1 + i\Lambda), \\ \pi^{0'} &= \pi^0. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Таким образом, инвариантность  $\mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L}_{em}$  относительно вращения эквивалентна калибровочной инвариантности с постоянной фазой. Но калибровочная инвариантность гарантирует закон сохранения электрического тока, поскольку ток, порожденный преобразованиями

$$\partial_{\mu} \pi^{\pm'} = (1 \mp i\Lambda(x)) \partial_{\mu} \pi^{\pm} \mp i \partial_{\mu} \Lambda(x) \pi^{\pm} \quad (4.35)$$

в  $\mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L}_{em}$ , имеет точно ту же функциональную структуру, что и ток, полученный в результате замены  $\partial_{\mu} \rightarrow \partial_{\mu} \pm ieA_{\mu}$  в  $\mathfrak{L}_{\pi}$ .

1) Фотон не имеет изотопического спина. [Лучше сказать, он не является собственным состоянием оператора изотопического спина, а представляет собой суперпозицию состояний с изотопическими спинами 1 и 0. Это отвечает разбиению электромагнитного поля на изоскалярную и изовекторную части (см. гл. 6). — Прим. ред.]

Итак, сохраняющийся пионный электрический ток

$$J_{\mu}^{\gamma} = \frac{1}{2} [i(\pi^{+} \partial_{\mu} \pi^{-} - \partial_{\mu} \pi^{+} \pi^{-}) + i(\partial_{\mu} \pi^{-} \pi^{+} - \pi^{-} \partial_{\mu} \pi^{+}) + e \pi^{+} \pi^{-} A_{\mu}] \quad (4.36)$$

приводит к интегралу движения

$$Q = \int d\mathbf{r} J_0^{\gamma}(\mathbf{r}, t), \quad (4.37)$$

который порождает калибровочные преобразования полей  $\pi^{\pm}$ . Этот ток не обладает простыми трансформационными свойствами относительно группы  $SU_2$ . Часто в литературе используют формулу, связывающую пионный электрический заряд с третьей компонентой изотопического спина

$$Q = T_3, \quad (4.38)$$

поэтому может создаться впечатление, будто электрический заряд является просто третьей компонентой изовектора. В действительности эту формулу следует понимать в смысле теории возмущений. В наименьшем порядке по  $e$  в теории возмущений заряд  $Q$  есть просто  $T_3$ , как это и определено в предыдущей главе. Если мы отнесем этот заряд к пионным состояниям, построенным лишь из операторов сильно взаимодействующих полей, то, поскольку для этих состояний (они принадлежат к триплетному представлению группы  $SU_2$ ) изотопический спин является хорошо определенной величиной, состояния будут принадлежать к собственным значениям  $+1, -1, 0$  оператора  $T_3$ . Однако если учесть электромагнитное взаимодействие, то группа  $SU_2$  не будет больше группой инвариантности теории. Массы заряженных и нейтральных пионов, наблюдаемых в природе, слегка отличны друг от друга<sup>1)</sup>. В присутствии электромагнит-

<sup>1)</sup> Масса всех компонент  $SU_2$ -мультиплетта должна быть одной и той же. Это следует из предположения об инвариантности гамильтониана  $H_{st}$  относительно преобразований группы  $SU_2$ . Операторы  $T^{\pm} = T_1 \pm iT_2$  повышают и понижают состояния внутри мультиплетта точно так же, как операторы тока  $J^{\pm}$  повышают и понижают проекцию момента количества движения состояний.

Из соотношений

$$T^{+} |TT_3\rangle = \sqrt{(T - T_3)(T + T_3 + 1)} |TT_3 + 1\rangle,$$

$$T^{-} |TT_3\rangle = \sqrt{(T + T_3)(T - T_3 + 1)} |TT_3 - 1\rangle$$

следует, что

$$\begin{aligned} \langle TT_3 | T^{-} H_{st} T^{+} | TT_3 \rangle &= \langle TT_3 + 1 | H_{st} | TT_3 + 1 \rangle (T^2 + T_3^2 - T_3) = \\ &= \langle TT_3 | H_{st} T^{-} T^{+} | TT_3 \rangle = \langle TT_3 | H_{st} | TT_3 \rangle (T^2 + T_3^2 - T_3), \end{aligned}$$

поэтому все диагональные элементы гамильтониана  $H_{st}$ , т. е. массы, в рамках данного мультиплетта одинаковы.

ного поля пионные состояния уже не принадлежат к простым мультиплетам группы  $SU_2$ , и классификация их с помощью собственных значений операторов  $T^2$ ,  $T_3$  становится не вполне законной<sup>1)</sup>. Тем не менее электрический заряд  $Q$  остается хорошим квантовым числом. Так как заряд сохраняется, то это означает, что можно воспользоваться одновременными коммутационными соотношениями между пионами, которые даже в присутствии электромагнитных взаимодействий имеют тот же вид, что и коммутационные соотношения свободных полей для любого конечного времени  $t$ <sup>2)</sup>.

Таким образом,

$$\begin{aligned} [Q, \pi^\pm]_- &= \pm \pi^\pm, \\ [Q, \pi^0]_- &= 0. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Следовательно, если для построения состояний  $|\pi_0^\pm\rangle$  мы воспользуемся в случае электромагнитных взаимодействий теми же методами, что и в случае сильных взаимодействий и вновь учтем эффект поляризации вакуума, то в результате для этих состояний получим условие

$$Q |\pi_0^\pm\rangle = \pm \sqrt{Z} |\pi_0^\pm\rangle, \quad (4.40)$$

которое в свою очередь означает, например, что

$$e \langle \pi^+ | Q | \pi^+ \rangle = e \sqrt{Z} = e_{\text{набл.}} \quad (4.41)$$

<sup>1)</sup> Ничто не мешает нам произвести преобразования полей в  $\mathcal{L}_\pi$ , которые смешивали бы состояния  $\phi_1$  и  $\phi_3$ . Однако в присутствии электромагнитного поля такие преобразования не могут быть порождены сохраняющимся изоспином. Существует только один сохраняющийся заряд  $Q$ , который и порождает калибровочные преобразования. Следовательно, поскольку генераторы определены с помощью операторов полей, то в данном случае перед нами простой пример того, как определенные комбинации операторов поля, изотопического спина и заряда в присутствии новых взаимодействий перестали быть операторами симметрии. В присутствии электромагнитного поля в некотором смысле  $SU_2$ -симметрия просто исчезает, так как генераторы группы теперь уже невозможно определить с помощью операторов полей. Компоненты изоспина  $T_1$ ,  $T_2$  и т. д., рассмотренные в предыдущей главе, зависят от времени и не удовлетворяют простым коммутационным соотношениям, кроме одновременных соотношений, которые имеют тот же вид, что и в случае свободных полей. Тот факт, что изотопический спин не сохраняется при наличии электромагнитных взаимодействий, проявляется в таком распаде, как  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ , который, как хорошо известно, наблюдается экспериментально, но, очевидно, нарушает закон сохранения изотопического спина.

<sup>2)</sup> Специально отметим, что в один и тот же момент времени выражение  $eA_\mu \pi^+ \pi^-$  в токе  $J_\mu^Y$  коммутирует с  $\pi^+$  и  $\pi^-$ .

Теперь к  $\mathfrak{L}_\pi$  и  $\mathfrak{L}_{em}$  можно добавить нуклонный лагранжиан и лагранжиан пион-нуклонного взаимодействия. Лагранжиан свободного нуклонного поля имеет простой вид

$$\mathfrak{L}_N = -\bar{P}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)P - \bar{N}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)N. \quad (4.42)$$

Записав лагранжиан в таком виде, мы предположили, что массовые параметры нейтрона и протона равны, а наблюдаемые массы вследствие электромагнитного взаимодействия тем не менее различны. Мы могли бы также предположить, что  $m_P \neq m_N$  в лагранжиане  $\mathfrak{L}_N$ , но это привело бы к дополнительным параметрам в теории. Произведя замену  $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + ieA_\mu$ , можно получить протонный электромагнитный ток в простой форме

$$J_\mu^Y = ie\bar{P}\gamma_\mu P. \quad (4.43)$$

Вследствие инвариантности лагранжиана  $\mathfrak{L}_N$  по отношению к калибровочным преобразованиям

$$\begin{aligned} P &\rightarrow (1 + i\Lambda)P, \\ N &\rightarrow N \end{aligned} \quad (4.44)$$

этот ток сохраняется.

Барионный ток, порожденный преобразованиями

$$\begin{aligned} P &\rightarrow (1 + i\Lambda)P, \\ N &\rightarrow (1 + i\Lambda)N, \end{aligned} \quad (4.45)$$

также сохраняется, однако ясно, что это уже не то же самое, что электрический ток.

По аналогии с электродинамикой очень соблазнительно сделать предположение о том, что все векторные токи связаны с векторными мезонами. Это предположение в первую очередь основано на том, что векторные мезоны существуют в природе. Итак, кроме фотона имеется несколько мезонов со спином единица, которые существуют как резонансы в процессах с участием пионов и нуклонов. За время порядка  $10^{-23}$  сек протон и антипротон аннигилируют в несколько  $\pi$ -мезонов. Часто оказывается, что вместо того, чтобы появиться в виде свободных некоррелированных частиц, пионы образуют некоторые комплексы, т. е. их энергии и импульсы коррелированы так, как если бы они образовались в результате распада промежуточной короткоживущей частицы, возникшей в реакции  $P + \bar{P} \rightarrow x \rightarrow n\pi$ . Изучая энергетические и угловые распределения пионов, можно сделать заключение о свойствах образовавшихся частиц. Позднее мы более полно будем использовать свойства этих частиц. Пока же

рассмотрим только два нейтральных векторных мезона, известных как  $\rho^0$  и  $\omega^0$  и имеющих следующие характеристики: <sup>1)</sup>

$$1. \rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-,$$

$$\Gamma_{\rho^0} = 125 \pm 10 \text{ Мэв},$$

$$m_{\rho^0} = 765 \pm 10 \text{ Мэв},$$

$$2. \omega^0 \rightarrow 3\pi,$$

$$\Gamma_{\omega^0} = 12,6 \pm 1,1 \text{ Мэв},$$

$$m_{\omega^0} = 783,4 \pm 0,7 \text{ Мэв}.$$

Наряду с широким нейтральным  $\rho^0$ -резонансом по существу в том же самом месте имеются два заряженных  $\rho^\pm$ -резонанса, а также один близкий нейтральный  $\omega^0$ -резонанс. Поэтому  $\rho$ -мультиплету мы приписываем изотопический спин  $T = 1$ , а  $\omega^0$ -мезону —  $T = 0$ . Спин этих резонансов оказался равным 1. Легко видеть, что в распаде  $\rho$ -мезона на два пиона четность двухпионного состояния зависит от орбитального момента. Рассмотрим диаграмму

$$\pi^+ \leftarrow \frac{\leftarrow}{-r/2} \cdot \frac{\rightarrow}{r/2} \pi^-$$

Очевидно, что в результате инверсии  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  двухпионная волновая функция умножается на  $(-1)^l$ , где  $l$  — орбитальный момент. Внутренняя четность каждого пиона отрицательна, а так как пионов два, то внутренняя четность такой системы положительна. Следовательно, поскольку спин  $\rho^0$ -мезона равен 1 и поскольку в этом распаде четность сохраняется (так как короткоживущая частица  $\rho^0$ -мезон распадается за счет сильных взаимодействий, сохраняющих четность), то четность  $\rho$ -мезона отрицательна, т. е. он — истинно векторная, а не псевдовекторная частица. Распад  $\rho^0$ -мезона на два нейтральных пиона запрещен, так как согласно статистике Бозе — Эйнштейна системы из двух нейтральных пионов всегда должны иметь четный относительный орбитальный момент. Определение спина и четности  $\omega^0$ -мезона значительно сложнее, и в этой книге не рассматривается <sup>2)</sup>).

Однако известно, что  $\omega^0$ -мезон — также векторная частица. Было предположено <sup>3)</sup>, что взаимодействие  $\omega^0$ -мезона с

<sup>1)</sup> См., например, обзор Розенфельда и др. [10]. Приведенные здесь числа усреднены по нескольким экспериментам. Масса и ширина  $\rho^0$ -мезона совсем не определена, а указанные величины оценены из других экспериментов. (Массы и ширины  $\rho^0$ - и  $\omega^0$ -резонансов приведены согласно последним измерениям [11]. — Прим. перев.)

<sup>2)</sup> См., например, обзор [12], а также многочисленную литературу, ссылку на которую даны в этом обзоре.

<sup>3)</sup> См. [1]. Векторные мезоны наиболее полно рассмотрены в гл. 14.

барионным током, поскольку  $\omega^0$  — изотопический скаляр, можно записать в виде связи

$$H_B = g_B \omega_\mu^0 J_\mu^B. \quad (4.46)$$

Конечно, такая связь возможна и элегантна, но получить непосредственное экспериментальное подтверждение ее существования чрезвычайно трудно, так как обычные пион-нуклонные процессы могут дать такие же результаты, как и в случае прямой связи, поскольку мы имеем дело с сильными взаимодействиями. В одном можно быть уверенным, а именно: если существует связь векторного мезона с барионным током, то масса этого мезона не может равняться нулю, как у фотона, или даже быть просто слишком малой величиной. Это можно увидеть, если сравнить обычный потенциал тяготения с потенциальной энергией, обусловленной такой связью  $\omega^0$ -мезона, например, с нуклонами, из которых состоит Земля. Допустим, что имеется частица с массой  $m$  над поверхностью Земли на расстоянии  $r$  от ее центра. Тогда ее потенциальная энергия равна

$$V_{\text{грав}} = - \frac{GmM_E}{r}. \quad (4.47)$$

Предположим, что пробная частица точечная и что масса ее и барионное число равны соответственно  $m_p$  и  $N_p$ . Антибарионами, которые могут быть в Земле, мы пренебрегаем. Возьмем нуклон с массой  $m_N$  и векторную частицу, связанную с током  $J_\mu^B$ , с массой  $m_B$ . Допустим, что плотность барионов постоянна и равна <sup>1)</sup>

$$\rho = \frac{M_E}{m_N \frac{4}{3} \pi R_E^3}. \quad (4.48)$$

Тогда потенциал  $V_B$ , обусловленный  $B$ -силами, имеет вид

$$V_B = \frac{g_B^2 M_E N_p}{\frac{4}{3} \pi R_E^3 m_N} \int d\mathbf{r} \frac{e^{-m_B |\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_p|}, \quad (4.49)$$

где интегрирование ведется по объему Земли.

В случае  $m_B = 0$

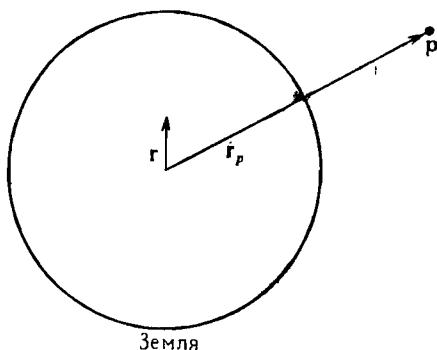
$$V_B = \frac{g_B^2 M_E N_p}{m_N r_p}. \quad (4.50)$$

<sup>1)</sup> Постоянную тяготения удобно измерять в единицах  $1/m_N^2$ . Таким образом,  $Gm_N^2 \approx 10^{-39}$ .

По внешнему виду это выражение тождественно потенциалу тяготения. Поэтому полный потенциал, действующий на частицу  $p$ , следует писать как

$$V = -G \frac{m_p M_E}{r_p} + g_B^2 \frac{M_E N_p}{m_N r_p} = -G \frac{m_p M_E}{r_p} \left[ 1 - \frac{g_B^2}{G} \frac{N_p}{m_N m_p} \right]. \quad (4.51)$$

Таким образом, мы вынуждены были бы сделать заключение, что если  $V_B$  существует, то  $V \neq \bar{V}$ , где  $\bar{V}$  — потенциал, действующий



Ф и г. 6.

щий на античастицу  $\bar{p}$ , для которой

$$N_{\bar{p}} = -N_p. \quad (4.52)$$

В принципе этот эффект можно было бы наблюдать при условии, что

$$\frac{g_B^2}{m_N^2} \sim G, \quad (4.53)$$

т. е.  $g_B^2 \sim 10^{-39}$ .

Однако можно увидеть, что даже столь малую величину  $g_B$  экспериментально мы можем исключить (полагая всегда, что  $m_B = 0$ ).

В однородном поле тяготения с ускорением свободного падения  $g$  напишем уравнение Ньютона

$$m_p g = - \frac{G m_p M_E}{r_p^2}, \quad (4.54)$$

т. е.  $g$  не зависит от  $m_p$ .

Предположим, что масса  $m_p$  состоит из  $N_p$  нуклонов. Тогда, пренебрегая массой электронов, получаем

$$m_p = m_N N_p - \varepsilon, \quad (4.55)$$



где  $\varepsilon$  — энергия связи. Отсюда, принимая во внимание энергию связи, мы видим, что число нуклонов можно выразить через массы и энергию связи

$$N_p = \frac{m_p}{m_N} + \frac{\varepsilon}{m_N}. \quad (4.56)$$

Если учесть  $B$ -силы, то уравнение Ньютона будет иметь вид

$$m_p g = - \frac{m_p M_E}{r_p^2} C + \frac{g_B^2}{r_p^2} \frac{M_E \varepsilon}{m_N^2}, \quad (4.57)$$

где постоянная  $C$  содержит  $G$  и  $g_B^2$ , а именно:  $C = G - (g_B^2/m_N^2)$ . Второй член в уравнении (4.57) нарушает эквивалентность между инерциальной и гравитационной массами. Поскольку первый член имеет вид классического выражения закона гравитации, то  $C$  следует отождествить с экспериментально измеренной постоянной тяготения  $G_{\text{изм}}$ . Опыт Этвеша, особенно в его современном толковании, устанавливает предел такому нарушению. В действительности из таких экспериментов можно заключить, что<sup>1)</sup>

$$\frac{g_B^2}{G m_N^2} \leq 10^{-5}. \quad (4.58)$$

Отсюда следует, что если бы масса кванта  $B$  равнялась нулю, то силы, обусловленные им, были бы намного слабее сил тяготения. Такие силы могли бы быть интересными лишь теоретически; экспериментально же при изучении взаимодействий элементарных частиц мы не наблюдали бы в известном смысле ни одного связанного с ними эффекта. С другой стороны, если  $m_B \sim m_{\omega^0}$ , то даже при  $g_B^2 \approx 1$  предел Этвеша не нарушается. В этом случае силы становятся короткодействующими, и учитывать макроскопические эффекты Земли совершенно излишне. Потенциал  $B$  (теперь в виде потенциала Юкавы) дает абсолютно ничтожный вклад во все процессы, кроме ядерных. В последних главах мы возвратимся к таким векторным связям.

В заключение этой главы мы добавим к лагранжиану  $\mathcal{L}_\pi + \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\gamma$  лагранжиан пион-нуклонного взаимодействия  $\mathcal{L}_{\pi N}$  и рассмотрим возникающие при этом добавки к электромагнитному току. Псевдоскалярную связь можно записать в очень удобном в отношении изотопического спина виде

$$\bar{\Psi} \gamma_5 \tau \cdot \Phi \Psi = (\bar{P} \gamma_5 P - \bar{N} \gamma_5 N) \pi^0 + \sqrt{2} \bar{P} \gamma_5 N \pi^- + \sqrt{2} \bar{N} \gamma_5 P \pi^+. \quad (4.59)$$

<sup>1)</sup> Из опытов Дике коэффициент в правой части еще меньше: около  $10^{-11}$ . — *Прим. ред.*

Таким образом, из  $SU_2$ -инвариантности этого выражения следует, что константы связи заряженных и нейтральных пионов удовлетворяют соотношению  $g_{зар}/g_{нейтр} = \sqrt{2}$ . Даже при наличии электромагнитного поля мы будем продолжать записывать лагранжиан  $\mathfrak{L}_{\pi N}$  в таком виде, принимая во внимание тот факт, что электромагнитные поправки малы. Очевидно, что выражение (4.59) калибровочно-инвариантно, поэтому электромагнитный ток сохраняется. Отсюда в изложенной выше теории мы рассмотрим два сохраняющихся эрмитовых тока

$$J_{\mu}^B = i[\bar{P}\gamma_{\mu}P + \bar{N}\gamma_{\mu}N],$$

$$J_{\mu}^Y = i\left[\bar{P}\gamma_{\mu}P + \frac{1}{2}\{\pi^+\partial_{\mu}\pi^- + \partial_{\mu}\pi^-\pi^+ - \partial_{\mu}\pi^+\pi^- - \pi^-\partial_{\mu}\pi^+\}\right] + eA_{\mu}\pi^+\pi^-. \quad (4.60)$$

и два заряда  $Q_B$  и  $Q_e$ , которые являются интегралами движения<sup>1)</sup>.

Кроме того, очевидно, что

$$[Q_B, Q_e]_- = 0, \quad (4.61)$$

т. е. наряду с энергией собственные состояния можно также характеризовать определенным электрическим зарядом и барионным числом. В наименьшем порядке по  $e$  в смысле теории возмущений, рассмотренной выше, можно написать соотношение

$$Q_e = \frac{Q_B}{2} + T_3, \quad (4.62)$$

которое устанавливает связь заряда с барионным числом и изотопическим спином для всех сильно взаимодействующих состояний пионов и нуклонов.

В теории с псевдовекторной связью лагранжиан взаимодействия имеет вид

$$\mathfrak{L}_{\pi N} = -\frac{if}{m_{\pi}}\partial_{\mu}\Phi \cdot \bar{\Psi}\gamma_5\gamma_{\mu}\tau\Psi. \quad (4.63)$$

Функциональная структура сохраняющегося электромагнитного тока, полученного в такой теории, будет отличаться от структуры

<sup>1)</sup> В теории взаимодействующих полей не существует сохраняющейся величины (в противоположность электрическому и барионному зарядам), которая измеряет число частиц. Этого и следовало ожидать, так как во многих процессах частицы рождаются и исчезают и, следовательно, их число изменяется.

тока в псевдоскалярной теории. В принципе это различие следовало бы проверить, однако практически вычисления, сделанные в любой из двух теорий, не достоверны, так как константы связи велики. Современная тенденция, как мы увидим в следующих главах, состоит в том, чтобы избегать таких вычислений (конечно, тех из вычислений, которые сделаны по теории возмущений) в пользу методов, с помощью которых отыскиваются относительные соотношения между различными процессами, а не вычисляются абсолютные вероятности самих процессов. В качестве первого примера мы рассмотрим электрон-протонное рассеяние.

## ЭЛЕКТРОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ I: ФОРМФАКТОРЫ, $S$ , $P$ , $T$ и $SPT$

Реакция упругого рассеяния электронов  $e$  на нуклонах  $N$   $e + N \rightarrow e' + N'$  наиболее тщательно изучена в физике элементарных частиц. При рассмотрении этого процесса как теоретически, так и экспериментально важно установить, что означает понятие *упругого* рассеяния. Упругое рассеяние  $a + b \rightarrow a' + b'$  — это процесс, в котором начальные и конечные энергии и импульсы частиц связаны соотношениями

$$\begin{aligned} E(\mathbf{p}_a) + E(\mathbf{p}_b) &= E(\mathbf{p}'_a) + E(\mathbf{p}'_b), \\ \mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b &= \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_b. \end{aligned} \quad (5.1)$$

В частности, в системе центра инерции (часто называемой системой центра масс)

$$\mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \mathbf{p}'_a + \mathbf{p}'_b = 0 \quad (5.2)$$

и, следовательно,

$$\sqrt{\mathbf{p}^2 + m_a^2} + \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_b^2} = \sqrt{\mathbf{p}'^2 + m_a^2} + \sqrt{\mathbf{p}'^2 + m_b^2}. \quad (5.3)$$

Поэтому в такой системе

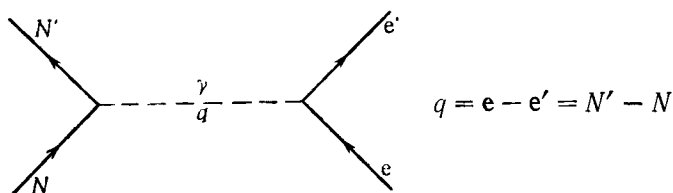
$$|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'| \quad (5.4)$$

и

$$\begin{aligned} E(\mathbf{p}_a) &= E(\mathbf{p}'_a), \\ E(\mathbf{p}_b) &= E(\mathbf{p}'_b). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Итак, чтобы считать рассеяние упругим, нужно проверить, что в системе центра масс энергия начальных и конечных частиц одинакова. Практически это возможно сделать только с некоторой конечной ошибкой  $\Delta E$ , поскольку ни один прибор не может иметь идеального разрешения по энергии. Кроме того, электрически заряженные частицы излучают фотоны (*тормозное излучение*), так что наряду с упругим рассеянием существует неизбежный вклад от процессов типа  $e + N \rightarrow e' + N' + \gamma$ . К счастью, эти «радиационные поправки» (и другие) можно точно вычислить, так что мы можем внести соответствующие изменения

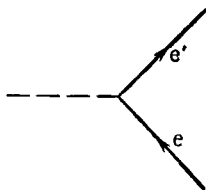
в формулу и сопоставить экспериментальные результаты с вычислениями, проведенными в наименьшем порядке по  $\alpha$  согласно простейшей диаграмме (фиг. 7). Диаграмма фиг. 7 состоит из трех частей (считать следует справа налево).



Фиг. 7.

Мы начнем с рассмотрения электрон-фотонной вершины (фиг. 8).

В теории поля (мы вернемся к этому вопросу позднее) для вершинной функции можно дать самое общее определение с помощью операторов полей  $\psi_e(x)$ ,  $\psi_e^\dagger(x)$  и сохраняющегося электрического тока  $J_\mu^\nu(x)$ . Поскольку мы пользуемся теорией воз-



Фиг. 8

мущений порядка не выше  $\alpha$ , то мы пренебрегаем тем самым радиационными поправками типа представленных на фиг. 9.

Эту вершину можно просто записать так:

$$\Gamma_\mu^e(e, e') = e \langle e' | J_\mu^\nu(0) | e \rangle (2\pi)^3, \quad (5.6)$$

где  $e$  — электромагнитная константа связи в лагранжиане  $\mathcal{L}_{em}$ . Здесь  $|e\rangle$  и  $\langle e'|$  — одночастичные электронные состояния, в качестве которых, так как мы работаем во втором порядке теории возмущений, можно взять состояния, полученные из вакуума, на который действовали *свободными* электронными операторами рождения. Электронный ток  $J_\mu^\nu(0)$  определен в начале ко-

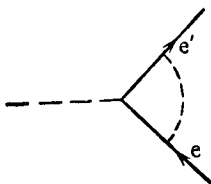
ординат четырехмерного пространства. Для выбора начала координат используем трансляционное свойство тока

$$J_{\mu}^{\nu}(x) = e^{-i(Px)} J_{\mu}^{\nu}(0) e^{i(Px)},$$

т. е. в токе  $J_{\mu}^{\nu}(x)$  пространственно-временную точку  $x$  можно всегда перенести в особенно удобную нулевую точку. Электронный ток  $J_{\mu}^{\nu}(0)$  равен

$$J_{\mu}^{\nu}(0) = i\bar{\psi}_e(0) \gamma_{\mu} \psi_e(0). \quad (5.7)$$

(Поскольку мы допускаем принцип «минимального электромагнитного взаимодействия», то этот ток не содержит паулиевских



Ф и г. 9.

членов.) В выбранной нами метрике четырехмерный импульс  $q$ , переданный электрону, имеет вид

$$q^2 = -2m_e^2 - 2[\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}' - E(e) E'(e')] = (p - p')^2. \quad (5.8)$$

Очевидно, что  $q^2$  — скаляр относительно лоренц-преобразований. Практически интересны энергии электрона порядка нескольких мегаэлектронвольт. Поэтому всегда можно положить  $m_e/|\mathbf{e}| \approx 0$ . Легко видеть, что с учетом и без учета этого приближения для электронного рассеяния (в нашей метрике)

$$q^2 \geq 0. \quad (5.9)$$

Величина

$$(\hat{\mathbf{e}} \cdot \hat{\mathbf{e}}') \equiv \cos \theta, \quad (5.10)$$

где  $\theta$  — угол рассеяния. В системе центра масс (в приближении  $m_e = 0$ )

$$q^2 = 4e^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad (5.11)$$

здесь  $e^2$  — энергия электрона, так как  $\sqrt{e^2 + m_e^2} \approx \sqrt{e^2}$ . Поскольку для работы во втором порядке теории возмущений в качестве  $\psi_e$  можно взять функцию свободного электрона, то, используя разложения, данные в гл. 1, находим, что

$$\langle \mathbf{e}' | {}_s J_{\mu}^{\nu}(0) | \mathbf{e} \rangle_s = i \frac{\bar{u}(\mathbf{e}') {}_s \gamma_{\mu} u(\mathbf{e})_s}{(2\pi)^3}. \quad (5.12)$$

Этот результат можно получить иным способом, который мы кратко опишем на примере матричного элемента протонного тока<sup>1)</sup>. Нам желательно было бы иметь более общую форму матричного элемента  $\langle a | J_\mu^Y(0) | b \rangle$ . Здесь  $\langle a |$  и  $| b \rangle$  — два состояния с одинаковым спином, но различными импульсами  $q_a$  и  $q_b$ . Предполагая, что  $J_\mu^Y(0)$  — 4-вектор, заключаем, что этот матричный элемент также представляет собой 4-вектор<sup>2)</sup>. Структура этого векторного матричного элемента будет зависеть от спина состояний  $| a \rangle$  и  $| b \rangle$ . Пока же мы подробно рассмотрим случай спинов 0 и  $1/2$ .

Для частиц со спином нуль можно построить два независимых 4-вектора

$$\begin{aligned} q_+ &= q_a + q_b, \\ q_- &= q_a - q_b \end{aligned} \quad (5.13)$$

и один<sup>3)</sup> 4-скаляр, скажем  $q_-^2$ .

Итак,

$$\langle a | J_\mu^Y(0) | b \rangle = q_{+\mu} F_+(q_-^2) + q_{-\mu} F_-(q_-^2), \quad (5.14)$$

где  $F_+$  и  $F_-$  — две произвольные функции переменной  $q_-^2$ .

Электромагнитный ток  $J_\mu^Y$  эрмитов, т. е.

$$\begin{aligned} J^{Y\dagger}(x) &= J^Y(x), \\ J_4^{Y\dagger}(x) &= -J_4^Y(x). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \langle a | J^Y(0) | b \rangle &= \langle b | J^Y(0) | a \rangle^*, \\ \langle a | J_4^Y(0) | b \rangle &= -\langle b | J_4^Y(0) | a \rangle^*, \end{aligned} \quad (5.16)$$

или, учитывая запись (5.14)<sup>4)</sup>,

$$q_+ F_+(q_-^2)_{b \rightarrow a} + q_- F_-(q_-^2)_{b \rightarrow a} = q_+ F_+^*(q_-^2)_{a \rightarrow b} - q_- F_-^*(q_-^2)_{a \rightarrow b}. \quad (5.17)$$

<sup>1)</sup> Хотя мы явно имеем дело с электромагнитным током, для читателя не составит труда выделить те особенности метода, которые остаются справедливыми для произвольных токов.

<sup>2)</sup> Строго говоря, этого не нужно делать. В сущности доказательство тождественно доказательству теоремы Эккарта — Вигнера в обычной квантовой механике, когда мы имеем дело с собственными состояниями оператора момента количества движения и тензорными операторами группы вращений.

<sup>3)</sup> Так как  $q_+^2$  и  $q_-^2$  являются функциями одной и той же независимой переменной ( $q_a q_b$ ), то они не независимы.

<sup>4)</sup> То же самое условие справедливо и для  $q_1$ . Двойное изменение знака в этом случае компенсируется, так как  $q_4^* = -q_4$ .

Изменение знака в  $q_-$  связано с заменой  $a \leftrightarrow b$ , поскольку импульс  $q_-$  антисимметричен по определению. Если  $a$  и  $b$  — различные частицы, то между матричными элементами переходов  $a \rightarrow b$  и  $b \rightarrow a$  не существует, вообще говоря, простых соотношений. В случае одинаковых частиц из условия эрмитовости тока следует, что

$$\begin{aligned} F_+ &= F_+^*, \\ F_- &= -F_-^*. \end{aligned} \quad (5.18)$$

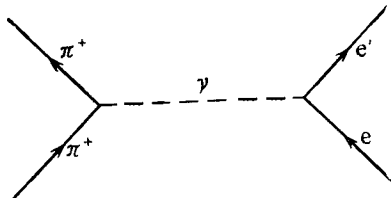
Если ток  $J_\mu$  сохраняется, то, умножая выражение (5.14) на  $q_{-\mu}$ , получаем

$$(m_b^2 - m_a^2) F_+(q_-^2) + q_-^2 F_-(q_-^2) = 0. \quad (5.19)$$

Иначе говоря, в этом случае существует только один независимый фактор, скажем  $F_+$ . Отсюда

$$\langle a | J_\mu^\gamma(0) | b \rangle = \left[ q_{+\mu} + q_{-\mu} \left( \frac{m_a^2 - m_b^2}{q_-^2} \right) \right] F_+(q_-^2). \quad (5.20)$$

Поскольку  $J_\mu^\gamma$  — электрический ток, то, умножив его матричный элемент на вектор электромагнитного поля  $A_\mu$ , мы получим



Фиг. 10.

матричный элемент перехода  $b \rightarrow a + \gamma$ . Однако в этот процесс (реальное излучение фотона) вносит вклад только пространственная часть тока  $J_\mu^\gamma$ , так как всегда можно работать в такой калибровке излучения, что  $A_4 = 0$ . Мы можем выбрать также систему отсчета, в которой частица  $b$  покоится, поэтому как  $q_+$ , так и  $q_-$  по существу являются импульсом фотона  $\mathbf{k}$ . Поскольку  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = 0$ , то тем самым мы показали, что  $0 \rightarrow 0$ -переход с испусканием реального фотона запрещен (известное правило отбора). С другой стороны, если мы рассмотрим электрон-пионное рассеяние (фиг. 10), в котором фотон есть виртуальная частица, то мы уже не можем работать в калибровке излучения, поэтому  $\pi\pi\gamma$ -вершину можно записать как

$$\langle \pi^\pm | J_\mu^\gamma(0) | \pi^\pm \rangle = q_{+\mu} F_+(q_-^2). \quad (5.21)$$



Интересно установить, существуют ли дополнительные симметрии или правила отбора, налагаемые на матричные элементы тока  $J_\mu^Y$  в процессах без излучения реальных фотонов. В дальнейшем при изучении слабых взаимодействий этот вопрос становится особенно важным. В частности, интересны свойства состояний, токов и их матричных элементов относительно дискретных преобразований  $C$ ,  $P$ ,  $T$  и  $CPT$ . Так как  $C$  есть оператор зарядового сопряжения, то вообще для электромагнитного тока частиц с произвольным спином справедливо соотношение

$$C J_\mu^Y(0) C^{-1} = - J_\mu^Y(0), \quad (5.22)$$

а поскольку состояние античастицы получается с помощью действия оператора  $C$  на одночастичное состояние по формуле<sup>1)</sup>

$$C | a \rangle = | \bar{a} \rangle, \quad (5.23)$$

то для матричных элементов тока получаем

$$\langle a | J_\mu^Y(0) | b \rangle = - \langle \bar{a} | J_\mu^Y(0) | \bar{b} \rangle. \quad (5.24)$$

В частности, для собственных состояний оператора  $C$  матричный элемент тока  $J_\mu^Y(0)$  равен нулю. Заметим еще, что из коммутационного соотношения тока с барионным числом  $B$

$$[J_\mu^Y, B]_- = 0 \quad (5.25)$$

следует, что  $J_\mu^Y$  не может изменить барионное число.

Мы еще детально не рассмотрели оператор четности  $P$ . Четность характеризует трансформационное свойство поля  $O(\mathbf{r}, t)$ , или функции полей, когда пространственно-временная система координат, относительно которой определены эти операторы, преобразуется по закону  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ ,  $t \rightarrow t$ . Как обычно это делается в квантовой механике, мы предполагаем, что пространственное отражение порождает унитарное преобразование  $P$  в пространстве полей. Например, векторный оператор  $V_\alpha$  есть, по определению, оператор, который при пространственном отражении координат  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ ,  $t \rightarrow t$  преобразуется таким образом, что

$$\begin{aligned} P \mathbf{V}(\mathbf{r}, t) P^{-1} &= - \mathbf{V}(-\mathbf{r}, t), \\ P V_0(\mathbf{r}, t) P^{-1} &= V_0(-\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (5.26)$$

<sup>1)</sup> Это есть определение античастичного состояния  $|\bar{a}\rangle$  по отношению к  $|a\rangle$ . Позднее, когда мы будем изучать слабые взаимодействия, в которых оператор  $C$  не сохраняется, мы обсудим, каким образом это определение следует изменить.

а псевдовекторный оператор определяется с помощью соотношений

$$\begin{aligned} PA(\mathbf{r}, t)P^{-1} &= A(-\mathbf{r}, t), \\ PA_0(\mathbf{r}, t)P^{-1} &= -A_0(-\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (5.27)$$

Если мы не хотим, чтобы электрический заряд изменял знак при пространственном отражении, то ток  $J_\mu^y$ , а следовательно, и электромагнитное поле  $A_\mu$  следует считать обычными 4-векторами. Если бы  $A_\mu$  был аксиальным вектором, то выражение  $J_\mu^y A_\mu$  в  $H_{em}$  не было бы скаляром. Однако относительно пространственного отражения  $P$  свободный лагранжиан является скаляром, а именно

$$PH_0(\mathbf{r})P^{-1} = H_0(-\mathbf{r}). \quad (5.28)$$

Таким образом, гамильтониан  $H_{em}$  также должен быть скалярной величиной, если мы хотим, чтобы оператор  $P$  был хорошим квантовым числом. Отсюда

$$\begin{aligned} PJ^y(\mathbf{r}, t)P^{-1} &= -J^y(-\mathbf{r}, t), \\ PJ_0^y(\mathbf{r}, t)P^{-1} &= J_0^y(-\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Определим преобразования полей так, чтобы они гарантировали выполнение этих результатов. Мы также должны определить состояния  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ . А это означает, что нам необходимо знать свойства полей  $\varphi_a$  и  $\varphi_b$  относительно пространственных отражений, поскольку с помощью этих полей мы строим из вакуума одночастичные состояния. В сильных и электромагнитных взаимодействиях четность сохраняется. Следовательно, унитарный оператор  $P$  коммутирует с  $H = H_0 + H_{em} + H_{st}$  где  $H_0$  — гамильтониан свободного поля,  $H_{em}$  и  $H_{st}$  — соответственно гамильтонианы электромагнитного и сильного взаимодействий. Конечно, *плотности* гамильтонианов даже в теории, в которой  $P$  сохраняется, не инвариантны относительно пространственных отображений, т. е.

$$PH(\mathbf{r})P^{-1} \neq H(-\mathbf{r}). \quad (5.30)$$

Однако это условие является достаточным для обеспечения инвариантности гамильтониана  $\int d\mathbf{r}H(\mathbf{r})$ . Поля со спином нуль можно разделить относительно  $P$ -преобразований на два класса:

1. *Скаляры* с законом преобразования

$$P\varphi(\mathbf{r}, t)P^{-1} = \eta_P\varphi(-\mathbf{r}, t). \quad (5.31)$$

2. *Псевдоскаляры* с законом преобразования

$$P\varphi(\mathbf{r}, t)P^{-1} = -\eta_P\varphi(-\mathbf{r}, t). \quad (5.32)$$

Мы вводим произвольную фазу  $\eta_P$ , чтобы отметить тот факт, что если  $P$  сохраняется во взаимодействиях с гамильтонианом  $H$ , то  $P' = e^{i\theta B} P$  также сохраняется; здесь  $\theta$  — любой вещественный угол, а  $B$  — барионное число. Как оператор четности  $P'$  ничем не хуже и не лучше оператора  $P$ , поэтому из бесконечного класса таких операторов в качестве оператора четности мы вправе выбрать любой. Для невзаимодействующих полей понятие четности чисто условно. Только относительные четности частиц во взаимодействиях являются физически измеряемыми величинами. Оператор четности всегда можно определить так, что четность всех компонент любого изотопического мультиплетта была бы одинакова. Таким образом, электромагнитный ток пионов

$$J_\mu^Y = \frac{1}{2} i \{ [\pi^+ \partial_\mu \pi^- - \partial_\mu \pi^+ \pi^-] + [\partial_\mu \pi^- \pi^+ - \pi^- \partial_\mu \pi^+] \} + e \pi^+ \pi^- A_\mu \quad (5.33)$$

будет преобразовываться относительно пространственных отображений как вектор при условии, что  $A_\mu$  преобразуется как вектор, как это и должно быть.

Все собственные состояния оператора  $H$  можно выбрать так, что они будут собственными состояниями оператора четности, однако эти состояния не могут быть одновременно собственными состояниями оператора  $\mathbf{P}$ , кроме специального случая, когда собственное значение  $\mathbf{P}$  равно нулю<sup>1)</sup>, так как  $[\mathbf{P}, P]_- \neq 0$ . Отсюда следует, что всегда можно считать вакуумное состояние четным, т. е.

$$P | 0 \rangle = | 0 \rangle. \quad (5.34)$$

Одночастичные состояния вообще не являются собственными функциями оператора четности. Например, рассмотрим пионное состояние с изотопическим спином  $i$

$$P | \mathbf{p} \rangle_i = \lim_{t \rightarrow \pm \infty} iP \int d\mathbf{r} \left\{ \varphi_i(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{e^{i(\mathbf{p}\mathbf{x})}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2P_0}} \right) - \frac{\partial \varphi_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \frac{e^{i(\mathbf{p}\mathbf{x})}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2P_0}} \right\} | 0 \rangle. \quad (5.35)$$

Мы фиксируем раз и навсегда для всех пионов фазу  $\eta_P = 1$  и вносим оператор  $P$  под символ предела, так как  $P$  не зависит от времени. Итак,

$$P | \mathbf{p} \rangle_i = \lim_{t \rightarrow \pm \infty} -i \int d\mathbf{r} \left\{ \varphi_i(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{e^{i(-\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - E(\mathbf{p})t)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \varphi_i(\mathbf{r}, t) \frac{e^{i(-\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - E(\mathbf{p})t)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\rho_0}} \right\} | 0 \rangle = - | -\mathbf{p} \rangle_i. \quad (5.36)$$

<sup>1)</sup> В обычной квантовой механике  $e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$ , собственная функция оператора  $\mathbf{P} = (1/i)\nabla$ , очевидно, не имеет определенной четности (т. е. не является собственным состоянием оператора четности).

Мы осуществили в интеграле замену переменных, т. е.  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ . Таким образом, для любого матричного элемента векторного тока между состояниями  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$  двух частиц со спином нуль получаем условие<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}_a | \mathbf{J}(0) | \mathbf{p}_b \rangle &= -P_a P_b \langle -\mathbf{p}_a | \mathbf{J}(0) | -\mathbf{p}_b \rangle, \\ \langle \mathbf{p}_a | J_0(0) | \mathbf{p}_b \rangle &= P_a P_b \langle -\mathbf{p}_a | J_0(0) | -\mathbf{p}_b \rangle, \end{aligned} \quad (5.37)$$

где  $P_a P_b$  — произведение внутренних четностей частиц  $a$  и  $b$ .

Если четности состояний  $a$  и  $b$  одинаковы, то это условие выполняется автоматически; если четности противоположны, то матричный элемент тока должен равняться нулю. При рассмотрении слабых взаимодействий мы будем наиболее полно использовать эти условия и им подобные.

Гораздо сложнее обстоит дело в случае обращения времени. Из нерелятивистской квантовой механики известно, что уравнение Шредингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} |t\rangle = H |t\rangle \quad (5.38)$$

не инвариантно по отношению к замене  $t \rightarrow -t$ , которая, как мы могли бы наивно полагать, и есть операция обращения времени. Вместо этого можно показать, что если теория инвариантна при «обращении времени», то это означает, что должен существовать оператор

$$T = UK,$$

где  $U$  — унитарный оператор, конкретный вид которого зависит от  $H$ , например  $U$  содержит спин, если  $H$  зависит от спина, и  $K$  — операция комплексного сопряжения. Оператор  $T$  обладает свойством

$$TH(\mathbf{r}, t)T^{-1} = H(\mathbf{r}, -t), \quad (5.39)$$

из которого следует, что

$$i \frac{\partial}{\partial t} T | -t \rangle = H(t) T | -t \rangle. \quad (5.40)$$

Таким образом,  $T | -t \rangle$  подчиняется тому же самому уравнению, что и  $|t\rangle$ . Оператор  $T$  называют «антиунитарным» оператором; его действие определяется следующим образом:

$$\langle T\varphi | \psi \rangle = \langle \varphi | T^\dagger \psi \rangle^*. \quad (5.41)$$

<sup>1)</sup> Выбор начала системы отсчета в пространстве координат и времени очень упрощает доказательство. В самом деле, нет необходимости преобразовывать координаты точки, в которой вычисляется  $J_\mu(0)$ . Таким образом, трансляционная симметрия играет в теории наиболее решающую роль.

Отсюда следует, что

$$\langle T\Phi | T\Psi \rangle = \langle \Phi | \Psi \rangle^*. \quad (5.42)$$

В теории поля можно определить оператор  $T$  как преобразование в пространстве полей. Для скалярного (или псевдоскалярного) поля

$$\begin{aligned} T\Phi(\mathbf{r}, t) T^{-1} &= \eta_T \Phi(\mathbf{r}, -t), \\ T^2 &= 1, \end{aligned} \quad (5.43)$$

где  $\eta_T$  — произвольная фаза. Одночастичное состояние со спином нуль символически можно записать в виде

$$| \mathbf{p} E(\mathbf{p}) \rangle = O_{\mathbf{p}} | 0 \rangle, \quad (5.44)$$

где  $O_{\mathbf{p}}$  означает сложный оператор рождения, рассмотренный выше. Используя тот же метод, что и в случае пространственного отражения, мы без труда показываем, что

$$T O_{\mathbf{p}} T^{-1} = \eta_T O_{-\mathbf{p}}. \quad (5.45)$$

Если <sup>1)</sup>

$$[T, H]_- = 0, \quad (5.46)$$

то опять можно выбрать вакуумное состояние, такое, что

$$T | 0 \rangle = | 0 \rangle. \quad (5.47)$$

Итак, для матричного элемента оператора  $O$  между одночастичными состояниями можно установить условие

$$\langle \mathbf{p}_a E(\mathbf{p}_a) | O | \mathbf{p}_b E(\mathbf{p}_b) \rangle = \eta_{Ta}^* \eta_{Tb} \langle -\mathbf{p}_a E(\mathbf{p}_a) | T O T^{-1} | -\mathbf{p}_b E(\mathbf{p}_b) \rangle^*. \quad (5.48)$$

Чтобы применять это условие к матричному элементу тока, необходимо знать, как преобразуется ток при  $T$ -преобразовании. Ответ на этот вопрос можно найти из уравнений Максвелла. Мы опять предположим, что при обращении времени знак заряда не меняется.

Из уравнения Пуассона

$$\square \varphi(\mathbf{r}, t) = -4\pi\rho(\mathbf{r}, t) \quad (5.49)$$

следует, что

$$T\varphi(\mathbf{r}, t) T^{-1} = \varphi(\mathbf{r}, -t). \quad (5.50)$$

Однако если напряженность электрического поля  $T$ -инвариантна, то из выражения

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla\varphi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (5.51)$$

<sup>1)</sup> Здесь  $H$  — гамильтониан.

видно, что

$$T\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)T^{-1} = -\mathbf{A}(\mathbf{r}, -t). \quad (5.52)$$

Таким образом, ток

$$\mathbf{J}^y(\mathbf{r}, t) = \square \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \quad (5.53)$$

при отражении времени преобразуется как  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)^1$ .

Чтобы по такому же правилу преобразовывался пионный ток, необходимо подходящим образом определить оператор  $T$  для трех полей  $\varphi_i$ . Напомним, что изоспиновый ток, третья компонента которого есть электрический ток, в низшем порядке теории возмущений по  $e$  имеет вид

$$\mathbf{J}_i^y = -(\varphi \times \nabla \varphi)_i. \quad (5.54)$$

Выберем фазы, которые гарантируют нам нужные свойства преобразований, следующим образом:

$$\begin{aligned} T\varphi_1(\mathbf{r}, t)T^{-1} &= -\varphi_1(\mathbf{r}, -t), \\ T\varphi_2(\mathbf{r}, t)T^{-1} &= \varphi_2(\mathbf{r}, -t), \end{aligned} \quad (5.55)$$

или на языке заряженных пионов

$$\begin{aligned} T\pi^+(\mathbf{r}, t)T^{-1} &= -\pi^+(\mathbf{r}, -t), \\ T\pi^-(\mathbf{r}, t)T^{-1} &= -\pi^-(\mathbf{r}, -t). \end{aligned}$$

Так как  $\pi^0$ -мезон не входит явно в гамильтониан электромагнитного взаимодействия, его фазу относительно отражения времени следует фиксировать сильными взаимодействиями. Этим вопросом мы займемся позднее.

Итак, для матричных элементов электромагнитного тока мы получаем соотношение

$$\langle \mathbf{p}_a | \mathbf{J}^y(0) | \mathbf{p}_b \rangle = -\eta_{Ta}^* \eta_{Tb} \langle -\mathbf{p}_a | \mathbf{J}^y(0) | -\mathbf{p}_b \rangle^*, \quad (5.56)$$

которое в случае одинаковых частиц  $a$  и  $b$  можно записать в виде

$$p_{+\mu} F_+^* + p_{-\mu} F_-^* = p_{+\mu} F_+ + p_{-\mu} F_-. \quad (5.57)$$

Отсюда следует, что функции  $F_+$  и  $F_-$  должны быть действительными. Это условие противоречит условию эрмитовости, согласно которому  $F_+$  — действительная функция, а  $F_-$  — чисто мнимая. Совместными эти условия могут быть лишь в случае

$$F_-(q_-^2) = 0, \quad (5.58)$$

<sup>1)</sup> Поскольку компонента  $J_0^y = \rho$ , то она преобразуется по закону

$$TJ_0^y(\mathbf{r}, t)T^{-1} = J_0^y(\mathbf{r}, -t).$$

что тождественно ограничению, налагаемому законом сохранения тока.

Осуществляя *CPT*-преобразование, мы получаем комбинированное условие

$$\langle \mathbf{a} | O | \mathbf{b} \rangle = P_a P_b \eta_{Ta}^* \eta_{Tb} \langle + \bar{\mathbf{a}} | (CPT) O (CPT)^{-1} | + \bar{\mathbf{b}} \rangle^*, \quad (5.59)$$

которое связывает переход между состояниями частицы  $b \rightarrow a$  с переходом античастицы из состояния  $\bar{a}$  в  $\bar{b}$ .

Теперь мы должны повторить эти выкладки для частиц со спином  $1/2$ , поскольку это наиболее интересный случай с точки зрения физики. Но за счет алгебры Дирака рассмотрение становится более сложным. Матричный элемент тока можно всегда записать в виде

$$\langle \mathbf{p}' | {}_a J_\mu^\nu(0) | \mathbf{p} \rangle_b = \bar{u}(\mathbf{p}') {}_a \mathcal{J}_\mu(\mathbf{p}', \mathbf{p}) u(\mathbf{p})_b, \quad (5.60)$$

где  $u(\mathbf{p})$  — дираковские спиноры свободных частиц, удовлетворяющие уравнению

$$(i(\gamma p) + m) u(\mathbf{p}) = 0, \quad (5.61)$$

а  $\mathcal{J}_\mu(\mathbf{p}', \mathbf{p})$  — наиболее общий лоренцев векторный оператор, который можно построить из импульсов и  $\gamma_\mu$ -матриц. Для электрон-протонного рассеяния  $m_a = m_b$ , однако, поскольку в дальнейшем нам придется иметь дело со слабыми взаимодействиями, мы проведем изложение для случая произвольного соотношения масс. Чтобы найти ток  $\mathcal{J}_\mu(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ , мы сначала перечислим всех «компаньонов».

*Числовые векторы*

$$p_{-\mu} = (p' - p)_\mu \quad p_{+\mu} = (p' + p)_\mu.$$

*Числовые тензоры*

$$\delta_{\mu\nu} \quad \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$$

$\delta_{\mu\nu}$  — символ Кронекера,  $\delta_{\mu\nu} = 1$  для  $\mu = \nu$ ,  $\delta_{\mu\nu} = 0$  для  $\mu \neq \nu$  и  $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$  — полностью антисимметричный псевдотензор с  $\epsilon_{1234} = 1$ .

Матрицы Дирака

*Векторы*                      *Псевдовекторы*

$$\gamma_\mu$$

$$\gamma_5 \gamma_\mu$$

*Тензоры*

*Псевдотензоры*

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$$

$$\gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\delta$$

$$\gamma_5 \sigma_{\mu\nu}$$

$$\gamma_5 \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\delta$$

Из этих величин можно построить двенадцать 4-векторов<sup>1)</sup>. (Можно также построить двенадцать псевдовекторов, умножая каждый 4-вектор на  $\gamma_5$ . Псевдовекторы нужны в теории слабых взаимодействий.)

- |                               |   |
|-------------------------------|---|
| 1. $p_{+\mu}$                 | 7. $(\gamma p_-) p_{+\mu}$  |
| 2. $p_{-\mu}$                 | 8. $(\gamma p_+) p_{+\mu}$  |
| 3. $\gamma_\mu$               | 9. $(\gamma p_-) p_{-\mu}$  |
| 4. $\sigma_{\mu\nu} p_{+\nu}$ | 10. $\gamma_5 \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \gamma_\nu p_{+\lambda} p_{-\sigma}$ |
| 5. $\sigma_{\mu\nu} p_{-\nu}$ | 11. $(\gamma p_+) (\gamma p_-) p_{+\mu}$  |
| 6. $(\gamma p_+) p_{-\mu}$    | 12. $(\gamma p_+) (\gamma p_-) p_{-\mu}$  |

Введем двенадцать инвариантных функций  $F_i$  переменной  $q^2 = p_-^2$  и запишем ток в виде

$$\mathcal{J}_\mu(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{12} F_i(q^2) v_{i\mu}(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \quad (5.62)$$

где  $v_{i\mu}$  — только что рассмотренные двенадцать векторов. Все другие комбинации матриц Дирака можно привести к одному из данных двенадцати векторов. Рассмотрим на конкретном примере, как это делается. Мы можем легко установить тождество

$$(\gamma A)(\gamma B) = (AB) + i\sigma_{\mu\nu} A_\mu B_\nu,$$

где  $A$  и  $B$  суть 4-векторы. Отсюда выражения, включающие три  $\gamma$ -матрицы, как, например,  $(\gamma p_+) (\gamma p_+) (\gamma p_-) = p_+^2 (\gamma p_-)$ , сводятся к выражениям, которые уже содержатся в токе  $\mathcal{J}_\mu$ . Для этих же целей очень ценны два дополнительных тождества:

$$(p + p')_\nu = ((\gamma p') - im_a) \gamma_\nu + \gamma_\nu ((\gamma p) - im_b) + i(m_a + m_b) \gamma_\nu + i\sigma_{\nu\mu} (p' - p)_\mu \quad (5.63)$$

и

$$\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \gamma_5 \gamma_\nu = \frac{i}{3} (\sigma_{\lambda\sigma} \gamma_\mu + \sigma_{\sigma\mu} \gamma_\lambda + \sigma_{\mu\lambda} \gamma_\sigma). \quad (5.64)$$

Из последнего тождества вытекает, что выражения типа

$$\gamma_\mu \sigma_{\lambda\sigma} p_{+\sigma} p_{-\lambda}$$

содержатся в  $\mathcal{J}_\mu$ . Следует заметить, что поскольку матричный элемент тока  $\mathcal{J}_\mu$  берется между свободными дираковскими

<sup>1)</sup> Методами теории групп можно доказать, что существует только двенадцать независимых векторов. Здесь же мы просто перебираем все возможности.



спинорами, то можно, используя уравнение Дирака, уменьшить число векторов, переопределяя при этом функции  $F_i$ , выбор которых во всяком случае произволен. Мы сделаем это последовательно.

1. Очевидно, что, непосредственно применяя уравнение Дирака, мы сведем векторы 6, 7, 8, 9 к векторам 1 и 2.

2. Рассмотрим выражения 11 и 12.

$$\bar{u}_a((\gamma(p_a + p_b))(\gamma(p_a - p_b)))u_b = \bar{u}_a(4m_a m_b + 2(p_a p_b))u_b,$$

следовательно, выражения 11 и 12 приводятся к 1 и 2.

3. Таким же образом можно привести 4 и 5 к 1 и 2. Используя уравнение Дирака и тождество (5.64), выражение 10 приводим к 1 и 2.

Итак,

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{J}_\mu^\gamma(0) | \mathbf{p} \rangle_b = \bar{u}(\mathbf{p}')_a [F_1(q^2) p_{+\mu} + F_2(q^2) p_{-\mu} + F_3(q^2) \gamma_\mu] u(\mathbf{p})_b. \quad (5.65)$$

Следовательно, требование лоренц-инвариантности наряду с тем фактом, что частицы в начальном и конечном состояниях находятся на «массовой поверхности»<sup>1)</sup>, позволяет нам свести  $\mathcal{J}_\mu$  к трем членам, т. е. на один больше, чем в случае нулевого спина.

Теперь мы можем наложить на матричный элемент различные условия симметрии, чтобы рассмотреть некоторые интересные случаи. Поскольку ток  $\mathcal{J}_\mu$  эрмитов, то отсюда, как и прежде, следует, что

$$\begin{aligned} \langle a | \mathbf{J}^\gamma(0) | b \rangle &= \langle b | \mathbf{J}^\gamma(0) | a \rangle^*, \\ \langle a | J_0^\gamma(0) | b \rangle &= \langle b | J_0^\gamma(0) | a \rangle^*. \end{aligned} \quad (5.66)$$

Итак,

$$\begin{aligned} \bar{u}(\mathbf{p}')_a [F_1(q^2)_{b \rightarrow a} \mathbf{p}_+ + F_2(q^2)_{b \rightarrow a} \mathbf{p}_- + F_3(q^2)_{b \rightarrow a} \gamma] u(\mathbf{p})_b &= \\ = \bar{u}(\mathbf{p}')_a [F_1(q^2)_{a \rightarrow b}^* \mathbf{p}_+ - F_2(q^2)_{a \rightarrow b}^* \mathbf{p}_- - F_3(q^2)_{a \rightarrow b}^* \gamma] u(\mathbf{p})_b. \end{aligned} \quad (5.67)$$

При выводе этого уравнения мы пользовались следующими соображениями. Если произвольная четырехмерная матрица  $\mathbf{O}$ , входящая в  $\mathcal{J}$ , составлена из импульсов и матриц Дирака, то из выражения (5.66) мы получаем, что

$$\begin{aligned} \bar{u}(\mathbf{p}')_a \mathbf{O}_{b \rightarrow a} u(\mathbf{p})_b &= \{\bar{u}(\mathbf{p})_b \mathbf{O}_{a \rightarrow b} u(\mathbf{p}')_a\}^* = (u^{*T}(\mathbf{p})_b \gamma_4 \mathbf{O}_{a \rightarrow b} u(\mathbf{p}')_a)^* = \\ &= u^{T*}(\mathbf{p}')_a \mathbf{O}_{a \rightarrow b}^+ \gamma_4 u(\mathbf{p})_b = \bar{u}(\mathbf{p}')_a (\gamma_4 \mathbf{O}_{a \rightarrow b}^+ \gamma_4) u(\mathbf{p})_b. \end{aligned} \quad (5.68)$$

<sup>1)</sup> На языке теории поля это означает, что начальные и конечные частицы являются не «виртуальными», а «реальными».

Знак минус перед функцией  $F_3$  в выражении (5.67) обусловлен антикоммутируемостью матриц  $\gamma$  и  $\gamma_4$ . Отсюда в случае одинаковых частиц  $a$  и  $b$  получаем соотношения

$$\begin{aligned} F_1 &= F_1^*, \\ F_2 &= -F_2^*, \\ F_3 &= -F_3^*. \end{aligned} \quad (5.69)$$

Закон сохранения тока и уравнение Дирака налагают на инвариантные функции  $F_i$  условие связи

$$F_1(q^2)(m_b^2 - m_a^2) + F_2(q^2)q^2 + F_3(q^2)i(m_a - m_b) = 0. \quad (5.70)$$

Таким образом, из этого уравнения можно заключить, что если  $a$  и  $b$  являются состояниями одной и той же частицы, то  $F_2(q^2) = 0$  для всех вещественных  $q^2 \neq 0$  и, следовательно, из условия аналитичности для всех  $q^2$  вообще.

Обсудим теперь следствия, вытекающие из других симметрий, налагаемых на матричные элементы тока  $J_\mu^Y$ . Для частиц со спином  $1/2$  условие зарядового сопряжения имеет тот же вид, что и в случае частиц с нулевым спином:

$$\begin{aligned} C J_\mu^Y(0) C^{-1} &= -J_\mu^Y(0), \\ \langle a | J_\mu^Y(0) | b \rangle &= -\langle \bar{a} | J_\mu^Y(0) | \bar{b} \rangle. \end{aligned} \quad (5.71)$$

Преобразование четности для полей  $\psi$  со спином  $1/2$  легко определить таким образом, что вектор  $J_\mu^Y$  будет преобразовываться как истинный лоренц-вектор. Пусть<sup>1)</sup>

$$P\psi(\mathbf{r}, t)P^{-1} = \eta_p \gamma_4 \psi(-\mathbf{r}, t), \quad \eta_p^* \eta_p = 1. \quad (5.72)$$

Тогда при таком преобразовании<sup>2)</sup> полей

$$P\bar{\psi}(\mathbf{r}, t)\gamma\psi(\mathbf{r}, t)P^{-1} = -\bar{\psi}(-\mathbf{r}, t)\gamma\psi(-\mathbf{r}, t) \quad (5.73)$$

и

$$P\bar{\psi}(\mathbf{r}, t)\gamma_4\psi(\mathbf{r}, t)P^{-1} = \bar{\psi}(-\mathbf{r}, t)\gamma_4\psi(-\mathbf{r}, t). \quad (5.74)$$

Таким образом, барионное число  $B$  является истинным скаляром, тогда как ток  $J_\mu^Y$ , включающий как нуклоны, так и пионы,

<sup>1)</sup> Дополнительный фактор  $\gamma_4$  в этом определении существен, так как  $\psi(\mathbf{r}, t)$  и  $\psi(-\mathbf{r}, t)$  не удовлетворяют одному и тому же уравнению.

<sup>2)</sup> Мы всегда выбираем фазу  $\eta$  одной и той же для всех компонент изотопического мультиплета, т. е. считаем ее одинаковой для нейтрона и протона ( $\eta_p = \eta_n$ ).

является истинным вектором. Как и в скалярном случае, можно рассмотреть действие оператора  $P$  на состояние  $|\mathbf{p}\rangle_s$ , т. е.  $P|\mathbf{p}\rangle_s$ <sup>1)</sup>.

Предполагая, что  $P|0\rangle = |0\rangle$ , получаем

$$P|\mathbf{p}\rangle_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_p^* \int d\mathbf{r} [\bar{\Psi}(-\mathbf{r}, t) \gamma_4] \gamma_4 \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2}} u_s(\mathbf{p}) |0\rangle = \eta_p^* |-\mathbf{p}\rangle_s. \quad (5.75)$$

Итак, состояние  $|\mathbf{p}\rangle_s$  не имеет определенной четности, кроме случая  $\mathbf{p} = 0$ , когда собственное значение оператора четности равно  $\eta_p^*$ ; его можно выбрать действительным и равным  $\pm 1$ . Для любого оператора  $O(0)$  условие пространственного отражения имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_{s'a} O(0) | \mathbf{p} \rangle_{sb} &= \langle \mathbf{p}' |_{s'a} P^{-1} P O(0) P^{-1} P | \mathbf{p} \rangle_{sb} = \\ &= \langle -\mathbf{p}' |_{s'a} P O(0) P^{-1} | -\mathbf{p} \rangle_{sb} P_a P_b, \end{aligned} \quad (5.76)$$

где  $P_a P_b = \pm 1$  — относительная четность частиц  $a$  и  $b$ . Раньше мы уже использовали соотношение

$$\gamma_4 u(\mathbf{p})_s = u(-\mathbf{p})_s, \quad (5.77)$$

которое легко проверить, если воспользоваться следующими представлениями:

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (5.78)$$

и

$$u(\mathbf{p})_s = \left( \frac{\boldsymbol{\mu}_s \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E(\mathbf{p}) + m} \mu_s \right) N(\mathbf{p}) \quad (5.79)$$

с нормировкой  $N(\mathbf{p}) = \{[E(\mathbf{p}) + m]/2E(\mathbf{p})\}^{1/2}$ , выбранной так, что  $u^\dagger u = 1$ . В выражении (5.79)  $\mu_s$  — обычный двухкомпонентный спинор Паули  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  или  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Как и в случае частиц со спином нуль, в заключение нашего доказательства мы сделаем в интеграле (5.75) замену переменных  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ . В результате для матричного элемента тока получаем

$$\langle \mathbf{p}' |_{s'a} \mathbf{J}^\nu(0) | \mathbf{p} \rangle_{sb} = -P_a P_b \langle -\mathbf{p}' |_{s'a} \mathbf{J}^\nu(0) | -\mathbf{p} \rangle_{sb}. \quad (5.80)$$

<sup>1)</sup> Любопытный читатель может проверить спинорные индексы, чтобы увидеть процесс умножения в деталях.

Исходя из общего выражения для  $\mathcal{J}$ , можно проверить, что частицы с положительной относительной четностью  $P_a P_b = +1$  удовлетворяют этому условию.

Для дираковского поля  $\psi(\mathbf{r}, t)$  операция отражения времени  $T$  определяется так, что

$$T\psi(\mathbf{r}, t)T^{-1} = \eta_T t \psi(\mathbf{r}, -t) \quad (5.81)$$

и

$$T\bar{\psi}(\mathbf{r}, t)T^{-1} = \eta_T^* \bar{\psi}(\mathbf{r}, -t)t^\dagger, \quad (5.82)$$

где  $t$  — четырехмерная матрица, конкретный вид которой зависит от представления используемых  $\gamma$ -матриц<sup>1)</sup>, но при этом она всегда будет обладать следующими свойствами:

$$\begin{aligned} t^T &= -t, \\ t^\dagger &= t^{-1} \end{aligned} \quad (5.83)$$

и

$$t^{-1} \gamma_\mu^T t = \gamma_\mu. \quad (5.84)$$

Если  $O$  является произвольной функцией операторов поля  $\psi$ , то оператор  $T$  также осуществляет комплексное сопряжение любых числовых четырехмерных матриц, содержащихся в  $O$ . Таким образом, для барионного тока имеем

$$\begin{aligned} T [i\bar{\psi}(\mathbf{r}, t) \gamma_\mu \psi(\mathbf{r}, t)] T^{-1} &= -i\bar{\psi}(\mathbf{r}, -t) t^\dagger \gamma_\mu^* t \psi(\mathbf{r}, -t) = \\ &= -i\bar{\psi}(\mathbf{r}, -t) \gamma_\mu \psi(\mathbf{r}, -t). \end{aligned} \quad (5.85)$$

Поскольку матрицы  $\gamma$  эрмитовы, то  $\gamma_\mu^* = \gamma_\mu^T$ .

Следовательно, если мы объединим эту операцию с операцией отражения времени  $T$  в пространствах пионного и фотонного полей, то получим, что относительно  $T$ -отражения полный электромагнитный ток преобразуется как

$$T J_\mu^Y(\mathbf{r}, t) T^{-1} = -J_\mu^Y(\mathbf{r}, -t). \quad (5.86)$$

Поскольку нам известно вплоть до произвольного набора фаз, как ведут себя барионы относительно  $T$ -преобразования, то мы можем теперь воспользоваться предполагаемой  $T$ -инвариантностью теории сильных взаимодействий, чтобы фиксировать набор фаз для пионов и нуклонов<sup>2)</sup>. Мы требуем, чтобы гамильтониан

$$\begin{aligned} H_{\pi N} &= i g_{\pi N} \bar{\psi} \gamma_5 \tau \cdot \Phi \psi = \\ &= i g_{\pi N} [\bar{P} \gamma_5 \Phi_3 P - \bar{N} \gamma_5 \Phi_3 N + \bar{P} \gamma_5 (\Phi_1 - i\Phi_2) N + \bar{N} \gamma_5 (\Phi_1 + i\Phi_2) P] \end{aligned} \quad (5.87)$$

<sup>1)</sup> В представлении, в котором матрицы  $\gamma$  эрмитовы и  $\gamma_2, \gamma_4$  — вещественны, а  $\gamma_1, \gamma_3$  — чисто мнимы,  $t = \gamma_1 \gamma_3$ .

<sup>2)</sup> Напомним, что для обеспечения  $T$ -инвариантности электромагнитного взаимодействия фазы  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов уже были фиксированы.

был  $T$ -инвариантным, т. е.

$$TH(\mathbf{r}, t)T^{-1} = H(\mathbf{r}, -t). \quad (5.88)$$

Это условие является достаточным условием существования инвариантности интеграла действия  $\int d^4x \mathcal{L}(x)$ <sup>1)</sup>. Если мы хотим, чтобы гамильтониан был эрмитовым, а константа связи  $g_{\pi N}$  вещественна, необходимо определять гамильтониан с множителем  $i$ , что мы и сделали.

Итак,

$$T(i g_{\pi N} \bar{P} \gamma_5 \varphi_3 P) T^{-1} = -i g_{\pi N} \bar{P} (t^+ \gamma_5^* \varphi_3 t) P \eta_{T\varphi_3} = -i g_{\pi N} \bar{P} \gamma_5 \varphi_3 P \eta_{T\varphi_3}. \quad (5.89)$$

Таким образом, чтобы это выражение было  $T$ -инвариантно, мы должны выбрать фазу  $\eta_{T\varphi_3} = -1$ . Следовательно, электромагнитное взаимодействие плюс взаимодействие  $\pi^0$ -мезонов с нуклонами фиксирует фазы

$$\begin{aligned} \eta_{T\varphi_1} &= -1, \\ \eta_{T\varphi_2} &= +1, \\ \eta_{T\varphi_3} &= -1. \end{aligned} \quad (5.90)$$

Легко проверить, что если относительные фазы состояний  $N$  и  $P$  выбраны так, что

$$\eta_{TP}^* \eta_{TN} = +1, \quad (5.91)$$

то последние два члена в гамильтониане  $H_{\pi N}$  будут также  $T$ -инвариантны. Таким образом мы нашли согласованный набор фаз, а следовательно, и оператор  $T$ , относительно которого полный гамильтониан  $H_0 + H_{em} + H_{\pi N}$  остается инвариантным.

Как и прежде, предполагая  $T|0\rangle = |0\rangle$ , можно рассматривать состояние  $T|pE(\mathbf{p})\rangle_s$ , т. е.

$$T|pE(\mathbf{p})\rangle_s = \eta_T^* \lim_{t \rightarrow \infty} \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{r}, -t) \gamma_4 \frac{e^{-ipx}}{(2\pi)^{3/2}} t^+ u^*(\mathbf{p})_s |0\rangle. \quad (5.92)$$

Для дальнейших вычислений воспользуемся таким представлением матриц Дирака, в котором все  $\gamma$  — эрмитовы,  $\gamma_2, \gamma_4$  — вещественны и  $\gamma_1, \gamma_3$  — мнимы, т. е.  $t = \gamma_1 \gamma_3$ . Легко показать, что

$$t^+ u^*(\mathbf{p})_s = -u(-\mathbf{p})_{-s}. \quad (5.93)$$

Выполняя предельный переход, находим, что

$$T|pE(\mathbf{p})\rangle_s = -\eta_T^* |-\mathbf{p}\rangle_{-s}. \quad (5.94)$$

<sup>1)</sup> Применив весь этот аппарат, читатель без труда докажет  $T$ -инвариантность свободного лагранжиана  $\mathcal{L}_0$ .

Следовательно, для любого оператора  $O$  и частиц  $a$  и  $b$  со спином  $1/2$

$$\langle \mathbf{p}' |_{s'a} O | \mathbf{p} \rangle_{sb} = \eta_{Ta} \eta_{Tb}^* \langle -\mathbf{p}' |_{-s'a} T O T^{-1} | -\mathbf{p} \rangle_{-sb}^*, \quad (5.95)$$

или

$$\langle \mathbf{p}' |_{sa} \mathbf{J}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_{sb} = -\eta_{Ta} \eta_{Tb}^* \langle -\mathbf{p} |_{-sa} \mathbf{J}^Y(0) | -\mathbf{p}' \rangle_{-sb}^*. \quad (5.96)$$

В случае одинаковых частиц получаем условие для тока  $\mathcal{J}(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ :

$$\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \mathcal{J}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) u(\mathbf{p})_s = -\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} (t \mathcal{J}(-\mathbf{p}', -\mathbf{p}) t^+)^* u(\mathbf{p})_s. \quad (5.97)$$

Используя это условие, получаем

$$\begin{aligned} F_1(q^2) &= F_1^*(q^2), \\ F_2(q^2) &= F_2^*(q^2), \\ F_3(q^2) &= -F_3^*(q^2), \end{aligned} \quad (5.98)$$

что противоречит условию эрмитовости, за исключением случая  $F_2(q^2) = 0$ . Таким образом, либо из закона сохранения тока, либо из условия эрмитовости тока и  $T$ -инвариантности, связанной с лоренц-инвариантностью, видно, что наиболее общее выражение оператора электромагнитного тока, взятого между состояниями одинаковых частиц со спином  $1/2$ , можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_{s'} J_\mu^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= \bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} [F_1(q^2) p_{+\mu} + iF_3'(q^2) \gamma_\mu] u(\mathbf{p})_s = \\ &= i\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \{ [2mF_1(q^2) + F_3'(q^2)] \gamma_\mu - \sigma_{\mu\nu} (p' - p)_\nu F_1(q^2) \} u(\mathbf{p})_s. \end{aligned} \quad (5.99)$$

Чтобы сделать оба фактора действительными, мы явно выделили из  $F_3$  множитель  $i$  ( $F_3' = iF_3$ ) и после несложных преобразований написали матричный элемент в обычном виде, т. е. через две ковариантные величины  $\gamma_\mu$  и  $\sigma_{\mu\nu} q_\nu$ .

Таким образом, в результате довольно длительного исследования мы пришли к заключению, что если оба электрона находятся на массовой поверхности, то наиболее общее выражение

1) Очевидно, что для частиц  $a$  и  $b$  со спином  $1/2$   $CPT$ -преобразование матричного элемента оператора  $O$  имеет вид

$$\langle \mathbf{a} |_{s'} O | \mathbf{b} \rangle_s = P_a P_b \eta_{Tb} \eta_{Ta}^* \langle +\bar{\mathbf{a}} |_{-s'} (CPT) O (CPT)^{-1} | +\bar{\mathbf{b}} \rangle_{-s}^*.$$

Отсюда в случае одинаковых частиц для матричного элемента тока получим

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_{s'} \mathbf{J}(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= -\langle +\bar{\mathbf{p}}' |_{-s'} \mathbf{J}(0) | +\bar{\mathbf{p}} \rangle_{-s}^*, \\ \langle \mathbf{p}' |_{s'} J_0(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= -\langle +\bar{\mathbf{p}}' |_{-s'} J_0(0) | +\bar{\mathbf{p}} \rangle_{-s}^*. \end{aligned}$$

для электрон-фотонной вершины (если ввести общепринятые обозначения для формфакторов) имеет вид

$$\Gamma_{\mu}(e', e) = ie\bar{u}(e') [F_1(q^2) \gamma_{\mu} + \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} F_2(q^2)] u(e). \quad (5.100)$$

Кроме того, мы также показали, что если для электрона мы берем

$$J_{\mu}^{\nu}(0) = i\bar{\psi}_e(0) \gamma_{\mu} \psi_e(0) \quad (5.101)$$

и рассматриваем вершину в низшем порядке теории возмущений по  $e$ , то, сравнивая ее с уравнением (5.100), приходим к выражению

$$\Gamma_{\mu}^0(e', e) = ie\bar{u}(e') \gamma_{\mu} u(e). \quad (5.102)$$

Следовательно, в этом порядке

$$\begin{aligned} F_1^0(q^2) &= 1, \\ F_2^0(q^2) &= 0. \end{aligned} \quad (5.103)$$

Это означает, что в случае электрона отклонение формфакторов  $F_i$  от  $F_i^0$  следует интерпретировать как электромагнитные поправки высших порядков. Действительно, можно дать физическое толкование этих поправок, изучая нерелятивистский предел точных матричных элементов. Сначала рассмотрим предел  $q^2 \rightarrow 0$ ,  $e' \rightarrow 0$ ,  $e \rightarrow 0$ , т. е.

$$\Gamma_{\mu}(0, 0) = e(2\pi)^3 \langle 0 |_s J_{\mu}^{\nu}(0) | 0 \rangle_s = ie\bar{u}_{s'}(0) F_1(0) \gamma_{\mu} u_s(0). \quad (5.104)$$

Однако  $\bar{u}(0) \gamma_{\mu} u(0) = 0$ . Таким образом<sup>1)</sup>,

$$F_1(0) = \langle 0 | J_0^{\nu}(0) | 0 \rangle e(2\pi)^3, \quad (5.105)$$

где

$$J_0^{\nu} = \psi_e^{\dagger}(0) \psi_e(0). \quad (5.106)$$

Полный измеряемый заряд  $e_{\text{набл}}$  определяется как

$$e_{\text{набл}} = e \langle 0 |_s \int d\mathbf{r} J_0^{\nu}(\mathbf{r}) | 0 \rangle_s = (2\pi)^3 e \langle 0 |_s J_0^{\nu}(0) | 0 \rangle_s = e F_1(0) \quad (5.107)$$

и таким образом<sup>2)</sup>

$$F_1(0) = \frac{e_{\text{набл}}}{e}. \quad (5.108)$$

<sup>1)</sup> Этот матричный элемент не зависит от спина.

<sup>2)</sup> Однако в этом выражении имеется тривиальная бесконечность, поскольку оно включает  $\delta^3(0)$ . Мы положили  $\delta^3(0) = 1$ . Этого можно избежать, или, вернее, сделать эту операцию несколько более строгой, если производить квантование в конечном пространственном объеме.

Из этого уравнения видно, что радиационные поправки высших порядков в пределе  $q^2 = 0$  перенормируют полный заряд. В литературе величину  $F_1(q^2)$  часто называют «зарядовым» формфактором, так как формфактор  $F_1(0)$  связан с зарядом. Однако это название не вполне точно, поскольку с матричным элементом  $i\bar{u}(e')\gamma_\mu u(e)$  при  $q^2 \neq 0$  связан магнитный момент. Это можно увидеть, если разложить матричный элемент тока в ряд по степеням  $v/c$ , а затем каждый член ряда умножить на вектор  $\mathbf{A}$  (потенциал внешнего электромагнитного поля) в поперечной калибровке:  $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{p}' - \mathbf{p}) = 0$ . Итак,

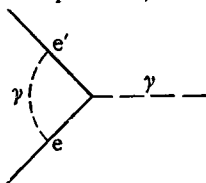
$$ie\mathbf{A} \cdot \bar{u}(\mathbf{p}')_s \gamma_\mu u(\mathbf{p})_s \approx eu_s \left[ \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{p}}{m} + i \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{q}}{2m} \right] u_s, \quad (5.109)$$

где  $u_s$  — спинор Паули. Очевидно, что первый член соответствует связи тока  $e(\mathbf{p}/m)$  с потенциалом  $\mathbf{A}$ , тогда как второй член соответствует связи электрона с внешним магнитным полем. В теории Дирака электрон автоматически имеет «нормальный», или дираковский, магнитный момент  $ge/2m$  с  $g = 2$ . Таким образом, для формфактора  $F_1(q^2)$  лучше более подходящее название: *дираковский* формфактор.

Формфактор  $F_2(q^2)$  можно назвать *паулиевским* формфактором, поскольку в низших порядках по  $v/c$

$$\bar{u}(\mathbf{p}')_s \sigma_{i\nu} q_\nu u(\mathbf{p})_s A_i \approx u_s \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{q} \times \mathbf{A}) u_s, \quad (5.110)$$

т. е.  $F_2(0)$  измеряет вклад в магнитный момент электрона, обусловленный электромагнитными поправками высших порядков (такими, как, например, на фиг. 11) к вершинной функции.



Фиг. 11.

В единицах магнетона Бора  $\mu_0 = e/2m$  полный магнитный момент электрона  $\mu$  можно написать в виде<sup>1)</sup>

$$\mu = \left[ 1 + \frac{g-2}{2} \right] 2\mu_0,$$

где единица обусловлена членом с  $\gamma_\mu$ , а  $(g-2)/2$  — аномальный магнитный момент. Как теоретически, так и экспериментально

<sup>1)</sup> В случае  $g = 2$  взаимодействие магнитного момента электрона с постоянным магнитным полем  $\mathbf{H}$  записывается в форме связи  $g\mu_0(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{H})/2$ .



величина  $(g-2)/2$  наиболее хорошо известна для электрона. Теоретически она получается с помощью вычисления радиационных поправок высших порядков в рамках релятивистской теории возмущений (с которой читатель может познакомиться во многих книгах, например [9, 13]). Итак, с точностью до членов порядка  $\alpha^2$

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\text{теор}} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0,328 \frac{\alpha^2}{\pi^2}.$$

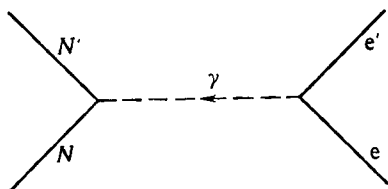
Эта формула с  $\alpha^{-1}$ , взятой из опыта<sup>1)</sup> и равной

$$\alpha^{-1} = 137,0368 \pm 0,0012,$$

дает очень хорошее согласие с экспериментальным значением [14]

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\text{эксп}} = 0,001159622 \pm 0,000000027.$$

Такое согласие, с одной стороны, обосновывает использование электрон-фотонной вершины в наимизшем порядке по заряду



Фиг. 12.

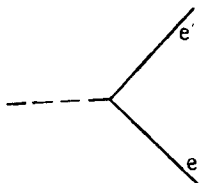
при рассмотрении электрон-протонного рассеяния, поскольку поправки  $O(\alpha) \leq 1\%$ , и, с другой стороны, позволяет не включать паулиевские члены в исходный оператор электронного тока, так как теория дает прекрасное согласие с экспериментом и без них.

Мы начали эту главу с рассмотрения диаграммы, изображенной на фиг. 12. Двигаясь по ней справа налево, мы закончили исследование электрон-фотонной вершины (фиг. 13). Следующая составная часть диаграммы — внутренняя фотонная линия —  $\leftarrow \gamma \leftarrow$ . Эта линия соответствует функции распространения фотона (фотонному пропагатору). В импульсном пространстве наиболее общее выражение для фотонного пропагатора имеет следующий вид:

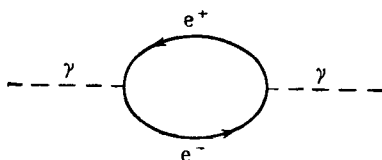
$$D_{\mu\nu}(q) = \frac{D(q^2)}{q^2} \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right). \quad (5.111)$$

<sup>1)</sup> Значение  $\alpha^{-1}$  указано в соответствии с последними данными [11]. — Прим. ред.

Известно, что если работать в наинизшем порядке по  $e$  и, следовательно, не учитывать поправки, такие, как на фиг. 14, то  $D(q^2) = 1$ . Если учесть закон сохранения тока, т. е. подействовать справа оператором дифференцирования на выражение  $\langle e' | J_\mu^\gamma(0) | e \rangle$ , то член, пропорциональный  $q_\mu q_\nu$ , обратится в



Фиг. 13.

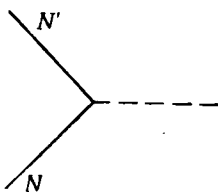


Фиг. 14.

ноль. Следовательно, при таком рассмотрении пропагатор в действительности имеет простой вид

$$D_{\mu\nu}^0(q^2) = \frac{1}{q^2} \delta_{\mu\nu}. \quad (5.112)$$

Затем мы переходим к нуклон-фотонной вершине (фиг. 15), которая в основном зависит от  $\langle p' | J_\mu^\gamma(0) | p \rangle_s$ <sup>1)</sup>. Если принять во



Фиг. 15.

внимание все сказанное выше, то можно легко понять, что при тех же требованиях, налагаемых условиями симметрии, как и в случае электрон-фотонной вершины, и с помощью тех же общих рассуждений мы можем нуклон-фотонную вершину записать в следующем виде:

$$\Gamma_\mu(p', p) = ie\bar{u}(p')_s [F_1(q^2) \gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu} q_\nu F_2(q^2)] u(p)_s, \quad (5.113)$$

где  $F_1$  и  $F_2$  являются соответственно дираковскими и паулиевскими формфакторами нуклона. Именно это выражение и интересует физиков при рассмотрении вопроса о рассеянии электронов.

<sup>1)</sup> Здесь  $J_\mu^\gamma(0)$  — полный электромагнитный ток, включающий как пионы, так и нуклоны.

## ЭЛЕКТРОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ II

*Изотопическое расщепление формфакторов.* Основная цель предыдущей главы состояла в том, чтобы показать, что вся физическая информация об упругом электрон-нуклонном рассеянии собрана в двух вещественных формфакторах  $F_1(q^2)$  и  $F_2(q^2)$ . Эти формфакторы являются коэффициентами при  $\gamma_\mu$  и  $\sigma_{\mu\nu}q_\nu$  в наиболее общем выражении нуклон-фотонной вершины, причем нуклоны выступают как реальные частицы, а фотон — как виртуальная частица (в нашей метрике  $q^2 \geq 0$ ). Кроме того, матричный элемент содержит кинематические факторы и факторы, которые известны из динамики электрон-фотонного взаимодействия. Из дальнейшего будет ясно, что сейчас нет никакой сколь-нибудь надежной теории, которая могла бы точно предсказать поведение нуклонных формфакторов. Это связано с тем, что структуру формфакторов определяют сильные взаимодействия нуклонов и пионов (а также, вероятно, и других частиц), а теория таких взаимодействий представляет собой математическую проблему, которая не поддается решению.

Сначала мы покажем, как из опыта выделить  $F_1$  и  $F_2$ . При этом желательно провести такой анализ, который был бы одинаково приемлем как к протону, так и к нейтрону. Это можно легко сделать, поскольку мы работаем в низшем порядке теории возмущений по  $e$  и, следовательно, нейтрон и протон можно рассматривать как компоненты изотопического дублета. Электромагнитный ток в этом порядке по  $e$  можно записать в виде

$$J_\mu^V = J_\mu^S + J_\mu^V, \quad (6.1)$$

где <sup>1)</sup>

$$J_\mu^S = i \frac{\bar{N} \gamma_\mu N}{2} \quad (6.2)$$

---

<sup>1)</sup> В данном случае  $N$  есть нуклонное поле  $\begin{pmatrix} \psi_P \\ \psi_N \end{pmatrix}$ .

— ток, который, как мы видели в гл. 3, преобразуется как скаляр по отношению к группе  $SU_2$ , и

$$J_{\mu 3}^V = i\bar{N}\gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} N - \left( \Phi \times \frac{\partial}{\partial x_\mu} \Phi \right)_3 \quad (6.3)$$

— ток, который преобразуется как третья компонента изотопического вектора.

В соответствии с таким разбиением тока мы можем ввести и разбиение формфакторов. Вместо  $F_1^N$ ,  $F_1^P$ ,  $F_2^N$ ,  $F_2^P$  мы вводим четыре новых формфактора  $F_1^S$ ,  $F_1^V$ ,  $F_2^S$ ,  $F_2^V$ , которые определяются с помощью изоскалярного и изовекторного токов. Хотя величины  $F_i^N$  и  $F_i^P$  непосредственно можно измерять, для теоретического исследования наиболее удобны величины  $F_i^S$ ,  $F_i^V$ . Установим между ними соотношения. Состояние  $|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$ , индексы которого относятся соответственно к изотопическому спину  $T = \frac{1}{2}$  и его проекции  $T_3 = \frac{1}{2}$ , мы называем протонным, а состояние  $|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$ , где  $T = \frac{1}{2}$ , а  $T_3 = -\frac{1}{2}$ , — нейтронным. Пусть

$$\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} | J_\mu^S + J_{\mu 3}^V | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = i\bar{u}(\mathbf{p}') \left[ \left( \frac{F_1^S + F_1^V}{2} \right) \gamma_\mu + \frac{(F_2^S + F_2^V)}{2} \sigma_{\mu\nu} q_\nu \right] u(\mathbf{p}); \quad (6.4)$$

из этого определения следует, что

$$F_{1,2}^P = \frac{F_{1,2}^S + F_{1,2}^V}{2}. \quad (6.5)$$

Теперь исходя из трансформационных свойств  $J_\mu^S$  и  $J_{\mu 3}^V$  и используя повышающие и понижающие изотопические операторы<sup>1)</sup>  $T^+$  и  $T^-$ , легко доказать, что

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} | J_\mu^S | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle &= \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | J_\mu^S | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rangle, \\ \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} | J_{\mu 3}^V | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle &= - \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | J_{\mu 3}^V | \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rangle, \end{aligned} \quad (6.6)$$

т. е.

$$F_{1,2}^N = \frac{F_{1,2}^S - F_{1,2}^V}{2}. \quad (6.7)$$

Так как формфакторы  $F_1$  связаны с зарядами, а  $F_2$  — с аномальными магнитными моментами, то можно оценить значение формфакторов в нуле, т. е. при  $q^2 = 0$ .

<sup>1)</sup> Можно показать, что матричные элементы как оператора  $J_\mu^S$ , так и оператора  $J_{\mu 3}^V$  между состояниями  $\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} |$  и  $| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rangle$  исчезают в соответствии с законом сохранения заряда,

Таким образом,

$$F_1^P(0) = 1 = \frac{F_1^S(0) + F_1^V(0)}{2}, \quad (6.8)$$

$$F_1^N(0) = 0 = \frac{F_1^S(0) - F_1^V(0)}{2},$$

т. е.

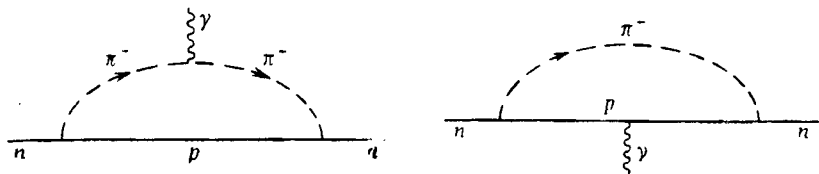
$$F_1^S(0) = F_1^V(0) = 1. \quad (6.9)$$

Аномальные магнитные моменты протона и нейтрона определяются из опыта и в единицах ядерного магнетона  $e/2m_N$  соответственно равны

$$F_2^P(0) = \frac{F_2^S(0) + F_2^V(0)}{2} = 1,79, \quad (6.10)$$

$$F_2^N(0) = \frac{F_2^S(0) - F_2^V(0)}{2} = -1,91.$$

Поскольку аномальные магнитные моменты нейтрона и протона приблизительно равны и противоположны по знаку, мы



Фиг. 16.

можем (несмотря на то, что до сих пор не удается, используя различные виды теории возмущений, точно воспроизвести экспериментальные значения аномальных магнитных моментов) предположить, что они в значительной степени обусловлены изотопическим векторным током, или, грубо говоря, его составной частью — пионным током. Так как нейтрон — нейтральная частица, то он не входит явно в электрический ток. Выражение  $i\bar{N}[(1 + \tau_3)/2]\gamma_\mu N$  в нуклонном токе выделяет протонный ток. Все электромагнитные свойства нейтрона индуцируются сильными взаимодействиями, например такими, диаграммы которых изображены на фиг. 16.

Если бы сильные взаимодействия отсутствовали (слабыми мы в данном случае пренебрегаем), то нейтрон вообще бы не имел электромагнитного взаимодействия. Это утверждение верно для всех нейтральных частиц. Известно, например, что  $\pi^0$ -мезон распадается на два  $\gamma$ -кванта:  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ . Этот распад

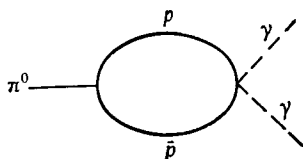
также происходит за счет сильных взаимодействий; соответствующая диаграмма показана на фиг. 17.

Хотя мы еще не обсуждали слабые взаимодействия, тем не менее интересно кратко рассмотреть в качестве примера нейтральной частицы электромагнитные свойства самой простой из них — нейтрино.

Известно, что нейтрино является безмассовой частицей, волновая функция которой удовлетворяет уравнению Дирака

$$i(\gamma\nu)\psi_\nu = 0, \quad (6.11)$$

где  $\nu$  — 4-импульс нейтрино с  $\nu^2 = 0$ . Многочисленными экспериментами было установлено, что нейтрино является левовин-



Фиг. 17.

товой частицей, т. е. спин нейтрино направлен антипараллельно импульсу:  $-\frac{s}{\nu}$ . Для частиц, движущихся со скоростью света, такое утверждение лоренц-инвариантно. Системы координат, относительно которой нейтрино имело бы противоположную «спиральность», не существует. Утверждение о том, что нейтрино — левовинтовая частица, равносильно утверждению, что

$$\sigma \cdot \hat{\nu} \psi_\nu = -\psi_\nu. \quad (6.12)$$

Это уравнение заведомо верно, если мы наложим на нейтринное поле дополнительное условие (подробно см. в гл. 8)

$$\gamma_5 \psi_\nu = \psi_\nu, \quad (6.13)$$

которое нетрудно выполнить, если взять обычную четырехкомпонентную функцию Дирака для частицы с нулевой массой  $\psi$  и определить в виде

$$\psi_\nu = \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \psi. \quad (6.14)$$

Нейтрино не является сильно взаимодействующей частицей, тем не менее оно может иметь индуцированные электромагнитные

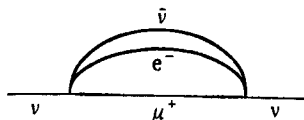
взаимодействия, как это показано на фиг. 18<sup>1)</sup>.  
Обычно <sup>2)</sup>

$$\langle \mathbf{v}' | J_{\mu}^{\gamma} (0) | \mathbf{v} \rangle = i\bar{u}(\mathbf{v}') [\gamma_{\mu} F_1(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} F_2(q^2)] u(\mathbf{v}). \quad (6.15)$$

Однако поскольку теория нейтрино  $\gamma_5$ -инвариантна, то отсюда следует, что

$$F_2(q^2) = 0, \quad (6.16)$$

т. е. у двухкомпонентного нейтрино нет магнитного момента.



Фиг. 18.

Поскольку  $F_1(0) = 0$  (заряд равен нулю), то

$$F_1(q^2) = q^2 F'(0) + \dots \quad (6.17)$$

На основании представившейся нам возможности мы определим «среднеквадратичный радиус», связанный с распределением  $F_1(q^2)$ , как

$$\langle r^2 \rangle \equiv -6F'(0). \quad (6.18)$$

Величина  $\langle r^2 \rangle$  так же характеризует размер объекта, как если бы мы определяли его из электронного рассеяния. По теоретическим оценкам для нейтрино значение среднеквадратичного радиуса приблизительно равно

$$\langle r^2 \rangle_{\nu} \approx 10^{-33} \text{ см}^2.$$

Такую величину радиуса можно было бы исследовать, измеряя с очень хорошей точностью угловое распределение в реакции  $\nu + p \rightarrow \nu + p$ .

*Среднеквадратичный радиус.* Мы уже знаем, что формфактор  $F_1(0)$  имеет простую физическую интерпретацию и что  $F_1'(0)$  является первой не исчезающей производной функции  $F_1$ , которая может входить в матричные элементы тока  $J_{\mu}^{\gamma}$ . Нам хотелось бы установить связь между  $F_1'(0)$  и среднеквадратичным радиусом.

<sup>1)</sup> Известно, что существует два типа нейтрино: электронное нейтрино  $\nu_e$  и мюонное  $\nu_{\mu}$ . Однако в данный момент различие между  $\nu_e$  и  $\nu_{\mu}$  для нас несущественно.

<sup>2)</sup> Для записи этого выражения в таком виде мы использовали закон сохранения тока, как и в случае, если бы  $T$ -инвариантность в слабых взаимодействиях строго не сохранялась (см. гл. 15).

Рассмотрим упругое рассеяние двух частиц в системе центра инерции, т. е.  $E(\mathbf{p}) = E(\mathbf{p}')$ , или  $q_4 = 0$ . Таким образом,  $q^2 = \mathbf{q}^2$ , поэтому функцию  $\rho_{1,2}(\mathbf{r})$  можно определить с помощью равенства

$$F_{1,2}(q^2) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \rho_{1,2}(\mathbf{r}). \quad (6.19)$$

Поскольку из условия эрмитовости следует, что  $F_i$  вещественны, то  $\rho_i(\mathbf{r})$  должна быть вещественной и сферически симметричной. Используя соотношение

$$\int d\Omega (\mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{r}}) (\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \frac{4\pi}{3} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \quad (6.20)$$

где  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  — произвольные трехмерные векторы, получаем

$$F_{1,2}(q^2) = \int d\mathbf{r} \rho_{1,2}(|\mathbf{r}|) - \frac{q^2}{6} \int d\mathbf{r} \rho_{1,2}(|\mathbf{r}|) r^2 + \dots \quad (6.21)$$

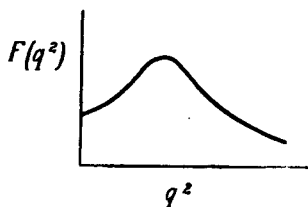
Если  $\int \rho_{1,2}(|\mathbf{r}|) d\mathbf{r} \neq 0$ , то мы определяем

$$\langle r^2 \rangle \equiv \dots - 6 \frac{F'(0)}{F(0)}. \quad (6.22)$$

В противном случае, по определению

$$\langle r^2 \rangle \equiv \dots - 6F'(0). \quad (6.23)$$

*A priori* нет никаких оснований полагать  $\langle r^2 \rangle > 0$ . Например,  $F(q^2)$  могла бы зависеть от  $q^2$  так, как показано на фиг. 19, т. е.



Фиг. 19.

$F'(0) > 0$ . Поэтому решить, каков знак и какова величина  $F'(0)$  для различных элементарных частиц, можно лишь чисто экспериментально.

Первым был измерен электрический радиус нейтрона. Не вдаваясь в детали, скажем, что основной метод получения такой информации — рассеяние медленных (тепловых) нейтронов на атомных электронах. Если заменить электроны внешним кулоновским потенциалом  $A_0$  и произвести усреднение по направлению спина нейтронов, то эффективный матричный элемент тока



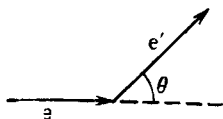
с точностью до членов порядка  $v/c$ , включающий как заряд, так и аномальный магнитный момент, можно записать в виде

$$\langle \mathbf{N}' | J_0^y(0) | \mathbf{N} \rangle \approx \frac{-q^2}{6} \left\{ \langle r^2 \rangle_1 + \frac{1,91}{2M^2} \frac{3}{2} \right\}. \quad (6.24)$$

Второй член в этом выражении, называемый фолдиевским, связан с аномальным магнитным моментом. Его вклад в матричный элемент численно равен  $0,1261 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ . Измеренная же величина полного матричного элемента составляет  $(0,126 \pm \pm 0,006) \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ . отсюда

$$\langle r^2 \rangle_1^N = (0 \pm 0,006) \cdot 10^{-26} \text{ см}^2.$$

Короче говоря, нейтрон *не* имеет наблюдаемого радиуса распределения заряда.



Ф и г. 20.

Для определения электрического радиуса у протона мы должны провести подробный анализ электрон-протонного рассеяния. Используя написанный ранее матричный элемент и применяя стандартный метод вычисления поперечного сечения, можно получить дифференциальное сечение электронного рассеяния (формула Розенблата) в системе координат, в которой протон первоначально покоился. Имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^2}{4(4\pi)^2 E_0^2} \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \times \\ \times \left\{ (F_1(q^2))^2 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2(F_1(q^2) + 2MF_2(q^2))^2 \text{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + (2MF_2(q^2))^2 \right] \right\}. \quad (6.25)$$

Здесь  $M$  — масса нуклона,  $E_0$  — начальная энергия электрона и  $\theta$  — угол рассеяния электрона (фиг. 20).

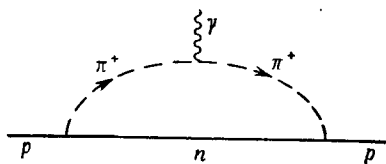
Через угол рассеяния и энергию в лабораторной системе координат инвариантный переданный 4-импульс  $q^2$  выражается как

$$q^2 = \frac{4 \sin^2(\theta/2) E_0^2}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2(\theta/2)}. \quad (6.26)$$

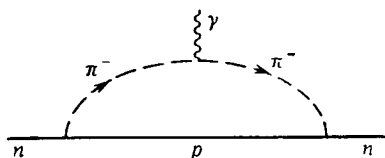
Метод определения формфакторов  $F_i$  по крайней мере прост в описании: сначала фиксируем  $q^2$ , который является функцией  $\theta$  и  $E_0$ , затем, изменяя  $E_0$ , измеряем  $d\sigma/d\Omega$  для двух или более значений энергии при фиксированном  $q^2$ . Таким образом, решая систему из двух алгебраических уравнений для двух формфакторов  $F_i$  и повторяя весь процесс теперь уже для различных  $q^2$ , мы находим зависимость формфакторов от переданного импульса. Таким способом было установлено, что

$$\langle r^2 \rangle_1^P \approx 0,66 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2.$$

Этот результат на первый взгляд кажется вполне правдоподобным, поскольку мы ожидаем, что с помощью диаграммы, изо-



Фиг. 21.



Фиг. 22.

браженной на фиг. 21, мы получим размер протона, приблизительно равный комптоновской длине волны пиона  $1/m_\pi \approx \sqrt{2} \cdot 10^{-13} \text{ см}$ . Однако та же самая диаграмма (фиг. 22) также дает вклад в нейтрон-электронное рассеяние, и все же нейтрон не имеет электрического радиуса. Некоторый свет на это обстоятельство проливает запись электрических и магнитных радиусов в изоспиновых переменных. Итак, с помощью очевидных обозначений

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle_{1,2}^P &= \frac{\langle r^2 \rangle_{1,2}^S + \langle r^2 \rangle_{1,2}^V}{2}, \\ \langle r^2 \rangle_{1,2}^N &= \frac{\langle r^2 \rangle_{1,2}^S - \langle r^2 \rangle_{1,2}^V}{2}. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Поэтому, переосмыслив экспериментальные данные относительно  $\langle r^2 \rangle$ , можно утверждать, что

$$\langle r^2 \rangle_1^S \approx \langle r^2 \rangle_1^V \leq 10^{-26} \text{ см}^2. \quad (6.28)$$

*Промежуточные состояния.* Чтобы получить какое-либо представление о промежуточных состояниях, необходимо классифицировать диаграммы Фейнмана на диаграммы, дающие вклад в изоскалярные формфакторы, и диаграммы, дающие вклад в изовекторные. Наиболее элегантно это можно сделать, если рассмотреть вместо рассеяния  $e^- + p \rightarrow e^- + p$  процесс аннигиля-

ции протон-антипротонной пары в электрон-позитронную пару  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$ . Такая замена полезна, поскольку начальное состояние крайне симметрично, и мы можем классифицировать вклады диаграмм, используя очень простые правила отбора. Не заботясь в данный момент о том, как этот процесс связан с рассеянием электронов (об этом мы поговорим позднее), мы изучим вклад в аннигиляцию однофотонной диаграммы, а именно диаграммы, изображенной на фиг. 23.

Заштрихованный кружок изображает вершину  $\bar{p} + p \rightarrow \gamma$ , которой соответствует матричный элемент  $\langle 0 | J_\mu^Y(0) | \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle_{in}$ . Этот матричный элемент мы можем подвергнуть такому же общему анализу, какой мы делали с матричным элементом  $\langle \mathbf{p}' | J_\mu^Y(0) | \mathbf{p} \rangle$ . Используя лоренц-инвариантность и закон сохранения тока, мы приходим к выражению

$$\langle 0 | J_\mu^Y(0) | \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle_{in} = i\bar{v}(\bar{\mathbf{p}}) [\gamma_\mu \bar{F}_1(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu \bar{F}_2(q^2)] u(\mathbf{p}). \quad (6.29)$$

Наиболее естественной координатной системой в данном случае является система центра инерции, в которой  $\bar{\mathbf{p}} = -\mathbf{p}$ . В той же системе  $q = (0, 2E(\mathbf{p}))$ , т. е. в нашей метрике

$$q^2 = -4(E(\mathbf{p}))^2 \leq -4M^2, \quad (6.30)$$

так как для физических нуклонов (антинуклонов) минимальная энергия каждого равна  $M$ . Здесь нельзя доказать, что форм-факторы  $F_1(q^2)$  и  $F_2(q^2)$  вещественны, основываясь на условиях эрмитовости тока и  $T$ -инвариантности. Из эрмитовости следует только, что

$$\langle 0 | J_\mu^Y(0) | \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle_{in} = \langle \mathbf{p}\mathbf{p} |_{in} J_\mu^Y(0) | 0 \rangle^*, \quad (6.31)$$

откуда нельзя сделать вывод о том, вещественны ли функции  $\bar{F}_{1,2}$  или нет, так как процесс  $\langle \mathbf{p}\mathbf{p} |_{in} J_\mu^Y(0) | 0 \rangle$  отличается от процесса  $\langle 0 | J_\mu^Y(0) | \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle_{in}$ . Несостоятельность доказательства, основанного на  $T$ -инвариантности, связана с более тонкими обстоятельствами. Здесь мы укажем только суть дела; подробности можно найти в книгах по теории рассеяния. Как мы уже отмечали в гл. 2, одночастичное состояние можно построить из гейзенберговских операторов, действующих на вакуум, с последующим предельным переходом  $t \rightarrow \pm\infty$ . Для одночастичных состояний справедливо равенство

$$| \mathbf{p} \rangle_{in} = | \mathbf{p} \rangle_{out}. \quad (6.32)$$

1) Если мы учитываем только наименьший порядок электромагнитного взаимодействия, то электромагнитное поле можно исключить из матричного элемента, заменяя его оператором рождения фотона, действующим на вакуум, который затем можно отнести к полю излучения, связанному с  $J_\mu^Y(0)$ .

Однако для двухчастичного состояния имеется, вообще говоря, различие между состоянием, порожденным при  $t = -\infty$ , т. е. прежде чем произошел какой-нибудь процесс рассеяния, и состоянием при  $t = +\infty$ , т. е. после того, как частицы рассеялись и разлетелись. Мы обозначали *ин*-состояние, которое определяется с помощью граничного условия при  $t = -\infty$ , символом  $|\mathbf{p}'\mathbf{p}\rangle_{in}$  и *аут*-состояние, определяемое через граничное условие при  $t = \infty$ , — символом  $|\mathbf{p}'\mathbf{p}\rangle_{out}$ . Операция обращения времени в дополнение к изменению спинов и импульсов частиц заменяет *ин*-состояние на *аут*-состояние<sup>1)</sup>. Таким образом, когда у нас есть состояние двух или более частиц, операция обращения времени, вообще говоря, не приводит к условию вещественности формфакторов, а дает лишь связь между *ин*- и *аут*-процессами. Следовательно, условие того, что формфакторы  $\bar{F}_{1,2}(q^2)$  вещественны, мы не можем получить с помощью операции отражения времени. Формфакторы  $\bar{F}_{1,2}(q^2)$  могут быть вообще говоря, комплексными функциями переменной  $q^2$ .

Интересно установить связь между  $F_{1,2}(q^2)$  и  $\bar{F}_{1,2}(q^2)$ . Исходя из очень общих предположений, которые будут подробно рассмотрены позднее, можно доказать, что  $F(q^2)$  и  $\bar{F}(q^2)$  являются в некотором смысле одной и той же функцией, или, точнее, существует комплексная функция  $F(z)$  комплексной переменной  $z$ , такая, что  $F(z) = F(q^2)$  для  $q^2 \geq 0$  и  $F(z) = \bar{F}(q^2)$  для  $q^2 \leq 0$ . Кроме того, функция  $F(z)$  удовлетворяет *дисперсионному соотношению*, которое устанавливает связь между ее действительной и мнимой частями.

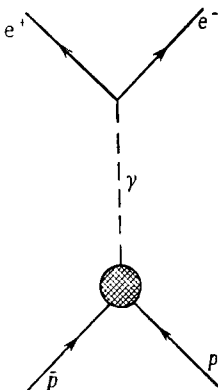
В простейшей форме<sup>2)</sup> это дисперсионное соотношение можно записать как

$$\operatorname{Re} F(q^2) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F(q'^2) dq'^2}{q'^2 - q^2}. \quad (6.33)$$

Но при  $q^2 \geq 0$

$$\operatorname{Re} F(q^2) = F(q^2). \quad (6.34)$$

Таким образом, формфактор в электрон-протонном рассеянии определяется интегралом от его мнимой части, которая



Ф и г. 23.

<sup>1)</sup> См., например, [8].

<sup>2)</sup> То есть без вычитаний. Читателю, которому эти формулы кажутся загадочными, мы заметим, что более подробно этот вопрос обсуждается в следующей главе

входит в процесс аннигиляции  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$ . (В действительности аннигиляция  $p, \bar{p}$  чаще всего происходит посредством сильного взаимодействия с образованием мезонов, поэтому лептонный процесс наблюдать трудно. Практически значительно лучше вместо реакции аннигиляции протон — антипротон изучать с помощью встречных пучков обратную реакцию  $e^+ + e^- \rightarrow p + \bar{p}$ , когда энергетически она будет доступна.) Позднее мы увидим, что цепочка промежуточных состояний типа  $p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- \rightarrow \gamma, p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \rightarrow \gamma$  и т. д. определяет мнимую часть формфактора. Таким образом, мы можем фиксировать набор промежуточных состояний, которые дают вклад в различные формфакторы, изучая правила отбора и применяя их к произведению матричных элементов типа

$$\langle 0 | J_\mu^\gamma(0) | n \rangle \langle n | p \bar{p} \rangle_{in},$$

где  $|n\rangle$  — любое из указанных промежуточных состояний, например  $\pi^+\pi^-$ .

Есть основание полагать, что наиболее важными являются самые низкие промежуточные состояния. Это трудно (или даже невозможно) строго обосновать. Грубо говоря, выражение  $(q'^2 - q^2)$  в дисперсионном интеграле играет роль энергетического знаменателя. Величина  $q'^2$  представляет собой инвариантную массу промежуточного состояния. Минимальная масса, которую может иметь такое промежуточное состояние, равна сумме физических масс частиц в этом состоянии, например  $4m_\pi^2$  для двухпионного состояния. Если  $q^2$  не слишком большая величина или если  $\text{Im } F(q^2)$  не имеет особенностей вблизи некоторых масс, то соблазнительно доказать, что вклады различных промежуточных состояний относятся между собой; грубо говоря, как обратные квадраты их масс. С такой перспективой по крайней мере можно начать исследование и посмотреть, что из этого получится. Поэтому нам следует рассмотреть выражение  $\langle 0 | J_\mu^\gamma(0) | n \rangle$ , в котором масса промежуточного состояния  $|n\rangle$  выбирается по возможности наименьшей. Из свойств вакуума  $|0\rangle$  и тока  $J_\mu^\gamma$  можно легко установить четыре свойства состояния  $|n\rangle$ .

1. Электрический заряд состояния  $|n\rangle$  равен нулю.
2. Состояние  $|n\rangle$  является собственным состоянием оператора зарядового сопряжения  $C$ , с собственным значением  $C = -1$ .
3. Обычный угловой момент состояния  $|n\rangle$  равен 1, а четность отрицательна.
4. Полный изотопический спин состояния  $|n\rangle$  равен либо 0, либо 1.

Докажем эти свойства.

1. Доказательство сразу следует из соотношения коммутации между электрическим зарядом  $Q$  и током  $J_{\mu}^Y(0)$ <sup>1)</sup>

$$[Q, J_{\mu}^Y(0)]_- = 0, \quad (6.35)$$

которое, формально говоря, является следствием фазовой инвариантности тока  $J_{\mu}^Y(0)$ . Так как  $Q|0\rangle = 0$ , то мы получаем следующее условие (состояние  $|n\rangle$  можно всегда считать собственным состоянием оператора  $Q$ , поскольку  $[Q, H]_- = 0$ , с собственным значением  $q_n$ ):

$$q_n \langle 0 | J_{\mu}^Y(0) | n \rangle = 0. \quad (6.36)$$

2. Так как  $[H, C]_- = 0$ , то состояние  $|n\rangle$  можно всегда считать собственным состоянием операторов  $C$  и  $Q$  ( $[Q, C]_+ = 0$ ) при условии, что  $q_n = 0$ . А это мы уже установили из уравнения (6.36). Поскольку  $C J_{\mu}^Y(0) C^{-1} = -J_{\mu}^Y(0)$  и  $C|0\rangle = |0\rangle$ , то

$$\langle 0 | J_{\mu}^Y(0) | n \rangle = \mp \langle 0 | J_{\mu}^Y(0) | n \rangle; \quad (6.37)$$

здесь выбор знака зависит от знака состояния  $C|n\rangle = \pm|n\rangle$ . Отсюда следует, что

$$C|n\rangle = -|n\rangle. \quad (6.38)$$

3. Согласно обычным правилам отбора для квантовомеханических векторов,  $J_{\mu}^Y(0)$  может переводить вакуумное состояние, угловой момент которого равен нулю, только в состояние с угловым моментом либо 0, либо 1. Если орбитальный момент состояния  $|n\rangle$  равен нулю, то, вообще говоря,

$$\langle 0 | J_{\mu}^Y(0) | n \rangle = p_{n\mu} F(p_n^2), \quad (6.39)$$

где  $p_{n\mu}$  — вектор энергии-импульса состояния  $|n\rangle$ . Из закона сохранения тока следует условие

$$m^2 F(p_n^2) = 0, \quad (6.40)$$

которое запрещает нулевой спин для состояния  $|n\rangle$ , за исключением, быть может, особого случая, в котором  $m_n = 0$ . Однако единственными известными частицами с нулевой массой являются фотон и нейтрино, спины которых соответственно равны 1 и  $1/2$  и связь которых с  $p\bar{p}$ , во всяком случае, происходит не за счет сильных взаимодействий.

<sup>1)</sup> Точно так же можно доказать, что барионное число состояния  $|n\rangle$  равно нулю.

4. Пренебрегая электромагнитными поправками высших порядков, можно записать

$$J_{\mu}^Y(0) = J_{\mu}^S(0) + J_{\mu}^V(0)_3. \quad (6.41)$$

Мы разделили ток на изоскалярный и изовекторный токи. Пусть  $|n\rangle$  — собственное состояние оператора  $T^2$  и  $T_3$ . Поскольку  $[H_{ST}, T^2]_- = 0$  и  $[H_{ST}, T_3]_- = 0$ , то это всегда можно сделать. Из соотношения

$$Q = \frac{B}{2} + T_3, \quad (6.42)$$

справедливого в том порядке по  $e$ , в котором мы работаем, можно заключить, что

$$T_3 |n\rangle = 0. \quad (6.43)$$

Из утверждения, что  $J_{\mu}^S(0)$  есть изоскаляр, следует

$$[T_i, J_{\mu}^S(0)]_- = [T^2, J_{\mu}^S(0)]_- = 0. \quad (6.44)$$

Таким образом, приписывая состоянию  $|n\rangle$  изотопический индекс типа  $|T0\rangle$  и используя соотношение

$$0 = \langle 0 | [T^2, J_{\mu}^S(0)]_- | T0 \rangle = T(T+1) \langle 0 | J_{\mu}^S(0) | T0 \rangle, \quad (6.45)$$

мы видим, что, как ожидалось,  $J_{\mu}^S(0)$  связывает вакуумное состояние только с состояниями, полный изотопический спин которых равен нулю. С другой стороны, утверждение, что  $J_{\mu 3}^V$  есть третья компонента изовектора, означает, как мы показывали это ранее, что

$$[T_i, J_{\mu}^V(0)_3]_- = i\epsilon_{i3k} J_{\mu}^V(0)_k, \quad (6.46)$$

где  $J_{\mu}^V(0)_k$  — произвольная компонента изоспинового тока. Таким образом<sup>1)</sup>,

$$\begin{aligned} T^2 J_{\mu}^V(0)_3 |0\rangle &= T_i [T_i, J_{\mu}^V(0)_3]_- |0\rangle = \epsilon_{i3k} \epsilon_{ikl} J_{\mu}^V(0)_l |0\rangle = \\ &= (\delta_{3l} \delta_{kk} - \delta_{3k} \delta_{kl}) J_{\mu}^V(0)_l |0\rangle = 2 J_{\mu}^V(0)_3 |0\rangle. \end{aligned} \quad (6.47)$$

Итак, состояние  $J_{\mu}^V(0)_3 |0\rangle$  является собственным состоянием оператора  $T^2$  с собственным значением  $1(1+1) = 2$ , т. е. изовекторный электромагнитный ток связывает вакуум с состояниями с  $T = 1$ ,  $T_3 = 0$ . Такой же формальный довод можно ис-

<sup>1)</sup> Мы используем уравнение  $T|0\rangle = 0$ . Важно напомнить, что даже если  $J_{\mu}^V(0)_3$  и является изовектором, то тем не менее он не коммутирует с  $T^2$ . Только оператор  $T_3 = \int d\tau J_0^V(\tau)_3$  (а также  $T_1$  и  $T_2$ ) коммутирует с  $T^2$ .

пользовать и в случае обычного спина, т. е. для доказательства п. 3.

Теперь, когда мы узнали довольно много о состояниях  $|n\rangle$ , можно начать составлять для них список кандидатов из известных частиц. Очевидно, что следует начать с пионов, поскольку они являются легчайшими из известных сильно взаимодействующих частиц. Состояние  $|n\rangle = |\pi^0\pi^0\rangle$  нужно исключить, так как, согласно статистике Бозе, полный орбитальный момент двух  $\pi^0$ -мезонов не может равняться 1<sup>1)</sup>. Таким образом, вакантное место должно занять состояние  $|\pi^+\pi^-\rangle$ , поскольку оно имеет наименьшую массу и проходит по квантовым числам. Теперь может возникнуть вопрос, дает ли вклад это состояние в  $F^S$  или в  $F^V$ , или сразу в оба. Выяснить этот вопрос нам поможет очень изящный метод.

Введем оператор  $G$ , который по определению равен

$$G = Ce^{i\pi T_2}, \quad (6.48)$$

где  $C$  — оператор зарядового сопряжения и  $e^{i\pi T_2}$  — поворот на угол  $\pi$  вокруг оси 2 в изоспиновом пространстве. Для трех пионных полей  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  имеем<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} e^{i\pi T_2}\varphi_1 e^{-i\pi T_2} &= -\varphi_1, \\ e^{i\pi T_2}\varphi_2 e^{-i\pi T_2} &= +\varphi_2, \\ e^{i\pi T_2}\varphi_3 e^{-i\pi T_2} &= -\varphi_3. \end{aligned} \quad (6.49)$$

Комбинируя эти преобразования с преобразованиями полей  $\varphi_i$  относительно зарядового сопряжения  $C$ , мы сразу получаем

$$G\pi^{\pm}G^{-1} = -\pi^{\pm}. \quad (6.50)$$

Отсюда для состояния  $n$  пионов с произвольным зарядом

$$G|n\pi\rangle = (-1)^n|n\pi\rangle. \quad (6.51)$$

Кроме того, получаем простые трансформационные свойства по отношению к преобразованию  $G$  токов  $J_{\mu}^S(0)$  и  $J_{\mu}^V(0)_3$

$$GJ_{\mu}^S(0)G^{-1} = -J_{\mu}^S(0) \quad (6.52)$$

и

$$GJ_{\mu}^V(0)_3G^{-1} = J_{\mu}^V(0)_3. \quad (6.53)$$

1) Два  $\pi^0$ -мезона — тождественные частицы, а это означает, что их волновая функция должна быть четной относительно перестановки частиц, тогда как если их относительный орбитальный момент равен  $l$ , то при перестановке волновая функция умножается на  $(-1)^l$ . Поскольку спин однопионного состояния равен нулю, оно исключается, как и состояние  $|\pi^0\pi^0\rangle$ .

2) Мы вводим трехмерную систему координат и выполняем поворот.

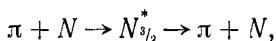


Так как  $G|0\rangle = |0\rangle$ , то из равенства

$$\langle 0 | J_{\mu}^S(0) + J_{\mu}^V(0) | n\pi \rangle = (-1)^n \langle 0 | -J_{\mu}^S(0) + J_{\mu}^V(0) | n\pi \rangle \quad (6.54)$$

следует, что состояние с нечетным числом пионов дает вклад в изоскалярный формфактор, а состояние с четным числом пионов дает вклад в изовекторный формфактор.

Такое положение, обнаруженное впервые в 1950-х годах, озадачило физиков. Мы уже знаем, что  $\langle r^2 \rangle_1^S \approx \langle r^2 \rangle_1^V$ , а это означает, что если мыслить категориями только пионных диаграмм, то двухпионные и трехпионные диаграммы должны давать приблизительно одинаковые электрические радиусы и приблизительно одинаковый вклад в формфактор  $F_1(q^2)$  вообще<sup>1)</sup>. С другой стороны, структура этих диаграмм совершенно различна, и вычисления по теории возмущений не могли объяснить того, как и почему вклады этих диаграмм оказались одинаковыми. Однако в конце 1950-х годов было понято, что сильные взаимодействия между пионами могли бы дать ключ к разгадке<sup>2)</sup>. В то время было хорошо известно, что пионы и нуклоны могут образовывать резонансные метастабильные состояния. В частности, была подробно изучена реакция



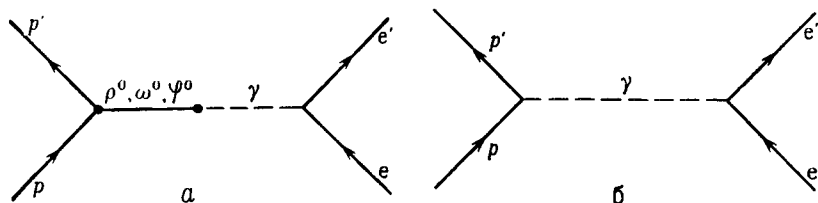
где  $N_{3/2}^*$  — нестабильная частица со спином  $3/2$ , с положительной четностью, с массой, приблизительно равной 1238 Мэв и шириной приблизительно 125 Мэв. Таким образом, исходя из этой аналогии, некоторые физики предположили, что пионы сами по себе также могут образовывать резонансные состояния. Чтобы эти состояния имели отношение к электрон-нуклонному рассеянию, они должны иметь, как мы видели, следующие квантовые числа:  $J = 1$ ,  $P = -1$ ,  $C = -1$ ,  $T = 1$  или 0 и  $T_3 = 0$ . В действительности в 1961 г. два таких состояния, как упоминалось уже в гл. 4, были отождествлены с  $\rho$ -мезоном ( $T = 1$ ) и с  $\omega^0$ -мезоном ( $T = 0$ ) и было показано, что все их квантовые числа не противоречат тому, чтобы эти мезоны давали вклад в электромагнитные формфакторы. Потом была открыта еще и третья векторная «частица» (похожая на предыдущие), или резонанс,  $\phi^0$ -мезон с

$$T = 0, \quad \Gamma_{\phi^0} = (4, 0 \pm 1, 0) \text{ Мэв},$$

<sup>1)</sup> В действительности  $F_1^N(q^2) \approx 0$  во всем измеренном до настоящего времени интервале переданных импульсов, означая тем самым, что  $F_1^S(q^2) \approx F_1^V(q^2)$ .

<sup>2)</sup> См. сборник статей под редакцией Хофштадтера [15], в котором собраны ранние работы на эту тему.

которая также играет важную роль в структуре изоскалярных формфакторов. Поскольку эти мезоны,  $\rho$ ,  $\omega^0$ ,  $\varphi^0$ , являются короткоживущими ( $\tau \sim 10^{-23}$  сек), то, строго говоря, будет неправильным обращаться с ними как со стабильными частицами. И все-таки сначала мы рассмотрим упрощенную модель, в которой  $\rho$ ,  $\omega^0$  и  $\varphi^0$  будем считать стабильными векторными мезонами<sup>1)</sup>. В этой модели, в которой мы пренебрегаем всеми другими состояниями, а также и нерезонансным пион-пионным вкладом, полное электрон-нуклонное рассеяние (или, эквивалентно, нуклон-антинуклонная аннигиляция в лептоны) изображается двумя диаграммами (для протона) (фиг. 24).



Ф и г. 24.

Диаграмма на фиг. 24, б представляет вклад дираковского момента, который имелся бы даже в случае, если бы протон не обладал сильными взаимодействиями, которые и определяют его структуру. Этой диаграмме соответствует матричный элемент

$$M_b = e^2 \bar{u}(e') \gamma_\mu u(e) \frac{1}{q^2} \bar{u}(p') \gamma_\mu u(p), \quad (6.55)$$

который дает для протона следующие формфакторы:

$$\begin{aligned} F_1^P(q^2) &= 1, \\ F_2^P(q^2) &= 0 \end{aligned} \quad (6.56)$$

и для нейтрона (на котором нет рассеяния, если нейтрон — бесструктурная частица)

$$F_1^N(q^2) = F_2^N(q^2) = 0, \quad (6.57)$$

т. е. хорошо знакомые нам результаты.

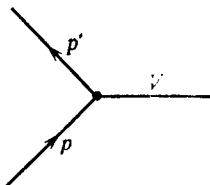
Диаграмма, изображенная на фиг. 24, а, значительно труднее для исследования, и в литературе существуют некоторые

<sup>1)</sup> Как мы увидим позднее, существуют другие векторные мезоны (резонансы), однако они имеют отличную от нуля «странность» и поэтому не дают вклада в электронное рассеяние.

разногласия по поводу того, как с ней обращаться. Если мы называем  $V_\alpha$  векторным мезонным полем, причем оно может быть изовекторным ( $\mathbf{V}_\alpha$ ) или изоскалярным ( $V_\alpha$ ), то поле  $V_\alpha$  должно удовлетворять условию поперечности

$$\partial_\alpha V_\alpha = 0, \quad (6.58)$$

которое гарантирует нам чистое состояние со спином 1, а не смесь полей со спином 0 и 1. Если трактовать  $V_\alpha$  как фундаментальное поле (а не как резонансную многопипонную систему), то можно рассмотреть лагранжиан взаимодействия этого поля с нуклонами. Мы выпишем его в явном виде для изовекторного



Ф и г. 25.

случая, поскольку изоскалярный случай имеет тот же вид, но без изотопических матриц. Итак,

$$\mathcal{L}_{VN} = ig_1^V \bar{\psi} \gamma_\mu \tau \cdot \psi V_\mu + \frac{g_2^V}{4M_V} \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \tau \cdot \psi (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu). \quad (6.59)$$

Наиболее общий вид вершины, совместный с лоренц-инвариантностью и  $T$ -инвариантностью, в которой реальные нуклоны излучают виртуальный нейтральный векторный мезон <sup>1)</sup> (фиг. 25) в случае изоскалярного мезона можно написать как

$$V_\mu(p', p) = i\bar{u}(p') [g_1^S(q^2) \gamma_\mu + g_2^S(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu] u(p), \quad (6.60)$$

где  $g_i$  — произвольные вещественные функции переменной  $q^2 = (p' - p)^2$ , которые необходимо определить из динамики сильного взаимодействия,  $u$  — нуклонные спиноры. Для изовекторного мезона

$$V_\mu(p', p)_3 = i\bar{u}(p') [\pm g_1^V(q^2) \gamma_\mu \pm g_2^V(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu] u(p), \quad (6.61)$$

где знак « $\pm$ » относится соответственно к протону и нейтрону. Для этих вершин автоматически выполняется «закон сохранения» в том смысле, что он не зависит от выбора функций  $g_i$

$$q_\mu V_\mu(p', p) = 0. \quad (6.62)$$

<sup>1)</sup> В случае изовекторного мезона это означает излучение поля  $V_{\mu 3}$ .

Поэтому можно опустить выражение  $q_\mu q_\nu / M_V^2$  в векторном мезонном пропагаторе, который связан с вершиной, и написать пропагатор в простом виде<sup>1)</sup>

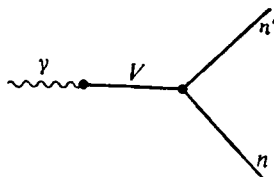
$$\frac{\delta_{\mu\nu}}{q^2 + M_V^2}. \quad (6.63)$$

Теперь мы рассмотрим связь нейтрального векторного мезона с фотоном (фиг. 26).



Фиг. 26.

Такая связь много раз обсуждалась в литературе. Однако ее следует вводить осторожно, чтобы нейтрон при этом не приобрел электрического заряда, т. е. чтобы с помощью диаграммы фиг. 27 не оказалось, что  $F_1^N \neq 0$ , а также чтобы с помощью диаграммы фиг. 28 у фотона не оказалось собственной массы.



Фиг. 27.

По этой причине мы отвергаем наиболее очевидную лоренц-инвариантную связь между фотоном и нейтральным векторным мезоном<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Иногда в литературе делаются попытки учесть нестабильность векторного мезона путем введения комплексного энергетического знаменателя в пропагаторе, т. е. с помощью добавки  $iM_V\Gamma_V$ , где  $\Gamma_V$  — ширина векторного мезона. Но такую процедуру следует делать осторожно, чтобы не прийти к противоречию с  $T$ -инвариантностью.

<sup>2)</sup> Следует отчетливо понимать, что *все* такие связи являются «феноменологическими». Нейтральный векторный мезон, поскольку он нейтрален, не может непосредственно входить в электромагнитный ток. Однако два заряженных пиона, скажем  $\pi^+\pi^-$ , очевидно, могут взаимодействовать с фотоном. Когда мы пишем  $\mathcal{L}_{V\gamma}$ , то имеем в виду, что по существу векторный мезон является пион-пионным резонансом. Постоянная  $\lambda$  есть эмпирическая константа, которая учитывает сильные взаимодействия и является, по всей вероятности, большой. Ее следует брать из опыта. Общие требования, вытекающие из лоренц-инвариантности и градиентной инвариантности, диктуют нам вид  $\mathcal{L}_{V\gamma}$ .

$$\mathfrak{L}_{V\gamma} = e\lambda A_\mu V_\mu. \quad (6.64)$$

Если мы просуммируем связку  $\gamma - V$  диаграмм<sup>1)</sup>, изображенных на фиг. 28, то получим пропагатор вида

$$\frac{1}{q^2(q^2 + M_V^2) - C^2},$$

где  $C$  — действительная постоянная, пропорциональная  $e\lambda$ . Знаменатель этого выражения в двух точках обращается в нуль. Один корень знаменателя соответствует массе  $V$ -мезона, модифицированной связью  $V$ -мезона с фотоном. Другой корень, очевидно, должен был соответствовать фотонной массе, причем это должно было бы происходить при  $q^2 = 0$ . Однако в нашей модели такого не происходит, а в действительности оказывается, что масса фотона часто мнима. Поэтому такое взаимодействие следует отвергнуть. С другой стороны, можно рассмотреть явно градиентно-инвариантную связь  $V$ -мезона с  $\gamma$ -квантом, т. е.

$$\mathfrak{L}_{V\gamma} = -\frac{1}{2} e\lambda (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu), \quad (6.65)$$

В литературе иногда можно найти утверждение, что взаимодействие типа (6.64) градиентно-инвариантно. При этом дается следующее доказательство. Пусть

$$S = \int d^4x \mathfrak{L}_{V\gamma}(x),$$

и в лагранжиане

$$\mathfrak{L}_{V\gamma} = e\lambda A_\mu V_\mu$$

сделаем градиентное преобразование

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \Lambda(x).$$

Так как  $\partial_\mu V_\mu = 0$ , что доказано, то можно проинтегрировать  $\partial_\mu \Lambda(x) V_\mu(x)$  по частям в  $S$  и показать, что действие  $S$  на самом деле инвариантно относительно градиентного преобразования. Заблуждение в этом доказательстве состоит в том, что  $\partial_\mu V_\mu(x) = 0$  в действительности есть связь, которая возникает из уравнений движения, полученных с помощью вариации  $S$ . Если мы предположим до применения вариационного принципа, что на поля в  $S$  наложены какие-то уравнения связей, то это приведет к замене одного лагранжиана другим, уравнения движения которого отличаются от прежних. В качестве очевидного примера рассмотрим дираковский лагранжиан

$$\mathfrak{L} = \bar{\psi} (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi.$$

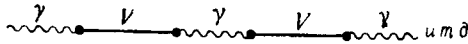
Если мы предположим, что поля подчиняются уравнению Дирака, как уравнение связи, то  $\mathfrak{L} = 0$ , для которого уравнения Эйлера — Лагранжа отличаются от уравнения Дирака. Следовательно, мы не можем использовать условие  $\partial_\mu V_\mu(x) = 0$  в  $S$  и действие *не* является градиентно-инвариантным.

<sup>1)</sup> Читатель, которому известны диаграммы Фейнмана, сразу увидит, что этот ряд представляет собой геометрическую прогрессию, сумму которой легко вычислить.

которая приводит к  $\gamma$  —  $V$ -вершине

$$e\lambda q^2 A_\mu V_\mu. \quad (6.66)$$

За счет дополнительного множителя  $q^2$  мы добиваемся того, что при такой связи не возникают заряд нейтрона и масса фотона<sup>1)</sup>. Учитывая все эти факторы, приведенные для наглядности, мы на примере простой связи изоскалярного мезона ( $\varphi^0$ -мезон мы не принимаем во внимание, поскольку он сущест-



Ф и г. 28.

венно не меняет вывода) с электромагнитным полем получили бы, что<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} F_1^S(q^2) &= 1 + \frac{q^2 g_1^{\omega^0}(q^2) \lambda_{\omega^0}}{q^2 + m_{\omega^0}^2}, \\ F_2^S(q^2) &= \frac{q^2 g_2^{\omega^0}(q^2) \lambda_{\omega^0}}{q^2 + m_{\omega^0}^2}, \\ F_1^V(q^2) &= 1 + \frac{q^2 g_1^{\rho}(q^2) \lambda_{\rho}}{q^2 + m_{\rho}^2}, \\ F_2^V(q^2) &= \frac{q^2 g_2^{\rho}(q^2) \lambda_{\rho}}{q^2 + m_{\rho}^2}. \end{aligned} \quad (6.67)$$

Теперь можно сделать несколько замечаний относительно этой модели. Во-первых, если

$$\lambda_{\rho} g_1^{\rho}(0) \approx \lambda_{\omega^0} g_1^{\omega^0}(0) \approx 1, \quad (6.68)$$

то поскольку  $m_{\rho} \approx m_{\omega}$ ,

$$F_1^S(0) \approx F_1^V(0). \quad (6.69)$$

Таким образом, мы можем по крайней мере понять, как доминирующие резонансные двухмезонные и трехмезонные состояния, массы которых приблизительно равны, приводят к одной и той же величине электрического радиуса. Однако из опыта<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Поскольку  $q^2 = 0$ .

<sup>2)</sup> Так как, по определению,  $F_1$  и  $F_2$  отличаются по размерности ( $[F_1] = [F_2]/M$ ), то для  $g_1$  и  $g_2$  также получаем, что  $[g_1] = [g_2]/M$ .

<sup>3)</sup> По определению,  $1 \text{ ферми} = 1f \equiv 10^{-13} \text{ см} \approx 1/\sqrt{2} m_{\pi}$ .

получено

$$- \langle r^2 \rangle_2^N \approx \langle r^2 \rangle_2^P \approx \langle r^2 \rangle_1^P \approx 0,64f^2. \quad (6.70)$$

Другими словами, хотя электрический радиус нейтрона в основном равен нулю, магнитный радиус (радиус Паули) нейтрона приблизительно равен протонному радиусу, но с противоположным знаком. На языке изотопического спина это означает, что

$$\frac{\langle r^2 \rangle_2^S}{2} \approx \langle r^2 \rangle_1^P, \quad (6.71)$$

а

$$\langle r^2 \rangle_2^V \approx 0. \quad (6.72)$$

Если интерпретировать эти результаты с учетом связей векторного мезона, то, хотя

$$\lambda_\rho \frac{g_{2\rho}(0)}{M_\rho} \gtrsim 1 \quad (6.73)$$

(мы разделили на  $M_\rho$  из соображений размерности), тем не менее мы получаем

$$g_2^{\omega\rho}(0) \approx 0. \quad (6.74)$$

Другими словами, взаимодействие  $\omega$ -мезона с нуклонами в виде паулиевской связи должно в основном равняться нулю. По аналогии с электродинамикой<sup>1)</sup> очень привлекательно рассмотреть взаимодействие векторного мезона, имеющего массу, с сохраняющимися токами, например с барионным и изоспиновым токами. Если мы вводим в лагранжиан  $\rho$ -мезон как фундаментальное поле, то, поскольку он является изовектором, можно рассмотреть его взаимодействие с изоспиновым током  $\mathbf{J}_\mu^V$  в форме связи

$$\mathcal{L}_\rho = g_\rho \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \mathbf{J}_\mu^V. \quad (6.75)$$

Так как лагранжиан есть просто скалярное произведение двух изовекторов, то он инвариантен относительно группы  $SU_2$ . Следовательно, закон сохранения тока  $\mathbf{J}_\mu^V$  будет выполняться. В этой теории ток  $\mathbf{J}_\mu^V$  будет также содержать члены, включающие  $\rho$ -мезонное поле, которые порождены инфинитезимальными преобразованиями, зависящими от пространственных переменных и действующими на свободный  $\rho$ -мезонный лагранжиан

$$\boldsymbol{\rho}_\mu \rightarrow \boldsymbol{\rho}_\mu + \boldsymbol{\rho}_\mu \times \boldsymbol{\Lambda}(x). \quad (6.76)$$

Тем не менее прямая связь  $\rho$ -мезонов с нуклонами не будет содержать паулиевских членов и будет иметь вид  $\boldsymbol{\rho}_\mu \bar{\psi} \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\gamma}_\mu \psi$ . Пау-

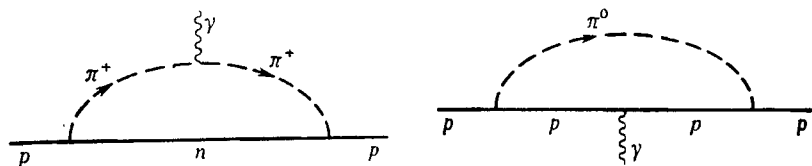
<sup>1)</sup> См., например, [1].

лиевские члены могут возникнуть в точной  $p$ -нуклонной вершине как поправки высших порядков, но их вычисление чрезвычайно трудно. Очевидно, что они обусловлены динамикой сильного взаимодействия, а без знания точной теории сильных взаимодействий невозможно дать ничего лучше приближительных доказательств.

Как, несомненно, заметил читатель, существует поразительное несоответствие между бесхитростной векторной мезонной моделью и экспериментальными результатами по электрон-нуклонному рассеянию, из которого определяли магнитные моменты. Мы писали для них выражения (6.67), т. е.

$$F_2^P(0) = F_2^N(0) = 0, \quad (6.77)$$

тогда как фактически они не равны нулю и являются в действительности аномальными магнитными моментами. Мы могли



Фиг. 29.

бы принять, что обычные нерезонансные пионные диаграммы, изображенные на фиг. 29, которые мы не учитывали в нашей модели, дают при  $q^2 = 0$  вклад в магнитные моменты, а при  $q^2 > 0$  преобладающий вклад в  $F_i$  дают векторные мезоны. Эта точка зрения поддерживается непосредственным вычислением указанных диаграмм. При этом мы не получаем точного согласия с экспериментальными значениями моментов, но по крайней мере находим правильный порядок их величины. Следовательно, на этом основании мы могли бы добавить такие магнитные моменты к формфакторам  $F_i$  и записать, например,

$$F_2^P(q^2) = \mu_p + \frac{1}{2} [F_2^S(q^2) + F_2^V(q^2)], \quad (6.78)$$

где  $F_2^S$  и  $F_2^V$  — формфакторы, которые получаются в векторной мезонной модели. Очевидно, такая добавка не меняет величины радиусов.

Однако эта картина в настоящее время также слишком проста, поскольку из экспериментальных данных по электрон-нуклонному рассеянию, измеренных для больших  $q^2$  порядка <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Чтобы перейти от фермиевских единиц  $f$  к энергетическим, необходимо учесть, что  $1f^{-1}$  соответствует  $197 \text{ МэВ}/c$ .



$30f^{-2}$ , известно, что формфакторы  $F_i$  с ростом  $q^2$  падают быстрее, чем это следовало бы из выражений (6.78) и (6.67). Действительно, из этой модели следует, что  $F_i(q^2) \rightarrow \text{const}$  при  $q^2 \rightarrow \infty$ , эксперименты же показывают, что

$$F_i(q^2) \rightarrow \frac{1}{q^4} \quad \text{при} \quad q^2 \rightarrow 30f^{-2}.$$

Можно было бы вновь попытаться согласовать этот результат с результатом, предсказываемым векторной мезонной моделью, предполагая, что для больших  $q^2$  формфакторы  $g_V(q^2)$  в нуклон-мезонной векторной вершине уже не являются постоянными, а падают как  $1/q^2$ . Позднее мы возвратимся к этому вопросу.

**Формфакторы Сакса.** Теперь мы рассмотрим экспериментальные данные несколько иначе. Сейчас уже стало привычным заменять  $F_1$  и  $F_2$  линейными комбинациями<sup>1)</sup>  $G_E$  и  $G_M$ , которые, по определению (как для протона, так и для нейтрона) равны<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} G_E(q^2) &= F_1(q^2) - \frac{q^2}{4M^2} \frac{F_2(q^2)}{\mu}, \\ G_M(q^2) &= \mu F_1(q^2) + F_2(q^2), \end{aligned} \quad (6.79)$$

где  $\mu$  — ядерный магнетон. Через  $G_i$  формфакторы  $F_i$  выражаются с помощью формул

$$\begin{aligned} F_1(q^2) &= \frac{G_E(q^2) + (q^2/4M^2) G_M(q^2)/\mu}{1 + q^2/4M^2}, \\ F_2(q^2) &= \frac{G_M(q^2) - G_E(q^2) \cdot \mu}{1 + q^2/4M^2}, \end{aligned} \quad (6.80)$$

где  $M$  — масса нуклона. Очевидно, что из определения  $F_1$  и  $F_2$  мы имеем следующие условия для  $G_i$ :

$$\begin{aligned} G_E^P(0) &= 1, & G_M^P(0) &= 2,793\mu = 1 + \mu_P, \\ G_E^N(0) &= 0, & G_M^N(0) &= -1,913\mu = \mu_N. \end{aligned} \quad (6.81)$$

Таким образом,  $G_E$  и  $G_M$  представляют собой «истинное» распределение заряда и магнитного момента, причем выбрана такая комбинация формфакторов Дирака и Паули, которая позволяет выделить соответственно электрическую и магнитную части. Поскольку такие наборы формфакторов являются линейными комбинациями друг друга, то невозможно доказать, какой набор более «фундаментален», чем другой. Однако формула Розен-

<sup>1)</sup> После работы Сакса [17] формфакторы  $G_i$  стали называть в литературе формфакторами Сакса.

<sup>2)</sup> Очевидно, что поскольку  $F_i$  — вещественные функции для  $q^2 \geq 0$ , то формфакторы  $G_i$  будут также вещественными для  $q^2 \geq 0$ .

блата, с помощью которой производится анализ экспериментальных данных, записывается более просто через формфакторы  $G_i$ . Так, в лабораторной системе координат <sup>1)</sup> имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^2}{4(4\pi)^2 E_0^2} \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}} \times$$

$$\times \left[ \frac{G_E^2(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} G_M^2(q^2)/\mu^2}{1 + q^2/4M^2} + \frac{q^2}{2M^2} \frac{G_M^2(q^2)}{\mu^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (6.82)$$

Итак, выраженное через  $G_i$  поперечное сечение не содержит перекрестных членов между  $G_E$  и  $G_M$  (в отличие от случая, когда оно выражено через формфакторы  $F_1$  и  $F_2$ ). Отсутствие этих членов упрощает экспериментальный анализ.

Однако если посмотреть на формфакторы  $F_i$ , записанные с помощью формфакторов  $G_i$ , то легко видеть, что как  $F_1$ , так и  $F_2$  имеют полюс при  $q^2 = -4M^2$ , кроме случая

$$G_E(-4M^2) = \frac{G_M(-4M^2)}{\mu}. \quad (6.83)$$

Этот полюс лежит на пороге физически наблюдаемой реакции  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$ . Полюс в матричном элементе физически наблюдаемого процесса совсем нежелателен. Однако не следует думать, что поперечное сечение расходится, так как на пороге реакции фазовый объем также обращается в нуль, а это должно означать, что пороговое поведение будет более сложным. По этой причине обычно используется дополнительное условие (6.83). Можно сделать простую эмпирическую подгонку всех известных данных (все величины указаны в единицах Ферми, в которых  $M^2 \approx 90 \text{ } \bar{f}^{-2}$ ), записав их набором мнемонических формул [16]:

$$G_E(q^2)^P = \frac{G_M(q^2)^P}{1 + \mu_P} = \frac{G_M(q^2)^N}{\mu_N} = - \frac{350}{q^2} G_E(q^2)^N =$$

$$= \left( \frac{1}{1 + \frac{q^2}{18,1}} \right)^2. \quad (6.84)$$

С помощью этих формул можно вычислять различные среднеквадратичные радиусы, если учесть соотношение между параметрами

$$-6G'_E(0)^P = 0,66 \bar{f}^2. \quad (6.85)$$

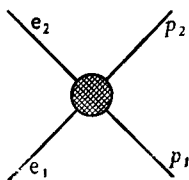
<sup>1)</sup> Как обычно, величины  $m_e/E_0$  и  $m_e/M$  мы полагаем равными нулю.

Следует подчеркнуть, что такая подгонка неоднозначна. Действительно, она не удовлетворяет дополнительному пороговому условию, данному выше. После обсуждения дисперсионной теории этих формфакторов мы вернемся к вопросу о том, каким образом можно иначе осуществить подгонку экспериментальных данных и как их можно интерпретировать.

*Кросс-канал.* В качестве последнего теоретического замечания мы рассмотрим в этой главе вопрос о том, почему формула Розенблата, записанная, скажем, через формфакторы  $G_i$ , имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{точ}}} \left[ A(q^2) + B(q^2) \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right], \quad (6.86)$$

где  $d\sigma/d\Omega_{\text{точ}}$  — релятивистское резерфордское поперечное сечение рассеяния в лабораторной системе координат, которое в



Ф и г. 30.

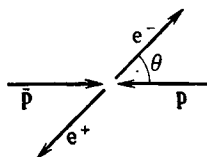
случае рассеяния безмассового электрона на точечном протоне, т. е. протоне без аномального магнитного момента, задается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{точ}}} = \frac{e^2}{4(4\pi)^2 E_0^2} \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (6.87)$$

Функции  $A(q^2)$  и  $B(q^2)$  выражаются через формфакторы  $G_i$ . По существу, такое специфическое поведение углового распределения  $(d\sigma/d\Omega)/(d\sigma/d\Omega_{\text{точ}})$  можно усмотреть из однофотонного приближения, с помощью которого была получена формула Розенблата. Действительно, ряд конкретных экспериментов, сделанных для больших (насколько это возможно)  $q^2$ , явно показал, что во всей экспериментально изученной в настоящее время области энергий отношение  $(d\sigma/d\Omega)/(d\sigma/d\Omega_{\text{точ}})$  остается линейной функцией переменной  $\operatorname{tg}^2(\theta/2)$ . Конечно, зависимость от  $\operatorname{tg}^2(\theta/2)$  непосредственно возникает при вычислении формулы Розенблата. Тем не менее мы обращаемся к «кросс»-реакции  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$ , чтобы легче понять этот результат.

Для определения кинематических переменных (переменных Мандельштама), которые широко используются при рассмотре-

нии процессов, относящихся к различным каналам, мы также будем использовать, как бы в оправдание, аннигиляционный канал. Рассмотрим диаграмму (фиг. 30). Эта диаграмма, в которой  $e_i$  — электронные линии, а  $p_i$  — нуклонные линии, может описывать несколько процессов, например  $e^+ + p \rightarrow e^+ + p$ ,  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$ ,  $e^- + \bar{p} \rightarrow e^- + \bar{p}$ , в зависимости от того, какие линии рассматриваются как входящие или выходящие и какие линии описывают частицы или античастицы. Предполагается, что всю диаграмму характеризует единственная комплексная функция, аналитические свойства которой хорошо определены и которую можно оценить в различных областях ее переменных, чтобы получить всевозможные процессы, описываемые данной диаграммой. Существуют три лоренц-скалярные величины



Фиг. 31.

(переменные Мандельштама), которые используются в литературе при таком рассмотрении:

$$\begin{aligned} s &= -(e_1 + p_1)^2, \\ t &= -(e_1 - e_2)^2, \\ u &= -(p_1 - e_2)^2. \end{aligned} \quad (6.88)$$

Они не являются независимыми и удовлетворяют в случае электрон-нуклонного рассеяния (в нашей метрике) условию

$$s + t + u = 2m_e^2 + 2M^2. \quad (6.89)$$

По определению из каналов  $s$ ,  $t$  или  $u$  каналом рассеяния мы называем такой, в котором  $s$ ,  $t$  или  $u$  есть полная энергия в системе центра масс. Таким образом, электрон-протонному рассеянию соответствует  $e^- + p \rightarrow e^- + p$   $s$ -канал, тогда как реакции  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$  соответствует  $t$ -канал. Если у нас имеется некоторое выражение, записанное в переменных  $s$ ,  $t$ ,  $u$  в одном из каналов, то его можно рассмотреть с точки зрения других каналов, учитывая при этом, какую играют роль переменные в соответствующих каналах.

В качестве примера рассмотрим переход от процесса  $p + \bar{p} \rightarrow e^+ + e^-$  в системе центра масс к процессу  $p + e^- \rightarrow p + e^-$ , скажем, в лабораторной системе отсчета. Определим угол  $\theta$  так, как это показано на фиг. 31.

Другими словами,  $\theta$  есть угол, на который электрон-позитронные импульсы повернуты относительно нуклон-антинуклонных импульсов. Легко видеть, что  $\cos \theta$  можно выразить через переменные  $s$ ,  $t$ ,  $u$ . Если мы полагаем  $m_e = 0$ , то

$$\cos \theta = \frac{s - u}{\sqrt{(t - 4M^2)t}}. \quad (6.90)$$

Теперь можно поинтересоваться, какое наиболее общее угловое распределение возможно в системе центра масс при аннигиляции  $p + \bar{p}$  с учетом того, что однофотонный обмен задает значение спина начального состояния, равное единице. По существу здесь дело сводится к задаче о сложении моментов количества движения<sup>1)</sup>. Начальное состояние со спином, равным единице, в результате обмена виртуальным фотоном, спин которого равен либо нулю, либо единице, преобразуется в конечное состояние  $e^+$ ,  $e^-$ . Таким образом, момент количества движения конечного состояния будет равен 0, 1 или 2. Поэтому угловое распределение аннигиляции протон — антипротон в электрон-позитронную пару можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{-} = \bar{A}_0(E) + \bar{A}_1(E) \cos \theta + \bar{A}_2(E) \cos^2 \theta, \quad (6.91)$$

где  $E$  — энергия протона (или антипротона) в системе центра масс. Функции  $\bar{A}_i$  являются произвольными комплексными функциями переменной  $E$ .

Однако поскольку в этой реакции четность сохраняется, то дифференциальное поперечное сечение должно быть инвариантным относительно преобразования (фиг. 32).

Следовательно, дифференциальное сечение должно быть инвариантным относительно замены  $\theta \rightarrow \pi - \theta$ , откуда следует, что  $\bar{A}_1(E) = 0$ , т. е.<sup>2)</sup>

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p\bar{p}} = \bar{A}_0(E) + \bar{A}_2(E) \cos^2 \theta. \quad (6.92)$$

<sup>1)</sup> Более строго этот вопрос обсуждается в работе [18].

<sup>2)</sup> Это дифференциальное сечение явно вычислено в системе центра масс для  $p\bar{p}$ -аннигиляции через формфакторы  $\bar{F}_1$  и  $\bar{F}_2$  в работе [19] в следующей форме:

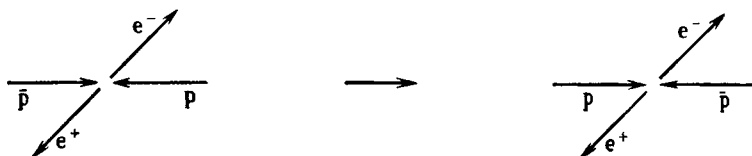
$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{p\bar{p}}} = \frac{\pi}{8} \frac{\alpha^2}{E(E^2 - M^2)^{1/2}} \left[ |\bar{F}_1(E) + 2M\bar{F}_2(E)|^2 (1 + \cos^2 \theta) + \left| \frac{M}{E} \bar{F}_1(E) + 2E\bar{F}_2(E) \right|^2 \sin^2 \theta \right].$$

Очевидно, что это наиболее общий вид дифференциального сечения, о чем говорилось выше.

Теперь мы хотим переписать  $\cos \theta$  в физических переменных, соответствующих электрон-протонному рассеянию, например, в лабораторной системе координат. Итак,

$$\cos \theta = \frac{2M(E + E')}{\sqrt{(q^2 + 4M^2)q^2}}. \quad (6.93)$$

Переменная  $t$ , которая является квадратом полной энергии для  $p\bar{p}$ -аннигиляции, для электрон-протонного рассеяния отрицательна и является квадратом (инвариантом) переданного 4-импульса. Чтобы закончить рассмотрение этого вопроса, нам следует выразить  $E + E'$  через угол рассеяния электронов на протонах в лабораторной системе координат. Из кинематики в



Ф и г. 32.

лабораторной системе координат для случая  $m_e = 0$  легко показать, что

$$q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta_L}{2} \quad (6.94)$$

и

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta_L}{2}}. \quad (6.95)$$

Таким образом,

$$(E - E') = \frac{q^2}{2M} \quad (6.96)$$

и

$$\text{ctg}^2 \frac{\theta_L}{2} = \frac{4EE' - q^2}{q^2} \quad (6.97)$$

или

$$(E + E')^2 = \frac{q^2(q^2 + 4M^2)}{4M^2} + q^2 \text{ctg}^2 \frac{\theta_L}{2}. \quad (6.98)$$

Отсюда следует, что  $d\sigma/d\Omega|_{\text{лаб}}$  для рассеяния электронов на протонах имеет вид

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{лаб}} \sim A(q^2) + B(q^2) \text{ctg}^2 \frac{\theta_L}{2}. \quad (6.99)$$

Знак пропорциональности включает кинематический фактор, который определяется преобразованием из канала  $p\bar{p}$ -аннигиляции

в системе центра масс в канал *ep*-рассеяния в лабораторной системе координат. Тот факт, что формула в таком виде справедлива для самых больших  $q^2$ , измеренных в настоящее время, означает, что при таких переданных импульсах все еще можно пользоваться однофотонным приближением.

Теперь мы обратимся к другому и, пожалуй, более изощренному методу анализа электрон-протонного рассеяния (и многих других процессов, включающих токи), а именно к методу дисперсионных соотношений.

## ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Упрощенная векторная мезонная модель с векторными мезон-нуклонными формфакторами, описываемыми двумя постоянными, привела нас к двум эквивалентным записям для электромагнитных формфакторов:

$$\begin{aligned} F(q^2) &= B + \frac{q^2 A}{q^2 + m_V^2}, \\ F(q^2) &= B' + \frac{A'}{q^2 + m_V^2}; \end{aligned} \quad (7.1)$$

при этом

$$\begin{aligned} \frac{A'}{m_V^2} + B' &= B, \\ A + B &= B'. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Поведение формфактора  $F(q^2)$  при  $q^2 \rightarrow \infty$  зависит от соотношений между этими постоянными. Конечно, теоретическое поведение при  $q^2 \rightarrow \infty$  может отличаться от экспериментальной картины, полученной пока еще только для относительно малых  $q^2$ ; может быть, эти данные при больших  $q^2$  не будут иметь ничего общего с поведением формфакторов на бесконечности, вытекающем из модели. Если все же продолжать рассуждать наиболее простым образом, то можно, используя мезонную модель и теорию возмущений в самых общих чертах, попытаться угадать аналитическую структуру формфакторов  $F$ . Считая переменную  $q^2$  комплексной величиной, т. е.  $q^2 = z$ , в этой модели можно приписать  $F(z)$  следующие аналитические свойства:

1. Функция  $F(z)$  аналитична в верхней полуплоскости.
2. В верхней полуплоскости  $F(z)/z \rightarrow 0$ . (Конечно, при подходящем выборе  $A$  и  $B$  функция  $F(z)$  могла бы сама по себе стремиться к нулю в верхней полуплоскости, однако во избежание всяких случайностей мы разделили  $F(z)$  на  $z$ .)
3. При  $z = -m_V^2$  функция  $F(z)$  имеет полюс.

Если условия 1 и 2 можно рассматривать как общие свойства  $F(z)$ , то очевидно, что существование полюса (условие 3) является специфической особенностью векторной мезонной



модели. Помимо всего прочего, в этой модели не учитывается нерезонансный вклад пионных диаграмм, которые будут изменять аналитическое поведение формфакторов  $F_i$ . В самом деле, исходя из общих соображений<sup>1)</sup>, можно понять аналитические свойства формфакторов  $F_i$ . Рассмотрим, например, вклад с  $J = 1$  в  $F^V(q^2)$  от  $2\pi$ -диаграмм. Минимальная эффективная инвариантная масса, которую может иметь такое  $2\pi$ -состояние, составляет  $m^2 = 4m_\pi^2$ , а максимальная равна  $+\infty$ , что соответствует бесконечной энергии двух пионов. Как и в случае, в котором  $2\pi$ -состояние действительно можно считать стабильным векторным мезоном, не исключена возможность того, что наиболее общий вклад  $2\pi$ -состояний с  $J = 1$  в  $F^V(q^2)$  мы могли бы записать как сумму с некоторой весовой функцией по всем  $2\pi$ -состояниям с  $J = 1$ , эффективные массы которых заключены в пределах  $4m_\pi^2 \leq m^2 \leq \infty$ . Таким образом, мы можем ожидать, что для формфактора существует выражение вида

$$F^V(q^2) = \sum_{m^2} \frac{A(m^2)}{q^2 + m^2},$$

где функция  $A(m^2)$  связана, например, с матричным элементом<sup>2)</sup> излучения  $p\bar{p}$ -системой двух пионов в состоянии с  $J = 1$  и эффективной массой  $m^2$ . В частности, если  $A(m^2) = g\delta(m^2 - m_V^2)$ , то мы возвращаемся к «полюсной» модели для  $F^V(q^2)$ . Таким образом, мы установили бы, что  $F^V(z)$  имеет, вообще говоря, линию особенностей от  $q^2 = -4m_\pi^2$  до  $q^2 = -\infty$ . Существование такой линии было замечено уже в теории возмущений. Аналогичное доказательство справедливо для формфактора  $F^S(q^2)$ , в который дают вклад  $3\pi$ -диаграммы. Можно доказать, что этот формфактор имеет линию особенностей, т. е. разрез от  $q^2 = -9m_\pi^2$  до  $q^2 = -\infty$ <sup>3)</sup>. Таким образом, утверждение 3 можно заменить следующим:

3'.  $F(z)$  имеет разрез на действительной отрицательной оси.

<sup>1)</sup> Читатель, желающий видеть изложение этого вопроса с точки зрения теории возмущений, найдет его отчетливо изложенным в книге [20].

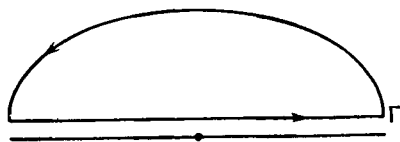
<sup>2)</sup> Как мы увидим позднее, функция  $A(m^2)$  может быть и отрицательной. Например, если имеется несколько векторных мезонов с разными массами, то функция  $A(m^2)$ , вычисленная для этих масс, связана с константами связи векторных мезонов с нуклонами, которые могут быть как положительными, так и отрицательными.

<sup>3)</sup> Пионы являются наименее легчайшими сильно взаимодействующими частицами. Поскольку не существует сильно взаимодействующих векторных мезонов с массой, меньшей чем  $m = 3m_\pi$ , то граница разреза определяется массой  $\pi$ -мезонов.

Теперь мы можем рассмотреть, какую общую структуру имеет функция, удовлетворяющая условиям 1, 2, 3', т. е. произвести исследование, которое приведет нас к дисперсионным соотношениям. Начнем рассмотрение со случая, когда  $F(z) \rightarrow 0$  в верхней полуплоскости. Затем это доказательство легко распространить на случай, когда  $F(z) \rightarrow C \neq 0$ , т. е.  $F(z)/z \rightarrow 0$ , а также и на более общий случай, в котором  $F(z)/z^n \rightarrow 0$ .

Рассмотрим контур  $\Gamma$  в верхней полуплоскости, изображенный на фиг. 33.

Так как  $F(z)$  имеет разрез на отрицательной действительной оси, то, чтобы уйти с этой оси, необходимо к аргументу добавить



Фиг. 33.

бесконечно малую положительную мнимую часть. Исходя из изложенных выше предположений, по теореме Коши имеем

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{F(z')}{z' - z} dz'. \quad (7.3)$$

Итак, для  $z = q^2 + i\varepsilon$  при  $\varepsilon \rightarrow 0^1$ )

$$F(q^2) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(q'^2) dq'^2}{q'^2 - q^2 - i\varepsilon}. \quad (7.4)$$

Теперь можно воспользоваться тождеством

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{x - i\varepsilon} = P \frac{1}{x} + i\pi\delta(x), \quad (7.5)$$

которое имеет смысл лишь под знаком интеграла.  $P(1/x)$  означает краткую запись интеграла в смысле главного значения. Следовательно,

$$F(q^2) = \frac{F(q^2)}{2} + \frac{1}{2\pi i} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(q'^2)}{q'^2 - q^2 - i\varepsilon} dq'^2 \quad (7.6)$$

<sup>1)</sup> Для  $q^2 < 0$  не обязательно существует  $F(q^2)$ . Для  $q^2 > 0$  мы определяем интеграл с помощью предельного перехода, при котором контур интегрирования приближается сверху к действительной оси. Процедура, которой мы пользуемся здесь, является не совсем строгой, однако она дает нам возможность указать происхождение известных и широко используемых результатов.

или, учитывая, что из условия эрмитовости и закона сохранения тока (или из  $T$ -инвариантности) следует, что  $\text{Im } F(q^2) = 0$  для  $q^2 \geq 0$ , мы получаем

$$\begin{aligned} \text{Re } F(q^2) &= \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im } F(q'^2) dq'^2}{q'^2 - q^2} = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^0 \frac{\text{Im } F(q'^2)}{q'^2 - q^2} dq'^2 = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im } F(q'^2) dq'^2}{q'^2 - q^2 - i\varepsilon}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

В случае рассеяния электронов дисперсионное соотношение всегда используется в таком виде, поскольку  $q^2 \geq 0$ . Однако на действительной оси возможно определить однозначно  $\text{Im } F(q^2)$ , т. е. мы можем сразу брать интеграл вдоль действительной оси вместо того, чтобы заниматься предельным переходом за счет сдвигов контура интегрирования. В самом деле, рассмотрим выражение

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [F(q^2 + i\varepsilon) - F(q^2 - i\varepsilon)] &= \\ &= \frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} F(q'^2) \left[ \frac{1}{q'^2 - q^2 - i\varepsilon} - \frac{1}{q'^2 + q^2 + i\varepsilon} \right] dq'^2 = 2i \text{Im } F(q^2). \end{aligned} \quad (7.8)$$

Выражение (7.8) можно взять за определение мнимой части. Итак, мы видим, что существование мнимой части у функции  $F(z)$  связано с разрезом, который  $F(z)$  имеет вдоль отрицательной действительной оси. Существование этого разреза есть следствие взаимодействия частиц, поскольку для свободных частиц формфакторы в матричном элементе типа  $\langle 0 | J_\mu | p\bar{p} \rangle$  являются, как это следует из  $T$ -инвариантности, действительными величинами для всех значений  $q^2$ . В этом месте у читателя может возникнуть некоторое недоразумение относительно аналитических свойств формфакторов в «полюсной» модели, в которой они записываются в виде

$$F(q^2) = a + \frac{b}{q^2 + m_V^2}.$$

Поскольку постоянные  $a$  и  $b$  должны быть для  $q^2 \geq 0$  действительными величинами, то казалось бы, что  $F(q^2)$  является всюду действительной функцией и имеет на вещественной оси действительный полюс, который мог бы в принципе оказываться в физической области для  $p\bar{p}$ -аннигиляции, если бы векторные мезоны были достаточно тяжелыми. На самом деле такой вид формфакторов  $F$  может быть правильным лишь вдали от полюса. В действительности, если мы рассматриваем векторный мезон как

метастабильное мультипионное состояние, резонанс, то при  $q^2 < 0$  функция  $F(q^2)$  является комплексной функцией<sup>1)</sup>, включающей пион-пионное взаимодействие. Даже в «полюсном» приближении мы должны для  $q^2$ , лежащих в окрестности массы векторного мезона, учитывать ширину резонанса. А это добавляет мнимую часть к знаменателю и сдвигает полюс с вещественной оси. Лишь вдали от резонанса, при  $q^2 \gg 0$ , для этой функции можно использовать полюсное приближение с вещественным вычетом.

Прежде чем вернуться к вопросу о том, как определяется  $\text{Im} F(q^2)$  через матричные элементы, мы исследуем случай, в котором  $F(z)/z$  стремится к нулю на бесконечности. Используя тот же самый контур, что и раньше, мы пишем

$$\frac{F(z)}{z} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{F(z') dz'}{z'(z'-z)}. \quad (7.9)$$

Таким образом,

$$F(q^2) = \frac{q^2}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(q'^2)}{(q'^2 - q^2 - i\epsilon)(q'^2 + i\epsilon)} dq'^2. \quad (7.10)$$

Переписывая подынтегральное выражение в более удобном виде и применяя тождество (7.5), напомним, что

$$F(q^2) = F(0) + \frac{q^2}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im} F(q'^2)}{(q'^2 - q^2) q'^2} dq'^2. \quad (7.11)$$

«Вычитание» в этом дисперсионном соотношении означает, что  $F(q^2) \rightarrow \text{const}$  при  $q^2 \rightarrow \infty$ . Пока опыты показывают, что таких «вычитаний» делать не нужно. Если то же самое будет справедливо для больших  $q^2$ , то дисперсионные соотношения без «вычитаний» окажутся предпочтительными.

Дисперсионные соотношения сами по себе выражают лишь аналитические свойства  $F(q^2)$ , но не определяют самой функции. Поэтому в случае рассеяния электронов мы должны их дополнить вычислением  $\text{Im} F(q^2)$ . Прделаем это в несколько этапов.

Начнем с ряда математических определений.

1. Мы определим функцию  $\epsilon(x)$ , такую, что

$$\epsilon(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (7.12)$$

и

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (7.13)$$

<sup>1)</sup> См., например, работу [21].

Таким образом,

$$\theta(x) = \frac{1 + \varepsilon(x)}{2}. \quad (7.14)$$

Если  $A(t)$  и  $B(t)$  являются произвольными<sup>1)</sup> операторными функциями времени  $t$ , то мы определяем оператор  $P$ , который упорядочивает во времени произведение функций  $A$  и  $B$  следующим образом:

$$P(A(t)B(t')) = \begin{cases} A(t)B(t'), & t \geq t', \\ B(t')A(t), & t < t'. \end{cases} \quad (7.15)$$

Следовательно,

$$P(A(t), B(t')) = \frac{[A(t), B(t')]_+}{2} + \frac{\varepsilon(t-t')}{2} [A(t), B(t')]_-. \quad (7.16)$$

Мы используем эти определения и общий метод построения одночастичного состояния для получения компактной формулы, которая связывает матричный элемент типа  $\langle \mathbf{p}' | O(x) | \mathbf{p} \rangle$  [ $O(x)$  — произвольная операторная функция пространственно-подобной точки  $x$ ] с матричным элементом, имеющим с обеих сторон состояние вакуума  $|0\rangle$ . В качестве примера рассмотрим случай спина  $1/2$ , однако этот же самый метод можно использовать для состояний с произвольным спином. Итак, если  $\psi$  есть взаимодействующее гейзенберговское поле, то

$$\langle \mathbf{p}' | {}_s' O(x) | \mathbf{p} \rangle_s = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \int d\mathbf{r}' \langle \mathbf{p}' | {}_s' O(x) \bar{\psi}(\mathbf{r}', t) \gamma_4 f_{\mathbf{p}}(x')_s | 0 \rangle \quad (7.17)$$

с

$$f_{\mathbf{p}}(x)_s = \frac{e^{i(p_x)u(\mathbf{p})_s}}{(2\pi)^{3/2}}. \quad (7.18)$$

Очевидно, если потребовать, чтобы  $m$  была физической массой нуклона<sup>2)</sup>, то

$$(\partial_\mu \gamma_\mu + m) f_{\mathbf{p}}(x)_s = 0. \quad (7.19)$$

Вводя четырехмерный пространственно-подобный векторный элемент поверхности  $d\sigma_\mu$  [равенство (1.16)], можно выразить предельный переход (7.17) в явно ковариантном виде. (В формулах, полученных в предыдущих главах, мы использовали про-

<sup>1)</sup> Мы не интересуемся коммутационными и антикоммутационными свойствами этих операторов.

<sup>2)</sup> В тексте мы использовали  $m$  для обозначения различных масс. Когда существует некоторая вероятность путаницы, мы используем индексы, чтобы различать массы частиц. Вообще мы стараемся не загромождать обозначения гирляндами индексов.

странственно-подобные поверхности при постоянном времени.) Таким образом, можно написать

$$\langle \mathbf{p}' | {}_s O(x) | \mathbf{p} \rangle_s = \lim_{\sigma \rightarrow -\infty} \int d\sigma'_\mu \langle \mathbf{p}' | {}_s' O(x) \bar{\Psi}(x') \gamma_\mu f_{\mathbf{p}}(x')_s | 0 \rangle, \quad (7.20)$$

где точка  $x'$  принадлежит поверхности  $\sigma'$ .

Если  $A(x')$  — любая операторная функция переменной  $x'$  и  $d^4(x')$  — четырехмерный элемент объема, то, интегрируя по всему четырехмерному пространству и используя четырехмерную теорему Гаусса, а также уравнение Дирака, примененное к  $f_{\mathbf{p}}(x')$ , можно получить тождество

$$\begin{aligned} \int d^4 x' (-\partial'_\mu A_\mu(x') \gamma_\mu + A(x') m) f_{\mathbf{p}}(x')_s &= \\ &= \int_{\sigma' \rightarrow -\infty} A(x') \gamma_\mu f_{\mathbf{p}}(x')_s d\sigma'_\mu - \int_{\sigma' \rightarrow +\infty} A(x') \gamma_\mu f_{\mathbf{p}}(x')_s d\sigma'_\mu. \end{aligned} \quad (7.21)$$

Если обозначить

$$A(x') \overleftarrow{\partial}'_\mu = \partial'_\mu A(x'), \quad (7.22)$$

то можно воспользоваться выражением (7.21), а также написанными выше формулами и показать, что

$$\begin{aligned} \int d^4 x' P(\langle \mathbf{p}' | {}_s' O(x) \bar{\Psi}(x') | 0 \rangle (-\overleftarrow{\partial}'_\mu \gamma_\mu + m) f_{\mathbf{p}}(x')_s = \\ = - \int_{\sigma' \rightarrow +\infty} d\sigma'_\mu \langle \mathbf{p}' | {}_s' \bar{\Psi}(x') O(x) | 0 \rangle \gamma_\mu f_{\mathbf{p}}(x')_s + \langle \mathbf{p}' | {}_s' O(x) | \mathbf{p} \rangle_s, \end{aligned} \quad (7.23)$$

где  $P$  — хронологический оператор.

Сначала мы изучим первый член в правой части равенства (7.23). Учитывая импульс в функции  $f_{\mathbf{p}}(x')_s$  и осуществляя предельный переход, мы выделяем из  $\bar{\Psi}(x')$  фурье-компоненту, соответствующую физическому нуклону. Когда оператор  $\bar{\Psi}(x')$ , действуя налево, т. е. на состояние  $\langle \mathbf{p}' | {}_s'$ , становится эрмитово-сопряженным, то он уничтожает физические нуклонные состояния. Таким образом, первый член пропорционален выражению

$$\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \langle 0 | O(x) | 0 \rangle. \quad (7.24)$$

В большинстве случаев, которые представляют практический интерес,  $O(x)$  удовлетворяет условию

$$\langle 0 | O(x) | 0 \rangle = \langle 0 | O(0) | 0 \rangle = 0. \quad (7.25)$$

Например, если  $O(0) = J_\mu^Y(0)$ , т. е. является электромагнитным током, то

$$\langle 0 | J_\mu^Y(0) | 0 \rangle = 0 \quad (7.26)$$

по ряду причин; например, используя операцию зарядового сопряжения, имеем

$$\langle 0 | J_{\mu}^{\nu}(0) | 0 \rangle = - \langle 0 | J_{\mu}^{\nu}(0) | 0 \rangle. \quad (7.27)$$

Таким образом, если ограничиться операторами  $O(x)$ , удовлетворяющими условию (7.25), то, полагая  $x=0$ , получаем тождество

$$\langle \mathbf{p}' |_{s'} O(0) | \mathbf{p} \rangle_s = \int d^4x P [\langle \mathbf{p}' |_{s'} O(0) \bar{\Psi}(x) | 0 \rangle] (-\overleftarrow{\partial}_{\mu} \gamma_{\mu} + m) f_{\mathbf{p}}(x)_s. \quad (7.28)$$

Мы можем в подынтегральном выражении провести дифференцирование явно и, заметив, что

$$\frac{d}{dt} \varepsilon(t) = 2\delta(t), \quad (7.29)$$

найти

$$\partial_{\mu} P [O(0) \bar{\Psi}(x)] = P [O(0) \partial_{\mu} \bar{\Psi}(x)] - \delta(t) [O(0), \bar{\Psi}(x)]_-; \quad (7.30)$$

при этом мы используем (7.16).

Определим «источник нуклонов»  $j_N(x)$  уравнением

$$(\partial_{\mu} \gamma_{\mu} + m) \Psi(x) = j_N(x). \quad (7.31)$$

В классической теории поля ток  $j_N(x)$  играл бы ту же самую роль, что и плотность заряда в уравнении Пуассона. Для свободного поля  $j_N(x) = 0$ . Уравнение для сопряженного поля имеет вид

$$\bar{\Psi}(x) (-\overleftarrow{\partial}_{\mu} \gamma_{\mu} + m) = \bar{j}_N(x). \quad (7.32)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_{s'} O(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= \int d^4x \langle \mathbf{p}' |_{s'} P [O(0) \bar{j}_N(x)] | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x)_s - \\ &- \int d^4x \langle \mathbf{p}' |_{s'} [O(0), \bar{\Psi}(x)]_- | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x)_s \delta(t). \end{aligned} \quad (7.33)$$

К этому результату можно прийти, не зная одновременных коммутационных соотношений между  $O(0)$  и  $\bar{\Psi}$ . Во многих случаях этот коммутатор либо равен нулю, либо является относительно простой функцией полей. В качестве основного примера теперь мы будем рассматривать электромагнитный ток, т. е.

$$O_{\mu}(0) = J_{\mu}^{\nu}(0). \quad (7.34)$$

С помощью одновременных коммутационных соотношений между полями вычислим выражение типа

$$[\bar{\Psi}(0) \gamma_{\mu} \Psi(0), \bar{\Psi}(r, 0)]_-$$

и отсюда придем к соотношению <sup>1)</sup>

$$[J_{\mu}^{\nu}(0), \bar{\Psi}(\mathbf{r}, 0)]_{-} = i\bar{\Psi}(\mathbf{r}, 0) \gamma_4 \gamma_{\mu} \delta^3(\mathbf{r}). \quad (7.35)$$

Итак,

$$\begin{aligned} \int d^4x \langle \mathbf{p}' |_{s'} [J_{\mu}^{\nu}(0), \bar{\Psi}(\mathbf{r}, 0)]_{-} | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x)_s \delta(t) = \\ = \frac{i}{(2\pi)^{3/2}} \langle \mathbf{p}' |_{s'} \Psi^{\dagger}(0) | 0 \rangle \gamma_{\mu} u(\mathbf{p})_s. \end{aligned} \quad (7.36)$$

Теперь можно рассмотреть выражение

$$\langle 0 | \Psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s = e^{-i(p x)} \langle 0 | \Psi(x) | \mathbf{p} \rangle_s. \quad (7.37)$$

Поскольку  $p^2 = -m^2$ , т. е. физической массе нуклона <sup>2)</sup>, то

$$(\square - m^2) \langle 0 | \Psi(x) | \mathbf{p} \rangle_s = 0. \quad (7.38)$$

Таким образом, функция  $\langle 0 | \Psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s$ , которая является по сути дела фурье-образом функции  $\langle 0 | \Psi(x) | \mathbf{p} \rangle_s$ , удовлетворяет уравнению

$$(p^2 + m^2) \langle 0 | \Psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s = 0. \quad (7.39)$$

Из трансформационных свойств  $\Psi$  и  $|\mathbf{p}\rangle_s$  относительно группы Лоренца следует, что

$$\langle 0 | \Psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s = N u(\mathbf{p})_s, \quad (7.40)$$

где  $N$  — неопределенный лоренцев скаляр (некоторая постоянная величина). Итак,

$$(i\gamma p + m) \langle 0 | \Psi(0) | \mathbf{p} \rangle_s = 0. \quad (7.41)$$

Поэтому можно написать

$$\int d^4x \langle \mathbf{p}' |_{s'} [J_{\mu}^{\nu}(0), \bar{\Psi}(\mathbf{r}, 0)]_{-} f_{\mathbf{p}}(x)_s \delta(t) = N' i \bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \gamma_{\mu} u(\mathbf{p})_s, \quad (7.42)$$

где  $N'$  — некоторая другая постоянная величина. Отсюда мы получаем важное тождество:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_{s'} J_{\mu}^{\nu}(0) | \mathbf{p} \rangle_s + i N' \bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \gamma_{\mu} u(\mathbf{p})_s = \\ = \int d^4x \langle \mathbf{p}' |_{s'} P [J_{\mu}^{\nu}(0) \bar{j}_N(x)] | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x)_s. \end{aligned} \quad (7.43)$$

<sup>1)</sup> Ток  $J_{\mu}^{\nu}$  следует считать «минимальным», т. е. не содержащим паулиевских членов; в противном случае равенство (7.35) несправедливо.

<sup>2)</sup> Мы предполагаем, что  $|\mathbf{p}\rangle_s$  соответствует однонуклонному физическому состоянию.



Однако мы знаем, что наиболее общая ковариантная структура тока  $\langle \mathbf{p}' | {}_s J_\mu^\nu(0) | \mathbf{p} \rangle_s$  имеет вид

$$\langle \mathbf{p}' | {}_s J_\mu^\nu(0) | \mathbf{p} \rangle_s = i\bar{u}(\mathbf{p}') {}_s [\gamma_\mu F_1(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu F_2(q^2)] u(\mathbf{p})_s. \quad (7.44)$$

Таким образом, можно переопределить  $F_1(q^2)$  так, что

$$F'_1(q^2) = F_1(q^2) + N', \quad (7.45)$$

и отождествить  $F'_1(0)$  с наблюдаемым электрическим зарядом, который входит в теорию как параметр и который во всяком случае следует определить из опыта. С этой точки зрения можно записать ток как

$$\langle \mathbf{p}' | {}_s J_\mu^\nu(0) | \mathbf{p} \rangle_s = \int d^4x \langle \mathbf{p}' | {}_s P [J_\mu^\nu(0) \bar{j}_N(x)] | 0 \rangle f_p(x)_s. \quad (7.46)$$

Это выражение можно переписать в ином виде.

Сначала мы дадим другое определение хронологического оператора  $P$  с помощью функции  $\theta(t)$ , а именно

$$P[A(0)B(t)] = \theta(t)B(t)A(0) + \theta(-t)A(0)B(t). \quad (7.47)$$

Выписывая явно функцию  $f_p(x)_s$ , имеем

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | {}_s J_\mu^\nu(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= \int d^4x \frac{e^{i(p \cdot x)}}{(2\pi)^4} \langle \mathbf{p}' | {}_s [\theta(t) j_N(x) J_\mu^\nu(0) + \\ &+ \theta(-t) J_\mu^\nu(0) \bar{j}_N(x)] | 0 \rangle u(\mathbf{p})_s. \end{aligned} \quad (7.48)$$

Затем мы можем воспользоваться предположением о том, что собственные состояния оператора энергии-импульса  $P_\mu$  образуют полный набор функций. Это предположение является фундаментальным в теории элементарных частиц, и в дальнейшем мы всюду будем им пользоваться. Суть этого предположения состоит в том, что любой матричный элемент типа  $\langle a | AB | b \rangle$ , где  $\langle a |$  и  $| b \rangle$  — произвольные состояния и  $A$  и  $B$  — любые операторы, можно записать как

$$\langle a | AB | b \rangle = \sum_n \langle a | A | n \rangle \langle n | B | b \rangle. \quad (7.49)$$

(Мы ввели сумму по всем состояниям  $| n \rangle$  оператора  $P_\mu$ .)

Таким образом,

$$\begin{aligned}
 \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= \int d^4x \frac{e^{i(\rho x)}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_n \{ \theta(t) \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(x) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle + \\
 &\quad + \theta(-t) \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | n \rangle \langle n | \bar{j}_N(x) | 0 \rangle \} u(\mathbf{p})_s = \\
 &= \int \frac{d^4x}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ \sum_n \theta(t) e^{i((\rho' - \rho + \rho_n)x)} \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_n \theta(-t) \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | n \rangle \langle n | \bar{j}_N(0) | 0 \rangle e^{i(\rho - \rho_n)x} \right\} u(\mathbf{p})_s. \quad (7.50)
 \end{aligned}$$

Используя хорошо известные тождества

$$\int e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p}) \quad (7.51)$$

и

$$\int_0^{\infty} dt e^{iat} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{i}{\alpha + i\varepsilon} \quad (7.52)$$

и учитывая, что  $dx_4 = idt$ , мы проводим интегрирование по пространственным и временным переменным.

Следовательно (в смысле предельного значения т. е.  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$ ),

ток равен

$$\begin{aligned}
 \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_s &= (2\pi)^{3/2} \sum_n \left\{ \frac{\delta^3(\mathbf{p}_n + \mathbf{p}' - \mathbf{p}) \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle}{E(\mathbf{p}') + E(\mathbf{p}_n) - E(\mathbf{p}) - i\varepsilon} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | n \rangle \langle n | \bar{j}_N(0) | 0 \rangle}{E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}_n) + i\varepsilon} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n) \right\} u(\mathbf{p})_s. \quad (7.53)
 \end{aligned}$$

Эта формула определяет матричный элемент тока для рассеяния электронов в виде суммы по промежуточным состояниям  $|n\rangle$ , которая напоминает ряд теории возмущений. Тем самым мы обосновали метод, которым пользовались раньше, когда, учитывая свойства симметрии  $J_{\mu}^Y(0)$ , с помощью выражения  $\langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle$  выделяли состояния  $\langle n |$ , дающие вклад в рассеяние электронов. Ниже мы используем формулу (7.53) для вычисления мнимых частей формфакторов; сейчас же докажем, что члены этой суммы, содержащие  $\langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | n \rangle$ , не дают вклада в формфакторы. В самом деле, как мы уже показали, мнимые части формфакторов  $F_i$  определяются особенностями тока  $\langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_s$  для  $q^2 < 0$ . Следовательно, сумма по состояниям будет давать вклад в  $\text{Im} F$  лишь в случае, если для некоторых

значений  $q^2 < 0$  она становится сингулярной. Теперь мы покажем, что выражение

$$\sum_n \frac{\langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | n \rangle \langle n | \bar{J}_N(0) | 0 \rangle}{E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}_n) + i\epsilon} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n) u(\mathbf{p}_s) \quad (7.54)$$

не имеет особенностей, т. е. если в нуль обращается знаменатель, то одновременно в нуль обращается и числитель. Знаменатель обращается в нуль, если

$$\begin{aligned} E(\mathbf{p}) &= E(\mathbf{p}_n), \\ \mathbf{p} &= \mathbf{p}_n, \\ p^2 &= p_n^2 = -m^2, \end{aligned} \quad (7.55)$$

это в свою очередь означает, что знаменатель обращается в нуль, если только в выражении (7.54)  $|n\rangle$  является однонуклонным состоянием, поскольку единственное состояние с нуклонной массой есть нуклон. Однако мы только что доказали, что  $\langle \mathbf{p} | \bar{\psi}(x) | 0 \rangle$  удовлетворяет уравнению Дирака для свободной частицы — нуклона с физической массой. Таким образом, для этого состояния

$$\langle \mathbf{p} | {}_s \bar{J}_N(0) | 0 \rangle = 0, \quad (7.56)$$

и поэтому сумма не имеет особенности. Теперь можно возвратиться к выражению

$$\sum_n \left\{ \delta^3(\mathbf{p}_n + \mathbf{p}' - \mathbf{p}) \frac{\langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{J}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle}{E(\mathbf{p}') + E(\mathbf{p}_n) - E(\mathbf{p}) - i\epsilon} \right\}. \quad (7.57)$$

Здесь знаменатель обращается в нуль, если

$$\begin{aligned} E(\mathbf{p}_n) &= E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}'), \\ \mathbf{p}_n &= \mathbf{p} - \mathbf{p}'. \end{aligned} \quad (7.58)$$

Но

$$p' - p = q, \quad (7.59)$$

где  $q$  — четырехмерный переданный импульс при рассеянии электронов. Таким образом, знаменатель обращается в нуль для всех

$$q^2 = p_n^2 - E(\mathbf{p}_n)^2 < 0. \quad (7.60)$$

Отсюда, если только числитель не обращается в нуль для каких-то отдельных значений  $q$ , то сумма является сингулярной для этой области  $q^2$  и, следовательно, в этой области формфакторы будут иметь мнимые части. Заметим, что как раз в области  $q^2 < 0$  нельзя использовать условие инвариантности относительно

но обращения времени. Следовательно, сингулярность этой суммы не противоречит инвариантности теории относительно обращения времени. Действительно, для вычисления мнимых частей формфакторов  $F_i$  мы можем теперь использовать соотношение

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [F(q^2 + i\varepsilon) - F(q^2 - i\varepsilon)] = 2i \operatorname{Im} F(q^2). \quad (7.61)$$

Пренебрегая второй суммой, которая не дает никакого вклада в сингулярность, мы имеем

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_{s+i\varepsilon} &= i\bar{u}(\mathbf{p}') {}_s [\gamma_{\mu} F_1(q^2 + i\varepsilon) + \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} F_2(q^2 + i\varepsilon)] u(\mathbf{p})_s = \\ &= \sum_n (2\pi)^{3/2} \delta^3(\mathbf{p}_n - \mathbf{q} - i\varepsilon) \frac{\langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle u(\mathbf{p})_s}{E(\mathbf{p}_n) - (E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}')) - i\varepsilon} \end{aligned} \quad (7.62)$$

и

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_{s-i\varepsilon} &= i\bar{u}(\mathbf{p}') {}_s [\gamma_{\mu} F_1(q^2 - i\varepsilon) + \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} F_2(q^2 - i\varepsilon)] u(\mathbf{p})_s = \\ &= \sum_n (2\pi)^{3/2} \frac{\delta^3(\mathbf{p}_n - \mathbf{q} + i\varepsilon) \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle u(\mathbf{p})_s}{E(\mathbf{p}_n) - (E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}')) + i\varepsilon}. \end{aligned} \quad (7.63)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [\langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_{s+i\varepsilon} - \langle \mathbf{p}' | {}_s J_{\mu}^Y(0) | \mathbf{p} \rangle_{s-i\varepsilon}] &= \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (2\pi)^{3/2} \sum_n \delta^3(\mathbf{p}_n - \mathbf{q}) \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle u(\mathbf{p})_s \times \\ &\times \left[ \frac{1}{E(\mathbf{p}_n) - (E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}')) - i\varepsilon} - \frac{1}{E(\mathbf{p}_n) - (E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}')) + i\varepsilon} \right]. \end{aligned} \quad (7.64)$$

Мы можем вычислить предел, используя тождество

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{x - i\varepsilon} = P \frac{1}{x} + i\pi \delta(x), \quad (7.65)$$

и получить при этом тождество

$$\begin{aligned} 2i\bar{u}(\mathbf{p}') {}_s [\gamma_{\mu} \operatorname{Im} F_1(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} \operatorname{Im} F_2(q^2)] u(\mathbf{p})_s &= \\ &= (2\pi)^{3/2} \sum_n \delta^4(\mathbf{p}_n - \mathbf{q}) \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | J_{\mu}^Y(0) | 0 \rangle u(\mathbf{p})_s. \end{aligned} \quad (7.66)$$

Теперь можно опять прийти к полюсному приближению<sup>1)</sup>, если выбрать в качестве промежуточного состояния  $|n\rangle$  одно из векторных мезонных состояний. Обозначим это состояние символом

<sup>1)</sup> Ответ на вопрос, что делать с многими другими низкоэнергетическими состояниями, которые входят в эту сумму и, следовательно, в дисперсионный интеграл, читатель найдет в статье [22].

$|\mathbf{v}\rangle_\lambda$ , где  $\lambda$  означает проекцию спина<sup>1)</sup>. Можно произвести общий анализ матричных элементов  $\langle \mathbf{v} |_\lambda J_\mu^Y(0) | 0 \rangle$  и  $\langle \mathbf{p}' |_{s'} \bar{J}_N(0) | \mathbf{v} \rangle_\lambda$ . Таким образом (по  $\lambda$  не суммируем),

$$\langle \mathbf{v} |_\lambda J_\mu^Y(0) | 0 \rangle = \varepsilon_\lambda [\delta_{\lambda\mu} \rho_1(v^2) + v_\mu \rho_2(v^2)]. \quad (7.67)$$

Из закона сохранения тока следует, что

$$(v\varepsilon) \rho_1(v^2) + v^2 \rho_2(v^2) = 0. \quad (7.68)$$

Напомним, что все одночастичные состояния, которые входят в сумму по промежуточным состояниям  $|n\rangle$ , являются «реальными» в том смысле, что мы характеризуем их действительной инвариантной массой покоя соответствующей частицы

$$p^2 = -m^2. \quad (7.69)$$

Следовательно, сумма, рассматриваемая как функция переменной  $q$ , в приближении, в котором мы считаем векторный мезон стабильной частицей и пренебрегаем всеми другими состояниями, будет давать вклад в формфактор лишь при условии  $q^2 = v^2 = -m_V^2$ . Но для реального векторного мезона справедливо условие поперечности

$$(v\varepsilon) = 0. \quad (7.70)$$

Таким образом, из закона сохранения тока в этом случае следует, что<sup>2)</sup>

$$\langle \mathbf{v} |_\lambda J_\mu^Y(0) | 0 \rangle = \varepsilon_\lambda \delta_{\lambda\mu} \rho_1(-m_V^2) \quad (7.71)$$

(по  $\lambda$  не суммируем).

<sup>1)</sup> Состояние  $|\mathbf{v}\rangle_\lambda$  можно построить из вакуумного состояния с помощью той же самой техники, которую мы использовали для построения пионных и нуклонных состояний.

<sup>2)</sup> Заметим, что если оператор электрического заряда  $Q$  дается выражением

$$Q = \int d\mathbf{r} J_0^Y(\mathbf{r}, 0),$$

то

$$0 = \langle \mathbf{v} |_\lambda Q | 0 \rangle = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{v}) \langle \mathbf{v} |_\lambda J_0^Y(0) | 0 \rangle.$$

Это условие совместно с условием поперечности, которое означает, что

$$\frac{\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{v}}{v_0} = \varepsilon_0$$

или что  $\varepsilon_0 = 0$ , если векторный мезон покоится.

Следует отметить, что эта константа  $\rho_1(-m_V^2)$  будет входить в любой электромагнитный процесс типа

$$\bullet \text{ --- } \underline{\gamma} \text{ ---}$$

в котором векторный мезон распадается на один реальный или виртуальный фотон. Следовательно, из таких процессов, как  $V \rightarrow e^+ + e^-$  или  $V \rightarrow u^+ + u^-$ , можно экспериментально определить  $\rho_1(-m_V^2)$  при условии, что рассмотренное взаимодействие является единственным взаимодействием векторного мезона с фотоном. К этим распадам мы возвратимся позднее, когда будем излагать унитарную симметрию и кварковые модели.

В гл. 6 мы видели, что лагранжиан взаимодействия векторных мезонов с нуклонами можно записать как (для простоты мы рассматриваем случай изоскалярного векторного мезона)

$$\mathcal{L}_{VN} = if_1^V \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi V_\mu + f_2^V \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu). \quad (7.72)$$

Это означает, что вклад в ток  $\bar{j}_N(0)$  от векторного мезона будет иметь вид  $if_1^V \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi V_\mu + f_2^V \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu)$ . Следовательно, можно написать

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | {}_s \bar{j}_N(0) | \mathbf{v} \rangle_{\lambda q^2 = -m_V^2} = \\ = i\bar{u}(\mathbf{p}') {}_s [g_1(-m_V^2) \gamma_\lambda + g_2(-m_V^2) \sigma_{\lambda\nu} q_\nu] u(\mathbf{p}) {}_s, q^2 = -m_V^2. \end{aligned} \quad (7.73)$$

Константы  $g$  и  $f$  не обязательно должны совпадать, так как эти частицы участвуют в сильных взаимодействиях, которые изменяют величину констант в матричном элементе. Теперь мы можем сделать вывод, что в рассматриваемом приближении

$$\text{Im } F_i(q^2) = \delta(q^2 + m_V^2) g_i(-m_V^2) f_i(-m_V^2). \quad (7.74)$$

Это выражение входит в дисперсионный интеграл, который для  $q^2 \geq 0$  будет иметь вид либо

$$F(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{\text{Im } F(q'^2) dq'^2}{q'^2 - q^2}, \quad (7.75)$$

либо

$$F(q^2) = F(0) + \frac{q^2}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{\text{Im } F(q'^2)}{(q'^2 - q^2) q'^2} dq'^2. \quad (7.76)$$

Одно лишь векторное мезонное приближение не дает оснований утверждать, есть ли среди этих выражений хотя бы одно правильное. Лишь в рамках подробной динамической теории или с помощью экспериментальных данных можно выяснить этот вопрос. Как отмечено в гл. 6, для больших  $q^2$  формфакторы  $F_i$ , по-видимому, падают как  $1/q^4$ . В дисперсионной теории можно было бы добиться такого поведения формфакторов, если бы существовало два векторных мезона с близлежащими массами, константы связи  $f$  и  $g$  которых были бы приблизительно равны, но противоположны по знаку. В этом случае  $F$  можно было бы представить для  $q^2 > 0$  как

$$F(q^2) \sim \left[ \frac{1}{q^2 + m_V^2} - \frac{1}{q^2 + m_V'^2} \right] = \frac{m_V'^2 - m_V^2}{(q^2 + m_V^2)(q^2 + m_V'^2)}. \quad (7.77)$$

Отсюда видно, что для больших  $q^2$  поведение формфактора не противоречит эксперименту. Существуют два таких родственных изоскалярных мезона  $\omega^0$  и  $\varphi^0$  с массами, соответственно равными 783 и 1020 Мэв, т. е. таким способом можно описать изоскалярные формфакторы, которые уменьшаются с ростом  $q^2$ . Однако аналога изовекторного  $\rho$ -мезона мы не знаем. Следовательно, пока такого мезона нет, наша картина не описывает быстрого падения изовекторных формфакторов. Это не значит, что нарушаются дисперсионные соотношения, а означает лишь, что приближение, в котором они вычислены, является слишком упрощенным. Особенно удивляться этому не следует, так как мы взяли в качестве промежуточных состояний только стабильные векторные мезоны.

В следующей главе мы займемся токами, которые входят в слабые взаимодействия; к векторным же мезонам мы вернемся несколько позже.

## СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ I (ГЛАВНЫМ ОБРАЗОМ ЛЕПТОННЫЕ)

Когда в начале 1930-х годов Ферми предложил первую теоретико-полевую трактовку процесса  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ , т. е. обычного  $\beta$ -распада нейтрона, то для него было естественным скопировать с квантовой электродинамики токовую форму взаимодействия элементарных частиц как единственную известную в то время. Для  $\beta$ -распада ближайшим аналогом нуклонного электромагнитного тока является ток перехода нейтрона в протон с изменением заряда, например

$$V_\mu(x) = i\bar{\psi}_p(x) \gamma_\mu \psi_n(x). \quad (8.1)$$

На самом деле Ферми предполагал, что такой ток описывает нуклонную часть слабого взаимодействия. В то время, конечно, полагали, что в слабых взаимодействиях четность сохраняется, поэтому для того, чтобы построить лоренц-инвариантный, сохраняющий четность лагранжиан, необходимо было умножить  $V_\mu$  на другой соответствующий лоренц-вектор, например  $W_\mu(x)$ . Для полного подобия было бы привлекательно предположить, что  $W_\mu(x)$  является векторным мезонным полем, аналогичным электромагнитному полю  $A_\mu$ . Таким образом,  $\beta$ -распад выглядел бы как электронное рассеяние во втором порядке теории возмущений и описывался бы диаграммой, изображенной на фиг. 34<sup>1)</sup>, с безразмерной<sup>2)</sup> константой связи  $g$ .

Мы предполагаем, что, как и в случае электромагнитного поля, взаимодействие поля  $W$  с лептонами, нуклонами и т. д. характеризуется одной и той же константой связи. Ниже мы подробно обсудим этот вопрос.

<sup>1)</sup> Для простоты мы представили диаграмму для родственного с  $\beta$ -распадом процесса  $n + e^+ \rightarrow p + \bar{\nu}_e$ . Мы различаем нейтрино, связанное с электроном  $\nu_e$ , и нейтрино, связанное с мюоном  $\nu_\mu$ , соответствующими индексами.

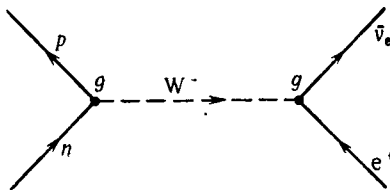
<sup>2)</sup> Заметим, что в системе единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ , каждый ток имеет размерность  $M^3$  ( $M$  — масса). Поле  $W$  имеет размерность  $M$ . Следовательно,  $V_\mu \tilde{W}_\mu$  имеет размерность  $M^4$ , или [энергия/объем], т. е. размерность плотности гамильтониана. Таким образом, константа связи поля  $W$  с токами должна быть безразмерной.



Большинство важнейших свойств  $W$ -мезона можно просто вывести из того факта, что  $W$ -мезон ввели в теорию как промежуточное состояние частиц в слабых взаимодействиях. Перечислим эти свойства.

1. Спин  $W$ -мезон равен 1 (т. е.  $W$  есть векторный мезон).

2. Заряд  $W$ -мезона равен  $\pm e$  ( $e$  — заряд электрона), поскольку  $W$ -мезон является промежуточной частицей как в распаде  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ , так и в реакции  $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$  (так называемый  $K$ -захват), а экспериментально известно, что в этих процессах электрический заряд сохраняется. В литературе были высказаны некоторые соображения<sup>1)</sup> относительно существо-



Фиг. 34.

вания *нейтрального*  $W$ -мезона. Однако оказывается, что введение такого мезона всегда приводит к некоторым трудностям теоретического характера, поскольку если промежуточный мезон взаимодействует с нейтральными лептонными парами, такими, как  $e^+$ ,  $e^-$  или  $\nu$ ,  $\bar{\nu}$ , с нормальной константой связи  $g$ , то отсюда следует существование процессов слабого взаимодействия с излучением нейтральных лептонных пар, которые до сих пор на опыте не обнаружены. По-видимому, нет ни одного явления, которое бы требовало введения нейтральных, слабо взаимодействующих векторных мезонов, и мы о них больше не будем упоминать в этой книге<sup>2)</sup>.

3. Масса  $W$ -мезона должна быть большой. Это следует из того, что спектр электронов  $\beta$ -распада  $N(E)$ , относительное число электронов, испущенных с энергией  $E$ , теоретически очень хорошо описывается одним лишь спектром «фазового объема». Вообще спектр вычисляется с помощью «золотого правила» Ферми для вероятности перехода в единицу времени:

$$W = 2\pi |H_{WK}|^2 \rho_F(E). \quad (8.2)$$

<sup>1)</sup> Высказывавшиеся, конечно, теоретиками.

<sup>2)</sup> Из недавних измерений верхней границы отношения распадов  $K^0$ -мезона с образованием лептонных пар и без образования таковых (см., например, [23]) следует, что если нейтральный  $W$ -мезон существует, то константа связи его с лептонами должна быть порядка максимум  $10^{-4} g$ , где  $g$  — константа связи заряженного  $W$ -мезона с лептонами.

Спектр фазового объема, или «допустимый» спектр, получается просто: мы берем элемент фазового объема<sup>1)</sup>, по существу произведение величин  $d^3\mathbf{p}/(2\pi)^3$  для всех частиц в конечном состоянии, используем закон сохранения энергии-импульса  $\delta^4(n - p - e - \nu)$  и интегрируем по всем переменным, кроме энергии электрона. Если положить массу нейтрино равной нулю, то в приближении, в котором протон является нерелятивистским, спектр электронов дается выражением (мы опускаем постоянный множитель)

$$E_e(E_e^2 - m_e^2)(E_{\text{макс}} - E)^2.$$

Здесь  $E_{\text{макс}}$  — максимально допустимая энергия электрона, которая для  $\beta$ -распада нейтрона равна разности масс нейтрона и протона. Даже без малых поправок, часть из которых мы рассмотрим ниже, этот спектр находится в хорошем согласии с экспериментом. А это означает, что  $|H_{WK}|^2$  должен очень слабо зависеть от энергии. Однако если слабые взаимодействия обусловлены обменом  $W$ -мезоном, то всегда за счет пропагатора  $W$ -мезона появляется энергетическая зависимость в  $|H_{WK}|^2$ . Пропагатор  $W_{\mu\nu}$  можно записать как

$$W_{\mu\nu} = \frac{\delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2}}{q^2 + m_W^2}. \quad (8.3)$$

Здесь  $q^2$  — квадрат четырехмерного импульса, переданного лептонам<sup>2)</sup>. Поэтому в  $|H_{WK}|^2$  возникает дополнительная энергетическая зависимость типа  $1/(q^2 + m_W^2)^2$ , которая не нарушит согласия теории с экспериментом лишь при  $m_W^2 \gg |q^2| \sim m_e^2$ .

4. Условие  $m_W > 0$  означает, что  $W$ -мезон является нестабильной частицей. Он может распадаться по различным каналам, которые зависят от его массы. Мы выпишем только часть возможных распадов  $W$ -мезона на частицы с легкими массами

$$W^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e,$$

$$W^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu,$$

$$W^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^0.$$

Мы не будем пока рассматривать последний распад, а опишем теорию лептонных распадов  $W$ -мезона. Чтобы  $W$ -мезон

<sup>1)</sup> В этом приближении мы предполагаем, что матричный элемент  $|H_{WK}|$  не зависит от энергии.

<sup>2)</sup> В случае  $\beta$ -распада нейтрона в системе покоя нейтрона  $q^2 = -(M_N^2 + M_p^2) + 2M_N E_p < 0$ .

участвовал в реакциях слабого взаимодействия, включающих лептоны, его следует как-то связать с лептонами. Учитывая, что  $W$ -мезон является векторной частицей и что мюонное  $\nu_\mu$  и электронное  $\nu_e$  нейтрино являются двухкомпонентными левовинтовыми частицами с массой, равной нулю<sup>1)</sup>, мы можем записать  $W$ -лептонную связь в виде

$$H_I = g W_\mu L_\mu + \text{Эрм. сопр.}, \quad (8.4)$$

где  $g$  — безразмерная константа, рассмотренная ранее, и  $L_\mu$  — «лептонный ток», который мы записываем как

$$L_\mu(x) = i \left[ \bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_\mu} \right]. \quad (8.5)$$

В (8.4) мы добавили эрмитово сопряженное выражение, поскольку в случае различных частиц  $a$  и  $b$  члены типа  $i \bar{\psi}_a \gamma_\mu \psi_b$  не являются эрмитовыми. Этот ток отражает несколько особенностей слабого взаимодействия. Во-первых, очевидно, что  $L_\mu$  в том виде, как он записан, не является чистым вектором, а представляет собой смесь равных частей вектора и аксиального вектора. Это означает, что независимо от того, как определена четность  $W$ -мезона и как выбраны относительные четности лептонов и нейтрино<sup>2)</sup>,  $H_I$  все равно не будет скаляром. Итак, гамильтониан  $H_I$  не сохраняет четности, что, конечно, отвечает хорошо известным теперь экспериментальным результатам. Записав ток пропорциональным величине  $(1 + \gamma_5)$ , мы тем самым подчеркнули тот факт, что имеется «максимальное» несохранение четности. Иногда в таких случаях говорят, что нейтрино являются двухкомпонентными левовинтовыми объектами. Если  $\psi_\nu(x)$  есть четырехкомпонентный спинор, соответствующий частице с массой, равной нулю, то<sup>3)</sup> спинор  $(1 + \gamma_5) \psi_\nu = \psi'_\nu$  удов-

1) Экспериментально известно, что  $m_{\nu_e} < 200 \text{ эв}$  и  $m_{\nu_\mu} < 3,5 \text{ Мэв}$ . Поскольку, полагая массы обоих нейтрино равными нулю, мы не приходим к противоречию с экспериментальными данными и так как это приводит в дальнейшем к простому теоретическому описанию, мы и будем рассматривать этот случай.

2) Мы условимся считать, что эти относительные четности являются положительными, так что члены, пропорциональные  $\gamma_\mu$ , преобразуются как вектор, а член, пропорциональный  $\gamma_\mu \gamma_5$ , — как псевдовектор.

3) В нашем представлении  $\gamma$ -матриц

$$(1 + \gamma_5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

летворяет условию

$$\gamma_5 \psi'_\nu = \psi'_\nu. \quad (8.6)$$

Из тождества

$$i\gamma_4\gamma_5\gamma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (8.7)$$

и уравнения Дирака для  $\psi'_\nu$

$$i(\gamma\nu)\psi'_\nu = 0 \quad (8.8)$$

сразу видно, что

$$\sigma \cdot \hat{\nu}\psi'_\nu = -\psi'_\nu, \quad (8.9)$$

т. е. нейтрино, описываемое функцией  $\psi'_\nu$ , имеет отрицательную «спиральность», или является левым винтом.

Во-вторых, по построению ток  $L_\mu(x)$  обладает также «мюон-электронной» симметрией. Эта симметрия означает, что лагранжиан слабого взаимодействия должен быть инвариантным относительно преобразования

$$\begin{aligned} \psi_\mu &\leftrightarrow \psi_e, \\ m_\mu &\leftrightarrow m_e, \\ \psi_{\nu_\mu} &\leftrightarrow \psi_{\nu_e}. \end{aligned} \quad (8.10)$$

Очевидно, что эта симметрия имеет отношение к свободному лептонному лагранжиану

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & - [\bar{\psi}_\mu (\partial_\mu \psi_\mu + m_\mu) \psi_\mu + \bar{\psi}_e (\partial_\mu \psi_\mu + m_e) \psi_e + \\ & + \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\mu \partial_\mu \psi_{\nu_\mu} + \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu \partial_\mu \psi_{\nu_e}], \end{aligned} \quad (8.11)$$

а также и к выражению  $L_\mu W_\mu$  при условии, что одна и та же константа  $g$  характеризует связь  $W$ -мезона с электронным и мюонным токами. Выводы из этой симметрии являются особенно строгими в отношении распадов типа

$$\begin{aligned} a &\rightarrow \mu + \nu_\mu, \\ a &\rightarrow e + \nu_e. \end{aligned}$$

Симметрия требует, чтобы формулы для вероятностей распада этих процессов переходили друг в друга в результате простой замены  $m_e \rightleftharpoons m_\mu$ . Существует превосходное доказательство такого утверждения, и мы вернемся к нему позднее, когда будем изучать лептонные распады  $\pi$ -мезона. С помощью лептонного лагранжиана можно элементарно вычислить вероятность

распада  $W \rightarrow l + \nu_e$ . Если пренебречь массами лептонов, то для вероятности распада получим формулу

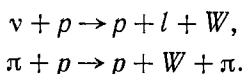
$$R_{W \rightarrow l + \nu} = \frac{g^2 m_W}{6\pi}. \quad (8.12)$$

Мы кратко обсудим, как экспериментально из  $\beta$ -распада и других процессов слабого взаимодействия определяется  $g^2$ . Через массу  $W$ -мезона константа связи  $g^2$  дается формулой

$$g^2 \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{m_W}{m_p} \right)^2 \cdot 10^{-5}. \quad (8.13)$$

(Позднее станет ясно, откуда появляются в этой формуле разные множители.)

Было проделано много опытов с целью найти  $W$ -мезон в таких реакциях, как



Ни одного  $W$ -мезона в этих опытах не обнаружили. Отсюда сделали вывод, что если  $W$ -мезон существует, то масса его должна быть слишком велика, и для того, чтобы его получить в таких реакциях, нужно использовать высокоэнергетические пучки падающих частиц, которые в настоящее время ограничены мощностью ускорителей. Например, протонные ускорители генерируют протоны с энергией 30 Гэв<sup>1</sup>). В частности, из опытов, проведенных в ЦЕРНе и Брукхейвене с нейтринными пучками, энергия которых была порядка нескольких Гэв, можно заключить, что если  $W$ -мезон существует, то

$$m_W > 2 \text{ Гэв}, \quad (8.14)$$

и скорее всего даже больше.

Следовательно, из выражений (8.12) и (8.13) мы должны получить

$$R_{W \rightarrow l + \nu} > 5 \cdot 10^{18} \text{ сек}^{-1}. \quad (8.15)$$

Другими словами, даже если  $W$ -мезон участвует только в слабых и электромагнитных взаимодействиях, то тем не менее он является чрезвычайно нестабильным, так как имеется громадный фазовый объем для допустимых каналов распада.

<sup>1</sup>) Серпуховской ускоритель ускоряет протоны до энергии 76 Гэв. — Прим. перев.

Из формы лептонного лагранжиана слабого взаимодействия легко видеть, что он является инвариантным как по отношению к преобразованиям

$$\begin{aligned} W_\mu &\rightarrow W_\mu, \\ \psi_e &\rightarrow e^{i\Lambda} \psi_e, \\ \psi_{\nu_e} &\rightarrow e^{i\Lambda} \psi_{\nu_e}, \end{aligned} \quad (8.16)$$

так и к преобразованиям

$$\begin{aligned} W_\mu &\rightarrow W_\mu, \\ \psi_\mu &\rightarrow e^{i\Lambda} \psi_\mu, \\ \psi_{\nu_\mu} &\rightarrow e^{i\Lambda} \psi_{\nu_\mu}, \end{aligned} \quad (8.17)$$

где  $\Lambda$  — произвольное действительное число. Поэтому, используя результаты гл. 2, можно сделать заключение, что этот лагранжиан допускает два отдельно сохраняющихся тока<sup>1)</sup>

$$j_\mu^e = i\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e + i\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu \psi_{\nu_e} \quad (8.18)$$

и

$$j_\mu^\mu = i\bar{\psi}_\mu \gamma_\mu \psi_\mu + i\bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\mu \psi_{\nu_\mu}. \quad (8.19)$$

Следовательно, существуют два относящихся к этим токам сохраняющихся «заряда», которые являются лоренц-скалярами и которые можно назвать мюонным и электронным числами:

$$N_\mu = n_{\mu^-} + n_{\nu_\mu} - n_{\mu^+} - n_{\bar{\nu}_\mu} \quad (8.20)$$

и

$$N_e = n_{e^-} + n_{\nu_e} - n_{e^+} - n_{\bar{\nu}_e}. \quad (8.21)$$

До тех пор пока полный лагранжиан инвариантен относительно только что написанных калибровочных преобразований, числа  $N_\mu$  и  $N_e$  будут абсолютно сохраняющимися величинами<sup>2)</sup>. А это означает, например, что без испускания по крайней мере одного мюонного нейтрино мюон никогда не сможет перейти в электрон. Так как  $N_\mu$  и  $N_e$  содержат только лептонные поля, то, используя результаты гл. 2 и 3, а именно применяя, когда это нужно, одновременные коммутаторы, мы получаем

$$N_\mu |a\rangle = N_e |a\rangle = 0, \quad (8.22)$$

<sup>1)</sup> Если бы существовал нейтральный  $W$ -мезон, то, вероятнее всего, он бы и взаимодействовал с этими токами.

<sup>2)</sup> Насколько известно, лептоны участвуют только в слабых и электромагнитных взаимодействиях. Легко видеть, что при электромагнитных взаимодействиях, поскольку они являются диагональными по лептонным полям, лептонные числа сохраняются.

где  $|a\rangle$  — любое состояние, не содержащее лептонов. Наряду с законом сохранения мюонного и электронного чисел (табл. 2)

Таблица 2

Лептоны	Лептонное число	Лептоны	Лептонное число
$e^+$	-1	$\mu^+$	-1
$e^-$	+1	$\mu^-$	+1
$\nu_e$	+1	$\nu_\mu$	+1
$\bar{\nu}_e$	-1	$\bar{\nu}_\mu$	-1

это приводит к некоторым правилам отбора, которые были проверены с чрезвычайно высокой степенью точности.

Наряду с «разрешенным» и хорошо изученным распадом<sup>1)</sup>

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

укажем экспериментальные ограничения<sup>2)</sup> на родственные с ним распады, которые могли бы нарушать закон сохранения лептонного числа:

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \gamma < 2 \cdot 10^{-8},$$

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + e^+ + e^- < 1,5 \cdot 10^{-7},$$

$$\mu^- + Z \rightarrow e^- + Z < 2,5 \cdot 10^{-7}.$$

(Последняя реакция, превращение мюона в электрон в кулоновском поле ядра с зарядом  $Z$ , является воображаемой, а не наблюдаемой.) Кроме того, были проведены эксперименты (заметим, что измерение спиральностей заряженных лептонов позволяет сделать заключение о спиральности ненаблюдаемого нейтрино), которые убедительно показали, что пион распадается по схеме

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

а не по схеме

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$$

и что происходит распад

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

<sup>1)</sup> Закон сохранения лептонного заряда в этой реакции означает, что вместе с электроном будет испускаться правополяризованное электронное антинейтрино и левополяризованное мюонное нейтрино.

<sup>2)</sup> Эти числа взяты из статьи [24], в которой имеются ссылки на экспериментальные работы.

а не распад

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Опыты с мюонными нейтрино высоких энергий, полученными в результате распада высокоэнергетических пионов

$$\pi^+ \rightarrow \nu_\mu + \mu^+,$$

показали, что реакция

$$\nu_\mu + n \rightarrow p + e^-$$

отсутствует. По-видимому, доказательство того, что мюонное и электронное числа сохраняются отдельно, является чрезвычайно строгим<sup>1)</sup>.

Рассмотрев с такой точки зрения слабые взаимодействия, мы не приписали  $W$ -мезону квантовых чисел, характерных для сильного взаимодействия, таких, например, как четность и изотопический спин. Действительно, это приписывание является по существу произвольным и не имеет никакого физического содержания. Чтобы понять эту точку зрения, обратимся к электромагнитному полю. Как мы уже видели, когда электромагнитное поле вводится в лагранжиан сильного взаимодействия, нарушается  $SU_2$ -симметрия, или изоспиновая симметрия. В присутствии электромагнитного поля ни одна частица, включая фотон, не имеет определенного изотопического спина.

Поскольку константа электромагнитного взаимодействия мала, то при рассмотрении электромагнитных переходов между собственными состояниями операторов, характеризующих сильное взаимодействие, а следовательно, между состояниями с определенным изотопическим спином, можно учитывать электромагнитное поле по теории возмущений. При электромагнитных переходах изотопический спин состояний либо вообще не меняется, либо меняется на единицу.

Таким образом, в этом приближении можно сказать, что фотон является смесью изоскалярной и изовекторной частиц. В случае  $W$ -мезона дело обстоит гораздо сложнее. Если масса протона и нейтрона одна и та же, то распад  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  вообще запрещен. Однако, по всей вероятности, разность масс имеет электромагнитное происхождение. В самом деле, вся философия изотопического спина построена на том, что в отсутствие электромагнитного поля разности масс в изотопических мультиплетах исчезают. Следовательно, строго говоря, в отсутствие электромагнитного поля не было бы никаких распадов за счет слабого взаимодействия среди компонент изотопического

<sup>1)</sup> Наиболее полный обзор всех современных данных по слабым взаимодействиям см. в [25].



мультиплета. Тем не менее чрезвычайно полезно приближение, в котором мы пренебрегаем разностью масс в *матричных элементах* распадов, а учитываем ее лишь в фазовом объеме. Это означает, что в таком приближении распад  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  можно рассматривать как переход, в котором 3-компонента изоспина увеличивается на единицу<sup>1)</sup>. Другими словами, изотопический спин  $W$ -мезона равен единице.

Аналогичное положение возникает, когда мы пытаемся определить четность  $W$ -мезона. Насколько известно,  $W$ -мезон участвует лишь в слабых и электромагнитных взаимодействиях. Четность в слабых взаимодействиях не сохраняется. Следовательно, мы никогда не сможем определить четность  $W$ -мезона в любом процессе слабого взаимодействия, в частности в любом распаде  $W$ -мезона. Однако оказывается, что в электромагнитных взаимодействиях четность сохраняется и, следовательно, мы могли бы думать, что с помощью этих взаимодействий возможно определить четность  $W$ -мезона относительно четности электромагнитного поля. (Следует отметить, что четность  $\pi^0$ -мезона можно определить из распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ , измеряя корреляции между линейными поляризациями фотонов, которые должны быть перпендикулярными, если  $\pi^0$ -мезон является псевдоскалярной частицей и если в этом распаде, происходящем за счет электромагнитных и сильных взаимодействий, четность сохраняется.) Однако этот метод также не проходит, если мы рассматриваем взаимодействие  $W$ -мезона с фотоном в форме «минимального электромагнитного взаимодействия», поскольку в этом случае  $W$ -мезонный ток представляет собой *билинейную* комбинацию поля  $W$  типа  $W^\dagger \partial_\mu W$  и поэтому при определении четности тока внутренняя четность  $W$ -мезона не играет никакой роли. Следовательно, называть  $W$ -мезон векторным или псевдовекторным мезоном можно лишь чисто условно.

В слабых взаимодействиях не только нарушается  $P$ -четность, но также нарушается закон сохранения  $C$ , операции зарядового сопряжения, и  $T$ , операции обращения времени<sup>2)</sup>.

Возникает вопрос: как в мире, в котором операция  $C$ , сопряжение частицы — античастицы, не сохраняется, следует опреде-

<sup>1)</sup> Нет смысла приписывать лептонам изотопический спин, поскольку они участвуют только во взаимодействиях, в которых изотопический спин не сохраняется.

<sup>2)</sup> Нарушение  $T$ -инвариантности было открыто в 1964 г. (см [26]) в распаде нейтрального  $K$ -мезона. В книге эти распады мы обсудим позднее. Чем вызвано это нарушение: новым ли слабым взаимодействием или еще чем-либо, в момент написания книги не было известно. Однако нет никаких сомнений в том, что полный гамильтониан Вселенной не коммутирует с оператором  $T$ .

лять античастицы, такие, например, как анти- $W$ -мезон. В действительности возникает более глубокий вопрос: что означает оператор  $C$  в теории, в которой он не сохраняется? Не рассматривая слабые взаимодействия, можно сказать, что исторически оператор  $C$  имел два совершенно разных значения. Для сильно взаимодействующих частиц эта операция означала переход от частиц к античастицам. Причем к «античастицам» здесь относятся вырожденные по массе состояния, которые неизбежно возникают в любой лоренц-инвариантной теории поля при использовании операции эрмитового сопряжения компонент в фурье-разложении полей. Такой переход от частицы к античастице можно назвать  $C_{ST}$ . С другой стороны, операция зарядового сопряжения также означает замену знака в электрических токах и зарядах. Этот переход мы можем назвать  $C_Y$ . Инвариантность сильных и электромагнитных взаимодействий относительно зарядового сопряжения можно выразить в форме следующих утверждений:

$$C_{ST} = C_Y = C \quad (8.23)$$

и

$$[C, H_0 + H_{ST} + H_{em}]_- = 0. \quad (8.24)$$

Другими словами, в теории, в которой взаимодействие  $H_{ST} + H_{em}$  не нарушает закона сохранения  $C$ , операция перехода от частицы к античастице и операция изменения знака у электромагнитных величин тождественны.

Если бы единственными взаимодействиями были слабые взаимодействия, то нам ничто не мешало бы определить оператор слабого зарядового сопряжения <sup>1)</sup>  $C_{WK}$ , удовлетворяющий условию

$$[C_{WK}, H_{WK}]_- = 0. \quad (8.25)$$

Тот факт, что гамильтониан Вселенной не инвариантен относительно операции зарядового сопряжения, можно выразить с помощью утверждения, что невозможно дать *ни* одного определения  $C_{WK}$ , такого, что

$$[C_{WK}, H]_- = 0 \quad (8.26)$$

и

$$C_{WK} = C. \quad (8.27)$$

(Ряд подобных замечаний можно сделать относительно  $P_{WK}$  и  $T_{WK}$ <sup>2)</sup>.)

<sup>1)</sup> Более систематическое описание этой точки зрения читатель найдет в докладе Ли [27].

<sup>2)</sup> В своем докладе Ли [27] приводит конкретный пример того, каким образом нарушение закона сохранения четности можно связать с различными определениями четности, обусловленными различными взаимодействиями.

Однако экспериментально известно с очень высокой степенью точности<sup>1)</sup>, что хотя  $C_{WK} \neq C$ ,  $P_{WK} \neq P$ ,  $T_{WK} \neq T$ , но тем не менее

$$C_{WK}P_{WK}T_{WK} = CPT \quad (8.28)$$

и

$$[CPT, H]_- = 0, \quad (8.29)$$

где  $H$  — гамильтониан Вселенной. В действительности<sup>2)</sup> нельзя построить локальную лоренц-инвариантную теорию поля, которая не инвариантна относительно  $CPT$ -преобразования. Оказывается, что  $CPT$ -инвариантность почти так же надежно обоснована экспериментально и теоретически, как лоренц-инвариантность. В связи с этим естественно определить античастичное состояние по отношению к состоянию  $|a\rangle$  как

$$|\bar{a}\rangle = CPT|a\rangle. \quad (8.30)$$

Если  $|a\rangle$  представляет собой стабильное одночастичное состояние, которое является собственным состоянием оператора  $H$  с

ми. Мы видим, что в присутствии электромагнитного поля заряженные пионы распадаются на мюоны и нейтрино по следующей схеме:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

(В дальнейшем эти наблюдаемые на опыте распады необходимо рассмотреть подробно.) Экспериментально известно, что нейтрино (антинейтрино), возникающие в таких распадах, являются левополяризованными (правополяризованными), а также известно, что эти процессы идут с нарушением четности, так как спиральность нейтрино является псевдоскалярной величиной, которая в случае сохранения четности обратилась бы в нуль. Однако в отсутствие электрического поля нам ничто не мешало бы взять в качестве «реальных» пионных состояний состояния

$$\Phi_1 = \frac{\pi^+ + \pi^-}{\sqrt{2}},$$

$$\Phi_2 = \frac{\pi^+ - \pi^-}{i\sqrt{2}}.$$

Продукты распада этих состояний содержат одинаковое количество левополяризованных и правополяризованных нейтрино, поэтому с точки зрения выбора этих состояний казалось бы, что в указанных распадах четность сохраняется. Без включения электрического поля, которое позволяет нам рассматривать распадающиеся состояния как собственные состояния оператора электрического заряда, мы никогда не могли бы сказать, сохраняется ли четность.

В распадах состояний (собственных состояний заряда) закон сохранения четности нарушается.

<sup>1)</sup> Ниже, а также в гл. 15 мы кратко рассмотрим, почему это происходит.

<sup>2)</sup> См., например, [28].

собственным значением  $E(\mathbf{a}) = \sqrt{m_a^2 + \mathbf{a}^2}$ , то из  $CPT$ -инвариантности оператора  $H$ , если мы положим  $\mathbf{a} = 0$ , следует, что

$$m_a = \langle 0 | {}_a H | 0 \rangle_a = \langle 0 | {}_{\bar{a}} H | 0 \rangle_{\bar{a}} = m_a. \quad (8.31)$$

Достоверность этого соотношения была проверена экспериментально<sup>1)</sup>.

Большинство частиц в природе, конечно, является нестабильным. Поскольку распады этих частиц можно вычислять по теории возмущений, выбирая в качестве невозмущенных состояний собственные состояния оператора  $H_{ST}$  и рассматривая  $H_{WK}$  как возмущение, которое следует вычислять в наинизшем порядке, то из условий

$$CPT = C_{WK} P_{WK} T_{WK} \quad (8.32)$$

и

$$[H_{WK}, C_{WK} P_{WK} T_{WK}]_- = 0 \quad (8.33)$$

следует, что

$$|\langle a | H_{WK} | b \rangle|^2 = |\langle \bar{a} | H_{WK} | \bar{b} \rangle|^2. \quad (8.34)$$

Другими словами, времена жизни (или вероятности перехода), вычисленные по теории возмущений, для частицы и античастицы одинаковы. С высокой степенью точности это утверждение было также экспериментально проверено для мезонных пар  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ;  $\mu^+$ ,  $\mu^-$ ). Если мы считаем  $W_\mu^-$  полем частицы, то  $W_\mu^+$ , поле анти- $W^-$ -частицы, определяется как

$$W_\mu^+ = CPT W_\mu^- (CPT)^{-1}. \quad (8.35)$$

Это определение не теряет смысла, даже если  $W$ -мезон участвует во взаимодействиях, в которых нарушается  $C$ .

Как мы уже отмечали, в  $W$ -мезонной теории распад  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$  описывается диаграммой второго порядка теории возмущений, которой по предположению соответствует (в рамках  $\mu$ ,  $e$ -универсальности) матричный элемент

$$g^2 \langle \nu_\mu | L_\alpha(0) | \mu^- \rangle W_{\alpha\beta}(q^2) \langle 0 | L_\beta(0) | e^- \bar{\nu}_e \rangle, \quad (8.36)$$

где

$$q^2 = (p_\mu - p_{\nu_\mu})^2 \quad (8.37)$$

<sup>1)</sup> Лучше всего проверять его в  $\bar{K}^0$ ,  $K^0$ -системе. Подробно эту систему мы рассмотрим в гл. 15.

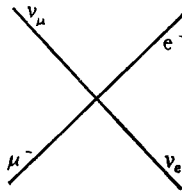
<sup>2)</sup> Из экспериментальных данных, приведенных в обзоре Ли и Ву [25], для отношения времен жизни мезонов имеем

$$\frac{\tau(\mu^+)}{\tau(\mu^-)} = 1,000 \pm 0,001 \quad \text{и} \quad \frac{\tau(\pi^+)}{\tau(\pi^-)} = 1,00 \pm 0,08.$$

и  $W_{\alpha\beta}$  — пропагатор  $W$ -мезона [см. (8.3)]. Если мы рассматриваем взаимодействие  $W$ -мезона с токами в наинизшем порядке по константе связи  $g$  и если допускаем, что  $(m_W/q)^2 \gg 1$ , то выражение (8.36) можно записать просто как

$$\frac{g^2}{m_W^2} (\bar{u}(\nu_\mu) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(\mu^-)) (\bar{u}(e^-) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(\bar{\nu}_e)). \quad (8.38)$$

Точно такой же матричный элемент появился бы в «локальной» теории четырехфермионного взаимодействия (фиг. 35), в которой лептонные токи взаимодействуют непосредственно друг с другом в единственной пространственно-временной точке, с



Фиг. 35.

эффективной константой связи  $G$ , которая по историческим причинам [29] определяется как

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{m_W^2}. \quad (8.39)$$

В самом деле, если нам угодно, то для экспериментально известных процессов слабого взаимодействия мы всегда можем заменить теорию с  $W$ -мезоном на теорию, в которой слабое взаимодействие записывается в виде произведения двух токов.

Казалось бы, что стоит лишь учесть экспериментальные значения массы и времени жизни мюона, равные соответственно

$$m_\mu = (206,788 \pm 0,003) m_e$$

и

$$\tau_\mu = (2,198 \pm 0,001) \cdot 10^{-6} \text{ сек},$$

как непосредственно из опыта можно определить величину  $G$ . Действительно, пренебрегая массой электрона и используя матричный элемент (8.38) и стандартную технику вычисления

вероятности распада <sup>1)</sup>, мы находим, что вероятность распада  $1/\tau_\mu$  равна <sup>2)</sup>

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3}. \quad (8.40)$$

Используя эту формулу и подставляя в нее экспериментальные значения массы и времени жизни, находим

$$G = (1,4320 \pm 0,0011) \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \approx \frac{10^{-5}}{m_p^2}. \quad (8.41)$$

Мы ввели массу протона, чтобы величина  $Gm_p^2$  имела простой вид и ее можно было легко запомнить. Мы видим, что, зная  $G$ , нельзя определить  $g^2$ , так как  $m_W$  еще не известна. И так,  $g$  могла бы быть очень большой величиной, если бы масса  $m_W$  была достаточно большой. Если бы ради шутки мы взяли  $g^2 = e^2$  ( $e$  — электрический заряд), то  $m_W \approx 30 m_p$ . Если бы масса  $W$ -мезона была такой величины, то это могло бы означать, что слабые и электромагнитные взаимодействия связаны между собой. (Между этими взаимодействиями существует другая очевидная связь, которую мы вскоре обсудим.)

Однако указанный выше способ определения  $G$  не проходит, поскольку в распадах, включающих электрически заряженные частицы, необходимо учитывать электромагнитные радиационные поправки, которые изменяют величину времени жизни и спектры распадов. Для мюонного распада (в локальной теории) эти поправки главным образом даются диаграммами, изображенными на фиг. 36.

С помощью диаграммы типа фиг. 36, а мы учитываем стандартную радиационную поправку, возникающую за счет обмена виртуальными фотонами; другие диаграммы типа фиг. 36, б и в учитывают радиационное излучение реальных фотонов (*тормозное излучение*), которое невозможно отделить от нерadiационного

<sup>1)</sup> Наиболее полно техника вычисления представлена в гл. 14 книги Челлена [30].

<sup>2)</sup> Спектр электронов в единицах  $2 |p_e|/m_\mu = x$  при  $m_e = 0$  дается выражением

$$I(x) = \frac{m_\mu^5}{16\pi^3} G^2 \left[ 1 - x + \frac{2}{3} \rho \left( \frac{4}{3} x - 1 \right) \right].$$

Величина  $\rho$ , называемая параметром Мишеля, в теории двухкомпонентного нейтрино точно равна  $3/4$ . Согласно Ли и Ву [25], наиболее точное экспериментальное значение  $\rho$  равно

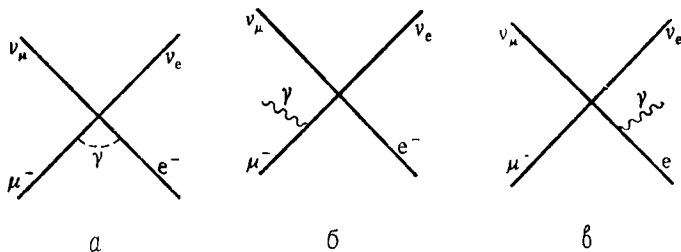
$$\rho_{\text{эксп}} = 0,747 \pm 0,005,$$

что находится в хорошем согласии с предсказаниями теории двухкомпонентного нейтрино.

процесса распада  $\mu$ -мезона в инфракрасной области. Вычислив эти диаграммы<sup>1)</sup>, мы получим для времени жизни  $\tau_\mu$  с учетом радиационных поправок формулу

$$\tau_\mu = \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \left[ 1 - \frac{\alpha}{4\pi} \left( \pi^2 - \frac{25}{4} \right) \right], \quad (8.42)$$

где  $G$ , как и прежде, — константа связи слабого взаимодействия. Поэтому  $G$ , определенная из этой формулы, будет несколько больше, чем прежде.



Ф и г. 36.

В самом деле, подставляя в формулу (8.42) экспериментальное значение времени жизни, мы находим величину  $G$ , которая оказывается равной [25]

$$G = (1,4350 \pm 0,0011) \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3.$$

Если бы мы могли экспериментально изучать другие чисто лептонные процессы, такие, как

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-,$$

то для определения их вероятностей и поперечных сечений мы должны были бы использовать эту константу связи ( $G^2$ ).

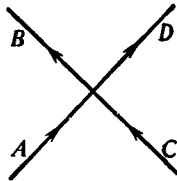
В следующей главе мы рассмотрим, как необходимо изменить теорию слабых взаимодействий, чтобы включить слабые взаимодействия сильно взаимодействующих частиц, таких, как пионы и нуклоны.

<sup>1)</sup> См., например, [31].

<sup>2)</sup> Используя экспериментальное значение  $G$ , можно показать, например, что поперечное сечение рассеяния нейтрино на электроне при энергии нейтрино 5 Мэв приблизительно равно  $8 \cdot 10^{-44} \text{ см}^2$ .

## СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ II (НУКЛОНЫ)

В предыдущей главе мы видели, что в пределе, когда масса  $W$ -мезона становится большой, т. е. «большой» по сравнению с инвариантным переданным импульсом  $q^2$ , которым обмениваются между собой пары частиц  $A, B$ , и  $C, D$  в процессе слабого взаимодействия типа представленного на фиг. 37, то эффек-



Ф и г. 37.

тивный гамильтониан этого взаимодействия  $H_{WK}$  можно записать как произведение двух токов (например,  $J_\mu$  и  $J'_\mu$ )

$$H_{WK} = \frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu J'^\mu + \text{Эрм. сопр.} \quad (9.1)$$

Простейший вид <sup>1)</sup> гамильтониан  $H_{WK}$  имеет в случае  $J'_\mu = J_\mu$ .

<sup>1)</sup> См. работу Фейнмана и Гелл-Манна [29]. История  $V-A$ -теории, в которой слабые взаимодействия описываются с помощью только векторных и аксиально-векторных токов, очень интересна. Как упоминалось ранее, Ферми впервые написал лагранжиан  $\beta$ -распада в виде произведения двух векторных токов. Однако эта модель продержалась лишь до начала 1950-х годов, когда оказалось, что для объяснения некоторых экспериментов по  $\beta$ -распаду, а именно экспериментов по измерению электрон-нейтринной угловой корреляции при  $\beta$ -распаде  $Ne^8$ , потребовались скалярный и тензорный варианты взаимодействия. К 1957 г. наблюдался почти полный хаос, так как оказалось, что для объяснения некоторых экспериментов требуются  $S$ - и  $T$ -варианты взаимодействия, а для объяснения других экспериментов —  $V$ - и  $A$ -варианты взаимодействия. В 1957 г. Маршак и Сударшан [32], исходя из соображений симметрии, а именно из идеи, что имеет место «максимальное» несохранение четности, которое можно было бы отразить в лагранжиане взаимодействия с помощью множителя  $\gamma_\mu (1 + \gamma_5)$ , предположили, что, несмотря на противоречие с экспериментом,  $(V-A)$ -теория правильна. Действительно, когда эксперименты были проделаны заново, то оказалось, что все их результаты согласуются с  $(V-A)$ -теорией, о которой следует ска-



Таким образом, нам следует написать <sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned} J_\mu^* &= J_\mu^\dagger, & \mu &= 1, 2, 3; \\ J_\mu^* &= -J_\mu^\dagger, & \mu &= 4; \\ H_{WK} &= \frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu J_\mu^* + \text{Эрм. сопр.} \end{aligned} \quad (9.2)$$

Единственная часть тока  $J_\mu$ , которую мы пока подробно рассмотрели, является лептонным током. Его можно записать таким образом, как это сделано в предыдущей главе, а именно

$$\begin{aligned} L_\mu &= 2i \left[ \bar{\psi}_e \gamma_\mu \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_\mu \gamma_\mu \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \psi_{\nu_\mu} \right] = \\ &= 2i \left[ \bar{\psi}_e \gamma_\mu a_+ \psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_\mu \gamma_\mu a_+ \psi_{\nu_\mu} \right]. \end{aligned} \quad (9.3)$$

Величины

$$a_\pm = \frac{(1 \pm \gamma_5)}{2} \quad (9.4)$$

суть ортогональные «проекторные операторы», т. е.

$$\begin{aligned} a_+^2 &= a_-^2 = 1, \\ a_+ a_- &= a_- a_+ = 0. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Из гамильтониана  $H_{WK}$  в форме «ток  $\times$  ток» следует, что одна и та же константа связи  $G$  входит как в «диагональные» выражения типа

$$(\bar{\psi}_a \gamma_\mu a_+ \psi_b) (\bar{\psi}_a \gamma_\mu a_+ \psi_b), \quad (9.6)$$

которые возникают в гамильтониане, если расписать произведение токов, так и в «недиагональные» выражения, включающие произведение членов, содержащих функции различных частиц. Кроме того, в двухкомпонентной теории существует другая особая симметрия, которую можно записать в виде тождества (так называемое соотношение Фирца)

$$(\bar{\psi}_a \gamma_\mu a_+ \psi_b) (\bar{\psi}_c \gamma_\mu a_+ \psi_d) = (\bar{\psi}_c \gamma_\mu a_+ \psi_b) (\bar{\psi}_a \gamma_\mu a_+ \psi_d), \quad (9.7)$$

где  $a, b, c, d$  — четыре различные спинорные частицы. Отсюда, например, следует, что

$$(\bar{\psi}_e \gamma_\mu a_+ \psi_{\nu_e}) (\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu a_+ \psi_e) = (\bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu a_+ \psi_{\nu_e}) (\bar{\psi}_e \gamma_\mu a_+ \psi_e). \quad (9.8)$$

зать, что, создавая ее, авторы делали все, что было в их силах, чтобы  $(V-A)$ -теория слабого взаимодействия была похожа на электродинамику. Затем Фейнман и Гелл-Манн [29] предположили, что  $V$ -ток тождествен изовекторной части электромагнитного тока. Когда мы упоминаем в этой книге «теорию Фейнмана — Гелл-Маниа», мы имеем в виду частный случай  $(V-A)$ -теории, в которой  $V$ -ток записывается в таком специальном виде.

<sup>1)</sup> Причины того, почему в (9.2) мы должны использовать  $J_\mu^*$ , а не  $J_\mu^\dagger$ , мы обсудим в гл. 12.

А это означает, что важный в астрофизике<sup>1)</sup> процесс слабого взаимодействия  $e^+ + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + \nu_e$  в этой теории описывается тем же самым гамильтонианом с той же самой константой связи, что и процесс  $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ .

В этой теории обычный  $\beta$ -распад нейтрона  $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$  будет описываться взаимодействием типа

$$\frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu L_\mu^*, \quad (9.9)$$

где  $L_\mu$  — электронная часть лептонного тока и  $J_\mu$  — нелептонный<sup>2)</sup> оператор тока, который имеет матричный элемент первого порядка между нейтронным и протонным состояниями. При определении структуры  $J_\mu$  мы встретимся с новыми особенностями  $\beta$ -распада.

Можно сделать несколько замечаний относительно общего вида тока  $J_\mu$ .

1. Все известные процессы слабого взаимодействия не противоречат описанию, в котором *изменение* электрического заряда  $\Delta Q$  некоторого начального одночастичного состояния, обусловленное действием на него оператора  $J_\mu$ , в единицах  $e$  равно  $\Delta Q = 1$ . Другими словами, оператор  $J_\mu$ , взятый между одночастичными состояниями сильно взаимодействующих частиц, имеет отличный от нуля матричный элемент первого порядка лишь в случае, когда заряды конечного и начального состояний отличаются на единицу. Например, этому свойству оператора  $J_\mu$  удовлетворяют матричные элементы  $\langle P | J_\mu(0) | N \rangle$  и  $\langle 0 | J_\mu | \pi^- \rangle$ , которые описывают  $\beta$ -распад нейтрона и распад пиона (этот распад мы обсудим позднее).

Мы можем записать это свойство с помощью коммутационного соотношения

$$[Q, J_\mu]_- = J_\mu, \quad (9.10)$$

где  $Q$  — оператор электрического заряда. Таким образом,  $J_\mu$  является оператором тока, который увеличивает электрический заряд на единицу. Из условия эрмитовости  $Q$  следует, что

$$[Q, J_\mu^*]_- = -J_\mu^*, \quad (9.11)$$

т. е.  $J_\mu^*$  является током, который уменьшает электрический заряд на единицу. Из коммутационных соотношений очевидно, что  $J_\mu$  не может быть эрмитовым оператором.

<sup>1)</sup> См. доклад Рудермана [33], в котором дан обзор по использованию этого процесса в астрофизике.

<sup>2)</sup> Иногда  $J_\mu$  называют адронным током, поскольку он имеет матричный элемент первого порядка между состояниями тяжелых частиц «адронов», тогда как  $L_\mu$  имеет матричный элемент первого порядка между состояниями легких частиц, «лептонов».

2. Если мы ограничиваемся пионами и нуклонами и работаем в наименьшем порядке теории возмущений по электромагнитной константе связи  $e$ , то, как мы доказали уже раньше в этой книге, группа  $SU_2$  остается группой симметрии адронных состояний, поэтому для таких состояний можно написать

$$Q = \frac{B}{2} + T_3. \quad (9.12)$$

Даже в слабых взаимодействиях, насколько известно в настоящее время, барионное число абсолютно сохраняется. Поэтому из замечания 1 следует, что для переходов слабого взаимодействия, включающих лишь пионы и нуклоны (или любые пион-нуклонные резонансные состояния),

$$\Delta Q = \Delta T_3 = \pm 1. \quad (9.13)$$

Это правило отбора не фиксирует функционального вида  $J_\mu$ ; действительно, ему будет подчиняться любой полевой оператор, который относительно группы  $SU_2$  преобразуется как изовектор. Если  $T_2$  — генератор изотопического вращения вокруг оси 2 в изотопическом пространстве, то, как обычно, определим

$$I_2 = e^{i\pi T_2}, \quad (9.14)$$

который является оператором конечного поворота на угол  $\pi$  вокруг оси 2 в изотопическом пространстве. Теперь мы сделаем предположение относительно поведения  $J_\mu$  при преобразовании  $I_2$ . Это предположение мотивировано тем, что  $J_\mu$  действует на состояние как изотопический «повышающий оператор». Например, в случае  $\beta$ -распада нейтрона, рассмотренного в точном изоспиновом приближении,  $J_\mu$  увеличивает 3-компоненту изоспина на единицу. Если предположить, что  $J_\mu$  преобразуется как  $T_+ = T_1 + iT_2$ , т. е. как повышающий оператор<sup>1)</sup>, который увеличивает проекцию изоспина  $T_3$  на единицу, то можно заключить, что при действии  $I_2$  на оператор тока мы получим

$$e^{i\pi T_2} J_\mu e^{-i\pi T_2} = -J_\mu^*, \quad (9.15)$$

поскольку вращение  $e^{i\pi T_2}$  превращает оператор, который преобразуется как  $T_+$ , в оператор, который преобразуется как  $-T_- = -T_1 + iT_2$ . А этот зарядово-понижающий оператор, как мы уже видели, есть  $J_\mu^*$ . Любой ток, который преобразуется согласно выражению (9.15), мы называем «зарядово-симметричным» то-

<sup>1)</sup> В точном пределе изотопической симметрии (барионное число всегда сохраняется)

$$[J_\mu, Q]_- = \left[ J_\mu, \frac{B}{2} + T_3 \right]_- = [J_\mu, T_3]_- = J_\mu.$$

ком. Можно получить для матричных элементов таких токов важное условие вещественности, вспоминая, что  $e^{i\pi T_2}$ , действуя на изоспинорные состояния  $N$ ,  $P$ , заменяет  $N$  на  $P$  и наоборот:

$$e^{i\pi T_2} |p\rangle_{sP} = -|p\rangle_{sN}, \quad (9.16)$$

$$e^{i\pi T_2} |p\rangle_{sN} = |p\rangle_{sP}.$$

Следовательно,

$$\langle p' |_{s'P} \mathbf{J}(0) | p \rangle_{sN} = \langle p' |_{s'N} \mathbf{J}(0)^\dagger | p \rangle_{sP} = \langle p |_{sP} \mathbf{J}(0) | p' \rangle_{s'N}^*. \quad (9.17)$$

Это является обобщением для  $\beta$ -распада условия вещественности матричных элементов, полученного для электрон-протонного рассеяния из предположения о том, что оператор электрического тока эрмитов. Приведенный здесь вывод существенно зависит от того факта, что мы использовали надлежащим образом изоспиновую симметрию, т. е. нейтрон и протон считали компонентами одного изотопического дублета.

3. Четность в слабых взаимодействиях не сохраняется. Действительно, в лептонном токе в равной мере представлены векторная и псевдовекторная компоненты. В настоящее время хорошо известно, что четность во всех слабых взаимодействиях не сохраняется независимо от того, участвуют в них лептоны или нет. Можно учесть известные экспериментальные результаты (многие из которых рассмотрены далее в этой главе), если записать ток в виде

$$J_\mu = V_\mu + A_\mu, \quad (9.18)$$

где  $V_\mu$  по предположению преобразуется как лоренцев 4-вектор и  $A_\mu$  — как лоренцев псевдовектор. В частности, можно проанализировать наиболее общую форму матричного элемента  $\beta$ -распада нейтрона в наинизшем порядке по константе слабого взаимодействия почти тем же самым способом, который мы применяли для анализа матричного элемента электрического тока в случае электрон-протонного рассеяния. В самом деле, используя те же доводы, что и в гл. 5, можно ввести шесть инвариантных формфакторов<sup>1)</sup>:

$$(2\pi)^3 \langle p' |_{s'P} V_\mu(0) | p \rangle_{sN} = \\ = i\bar{u}(p')_{s'P} [\gamma_\mu f_V(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu f_M(q^2) + i q_\mu f_S(q^2)] u(p)_{sN}, \quad (9.19a)$$

где

$$q^2 = (n - p)^2 = (e + \nu_e)^2$$

<sup>1)</sup> Мы вводим в этих формулах  $(2\pi)^3$  для того, чтобы можно было отождествить матричный элемент  $\int d\tau V_0(\mathbf{r}, t)$  с  $f_V(0)$  без множителя  $(2\pi)^3$ .

и

$$(2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' |_{s'P} A_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_{sN} = \\ = i\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'P} [\gamma_5 [\gamma_\mu g_A(q^2) + iq_\mu g_P(q^2) + i(p' + p)_\mu g_E(q^2)]] u(\mathbf{p})_{sN} \quad (9.196)$$

с

$$q_\mu = (p' - p)_\mu.$$

Ниже мы поясним, почему мы здесь выбрали такие формфакторы: (Любой другой выбор формфакторов можно свести к одному из формфакторов  $g_i$  или  $f_i$ .) Однако сначала воспользуемся свойством, которое мы предположили, а именно свойством «зарядовой симметрии» тока  $J_\mu$  и, следовательно,  $V_\mu$  и  $A_\mu$ , чтобы рассмотреть условия вещественности<sup>1)</sup> токов. Из соотношения (9.17) имеем

$$\langle \mathbf{p}' |_{s'P} \mathbf{V}(0) | \mathbf{p} \rangle_{sN} = \langle \mathbf{p} |_{sP} \mathbf{V}(0) | \mathbf{p}' \rangle_{s'N}^* \\ \langle \mathbf{p}' |_{s'P} \mathbf{A}(0) | \mathbf{p} \rangle_{sN} = \langle \mathbf{p} |_{sP} \mathbf{A}(0) | \mathbf{p}' \rangle_{s'N}^* \quad (9.20)$$

Таким образом, мы должны получить

$$i\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} [\gamma_i f_V(q^2) + \sigma_{i\nu} q_\nu f_M(q^2) + iq_i f_S(q^2)] u(\mathbf{p})_s = \\ = (i\bar{u}(\mathbf{p})_s [\gamma_i f_V(q^2) - \sigma_{i\nu} q_\nu f_M(q^2) - iq_i f_S(q^2)] u(\mathbf{p}')_{s'})^*, \quad (9.21)$$

где  $i = 1, 2, 3$ . [Мы опустили нуклонные индексы у спиноров, так как в приближении точной изотопической симметрии  $u(\mathbf{p})_{sN} = u(\mathbf{p})_{sP} \equiv u(\mathbf{p})_s$ .] Теперь с помощью условия

$$(u^\dagger(\mathbf{p})_s \gamma_4 O u(\mathbf{p}')_{s'})^* = u^\dagger(\mathbf{p}')_{s'} O^\dagger \gamma_4 u(\mathbf{p})_s, \quad (9.22)$$

где  $O$  — произвольная комбинация  $\gamma$ -матриц, можно установить<sup>2)</sup> соотношения

$$f_V(q^2) = f_V(q^2)^*, \\ f_M(q^2) = f_M(q^2)^*, \\ f_S(q^2) = -f_S(q^2)^*. \quad (9.23)$$

Для  $A_\mu(0)$  имеем

$$i\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \gamma_5 [\gamma_i g_A(q^2) + iq_i g_P(q^2) + i(p + p')_i g_E(q^2)] u(\mathbf{p})_s = \\ = (i\bar{u}(\mathbf{p})_s \gamma_5 [\gamma_i g_A(q^2) - iq_i g_P(q^2) + i(p + p')_i g_E(q^2)] u(\mathbf{p}')_{s'})^*. \quad (9.24)$$

<sup>1)</sup> Существует также условие для  $V_0$  и  $A_0$ , но для доказательства достаточно условий (9.17).

<sup>2)</sup> Рассматривая выражение  $\sigma_{i\nu} q_\nu$ , следует помнить, что  $q_4^* = -q_4$ .

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} g_A &= g_A^* \\ g_P &= g_P^* \\ g_E &= -g_E^* \end{aligned} \quad (9.25)$$

Теперь мы обсудим, по крайней мере предварительно, физический смысл шести формфакторов.

В пределе, когда  $\mathbf{p} = \mathbf{p}' \rightarrow 0$ , получаем<sup>1)</sup>

$$(2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' | {}_S V_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_S \approx i\bar{u}(0)_S \gamma_4 f_V(0) u(0)_S \delta_{\mu 4}. \quad (9.26)$$

Следовательно,  $f_V(0)$  для векторной константы связи играет роль перенормировочного множителя. Если для векторной части взаимодействия написать

$$H_V^\beta = \frac{G}{\sqrt{2}} V_\mu L_\mu^* \quad (9.27)$$

то, аналогично тому, как мы определяли *наблюдаемый* заряд в случае электрон-протонного рассеяния, мы определим  $G_{\text{набл}}^V$  е. помощью равенства

$$G_{\text{набл}}^V = G f_V(0), \quad (9.28)$$

где  $G$  — константа связи, определенная в (9.2), которая находится из  $\mu$ -распада. Однако существует важный технический пункт, о котором здесь следует сделать замечание. В  $\beta$ -распаде нейтрона

$$q^2 = (\mathbf{e} + \mathbf{v})^2 = -m_e^2 + 2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{v}E(\mathbf{e})). \quad (9.29)$$

Эта величина максимальна, когда

$$\hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\mathbf{e}} = \cos \theta = 1.$$

Поэтому в  $\beta$ -распаде

$$q^2 < 0,$$

когда  $m_e \neq 0$ . Таким образом, в  $\beta$ -распаде  $f_V(0)$ , строго говоря, нельзя измерить. То же самое обычно относится и к определению  $G_{\text{набл}}^V$  через  $f_V(0)$ . Мы покажем кратко, что существуют веские доказательства, которые указывают, что изменением  $f_V(q^2)$  в пределах<sup>2)</sup>

$$-(M_N - M_P)^2 \leq q^2 \leq 0 \quad (9.30)$$

<sup>1)</sup> В самом деле, переходя к большим и малым компонентам спиноров  $u_i$ , мы видим, что

$$\bar{u}(0)\gamma u(0) = 0.$$

Отсюда и появляется множитель  $\delta_{\mu 4}$ .

<sup>2)</sup> Минимальная величина  $q^2$  в  $\beta$ -распаде равна  $-(M_N - M_P)^2$ .

можно полностью пренебречь. Даже при учете этого обстоятельства требуется тем не менее большая теоретическая и экспериментальная работа, чтобы выделить  $G_{\text{набл}}^V$  из данных по  $\beta$ -распаду нейтрона и других ядер<sup>1)</sup>. Откладывая обсуждение того, что включается в наблюдаемую константу связи, мы просто выпишем экспериментальный результат

$$G_{\text{набл}}^V = (1,4149 \pm 0,0022) \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3, \quad (9.31)$$

который следует сравнить с величиной  $G$ , полученной из  $\mu$ -распада:

$$G = (1,4350 \pm 0,0011) \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3. \quad (9.32)$$

Отсюда

$$f_V(0) \approx 0,986. \quad (9.33)$$

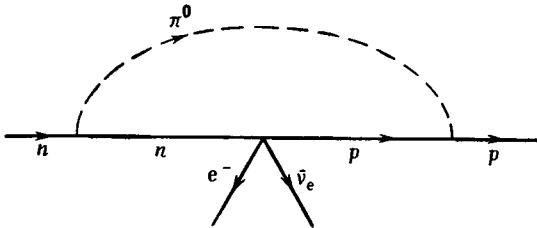
Конечно, поразительным здесь является тот факт, что  $f_V(0) \approx 1$ . Заранее не было никаких оснований ожидать этого.

В самом деле, например,  $\beta$ -распад нейтрона существенно отличается от распада мюона, поскольку нейтрон является сильно взаимодействующей частицей, чего нельзя сказать о мюоне. Кажется бы, что сильные взаимодействия должны перенормировать  $G$  за счет диаграмм, таких, как, например, на фиг. 38, и все же из эксперимента следует, что такая диаграмма как-то таинственно сокращается и, по существу, не дает перенормировки  $G$ . Такая «конспирация» похожа на конспирацию в электронном рассеянии, в котором диаграммы типа фиг. 39 складываются таким образом, что также не возникает перенормировка заряда протона. Это соответствует тому экспериментальному факту, что заряд протона, который является сильно взаимодействующей частицей, равен заряду позитрона, который не участвует в сильных взаимодействиях. Этот результат, как мы уже видели в гл. 4, можно объяснить с помощью закона сохранения электромагнитного тока. В случае  $\beta$ -распада отсутствие перенормировки также объясняется с помощью предположения о том, что  $d_\mu V_\mu = 0$ . Подробно мы обсудим этот вопрос в следующей главе.

Для  $\beta$ -распада нейтрона и в более общем случае для  $\beta$ -распада ядер, таких, как  $O^{14}$ , существуют электромагнитные радиа-

<sup>1)</sup> В действительности, наиболее точно  $G_{\text{набл}}^V$  определяется из вероятности распада, измеренной для  $0^+ \rightarrow 0^+$  перехода из основного состояния  $O^{14}$  на первый возбужденный уровень  $N^{14}$ . Поскольку в этом переходе спин и четность не меняются («разрешенный» ферми-переход), то его вероятность, помимо малых поправок, фиксируется одной лишь  $G_{\text{набл}}^V$ , т. е. в этом случае ее не приходится отделять от других констант, таких, как  $g_A(0)$ , которые входят в  $\beta$ -распад нейтрона и в  $\beta$ -распад тяжелых ядер.

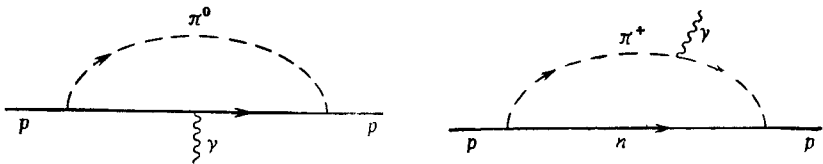
ционные поправки. Однако состояние теории здесь усложняется сильными взаимодействиями. Вычисления содержат расходимости, поэтому приходится пользоваться методом обрезания<sup>1)</sup>. Основным результатом этих вычислений состоит в том, что нужно вводить радиационные поправки с относительным вкладом в не-



Фиг. 38.

сколько процентов и уменьшать  $f_V(0)$  от 0,986, возможно, до 0,980 [36]. Позднее мы обсудим вопрос, что может означать отклонение  $f_V(0)$  от единицы. Теперь мы продолжим рассмотрение физического смысла формфакторов.

Величина  $f_M(q^2)$ , коэффициент при  $\sigma_{\mu\nu}q_\nu$ , в матричном элементе векторного тока называется «слабым магнитным» формфактором, так как в  $\beta$ -распаде она имеет ту же самую струк-



Фиг. 39.

туру, что и аномальный магнитный момент  $F_2(q^2)$  в электронном рассеянии. В  $\beta$ -распаде нейтрона эта величина ненаблюдаема, поскольку переданный импульс  $q_\mu$  слишком мал, однако ее тщательно измерили в  $\beta$ -распаде некоторых ядер. Значение этих экспериментов мы обсудим в следующей главе.

Функция  $f_S(q^2)$  обычно называется «индуцированным скалярным» формфактором. Почему эта величина называется «скалярной», можно просто понять, если умножить член, в который она входит, на матричный элемент лептонного тока

<sup>1)</sup> См., например, [31, 34, 35].



и воспользоваться уравнением Дирака и законом сохранения 4-импульса в виде  $q_\mu = (e + v_e)_\mu$ , т. е.

$$\begin{aligned} i q_\mu \bar{u}(\mathbf{p}') f_S(q^2) u(\mathbf{p}) i \bar{u}(e) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(v) = \\ = i \bar{u}(\mathbf{p}') f_S(q^2) u(\mathbf{p}) i (e + v)_\mu \bar{u}(e) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(v) = \\ = - i \bar{u}(\mathbf{p}') m_e f_S(q^2) u(\mathbf{p}) \bar{u}(e) (1 + \gamma_5) u(v). \end{aligned} \quad (9.34)$$

Следовательно, даже если в основу изучения положить лагранжиан, содержащий векторные и аксиально-векторные связи, то матричные элементы тем не менее содержат «индуцированный» в них сильными взаимодействиями, которые в принципе и определяют формфакторы  $f_i$ , член, обладающий всеми свойствами скалярного взаимодействия нуклонов с лептонами. Как мы увидим позднее, имеются веские основания верить, что этот член должен исчезнуть в  $\beta$ -распаде нейтрона.

Теперь мы рассмотрим три формфактора  $g_i$ , которые определяются матричным элементом тока  $A_\mu$ . В пределе, когда  $\mathbf{p} = \mathbf{p}' = 0$ , из формфакторов  $g_i$  сохраняется лишь  $g_A$ , коэффициент при  $\gamma_5 \gamma_\mu$ . Однако

$$\bar{u}(0) \gamma_5 u(0) = 0. \quad (9.35)$$

Следовательно, в этом пределе, соответствующем пределу, в котором определяется  $G_{\text{наб.л.}}^V$ ,

$$\lim_{\mathbf{p}', \mathbf{p} \rightarrow 0} \langle \mathbf{p}' |_{s'} A_0(0) | \mathbf{p} \rangle_s = 0. \quad (9.36)$$

А из равенства  $i \gamma_4 \gamma_5 \gamma = \sigma$  следует

$$\lim_{\mathbf{p}', \mathbf{p} \rightarrow 0} (2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' |_{s'} \mathbf{A}(0) | \mathbf{p} \rangle_s = u^+(0)_{s'} \sigma u(0)_s g_A(0). \quad (9.37)$$

Экспериментально константу  $g_A(0)$  можно определить из  $\beta$ -распада нейтрона, используя  $G$  из распада мюона и  $f_V(0)$  из распада  $O^{14}$ . В простейшем приближении (в очевидных обозначениях) можно записать эффективный гамильтониан  $\beta$ -распада нейтрона в пределе малых  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}'$  как

$$\frac{G}{\sqrt{2}} i u^+(0)_{s'} [f_V(0) - i \sigma g_A(0)] u(0)_s, \quad (9.38)$$

помня, конечно, что каждый член выражения (9.38) следует умножить на соответствующий член в лептонном токе. Время жизни нейтрона, экспериментальное значение которого равно  $11,7 \pm 0,3$  мин, в этой теории зависит от комбинации

$$f_V(0)^2 + 3g_A(0)^2, \quad (9.39)$$

т. е., зная  $f_V(0)$ , мы можем найти  $g_A(0)$ . Действительно, из экспериментальных данных следует, что

$$\frac{g_A(0)}{f_A(0)} = -1,18 \pm 0,02. \quad (9.40)$$

Весьма замечательно, что эти два числа так близки по абсолютной величине, приблизительно равной единице.

Выражение  $g_P(q^2)$  известно как «индуцированный» псевдоскаляр, поскольку, следуя тому же самому доказательству, которое мы использовали, чтобы продемонстрировать, что  $f_S$  является эффективно скалярной константой, можно показать, что  $g_P(0)$  характеризует эффективную псевдоскалярную связь, индуцированную сильными взаимодействиями нуклонов. Существует полезное теоретическое предсказание относительно  $g_P$ , которое мы приведем ниже. Как мы покажем в следующем разделе, строгие теоретические доводы указывают, что последний из шести формфакторов  $g_E(q^2)$  в  $\beta$ -распаде нейтрона равен нулю. Это заключение также согласуется со всеми экспериментальными данными.

4. Хотя известно, что слабые взаимодействия нарушают четность, все экспериментальные данные согласуются с предположением об инвариантности гамильтониана, ответственного за  $\beta$ -распад, относительно обращения времени.  $T$ -инвариантность нарушается в распаде нейтрального  $K$ -мезона, однако оказывается, что в шкале обычных слабых взаимодействий это нарушение очень мало и не наблюдается вообще в обычном  $\beta$ -распаде<sup>1)</sup>.

Говорить о сохранении  $T$ -инвариантности в  $\beta$ -распаде — это то же самое, что сказать, что плотность гамильтониана  $H_{WK}(\mathbf{r}, t)$  преобразуется при действии оператора обращения времени  $T$  следующим образом:

$$TH_{WK}(\mathbf{r}, t)T^{-1} = H_{WK}(\mathbf{r}, -t). \quad (9.41)$$

Но в теории со взаимодействием типа «ток  $\times$  ток»

$$H_{WK} = \frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu J_\mu^* + \text{Эрм. сопр.} \quad (9.42)$$

А это означает, что трансформационные свойства  $J_\mu$  относительно  $T$  должны быть такими, чтобы выполнялось условие (9.41). Мы не знаем точной функциональной структуры  $V_\mu$  и  $A_\mu$ , но их трансформационные свойства относительно  $T$  можно вывести из трансформационных свойств  $L_\mu$ , лептонного тока, форму

<sup>1)</sup> См. в статье [37] один из последних экспериментов, а также обсуждение других экспериментов.

которого мы действительно знаем. Возьмем, например, электронную часть тока  $L_\mu$

$$L_\mu^e = i\bar{\psi}_e(\mathbf{r}, t)\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\psi_{v_e}(\mathbf{r}, t) \quad (9.43)$$

и применим к ней оператор  $T$ . Итак,<sup>1)</sup>

$$Ti\bar{\psi}_e(\mathbf{r}, t)\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\psi_{v_e}(\mathbf{r}, t)T^{-1} = \\ = -i\eta_e^*\eta_{v_e}\bar{\psi}_e(\mathbf{r}, -t)t^\dagger(\gamma_\mu^*(1 + \gamma_5^*))t\psi_{v_e}(\mathbf{r}, -t). \quad (9.44)$$

Мы фиксируем фазы  $e$  и  $v_e$  так, что  $\eta_e^*\eta_{v_e} = 1$ . Таким образом, из эрмитовости  $\gamma$ -матриц и  $\gamma_5$  получаем

$$TL_\mu^e(\mathbf{r}, t)T^{-1} = -i\bar{\psi}_e(\mathbf{r}, -t)t^\dagger(\gamma_\mu^T(1 + \gamma_5^T))t\psi_{v_e}(\mathbf{r}, -t). \quad (9.45)$$

Но по определению

$$t^\dagger\gamma_\mu^T t = \gamma_\mu \quad (9.46)$$

и

$$t^\dagger\gamma_\mu^T\gamma_5^T t = t^\dagger\gamma_\mu^T t t^\dagger\gamma_5^T t = \gamma_\mu\gamma_5. \quad (9.47)$$

Следовательно, при соответствующем выборе относительных фаз

$$TL_\mu(\mathbf{r}, t)T^{-1} = -L_\mu(\mathbf{r}, -t). \quad (9.48)$$

Отсюда, чтобы сохранить  $(V_\mu + A_\mu)L_\mu$  инвариантным, мы требуем, чтобы

$$TV_\mu(\mathbf{r}, t)T^{-1} = -V_\mu(\mathbf{r}, -t), \\ TA_\mu(\mathbf{r}, t)T^{-1} = -A_\mu(\mathbf{r}, -t). \quad (9.49)$$

Поэтому получаем условие (см. гл. 5)

$$\langle \mathbf{p}' |_{s'} \mathbf{J}(0) | \mathbf{p} \rangle_s = -\langle -\mathbf{p}' |_{-s'} \mathbf{J}(0) | -\mathbf{p} \rangle_{-s}^*, \quad (9.50)$$

которое в спинорном представлении имеет вид

$$\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \mathcal{J}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) u(\mathbf{p})_s = -\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} (t \mathcal{J}(-\mathbf{p}', -\mathbf{p}) t^\dagger) u(\mathbf{p})_s, \quad (9.51)$$

т. е.

$$i(\gamma_i f_V(q^2) + \sigma_{i\nu} q_\nu f_M(q^2) + i q_i f_S(q^2)) = \\ = i(\gamma_i f_V^*(q^2) + \sigma_{i\nu} q_\nu f_M^*(q^2) + i q_i f_S^*(q^2)). \quad (9.52)$$

<sup>1)</sup> Здесь произвол в фазе оператора  $T$  связан с сохранением лептонного числа  $N_l$ . Если  $T$  — оператор обращения времени, то оператор

$$T' = e^{i\theta(N_\mu + N_e)} T$$

с произвольным  $\theta$  тоже является оператором обращения времени.

Следовательно, обращение времени приводит нас к соотношениям

$$\begin{aligned} \dot{f}_V &= \dot{f}_V^*, \\ \dot{f}_M &= \dot{f}_M^*, \\ \dot{f}_S &= \dot{f}_S^*, \end{aligned} \quad (9.53)$$

тогда как из зарядовой симметрии следует, что

$$\begin{aligned} \dot{f}_V &= \dot{f}_V^*, \\ \dot{f}_M &= \dot{f}_M^*, \\ \dot{f}_S &= -\dot{f}_S^*. \end{aligned} \quad (9.54)$$

Из этих двух условий получаем, что в  $\beta$ -распаде нейтрона индуцированный скаляр отсутствует. Анализируя таким же образом матричный элемент тока  $A_\mu(0)$ , мы находим

$$\begin{aligned} i[\gamma_5 [\mathbf{v}g_A(q^2) + i\mathbf{q}g_P(q^2) + i(\mathbf{p} + \mathbf{p}')g_E(q^2)]] = \\ = i[\gamma_5 [\mathbf{v}g_A^*(q^2) + i\mathbf{q}g_P^*(q^2) + i(\mathbf{p} + \mathbf{p}')g_E^*(q^2)]], \end{aligned} \quad (9.55)$$

или

$$\begin{aligned} g_A &= g_A^*, \\ g_P &= g_P^*, \\ g_E &= g_E^*. \end{aligned} \quad (9.56)$$

Из зарядовой симметрии следовало, что

$$\begin{aligned} g_A &= g_A^*, \\ g_P &= g_P^*, \\ g_E &= -g_E^*, \end{aligned} \quad (9.57)$$

т. е. совместность этих условий означает, что

$$g_E = 0. \quad (9.58)$$

Следовательно, предполагая симметрию относительно обращения времени и зарядовую симметрию, мы получаем, что матричный элемент  $\beta$ -распада нейтрона зависит от четырех факторов, которые можно выбрать действительными.

Согласно работе Вайнберга [38], эти же результаты можно получить другим, но по существу эквивалентным способом. Применяя одновременно оператор обращения времени и оператор четности, мы сразу выводим формулу

$$\begin{aligned} (PT) \mathbf{V}(0) (PT)^{-1} &= \mathbf{V}(0), \\ (PT) \mathbf{A}(0) (PT)^{-1} &= -\mathbf{A}(0). \end{aligned} \quad (9.59)$$

Теперь нам хотелось бы установить свойства токов относительно  $C$ -преобразования. Непосредственно из  $CPT$ -инвариантности слабых взаимодействий это сделать невозможно, поскольку из  $CPT$ -инвариантности  $H_{WK}$  мы только знаем, что должно выполняться условие

$$(CPT)(J_\mu J_\mu^* + \text{Эрм. сопр.})(CPT)^{-1} = (J_\mu J_\mu^* + \text{Эрм. сопр.}). \quad (9.60)$$

Но это не позволяет однозначно фиксировать трансформационные свойства  $J_\mu(0)$  относительно  $CPT$ -преобразования, поскольку в  $H_{WK}$  входит только произведение токов  $J_\mu$  и  $J_\mu^*$ . Тем не менее можно определить это преобразование, изучая еще раз, как преобразуется лептонный ток, функциональную структуру которого мы действительно знаем. Из  $PT$ -преобразования имеем

$$(PT)(i(\bar{\psi}_e(0)\boldsymbol{\gamma}(1 + \gamma_5)\psi_{\nu_e}(0)))(PT)^{-1} = i\bar{\psi}_e(0)\boldsymbol{\gamma}(1 - \gamma_5)\psi_{\nu_e}. \quad (9.61)$$

Теперь остается только определить, как преобразуется  $L_\mu^e$  относительно  $C$ . В представлении, в котором  $\gamma$ -матрицы эрмитовы, выбирая все лептонные  $C$ -фазы равными 1, мы можем написать

$$\begin{aligned} C\psi_l(\mathbf{r}, t)C^{-1} &= \bar{\psi}_l(\mathbf{r}, t)c, \\ C\bar{\psi}_e(\mathbf{r}, t)C^{-1} &= -c^\dagger\psi_e(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (9.62)$$

где в выбранном представлении  $\gamma$ -матриц

$$\begin{aligned} c &= \gamma_4\gamma_2, \\ (\gamma_4\gamma_2)\gamma_\mu^\dagger(\gamma_4\gamma_2)^\dagger &= -\gamma_\mu, \end{aligned} \quad (9.63)$$

и доказать (понимая величины в смысле  $:\ ::$ ), что

$$C(i\bar{\psi}_e\boldsymbol{\gamma}\psi_{\nu_e})C^{-1} = -(i\bar{\psi}_e\boldsymbol{\gamma}\psi_{\nu_e})^\dagger \quad (9.64)$$

и

$$C(i\bar{\psi}_e\boldsymbol{\gamma}\gamma_5\psi_{\nu_e})C^{-1} = +(i\bar{\psi}_e\boldsymbol{\gamma}\gamma_5\psi_{\nu_e})^\dagger. \quad (9.65)$$

Таким образом,

$$(CPT)L^e(0)(CPT)^{-1} = -(L^e)^\dagger. \quad (9.66)$$

Следовательно, теория Фейнмана — Гелл-Манна будет  $CPT$ -инвариантной, если выполняются условия

$$\begin{aligned} CV(0)C^{-1} &= -V(0)^\dagger, \\ CA(0)C^{-1} &= A(0)^\dagger, \end{aligned} \quad (9.67)$$

т. е. <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Предполагая зарядовую симметрию, мы видим, что  $CPT$ -преобразование тока  $\mathbf{J}$  похоже на преобразование тока  $\mathbf{J}$  при действии оператора  $I_2$ . Однако, чтобы вывести условие вещественности для матричных элементов

$$(CPT) \mathbf{J}(0) (CPT)^{-1} = -\mathbf{J}(0)^\dagger. \quad (9.68)$$

Этот результат также согласуется с коммутационным соотношением между  $J_\mu$  и оператором электрического заряда  $Q$

$$[\mathbf{J}, Q]_- = \mathbf{J}, \quad (9.69)$$

так как  $(CPT) Q (CPT)^{-1} = -Q$ , а это означает, что

$$[\mathbf{J}^\dagger, Q]_- = -\mathbf{J}^\dagger. \quad (9.70)$$

Вайнберг классифицирует токи согласно тому, как они преобразуются относительно оператора  $G$ -четности

$$G = C e^{i\pi T_2}. \quad (9.71)$$

По определению к векторному току первого класса относится ток, который преобразуется как<sup>1)</sup>

$$G V_\mu^1 G^{-1} = V_\mu^1; \quad (9.72)$$

к векторному току второго класса относится ток

$$G V_\mu^{(2)} G^{-1} = -V_\mu^{(2)}. \quad (9.73)$$

тока, мы не можем пользоваться одним лишь  $CPT$ -преобразованием, так как при  $C$ -преобразовании состояние частицы переходит в состояние античастицы. При  $CPT$ -преобразовании мы имеем условие

$$\langle \mathbf{P}' | {}_{s'P} \mathbf{J}(0) | \mathbf{P} \rangle_{sN} = - \left( \langle \mathbf{P}' | {}_{-s'\bar{P}} \mathbf{J}(0)^\dagger | \mathbf{P} \rangle_{-s\bar{N}} \right)^*,$$

которое связывает времена жизни  $N$  и  $\bar{N}$  и отнюдь не является условием вещественности матричных элементов тока.

<sup>1)</sup> Любой ток можно разложить на токи первого и второго классов Вайнберга, а именно для произвольных  $V_\mu$  и  $A_\mu$  положить

$$V_\mu^{(1)} = \frac{1}{2} (V_\mu + G V_\mu G^{-1}),$$

$$V_\mu^{(2)} = \frac{1}{2} (V_\mu - G V_\mu G^{-1})$$

$$A_\mu^{(1)} = \frac{1}{2} (A_\mu - G A_\mu G^{-1}),$$

$$A_\mu^{(2)} = \frac{1}{2} (A_\mu + G A_\mu G^{-1}).$$

и

Здесь имеется только одна тонкость. Если мы применяем  $e^{i\pi T_2}$  к величинам, которые преобразуются как изоспиноры, то вследствие того, что в спинорных преобразованиях используются половинные углы,  $(e^{i\pi T_2})^2 = -1$ . Тем не менее для любого оператора  $O$

$$G^2 O G^{-2} = O,$$

Аксиальные токи первого и второго классов определяются соответственно равенствами

$$GA_{\mu}^{(1)}G^{-1} = -A_{\mu}^{(1)}, \quad (9.74)$$

$$GA_{\mu}^{(2)}G^{-1} = A_{\mu}^{(2)}. \quad (9.75)$$

Используя *CPT*-теорему, мы находим, что при преобразовании  $G' = Te^{i\pi T}$ , токи удовлетворяют условиям

$$G'V^{(1)}(0)G'^{-1} = V^{(1)}(0)^{\dagger}, \quad (9.76)$$

$$G'A^{(1)}(0)G'^{-1} = A^{(1)}(0)^{\dagger}$$

и

$$G'(V^{(2)}(0)G'^{-1} = -V^{(2)}(0)^{\dagger}, \quad (9.77)$$

$$G'A^{(2)}(0)G'^{-1} = -A^{(2)}(0)^{\dagger}.$$

Следовательно, если мы предположим, что все токи принадлежат к токам первого класса Вайнберга, то отсюда можно заключить, что для  $0 \leq q^2 \leq \infty$

$$\begin{aligned} f_V &= f_V^*, \\ f_M &= f_M^*, \end{aligned} \quad (9.78)$$

$$f_S = 0$$

и

$$\begin{aligned} g_A &= g_A^*, \\ g_P &= g_P^*, \\ g_E &= 0, \end{aligned} \quad (9.79)$$

а это те же самые условия, которые мы получили из *T*-инвариантности и зарядовой симметрии. Для упрощения теории слабых взаимодействий весьма благоприятно, что, как нам известно, эти условия согласуются с опытом<sup>1)</sup>, по крайней мере в области малых  $q^2$ , где они были проверены.

В следующей главе мы вернемся к подробному изучению векторного тока  $V_{\mu}$ .

<sup>1)</sup> Из экспериментов по  $\beta$ -распаду нейтрона следует, что

$$\frac{g_A(0)}{f_V(0)} = \frac{|g_A(0)|}{|f_V(0)|} e^{i\varphi},$$

где  $\varphi = 180^\circ \pm 8^\circ$ , см. [39].

## СЛАБЫЕ ТОКИ. ВЕКТОР

Одним из наиболее важных результатов, о которых рассказано в предыдущей главе, было экспериментально установленное соотношение

$$G_{\text{набл}}^V = Gf_V(0) \approx G. \quad (10.1)$$

Это значит, что сильные взаимодействия не перенормируют векторную константу связи слабого взаимодействия. С таким явлением мы уже встречались в электродинамике, где сильные взаимодействия также не перенормируют электрический заряд<sup>1)</sup> из-за сохранения электрического тока в присутствии сильных взаимодействий. Все это наводит на мысль постулировать для тока слабого взаимодействия условия типа

$$\partial_\mu J_\mu = 0. \quad (10.2)$$

Прежде всего покажем, что условие (10.2) *не может быть точным* динамическим уравнением, верным во всех порядках теории возмущений для всех взаимодействий. Сначала докажем это утверждение для одного векторного тока  $V_\mu$ , а потом рассмотрим и аксиально-векторный ток  $A_\mu$ .

Мы дадим два различных доказательства несохранения векторного тока  $V_\mu$ .

1. Предположим, что условие  $\partial_\mu V_\mu(x) = 0$  выполняется точно. Тогда заряд

$$Q_V = \int d\mathbf{r} V_0(\mathbf{r}, t) \quad (10.3)$$

должен коммутировать с гамильтонианом Вселенной. Пусть  $|N\rangle$  и  $|P\rangle$  суть физические состояния нейтрона и протона с истинными значениями масс. (Мы рассматриваем первый порядок

---

<sup>1)</sup> Электромагнитные взаимодействия, несмотря на закон сохранения тока, перенормируют заряд. Но это является особым свойством поля безмассовых фотонов с бесконечным радиусом действия сил.



теории возмущений по слабому взаимодействию и любые порядки — по электромагнитному и сильному.) Тогда <sup>1)</sup>

$$0 = \langle \mathbf{n} | [H, Q_V]_- | \mathbf{p} \rangle = (M_N - M_P) \langle \mathbf{n} | Q_V | \mathbf{p} \rangle. \quad (10.4)$$

Однако, полагая  $\mathbf{n} = \mathbf{p} = 0$ , мы видим, что

$$\langle 0 | Q_V | 0 \rangle = f_V(0) \neq 0. \quad (10.5)$$

Следовательно, мы должны получить  $M_N = M_P$ , а это равенство, как известно, выполняется лишь приближенно, поскольку существует электромагнитное расщепление нуклонных масс. Таким образом, закон сохранения тока слабого взаимодействия может выполняться лишь в том приближении, в котором нейтрон и протон вырождены по массе, т. е. в приближении точной изотопической симметрии.

2. Второе доказательство носит более экспериментальный характер. Рассмотрим

$$(2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' | {}_N V_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_P = \\ = i\bar{u}(\mathbf{p}') [\gamma_\mu f_V(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu f_M(q^2) + i q_\mu f_S(q^2)] u(\mathbf{p}). \quad (10.6)$$

Поскольку мы не считаем, что масса нейтрона равна массе протона, то мы не можем из этого выражения исключить индуцированный скаляр  $f_S(q^2)$ . Умножая уравнение (10.6) на  $q_\mu$  и приравнявая полученный результат нулю, мы находим, что <sup>2)</sup>

$$m_e (M_N - M_P) \frac{f_V(q^2)}{q^2} = f_S(q^2) m_e. \quad (10.7)$$

Однако в  $\beta$ -распаде  $0 < |q^2| \leq (M_N - M_P)^2$ . Поэтому

$$|m_e f_S(q^2)| \geq \frac{m_e}{M_N - M_P} f_V(0) \sim 0,5. \quad (10.8)$$

Полученная величина индуцированного скаляра противоречит экспериментам по  $\beta$ -распаду нейтрона. Но даже помимо этого, из выражения (10.8) следует, что  $f_S(0)$  может обратиться в бесконечность, если только  $f_V(0) \neq 0$ . Такое поведение  $f_S(0)$  и  $f_V(0)$  в окрестности  $q^2 = 0$  было бы чрезвычайно странным. Заметим, что все аргументы, с помощью которых мы получили выражение (10.8), теряют силу в приближении точной изотопической симметрии, когда  $M_N = M_P$ .

<sup>1)</sup> Чтобы сохранить различие в обозначении нуклонных и лептонных масс настолько, насколько это возможно, мы будем использовать для нуклонных масс прописные буквы.

<sup>2)</sup> Поскольку эффективным индуцированным скаляром является (см. предыдущую главу) величина  $m_e f_S(q^2)$ , то мы умножили левую и правую части выражения (10.7) на  $m_e$ .

Из этого рассмотрения можно сделать заключение, что если мы хотим постулировать закон сохранения векторного тока, то этот закон будет выполняться лишь приближенно, причем в таком приближении, которое совпадает с приближением точной изотопической симметрии, т. е. симметрии частиц в отсутствие электромагнитного поля. Однако существует один ток, который, как мы знаем, сохраняется в таком приближении и который сам является изотопическим током. Фейнман и Гелл-Манн [29] (см. также [40]) предложили отождествить векторный ток  $V_\mu$   $\beta$ -распада с изотопическим током. Это означает, что  $V_\mu$ , векторный ток, который увеличивает заряд на единицу в  $\beta$ -распаде, следует отождествить с

$$V_\mu = J_{\mu 1}^V + iJ_{\mu 2}^V, \quad (10.9)$$

т. е. с изотопическим «повышающим» током.

Тогда

$$V_\mu^\dagger = J_{\mu 1}^V - iJ_{\mu 2}^V \quad (10.10)$$

будет изотопическим «понижающим» током.

Эта гипотеза, которая, как мы увидим, полностью подтверждается на опыте, была одной из наиболее плодотворных гипотез, сделанных когда-либо в теории слабых взаимодействий.

Прежде всего заметим, что все свойства тока, рассмотренные в предыдущей главе, присущи току  $V_\mu$ .

1. Из соотношения (в приближении точной изотопической симметрии)<sup>1)</sup> для электрического заряда  $Q$

$$Q = \frac{B}{2} + T_3 \quad (10.11)$$

и коммутационного соотношения

$$[J_\mu^V(0)_i, T_3]_- = ie_{i3j} J_\mu^V(0)_j \quad (10.12)$$

мы имеем

$$[Q, V_\mu]_- = V_\mu, \quad (10.13)$$

т. е. в переходах первого порядка по  $V_\mu$

$$\Delta Q = \Delta T_3 = 1.$$

2. Очевидно, что ток  $V_\mu$  является зарядово-симметричным.

3. Поскольку по построению пион-нуклонные взаимодействия являются инвариантными относительно обращения времени, то

<sup>1)</sup>  $[J_\mu^V, B]_- = 0.$

$J_{\mu}^V(0)$  преобразуется так, как должен был бы преобразовываться  $T$ -симметричный ток. Следовательно, нам известно, что

$$(2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' | V_{\mu}(0) | \mathbf{p} \rangle = i\bar{u}(\mathbf{p}') [\gamma_{\mu} f_V(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} f_M(q^2)] u(\mathbf{p}), \quad (10.14)$$

причем

$$f_S = 0 \quad (10.15)$$

и

$$\begin{aligned} f_V &= f_V^*, \\ f_M &= f_M^*. \end{aligned} \quad (10.16)$$

Исчезновение индуцированного скаляра согласуется с законом сохранения тока, что в действительности следует понимать в пределе точной изотопической симметрии.

Теперь мы можем, используя гипотезу Фейнмана — Гелл-Манна, сделать много конкретных предсказаний. Сначала вычислим  $f_V(0)$ .

Мы будем продолжать исследование двумя совершенно различными путями, в каждом из которых мы продемонстрируем технику вычисления во всей полноте.

1. Используя те же доводы, что и в гл. 5, мы видим, что

$$f_V(0) = \left\langle \mathbf{0} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \left| \int d\mathbf{r} V_0(\mathbf{r}, 0) \right| \mathbf{0} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle. \quad (10.17)$$

В этом выражении мы явно написали для нейтрона и протона изотопические индексы  $T$  и  $T_3$ . Однако, поскольку  $V_{\mu}$  является (+)-компонентой изотопического тока, то

$$\int d\mathbf{r} V_0(\mathbf{r}, 0) = T_1 + iT_2 = T_+, \quad (10.18)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — компоненты изоспина, или генераторы группы  $SU_2$ , которые действуют на изотопические состояния по формуле

$$T_+ |TT_3\rangle = \sqrt{(T - T_3)(T + T_3 + 1)} |TT_3 + 1\rangle. \quad (10.19)$$

Отсюда

$$f_V(0) = \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \left| T_+ \right| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = 1. \quad (10.20)$$

В этом доказательстве явно используется условие (10.19). Как мы видели в гл. 4, заряд, соответствующий сохраняющемуся току, также сохраняется во времени, если только мы рассматриваем поля с конечным радиусом действия; в противном случае взаимодействие с бесконечным радиусом действия перенормирует заряд. Поскольку мы работаем в приближении, в котором электромагнитное поле не учитывается, то такие эффекты можно не принимать во внимание, и поэтому выражение (10.20) верно.

2. Прежде чем доказывать это утверждение вторым способом (см. [41]), мы введем ряд новых понятий. В особенности нам необходимо общее определение пропагатора гейзенберговского поля. Для этого мы сделаем небольшое, но важное изменение в определении хронологического упорядочения. Мы вводим индекс «+» следующим образом:

$$(\varphi(x)\varphi(y))_+ = \theta(x_0 - y_0)\varphi(x)\varphi(y) + \theta(y_0 - x_0)\varphi(y)\varphi(x) \quad (10.21)$$

при условии, что  $\varphi(x)$  и  $\varphi(y)$  в равные времена коммутируют как свободные бозонные поля, и

$$\psi(x)\bar{\psi}(y)_+ = \theta(x_0 - y_0)\psi(x)\bar{\psi}(y) - \theta(y_0 - x_0)\bar{\psi}(y)\psi(x), \quad (10.22)$$

если  $\psi(x)$  и  $\bar{\psi}(y)$  антикоммутируют в равные времена как свободные ферми-поля. Таким образом, для бозонов символ «+» действует как хронологический оператор  $P$ , а для фермионов всякий раз, когда мы переставляем  $\psi$  и  $\bar{\psi}$ , следует вводить множитель  $(-1)^1$ .

По определению точная нуклонная (или бозонная) фейнмановская функция Грина равна<sup>2)</sup>

$$S_F(x-y) = \langle 0 | (\psi(x)\bar{\psi}(y))_+ | 0 \rangle. \quad (10.23)$$

Теперь для того, чтобы получить общий вид  $S_F(p)$ , фурье-образ  $S_F(x-y)^3$ , мы будем исходить из тех же соображений симметрии, что и при изучении матричного элемента тока. Это рассмотрение является до некоторой степени сложным, и здесь мы опишем его в общих чертах<sup>4)</sup>.

Матричный элемент ( $\alpha$  и  $\beta$  — индексы Дирака)

$$\langle 0 | \psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(0) | 0 \rangle, \quad (10.24)$$

<sup>1)</sup> Т. е. символ «+» является хронологическим оператором Вика  $T$ , который связан с хронологическим оператором Дайсона  $P$  формулой  $T = (-1)^n P$ , где число  $n$  равно числу перестановок фермионов. — *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> Студент, изучающий теорию поля, будет интересоваться, с какой функцией распространения мы имеем дело — перенормированной или перенормированной. В данном случае это различие не имеет отношения к делу, и мы лишь заметим, что состояние  $|0\rangle$  — вакуумное состояние.

<sup>3)</sup> Заметим, что

$$\langle 0 | \psi(x)\bar{\psi}(y) | 0 \rangle = \langle 0 | \psi(0) e^{i(P(x-y))} \bar{\psi}(0) | 0 \rangle,$$

т. е. в действительности  $S_F$  зависит только от разности  $x-y$ .

<sup>4)</sup> Читатель, который желает ознакомиться с этим вопросом подробнее, может изучить его в книге Швехера [13].

согласно общей лоренц-ковариантности, можно представить в следующем ковариантном виде:

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle = \delta_{\alpha\beta} A^S(x) + (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} A_\mu^V(x) + (\gamma_5)_{\alpha\beta} A^P(x) + (\sigma_{\mu\nu})_{\alpha\beta} A_{\mu\nu}^T(x) + i(\gamma_5 \gamma_\mu)_{\alpha\beta} A_\mu^A(x), \quad (10.25)$$

где  $A_i$  суть пять функций переменной  $x$ , которые относительно лоренц-преобразований должны преобразовываться таким же способом, каким преобразуются связанные с ним  $\gamma$ -матрицы.

Используя трансляционную инвариантность и производя эрмитово сопряжение, имеем

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle = (\gamma_4)_{\beta\delta} \langle 0 | \Psi_\delta(-x) \bar{\Psi}_{\delta'}(0) | 0 \rangle^* (\gamma_4)_{\delta'\alpha}. \quad (10.26)$$

Пренебрегая эффектом слабого взаимодействия для полей, мы можем призвать на помощь  $PT$ -инвариантность и показать, что

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle = (\gamma_4 t)_{\alpha\delta} \langle 0 | \Psi_\delta(-x) \bar{\Psi}_{\delta'}(0) | 0 \rangle^* (\gamma_4 t)_{\delta'\beta}^{\dagger}, \quad (10.27)$$

где  $t_{\alpha\beta}$  — матрица обращения времени.

Условия (10.26) и (10.27) позволяют нам исключить из выражения (10.25) функции  $A_{\mu\nu}^T$ ,  $A_\mu^A$  и  $A^P$ , т. е. <sup>1)</sup>

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle = \delta_{\alpha\beta} A^S(x) + i(\gamma_\mu)_{\alpha\beta} A_\mu^V(x). \quad (10.28)$$

В выражение (10.28) введем сумму по полному набору промежуточных состояний оператора  $P_\mu$  между функциями  $\Psi$  и  $\bar{\Psi}$ .

Итак,

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle = \sum_n e^{i(p_n x)} \langle 0 | \Psi_\alpha(0) | n \rangle \langle n | \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle. \quad (10.29)$$

В этой сумме мы можем зафиксировать 4-импульс  $p$  и произвести суммирование по набору вырожденных состояний для данного значения  $p$ . Например, для однонуклонного состояния мы должны были бы просуммировать при фиксированном  $p$  по спинам.

Введем обозначение (см. [13])

$$\theta(-p^2) \theta(p_0) W_{\alpha\beta}(p) = (2\pi)^3 \sum_\lambda \langle 0 | \Psi_\alpha(0) | p\lambda \rangle \langle p\lambda | \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle, \quad (10.30)$$

где  $\lambda$  — любое квантовое число, например спин, которое характеризует вырожденное состояние, а  $\theta$ -функции написаны для того, чтобы учитывать только физические значения 4-импульса,

<sup>1)</sup> Мы переопределили  $A_\mu^V$ , выделив явно мнимую единицу  $i$ . Теперь, согласно  $T$ -инвариантности,  $A^S$  и  $A_\mu^V$  являются вещественными.

т. е. в нашей метрике это соответствует  $p^2 < 0$  и  $p_0 > 0$ . Если мы преобразуем сумму по  $n$  в интеграл по  $p$ , то получим

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^4 p e^{i(p \cdot x)} \theta(p_0) \theta(-p^2) W_{\alpha\beta}(p). \quad (10.31)$$

Принимая во внимание свойства симметрии матричного элемента (10.28), находим

$$W_{\alpha\beta}(p) = \delta_{\alpha\beta} A^S(p) + i(\gamma_\mu)_{\alpha\beta} A_\mu^V(p). \quad (10.32)$$

Из лоренц-инвариантности следует, что

$$A^S(p) = A_1(-p^2) \quad (10.33)$$

и

$$A_\mu^V(p) = p_\mu A_2(-p^2). \quad (10.34)$$

Таким образом, если мы обозначим  $p^2 = -m^2$ , заменим  $\theta$ -функцию ее интегральным представлением и учтем, что, согласно  $S$ -инвариантности, матричные элементы

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(x), \bar{\Psi}_\beta(0) | 0 \rangle \text{ и } \langle 0 | \bar{\Psi}_\beta(0) \Psi_\alpha(x) | 0 \rangle$$

имеют по существу идентичные ковариантные разложения, то для функции Грина получим выражение

$$S_F(p)_{\alpha\beta} = \int_0^\infty dm^2 \frac{1}{p^2 + m^2 + i\epsilon} (\delta_{\alpha\beta} A_1(-m^2) + i(\gamma p)_{\alpha\beta} A_2(-m^2)). \quad (10.35)$$

Поучительно исследовать в сумме по промежуточным состояниям вклад в  $A_1$  и  $A_2$  от однонуклонного состояния, который в случае свободных нуклонов был бы единственным. Вычисляя след матрицы  $S_F(p)_{\alpha\beta}$  по соответствующим спинорным индексам, можно найти вклад от однонуклонных состояний в  $A_1$ . Итак,

$$A_1(-m^2) = \frac{(2\pi)^3}{4} \sum_{n, \alpha} \langle 0 | \Psi_\alpha(0) | n \rangle \langle n | \bar{\Psi}_\alpha(0) | 0 \rangle, \quad (10.36)$$

где суммирование производится по тем состояниям  $|n\rangle$ , для которых  $p_n^2 = -m^2$ . Из этой суммы мы можем выделить вклад однонуклонного состояния с массой  $M$ , т. е.

$$A_1(-m^2) = \frac{(2\pi)^3}{4} \sum_{s, \alpha} \langle 0 | \Psi_\alpha(0) | \mathbf{p} \rangle_s \langle \mathbf{p} | \bar{\Psi}_\alpha(0) | 0 \rangle \delta(m^2 - M^2) + A_1'(-m^2), \quad (10.37)$$

где  $A'_1$  соответствует вкладу состояний с высшими массами. Но, как мы уже видели в гл. 7,

$$\langle 0 | \Psi_\alpha(0) | p \rangle_s = \frac{\sqrt{Z_2}}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{2E} u_\alpha(p)_s, \quad (10.38)$$

где  $E = \sqrt{p^2 + M^2}$ . Мы специально выбрали такую нормировку матричного элемента  $\langle 0 | \Psi_\alpha(0) | p \rangle_s$  для того, чтобы согласовать ее с общепринятым определением константы «перенормировки»  $Z_2$ . Таким образом <sup>1)</sup>,

$$A_1(-M^2) = \frac{1}{2} E Z_2 \text{Sp} \left[ \frac{-i(\gamma p) + M}{2E} \right] = Z_2 M, \quad (10.39)$$

т. е.

$$A_1(-m^2) = Z_2 M \delta(M^2 - m^2) + A'_1(-m^2). \quad (10.40)$$

Используя равенство <sup>2)</sup>

$$\text{Sp}(\gamma_4 i(\gamma p)) = -4E \quad (10.41)$$

и умножая обе стороны выражения (10.35) на  $\gamma_4$ , мы находим, что

$$A_2(-M^2) = -Z_2; \quad (10.42)$$

следовательно,

$$S_F(p) = \frac{Z_2}{i(\gamma p) + M} + R_F(p), \quad (10.43)$$

где функция  $R_F(p)$ , поскольку она учитывает вклад от состояний с высшими значениями масс, остается конечной, когда 4-импульс  $p$ , соответствующий однонуклонному состоянию, находится на массовой оболочке. На массовой оболочке, а именно в точках, соответствующих физическому значению массы нуклона,  $S_F(p)$  имеет полюс с вычетом, равным  $Z_2$ . Таким образом, когда  $i(\gamma p) \rightarrow -M$  (условие того, что импульс приближается к массовой оболочке),

$$S_F(p)^{-1} \rightarrow \frac{1}{Z_2} (i(\gamma p) + M). \quad (10.44)$$

Это важное свойство функции Грина понадобится нам для следующего изложения. На данном этапе мы можем различить

<sup>1)</sup> Согласно нашей нормировке,

$$\sum_{s, \alpha} u_\alpha(p)_s \bar{u}_\alpha(p)_s = \text{Sp} \left[ \frac{-i(\gamma p) + M}{2E} \right].$$

<sup>2)</sup>  $\text{Sp}[\gamma_4 \gamma_\mu] = 4\delta_{\mu 4}$ .

перенормированные и неперенормированные поля  $\psi$ . По определению перенормированное поле  $\psi_R$  равно

$$\psi_R = \frac{1}{\sqrt{Z_2}} \psi. \quad (10.45)$$

Таким образом, на массовой оболочке

$$\mathbf{S}_{FR}^{-1}(p) \rightarrow i(\gamma p) + M \quad (10.46)$$

при условии, что мы определяем пространственную функцию Грина как

$$\mathbf{S}_{FR}(x-y) = \langle 0 | (\psi(x)_R \bar{\psi}(y)_R)_+ | 0 \rangle. \quad (10.47)$$

Теперь мы докажем так называемое тождество Уорда<sup>1)</sup> для  $\beta$ -распада. А затем, используя его и учитывая структуру  $\mathbf{S}_F$ , мы докажем, что  $G_V/G = 1$ . Напомним (см. гл. 4), что комбинированное преобразование

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \left(1 + i\Lambda(x) \cdot \frac{\tau}{2}\right) \psi, \\ \varphi &\rightarrow \varphi + \varphi \times \Lambda(x), \end{aligned} \quad (10.48)$$

где  $\Lambda(x)$  — бесконечно малая калибровочная функция, зависящая от пространственно-временной точки, порождает изоспиновый ток. При этом преобразовании *полный* пион-нуклонный лагранжиан  $\mathcal{L}$  переходит в

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} - \mathbf{V}_\mu \cdot \partial_\mu \Lambda, \quad (10.49)$$

где  $\mathbf{V}_\mu$  — сохраняющийся изовекторный ток.

Функция Грина  $\mathbf{S}_F(x-y)$  является также неинвариантной по отношению к этому преобразованию. В самом деле, подставляя  $\psi(x) \rightarrow \psi(x) (1 + i\Lambda(x) \cdot (\tau/2))$  в  $\langle 0 | \psi(x) \bar{\psi}(y) | 0 \rangle$  и сохраняя члены первого порядка по  $\Lambda(x)$ , мы видим, что  $\mathbf{S}_F$  изменяется на величину  $\Delta \mathbf{S}_F$ , равную

$$\Delta \mathbf{S}_F(x-y) = i\Lambda(x) \cdot \frac{\tau}{2} \mathbf{S}_F(x-y) - i\mathbf{S}_F(x-y) \Lambda(y) \cdot \frac{\tau}{2}. \quad (10.50)$$

В импульсном пространстве это выражение записывается как

$$\Delta \mathbf{S}_F(p, p') = i\Lambda(p) \cdot \frac{\tau}{2} \mathbf{S}_F(p) - i\mathbf{S}_F(p') \Lambda(p') \cdot \frac{\tau}{2}. \quad (10.51)$$

<sup>1)</sup> Сначала это тождество было доказано Уордом [42] в электродинамике. Данное здесь доказательство следует работе Бернштейна и др. [41] и его можно распространить на любой как сохраняющийся, так и не сохраняющийся ток, порожденный калибровочными преобразованиями типа преобразований, рассмотренных в гл. 2.

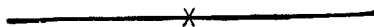
В работе Такахаси [43] дано другое доказательство тождества Уорда, основанное на использовании общего определения вершинной функции.



Однако мы можем вычислить  $\Delta S_F(p, p')$  и другим способом. Так как  $\Lambda \ll 1$ , то добавочный член в  $\mathcal{L}$  (10.49) можно рассматривать как возмущение, которое следует учитывать лишь в первом порядке по  $\Lambda$ . Если мы мыслим в терминах фейнмановских диаграмм, то  $S_F(p)$  можно представить линией (фиг. 40).

Фиг. 40.

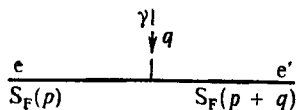
Если мы включаем возмущение (в наимизшем порядке), то в пропагаторе мы должны заменить  $S_F(p)$  диаграммой (фиг. 41),



Фиг. 41.

где крестик означает возмущение.

В качестве простого примера рассмотрим влияние на пропагатор свободного электрона добавленного к нему слабого внешнего электромагнитного поля. Графически это соответствовало бы диаграмме (фиг. 42),



Фиг. 42.

т. е. в первом порядке по электромагнитному полю мы получили бы модифицированный пропагатор

$$S_F(p) A_\mu(q) V_\mu(p, p') S_F(p'),$$

где  $V_\mu(p, p')$  — вершинная функция, соответствующая поглощению внешнего фотона.

В нашем случае мы имеем<sup>1)</sup>

$$\Delta S_F(p, p') = -i S_F(p) [(p_\mu - p'_\mu)(\Lambda(p - p') \cdot V_\mu(p', p))] S_F(p'). \quad (10.52)$$

<sup>1)</sup> Это есть фурье-образ выражения

$$\int d^4u \int d^4v \int d^4z S_F(x - u) V_\mu(u, z, v) \frac{\partial \Lambda(z)}{\partial z_\mu} S_F(v - y),$$

где  $V_\mu(u, z, v)$  — вершина, или функция, треугольной диаграммы, которая описывает влияние возмущения на пропагатор.

Поскольку  $\Lambda$  является произвольной функцией, то мы можем приравнять  $\Delta \mathbf{S}_F$ , вычисленные двумя различными методами, и получить, что

$$i \frac{\tau}{2} \mathbf{S}_F(p) - i \mathbf{S}_F(p') \frac{\tau}{2} = -i(p - p')_\mu \mathbf{S}_F(p) \mathbf{V}_\mu(p, p') \mathbf{S}_F(p'), \quad (10.53)$$

или

$$i \frac{\tau}{2} \mathbf{S}_F^{-1}(p') - i \mathbf{S}_F^{-1}(p) \frac{\tau}{2} = -i(p - p')_\mu V_\mu(p, p'). \quad (10.54)$$

Это есть знаменитое тождество Уорда в «интегральной» форме. Переходя к пределу  $p \rightarrow p'$  в выражении (10.54), мы получим «дифференциальное» тождество Уорда.

Итак,

$$\frac{\tau}{2} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \mathbf{S}_F^{-1}(p) = \mathbf{V}_\mu(p, p). \quad (10.55)$$

Поскольку

$$\mathbf{S}_{FR}^{-1} = \mathbf{S}_F^{-1} Z_2, \quad (10.56)$$

то для перенормированной функции Грина имеем

$$\frac{\tau}{2} \frac{\partial}{\partial p_\mu} \mathbf{S}_{FR}^{-1}(p) = Z_2 \mathbf{V}_\mu(p, p). \quad (10.57)$$

Согласно общим инвариантным доказательствам, которые теперь уже нам хорошо известны, мы можем написать

$$\bar{u}(\mathbf{p}) \mathbf{V}_\mu(p, p) u(\mathbf{p}) = \frac{i}{Z_1} \bar{u}(\mathbf{p}) \gamma_\mu \frac{\tau}{2} u(\mathbf{p}), \quad (10.58)$$

где  $u(\mathbf{p})$  — спиноры, описывающие свободные (находящиеся на массовой оболочке) нуклоны. Множитель  $1/Z_1$  мы ввели для того, чтобы это соответствовало стандартному определению константы перенормировки вершины. При этом мы, конечно, не теряем общности: в самом деле, мы просто обозначили постоянный множитель в матричном элементе при нулевом переданном импульсе через  $1/Z_1$ . Как мы уже видели, на массовой оболочке

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} \mathbf{S}_{FR}^{-1}(p) = i \gamma_\mu. \quad (10.59)$$

Следовательно,

$$\bar{u}(\mathbf{p}) \gamma_\mu \frac{\tau}{2} u(\mathbf{p}) = \frac{Z_2}{Z_1} \bar{u}(\mathbf{p}) \gamma_\mu \frac{\tau}{2} u(\mathbf{p}), \quad (10.60)$$

т. е.

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 1, \quad (10.61)$$

но

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{G_V^{\text{набл}}}{G}. \quad (10.62)$$

Таким образом мы еще раз показали, что закон сохранения тока означает неперенормируемость векторной константы связи слабого взаимодействия. Позднее, при рассмотрении несохраняющихся токов, мы будем использовать тождества типа тождества Уорда.

В предыдущей главе мы отмечали, что на опыте отношение  $G_V/G$  не точно равно единице, а отличается от нее скорее всего на два процента. Эту разность можно рассматривать по крайней мере с двух точек зрения.

1. Если мы примем во внимание электромагнитные взаимодействия, то изотопический ток больше не сохраняется и это нарушение закона сохранения тока с учетом всех остальных электромагнитных поправок, которые и объясняют отличие  $G_V$  от  $G$ , является малым. С этой точки зрения в *отсутствии* электромагнитного поля константа связи векторного тока, например, с лептонным током должна точно равняться  $G^1$ ).

2. Несохранение тока и радиационные поправки лишь частично объясняют отличие  $G_V$  от  $G$ . С этой точки зрения и в *отсутствии* электромагнитного поля мы должны записать ток слабого взаимодействия в виде

$$\frac{G}{\sqrt{2}} (\cos \theta (V_\mu + A_\mu) + L_\mu), \quad (10.63)$$

где  $V_\mu$  и  $A_\mu$  — токи  $\beta$ -распада и  $L_\mu$  — лептонный ток. Фактор, учитывающий отклонение  $G$  от  $G_V^{\text{набл}}$ , мы записали в виде  $\cos \theta$ , поскольку такая запись удобна для дальнейшей работы. Угол  $\theta$  называется углом Кабиббо [44]. С точки зрения Кабиббо  $\theta \neq 0$ , даже если нет электромагнитных взаимодействий. Происхождение этого угла (вопрос, к которому мы вернемся позднее) лежит вне теории Фейнмана — Гелл-Манна. Хотя мы недостаточно ясно понимаем происхождение этого угла, но, как будет показано в дальнейшем, много экспериментальных данных говорит в пользу его существования, а следовательно, и в пользу второй точки зрения, а не первой.

Теперь мы переходим от этих довольно абстрактных вопросов к более конкретным применениям гипотезы Фейнмана — Гелл-Манна. Сначала мы применим уравнение (10.19) к ядерным изобарам с  $T = 1$ , что позволит нам сделать вывод отно-

<sup>1)</sup> Здесь следует заметить, что эффекты высших порядков по *слабому* взаимодействию также могут перенормировать  $G$ . Действительно, в следующей главе мы покажем, что учет таких взаимодействий приводит к  $\partial_\mu V_\mu \neq 0$ .

Эти поправки очень трудно вычислить, но они не могут сильно изменить  $G$ .

сительно «величины  $ft$ » для  $0^+ \rightarrow 0^+$ -переходов<sup>1)</sup> в этих изобарах. Величина  $ft$  для  $\beta$ -перехода является мерой квадрата матричного элемента  $\beta$ -распада. Величина  $f$  представляет собой безразмерный фазовый объем распада<sup>2)</sup>, т. е.

$$\frac{1}{\tau} \sim |H_{WK}|^2 f. \quad (10.64)$$

Если мы имеем дело с тяжелым ядром и рассматриваем ядерный матричный элемент в приближении, в котором мы предполагаем, что переданный ядру импульс пренебрежимо мал, то в  $0^+ \rightarrow 0^+$ -переходе, который является чистым разрешенным фермиевским переходом<sup>3)</sup>, мы непосредственно измеряем заряд, связанный с векторным током. Однако в теории Фейнмана — Гелл-Манна этот «заряд» точно равен  $T^+$  ( $T^-$ ) для электронного (позитронного) распада. Если мы имеем дело с изобарами с  $T = 1$ , то из уравнения (10.19) видно, что для всех таких ядер  $|H_{WK}| = \sqrt{2}$ , т. е. величина  $ft$  по существу должна быть постоянной для всей группы этих ядер. В самом деле, недавняя сводка (см. [36], стр. 352) показывает, что это так (табл. 3). Помимо несколько аномального случая с  $Al^{26}$ , кото-

Таблица 3

Распад	Величина $ft$ (сек)
$O^{14} (\beta^+) N^{14*}$	$3127 \pm 10$
$Al^{26} (\beta^+) Mg^{26}$	$3086 \pm 12$
$C^{134} (\beta^+) S^{34}$	$3138 \pm 19$
$Sc^{42} (\beta^+) Ca^{42}$	$3122 \pm 9$
$V^{46} (\beta^+) Ti^{46}$	$\left\{ \begin{array}{l} 3138 \pm 25 \\ 3131 \pm 8 \end{array} \right.$
$Mn^{50} (\beta^+) Cr^{50}$	$3125 \pm 9$
$Co^{54} (\beta^+) Fe^{54}$	$3132 \pm 17$

рый, по-видимому, еще недостаточно хорошо понят, мы видим замечательное единообразие в  $ft$ -величинах для рассмотренных

<sup>1)</sup> В данном случае речь идет о переходе из состояния с положительной четностью и спином, равным нулю, в состояние с той же четностью и нулевым спином.

<sup>2)</sup> См., например, гл. 11 книги Сакса [45].

<sup>3)</sup> Он происходит как разрешенный переход, описываемый матричным элементом оператора  $V_0(0)$ , который, когда мы берем его между состояниями с нулевым импульсом, есть не что иное, как слабый векторный заряд.

$0^+ \rightarrow 0^+$ -переходов. Хотя это и *согласуется* с теорией Фейнмана — Гелл-Манна, тем не менее важно знать, в какой мере приведенные экспериментальные данные подтверждают теорию. В самом начале изучения слабых взаимодействий мы отметили, что первоначальная теория Ферми  $\beta$ -распада основывалась на предположении о том, что ток  $\beta$ -распада имеет (в современном изотопическом обозначении) простой вид

$$\mathbf{V}_\mu(x) = i\bar{\psi}(x) \gamma_\mu \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \psi(x), \quad (10.65)$$

где  $\psi$  — нуклонные поля. Если бы не было пионов, то этот ток был бы полным изотопическим током. Полный ток пионного и нуклонного полей равен

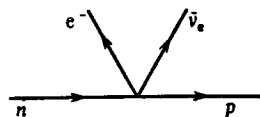
$$\mathbf{V}_\mu = i\bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \psi - (\boldsymbol{\Phi} \times \partial_\mu \boldsymbol{\Phi}) \quad (10.66)$$

в псевдоскалярной теории и

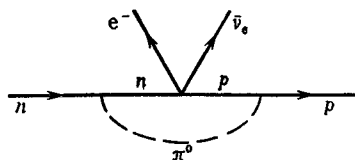
$$\mathbf{V}_\mu = i\bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \psi - (\boldsymbol{\Phi} \times \partial_\mu \boldsymbol{\Phi}) + \frac{if}{m_\pi} \bar{\psi} (\gamma_5 \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\Phi}) \psi \quad (10.67)$$

в псевдовекторной теории. Каждый из этих токов сохраняется соответственно в псевдоскалярной и псевдовекторной теориях. Но ни в одной из этих теорий фермиевский ток  $\mathbf{V}_\mu$ , т. е. ток *без пионных членов*, не сохраняется. Эти пионные члены и составляют основное отличие тока Фейнмана — Гелл-Манна  $\mathbf{V}_\mu$  от тока Ферми  $\mathbf{V}_\mu^{(1)}$ . Однако мы могли бы доказать, что для ядер хорошим приближением является приближение, в котором пионными вкладами можно пренебречь. Известно, что модель независимых частиц дает для большинства ядер довольно разумное описание электромагнитных явлений при низких энергиях, например величину магнитных моментов. Поэтому мы

<sup>1)</sup> С точки зрения диаграмм Фейнмана можно увидеть, почему такие пионные члены не перенормируют  $G$ . В теории Ферми для  $\beta$ -распада нейтрона существует одна непионная диаграмма (фиг. 43) и пионные поправки типа (фиг. 44), которые и приводят к перенормировке вершины.



Фиг. 43.



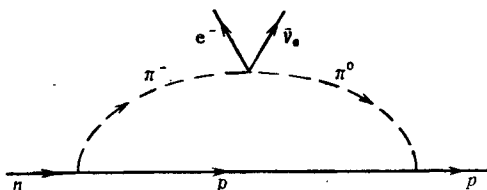
Фиг. 44.

Однако в теории Фейнмана — Гелл-Манна каждой такой диаграмме соответствует компенсирующая диаграмма того же порядка по пион-нуклонной константе связи, например диаграмма, изображенная на фиг. 45.

могли бы представить, что для процессов слабого взаимодействия, таких, как  $\beta$ -распад ядер, пионные взаимодействия также несущественны. Для  $\beta$ -распада, до тех пор пока мы могли не учитывать мезонные поправки, разрешенные фермиевские  $0^+ \rightarrow 0^+$ -переходы следовало бы описывать эффективным ядерным гамильтонианом типа

$$H_{\text{эфф}} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N \tau_{i+} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i),$$

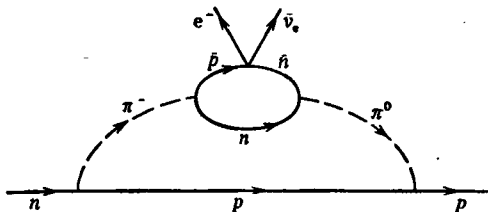
где сумма берется по всем нуклонам в ядре. Этот гамильтониан соответствует картине, в которой  $\beta$ -распад каждого нуклона в ядре происходит независимо. Тем самым мы игнорируем поправки, которые могли бы возникнуть из-за того, что нуклоны могут обмениваться друг с другом мезоном. Матричные элементы рассматриваемого гамильтониана между волновыми функциями независимых частиц опять будут просто матричными элементами полного изоспинового повышающего оператора  $T^+$  (мезонами мы пренебрегаем). Следовательно, это



Фиг. 45.

Закон сохранения тока  $V_{\mu}$  гарантирует, что при нулевом импульсе, переданном лептонам, диаграммы такого типа сокращаются с диаграммами, в которых лептоны испускаются нуклонами.

В теории Ферми лептоны могут также излучаться пионами, как, например, это показано на диаграмме фиг. 46. Но диаграммы такого типа яв-



Фиг. 46.

ляются диаграммами высшего порядка по константе связи сильного взаимодействия и с пионными диаграммами, в которых лептоны испускаются нуклонами, не сокращаются.

приближение приведет к тому же самому результату, что и теория Фейнмана — Гелл-Манна, даже если его теоретическое обоснование будет совершенно другим. Поэтому важно проверить теории, которые более однозначно связаны с начальными предположениями.

В этой связи одним из интереснейших процессов слабого взаимодействия является распад  $\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$  (или  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ ), который, несмотря на малый фазовый объем вследствие малой разности масс между  $\pi^\pm$  и  $\pi^0$  (около 4,5 Мэв), тем не менее наблюдается. В теории типа «ток  $\times$  ток» матричный элемент этого процесса, например распад  $\pi^-$ , можно записать как

$$m = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \pi^0 | J_\mu(0) | \pi^- \rangle \bar{u}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{\bar{\nu}_e},$$

где

$$J_\mu = V_\mu + A_\mu.$$

Займемся анализом новой величины  $\langle \pi^0 | J_\mu(0) | \pi^- \rangle$ . Хотя в этом распаде четность не сохраняется, тем не менее мы получим при пространственном отражении условия

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}^0 | \mathbf{V}(0) | \mathbf{p}^- \rangle &= - \langle -\mathbf{p}^0 | \mathbf{V}(0) | -\mathbf{p}^- \rangle, \\ \langle \mathbf{p}^0 | V_0(0) | \mathbf{p}^- \rangle &= \langle -\mathbf{p}^0 | V_0(0) | -\mathbf{p}^- \rangle \end{aligned} \quad (10.68)$$

и

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}^0 | \mathbf{A}(0) | \mathbf{p}^- \rangle &= \langle -\mathbf{p}^0 | \mathbf{A}(0) | -\mathbf{p}^- \rangle, \\ \langle \mathbf{p}^0 | A_0(0) | \mathbf{p}^- \rangle &= - \langle -\mathbf{p}^0 | A_0(0) | -\mathbf{p}^- \rangle. \end{aligned} \quad (10.69)$$

Это объясняется тем, что мы рассматриваем слабое взаимодействие в наинизшем порядке, т. е. пионные состояния  $|\mathbf{p}^- \rangle$  и  $|\mathbf{p}^0 \rangle$  являются собственными состояниями лишь операторов, характеризующих сильное взаимодействие.

Из лоренц-инвариантности (см. гл. 4) имеем<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} (2\pi)^3 \sqrt{4E_\pi - E_{\pi^0}} \langle \mathbf{p}^0 | J_\mu(0) | \mathbf{p}^- \rangle &= \\ &= (p_\mu^- + p_\mu^0) F_+(q_-^2) + (p_\mu^- - p_\mu^0) F_-(q_-^2), \end{aligned} \quad (10.70)$$

где

$$q_-^2 = (p_\mu^- - p_\mu^0)^2. \quad (10.71)$$

Из условий (10.68) и (10.69) видно, что аксиально-векторный ток не дает вклада в этот распад, т. е.

$$\langle \pi^0 | J_\mu(0) | \pi^- \rangle = \langle \pi^0 | V_\mu(0) | \pi^- \rangle. \quad (10.72)$$

<sup>1)</sup> Численные множители в левой стороне равенства (10.70) выбраны из соображений удобства.

Таким образом, распад  $\pi^- \rightarrow \pi^0$  представляет собой в действительности простейший пример разрешенного фермиевского  $0^+ \rightarrow 0^+$ -перехода. Мы можем повторить здесь то же самое доказательство, с помощью которого мы показали, что  $V_\mu$  не может сохраняться точно в  $\beta$ -распаде нейтрона, если только  $M_N \neq M_p$ . Следовательно, для того, чтобы применять закон сохранения тока в этом распаде, мы должны в матричном элементе  $\langle \pi^0 | V_\mu(0) | \pi^- \rangle$  считать, что  $m_{\pi^-} = m_{\pi^0}$ . Используя закон сохранения тока и полагая  $m_{\pi^-} = m_{\pi^0}$ , мы исключаем формфактор  $F_-(q^2)$ , т. е.

$$(2\pi)^3 \sqrt{4E_{\pi^-} E_{\pi^0}} \langle \pi^0 | V_\mu(0) | \pi^- \rangle = (p_\mu^- + p_\mu^0) F_+(q^2). \quad (10.73)$$

Из предположения о том, что при обращении времени ток  $\mathbf{V}(0)$  преобразуется симметричным образом, имеем

$$\langle \mathbf{p}^0 | \mathbf{V}(0) | \mathbf{p}^- \rangle = - \langle -\mathbf{p}^0 | \mathbf{V}(0) | -\mathbf{p}^- \rangle. \quad (10.74)$$

Это условие выполняется, если только

$$F_+(q^2) = F_+^*(q^2). \quad (10.75)$$

Из кинематики распада легко видеть, что если мы вычисляли распад в системе отсчета, в которой  $\mathbf{p}^- = \mathbf{0}$ , то

$$\frac{|\mathbf{p}^-|}{E(\mathbf{p}^-)} \approx \frac{(m_{\pi^-})^2 - (m_{\pi^0})^2}{(m_{\pi^-})^2 + (m_{\pi^0})^2} \ll 1. \quad (10.76)$$

Поэтому очень хорошим приближением при вычислении этого распада является приближение, в котором мы пренебрегаем пространственными компонентами тока и полагаем, что матричный элемент тока дается выражением

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{0} | V_0(0) | \mathbf{0} \rangle &= (2\pi)^3 2m_\pi = 2m_\pi F_+(0) = \\ &= \langle \mathbf{0} | \int V_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} | \mathbf{0} \rangle = 2m_\pi \langle \mathbf{0} | T_+ | \mathbf{0} \rangle = 2m_\pi \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (10.77)$$

Таким образом, матричный элемент распада  $\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$  можно записать в явном виде<sup>1)</sup>

$$M = G \bar{u}(e) \gamma_4 (1 + \gamma_5) u(\bar{\nu}). \quad (10.78)$$

Используя этот матричный элемент, можно показать, что теоретически отношение вероятности распада  $\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$  к вероятности доминирующего пионного распада  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  (который будет рассмотрен в следующей главе) равно  $R_{\text{теор}} =$

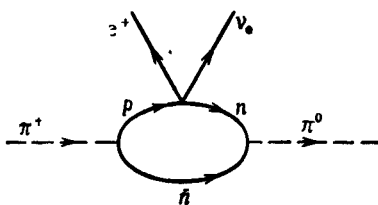
<sup>1)</sup> Мы пренебрегаем малыми поправками, связанными с углом Кабиббо.



$= 1,07 \cdot 10^{-8}$ ; сама вероятность распада  $\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \nu_e$  без учета малых поправок вычисляется по формуле

$$\frac{1}{\tau} = \frac{G^2}{30\pi^3} (m_{\pi^-} - m_{\pi^0})^5. \quad (10.79)$$

Очень малая величина отношения вероятностей обусловлена малым фазовым объемом. Трехчастичный пион-лептонный фазовый объем ведет себя приблизительно как  $(m_{\pi^-} - m_{\pi^0})^5$ . Но поскольку разность масс  $\pi^- - \pi^0$  мала, то это и дает малую величину отношения вероятностей. Было проделано несколько экс-



Фиг. 47.

периментов по измерению этой величины<sup>1)</sup>; в настоящее время наилучшее ее значение равно

$$R_{\text{эксп}} = (1,12 \pm 0,08) \cdot 10^{-8},$$

что очень хорошо согласуется с теорией. Однако мы должны быть честными и сказать, что *любая* теория  $\beta$ -распада привела бы к *некоторому*  $\beta$ -распаду пиона, например распаду, изображенному на диаграмме фиг. 47.

Необходимо подчеркнуть точное численное соответствие эксперимента с результатом, следующим из теории Фейнмана — Гелл-Манна. Было бы чудом, если бы другая теория, основанная на диаграммах типа одной из указанных, дала бы тот же самый численный результат.

До сих пор мы ограничивались изучением в теории Фейнмана — Гелл-Манна лишь тех явлений, которые можно рассматривать при нулевом переданном импульсе. Другими словами, в матричных элементах типа  $\langle \mathbf{a} | V_{\mu}(0) | \mathbf{b} \rangle$  мы могли положить  $\mathbf{a} \approx \mathbf{b} \approx 0$ , т. е. по существу свести матричный элемент к матричному элементу полного заряда, который есть просто  $T^+$  или  $T^-$ . Однако и при нулевом переданном импульсе в теории Фейнмана — Гелл-Манна можно сделать несколько поразительных выводов. Мы начнем обсуждение этого вопроса с простейшего слу-

<sup>1)</sup> Полный обзор ссылок можно найти в книге Ли и Ву [25].

чая, а именно с  $\beta$ -распада нейтрона, хотя наилучшие экспериментальные результаты получены для тяжелых ядер. Рассмотрим еще раз матричный элемент

$$(2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' | {}_N V_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_P = i\bar{u}(\mathbf{p}') [\gamma_\mu f_V(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu f_M(q^2)] u(\mathbf{p}). \quad (10.80)$$

Существенное замечание состоит в том, что в приближении точной изотопической симметрии электромагнитный ток можно записать как

$$J_\mu^V = J_\mu^S + J_{\mu 3}^V, \quad (10.81)$$

где  $J_\mu^S$  — изоскалярный ток и  $J_{\mu 3}^V$  — третья компонента изовекторного тока. Но, согласно теории Фейнмана — Гелл-Манна, этот изовекторный ток точно равен току  $J_{\mu 1}^V$ , который входит в слабые взаимодействия. Вкратце, если изовекторная часть электромагнитного тока есть  $J_{\mu 3}^V$ , то  $V_\mu$ , ток  $\beta$ -распада, равен  $J_{\mu 1}^V + iJ_{\mu 2}^V$ . Очевидно, что это замечание должно позволить нам связать некоторые электромагнитные процессы с определенными процессами слабого взаимодействия.

В качестве первого примера мы получим соотношение между величинами, характеризующими  $\beta$ -распад нейтрона, и величинами, характеризующими электрон-нуклонное рассеяние (разумеется, в пределе точной изотопической симметрии). Чтобы сделать изотопическую зависимость явной настолько, насколько это возможно, обозначим  $V_\mu = J_{\mu+}^V = J_{\mu 1}^V + iJ_{\mu 2}^V$  и

$$T_+ = \int d\mathbf{r} (J_0^V(\mathbf{r}, 0)_1 + iJ_0^V(\mathbf{r}, 0)_2). \quad (10.82)$$

Исходя из изотопических коммутационных соотношений, можно показать, что

$$J_{\mu+}^V = [J_{\mu 3}^V, T_+]_-. \quad (10.83)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | {}_P J_{\mu+}^V | \mathbf{p} \rangle_N &= \langle \mathbf{p}' | {}_P [J_{\mu 3}^V, T_+]_- | \mathbf{p} \rangle_N = \langle \mathbf{p}' | {}_P J_{\mu 3}^V | \mathbf{p} \rangle_P - \langle \mathbf{p}' | {}_N J_{\mu 3}^V | \mathbf{p} \rangle_N = \\ &= \langle \mathbf{p}' | {}_P J_\mu | \mathbf{p} \rangle_P - \langle \mathbf{p}' | {}_N J_\mu | \mathbf{p} \rangle_N. \end{aligned} \quad (10.84)$$

Для получения этого выражения мы использовали свойства изотопического повышающего оператора  $T_+$  и соотношение, данное в гл. 6, между матричными элементами оператора  $J_{\mu 3}^V$  и матричными элементами полного электрического тока  $J_\mu^V = J_\mu^S + J_{\mu 3}^V$ , взятыми между нейтронным и протонным состояниями.

Из равенства (10.84) следует, что формфакторы векторной части тока  $\beta$ -распада нейтрона связаны с формфакторами рассеяния электрона на нейтроне и протоне соотношением <sup>1)</sup>

$$F_i^+(q^2) = F_i^P(q^2) - F_i^N(q^2), \quad (10.85)$$

где  $i = 1, 2$ . Из этого соотношения можно сделать несколько выводов относительно  $\beta$ -распада и связанных с ним процессов. Во-первых, используя известные результаты по рассеянию электронов на нуклонах, мы можем теперь оценить, как изменяются формфакторы слабого взаимодействия в зависимости от величины  $q^2$ . Чтобы получить представление о масштабе изменения формфакторов, мы, учитывая равенство (10.85), разложим  $F_i^+(q^2)$  в ряд по  $q^2$ :

$$F_1^+(q^2) = 1 - \frac{q^2}{6} (\langle \mathbf{r}^2 \rangle_i^P - \langle \mathbf{r}^2 \rangle_i^N) \approx 1 - \frac{q^2}{6} \langle \mathbf{r}^2 \rangle_i^P \approx 1 - \frac{0,03}{m_\pi^2} q^2. \quad (10.86)$$

Обычно для  $\beta$ -распада <sup>2)</sup>  $|q^2| \sim m_e^2$ , т. е. в  $\beta$ -распаде мы вправе пренебречь зависимостью формфакторов от  $q^2$ . Во-вторых, существует другая реакция слабого взаимодействия, включающая тот же самый нуклонный матричный элемент, но в которой четырехмерный переданный импульс намного больше, чем в  $\beta$ -распаде, поэтому мы могли бы ожидать более сильного изменения векторных формфакторов. Таким процессом является захват мюона протоном, т. е.  $\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$ . Нуклонный матричный элемент (мы рассматриваем только векторную часть) для него имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_N J_\mu^V(0) | \mathbf{p} \rangle_P &= \langle \mathbf{p}' |_N [T_-, J_{\mu 3}^V]_- | \mathbf{p} \rangle_P = \\ &= \langle \mathbf{p}' |_P J_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_P - \langle \mathbf{p}' |_N J_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_N. \end{aligned} \quad (10.87)$$

В этом процессе мы можем считать протон и мюон покоящимися, т. е.

$$q^2 = (p - n)^2 = (\nu_\mu - \mu)^2 = -m_\mu^2 + 2\nu_\mu m_\mu. \quad (10.88)$$

<sup>1)</sup> Эти формфакторы связаны с формфакторами, определенными ранее, следующим образом:

$$F_1^+(q^2) = f_V(q^2),$$

$$F_2^+(q^2) = f_M(q^2).$$

<sup>2)</sup> В нашей метрике для  $\beta$ -распада  $q^2 < 0$ . Таким образом, для того чтобы экстраполировать формфакторы к малым отрицательным величинам  $q^2$ , мы, строго говоря, должны были бы использовать векторную мезонную модель или некоторое эквивалентное аналитическое выражение. Если мы это сделаем, то заключение останется тем же самым.

Но из закона сохранения энергии

$$m_\mu + M_p = \nu_{\mu 0} + E_N \approx \nu_{\mu 0} + M_p, \quad (10.89)$$

следовательно,

$$q^2 \approx m_\mu^2. \quad (10.90)$$

Поскольку

$$\left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2 \approx 0,56, \quad (10.91)$$

то отсюда следует, что в  $\mu$ -захвате зависимостью векторных формфакторов от  $q^2$  мы можем пренебречь.

Однако существует процесс, который изучен экспериментально, хотя и с не очень высокой степенью точности, но тем не менее из имеющихся данных видно, что зависимостью формфакторов от переданного импульса в нем пренебрегать нельзя. Таким процессом является реакция  $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$  или  $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$ . (Процессы  $\bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$  и  $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$  запрещены законом сохранения мюонного числа.)

Мюонные нейтрино получают за счет распада высокоэнергетических заряженных пионов  $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ , которые рождаются в реакции типа  $p + p \rightarrow p + n + \pi^+$ , т. е. когда протоны, ускоренные на ускорителях в ЦЕРНе или Брукхейвене<sup>1)</sup> (именно этими группами и были проделаны нейтринные эксперименты) сталкиваются с протонами мишени. В этих экспериментах типичные энергии нейтрино, а следовательно и величина  $q^2$ , были в области порядка нескольких Гэв. Матричный элемент, скажем процесса  $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ , можно записать в виде

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle P | V_\mu(0) + A_\mu(0) | N \rangle i\bar{u}(p_\mu) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(\nu_\mu), \quad (10.92)$$

т. е. в данном случае мы учитываем как векторный, так и аксиально-векторный формфакторы. Хотя экспериментальные данные являются неточными<sup>2)</sup>, они все же не противоречат выбору формфактора в виде

$$f_V(q^2) = \frac{1}{(1 - q^2/M_V^2)^2}, \quad (10.93)$$

где  $M_V = 0,84$  Гэв. В основном эта формула совместна с формулой для электрического формфактора, полученной на основе

<sup>1)</sup> Обзор последних экспериментальных данных, относящихся к этому вопросу, см. в трудах Аргонской конференции по слабым взаимодействиям [36].

<sup>2)</sup> Типичное поперечное сечение реакции  $\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$  при энергии нейтрино в области нескольких Гэв порядка  $0,6 \cdot 10^{-38}$  см<sup>2</sup>. Это означает, что установка в ЦЕРНе, которая за целый день работы пропускает  $1,7 \cdot 10^{16}$  протонов, регистрирует только 15 случаев реакции в тонне вещества мишени.

данных по электрон-протонному рассеянию и приведенной в гл. 6, но точного совпадения здесь ожидать не следует, поскольку нейтринные эксперименты еще слишком грубы. (Обсуждение аксиально-векторных формфакторов мы откладываем до следующей главы.) Наибольшее впечатление оставляет проверка теории Фейнмана — Гелл-Манна, которая включает рассмотрение величины, названной Гелл-Манном [46] «слабым магнетизмом». Если мы еще раз возвратимся к матричному элементу  $\beta$ -распада

$$(2\pi)^3 \langle p' | p V_\mu(0) | p \rangle_N = i\bar{u}(p') [\gamma_\mu f_V(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu f_M(q^2)] u(p), \quad (10.94)$$

то увидим, что член, пропорциональный  $f_M$ , имеет вид паулиевского магнитного момента. Такой член существовал бы в любой теории  $\beta$ -распада. Но он возникал бы за счет сложных мезонных поправок (вычисление которых не заслуживает никакого доверия) к простой теории Ферми, которая включает лишь нуклонные токи. Однако в теории Фейнмана — Гелл-Манна  $f_M(q^2)$  определяется непосредственно из электрон-нуклонного рассеяния. В частности,

$$f_M(q^2) = f_2^P(q^2) - f_2^N(q^2). \quad (10.95)$$

Отсюда <sup>1)</sup>

$$f_M(0) = \frac{\mu_P - \mu_N}{2M} = \frac{1,79 + 1,91}{2M} = \frac{3,70}{2M}. \quad (10.96)$$

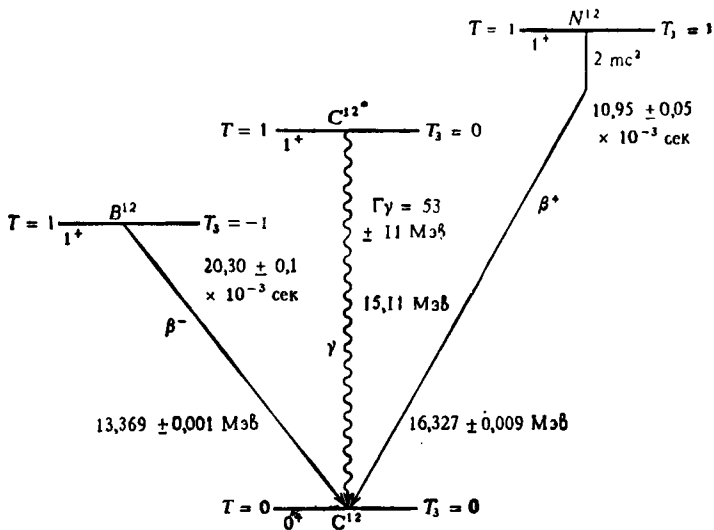
В  $\beta$ -распаде нейтрона это замечательное предсказание теории невозможно проверить, поскольку величина  $g/M$  слишком мала. Однако в  $\beta$ -распаде ядер энергии электронов простираются до 10 Мэв, поэтому мы можем заметить «слабый магнетизм» как малые поправки к разрешенному статистическому спектру  $\beta$ -распада. В самом деле, Гелл-Манн [46] обратил внимание на благоприятную систему ядерных уровней, пригодную для изучения слабого магнетизма. На фиг. 48 показаны различные переходы в триаде  $\text{Ag}^{12}$ , т. е. в трех ядрах  $\text{B}^{12}$ ,  $\text{C}^{12}$ ,  $\text{N}^{12}$ .

Уровни 13,37 Мэв бора ( $\text{B}^{12}$ ), 15,11 Мэв углерода ( $\text{C}^{12}$ ) и 16,33 Мэв азота ( $\text{N}^{12}$ ) имеют одну и ту же положительную четность и спин, равный единице, т. е.  $1^+$ , и рассматриваются как уровни изотриплетного ядерного состояния с  $T_3 = -1, 0, 1$ . Для этих уровней характерны соответственно  $\beta^-$ ,  $\gamma^-$ ,  $\beta^+$  переходы в

<sup>1)</sup> Чтобы сохранить размерность формфактора, мы записали паулиевские магнитные моменты непосредственно в ядерных магнетонах Бора. Конечно, при переходе от электродинамики к  $\beta$ -распаду необходимо сделать замену всех констант связи, на которые умножается ток,

$$\frac{G}{V^2} \leftrightarrow e.$$

основное состояние ядра  $C^{12}$ , т. е. в состоянии  $0^+$  с  $T = 0$ . Поэтому следует сказать, что каждый переход подчиняется правилу отбора  $\Delta T = 1, \Delta J = 1, N0$  (символ, означающий, что в этих переходах четность не меняется). На языке электродинамики это является правилом отбора для изовекторной части магнитного дипольного оператора. Магнитный дипольный оператор имеет вид  $\mathbf{r} \times \mathbf{v}$  для диполя, порожденного простым током  $e\mathbf{v}$  (где  $\mathbf{v}$  —



• и г. 48.

скорость заряженной частицы), или  $\sigma$ , если мы рассматриваем спиновые магнитные переходы. В любом случае этот оператор преобразуется как псевдовектор, что приводит к разрешенным переходам  $N0$  с  $\Delta J = 1$ . Это есть также правило отбора и для аксиально-векторного  $\beta$ -перехода (переход Гамова — Теллера). Мы уже видели, что для  $\beta$ -распада нейтрона

$$(2\pi)^3 \langle 0 | \mathbf{A}(0) | 0 \rangle_N = \bar{u}(0) \boldsymbol{\sigma} u(0) g_A(0). \quad (10.97)$$

В модели независимых частиц эффективный аксиально-векторный гамильтониан  $\beta$ -распада для разрешенных переходов Гамова — Теллера будет иметь вид

$$H_{\text{эфф}} = \frac{G}{\sqrt{2}} g_A \sum_{i=1}^N \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \tau_{i+} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{L}, \quad (10.98)$$

где  $\mathbf{L}$  — лептонный ток  $i\bar{\psi}_e\boldsymbol{\gamma}(1 + \gamma_5)\psi_{\nu_e}$ , и сумма распространяется по всем рассматриваемым нуклонам в ядре. Ядерный матричный элемент типа (10.98) обычно записывают как  $\int \boldsymbol{\sigma}$ . В ядрах  $B^{12}$  и  $N^{12}$  преобладают  $\beta$ -переходы, обусловленные разрешенным аксиальным взаимодействием и зависящие главным образом от  $\int \boldsymbol{\sigma}$ . Однако векторный ток также дает вклад в эти переходы в виде малых «запрещенных» поправок.

В самом деле, член, отвечающий «слабому магнетизму», поскольку он преобразуется так же, как и дипольный момент, подчиняется тому же самому правилу отбора, что и  $\int \boldsymbol{\sigma}$ . Энергетический спектр  $\beta$ -распада может измениться за счет интерференции между членами «слабого магнетизма» и разрешенными членами. Чтобы показать это явно, мы сначала выпишем полный матричный элемент, включающий лептоны, для разрешенного перехода Гамова — Теллера.

Итак,

$$H_0 = \frac{G}{\sqrt{2}} g_A(0) \int \boldsymbol{\sigma} \cdot u^\dagger(e) \boldsymbol{\sigma} (1 + \gamma_5) u(\bar{\nu}_e). \quad (10.99)$$

Для записи лептонного матричного элемента в форме (10.99) мы использовали равенство

$$i\gamma_4\boldsymbol{\gamma}\gamma_5 = \boldsymbol{\sigma}. \quad (10.100)$$

Теперь, следуя первоначальному рассмотрению Гелл-Манна, можно вывести эффективный гамильтониан для слабых магнитных поправок. Чтобы перейти от электромагнитного изовекторного гамильтониана к гамильтониану  $\beta$ -распада, достаточно взять

$$H_{em}^V = eJ_{\mu 3}^V A_\mu \quad (10.101)$$

и произвести замену

$$\begin{aligned} J_{\mu 3}^V &\rightarrow J_{\mu +}^V, \\ A_\mu &\rightarrow \frac{G}{e\sqrt{2}} i\bar{u}(e) \boldsymbol{\gamma}_\mu (1 + \gamma_5) u(\bar{\nu}_e). \end{aligned} \quad (10.102)$$

Эта замена должна также оставаться в силе для всех мультипольных моментов тока: электрического дипольного, магнитного дипольного и т. д. Эффективный магнитный дипольный гамильтониан имеет вид

$$H' = \boldsymbol{\mu} \cdot \frac{e}{2M} \nabla \times \mathbf{A}, \quad (10.103)$$

где  $\boldsymbol{\mu}$  — матричный элемент магнитного дипольного оператора. Вообще говоря,  $\boldsymbol{\mu}$  будет содержать изоскалярную и изовектор-

ную части, поскольку он преобразуется так же, как ток. Для наших целей будет достаточно рассмотреть одну лишь изовекторную часть. Теперь мы докажем простую лемму<sup>1)</sup>. (Физические состояния мы обозначаем собственными значениями операторов  $T$  и  $T_3$ . Индекс у  $\mu$  является изотопическим индексом.)

$$\langle 00 | \mu_+ | 1 - 1 \rangle = \langle 00 | [\mu_3, T_+]_- | 1 - 1 \rangle = \sqrt{2} \langle 00 | \mu_3 | 10 \rangle. \quad (10.104)$$

Эта лемма утверждает: для того, чтобы преобразовать электромагнитный дипольный ядерный матричный элемент между состоянием с  $T = 1$ ,  $T_3 = 0$  и состоянием с  $T = 0$ ,  $T_3 = 0$  в ядерный матричный элемент «слабого магнетизма», связывающий состояние  $T = 1$ ,  $T_3 = -1$  с состоянием  $T = 0$ ,  $T_3 = 0$ , нужно просто умножить его на  $\sqrt{2}$ .

Мы можем теперь уже легко получить эффективный гамильтониан слабого магнитного взаимодействия, например, для  $\beta$ -перехода в ядре  $B^{12}$ , показанного на фиг. 48.

Используя равенства (10.103) и (10.102), имеем

$$H' = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{\mu}{\sqrt{2}M} \cdot \nabla \times \bar{u}(\mathbf{e}) i\gamma (1 + \gamma_5) u(\bar{\mathbf{v}}_e); \quad (10.105)$$

здесь  $\mu$  является тем же самым числом, что и матричный элемент дипольного магнитного момента, который обуславливает  $\gamma$ -переход в ядре  $C^{12}$ . Полный<sup>2)</sup> эффективный гамильтониан  $H_{\text{эфф}}$  можно записать как

$$H_{\text{эфф}} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left[ g_A(0) \int \boldsymbol{\sigma} \cdot u^\dagger(\mathbf{e}) \boldsymbol{\sigma} (1 + \gamma_5) u(\bar{\mathbf{v}}_e) - i \frac{\mu}{\sqrt{2}M} \cdot \mathbf{q} \times \bar{u}(\mathbf{e}) i\gamma (1 + \gamma_5) u(\bar{\mathbf{v}}_e) \right]. \quad (10.106)$$

В этом выражении мы заменили  $\nabla$  на  $-i\mathbf{q}$ , сумму лептонных импульсов. Существенным параметром, который характеризует относительную величину слабых магнитных поправок в переходах Гамова — Теллера, является величина

$$a \equiv \frac{|\mu_3|}{\sqrt{2}M} \frac{1}{|g_A(0)| \left| \int \boldsymbol{\sigma} \right|}. \quad (10.107)$$

<sup>1)</sup> Заметим, что для изоскалярной части  $\mu_S$  оператора  $\mu$  имеем

$$\langle 00 | \mu_S | 10 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 00 | \mu_S T_+ | 1 - 1 \rangle = \langle 00 | T_+ + \mu_S | 1 - 1 \rangle = 0,$$

т. е. в переходах с изменением изоспиновых состояний мы не должны рассматривать  $\mu_S$ .

<sup>2)</sup> Для простоты мы опустили малые дополнительные поправочные члены, обусловленные другими запрещенными эффектами. В этой связи см. работу Гелл-Манна [46].



Оказывается, что для  $\beta^-$ -распада ядра  $B^{12}$  с помощью этого параметра поправочный множитель, уточняющий форму спектра фазового объема, можно записать в простом виде

$$1 + \frac{8}{3} aE, \quad (10.108)$$

т. е. поправочный множитель является линейной функцией по энергии электронов  $E$  с коэффициентом  $8/3a$ . Как было указано Гелл-Манном, параметр  $a$  можно определить либо непосредственно из эксперимента (по крайней мере его знак), либо на основании простых теоретических соображений. Величина  $|\mu_3|/\sqrt{2}M$  является коэффициентом слабого магнетизма. Для одного нейтрона [см. (10.96)] матричный элемент равен

$$\frac{\mu_P - \mu_N}{2M} i\sigma \cdot \mathbf{q} \times \mathbf{L}, \quad (10.109)$$

где  $\mathbf{L}$  — пространственная часть лептонного тока. Следовательно, в модели независимых частиц

$$a = \frac{\mu_P - \mu_N}{2M |g_A(0)|}. \quad (10.110)$$

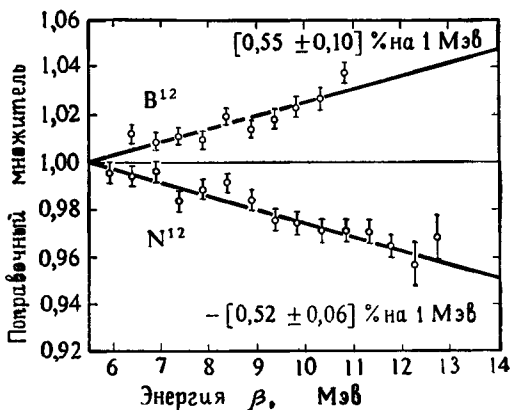
Член  $|\int \sigma|$ , общий для магнитного и слабого магнитного матричных элементов, сократился. Таким образом, в этой модели параметр  $a$  численно равен

$$a \approx \frac{2}{M} > 0. \quad (10.111)$$

Однако  $|a|$  можно также определить непосредственно из измеренной величины вероятности перехода  $C^{12*} \rightarrow C^{12} + \gamma$ . Экспериментальное численное значение<sup>1)</sup> величины  $|a|$ , равное  $(2,40 \pm 0,25)/M$ , настолько хорошо согласуется с расчетом  $a$ , выполненным в модели независимых частиц, что позволяет с уверенностью предсказать, что коэффициент в поправочном множителе для спектра  $\beta^-$ -распада положителен. Для измерения этой величины было сделано несколько экспериментов. Экспериментальное значение  $a$ , полученное в последнем и наиболее аккуратном опыте Ли и др. [47], по существу находится в прекрасном согласии как по величине, так и по знаку со значением  $a$ , полученным в теории Гелл-Манна. Кроме того, суще-

<sup>1)</sup> Вероятность  $\gamma$ -перехода определяется через  $\mu^2$  по формуле  $\Gamma_\gamma = \mu^2 \omega^3 / 3(137)M^2$ , где  $\omega$  — энергия фотона. Так как  $\Gamma_\gamma = (53 \pm 11) \text{ эв}$ , то мы можем определить  $\mu^2$ , а следовательно, и  $|a|$ . Подробное изложение этого вопроса, а также ссылки на экспериментальные работы читатель может найти в статье Гелл-Манна [46].

ствуется еще одно предсказание теории, которое также безупречно подтверждается экспериментом Ли и др. Если мы переходим от электронного распада ядра  $B^{12}$  к позитронному распаду ядра  $N^{12}$ , то тем самым мы переходим от лептонного тока  $L_\mu$  к току ему зарядово-сопряженному и от изотопического тока  $J_{\mu+}^V$  к току  $J_{\mu-}^V$ . Из результатов предыдущей главы легко видеть, что это просто соответствует замене  $a \rightarrow -a$ , поскольку  $a$  является интерференционным членом между векторным и аксиально-векторным взаимодействиями в  $\beta$ -распаде, а при зарядовом сопряжении  $L_\mu$  векторный и аксиально-векторный члены пре-



Фиг. 49.

образуются с противоположными знаками. Таким образом, для  $\beta^+$ -спектра ядра  $N^{12}$  поправочный множитель должен иметь вид

$$1 - \frac{8}{3} aE. \quad (10.112)$$

Ли, Мо и Ву [47] измеряли также и спектр  $\beta^+$ -распада ядра  $N^{12}$  и получили величину и знак параметра  $a$  такими, какими их предсказывает теория<sup>1)</sup>.

Имеется небольшое сомнение, что векторный ток  $V_\mu$   $\beta$ -распада тождествен изоспиновому току, т. е. тому самому току, который взаимодействует с электромагнитным полем, и, как мы уже видели ранее, есть основание полагать, что он также взаимодействует с  $\rho$ -мезоном. Если существует  $W$ -мезон, то мы

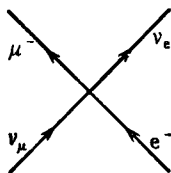
<sup>1)</sup> Существуют другие, более сложные способы проверки теории  $\beta$ -распада ядер; см., например, работу Бернштейна и Льюнса [48] и обзор Ву [49]. Однако все они достаточно хорошо подтверждают теорию.

можем описать положение дел, сказав, что векторные мезоны  $\rho$ ,  $W$  и фотон  $A$ , по-видимому, взаимодействуют с сохраняющимся изоспиновым током. Удивительным фактом, еще недостаточно глубоко понятым, является то, что связь изоспинового тока играет столь универсальную роль в сильных, электромагнитных и слабых взаимодействиях. На этом мы можем оставить векторный ток и перейти в следующей главе к обсуждению его аксиально-векторного партнера.

## СЛАБЫЕ ТОКИ: АКСИАЛЬНЫЙ ВЕКТОР. I

Основное содержание предыдущей главы заключалось в демонстрации того, как отсутствие перенормировки константы векторной связи (что отражается в эмпирическом соотношении  $f_V(0) \approx 1$ ) объясняется естественным образом, если принять, что  $\partial_\mu V_\mu = 0$ . Как мы видели, это последнее равенство не может быть строгим. Однако оно может стать точным в пределе точной изотопической симметрии, когда все массы частиц, принадлежащих одному изоспиновому мультиплету, одинаковы. До сих пор нам не приходилось обсуждать слабое взаимодействие в более высоком порядке по константе слабого взаимодействия  $G/\sqrt{2}$  (в теории с взаимодействием «ток  $\times$  ток») или по  $g^2$  (в теории с  $W$ -мезоном).

Хотя ни один из проведенных до сих пор опытов по реакциям между лептонами не требует для своего объяснения эффектов высших порядков по слабому взаимодействию, эти



Фиг. 50.

эффекты, очевидно, связаны с более принципиальными вопросами. Прежде всего легко видеть, что первое борновское приближение не может быть справедливым для лептонных реакций при очень высоких энергиях. Если взять лептонный лагранжиан в виде

$$H_0 = \frac{G}{\sqrt{2}} (L_\mu L_\mu^* + \text{Эрм. сопр.}), \quad (11.1)$$

где

$$L_\mu = \bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_\mu}, \quad (11.2)$$

то можно вычислить полное сечение процесса  $\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_e + \mu^-$ , который должен существовать как одна из реакций, связанных с распадом мюона «кроссинг»-преобразованием. Сечение, соответствующее диаграмме фиг. 50, выражается в борновском при-

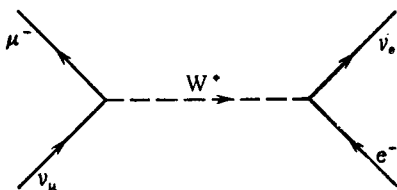
ближении через импульс нейтрино в системе центра масс,  $v_\mu$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2}{\pi^2} v_\mu^2. \quad (11.3)$$

Из угловой зависимости сечения легко видеть, что рассеяние в системе центра масс происходит в чистом  $S$ -состоянии. Это обстоятельство обусловлено локальным характером лагранжиана (11.1): токи взаимодействуют в одной точке. Хорошо известно, что сечение рассеяния с определенным моментом количества движения ограничено сверху условием сохранения вероятности — имеет «унитарный предел». В данном случае в рассеяние дает вклад только  $S$ -волна, и из условия унитарности следует

$$\sigma_{l=0} < \frac{\pi}{2} \frac{1}{v_\mu^2}. \quad (11.4)$$

Таким образом, унитарность нарушается при  $v_\mu \sim 300$  Гэв. Это означает, что для слабых взаимодействий борновское приближение не может быть справедливым при очень больших энергиях. Оказывается, что если проделать аналогичный расчет в теории с  $W$ -мезоном, рассматривая диаграмму фиг. 51, то про-



Фиг. 51.

тиворечие с унитарностью лишь отодвигается в область больших энергий<sup>1)</sup>, но не устраняется совсем. Отсюда вывод: чтобы сделать теорию слабых взаимодействий самосогласованной, мы должны уметь сосчитать высшие порядки по константе связи. Трудность состоит в том, что обе теории, ток-токовая и  $W$ -ме-

<sup>1)</sup> Условие унитарности приводит к неравенству

$$g^4 \ln^2 \left( \frac{2v_\mu^2 + M_B^2}{M_B^2} \right) < 1,$$

где  $M_B$  — масса промежуточного бозона.

зонная, имеют сингулярности высоких порядков, так что трудно придать смысл каким-либо диаграммам<sup>1)</sup>, кроме тех, которые изображают первое борновское приближение. Поскольку эксперименты, проведенные при низких энергиях, хорошо описываются такими простейшими диаграммами, то мы не можем извлечь из опыта никаких указаний о том, как модифицировать теорию. В данный момент для нас важен тот факт, что даже в отсутствие электромагнитных взаимодействий векторный ток  $V_\mu$  не будет сохраняться, если включить поправки высших порядков по слабому взаимодействию. Действительно, в слабом лагранжиане содержатся члены вида  $(G/\sqrt{2})L_\mu V_\mu^*$ . Ток  $V_\mu$  преобразуется при изовращениях как изовектор, а  $L_\mu$  не меняется, поэтому слабые взаимодействия нарушают сохранение изоспина. Таким образом,  $V_\mu$  не может сохраняться, если учитывать влияние динамики слабого взаимодействия на такие поля, как  $\psi_N$  и  $\pi$ , из которых составлен ток  $V_\mu$ . Во всех применениях теории сохраняющегося векторного тока, обсуждавшихся в предыдущей главе, мы пренебрегали влиянием слабых взаимодействий на  $V_\mu$  и рассматривали его в приближении, в котором поля, образующие векторный ток, подчиняются *только* динамике сильных взаимодействий, сохраняющих изоспин.

На первый взгляд кажется заманчивым потребовать, чтобы аксиальный ток  $A_\mu$  сохранялся, хотя бы в пределе точной изотопической симметрии. В пользу такой точки зрения могло бы служить экспериментально наблюдаемое соотношение

$$\left| \frac{g_A(0)}{f_V(0)} \right| = 1,18 \pm 0,02,$$

так что  $|g_A(0)| \approx 1$ . Наше обсуждение свойств аксиального тока мы и начнем с демонстрации того, что он не может сохраняться даже при точной зарядовой инвариантности. Можно провести две линии рассуждений.

1. Так как<sup>2)</sup> при  $q = p' - p$

$$(2\pi)^3 \langle p' | p A_\mu(0) | p \rangle_N = \\ = i\bar{u}(p') \gamma_5 [\gamma_\mu g_A(q^2) + i(p' - p)_\mu g_P(q^2) + i(p + p')_\mu g_E(q^2)] u(p), \quad (11.5)$$

то, полагая  $\partial_\mu A_\mu = 0$ , и в пределе изотопической инвариантности, т. е. при  $(p - p')(p + p') = -M^2 + M^2 = 0$ , найдем

$$0 = \bar{u}(p') \gamma_5 [i((p - p') \cdot \gamma) g_A(q^2) + (p - p')^2 g_P(q^2)] u(p). \quad (11.6)$$

<sup>1)</sup> Об одной из таких попыток см. работы Фейнберга и Пайса [50. 51].

<sup>2)</sup> Здесь мы не предполагаем зарядовой симметрии для  $A_\mu$ . Масса нуклона опять обозначена через  $M$ .

Используя уравнение Дирака для биспиноров, получаем

$$0 = \bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}) [2M g_A(q^2) - (p - p')^2 g_P(q^2)]. \quad (11.7)$$

Это уравнение приводит (таким же образом, как и при исключении  $f_S$  в случае абсолютно сохраняющегося векторного тока) к соотношению между  $g_A$  и  $g_P$ , которое противоречит экспериментам по  $\beta$ -распаду нейтрона. Правда, в данном случае следует быть несколько более аккуратным, так как

$$\bar{u}(0) \gamma_5 u(0) = 0. \quad (11.8)$$

Однако в  $\beta$ -распаде нейтрона  $q^2 < 0$ , так что если равенство (11.7) справедливо, то

$$\frac{2m_e M |g_A(q^2)|}{|q^2|} = m_e |g_P(q^2)|. \quad (11.9)$$

Таким образом, константа эффективного псевдоскалярного взаимодействия должна была бы иметь величину

$$m_e |g_P(q^2)| \sim \frac{M}{m_e} \sim 2000, \quad (11.10)$$

что противоречит эксперименту. Можно было бы вообразить гипотетический мир, в котором массе нуклона позволено обращаться в нуль. В этом фантастическом пределе мы могли бы при желании заставить аксиально-векторный ток сохраняться. В следующей главе мы вернемся к вопросу о том, привело ли бы это с гарантией к неперенормируемости константы  $g_A$ .

2. Второй аргумент против абсолютного сохранения  $A_\mu$  основан на рассмотрении распада  $\pi$ -мезона. Известно, что  $\pi^\pm$ -мезоны в основном распадаются по схеме

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu \text{ (или } \bar{\nu}_\mu).$$

Экспериментально известно, что  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезоны имеют одинаковые времена жизни (как и следует из  $CPT$ -инвариантности, см. гл. 9). Это время жизни

$$\tau_{\text{эксп}} = (2,55 \pm 0,02) \cdot 10^{-8} \text{ сек.}$$

Хотя мы еще не зафиксировали вид  $A_\mu$ , тем не менее о распаде  $\pi$ -мезона можно сказать довольно много, принимая только, что этот распад описывается первым порядком по ток-токовому слабому взаимодействию. Действительно, матричный элемент распада  $\pi^-$ -мезона можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \mu^- \bar{\nu}_\mu | J_\mu J_\mu^* | \pi^- \rangle &\approx \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \mu^- \bar{\nu}_\mu | L_\mu^* (0) | 0 \rangle \langle 0 | J_\mu (0) | \pi^- \rangle = \\ &= \frac{G}{\sqrt{2}} i \bar{u}(\mathbf{p}_\mu) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(\mathbf{p}_\nu) \langle 0 | J_\mu (0) | \pi^- \rangle. \end{aligned} \quad (11.11)$$

При выводе этого соотношения в левой части (11.11) между  $J_\mu$  и  $J_\mu^*$  был вставлен полный набор состояний. Лептонный ток имеет матричные элементы первого порядка между вакуумным состоянием и лептонной парой  $\mu^-\bar{\nu}_\mu$ . Все остальные состояния или не дают вклада из-за какого-либо абсолютного закона сохранения, например сохранения барионного или лептонного числа, или дают вклад в высших порядках по  $G$ . Вид матричного элемента  $\langle \bar{\nu}_\mu \mu^- | L_\mu(0) | 0 \rangle$  можно получить простейшим образом, считая  $\bar{\nu}_\mu$  и  $\mu^-$  свободными (что справедливо в этом приближении по  $G$ ) и разлагая поля в лагранжиане  $L_\mu$  по операторам рождения и уничтожения. Таким образом получается правая часть (11.11). Теперь выведем общий вид  $\langle 0 | J_\mu(0) | p_\pi \rangle$ .

Используя разложение  $J_\mu$  на векторный и аксиальный токи и то, что  $\pi$ -мезон — псевдоскаляр по отношению к вакууму, т. е. что <sup>1)</sup>

$$P | p_\pi \rangle = - | -p_\pi \rangle, \quad (11.12)$$

получаем

$$\langle 0 | \mathbf{J}(0) | p_\pi \rangle = \langle 0 | \mathbf{V}(0) + \mathbf{A}(0) | p_\pi \rangle = - \langle 0 | -\mathbf{V}(0) + \mathbf{A}(0) | -p_\pi \rangle. \quad (11.13)$$

Еще одно свойство этого матричного элемента является следствием лоренц-инвариантности и отсутствия спина у  $\pi$ -мезона. Величина  $\langle 0 | J_\mu(0) | p_\pi \rangle$  должна преобразовываться как четырехмерный вектор (или псевдовектор). Но есть только один вектор, связанный с бесспиновым  $\pi$ -мезоном, — это его импульс (псевдовектора нет). Таким образом, можно положить по определению

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | J_\mu(0) | p_\pi \rangle = \frac{i p_{\pi\mu}}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi(p_\pi^2). \quad (11.14)$$

Множители  $i$  и  $(2E_\pi)^{-1/2}$  введены так, чтобы получить наиболее общепринятое определение функции  $g_\pi(p_\pi^2)$ . Эта функция является лоренц-инвариантным формфактором, связанным с данным матричным элементом. Однако для распада физического  $\pi$ -мезона  $p_\pi^2 = -m_\pi^2$ ,  $g_\pi$  есть просто число. Равенства (11.13) и (11.14) в совокупности приводят к формуле

$$\langle 0 | \mathbf{V}(0) | p_\pi \rangle = 0, \quad (11.15)$$

<sup>1)</sup> В соответствии с теорией возмущений мы пренебрегаем эффектом не сохранения четности для полей, из которых построен ток  $J_\mu$ , и для собственных состояний, так что, в частности,  $P | 0 \rangle = | 0 \rangle$ .



а из (11.14) и того факта, что <sup>1)</sup>

$$\langle 0 | V_0(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = - \langle 0 | V_0(0) | - \mathbf{p}_\pi \rangle, \quad (11.16)$$

следует

$$\langle 0 | V_\mu(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = 0. \quad (11.17)$$

Таким образом,

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | J_\mu(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | A_\mu(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = \frac{i p_{\pi\mu}}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi(-m_\pi^2), \quad (11.18)$$

так что распад  $\pi$ -мезона — переход типа Гамова — Теллера. Из  $T$ -инвариантности имеем условие

$$\langle 0 | \mathbf{A}(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = \langle 0 | \mathbf{A}(0) | - \mathbf{p}_\pi \rangle^*, \quad (11.19)$$

означающее, что при нашем определении  $g_\pi(-m_\pi^2)$  — действительное число <sup>2)</sup>. Теперь получается, что  $A_\mu$  не может сохраняться, в противном случае

$$0 = p_{\pi\mu} \langle 0 | A_\mu(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = \frac{-im_\pi^2}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi(-m_\pi^2) \quad (11.20)$$

<sup>1)</sup> Мы действуем оператором отражения пространства на  $V_0(0)$  и  $|\mathbf{p}_\pi\rangle$ .

<sup>2)</sup> Из  $CPT$ -инвариантности следует, что

$$\langle 0 | \mathbf{A}(0) | \mathbf{p}_{\pi-} \rangle = - \langle 0 | \mathbf{A}^\dagger(0) | - \mathbf{p}_{\pi+} \rangle^*.$$

Мы видим, что этого условия достаточно для равенства времен жизни  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов. При нашем представлении матричных элементов тока  $A_\mu$  это означает, что

$$g_{\pi-} = g_{\pi+}^*,$$

т. е. даже при отсутствии инвариантности относительно обращения времени

$$|g_{\pi-}|^2 = |g_{\pi+}|^2.$$

При обратимости времени эти формфакторы вещественны и матричные элементы должны быть равными. В этом рассуждении мы упустили из виду одну тонкость: фактически следовало бы применять  $CPT$ -теорему к полному гамильтониану слабого взаимодействия, т. е. в данном случае к  $A_\mu L_\mu^*$ . Как было показано ранее, под действием  $C$  векторный и аксиальный токи приобретают противоположные знаки, так что действие операции  $CPT$  на  $L_\mu^*$  меняет относительный знак  $\gamma_\mu$  и  $\gamma_\mu \gamma_5$ . Изменение знака не влияет на вероятность (или время жизни), так как эта величина не чувствительна к несохранению четности. Таким образом, соотношения  $|g_{\pi+}| = |g_{\pi-}|$  достаточно для равенства времен жизни. Что же касается эффектов нарушения четности в этом распаде, то они, как будет показано, различны для  $\pi^+$  и  $\pi^-$ .

и

$$g_{\pi}(-m_{\pi}^2) = 0, \quad (11.21)$$

что означает запрет распада  $\pi$ -мезона.

Однако величину  $g_{\pi}(-m_{\pi}^2)$  можно найти непосредственно из времени жизни  $\pi$ -мезона. Действительно, используя закон сохранения энергии-импульса  $p_{\pi} = p_{\mu} + p_{\nu}$ , имеем для матричного элемента распада  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$  в  $(V-A)$ -теории ( $\pi$ -мезон покоится)

$$\begin{aligned} \frac{g_{\pi}(-m_{\pi}^2)}{\sqrt{2m_{\pi}}} i(p_{\mu\alpha} + p_{\nu\alpha}) i u(p_{\mu})^c \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) u(p_{\nu}) = \\ = \frac{-m_{\mu}}{\sqrt{2m_{\pi}}} g_{\pi}(-m_{\pi}^2) i u^c(p_{\mu})(1 + \gamma_5) u(p_{\nu}). \end{aligned} \quad (11.22)$$

[Мы написали матричный элемент распада  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$ , так что мюон описывается волновой функцией  $u^c$ , зарядово-сопряженной к волновой функции  $\mu^-$ ,  $u^c(p)$  удовлетворяет уравнению Дирака  $u^c(p)(i\gamma p + m_{\mu}) = 0$ .]

Этот результат очень интересен по нескольким причинам. В первую очередь мы видим, что матричный элемент исчезает в пределе  $m_{\mu} \rightarrow 0$ . Этот факт можно было бы предсказать, пользуясь следующим рассуждением. Если выбрать систему отсчета, в которой  $\pi$ -мезон покоится, то

$$p_{\mu} + p_{\nu} = 0 \quad (11.23)$$

и распад, например,  $\pi^+$ -мезона можно изобразить, как

$$\overleftarrow{\mu^+} \quad \pi \quad + \quad \overrightarrow{\nu_{\mu}}$$

Предположим теперь, что  $\nu_{\mu}$  имеет определенную спиральность, допустим, левую по аналогии с  $\nu_e$ <sup>1)</sup>. Тогда спиральность  $\mu^+$  в распаде  $\pi$ -мезона однозначно определяется законом сохранения момента количества движения. Действительно, если на

<sup>1)</sup> Так как речь идет о мюонном нейтрино, следует отметить, что эксперименты по  $\beta$ -распаду поляризованных ядер, в которых испускаются электронные нейтрино и которые показывают, что эти нейтрино — левые (см. [25]), не дают возможности определить знак спиральности мюонного нейтрино. Однако при построении мюонной части тока  $L_{\mu}$  мы принимаем, что мюонное нейтрино — левое, используя при этом симметрию между электроном и мюоном. Тот факт, что мюонное нейтрино — действительно левое, непосредственно подтверждается измерением спиральности  $\mu$  в распаде  $\pi$ -мезона.

предыдущую диаграмму нанести как импульсы, так и спины частиц, видно, что, поскольку  $\pi$ -мезон не имеет спина, спины мюона и нейтрино должны быть направлены противоположно.

$$\begin{array}{c} \Rightarrow \\ \leftarrow \quad \pi + \quad \leftarrow \\ \mu + \quad \quad \nu_{\mu} \end{array}$$

Таким образом, мюон должен испускаться с импульсом, антипараллельным его спину. (Если мы рассматриваем зарядово-сопряженный распад  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_{\mu}$ , то спины  $\bar{\nu}_{\mu}$  и  $\mu^-$  имеют противоположную ориентацию относительно их импульсов.)

На первый взгляд может показаться, что орбитальный момент лептонов усложняет задачу. Однако проекция орбитального момента на направление относительного импульса, скажем  $z$ , равна нулю. Таким образом, распад  $\pi$ -мезона является идеальным поляризатором мюонов. Именно экспериментально наблюдаемая поляризация мюонов и подтверждает левую спиральность мюонного нейтрино и тем самым этот аспект симметрии между электроном и мюоном. Любой дираковский спинор можно разложить следующим образом:

$$u(p) = \frac{(1 + \gamma_5) u(p)}{2} + \frac{(1 - \gamma_5) u(p)}{2} = u_+(p) + u_-(p), \quad (11.24)$$

где

$$\gamma_5 u_{\pm}(p) = \pm u_{\pm}(p). \quad (11.25)$$

Однако лептонная скобка в распаде  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$  имеет вид

$$i u^C(p_{\mu}) \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) u(p_{\nu}) = i u^C(p_{\mu}) (1 - \gamma_5) \gamma_{\mu} u(p_{\nu}). \quad (11.26)$$

Это означает, что если мы запишем

$$u^C(p_{\mu}) = u^C(p_{\mu}) \frac{1 + \gamma_5}{2} + u^C(p_{\mu}) \frac{1 - \gamma_5}{2}, \quad (11.27)$$

то взаимодействие отделит только слагаемое<sup>1)</sup>

$$u^C(p_{\mu}) \frac{1 - \gamma_5}{2}.$$

Выясним теперь, какой спиральностью обладает состояние, описываемое спинором  $u^C(p_{\mu})_- = u^C(p_{\mu}) (1 - \gamma_5)/2$ , который обладает тем свойством, что

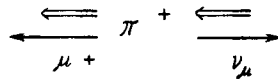
$$u^C(p_{\mu})_- \gamma_5 = - u^C(p_{\mu})_-. \quad (11.28)$$

<sup>1)</sup> Очевидно,  $(1 + \gamma_5)(1 - \gamma_5) = 0$ .

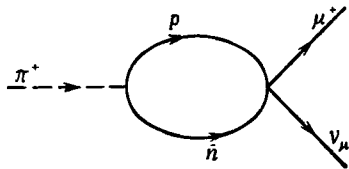
Напомним, что для безмассового нейтрино собственные состояния оператора  $\gamma_5$  являются также собственным состоянием оператора  $\sigma \cdot \hat{p}$ , т. е. спиральности. Однако  $m_\mu \neq 0$  и

$$u^C(p_\mu) \sigma \cdot \hat{p}_\mu = u^C(p_\mu) - i\gamma_4 \gamma_5 \gamma \cdot \hat{p}_\mu = iu^C(p_\mu) - (\mathbf{y} \cdot \hat{p}_\mu) \gamma_4 = \\ = \frac{E}{|\mathbf{p}_\mu|} u^C(p_\mu)_- - u^C(p_\mu)_+ \gamma_4 \frac{m_\mu}{|\mathbf{p}_\mu|}. \quad (11.29)$$

В пределе  $m_\mu = 0$  спинор  $u^C(p_\mu)_-$  соответствовал бы, как видно из этой формулы, положительной спиральности, так что распад был бы запрещен сохранением момента количества движения. Диаграмма распада имела бы вид



что соответствует распаду состояния со спином 1, в то время как спин  $\pi^+$ -мезона равен нулю. Однако при конечной массе



Фиг. 52.

лептона, как видно из (11.29), собственное состояние оператора  $\gamma_5$  не является собственным состоянием оператора спиральности. Спиральности перемешиваются, и именно благодаря этому происходит распад, причем матричный элемент распада пропорционален массе лептона.

Тот факт, что вероятность лептонного распада  $\pi$ -мезонов зависит от массы лептона, дает возможность с исключительной убедительностью подтвердить на опыте симметрию между электроном и мюоном. Согласно  $(V-A)$ -теории, при наличии этой симметрии вероятность распада  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$  может быть найдена из вероятности распада  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  заменой в формуле (11.22)  $\mu \rightarrow e$ ,  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ . Пользуясь формулой (11.22), с помощью простого расчета<sup>1)</sup> получаем вероятность распада  $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$

$$R_{\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu} = \frac{(g_\pi(-m_\pi^2))^2}{4\pi m_\pi^3} m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2. \quad (11.30)$$

<sup>1)</sup> Константа слабого взаимодействия  $G$  не входит в ответ, так как она включена в определение  $g_\pi$ .

Из этой формулы нельзя найти величину времени жизни, так как  $g_\pi$  — неизвестное число. Величину  $g_\pi$  можно было бы определить из диаграмм Фейнмана, подобных фиг. 52, но для этого нужно было бы достаточно хорошо знать сильные взаимодействия. Можно, разумеется, использовать для определения  $g_\pi$  экспериментальное время жизни. В наших обозначениях  $g_\pi$  имеет размерность  $[M^{-1}]$ . Удобно найти из времени жизни безразмерную величину  $g_\pi^2 m_\pi^2$ , которая оказалась равной

$$(g_\pi m_\pi)^2 = (2,2 \pm 0,02) \cdot 10^{-14}.$$

В предположении мюон-электронной симметрии ( $V - A$ )-теория позволяет однозначно предсказать отношение вероятностей распадов  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  и  $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ , так как это отношение не зависит от константы  $g_\pi (-m_\pi^2)$ , которая должна быть одинаковой в обоих распадах. Это отношение равно

$$R = \frac{R_{\pi \rightarrow e + \nu_e}}{R_{\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu}} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} \cdot 0,965. \quad (11.31)$$

Множитель 0,965 обусловлен радиационной поправкой<sup>1)</sup>, которая несколько различается в этих двух случаях из-за различия масс электрона и мюона. Численно

$$R_{\text{теор}} = 1,23 \cdot 10^{-4}.$$

Причина столь малой величины  $R$ , как мы видели, связана с сохранением момента количества движения и тем фактом, что лептонный ток имеет структуру  $i\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_e}$ , а это значит, что связаны только части полей  $\psi$ , имеющие относительно  $\gamma_5$  противоположную симметрию. Отношение фазовых объемов, соответствующее постоянному матричному элементу, равно

$$R_{\text{фаз. объем}} = \frac{(m_\pi^2 - m_e^2)^2 (m_\pi^2 + m_e^2)}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2 (m_\pi^2 + m_\mu^2)} = 3,5. \quad (11.32)$$

Именно отношение  $(m_e/m_\mu)^2$ , которое входит вследствие сохранения спиральности, снижает  $R$  до уровня  $10^{-4}$ . Экспериментально (см. [52])

$$R_{\text{эксп}} = (1,21 \pm 0,07) \cdot 10^{-4}, \quad (11.33)$$

<sup>1)</sup> См. Ли и Ву [25].

что находится в отличном согласии с теоретической величиной и убедительно подтверждает всю систему исходных положений теории.

До сих пор мы почти ничего не узнали о функциональном виде тока  $A_\mu$  и даже о его дивергенции  $\partial_\mu A_\mu$ , кроме того что дивергенция не может обратиться в нуль, если только  $m_\tau$  или  $M$  или обе эти массы не равны нулю. Более того, не очевидно, что даже если рассмотреть теорию взаимодействия безмассовых  $\pi$ -мезонов с нуклонами и потребовать сохранения тока, то этого будет достаточно для выполнения условия  $g_A(0) = 1$ . Чтобы понять, что может при этом получиться (мы вернемся к более детальному обсуждению этого вопроса позднее), рассмотрим матричный элемент аксиального заряда между состояниями, содержащими по одному физическому нуклону. Обозначим

$$Q_5^+(t) = \int dr A_0(\mathbf{r}, t), \quad (11.34)$$

учитывая, что  $A_\mu$  по определению увеличивает на единицу электрический заряд и что  $Q_5^+$  будет зависеть от времени, если  $\partial_\mu A_\mu \neq 0$ . Для начала будем считать, что  $\partial_\mu A_\mu = 0$  и  $Q_5^+$  не зависит от времени. Это означает, продолжая аргументацию гл. 2, что  $Q_5^+$  преобразуется как псевдоскаляр. Таким образом,

$$\langle 0 |_{P} Q_5^+ | 0 \rangle_N = Z_5 \bar{u}(0) \gamma_5 u(0) = 0, \quad (11.35)$$

так как  $\bar{u}(0) \gamma_5 u(0) = 0$ . Следовательно, сохранение тока не дает возможности судить о величине «аксиального заряда»  $Z_5$ . Тот факт, что  $A_\mu$  — не вектор, а аксиальный вектор, определяет глубокое отличие от обычного заряда в вопросе о перенормируемости, и приведенные здесь рассуждения — только простой пример тех особенностей, с которыми можно столкнуться в этой проблеме.

В старой теории Ферми принималось, что аксиальный ток имеет простой вид<sup>1)</sup>

$$A_\mu = i\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \tau_+ \psi. \quad (11.36)$$

Если нуклонное поле в этом токе считать свободным, то

$$\partial_\mu A_\mu = -2iM\bar{\psi} \gamma_5 \tau_+ \psi. \quad (11.37)$$

<sup>1)</sup> Обычно в токе  $A_\mu$  и в его матричных элементах пишут  $\gamma_5 \gamma_\mu$  (а не  $\gamma_\mu \gamma_5$ ). Таким образом, оператор, подобный лептонному току, который записывается в виде  $L_\mu = i\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_\nu$ , соответствует  $(V - A)$ -теории, так как здесь  $\gamma_5$  стоит справа от  $\gamma_\mu$ . При таком условии  $g_A(0)$  имеет знак, противоположный знаку  $f_V(0)$ .

Это равенство не имеет какой-либо интерпретации. Конечно, если считать поля свободными, то  $\langle 0 | i \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu \tau_+ \psi(0) | \pi^- \rangle = 0$ , так что этот ток не может дать распада  $\pi$ -мезона. С другой стороны, если включить мезонную динамику, чтобы матричный элемент  $A_\mu$  для мезонного распада не обращался в нуль, то нет оснований полагать, что  $A_\mu$  состоит только из тока Ферми. Например, оператор  $\partial_\mu \pi^+$  вполне бы мог являться частью  $A_\mu$ . Коротко говоря, не совсем ясно, в чем состоит простота тока  $A_\mu$ , если вообще эта простота существует.

Таково было положение до 1958 г., когда Гольдбергер и Трейман [53] нашли замечательную связь между  $\pi$ -мезонными процессами и величиной  $g_A(0)$ . Формула Гольдбергера — Треймана имеет вид<sup>1)</sup>

$$G g_A(0) \approx \frac{f_\pi g_\pi}{M_p}. \quad (11.38)$$

Здесь  $M_p$  — масса протона,  $g_\pi$ ,  $g_A(0)$  и  $G$  определены ранее. Величина  $f_\pi$  — перенормированная константа связи нейтрального  $\pi$ -мезона с нуклоном при псевдоскалярном взаимодействии. По изотопической инвариантности константа для *заряженных* мезонов равна<sup>2)</sup>  $\sqrt{2} f_\pi$ . В дальнейшем мы еще вернемся к определению  $f_\pi$ . Однако сделаем сейчас несколько предварительных замечаний, основанных на аналогии с электромагнитным полем. Взяв матричный элемент уравнения Максвелла

$$\square A_\mu = -J_\mu^Y \quad (11.39)$$

между состояниями, содержащими по одному протону, и используя равенство

$$\partial_\nu [\partial_\nu A_\mu] = \frac{1}{i} [P_\nu, \partial_\nu A_\mu]_-, \quad (11.40)$$

выводим соотношение

$$q^2 \langle \mathbf{p}' | A_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle = \langle \mathbf{p}' | J_\mu^Y(0) | \mathbf{p} \rangle. \quad (11.41)$$

Отсюда видно, что матричный элемент  $\langle \mathbf{p}' | A_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle$  имеет *полюс* при  $q^2 = 0$ . Вычет в этом полюсе связан с наблюдаемым зарядом протона  $e F_1^p(0)$ , который реально измеряется в опыте по рассеянию электронов на протонах. Это наводит на мысль, что если определить изовекторный ток  $\mathbf{j}_\pi$  полевым уравнением

$$(-\square + m_\pi^2) \varphi_\pi = \mathbf{j}_\pi \quad (11.42)$$

<sup>1)</sup> Причина, по которой в (11.38) стоит знак приближенного равенства, будет ясна из дальнейшего.

<sup>2)</sup> Напомним, что если  $\tau$  — матрица изоспина нуклона, то

$$\tau \cdot \varphi_\pi = \tau_3 \pi_0 + \sqrt{2} \pi^+ \tau_- + \sqrt{2} \pi^- \tau_+.$$

и взять матричный элемент от нейтральной компоненты между протонными состояниями, то получится соотношение

$$(q^2 + m_\pi^2) \langle \mathbf{p}' | \pi^0(0) | \mathbf{p} \rangle = \langle \mathbf{p}' | j_\pi(0)_3 | \mathbf{p} \rangle. \quad (11.43)$$

Следовательно, матричный элемент  $\langle \mathbf{p}' | \pi^0(0) | \mathbf{p} \rangle$  имеет полюс при  $q^2 = -m_\pi^2$  с вычетом, который мы будем отождествлять с константой мезон-нуклонного взаимодействия<sup>1)</sup>. Чтобы уточнить этот пункт, проанализируем в деталях структуру матричного элемента  $\langle \mathbf{p}' | \pi^0(0) | \mathbf{p} \rangle$  или более общего  $\langle \mathbf{p}' | O_5(0) | \mathbf{p} \rangle$ , где  $O_5(0)$  — любой псевдоскалярный оператор. Наиболее общая форма этого матричного элемента в теории с сохранением четности имеет вид

$$\langle \mathbf{p}' | O_5(0) | \mathbf{p} \rangle = i\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}) F_5(q^2). \quad (11.44)$$

Если принять, что  $O_5(\mathbf{r}, t)$  преобразуется под действием обращения времени как нейтральное мезонное поле (см. гл. 5), так что

$$T O_5(\mathbf{r}, t) T^{-1} = -O_5(\mathbf{r}, -t), \quad (11.45)$$

то

$$\langle \mathbf{p}' | {}_s O_5(0) | \mathbf{p} \rangle_s = -[\langle -\mathbf{p}' | {}_{-s} O_5(0) | -\mathbf{p} \rangle_{-s}]^*. \quad (11.46)$$

Таким образом,

$$i\bar{u}(\mathbf{p}')_s \gamma_5 u(\mathbf{p})_s F_5(q^2) = F_5^*(q^2) i\bar{u}(\mathbf{p}')_s (t\gamma_5 t^\dagger)^* u(\mathbf{p})_s \quad (11.47)$$

и

$$F_5(q^2)^* = F_5(q^2). \quad (11.48)$$

Если определить функцию  $f_\pi(q^2)$  равенством<sup>2)</sup>

$$\langle \mathbf{p}' | \pi^0(0) | \mathbf{p} \rangle = f_\pi(q^2) i\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}), \quad (11.49)$$

то, как следует из вышеизложенного,

$$f_\pi(q^2) = \frac{F_\pi(-m_\pi^2) D(q^2)}{q^2 + m_\pi^2}, \quad (11.50)$$

где по определению константы мезон-нуклонной связи

$$D(-m_\pi^2) = 1. \quad (11.51)$$

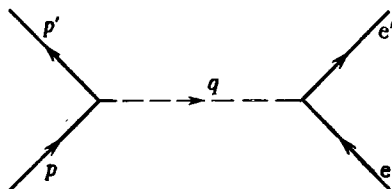
Возникает законный вопрос — как измерить эту константу связи? Ответить на него вновь помогает аналогия с электромагнетизмом. В борновском приближении рассеяние электрона на

<sup>1)</sup> Для этого матричного элемента точка  $q^2 = 0$  не является выделенной, поэтому не имеет смысла определять константу связи в этой точке.

<sup>2)</sup> Из обратимости времени следует, что эта функция действительна, как было только что показано.

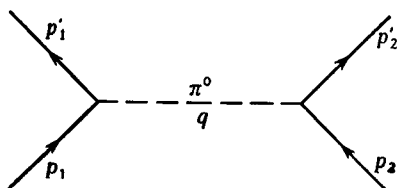


протоне описывается диаграммой однофотонного обмена (фиг. 53), где каждая из вершин изображает соответствующий одночастичный матричный элемент оператора электрического тока. В пределе  $q^2 = 0$  амплитуда рассеяния пропорциональна,



Фиг. 53.

как было показано, произведению зарядов электрона и протона. В случае упругого рассеяния протонов на протонах  $p + p \rightarrow p + p$  в амплитуду дает вклад одномезонный обмен, изображаемый диаграммой фиг. 54. Испускание виртуального  $\pi$ -мезона изображается вершинной функцией  $\langle p' | j_{\pi}(0) | p \rangle$  точно так же, как испускание виртуального фотона изображается вершинной



Фиг. 54.

$\langle p' | J_{\mu}^{\gamma}(0) | p \rangle$ . При  $q^2 = -m_{\pi}^2$  эта вершина непосредственно связана с константой мезон-нуклонной связи. Определение этой константы связи (или ее квадрата, так как вершина входит дважды) с помощью указанной диаграммы связано по крайней мере с двумя важными проблемами. Во-первых, точка  $q^2 = -m_{\pi}^2$  лежит вне физической области  $pp$ -рассеяния, которой принадлежат только точки  $0 \leq q^2 \leq \infty$ . Во-вторых, так как  $\pi$ -мезоны взаимодействуют сильно, то нет никаких оснований ожидать, что одномезонный обмен разумно описывает  $pp$ -рассеяние. Например, обмен несколькими  $\pi$ -мезонами, векторными мезонами и т. п. также вносит большой вклад в рассеяние в его физической области. Однако из всех частиц, которыми обмениваются протоны,  $\pi$ -мезон может уйти на самое большое расстояние (так как имеет наименьшую массу), если не считать фотона, вызывающего несколько усложняющие анализ электромагнитные эф-

фекты, которые также следует учитывать в  $pp$ -рассеянии. Следовательно, оставив пока в стороне электромагнитные эффекты, можно считать, что одномезонный обмен должен дать важный, возможно решающий, вклад в наиболее дальнедействующую часть протон-протонного взаимодействия, иными словами, ту часть, которая определяет рассеяние с большими моментами количества движения в системе центра масс протонов<sup>1)</sup>. Используя эти рассуждения, некоторые экспериментальные группы (см., например, труды Женевской конференции по физике высоких энергий 1962 г. [54]) проанализировали рассеяние и нашли, что

$$\frac{f_{\pi}^2}{4\pi} \approx 14,8.$$

Заметим, что можно было бы также записать

$$\langle \mathbf{p}' | \pi^0(0) | \mathbf{p} \rangle = i\bar{u}(\mathbf{p}') i\gamma_5 (\gamma q) u(\mathbf{p}) f'_{\pi}(q^2). \quad (11.52)$$

Таким образом, если бы мы использовали это эквивалентное предыдущему «псевдовекторное» представление  $\langle \mathbf{p}' | \pi^0(0) | \mathbf{p} \rangle$ , то мы определили бы другой формфактор  $f'_{\pi}(q^2)$  с размерностью обратной массы. Обычно в качестве этой массы принимают массу  $\pi$ -мезона  $m_{\pi}$ , так что между константами «псевдоскалярной» и «псевдовекторной» связей существует соотношение

$$\frac{m_{\pi}}{2M_p} f_{\pi P.S.} = f_{\pi P.V.} \quad (11.53)$$

Как мы увидим вскоре, выделение вклада одномезонного обмена — не единственный метод определения и измерения  $f_{\pi}$ . Наилучшим образом удовлетворяет различным определениям величина<sup>2)</sup>

$$\frac{f_{\pi}^2}{4\pi} = 14,8 \pm 0,3.$$

Используя эти величины<sup>3)</sup>, можно сравнить левую и правую части соотношения Гольдбергера — Треймана, которое мы запишем в виде

$$G g_A(0) M_p^2 \approx f_{\pi} g_{\pi} M_p. \quad (11.54)$$

<sup>1)</sup> Так как  $L \sim rp$ , то при фиксированном импульсе  $p$  далекие столкновения отвечают большим орбитальным моментам.

<sup>2)</sup> См., например, работу [55]. В дальнейшем  $f_{\pi}$  всегда обозначает  $f_{\pi P.S.}$

<sup>3)</sup> Напомним, что  $M_p/m_{\pi} = 6,7$ .

Итак,

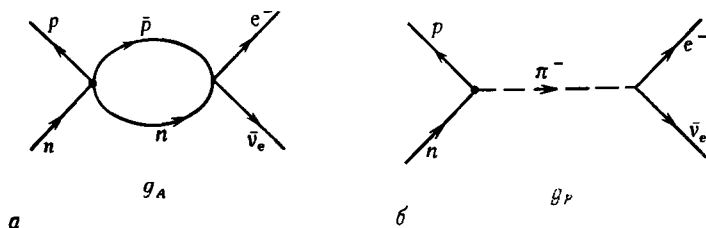
$$G g_A(0) M_p^2 = (1,19 \pm 0,02) \cdot 10^{-5} \quad (11.55)$$

и

$$f_{\pi} g_{\pi} M_p \approx 1,3 \cdot 10^{-5}. \quad (11.56)$$

Так как при выводе соотношения (11.54) было сделано несколько предположений, то близость этих двух чисел можно считать замечательно хорошим согласием с экспериментом.

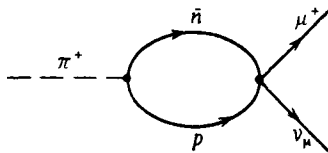
Прежде чем обратиться к выводу соотношения (11.54), сделаем несколько замечаний о формфакторах  $g_A$  и  $g_P$ , входящих в матричный элемент аксиального тока. Непосредственное дисперсионное рассмотрение этих формфакторов, проведенное в



Фиг. 55.

том же духе, что и в случае электрон-протонного рассеяния (гл. 7), показывает, как будет видно в дальнейшем, что состояния с наименьшей массой, которые включают известные частицы и дают вклад в дисперсионный интеграл для  $g_A$  и  $g_P$ , — это нуклон-антинуклонное состояние с  $J = 1$  для  $g_A$  (фиг. 55, а) и одномезонное состояние для  $g_P$  (фиг. 55, б). Если бы существовал аксиально-векторный мезон (или мезоны), то он также, конечно, давал бы вклад в  $g_A$ . Если принять, что аксиально-векторный ток принадлежит к первому классу (по Вайнбергу, см. гл. 9), то такие мезоны должны были бы иметь отрицательную  $G$ -четность, как  $\pi$ -мезон, так что они могли бы распадаться на три  $\pi$ -мезона или на  $\rho + \pi$ . Есть по крайней мере один подходящий кандидат на роль такого мезона (см. таблицы Розенфельда и др. [10]), так называемый  $A_1$ -мезон с массой около 1080 Мэв и шириной около 125 Мэв. По-видимому, он распадается в основном на  $\rho$  и  $\pi$ . Если дальнейшие опыты подтвердят существование  $A_1$ -мезона, то он, возможно, будет играть определяющую роль в структуре  $g_A(q^2)$ . Однако из-за сложности и неопределенности состояний такого рода прямое рассмотрение амплитуды  $\langle p' | A_{\mu}(0) | p \rangle$  вряд ли может быть успешным. На самом деле, при первоначальном выводе своего соотношения

Гольдбергер и Трейман рассмотрели вначале точную амплитуду распада  $\pi$ -мезона. В дисперсионном анализе соответствующего матричного элемента они предположили, что распад идет в основном через нуклон-antinуклонное состояние<sup>1)</sup>  $^1S_0$ , (фиг. 56). При этом им пришлось столкнуться со всеми слож-



Фиг. 56.

ностями, связанными с рассмотрением сильно взаимодействующей нуклон-antinуклонной системы. В конце концов они пришли к формуле

$$g_{\pi} = M_p G g_A(0) \frac{f_{\pi} J}{1 + f_{\pi}^2 J}, \quad (11.57)$$

где в величину  $J$  включена зависимость от детальной структуры  $n\bar{n}$ -рассеяния<sup>2)</sup>. Используя конкретные модели нуклон-antinуклонного рассеяния, они смогли привести аргументы в пользу того, что  $f_{\pi}^2 J \gg 1$ . Тогда в знаменателе (11.57) можно пренебречь единицей и получить соотношение Гольдбергера — Треймана в его обычной форме, не зависящей от  $J$ , т. е. от динамики сильных взаимодействий. Окончательная формула так проста, а ее согласие с экспериментом столь поразительно, что кажется весьма вероятным, что существует более простой способ ее вывода. И в самом деле, оказалось возможным дать несколько других выводов этого соотношения<sup>3)</sup>, которые по крайней мере кажутся более непосредственными. Перейдем к рассмотрению этих выводов.

Все эти выводы основаны на общей идее о том, что хотя оператор  $d_{\mu} A_{\mu}$  не может быть нулем в реальном физическом мире, этот оператор все же может быть чем-то «простым». (Что

<sup>1)</sup> Как было показано при дисперсионном анализе электрон-протоинного рассеяния, промежуточные состояния, дающие вклад в мнимую часть дисперсионного интеграла, находятся на массовой поверхности, так что эта диаграмма — не обычная диаграмма Фейнмана, на которой изображаются нуклоны вне массовой поверхности. Это просто изображение тех промежуточных состояний, которые вносят вклад в мнимую часть.

<sup>2)</sup> Точное определение величины  $J$  см. в оригинальной работе [53].

<sup>3)</sup> См., например, работы [56—60].

мы понимаем под «простотой», станет яснее в дальнейшем.) Обсудим прежде всего свойства симметрии  $\partial_\mu A_\mu$ . Обозначим

$$\partial_\mu A_\mu = O_5^+(\mathbf{r}, t). \quad (11.58)$$

Индекс «+» указывает на то, что  $O_5^+$ , так же как  $A_\mu$ , увеличивает электрический заряд на единицу. Интегрируя (11.58) по всему пространству и считая, что оператор  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  в достаточной степени локализован, так что

$$\int \nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} = 0, \quad (11.59)$$

получим

$$\frac{\partial}{\partial t} Q_5^+(t) = O_5^+(t), \quad (11.60)$$

где  $Q_5^+(t)$  — аксиальный „заряд“, определенный как

$$\int A_0(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} = Q_5^+(t) \quad (11.61)$$

и

$$O_5^+(t) = \int O_5^+(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}. \quad (11.62)$$

На основании того, что  $A_\mu$  является зарядово-симметричным псевдовекторным током первого рода, делаем следующие выводы:

1.  $O_5^+(\mathbf{r}, t)$  — псевдоскаляр<sup>1)</sup>,  $PO_5^+(\mathbf{r}, t)P^{-1} = -O_5^+(-\mathbf{r}, t)$ .

2. При инверсии времени

$$TO_5^+(\mathbf{r}, t)T^{-1} = -O_5^+(\mathbf{r}, -t).$$

3. В силу зарядовой симметрии  $A_\mu$

$$e^{i\pi T} O_5^+ e^{-i\pi T} = -O_5^-.$$

4. Так как  $A_\mu$  — ток первого класса Вайнберга, то

$$GO_5^+ G^{-1} = -O_5^+.$$

5. Поскольку  $G = Ce^{i\pi T}$ , (или непосредственно из зарядовых свойств  $A_\mu$ ),

$$CO_5^+ C^{-1} = O_5^-.$$

6.  $CPTO_5^+(\mathbf{r}, t)(CPT)^{-1} = O_5^-(-\mathbf{r}, -t)$ .

<sup>1)</sup>  $P \left[ \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} A_0(\mathbf{r}, t) \right] P^{-1} = -\nabla_{-\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}(-\mathbf{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} A_0(-\mathbf{r}, t)$ .

Внимательный читатель, наверное, обратит внимание на то, что  $O_5^+(\mathbf{r}, t)$  обладает теми же свойствами симметрии, что и  $\pi$ -мезонное поле  $\pi^+(\mathbf{r}, t)$ .

Покажем теперь, что матричный элемент  $\langle 0 | O_5^+(0) | \pi^- \rangle$  можно численно найти из вероятности распада  $\pi^-$ -мезона. Это непосредственно следует из цепочки равенств:

$$\begin{aligned} \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | O_5^+ | \pi^- \rangle &= \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | \partial_\mu A_\mu | \pi^- \rangle = \frac{1}{i} \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | [P_\mu, A_\mu]_- | \pi^- \rangle = \\ &= \frac{G}{\sqrt{2}} i p_{\pi\mu} \langle 0 | A_\mu | \pi^- \rangle = \frac{m_\pi^2}{\sqrt{2} E_\pi} g_\pi (-m_\pi^2), \end{aligned} \quad (11.63)$$

где на последнем этапе было использовано равенство (11.14). Таким образом, этот матричный элемент выражается через время жизни  $\pi$ -мезона. Рассмотрим теперь матричный элемент  $O_5^+$  между нейтронным и протонным состояниями:

$$\begin{aligned} \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \mathbf{p}' | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle &= \frac{1}{i} (p' - p)_\mu \langle \mathbf{p}' | A_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle \frac{G}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{1}{i} \frac{(p' - p)_\mu}{(2\pi)^3} \frac{G}{\sqrt{2}} i [\bar{u}(p') \gamma_5 [\gamma_\mu g_A(q^2) + i(p' - p)_\mu g_P(q^2)] u(p)] = \\ &= -i \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{[\bar{u}(p') \gamma_5 u(p)]}{(2\pi)^3} [2M_P g_A(q^2) - q^2 g_P(q^2)]. \end{aligned} \quad (11.64)$$

Итак, если мы определим

$$H(q^2) = - (2M_P g_A(q^2) - q^2 g_P(q^2)) \frac{G}{\sqrt{2} (2\pi)^3}, \quad (11.65)$$

то получим

$$\langle \mathbf{p}' | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle = i \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) H(q^2), \quad (11.66)$$

причем из вещественности  $g_A(q^2)$  и  $g_P(q^2)$  при  $q^2 \geq 0$  (благодаря свойствам симметрии  $A_\mu$ ) следует, что  $H(q^2)$  — действительная функция, по крайней мере в интервале<sup>1)</sup>  $0 \leq q^2 \leq \infty$ . До сих пор не было сделано никаких приближений или специальных предположений об операторе  $O_5^+$  или о функции  $H(q^2)$ . Теперь предположим, что  $\lim_{q^2 \rightarrow \infty} H(q^2) = 0$  или что, в частности,  $H(q^2)$  удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитаний. (Позднее мы вернемся к вопросу о том, насколько

<sup>1)</sup> Если учесть разность масс протона и нейтрона, то из обратимости времени следует вещественность  $H(q^2)$  в интервале

$$-(M_N - M_P)^2 \leq q^2 \leq \infty.$$

существенно наш результат зависит от этого предположения.) Тогда можно записать

$$H(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{\text{Im} H(q'^2)}{q'^2 - q^2} dq'^2. \quad (11.67)$$

Здесь нет необходимости отмечать, что интеграл понимается в смысле главного значения, так как  $q^2$  принадлежит физической области  $\beta$ -распада нейтрона, а  $q'^2$  лежит в нефизической области, где  $\text{Im} H(q'^2) \neq 0$ . Знаменатель не обращается в нуль, и можно рассматривать интеграл (11.67) как обычный определенный интеграл.

Теперь можно воспроизвести все рассуждения из гл. 7 с редуцированной формулой, чтобы найти выражение для  $\text{Im} H(q^2)$ . Используя тот факт, что в силу псевдоскалярности  $O_5^+(0)$

$$\langle 0 | O_5^+(0) | 0 \rangle = 0, \quad (11.68)$$

где  $|0\rangle$  — вакуумное состояние, получаем формулу ( $P$  — символ упорядочивания во времени)

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle &= \int d^4x \langle \mathbf{p}' | P [O_5^+(0) \bar{j}_N(x)] | 0 \rangle f_p(x) - \\ &- \int d^4x \langle \mathbf{p}' | [O_5^+(0), \bar{\psi}(x)]_- | 0 \rangle f_p(x) \delta(t), \end{aligned} \quad (11.69)$$

где, как и в гл. 7,

$$f_p(x) = \frac{e^{i(\rho x)} u(\mathbf{p})}{(2\pi)^{3/2}} \quad (11.70)$$

и

$$\bar{j}_N(x) = \bar{\psi}(x) (-\overleftarrow{\partial}_\mu \gamma_\mu + M_p). \quad (11.71)$$

Теперь так же, как и в гл. 7, необходимо сделать следующее предположение об одновременном коммутаторе  $[O_5^+(0), \bar{\psi}(\mathbf{r}, 0)]_-$ . Во всех теориях, в которых построены конкретные модели для  $A_\mu$  (некоторые из них будут изложены в дальнейшем), этот коммутатор обладает тем свойством, что <sup>1)</sup>

$$[O_5^+(0), \bar{\psi}(\mathbf{r}, 0)]_- = \delta^3(\mathbf{r}) P(\mathbf{r}), \quad (11.72)$$

<sup>1)</sup> Простейший пример:  $A_\mu = i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi$ . Тогда для свободных полей  $O(0) = -2iM\bar{\psi}\gamma_5\psi$ . Очевидно, что коммутатор  $O_5^+$  с  $\bar{\psi}$  обладает свойством локальности (11.72).

где  $P(\mathbf{r})$  — некоторая функция полей  $\psi$  и  $\pi$ . Итак,

$$\int d^4x \langle \mathbf{p}' | [O_5^+(0), \bar{\psi}(\mathbf{r}, 0)]_- | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x) \delta(t) = \\ = \int d^4x \delta^4(x) \langle \mathbf{p}' | P(\mathbf{r}) | 0 \rangle u(\mathbf{p}) \frac{e^{i(\mathbf{p}x)}}{(2\pi)^{3/2}} = \langle \mathbf{p}' | P(0) | 0 \rangle \frac{u(\mathbf{p})}{(2\pi)^{3/2}}. \quad (11.73)$$

Из инвариантности<sup>1)</sup> следует

$$\langle \mathbf{p}' | P(0) | 0 \rangle = i\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 N, \quad (11.74)$$

где  $N$  — постоянная. Таким образом,

$$\langle \mathbf{p}' | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle = iN\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}) + \int d^4x \langle \mathbf{p}' | P [O_5^+(0) \bar{i}_V(x)] | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x). \quad (11.75)$$

Однако мы предположим, что

$$\langle \mathbf{p} | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle = i\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}) H(q^2) \quad (11.76)$$

и

$$\lim_{q^2 \rightarrow \infty} H(q^2) \rightarrow 0. \quad (11.77)$$

Простейшее условие, совместимое с этим предположением,

$$N = 0. \quad (11.78)$$

[В противном случае, чтобы удовлетворить равенству (11.77), следовало бы предположить, что второй член в правой части (11.75) взаимно уничтожается с первым при больших  $q^2$ .] Хотя все наши предположения кажутся на первый взгляд вполне разумными и, как будет видно далее, имеется даже класс теорий, в которых

$$[O_5^+(0), \bar{\psi}(\mathbf{r}, 0)]_- = 0, \quad (11.79)$$

эти предположения приводят к несколько парадоксальным на первый взгляд следствиям. В частности, если перейти к пределу, в котором мезон-нуклонная связь стремится к нулю, то  $\bar{j}_N(x) = 0$  и, очевидно,

$$\langle \mathbf{p}' | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle = 0. \quad (11.80)$$

Этот результат явно противоречит тому факту, что при отсутствии мезон-нуклонной связи ток  $A_\mu$  принимает простой вид  $i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\tau\psi$  и не сохраняется, если только  $M_p \neq 0$ . Поэтому не удивительно, если  $O_5(0)$  имеет особенность при  $f_\pi \rightarrow 0$ .

<sup>1)</sup>  $\bar{\psi}$  — спинор, а  $O_5^+$  — псевдоскаляр.



Во всяком случае, мы пришли к равенству

$$\langle \mathbf{p}' | O_5^+(0) | \mathbf{p} \rangle = \int d^4x \langle \mathbf{p}' | P [O_5^+(0) \bar{j}_N(x)] | 0 \rangle f_{\mathbf{p}}(x). \quad (11.81)$$

С этого момента вывод идет без каких-либо затруднений и, как в гл. 7, получается формула

$$2i\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}) \text{Im} H(q^2) = \\ = (2\pi)^{5/2} \sum_n \delta^4(p_n - q) \langle \mathbf{p}' | \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | O_5^+(0) | 0 \rangle u(\mathbf{p}), \quad (11.82)$$

где сумма берется по всем собственным состояниям (по полному набору) оператора  $P_\mu$ .

Сделаем теперь следующее принципиально важное приближение. Анализ набора состояний, которые оператор  $O_5^+(0)$  может перевести в вакуум, показывает, что благодаря свойствам симметрии  $O_5^+(0)$  эти состояния должны обладать следующими свойствами:

1.  $J = 0$ .
2.  $P = -1$ .
3.  $G = -1$ .
4.  $Q = 1$ .

Таковыми квантовыми числами обладают состояния  $\pi^+$ ,  $\pi^+\pi^0\pi^0$ ,  $\rho\bar{\pi}$  и т. п. Предположим, что в нашу сумму дает вклад *только* состояние  $\pi^+$ . Иными словами, оператор  $O_5^+(0)$  действует как поле  $\pi^+$ -мезона до такой степени, что связывает вакуум только с одномезонным состоянием, но не с многомезонными или нуклон-антинуклонными состояниями. Это предположение не может быть по существу обосновано заранее. Его единственное реальное обоснование состоит в том, что оно приводит к простым результатам типа формулы Гольдбергера — Треймана, которые согласуются с экспериментом. Иногда наше предположение называют «частичным сохранением тока», PCAC<sup>1)</sup> (partial conservation of axial current); в дальнейшем мы будем часто возвращаться к этому вопросу.

Рассмотрим теперь комбинацию

$$(2\pi)^{5/2} \delta^4(p_{\pi^+} - q) \langle \mathbf{p}' | \bar{j}_N(0) | p_{\pi^+} \rangle \langle p_{\pi^+} | O_5^+(0) | 0 \rangle, \quad (11.83)$$

<sup>1)</sup> Некоторые авторы применяют термин PCAC только к тем теориям, в которых  $O_5^+$  действительно является  $\pi$ -мезонным полем. Основной смысл приведенного здесь вывода в том, чтобы показать, что формула Гольдбергера — Треймана получается и без такого слишком жесткого предположения.

где

$$q = p' - p \quad (11.84)$$

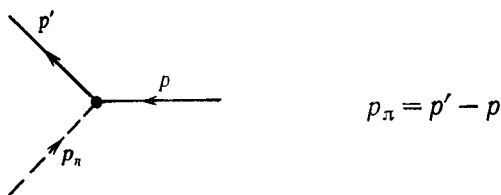
и

$$q^2 = -m_\pi^2.$$

Используя свойства симметрии  $O_5^+$  и формулу (11.63), получим

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle p_{\pi^+} | O_5^+(0) | 0 \rangle = - \langle 0 | O_5^-(0) | p_{\pi^+} \rangle^* \frac{G}{\sqrt{2}} = - \frac{m_\pi^2}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi (-m_\pi^2), \quad (11.85)$$

так как  $\langle p_{\pi^+} |$  — физическое состояние, содержащее один  $\pi$ -мезон. Очевидно, что величина  $\langle p' | \bar{j}_N(0) | p_{\pi^+} \rangle$  зависит только от *сильных* взаимодействий. Мы рассматриваем слабые взаимодействия в первом порядке, поэтому их влиянием на  $\langle p' |$ ,  $\langle p_{\pi^+} |$  и  $\bar{j}_N(0)$  можно пренебречь. Фактически из предыдущего должно быть ясно, что  $\langle p' | j_N(0) | p_{\pi^+} \rangle$  изображается вершиной фиг. 57, где нуклоны изображены сплошными линиями, а  $\pi$ -мезоны —



Фиг. 57.

пунктирной. Мы знаем, что по построению  $p_\pi$  и  $p'$  находятся на массовых поверхностях. Рассмотрим

$$p^2 = (p' - p_\pi)^2. \quad (11.86)$$

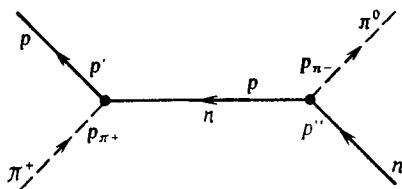
Вычислим эту инвариантную величину в системе покоя  $\pi^+$ -мезона

$$p^2 = -M_p^2 - m_\pi^2 + 2E(p') m_\pi \neq M_p^2. \quad (11.87)$$

Эта вершина изображает, таким образом, поглощение *виртуального* нуклона заряженным *реальным*  $\pi$ -мезоном, причем получается *реальный* нуклон. Такая вершина входит в диаграмму, изображающую вклад однонуклонного обмена в мезон-нуклонное рассеяние (фиг. 58). В ковариантной форме

$$(2\pi)^3 \langle p' | \bar{j}_N(0) | p_\pi \rangle = i\bar{u}(p') \gamma_5 \frac{\hat{j}_\pi((p' - p_\pi)^2) \sqrt{2E_\pi} \sqrt{2}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (11.88)$$

где  $f_{\pi}((p' - p_{\pi})^2)$  — действительный формфактор этой вершины. Множитель  $(2\pi)^{-3/2} (2E_{\pi})^{1/2}$  введен для соответствия со стандартным определением безразмерной константы мезон-нуклонной связи. Множитель  $\sqrt{2}$  обусловлен тем, что в пион-нуклонной вершине содержится заряженный  $\pi$ -мезон. В мезон-нуклонном рассеянии однопольный полюс играет ту же роль, что и одномезонный полюс в нуклон-нуклонном рассеянии при определении константы связи. Из формулы (11.87) следует, что наименьшее возможное значение  $p^2$  в физической области мезон-нуклонного



Ф и г. 58.

рассеяния равно  $-(M_P - m_{\pi})^2$ . Поэтому экстраполяция в нуклонный полюс в случае  $\pi N$ -рассеяния требует аналитического продолжения по импульсу такого же рода, как в случае  $\pi$ -мезонного полюса в  $NN$ -рассеянии. Величина  $f_{\pi}(-M_P^2)$  — константа связи, измеряемая в  $\pi N$ -рассеянии. Экспериментально эта величина примерно совпадает с константой связи, получаемой из  $NN$ -рассеяния. Окончательно в одномезонном приближении

$$2i\bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \text{Im} H(q^2) = -\delta^4(p_{\pi} - q) i\bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \frac{f_{\pi}(p^2) \sqrt{2} m_{\pi}^2 g_{\pi}(-m_{\pi}^2)}{(2\pi)^2}. \quad (11.89)$$

Таким образом, вычисляя дисперсионный интеграл в одномезонном полюсе, получаем

$$\frac{G}{\sqrt{2}} (2M_P g_A(q^2) - q^2 g_P(q^2)) \approx m_{\pi}^2 \frac{g_{\pi}(-m_{\pi}^2) f_{\pi}(-M_P^2) \sqrt{2}}{q^2 + m_{\pi}^2}. \quad (11.90)$$

Кроме одномезонного приближения, мы используем также замену функции  $f_{\pi}(q^2)$  ее значением, полученным из  $\pi N$ -рассеяния. Как было указано в самом начале, отсутствие детальной динамической теории взаимодействия  $\pi$ -мезонов с нуклонами принципиально не позволяет оценить погрешности, связанные с нашими приближениями. Масштаб этих погрешностей будет виден в дальнейшем из результатов нашего подхода. Формула (11.90) приводит в первую очередь к соотношению Гольдбер-

гера — Треймана. Если функция  $g_P(q^2)$  конечна при  $q^2 = 0$  (к этому вопросу мы еще вернемся), то, полагая в (11.90)  $q^2 = 0$ , имеем

$$M_P G g_A(0) \approx g_\pi(-m_\pi^2) f_\pi(-M_P^2). \quad (11.91)$$

Из рассмотрения метода, которым получено это равенство, может показаться, что относительный знак  $g_\pi$  и  $f_\pi$  был фиксирован. Это не верно, так как мы получили  $g_\pi$ , по существу, извлекая корень из вероятности распада  $\pi$ -мезона. Поэтому при нашем выводе фиксируется только абсолютная величина правой части (11.90). Наш вывод соотношения Гольдбергера — Треймана обладает тем достоинством, что для него необходимо минимальное число условий на явный вид  $\partial_\mu A_\mu$ . Видно также, что если не требовать условия  $H(q^2) \rightarrow 0$  при  $q^2 \rightarrow \infty$ , то пришлось бы ввести константы вычитания и тем самым пожертвовать возможностью связать  $g_A(0)$  с известными величинами.

Мы можем использовать формулу (11.90), чтобы сделать еще один шаг вперед. Зададимся вопросом, куда входит  $\pi$ -мезонный полюс в левой части (11.90): в  $g_A(q^2)$ , в  $g_P(q^2)$  или в обе эти функции. Чтобы в этом разобраться, вновь рассмотрим ковариантное представление матричного элемента  $\langle p' | A_\mu(0) | p \rangle_N$ :

$$(2\pi)^3 \langle p' | A_\mu(0) | p \rangle_N = i\bar{u}(p') \gamma_5 [\gamma_\mu g_A(q^2) + i(p' - p)_\mu g_P(q^2)] u(p). \quad (11.92)$$

Воспроизведем мысленно аргументы, приведенные в гл. 7 для вывода дисперсионных соотношений для  $g_A$  и  $g_P$  через интегралы от их мнимых частей. Мы знаем, и именно это сейчас существенно, что эти мнимые части выражаются через суммы по состояниям вида

$$\sum_n \langle p' | \bar{j}_N(0) | n \rangle \langle n | A_\mu(0) | 0 \rangle \delta^4(p_n - q) u(p). \quad (11.93)$$

Теперь одномезонный член имеет вид

$$\langle p' | \bar{j}_N(0) | \pi \rangle \langle \pi | A_\mu(0) | 0 \rangle. \quad (11.94)$$

Векторный характер этого члена определяется матричным элементом  $\langle \pi | A_\mu(0) | 0 \rangle$ . Но, как мы видели раньше, этот множитель пропорционален  $q_\mu$ , импульсу  $\pi$ -мезона. Другого вектора нет. Таким образом, из (11.92) видно, что одномезонное состояние дает вклад *только* в  $g_P(q^2)$ . Нуклон-антинуклонные пары, аксиальные мезоны, если они существуют, могут дать вклад

в  $g_A(q^2)$ , а одномезонное состояние — не может. Это значит, что можно написать

$$\frac{G}{\sqrt{2}} g_P(q^2) = \frac{f(q^2)}{q^2 + m_\pi^2}, \quad (11.95)$$

где  $f(-m_\pi^2)$  — вычет в мезонном полюсе. Таким образом, вблизи полюса, где можно опустить член с  $g_A(q^2)$  в (11.90), мы получим

$$m_\pi^2 f(-m_\pi^2) = m_\pi^2 g(-m_\pi^2) f_\pi(-M_P^2) \sqrt{2}. \quad (11.96)$$

Если принять, что

$$G g_P(0) \approx \frac{f(-m_\pi^2)}{m_\pi^2} = \frac{g(-m_\pi^2) f_\pi(-M_P^2) \sqrt{2}}{m_\pi^2}, \quad (11.97)$$

то <sup>1)</sup>

$$M_P^2 G m_e g_P(0) \approx \left(\frac{M_P}{m_\pi}\right)^2 2g(-m_\pi^2) f_\pi(-M_P^2) m_e. \quad (11.98)$$

Этот член можно найти либо непосредственно, либо более простым, но менее точным путем, используя соотношение Гольдбергера — Треймана:

$$M_P^2 G m_e g_P(0) \sim (M_P^2 G) g_A(0) 2 \frac{M_P m_e}{m_\pi^2}, \quad (11.99)$$

или

$$m_e g_P(0) \sim 4,8 \cdot 10^{-2} g_A(0). \quad (11.100)$$

Следовательно, индуцированный псевдоскаляр в обычном  $\beta$ -распаде определенно слишком мал, чтобы играть какую-либо роль. Однако совсем иначе обстоит дело в случае  $\mu$ -захвата. Для основного процесса  $\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$  имеем кинематические уравнения ( $\mu$ -мезон и протон первоначально покоятся):

$$q^2 = (\nu - \mu)^2 = -m_\mu^2 + 2\nu m_\mu = m_\mu^2 \left[ \frac{2\nu}{m_\mu} - 1 \right] \quad (11.101)$$

и

$$m_\mu + M_P = \nu + \sqrt{\nu^2 + M_P^2}, \quad (11.102)$$

откуда следует, что в  $\mu$ -захвате

$$q^2 = 0,88 m_\mu^2. \quad (11.103)$$

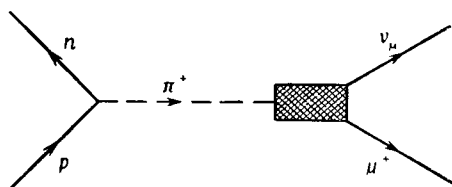
<sup>1)</sup> Напомним, что  $m_e g_P(0)$  — эффективная псевдоскалярная константа в  $\beta$ -распаде.

Таким образом, действуя, как и в случае  $\beta$ -распада, получим для эффективного псевдоскаляра в  $\mu$ -захвате величину

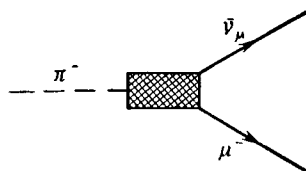
$$m_\mu g_P(0,88m_\mu^2) \approx \frac{2g_A(0) M_P m_\mu}{0,88m_\mu^2 + m_\pi^2} =$$

$$= 2g_A(0) \frac{M_P}{m_\mu} \frac{1}{0,88 + \left(\frac{m_\pi}{m_\mu}\right)^2} \approx 7g_A(0). \quad (11.104)$$

Детальная теория  $\mu$ -захвата, особенно для сложных ядер, относится в основном к области ядерной физики и выходит за рамки этой книги<sup>1)</sup>. Вообще говоря, индуцированный псевдоскаляр дает некоторый вклад в полные вероятности захвата, вероятности переходов  $0^+ \rightarrow 0^-$  между некоторыми ядерными



Фиг. 59.



Фиг. 60.

уровнями, в форму углового распределения нейтронов, испускаемых в результате  $\mu$ -захвата, в форму энергетического спектра радиационного захвата  $\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu + \gamma$  и т. п. Все эти величины измерялись экспериментально, однако интерпретация результатов усложняется деталями, присущими ядерной физике. По-видимому, существование члена  $g_P$  доказано, однако пока нет возможности определить, удовлетворяют ли его знак и величина предсказанию Гольдбергера — Треймана.

Что касается относительного знака  $g_A$  и  $g_P$ , то уместно следующее замечание. Еще до того, как было получено соотношение Гольдбергера — Треймана, Вольфенштейн указал на существование  $g_P$  и нашел его возможную величину [61]. Это было сделано на основании простой диаграммы теории возмущений (фиг. 59), которая дает для  $g_P$  величину того же порядка, что и соотношение Гольдбергера — Треймана, если оценить вершину (фиг. 60) по времени жизни  $\pi$ -мезона. Однако этот подход не приводит к определению относительного знака  $g_A$  и  $g_P$ , так как вершина определяется, по существу, извлечением корня из

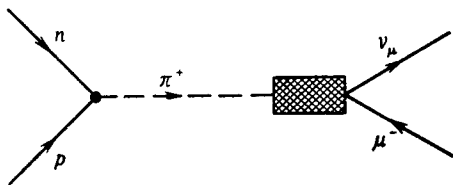
<sup>1)</sup> Обзор современного состояния теории см. в монографии Ли и Ву [25]. Там же имеется много ссылок на литературу.

времени жизни. Соотношение (11.104) устраняет эту неоднозначность и предсказывает, что  $g_A$  и  $g_P$  — одного знака.

В конце этой главы мы приведем еще два доказательства соотношения Гольдбергера — Треймана, причем в обоих случаях будут привлечены некоторые новые идеи. Первое из них принадлежит Намбу [57]. Его доводы таковы. Представим себе мир, в котором масса  $\pi$ -мезона равна нулю, тогда аксиальный ток может сохраняться. В таком мире мы имели бы [см. (11.7)]:

$$g_P(q^2) = \frac{2M_P g_A(q^2)}{q^2}, \quad (11.105)$$

т. е. функция  $g_P(q^2)$  имела бы полюс при  $q^2 = 0$  с вычетом  $2M_P g_A(0)$ . Теперь включим мысленно массу  $m_\pi$ . Тогда полюс



Фиг. 61.

функции  $g_P(q^2)$  переместится в точку  $q^2 = -m_\pi^2$ , а вычет будет определен диаграммой вида фиг. 61 (например, для  $\mu$ -захвата):

$$\frac{\sqrt{2} f_\pi g_\pi}{G\sqrt{2}} = \lim_{q^2 \rightarrow -m_\pi^2} g_P(q^2)(q^2 + m_\pi^2). \quad (11.106)$$

Если включение массы — процесс «плавный», то можно было бы себе представить, что формула (11.105) перейдет в

$$g_P(q^2) = \frac{2M_P g_A(q^2)}{q^2} \rightarrow \frac{2M_P g_A(q^2)}{q^2 + m_\pi^2}. \quad (11.107)$$

Другими словами, хотя полюс сместился<sup>1)</sup>, вычет почти не изменился. Сравнивая оба метода определения вычета, имеем

$$2M_P g_A(q^2) \approx \frac{2f_\pi g_\pi}{G}, \quad (11.108)$$

<sup>1)</sup> Тот факт, что положение полюса функции  $g_P(q^2)$  связано с массой  $\pi$ -мезона, позволяет нам считать  $g_P(0)$  конечной величиной; это было использовано в нашем предыдущем выводе формулы Гольдбергера — Треймана.

т. е. соотношение Гольдбергера — Треймана. Эту точку зрения иногда называют гипотезой о «частично сохраняющемся» или «почти сохраняющемся» аксиальном токе, так как если

$$g_P(q^2) \approx \frac{2M_P g_A(q^2)}{q^2 + m_\pi^2},$$

то матричный элемент минимально отличается (только из-за исчезающей массы мезона) от матричного элемента сохраняющегося тока. Из этого вывода делалось заключение, что при  $q^2 \gg m_\pi^2$  аксиальный ток *эффективно* сохраняется в том смысле, что его матричные элементы с хорошей степенью точности совпадают с матричными элементами в теории с нулевой массой  $\pi$ -мезона и строго сохраняющимся аксиальным током. Такая точка зрения привела к конкретным предсказаниям о некоторых мезонных процессах. Обсуждение этого вопроса читатель найдет в литературе [62—65].

Второй подход к доказательству соотношения Гольдбергера — Треймана использует существование класса теорий, в которых вследствие динамических уравнений для полей справедливо равенство

$$\partial_\mu A_\mu(\mathbf{r}, t) = K\pi^+(\mathbf{r}, t), \quad (11.109)$$

где  $\pi^+(\mathbf{r}, t)$  — оператор поля  $\pi$ -мезона, а  $K$  — характерная для этой теории постоянная. Было построено несколько конкретных теорий этого типа, и мы еще вернемся к ним позже. Единственная известная теория с взаимодействием *только*  $\pi$ -мезонов и нуклонов при обычной связи типа Юкавы, которая дает такой ток, — это псевдовекторная теория с лагранжианом вида

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu} + m_\pi^2 \Phi \cdot \Phi \right\} - \{ \bar{\Psi} (\gamma_\mu \partial_\mu + M_P) \Psi \} - \\ & - \frac{if}{m_\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_\mu} \cdot \bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_\mu \tau \Psi. \end{aligned} \quad (11.110)$$

Хотя эта теория имеет много привлекательных черт, однако известно, что она дает бесконечности в членах ряда теории возмущений, причем эти бесконечности не могут быть устранены обычной техникой перенормировок. Чтобы в такой теории придать смысл диаграммам Фейнмана высших порядков, придется обрезать интегралы по импульсам некоторым более или менее произвольным образом. К счастью, эта важная техническая деталь не влияет на ход предлагаемого ниже обсуждения<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Заметим, что в этих теориях  $[\partial_\mu A_\mu(0), \bar{\Psi}(\mathbf{r}, 0)]_- = 0$ , так что константа  $N$  в формуле (11.75) исчезает.



В противоположность электродинамике здесь у нас нет никакого ясного принципа, подобного принципу минимальности электромагнитного взаимодействия, следуя которому можно было бы однозначно найти  $A_\mu$  (например, калибровочным преобразованием) из этого лагранжиана. На самом деле, можно указать несколько калибровочных преобразований, дающих разные токи  $A_\mu$ . Например, можно было бы использовать подстановки

$$\psi \rightarrow (1 + i\Lambda(x) \cdot \tau \gamma_5) \psi \quad (11.111)$$

или

$$\varphi \rightarrow \varphi + a\Lambda(x), \quad (11.112)$$

а также комбинации этих преобразований друг с другом. Мы не можем указать среди этих генераторов простейший или наиболее фундаментальный. Оказалось, что преобразование

$$\psi \rightarrow \psi, \quad \varphi \rightarrow \varphi + a\Lambda(x) \quad (11.113)$$

дает интересный ток  $A_\mu$  в псевдовекторной теории. Действительно, применяя (11.113) к лагранжиану (11.110), получаем<sup>1)</sup>

$$\mathbf{A}_\mu = \frac{-if}{m_\pi} a \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi + a \partial_\mu \varphi, \quad (11.114)$$

или, подставив

$$a = -\frac{m_\pi}{f}, \quad (11.115)$$

в более простом виде

$$\mathbf{A}_\mu = i \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi + \frac{m_\pi}{f} \partial_\mu \varphi. \quad (11.116)$$

Между прочим, этот ток обладает тем поразительным свойством, что его нуклонная часть пренебрежимо мала по сравнению с мезонной частью в пределе малых  $f$  — вывод, который вряд ли можно было бы получить из тривиальных соображений<sup>2)</sup>. Кроме того, из равенства

$$\partial_\mu \mathbf{A}_\mu = \frac{\delta \mathcal{Q}}{\delta \Lambda} = \frac{m_\pi^3}{f} \varphi \quad (11.117)$$

видно, что дивергенция тока  $A_\mu$  пропорциональна мезонному полю. Действительно,

$$\partial_\mu \mathbf{A}_\mu = i \partial_\mu (\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi) + \frac{m_\pi}{f} \square \varphi, \quad (11.118)$$

<sup>1)</sup> Мы используем метод гл. 2 для вычисления вариационной производной  $\delta \mathcal{Q} / \delta \Lambda$ ,  $\mu$ .

<sup>2)</sup> См. обсуждения, следующие за формулой (11.79).

так что, используя (11.117), получаем

$$\frac{\hat{f}}{m_\pi} i \partial_\mu (\bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_\mu \tau \Psi) = (-\square + m_\pi^2) \Phi, \quad (11.119)$$

т. е. уравнение движения для мезонного поля  $\Phi$  в псевдовекторной теории. Из формулы (11.117) ясно также, что в этой теории ток  $A_\mu$  сохранялся бы, если бы масса  $\pi$ -мезона была равна нулю. Это обстоятельство объясняется тем, что член  $m_\pi \Phi \cdot \Phi$  не инвариантен относительно преобразования (11.113). Теперь можно доказать формулу Гольдбергера — Треймана в этой теории. Рассмотрим

$$\begin{aligned} (2\pi)^3 \frac{G}{\sqrt{2}} \langle \mathbf{p}' | \rho \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle_N &= \\ &= -\frac{iG}{\sqrt{2}} [\bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p})] [2M_P g_A(q^2) - q^2 g_P(q^2)] = \\ &= (2\pi)^3 \frac{m_\pi^3}{\hat{f}} \langle \mathbf{p}' | \rho \Phi_\pi^+ | \mathbf{p} \rangle_N = \frac{i m_\pi^3}{\hat{f}} \frac{\sqrt{2} f_\pi D(q^2)}{q^2 + m_\pi'^2} \bar{u}(\mathbf{p}') \gamma_5 u(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (11.120)$$

Последнее равенство получено с использованием обсуждавшейся ранее связи между матричным элементом мезонного поля, взятым по однонуклонным состояниям, и наблюдаемой мезон-нуклонной константой связи. При нашем определении  $D(-m_\pi^2) = 1$ . С формулой (11.120) связано важное обстоятельство. Числа  $\hat{f}$  и  $m_\pi$  — параметры, входящие в лагранжиан сильного мезон-нуклонного взаимодействия. Нет оснований считать, что эти параметры совпадут точнее, чем в низшем порядке теории возмущений, с положением полюса и его вычетом в  $\langle \mathbf{p}' | \rho \Phi_\pi^+ | \mathbf{p} \rangle_N$ , которые соответствуют массе и константе связи физических частиц. В мезодинамике нет принципов, по которым, как в электродинамике, эти параметры могли бы оставаться неизменными при включении взаимодействий. Величины  $\hat{f}_\pi$  и  $m'_\pi$  — это *измеряемые* константа связи и масса  $\pi$ -мезона, они могут отличаться от  $\hat{f}$  и  $m_\pi$ . К счастью, в этой теории есть второе уравнение, которое позволяет исключить нефизические величины  $m_\pi$  и  $\hat{f}$ :

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | \partial_\mu A_\mu | \pi^- \rangle = \frac{m_\pi^3}{\hat{f}} \langle 0 | \Phi_\pi^+ | \pi^- \rangle = \frac{m_\pi^3}{\hat{f} \sqrt{2} E_\pi} = \frac{-m_\pi'^2 g_\pi (-m_\pi^2)}{\sqrt{2} E_\pi}. \quad (11.121)$$

Подставив это равенство в (11.120) и положив  $q^2 = 0$ , вновь получим соотношение Гольдбергера — Треймана.

Мы нашли очень интересную связь между сильными и слабыми взаимодействиями, однако подлинная природа аксиаль-

ного тока осталась невыясненной. Как было показано, соотношение Гольдбергера — Треймана можно вывести, с одной стороны, на основе довольно общих предположений об аналитичности, которые кажутся независимыми от каких-либо свойств симметрии слабых взаимодействий, с другой стороны, — из весьма специальных моделей сильных взаимодействий. В обоих выводах отсутствует единство  $A_\mu$  и  $V_\mu$ . Следует обратить внимание на то, что  $|f_V(0)| \approx |g_A(0)| \approx 1$  — факт, по-видимому, указывающий на связь между  $V_\mu$  и  $A_\mu$ , подобную связи между соответствующими лептонными токами: лептоны взаимодействуют в комбинации  $\gamma_\mu(1 + \gamma_5)$ . Соотношение Гольдбергера — Треймана, как ни интересно оно само по себе, не дает никаких указаний на то, как связаны  $V_\mu$  и  $A_\mu$ . В следующих главах мы рассмотрим некоторые из попыток объединить токи  $V_\mu$  и  $A_\mu$ .

## АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНЫЙ ТОК. II

В предыдущей главе мы рассмотрели в качестве примера псевдовекторную теорию, в которой  $\partial_\mu A_\mu = 0$  в пределе  $m_\pi \rightarrow 0$ . Действуя по аналогии с электродинамикой, попытаемся провести следующую программу:

1. Устремить массу  $\pi$ -мезона к нулю так, чтобы  $\partial_\mu A_\mu = 0$ .
2. Доказать, что в этом пределе  $|g_A(0)| = 1$ .
3. Понять, почему переход к конечной массе  $\pi$ -мезона — «плавная» операция, так что в согласии с экспериментом  $|g_A(0)| \approx 1$ .

Мы остановились на втором этапе этой программы. Утверждение о том, что сохранение аксиального тока приводит к отсутствию перенормировки  $g_A$ , — просто неверно. В гл. 11 мы уже видели, что обычные аргументы в пользу неперенормируемости аксиального «заряда» несправедливы вследствие того, что среднее значение оператора  $Q_5$ , определенного равенством

$$Q_5 = \int d^3r A_0(\mathbf{r}, t), \quad (12.1)$$

по однопуклонному состоянию обращается в нуль

$$\langle 0 | Q_5(0) | 0 \rangle = 0. \quad (12.2)$$

Поэтому из сохранения заряда нельзя сделать никаких заключений о  $g_A(0)$ . Однако мы могли бы представить себе, что можно построить тождество типа Уорда для аксиальной вершины  $\Gamma_{\mu 5}$  и нуклонного пропагатора и использовать это тождество, как в начале гл. 10, для получения равенства  $g_A(0) = 1$ . На самом деле совсем просто построить тождество Уорда<sup>1)</sup> для любого тока, сохраняющегося или не сохраняющегося, который генерируется калибровочным преобразованием нуклонного и мезонного полей. Приведем пример. Пусть преобразование

$$\varphi \rightarrow \varphi - \frac{m_\pi}{f} \Lambda, \quad \psi \rightarrow \psi \quad (12.3)$$

<sup>1)</sup> Подробно см. в работе [66].

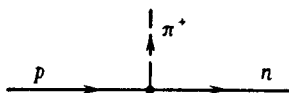
генерирует ток  $\mathbf{A}_\mu$  в псевдовекторной теории (здесь  $\psi$  и  $\bar{\psi}$  — нуклонное и мезонное поля соответственно). При этом преобразовании

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + \partial_\mu \Lambda \cdot \mathbf{A}_\mu - \frac{m_\pi^3}{f} \Lambda \cdot \Phi. \quad (12.4)$$

Последний член в этой формуле отвечает несохранению  $\mathbf{A}_\mu$  из-за конечной массы мезона. Рассуждая, как в гл. 10, сделаем калибровочное преобразование над нуклонным пропагатором и вычислим изменение функции Грина нуклона

$$\langle 0 | (\Psi(x) \bar{\Psi}(y))_+ | 0 \rangle. \quad \text{Так как } \Psi \rightarrow \Psi, \text{ то} \\ \Delta S_F = 0. \quad (12.5)$$

Однако, как показано в гл. 5,  $\Delta S_F$  можно вычислить, рассматри-



Фиг. 62.

вая изменение лагранжиана как возмущение. Тогда

$$0 = i q_\mu \Gamma_{\mu 5}^+(p, p') + \frac{m_\pi^3}{f} \frac{V^2 f_\pi}{q^2 + m_\pi^2} \Gamma_5(p, p'), \quad (12.6)$$

где  $q = (p' - p)$ . Происхождение первого члена в (12.6) очевидно, если вспомнить, что говорилось в гл. 10. Второй член возник от второй добавки к лагранжиану (12.4). При вычислении  $\Delta S_F$  этот член отвечает испусканию  $\pi$ -мезона при переходе между двумя виртуальными нуклонами (фиг. 62). Эта вершина записана так, чтобы явно выделить мезонный полюс и его вычет. Если вставить (12.6) между двумя нуклонными спинорами, то мы опять вернемся к формуле Гольдбергера — Треймана. Если  $m_\pi = 0$ , ток сохраняется, и

$$q_\mu \Gamma_{\mu 5}^+(p, p') = 0. \quad (12.7)$$

Из общих принципов инвариантности можно построить, следуя тому же пути, как и для рассеяния электронов, наиболее общий вид  $\Gamma_{\mu 5}^+$ . При этом возникают семь<sup>1)</sup> независимых псевдовекторных величин. Вайнберг [38] показал, что при уменьшении числа формфакторов в  $\Gamma_{\mu 5}^+(p, p')$  важную роль играют свойства

<sup>1)</sup> В работе [66] отсутствует один формфактор в формуле (22). Автор благодарен за это замечание Ц. Д. Ли.

преобразований тока  $A_\mu$  под действием оператора  $G$ , а именно: принадлежит ли  $A_\mu$  к первому или второму классу токов (см. гл. 9). Приведем здесь это рассуждение, так как оно иллюстрирует некоторые важные вопросы. С помощью общих теоретико-полевых аргументов можно показать (см., например, работу Лоу [67]), что  $A_\mu$  и  $\Gamma_{\mu 5}^+(p, p')$  связаны<sup>1)</sup> следующим уравнением, которое мы можем рассматривать как определение  $\Gamma_{\mu 5}^+$ :

$$\langle 0 | (\bar{\Psi}(x)_P \Psi(x')_N A_\mu(y))_+ | 0 \rangle = - \int d^4u d^4u' S_{FP}(x-u) \Gamma_{\mu 5}^+(u-y, y-u') S_{FN}(u'-x'). \quad (12.8)$$

Здесь  $\Psi_N$  — гейзенберговское поле нуклона, а  $S_F$  — функция Грина нуклона<sup>2)</sup>, определенные в гл. 10.

Теперь, применяя оператор  $G$  к  $\Psi_N$ ,  $\Psi_P$  и  $A_\mu$  ( $GA_\mu G^{-1} = -A_\mu$ ), получаем ограничения на  $\Gamma_{\mu 5}^+(p, p')$ . Действительно, как показывает Вайнберг, если  $A_\mu$  принадлежит к первому классу, то

$$\Gamma_{\mu 5}^+(k_P, k_N) = c^{-1} \Gamma_{\mu 5}^{+T}(-k_N, -k_P) c, \quad (12.9)$$

где  $k_P$  и  $k_N$  — импульсы нуклонов,  $c$  — унитарная матрица  $4 \times 4$ , по определению обладающая свойствами

$$- \gamma_\mu^T = c \gamma_\mu c^{-1} \quad (12.10)$$

и

$$c^T = -c. \quad (12.11)$$

Следуя рассуждениям гл. 5, мы можем записать  $\Gamma_{\mu 5}^+(k_P, k_N)$  как функцию двенадцати псевдовекторов:

1.  $\gamma_5 p_{+\mu}$
2.  $\gamma_5 p_{-\mu}$
3.  $\gamma_5 \gamma_\mu$
4.  $\gamma_5 \sigma_{\mu\nu} p_{+\nu}$
5.  $\gamma_5 \sigma_{\mu\nu} p_{-\nu}$
6.  $\gamma_5 (\gamma p_+) p_{-\mu}$
7.  $\gamma_5 (\gamma p_-) p_{+\mu}$
8.  $\gamma_5 (\gamma p_+) p_{+\mu}$

<sup>1)</sup> Мы обозначаем через  $A_\mu$  аксиальный ток, увеличивающий заряд; через  $A_\mu$  обозначен изовектор.

<sup>2)</sup> Заметим, что дифференцируя это уравнение по  $y$ , вычисляя одновременные коммутаторы, которые возникают от дифференцирования  $\theta$ -функций, входящих в определение операции  $(+)$ , и переходя к преобразованию Фурье для результата, мы снова приходим к тождеству Уорда. См. [66, 68].

9.  $\gamma_5(\gamma p_-) p_{-\mu}$
10.  $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}\gamma_\nu p_{+\lambda} p_{-\sigma}$
11.  $\gamma_5(\gamma p_+)(\gamma p_-) p_{+\mu}$
12.  $\gamma_5(\gamma p_+)(\gamma p_-) p_{-\mu}$ ,

где  $p_{\pm} = k_P \pm k_N$ .

Если нуклоны находятся вне массовой поверхности, то соответствующие 12 формфакторов будут функциями обеих векторных переменных ( $k_P$  и  $k_N$ ):  $F_{i5}(k_P, k_N)$ ,  $i = 1, \dots, 12$ . Симметрия относительно  $G$  не уменьшает число  $F_{i5}$ , а только накладывает для каждого  $i$  соотношения симметрии по  $k_P$  и  $k_N$ . Если же нуклоны находятся на массовой поверхности, так что  $k_P^2 = k_N^2 = -M^2$ , то  $F_{i5}$  является функцией только от  $(k_P - k_N)^2$  и число формфакторов уменьшается. Таким образом, на массовой поверхности

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu 5}^+ = & F_1(q^2) \gamma_5 \gamma_\mu + F_2(q^2) \gamma_5 p_{-\mu} + F_3(q^2) \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} p_{+\nu} + \\ & + F_4(q^2) \gamma_5 (\gamma p_+) p_{+\mu} + F_5(q^2) \gamma_5 (\gamma p_-) p_{-\mu} + F_6(q^2) \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \gamma_\nu p_{+\lambda} p_{-\sigma} + \\ & + F_7(q^2) \gamma_5 (\gamma p_+) (\gamma p_-) p_{-\mu}. \end{aligned} \quad (12.12)$$

Тождество Уорда (при сохранении  $A_\mu$ ) принимает вид<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} p_{-\mu} \Gamma_{\mu 5}^+ = 0 = & F_1(q^2) \gamma_5 (\gamma p_-) + F_2(q^2) \gamma_5 p_-^2 + F_3(q^2) \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} p_{-\mu} p_{+\nu} + \\ & + F_5(q^2) \gamma_5 (\gamma p_-) p_-^2 + F_7(q^2) \gamma_5 (\gamma p_+) (\gamma p_-) p_-^2. \end{aligned} \quad (12.13)$$

Заклучив последнюю формулу между спинорами, можно получить соотношение между формфакторами, но из нее *не следует* отсутствие перенормировки аксиальной константы связи.

Эти соображения показывают, что обычные аргументы, связывающие перенормируемость заряда с сохранением тока, неприменимы к аксиальным токам. Конечно, это не означает, что то же самое нельзя доказать каким-либо другим способом. Некоторые авторы попытались показать на контрпримерах несправедливость самого утверждения [66, 69, 70]. Однако ни одно из рассуждений не является абсолютно строгим, все они направлены на то, чтобы доказать отсутствие связи между сохранением аксиального тока и условием  $g_A(0) = 1$ .

Итак, проблема, с которой мы столкнулись, может быть сформулирована следующим образом. В лептонный ток токи  $V$  и  $A$  входят симметрично

$$L_\mu = i\bar{u}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_e + i\bar{u}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_\mu.$$

<sup>1)</sup> Напомним, что  $(p_+ p_-) = (k_P^2 - k_N^2) = 0$ .

В  $\beta$ -распаде, несмотря на влияние сильных взаимодействий,  $V$  и  $A$  также участвуют почти симметрично:

$$J_\mu \approx iP\gamma_\mu [1 + (1,18 \pm 0,02)\gamma_5] N.$$

Откуда столь близкое сходство между двумя токами? Иными словами, существует ли какой-либо принцип симметрии, которому подчиняются оба эти тока?

Таким было положение в 1960 г. В это время Гелл-Манн сделал несколько глубоких замечаний о лептонных токах, что впоследствии привело к формулировке  $SU_3$ , а также всей современной теории алгебры токов<sup>1)</sup>.

Переходя к обсуждению этих идей, выпишем вначале полный лептонный лагранжиан, включающий слабое и электромагнитное взаимодействия:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - [\bar{\psi}_\mu \gamma_\mu \partial_\mu \psi_\mu + \bar{\psi}_e \gamma_\mu \partial_\mu \psi_e + \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\mu \partial_\mu \psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\mu \partial_\mu \psi_{\nu_\mu}] - \\ & - ieA_\mu [\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e + \bar{\psi}_\mu \gamma_\mu \psi_\mu] - (m_e \bar{\psi}_e \psi_e + m_\mu \bar{\psi}_\mu \psi_\mu) - \\ & - \frac{G}{\sqrt{2}} [L_\mu L_\mu^* + \text{Эрм. сопр.}]. \quad (12.14) \end{aligned}$$

Все обозначения в этой формуле нам уже известны, однако полезно прокомментировать разницу между  $L_\mu^\dagger$  и  $L_\mu^*$  (см. гл. 9). Для этого рассмотрим

$$(i\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_{\nu_e})^\dagger = i\bar{\psi}_{\nu_e} [-2\delta_{\mu 4} \gamma_4 + \gamma_\mu] (1 + \gamma_5) \psi_e. \quad (12.15)$$

Очевидно, обычное эрмитово сопряжение меняет знак четвертой компоненты тока  $L_\mu$ . Это изменение компенсируется, если определить, как в гл. 9:

$$\begin{aligned} L_\mu^* &= L_\mu^\dagger, & \mu &= 1, 2, 3, \\ L_\mu^* &= -L_\mu^\dagger, & \mu &= 4. \end{aligned} \quad (12.16)$$

При этом, однако, оператор  $L_\mu L_\mu^*$  — неэрмитов, поэтому в (12.14) следует добавлять сопряженный ему оператор. Эта замена  $L_\mu^\dagger$  на  $L_\mu^*$  действительно необходима, если требовать, чтобы компонента  $L_4$  преобразовывалась под действием  $G$  и  $C$  так же, как пространственные компоненты. В гл. 9 мы останавливались на применении операций  $C$  и  $G$  к пространственным

<sup>1)</sup> Литература в этой области экспоненциально растет после 1960 г. Здесь мы укажем только те статьи, которые непосредственно относятся к вопросу об алгебре лептонных токов [71—76]. Позднее, при обсуждении других токов, будут даны дальнейшие ссылки.



компонентам тока. Заметим, в частности, что в противоположность (12.15) мы имеем для  $L_\mu^*$

$$[i\bar{\psi}_e\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_{\nu_e}]^* = i\bar{\psi}_{\nu_e}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_e. \quad (12.17)$$

Таким образом,

$$L_\mu = i[\bar{\psi}_e\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_\mu\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_{\nu_\mu}] \quad (12.18)$$

и

$$L_\mu^* = i[\bar{\psi}_{\nu_e}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_e + \bar{\psi}_{\nu_\mu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\mu]. \quad (12.19)$$

Лагранжиан  $\mathcal{L}$  сам по себе калибровочно инвариантен и приводит к уравнениям движения, которые сохраняют электрический и лептонный токи. Однако если сделать некоторые дальнейшие предположения, то появятся новые симметрии. Хотя эти симметрии и не являются строгими, они приводят к важным результатам. Прежде всего положим  $m_\mu = m_e = 0$ . Определим  $\psi_l$  и  $\psi_\nu$ :

$$\psi_l = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\mu \end{pmatrix} \quad (12.20)$$

и

$$\psi_\nu = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_{\nu_\mu} \end{pmatrix}. \quad (12.21)$$

Тогда, очевидно,

$$\mathcal{L} = -[\bar{\psi}_l\gamma_\mu\partial_\mu\psi_l + \bar{\psi}_\nu\gamma_\mu\partial_\mu\psi_\nu] - ieA_\mu[\bar{\psi}_l\gamma_\mu\psi_l] - \frac{G}{\sqrt{2}}[L_\mu L_\mu^* + \text{Эрм. сопр.}], \quad (12.22)$$

где

$$L_\mu = i\bar{\psi}_l\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu. \quad (12.23)$$

Записанный в таком виде лагранжиан явно инвариантен относительно группы унитарных преобразований в двумерном пространстве,  $U_2$ , т. е. если  $u$  — некоторая унитарная матрица<sup>1)</sup> второго порядка (мы не требуем, чтобы ее определитель был равен 1), то  $\mathcal{L}$  остается инвариантным под действием преобразования

$$\begin{aligned} \psi'_l &= u\psi_l, \\ \psi'_\nu &= u\psi_\nu. \end{aligned} \quad (12.24)$$

Более того, группу инвариантности можно расширить, разложив  $\psi_l$  на две части<sup>2)</sup>:

$$\psi_l = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi_l + \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi_l = \psi_+ + \psi_-. \quad (12.25)$$

<sup>1)</sup>  $u^\dagger = (u^T)^* = u^{-1}$ .

<sup>2)</sup> Мы считаем нейтрино левополяризованным.

Тогда легко видеть, что унитарные преобразования, такие, что  $\psi_+ \rightarrow \psi_+$  и  $\psi_- \rightarrow \psi_-$ , также не меняют  $\mathcal{L}$ ; поэтому полной группой инвариантности лагранжиана является прямое произведение  $U_2 \otimes U_2$ . Как показал Ли [76], эта симметрия предсказывает соотношения между лептонными реакциями при высоких энергиях, когда массами можно пренебречь. Если  $m_\mu \neq m_e \neq 0$ , то остается только группа фазовых преобразований, соответствующая сохранению числа лептонов. Эта группа — прямое произведение двух одномерных унитарных групп:  $U_1 \otimes U_1$ .

При наличии слабых взаимодействий лептонный ток  $L_\mu$  не сохраняется, даже если положить массы лептонов равными нулю. Это связано с тем фактом, что перестановка лептонов и нейтрино не оставляет лагранжиан  $\mathcal{L}$  инвариантным. Опишем отсутствие этой симметрии введением «изоспина» лептонов. Определим новое поле  $\psi$ :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_l \\ \psi_\nu \end{pmatrix} \quad (12.26)$$

и три изоспиновые матрицы:

$$\tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (12.27)$$

Полагая  $m_e = m_\mu = 0$ , имеем

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu\psi - ie\left[\bar{\psi}\gamma_\mu\frac{(1+\tau_3)}{2}\psi\right]A_\mu - \frac{G}{\sqrt{2}}[i\bar{\psi}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\tau_+\psi](i\bar{\psi}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\tau_-\psi) + \text{Эрм. сопр.}] \quad (12.28)$$

Если  $G \neq 0$  и  $e \neq 0$ , то этот лагранжиан не инвариантен относительно группы изовращений, которая содержит элементы вида

$$\begin{aligned} U_5(\Lambda) &= e^{-i\gamma_5\Lambda\cdot\tau/2}, \\ U(\Lambda) &= e^{-i\Lambda\cdot\tau/2}, \end{aligned} \quad (12.29)$$

поэтому ток

$$L_\mu = i\bar{\psi}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\frac{\tau}{2}\psi \quad (12.30)$$

не сохраняется. Однако если выключить взаимодействия, то теория инвариантна относительно  $U(\Lambda)$  и  $U_5(\Lambda)$  и токи

$$V_{l\mu} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\frac{\tau}{2}\psi \quad (12.31)$$

и

$$\mathbf{A}_{l\mu} = i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi \quad (12.32)$$

сохраняются по отдельности. Таким образом, эрмитовы операторы зарядов

$$\mathbf{Q}_l = \int \psi^\dagger \frac{\tau}{2} \psi d\mathbf{r} \quad (12.33)$$

и

$$\mathbf{Q}_{5l} = \int \psi^\dagger \gamma_5 \frac{\tau}{2} \psi d\mathbf{r} \quad (12.34)$$

являются константами движения. Кроме того, используя технику гл. 3, получим

$$[Q_{il}, Q_{jl}]_- = i\epsilon_{ijk} Q_{kl}, \quad (12.35a)$$

$$[Q_{5il}, Q_{5jl}]_- = i\epsilon_{ijk} Q_{kl}, \quad (12.35b)$$

$$[Q_{il}, Q_{5jl}]_- = i\epsilon_{ijk} Q_{5kl}. \quad (12.35b)$$

В той весьма искусственной ситуации, которую мы сейчас рассматриваем, все заряды  $Q$  постоянны, так что эти коммутационные соотношения справедливы в произвольный момент времени. Однако даже если  $e \neq 0$  и  $G \neq 0$ , заряды  $Q$  все же удовлетворяют *тем же самым* коммутационным соотношениям, если мы вычисляем коммутаторы зарядов при равных временах. В этом смысле величины  $\epsilon_{ijk}$  — «структурные константы» алгебры  $SU_2$ , — определяемые этими коммутаторами, сохраняют свое значение даже тогда, когда сама группа перестает быть группой инвариантности теории. Далее Гелл-Манн делает важное предположение о том, что «универсальность» слабых взаимодействий для лептонов и адронов выражается в том, что «заряды», связанные с адронными токами  $\mathbf{V}_\mu$  и  $\mathbf{A}_\mu$ ,

$$Q_i(t) = \int d\mathbf{r} V_{0i}(\mathbf{r}, t), \quad (12.36)$$

$$Q_{5i}(t) = \int d\mathbf{r} A_{0i}(\mathbf{r}, t)$$

подчиняются тем же одновременным коммутационным соотношениям, что и лептонные «заряды» (12.35).

Это не новое предположение для векторного тока, а только новая формулировка гипотезы, что этот ток идентичен току, связанному с группой изоспина, генераторы которой, конечно, удовлетворяют соотношению

$$[T_i, T_j]_- = i\epsilon_{ijk} T_k. \quad (12.37)$$

Новым является утверждение, относящееся к коммутационным соотношениям, в которых участвуют заряды  $Q_{5i}$ .

Прежде всего следует отметить, что коммутационные соотношения для «аксиальных» зарядов далеко не тривиальны, так как они выполняются не во всех теориях. Если бы аксиальный ток имел простой вид

$$\mathbf{A}_\mu = i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi, \quad (12.38)$$

то даже при наличии связи с  $\pi$ -мезонами, при условии что одновременные коммутационные соотношения имеют канонический вид

$$[\psi(\mathbf{r}, t), \psi^\dagger(\mathbf{r}', t)]_+ = \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (12.39)$$

как показывает непосредственное вычисление,

$$[Q_{5i}(t), Q_{5j}(t)]_- = i\varepsilon_{ijk} Q_k^N(t), \quad (12.40)$$

где

$$Q_k^N(t) = \int \psi^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi d\mathbf{r}. \quad (12.41)$$

Но  $Q_k^N(t)$  — „заряд“, связанный с током Ферми:

$$\mathbf{V}_\mu^N = i\bar{\psi}\gamma_\mu \frac{\tau}{2} \psi, \quad (12.42)$$

и, как было показано в предыдущих главах, согласно теории Фейнмана — Гелл-Манна, этот несохраняющийся ток является лишь частью векторного тока  $\beta$ -распада. Очевидно, мы должны добавить к  $Q_{5i}$  мезонные члены, если хотим, чтобы они появились в коммутаторе. Однако добавление к  $\mathbf{A}_\mu$  мезонных членов — не простая и не однозначная операция, и с самого начала вовсе не ясно, можно ли это сделать таким образом, чтобы получить нужные коммутационные соотношения. Например, в предыдущей главе мы нашли аксиальный ток для псевдовекторной теории в виде

$$\mathbf{A}_\mu = i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu \tau\psi + \frac{m_\pi}{f} \partial_\mu \Phi \quad (12.43)$$

и

$$\partial_\mu \mathbf{A}_\mu = \frac{m_\pi^3}{f} \Phi. \quad (12.44)$$

Следовательно, в этой теории

$$\mathbf{A}_0 = -i\mathbf{A}_4 = \bar{\psi}\gamma_5\gamma_4\tau\psi - \frac{m_\pi}{f} \dot{\Phi}. \quad (12.45)$$

Однако лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x_\nu} + m_\pi^2 \Phi \cdot \Phi \right\} - \{ \bar{\Psi} (\gamma_\mu \partial_\mu + M) \Psi \} - \\ & - \frac{i\bar{f}}{m_\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_\mu} \cdot \bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_\mu \tau \Psi, \end{aligned} \quad (12.46)$$

так как канонический импульс  $\pi$ -мезона,  $\delta \mathcal{L} / \delta \dot{\Phi}$ , равен в этой теории

$$\pi = \dot{\Phi} - \frac{i\bar{f}}{m_\pi} \bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_4 \tau \Psi. \quad (12.47)$$

Но

$$[\pi_i(\mathbf{r}, t), \pi_j(\mathbf{r}, t)]_- = 0. \quad (12.48)$$

Сопоставляя формулы (12.48) и (12.45), мы видим, что в этой теории

$$[Q_{5i}(t), Q_{5j}(t)]_- = 0 \quad (12.49)$$

вместо (12.35б). В дальнейшем мы еще вернемся к вопросу о том, существуют ли теории, в которых соотношение (12.35б) справедливо для адронов.

Несколько иначе обстоит дело с соотношением (12.35в). Так как в теории Фейнмана — Гелл-Манна  $Q_i$  — изотопический заряд, то (12.35в) соответствует утверждению, что  $Q_5$  преобразуется как изовектор. Можно ожидать, что это соотношение выполняется практически для любого  $A_\mu$ . Например, легко видеть из канонических коммутационных соотношений (12.39) (которые справедливы, если в мезон-нуклонном взаимодействии нет производных), что ток Ферми,  $A_\mu = i\bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_\mu (\tau/2) \Psi$ , удовлетворяет (12.35в).

В оставшейся части этой главы мы будем придерживаться той точки зрения, что коммутационные соотношения Гелл-Манна выполняются и что их справедливость является критерием, согласно которому следует выбирать динамические модели для тока  $A_\mu$ . Рассмотрим теперь применения и возможности проверки алгебры коммутаторов Гелл-Манна.

Наиболее известное подтверждение коммутационных соотношений — это так называемое правило сумм Адлера — Вайсберга [77—80]. Оно может быть записано в виде

$$1 - \frac{1}{g_A^2} = \left( \frac{2M_P}{f_{\pi N}} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int \frac{dq_0}{q_0} [\sigma_+^P(q_0) - \sigma_-^P(q_0)]. \quad (12.50)$$

Здесь  $\sigma_\pm^P(q_0)$  — полные сечения рассеяния безмассовых  $\pi^\pm$ -мезонов на протоне, где  $q_0$  — энергия мезона в лабораторной системе. Остальные величины в (12.50) были определены ранее.

Мы увидим в дальнейшем, почему в ответ вошли нефизические величины типа  $\sigma_{\pm}(q_0)$  и как их можно приближенно выразить через физически наблюдаемые сечения. Заметим здесь, кстати, что если положить  $M_p = 0$  и допустить, что интеграл при этом не обращается в бесконечность, то, согласно (12.50),  $|g_A| = 1$ . Если бы ток  $A_{\mu}$  сводился просто к току Ферми  $i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_{\mu}\psi$ , и поля  $\psi$  описывали бы свободные частицы, то это было бы как раз пределом, в котором  $A_{\mu}$  сохраняется, так как дивергенция  $\partial_{\mu}A_{\mu}$  пропорциональна  $M_p$ . При  $M_p = 0$  нуклоны можно описывать собственными векторами матрицы  $\gamma_5$ , так что разница между векторным и аксиальным токами исчезает. В этом пределе мы могли бы ожидать, что сохранение аксиального тока приводит к отсутствию перенормировки  $g_A$ . Это, по-видимому, следует из (12.50). Мы уже видели, что  $\partial_{\mu}A_{\mu} = 0$ , только если  $m_{\pi} = 0$ . Но правая часть (12.50) определена как раз при  $m_{\pi} = 0$ . Поэтому формула (12.50) соответствует тому поведению  $g_A$  как функции масс  $M_p$  и  $m_{\pi}$ , какого и следовало ожидать.

Правила сумм родились вместе с квантовой механикой<sup>1)</sup>. В этих соотношениях используются три основные идеи.

1. Квантовомеханические коммутационные соотношения:

$$\begin{aligned} [x, P]_- &= i, \\ [x, H]_- &= i \frac{P}{m}. \end{aligned} \quad (12.51)$$

2. Существование полного набора состояний  $|n'\rangle$ . Благодаря этому матричный элемент произведения двух операторов между состояниями  $|n\rangle$  и  $|m\rangle$  можно выразить через сумму произведений матричных элементов каждого из операторов в отдельности, т. е. если  $A$  и  $B$  — любые два оператора, а  $|n'\rangle$  — любое полное множество состояний, то

$$\langle m | AB | n \rangle = \sum_{n'} \langle m | A | n' \rangle \langle n' | B | n \rangle. \quad (12.52)$$

3. Связь (или связи) между этими матричными элементами и наблюдаемыми физическими величинами.

В атомной физике известен вид взаимодействия, и в связи с малой величиной  $e$  можно вычислить матричные элементы по теории возмущений. Это упрощает использование третьего пункта, так как можно непосредственно связать матричные элементы с вероятностями физических процессов. Мы знаем, например, что оператор электрического дипольного перехода имеет простой вид  $e \cdot r$ , где  $r$  — пространственная координата заряда,

<sup>1)</sup> Обзор электромагнитных правил сумм в атомной физике см., например, в книге Бете и Солпитера [81].

а  $\epsilon$  — вектор поляризации фотона. Зная этот оператор, мы можем вычислить матричные элементы перехода между любыми двумя состояниями и найти полное сечение дипольного поглощения через эти матричные элементы. Используя коммутационные соотношения, можно вывести правила сумм для дипольного поглощения, например

$$\int \sigma_d(\omega) d\omega = 2\pi^2 r_0, \quad (12.53)$$

где взят интеграл от полного сечения дипольного поглощения фотона с энергией  $\omega$ , а  $r_0$  — «классический радиус электрона»,

$$r_0 = \frac{e^2}{m} = 2,82 \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (12.54)$$

Уравнение (12.53) дает соотношение между константой связи  $e^2$  и измеряемой величиной  $\int \sigma_d(\omega) d\omega$  такого же типа, как правило сумм Адлера — Вайсбергера.

Как будет видно, нетрудно провести первые два этапа нашей программы в области слабых взаимодействий и алгебры токов. Однако, когда мы начинаем интерпретировать получившиеся матричные элементы с помощью физически наблюдаемых величин, возникают технические трудности.

Для получения коммутационных соотношений, используемых при выводе формулы Адлера — Вайсбергера, следует рассмотреть операторы

$$Q_{5\pm} = Q_{51} \pm iQ_{52}. \quad (12.55)$$

Из (12.356) следует, что <sup>1)</sup>

$$[Q_{5+}, Q_{5-}]_- = 2Q_3, \quad (12.56)$$

где  $Q_3$  — изовекторный заряд. Это операторное равенство можно заключить между любой парой состояний. Пусть это будут вначале состояния, содержащие протоны с импульсами  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$ . Поскольку

$$Q_3 = \int d\mathbf{r} V_{03}(\mathbf{r}, 0), \quad (12.57)$$

то импульс не может изменяться. Так как для любого оператора

$$O(\mathbf{r}) = e^{-i\mathbf{P}\cdot\mathbf{r}} O(0) e^{i\mathbf{P}\cdot\mathbf{r}}, \quad (12.58)$$

<sup>1)</sup> В дальнейшем все коммутационные соотношения понимаются как одновременные, если не оговорено обратное. Может показаться странным, что коммутатор двух зависящих от времени операторов  $Q_{5+}$  и  $Q_{5-}$  не зависит от времени ( $Q_3$ ). Но тем же свойством обладают канонические коммутационные соотношения для квантованных полей.

то

$$\langle \mathbf{p}' | Q_3 | \mathbf{p} \rangle = \frac{1}{2} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (12.59)$$

где мы использовали нормировку состояний

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}'). \quad (12.60)$$

Для вычисления этого матричного элемента мы воспользовались также тем фактом, что  $Q_3$  — *полный* изотопический заряд, а  $|\mathbf{p}\rangle$  — по построению состояние физического нуклона, включая мезонное облако, с изоспином  $1/2$ . Мы могли бы, конечно, утверждать, что  $Q_3$  и  $Q_3^N$ , вклад нуклонов в  $Q_3$ , имеют примерно одинаковые матричные элементы для физических протонных состояний, так что формула (12.59) приближенно справедлива, даже если (12.56) выполняется только для  $Q_3^N$ , как в теории Ферми. В отсутствие динамической теории это было бы лишь случайным совпадением. Гораздо элегантнее было бы как можно дольше считать, что (12.56) выполняется буквально.

Из (12.56) и (12.59) получаем равенство

$$\begin{aligned} \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') &= \langle \mathbf{p}' | [Q_{5+}, Q_{5-}]_- | \mathbf{p} \rangle = \\ &= \sum_n [\langle \mathbf{p}' | Q_{5+} | n \rangle \langle n | Q_{5-} | \mathbf{p} \rangle - \langle \mathbf{p}' | Q_{5-} | n \rangle \langle n | Q_{5+} | \mathbf{p} \rangle], \end{aligned} \quad (12.61)$$

где  $|n\rangle$  принадлежит к полному набору собственных состояний оператора  $P_\mu$ , т. е. содержит все сильно взаимодействующие частицы с их физическими массами. Теперь мы можем выделить из этой суммы однонуклонный вклад. Так как  $Q_{5-}$  понижает электрический заряд на единицу ( $Q_{5+}$  повышает заряд), то вклад дает только нейтронное промежуточное состояние. Обозначив через  $k$  и  $s'$  импульс и спин этого состояния, получим

$$\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = \sum_{s'} \int dk \langle \mathbf{p}' |_s Q_{5+} | \mathbf{k} \rangle_{s'} \langle \mathbf{k} | Q_{5-} | \mathbf{p} \rangle_s + R(\mathbf{p}', \mathbf{p})_{\mathbf{p}'=\mathbf{p}}. \quad (12.62)$$

Здесь  $R(\mathbf{p}', \mathbf{p})$  — вклад остальных состояний, который будет найден ниже. Мы просуммировали по спину нейтрона и проинтегрировали по его импульсу  $k$ . Как показано в предыдущих главах, можно, считая, что аксиальный ток принадлежит к первому классу (по Вайнбергу), получить

$$(2\pi)^3 \langle \mathbf{p}' |_s A_\mu(0) | \mathbf{p} \rangle_s = i\bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \gamma_5 [\gamma_\mu g_A(q^2) + i q_\mu g_P(q^2)] u(\mathbf{p})_s, \quad (12.63)$$

где

$$q_\mu = (\mathbf{p}' - \mathbf{p})_\mu. \quad (12.64)$$



Так как

$$Q_{5+}(t) = \int d\mathbf{r} A_0(\mathbf{r}, t), \quad (12.65)$$

то для однонуклонного вклада в (12.62) получим

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' |_{s'} Q_{5+} | \mathbf{k} \rangle_s &= (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{p}') \langle \mathbf{p}' |_{s'} A_0(0) | \mathbf{k} \rangle_s = \\ &= \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{p}') \bar{u}(\mathbf{p}')_{s'} \gamma_5 \gamma_4 g_A(0) u(\mathbf{k})_s. \end{aligned} \quad (12.66)$$

Мы использовали здесь сохранение 4-мерного импульса<sup>1)</sup>  $\mathbf{p}' - \mathbf{k} = 0$ . Используя равенство

$$Q_{5+} = Q_{5-}^{\dagger},$$

можно записать, проинтегрировав по  $\mathbf{k}$ :

$$\delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \sum_{s'} |\langle \mathbf{p}' |_{s'} A_0(0) | \mathbf{p} \rangle_s|^2 + R(\mathbf{p}', \mathbf{p})_{\mathbf{p}=\mathbf{p}'}. \quad (12.67)$$

Очень поучительно<sup>2)</sup> найти однонуклонный вклад, подставив  $u(\mathbf{p})_s$  и  $\gamma_5$  в явном виде. При нашем выборе представления  $\gamma$ -матриц

$$\gamma_5 = - \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (12.68)$$

Формула (12.67) не является явно скалярным равенством. Вычислим ее правую часть, считая, что импульс протона  $\mathbf{p}$  направлен вдоль оси  $z$  и спин квантуется на эту же ось.

При нашей нормировке

$$\bar{u}(\mathbf{p}) u(\mathbf{p}) = \frac{M}{E(\mathbf{p})}; \quad (12.69)$$

$u(\mathbf{p})$  можно записать, введя двухкомпонентную спиновую функцию  $u$ , в виде

$$u(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} u \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E(\mathbf{p}) + M} u \end{pmatrix} \sqrt{\frac{E(\mathbf{p}) + M}{2E(\mathbf{p})}}. \quad (12.70)$$

<sup>1)</sup> При  $\mathbf{p}' = \mathbf{k}$  получим  $E(\mathbf{p}') = E(\mathbf{k})$ , так как мы пренебрегаем различием масс протона и нейтрона.

<sup>2)</sup> Мы следуем здесь исключительно ясному изложению правил сумм и их применений, данному в лекциях Белла [82].

Таким образом, если спин направлен вдоль импульса (вдоль оси  $z$ ), то

$$u(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{|\mathbf{p}|}{E(\mathbf{p}) + M} \\ 0 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{E(\mathbf{p}) + M}{2E(\mathbf{p})}}. \quad (12.71)$$

Так как в (12.66)  $\mathbf{p} = \mathbf{p}'$ , то простое вычисление показывает, что<sup>1)</sup>

$$\langle \mathbf{p} | s A_0(0) | \mathbf{p} \rangle_s = -g_A(0) \frac{|\mathbf{p}|}{E(\mathbf{p})} = -v g_A(0),$$

где  $v$  — скорость начального нейтрона. Итак, правило сумм (12.67) приводится к виду

$$1 - v^2 g_A^2(0) = \sum_n |\langle n | A_0(0) | \mathbf{p} \rangle|^2 (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n) - \sum_n |\langle n | A_0^+(0) | \mathbf{p} \rangle|^2 (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n), \quad (12.72)$$

где мы использовали тот факт, что  $Q_{5\pm}$  не может изменить импульса. Очевидно, правило сумм зависит от  $v$ . Конечно, причина этой зависимости левой части (12.72) состоит в зависимости от скорости вектора состояния  $|\mathbf{p}\rangle$  в правой части. Заметим, что в правой части (12.72) стоит разность двух положительных чисел, так что заранее не ясно, получится ли  $g_A(0)$  больше или меньше единицы. Кроме того, из этого равенства можно получить только абсолютную величину  $g_A(0)$ , так что невозможно, например, различить  $(V - A)$ - и  $(V + A)$ -теории.

Для оценки правой части (12.72) обычно поступают следующим образом.

Замечаем, что

$$|\langle n | A_0(0) | \mathbf{p} \rangle| = \left| \frac{\langle n | \frac{\partial}{\partial t} A_0 | \mathbf{p} \rangle}{E(\mathbf{p}) - E_n} \right|, \quad (12.73)$$

так как

$$i \frac{\partial}{\partial t} A_0 = [A_0, H]_-. \quad (12.74)$$

Важно отметить, что равенство (12.73) определено только при  $\partial_\mu A_\mu \neq 0$ . Если  $\partial_\mu A_\mu = 0$ , то  $Q_{5+}$  не зависит от времени и поэтому не меняет ни энергии, ни импульса, так что в (12.72)

$$E(\mathbf{p}) - E_n = 0 = \mathbf{p} - \mathbf{p}_n. \quad (12.75)$$

<sup>1)</sup> Легко видеть, что, фиксируя начальный спин  $s$ , мы тем самым фиксируем  $s'$ ,  $s' = s$ , так как  $A_0(0)$  не переворачивает спина.

Кроме того,

$$\langle n | \nabla \cdot \mathbf{A} | \mathbf{p} \rangle = i \langle n | [A_i, P_i]_- | \mathbf{p} \rangle = i (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}) \cdot \langle n | \mathbf{A} | \mathbf{p} \rangle. \quad (12.76)$$

Так как в (12.72)  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_n$ , то <sup>1)</sup>

$$\langle n | \frac{\partial}{\partial t} A_0 | \mathbf{p} \rangle = \langle n | \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle, \quad (12.77)$$

так что при  $\partial_\mu A_\mu = 0$  и числитель, и знаменатель (12.73) обращаются в нуль при подстановке в (12.72). Если  $\partial_\mu A_\mu \neq 0$ , то, используя (12.73) и (12.77), можно записать наше правило сумм в виде

$$\begin{aligned} 1 - v^2 g_A^2(0) &= \sum_n |\langle n | A_0 | \mathbf{p} \rangle|^2 (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n) - \\ &\quad - \sum_n |\langle n | A_0^\dagger | \mathbf{p} \rangle|^2 (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}_n) = \\ &= \int \frac{d(\Delta E)}{2\pi(\Delta E)^2} \sum_n |\langle n | A_0(0) | \mathbf{p} \rangle|^2 \delta^4(p_n - p - q) (2\pi)^4 - (A_0 \leftrightarrow A_0^\dagger), \end{aligned} \quad (12.78)$$

где

$$q = p_n - p = (0, 0, 0, i(E(\mathbf{p}_n) - E(\mathbf{p}))). \quad (12.79)$$

Поэтому с помощью (12.77) это равенство можно переписать в виде

$$\begin{aligned} 1 - v^2 g_A^2(0) &= \\ &= \int \frac{d(\Delta E)}{2\pi(\Delta E)^2} \sum_n |\langle n | \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle|^2 \delta^4(p_n - p - q) (2\pi)^4 - (A_\mu \leftrightarrow A_\mu^\dagger). \end{aligned} \quad (12.80)$$

Для приложений удобно вычислить матричные элементы в правой части (12.80) в системе отсчета, в которой нейтрон первоначально покоится. Под действием собственных преобразований Лоренца 4-дивергенция  $\partial_\mu A_\mu$  ведет себя как скаляр. Из этого, однако, вовсе *не следует*, что  $\langle n | \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle$  ведет себя как скаляр. Рассмотрим в качестве примера матричный элемент оператора заряда  $Q$  (это явно скалярная величина) между протонными состояниями:

$$\langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle = e \bar{u}(\mathbf{p}) u(\mathbf{p}) = e \frac{M}{E(\mathbf{p})}, \quad (12.81)$$

<sup>1)</sup> Напомним, что в нашей метрике

$$\partial_\mu A_\mu = \nabla \cdot \mathbf{A} + \partial_4 A_4 = \nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{\partial}{\partial t} A_0.$$

где

$$\frac{M}{E} = \sqrt{1 - v^2}. \quad (12.82)$$

Таким образом, инвариантна величина  $\sqrt{\frac{E}{M}} \langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle \sqrt{\frac{E}{M}}$ , но не  $\langle \mathbf{p} | Q | \mathbf{p} \rangle$ .

Это означает, что величина

$$\sqrt{\frac{E_n}{M_n}} \langle n | \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle \sqrt{\frac{E(\mathbf{p})}{M}}, \quad (12.83)$$

где  $\mathbf{p}_n^2 = -M_n^2$ , является инвариантом относительно собственных преобразований Лоренца, откуда следует закон преобразования  $\langle n | \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle$ . В частности, в (12.80) можно подставить

$$\langle n | \partial_\mu A_\mu | \mathbf{p} \rangle = \langle n | \partial_\mu A_\mu | 0 \rangle \sqrt{\frac{M}{E(\mathbf{p})}} = \langle n | \partial_\mu A_\mu | 0 \rangle (1 - v^2)^{1/4}. \quad (12.84)$$

В системе покоя нейтрона

$$q = \left( 0, 0, \frac{-v \Delta E}{\sqrt{1 - v^2}}, i \frac{\Delta E}{\sqrt{1 - v^2}} \right). \quad (12.85)$$

Так как

$$q_0 = \frac{\Delta E}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad (12.86)$$

то

$$\frac{dq_0}{q_0^2} = \frac{d \Delta E}{(\Delta E)^2} \sqrt{1 - v^2}. \quad (12.87)$$

Таким образом, можно переписать (12.80) в виде

$$1 - v^2 g_A^2(0) = \int \frac{dq_0}{2\pi q_0^2} \sum_n |\langle n | \partial_\mu A_\mu | 0 \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_n - p - q) - (A_\mu \leftrightarrow A_\mu^+), \quad (12.88)$$

где зависимость от  $v$  выделена из матричных элементов и включена в явную зависимость  $\delta^4$ -функции от скорости.

Адлер [79, 83] указал принципиальный способ проверки этого правила сумм без каких-либо специальных предположений о явном виде оператора  $\partial_\mu A_\mu$ . Этот способ основан на том факте, что матричные элементы, входящие в (12.88), связаны с амплитудами процессов с участием лептонов. Мы изложим сейчас принципиальную сторону этого вопроса, следуя Беллу [82]; детали содержатся в работе Адлера.

Рассмотрим реакцию  $\nu_\mu + N \rightarrow \mu + n$ , где  $n$  — какое-либо конечное адронное состояние, соответствующее вектору  $|n\rangle$  в

(12.88). Амплитуда этой реакции связана с матричным элементом тока соотношением

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} i \bar{u}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{\nu_\mu} \langle n | J_\mu | 0 \rangle, \quad (12.89)$$

где

$$J_\mu = V_\mu + A_\mu. \quad (12.90)$$

Мы рассматриваем систему отсчета, в которой нейтрон мишени покоится и начальный импульс нейтрино направлен вдоль оси  $z$ . Пусть  $\mu$ -мезон испускается в том же направлении (вперед). Предположим также, что реакция идет при столь высокой энергии, что массой лептона можно пренебречь. При заданной кинематике можно следующим образом вычислить  $\bar{u}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{\nu_\mu}$ . Налетающее нейтрино описывается спинором<sup>1)</sup>

$$u_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (12.91)$$

Конечный  $\mu$ -мезон ( $m_\mu = 0$ ) — также левополяризован [это свойство ( $V-A$ )-взаимодействия], так что для  $\mu$ -мезона, движущегося вдоль оси  $z$ ,

$$\bar{u}_\mu = (0101) \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (12.92)$$

Теперь можно найти  $\bar{u}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{\nu_\mu}$  в явном виде<sup>2)</sup>:

$$i \bar{u}_\mu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{\nu_\mu} = (0101) i \gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = (0, 0, 2, i2). \quad (12.93)$$

С другой стороны, при нашей кинематике и с учетом сохранения энергии-импульса, т. е.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} + M &= \boldsymbol{\mu} + E_n, \\ \mathbf{v} - \boldsymbol{\mu} &= p_n, \end{aligned} \quad (12.94)$$

вектор  $q_\mu = (\mathbf{v} - \boldsymbol{\mu})_\mu = (p_n - p)_\mu$  просто равен

$$q = (0, 0, 2, i2)(E_n - M). \quad (12.95)$$

<sup>1)</sup> Легко проверить, что  $u_\nu$  удовлетворяет уравнению Дирака для безмассовой частицы, движущейся в положительном направлении оси  $z$ , и  $\gamma_5 u_\nu = u_\nu$ , так что эта функция описывает левовинтовое нейтрино.

<sup>2)</sup>  $(1 + \gamma_5) u_\nu = 2u_\nu$ .

Следовательно, приходим к важному результату

$$M = iN(E_n) q_\mu \langle n | J_\mu | 0 \rangle = N(E_n) \langle n | \partial_\mu J_\mu | 0 \rangle, \quad (12.96)$$

где  $N(E_n)$  — кинематический фактор, явный вид которого легко найти из предыдущих формул. Предположив, что  $\partial_\mu V_\mu = 0$ , получим

$$M_n = N(E_n) \langle n | \partial_\mu A_\mu | 0 \rangle. \quad (12.97)$$

Это как раз та величина, которая входит в правило сумм. С точностью до кинематического множителя квадрат  $M_n$  — это сечение образования адронной системы  $|n\rangle$  при вылете  $\mu$ -мезона вперед.

Из (12.85) видно, что

$$q^2 = -(1 - v^2) q_0^2. \quad (12.98)$$

Если зафиксировать  $q_0$  и устремить  $v \rightarrow 1$  (этот прием всегда применяется, как мы вскоре увидим, при вычислении правил сумм), то  $q^2 \rightarrow 0$ , так и должно быть при вылете  $\mu$ -мезона вперед и при  $m_\mu = 0$ . Полагая  $v \rightarrow 1$  и используя связь между квадратом матричного элемента и сечением, Адлер находит лептонное правило сумм в виде

$$1 - g_A^2(0) = \int \frac{dW f(W)}{G^2} [\sigma_{\nu \rightarrow \mu}^{\text{вперед}}(W) - \sigma_{\bar{\nu} \rightarrow \bar{\mu}}^{\text{вперед}}(W)], \quad (12.99)$$

где  $f(W)$  — простая функция<sup>1)</sup> энергии  $W$  в системе центра масс, а  $G$  — константа слабого взаимодействия. Аналогичная формула получится, если заменить  $\nu_\mu$  на  $\nu_e$  и  $\mu$  — на  $e$ . Благодаря этим результатам, когда будут получены данные о взаимодействии с веществом нейтрино высоких энергий, станет возможной весьма важная проверка коммутационных соотношений Гелл-Манна.

Обратимся теперь к подробному выводу правила сумм Адлера — Вайсбергера для  $\pi$ -мезонных сечений (12.50). Все имеющиеся выводы этого соотношения используют дополнительные предположения о виде оператора  $\partial_\mu A_\mu$  типа тех, о которых шла речь в гл. II при выводе формулы Гольдбергера — Треймана.

Для начала предположим, что

$$\partial_\mu A_\mu = C\pi^+, \quad (12.100)$$

<sup>1)</sup>  $f(W) = \frac{MW^2 8\pi^2}{[M^2 + 2ME - W^2]^2}$ ,

где  $E$  — энергия нейтрино.

где  $C$  — константа, которую мы ещё обсудим,  $\pi^+$  — поле  $\pi$ -мезона, определяемое в рамках той динамической теории, в которой справедлива формула (12.100). Позже мы обсудим, как можно ослабить или модифицировать это предположение. Прежде всего выразим константу  $C$  через наблюдаемые величины, используя метод предыдущей главы. Нормировку одномезонного состояния всегда можно выбрать так, чтобы

$$\langle 0 | \pi^+ | \pi^- \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_\pi}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}. \quad (12.101)$$

Тогда

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | d_\mu A_\mu | \pi^- \rangle = \frac{C}{\sqrt{2E_\pi}} \frac{G}{\sqrt{2} (2\pi)^{3/2}} = \frac{m_\pi^2 g_\pi (-m_\pi^2)}{\sqrt{2E_\pi}}, \quad (12.102)$$

где, как и в гл. 11,  $G$  — константа слабого взаимодействия, а  $g_\pi(-m_\pi^2)$  вычисляется из времени жизни  $\pi$ -мезона. Следовательно,

$$C = \frac{m_\pi^2 g_\pi (-m_\pi^2) \sqrt{2} (2\pi)^{3/2}}{G}. \quad (12.103)$$

Однако из вывода соотношения Гольдбергера — Треймана следует, что

$$\frac{g_\pi(-m_\pi^2)}{G} = \frac{M_{Pg_A}(0)}{f_\pi D(0)}, \quad (12.104)$$

где  $f_\pi$  — компонента мезон-нуклонной связи, а  $D(q^2)$  — форм-фактор мезон-нуклонной вершины<sup>1)</sup>; по определению

$$D(-m_\pi^2) = 1. \quad (12.105)$$

Таким образом,

$$C = \frac{\sqrt{2} (2\pi)^{3/2} M_{Pg_A}(0) m_\pi^2}{f_\pi D(0)}. \quad (12.106)$$

Следовательно, при наших предположениях правило сумм принимает вид

$$1 - v^2 g_A^2(0) = \left( \frac{\sqrt{2} M_{Pg_A}(0) m_\pi^2 (2\pi)^{3/2}}{f_\pi D(0)} \right)^2 \times \\ \times \left\{ \int \frac{dq_0}{2\pi q_0^2} \sum_n |\langle n | \pi^+ | 0 \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_n - p - q) - (\pi^+ \leftrightarrow \pi^-) \right\}. \quad (12.107)$$

<sup>1)</sup> Согласно соотношения Гольдбергера — Треймана с экспериментом указывает на то, что

$$D(0) \approx D(-m_\pi^2) = 1.$$

Фиксируя  $q_0$  и устремляя  $v \rightarrow 1$ , имеем

$$1 - g_A^2(0) = \frac{2(2\pi)^3 M_p^2 g_A^2(0) m_\pi^4}{f_\pi^2 D^2(0)} \times \\ \times \left\{ \int \frac{dq_0}{2\pi q_0^2} \sum_n | \langle n | \pi^+ | 0 \rangle |^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_n - p - q) - (\pi^+ \leftrightarrow \pi^-) \right\}. \quad (12.108)$$

Очевидно, величина  $\langle n | \pi^+ | 0 \rangle$  полностью определяется сильным взаимодействием  $\pi$ -мезона с нуклоном. В формуле (12.108) интеграл от суммы квадратов матричных элементов выражается через интеграл от сечения  $\pi$ -мезон-нуклонного взаимодействия. Чтобы найти эту связь в явном виде, следует вернуться к описанному в начале этой книги методу определения векторов состояний с помощью операторов рождения и уничтожения частиц. В частности, физическое состояние, содержащее нуклон с нулевым импульсом и  $\pi^+$ -мезон с импульсом  $\mathbf{q}$ , может быть описано следующим образом:

$$|0\mathbf{q}\rangle_{\text{in}} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int d\mathbf{r} \left( \pi^+(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{q}) - \frac{\partial}{\partial t} \pi^+(\mathbf{r}, t) f(\mathbf{q}) \right) |0\rangle, \quad (12.109)$$

где по определению

$$f(\mathbf{q}) = \frac{e^{i(\mathbf{q}\mathbf{x})}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0}}, \quad (12.110)$$

так что

$$\left( -\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + m_\pi^2 \right) f = \left( -\square + m_\pi^2 \right) f = 0. \quad (12.111)$$

Это равенство будет использовано при последующих выкладках. Мы всюду будем считать, что при интегрировании по частям по пространственным переменным вклад бесконечно удаленных поверхностей можно отбросить. Итак,

$$|0\mathbf{q}\rangle_{\text{out}} - |0\mathbf{q}\rangle_{\text{in}} = i \int dt d\mathbf{r} \partial_t [\pi^+(\mathbf{r}, t) f - \dot{\pi}^+(\mathbf{r}, t) f] |0\rangle, \\ = \int d^4x \left[ \pi^+ \frac{\partial^2}{\partial t^2} f - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \pi^+ f \right] |0\rangle, \\ = \int d^4x \left[ \pi^+ \left( -\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + m_\pi^2 \right) f - \right. \\ \left. - f \left( -\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + m_\pi^2 \right) \pi^+ \right] |0\rangle, \\ = \int d^4x (\square - m_\pi^2) \pi^+ f |0\rangle = - \int d^4x j_{\pi^+} f |0\rangle,$$



где  $\pi$ -мезонная «функция источника»  $j_{\pi^+}$  определена уравнением

$$(-\square + m_{\pi}^2)\pi^+ = j_{\pi^+}. \quad (12.113)$$

Таким образом, мы имеем фундаментальное равенство

$$\begin{aligned} \langle n |_{\text{out}} \mathbf{0q} \rangle_{\text{in}} &= \langle n |_{\text{out}} \mathbf{0q} \rangle_{\text{out}} + \\ &+ \int d^4x \frac{e^{iqx}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0}} (-\square + m_{\pi}^2) \langle n |_{\text{out}} \pi^+(x) | 0 \rangle = \\ &= \langle n |_{\text{out}} \mathbf{0q} \rangle_{\text{out}} + \int \frac{d^4x e^{i(q - (p_n - p))x}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0}} ((p_n - p)^2 + m_{\pi}^2) \langle n |_{\text{out}} \pi^+(0) | 0 \rangle = \\ &= \langle n |_{\text{out}} \mathbf{0q} \rangle_{\text{out}} + i \frac{(2\pi)^{5/2}}{\sqrt{2q_0}} \delta^4(q - (p_n - p)) (q^2 + m_{\pi}^2) \langle n |_{\text{out}} \pi^+(0) | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (12.114)$$

Величина

$$\langle n |_{\text{out}} \mathbf{0q} \rangle_{\text{in}} - \langle n |_{\text{out}} \mathbf{0q} \rangle_{\text{out}} \equiv T(n; \mathbf{0}, \mathbf{q}) \quad (12.115)$$

является элементом  $T$ -матрицы<sup>1)</sup> для перехода из состояния, содержащего один покоящийся нейтрон и  $\pi$ -мезон с импульсом  $\mathbf{q}$ , в конечное состояние  $\langle n |$ . Сечение этого процесса получается из соотношения<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_n^+(\mathbf{q}) \times (\text{Поток}) &= |T(n; \mathbf{0}, \mathbf{q})|^2 = \\ &= \frac{\pi}{q_0} \delta^4(q - (p_n - p)) |(q^2 + m_{\pi}^2) \langle n |_{\text{out}} \pi^+(0) | 0 \rangle|^2. \end{aligned} \quad (12.116)$$

В формуле (12.108) мы устремили  $v \rightarrow 1$ , что соответствует  $q^2 \rightarrow 0$  при фиксированном  $q_0$ . Переходя к этому пределу в (12.116), можно записать правило сумм в виде

$$1 - g_A^2(0) = \frac{2M_p^2 g_A^2(0)}{f_{\pi}^2 D^2(0)} \frac{1}{\pi} \int \frac{dq_0}{\epsilon_0} [\sigma_+^N(q_0) - \sigma_-^N(q_0)], \quad (12.117)$$

где  $\sigma_{\pm}^N(q_0)$  — полные сечения взаимодействия  $\pi$ -мезонов с энергией  $q_0$  и нулевой массой ( $q^2 = 0$ ) с покоящимися нейтронами. (Для безмассового мезона поток равен единице при нашей нормировке поля.) Для сравнения с экспериментом полезно заметить нейтронные сечения протонными. Протон стабилен, и он гораздо удобнее как мишень, поэтому протонные сечения из-

<sup>1)</sup> Обсуждение свойств матрицы перехода и ее связь с сечением см., например, в книге Швехера [13].

<sup>2)</sup> Как обычно, квадрат множителя  $(2\pi)^4 \delta^4(q - (p_n - p))$  при правильном учете нормировочных объемов превращается просто в  $(2\pi)^4 \delta^4(q - (p_n - p))$ .

вестны гораздо лучше. Эту замену сделать очень легко. Действительно, если обозначить нейтронное состояние через  $|N\rangle$ , а протонное — через  $|P\rangle$ , то

$$\langle n|\pi^+|N\rangle = -\langle n|e^{i\pi T_2}\pi^-|P\rangle, \quad (12.118)$$

где  $\langle n|$  — произвольное собственное состояние оператора  $P_\mu$ , а  $\exp(i\pi T_2)$  — оператор изотопического вращения, обсуждавшийся ранее. Так как  $\exp(i\pi T_2)$  коммутирует с гамильтонианом сильного взаимодействия и с оператором  $P_\mu$ , то состояния  $\langle n|\exp(i\pi T_2)$  также образуют полный набор, и мы имеем равенство

$$\sigma_\pm^N(q_0) = \sigma_\pm^P(q_0). \quad (12.119)$$

Итак,

$$1 - \frac{1}{g_A^2(0)} = \frac{2M_p^2}{f_\pi^2 D^2(0)} \frac{1}{\pi} \int \frac{dq_0}{q_0} [\sigma_+^P(q_0) - \sigma_-^P(q_0)]. \quad (12.120)$$

Вайсбергер [78, 84] вычислил интеграл в (12.120) в пределах  $m_\pi \leq q_0 < \infty$ , подставив измеренные сечения и введя множитель  $v = |\mathbf{q}|/q_0$ , чтобы учесть массу  $\pi$ -мезона, т. е. заменил в (12.120)

$$\int \frac{dq_0}{q_0} \rightarrow \int dq_0 \frac{|\mathbf{q}|}{q_0^2}.$$

Он нашел, что при этом получается

$$|g_A(0)| = 1,15.$$

[Конечно, из правила сумм нельзя найти знак  $g_A(0)$ .] Экспериментальная величина

$$|g_A(0)| = 1,18 \pm 0,02.$$

Помимо этого блестящего численного согласия, один из наиболее интересных результатов Вайсбергера состоит в том, что основной вклад в интеграл (12.120) дает известный<sup>1)</sup> резонанс  $N^*$ , широкий резонанс в  $\pi$ -мезон-нуклонном рассеянии, который наблюдается в области энергий  $\pi$ -мезона от 100 до 300 Мэв. Этот резонанс  $N^*$  с центром тяжести около 190 Мэв наблюдается в канале с квантовыми числами  $J = 3/2$  ( $T = 3/2$ );  $\pi$ -мезон ( $T = 1$ ) и нуклон ( $T = 1/2$ ) могут находиться (по теореме сложения моментов количества движения) в состояниях с  $T = 3/2$  и  $T = 1/2$ . Амплитуды упругого рассеяния процессов  $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$  и  $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$  можно разложить в суммы Клеб-

<sup>1)</sup> Обсуждение свойств этого резонанса и его теоретическое описание см., например, в книге Джексона [85].

ша — Гордана, состоящие из двух членов с двумя неинтерферирующими амплитудами<sup>1)</sup>  $f_T$ ,  $T = 3/2$  и  $T = 1/2$ :

$$\begin{aligned} \pi^+ + p &\rightarrow \pi^+ + p \leftrightarrow f_{3/2}, \\ \pi^- + p &\rightarrow \pi^- + p \leftrightarrow \frac{2}{3} f_{1/2} + \frac{1}{3} f_{3/2}. \end{aligned} \quad (12.121)$$

Таким образом, поскольку интеграл определяется в основном вкладом  $\pi$ -мезон-нуклонного резонанса с  $T = 3/2$   $N^*$  и в резонансной области

$$\sigma_+^p(q_0) \gg \sigma_-^p(q_0),$$

то

$$g_A^2 > 1.$$

На самом деле, если бы это был *единственный* вклад в интеграл, то, как показал Вайсбергер, результат был бы

$$g_A(0) \approx 1,3.$$

При более высоких энергиях имеются резонансы, наблюдаемые в канале  $T = 1/2$ , вклад которых в интеграл подавляется множителем  $1/q_0$ . Эти резонансы уменьшают результат Вайсбергера до 1,15. Можно поставить вопрос, сходится ли вообще интеграл от разности сечений. Благодаря множителю  $1/q_0$  для этого достаточно, чтобы разность сечений убывала с ростом энергии. По-видимому, сходимость обеспечивается теоремой Померанчука, согласно которой при некоторых, довольно общих, предположениях разность сечений взаимодействия частицы и античастицы (в данном случае  $\pi^+$  и  $\pi^-$ ) стремится к нулю при высоких энергиях<sup>2)</sup>. Экспериментальные данные в интервале от 5 до 20 Гэв [54а] описываются формулой<sup>3)</sup>

$$\sigma_+^p(q_0) - \sigma_-^p(q_0) = 7,73 \text{ мбарн} \left[ \frac{|q|}{\text{Гэв}} \right]^{-0,7},$$

так что, по-видимому, сечения и в самом деле сближаются<sup>4)</sup>. Согласно этой формуле, вклад области высоких энергий в интеграл Адлера — Вайсбергера мал. Адлер вносил поправку на массу  $\pi$ -мезона не так, как Вайсбергер. Его метод довольно

1) Напомним, что система  $\pi^+p$  находится в состоянии с  $T = 3/2$ .

2) Обзор Дрелла о теореме Померанчука см. в Трудах Женевской конференции [54].

3) 1 мбарн =  $10^{-27}$  см<sup>2</sup>.

4) Новые данные, полученные на ускорителе в Серпухове, указывают на то, что эти величины почти не зависят от энергии в интервале 30—70 Гэв. — Прим. ред.

сложен, поэтому мы отсылаем читателя к оригинальной работе. Адлер нашел, что

$$|g_A(0)| = 1,24.$$

Различие между этим числом и результатом Вайсбергера ( $g_A = 1,15$ ) указывает на меру теоретической неопределенности при использовании правила сумм. Поразительной чертой этого метода является близость  $g_A(0)$  к единице и тот факт, что неравенство  $g_A(0) > 1$  тесно связано с динамикой  $\pi$ -мезонов. Вряд ли есть какой-либо принцип симметрии, по крайней мере до сих пор никто не предлагал такого принципа, благодаря которому эти результаты можно было бы предсказать заранее. Согласно нашей точке зрения, они связаны с изотопическими свойствами  $\pi$ -мезон-нуклонных резонансов.

Вывод правила сумм Адлера — Вайсбергера, который мы сейчас дали в соответствии с оригинальным выводом, кажется непосредственно связанным с предположением, что  $\partial_\mu A_\mu = C\pi^+$ . Теперь мы кратко обсудим возможность ослабить это предположение и сделаем это в духе обсуждения формулы Гольдбергера — Треймана. Рассмотрим поэтому теорию, в которой

$$\partial_\mu A_\mu = O_5^+(\mathbf{r}, t) \quad (12.122)$$

и существует  $\pi$ -мезонное поле, удовлетворяющее уравнению

$$(-\square + m_\pi^2)\pi^+(\mathbf{r}, t) = j_{\pi^+}(\mathbf{r}, t), \quad (12.123)$$

причем

$$O_5^+(\mathbf{r}, t) \neq C\pi_+(\mathbf{r}, t). \quad (12.124)$$

Поле  $\pi^+$  можно нормировать так, чтобы

$$\langle 0 | \pi^+(\mathbf{r}, t) | \pi^- \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_\pi} (2\pi)^{3/2}}. \quad (12.125)$$

Теперь с помощью обычных аргументов получим

$$\begin{aligned} \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | O_5^+(\mathbf{r}, t) | \pi^- \rangle &= \frac{m_\pi^2}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi(-m_\pi^2) = \\ &= (2\pi)^{3/2} m_\pi^2 g_\pi(-m_\pi^2) \langle 0 | \pi^+ | \pi^- \rangle, \end{aligned} \quad (12.126)$$

так что

$$\langle 0 | \pi^+ | \pi^- \rangle = \gamma \langle 0 | O_5^+ | \pi^- \rangle. \quad (12.127)$$

где

$$\gamma = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{m_\pi^2 g_\pi(-m_\pi^2) (2\pi)^{3/2}}. \quad (12.128)$$

Формула (12.127) означает, что в разложении Фурье оператора  $O_5^+$  не обращаются в нуль компоненты с  $q^2 = -m_\pi^2$ . Таким образом, состояние

$$|0\mathbf{q}\rangle'_{\text{in}} = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} i \left\{ \int d\mathbf{r} \left( O_5^+(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} f(q) - \frac{\partial}{\partial t} O_5^+(\mathbf{r}, t) f(q) \right) \right\} |0\rangle \quad (12.129)$$

будет также собственным состоянием оператора  $P_\mu$  с теми же квантовыми числами, что и состояние

$$|0\mathbf{q}\rangle_{\text{in}} = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} i \left\{ d\mathbf{r} \left( \pi^+(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial t} f(q) - \frac{\partial}{\partial t} \pi^+(\mathbf{r}, t) f(q) \right) \right\} |0\rangle. \quad (12.130)$$

Следовательно, эти два состояния могут отличаться только нормировкой<sup>1)</sup>. Обозначив соответствующий нормировочный множитель через  $N(0, \mathbf{q})$ , можно написать

$$|0\mathbf{q}\rangle' = N(0, \mathbf{q}) |0\mathbf{q}\rangle. \quad (12.131)$$

Таким образом, справедливо равенство

$$\begin{aligned} i \int d^4x (-\square + m_\pi^2) O_5^+(\mathbf{r}, t) f(q) |0\rangle = \\ = N(0, \mathbf{q}) i \int d^4x (-\square + m_\pi^2) \pi^+(\mathbf{r}, t) f(q) |0\rangle, \end{aligned} \quad (12.132)$$

где, как обычно,

$$f(q) = \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0}}. \quad (12.133)$$

Эту формулу можно использовать для определения  $N(0, \mathbf{q})$ . Умножим обе стороны равенства на вектор состояния, содержащего один протон  $\langle \mathbf{p} |$ . Тогда

$$\langle \mathbf{p} | O_5^+(0) |0\rangle = N(0, \mathbf{q}) \langle \mathbf{p} | \pi^+ |0\rangle. \quad (12.134)$$

Здесь левая часть определяется формфакторами слабого аксиального тока, а в правой части стоит формфактор сильной  $\pi$ -мезон-нуклонной вершины. В правило сумм входят функции при  $q^2 = 0$ . Таким образом,

$$2M_P g_A(0) = N(0, \mathbf{q}) \frac{f_\pi D(0) \sqrt{2}}{(2\pi)^{3/2} m_\pi^2}, \quad (12.135)$$

так что

$$N(0, \mathbf{q}) = \frac{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2} M_P m_\pi^2 g_A(0)}{f_\pi D(0)}. \quad (12.136)$$

<sup>1)</sup> Спектр оператора  $P_\mu$  — невырожден, если зафиксированы адронные квантовые числа.

Если, кроме того, в этой теории справедливо соотношение Гольдбергера — Треймана, то

$$N(\mathbf{0}, \mathbf{q}) = \frac{1}{\gamma}, \quad (12.137)$$

где  $\gamma$  определяется формулой (12.128). Теперь у нас есть связь (при  $q^2 = 0$ ) между матричными элементами  $\partial_\mu A_\mu$  в правиле сумм и  $T$ -матрицей для рассеяния  $\pi^+$ -мезонов [(12.115)].

$$\langle n |_{\text{out}} \mathbf{0} \mathbf{q} \rangle'_{\text{in}} - \langle n |_{\text{out}} \mathbf{0} \mathbf{q} \rangle'_{\text{out}} = \frac{\sqrt{2} M_P g_A(0) m_\pi^2 (2\pi)^{3/2}}{i\pi D(0)} T(n; \mathbf{0}, \mathbf{q}). \quad (12.138)$$

В дальнейшем вывод повторяет рассуждение, следующее за формулой (12.116) в случае  $\partial_\mu A_\mu = C\pi^+$ .

Интересно выяснить, что получится, если, следуя Адлеру, рассмотреть матричный элемент уравнения (12.56) между одномезонными состояниями. Так как изоспин  $\pi$ -мезона  $T = 1$ , то в этом случае правило сумм приводится к виду

$$2 = \int \frac{dq_0}{2\pi q_0^2} \left\{ \sum_n |\langle n | O_5^+ | 0 \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_n - p - q) - (O_5^+ \leftrightarrow O_5^-) \right\}, \quad (12.139)$$

где  $|0\rangle$  обозначает теперь состояние, содержащее покоящийся  $\pi$ -мезон. Если считать, что  $A_\mu$  принадлежит к первому классу по Вайнбергу, то состояния  $\langle n |$  должны иметь <sup>1)</sup>  $G = +1$ , так что среди них нет одномезонных состояний. Прделав такие же выкладки, как при выводе формулы (12.120), получим

$$\frac{2}{g_A^2} = \frac{2M_P^2}{f_\pi^2 D^2(0)} \frac{1}{\pi} \int \frac{dq_0}{q_0^2} [\sigma_{-}^{\pi^+}(q_0) - \sigma_{+}^{\pi^+}(q_0)], \quad (12.140)$$

где  $\sigma_{\pm}^{\pi^+}(q_0)$  — полные сечения взаимодействия безмассового  $\pi^\pm$ -мезона с покоящимся  $\pi^+$ -мезоном. Эти сечения не известны из эксперимента. Адлер [79] оценил интеграл в (12.140), считая, что он определяется в основном известными резонансами, подобными  $\rho$ -мезону. Выяснилось, что при этом правило сумм сильно *нарушается*, и его можно «спасти» только в том случае, если при низкой энергии существует резонанс в системе  $2\pi$  с  $T = 0$  и  $l = 0$ . На существование этого резонанса имеются некоторые указания [85a], так что наш метод, столь хорошо оправдавший себя в других случаях, возможно, справедлив и здесь.

В этой главе мы уже отмечали тот факт, что не очевидно, как построить такой лагранжиан, в котором выполнялось бы

<sup>1)</sup>  $|0\rangle$  и  $O_5^+$  имеют отрицательную  $G$ -четность.

частичное сохранение аксиального тока,  $\partial_\mu A_\mu = C\pi^\tau$ , и который был инвариантен относительно группы  $SU_2 \otimes SU_2$  по крайней мере в пределе  $m_\pi = 0$ . Последнее означало бы, что слабые заряды удовлетворяют коммутационным соотношениям Гелл-Манна. Мы видели, в частности, что можно указать пример простой теории, псевдовекторную модель, в которой имеется частичное сохранение  $A_\mu$ , но соответствующие заряды *не подчиняются* алгебре коммутаторов. Легко понять, почему это так, и выяснение этого вопроса привело к некоторым очень интересным новым достижениям, которые мы подробно обсудим в гл. 15<sup>1)</sup>. А здесь мы только изложим наиболее существенные аргументы.

В псевдовекторной теории ток  $A_\mu$  порождается преобразованиями

$$\begin{aligned}\psi &\rightarrow \psi, \\ \varphi &\rightarrow \varphi + a\Lambda.\end{aligned}\tag{12.141}$$

Эти преобразования образуют *абелеву* группу, в то время как  $SU_2 \otimes SU_2$  — *неабелева* группа. Поэтому заряды не могут коммутировать как генераторы  $SU_2 \otimes SU_2$ . При лагранжиане с взаимодействием Юкавы нет возможности сделать иначе. Единственный выход — обобщить лагранжиан. Это обобщение не должно нарушать частичного сохранения аксиального тока и привести к инвариантности относительно  $SU_2 \otimes SU_2$  при  $m_\pi = 0$ . В гл. 15 мы дадим точное решение этой задачи в виде, указанном Швингером, а здесь покажем частичное решение. Запишем лагранжиан мезон-нуклонного взаимодействия в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{2} [(\partial_\mu \varphi)^2 + m_\pi^2 \varphi^2] - \bar{\psi} (\partial_\mu \gamma_\mu + M) \psi + \\ & + \frac{f}{m_\pi} i \bar{\psi} (\gamma_5 \gamma_\mu \tau) \psi \cdot \partial_\mu \varphi - \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 \bar{\psi} \gamma_\mu \tau \psi \cdot \varphi \times \partial_\mu \varphi.\end{aligned}\tag{12.142}$$

Новым здесь является последний член; он соответствует мезон-нуклонному рассеянию в  $S$ -волне. Действительно, если использовать этот член в борновском приближении, то  $f_0$  можно определить непосредственно из данных по рассеянию при низких энергиях:

$$f_0 \approx 0,8.$$

Такой лагранжиан рассматривается как «эффективный», т. е. берутся его матричные элементы в первом порядке, а константы подбираются так, чтобы удовлетворять экспериментальным данным. В гл. 15 мы вернемся к обсуждению такого подхода. Этот

<sup>1)</sup> В гл. 15 имеется также подробный список ссылок на литературу по этому вопросу.

лагранжиан явно инвариантен относительно обычной группы изоспина, поэтому он приводит к сохраняющемуся изотопическому векторному току, явный функциональный вид которого нас здесь не интересует. Однако в пределе  $m_\pi = 0$  он инвариантен также относительно комбинированного преобразования

$$\begin{aligned}\varphi &\rightarrow \varphi + a\Lambda, \\ \psi &\rightarrow \left[ 1 + i \left( \frac{f_0}{m_\pi} \right)^2 \boldsymbol{\tau} \cdot (\varphi \times a\Lambda) \right] \psi,\end{aligned}\quad (12.143)$$

если рассматривать изменение лагранжиана в первом порядке по полю  $\varphi$ . Эти преобразования принадлежат к группе  $SU_2 \otimes SU_2$  в окрестности точки  $\varphi = 0$ . В гл. 15 мы дадим полный нелинейный лагранжиан, который инвариантен относительно  $SU_2 \otimes SU_2$  при конечном  $\varphi$ . Мы можем использовать эту инфинитезимальную часть группы  $SU_2 \otimes SU_2$  для построения частично сохраняющегося аксиального тока, который имеет вид

$$\mathbf{A}_\mu = \frac{f}{f_0} \bar{\psi} i \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \psi - \frac{m_\pi}{2f_0} \partial_\mu \varphi + \dots \quad (12.144)$$

Точками обозначены члены порядка  $\varphi^2$  и т. д., которые входят благодаря нелинейным по  $\varphi$  членам в лагранжиане взаимодействия. Интересной особенностью этого тока является его *масштаб*. Обычный нуклонный член в  $\mathbf{A}_\mu$  умножается на комбинацию  $f/f_0$ , и легко видеть, что соответствующий член в векторном токе есть просто  $i\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\psi$  с *единичным* коэффициентом.

Таким образом, обобщая псевдовекторный лагранжиан так, чтобы он стал инвариантным относительно группы  $SU_2 \otimes SU_2$ , мы получаем слабые токи  $\mathbf{V}_\mu$  и  $\mathbf{A}_\mu$ , которые входят с относительным весом

$$\frac{f}{f_0} \approx 1,2, \quad (12.145)$$

если потребовать, чтобы эффективный мезон-нуклонный лагранжиан имел матричные элементы, соответствующие наблюдаемому мезон-нуклонному рассеянию. Это одно из возможных объяснений величины аксиальной константы связи, при котором используется группа  $SU_2 \otimes SU_2$ , а не алгебра токов. В гл. 15 этот вопрос обсуждается подробнее. А сейчас оставим пока правила сумм и обратимся к странным частицам и группе  $SU_3$ .



## СТРАННЫЕ ЧАСТИЦЫ. ВВЕДЕНИЕ В SU<sub>3</sub>-СИММЕТРИЮ

О странных частицах сейчас известно так много, что подробный обзор этого вопроса не может быть вмещен в рамки книги<sup>1)</sup>. Для нас особенно важен тот факт, что сильные взаимодействия странных частиц характеризуются, кроме изоспина, новым сохраняющимся квантовым числом. Это квантовое число — «странность»,  $S$ , или эквивалентное ему «гиперзаряд»,  $Y$ . Изоспин и странность (или гиперзаряд) связаны с электрическим зарядом известной формулой

$$Q = \frac{B}{2} + T_3 + \frac{S}{2} = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (13.1)$$

где

$$Y = B + S. \quad (13.2)$$

Во всех сильных взаимодействиях  $\Delta Y = \Delta B = 0$ . Перечислим некоторые наиболее известные странные частицы, указывая их массы и соответствующие им числа  $Y$  и  $T$ :

$Y$	$T$	<i>Барионы</i>	<i>Мезоны</i>
+1	$\frac{1}{2}$	$p, n$	$K^+, K^0$
0	1	$\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$	$\pi^+, \pi^0, \pi^-$
0	0	$\Lambda^0$	$\eta^0$
-1	$\frac{1}{2}$	$\Xi^0, \Xi^-$	$\bar{K}^0, K^-$

Соответствующие массы<sup>2)</sup> (в Мэв)

	<i>Барионы</i>		<i>Мезоны</i>
$p, n$	$938,256 \pm 0,005$	$K^+, K^0$	$493,82 \pm 0,11$
	$939,550 \pm 0,005$		$497,87 \pm 0,16$
$\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$	$1189,47 \pm 0,08$	$\pi^+, \pi^0, \pi^-$	$139,579 \pm 0,014$

<sup>1)</sup> Превосходный обзор на эту тему см., например, в книге Газноровича [86].

<sup>2)</sup> Массы взяты из таблиц Розенфельда и др. [10].

	1192,56 ± 0,11		134,975 ± 0,014
	1197,44 ± 0,09		139,579 ± 0,014
$\Lambda^0$	1115,58 ± 0,10	$\eta^0$	548,6 ± 0,4
$\Xi^0, \Xi^-$	1314,7 ± 1,0	$\bar{K}^0, K^-$	497,87 ± 0,16
	1321,2 ± 0,2		493,82 ± 0,82

Как было показано в гл. 3, самой точной инвариантностью<sup>1)</sup>, которой обладает теория  $\pi$ -мезонов и нуклонов в отсутствие электромагнетизма, является инвариантность относительно группы изоспина  $SU_2$ . Как было отмечено, простейшим нетривиальным унитарным представлением этой группы является множество всех матриц второго порядка вида

$$U(\Lambda) = e^{i\Lambda \cdot \tau}, \quad (13.3)$$

где  $\tau$  — спиновые матрицы Паули,

$$\text{Sp}(\tau) = 0, \quad (13.4)$$

а  $\Lambda$  — вещественный трехмерный вектор. При этом  $U(\Lambda)$  — унитарная матрица и

$$\det(U(\Lambda)) = 1. \quad (13.5)$$

Эта теория инвариантна также относительно фазовых преобразований  $e^{i\Lambda}$ , что обеспечивает, как мы уже отмечали, сохранение барионного числа. Квантовые числа соответствуют взаимно коммутирующим «зарядам» и полностью характеризуют различные изомультиплеты.

Если добавить к этой картине странные частицы и если лагранжиан, описывающий их взаимодействие друг с другом и с нестранными частицами, будет обладать более высокой симметрией, чем  $SU_2$ , то эта симметрия должна соответствовать более широкой группе, которая будет содержать  $SU_2$  в качестве подгруппы. Изоспин остается хорошим квантовым числом для взаимодействий странных частиц; изомультиплетная структура приведенной выше таблицы масс странных частиц свидетельствует в пользу этого. Теперь, после бесчисленных неудачных попыток подобрать обобщение группы  $SU_2$ , кажется, что в теории странных частиц действует просто группа  $SU_3$ , которую можно определить как абстрактную группу с тем же законом умножения, что и у группы унитарных унимодулярных

<sup>1)</sup> Под «инвариантностью» мы понимаем здесь инвариантность относительно групп непрерывных преобразований, групп Ли (исключая лоренц-инвариантность) и инвариантность относительно таких дискретных преобразований, как  $P$ ,  $C$  и  $T$ .

матриц третьего порядка. Эти матрицы образуют простейшее нетривиальное представление  $SU_3$ <sup>1)</sup>.

Прежде всего рассмотрим свойства матриц  $3 \times 3$  с нулевым следом, которые обычно обозначаются  $\lambda_i$  и играют ту же роль, что и  $\tau_i$  в группе  $SU_2$ . Любая матрица  $3 \times 3$  может быть представлена в виде линейной комбинации девяти фундаментальных матриц, например

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и т. д. Однако  $\lambda_i$  следует выбрать так, чтобы они были эрмитовы и  $\text{Sp}(\lambda_i) = 0$ . При этом условии матрица  $\exp\left(i \sum_i \Lambda_i \lambda_i\right)$  будет унитарна и унимодулярна. Матрица третьего порядка с нулевым следом имеет только восемь независимых компонент, так как один из диагональных элементов выражается через два других. Итак, имеется восемь матриц  $\lambda_i$ . Три матрицы должны быть операторами изоспина:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Гелл-Манн [72] предложил следующий стандартный выбор остальных пяти матриц  $\lambda$ :

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, эти матрицы эрмитовы и имеют нулевой след. Они также «ортогональны» в том смысле, что

$$\text{Sp}[\lambda_i \lambda_j] = 2\delta_{ij}. \quad (13.6)$$

Матрицы  $\lambda_3$  и  $\lambda_8$  — диагональны и коммутируют

$$[\lambda_3, \lambda_8]_- = 0;$$

<sup>1)</sup> Довольно полное собрание основных статей по  $SU_3$  с комментарием см. в книге Гелл-Манна и Неемана [87].

это означает, как мы вскоре поймем, что в  $SU_3$ -инвариантной теории имеются два коммутирующих заряда  $T_3$  и  $Y$ . Как и в случае  $SU_2$ , для того, чтобы матрицы  $\exp\left(i \sum_i \Lambda_i \lambda_i\right)$  образовывали группу, необходимо, чтобы алгебра коммутаторов  $\lambda_i$  была бы замкнутой, т. е. мы должны иметь

$$[\lambda_i, \lambda_j]_- = 2if_{ijk}\lambda_k. \quad (13.7)$$

Здесь  $f_{ijk}$  — «структурные константы»  $SU_3$ , которые являются обобщением полностью антисимметричных структурных констант  $SU_2$ ,  $\varepsilon_{ijk}$ . Проще всего вычислить  $f_{ijk}$  с помощью тождества

$$\text{Sp} [\lambda_k [\lambda_i, \lambda_j]_-] = 4if_{ijk}, \quad (13.8)$$

которое является следствием ортогональности  $\lambda_i$  (13.6). Из (13.8) следует, что величина  $f_{ijk}$  полностью антисимметрична по индексам  $i, j, k$ .

Ненулевые элементы  $f_{ijk}$  равны:

$ijk$	$f_{ijk}$	$ijk$	$f_{ijk}$
123	1	345	$1/2$
147	$1/2$	367	$-1/2$
156	$-1/2$	458	$\sqrt{3}/2$
246	$1/2$	678	$\sqrt{3}/2$
257	$1/2$		

Для трехмерного представления  $SU_3$  можно написать еще дополнительно алгебраические свойства ( $I$  — единичная матрица):

$$[\lambda_i, \lambda_j]_+ = \frac{4}{3} \delta_{ij} I + 2d_{ijk}\lambda_k, \quad (13.9)$$

где величина  $d_{ijk}$  полностью симметрична по  $i, j, k$ . Ее можно вычислить с помощью тождества

$$\text{Sp} [\lambda_k [\lambda_i, \lambda_j]_+] = 4d_{ijk}. \quad (13.10)$$

Ненулевые элементы  $d_{ijk}$  равны:

$ijk$	$d_{ijk}$	$ijk$	$d_{ijk}$
118	$1/\sqrt{3}$	355	$1/2$
146	$1/2$	366	$-1/2$
157	$1/2$	377	$-1/2$
228	$1/\sqrt{3}$	448	$-1/2 \sqrt{3}$
247	$-1/2$	558	$-1/2 \sqrt{3}$
256	$1/2$	668	$-1/2 \sqrt{3}$
338	$1/\sqrt{3}$	778	$-1/2 \sqrt{3}$
344	$1/2$	888	$-1/\sqrt{3}$

Проще всего  $SU_3$ -инвариантная теория поля может быть реализована с помощью лагранжиана  $\mathfrak{L}$ , построенного из трех вырожденных (по массе) дираковских полей («кварков»<sup>1)</sup>), которые будут обозначаться через  $q$ :

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}. \quad (13.11)$$

Этот лагранжиан имеет вид

$$\mathfrak{L} = -\bar{q}(x) [\gamma_\mu \partial_\mu + m_q] q(x). \quad (13.12)$$

Очевидно,  $\mathfrak{L}$  не меняется при преобразованиях вида

$$q' = u(\Lambda) q, \quad (13.13)$$

где

$$u(\Lambda) = u(\Lambda_1 \dots \Lambda_8) = e^{i \sum_{i=1}^8 \Lambda_i \lambda_i}, \quad (13.14)$$

$\Lambda_i$  — вещественные числа, а  $\lambda_i$  — описанные выше матрицы. Следовательно, сохраняются восемь векторных токов

$$V_{\mu i} = i\bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_i}{2} q, \quad (13.15)$$

так же как барионный ток

$$B_\mu = i\bar{q}\gamma_\mu q, \quad (13.16)$$

сохранение которого соответствует инвариантности  $\mathfrak{L}$  относительно обычного фазового преобразования

$$q' = e^{i\Lambda} q. \quad (13.17)$$

Таким образом, восемь зарядов

$$Q_i = \int d\mathbf{r} q^\dagger(\mathbf{r}, 0) \frac{\lambda_i}{2} q(\mathbf{r}, 0) \quad (13.18)$$

являются константами движения и генераторами  $SU_3$  в том смысле, что<sup>2)</sup>

$$[Q_i, Q_j]_- = if_{ijk} Q_k. \quad (13.19)$$

<sup>1)</sup> Кварки были впервые введены в работах Гелл-Манна [88] и Цвейга [89].

<sup>2)</sup> Используются соотношения антикоммутации кварковых полей при равных временах и алгебра матриц  $\lambda_i$ .

Из сказанного выше (или из вида  $f_{ijk}$ ) следует, что  $Q_3$  и  $Q_8$  коммутируют друг с другом и с барионным числом  $B$ :

$$B = \int d\mathbf{r} q^+ q. \quad (13.20)$$

По причинам, которые будут ясны позднее, гиперзаряд  $Y$  определяется (для кварков) как

$$Y = \frac{2}{\sqrt{3}} Q_8. \quad (13.21)$$

Тогда электрический заряд  $Q$  равен

$$Q = Q_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} Q_8. \quad (13.22)$$

Снова используя одновременные коммутационные соотношения для  $q$  (разные  $q$  антикоммутируют при равных временах), имеем

$$[Q_i, q]_- = \left[ \int d\mathbf{r}' q^+(r', t) \frac{\lambda_i}{2} q(r', t), q(\mathbf{r}, t) \right]_- = -\frac{\lambda_i}{2} q(\mathbf{r}, t) \quad (13.23)$$

и

$$[Q_i, q^+]_- = q^+ \frac{\lambda_i}{2}. \quad (13.24)$$

Теперь мы можем построить три кварковых состояния в виде трехмерных векторов:

$$\begin{pmatrix} |q\rangle \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ |q\rangle \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ |q\rangle \end{pmatrix}. \quad (13.25)$$

Эти состояния образуют изодублет с  $Q_3 = \pm 1/2$  и изосинглет с  $Q_3 = 0$ , и их гиперзаряды равны  $1/3, 1/3, -2/3$ , и, следовательно, электрические заряды (в единицах  $e$ ) равны  $2/3, -1/3, -1/3$ . Это и есть знаменитые дробные заряды кварков. Кварки и антикварки можно изобразить графически (фиг. 63). Вопрос о том, существуют ли такие частицы в свободном состоянии, остается открытым.

Мы можем также построить восемь аксиальных зарядов  $Q_{5i}$ :

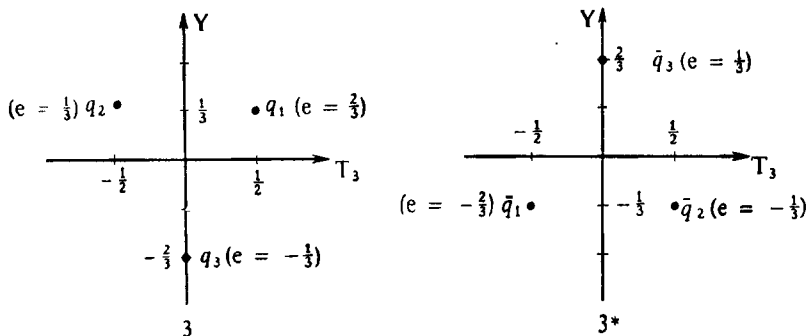
$$Q_{5i}(t) = \int q^+(\mathbf{r}, t) \gamma_5 \frac{\lambda_i}{2} q(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}. \quad (13.26)$$

Заряды  $Q_{5i}$  не сохраняются даже для свободных кварков из-за того, что у кварка есть масса. Однако, используя одновременные

коммутационные соотношения, получаем

$$[Q_{5i}(t), Q_{5j}(t)]_- = \int d\mathbf{r} q^+(\mathbf{r}, t) \left[ \frac{\lambda_i \lambda_j - \lambda_j \lambda_i}{4} \right] q(\mathbf{r}, t) = i f_{ijk} Q_k. \quad (13.27)$$

Коммутатор аксиальных зарядов дает векторный заряд; такая ситуация уже знакома нам по предыдущей главе (для слу-



Ф и г. 63.

чая  $SU_2$ ). Наконец, имеем из одновременных коммутационных соотношений

$$[Q_i, Q_{5j}(t)]_- = i f_{ijk} Q_{5k}(t). \quad (13.28)$$

Кроме этих соотношений между зарядами, мы можем также вывести для восьми векторных токов и восьми аксиальных токов

$$\begin{aligned} V_{\mu i} &= i \bar{q} \gamma_{\mu} \frac{\lambda_i}{2} q, \\ A_{\mu i} &= i \bar{q} \gamma_{\mu} \gamma_5 \frac{\lambda_i}{2} q \end{aligned} \quad (13.29)$$

следующие коммутационные соотношения при равных временах:

$$\begin{aligned} [Q_i, V_{\mu j}]_- &= i f_{ijk} V_{\mu k}, \\ [Q_i, A_{\mu j}]_- &= i f_{ijk} A_{\mu k}, \\ [Q_{5i}, V_{\mu j}]_- &= i f_{ijk} A_{\mu k}, \\ [Q_{5i}, A_{\mu j}]_- &= i f_{ijk} V_{\mu k}. \end{aligned} \quad (13.30)$$

Первые два из них означают, что  $V_{\mu j}$  и  $A_{\mu j}$  преобразуются, как «векторы» группы  $SU_3$ , аналогично тому, как изовектор типа  $J_{\mu i}^V$  преобразуется под действием элементов группы  $SU_2$ :

$$[T_i, J_{\mu j}^V]_- = i \epsilon_{ijk} J_{\mu k}^V. \quad (13.31)$$

В литературе по этому вопросу часто пишут, что токи принадлежат к октетному представлению  $SU_3$ , подразумевая именно эти трансформационные свойства  $V_{\mu i}$  и  $A_{\mu i}$ . Позднее мы поясним эту терминологию.

Все эти трансформационные свойства имеются и у взаимодействующих кварков и кварковых токов, если взаимодействие  $SU_3$ -инвариантно и не содержит производных, которые изменили бы одновременные коммутационные соотношения. Представляется заманчивым рассмотреть коммутационные соотношения между плотностями токов. Простое применение коммутационных соотношений вновь дает

$$[V_{0i}(0, 0), V_{\mu j}(\mathbf{r}, 0)]_- = [A_{0i}(0, 0), A_{\mu j}(\mathbf{r}, 0)]_- = if_{ijk} V_{\mu k}(\mathbf{r}, 0) \delta^3(\mathbf{r}) \quad (13.32)$$

и

$$[V_{0i}(0, 0), A_{\mu j}(\mathbf{r}, 0)]_- = if_{ijk} A_{\mu k}(\mathbf{r}, 0) \delta^3(\mathbf{r}). \quad (13.33)$$

Хотя эти соотношения выглядят вполне правдоподобно, как было отмечено, в частности Швингером [90] (см. также [91]), они приводят к парадоксу.

Рассмотрим коммутатор  $[V_{0i}(0, 0), V_{\mu j}(\mathbf{r}, 0)]_-$  для частного случая  $i = j, \mu = 1, 2, 3$ .

Из антисимметрии  $f_{ijk}$  следует

$$[V_{0i}(0, 0), \mathbf{V}_i(\mathbf{r}, 0)]_- = 0. \quad (13.34)$$

Так как

$$\partial_\mu V_{\mu i} = 0, \quad (13.35)$$

имеем

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_i = - \frac{\partial}{\partial t} V_{0i}. \quad (13.36)$$

Таким образом, из (13.34) следует

$$[V_{0i}(0, 0), V_{0i}(\mathbf{r}, 0)]_- = 0. \quad (13.37)$$

Усредним это равенство по вакуумному состоянию

$$\begin{aligned} 0 &= \langle 0 | [V_{0i}(0, 0), V_{0i}(\mathbf{r}, 0)]_- | 0 \rangle = \\ &= \langle 0 | [V_{0i}(0, 0), [H, V_{0i}(\mathbf{r}, 0)]_-]_- | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (13.38)$$

где  $H$  — гамильтониан сильного взаимодействия. Вставляя полный набор состояний  $|n\rangle$ , имеем

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_n \langle 0 | V_{0i}(0, 0) | n \rangle \langle n | [H, V_{0i}(\mathbf{r}, 0)]_- | 0 \rangle - \\ &- \sum_n \langle 0 | [H, V_{0i}(\mathbf{r}, 0)]_- | n \rangle \langle n | V_{0i}(0, 0) | 0 \rangle = \\ &= \sum_n |\langle 0 | V_{0i}(0) | n \rangle|^2 E_n \cos(\mathbf{p}_n \cdot \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (13.39)$$



Если коммутационные соотношения справедливы при всех  $\mathbf{r}$ , в частности при  $\mathbf{r} = 0$ , то

$$\sum_n |\langle 0 | V_{0i}(0, 0) | n \rangle|^2 E_n = 0, \quad (13.40)$$

что не имеет смысла, так как  $E_n \geq 0$ .

Итак, приходим к очевидному заключению, что коммутатор  $[V_{0i}(\mathbf{r}, t), \mathbf{V}_j(\mathbf{r}', t)]_-$  не пропорционален просто  $\delta^3(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$ . Другими словами, следует с исключительной осторожностью обращаться с произведениями токов, относящихся к разным точкам пространства, если необходимо переходить к пределу, в котором эти точки совпадают. Никаких проблем не возникает при рассмотрении коммутаторов зарядов с зарядами, зарядов с токами или даже плотностей зарядов между собой. Швингер [90] высказал предположение, что правильная форма коммутационных соотношений, которая получается при аккуратном переходе к пределу, могла бы для  $V_{0i}$  иметь вид

$$[V_{0i}(0, 0), \mathbf{V}_j(\mathbf{r}, 0)]_- = if_{ijk} \mathbf{V}_k(\mathbf{r}, 0) \delta^3(\mathbf{r}) + C_{ijk} \nabla \delta^3(\mathbf{r}) + \dots, \quad (13.41)$$

где точками обозначены возможные члены с еще более высокими производными  $\delta^3$ -функции. Поскольку  $C_{ijk}$  — числа, а не операторы, эти градиентные члены не влияют на проинтегрированные коммутационные соотношения. Изучение этих «швингеровских» членов весьма активно ведется в теории алгебры токов, мы отсылаем читателя, интересующегося этим вопросом, к статьям, число которых непрерывно растет. В дальнейшем будем придерживаться оптимистического предположения, что

$$[V_{0i}(0, 0), V_{0j}(\mathbf{r}, 0)]_- = if_{ijk} V_{0k}(\mathbf{r}, 0) \delta^3(\mathbf{r}) \quad (13.42)$$

и что швингеровские члены отсутствуют. Кроме того, мы будем переставлять величины, проинтегрированные по пространству, надеясь, что при этом швингеровские члены исчезнут. Позднее мы вернемся к некоторым применениям этих коммутационных соотношений для плотностей токов.

Так как сами кварки до сих пор ни в одном опыте не проявлялись, все интересные применения алгебры токов Гелл-Манна, обобщенной на  $SU_3$ , обусловлены (теоретической) связью между кварками и обычными частицами. Эта связь вытекает из двух предположений, в пользу которых имеются довольно убедительные экспериментальные и теоретические доводы.

1. Известные частицы могут рассматриваться в некотором смысле как связанные состояния кварков.

2. Динамика, ответственная за образование этих связанных состояний, и эффективная динамика состоящих из кварков частиц инвариантна относительно  $SU_3$  по крайней мере в некотором приближении, представляющем физический интерес.

Оставшаяся часть этой главы будет посвящена развитию этих двух предположений. Что касается первого, то простейшая система — восьмерка обычных псевдоскалярных мезонов  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ,  $\eta^0$ ,  $K^+$ ,  $K^0$ ,  $\bar{K}^0$ ,  $K^-$ , похожих друг на друга тем, что они имеют одинаковый спин и четность. Возьмем три кварка,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , изображенные на фиг. 63, и три антикварка,  $\bar{q}_1$ ,  $\bar{q}_2$ ,  $\bar{q}_3$ , образуем из них пары и посмотрим, какие квантовые числа,  $T$ ,  $T_3$ ,  $Y$ , получатся. Как известно из обычной теории момента количества движения, произвольные произведения  $q$  на  $\bar{q}$  не будут иметь определенных квантовых чисел. Чтобы получить собственные состояния операторов  $T$ ,  $T_3$  и  $Y$ , мы в некоторых случаях будем строить соответствующие линейные комбинации этих произведений. В табл. 4 даны девять произведений<sup>1)</sup>  $q_i$  на  $\bar{q}_i$  и

Таблица 4

Произведение	$T_3$	$Y$
$q_1\bar{q}_1$	0	0
$q_1\bar{q}_2$	1	0
$q_1\bar{q}_3$	+1/2	1
$q_2\bar{q}_1$	-1	0
$q_2\bar{q}_2$	0	0
$q_2\bar{q}_3$	-1/2	1
$q_3\bar{q}_1$	-1/2	-1
$q_3\bar{q}_2$	1/2	-1
$q_3\bar{q}_3$	0	0

указаны их значения  $T_3$  и  $Y$ . Эти произведения не являются собственными состояниями оператора  $T^2$  и не имеют простых трансформационных свойств относительно  $SU_3$ . Легко, однако, построить такие линейные комбинации этих произведений, которые преобразуются просто. Напомним, что для любого из этих трех кварков мы имеем преобразование ( $\alpha \ll 1$ )

$$e^{i\alpha Q_i} q e^{-i\alpha Q_i} = q + i\alpha [Q_i, q]_- = q - i\alpha \frac{\lambda_i}{2} q, \quad (13.43)$$

а для антикварков

$$e^{i\alpha Q_i} \bar{q} e^{-i\alpha Q_i} = \bar{q} + \frac{i\alpha \bar{q} \lambda_i}{2}, \quad (13.44)$$

<sup>1)</sup> Если взять произведения  $q_i$  на  $q_j$ , то получатся частицы с ненаблюдавшимися до сих пор квантовыми числами, поэтому эти комбинации не представляют интереса для физики. Как обычно, квантовое число произведения равно сумме квантовых чисел сомножителей.

где

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}. \quad (13.45)$$

При  $\alpha \ll 1$

$$e^{i\alpha Q_i} \bar{q} q e^{-i\alpha Q_i} = \left( \bar{q} + i\alpha \bar{q} \frac{\lambda_i}{2} \right) \left( q - i\alpha \frac{\lambda_i}{2} q \right) = \bar{q} q. \quad (13.46)$$

Таким образом, комбинация полевых операторов

$$\bar{q} q = \bar{q}_1 q_1 + \bar{q}_2 q_2 + \bar{q}_3 q_3 \quad (13.47)$$

является  $SU_3$ -«скаляром», или синглетом. В согласии с литературой обозначим соответствующую частицу<sup>1)</sup>  $X^0$ . Мы можем использовать эти полевые операторы, действуя ими на вакуум, для построения состояния  $X^0$ . Квантовые числа этого состояния можно вычислить, исходя из того, что известно о кварках. При этом следует обратить внимание на одно обстоятельство. Если изодублет кварков  $q_1, q_2$  представляется изоспинорами

$$q_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad q_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (13.48)$$

то

$$\bar{q}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \bar{q}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (13.49)$$

Знак минус в  $\bar{q}_1$  возникает при переходе от частицы к античастице и уже фигурировал при рассмотрении системы<sup>2)</sup>  $n - p, \bar{n} - \bar{p}$ .

Используя фиг. 63 и тождество<sup>3)</sup>

$$T^2 = T_3^2 + T_3 + T_- T_+, \quad (13.50)$$

легко видеть, что  $X^0$  имеет квантовые числа  $T^2 = T_3 = Y = Q = 0$ . После выделения  $X^0$  остается восемь комбинаций  $q$  и  $\bar{q}$ , которые, как мы сейчас покажем, могут быть построены таким образом, что они преобразуются как  $SU_3$ -октет. Иными словами, если

1) Эту частицу иногда обозначают  $\eta'$ .

2) См., например, стр. 246 книги Газиоровича [86].

3) Здесь операторы  $T_{\pm}$  и т. п. действуют в пространстве прямого произведения кварковых состояний  $q$  и  $\bar{q}$ . Например,

$$T_+ (\bar{q}_1 q_1 + \bar{q}_2 q_2) = \left( \frac{\tau_+}{2} + \frac{\bar{\tau}_+}{2} \right) \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = 0.$$

обозначить эти комбинации через  $\varphi_j$ , а восемь генераторов группы  $SU_3$  — через  $Q_i$ , то при  $\alpha \ll 1$

$$e^{i\alpha Q_i} \varphi_j e^{-i\alpha Q_i} = \varphi_j + i\alpha [Q_i, \varphi_j]_- = \varphi_j - \alpha f_{ijk} \varphi_k, \quad (13.51)$$

где  $f_{ijk}$  — введенные ранее структурные постоянные группы  $SU_3$ . Первая часть равенства (13.51) — алгебраическое тождество. Вторая часть — определение трансформационных свойств полей  $\varphi_i$ , выражающее тот факт, что они образуют октет, т. е.  $[Q_i, \varphi_j]_- = i f_{ijk} \varphi_k$ . Это легко проверить, если положить

$$\varphi_j = \bar{q} \lambda_j q \quad (13.52)$$

и представить  $Q_i$  в виде

$$Q_i = \int \cdot d\mathbf{r} q^\dagger \frac{\lambda_i}{2} q. \quad (13.53)$$

Из (13.43) и (13.44) получим ( $\alpha \ll 1$ )

$$\begin{aligned} e^{i\alpha Q_i} \varphi_j e^{-i\alpha Q_i} &= e^{i\alpha Q_i} \bar{q} e^{-i\alpha Q_i} \lambda_j e^{i\alpha Q_i} q e^{-i\alpha Q_i} = \\ &= \bar{q} \lambda_j q + i\alpha \bar{q} \frac{1}{2} [\lambda_i \lambda_j - \lambda_j \lambda_i] q = \varphi_j - \alpha f_{ijk} \varphi_k. \end{aligned} \quad (13.54)$$

Таким образом, поля  $\varphi_i$  преобразуются как октет. Однако они не соответствуют определенному значению  $T_3$ . (Напомним, что в случае  $SU_2$   $\pi$ -мезонные поля  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  также не соответствуют

Таблица 5

Частица	$T$	$T_3$	$Y$	Комбинация кварков
$\pi^+$	1	1	0	$\bar{q} \left( \frac{\lambda_1 - i\lambda_2}{2} \right) q = \bar{q}_2 q_1$
$\pi^0$	1	0	0	$\bar{q} \frac{\lambda_3}{\sqrt{2}} q = \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{q}_1 q_1 - \bar{q}_2 q_2)$
$\pi^-$	1	-1	0	$\frac{1}{2} \bar{q} (\lambda_1 + i\lambda_2) q = \bar{q}_1 q_2$
$K^+$	$1/2$	$+1/2$	+1	$\frac{1}{2} \bar{q} (\lambda_4 - i\lambda_5) q = \bar{q}_3 q_1$
$K^0$	$1/2$	$-1/2$	+1	$\frac{1}{2} \bar{q} (\lambda_6 - i\lambda_7) q = \bar{q}_3 q_2$
$K^-$	$1/2$	$-1/2$	-1	$\frac{1}{2} \bar{q} (\lambda_4 + i\lambda_5) q = \bar{q}_1 q_3$
$\bar{K}^0$	$1/2$	$+1/2$	-1	$\frac{1}{2} \bar{q} (\lambda_6 + i\lambda_7) q = \bar{q}_2 q_3$
$\eta^0$	0	0	0	$\bar{q} \frac{\lambda_8}{\sqrt{2}} q = \frac{1}{\sqrt{6}} (\bar{q}_1 q_1 + \bar{q}_2 q_2 - 2\bar{q}_3 q_3)$

определенному значению  $T_3$ .) Пользуясь приведенными ранее формулами, легко получить табл. 5, в которой приведены линейные комбинации кварков и антикварков<sup>1)</sup>, имеющие определенные значения  $T_3$ .

Октетное представление можно изобразить в виде диаграммы фиг. 64. (Данные в таблице комбинации кварковых полей *уничтожают* указанные частицы, так что эти частицы порождаются эрмитово-сопряженными полями.) На математическом языке табл. 5 вместе с формулой (13.47) означает, что

$$3 \times 3^* = 8 + 1,$$

т. е. произведение триплета на анти-триплет дает октет и синглет. (Цифры изображают представления, а знак умножения — их «прямое произведение».) Восемь псевдоскаляров, образующие октет, — хорошо известные частицы, а синглет  $X^0$  можно было бы идентифицировать с наблюдаемым объектом [10], имеющим массу  $958,3 \pm \pm 0,8 \text{ Мэв}$  и малую ширину ( $< 4 \text{ Мэв}$ ) и распадающимся в основном на  $\eta^0 + 2\pi$  и  $\pi^+ + \pi^- + \gamma$ .

Кваркам были приписаны такие значения барионного заряда, что произведения трех кварков  $qqq$  (без антикварков) имеют значения барионного заряда и гиперзаряда, соответствующие известным барионам. Используя несколько более сложные аргументы<sup>2)</sup>, можно показать, что

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10,$$

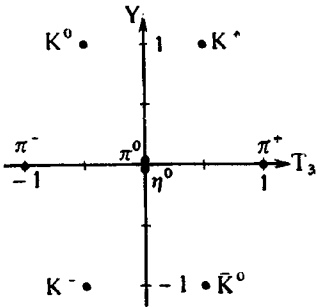
т. е., соединяя три кварка, можно построить синглет, октет<sup>3)</sup> (соответствующий восьмерке известных барионов  $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^+$ ,  $\Xi^0$ ) и декуплет (содержащий резонансы с  $J = 3/2$ , подобные  $N^*$ ).

Основываясь на том, что было изложено, мы можем делать предсказания о результатах возможных экспериментов, если разумным образом принять за первое приближение, что сим-

<sup>1)</sup> Эти состояния следует умножить на обычные спиновые функции  $\frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$ , чтобы получились правильные значения спина.

<sup>2)</sup> См., например, лекцию Далица [92] (стр. 253) и гл. 14.

<sup>3)</sup> Октеты обладают тем свойством, что  $8 = 8^*$ ; именно поэтому в произведении трех троек имеются два октета. Все эти вопросы подробно излагаются в книге [87]. См. также гл. 14.



Фиг. 64.

метрии кварковой модели справедливы и для взаимодействий известных частиц. Чтобы увидеть, как такая схема работает, начнем с обсуждения электромагнитных взаимодействий<sup>1)</sup>. Электромагнитный ток кварков аналогично заряду (13.22) равен

$$J_{\mu}^Y = V_{\mu 3} + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{\mu 8}. \quad (13.55)$$

Предположим теперь, что *реальный* электромагнитный ток имеет те же трансформационные свойства относительно  $SU_3$ , что и ток  $J_{\mu}^Y$ . Иными словами, мы предполагаем, что существует октет векторных токов  $V_{\mu i}$ , которые преобразуются генераторами  $SU_3$ ,  $Q_i$  по правилу

$$[Q_i, V_{\mu j}]_- = if_{ijk} V_{\mu k}, \quad (13.56)$$

и что

$$J_{\mu}^Y = V_{\mu 3} + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{\mu 8}, \quad (13.57)$$

как и в кварковой модели. Из таблицы значений  $f_{ijk}$  сразу видно, что

$$[Q_3, J_{\mu}^Y]_- = [Q_8, J_{\mu}^Y]_- = [Q_6, J_{\mu}^Y]_- = 0. \quad (13.58)$$

Эти равенства выражают тот факт, что  $J_{\mu}^Y$  не уносит ни заряда, ни гиперзаряда. Кроме того, появляется новая симметрия, которую мы сейчас рассмотрим. В частности, если  $|B\rangle$  и  $|A\rangle$  — любые состояния, и  $F(J_{\mu}^Y)$  — произвольная функция  $J_{\mu}^Y$ , то<sup>2)</sup>

$$\langle A | [Q_6, F(J_{\mu}^Y)]_- | B \rangle = 0. \quad (13.59)$$

<sup>1)</sup> Данное здесь рассуждение следует работам Гатто [93], Коулмена и Глешоу [94].

<sup>2)</sup> Из таблицы величин  $f_{ijk}$  имеем также

$$[Q_7, F(J_{\mu}^Y)]_- = 0.$$

Поэтому комбинации

$$U_{\pm} = Q_6 \pm iQ_7$$

также коммутируют с  $F(J_{\mu}^Y)$ . Кроме того, используя  $f_{ijk}$ , легко видеть, что

$$[U_+, U_-]_- = \frac{3}{2} Y - T_3 \equiv 2U_3.$$

Таким образом,  $U_{\pm}$  и  $\frac{1}{2}[U_+, U_-]_-$  коммутируют как компоненты некоторого нового спина,  $U$ -спина. На этом языке ток

$$J_{\mu}^Y = V_{\mu 3} + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{\mu 8}$$

Предположим теперь, что состояния  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  являются членами октетов, скажем  $A_i$  и  $B_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ). Введем операторы рождения этих состояний из вакуума  $|0\rangle$ :

$$|A_i\rangle = A_i|0\rangle, \quad |B_i\rangle = B_i|0\rangle. \quad (13.60)$$

В пределе точной  $SU_3$ -симметрии

$$Q_i|0\rangle = 0, \quad (13.61)$$

так как вакуум должен быть  $SU_3$ -инвариантом.

Таким образом,

$$Q_i|A_j\rangle = [Q_i A_j]_- |0\rangle = if_{ijk} A_k, \quad (13.62)$$

— скаляр относительно  $U$ -спина. Таким образом, линейная комбинация  $SU_3$ -состояний

$$|\alpha\rangle = |A_3\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |A_8\rangle$$

должна быть  $U$ -спиновым синглетом, т. е.

$$U^2|\alpha\rangle = 0.$$

(Читатель, который в этом сомневается, может непосредственно проверить этот результат, используя формулы, которые будут вскоре даны.) Поэтому состояние, ортогональное  $|\alpha\rangle$ ,

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |A_3\rangle - |A_8\rangle$$

должно принадлежать к  $U$ -спиновому триплету ( $U_3 = 0$ ). Так как вакуум имеет  $U^2 = 0$ , то

$$\langle 0|F(J^Y)|\beta\rangle = 0,$$

или

$$\langle 0|F(J^Y)|A_3\rangle = \sqrt{3} \langle 0|F(J^Y)|A_8\rangle.$$

Если взять  $F(J^Y)$  в виде произведения двух токов  $J_\mu^Y(x) J_\nu^Y(x')$  (этот оператор вызывает распад состояний  $A_3$  и  $A_8$  на два фотона), то получим теорему

$$\langle \gamma\gamma|A_3\rangle = \sqrt{3} \langle \gamma\gamma|A_8\rangle,$$

следствием которой является известное предсказание  $SU_3$ -симметрии о связи вероятностей распадов  $\eta^0$  и  $\pi^0$  на два фотона:

$$\text{ампл}(\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ампл}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma).$$

При проверке этого предсказания, как и всех других предсказаний  $SU_3$ , в фазовый объем подставляют массы *физических*  $\pi^0$ - и  $\eta^0$ -мезонов. (При точной  $SU_3$ -симметрии эти массы были бы равны.) Время жизни  $\eta^0$ -мезона пока еще недостаточно хорошо известно для проверки этого предсказания.

и формула (13.59) принимает вид

$$\begin{aligned} \langle A_i | Q_6 F(J^Y) | B_j \rangle &= \langle A_i | F(J^Y) Q_6 | B_j \rangle = \langle A_i | F(J^Y) | B_k \rangle i f_{6jk} = \\ &= -i f_{6il} \langle A_l | F(J^Y) | B_j \rangle. \end{aligned} \quad (13.63)$$

Отсюда, учитывая численные значения  $f_{ijk}$ , можно получить уравнения, которым удовлетворяют матричные элементы. Наиболее интересные из них:

$$\begin{aligned} \langle A_1 | F(J^Y) | B_1 \rangle &= \langle A_5 | F(J^Y) | B_5 \rangle, \\ \langle A_2 | F(J^Y) | B_2 \rangle &= \langle A_1 | F(J^Y) | B_4 \rangle, \\ \langle A_2 | F(J^Y) | B_1 \rangle &= -\langle A_4 | F(J^Y) | B_5 \rangle, \\ \langle A_1 | F(J^Y) | B_2 \rangle &= -\langle A_5 | F(J^Y) | B_4 \rangle, \end{aligned} \quad (13.64)$$

или

$$\langle A_1 + iA_2 | F(J^Y) | A_1 + iA_2 \rangle = \langle A_4 + iA_5 | F(J^Y) | A_4 + iA_5 \rangle. \quad (13.65)$$

Если взять  $F(J) = J_\mu^Y$  и применить равенство (13.65) к псевдоскалярному октету, то получим

$$\langle \pi^+ | J_\mu^Y | \pi^+ \rangle = \langle K^+ | J_\mu^Y | K^+ \rangle, \quad (13.66)$$

откуда следует, например, что зарядовый радиус  $\pi^+$ -мезона в приближении точной  $SU_3$ -симметрии совпадает с радиусом  $K^+$ -мезона. До сих пор эти радиусы не были измерены.

Более интересны с практической точки зрения те предсказания  $SU_3$ , которые относятся к электромагнитным свойствам октета барионов, изображенного на диаграмме фиг. 65. Из (13.65) получаем

$$\langle \Sigma^+ | J_\mu^Y | \Sigma^+ \rangle = \langle P | J_\mu^Y | P \rangle, \quad (13.67)$$

в частности, для магнитных моментов

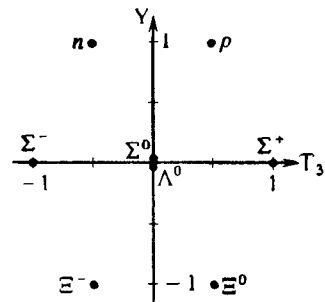
$$\mu_P = \mu_{\Sigma^+}. \quad (13.68)$$

Согласно последним данным [11],

$$\mu_{\Sigma^+} = 2,5 \pm 0,7 \quad (13.69)$$

(в протонных магнетонах  $e/2M_p$ ) и

$$\mu_P = 2,793,$$



Фиг. 65.



что свидетельствует о хорошем согласии. Более общее равенство имеет вид

$$\langle \Sigma^+ | F(J^Y) | \Sigma^+ \rangle = \langle P | F(J^Y) | P \rangle. \quad (13.70)$$

Заменив в (13.65)  $A_1 + iA_2$  на  $A_1 - iA_2$ , получим

$$\langle \Sigma^- | F(J^Y) | \Sigma^- \rangle = \langle \Xi^- | F(J^Y) | \Xi^- \rangle. \quad (13.71)$$

Легко показать, что

$$\langle A_6 | F(J^Y) | B_7 \rangle = \langle A_7 | F(J^Y) | B_6 \rangle = 0, \quad (13.72)$$

в частности,

$$\langle K^0 | F(J^Y) | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | F(J^Y) | \bar{K}^0 \rangle \quad (13.73)$$

и

$$\langle \Xi^0 | F(J^Y) | \Xi^0 \rangle = \langle N | F(J^Y) | N \rangle. \quad (13.74)$$

Эти равенства также приводят к интересным результатам. Полагая  $F(J^Y) = J_\mu^Y$ , получим

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-}, \quad \mu_N = \mu_{\Xi^0}. \quad (13.75)$$

Кроме того,

$$\langle K^0 | J_\mu^Y | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | J_\mu^Y | \bar{K}^0 \rangle = - \langle K^0 | J_\mu^Y | K^0 \rangle. \quad (13.76)$$

Последнее равенство получается при зарядовом сопряжении и указывает на то, что в пределе точной  $SU_3$ -симметрии зарядовый радиус  $K^0$ -мезона равен нулю<sup>1)</sup>. Конечная величина радиуса может появиться только от взаимодействий, нарушающих  $SU_3$ <sup>2)</sup>. Можно также взять

$$F(J^Y) = J_\mu^Y(x) J_\nu^Y(0) \quad (13.77)$$

и, используя (13.70), (13.71) и (13.74), получить ряд предсказаний  $SU_3$  для электромагнитных процессов второго порядка<sup>3)</sup>.

Если с током  $J_\mu^Y$  взаимодействуют реальные протоны, то эти матричные элементы соответствуют комптоновскому рассеянию (фиг. 66). Такие матричные элементы не приводят к интересным

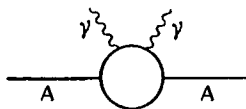
<sup>1)</sup> Подобно нейтрону,  $K^0$ -мезон может иметь электромагнитные свойства при равном нулю заряде, так как  $K^0 \neq \bar{K}^0$ .

<sup>2)</sup> Согласно оценке Кролла, Ли и Зумино [95]

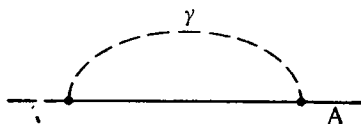
$$\langle r^2 \rangle_{K^0} = - \langle r^2 \rangle_{\bar{K}^0} \approx 7,0 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2.$$

<sup>3)</sup> Строго говоря, при этом входит хронологическое произведение  $(J_\mu^Y(x) J_\nu^Y(0))_+$ , но это не влияет на аргументацию.

предсказаниям, так как почти все эти процессы ненаблюдаемы (кроме эффекта Комптона на протоне) из-за нестабильности частиц. Однако если связать токи  $J_\mu^\gamma$  с виртуальными квантами, то получатся некоторые физически интересные результаты. Диаграмма фиг. 67 изображает основной вклад в электромагнитную собственную энергию или собственную массу. В теории возмущений такие члены, вообще говоря, бесконечны и в лучшем случае зависят от произвольных констант, соответствующих параметрам обрезания, которые вводятся в теорию для устранения бесконечностей. Однако  $SU_3$ -симметрия предсказывает соотно-



Фиг. 66.



Фиг. 67.

шение между этими величинами. Для псевдоскалярных мезонов<sup>1)</sup> получим

$$\begin{aligned}\delta m_{\pi^+} &= \delta m_{K^+}, \\ \delta m_{\pi^-} &= \delta m_{K^-}, \\ \delta m_{K^0} &= \delta m_{\bar{K}^0}.\end{aligned}\quad (13.78)$$

Соответствующие формулы для барионов:

$$\begin{aligned}\delta m_p &= \delta m_{\Sigma^+}, \\ \delta m_{\Sigma^-} &= \delta m_{\Xi^-}, \\ \delta m_N &= \delta m_{\Xi^0}.\end{aligned}\quad (13.79)$$

Таким образом, имеем соотношение Коулмена — Глэшоу [94]:

$$\delta m_{\Xi^-} - \delta m_{\Xi^0} = \delta m_p - \delta m_N + \delta m_{\Sigma^-} - \delta m_{\Sigma^+}.\quad (13.80)$$

По таблице масс находим

$$\begin{aligned}\delta m_{\Xi^-} - \delta m_{\Xi^0} &= 6,3 \pm 0,7 \text{ Мэв}, \\ \delta m_p - \delta m_N &= -1,3 \text{ Мэв}, \\ \delta m_{\Sigma^-} - \delta m_{\Sigma^+} &= 7,97 \pm 0,11 \text{ Мэв}\end{aligned}\quad (13.81)$$

<sup>1)</sup> Массовые формулы для бозонов следует относить к квадратам масс, так как в уравнение Клейна — Гордоца и в функции Грина входит  $m^2$ .

в прекрасном согласии с (13.80). Другая совокупность следующих из  $SU_3$  соотношений получается с помощью  $U$ -спиновой симметрии (см. примечание 2 на стр. 279). Как было показано, три оператора

$$U_{\pm} = F_6 \pm iF_7 \quad (13.82)$$

и

$$\frac{1}{2}[U_+, U_-]_- = U_3 \quad (13.83)$$

коммутируют как генераторы группы изоспина ( $SU_2$ ). Электромагнитный ток — скаляр для  $U$ -вращений, т. е.

$$[J_{\mu}^N, \mathbf{U}]_- = 0, \quad (13.84)$$

так как  $J_{\mu}^N$  коммутирует с  $F_6$  и  $F_7$ . Октет  $SU_3$  может быть разложен на собственные состояния оператора  $U^2$ , как показано в табл. 6. (Все состояния нормированы на единицу.) Используя эту таблицу и матричное соотношение [см. (10.19)]

Таблица 6

Синглет	Дублеты	Триплет
	<i>Барионы</i>	
$\frac{1}{2}(\sqrt{3}\Sigma^0 + \Lambda^0)$	$(P, \Sigma^+)$ $(\Sigma^-, \Xi^-)$	$(N, \frac{1}{2}(\sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0), \Xi^0)$
$U_3$ 0	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	1,    0,    -1
	<i>Мезоны</i>	
$\frac{1}{2}(\sqrt{3}\pi^0 + \eta^0)$	$(K^+, \pi^+)$ $(\pi^-, K^-)$	$(K^0, \frac{1}{2}(\sqrt{3}\eta^0 - \pi^0), \bar{K}^0)$
$U_3$ 0	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	1,    0,    -1

$$U_{\pm} |UU_3\rangle = \sqrt{(U \mp U_3)(U \pm U_3 + 1)} |UU_3 \pm 1\rangle, \quad (13.85)$$

можно вывести все приведенные соотношения, а также некоторые новые (которые, конечно, можно получить тем же методом, каким мы действовали до сих пор).

В частности, так как  $F(J^Y)$  не меняет  $U$ -спина, то имеем<sup>1)</sup>

$$\langle \sqrt{3}\Sigma^0 + \Lambda^0 | F(J^Y) | \sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0 \rangle = 0 \quad (13.86)$$

<sup>1)</sup> Переставив в этом равенстве векторы состояний получим

$$\langle \Lambda^0 | F(J^Y) | \Sigma^0 \rangle = \langle \Sigma^0 | F(J^Y) | \Lambda^0 \rangle,$$

или

$$-\sqrt{3}\langle\Sigma^0|F(J^Y)|\Sigma^0\rangle + \sqrt{3}\langle\Lambda^0|F(J^Y)|\Lambda^0\rangle + 2\langle\Sigma^0|F(J^Y)|\Lambda^0\rangle = 0. \quad (13.87)$$

Кроме того, так как  $F(J^Y)$  —  $U$ -скаляр, то

$$\begin{aligned} \langle N|F(J^Y)|N\rangle &= \frac{1}{4}\langle\sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0|F(J^Y)|\sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0\rangle = \\ &= \frac{3}{4}\langle\Lambda^0|F(J^Y)|\Lambda^0\rangle + \frac{1}{4}\langle\Sigma^0|F(J^Y)|\Sigma^0\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}\langle\Sigma^0|F(J^Y)|\Lambda^0\rangle. \end{aligned} \quad (13.88)$$

До сих пор мы пользовались только сохранением  $U$ -спина. Таким образом, мы нашли пять соотношений для диагональных элементов. В октете всего восемь магнитных моментов. При  $SU_2$ -симметрии из них только семь независимы, так как электрический ток имеет вид

$$J_\mu^Y = V_{\mu 3} + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{\mu 8}. \quad (13.89)$$

Благодаря этому мы можем написать для изотопического триплета  $\Sigma$ :

$$\langle\Sigma^+|J_\mu^Y|\Sigma^+\rangle = \langle\Sigma|J_{\mu 3}^V|\Sigma\rangle + \langle\Sigma|J_\mu^S|\Sigma\rangle, \quad (13.90)$$

где индексы  $V$  и  $S$  обозначают изовекторную и изоскалярную части  $J_\mu^Y$ :

$$\langle\Sigma^0|J_\mu^Y|\Sigma^0\rangle = \langle\Sigma|J_\mu^S|\Sigma\rangle \quad (13.91)$$

и

$$\langle\Sigma^-|J_\mu^Y|\Sigma^-\rangle = \langle\Sigma|J_\mu^S|\Sigma\rangle - \langle\Sigma|J_{\mu 3}^V|\Sigma\rangle. \quad (13.92)$$

Таким образом,

$$\frac{\langle\Sigma^+|J_\mu^Y|\Sigma^+\rangle + \langle\Sigma^-|J_\mu^Y|\Sigma^-\rangle}{2} = \langle\Sigma^0|J_\mu^Y|\Sigma^0\rangle \quad (13.93)$$

и, в частности,

$$\frac{\mu_{\Sigma^+} + \mu_{\Sigma^-}}{2} = \mu_{\Sigma^0}. \quad (13.94)$$

Итак, из трех  $\Sigma$ -гиперонов только два обладают независимыми электромагнитными свойствами.

Есть еще одно соотношение между магнитными моментами и вообще между формфакторами, которое следует из явного вида нашего тока. Существенно, что  $J_\mu^Y$  представляется как сумма двух членов,  $V_{\mu 3}$  и  $(1/\sqrt{3})V_{\mu 8}$ , которые преобразуются как компоненты октета. В принципе мы могли бы добавить член, преобразующийся как  $SU_3$ -скаляр, т. е. как  $U$ -скаляр и при

этом ни одно из полученных нами соотношений типа формулы Коулмена — Глешоу не изменилось бы. Однако следующее соотношение обусловлено отсутствием  $SU_3$ -скалярного члена в токе. Рассмотрим сумму

$$\sum_{i=1}^8 \langle A_i | J_{\mu}^Y | A_i \rangle,$$

где  $A_i$  принадлежит октету. Очевидно, что так как мы суммируем по *всем*  $i$ , то

$$\sum_{i=1}^8 \langle A_i | J_{\mu}^Y | A_i \rangle = \sum_{i=1}^8 \langle A'_i | J_{\mu}^Y | A'_i \rangle = \sum_{i=1}^8 \langle A_i | U^{-1} J_{\mu}^Y U | A_i \rangle, \quad (13.95)$$

где

$$| A'_i \rangle = U | A_i \rangle \quad (13.96)$$

и  $U$  — преобразование из группы  $SU_3$ . Но  $U^{-1} J_{\mu}^Y U$  — преобразованный ток  $J_{\mu}^Y$ , и если  $J_{\mu}^Y$  является компонентой октета, то

$$\sum_{i=1}^8 \langle A_i | J_{\mu}^Y | A_i \rangle = 0, \quad (13.97)$$

так как эта величина должна быть одновременно и скаляром и октетом по  $SU_3$ . На самом деле обращается в нуль каждая из двух частей суммы

$$\sum_{i=1}^8 \langle A_i | V_{\mu 3} | A_i \rangle = 0, \quad (13.98)$$

$$\sum_{i=1}^8 \langle A_i | \frac{1}{\sqrt{3}} V_{\mu 8} | A_i \rangle = 0 \quad (13.99)$$

Выбирая базисные состояния  $A_i$ , соответствующие определенным  $U^2$  и  $U_3$ , получим для октета барионов<sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned} & \langle P | J_{\mu}^Y | P \rangle + \langle \Sigma^+ | J_{\mu}^Y | \Sigma^+ \rangle + \langle \Sigma^- | J_{\mu}^Y | \Sigma^- \rangle + \langle \Xi^- | J_{\mu}^Y | \Xi^- \rangle + \\ & + \frac{1}{4} \langle \sqrt{3} \Sigma^0 + \Lambda^0 | J_{\mu}^Y | \sqrt{3} \Sigma^0 + \Lambda^0 \rangle + \langle N | J_{\mu}^Y | N \rangle + \langle \Xi^0 | J_{\mu}^Y | \Xi^0 \rangle + \\ & + \frac{1}{4} \langle \sqrt{3} \Lambda^0 - \Sigma^0 | J_{\mu}^Y | \sqrt{3} \Lambda^0 - \Sigma^0 \rangle = 0. \quad (13.100) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Псевдоскалярный октет содержит и частицы и античастицы, поэтому благодаря четности тока  $J_{\mu}^Y$  относительно зарядового сопряжения формула (13.97) для мезонов является тождеством  $0 = 0$ .

Это равенство в совокупности с полученными ранее можно использовать по-разному. В частности, используя (13.93), получаем соотношение, связывающее только  $N$ ,  $\Sigma^0$  и  $\Lambda^0$ :

$$4 \langle \Sigma^0 | J_\mu^Y | \Sigma^0 \rangle + 2 \langle N | J_\mu^Y | N \rangle + \frac{1}{4} \langle \sqrt{3} \Sigma^0 + \Lambda^0 | J_\mu^Y | \sqrt{3} \Sigma^0 + \Lambda^0 \rangle + \\ + \frac{1}{4} \langle \sqrt{3} \Lambda^0 - \Sigma^0 | J_\mu^Y | \sqrt{3} \Lambda^0 - \Sigma^0 \rangle = 0 \quad (13.101)$$

или

$$2 \langle N | J_\mu^Y | N \rangle + \langle \Lambda^0 | J_\mu^Y | \Lambda^0 \rangle + 5 \langle \Sigma^0 | J_\mu^Y | \Sigma^0 \rangle = 0. \quad (13.102)$$

Комбинируя (13.102), (13.88) и (13.87), получаем известное предсказание  $SU_3$ :

$$\langle \Lambda^0 | J_\mu^Y | \Lambda^0 \rangle = \frac{1}{2} \langle N | J_\mu^Y | N \rangle, \quad (13.103)$$

так что

$$\mu_{\Lambda^0} = \frac{1}{2} \mu_N. \quad (13.104)$$

Экспериментальные значения [10]

$$\mu_{\Lambda^0} = -0,73 \pm 0,16 \quad (13.105)$$

и

$$\mu_N = -1,91 \quad (13.106)$$

(в протонных магнетонах  $e/2M_p$ ). Из этих равенств следует также, что

$$\langle \Sigma^0 | J_\mu^Y | \Sigma^0 \rangle = -\frac{1}{2} \langle N | J_\mu^Y | N \rangle \quad (13.107)$$

и

$$\langle \Sigma^0 | J_\mu^Y | \Lambda^0 \rangle = -\frac{\sqrt{3}}{2} \langle N | J_\mu^Y | N \rangle. \quad (13.108)$$

Последний матричный элемент определяет распад  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ , который, как известно, протекает со временем жизни

$$\tau_{\Sigma^0} < 1,0 \cdot 10^{-14} \text{ сек.} \quad (13.109)$$

Действительно, этот матричный элемент в общем случае равен ( $m_{\Sigma^0} \neq m_{\Lambda^0}$ )

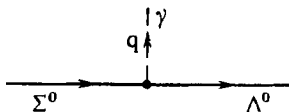
$$\langle \Lambda^0 | J_\mu^Y | \Sigma^0 \rangle = i\bar{u}(\Lambda^0) \left[ \gamma_\mu F_1^{\Sigma\Lambda}(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu F_2^{\Sigma\Lambda}(q^2) + q_\mu F_3^{\Sigma\Lambda}(q^2) \right] u(\Sigma^0). \quad (13.110)$$

При испускании реального фотона (фиг. 68) квадрат передающего импульса равен нулю ( $q^2 = 0$ ), и из сохранения тока следует<sup>1)</sup>

$$F_1^{\Sigma\Lambda}(0) = 0. \quad (13.111)$$

Член, пропорциональный  $F_3^{\Sigma\Lambda}$ , не дает вклада в процесс  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ , так как фотонное поле поперечно. Итак,

$$\langle \Lambda^0 | J_\mu^Y | \Sigma^0 \rangle = i\bar{u}(\Lambda^0) \sigma_{\mu\nu} q_\nu F_2^{\Sigma\Lambda}(0) u(\Sigma^0). \quad (13.112)$$



Фиг. 68.

В пределе точной  $SU_3$ -симметрии

$$F_2^{\Sigma\Lambda}(0) = -\frac{\sqrt{3}}{2} F_2^N(0), \quad (13.113)$$

и время жизни этого распада [96]<sup>2)</sup>

$$\tau_{\Sigma^0} = 0,7 \cdot 10^{-17} \text{ сек.} \quad (13.114)$$

Еще один интересный результат можно получить, используя только (13.87) и (13.88) (сохранение  $U$ -спина). Из этих двух уравнений следует:

$$\sqrt{3} \langle \Sigma^0 | F(J^Y) | \Lambda^0 \rangle = \langle \Sigma^0 | F(J^Y) | \Sigma^0 \rangle - \langle N | F(J^Y) | N \rangle. \quad (13.115)$$

Полагая  $F(J^Y) = J_\mu^Y J_\nu^Y$  и используя (13.67), получаем

$$\sqrt{3} \delta(\Lambda^0 \Sigma^0) = (\delta m_{\Sigma^0} - \delta m_{\Sigma^+}) + (\delta m_p - \delta m_N), \quad (13.116)$$

что дает [97, 98]<sup>3)</sup>

$$\delta(\Lambda^0 \Sigma^0) \approx 1 \text{ Мэв.} \quad (13.117)$$

<sup>1)</sup> Умножим (13.110) на  $q_\mu$  и приравняем нулю результат. При написании формулы (13.110) мы считаем, что  $\Sigma^0$  и  $\Lambda^0$  имеют одинаковую четность, как известно из эксперимента и как должно быть, если  $\Sigma^0$  и  $\Lambda^0$  принадлежат к одному мультиплету.

<sup>2)</sup> При вычислении в фазовый объем были подставлены физические массы.

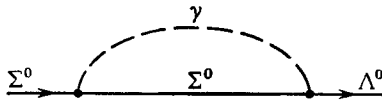
<sup>3)</sup> Можно вывести также для псевдоскалярного октета

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \delta(\pi^0 \eta^0) = (\delta m_{\pi^0} - \delta m_{\pi^+}) + (\delta m_{K^+} - \delta m_{K^0}).$$

Эта величина интерпретируется как «параметр смешивания», определяющий амплитуду перехода  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0$  (фиг. 69), который происходит виртуально во втором порядке ( $\alpha$ ) по электромагнитному взаимодействию. Физические частицы  $\Sigma^0$  и  $\Lambda^0$  являются суперпозициями «голых» частиц  $\Sigma^0$  и  $\Lambda^0$ , которые являются собственными состояниями гамильтониана сильных взаимодействий при выключении электромагнитного поля. Действительно<sup>1)</sup>, с точностью до членов порядка  $\alpha$

$$\begin{aligned} \Lambda_{\text{физ}}^0 &= \Lambda^0 + \frac{\delta(\Sigma^0 \Lambda^0) \Sigma^0}{(E_{\Lambda^0} - E_{\Sigma^0})}, \\ \Sigma_{\text{физ}}^0 &= \Sigma^0 - \frac{\delta(\Sigma^0 \Lambda^0)}{(E_{\Lambda^0} - E_{\Sigma^0})} \Lambda^0. \end{aligned} \quad (13.118)$$

Это смешивание проявляется как нарушение изоспиновой симметрии в сильных взаимодействиях с участием  $\Lambda^0$ - и  $\Sigma^0$ -гипе-



Фиг. 69.

ронов. Такой эффект был замечен [92] в неравенстве энергий связи зеркальных гиперядер  ${}_{\Lambda}\text{He}^4$  и  ${}_{\Lambda}\text{H}^4$ .

Подводя итог тому, что мы узнали об электромагнитных свойствах барионов в пределе точной  $SU_3$ -симметрии, можно отметить, что *все* матричные элементы оператора  $J_{\mu}^i$  для однобарионных состояний определяются *четырьмя* действительными формфакторами  $F_1^N, F_1^P, F_2^N, F_2^P$  или  $F_1^S, F_1^V, F_2^S, F_2^V$ , если ток имеет вид

$$J_{\mu}^V = V_{\mu 3} + \frac{1}{\sqrt{3}} V_{\mu 8}, \quad (13.119)$$

т. е. преобразуется как компонента октета. Теперь рассмотрим это обстоятельство с другой, хотя и эквивалентной, точки зрения, основанной на обобщении теоремы Вигнера — Эккарта, которая устанавливает число независимых матричных элементов, когда симметрия системы выражается обыкновенной группой вращений и сохранением момента количества движения. Проще

<sup>1)</sup> Более полное обсуждение этого вопроса и ссылки на экспериментальные данные даны в лекции Далица [92] (стр. 203).



всего можно перенести эту теорему на случай  $SU_3$ , введя матрицы  $3 \times 3$ :

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^8 \lambda_i \psi_i \quad (13.120)$$

и

$$M = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^8 \lambda_i \varphi_i, \quad (13.121)$$

где  $\varphi_i$  — мезонные поля, а  $\psi_i$  — барионные поля.  $B$  и  $M$  — матрицы третьего порядка с нулевым следом, которые связаны с частицами в мультиплеттах следующим образом:

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta^0 & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta^0 & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \eta^0 \end{pmatrix}, \quad (13.122)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda^0 & \Sigma^+ & P \\ \Sigma^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda^0 & N \\ -\Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \Lambda^0 \end{pmatrix}.$$

Сопряженная матрица  $\bar{B}$  изображает антибарионы:

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Sigma}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 & \bar{\Sigma}^- & -\bar{\Xi}^- \\ \bar{\Sigma}^+ & -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Sigma}^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 & \bar{\Xi}^0 \\ \bar{P} & \bar{N} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 \end{pmatrix}. \quad (13.123)$$

Каждому унитарному преобразованию полей в октете, принадлежащему к  $SU_3$ , соответствует унитарная, унимодулярная матрица третьего порядка  $u$ , так что

$$\begin{aligned} B &\rightarrow u B u^{-1}, \\ \bar{B} &\rightarrow u \bar{B} u^{-1}. \end{aligned} \quad (13.124)$$

Этим соответствием можно воспользоваться, чтобы найти инвариантные относительно  $SU_3$  комбинации полей, в частности для построения  $SU_3$ -симметричных лагранжианов. Мы используем некоторые элементарные свойства следов конечных матриц, например тот факт, что для любых конечных матриц  $A$  и  $B$

$$\text{Sp}(AB) = \text{Sp}(BA). \quad (13.125)$$

Так, из (13.122) и (13.123) следует, что

$$\text{Sp}(\bar{B}B) = \text{Sp}(u\bar{B}u^{-1}uBu^{-1}). \quad (13.126)$$

Поэтому

$$\mathcal{L}^0 = -\text{Sp}[\bar{B}(\partial_\mu \gamma_\mu + m)B] - \frac{1}{2} \text{Sp}[(\partial_\mu M)^2 + \mu^2 M^2] \quad (13.127)$$

есть  $SU_3$ -инвариантный свободный лагранжиан для наблюдаемых мезонов и барионов, где  $m$  — масса барионного октета, а  $\mu$  — масса мезонного октета. Если окажется, что кварковая картина верна, то этот лагранжиан нужно будет рассматривать как феноменологическое описание симметрии связанных состояний кварков, а не как «фундаментальный» лагранжиан теории. Таким же образом можно построить  $SU_3$ -инвариантное взаимодействие Юкавы. Это взаимодействие линейно зависит от  $M$  и билинейно — от  $B$ . На самом деле, имеются две такие формы, которые можно записать в виде<sup>1)</sup>

$$\text{Sp}[\bar{B}\gamma_5 BM] \quad \text{и} \quad \text{Sp}[\bar{B}\gamma_5 MB]$$

или в виде

$$\text{Sp}[[\bar{B}, \gamma_5 B]_- M] \quad \text{и} \quad \text{Sp}[[\bar{B}, \gamma_5 B]_+ M],$$

где было использовано, что

$$\text{Sp}[ABC] = \text{Sp}[CAB]. \quad (13.128)$$

Взаимодействие мезона с коммутатором барионных полей называют связью типа  $F$ , а с антикоммутатором — связью типа  $D$ . Введем теперь электромагнитное поле, учитывая калибровочную инвариантность и  $SU_3$ -симметрию. Пусть  $Q$  —  $3 \times 3$ -матрица заряда ( $\text{Sp} Q = 0$ ):

$$Q = \lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (13.129)$$

Произведем в лагранжиане  $\mathcal{L}^0$  преобразование

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieQA_\mu. \quad (13.130)$$

<sup>1)</sup> Поля  $B$  и  $M$ , рассматриваемые как матрицы, не коммутируют.

(Для простоты предположим, что лагранжиан взаимодействия  $\mathcal{L}'$  не содержит производных.) Так как  $Q$  не коммутирует с  $B$ ,  $\bar{B}$  и  $M$ , то, строго говоря, нужно сначала симметризовать  $\mathcal{L}'$  по  $B$  и  $\bar{B}$  и уж потом произвести это преобразование. Непосредственные вычисления [94] показывают, что подстановка (13.130) в  $\mathcal{L}'$  дает

$$\mathcal{L}'_{em} = ieA_\mu \text{Sp} [\bar{B}\gamma_\mu [B, Q]_- - \partial_\mu M [M, Q]_-] + \\ + \frac{1}{2} e^2 A^2 \text{Sp} [[M, Q]_- [M, Q]_-]. \quad (13.131)$$

Нас интересуют одночастичные матричные элементы оператора тока  $J'_\mu$ , т. е.  $\delta\mathcal{L}'_{em}/\delta A_\mu$ . Заметим, что  $\langle \bar{B} | J'_\mu | B \rangle$  — векторная  $SU_3$ -инвариантная функция, линейная и однородная по  $Q$ . Имеются две такие функции,  $\text{Sp}[\bar{B}BQ]$  и  $\text{Sp}[\bar{B}QB]$ . Таким образом,

$$\langle \bar{B} | J'_\mu | B \rangle = i[F_1(q^2) \text{Sp} [\bar{B}\gamma_\mu QB] + F'_1(q^2) \text{Sp} [\bar{B}\gamma_\mu BQ] + \\ + F_2(q^2) q_\nu \text{Sp} [\bar{B}\sigma_{\mu\nu} QB] + F'_2(q^2) q_\nu \text{Sp} [\bar{B}\sigma_{\mu\nu} BQ]], \quad (13.132)$$

откуда видно, что для описания электромагнитных свойств барионов из октета, находящихся на массовой поверхности, достаточно четырех формфакторов. Вычисляя следы в (13.132) в явном виде, можно найти полученные ранее формулы.

Естественно возникает вопрос, нельзя ли продвинуться еще дальше и свести число независимых формфакторов к *двум*, например к электрическому и магнитному формфакторам протона. Этот вопрос имеет длинную историю, которую можно найти, например, в лекции Далица [92]<sup>1)</sup>.

В результате исследований выяснилось, что при некоторых предположениях о связанных состояниях кварков можно установить определенное соотношение между электромагнитными свойствами протона и нейтрона. В частности, если принять, что кварки — фермионы (можно было бы предположить, что кварки, хотя они и имеют спин  $1/2$ , подчиняются не обычной статистике Ферми, а «парастатистике» [100]), то «основное состояние» системы  $qqq$ , соответствующей барионам, было бы полностью антисимметрично по всем координатам. Простейшее состояние подобного рода, соответствующее  $l = 0$ , имеет любопытный вид (1, 2 и 3 — номера кварков):

$$\Psi_{\text{простр}} = (\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)(\mathbf{r}_2^2 - \mathbf{r}_3^2)(\mathbf{r}_3^2 - \mathbf{r}_1^2) \Phi_{\text{симм}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3), \quad (13.133)$$

<sup>1)</sup> См. также сборник [99].

где  $\varphi_{\text{симм}}$  — симметричная функция  $r_1, r_2, r_3$ . Эту функцию следует умножить на функцию, зависящую от спиновых и зарядовых индексов кварков, явный вид которой нас сейчас не интересует (см. лекцию Далица [92]). Полагая, что каждый кварк имеет полный магнитный момент, равный магнитному моменту протона,  $\mu_P = 2,79(e/2M_P)$ , и что магнитные моменты частиц, протона и нейтрона, получаются просто путем суммирования моментов образующих их кварков, можно найти соотношение

$$\frac{\mu_P}{\mu_N} = -\frac{3}{2}. \quad (13.134)$$

Это находится в поразительно хорошем согласии с экспериментальным отношением, которое равно  $-1,46$ . Этот результат вместе с другими успехами наивной кварковой модели (к некоторым из них мы вернемся в следующей главе) наводит на мысль, что во всем этом есть какая-то доля истины. Но в настоящий момент трудно дать какое-либо фундаментальное объяснение полученным результатам.

В следующей главе мы перейдем к вопросу о «нарушении  $SU_3$ -симметрии» и к обсуждению векторных мезонов.

ЕЩЕ ОБ  $SU_3$

Главное, чему мы научились в предыдущей главе, можно суммировать так: если  $q_\alpha$  — три кварка, а  $\bar{q}_\alpha \equiv q^\alpha$  — три антикварка, то можно составить, по крайней мере символически, все псевдоскалярные мезоны и барионы, объединяя  $q_\alpha$  и  $q^\alpha$  в «неприводимые» тензоры — тензоры низшего ранга, которые преобразуются по определенным представлениям  $SU_3$ . Из двух полей,  $q_\alpha$  и  $q^\beta$ , можно построить два неприводимых тензора

$$S = q^\alpha q_\alpha \quad (14.1)$$

и

$$T_\beta^\alpha = q^\alpha q_\beta - \frac{1}{3} \delta_\beta^\alpha S. \quad (14.2)$$

Очевидно,  $S$  преобразуется как синглет  $SU_3$  и представляет  $X^0$ -мезон, а  $T_\beta^\alpha$  преобразуется как октет. Тензор  $T_\beta^\alpha$  имеет след, равный нулю, и по существу эквивалентен матрице  $M$ , введенной в предыдущей главе в выражении (13.122). Символ  $\delta_\beta^\alpha$  есть инвариантный тензор, так как под действием любого преобразования из  $SU_3$

$$\delta_\beta^\alpha \rightarrow \delta_\beta^\alpha. \quad (14.3)$$

Два тензора,  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  и  $\epsilon^{\alpha\beta\gamma} = \delta_\alpha^\alpha \delta_\beta^\beta \delta_\gamma^\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ , также инвариантны относительно  $SU_3$ . Простое вычисление показывает, что для любого  $u$  из группы  $SU_3$

$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma} \rightarrow \det u \epsilon_{\alpha\beta\gamma}. \quad (14.4)$$

Но по определению  $\det u = 1$ . Величина

$$T_1^1 = \frac{2}{3} q^1 q_1 - \frac{1}{3} (q^2 q_2 + q^3 q_3) \quad (14.5)$$

преобразуется под действием  $SU_3$  как матрица

$$Q = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (14.6)$$

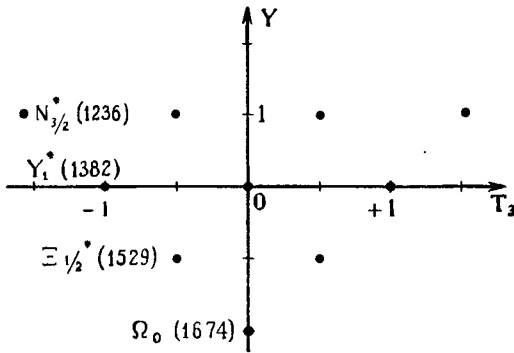
т. е. как электрический заряд или ток. Октет барионов получается из тензоров  $T_{\alpha\beta\gamma} = q_\alpha q_\beta q_\gamma$  путем свертки по индексам,

$$T_\beta^\alpha = \varepsilon^{\alpha\lambda\mu} T_{\beta\lambda\mu}; \quad (14.7)$$

определяя октет барионов  $B_\beta^\alpha$  как тензор со следом, равным нулю, получим

$$B_\beta^\alpha = \varepsilon^{\alpha\lambda\mu} T_{\beta\lambda\mu} - \frac{1}{3} \delta_\beta^\alpha \varepsilon^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda}. \quad (14.8)$$

След  $\varepsilon^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda}$  соответствовал бы барионному синглету, если бы такая частица была обнаружена. Помимо синглета и октета,



Ф и г. 70.

можно построить десятикомпонентный, неприводимый, полностью симметричный тензор

$$B_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{6} [T_{\alpha\beta\gamma} + T_{\beta\alpha\gamma} + T_{\beta\gamma\alpha} + T_{\gamma\beta\alpha} + T_{\gamma\alpha\beta} + T_{\alpha\gamma\beta}], \quad (14.9)$$

который соответствует известному  $SU_3$ -декуплету. Графически его можно представить так, как на фиг. 70. На этой диаграмме нижние индексы у символов частиц обозначают полный спин, а числа в скобках указывают среднюю величину массы, так как эти «частицы» являются в некоторых случаях довольно широкими резонансами. Те частицы из декуплета, спин которых был измерен, имеют  $J = 3/2$ . Для интерпретации этого семейства частиц с помощью  $SU_3$  принципиально необходимо, чтобы все частицы имели  $J = 3/2$  и одинаковую относительную четность. В табл. 7 указаны их основные распады. Существует неэквивалентное сопряженное представление  $10^*$ , которое можно построить из трех антикварков и которое можно изобразить перевернутым треугольником. Пока ни один из членов этого

Таблица 7

## Декуплет барионов

Частица	$T$	$Y$	$M$ (Мэв)	Ширина (Мэв)	Распад
$N^*$	$3/2$	+1	$1236,0 \pm 0,6$	$120 \pm 2$	$\pi N$
$Y_1^*$	1	0	$1382,2 \pm 0,8$	$37 \pm 3$ $3,1 \pm 1,5$	$\left\{ \begin{array}{l} \pi \Lambda \\ \pi \Sigma \end{array} \right.$
$\Xi^*$	$1/2$	-1	$1528,9 \pm 1,1$	$7,3 \pm 1,7$	$\pi \Xi$
$\Omega^-$	0	-2	1674	$\sim 0$ (долгоживущий)	$\left\{ \begin{array}{l} \Xi \pi \\ \Lambda \bar{K} \end{array} \right.$

семейства не обнаружен с полной определенностью. Предсказания относительно видов барионов, которые могут быть составлены из трех кварков, можно записать следующим образом (в виде разложения прямого произведения представлений  $SU_3$  на неприводимые):

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10.$$

Подход кварковой модели отличается от «восьмеричного пути», в котором основным представлением группы, реализуемым в природе, является 8 (октет), а мезон-барионные резонансы строятся путем умножения октета барионов на октет мезонов согласно формуле

$$8 \times 8 = 1 + 8 + 8 + 10 + 10^* + 27.$$

Эта формула предсказывает также существование семейства, состоящего из 27 частиц, которое до сих пор не наблюдалось. Привлекательным в кварковой схеме является то, что, объединяя простейшим образом кварк и антикварк или три кварка, можно построить все обнаруженные до сих пор  $SU_3$ -мультиплеты, не получая при этом ничего лишнего.

Экспериментальное изучение электромагнитных свойств декуплета находится еще в зачаточном состоянии, поэтому мы обсудим только одно интересное предсказание  $SU_3$ , относящееся к распадам вида  $B_{10} \rightarrow B_8 + \gamma$ , т. е. к радиационным распадам, переводящим частицы из декуплета в барионный октет. Амплитуды этих распадов равны  $\langle B_8 | J_\mu^Y | B_{10} \rangle$ , где  $J_\mu^Y$  преобразуется как  $T_1^1$ . Согласно  $SU_3$ -инвариантности,  $B_8$  и  $B_{10}$  должны комбинироваться таким образом, чтобы получилась компонента октета  $T_1^1$ . Оказывается, что это можно сделать только одним способом, так как

$$8 \times 10 = 35 + 27 + 10 + 8.$$

В прямом произведении октет встречается только один раз. Эта комбинация имеет вид

$$T_1^j = \varepsilon_{\lambda\mu\sigma} T^{j\lambda\sigma} B_{\sigma}^{\mu} \quad (14.10)$$

Это значит, что все распады определяются параметрами, характеризующими какой-либо один из них. Расчет [101] показывает, что

$$\begin{aligned} \langle P | J^Y | N^{*+} \rangle &= - \langle \Sigma^+ | J^Y | Y^{*+} \rangle = \langle N | J^Y | N^{*0} \rangle = \\ &= 2 \langle \Sigma^0 | J^Y | Y^{*0} \rangle = \frac{2}{\sqrt{3}} \langle \Lambda^0 | J^Y | Y^{*0} \rangle = \langle \Xi^0 | J^Y | \Xi^{*0} \rangle. \end{aligned} \quad (14.11)$$

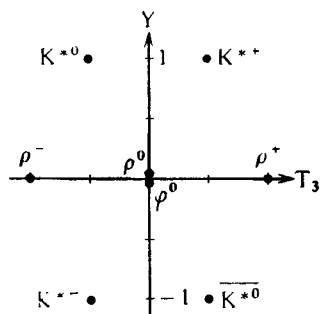
Из формулы (14.10) следует, что все статические электромагнитные свойства частиц декуплета определяются свойствами одной из них. Ни одно из полученных равенств пока не проверено экспериментально. При определенных предположениях о симметрии волновых функций кварков [92] и магнитных моментов можно показать, что для магнитных дипольных переходов

$$\langle P | \mu | N^{*+} \rangle = \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p, \quad (14.12)$$

где  $\mu_p$  — магнитный момент протона в нуклонных магнетонах. Отсюда можно найти вероятности магнитных дипольных переходов для всех частиц декуплета. Позднее мы кратко обсудим некоторые свойства декуплета.

У читателя, естественно, возникает вопрос, какое место занимают векторные мезоны  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  и т. д. в схеме  $SU_3$ -симметрии. Найдено девять таких мезонов с близкими массами; их свойства приведены в табл. 8. Эти частицы можно распределить между октетом и синглетом, как изображено на фиг. 71.

Мы можем теперь обсуждать векторные мезоны и их распады в терминах модели кварков и  $SU_3$ -симметрии так же, как мы делали это для барионов и псевдоскалярных мезонов. (Очевидно, можно определить векторные мезоны  $V_i$  как  $\bar{q}\lambda_i\gamma_\mu q$  для октета и  $\bar{q}\gamma_\mu q$  для синглета.) Вначале рассмотрим распады. Энергетически разрешен распад  $V_i \rightarrow P_j + \gamma$ , где  $V_i$  принадлежит к октету векторных мезонов, а  $P_j$  — к октету псевдоскалярных мезонов. Возможны также переходы между октетом и синглетом; мы их также обсудим. Проще всего использовать тензорные обозначения. Предварительно докажем две простые теоремы.



Фиг. 71.



Таблица 8

Векторные мезоны ( $1^-$ )<sup>1)</sup>

Частица	$T$	$T_3$	$Y$	$M$ (Мэв)	$\Gamma$ (Мэв)	Основные распады
$\rho^+$	1	+1	0	778	160	$\pi\pi \sim 100\%$ $4\pi < 1\%$
$\rho^0$	1	0	0	770	140	$\pi\gamma < 0,4$
$\rho^-$	1	-1	0	778	160	$e^+e^- \sim 0,0065$ $\mu^+\mu^- \sim 0,0033$
$K^{*+}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$892,4 \pm 0,8$	$49,8 \pm 1,7$	$K\pi \sim 100\%$
$K^{*0}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1			
$\overline{K}^{*0}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1			
$K^{*-}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1			
$\phi$	0	0	0	$1018,6 \pm 0,5$	$4,0 \pm 1,0$	$K_1, K_2 \sim 40\%$ $K^+K^- \sim 48\%$ $\pi\rho + 3\pi \sim 12\%$ $\eta + \text{нейтр.} < 12\%$ $\mu^+ + \mu^- < 0,5\%$ $e^+ + e^- < 0,4\%$
$\omega^0$	0	0	0	$783,4 \pm 0,1$	$11,9 \pm 1,5$	$\pi^+\pi^-\pi^0 \sim 90\%$ $\pi^+\pi^- \quad ?$ $\pi^0\gamma (9,7 \pm 0,8)\%$ $\eta + \text{нейтр.} < 1,5\%$ $\pi + \pi^-\gamma < 5\%$ $e^+e^- = 0,012 \pm 0,003$ $\mu^+ + \mu^- < 0,10\%$

<sup>1)</sup> Данные, приведенные в этой таблице, взяты из обзора [10], в котором содержатся также ссылки на оригинальные экспериментальные работы. Массы и ширины  $\rho$ -мезонов даны без указания погрешностей, так как эти величины плохо известны. Приведенные данные усреднены по разным экспериментам.

1. Если тензор  $A_\beta^\alpha$  связан с тензором  $\Gamma_\alpha^\beta$  и  $\text{Sp}(\Gamma) = 0$ , то результат не зависит от следа  $A$ .

Доказательство <sup>1)</sup>:

$$A_\beta^\alpha = \left( A_\beta^\alpha - \frac{1}{3} A_\lambda^\lambda \delta_\beta^\alpha \right) + \frac{1}{3} \delta_\beta^\alpha A_\alpha^\alpha, \quad (14.13)$$

<sup>1)</sup> Здесь индексы пробегают значения от 1 до 3 и  $\delta_\alpha^\alpha = 3$ .

и в свертку с  $\Gamma_a^{\text{нб}}$  дает вклад только первый член, след которого равен нулю.

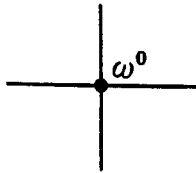
2. Если обозначить, как в гл. 13,

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^0}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^0}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta^0}{6} \end{pmatrix}, \quad (14.14)$$

то трехмерная матрица зарядового сопряжения  $c$  должна обладать тем свойством, что

$$cMc^{-1} = M^T \quad (14.15)$$

( $T$  означает транспозицию). Кроме того, если представить ок-



Ф и г. 72.

тет векторных мезонов в виде матрицы с нулевым следом

$$V = \begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\varphi^0}{\sqrt{6}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\varphi^0}{\sqrt{6}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -\frac{2\varphi^0}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}, \quad (14.16)$$

то мы определяем  $c$  таким образом, чтобы

$$cVc^{-1} = -V^T. \quad (14.17)$$

Это равенство выражает тот факт, что  $\rho^0$ -мезон обладает положительной  $G$ -четностью [ $G = \exp(i\pi T_2)C$ ], так как распад  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  разрешен, и, следовательно, — отрицательной  $C$ -четностью. Между тем  $\varphi^0$ -мезон имеет отрицательную  $G$ -четность ( $\varphi \rightarrow 3\pi$ ) и отрицательную  $C$ -четность. Заряженные частицы переходят под действием  $C$  в античастицы, и формула (14.17)

фиксирует фазу этого преобразования. Таким образом, под действием  $c$  произведение<sup>1)</sup>  $VM^T$  переходит в

$$cVM^Tc^{-1} = -V^TM. \quad (14.18)$$

Фотонное поле, или ток, с которым оно связано, преобразуется как тензор  $T_{\beta}^{\alpha}$ , так что должно выполняться равенство

$$cTc^{-1} = -T. \quad (14.19)$$

Итак, произведение  $VM^TT$  под действием  $c$  переходит в

$$cVM^TTc^{-1} = V^TMT. \quad (14.20)$$

Поэтому гамильтониан

$$H_{\text{em}} = (VM^T + V^TM)T \quad (14.21)$$

представляет  $c$ -инвариантное псевдоскалярное взаимодействие  $V$  и фотона. Так как  $\text{Sp}(T) = 0$  и для любого  $A$   $\text{Sp}(A) = \text{Sp}(A^T)$ , то эффективное взаимодействие (опуская на время четырехмерные векторные индексы) имеет вид

$$H_{\text{em}} = \left( VM^T + V^TM - \frac{2}{3}I \text{Sp}(V^TM) \right) T, \quad (14.22)$$

где  $I$  — единичная матрица третьего порядка,  $\text{Sp}(I) = 3$ . Раскрывая это выражение и нормируя его таким образом, чтобы коэффициент при амплитуде  $\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \gamma$  был равен единице, получим для радиационных переходов векторных мезонов в псевдоскалярные следующие относительные амплитуды:

$$\begin{aligned} \rho^+ \pi^+ + K^{*+} K^+ + \rho^- \pi^- + K^{*-} K^- + \rho^0 \pi^0 - \varphi \eta^0 - 2K^{*0} K^0 - 2\bar{K}^{*0} \bar{K}^0 + \\ + \sqrt{3} \varphi \pi^0 + \sqrt{3} \rho^0 \eta^0. \end{aligned} \quad (14.23)$$

Так как  $\omega^0$  — синглет по  $U$ -спину, а  $J_{\mu}^{\nu}$  не меняет  $U$ , то

$$\langle \sqrt{3} \eta^0 - \pi^0 | J_{\mu}^{\nu} | \omega^0 \rangle = 0, \quad (14.24)$$

или

$$\sqrt{3} \langle \eta^0 | J_{\mu}^{\nu} | \omega^0 \rangle = \langle \pi^0 | J_{\mu}^{\nu} | \omega^0 \rangle. \quad (14.25)$$

Большая масса позволяет мезону  $X^0$  (959 Мэв) перейти в  $\rho^0$  или  $\omega^0$  с испусканием  $\gamma$ -кванта. Однако  $X^0$  и  $\omega^0$  — унитарные синглеты, и если  $J_{\mu}^{\nu}$  преобразуется как компонента октета, то распад  $X^0 \rightarrow \omega^0 + \gamma$  запрещен в пределе точной  $SU_3$ -симметрии.

С другой стороны, имеем

$$\langle \sqrt{3} \varphi - \rho^0 | J_{\mu}^{\nu} | X^0 \rangle = 0, \quad (14.26)$$

<sup>1)</sup> Произведение  $MV$  не сохраняет заряда.

так что

$$\sqrt{3} \langle X^0 | J_\mu^Y | \varphi \rangle = \langle \rho^0 | J_\mu^Y | X^0 \rangle. \quad (14.27)$$

Левая часть этого равенства соответствует амплитуде распада  $\varphi \rightarrow X^0 + \gamma$ , который также разрешен законом сохранения энергии.

В примитивной модели кварков эти предсказания  $SU_3$ -симметрии можно дополнить вычислением вероятностей через электромагнитные свойства кварков [96, 102, 103]. Чтобы получить наблюдаемые магнитные моменты барионов, в простой модели кварков нужно принять, что каждый кварк имеет *полный* магнитный момент  $\mu$ , равный магнитному моменту протона  $\mu_P = 2,79 (e/2M_P)$ . Между прочим это означает, что если применить к кварку обычные рассуждения в духе электродинамики, то

$$\mu = g_q \frac{e}{2M_q} = \mu_P \frac{e}{2M_P} \quad (14.28)$$

и

$$g_q = 2,79 \frac{M_q}{M_P} \gtrsim 15, \quad (14.29)$$

так как нижняя экспериментальная граница для массы кварков, по-видимому, превышает 8 Гэв. Таким образом, кварки должны были бы иметь очень большой  $g$ -фактор.

Векторные и псевдоскалярные состояния описываются кварковыми волновыми функциями<sup>1)</sup>. Рассмотрим для определенности распад  $\omega^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ . Волновая функция  $\pi^0$ -мезона имеет вид (второй множитель связан с обычным спином)

$$\pi^0 = \frac{(q^1 q_1 - q^2 q_2)}{\sqrt{2}} \frac{(\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow)}{\sqrt{2}}, \quad (14.30)$$

а компонента волновой функции  $\omega^0$ -мезона с нулевой проекцией спина равна

$$\omega^0 = \frac{(q^1 q_1 + q^2 q_2 + q^3 q_3)}{\sqrt{3}} \frac{(\uparrow \downarrow + \downarrow \uparrow)}{\sqrt{2}}. \quad (14.31)$$

Этот переход имеет такое же правило отбора, как обычный магнитный дипольный переход, обусловленный переворачиванием спина одного из кварков. В нерелятивистском пределе оператор магнитного диполя можно записать в виде

$$\frac{\mu_P}{e} \sum_{t=1}^3 e_t \sigma_{zt} = M_z. \quad (14.32)$$

<sup>1)</sup> При этом мы, как обычно, не интересуемся явным видом радиальных волновых функций и, вычисляя матричные элементы, считаем, что радиальный интеграл перекрытия равен единице.

В этой сумме члены, соответствующие каждому из кварков, пропорциональны их зарядам:  $2/3$ ,  $-1/3$ ,  $-1/3$ . В итоге имеем

$$\langle \pi^0 | M_z | \omega^0 \rangle = \frac{2\mu_p}{\sqrt{6}}. \quad (14.33)$$

Так как при распаде испускается релятивистский  $\pi^0$ -мезон, то интерпретация этого матричного элемента неоднозначна<sup>1)</sup>. Если пренебречь кинетической энергией  $\pi$ -мезона (импульс фотона  $k$  считается малым по сравнению с массой покоя  $\pi$ -мезона), то

$$\Gamma(\omega^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma) = \frac{2k^3 \mu_p^2}{9\pi} = 0,78 \text{ Мэв}. \quad (14.34)$$

Релятивистские поправки несколько уменьшают этот результат. По последним данным [11] полная ширина  $\omega$ -мезона равна  $12,2 \pm 0,1$  Мэв, а доля распадов на  $\pi^0 + \gamma$  составляет  $(9,5 \pm 0,9)\%$ . Эта величина, по-видимому, превышает предсказание модели кварков. [Если учесть эффект нарушения  $SU_3$ -симметрии, то теоретическое значение вероятности распада несколько увеличится; см. (14.82).]

До сих пор мы систематически избегали вопроса о точности предсказаний  $SU_3$ -симметрии. (Этот вопрос, конечно, не совпадает с вопросом о справедливости модели кварков, которых вообще может не быть в природе.) При точной  $SU_3$ -симметрии все частицы из одного мультиплетта имели бы одинаковые массы<sup>2)</sup>. На самом деле, в псевдоскалярном октете самая легкая частица —  $\pi^0$ -мезон (134,97 Мэв), а самая тяжелая —  $\eta^0$ -мезон (548,5 Мэв). Массы векторных мезонов лежат в интервале от 770 Мэв ( $\rho^0$ ) до 1019,5 Мэв ( $\varphi$ ). У барионов интервал масс для октета от 938,2 Мэв ( $p$ ) до  $(1329 \pm 19)$  Мэв ( $\Xi^0$ ), а для декуплетта — от 1236 Мэв ( $N^*$ ) до 1674 Мэв ( $\Omega^-$ ). Эти массовые расщепления на первый взгляд свидетельствуют о сильном нарушении  $SU_3$  и вызывают сомнения в применимости всех теоретических предсказаний. К счастью, оказалось возможным дать нечто вроде теории нарушений этой симметрии и в некоторых случаях оценить их величину. И все же поразительно, что  $SU_3$  выполняется в такой степени.

Проще всего рассмотреть нарушение симметрии с точки зрения модели кварков. При точной  $SU_3$ -симметрии три кварка принадлежат к трехмерному представлению  $SU_3$  и имеют одинаковую массу. Самый прямой способ нарушить симметрию —

<sup>1)</sup> См. подробную дискуссию в лекции Далица [92].

<sup>2)</sup> Это соображение в точности повторяет аргументы, которые приводились для мультиплеттов  $SU_2$ .

предположить, что на самом деле кварки имеют разные массы. Так как  $q_1$  и  $q_2$  входят в изодублет, естественно считать, что

$$m_1 = m_2 = m, \quad (14.35)$$

и нарушить симметрию предположением, что  $q_3$ , «странный» кварк, имеет массу  $m_3 \neq m$ . Определив «среднюю» массу кварка  $\bar{m}$  равенством

$$\bar{m} = \frac{2m + m_3}{3}, \quad (14.36)$$

можно записать массовый член в кварковом лагранжиане в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m &= m(q^1 q_1 + q^2 q_2) + m_3 q^3 q_3 = m q^a q_a + (m_3 - m) q^3 q_3 = \\ &= \bar{m} q^a q_a + \frac{3}{2} (m_3 - \bar{m}) \left( q^3 q_3 - \frac{1}{3} q^a q_a \right). \end{aligned} \quad (14.37)$$

Если остальные члены в лагранжиане, обуславливающие сильные взаимодействия кварков, инвариантны относительно  $SU_3$ , то член, нарушающий симметрию, преобразуется как компонента  $T_3^3$  тензора  $T_8^a$  с нулевым следом (14.2). Мы будем считать, что в самом общем случае независимо от модели кварков нарушение симметрии обладает именно этой особенностью. Легко видеть, что  $T_3^3$  преобразуется под действием  $SU_3$  как  $\lambda_8$ :

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (14.38)$$

Это означает, что  $T_3^3$  не меняется под действием преобразований, генерируемых операторами  $Q_3$  и  $Q_8$ , т. е. третьей компонентой изоспина и гиперзарядом соответственно<sup>1)</sup>. Таким образом,  $T_3^3$  не меняет  $T$ ,  $T_3$  и  $Y$ . Кроме того, вспоминая, что третья компонента  $U$ -спина,  $U_3$ , определена равенством

$$U_3 = \frac{3}{4} Y - \frac{T_3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_8 - Q_3, \quad (14.39)$$

а комбинация (электрический заряд)

$$U_S = Q_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} Q_8 \quad (14.40)$$

<sup>1)</sup> Полный изоспин, который преобразуется как  $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ , также коммутирует с  $\lambda_8$ .

преобразуется как  $U$ -спиновый скаляр, видим, что

$$Q_8 = \frac{\sqrt{3}}{2} (U_S + U_3) \quad (14.41)$$

подобно  $T_3^3$  преобразуется как линейная комбинация  $U$ -инварианта и третьей компоненты  $U$ -спина. Этого достаточно для вывода знаменитых массовых формул Гелл-Манна — Окубо [71, 104]<sup>1)</sup>. Рассмотрим  $U$ -спиновый триплет барионов  $(N, \frac{1}{2}(\sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0), \Xi^0)$ . Из трансформационных свойств  $U_S$  и  $U_3$  следует, что

$$\langle N | H_8 | N \rangle = m_S + m_V,$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \langle \sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0 | H_8 | \sqrt{3}\Lambda^0 - \Sigma^0 \rangle = \\ = \frac{3}{4} \langle \Lambda^0 | H_8 | \Lambda^0 \rangle + \frac{1}{4} \langle \Sigma^0 | H_8 | \Sigma^0 \rangle = m_S \end{aligned} \quad (14.42)$$

и

$$\langle \Xi^0 | H_8 | \Xi^0 \rangle = m_S - m_V. \quad (14.43)$$

(Мы обозначили через  $H_8$  гамильтониан, нарушающий симметрию.) Здесь вклады в массу от  $U_S$  и  $U_3$  обозначены через  $m_S$  и  $m_V$  соответственно. Во втором равенстве использован тот факт, что  $H_8$  не меняет изоспина, поэтому  $\langle \Lambda^0 | H_8 | \Sigma^0 \rangle = 0$ . Таким образом,

$$\frac{\langle N | H_8 | N \rangle}{2} + \frac{\langle \Xi^0 | H_8 | \Xi^0 \rangle}{2} = \frac{3}{4} \langle \Lambda^0 | H_8 | \Lambda^0 \rangle + \frac{1}{4} \langle \Sigma^0 | H_8 | \Sigma^0 \rangle. \quad (14.44)$$

Для интерпретации этого результата следует добавить к каждому матричному элементу  $H_8$  массу  $M_0$ , характеризующую нерасщепленную массу октета в ненарушенной  $SU_3$ -симметрии. Добавим к общим частям равенства (14.44)  $M_0$  в виде

$$\frac{M_0}{2} + \frac{M_0}{2} = \frac{3}{4} M_0 + \frac{1}{4} M_0 \quad (14.45)$$

и положим, что

$$m_i = M_0 + \langle A_i | H_8 | A_i \rangle \quad (14.46)$$

— экспериментальная масса. Интересно отметить, что все элементы  $\langle A_i | H_8 | A_i \rangle$  не могут быть положительными. Это следствие условия

$$\sum_{i=1}^8 \langle A_i | H_8 | A_i \rangle = 0, \quad (14.47)$$

<sup>1)</sup> Приведенный здесь вывод заимствован у Липкина [105].

которое в силу изоспиновой инвариантности  $H_8$  сводится к равенству

$$\langle \Xi^0 | H_8 | \Xi^0 \rangle + \langle \Xi^- | H_8 | \Xi^- \rangle + \langle P | H_8 | P \rangle + \langle N | H_8 | N \rangle + \\ + \langle \Sigma^+ | H_8 | \Sigma^+ \rangle + \langle \Lambda^0 | H_8 | \Lambda^0 \rangle + \langle \Sigma^0 | H_8 | \Sigma^0 \rangle + \langle \Sigma^- | H_8 | \Sigma^- \rangle = 0. \quad (14.48)$$

Величина

$$\delta = (2m_N + 2m_{\Xi^0} - 3m_{\Lambda^0} - m_{\Sigma^0}) \approx -26 \text{ Мэв}, \quad (14.49)$$

которая была бы равна нулю, если бы массовое расщепление определялось низшим порядком теории возмущений, указывает на масштаб  $H_8$ . На самом деле, можно найти массовое расщепление в следующем порядке по  $H_8$  [104, 106]. Результат можно изобразить в виде параметрического равенства:

$$M_8(T, Y) = M_0 + a_1 Y + b_1 \left( T(T+1) - \frac{Y^2}{4} \right) + Y^2 \delta, \quad (14.50)$$

где три параметра  $M_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$  можно найти из наблюдаемых величин масс:

$$M_0 = 1115 \text{ Мэв},$$

$$a_1 \approx -190 \text{ Мэв},$$

$$b_1 \approx 30 \text{ Мэв},$$

а  $\delta$  определяется формулой (14.49). Формула первого порядка (14.44) эквивалентна (14.50) при условии  $\delta = 0$ . Таким образом, величина  $1/4\delta \sim -6,5 \text{ Мэв}$  в сравнении с  $a_1$  или  $b_1$  является мерой вклада  $(H_8)^2$ . Так как экспериментальная величина  $1/4\delta$  — порядка электромагнитного расщепления внутри изомультиплетов [масштаб которых  $\alpha \sim (137)^{-1}$ ], то можно считать, что  $H_8$  содержит параметр  $\sim 1/10$ . Так, несмотря на большое массовое расщепление в мультиплетах, члены, нарушающие симметрию, могут быть всего лишь порядка 10% (или еще меньше) от сильного  $SU_3$ -симметричного взаимодействия.

Используя ту же технику, можно вывести формулу для масс бозонов. Замечая, что  $K$ -мезоны вырождены по массе (в пренебрежении электромагнитным расщеплением), и рассматривая, как обычно для бозонов, квадраты масс, получим

$$m_{\eta^c}^2 = \frac{(4m_K^2 - m_\pi^2)}{3}, \quad (14.51)$$

что дает  $m_{\eta^c} = 566,5 \text{ Мэв}$  по сравнению с экспериментальной величиной  $m_{\eta^c} = 548,5 \text{ Мэв}$ . Это еще раз показывает, что массовое расщепление хорошо учитывается «полусильным» взаимодействием. (Позднее мы еще вернемся к вопросу о том, почему



нельзя ожидать еще лучшего согласия с опытом.) Для векторных мезонов имеется также формула

$$m_{\varphi^0}^2 = \frac{(4m_{K^*}^2 - m_{\rho}^2)}{3} \approx (928,1 \text{ Мэв})^2, \quad (14.52)$$

которая довольно существенно отличается от экспериментальной величины  $m_{\varphi^0} = 1018,6 \text{ Мэв}$ .

Объяснение этого факта было указано в статье Гелл-Манна [72]<sup>1)</sup>.  $\varphi^0$ -мезон с массой  $1018,6 \text{ Мэв}$  и  $\omega^0$ -мезон с массой  $783,4 \text{ Мэв}$  имеют одинаковые квантовые числа  $Y = T = 0$ . Поэтому оператор  $H_8$ , не меняющий квантовых чисел, может вызывать переходы между этими состояниями. Фактически можно представить себе, что в отсутствие  $H_8$  эти состояния вырождены по массе. С такой точки зрения по существу безразлично, какую из двух частиц,  $\omega^0$  или  $\varphi^0$ , считать  $SU_3$ -синглетом, а какую — нейтральным членом октета. (На самом деле, в статье Гелл-Манна именно  $\omega^0$  считался членом октета, а еще не открытый в то время  $\varphi^0$ -мезон, который Гелл-Манн обозначил через  $B^0$ , считался синглетом.) «Физические частицы» являются не  $\varphi^0$ - или  $\omega^0$ -мезонами, а их линейными комбинациями  $\varphi^P$  и  $\omega^P$ , которые можно записать в виде<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} \omega^P &= \omega^0 \cos \theta_V + \varphi^0 \sin \theta_V, \\ \varphi^P &= \varphi^0 \cos \theta_V - \omega^0 \sin \theta_V, \end{aligned} \quad (14.53)$$

если состояния нормированы. Таким образом, физические частицы не принадлежат к фиксированному представлению  $SU_3$ , и мы должны несколько модифицировать ход рассуждений.

Прежде всего, используя величины масс, мы можем определить угол смешивания  $\theta_V$ , по крайней мере с точностью до знака. Смешанные состояния и их энергии удовлетворяют матричному уравнению (для квадратов масс):

$$m_{\pm}^2 \begin{pmatrix} a_{\pm} \\ b_{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_8^2 + H_{88} & H_{81} \\ H_{81} & M_1^2 + H_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\pm} \\ b_{\pm} \end{pmatrix}. \quad (14.54)$$

Здесь  $m_{\pm}$  — наблюдаемые массы мезонов  $\varphi^P$  и  $\omega^P$ ;  $a_{\pm}$  и  $b_{\pm}$  связаны с  $\cos \theta_V$  и  $\sin \theta_V$ , как будет сейчас показано;  $H_{ij}$  — матричные элементы оператора  $H_8$ , взятые между состояниями  $\omega^0$  и  $\varphi^0$ . Приравняв друг другу недиагональные элементы, мы явно предположили четность взаимодействия, нарушающего

<sup>1)</sup> Детальная разработка этой идеи дана в работах [107—109].

<sup>2)</sup> Сразу не очевидно, что параметры смешивания вещественны. Как будет показано, это следует из  $CP$ -симметрии  $H_8$ .

симметрию, относительно инверсии времени<sup>1)</sup>. Решение этого уравнения:

$$m_{\pm}^2 = \frac{1}{2} (M_8^2 + H_{88}) + \frac{1}{2} (M_1^2 + H_{11}) \pm \sqrt{\frac{1}{4} [(M_8^2 + H_{88}) - (M_1^2 + H_{11})]^2 + H_{18}^2}. \quad (14.55)$$

Естественно принять

$$\begin{aligned} m_{\omega^0}^2 &= M_1^2 + H_{11}, \\ m_{\varphi^0}^2 &= M_8^2 + H_{88}, \end{aligned} \quad (14.56)$$

и так как  $m_+ > m_-$ ,

$$\begin{aligned} m_+^2 &= m_{\varphi^P}^2, \\ m_-^2 &= m_{\omega^P}^2. \end{aligned} \quad (14.57)$$

Возьмем  $m_{\varphi^0}$  из равенства (14.52), тогда

$$M_8^2 + H_{88} = (928,1 \text{ МэВ})^2. \quad (14.58)$$

Очевидно,

$$m_+^2 + m_-^2 = m_{\omega^P}^2 + m_{\varphi^P}^2 = m_{\varphi^0}^2 + m_{\omega^0}^2, \quad (14.59)$$

отсюда

$$M_1^2 + H_{11} = m_{\omega^0}^2 = (889,2 \text{ МэВ})^2. \quad (14.60)$$

Теперь из формулы (14.55) можно найти  $|H_{81}|$ . (Таким путем мы не можем определить знак  $H_{81}$ , так что угол  $\theta_V$  определен не полностью.) Итак,

$$\frac{(m_+^2 - m_-^2)^2}{4} = \frac{(m_{\varphi^0}^2 - m_{\omega^0}^2)^2}{4} + H_{81}^2, \quad (14.61)$$

или

$$\begin{aligned} H_{81} &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{(m_{\varphi^P}^2 - m_{\omega^P}^2)^2 - (m_{\varphi^0}^2 - m_{\omega^0}^2)^2} = \\ &= \pm \frac{(m_{\omega^P} + m_{\varphi^P})}{2} \sqrt{(m_{\varphi^P} - m_{\omega^P})^2 - \frac{(m_{\varphi^0}^2 - m_{\omega^0}^2)^2}{(m_{\varphi^P} + m_{\omega^P})^2}} = \\ &= \pm (m_{\omega^P} + m_{\varphi^P}) (108,5 \text{ МэВ}). \end{aligned} \quad (14.62)$$

<sup>1)</sup> Одна из последних попыток описать нарушение  $CP$ -симметрии в распадах  $K^0$ -мезонов предполагает, что взаимодействие, нарушающее  $SU_3$  (т. е.  $H_8$ ), также нарушает  $CP$  или  $T$ . Обсуждение этого вопроса см. в докладе Прентки [110].

Состояния  $\varphi^P$  и  $\omega^P$  строятся согласно формуле (14.54). Действительно,

$$\frac{a_{\pm}}{b^{\pm}} = \frac{H_{81}}{m_{\pm}^2 - m_{\varphi^0}^2} = \frac{m_{\pm}^2 - m_{\omega^0}^2}{H_{81}}, \quad (14.63)$$

в частности

$$\frac{a_+}{b_+} = -\operatorname{ctg} \theta_V = \frac{m_{\varphi^P}^2 - m_{\omega^0}^2}{H_{81}}, \quad (14.64)$$

откуда с помощью равенств (14.60) и (14.62)

$$\theta_V = \pm 40^\circ. \quad (14.65)$$

Примитивная модель кварков дает следующую интерпретацию этого результата [92]. Волновые функции  $\varphi^0$  и  $\omega^0$  имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi^0 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 - 2q^3 q_3), \\ \omega^0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 + q^3 q_3). \end{aligned} \quad (14.66)$$

Мы будем предполагать для простоты, что потенциал  $U$ , который связывает кварки в мезоны, не зависит от квантовых чисел связываемых кварков.

Тогда

$$\begin{aligned} m_{\varphi^0} &= \frac{1}{6} (12m + 8\Delta) = \mu + \frac{4}{3} \Delta, \\ m_{\omega^0} &= \frac{1}{3} (6m + 2\Delta) = \mu + \frac{2}{3} \Delta, \end{aligned} \quad (14.67)$$

где  $\Delta$  — разность масс между кварками  $q_3$  и  $q_1$  (или  $q_2$ ), а  $\mu$  — масса, которую имели бы  $\varphi^0$  и  $\omega^0$ , если бы  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$  не отличались по массе. Матричный элемент перехода можно оценить, учитывая, что в модели кварков, согласно формуле (14.37),

$$H_8 = \Delta \cdot q^3 q_3, \quad (14.68)$$

так что элемент  $H_{81}$  пропорционален<sup>1)</sup>  $\Delta$ . Если считать, что волновые функции кварка  $q_3$  в  $\omega^0$  и  $\varphi^0$  полностью перекрываются, то

$$H_{81} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \Delta, \quad (14.69)$$

откуда, используя (14.55) и (14.67), получим для масс [92]

$$\mu_{\pm} = \mu + \Delta \pm \sqrt{\Delta^2}, \quad (14.70)$$

<sup>1)</sup> Мы используем формулу, линейную по массам, которая для векторных мезонов численно очень мало отличается от квадратичной формулы.

так что в этой модели

$$\operatorname{ctg} \theta_V = \frac{(\mu + \Delta) - \left(\mu + \frac{2}{3} \Delta\right)}{\frac{2}{3} \sqrt{2} \Delta} = \sqrt{2}. \quad (14.71)$$

Считая, что угол заключен в первом квадранте, получим

$$\sin \theta_V = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta_V. \quad (14.72)$$

Сравним значение  $\theta_V$ , найденное эмпирически, с этим предсказанием модели кварков:

$$(\operatorname{tg} \theta_V)_{\text{набл}} = \pm 0,83, \quad (14.73)$$

$$(\operatorname{tg} \theta_V)_{\text{кварк}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71, \quad \theta_V \approx 35^\circ. \quad (14.74)$$

При этом физические состояния с массами  $m_{\pm}$  связаны с кварками следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi^P &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 - 2q^3 q_3) - \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 + q^3 q_3) = -q^3 q_3 \end{aligned} \quad (14.75)$$

и

$$\begin{aligned} \omega^P &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 + q^3 q_3) + \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 - 2q^3 q_3) = \frac{1}{\sqrt{2}} (q^1 q_1 + q^2 q_2). \end{aligned} \quad (14.76)$$

Равенство (14.69) дает простую оценку разности масс кварков  $\Delta$ :

$$m_{\varphi^P} - m_{\omega^P} = 2\Delta, \quad (14.77)$$

или

$$\Delta \approx 118 \text{ Мэв}. \quad (14.78)$$

Очевидно, что рассмотренное перемешивание состояний изменит предсказания относительно распадов  $\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$  и  $\varphi \rightarrow \pi^0 + \gamma$ , данные выше. На самом деле, распад  $\omega^P$  определяется матричным элементом оператора  $M_z$  (14.32):

$$\langle \pi^0 | M_z | \omega^P \rangle = \langle \pi^0 | M_z | \omega^0 \rangle \cos \theta_V + \langle \pi^0 | M_z | \varphi^0 \rangle \sin \theta_V. \quad (14.79)$$

Так как  $\varphi^0$  и  $\omega^0$  принадлежат к различным представлениям  $SU_3$ , мы не можем продвинуться дальше без какой-либо модели, связывающей эти представления.

В примитивной модели кварков, используя идеи, которые привели к равенству (14.33), находим

$$\langle \pi^0 | M_z | \omega^P \rangle = \mu_P \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_V + \frac{1}{\sqrt{3}} \mu_P \sin \theta_V. \quad (14.80)$$

Таким образом, если  $\operatorname{tg} \theta_V = 1/\sqrt{2}$ , то

$$\langle \pi^0 | M_z | \omega^P \rangle = \mu_P \quad (14.81)$$

и<sup>1)</sup>

$$\Gamma(\omega^P \rightarrow \pi^0 + \gamma) = 1,18 \text{ Мэв}. \quad (14.82)$$

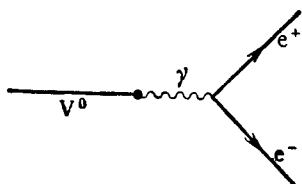
Легко показать также, что в модели кварков

$$\langle \pi^0 | M_z | \phi^P \rangle = \mu_P \sqrt{\frac{1}{3}} \cos \theta_V - \mu_P \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta_V, \quad (14.83)$$

так что в «идеальном» случае

$$\langle \pi^0 | M_z | \phi^P \rangle = 0, \quad (14.84)$$

как и следует из формулы (14.75), потому что при таком угле  $\theta_V$  мезон  $\phi^P$  состоит только из странных кварков, а  $\pi^0$  — только из нестранных кварков.



Фиг. 73.

Интересной проверкой этих представлений, в частности смешивания  $\phi$ - и  $\omega$ -мезонов, является измерение отношения

$$\frac{\Gamma(\omega \rightarrow e^+ + e^-)}{\Gamma(\phi \rightarrow e^+ + e^-)}.$$

В низшем порядке по  $\alpha$  оба процесса описываются диаграммой<sup>2)</sup> фиг. 73. Как отмечалось в гл. 6, связь между фотоном

<sup>1)</sup> Ср. с формулой (14.34).

<sup>2)</sup> Для бесспиновых частиц эта диаграмма не дает вклада в распад, так как

$$q_\mu (\bar{u}_e - \gamma_\mu u_e) = 0.$$

и  $V^0$ , рассматриваемая в обычной теории возмущений<sup>1)</sup>, может быть записана в виде

$$e\lambda_V q^2 V_\mu A_\mu, \quad (14.85)$$

где  $\lambda_V$  — размерная константа (вообще говоря, формфактор). Множитель  $q^2$  введен для того, чтобы не нарушить градиентную инвариантность. В общем случае и  $\varphi^0$ , и  $\omega^0$  связываются непосредственно с фотоном. Однако в  $SU_3$ -ковариантной электродинамике в предположении, что  $J_\mu^Y$  преобразуется как компонента октета (и не содержит  $SU_3$ -инвариантной части), матричный элемент перехода  $\omega^0 \rightarrow \gamma$  обращается в нуль:

$$\langle 0 | J_\mu^Y | \omega^0 \rangle = 0, \quad (14.86)$$

так как и  $|\omega^0\rangle$ , и  $|0\rangle$  в пределе точной симметрии  $SU_3$ -инвариантны, а  $J_\mu^Y$  преобразуется как «вектор». С учетом перемешивания [формула (14.53)] и  $\varphi^P$ , и  $\omega^P$  могут переходить в фотон с эффективными константами

$$\begin{aligned} \lambda_{\omega^P} &= \lambda \sin \theta_V, \\ \lambda_{\varphi^P} &= \lambda \cos \theta_V. \end{aligned} \quad (14.87)$$

Диаграмме фиг. 73 соответствует матричный элемент<sup>2)</sup>

$$M = \frac{1}{\sqrt{2m_V}} e\lambda_V V_\mu \bar{u}_e \gamma_\mu u_{e^+}. \quad (14.88)$$

Вычислив вероятности, находим теоретическое отношение [111]

$$\frac{\Gamma(\omega^P \rightarrow e^+ + e^-)}{\Gamma(\varphi^P \rightarrow e^+ + e^-)} = \text{tg}^2 \theta_V \frac{m_{\omega^P}}{m_{\varphi^P}}. \quad (14.89)$$

В «идеальной» модели кварков при  $\text{tg}^2 \theta_V = 1/2$  это отношение равно 0,38. До сих пор лептонные распады  $\varphi^P$  не были замечены, но было зарегистрировано несколько распадов  $\omega^P$  с относительной вероятностью  $0,005 \pm 0,002$  [11]. Может быть, самым интересным в этом результате является то, что лептонный распад  $\omega^P$  вообще был замечен. С нашей точки зрения, это свидетельствует о нарушении  $SU_3$ -симметрии путем смешивания с  $\varphi^0$ . Не следует, однако, забывать, что мы считаем ток  $J_\mu^Y$  чистым октетом. Возможно, что  $J_\mu^Y$  имеет также и синглетную компоненту. Это разрешило бы переход  $\omega^0 \rightarrow \gamma$ . При этом изменилось бы также обсуждавшееся в предыдущей главе предска-

<sup>1)</sup> Другой подход, не обычный, не исключительно интересный, см. в работе [95]. Мы его вкратце опишем.

<sup>2)</sup> Фотонный пропагатор сократился с множителем  $q^2$  в формуле (14.85)

зание  $\mu_A = 1/2\mu_N$ . Экспериментальная ситуация пока еще слишком неопределенна и не позволяет исключить эту возможность.

В гл. 4 было высказано предположение, что векторные мезоны  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\phi$  взаимодействуют с сохраняющимися токами<sup>1)</sup>. Теперь мы можем обсудить эту идею более детально. Сильные взаимодействия допускают существование пяти абсолютно сохраняющихся «зарядов»:  $T$ ,  $B$ ,  $Y$ . Представляется весьма заманчивым связать с соответствующими токами пять векторных мезонов  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ . Естественно связать<sup>2)</sup>  $\rho$  с  $J_\mu^Y$ ,  $\omega$  — с  $J_\mu^B$  и<sup>3)</sup>  $\phi$  — с  $J_\mu^T$ . Тот факт, что эти векторные мезоны связаны с *сохраняющимися* токами, обуславливает принцип «универсальности» для констант связи, которые появляются в различных процессах с участием векторных мезонов, так же как сохранение электрического заряда требует равенства электрических зарядов всех частиц. В статье Сакураи [112] дан подробный разбор следствий этого утверждения для  $\rho$ -мезона. Константа связи  $\rho$ -мезона  $f_\rho$  определена лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L}_\rho = f_\rho \mathbf{p}_\mu \left\{ i\bar{N} \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \boldsymbol{\gamma}_\mu N - \boldsymbol{\pi} \times \partial_\mu \boldsymbol{\pi} + \dots \right\}; \quad (14.90)$$

здесь многоточием обозначены поля других частиц, странных гиперонов и мезонов, входящие в изоспиновый ток. Постоянную  $f_\rho^2/4\pi$  можно найти непосредственно из вероятности распада  $\rho \rightarrow 2\pi$

$$\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = \frac{2}{3} \frac{f_\rho^2}{4\pi} \frac{p_\pi^3}{m_\rho^2}. \quad (14.91)$$

Так как экспериментальное значение<sup>4)</sup>  $\Gamma(\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0) = 160 \text{ Мэв}$ , то мы имеем  $f_\rho^2/4\pi \approx 2,9$ . В статье Сакураи обсуждается несколько процессов с участием реальных и виртуаль-

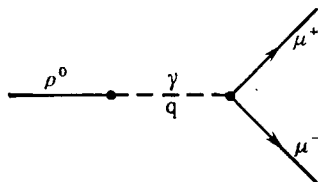
<sup>1)</sup> Первое указание на эту возможность содержится в работе Сакураи [1].

<sup>2)</sup> В работе [95] показано, что если  $\rho$ -мезон связан с сохраняющимся током  $\mathbf{V}$ , то из сохранения изоспина, гиперзаряда и барионного числа с необходимостью следует  $\int V_{03}(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r} = \lambda T_3$ , где  $\lambda$  — константа.

<sup>3)</sup> Напомним, что основным распадом  $\phi$ -мезона является  $\phi \rightarrow \bar{K}K$ .

<sup>4)</sup> Сакураи использовал величины  $\Gamma(\rho^+) = 128,7 \pm 7,7 \text{ Мэв}$  и нашел  $f_\rho^2/4\pi = 2,4 \pm 0,2$ . Мы используем более новое значение [10], что дает большую величину  $f_\rho$  и, возможно, лучше согласуется с другими способами измерения  $f_\rho$ . Как указано в обзоре [10], ширины  $\rho$ -мезона, измеренные в различных экспериментах, сильно различаются, поэтому ситуация не ясна. Если использовать ширину  $\rho^0$ -мезона, равную  $140 \text{ Мэв}$ , то  $f_\rho^2/4\pi \approx 2,55$ .

ных  $\rho$ -мезонов. Автор приходит к выводу, что, несмотря на различные приближения, необходимые для оценки  $f_\rho$ , все значения  $\rho$ -мезонной константы связи по существу совпадают. Один из этих процессов — распад  $\rho^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ , который идет согласно диаграмме фиг. 74. Здесь мы снова встречаемся с неизвестной константой перехода  $\rho^0 \rightarrow \gamma$ , которая входит в лагранжиан в члене  $q^2 e \lambda_\rho \rho_\mu A_\mu$ , если считать  $\rho^0$ -мезон стабильным и рассматривать его как обычную частицу. Конечно,  $\rho^0$ -мезон далеко не стабилен. В работе Гелл-Манна, Шарпа и Вагнера [113] приведены аргументы в пользу того, что, рассматривая  $\rho$ -мезон как резонанс, можно заменить множитель  $q^2 \lambda_\rho$  на  $m_\rho^2 / f_\rho$ , где  $m_\rho$  — масса  $\rho^0$ -мезона, а  $f_\rho$  — введенная выше константа связи. Мно-



Фиг. 74.

гих удивил этот результат. Позже была найдена простая градиентно-инвариантная модель [95], в которой этот факт непосредственно проверяется. В этой модели  $\rho^0$  взаимодействует с изоспиновым током, как в формуле (14.90). Новая идея состоит в том, что *полный* изовекторный электромагнитный ток  $J_\mu^V$  определяется равенством

$$J_\mu^{V\gamma} = \frac{-m_\rho^2}{f_\rho} \rho_\mu, \quad (14.92)$$

где  $f_\rho$  — та же самая константа. Здесь постоянный множитель однозначно следует из сравнения полевого уравнения для  $\rho^0$ -мезонного поля

$$(-\square + m_\rho^2) \rho_\mu^0 = f_\rho J_{\mu 3}^V \quad (14.93)$$

с уравнением для фотона в этой модели

$$-\square A_\mu = J_\mu^{V\gamma} = \lambda \rho_\mu, \quad (14.94)$$

где  $J_{\mu 3}^V \neq J_\mu^{V\gamma}$ . Мы можем найти  $\lambda$  из условия, что для нестранных мезонов выполнялось равенство

$$\begin{aligned} Q &= \lambda \int \rho^0(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r} = T_3 = \int J_{03}(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r} = \\ &= \int (-\square + m_\rho^2) \frac{\rho^0}{f_\rho} d\mathbf{r} = \frac{-m_\rho^2}{f_\rho} \int \rho^0(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (14.95)$$



Таким образом, вообще в этой модели если  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  — любые два состояния с *одинаковым* зарядом, то

$$\langle A|J_{\mu}^{V\gamma}(0)|B\rangle = \frac{-m_{\rho}^2}{f_{\rho}} \langle A|\rho_{\mu}^0|B\rangle. \quad (14.96)$$

Матричный элемент, описывающий переход  $\rho^0 \rightarrow \gamma$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \langle 0|J_{\mu}^{V\gamma}(0)|\rho_{\lambda}\rangle &= \frac{-m_{\rho}^2}{f_{\rho}} \langle 0|\rho_{\mu}^0(0)|\rho_{\lambda}\rangle, \\ &= \frac{-m_{\rho}^2}{f_{\rho}} \frac{\epsilon_{\mu}\delta_{\lambda\mu}}{\sqrt{2}m_{\rho}} \quad (\text{без суммирования по } \mu), \end{aligned} \quad (14.97)$$

где  $\epsilon_{\mu}$  — вектор поляризации  $\rho^0$ -мезона.

Вычислив вклад диаграммы фиг. 74 и используя этот матричный элемент, получим вероятность лептонного распада  $\rho^0$ -мезона:

$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow l^+ + l^-) = \left(\frac{e^2}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{4\pi}{f_{\rho}^2}\right) \frac{m_{\rho}}{3} \left[1 + \frac{2m_l}{m_{\rho}}\right] \left[1 - 4\left(\frac{m_l}{m_{\rho}}\right)^2\right]^{1/2}, \quad (14.98)$$

где  $l$  — лептон. Эксперимент<sup>1)</sup> [114] дает для относительной вероятности распада  $\rho^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  величину  $(0,33_{-0,07}^{+0,16}) \cdot 10^{-2}$ , и в результате

$$\frac{f_{\rho}^2}{4\pi} \approx 2,7 \quad (14.99)$$

в разумном согласии с величиной  $f_{\rho}$ , полученной из распада  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ . Из этой модели следует также, что

$$\langle A|J_{\mu}^{V\gamma}(0)|B\rangle = \frac{m_{\rho}^2}{q^2 + m_{\rho}^2} \langle A|J_{\mu}^{\rho}(0)|B\rangle, \quad (14.100)$$

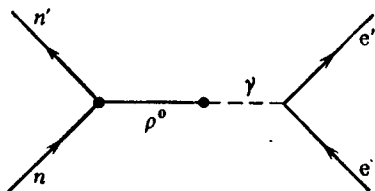
где  $J_{\mu}^{\rho}$  — ток источников  $\rho$ -мезонного поля, т. е. изоспиновый ток. Это означает, что диаграмма фиг. 75, описывающая рассеяние электрона на нуклоне, дает следующую величину изовекторных формфакторов:

$$F_{1,2}^V(q^2) = \frac{m_{\rho}^2}{q^2 + m_{\rho}^2} F_{1,2}^{\rho}(q^2), \quad (14.101)$$

<sup>1)</sup> Сакураи [112] использовал для относительной вероятности этого распада величину  $(0,44_{-0,09}^{+0,21}) \cdot 10^{-2}$  и старое значение  $\Gamma(\rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0) = 128,7 \pm 7,7$ . Его результат  $f_{\rho}^2/4\pi = 2,5_{-0,8}^{+0,6}$ .

так что если формфактор  $\rho$ -мезон-нуклонной вершины падает как  $1/q^2$ , то электромагнитные формфакторы будут падать как  $1/q^4$  в согласии с экспериментальными наблюдениями.

Аналогичным образом можно рассмотреть изоскалярные векторные мезоны  $\omega$  и  $\phi$ . Лишь в пределе точной  $SU_3$ -симметрии можно считать, что  $\omega^0$  взаимодействует только с барионным током  $J_\mu^B$ , а  $\phi^0$  — только с гиперзарядовым током  $J_\mu^Y$ . Однако анализ значительно усложняется перемешиванием мезонных со-



Фиг. 75.

стояний. Все эти идеи были использованы при анализе рассеяния электрона на протоне [115], который мы сейчас воспроизведем. При этом основными параметрами являются константы переходов векторных мезонов в фотон и связи векторных мезонов с нуклоном. Прежде всего, принимая описанные выше свойства преобразования токов относительно группы  $SU_3$  и перемешивание мезонных состояний, покажем, что амплитуды переходов векторных мезонов в фотон для всех трех мезонов выражаются через одну константу (точнее, формфактор)  $C_V$  и угол перемешивания  $\omega^0$  и  $\phi^0$ , т. е.  $\theta_V$ .

Комбинация  $\sqrt{3} \phi^0 - \rho^0$  принадлежит к  $U$ -спиновому триплету векторных мезонов. Пользуясь тем, что ток  $J_\mu^Y$  — скаляр относительно  $U$ -спина, имеем

$$\langle \sqrt{3} \phi^0 - \rho^0 | J_\mu^Y | 0 \rangle = 0, \quad (14.102)$$

так что

$$\sqrt{3} C_{\phi^0 \gamma} = C_{\rho^0 \gamma}. \quad (14.103)$$

Кроме того, как отмечалось ранее,

$$C_{\omega^0 \gamma} = 0. \quad (14.104)$$

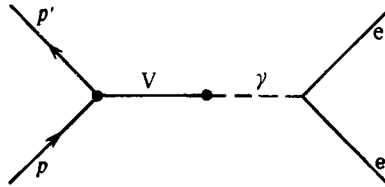
Таким образом, для физических  $\varphi$ - и  $\omega$ -мезонов получим<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned} C_{\varphi P_V} &= \frac{1}{\sqrt{3}} C_{\rho^0_V} \cos \theta_V, \\ C_{\omega P_V} &= \frac{1}{\sqrt{3}} C_{\rho^0_V} \sin \theta_V. \end{aligned} \quad (14.105)$$

Используя введенные ранее обозначения, имеем

$$C_{\rho_V} = \frac{m_p^2}{f_p}. \quad (14.106)$$

Как отмечалось в предыдущей главе, наиболее общая форма  $SU_3$ -инвариантного мезон-нуклонного взаимодействия типа



Фиг. 76.

Юкавы имеет вид (векторные и беспинорные индексы опущены)

$$\mathcal{L}_{NNV} = f \text{Sp} [[\bar{B}, B]_- V] + d \text{Sp} [[\bar{B}, B]_+ V], \quad (14.107)$$

где  $\bar{B}$ ,  $B$  и  $V$  — матрицы третьего порядка. Прямым вычислением получаем

$$\begin{aligned} \rho^0 &\leftrightarrow d + f, \\ \varphi^0 &\leftrightarrow \sqrt{3} f - \frac{1}{\sqrt{3}} d. \end{aligned} \quad (14.108)$$

На самом деле, как показано в гл. 7, при инвариантности относительно обращения времени взаимодействие векторного мезона с нуклоном описывается двумя членами, пропорциональными  $\gamma_\mu$  и  $\sigma_{\mu\nu} q_\nu$ , так что всего имеется четыре параметра (формфактора):  $f_1$ ,  $f_2$  и  $d_1$ ,  $d_2$ . Еще две константы,  $d_{s_1}$  и  $d_{s_2}$ , характеризуют взаимодействие  $SU_3$ -скалярного  $\omega^0$ -мезона с нуклоном (взаимодействие вида  $\text{Sp} [[\bar{B}, B]_+ \omega^0]$ ). Без дополнительных теоретических предположений нельзя установить какой-либо связи между  $d_s$  и  $d$ . Вычислим теперь электромагнитные формфакторы. Для простоты сделаем  $F_2(q^2)$  безразмерным, выделив множитель  $e/2M$  (нуклонный магнетон).

<sup>1)</sup> При нашем выборе параметра  $\theta_V$  величина  $C_{\varphi P_V}$  отличается знаком от результата работы Массамы и Дзюкики [115].

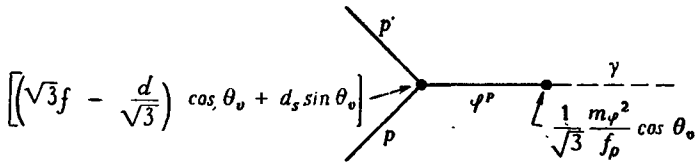
Из диаграммы фиг. 76 получим

$$F_1^V(q^2) = \frac{(f_1 + d_1)}{f_\rho} \frac{1}{(1 + q^2/m_\rho^2)} \quad (14.109)$$

и

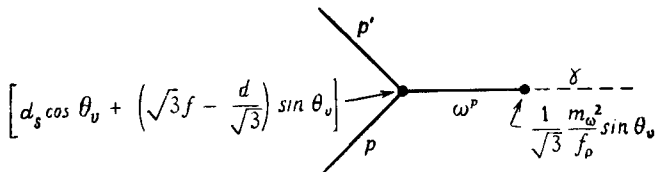
$$F_2^V(q^2) = \frac{(f_2 + d_2)}{f_\rho} \frac{1}{(1 + q^2/m_\rho^2)}. \quad (14.110)$$

Вследствие перемешивания состояний изоскалярные формфакторы несколько сложнее. Пусть нуклон испускает мезоны  $\varphi^P$  и  $\omega^P$ . Тогда из диаграмм фиг. 77 и 78



Ф и г. 77.

+



Ф и г. 78.

получаются следующие выражения для формфакторов:

$$F_i^S(q^2) = \frac{1}{f_\rho} \left\{ \frac{1}{\frac{q^2}{m_\varphi^2} + 1} \left[ \cos^2 \theta_v \left( f_i - \frac{1}{3} d_i \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta_v \sin \theta_v d_{S_i} \right] + \frac{1}{\frac{q^2}{m_\omega^2} + 1} \left[ \sin^2 \theta_v \left( f_i - \frac{1}{3} d_i \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta_v \sin \theta_v d_{S_i} \right] \right\}. \quad (14.111)$$

Как отмечалось при анализе рассеяния электронов, данные о формфакторах при больших  $q^2$  не могут быть описаны формулой вида (14.111) с постоянными  $f$  и  $d$ . Массам и Дзикики [115] делают простое предположение, что зависимость вершинных функций  $f$  и  $d$  от  $q^2$  имеет вид

$$\frac{1}{(q/\Lambda)^2 + 1},$$

где  $\Lambda$  — некоторая «масса», которую следует определять из данных о рассеянии электронов, так как другого способа пока нет. Для простоты предполагалось, что в  $f_i$  и  $d_i$  входит одна и та же величина  $\Lambda$ . Можно было бы также предположить, что амплитуда перехода векторного мезона в фотон зависит от  $q^2$ . В модели Кролла и др. [95] эта зависимость учитывается множителем

$$\frac{1}{\left(\frac{q}{m_V}\right)^2 + 1},$$

а  $f_\rho$  считается константой. Во всяком случае, по-видимому, нет указаний на дополнительную зависимость от  $q^2$ . Итак, имеется восемь параметров. (Мы не рассматриваем  $f_\rho$  как свободный параметр, так как эту величину можно либо пайти из данных по  $\rho$ -мезону, либо, учитывая, что  $f_\rho$  входит как множитель во все формфакторы, считать неизвестными отношения  $f_i$  и  $d_i$  к  $f_\rho$ .) Эти параметры связаны четырьмя равенствами, фиксирующими заряды и магнитные моменты нейтрона и протона:

$$\frac{1}{2}(F_1^S(0) + F_1^V(0)) = 1, \quad (14.112)$$

$$F_1^S(0) - F_1^V(0) = 0$$

и

$$\frac{1}{2}(F_2^S(0) + F_2^V(0)) = 1,79, \quad (14.113)$$

$$\frac{1}{2}(F_2^S(0) - F_2^V(0)) = -1,91.$$

Из (14.112) следует

$$\frac{f_1}{f_\rho} = \frac{1}{2} \quad (14.114)$$

и  $d_1 = 0$ , так что «зарядовая» связь векторных мезонов с нуклонами — типа  $F$ . Это условие естественно возникает в теории, в которой  $\rho$ - и  $\varphi$ -мезоны связаны с сохраняющимися токами, несущими  $T$  и  $Y$ . «Фундаментальное» взаимодействие  $\rho$ -мезона [см. формулу (13.131)] имело бы вид

$$\rho_\mu^0 \text{Sp} \{ \bar{B} \gamma_\mu [B, \lambda_3]_- - \partial_\mu M [M, \lambda_3]_- \}, \quad (14.115)$$

где  $M$  — матрица октета псевдоскалярных мезонов. С этой точки зрения формула (14.115) представляла бы «феноменологическую»  $\rho^0$ -мезон-барионную вершину  $\langle B | \rho^0 | B \rangle$ . Принадлежащий целиком к октету мезон  $\varphi^0$  взаимодействовал бы с гиперзарядовым током

$$\varphi_\mu^0 \text{Sp} \left\{ \bar{B} \gamma_\mu \left[ B, \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}} \right]_- - \partial_\mu M \left[ M, \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}} \right]_- \right\}. \quad (14.116)$$

Тогда условие

$$Q = \lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8, \quad (14.117)$$

как и прежде, определяет  $d_1$  и  $f_1$ . С этой точки зрения  $f_2$  и  $d_2$  являются «индуцированными», так как в основное взаимодействие входит только  $\gamma_{\mu}$ . Эти параметры можно выразить через  $\mu_P$  и  $\mu_N$ :

$$\begin{aligned} \frac{f_2}{f_0} &= \mu_P + \frac{\mu_N}{2}, \\ \frac{d_2}{f_0} &= -\frac{3}{2} \mu_N. \end{aligned} \quad (14.118)$$

Осталось определить  $d_{S_i}$ . Как заметили Массам и Дзикики [115], более высокие симметрии<sup>1)</sup>, подобные  $SU_6$ , в которых девять векторных мезонов рассматриваются симметрично, могут определить связь между  $d_{S_i}$  и  $d_i$ :

$$d_{S_i} = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} d_i \quad (14.119)$$

и

$$\operatorname{tg} \theta_V = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (14.120)$$

При этом анализ данных о рассеянии дает

$$\Lambda = 980 \pm 18 \text{ Мэв.}$$

Это разумный результат, так как вершина  $\langle N | V | N \rangle$ , формфакторы которой определяются величиной  $\Lambda$ , вполне может иметь полюс при величине, равной массе векторного мезона. Что это за масса, зависит от того, какие векторные мезоны испускаются — перемешанные или не перемешанные. В нашем анализе это различие сглаживается предположением, что параметр  $\Lambda$  одинаков для всех вершин, поэтому не удивительно, что  $\Lambda$  лежит между значениями масс  $\rho$ - и  $\phi$ -мезонов. Была проанализирована возможность изменения всех параметров  $\theta_V$  и т. д. В результате оказалось [115], что предсказания идеальной кварковой модели не противоречат эксперименту.

Наблюдается один процесс, который противоречит правилам отбора простейшей кварковой модели. Как было показано, при  $\operatorname{tg} \theta_V = 1/\sqrt{2}$

$$\varphi^P = -q^3 q_3. \quad (14.121)$$

<sup>1)</sup> Детальный обзор предсказаний высших симметрий см. в работе Пайса [116].

Таким образом, все распады типа  $\varphi^P \rightarrow \rho\pi$  (или  $\varphi^0 \rightarrow \pi\pi$ ) строго запрещены, так как в этом пределе  $\varphi$ -мезон состоит только из «странных» кварков, а  $\rho$  и  $\pi$  — только из нестранных кварков. Известно [10], что распады  $\varphi \rightarrow \rho\pi$  и  $\varphi \rightarrow 3\pi$  идут с относительной вероятностью ( $12 \pm 4\%$ ). Другие способы распада  $\varphi$ -мезона:  $\varphi \rightarrow K^+ + K^-$  ( $48 \pm 3\%$ ) и  $1) \varphi \rightarrow K_1^0 + K_2^0$  ( $40 \pm 3\%$ ). Это нарушение кварковой модели было проанализировано Глешоу и Соколовым [117], которые пришли к заключению, что  $\theta_V = 39^\circ \pm 1$ . Массовая формула дает  $\theta_V = 40^\circ$ , а в модели кварков  $\theta_V \approx 35^\circ$ . В работе [117] были сделаны некоторые теоретические предположения; мы отсылаем интересующегося читателя к оригинальной статье.

Проанализируем распад  $\varphi \rightarrow K\bar{K}$  с точки зрения  $SU_3$ -симметрии. Частицы  $K\bar{K}$  рождаются из  $\varphi$ -мезона в  $P$ -состоянии, и так как оператор зарядового сопряжения  $C$  имеет собственные значения  $(-1)^l$  ( $l$  — орбитальный момент) для двухмезонных состояний типа  $A\bar{A}$ , то эта система нечетна относительно  $C$  или антисимметрична относительно перестановки частицы с античастицей. Это значит, что синглетная ( $\omega^0$ ) составляющая  $\varphi^P$  не может давать распада на  $K\bar{K}$ , так как единственная  $SU_3$ -инвариантная связь  $2) \text{ типа } V - K\bar{K}$  — это  $\omega_\mu^0 \text{ Sp}[M\partial_\mu M]$ . В эту связь  $K$  и  $\bar{K}$  входят симметрично. Но составляющая  $\varphi^0$  может переходить в  $K\bar{K}$  благодаря антисимметричной октетной связи  $\text{Sp}[V_\mu[M, \partial_\mu M]]$ . Используя это обстоятельство, можно связать распад  $\varphi^P \rightarrow K\bar{K}$  с  $\rho \rightarrow \pi\pi$

$$\frac{\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K})}{\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi\pi)} = \frac{3}{4} \cos^2 \theta_V. \quad (14.122)$$

Эта формула сама по себе очень плохо согласуется с экспериментом; ее следует исправить с учетом фазового объема, так как, например, масса двух заряженных  $K$ -мезонов равна  $987,4 \text{ Мэв}$  — не намного меньше, чем масса  $\varphi^P$ -мезона  $3) \text{)}$ . Используя (14.122) при  $\theta_V = 40^\circ$ , с учетом фазового объема получим

$$\Gamma(\varphi \rightarrow K^+ + K^-) = \frac{2}{3} \left( \frac{3}{4} \cos^2 \theta_V \right) \frac{f_\rho^2}{4\pi} \left( \frac{p_K^3}{m_K^2} \right) \approx 1,7 \text{ Мэв}, \quad (14.123)$$

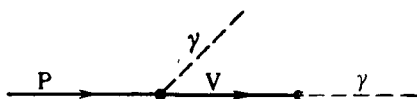
1)  $K_1^0$  и  $K_2^0$  — коротко- и долгоживущие нейтральные  $K$ -мезоны соответственно.

2) Например,  $\text{Sp}(M^T M)$  не является  $SU_3$ -инвариантом и не сохраняет заряда.

3) Напомним, что полная ширина  $\varphi^P$ -мезона равна  $\Gamma_{\varphi^P} = 4,0 \pm 1,0 \text{ Мэв}$ .

где мы воспользовались значением  $f_{\rho}^2/4\pi \approx 2,9$ . Это число находится в разумном согласии с экспериментальной величиной  $\Gamma(\varphi \rightarrow K^+ + K^-) \sim 1,9$  Мэв.

Закончим эту главу несколькими дополнительными замечаниями о нарушении  $SU_3$ -симметрии. Из сказанного о нонете

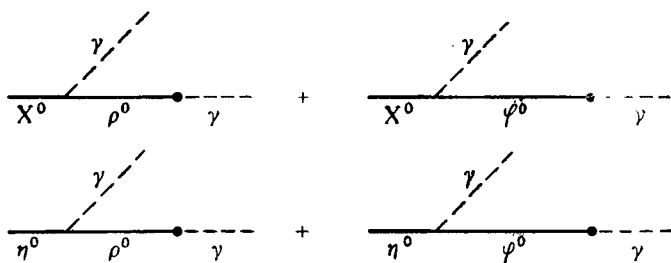


Ф и г. 79.

векторных мезонов ясно, что у псевдоскалярных мезонов должен также существовать эффект перемешивания состояний  $\eta^0$  и  $X^0$ . Масса  $X^0$  равна  $958,3 \pm 0,8$  Мэв, а масса  $\eta^0$  составляет  $548,6 \pm 0,4$  Мэв, поэтому октетное и синглетное состояния довольно хорошо разделены и можно ожидать, что псевдоскалярный угол перемешивания  $\theta_P$  намного меньше, чем  $\theta_V$ . Если написать

$$\begin{aligned} x^P &= X^0 \cos \theta_P + \eta^0 \sin \theta_P, \\ \eta^P &= \eta^0 \cos \theta_P - X^0 \sin \theta_P \end{aligned} \quad (14.124)$$

и вычислить, как и раньше, массу  $\eta^0$ , то получится  $\theta_P = \pm 10,8^\circ$ . Это перемешивание несколько изменит некоторые предсказания



Ф и г. 80.

$SU_3$ -симметрии. Рассмотрим, например, три распада  $x^P \rightarrow \gamma + \gamma$ ,  $\eta^P \rightarrow \gamma + \gamma$  и  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$  [92, 118]. Обозначим

$$\begin{aligned} \langle \gamma\gamma | X^0 \rangle &= A, \\ \langle \gamma\gamma | \eta^0 \rangle &= B, \\ \langle \gamma\gamma | \pi^0 \rangle &= \sqrt{3} B. \end{aligned} \quad (14.125)$$



Последнее соотношение является следствием  $SU_3$ , как показано в предыдущей главе. Тогда

$$\begin{aligned}\langle \gamma\gamma | x^P \rangle &= A \cos \theta_P + B \sin \theta_P, \\ \langle \gamma\gamma | \eta^P \rangle &= B \cos \theta_P - A \sin \theta_P, \\ \langle \gamma\gamma | \pi^0 \rangle &= B \sqrt{3}.\end{aligned}\quad (14.126)$$

Большого без какой-либо модели получить нельзя. Естественной моделью [113] является диаграмма фиг. 79, где  $P$  — псевдоскалярный мезон,  $V$  — векторный мезон. Как было показано ранее, переход  $\omega^0 \rightarrow \gamma$  запрещен в пределе точной  $SU_3$ -симметрии. Если считать, что  $X^0$  и  $\eta^0$  переходят в  $\varphi^0$ , то их распады описываются диаграммами фиг. 80. В пределе точной  $SU_3$ -симметрии, согласно формулам (14.23) и (14.27), имеем

$$\begin{aligned}\langle \rho^0\gamma | X^0 \rangle &= \sqrt{3} \langle \varphi^0\gamma | X^0 \rangle, \\ \langle \rho^0\gamma | \eta^0 \rangle &= -\sqrt{3} \langle \varphi^0\gamma | \eta^0 \rangle\end{aligned}\quad (14.127)$$

и

$$\sqrt{3} C_{\varphi^0\gamma} = C_{\rho^0\gamma}, \quad (14.128)$$

так что

$$\frac{A}{B} = \frac{\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \langle \rho^0\gamma | X^0 \rangle}{\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \langle \rho^0\gamma | \eta^0 \rangle} = 2 \frac{\langle \rho^0\gamma | X^0 \rangle}{\langle \rho^0\gamma | \eta^0 \rangle}. \quad (14.129)$$

В модели кварков

$$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (q^1 q_1 - q^2 q_2) (\uparrow \uparrow), \quad (14.130)$$

$$\eta^0 = \frac{1}{\sqrt{6}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 - 2q^3 q_3) \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow) \quad (14.131)$$

и

$$X^0 = \frac{1}{\sqrt{3}} (q^1 q_1 + q^2 q_2 + q^3 q_3) \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow). \quad (14.132)$$

Считая оператор перехода магнитным диполем (14.32), получим (заметим, что компонента  $q^3 q_3$  в  $X^0$  и  $\eta^0$  не дает вклада)

$$\frac{\langle \rho^0\gamma | X^0 \rangle}{\langle \rho^0\gamma | \eta^0 \rangle} = \sqrt{2}. \quad (14.133)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned}R &= \frac{\langle \gamma\gamma | \eta^P \rangle}{\langle \gamma\gamma | \pi^0 \rangle} = \cos \theta_P \frac{\langle \gamma\gamma | \eta^0 \rangle}{\langle \gamma\gamma | \pi^0 \rangle} - \sin \theta_P \frac{\langle \gamma\gamma | X^0 \rangle}{\langle \gamma\gamma | \pi^0 \rangle} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta_P [1 - \sqrt{2} \cdot 2 \operatorname{tg} \theta_P].\end{aligned}\quad (14.134)$$

Из массовой формулы нельзя определить знак  $\theta_P$ <sup>1)</sup>. Поэтому при  $\theta_P = \pm 10,8^\circ$

$$R \approx \frac{1}{\sqrt{3}} (0,98 \mp 0,51), \quad (14.135)$$

т. е. перемешивание состояний заметно меняет предсказание  $SU_3$ . Перемешивание влияет на вероятности процессов типа  $V^P \rightarrow M^P + \gamma$ , и вычисление относительных вероятностей в модели кварков — полезное упражнение для читателя.

В заключение кратко обсудим эффект нарушения симметрии для декуплета. Проще всего вывести массовую формулу для декуплета в модели кварков. Построение барионов из кварков символически изображается в виде

$$\begin{aligned} N^* &\sim (q_1 q_1 q_1) \quad (\text{без } q_3), \\ Y^* &\sim (q_1 q_1 q_3) \quad (1q_3), \\ \Xi^* &\sim (q_1 q_3 q_3) \quad (2q_3), \\ \Omega^- &\sim (q_3 q_3 q_3) \quad (3q_3). \end{aligned} \quad (14.136)$$

Таким образом, обозначив через  $M_0$  «нерасщепленную» массу, а через  $\Delta$  — разность масс  $q_1$  и  $q_3$ , получим известный результат [104]:

$$\begin{aligned} M_{N^*} &= M_0, \\ M_{Y^*} &= M_0 + \Delta, \\ M_{\Xi^*} &= M_0 + 2\Delta, \\ M_{\Omega^-} &= M_0 + 3\Delta, \end{aligned} \quad (14.137)$$

т. е. масса равномерно возрастает с уменьшением странности. Экспериментальная величина

$$\Delta \approx 147 \text{ Мэв}$$

находится в разумном согласии с оценкой  $\Delta \approx 118 \text{ Мэв}$ , полученной из рассмотрения масс векторных мезонов<sup>2)</sup>.

Рассмотренные в этой главе барионные и мезонные состояния являются в некотором смысле простейшими состояниями, допустимыми в модели кварков. Точнее, это те состояния, полный спин которых получается путем сложения спинов кварков в предположении, что кварки не имеют орбитального момента. Поэтому не удивительно, что существуют «возбужденные»

<sup>1)</sup> В модели кварков  $\theta_P = -10,8^\circ$  [92].

<sup>2)</sup> Формула для квадратов масс псевдоскалярных мезонов приводит к величине  $\Delta$  того же порядка, а из расщепления масс в октете следует  $\Delta = 189 \text{ Мэв}$ . Подробное обсуждение см. у Далица [92].

состояния с более высокими спинами и массами, которые, возможно, состоят из менее тесно связанных кварков с ненулевым  $l$ . Наиболее ясно установленное семейство таких состояний — девять мезонов со спином 2 и массами около  $1300 M_{\text{эв}}$ , которые хорошо укладываются в октетно-синглетную схему<sup>1)</sup> нарушенной  $SU_3$ -симметрии. Несомненно, в дальнейшем выявятся и другие семейства частиц.

В следующей, последней, главе мы обратимся к обсуждению слабых распадов странных частиц.

---

<sup>1)</sup> См., например, работу Глешоу и Соколова [117].

## РАСПАДЫ, ИЗМЕНЯЮЩИЕ СТРАННОСТЬ

За последние десять лет наука о слабых распадах странных частиц продвинулась столь далеко, что все, о чем мы сможем сказать в этой главе, затронет лишь самые простые ее стороны. Слабые распады странных частиц<sup>1)</sup> можно разделить на две группы: лептонные, например  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$  и  $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ , и нелептонные, как  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$  и  $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ . Из этих примеров ясно, что лептонные распады очень похожи на распады  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  и  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ , которые мы уже обсуждали. Более того, с точки зрения  $SU_3$ -симметрии или модели кварков, связывающих странные и нестранные частицы, можно ожидать, что теории, описывающие эти распады, должны быть аналогичны. Нелептонные распады, напротив, относятся к новым явлениям, с которыми мы не сталкивались ранее. Так как в этих распадах все частицы сильно взаимодействуют, то трудно рассчитывать на какую-либо количественную теорию. Мы вернемся к этим распадам позднее.

### 1. ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ

В свете того, что мы знаем об обычных распадах, проще всего предположить, что лептонные распады странных частиц генерируются векторным и аксиальным токами  $V'_\mu$  и  $A'_\mu$  в том же смысле, в котором соответствующие распады обычных частиц генерируются токами  $V_\mu$  и  $A_\mu$ . Конечно, токи  $V'_\mu$  и  $A'_\mu$  как функции полей не совпадают с  $V_\mu$  и  $A_\mu$ , поскольку  $V'_\mu$  и  $A'_\mu$  меняют странность, а  $V_\mu$  и  $A_\mu$  — нет. Вначале не будем делать каких-либо специальных предположений о функциональном виде токов  $V'_\mu$  и  $A'_\mu$ . Предположим только, что полный странный ток  $S_\mu$  равен сумме

$$S_\mu = V'_\mu + A'_\mu \quad (15.1)$$

аналогично нестранному току. Это значит, что мы приписываем любое различие в константах взаимодействия эффекту перенор-

<sup>1)</sup> Напомним, что странность связана с гиперзарядом формулой  $Y = B + S$ . Так как во всех реакциях  $\Delta B = 0$ , то в распадах странных частиц  $\Delta Y = \Delta S$ . Мы предпочитаем для согласия с литературой пользоваться термином «странность», а не «гиперзаряд».

мировки матричных элементов. Так как  $K$ -мезон — псевдоскаляр<sup>1)</sup>, то можно написать, как в случае распада  $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ ,

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | S_\mu(0) | \mathbf{p}_K \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | A'_\mu(0) | \mathbf{p}_K \rangle = \frac{i p_{K\mu}}{\sqrt{2E_K}} g_K(-p_K^2). \quad (15.2)$$

В предположении  $T$ -инвариантности распадов странных частиц<sup>2)</sup> написанный формфактор  $K$ -мезона — веществен. Мы принимаем, что константа  $G$  совпадает с константой слабых распадов нестранных частиц. Как будет показано, имеются веские причины сомневаться в этом, и часть данной главы будет посвящена вопросу о том, почему и каким образом можно попытаться модифицировать теорию. Используя (15.2), получаем<sup>3)</sup>

$$R_{K \rightarrow \mu + \nu_\mu} = \frac{g_K^2 m_\mu^2}{4\pi m_K^3} (m_K^2 - m_\mu^2)^2. \quad (15.3)$$

Измеренное время жизни  $K^+$ -мезона равно [10]

$$\tau(K^+) = (1,235 \pm 0,006) \cdot 10^{-8} \text{ сек.}$$

В отличие от  $\pi^+$ -мезона  $K^+$ -мезон, обладающий большей массой, может распадаться разными способами:  $\pi^+\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^0\nu^0$ ,  $\pi^0e^+\nu$ ,  $\pi^0\mu^+\nu$  и т. д. Относительная вероятность распада  $K \rightarrow \mu + \nu_\mu$  равна  $0,634 \pm 0,0059$ , поэтому

$$|g_K|^2 m_K^2 = 2,03 \cdot 10^{-14} \quad (15.4)$$

и

$$\frac{|g_K|^2}{|g_\pi|^2} = 7,4 \cdot 10^{-2}. \quad (15.5)$$

Если считать, что  $g_K$  и  $g_\pi$  являются мерами «внутренних» сил этих распадов (т. е. что зависящие от масс множители в фазо-

<sup>1)</sup> Экспериментальное доказательство этого факта получается из детального анализа реакции  $K^- + \text{He}^4 \rightarrow \Lambda \text{H}^4 + \pi^0$  (см., например, стр. 239 книги Газноровича [86]), который мы здесь не будем воспроизводить. Напомним, что  $K$ - и  $\pi$ -мезоны должны иметь одинаковую четность, поскольку они являются членами одного и того же октета группы  $SU_3$ .

<sup>2)</sup> В настоящее время известно, что это неверно, но нарушение  $T$ -инвариантности по существу ничего не изменит в наших аргументах.

<sup>3)</sup> Из тех же соображений, что и в гл. 11 в связи с распадом  $\pi \rightarrow e + \nu_e$ , следует, что распад  $K \rightarrow e + \nu_e$  сильно подавлен по сравнению с  $K \rightarrow \mu + \nu_\mu$ . Действительно, пренебрегая радиационными поправками и в предположении мюон-электронной симметрии,

$$\frac{R_{K \rightarrow e + \nu_e}}{R_{K \rightarrow \mu + \nu_\mu}} = \left( \frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \left( \frac{m_K^2 - m_e^2}{m_K^2 - m_\mu^2} \right)^2 \approx 2,5 \cdot 10^{-5}.$$

Это отношение равно  $(1,9 \pm 1,2) \cdot 10^{-5}$  (см. [10]) в разумном согласии с теоретическим предсказанием. В своем неопубликованном обзоре по  $(V-A)$ -теории Маршак приводит табл. 9, в которой следствия  $\mu-e$ -симметрии сравниваются с экспериментом.

Таблица 9

Проверка электрон-мюонной универсальности

Распад	Теория	Эксперимент
$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu)}$	1,3 · 10 <sup>-4</sup>	(1,24 ± 0,03) · 10 <sup>-4</sup>
$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow e^+ + \nu_e)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu)}$		
$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e)}$	0,69	0,703 ± 0,056
$\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\Lambda \rightarrow p + \mu^- + \bar{\nu}_\mu)}$		
$\frac{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e)}$	0,45	0,496 ± 0,26

вых объемах являются «случайными»), то мы приходим к заключению, что этот распад, изменяющий странность, подавлен примерно на порядок по сравнению с распадами, не меняющими странность. Таким образом, примитивное представление об универсальности константы слабого взаимодействия оказывается неверным. К этому же выводу приводит анализ β-распадов странных гиперонов, например  $\Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ . Матричный элемент перехода  $\Lambda \rightarrow p$  имеет общий вид

$$\langle P | S_\mu | \Lambda^0 \rangle = i\bar{u}(p) [\gamma_\mu f_V(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q_\nu f_M(q^2) + i q_\mu f_S(q^2) + \gamma_5 [\gamma_\mu g_A(q^2) - i q_\mu g_P(q^2) + i(\Lambda + P)_\mu g_E(q^2)]] u(\Lambda), \quad (15.6)$$

где

$$q_\mu = (\Lambda - P)_\mu. \quad (15.7)$$

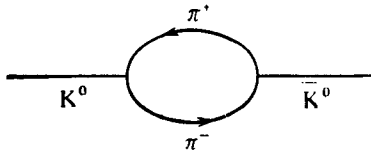
Не существует какого-либо общего принципа, подобного инвариантности относительно обращения времени или G-инверсии, в силу которого можно было бы уменьшить число независимых формфакторов, так как  $\Lambda^0$  и  $p$  — разные частицы. При анализе сравнительно скудных данных о β-распаде  $\Lambda^0$ -гиперона делается предположение, что всеми членами, кроме  $f_V(q^2)$  и  $g_A(q^2)$ , можно пренебречь, так как они пропорциональны импульсам  $P_\mu$  и  $\Lambda_\mu$ . Кроме того, принимают, что формфакторы  $f_V(q^2)$  и  $g_A(q^2)$  не сильно отличаются от своих значений при  $q^2 = 0$ .

Один из последних экспериментов [119] дал следующую величину  $f_V(0)$ :

$$f_V(0) = 0,24 \pm 0,02. \quad (15.8)$$

Весьма примечательно, что эта величина на порядок меньше, чем в β-распаде нейтрона [ $f_V(0) = 1$ ]. Это дает еще одно указа-

ние на значительное подавление слабых лептонных распадов с изменением странности. Вся совокупность данных об этих распадах свидетельствует о наличии некоторого общего принципа: слабые взаимодействия с изменением странности слабее тех, которые вызывают обычный  $\beta$ -распад. Кроме того, экспериментально установлено, что распады с изменением странности на две единицы еще слабее. Фактически такие распады вообще не наблюдались с определенностью. Рассмотрим хорошо известный пример: нелептонный слабый распад с  $\Delta S = 2$ ,  $\Xi^- \rightarrow n + \pi^-$  имеет относительно небольшую вероятность  $< 5 \cdot 10^{-3}\%$  по сравнению с распадом  $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$  с  $\Delta S = 1$ , который практически на 100% определяет время жизни  $\Xi^-$ -гиперона. Менее очевидное доказательство подавления взаимодействий с  $|\Delta S| = 2$  можно найти в си-



Фиг. 81.

стеме  $K^0 - \bar{K}^0$ . Позднее мы вернемся к анализу этой системы в связи с нарушением  $T$ -инвариантности, а сейчас лишь слегка затронем эту проблему. Странность  $K^0$ -мезона равна  $+1$ , а странность  $\bar{K}^0$ -мезона равна  $-1$ . Эти частицы являются единственной парой, обладающей тем свойством, что частица и античастица могут переходить друг в друга благодаря существующему взаимодействию. Такие пары, как  $n - \bar{n}$ ,  $e^+ - e^-$  и т. д., строго разделены абсолютными законами сохранения барионного числа или электрического заряда. Оба  $K$ -мезона могут одинаково распадаться,  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  и  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , поэтому возможен переход, изображенный на фиг. 81 [120]. Этот переход приводит к смешиванию состояний, поэтому если пренебречь несохранением  $CP$ -четности, то можно утверждать, что экспоненциально распадаются состояния вида [121]<sup>1)</sup>

$$\begin{aligned}
 CP = +1, \quad \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} &\leftrightarrow \gamma_S, \\
 CP = -1, \quad \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} &\leftrightarrow \gamma_L.
 \end{aligned}
 \tag{15.9}$$

<sup>1)</sup> Если  $K^0$ -мезон родился в момент  $t = 0$ , то из-за смешивания с  $\bar{K}^0$

$$\Psi_{K^0}(t) = \frac{1}{2} \left\{ (K^0 - \bar{K}^0) e^{-\gamma_S t} + (K^0 + \bar{K}^0) e^{-\gamma_L t} \right\}.$$

Эти состояния обладают определенной  $CP$ -четностью, которую мы указали слева (напомним, что  $K^0$ -мезон — псевдоскаляр). Здесь  $\gamma_S$  и  $\gamma_L$  — комплексные «времена жизни» распадающихся состояний, так что если записать зависимость от времени в виде  $e^{-\gamma t}$ , то  $\text{Im } \gamma$  — масса, а  $1/2 \text{Re } \gamma$  — обратное время жизни. Экспериментально [10]

$$\begin{aligned} \tau_S &= \frac{2}{\text{Re } \gamma_S} = (0,87 \pm 0,009) \cdot 10^{-10} \text{ сек}, \\ \tau_L &= \frac{2}{\text{Re } \gamma_L} = (5,68 \pm 0,26) \cdot 10^{-8} \text{ сек}, \end{aligned} \quad (15.10)$$

так что эти состояния живут заметно разное время. Если обозначить через  $g$  константу, характеризующую величину эффективного гамильтониана, вызывающего распад  $K_S^0 \rightarrow 2\pi$  (это доминирующий распад  $K_S^0$ -мезона), то  $\text{Re } \gamma_S \sim 0(g^2)$ . Но если смешивание объясняется процессом, изображенным на фиг. 81, то того же порядка и разность масс состояний

$$|m_S - m_L| = |\text{Im } \gamma_S - \text{Im } \gamma_L| \sim 0(g^2). \quad (15.11)$$

Эксперимент дает [10] (в обычных единицах  $\hbar = c = 1$ )

$$m_S - m_L = - (0,48 \pm 0,02) \frac{1}{\tau_S}. \quad (15.12)$$

Это указывает на то, что переход  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  происходит в два этапа, на каждом из которых  $|\Delta S| = 1$ . Если существует дополнительный прямой переход  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$  с  $\Delta S = 2$ , то (15.12) показывает, что соответствующий гамильтониан должен был бы быть порядка  $0(g^2)$ ; иными словами, переходы с  $|\Delta S| = 2$  запрещены<sup>1)</sup>. Формально правило отбора  $\Delta S = \pm 1$  можно изобразить в виде требования, чтобы операторы тока  $S_\mu$  и странности  $S$  удовлетворяли соотношению

$$[S_\mu, S]_- = \pm S_\mu. \quad (15.13)$$

Из зарядового характера распадов вида  $\Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \nu_e$ , который по аналогии с теорией Фейнмана — Гелл-Манна для обычного  $\beta$ -распада описываются лагранжианом вида

$$\mathcal{L} = S'_\mu L_\mu + S_\mu L_\mu^*, \quad (15.14)$$

<sup>1)</sup> Точнее,  $|\Delta m| \sim 10^{-5}$  эв, а матричный элемент распада  $K_S^0 \rightarrow 2\pi$  ( $\Delta S = 1$ ) после деления на фазовый объем имеет порядок  $H \sim (m_K/\tau_S)^{1/2} \sim 10^2$  эв. Таким образом, переходы с  $\Delta S = 2$  подавлены множителем  $\sim 10^{-7}$ .



где  $L_\mu$  — лептонный ток (см. гл. 7), следует, что  $S_\mu$  меняет обычный заряд на единицу, т. е.

$$\Delta Q = 1,$$

так что

$$[S_\mu, Q]_- = S_\mu = \pm [S_\mu, S]_-. \quad (15.15)$$

Имеющиеся в настоящее время данные о лептонных распадах странных частиц указывают на то, что в формуле (15.15) следует ставить знак *плюс*. Последнее утверждение можно представить в виде правила отбора <sup>1)</sup>

$$\Delta Q = \Delta S. \quad (15.16)$$

Типичное следствие этого правила отбора: распад  $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$  запрещен, распад  $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$  разрешен. Экспериментальное отношение [127]:

$$\frac{\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e}{\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e} < 0,12.$$

Другой пример: распад  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$  разрешен, распад  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$  запрещен. На опыте <sup>2)</sup>

$$\frac{\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e}{K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e} < 0,5.$$

Это согласуется с правилом отбора (15.16), которое не противоречит всем данным о распадах с изменением странности <sup>3)</sup>.

Так как вообще

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}(S + B), \quad (15.17)$$

то

$$\Delta T_3 = \Delta(Q - S) + \frac{1}{2} \Delta S. \quad (15.18)$$

Поэтому если  $\Delta Q = \Delta S$  и  $\Delta S = \pm 1$ , то для лептонных распадов с изменением странности получается правило отбора

$$\Delta T_3 = \pm \frac{1}{2}. \quad (15.19)$$

Это правило отбора проще всего обеспечить требованием, чтобы ток  $S_\mu$  преобразовывался как изоспинор. Иными словами, можно потребовать, чтобы оператор  $S_\mu$  так же коммутировал с опе-

<sup>1)</sup> Разумеется, это правило применимо только к распадам с  $\Delta S \neq 0$ , так как во всех распадах  $\Delta Q \neq 0$ .

<sup>2)</sup> См., например, [122].

<sup>3)</sup> См. обзор Кабиббо в [122].

раторами изоспина, как поле  $K^+$ -мезона<sup>1)</sup>). Напомним, что в терминах модели кварков поле, преобразующееся как оператор рождения  $K^+$ -мезона, имеет вид  $\frac{1}{2}\bar{q}(\lambda_4 + i\lambda_5)q$ . Поэтому правила отбора, которые мы хотим ввести в теорию, можно выразить в пределе точной  $SU_3$ -симметрии требованием, чтобы ток  $S_\mu$  имел вид

$$S_\mu = S_{\mu 4} + iS_{\mu 5}, \quad (15.20)$$

где индексы 4 и 5 относятся к компонентам октета  $S_\mu$ . Следуя теории Кабиббо [44] (см. также [58]), суммируем все, что мы до сих пор узнали, в виде гипотезы, что полный слабый ток имеет вид<sup>2)</sup>

$$W_\mu = \cos \theta (J_{\mu 1} + iJ_{\mu 2}) + \sin \theta (S_{\mu 4} + iS_{\mu 5}) + L_\mu. \quad (15.21)$$

Здесь

$$J_{\mu i} = V_{\mu i} + A_{\mu i}, \quad (15.22)$$

$V_\mu$  и  $A_\mu$  — введенные ранее токи, не меняющие странности, а

$$S_{\mu i} = V'_{\mu i} + A'_{\mu i}. \quad (15.23)$$

Для распадов с изменением странности необходимы и векторный и аксиальный токи, так как распад  $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  происходит только за счет  $A'$ , а распад  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \bar{\nu}_e$  — только за счет  $V'$ , поскольку  $K$  и  $\pi$  имеют одинаковую четность<sup>3)</sup>. В формуле (15.23) мы сделали простейшее предположение, что  $V'$  и  $A'$  входят в  $S_\mu$  с одинаковыми константами, а различие в эффективных константах обусловлено перенормировкой матричных элементов. Лептонный ток  $L_\mu$  — тот же, что и раньше. То обстоятельство, что распады с изменением странности, по-видимому, значительно слабее распадов без изменения странности, описывается введением «угла Кабиббо»  $\theta$ . Сделаем несколько замечаний относительно этого угла.

1. Если бы мы написали просто

$$W_\mu = aJ_\mu + bS_\mu, \quad (15.24)$$

без лептонного тока, то условие нормировки

$$a^2 + b^2 = 1 \quad (15.25)$$

<sup>1)</sup> Мы здесь, конечно, не имеем в виду пространственных свойств тока  $S_\mu$ , так как  $K^+$ -мезон — псевдоскаляр.

<sup>2)</sup> Токи  $J_{\mu i}$  и  $S_{\mu i}$  могли бы быть членами разных октетов. Как будет показано, большинство интересных предсказаний теории Кабиббо получается в предположении, что эти токи входят в один и тот же октет.

<sup>3)</sup> Иными словами,  $\langle \pi | S_\mu | K \rangle = \langle \pi | V'_\mu | K \rangle$ .

было бы просто тривиальным, так как его можно было бы выполнить, выделив из обеих частей тока общий множитель и переопределив константу взаимодействия. Лишь то, что мы положили коэффициент при  $L_\mu$  в (15.21) равным единице, делает введение угла Кабиббо нетривиальным.

2. Вообще говоря, можно было бы написать

$$W_\mu = aJ_\mu + bS_\mu + L_\mu, \quad (15.26)$$

где

$$a^2 + b^2 \neq 1. \quad (15.27)$$

Следуя Гелл-Манну [74], отметим, что условие  $a^2 + b^2 = 1$  является выражением (или, может быть, лучше сказать, новым определением) адрон-лептонной «универсальности» в слабых взаимодействиях.

В гл. 12 было дано определение четырехкомпонентного лептонного поля

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\mu \\ \psi_{\nu_e} \\ \psi_{\nu_\mu} \end{pmatrix} \quad (15.28)$$

и четырехмерного «изоспина» [см. (12.27)]. При этом для векторных лептонных «зарядов»

$$Q_l = \int \psi^\dagger \frac{\tau}{2} \psi d\mathbf{r} \quad (15.29)$$

мы имеем коммутационные соотношения

$$[Q_{li}, Q_{lj}]_- = i\epsilon_{ijk} Q_{lk}. \quad (15.30)$$

В частности, если обозначить

$$Q_{l+} = Q_{l1} + iQ_{l2}, \quad (15.31)$$

то

$$[Q_{l+}, Q_{l-}]_- = 2Q_{l3} = N_{e^-} + N_{\mu^-} - N_{\nu_e} - N_{\nu_\mu}, \quad (15.32)$$

где  $N$  — число частиц минус число античастиц. Явный вид этих коммутационных соотношений связан с тем фактом, что имеется два различных типа нейтрино:  $\nu_\mu$ , взаимодействующее с  $\mu$ , и  $\nu_e$ , взаимодействующее с  $e$ . Построив векторные заряды из адронной части тока  $W_\mu$

$$H_\pm = \int d\mathbf{r} \{a [V_{01} \pm iV_{02}] + b [V_{04} \pm iV_{05}]\} \quad (15.33)$$

и предположив, что токи в (15.33) входят в один и тот же октет, можно вычислить коммутатор  $[H_+, H_-]_-$ . В связи с этим мы перестали делать различие между  $J_\mu$  и  $S_\mu$  или между  $V_\mu$  и  $V'_\mu$ , считая, что существует *единый* октет токов,  $V_{\mu i}$ , две компоненты которого (1 и 2) вызывают обычный  $\beta$ -распад, а две другие компоненты (4 и 5) дают  $\beta$ -распады с изменением странности. Фактически именно это и есть предположение Кабиббо [44]. Используя коммутационные соотношения группы  $SU_3$  для зарядов

$$Q_i = \int d\mathbf{r} V_{0i}(\mathbf{r}, 0), \quad (15.34)$$

т. е.

$$[Q_i, Q_j]_- = if_{ijk} Q_k, \quad (15.35)$$

имеем

$$[H_+, H_-]_- = 2a^2 Q_3 + b^2 (Q_3 + \sqrt{3} Q_8) - 2ab Q_6. \quad (15.36)$$

Можно *определить*

$$H_3 = \frac{1}{2} [H_+, H_-]_-, \quad (15.37)$$

однако вопрос состоит в том, образует ли оператор  $H_3$  вместе с  $H_+$  и  $H_-$  замкнутую алгебру  $SU_2$ , аналогичную алгебре, образуемой операторами  $Q_{i\pm}$  и  $Q_{i3}$ . В частности, должно быть

$$[H_3, H_+]_- = H_+. \quad (15.38)$$

Однако, вычисляя этот коммутатор в явном виде, получим

$$[H_3, H_+]_- = (a^2 + b^2) H_+. \quad (15.39)$$

Итак, для сохранения аналогии с коммутационными соотношениями для лептонных зарядов мы приходим к равенству

$$a^2 + b^2 = 1 \quad (15.40)$$

и, следовательно, к *углу* Кабиббо.

3. Хотя не существует убедительных теоретических предсказаний величины угла Кабиббо, однако измеренные в различных экспериментах значения этого угла находятся в хорошем согласии<sup>1)</sup>.

а) Как было показано в гл. 10 [формула (10.63)], одним из способов объяснить расхождение между значениями слабой константой  $G$ , измеренными в распаде  $\mu$ -мезона и в ядерных  $0-0$ -переходах (например, в  $O^{14}$ ), является предположение,

<sup>1)</sup> Мы следуем здесь обзору Кабиббо [122].

что адронная константа равна не  $G/\sqrt{2}$ , а  $(G/\sqrt{2})\cos\theta$ . Из вероятностей этих переходов имеем

$$1 - \cos\theta = (2,2 \pm 0,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}. \quad (15.41)$$

Первая из погрешностей — экспериментальная, а вторая связана с теоретической неопределенностью в вычислении радиационных поправок для тяжелых ядер.

Из формулы (15.41) получаем

$$\sin\theta = 0,210 \pm 0,016. \quad (15.42)$$

б) В теории Кабиббо распады  $K^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$  и  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$  описываются матричными элементами

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | W_\mu | K^- \rangle = i \frac{\sin\theta}{\sqrt{2E_K}} g_K (-m_K^2) p_{K\mu} \quad (15.43)$$

и

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | W_\mu | \pi^- \rangle = i \frac{\cos\theta}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi (-m_\pi^2) p_{\pi\mu}. \quad (15.44)$$

Так как в это выражение дают вклад только аксиальные токи, то мы используем предположение, что отношение  $V$  к  $A$  в обеих частях тока  $W_\mu$  одинаково. Имеется определенный произвол в определении с помощью этих формул величины  $\text{tg}\theta$ . В пределе точной  $SU_3$ -симметрии имеем формулу

$$Q_i | A_j \rangle = i f_{ijk} | A_k \rangle, \quad (15.45)$$

где  $Q_i$  — генератор  $SU_3$  [см. (13.62)]. Например,

$$(Q_6 + iQ_7) | A_1 - iA_2 \rangle = - | A_4 - iA_5 \rangle, \quad (15.46)$$

так что, используя (13.30) и тот факт, что  $Q_i | 0 \rangle = 0$ , имеем

$$\begin{aligned} \langle 0 | A_{\mu 4} + iA_{\mu 5} | K^- \rangle &= - \langle 0 | (A_{\mu 4} + iA_{\mu 5}) (Q_6 + iQ_7) | \pi^- \rangle = \\ &= - \langle 0 | [A_{\mu 4} + iA_{\mu 5}, Q_6 + iQ_7]_- | \pi^- \rangle = - \langle 0 | A_{\mu 1} + iA_{\mu 2} | \pi^- \rangle, \end{aligned} \quad (15.47)$$

т. е. в пределе точной  $SU_3$ -симметрии

$$|g_K| = |g_\pi|. \quad (15.48)$$

При отсутствии детальной теории нарушения  $SU_3$ -симметрии неясно, насколько изменится этот результат при подстановке физических масс и при нарушении симметрии. Можно принять точку зрения, часто высказываемую в литературе, что основной эффект нарушения симметрии сводится к подстановке вместо средней массы октета реальных физических масс и что даже при нарушении симметрии  $|g_K| \sim |g_\pi|$ . При этом отношение экспе-

риментальных вероятностей распадов  $\pi \rightarrow \mu + \nu$  и  $K \rightarrow \mu + \nu$  можно использовать для определения  $\text{tg } \theta$ . Из формулы

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- + \nu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu)} = \text{tg}^2 \theta \frac{m_K}{m_\pi} \left[ \frac{1 - \frac{m_\mu^2}{m_K^2}}{1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}} \right]^2 \quad (15.49)$$

находим<sup>1)</sup>

$$\sin \theta \approx 0,262 \quad (15.50)$$

лишь в грубом согласии со значением (15.42). Расхождение можно приписать эффекту нарушения симметрии в константах  $g$ . На самом деле, если вычислить  $\theta$  по методу (а) из (15.42) или по методу (в), который дает близкий результат (15.68) (оба эти метода менее связаны с проблемой нарушения симметрии), то получается

$$\frac{g_K}{g_\pi} \approx 1,28, \quad (15.51)$$

что по порядку величины можно было ожидать от эффектов первого порядка по нарушению  $SU_3$ -симметрии. Расхождение между значениями угла Кабиббо в векторных и аксиальных процессах иногда приписывают неравенству этих углов в соответствующих частях тока. Нам кажется, что это портит красоту модели, поэтому мы предпочитаем приписать это расхождение нарушению симметрии.

в) Распад  $K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$  (или  $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ ) дает прямое определение величины  $\sin \theta$ . Действительно, так как  $K$  и  $\pi$  имеют одинаковую четность, то [см. формулу (5.14)]

$$(2\pi)^3 \sqrt{2E_\pi 2E_K} \langle \pi^0 | W_\mu(0) | K^- \rangle = (2\pi)^3 \sqrt{2E_\pi 2E_K} \sin \theta \times \\ \times \langle \pi^0 | V_{\mu 4}(0) + iV_{\mu 5}(0) | K^- \rangle = \sin \theta [F_+(q^2)(p_\pi + p_K)_\mu + \\ + F_-(q^2)(p_K - p_\pi)_\mu], \quad (15.52)$$

где  $q$  — импульс, передаваемый лептонам,

$$q_\mu = (p_K - p_\pi)_\mu = (l + \nu)_\mu. \quad (15.53)$$

Для вычисления амплитуды распада этот матричный элемент нужно умножить на лептонный ток  $L_\mu$ . Так как в первом порядке по слабой константе  $G$  поля в лептонном токе — свободные, а  $L_\mu$  содержит члены вида  $\bar{u}_l \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{\nu_l}$ , то вклад в матричный элемент  $W_\mu$  от  $F_-(q^2)$  умножается на массу лептона  $m_l$ . Это можно увидеть просто из уравнения Дирака

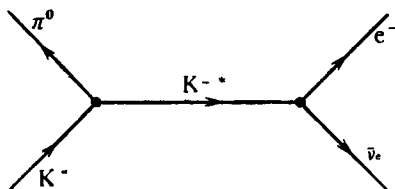
$$(i\gamma l + m_l) u_l = 0. \quad (15.54)$$

<sup>1)</sup> См. гл. 13 книги Ли и Ву [25].

Поэтому в матричном элементе распада  $K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$  можно пренебречь вкладом второго члена. Простейшее предположение о виде функции  $F_+(q^2)$  — это считать ее постоянной в физической области распада. На самом деле, обычно задают  $F_+$  в виде

$$F_+(q^2) \approx F_+(0) \left(1 - \frac{q^2}{M_+^2}\right), \quad (15.55)$$

где параметр  $M_+$  — некоторая «масса». Выражение такого вида возникает в дисперсионном подходе для вершины лептонного перехода  $K \rightarrow \pi$ , причем  $M_+$  имеет смысл массы промежуточной частицы. Пока единственной известной частицей такого рода



Фиг. 82.

с подходящими квантовыми числами<sup>1)</sup> и сравнительно небольшой массой является  $K^{*-}$  с массой  $(892,4 \pm 0,8) \text{ Мэв}$ . Вклад этой частицы в распад изображается диаграммой фиг. 82. В этом распаде  $q^2$  достигает максимального значения

$$q^2 = - (m_K - m_\pi)^2, \quad (15.56)$$

поэтому из диаграммы (или из дисперсионного соотношения) можно получить

$$F_+(q^2) = \frac{F_+(0)}{1 + q^2/m_{K^*}^2} \approx F_+(0) \left[1 - \frac{q^2}{m_{K^*}^2}\right]. \quad (15.57)$$

Разложение по  $q^2$  здесь законно, так как

$$\frac{q^2}{m_{K^*}^2} \leq \frac{(m_K - m_\pi)^2}{m_{K^*}^2} \approx 0,16. \quad (15.58)$$

Теперь с помощью  $SU_3$  мы можем в общем случае исключить из рассмотрения  $F_-(q^2)$  и определить  $F_+(0)$ . В пределе точной  $SU_3$ -симметрии ток Кабиббо, который вызывает распад

<sup>1)</sup> Это должна быть векторная странная частица с изоспином  $1/2$ , чтобы удовлетворить правилу  $\Delta T = 1/2$ .

$K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ ,  $V_{\mu 4}(x) + iV_{\mu 5}(x)$ , сохраняется. Это можно увидеть непосредственно из коммутационного соотношения<sup>1)</sup>

$$[Q_6 + iQ_7, V_{\mu 1}(x) + iV_{\mu 2}(x)]_- = - (V_{\mu 4}(x) + iV_{\mu 5}(x)), \quad (15.59)$$

если взять от него четырехмерную дивергенцию и воспользоваться сохранением изоспиновых токов. Сохранение тока, меняющего странность, возможно только в пределе, в котором странные и нестранные частицы вырождены по массе. Действительно, пусть  $H$  — гамильтониан сильного взаимодействия. Тогда из уравнения

$$[H, Q_I]_- = 0 \quad (15.60)$$

следует, что если  $|A\rangle$  — состояние с нулевой странностью, то  $(Q_4 + iQ_5)|A\rangle$  — состояние с ненулевой странностью и такой же массой; иными словами, странные и нестранные частицы вырождены по массе. Поэтому из сохранения тока  $V_{\mu 4} + iV_{\mu 5}$  следует

$$F_-(q^2) = 0, \quad (15.61)$$

в чем можно убедиться, умножая равенство (15.52) на  $q_\mu$  и требуя обращения в нуль результатов. Используя  $SU_3$ -симметрию, можно также найти  $F_+(0)$ . Повторяя рассуждения гл. 10 [формула (10.77)], получаем

$$F_+(0) = \langle \pi^0 | Q_4 + iQ_5 | K^- \rangle. \quad (15.62)$$

Но из (15.45) следует

$$(Q_4 + iQ_5)|A_4 - iA_5\rangle = |A_3\rangle.$$

Так как

$$\begin{aligned} \pi^0 &= |A_3\rangle, \\ K^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} |A_4 - iA_5\rangle, \end{aligned} \quad (15.63)$$

получаем известный результат  $SU_3$ -теории:

$$F_+(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (15.64)$$

Конечно, эта величина изменяется из-за взаимодействия, нарушающего  $SU_3$ -симметрию. Однако мы можем использовать тот факт, что величина  $F_+(0)$  связана с матричным элементом генератора  $Q_I$  группы  $SU_3$ , чтобы показать, что в этом случае

<sup>1)</sup> Напомним, что в теории Кабиббо генераторы  $SU_3$  определяются равенством

$$Q_I = \int V_{0I}(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r}.$$



эффекты нарушения  $SU_3$ -симметрии в первом порядке исчезнут [124, 125]<sup>1)</sup>. По существу доказательство сводится к следующему. Если  $V$  — взаимодействие, нарушающее симметрию, а  $|A_i\rangle$  — член  $SU_3$ -мультиплета, то в первом порядке по  $V$  физическое состояние  $|A_i\rangle_P$  определяется равенством

$$|A_i\rangle_P = |A_i\rangle + \sum_n |n\rangle \frac{\langle n|V|A_i\rangle}{E_0 - E_n}, \quad (15.65)$$

где  $|n\rangle$  — не принадлежащее к исходному мультиплету состояние из полного набора. Вообще говоря, оператор  $V$  мог бы иметь диагональные элементы, связывающие состояния в одном мультиплете, но так как  $V$  коммутирует с операторами  $Y$ ,  $T_3$  и  $T$ , то не обращаются в нуль только недиагональные элементы, связывающие состояния из разных мультиплетов<sup>2)</sup>. Диагональные члены не входят в сумму. Таким образом,

$$\begin{aligned} \langle A_j|_P Q_l|A_i\rangle_P &= \langle A_j|Q_l|A_i\rangle + \sum_n \frac{\langle A_j|Q_l|n\rangle \langle n|V|A_i\rangle}{E_0 - E_n} + \\ &+ \sum_n \frac{\langle A_j|V|n\rangle \langle n|Q_l|A_i\rangle}{E_0 - E_n}. \end{aligned} \quad (15.66)$$

Однако [согласно формуле (15.45)] оператор  $Q_l$ , действуя на  $|A_i\rangle$ , не выводит состояние из данного мультиплета, а так как

$$\langle n|A_j\rangle = 0, \quad (15.67)$$

то в матричных элементах оператора  $Q_l$  эффекты первого порядка по нарушению симметрии исчезают. Поэтому можно ожидать, что величина  $\theta$ , найденная из распада  $K^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ , должна получаться лучше, чем из отношения ( $K \rightarrow \mu + \nu_\mu$ ):  $(\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu)$ , где сравниваются матричные элементы аксиального тока, для которых нет аналогичной низкоэнергетической теоремы. Экспериментальное значение вероятности распада  $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$ :

$$\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e) = (3,61 \pm 0,20) \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}.$$

(Теоретическое рассмотрение этого распада совпадает с приведенным выше рассмотрением зарядово-сопряженного распада  $K^-$ -мезона во всем, что касается самой вероятности.) При  $M_+ = \infty$  получаем (Кабиббо [122])

$$\sin \theta = 0,222 \pm 0,006, \quad (15.68)$$

<sup>1)</sup> Мы следуем здесь аргументам Белла [125]. См. также [126].

<sup>2)</sup> Например, состояния  $\eta^0$  и  $X^0$  или  $\omega$  и  $\phi$ .

а при  $M_+ = 890 \text{ МэВ} \approx m_{K^*}$  —

$$\sin \theta = 0,21. \quad (15.69)$$

Оба эти результата прекрасно согласуются с величиной, полученной из обычного  $\beta$ -распада (15.42).

г) В пределе точной  $SU_3$ -симметрии из теории Кабиббо следуют также предсказания, относящиеся к  $\beta$ -распаду гиперонов. Этот вопрос полностью аналогичен вопросу об электромагнитных свойствах барионов, который был рассмотрен в гл. 13. Введем матрицы третьего порядка  $\bar{B}$ ,  $B$  и  $\lambda_i$ , как в гл. 13. Запишем векторную часть матричного элемента для октета барионов в виде (векторные индексы опущены)

$$\begin{aligned} \langle \bar{B} | W | B \rangle = & \cos \theta \left\{ F_V \text{Sp} \left[ \frac{1}{2} (\lambda_1 + i\lambda_2) [B, \bar{B}]_- \right] + \right. \\ & \left. + D_V \text{Sp} \left[ \frac{1}{2} (\lambda_1 + i\lambda_2) [B, \bar{B}]_+ \right] \right\} + \\ & + \sin \theta \left\{ F_V \cdot \text{Sp} \left[ \frac{1}{2} (\lambda_4 + i\lambda_5) [B, B]_- \right] + \right. \\ & \left. + D_V \cdot \text{Sp} \left[ \frac{1}{2} (\lambda_4 + i\lambda_5) [B, \bar{B}]_+ \right] \right\}. \quad (15.70) \end{aligned}$$

В таком же виде записывается аксиальная часть, если заменить  $F_V$  и  $D_V$  двумя новыми константами связи  $F_A$  и  $D_A$ , в общем случае отличными от  $D_V$  и  $F_V$ . Тот факт, что *одни и те же* коэффициенты  $F$  и  $D$  присутствуют в странном и нестранном токах, является следствием гипотезы Кабиббо о том, что токи  $J_\mu$  и  $S_\mu$  принадлежат к *одному* октету. Иначе нельзя было бы простым образом связать распады с  $\Delta S = 0$  и  $|\Delta S| = 1$ . Вычислив следы, получим длинную формулу<sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned} \cos \theta \left[ F \left( \sqrt{2} \bar{\Sigma}^0 \Sigma^- - \sqrt{2} \bar{\Sigma}^+ \Sigma^0 - \bar{\Xi}^0 \Xi^- + \bar{P} N \right) + \right. \\ \left. + D \left( \frac{2}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 \Sigma^- + \frac{2}{\sqrt{6}} \bar{\Sigma}^+ \Lambda^0 + \bar{\Xi}^0 \Xi^- + \bar{P} N \right) \right] + \\ + \sin \theta \left[ F \left( \frac{3}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 \Xi^- + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Sigma}^0 \Xi^- + \bar{\Sigma}^+ \Xi^0 - \right. \right. \\ \left. \left. - \bar{N} \Sigma^- - \frac{3}{\sqrt{6}} \bar{P} \Lambda^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{P} \Sigma^0 \right) + \right. \\ \left. + D \left( -\frac{1}{\sqrt{6}} \bar{\Lambda}^0 \Xi^- + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Sigma}^0 \Xi^- + \bar{\Sigma}^+ \Xi^0 + \bar{N} \Sigma^- + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{P} \Sigma^0 - \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{P} \Lambda^0 \right) \right]. \quad (15.71) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Индексы  $A$  и  $V$  у коэффициентов  $D$  и  $F$  опущены.

Из этой формулы можно найти матричные элементы всех энергетически разрешенных распадов. Результаты выписаны в табл. 10.

Таблица 10

Распад	Матричный элемент
1. $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	$(D + F) \cos \theta$
2. $\Sigma^\pm \rightarrow \Lambda^0 + e^\pm + \nu_e$	$\sqrt{2}/3D \cos \theta$
3. $\Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	$-(3/\sqrt{6} F + 1/\sqrt{6} D) \sin \theta$
4. $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$	$(D - F) \sin \theta$
5. $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e$	$(3/\sqrt{6} F - 1/\sqrt{6} D) \sin \theta$
6. $\Sigma^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	$(-1/\sqrt{2} F + 1/\sqrt{2} D) \sin \theta$
7. $\Sigma^+ \rightarrow \Sigma^0 + e^+ + \nu_e$	$-\sqrt{2} F \cos \theta$
8. $\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 + e^- + \bar{\nu}_e$	$(1/\sqrt{2} F + 1/\sqrt{2} D) \sin \theta$
9. $\Xi^- \rightarrow \Xi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$	$(D - F) \cos \theta$

Сделаем в связи с этой таблицей несколько замечаний. Величины  $F$  и  $D$  являются вещественными функциями передаваемого лептонам импульса  $q^2$ . Во всех распадах значение  $q^2$  невелико, и формфакторы, по-видимому, можно с хорошей степенью точности заменить их значениями при  $q^2 = 0$ . Это значит, в частности, что

$$\begin{aligned} F_V &= 1, \\ D_V &= 0, \end{aligned} \quad (15.72)$$

в чем можно убедиться следующим образом: при  $q^2 = 0$  матричные элементы векторной части тока для лептонных распадов определяются в теории Кабиббо матричным элементом соответствующего заряда, т. е. генератора группы  $SU_3$ . Для распадов с  $\Delta S = 0$  этот заряд — оператор изоспина  $T_\pm$ . Так как

$$[T_\pm, T^2]_- = 0, \quad (15.73)$$

то

$$0 = \langle T' T'_3 | [T_\pm, T^2]_- | T T_3 \rangle = [T' (T' + 1) - T (T + 1)] \langle T' T'_3 | T_\pm | T T_3 \rangle. \quad (15.74)$$

Таким образом, для разрешенных векторных  $\beta$ -переходов получаем правило отбора

$$\Delta T = 0. \quad (15.75)$$

Это правило отбора выполняется для векторной части  $\beta$ -переходов с  $\Delta S = 0$  при  $q^2 \approx 0$ . Так как распад  $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e$  пропорционален  $D$  и соответствует  $\Delta T = 1$ , то

$$D_V = 0. \quad (15.76)$$

Из того факта, что векторный заряд не перенормируется, следует

$$D_V + F_V = 1, \quad (15.77)$$

поэтому

$$F_V = 1. \quad (15.78)$$

Согласно теореме Адемолло — Гатто [123], можно ожидать, что эти результаты не меняются в первом порядке по нарушению  $SU_3$ -симметрии, но они не справедливы при  $q^2 \neq 0$ .

Для  $D_A$  и  $F_A$  нет подобных теорем, однако, как будет показано, в некоторых теоретических моделях можно вычислить отношение  $F_A/D_A$ . Из экспериментальных данных получаются следующие величины [127, 128, 119]:

$$\theta = 0,240 \pm 0,014,$$

$$\frac{F_A}{D_A} \approx 0,50, \quad (15.79)$$

$$|F_A + D_A| = |F_A(0)| = 1,14 \begin{matrix} +0,23 \\ -0,33 \end{matrix}$$

в разумном согласии<sup>1)</sup> со значениями  $\theta$ , определенными другими способами.

То, что четыре способа определения угла  $\theta$  дают значения, совпадающие в пределах допускаемых теорией отклонений, сви-

<sup>1)</sup> Чтобы получить последнее равенство, мы положили  $F_V(0) = 1$  вследствие сохранения векторного тока в пределе точной  $SU_3$ -симметрии. При  $\beta$ -распаде  $\Lambda^0$ -гиперона измеряется отношение

$$\frac{F_A(0)}{F_V(0)} = -1,14 \begin{matrix} +0,23 \\ -0,33 \end{matrix}.$$

Величина отношения  $D_A/F_A$  пока не установлена из опыта с достаточной определенностью. Мы указывали числа, приведенные в обзоре Кабиббо [122]. Чтобы дать представление о существующей неопределенности, приводим здесь другой набор значений констант [129]:

$$|D_A| = 0,766 \pm 0,037,$$

$$|F_A| = 0,415 \pm 0,035,$$

$$\theta = 0,245 \pm 0,010.$$

Во всяком случае, цифры Кабиббо обладают тем преимуществом, что они удобны для вычислений.

детельствует в пользу основных положений модели Кабиббо и наводит на мысль о попытке динамического вычисления величины  $F_A/D_A$ . (Объяснение величины самого угла  $\theta$  до сих пор никому не удавалось.) Простейшее вычисление отношения  $F_A/D_A$  основано на модели кварков [92]. Нерелятивистский оператор<sup>1)</sup> аксиального тока кварков, применимый, например, к распаду  $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ , имеет вид

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^3 \tau_i^+ \sigma_i \cos \theta, \quad (15.80)$$

где сумма берется по всем кваркам. В том же пределе

$$V_0 = \sum_{i=1}^3 \tau_i^+ \cos \theta. \quad (15.81)$$

Матричные элементы переходов могут быть непосредственно вычислены с помощью барионных волновых функций (14.7). Пользуясь табл. 10, можно перенести результаты на  $D_A$  и  $F_A$ . Далиц [92] предполагал, что  $V$  и  $A$  могут с некоторым относительным коэффициентом входить в полный ток в виде  $V + RA$ . Тогда

$$\begin{aligned} \langle P | V_0 | N \rangle &= \cos \theta, \\ \langle P | A_3 | N \rangle &= \frac{5}{3} R \cos \theta, \end{aligned} \quad (15.82)$$

так что

$$\frac{F_A(0)}{F_V(0)} = \frac{5}{3} R. \quad (15.83)$$

Сравнение с экспериментом дает

$$|R| \approx \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (15.84)$$

Кроме того,

$$D_A + F_A = \frac{5}{3} R \cos \theta. \quad (15.85)$$

Амплитуда не содержащего векторной части перехода  $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$  равна

$$\langle \Lambda^0 | A_3 | \Sigma^- \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} R \cos \theta; \quad (15.86)$$

из табл. 10

$$D_A = R \cos \theta. \quad (15.87)$$

<sup>1)</sup> Напомним, что для переходов с  $\Delta S = 0$  аксиальный ток кварков имеет вид

$$A_\mu = i\bar{q}\gamma_5\gamma_\mu \frac{\tau_1 + i\tau_2}{2} q.$$

Таким образом,

$$\frac{D_A}{D_A + F_A} = \frac{3}{5}. \quad (15.88)$$

Эту величину следует сравнить с экспериментальным числом [см. (15.79)]

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{F_A}{D_A}\right)_{\text{exp}}} \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}. \quad (15.89)$$

Эти два числа довольно близки.

Более глубокое, или по крайней мере более сложное обсуждение величины  $D/F$  можно дать на основе обобщения на  $SU_3$  гипотезы о частично сохраняющемся аксиальном токе, соотношения Гольдбергера — Треймана и правила сумм Адлера — Вайсбергера. В пределе точной  $SU_3$ -симметрии в теории Кабиббо все векторные токи,  $i = 1, \dots, 8$ , сохраняются, так как они являются генераторами группы  $SU_3$ . Это сохранение совместимо с вырождением  $SU_3$ -октетов по массам. Естественно обобщить гипотезу частичного сохранения на весь октет аксиальных токов теории Кабиббо, считая, что

$$\partial_\mu A_{\mu i} = C_i \phi_i(x), \quad (15.90)$$

где  $C_i$  — константы, а  $\phi_i$  — полевые операторы, соответствующие псевдоскалярному октету. В модели кварков, по крайней мере для свободных кварков, имеем соотношение

$$\partial_\mu \bar{q} \left( \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_i}{2} \right) q = 2m_q \bar{q} \frac{\lambda_i}{2} \gamma_5 q. \quad (15.91)$$

Это соотношение аналогично гипотезе РСАС, если отождествить оператор  $\bar{q}(\lambda_i/2)\gamma_5 q$  с псевдоскалярным октетом. Конечно, нет гарантии, что это равенство справедливо для взаимодействующих кварков. Во всяком случае, оператор  $\bar{q}(\lambda_i/2)\gamma_5 q$  нельзя понимать буквально как псевдоскалярное поле, так как он удовлетворяет другим коммутационным соотношениям. Ниже мы продемонстрируем более сложную модель, в которой гипотеза РСАС выполняется в точном смысле слова. Повторим кратко рассуждения, которые привели в гл. 11 к соотношению Гольдбергера — Треймана. Пусть

$$\partial_\mu A_{\mu i} = O_i^5 \quad (15.92)$$

и пусть  $|\bar{B}\rangle$  и  $|B\rangle$  — октетные барионные состояния. Тогда при нулевой передаче импульса <sup>1)</sup>

$$\langle \bar{B} | O_j^5 | B \rangle = -i2M \left\{ F_A \text{Sp} \left( \frac{1}{2} \lambda_i [\gamma_5 B, \bar{B}]_- \right) + D_A \text{Sp} \left( \frac{1}{2} \lambda_i [\gamma_5 B, \bar{B}]_+ \right) \right\}, \quad (15.93)$$

где  $M$  — общая масса октета. Нас интересуют только те компоненты этого равенства, которые меняют заряд, так как именно они связаны с лептонными распадами. Для распадов с изменением странности формула (15.93) приводится к виду

$$\langle \bar{B} | O_4^5 + iO_5^5 | B \rangle = -i2M \left\{ F_A \text{Sp} \left[ \frac{1}{2} (\lambda_4 + i\lambda_5) [\gamma_5 B, \bar{B}]_- \right] + D_A \text{Sp} \left[ \frac{1}{2} (\lambda_4 + i\lambda_5) [\gamma_5 B, \bar{B}]_+ \right] \right\}. \quad (15.94)$$

Чтобы получить обобщенное соотношение Гольдбергера — Треймана, примем, что оператор  $O_4^5 + iO_5^5$  действует, по крайней мере при малых  $q^2$ , как поле  $K^+$ -мезона, т. е. что  $\langle \bar{B} | O_4^5 + iO_5^5 | B \rangle$  имеет полюс при  $q^2 = -m_K^2$ , вычет которого связан с константой связи, соответствующей излучению  $K$ -мезона барионным током. Воспроизводя вывод, данный в гл. 11, приходим к соотношению

$$\begin{aligned} \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot 2M \left\{ F_A \text{Sp} \left[ \frac{\lambda_4 + i\lambda_5}{2} [\gamma_5 B, \bar{B}]_- \right] + D_A \text{Sp} \left[ \frac{\lambda_4 + i\lambda_5}{2} [\gamma_5 B, \bar{B}]_+ \right] \right\} \approx \\ \approx g_K (-m_K^2) \left\{ f \text{Sp} \left[ \frac{\lambda_4 + i\lambda_5}{2} [\gamma_5 B, \bar{B}]_- \right] + d \text{Sp} \left[ \frac{\lambda_4 + i\lambda_5}{2} [\gamma_5 B, \bar{B}]_+ \right] \right\}. \end{aligned} \quad (15.95)$$

Величины в левой части были определены ранее,  $g_K$  определяется равенством (15.2). Постоянные  $f$  и  $d$  — эффективные кон-

<sup>1)</sup> В литературе часто дается эквивалентное представление этих матричных элементов в виде

$$\langle A_i(p) | A_{\mu k}(0) | A_j(p) \rangle = g_A [(1 - \alpha) f_{ijk} + \alpha d_{ijk}] i\bar{u}(p) \gamma_\mu \gamma_5 u(p),$$

где  $|A_i\rangle$  — компоненты барионного октета, а  $A_{\mu k}(0)$  — аксиальные токи,  $p$  — импульс  $A_i$ , а  $f_{ijk}$  и  $d_{ijk}$  — структурные константы группы  $SU_3$ , данные в (13.6) и (13.8). Связь между этими параметрами и параметрами, используемыми в нашей работе, имеет вид

$$g_A = D_A + F_A, \\ \alpha = \frac{\frac{D_A}{F_A}}{1 + \frac{D_A}{F_A}} = \frac{D_A}{g_A}, \quad 1 - \alpha = \frac{F_A}{g_A}.$$

станты сильного  $K$ -мезон-барионного взаимодействия. Эти константы входят в  $SU_3$ -инвариантный лагранжиан типа Юкавы в виде ( $M$  — матрица мезонных полей)

$$g_{mBV} = f \operatorname{Sp}[M[\gamma_5 B, \bar{B}]_-] + d \operatorname{Sp}[M[\gamma_5 B, \bar{B}]_+]. \quad (15.96)$$

Из формулы (15.95) следует важный вывод. Отношение членов, содержащих  $F_A$  и  $D_A$  в левой части, к членам с  $f$  и  $d$  в правой части является постоянной величиной, не зависящей от параметров  $SU_3$ . При этом необходимо, чтобы

$$\frac{F_A}{D_A} = \frac{f}{d}, \quad (15.97)$$

и мы получаем замечательную связь между константами слабого и сильного взаимодействий. Подробное обсуждение того, как определить отношение  $f/d$  из эксперимента, выходит за рамки нашей книги, так как при этом существенно учитывается динамика сильных взаимодействий (см., например, гл. 25 книги Газиоровича [86] и приведенные там ссылки). Результат этого обсуждения свидетельствует о согласии соотношения (15.97) с данными опыта. Формула (15.95) приводит к нескольким соотношениям типа Гольдбергера — Треймана для различных частиц. В частности, для частиц  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $K^+$  получено

$$g_K(-m_K^2) \approx \frac{G}{\sqrt{2}} (M_p + M_{\Lambda^0}) \frac{3F_A + D_A}{3f + d}. \quad (15.98)$$

В тех же обозначениях

$$g_\pi(-m_\pi^2) \approx \frac{G}{\sqrt{2}} 2M_p \frac{F_A + D_A}{f + d}, \quad (15.99)$$

где

$$|F_A + D_A| = |g_A(0)| \quad (15.100)$$

и

$$f + d = \sqrt{2} f_\pi, \quad (15.101)$$

а  $f_\pi$  — константа  $\pi$ -мезон-нуклонной связи. Здесь, следуя традиции, мы попытались частично учесть нарушение симметрии, заменив в (15.98)  $2M$  на  $M_p + M_{\Lambda^0}$ . Таким образом,

$$\frac{g_K}{g_\pi} \approx \frac{M_p + M_{\Lambda^0}}{2M_p} \frac{\left( \frac{3 + D_A/F_A}{1 + D_A/F_A} \right)}{\left( \frac{3 + d/f}{1 + d/f} \right)}. \quad (15.102)$$

В пределе точной  $SU_3$ -симметрии это равенство дает

$$\frac{g_K}{g_\pi} = 1, \quad (15.103)$$



а если подставить различные массы, но приравнять  $D_A/F_A$  и  $d/f$ , то

$$\frac{g_K}{g_\pi} \approx 1,09. \quad (15.104)$$

На самом деле, эксперимент дает [130, 131]

$$\frac{d}{f} \approx 2,7. \quad (15.105)$$

Таким образом, получается

$$\frac{g_K}{g_\pi} \approx 1,18; \quad (15.106)$$

эту величину надо сравнивать с величиной 1,28, полученной из значения угла Кабиббо. Близость двух значений придает этой теории правдоподобие<sup>1)</sup>.

Гипотезу PCAC можно использовать вместе с некоторыми соображениями, приведенными в гл. 12, для получения формул Адлера — Вайсбергера для переходов с  $\Delta S = 1$  [84, 132—134]. Одновременное коммутационное соотношение для аксиальных зарядов

$$[Q_{5i}(t), Q_{5j}(t)]_- = if_{ijk} Q_k(t) \quad (15.107)$$

приводит, в частности, к равенству

$$[Q_{54} + iQ_{55}, Q_{54} - iQ_{55}]_- = \sqrt{3} Q_8 + Q_3 = \frac{3}{2} Y + T_3. \quad (15.108)$$

Рассмотрим матричный элемент этого соотношения между однонуклонными состояниями со спинами  $s'$  и  $s$ . Для нейтрона<sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} \langle N |_{s'} [Q_{54} + iQ_{55}, Q_{54} - iQ_{55}]_- | N \rangle_s &= 1 = \\ &= \sum_{s'} |\langle \Sigma^- |_{s'} A_{04}(0) - iA_{05}(0) | N \rangle_s|^2 + R_N(\mathbf{p}, \mathbf{p}), \end{aligned} \quad (15.109)$$

учитывая тот факт, что  $\Sigma^-$  — единственное одночастичное состояние, которое получается из  $N$  действием оператора  $A_{04} - iA_{05}$ . Константа связи для распадов  $\Sigma^-$  выражена через  $F_A$  и  $D_A$

<sup>1)</sup> При применении гипотезы PCAC к выводу соотношений Гольдбергера — Треймана для переходов с  $\Delta S = 1$  экстраполяция из точки  $q^2 = 0$  в точку  $q^2 = -m_K^2$ , необходимая при нарушении  $SU_3$ -симметрии ( $m_\pi \neq m_K$ ), делает этот подход еще более сомнительным, чем в случае переходов с  $\Delta S = 0$ . Тем интереснее общее согласие результатов с опытом.

<sup>2)</sup> Подробнее см. в гл. 12.

в табл. 10. В пределе  $v \rightarrow 1$  (см. гл. 12) величина  $R_N(\mathbf{p}, \mathbf{p})$  связана с  $KN$ -рассеянием. В результате <sup>1)</sup>

$$1 = (D_A - F_A)^2 + \frac{2g_K^2}{\pi G^2} \int \frac{dq_0}{q_0} [\sigma_{K-N}(q_0) - \sigma_{K+N}(q_0)], \quad (15.110)$$

где  $\sigma_{K^{\pm}N}$  — полные сечения рассеяния  $K^{\pm}$ -мезонов на нейтроне. Мы можем использовать экспериментальное значение  $g_K$ , найденное из распада  $K \rightarrow \mu + \nu_{\mu}$ , или с помощью  $SU_3$ -симметрии и соотношения Гольдбергера — Треймана можем записать

$$g_K^2 \approx g_{\pi}^2 \approx 2G^2 M_P^2 \frac{(F_A + D_A)^2}{(f + d)^2}. \quad (15.111)$$

Тогда получим

$$1 = (D_A - F_A)^2 + \frac{2M_P^2 g_A^2}{\pi g_{\pi}^2} \int \frac{dq_0}{q_0} [\sigma_{K-N}(q_0) - \sigma_{K+N}(q_0)]. \quad (15.112)$$

С другой стороны, рассматривая матричные элементы для протона, получаем

$$2 = \sum_{s'} |\langle \Lambda^0 |_{s'} (A_{04} - iA_{05}) | P \rangle_s|^2 + \sum_{s'} |\langle \Sigma^0 |_{s'} (A_{04} - iA_{05}) | P \rangle_s|^2 + R_P(\mathbf{p}, \mathbf{p}), \quad (15.113)$$

и опять с помощью табл. 10

$$1 = F_A^2 + \frac{1}{3} D_A^2 + \frac{M_P^2 g_A^2}{\pi g_{\pi}^2} \int \frac{dq_0}{q_0} [\sigma_{K-P}(q_0) - \sigma_{K+P}(q_0)]. \quad (15.114)$$

Рассмотрим случай  $M_P = 0$ , который мог бы соответствовать пределу сохраняющегося аксиального тока, и найдем  $F_A$  и  $D_A$ . Имеется четыре решения:

$$\begin{array}{cc} F_A & D_A \\ 1/2 & 3/2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1/2 & -3/2 \end{array}$$

Первое из них дает разумную величину отношения  $D/F \sim 3$ . В цитированных статьях вычислены поправки к этой величине, связанные с интегралами от сечений. Эти вычисления нетри-

<sup>1)</sup> Наше обозначение величины  $f_{\pi}$  связано с обозначением, используемым Вайсбергером [84], следующим образом:

$$f_{\pi} = \frac{G}{\sqrt{2}} (f_{\pi})_{W. W.}$$

виальны, подробный вывод читатель найдет в оригинальных работах. Была найдена величина

$$\alpha = \frac{D_A}{D_A + F_A} = \frac{D_A/F_A}{1 + D_A/F_A}. \quad (15.115)$$

Результаты

$\alpha = 0,75 \pm 0,10$	— Вайсбергер [84],
$\alpha = 0,73$	— Амати и др. [132],
$\alpha = 0,63$	— Левинсон и Музинич [133]

находятся в разумном согласии с экспериментальными числами. Вайсбергер нашел также величину  $|g_A|$

$$|g_A| = 1,28 \pm 0,10,$$

которая в пределах ошибок согласуется с экспериментом.

Эти результаты весьма обнадеживают, однако ни один из них не проливает света на основной вопрос — почему распады с изменением странности слабее распадов с  $\Delta S = 0$ . Ответ пока неясен.

## II. НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ

Теперь обратимся к нелептонным распадам, а в конце главы вновь вернемся к вопросу о существовании теоретико-полевых моделей, в которых выполняются условия, используемые в нашем обсуждении — РСАС и алгебре коммутаторов.

Фундаментальные проблемы, которые появляются в связи с нелептонными распадами, можно увидеть на примере простейшего правила отбора  $\Delta T = 1/2$ , которое, по-видимому, выполняется в этих распадах. Для лептонных распадов это правило очень легко включить в теорию, приписав адронному току определенные трансформационные свойства. Например, для тока с  $\Delta S = 1$

$$[J_{\mu 4} + iJ_{\mu 5}, T_3]_- = \frac{1}{2} [J_{\mu 4} + iJ_{\mu 5}] \quad (15.116)$$

(см. табл. значений  $f_{ijk}$  в гл. 13, стр. 269). Таким образом, матричные элементы вида  $\langle T' T_3' | J_{\mu 4} + iJ_{\mu 5} | T T_3 \rangle$  обращаются в нуль, если  $\Delta T_3 \neq 1/2$ . Нелептонные распады также подчиняются правилу  $\Delta T = 1/2$ , которое можно сформулировать в виде утверждения, что эффективный гамильтониан для нелептонных распадов, таких, как  $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$  и  $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ , преобразуется как изоспинор. Прежде чем приступить к обсуждению теории, рассмотрим некоторые экспериментальные данные, подтверждающие это правило. Для получения следствий этого правила

отбора воспользуемся техникой «шпурионов», суть которой заключается в представлении реакции типа

$$A \xrightarrow{H_{WK}^{\Delta S=1}} B + C \quad (15.117)$$

в виде

$$S + A \rightarrow B + C, \quad (15.118)$$

где  $S$  — воображаемый объект с изоспином  $1/2$ , «шпурион», играющий в изопространстве роль гамильтониана  $H_{MK}^{\Delta S=1}$ . Например, для распада  $\Lambda^0 \rightarrow n + \pi$  начальное состояние в изопространстве записывается в виде  $\psi_{1/2}^{\text{in}}$  (изоспин  $T = 1/2$  связан со шпурионом). Конечные состояния, нейтрально заряженные, можно записать в виде

$$\begin{aligned} |\pi^- p\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}} \psi_{1/2}^{\text{out}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \psi_{3/2}^{\text{out}}, \\ |N\pi^0\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}} \psi_{3/2}^{\text{out}} + \sqrt{\frac{1}{3}} \psi_{1/2}^{\text{out}}. \end{aligned} \quad (15.119)$$

С учетом шпуриона изоспин как бы сохраняется. Поэтому из формулы (15.119) получается следующее предсказание — следствие правила  $\Delta T = 1/2$ :

$$\frac{R(\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p)}{R(\Lambda^0 \rightarrow \pi^0 + n)} = \frac{2}{1}. \quad (15.120)$$

Экспериментальные числа [10]

$$\frac{R(\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p)_{\text{эксп}}}{R(\Lambda^0 \rightarrow \pi^0 + n)_{\text{эксп}}} = \frac{66,4}{33,6} \pm 1,1. \quad (15.121)$$

Другое применение та же идея находит в распаде короткоживущего  $K^0$ -мезона на  $\pi^+ + \pi^-$  и  $\pi^0 + \pi^0$ . В силу статистики Бозе  $\pi$ -мезоны находятся в  $S$ -состоянии с изоспинами<sup>1)</sup>  $T = 0$  или  $T = 2$  (спин  $K$ -мезона равен нулю.) Правило  $\Delta T = 1/2$  исключает состояние  $T = 2$ . Запишем состояние  $T = 0$  в виде

$$\pi_1 \cdot \pi_2 = \pi_1^+ \pi_2^- + \pi_1^- \pi_2^+ + \pi_1^0 \pi_2^0. \quad (15.122)$$

В результате отношение

$$\frac{R(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)}{R(K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)} = \frac{2}{1} \quad (15.123)$$

<sup>1)</sup> Состояние с  $T = 1$  характеризуется антисимметричной функцией в изопространстве  $\pi_1 \times \pi_2$ , поэтому, согласно статистике Бозе, пространственная функция  $\pi$ -мезонов должна быть также антисимметрична, что исключает  $S$ -состояние.

следует сравнить с экспериментальным [10]

$$\frac{R(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)_{\text{эксп}}}{R(K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)_{\text{эксп}}} = \frac{69,3}{30,7} \pm 1,2. \quad (15.124)$$

Это правило не должно выполняться лучше, чем сохранение изоспина, но оба примера показывают (есть и другие примеры), что согласие с экспериментом вполне приличное. Возникает весьма типичная для этого предмета дилемма. В ток-токовой теории эти распады описываются произведением токов вида  $J_\mu S_\mu^*$ , где  $J_\mu$  — ток с  $\Delta S = 0$  и  $\Delta T = 1$ , а  $S_\mu$  — ток с  $\Delta S = 1$  и  $\Delta T = 1/2$ . Но такое произведение содержит компоненты как с  $T = 1/2$ , так и с  $T = 3/2$ . Например, взаимодействие вида  $(\bar{N}P)$  ( $\bar{P}\Lambda$ ), присутствующее в этой теории, приводит к  $\Delta T = 1/2$  и  $\Delta T = 3/2$ . Избавиться от членов с  $\Delta T = 3/2$  можно только ценой введения *нейтральных* токов. Так, например, комбинация<sup>1)</sup>

$$(\bar{N}P)(\bar{P}\Lambda) + \frac{1}{2}(\bar{P}P - \bar{N}N)(\bar{N}\Lambda) \quad (15.125)$$

преобразуется как изоспинор. Но, как видно на опыте, эти нейтральные токи не взаимодействуют с лептонами. Таким образом, теория с гамильтонианом  $W_\mu W_\mu^*$  теряет свое изящество. Поэтому для получения правила  $\Delta T = 1/2$  в адронных распадах приходится либо найти динамический механизм усиления распадов с  $\Delta T = 1/2$ , либо ввести нейтральные токи, по-разному взаимодействующие с адронами и лептонами.

Эта проблема вновь всплывает при обсуждении  $SU_3$ -симметричных свойств гамильтониана нелептонных слабых распадов. Если принять гамильтониан

$$H_{WK} = \frac{G}{\sqrt{2}} [W_\mu W_\mu^* + \text{Эрм. сопр.}] \quad (15.126)$$

и теорию Кабиббо, то адронная часть гамильтониана будет иметь вид

$$H_{WK}^{\Delta S=1} = \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta \cdot \cos \theta \sum_{ij} [J_{\mu i} J_{\mu j}^* + J_{\mu i}^* J_{\mu j}], \quad (15.127)$$

где сумма берется по некоторым (не всем) октетным индексам<sup>2)</sup>. Вообще говоря, произведение двух октетов  $SU_3$  разлагается так:

$$8 \times 8 = 1 + 8_A + 8_S + 10 + 10^* + 27. \quad (15.128)$$

<sup>1)</sup> Дираковские матрицы опущены.

<sup>2)</sup> В том, что касается октетных свойств, мы игнорируем разницу между  $J_{\mu i}$  и  $J_{\mu i}^*$ , так как члены вида  $i\bar{q}\gamma\lambda_i q$  — эрмитовы. Во всяком случае,  $8 = 8^*$ .

Однако поскольку формула (15.127) симметрична по индексам, то некоторые из представлений в (15.128) не дадут вклада в  $H_{WK}^{\Delta S=1}$ . В частности, выпадают  $\mathbf{10}$  и  $\mathbf{10}^*$ . Чтобы убедиться в этом, построим декуплет из двух октетов  $T_\beta^\alpha$  и  $T_\beta^{\prime\alpha}$ . Получим

$$D_{\lambda\beta\delta} = \varepsilon_{\lambda\alpha\gamma} [T_\beta^\alpha T_\delta^{\prime\gamma} + T_\delta^\alpha T_\beta^{\prime\gamma}] + \varepsilon_{\beta\alpha\gamma} [T_\delta^\alpha T_\lambda^{\prime\gamma} + T_\lambda^\alpha T_\delta^{\prime\gamma}] + \varepsilon_{\delta\alpha\gamma} [T_\lambda^\alpha T_\beta^{\prime\gamma} + T_\beta^\alpha T_\lambda^{\prime\gamma}]. \quad (15.129)$$

Если теперь положить  $T_\beta^\alpha = T_\beta^{\prime\alpha}$ , то из-за антисимметрии  $\varepsilon_{\lambda\alpha\gamma}$  имеем

$$D_{\lambda\beta\delta} = 0. \quad (15.130)$$

Аналогичным образом можно исключить  $\mathbf{10}^*$ . В разложении (15.128) есть также два октета,  $\mathbf{8}_A$  и  $\mathbf{8}_S$ . При комбинировании  $J_{\mu i}$  и  $J_{\mu j}^*$  результат будет содержать только произведения определенных октетных компонент  $J_{\mu i} J_{\mu 4}^*$ ,  $J_{\mu i} J_{\mu 5}^*$  и т. д. Есть два способа получить в октете  $\mathbf{8}_S$  именно такие линейные комбинации<sup>1)</sup>:

$$d_{\delta ij} (J_{\mu i} J_{\mu j}^* + \text{Эрм. сопр.}) \quad (15.131)$$

и

$$d_{7ij} (J_{\mu i} J_{\mu j}^* + \text{Эрм. сопр.}).$$

Здесь мы использовали таблицу в гл. 13 (стр. 269), из которой видно, что тензоры  $d_{ijh}$ , имеющие один индекс 1 или 2, а другой — 4 или 5, должны иметь третий индекс 6 или 7. Октет  $\mathbf{8}_A$  строится путем замены<sup>2)</sup>  $d_{ijh}$  на  $f_{ijh}$ , но этот вариант исключается в теории Кабиббо из-за симметрии гамильтониана  $H_{WK}^{\Delta S=1}$  по октетным индексам. Используем теперь предполагае-

<sup>1)</sup> На тензорном языке эти способы соответствуют взятию подходящих компонент симметричного тензора

$$T_\gamma^\alpha = T_\beta^{\prime\alpha} T_\gamma^{\prime\prime\beta} + T_\gamma^{\prime\beta} T_\beta^{\prime\prime\alpha} - \frac{2}{3} \delta_\gamma^\alpha T_\lambda^{\prime\beta} T_\beta^{\prime\prime\lambda},$$

где в нашем случае  $T' = T''$ .

<sup>2)</sup> Эти комбинации на тензорном языке соответствуют компонентам антисимметричного тензора

$$T_\gamma^\alpha = T_\beta^{\prime\alpha} T_\gamma^{\prime\prime\beta} - T_\alpha^{\prime\beta} T_\beta^{\prime\prime\gamma}, \quad \text{с } T' = T''.$$

мую  $CP$ -симметрию  $H_{\bar{W}K}^{\Delta S=1}$  для исключения связи с  $d_{7ij}$ . На тензорном языке гамильтониан имеет вид  $\text{Sp}(\lambda_i TT)$ , где  $i$  равно 6 или 7. Трансформационные свойства этой связи относительно  $CP$ -преобразования можно найти из следующего простого, хотя и непрямого, рассуждения<sup>1)</sup>. Так как мы считаем, что операция  $CP$  сохраняется, то достаточно рассмотреть один из токов — векторный или аксиальный. Поэтому под действием операции  $CP$  тензор  $T$  преобразуется как дивергенция аксиального тока, которая в свою очередь преобразуется как матрица мезонных полей  $M$ . Но мы уже установили в гл. 14 [формула (14.15)], как преобразуется  $M$  под действием  $c$ :

$$cMc^{-1} = M^T. \quad (15.132)$$

Так как рассматривается *псевдоскалярный* октет, то

$$(cP)M(cP)^{-1} = -M^T. \quad (15.133)$$

Следовательно, в нашем гамильтониане

$$(cP)T(cP)^{-1} = -T^T. \quad (15.134)$$

Поэтому для  $CP$ -симметрии необходимо<sup>2)</sup>

$$\text{Sp}(\lambda_i TT) = \text{Sp}(\lambda_i T^T T^T) = \text{Sp}(\lambda_i^T TT). \quad (15.135)$$

Но

$$\lambda_6^T = \lambda_6 \quad (15.136)$$

и

$$\lambda_7^T = -\lambda_7, \quad (15.137)$$

поэтому связь с  $d_{7ij}$  исключается. Остается еще 27-мерное представление<sup>3)</sup>, содержащее компоненты с  $T = {}^3/2$ , присутствие ко-

<sup>1)</sup> Такой же ответ получен другими способами в обзорах [86, 125, 135]. Читатель легко получит тот же результат, применяя  $CP$ -преобразование непосредственно к кварковым токам.

<sup>2)</sup>  $\text{Sp}(A) = \text{Sp}(A^T)$ .

<sup>3)</sup> Так как произведение  $J_{\mu i} J_{\mu j}^*$  имеет только индексы 1, 2, 4, 5, то мы не можем построить  $SU_3$ -скаляр. Такой скаляр вообще не может появиться в  $H_{\bar{W}K}$ , так как во всех слабых распадах  $\Delta T \neq 0$  и  $\Delta Y \neq 0$ . Заметим, что  $1 + 8 + 27 = 36$  — число компонент симметричного тензора  $T_{\mathfrak{g}}^{\alpha}$ , индексы которого пробегает восемь значений.

торых в гамильтониане нарушает правило<sup>1)</sup>  $\Delta T = 1/2$ . (Октетные члены преобразуются как  $K^+$  и приводят к правилу  $\Delta T = 1/2$ .) Так как это правило, по-видимому, хорошо согласуется с экспериментом, а октетный характер  $H_{\text{WK}}^{\Delta S=1}$  приводит к дополнительным предсказаниям, которые также согласуются с опытными данными, то мы приходим к выводу, что существует какой-то механизм, подавляющий 27-плет в  $H_{\text{WK}}^{\Delta S=1}$ . В литературе имеются разные мнения<sup>2)</sup> о том, как это происходит, и этой проблемой продолжают усиленно заниматься. В дальнейшем мы будем считать для простоты, что по той или иной причине 27-плет в гамильтониане  $H_{\text{WK}}^{\Delta S=1}$  отсутствует. Рассмотрим следствия этого предположения.

Первое следствие — это, конечно, адронное правило  $\Delta T = 1/2$ . Как было отмечено, это правило не может выполняться с большей точностью, чем та, с которой сохраняется изоспин. Исторически [143] это правило происходит от кажущейся аномалии в распаде  $K$ -мезонов. Экспериментальное отношение

$$R_{\text{эксп}} = \frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} \sim \frac{1}{500}, \quad (15.138)$$

так мало, что наводит на мысль о некотором правиле отбора, так как фазовый объем для обоих распадов почти одинаков. Действительно, *строгое* правило  $\Delta T = 1/2$  свело бы это отношение к нулю, так как система  $\pi^+\pi^0$  не может находиться в состоянии с  $T = 0$  (а состояние с  $T = 1$  запрещено статистикой). На первый взгляд положение кажется удовлетворительным, так как мы и не можем ожидать строгого запрета правилом  $\Delta T = 1/2$ . Однако если бы поправки были чисто электромагнитного

1) Для полноты выпишем вид 27-компонентного  $SU_3$ -тензора:

$$\begin{aligned} T_{\beta\delta}^{\alpha\gamma} = & T_{\beta}^{\alpha} T_{\delta}^{\gamma} + T_{\beta}^{\gamma} T_{\delta}^{\alpha} + T_{\delta}^{\alpha} T_{\beta}^{\gamma} + T_{\delta}^{\gamma} T_{\beta}^{\alpha} - \\ & - \frac{1}{5} \{ \delta_{\beta}^{\alpha} (T_{\delta}^{\lambda} T_{\lambda}^{\gamma} + T_{\lambda}^{\gamma} T_{\delta}^{\lambda}) + \delta_{\beta}^{\gamma} (T_{\delta}^{\lambda} T_{\lambda}^{\alpha} + T_{\lambda}^{\alpha} T_{\delta}^{\lambda}) + \\ & + \delta_{\delta}^{\alpha} (T_{\beta}^{\lambda} T_{\lambda}^{\gamma} + T_{\lambda}^{\gamma} T_{\beta}^{\lambda}) + \delta_{\delta}^{\gamma} (T_{\beta}^{\lambda} T_{\lambda}^{\alpha} + T_{\lambda}^{\alpha} T_{\beta}^{\lambda}) \} + \\ & + \frac{1}{10} (\delta_{\beta}^{\alpha} \delta_{\delta}^{\gamma} + \delta_{\delta}^{\alpha} \delta_{\beta}^{\gamma}) (T_{\mu}^{\lambda} T_{\lambda}^{\mu}). \end{aligned}$$

Этот тензор обладает необходимыми свойствами симметрии и может входить в  $H_{\text{WK}}^{\Delta S=1}$ .

2) О некоторых попытках объяснить подавление 27-плета см. в работах [136—140]. Алгебра коммутаторов группы  $SU_3$  принесла определенный успех при решении этой проблемы. Об этом подходе см. [141, 142].



происхождения, то можно было бы ожидать для отношения величину порядка <sup>1)</sup>

$$R_{\text{эксп}} \sim \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \approx 10^{-5}, \quad (15.139)$$

которая намного меньше экспериментального отношения. Этот парадокс объясняется теорией Кабиббо при октетной доминантности в  $H_{WK}^{\Delta S=1}$ . Воспользуемся доказательством Окубо [196]<sup>2)</sup>, применившего тождество, которое нам еще понадобится. Рассмотрим четыре матрицы третьего порядка  $A, B, C, D$  и построим тензор

$$\sum_P (-1)^P A_{\lambda}^{\sigma} B_{\mu}^{\beta} C_{\nu}^{\gamma} S_{\sigma}^{\delta}, \quad (15.140)$$

где сумма берется по всем перестановкам нижних индексов и  $(-1)^P = \pm 1$  в зависимости от четности перестановки. Эта сумма равна нулю, так как индексы принимают только три значения, поэтому в каждом члене пара индексов совпадает и из-за множителя  $(-1)^P$  все члены взаимно уничтожаются. В частности, положим

$$\lambda = \beta, \quad \mu = \gamma, \quad \nu = \delta, \quad \alpha = \sigma \quad (15.141)$$

и просуммируем. Если следы матриц  $A, B, C, D$  равны нулю, то получается тождество

$$\begin{aligned} \text{Sp}(ABCD) + \text{Sp}(ABDC) + \text{Sp}(ACBD) + \text{Sp}(ACDB) + \\ + \text{Sp}(ADBC) + \text{Sp}(ADCB) = \text{Sp}(AB) \cdot \text{Sp}(CD) + \\ + \text{Sp}(AC) \cdot \text{Sp}(BD) + \text{Sp}(AD) \cdot \text{Sp}(BC). \end{aligned} \quad (15.142)$$

Рассмотрим теперь матричный элемент перехода

$$M \rightarrow M + M,$$

т. е. индуцированный гамильтонианом  $H_{WK}^{\Delta S=1}$  распад мезона из некоторого октета на два мезона из того же октета, например  $K \rightarrow \pi + \pi$ . В пределе точной  $SU_3$ -симметрии, так как  $H_{WK}^{\Delta S=1}$  преобразуется как  $\lambda_6$ , можно построить только две комбинации<sup>3)</sup>,  $\text{Sp}(\lambda_6 M^3)$  и  $\text{Sp}(M^2) \cdot \text{Sp}(\lambda_6 M)$ , но поскольку  $M$  и  $\lambda_6$  — матрицы третьего порядка с нулевым следом, то, применяя тождество (15.142), получаем

$$6 \text{Sp}(M^3 \lambda_6) = 3 \text{Sp}(M^2) \text{Sp}(M \lambda_6), \quad (15.143)$$

<sup>1)</sup> Мы вставили множитель  $1/\pi$ , который обычно получается при вычислении радиационных поправок.

<sup>2)</sup> Метод изложения заимствован у Далица [135].

<sup>3)</sup> В общем случае можно включить также производные поля  $M$ , но в пределе точной  $SU_3$ -симметрии эти члены либо обратятся в нуль, либо сведутся к уже рассмотренным. (См. лекции Далица [135].)

так что на самом деле остается только одна комбинация. Однако

$$\text{Sp}(\lambda_6 M) = K^0 + \bar{K}^0 \quad (15.144)$$

представляет собой  $CP$ -нечетную комбинацию, которая не может переходить в  $CP$ -четные состояния  $\pi^+\pi^-$  или  $\pi^0\pi^0$ . Итак, распад  $K_S^0 \rightarrow \pi + \pi$  запрещен в точной  $SU_3$ -симметрии в теории Кабиббо<sup>1)</sup>. Прежде чем перейти к обсуждению этого результата, несколько изменим доказательство, что сделает его более ясным. При рассмотрении этого распада гамильтониан  $H_{\bar{W}K}^{\Delta S=1}$  эффективно заменяется шпурионом  $S$  со следующим свойством симметрии:

$$(cP) S (cP)^{-1} = S^T. \quad (15.145)$$

Но этот шпурион нельзя  $CP$ -симметрично и  $SU_3$ -инвариантно связать с  $M^3$ , так как величина  $\text{Sp}(M^3 S)$  имеет неправильную  $CP$ -четность<sup>2)</sup>. Поэтому

$$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi + \pi) \approx 0(\lambda^2), \quad (15.146)$$

где  $\lambda$  — константа взаимодействия, нарушающего  $SU_3$ -симметрию. В результате с учетом правила  $\Delta T = 1/2$

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} \sim \frac{(\alpha/\pi)^2}{\lambda^2} \sim 10^{-3}, \quad (15.147)$$

что по порядку величины согласуется с опытом и устраняет парадокс.

В качестве последнего применения октетной доминантности в адронных распадах мы дадим частичный вывод знаменитого правила сумм Ли — Сугавара [145, 146]<sup>3)</sup>. Это правило связывает амплитуды трех адронных распадов

$$\begin{aligned} \Xi^- &\rightarrow \Lambda^0 + \pi^-, & a(\Xi^-), \\ \Lambda^0 &\rightarrow p + \pi^-, & a(\Lambda_-^0), \\ \Sigma^+ &\rightarrow p + \pi^0, & a(\Sigma_0^+), \end{aligned} \quad (15.148)$$

следующим образом:

$$2a(\Xi^-) = a(\Lambda_-^0) + \sqrt{3} a(\Sigma_0^+). \quad (15.149)$$

<sup>1)</sup> Впервые этот результат получил Кабиббо [144]

<sup>2)</sup>  $(cP)M(cD)^{-1} = -M^T$ .

<sup>3)</sup> Обсуждение этого правила с точки зрения современной алгебры токов см в [141, 142].

Это соотношение, по-видимому, выполняется на опыте, по крайней мере, с точностью до нескольких процентов [147]<sup>1)</sup>.

Как мы уже упоминали, будет дан лишь «частичный» вывод этого результата. Что значит «частичный», вскоре станет ясно. Все указанные распады происходят в состоянии с двумя орбитальными моментами  $\pi$ -мезон-барионной системы,  $l = 0$  и  $1$ , так как распадающийся барион имеет спин  $1/2$ . Поэтому амплитуда  $B \rightarrow B + M$  распада имеет вид<sup>2)</sup> (четность не сохраняется!)

$$\text{Sp} [\bar{B}(a_0 + a_5\gamma_5) BMS], \quad (15.150)$$

где  $a_0$  и  $a_5$  — комплексные числа, а  $S$  — октетный шпурин. С точки зрения  $SU_3$ -симметрии имеется девять возможных инвариантов<sup>3)</sup>, т. е. амплитуда имеет вид

$$\begin{aligned} M_1 \text{Sp} (\bar{B}SMB) + M_2 \text{Sp} (\bar{B}MBS) + M_3 \text{Sp} (\bar{B}BSM) + \\ + M_4 \text{Sp} (\bar{B}SBM) + M_5 \text{Sp} (\bar{B}MSB) + M_6 \text{Sp} (\bar{B}BMS) + \\ + M_7 \text{Sp} (\bar{B}M) \text{Sp} (BS) + M_8 \text{Sp} (\bar{B}S) \text{Sp} (BM) + M_9 \text{Sp} (\bar{B}B) \text{Sp} (MS), \end{aligned} \quad (15.151)$$

где  $M_i$  — комплексные числа ( $i = 1 \dots 9$ ). С помощью тождества (15.142) можно исключить один из вариантов, тогда останется 8 независимых величин  $M_i$ . Однако в теории Кабиббо

$$S = \lambda_6. \quad (15.152)$$

Используя  $CP$ -симметрию, можно еще уменьшить число независимых коэффициентов  $M$ . Под действием  $P$ -инверсии ( $M$ -псевдоскалярный октет)

$$\begin{aligned} \bar{B}BM &\rightarrow -\bar{B}BM, \\ \bar{B}\gamma_5 BM &\rightarrow \bar{B}\gamma_5 BM, \end{aligned} \quad (15.153)$$

а под действием оператора  $C$

$$\begin{aligned} M &\rightarrow M^T, \\ B &\rightarrow \bar{B}^T c, \\ \bar{B} &\rightarrow (c^{-1}B)^T, \end{aligned} \quad (15.154)$$

<sup>1)</sup> См. обзорный доклад Берджа [122].

<sup>2)</sup> Другие инварианты группы  $SU_3$  даны ниже. Что касается форм, содержащих импульсы, то, как можно показать (используя уравнение Дирака), они не дают ничего нового.

<sup>3)</sup> Наши обозначения следуют Далицу [135]. Мы воспользовались тем, что все матрицы, включая  $S$ , имеют нулевой след.

где  $c$  — антисимметричная матрица 4-го порядка, по определению обладающая тем свойством, что

$$c\gamma_\mu^T c^{-1} = -\gamma_\mu. \quad (15.155)$$

Теперь мы можем найти  $CP$ -четность всех девяти членов в (15.151). Рассмотрим для примера один из членов,  $\text{Sp}(\bar{B}SMB)$ , а для других выпишем ответ. Итак,

$$\text{Sp}(\bar{B}SMB) \xrightarrow{CP} \mp \text{Sp}(B^T S M^T \bar{B}^T) = \mp \text{Sp}(\bar{B}MSB). \quad (15.156)$$

При этом мы считаем шпурион  $S$  симметричным ( $\lambda_6$ ), что соответствует  $CP$ -симметрии гамильтониана  $H_{\Psi K}^{\Delta S=1}$ . Знаки « $\mp$ » обусловлены пространственной инверсией и соответствуют членам вида  $\bar{B}B$  и  $\bar{B}\gamma_5 B$ .

В итоге

$$\begin{aligned} \text{Sp}(\bar{B}SMB) &\leftrightarrow \mp \text{Sp}(\bar{B}MSB), \\ \text{Sp}(\bar{B}BSM) &\leftrightarrow \mp \text{Sp}(\bar{B}BMS), \\ \text{Sp}(\bar{B}M) \text{Sp}(BS) &\leftrightarrow \mp \text{Sp}(BM) \text{Sp}(\bar{B}S), \\ \text{Sp}(\bar{B}MBS) &\leftrightarrow \mp \text{Sp}(\bar{B}MBS), \\ \text{Sp}(\bar{B}SBM) &\leftrightarrow \mp \text{Sp}(\bar{B}SBM), \\ \text{Sp}(\bar{B}B) \text{Sp}(MS) &\leftrightarrow \mp \text{Sp}(\bar{B}B) \text{Sp}(MS). \end{aligned} \quad (15.157)$$

Для нечетной (скалярной) части<sup>1)</sup> амплитуды распада  $B \rightarrow B + \pi$  ( $\bar{B}BM$ )  $CP$ -симметрия дает следующие условия на амплитуды  $M_i$ :

$$M_2 = M_4 = M_9 = 0 \quad (15.158)$$

и

$$M_1 = -M_5, \quad M_3 = -M_6, \quad M_7 = -M_8. \quad (15.159)$$

Для членов вида  $\bar{B}\gamma_5 BM$  не возникает ограничений на  $M_2$ ,  $M_4$  и  $M_9$ , и таким способом нельзя получить соотношения (15.149). Напротив, для членов вида  $\bar{B}BM$  эти условия можно использовать для вывода правила сумм Ли — Сугавары следующим

<sup>1)</sup> В литературе этот член обычно называют «нарушающим четность». Разумеется, сам по себе он не дает  $P$ -нечетных эффектов. Эти эффекты появляются из-за наличия в гамильтониане членов с противоположной  $P$ -четностью.

образом. Кроме трех процессов, указанных в (15.148), имеется еще четыре:

$$\begin{aligned}\Sigma^- &\rightarrow n + \pi^-, & a(\Sigma^-), \\ \Lambda^0 &\rightarrow n + \pi^0, & a(\Lambda_0^0), \\ \Sigma^+ &\rightarrow p + \pi^0, & a(\Sigma_0^+), \\ \Xi^0 &\rightarrow \Lambda^0 + \pi^0, & a(\Xi_0^0).\end{aligned}\tag{15.160}$$

Однако с помощью правила  $\Delta T = 1/2$  можно найти соотношения между ними. Как было показано [см. (15.120)],

$$\sqrt{2} a(\Lambda_0^0) = a(\Lambda^0).\tag{15.161}$$

Можно вывести еще два соотношения <sup>1)</sup>:

$$\begin{aligned}\sqrt{2} a(\Xi_0^0) &= a(\Xi^-), \\ \sqrt{2} a(\Sigma_0^+) &= -a(\Sigma^-) + a(\Sigma_+^+),\end{aligned}\tag{15.162}$$

которые согласуются с экспериментом. Это значит, что *без* требования  $CP$ -симметрии имеются четыре независимые амплитуды, если задано правило  $\Delta T = 1/2$  или октетная доминантность. Что касается членов вида  $\bar{B}BM$ , то  $CP$ -симметрия сводит число независимых параметров к *трем*, т. е. получается одно соотношение между четырьмя амплитудами. Непосредственное вычисление приводит к формуле (15.149) <sup>2)</sup>.

Наш вывод *не проходит* для четных членов вида  $\bar{B}\gamma_5 BM$ , хотя и для них соотношение (15.149) подтверждается на опыте. Многие пытались обобщить рассмотрение таким образом, чтобы охватить оба типа членов. Все эти попытки требуют привлечения дополнительных предположений того или иного рода, читатель может изучить эту проблему по литературе.

Мы заканчиваем эту книгу обсуждением трех проблем, которые находятся сейчас в центре внимания: 1) алгебра токов в применении к физике низких энергий, 2) лагранжианы, 3) нарушения  $CP$ -инвариантности в нелептонных распадах  $K^0$ -мезонов.

1. *Алгебра токов.* В первом пункте речь идет о соотношениях между матричными элементами вида  $\langle B\pi |_{\text{out}} H(0) | A \rangle$  и  $\langle B | H(0) | A \rangle$ , где  $|A\rangle$  — состояние, не содержащее  $\pi$ -мезонов, а  $|B\rangle$  — состояние, в котором  $\pi$ -мезоны могут присутствовать.

<sup>1)</sup> Эти соотношения получаются путем непосредственного вычисления из формулы (15.151), так как правило  $\Delta T = 1/2$  содержится в  $SU_3$ -симметричной структуре амплитуд.

<sup>2)</sup> Этот аргумент заимствован у Гелл-Манна [148].

Например, можно рассмотреть соотношение между матричными элементами  $\langle \pi^+ \pi^- e^+ \gamma_e | H_{WK} | K^+ \rangle$ ,  $\langle \pi^0 \mu^+ \nu_\mu | H_{WK}(0) | K^+ \rangle$  и  $\langle \mu^+ \nu_\mu | H_{WK} | K^+ \rangle$ , которые соответствуют распадам  $K_{l4}$ ,  $K_{l3}$  и  $K_{l2}$ , где индексами обозначено число частиц в конечном состоянии <sup>1)</sup>. Исходным пунктом является «редукционная формула», использовавшаяся в гл. 12 в связи с  $\pi N$ -рассеянием. Введем стандартные обозначения. Пусть

$$A(x) \overset{\leftarrow}{\partial}_\mu B(x) = A(x) \frac{\partial}{\partial x_\mu} B(x) - \frac{\partial}{\partial x_\mu} A(x) B(x). \quad (15.163)$$

Тогда можно написать, как обычно,

$$\langle B \pi |_{\text{out}} H(0) | A \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( -i \int d\mathbf{r} \langle B | f^*(x) \overset{\leftarrow}{\partial}_t \pi(x) H(0) | A \rangle \right), \quad (15.164)$$

где

$$f^*(x) = \frac{e^{-i(qx)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2q_0}} \quad (15.165)$$

и

$$(-\nabla^2 + \partial_t^2 + m_\pi^2) f^*(x) = 0. \quad (15.166)$$

Так как состояние  $|A\rangle$  не содержит  $\pi$ -мезонов, то можно написать

$$\begin{aligned} \langle B \pi |_{\text{out}} H(0) | A \rangle &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left( -i \int d\mathbf{r} f^*(x) \overset{\leftarrow}{\partial}_t \langle B | [\pi(x), H(0)]_- | A \rangle \right) = \\ &= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left( -i \int d\mathbf{r} f^*(x) \overset{\leftarrow}{\partial}_t \langle B | \theta(t) [\pi(x), H(0)]_- | A \rangle \right). \end{aligned} \quad (15.167)$$

Мы ввели коммутатор, так как, действуя направо, оператор  $f^* \overset{\leftarrow}{\partial}_t$  уничтожает  $\pi$ -мезоны, а состояние  $|A\rangle$   $\pi$ -мезонов не содержит. Функцию  $\theta(t)$  можно вставить на том основании, что мы действуем в области  $t > 0$ , в которой

$$\theta(t) = 1. \quad (15.168)$$

Используя тот факт, что  $\theta(t) = 0$  при  $t < 0$ , можно написать

$$\begin{aligned} \langle B \pi |_{\text{out}} H(0) | A \rangle &= -i \int d\mathbf{r} dt \frac{\partial}{\partial t} [f^*(x) \overset{\leftarrow}{\partial}_t \langle B | \theta(t) [\pi(x), H(0)]_- | A \rangle] = \\ &= -i \int d\mathbf{r} dt f^*(x) (-\square + m_\pi^2) [\theta(t) \langle B | [\pi(x), H(0)]_- | A \rangle]. \end{aligned} \quad (15.169)$$

<sup>1)</sup> Эта проблема впервые рассмотрена в статье Каллана и Треймана [149]. Важные более ранние работы о гипотезе РСАС и об испускании легких  $\pi$ -мезонов — [64, 65]. Прекрасный обзор этого круга вопросов дал Кабиббо [122].

Мы использовали формулу (15.166) и приняли, как обычно, что при интегрировании по частям по  $d\mathbf{r}$  поверхностные члены на бесконечности исчезают. Еще раз интегрируя по частям, получим

$$\langle B\pi |_{\text{out}} H(0) | A \rangle = -i(q^2 + m_\pi^2) \int d^4x f^*(x) \theta(t) \langle B | [\pi(x), H(0)]_- | A \rangle. \quad (15.170)$$

Это важный результат, которым мы вскоре воспользуемся. Но сначала рассмотрим вектор <sup>1)</sup>

$$T_\mu = \int d^4x e^{-i(qx)} \langle B | [\mathbf{A}_\mu(x), H(0)]_- | A \rangle \theta(t), \quad (15.171)$$

где  $\mathbf{A}_\mu$  — аксиальный слабый ток с  $\Delta S = 0$ . Используя тождество

$$q_\mu e^{-i(qx)} = i \frac{\partial}{\partial x_\mu} e^{-i(qx)}, \quad (15.172)$$

вычислим величину  $q_\mu T_\mu$ , взяв интеграл по частям и приравняв к нулю поверхностные члены <sup>2)</sup>. В результате

$$\begin{aligned} q_\mu T_\mu &= i \int d^4x \frac{\partial}{\partial x_\mu} (e^{-iqx}) \langle B | [\mathbf{A}_\mu(x) H(0)]_- | A \rangle \theta(t) = \\ &= -i \int d^4x e^{-i(qx)} \langle B | [\partial_\mu \mathbf{A}_\mu(x) H(0)]_- | A \rangle \theta(t) - \\ &- i \int d^4x e^{-i(qx)} \langle B | [\mathbf{A}_0(x) H(0)]_- | A \rangle \delta(t). \end{aligned} \quad (15.173)$$

У нас нет никаких оснований предполагать сингулярность функции  $T_\mu$  при  $q = 0$ , и поэтому в пределе  $q_\mu \rightarrow 0$  левая часть этого равенства исчезает. Воспользуемся теперь гипотезой PCAC в буквальном смысле. Это значит, что мы принимаем равенство [см. формулу (12.103) и предшествующие ей замечания]

$$\partial_\mu A_\mu = m_\pi^2 \frac{g_\pi(-m_\pi^2)}{G} \sqrt{2} (2\pi)^{3/2} \pi^+, \quad (15.174)$$

где, как обычно, величина  $g_\pi(-m_\pi^2)$  определяется формулой

$$\frac{G}{\sqrt{2}} \langle 0 | A_\mu(0) | \mathbf{p}_\pi \rangle = i \frac{p_{\pi\mu}}{\sqrt{2E_\pi}} g_\pi(-m_\pi^2). \quad (15.175)$$

<sup>1)</sup> Мы следуем методу и обозначениям Кабиббо [122].

<sup>2)</sup> Напомним, что  $\mathbf{A}_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \theta(t) = \mathbf{A}_0 \dot{\theta}(t) = \mathbf{A}_0 \delta(t)$ .

Вычислим правую часть (15.173) <sup>1)</sup>:

$$\lim_{q_\mu \rightarrow 0} m_\pi^2 g_\pi(-m_\pi^2) \frac{\sqrt{2}}{G} \frac{(2\pi)^{3/2}}{\sqrt{2}} \int d^4x e^{-i(qx)} \langle B | [\pi(x), H(0)] | A \rangle \theta(t) =$$

$$= -\langle B | [\mathbf{Q}_5, H(0)]_- | A \rangle. \quad (15.176)$$

Мы воспользовались функцией  $\delta(t)$  и определением заряда

$$\mathbf{Q}_5(\mathbf{r}, 0) = \int \mathbf{A}_0(\mathbf{r}, 0) d\mathbf{r} \quad (15.177)$$

для вычисления интеграла во втором члене. Итак, из формулы (15.170) получается

$$g_\pi(-m_\pi^2) \frac{\sqrt{2}}{G} \frac{(2\pi)^3}{\sqrt{2}} \lim_{q_\mu \rightarrow 0} \sqrt{2q_0} \langle B\pi |_{\text{out}} H(0) | A \rangle =$$

$$= i \langle B | [\mathbf{Q}_5, H(0)]_- | A \rangle, \quad (15.178)$$

интересное соотношение между амплитудами процессов с испусканием низкоэнергетического  $\pi$ -мезона и матричными элементами для состояний, содержащих на один мезон меньше. Используем теперь равенство (15.178) для вывода так называемой формулы Каллана — Треймана [149, 150], которая связывает амплитуды  $K_{13}$ - и  $K_{12}$ -распадов. Для этого положим

$$|A\rangle = |K^+\rangle,$$

$$|B\rangle = |0\rangle \text{ (вакуум)}, \quad (15.179)$$

$$H(0) = J_{\mu 4}(0) - iJ_{\mu 5}(0).$$

Так как мы рассматриваем процесс  $K^+ \rightarrow \pi^0 + l^+ + \nu_l$ , то в коммутатор войдет заряд  $Q_{53}$ , соответствующий испусканию *нейтрального*  $\pi$ -мезона. Из формулы (13.30) следует <sup>2)</sup>

$$[Q_{53}, (V_{\mu 4} - iV_{\mu 5}) + (A_{\mu 4} - iA_{\mu 5})]_- =$$

$$= -\frac{1}{2} [A_{\mu 4} - iA_{\mu 5}] - \frac{1}{2} [V_{\mu 4} - iV_{\mu 5}], \quad (15.180)$$

так что

$$g_\pi(-m_\pi^2) \frac{\sqrt{2}}{G} \frac{(2\pi)^3}{\sqrt{2}} \lim_{q_\mu \rightarrow 0} \sqrt{2q_0} \langle q\pi^0 | V_{\mu 4} - iV_{\mu 5} | p_{K^+} \rangle =$$

$$= -\frac{i}{2} \langle 0 | A_{\mu 4} - iA_{\mu 5} | K^+ \rangle = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{G} \frac{p_{K\mu}}{\sqrt{2E_K}} g_K(-m_K^2). \quad (15.181)$$

<sup>1)</sup> Множитель  $1/\sqrt{2}$  появился из соотношения  $\pi^+ = (\pi_1 + i\pi_2)/\sqrt{2}$ .

<sup>2)</sup> Коммутируются операторы, взятые в один и тот же момент времени.



Таким образом,

$$\lim_{q_\pi \rightarrow 0} (2\pi)^3 \sqrt{2E_\pi} \sqrt{2E_K} \langle q_\pi | V_{\mu 4} - iV_{\mu 5} | K^+ \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_K(-m_K^2)}{g_\pi(-m_\pi^2)} \rho_{K\mu} \quad (15.182)$$

и в этом пределе получим для амплитуды (15.52)

$$f_+(q_\pi^2 = 0) + f_-(q_\pi^2 = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_K(-m_K^2)}{g_\pi(-m_\pi^2)} \quad (15.183)$$

соотношение Каллана — Треймана, связывающее распады  $K_{13}$  и  $K_{12}$ . В (15.183) найдены формфакторы  $f_\pm$  для нефизических безмассовых  $\pi$ -мезонов. Если принять, как и в других применениях алгебры токов, что можно использовать определенные на опыте из распада  $K_{\mu 3}$  значения  $f_\pm$ , не беспокоясь об экстраполяции к физической величине массы, то оказывается возможной экспериментальная проверка равенства (15.183). Заметим, кстати, что в пределе точной  $SU_3$ -симметрии это равенство выполняется строго, так как

$$f_+(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (15.184)$$

$$f_-(0) = 0$$

и

$$g_K = g_\pi. \quad (15.185)$$

При выводе равенства (15.183) мы нарушили  $SU_3$ -симметрию, положив  $m_K \neq m_\pi$ . Имеется по крайней мере один набор экспериментальных данных о  $K_{13}$ -распадах [151], который дает разумное согласие с формулой (15.183):

$$\frac{f_-}{f_+} = 0,46 \pm 0,27, \quad (15.186)$$

$$|f_+| \approx \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Сократив на множитель  $1/\sqrt{2}$ , получим в левой части (15.183)

$$1 + 0,46 \pm 0,27,$$

в то время как в правой части стоит 1,28. Экспериментальная ситуация еще не полностью установилась, однако соотношение Каллана — Треймана дает интересную связь между эффектами нарушения  $SU_3$ -симметрии в векторных и аксиальных токах.

Та же самая «низкоэнергетическая теорема» (15.178) была применена к  $K_{14}$ -распаду [149, 152, 153]. При этом была найдена связь между тремя формфакторами, входящими в матричный

элемент  $\langle \pi^+ \pi^- | J_{\mu 4} - i J_{\mu 5} | K^+ \rangle$ , и определенными выше величинами  $f_{\pm}$  и  $g_{\pi}$ . При работе с этими соотношениями возникают некоторые важные технические вопросы; в литературе (см. обзор Кабиббо [122]) читатель найдет обсуждение этих вопросов, а также сравнение предсказаний с опытом, которое вновь приводит к положительным результатам. Эта техника использовалась также для связи  $K \rightarrow 3\pi$  с  $K \rightarrow 2\pi$  с  $K \rightarrow \pi$  и с  $K \rightarrow \rightarrow$  (вакуум) [154—158]. Интересно, что поскольку применимы низкоэнергетические теоремы, то для этих распадов справедливо правило  $\Delta T = 1/2$ , так как матричный элемент перехода  $K \rightarrow$  вакуум содержит только часть  $H_{WK}$  с  $T = 1/2$ . Поэтому для процессов с испусканием нескольких  $\pi$ -мезонов нет вклада от членов с  $T = 3/2$ , если считать, что эти процессы связаны низкоэнергетической теоремой с лептонным распадом  $K$ -мезона.

2. *Лагранжианы.* Перейдем ко второй проблеме. Как мы все время подчеркивали, лагранжиан дает удобное выражение свойств симметрии динамической системы. В первые годы существования квантовой теории поля многие надеялись, что выводимые из лагранжианов уравнения движения можно решить, например, методом последовательных приближений и что результаты можно будет непосредственно сравнивать с экспериментом. Эта программа до некоторой степени была реализована в квантовой электродинамике, но в остальных случаях она погрязла в трясине непроходимой математики. Поэтому отношение к лагранжеву подходу за последние несколько лет изменилось. Это новое отношение можно было бы сформулировать следующим образом. На основе экспериментальных данных указывается симметричная групповая структура  $SU_2$ ,  $SU_3$  и т. д., которой должен обладать *любой* лагранжиан, предназначенный для сколько-нибудь правильного описания симметрий мира или, во всяком случае, определенной его части. Следующий шаг состоит в построении модельных лагранжианов, которые имели бы эту структуру. С каждым из этих лагранжианов связана совокупность сохраняющихся токов или зарядов, которые генерируются непрерывными преобразованиями из группы симметрии. Это было бы тавтологией и почти лишено интереса, но матричные элементы этих токов и зарядов сами по себе описывают физически наблюдаемые процессы с участием реальных физических состояний, которые с некоторой степенью точности являются собственными состояниями гамильтониана, связанного с первоначальным лагранжианом. Так как матричные элементы этих токов и зарядов непосредственно наблюдаются, то по существу они заменяют уравнения движения полей и именно они являются величинами, интересными с физической точки зрения. На самом деле, сильные взаимодействия, определяющие

основные свойства частиц, обладают самой высокой симметрией. Поэтому получаются интересные соотношения между более слабыми процессами, которые нарушают основные симметрии, так как эти процессы вызываются, по крайней мере в пределе низких энергий, генераторами группы, описывающей симметрию сильных взаимодействий. Конечно, нарушения симметрии также непосредственно проявляются в слабых процессах. Например, слабый аксиальный ток  $A_\mu$  не сохраняется, так как группа  $SU_2 \times SU_2$  не является точной группой симметрии сильных взаимодействий. Причину этого можно искать в конечной величине массы  $\pi$ -мезона; во всяком случае, на это указывают многие модели. Можно попытаться построить такой полный лагранжиан, в котором эти частичные симметрии нарушаются как можно «проще». Например, можно потребовать частичного сохранения аксиального тока в качестве дополнительного условия на точный лагранжиан с не равной нулю массой  $\pi$ -мезона. Кроме вопросов о том, сколько условий такого рода можно наложить и какой вид они должны иметь, возникает еще один, несомненно, связанный с ними вопрос: сколько частиц (и какие частицы) должно входить в исходный лагранжиан. Очевидно, простейшая модель кварков дает наиболее экономный ответ на этот вопрос, так как лагранжиан, построенный из полей трех кварков с равной массой, инвариантный относительно  $SU_3$ , обладает как раз такой симметрией, какую мы можем требовать, основываясь на экспериментальных данных, и при этом содержит минимальное число полей, необходимых для реализации этой симметрии. Однако остается нерешенным вопрос, каким образом эти кварки связываются в наблюдаемые частицы, не говоря уже о том, что неизвестно, существуют ли сами кварки. В принципе можно сконструировать теорию на базе лагранжиана, построенного из «частиц», которые не наблюдаются в природе, но это было бы слишком радикальным отходом от общепринятых представлений.

Оставив в стороне вопрос о кварках, можно подвести следующий итог. Если ограничиться теорией только  $\pi$ -мезонов и нуклонов и если, кроме того, потребовать, чтобы мезон-нуклонная связь имела вид <sup>1)</sup>  $\bar{V}VM$  типа Юкавы, то не существует лагранжиана, который обладал бы симметрией  $SU_2 \times SU_2$ , приводящей к алгебре коммутаторов Гелл-Манна, и в котором строго выполнялась бы гипотеза PCAC. Как псевдоскалярное, так и псевдовекторное  $\pi$ -мезон-нуклонное взаимодействия являются неудовлетворительными с той или иной точки зрения. Можно по-

<sup>1)</sup> Дираковские матрицы и векторные индексы опущены.

пытаться исправить положение следующими двумя путями, каждый из которых исследовался в литературе:

1. Добавить новые, даже ненаблюдавшиеся частицы в мезон-нуклонный лагранжиан, но сохранить билинейный характер взаимодействия.

2. Ограничиться  $\pi$ -мезонами и нуклонами, но допустить другие виды взаимодействия.

Наиболее известным примером первого подхода является так называемая  $\sigma$ -модель Гелл-Манна и Леви [58, 159]<sup>1)</sup>, где  $\sigma$  — это частица, возможно не существующая, с вакуумными квантовыми числами — с нулевыми величинами спина, изоспина, заряда, гиперзаряда и с положительной четностью. Если подобный объект имеет массу, превышающую удвоенную массу  $\pi$ -мезона, то он может распадаться на два  $\pi$ -мезона. Фактически он проявлялся бы как резонанс в  $S$ -состоянии в системе  $2\pi$ . Действительно, в литературе имеются отдельные сообщения<sup>2)</sup> о таких резонансах при различных значениях массы. Успешное применение «низкоэнергетических» теорем к процессам с участием двух и более  $\pi$ -мезонов делает сомнительной возможность существования такого резонанса при низких энергиях (например, около 400 Мэв), так как при этом необходимая в таких случаях экстраполяция была бы неосуществима. Возможно, однако, что такие мезоны существуют при больших массах. Во всяком случае, можно рассмотреть лагранжиан, описывающий взаимодействия  $\pi$ -мезонов, нуклонов и гипотетических  $\sigma$ -мезонов. Он состоит из четырех частей, которые мы запишем, согласно Леви [159], в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_N &= -\bar{N}\gamma_\mu\partial_\mu N, \\ \mathcal{L}_M &= -\frac{1}{2}[\Phi^2_{,\mu} + \sigma^2_{,\mu} + \mu_0^2(\Phi^2 + \sigma^2)], \\ \mathcal{L}_{\text{вз}} &= g\bar{N}[i\gamma_5\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\Phi} + \sigma]N, \\ \mathcal{L}_{MM} &= -\lambda_0\left[\Phi^2 + \sigma^2 - \frac{1}{4f_0}\right]^2 - \frac{\mu_0^2}{2f_0}\sigma. \end{aligned} \tag{15.187}$$

Здесь  $\mathcal{L}_N$  и  $\mathcal{L}_M$  — свободные лагранжианы нуклонов и мезонов. Может показаться, что мы ограничиваемся случаем равных «голых» масс  $\pi$ - и  $\sigma$ -мезонов. Однако если сделать подстановку [58]

$$\sigma' = \sigma + \frac{1}{2f_0}, \tag{15.188}$$

<sup>1)</sup> Эти авторы первыми рассматривали  $\sigma$ -мезон с точки зрения слабых взаимодействий. Впервые он был введен Швингером [160].

<sup>2)</sup> См. обзор Розенфельда и др. на конференции в Беркли [122]

можно убедиться что на самом деле масса  $\sigma$ -мезона равна  $\mu_0^2 + 2\lambda_0/f_0$  и потому может иметь любую величину.  $\mathcal{L}_{\text{вз}}$  имеет вид взаимодействия Юкавы с учетом того факта что  $\sigma$ -мезон — скаляр, а  $\pi$ -мезон — псевдоскаляр. Наконец,  $\mathcal{L}_{\text{ММ}}$  — мезон-мезонное взаимодействие, необходимое для перенормируемости теории. С помощью подстановки (15.188) этот член можно также записать в несколько более обычном виде [58]. Данный лагранжиан представляет интерес с той точки зрения, что он является реализацией теории, в которой выполняется как РСАС в строгом смысле, так и часть алгебры коммутаторов Гелл-Манна, связанная с группой  $SU_2 \times SU_2$ . Полный слабый ток  $V_\mu + A_\mu$  строится путем комбинации преобразований [58]:

$$\begin{aligned} N &\rightarrow \left[ 1 + i \frac{\tau}{2} \cdot \Lambda (1 + \gamma_5) \right] N, \\ \varphi &\rightarrow \varphi - \Lambda \sigma - [\Lambda \times \varphi], \\ \sigma &\rightarrow \sigma + \Lambda \cdot \varphi, \end{aligned} \quad (15.189)$$

где  $\Lambda \ll 1$ . При постоянном  $\Lambda$  эти преобразования оставляют инвариантным полный лагранжиан при условии, что  $\mu_0 = 0$ . Фактически лагранжиан (15.187) был построен так, что инвариантной является сумма всех членов, кроме  $(\mu_0^2/2f_0)\sigma$ , и, таким образом, нарушение симметрии становится простым и явным. Если  $\Lambda = \Lambda(x)$ , то эти преобразования генерируют обычный изотопический векторный ток, выписывать который вновь здесь нет необходимости. Этот ток, конечно, сохраняется. Они генерируют также ток

$$A_\mu = \bar{N} \frac{\tau}{2} \gamma_\mu \gamma_5 N + i(\sigma \partial_\mu \varphi - \varphi \partial_\mu \sigma). \quad (15.190)$$

Используя приведенный в гл. 2 [формула (2.14)] метод вычисления дивергенции тока  $\partial_\mu A_\mu$ , получаем

$$\partial_\mu A_\mu = - \frac{\mu_0^2}{2f_0} \varphi, \quad (15.191)$$

т. е. РСАС в строгом смысле. Эта совокупность преобразований порождает группу  $SU_2 \times SU_2$ , так что заряды  $Q_i$  и  $Q_{5i}$  удовлетворяют алгебре коммутаторов Гелл — Манна<sup>1)</sup> (12.35). Позже

<sup>1)</sup> Недоверчивый читатель может непосредственно проверить это утверждение, вычислив коммутаторы в явном виде. При этом будет полезным тот факт, что в лагранжиане  $\mathcal{L}$  отсутствует связь с производными, так что  $\dot{M}$  является каноническим полем для любого мезона  $M$ . Так, например, при равных временах

$$[\sigma \dot{\phi}_1 - \phi_1 \dot{\sigma}, \sigma \dot{\pi}_2 - \pi_2 \dot{\sigma}] = i\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')(\varphi_1 \dot{\phi}_2 - \dot{\varphi}_2 \phi_1).$$

Леви [159] обобщил эту модель, введя октет  $\sigma$ -мезонов, взаимодействующих с барионным октетом  $SU_3$ -инвариантным образом:

$$\mathcal{L}_{\text{вз}} = g \text{Sp} [\bar{B} (i\gamma_5 M + S) B], \quad (15.192)$$

а также соответствующим образом построенное мезон-мезонное взаимодействие. В этой модели для всего октета в целом выполняется PCAC в строгом смысле, а совокупность зарядов удовлетворяет полной алгебре коммутаторов группы  $SU_3 \otimes SU_3$ .

В первой статье Гелл-Манна и Леви [58] были рассмотрены также лагранжианы второго типа (нелинейные). В то время когда была написана эта статья (1959 г.), перенормируемость теории поля, основанной на лагранжевом подходе, рассматривалась как достоинство, поэтому нелинейный лагранжиан, несмотря на его симметрию, не мог восприниматься с удовлетворением. В наше время этой стороне вопроса не придают большого значения, так как лагранжианом пользуются только для построения операторов, матричные элементы которых вычисляются в низшем порядке. Едва ли таким образом можно продвинуться очень далеко, однако следует отметить хорошие результаты, которые могут быть достигнуты при таком подходе.

Позже Вайнберг [161] возродил интерес к нелинейным лагранжианам, приведя такой пример, который в пределе  $m_\pi \rightarrow 0$  инвариантен относительно группы  $SU_2 \otimes SU_2$  (действует алгебра коммутаторов Гелл-Манна) и в котором можно получить<sup>1)</sup> простой вывод формулы Адлера — Вайсбергера для отношения  $g_A(0)/f_V(0)$ . Мы дадим здесь такой лагранжиан в форме, указанной Швингером [162, 163]<sup>2)</sup>. Он имеет довольно экзотический вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} \frac{\varphi_{\mu}^2}{\left[1 + \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 \varphi^2\right]^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi^2}{f_0}\right)^2 \ln \left[1 + \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 \varphi^2\right] - \\ & - \bar{N} (\partial_\mu \gamma_\mu + M) N + \left[1 + \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 \varphi^2\right]^{-1} \times \\ & \times \left\{ \frac{f}{m_\pi} i \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 \tau N \cdot \partial_\mu \varphi - \left(\frac{f_0}{m_\pi}\right)^2 \bar{N} \gamma_\mu \tau N [\varphi \times \partial_\mu \varphi] \right\}. \quad (15.193) \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> См. гл. 12, где был показан приблизительный вид формулы (15.193), который получается при бесконечно малых величинах  $\varphi$ .

<sup>2)</sup> См. также работу Весса и Зумино [164].

В пределе  $m_\pi \rightarrow 0$  этот лагранжиан инвариантен ( $\Lambda \ll 1$ ) относительно преобразования

$$\begin{aligned} N &\rightarrow \left[ 1 + i \left( \frac{f_0}{m_\pi} \right)^2 \tau [\Phi \times \Lambda] \right] N, \\ \Phi &\rightarrow \Phi + \Lambda + \left( \frac{f_0}{m_\pi} \right)^2 [2(\Phi \Lambda) \cdot \Phi - \Lambda \Phi^2], \end{aligned} \quad (15.194)$$

которое порождает группу  $SU_2 \otimes SU_2$ . При  $m_\pi \neq 0$  и  $\Lambda = \Lambda(x)$  получается частично сохраняющийся (в строгом смысле) ток, который при  $\Phi \ll 1$  совпадает с приведенным в конце гл. 12 (12.144). В гл. 12 мы видели, как такой ток дает для отношения  $-g_A(0)/f_V(0)$  формулу, эквивалентную правилу сумм Адлера — Вайсбергера. Этот лагранжиан можно расширить, включив в него другие частицы и резонансы. При этом возникают очень интересные следствия, которые читатель может изучить во все возрастающей литературе.

3. *Нарушение  $CP$ -симметрии.* Последняя проблема и последняя тема этой книги — вопрос о сохранении  $CP$ -симметрии или инвариантности относительно обращения времени. До лета 1964 г. казалось, что вся физика элементарных частиц согласуется с абсолютным сохранением  $CP$ -симметрии.

Как раз перед 1957 г. Людерс [165]<sup>1)</sup> доказал, что любая локальная лоренц-инвариантная теория поля с вакуумным состоянием инвариантна относительно преобразования  $CPT$ , а вскоре после этого Йост [168] показал, что  $CPT$ -инвариантность по существу эквивалентна аналитическому продолжению группы Лоренца на комплексные преобразования. Поэтому трудно представить себе, как может лоренц-инвариантная теория не быть также  $CPT$ -симметричной. И в самом деле, до сих пор никому не удалось найти такой теории. Таким образом, если  $CP$  нарушается, а  $CPT$  коммутирует с лагранжианом, то либо нарушается также  $T$ -симметрия, либо во всем нашем подходе к релятивистской теории поля есть какая-то коренная ошибка. В момент написания этой книги была только одна физическая система, в которой с определенностью было обнаружено [26] нарушение  $CP$ -симметрии: система нейтральных  $K$ -мезонов. Довольно интересно, что в этой же системе, как мы увидим, с наилучшей точностью экспериментально проверена  $CPT$ -симметрия, так что нарушение  $CP$ -симметрии является, несомненно, нарушением  $T$ -инвариантности.

$K^0$ -мезон — единственная наблюдавшаяся метастабильная частица, которую одно из известных взаимодействий переводит

<sup>1)</sup> См. также работы Швингера [166] и Паули [167].

в античастицу<sup>1)</sup>. Очевидно, таким свойством может обладать только нейтральный мезон, иначе нарушался бы закон сохранения заряда и закон сохранения барионного числа. Единственное известное квантовое число, которое отличает частицу от античастицы и вместе с тем не сохраняется, — это странность, или гиперзаряд. Итак, просмотрев список элементарных частиц, мы можем убедиться<sup>2)</sup>, что единственным объектом такого рода является система  $K^0 - \bar{K}^0$ . Как отмечалось ранее в этой главе,  $K^0$  и  $\bar{K}^0$  могут под действием  $H_{\bar{W}K}^{\Delta S=1}$  распадаться на два  $\pi$ -мезона:  $\pi^+ + \pi^-$  или  $\pi^0 + \pi^0$ . Имеется еще несколько способов распада, но этот происходит с образованием наименьшего числа частиц, и мы построим свой вывод на его анализе. Как показано на фиг. 81,  $K^0$  и  $\bar{K}^0$  могут переходить друг в друга в две стадии, на каждой из которых  $\Delta S = 1$ . На существование прямой связи с  $\Delta S = 2$  нет никаких указаний, и мы не будем рассматривать здесь подобные связи. Это значит, что если  $K^0$ -мезон рождается при  $t = 0$  в сильном взаимодействии, например, типа  $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$ , то он тут же начинает переходить в  $\bar{K}^0$ . Наблюдаемая при  $t > 0$  частица будет линейной комбинацией  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ . Произвольную комбинацию  $K^0$  и  $\bar{K}^0$  в момент  $t$  можно представить как комплексный вектор в двумерном пространстве, первая компонента которого соответствует  $K^0$ , а вторая —  $\bar{K}^0$ . Смешанное состояние в момент  $t$  можно изобразить в виде<sup>3)</sup>

$$\psi(t) = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}. \quad (15.195)$$

Если бы  $K^0$ -мезоны были стабильны, то вектор  $\psi(t)$  получался унитарным преобразованием  $e^{iMt}$  из  $\psi(0)$ , так как при бесконечно малых приращениях времени  $t$

$$d\psi = -iM\psi dt. \quad (15.196)$$

В реальной ситуации, поскольку система распадается,

$$\psi = -(\Gamma + iM)\psi, \quad (15.197)$$

<sup>1)</sup> В принципе возбужденные  $K^0$ -мезоны ( $K^{0*}$ ) также могут переходить в свои античастицы. Но так как они распадаются из-за сильных взаимодействий, то их времена жизни очень малы —  $10^{-21}$  сек и меньше, и соответствующие эффекты не наблюдаются.

<sup>2)</sup> Впервые  $K^0$ -мезоны рассматривались с этой точки зрения в работе Гелл-Маина и Пайса [169]. См. также [170].

<sup>3)</sup> В общем случае  $t$  — собственное время  $K^0$ -мезона. (Обсуждение этого пункта и очень красивый подход к нарушениям  $CP$ -симметрии в распадах  $K$ -мезонов см. в лекции Белла [125].) Мы действуем в системе покоя  $K^0$ -мезона.



где  $\Gamma$  и  $M$  — эрмитовы матрицы второго порядка. [Любую матрицу  $A$  можно разложить на эрмитову и антиэрмитову части:  $A = \frac{1}{2}(A + A^\dagger) + \frac{1}{2}(A - A^\dagger)$ .] Тот факт, что в этом случае уравнение Шредингера записывается с неэрмитовым «гамильтонианом», является следствием нестабильности системы, так как это уравнение содержит волновую функцию только распадающейся системы, а не полную волновую функцию, которая включает и продукты распада. По существу, это подход Вигнера и Вайскопфа [171]<sup>1)</sup>. По причинам, которые вскоре станут ясны,  $M$  называют «массовой матрицей», а  $\Gamma$  — «матрицей времени жизни». Для простоты обозначений введем четыре комплексных параметра

$$\Gamma + iM = \begin{pmatrix} m & p^2 \\ q^2 & \bar{m} \end{pmatrix}, \quad (15.198)$$

где в отсутствие специальных требований симметрии  $m$ ,  $\bar{m}$ ,  $p^2$  и  $q^2$  — различные комплексные числа. Эта матрица диагонализуется в предположении, что существуют два состояния с волновыми функциями  $\psi_\pm(t)$ , которые содержат множитель  $e^{-\gamma_\pm t}$ , а  $\psi_\pm(0)$  и  $\gamma_\pm$  выражаются через указанные четыре комплексных параметра. Легко видеть, что

$$\begin{aligned} \gamma_\pm &= \frac{1}{2}(m + \bar{m}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(m - \bar{m})^2 + 4p^2q^2}, \\ \frac{a_\pm}{b_\pm} &= \frac{p^2}{\gamma_\pm - m} = \frac{\gamma_\pm - \bar{m}}{q^2}. \end{aligned} \quad (15.199)$$

Прежде чем применять эти результаты к общему случаю, посмотрим, что получается при наличии  $CP$ -симметрии. Так как  $K^0$  — псевдоскаляр, естественно обозначить

$$-|\bar{K}^0\rangle = CP|K^0\rangle, \quad (15.200)$$

определив таким образом фазу  $CP$ -преобразования. При  $CP$ -симметрии решением уравнения

$$\gamma \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = (\Gamma + iM) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (15.201)$$

<sup>1)</sup> В работе Ли и др. [172] сделан фундаментальный анализ временной зависимости  $K^0$ -системы, когда могут нарушаться  $C$ -,  $P$ -,  $T$ - и  $CPT$ -симметрии. Элементарный обзор подхода Вигнера — Вайскопфа и его применений в физике частиц см. в лекциях автора [173].

является не только  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ , но и  $\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$ , так как перестановка  $a$  и  $b$  соответствует  $CP$ -преобразованию<sup>1)</sup>. При этом из (15.199) следует

$$p^2 = q^2, \quad m = \bar{m}, \quad (15.202)$$

или

$$\gamma_{\pm} = m \pm p^2 \quad (15.203)$$

и

$$\frac{a_{\pm}}{b_{\pm}} = \pm 1. \quad (15.204)$$

Этот результат означает, что при  $CP$ -симметрии экспоненциально распадаются собственные состояния оператора  $CP$ . Действительно, если мы определим два нормированных состояния

$$\begin{aligned} |K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \\ |K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle), \end{aligned} \quad (15.205)$$

то, согласно формуле (15.204), эти состояния распадаются экспоненциально и имеют собственные значения оператора  $CP$ , соответственно равные  $\pm 1$ . Ясно, что если исключить взаимодействие, связывающее  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ , т. е. слабое взаимодействие, то матрица  $\Gamma + iM$  переходит в  $iM_0$ , где

$$M_0 = \begin{pmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & m_0 \end{pmatrix}. \quad (15.206)$$

Здесь  $m_0$  — вещественная масса  $K^0$ - и  $\bar{K}^0$ -мезонов, которые были бы при этом стабильны. Как мы вскоре увидим,  $|K^0\rangle$  и  $|\bar{K}^0\rangle$  имеют одинаковую массу и при более слабом предположении  $CPT$ -симметрии. Поэтому разумно называть  $M$  «массовой матрицей». Если вновь включить слабое взаимодействие, то матрица  $M$  не будет больше диагональной, а ее элементы — вещественными. Кроме того, при этом уравнение Шредингера не является эрмитовым и  $\Gamma$  — «распадная матрица» — отражает нестабильность  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ . Очевидно, в общем случае<sup>2)</sup>  $\text{Im} \gamma_{S,L}$  — масса

<sup>1)</sup> Конечно, решением является также вектор  $\begin{pmatrix} -b \\ -a \end{pmatrix}$ ,  $CP$ -сопряженный к  $\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$ .

<sup>2)</sup> Будем обозначать  $\gamma_- = \gamma_s$ ,  $\gamma_+ = \gamma_L$ .

$|K^0_{S,L}\rangle$ , а  $1/2 \text{Re} \gamma_{S,L}$  — обратные времена жизни этих состояний. Нет оснований заранее ожидать какого-либо определенного численного соотношения между  $\gamma_S$  и  $\gamma_L$ . Однако, как указывалось ранее в этой главе [формула (15.10)], на эксперименте

$$\text{Re } \gamma_S \gg \text{Re } \gamma_L.$$

И в самом деле,  $CP$ -симметрия, которая довольно слабо нарушается в этой системе, дает возможность понять, почему это так. Легко видеть, что  $2\pi$ -мезона с нулевым полным зарядом и орбитальным моментом  $l$  имеют положительную  $CP$ -четность:

$$CP|2\pi\rangle = (-1)^{2l}|2\pi\rangle = |2\pi\rangle. \quad (15.207)$$

Поэтому конечное состояние  $2\pi$  может получиться только в результате распада  $|K^0_S\rangle$ , т. е.  $CP$ -четного состояния. С другой стороны,  $|K^0_L\rangle$  может распадаться на  $3\pi$ ,  $\pi\nu$  и т. д., но не на  $2\pi$ . Поэтому просто из фазового объема следует  $\text{Re} \gamma_S > \text{Re} \gamma_L$ . Чтобы довести эти соображения до уровня количественных, необходимо выразить времена жизни через величину возмущения, которое вызывает распад системы. Один из способов найти эту связь — использовать сохранение вероятности, или унитарность<sup>1)</sup>. Полную вероятность перехода для состояния

$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} 2\pi \sum_f \rho_f |a \langle f|H|K^0\rangle + b \langle f|H|\bar{K}^0\rangle|^2 = \\ = 2\pi \left\{ \sum_f [|a|^2 \langle f|H|K^0\rangle^2 \rho_f + |b|^2 \langle f|H|\bar{K}^0\rangle^2 \rho_f + \right. \\ \left. + a^*b \rho_f \langle f|H|K^0\rangle^* \langle f|H|\bar{K}^0\rangle + ab^* \rho_f \langle f|H|K^0\rangle \langle f|H|\bar{K}^0\rangle^* \right\}. \quad (15.208) \end{aligned}$$

(Мы здесь не предполагаем  $CP$ -симметрии, так что  $a$  и  $b$  — произвольные комплексные числа.) При этом  $\langle f|$  — произвольное конечное состояние ( $2\pi$ ,  $3\pi$  и т. д.),  $H$  — эрмитов гамильтониан распада,  $\rho_f$  — матрица плотности состояния  $\langle f|$ . Из закона сохранения вероятности эта величина равна

$$-\frac{d}{dt} [|a|^2 + |b|^2] = -2 \text{Re} (a^* \dot{a} + b^* \dot{b}). \quad (15.209)$$

Но уравнение движения (15.197) гласит:

$$\begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} m & p^2 \\ q^2 & \bar{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad (15.210)$$

<sup>1)</sup> Мы следуем Беллу [125].

т. е.

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -(ma + p^2b), \\ \dot{b} &= -(q^2a + \bar{m}b). \end{aligned} \quad (15.211)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \text{Re}(a^* \dot{a} + b^* \dot{b}) &= -\text{Re}[m|a|^2 + \bar{m}|b|^2 + p^2a^*b + q^2ab^*] = \\ &= -\text{Re}(m)|a|^2 - \text{Re}(\bar{m})|b|^2 - \text{Re}(p^2a^*b + q^2ab^*). \end{aligned} \quad (15.212)$$

Итак, из формулы (15.208) получим

$$\begin{aligned} \text{Re}(m) &= \pi \sum_f \rho_f |\langle f | H | K^0 \rangle|^2, \\ \text{Re}(\bar{m}) &= \pi \sum_f \rho_f |\langle f | H | \bar{K}^0 \rangle|^2, \\ \frac{(q^2)^* + p^2}{2} &= \pi \sum_f \rho_f \langle K^0 | H | f \rangle \langle f | H | \bar{K}^0 \rangle. \end{aligned} \quad (15.213)$$

Для получения этого равенства мы воспользовались эрмитовостью  $H$ . Отсюда видно, что  $2\text{Re}(m)$  и  $2\text{Re}(\bar{m})$  имеют обычный вид вероятностей распада, получаемый по теории возмущений, а  $p^2$  и  $q^2$  выражают влияние перемешивания на времена жизни. Из формулы (15.213) можно также получить ограничения, накладываемые законами сохранения  $CP$ -,  $T$ - и  $CPT$ -симметрии на те комбинации параметров (15.213), которые входят в эти формулы. Из  $CP$ -инвариантности сразу получаем (напомним, что сумма по состояниям  $CP|f\rangle$  совпадает с суммой по состояниям  $|f\rangle$ , так как оба эти набора являются системами собственных функций для сильного гамильтониана, который коммутирует<sup>1)</sup> с  $CP$ )

$$\begin{aligned} \text{Re}(m) &= \text{Re}(\bar{m}), \\ p^2 + (q^2)^* &= (p^2)^* + q^2. \end{aligned}$$

Если применить к формуле (15.213)  $CPT$ , то из  $CPT$ -симметрии также следует, что

$$\text{Re } m = \text{Re}(\bar{m}).$$

Чтобы найти мнимые части  $m$  и  $\bar{m}$  — массы и поправки к ним за счет слабого взаимодействия, необходимо применить

<sup>1)</sup> Сохранение  $CP$ -симметрии в сильных взаимодействиях непосредственно наблюдается в  $pp$ -рассеянии при измерениях поляризаций, а также в принципе детального равновесия, связывающего реакции  $A + B \rightarrow C + D$  и  $C + D \rightarrow A + B$ . (См., например, [174, 175].) Эти данные показывают, что амплитуда, нарушающая  $CP$ -симметрию, не может превысить величину порядка одного процента от  $CP$ -симметричной амплитуды. Ниже мы еще вернемся к детальному равновесию,

какую-либо динамическую модель типа теории возмущений. Легко показать (см., например, [172]), что теория возмущений, зависящих от времени, дает

$$\begin{aligned} \text{Im}(m) &= m_0 + \sum_f \frac{\langle K^0 | H | f \rangle \langle f | H | K^0 \rangle}{m_0 - E_f} + \langle K^0 | H | K^0 \rangle, \\ \text{Im}(\bar{m}) &= \bar{m}_0 + \sum_f \frac{\langle \bar{K}^0 | H | f \rangle \langle f | H | \bar{K}^0 \rangle}{\bar{m}_0 - E_f} + \langle \bar{K}^0 | H | \bar{K}^0 \rangle, \end{aligned} \quad (15.214)$$

где

$$\begin{aligned} m_0 &= \langle K^0 | H_0 | K^0 \rangle, \\ \bar{m}_0 &= \langle \bar{K}^0 | H_0 | \bar{K}^0 \rangle, \end{aligned} \quad (15.215)$$

если  $H_0$  — гамильтониан сильного взаимодействия. Поэтому если операция *CPT* сохраняется, то из (15.213)—(15.215) следует

$$m = \bar{m}. \quad (15.216)$$

Это следствие *CPT*-симметрии можно проверить. Можно измерить  $\text{Im}\gamma_L - \text{Im}\gamma_S$ , используя следующую идею. Если  $K^0$ -мезон рождается в момент  $t = 0$ , то при  $t > 0$  состояние имеет вид

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} |K_S^0\rangle e^{-\gamma_S t} + \frac{1}{\sqrt{2}} |K_L^0\rangle e^{-\gamma_L t}; \quad (15.217)$$

все величины здесь были определены ранее <sup>1)</sup>. (Записывая коэффициенты в таком виде, мы предполагаем сохранение *CP*-симметрии.  $|K_S^0\rangle$  и  $|K_L^0\rangle$  считают нормированными.)

Это означает, что любая амплитуда распада этого состояния, например для перехода в  $\mu\nu$ , будет иметь сложную неэкспоненциальную зависимость от времени. Действительно, если вычислить вероятность [умножив волновую функцию (15.217) на заданное конечное состояние и возведя в квадрат], то получится интерференционный член вида  $\cos[(\text{Im}\gamma_L - \text{Im}\gamma_S)t]$ . Именно измерение такой интерференции и дает величину  $m_L - m_S$ , указанную в формуле (15.12). Ее можно переписать в виде

$$\left| \frac{m_L - m_S}{m_0} \right| \approx 6,5 \cdot 10^{-15}, \quad (15.218)$$

где  $m_0$  — масса  $K^0$ -мезона, измеряемая в сильных взаимодействиях. Так как из (15.199) следует, что

$$\gamma_S - \gamma_L = \sqrt{(m - \bar{m})^2 + 4p^2 q^2}, \quad (15.219)$$

<sup>1)</sup> В приложении А к обзорному докладу Кабиббо [122] Камерини и Мерфи приводят экспериментальные данные и обсуждают вопрос о том, как модифицируется эксперимент, если операция *CP* не сохраняется.

а экспериментальная величина разности масс не противоречит оценке, основанной на втором порядке по слабому взаимодействию, то мы приходим к оценке <sup>1)</sup>

$$\frac{|m - \bar{m}|}{m_0} \approx 10^{-14}, \quad (15.220)$$

которая является наиболее сильным в физике элементарных частиц свидетельством в пользу *СРТ*-симметрии.

До 1964 г. все данные о распадах  $K^0$ -мезонов и о слабых взаимодействиях в целом свидетельствовали о *СР*-симметрии. Летом 1964 г. были открыты [26] распады <sup>2)</sup>  $K_L^0 \rightarrow 2\pi$ . Последующие независимые опыты подтвердили это [176—178]. Система  $2\pi$ , как мы видели, *СР*-четна. С другой стороны, среди прочих распадов существует распад  $K_L^0 \rightarrow 3\pi^0$  с относительной вероятностью  $(23,5 \pm 2,19)\%$  [10]. Легко видеть, что состояние  $3\pi^0$  с полным моментом количества движения, равным нулю, должно иметь отрицательную *СР*-четность, по существу, из-за того, что  $\pi^0$ -мезоны имеют отрицательную четность. Таким образом, *СР*-симметрия должна нарушаться, так как  $K_L^0$ -мезоны распадаются на состояния и с положительной, и с отрицательной *СР*-четностью. Прежде чем перейти к обсуждению возможного теоретического значения этого факта, доведем до конца вычисление состояний, которые распадаются экспоненциально в случае сохранения *СРТ*-симметрии и нарушения *СР*-симметрии. Из формулы (15.199) следует

$$\begin{aligned} \gamma_L &= m + pq, \\ \gamma_S &= m - pq, \\ \frac{a_L}{b_L} &= \frac{p}{q}, \quad \frac{a_S}{b_S} = -\frac{p}{q}. \end{aligned} \quad (15.221)$$

Нормированные состояния <sup>3)</sup>:

$$\begin{aligned} |K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} (p |K^0\rangle - q |\bar{K}^0\rangle), \\ |K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} (p |K^0\rangle + q |\bar{K}^0\rangle). \end{aligned} \quad (15.222)$$

Заметим, что

$$\langle K_S^0 | K_L^0 \rangle = \frac{|p|^2 - |q|^2}{|p|^2 + |q|^2}, \quad (15.223)$$

<sup>1)</sup> Можно показать (см., например, [179]), что в общем случае в силу унитарности

$$|m - \bar{m}| \leq 2 |m_L - m_S|.$$

<sup>2)</sup> Первые опыты обнаружили распад на  $\pi^+ + \pi^-$ .

<sup>3)</sup> Выбор фаз совпадает с предыдущим определением состояний  $|K_S^0\rangle$  и  $|K_L^0\rangle$  для случая *СР*-симметрии.

так что долго- и короткоживущие состояния не ортогональны при нарушении  $CP$ -симметрии, что интуитивно ясно, так как они имеют одинаковые способы распада. Можно воспользоваться унитарностью для установления верхнего предела этого скалярного произведения<sup>1)</sup>.

Разложим состояние  $K^0$ -мезона в момент  $t$  по состояниям  $|K_S^0\rangle$  и  $|K_L^0\rangle$ :

$$\psi(t) = X e^{-\gamma_L t} |K_L^0\rangle + Y e^{-\gamma_S t} |K_S^0\rangle \quad (15.224)$$

( $X$  и  $Y$  — произвольные комплексные числа). Норма этого состояния  $N(t)$  равна

$$N(t) = |X|^2 e^{-\Gamma_L t} + |Y|^2 e^{-\Gamma_S t} + X^* Y e^{-(\gamma_L^* + \gamma_S)t} \langle K_L^0 | K_S^0 \rangle + Y^* X e^{-(\gamma_S^* + \gamma_L)t} \langle K_S^0 | K_L^0 \rangle, \quad (15.225)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_L &= 2 \operatorname{Re}(\gamma_L), \\ \Gamma_S &= 2 \operatorname{Re}(\gamma_S). \end{aligned} \quad (15.226)$$

При  $t = 0$

$$\frac{dN}{dt} = |X|^2 \Gamma_L + |Y|^2 \Gamma_S + X^* Y (\gamma_L^* + \gamma_S) \langle K_L^0 | K_S^0 \rangle + Y^* X (\gamma_S^* + \gamma_L) \langle K_S^0 | K_L^0 \rangle. \quad (15.227)$$

При произвольных  $X$  и  $Y$  эта величина равна полной вероятности перехода

$$2\pi \sum_f \rho_f |X \langle f | H | K_L^0 \rangle + Y \langle f | H | K_S^0 \rangle|^2. \quad (15.228)$$

Итак,

$$\begin{aligned} \Gamma_S &= 2\pi \sum_f \rho_f |\langle f | H | K_S^0 \rangle|^2, \\ \Gamma_L &= 2\pi \sum_f \rho_f |\langle f | H | K_L^0 \rangle|^2, \\ (\gamma_L^* + \gamma_S) \langle K_L^0 | K_S^0 \rangle &= 2\pi \sum_f \rho_f \langle f | H | K_L^0 \rangle^* \langle f | H | K_S^0 \rangle. \end{aligned} \quad (15.229)$$

Используя последнюю формулу и неравенство Шварца, получим

$$|\gamma_L^* + \gamma_S| |\langle K_L^0 | K_S^0 \rangle| \leq (\Gamma_L \Gamma_S)^{1/2}. \quad (15.230)$$

Так как

$$|\gamma_L^* + \gamma_S| = \left| \frac{(\Gamma_L + \Gamma_S)}{2} + i(m_S - m_L) \right|, \quad (15.231)$$

<sup>1)</sup> См., например, [179].

то, подставляя экспериментальные числа, получим <sup>1)</sup>

$$|\langle K_L^0 | K_S^0 \rangle| \leq 0,06. \quad (15.232)$$

Это значит, что

$$|p| \approx |q|, \quad (15.233)$$

как бы сильно ни нарушалась  $CP$ -симметрия. Такова ирония природы: система  $K^0 - \bar{K}^0$ , пока единственный объект, в котором обнаружено нарушение  $CP$ -симметрии, не является хорошим детектором этого нарушения.

Теперь мы можем обсудить данные опыта <sup>2)</sup>.

Обозначим

$$\begin{aligned} A(K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-) &= c, \\ A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-) &= \bar{c}, \\ A(K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0) &= d, \\ A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0) &= \bar{d}, \end{aligned} \quad (15.234)$$

$$r = \frac{q}{p} = 1 - \varepsilon,$$

$$\frac{\bar{c}}{c} = \varepsilon' - 1.$$

При  $CP$ -симметрии <sup>3)</sup>

$$\begin{aligned} c &= -\bar{c}, \\ d &= -\bar{d}, \\ r &= 1. \end{aligned} \quad (15.235)$$

Пользуясь формулой (15.222), введем величину

$$\eta_{+-} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)} = \frac{1+r \frac{\bar{c}}{c}}{1-r \frac{\bar{c}}{c}} = \frac{\varepsilon + \varepsilon' - \varepsilon\varepsilon'}{2 - \varepsilon - \varepsilon' + \varepsilon\varepsilon'}. \quad (15.236)$$

Считая, что  $|\varepsilon| \ll 1$ ,  $|\varepsilon'| \ll 1$ , можно написать

$$\eta_{+-} \approx \frac{1}{2}(\varepsilon + \varepsilon'). \quad (15.237)$$

<sup>1)</sup> На основе дополнительной экспериментальной информации о способах распада  $K^0$ -мезонов это число можно понизить до 0,01 [179].

<sup>2)</sup> Данный здесь общий анализ приводится по работам Ву и Янга [180] и Вольфенштейна [181].

<sup>3)</sup> Напомним, что при нашем выборе фаз

$$CP | K^0 \rangle = -| \bar{K}^0 \rangle.$$



В первоначальных опытах измерялась величина  $|\eta_{+-}|$ . Сопоставление результатов различных опытов дает <sup>1)</sup>

$$|\eta_{+-}| = (1,94 \pm 0,09) \cdot 10^{-3}, \quad (15.238)$$

указывая тем самым на малую величину обоих параметров,  $|\epsilon|$  и  $|\epsilon'|$ . Фаза величины  $\eta_{+-}$  еще не совсем хорошо известна. По последним данным [184, 185] она равна  $78 \pm 15^\circ$ . Более полный анализ этого результата можно провести, если рассмотреть состояния  $2\pi$  с  $T = 0$  и  $T = 2$ . (Состояние с  $T = 1$  исключается в  $S$ -волне статистикой Бозе.) Принимая  $CPT$ -симметрию, можно показать [179], что

$$\begin{aligned} c &= A(K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{1}{3}} A_2 e^{i\delta_2}, \\ \bar{c} &= A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-) = -\sqrt{\frac{2}{3}} A_0 e^{i\delta_0} - \sqrt{\frac{1}{3}} A_2^* e^{i\delta_2}, \end{aligned} \quad (15.239)$$

где индексы 0 и 2 указывают изоспин. Параметры  $\delta_i$  — фазы сильного  $\pi\pi$ -взаимодействия в состоянии с  $T = 0, 2$ . Таким образом,

$$\epsilon' = 1 + \frac{\bar{c}}{c} \approx -\sqrt{2} i e^{i(\delta_0 - \delta_2)} \frac{\text{Im}(A_2)}{A_0}, \quad (15.240)$$

где  $A_0$  для определенности считается вещественным. Если  $CP$  сохраняется, то  $A_2$  — также вещественное число. Таким образом, конечная величина  $\epsilon'$  указывает на нарушение  $CP$ -симметрии в «распадной матрице», так как эта матрица связана с амплитудами перехода. Кроме того, если  $\epsilon' \neq 0$ , то в этом распаде нарушается правило  $\Delta T = 1/2$ , так как если  $H$  преобразуется как изоспин, то состояние с  $T = 1/2$  ( $K^0$ -мезон) не может перейти в состояние с  $T = 2$ . Мы еще вернемся вскоре к этому вопросу.

Рассмотрим теперь параметр  $\epsilon$ :

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 - \frac{q}{p} = \frac{p-q}{p} = \frac{p^2 - q^2}{p(p+q)} \approx \frac{p^2 - q^2}{2qp} = \frac{p^2 - q^2}{\gamma_L - \gamma_S} \\ &= \frac{p^2 - q^2}{\frac{1}{2}(\Gamma_L - \Gamma_S) + i(m_L - m_S)} = -\frac{\Delta\Gamma + i\Delta M}{\frac{1}{2}(\Gamma_L - \Gamma_S) + i(m_L - m_S)}. \end{aligned} \quad (15.241)$$

<sup>1)</sup> Из эксперимента известно, что параметр  $|\eta_{+-}|$  не зависит от энергии, точнее, не зависит от кинетической энергии  $K^0$ -мезонов вплоть до энергии 10 Гэв. (См. работы [177, 178].) Этот факт исключает теории «дальнодействующих сил» [182, 183]. Такие силы космического происхождения могли бы по-разному действовать на  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ , нарушая симметрию массовой матрицы. Эта асимметрия зависит от энергии для всех сил, которые переносятся бозонами с ненулевым спином. Однако, как мы увидим ниже, новые результаты в распаде  $K_L^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ , по-видимому, исключают все теории, в которых нарушение  $CP$ -симметрии происходит только в массовой матрице.

Мы использовали формулу (15.159) и тот факт, что  $p \sim q$ . Кроме того, мы обозначили разность вещественных частей  $p^2$  и  $q^2$  через  $\Delta\Gamma$ , а разность их мнимых частей — через  $\Delta M$ . Эти параметры, которые были бы равны нулю в случае  $CP$ -симметрии, являются мерой нарушения  $CP$ -симметрии в недиагональных элементах матриц  $\Gamma$  и  $M$ . Теперь видно, что в любой теории, которая связывает нарушение  $CP$ -симметрии с характером *массовой матрицы* (ниже мы дадим пример), фаза величины  $\eta_{+-}$  равна примерно  $45^\circ$ . Так, пусть

$$\Delta\Gamma \approx 0, \quad \varepsilon' \approx 0. \quad (15.242)$$

Тогда

$$\eta_{+-} \approx \frac{1}{2} \frac{i \Delta M}{\frac{1}{2} (\Gamma_L - \Gamma_S) + i (m_L - m_S)}, \quad (15.243)$$

$$|\operatorname{tg}(\arg \eta_{+-})| \approx \left| \frac{\frac{1}{2} (\Gamma_L - \Gamma_S)}{m_L - m_S} \right| \approx 1, \quad (15.244)$$

так как

$$m_L - m_S \approx \frac{1}{2} \Gamma_S \quad (15.245)$$

и

$$\Gamma_S \gg \Gamma_L. \quad (15.246)$$

Рассмотрим теперь два различных предельных случая:

$$1. \quad \begin{cases} \varepsilon' \approx 0, \\ \eta_{+-} \approx \frac{1}{2} \varepsilon. \end{cases}$$

В этом случае нарушение  $CP$ -симметрии происходит из-за массовой матрицы и фаза величины  $\eta_{+-}$  равна примерно  $45^\circ$ .

$$2. \quad \begin{cases} \varepsilon \approx 0, \\ \eta_{+-} \approx \frac{1}{2} \varepsilon'. \end{cases}$$

В этом случае нарушение  $CP$ -симметрии происходит из-за распадной матрицы и правило  $\Delta T = 1/2$  также должно нарушаться. Фаза величины  $\eta_{+-}$  определяется разностью фаз  $\delta_2$  и  $\delta_0$  и могла бы дойти до  $90^\circ$ , если бы  $\delta_2 \sim \delta_0$  [см. (15.240)].

Так как фаза величины  $\eta_{+-}$  велика, то первый случай, по-видимому, исключается. Действительно, дадим другое доказательство того факта, что первый случай, а вместе с ним

и несколько теорий, которые к нему приводят, исключается. Это доказательство использует измерение величины  $|\eta_{00}|$ , где

$$\eta_{00} = \frac{A(K_L^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)}{A(K_S^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0)}. \quad (15.247)$$

Прежде чем привести результаты опыта, запишем  $\eta_{00}$  следующим образом.

Пусть

$$\frac{d}{d} = -1 + 2\varepsilon''. \quad (15.248)$$

При этом

$$\eta_{00} = \frac{1+r}{1-r} \frac{d}{d} = -\frac{\varepsilon - 2\varepsilon'' + 2\varepsilon\varepsilon''}{2 - \varepsilon + 2\varepsilon'' - 2\varepsilon\varepsilon''} \approx \varepsilon'' - \frac{\varepsilon}{2}. \quad (15.249)$$

Разложим состояние  $\pi^0 + \pi^0$  по состояниям с фиксированным изоспином. Тогда

$$\begin{aligned} d &= A(K^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0) = \sqrt{\frac{1}{3}} A_0 e^{i\delta_0} - \sqrt{\frac{2}{3}} A_2 e^{i\delta_2}, \\ \bar{d} &= A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0) = -\sqrt{\frac{1}{3}} A_0 e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{2}{3}} A_2^* e^{i\delta_2}, \end{aligned} \quad (15.250)$$

что дает [см. (15.248) и (15.240)]

$$\varepsilon'' \approx \varepsilon'. \quad (15.251)$$

Опять имеем два случая:

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} |\varepsilon'| \approx 0, \\ |\eta_{+-}| \approx |\eta_{00}|. \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} |\varepsilon| \approx 0, \\ |2\eta_{+-}| \approx |\eta_{00}|. \end{cases} \end{aligned}$$

Проведенные в 1967 г. эксперименты <sup>1)</sup> дают

$$|\eta_{00}| = (4,3_{-0,8}^{+1,1}) \cdot 10^{-3} \quad [186],$$

$$|\eta_{00}| = (4,17 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \quad [187].$$

<sup>1)</sup> Теоретический анализ, предвосхитивший большие компоненты с  $\Delta T = 3/2$  в  $CP$ -нечетной части  $H$ , дан в работах Труонга [188] и Ву и Янга [189]. Приведенная здесь величина  $|\eta_{00}|$  дана по сообщению Кронина и др. на Рочестерской конференции по физике высоких энергий в августе 1967 г. Она несколько меньше опубликованной величины  $(4,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}$ .

Эти результаты согласуются со вторым случаем и явно противоречат первому, хотя и не исключают некоторые промежуточные варианты<sup>1)</sup>. Фаза величины  $\eta_{00}$  из опыта не известна.

Подводя итог экспериментальной ситуации, можно сказать, что распадная матрица содержит существенное нарушение  $CP$ -симметрии и что при этом нарушается также правило  $\Delta T = 1/2$ . Это исключает класс теорий, в которых нарушение  $CP$ -симметрии приписывается некоторому новому сверхслабому взаимодействию [192, 193]. Это взаимодействие, которое в  $10^7$  раз слабее, чем обычное слабое, изменяло бы недиагональные члены массовой матрицы, так как оно бы допускало в первом порядке прямой переход  $K^0 - \bar{K}^0$  с  $\Delta S = 2$ . Те же эксперименты,

<sup>1)</sup> Некоторые более поздние результаты указывают на то, что такая промежуточная ситуация действительно может иметь место [190, 191]. В этих экспериментах измерялись отношения распадов  $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + \mu^\mp + \nu$  и  $K_L^0 \rightarrow \pi^\pm + e^\mp + \nu$ . При сохранении  $CP$ -четности эти отношения были бы равны единице. Прежде всего следует отметить, что  $CPT$ -симметрия, вообще говоря, не гарантирует равенства парциальных ширин. В этом случае  $K_L^0$  не является собственным состоянием оператора  $CPT$ , так как  $p$  и  $q$ , величины, определяющие отношение числа  $K^0$  к числу  $\bar{K}^0$  в состоянии  $K_L^0$ , являются комплексными числами. Поэтому на основе  $CPT$ -симметрии нельзя сделать никакого вывода об этом отношении. Были получены следующие результаты ( $N_l^\pm$  — число лептонов  $l$  с зарядом  $\pm$ ):

$$\frac{N_\mu^+}{N_\mu^-} = 1,0080 \pm 0,0026 \text{ [190]},$$

$$\frac{N_e^+ - N_e^-}{N_e^+ + N_e^-} = + (2,16 \pm 0,4) \cdot 10^{-3} \text{ [191]}.$$

Эти результаты показывают в первую очередь, что  $CP$ -симметрия нарушается еще в одном процессе с участием  $K^0$ -мезонов (в лептонном распаде), помимо распада на  $\pi$ -мезоны. Кроме того, если принять правило  $\Delta S = \Delta Q$ , можно показать, что

$$\frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = \text{Re } \epsilon,$$

таким образом, в этих опытах непосредственно измеряется  $\text{Re } \epsilon$ . Результаты:

$$2 \text{Re } \epsilon = (2,0 \pm 0,65) \cdot 10^{-3} \text{ [190]}$$

$$2 \text{Re } \epsilon = (1,08 \pm 0,20) \cdot 10^{-3} \text{ [191]}$$

Если правило  $\Delta S = \Delta Q$  нарушается, а небольшое по величине нарушение возможно, то анализ усложняется, так как появляется еще один параметр. Но, во всяком случае, кажется, что нарушение  $CP$ -симметрии происходит и в массовой матрице, и в распадной матрице, хотя пока еще не совсем ясно, какое взаимодействие вызывает это нарушение.

по-видимому, исключают и возможность того, что экспоненциальное приближение Вигнера — Вайскопфа неприменимо к системе  $K^0 - \bar{K}^0$  и что на самом деле наблюдаются распады  $K_S^0$ -мезонов, дошедших до детектора благодаря неэкспоненциальному хвосту, а не нарушающие  $CP$ -симметрию распады  $K_L^0$ . Эта возможность исключается, потому что распады  $K_S^0 \rightarrow 2\pi$  подчиняются правилу  $\Delta T = 1/2$ . Действительно, как известно [10] [см. формулу (15.124)] отношение числа распадов  $K_S^0$  на  $\pi^+ + \pi^-$  и  $\pi^0 + \pi^0$  с хорошей точностью равно 2:1, что, как видно из формул (15.239) и (15.250), является следствием правила  $\Delta T = 1/2$ .

В настоящий момент опыты указывают на примерно обратное отношение вероятностей распадов, нарушающих  $CP$ -четность, поэтому эти распады не могут происходить от  $K_S^0$ -мезонов.

Возникает вопрос, что же остается для объяснения нарушения  $CP$ -симметрии?

По-видимому, сейчас нет вполне удовлетворительной модели, хотя литература переполнена мертвыми или умирающими теориями. В общих чертах можно сказать, что существуют только две жизнеспособные линии.

1. Может существовать новое слабое взаимодействие, нарушающее как  $CP$ -симметрию, так и правило  $\Delta T = 1/2$ . Такое слабое взаимодействие должно также проявляться где-то еще, в других распадах. Однако пока <sup>1)</sup> нет экспериментальных доказательств нарушения  $CP$ -симметрии в других слабых процессах <sup>2)</sup>. Кроме того, никто пока не нашел простого и убедитель-

<sup>1)</sup> По данным на сентябрь 1967 г. Примеры теорий с гамильтонианом, нарушающим  $CP$ -симметрию, см. в работах Сакса [194] и Кабиббо [195]. См. также ясный обзор многих из таких возможностей в докладе Прентки [110].

<sup>2)</sup> Типичный эксперимент такого рода см. в работе [197], в которой изучался распад  $K_L^0 \rightarrow \mu^+ + \pi^- + \nu_\mu$ . Как было показано, этот распад описывается двумя формфакторами  $f_\pm$ , стоящими в разложении матричного элемента  $\langle \pi^- | J_\mu(0) | K^0 \rangle$ . Легко показать [см. формулу (5.56)], что если сохраняется  $T$ -четность, всегда можно так выбрать фазы  $T$ -преобразования состояний, чтобы отношение

$$z = f_-(q^2)/f_+(q^2)$$

было вещественным числом. Вообще ненулевая величина  $\text{Im } z$  приводит к тому, что  $T$ -нечетная корреляция  $\sigma_\mu \cdot [\mathbf{p} \wedge \mathbf{p}'_\mu]$ , «поперечная поляризация  $\mu$ -мезона», не обращается в нуль. Измеряя эту корреляцию, авторы пришли к выводу, что

$$\text{Im } z = -0,014 \pm 0,066 \quad \text{и} \quad \text{Re } z = -1,3.$$

Таким образом, в этом распаде не обнаружено нарушения  $T$ -четности и по крайней мере одна из моделей слабых взаимодействий [195] отвергнута, так как она предсказывала величину  $\pi/2$  для фазы величины  $z$ .

ного общего принципа, который позволил бы отобрать одну модель из целого набора разных моделей, удовлетворяющих указанным требованиям.

2. Нарушение  $CP$ -симметрии может существовать в электромагнитных взаимодействиях адронов [198, 199]<sup>1)</sup>. В этой теории полный электромагнитный ток  $J_\mu^\gamma$  имеет вид суммы сохраняющихся токов

$$J_\mu^\gamma = J_\mu + K_\mu, \quad (15.252)$$

причем под действием оператора зарядового сопряжения  $C$

$$C J_\mu C^{-1} = -J_\mu \quad (15.253)$$

$$C K_\mu C^{-1} = K_\mu. \quad (15.254)$$

Новый ток  $K_\mu$  можно выбирать по-разному: он может быть  $SU_3$ -скаляром,  $SU_3$ -вектором или смесью того и другого. Во всяком случае, диагональные матричные элементы нового заряда  $Q_K$  для известных частиц должны быть равны нулю, так как эти частицы и их античастицы имеют равные по величине и противоположные по знаку электрические заряды<sup>2)</sup>. Несмотря на то что обычная электромагнитная  $CP$ -симметричная теория адронных токов — одна из самых красивых и успешных теорий в физике, некоторые авторы пришли к выводу о возможности радикального изменения ее структуры благодаря двум наблюдениям, которые могут быть случайными совпадениями, если это предположение окажется неверным.

а) Численно

$$|\eta_{+-}| \approx 2 \cdot 10^{-3} \sim \frac{\alpha}{\pi},$$

т. е. нарушение  $CP$ -симметрии имеет порядок величины, типичный для электромагнитных поправок к слабым процессам.

б) В то время, когда это предложение было выдвинуто, *прямых* подтверждений  $CP$ -симметрии электромагнитных взаимодействий адронов не было. Прежде чем обсудить этот пункт, содержащий несколько полезных указаний на возможные проверки  $CP$ -симметрии, добавим еще третий пункт, основанный на наблюдавшейся большой величине  $|\eta_{00}|$ .

в) Большая величина  $|\eta_{00}|$  указывает на то, что матрица распадов  $K^0$ -мезонов должна иметь значительную компоненту с  $T = 3/2$ . Такая компонента могла бы естественным образом

<sup>1)</sup> В этих статьях был сделан анализ возможных экспериментов по проверке сохранения  $CP$ -симметрии в электромагнетизме. Список экспериментов расширен в работах [200, 201].

<sup>2)</sup> В работе Ли [202] дана модель такого тока в рамках теории поля.

появиться вследствие интерференции нарушающего  $CP$ -симметрию изовекторного электромагнитного тока с  $CP$ -симметричным слабым гамильтонианом, удовлетворяющим правилу  $\Delta T = 1/2$ .

На первый взгляд почти невозможно поверить, чтобы  $CP$ -инвариантность электромагнитного адронного тока не была хорошо установлена на опыте. Однако это именно так, несмотря на двадцать лет работы с рассеянием электронов адронами, фоторождением мезонов и т. п. Причина этого — в нашей неспособности найти точные следствия теории поля для сильно взаимодействующих частиц. Вообще наша деятельность сводится к использованию симметрий теории и к выражению нашего незнания динамики в виде некоторых формфакторов, которые можно найти на опыте, но нельзя вычислить в теории.  $CP$ -симметрия теории выражается в свойствах симметрии этих формфакторов, и, как мы увидим, даже в нарушающей  $CP$ -симметрию теории формфакторы могут иметь те же или почти те же свойства симметрии, как и в  $CP$ -симметричной теории, из-за таких общих требований, как  $CPT$ -инвариантность, эрмитовость или сохранение различных токов. Если бы на опыте нарушалась одна из вышеупомянутых общих симметрий формфакторов, это означало бы, что одновременно нарушено несколько основных принципов релятивистской теории поля, и указать на нарушение  $CP$ -симметрии как на единственного виновника все равно было бы нельзя. Другое дело — электромагнитные свойства лептонов, которые не имеют сильных взаимодействий. По существу, об их динамике все хорошо известно, и мы не можем ничего изменить, не нарушив практически полного согласия теории с экспериментом. Поэтому свойств лептонов лучше не затрагивать.

Простейшую иллюстрацию того, как  $CP$ -инвариантность скрывается за более общими симметриями, можно найти в матричных элементах таких наблюдаемых величин, как ток или гамильтониан, взятых между физическими состояниями с частицами на массовой поверхности. Приведем несколько простых примеров без подробного обоснования, которое читатель легко может найти самостоятельно.

1. Матричный элемент сохраняющегося эрмитового электромагнитного тока, взятый между состояниями, содержащими одну бесспиновую (или со спином  $1/2$ ) частицу, будет иметь структуру, не зависящую от наличия тока  $K_\mu$ <sup>1)</sup>, с вещественными формфакторами, если начальная и конечная частицы совпадают. Поэтому, например, ни один из опытов по рассеянию электронов, которые можно интерпретировать с помощью об-

<sup>1)</sup> Иначе говоря, не зависящую от наличия  $CP$ -симметрии.

мена фотоном между двумя токами, не может служить проверкой  $CP$ -симметрии.

2. Эрмитовость электромагнитного гамильтониана достаточна для детального равновесия между вероятностями процессов  $\gamma + A \rightarrow B + C$  и  $B + C \rightarrow \gamma + A$ , если эти процессы удовлетворительно описываются первым приближением по электромагнитному полю, так как  $\langle f | H_\gamma | i \rangle = \langle i | H_\gamma | f \rangle$ .

Более тонкий эффект связан с распадом  $\eta^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ , который, по-видимому, является электромагнитным переходом, так как он нарушает  $G$ -четность.

Итак, переходим к следующему пункту.

3. Вследствие  $CPT$ -инвариантности энергетические распределения  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов (число частиц при данной энергии) должны совпадать, если пренебречь взаимодействием  $\pi$ -мезонов в конечном состоянии<sup>1)</sup>.

Еще более тонкий эффект, связанный с приближенной  $SU_3$ -симметрией сильных взаимодействий<sup>2)</sup>, описан ниже.

4. Если нарушающий  $CP$ -симметрию ток  $K_\mu$  имеет определенные свойства с точки зрения  $SU_3$ -симметрии, т. е. является членом октета, то из эрмитовости и сохранения тока следует, что в пределе точной  $SU_3$ -симметрии распад  $\eta^0 \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$  запрещен в низшем порядке по  $\alpha$ , так как если  $J_\mu^Y$  принадлежит к октету, то матричный элемент  $\langle \eta^0 | J_\mu^Y | \pi^0 \rangle$  пропорционален элементу  $\langle \pi^0 | J_\mu^Y | \pi^0 \rangle$ , который равен нулю в силу эрмитовости, сохранения тока и  $CPT$ -симметрии.

Для доказательства этого дадим более общее определение античастицы:

$$|\bar{A}\rangle = CPT | A \rangle. \quad (15.255)$$

Действительно, если  $CP$ -симметрия нарушается, то приходится принять это определение, так как оператор  $CP$  не является больше константой движения. При этом определении частицы и античастицы также должны иметь одинаковые массы и времена жизни. С этой точки зрения «нейтральная» частица — самосопряженное относительно симметрии  $CPT$  состояние; все ее электромагнитные формфакторы тождественно равны нулю. Например,

$$\langle \pi^0 | J_\mu(0) | \pi^0 \rangle = 0, \quad (15.256)$$

так как и  $J_\mu$  и  $K_\mu$  одинаково преобразуются под действием

1) Эта асимметрия изучалась на опыте, см., например, [203, 204]. Хотя вопрос до конца не выяснен, есть указания на то, что асимметрия мала или совсем отсутствует. Это означало бы, что электромагнетизм  $CP$ -симметричен или что  $\pi\pi$ -взаимодействия обладают некоторым особым свойством.

2) См. работу Кабиббо [205], где подробно рассмотрен этот вопрос.



операции  $CPT$  (см. гл. 5). Это новое определение античастицы ничего не меняет в приведенном выше анализе  $K^0$ -системы<sup>1)</sup>.

Мораль этих примеров состоит в том, что природа, по всей видимости, стремится как можно лучше спрятать всякое потенциальное нарушение  $CP$ -симметрии за другими симметриями. Несмотря на напряженные усилия и теоретиков, и экспериментаторов, нарушения  $CP$ -симметрии, не связанного с распадами  $K^0$ -мезонов, до сих пор обнаружено не было. Вопрос этот еще плотно окутан мрачным покровом тайны<sup>2)</sup>.

На этой мрачной ноте мы кончаем последнюю главу и всю книгу. Читателю может показаться, что его бросили где-то между небом и землей. Именно такое чувство испытывает и сам автор. Но, в отличие от романа, у книги по физике не только не может быть счастливого конца, но и не может быть какого-либо конца вообще.

<sup>1)</sup> Один из последних экспериментов [206] дает

$$\frac{R(\eta^0 \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-)}{R(\eta^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^+ + \pi^-)} < 0,07.$$

<sup>2)</sup> Возможно, что некоторый свет на эту проблему позволит пролить изучение электрического дипольного момента нейтрона. Его электрический момент пропорционален  $(\sigma \cdot \mathbf{r})_N$ , где  $\sigma$  — спин нейтрона, а  $\mathbf{r}$  — некое типичное для нейтрона расстояние. Этот момент запрещен и  $CP$ - и  $P$ -четностью, и его наличие может быть обусловлено интерференцией обычного слабого взаимодействия, которое нарушает  $P$ -четность, с каким-то взаимодействием, нарушающим  $CP$ -четность. В теории с электромагнитным нарушением  $CP$ -четности электрический момент имел бы порядок величины

$$GM_N e \sim 10^{-20} e \text{ см}$$

( $G$  — константа слабого взаимодействия), а в теории с нарушением  $CP$ -четности в слабых взаимодействиях он мог бы быть на три порядка меньше, так как такое взаимодействие, как известно из распадов  $K^0$ -мезонов, примерно в 1000 раз слабее обычного слабого. Экспериментальные результаты:

$$(-2 \pm 3) e \cdot 10^{-22} \text{ см} \quad [207],$$

$$(+2,4 \pm 3,9) e \cdot 10^{-22} \text{ см} \quad [208].$$

Если эти результаты правильны, они свидетельствуют в пользу  $CP$ -нечетного слабого взаимодействия с компонентой  $\Delta T = 3/2$  (чтобы учесть наблюдаемую величину  $|\eta_{00}|/|\eta_{+-}|$ ), хотя пока еще нельзя полностью отбросить теории, дающие большую величину дипольного момента, так как в каждой из них эта величина может быть вычислена лишь очень грубо. (Дипольный момент нейтрона меньше чем  $5 \cdot e \cdot 10^{-23} \text{ см}$  по данным Baird et al. Phys. Rev., 179, 1285 (1969). — Прим. ред.)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Sakurai J. J., *Ann. Phys.*, **11** 1 (1960). (См. перевод в сборнике «Элементарные частицы и компенсирующие поля», изд-во «Мир», 1964.)
2. Hamilton J., *The Theory of Elementary Particles*, Oxford, 1959.
3. Anderson J., *Principles of Relativity Physics*, New York, 1967.
4. Wentzel G. в сборнике «Preludes in Theoretical Physics», De-Shalit A., Feshbach H., Van Hove L., eds., Amsterdam, 1966.
5. Federbush P., Johnson K. A., *Phys. Rev.*, **120**, 1926 (1960).
6. Racah G., *Group Theory and Spectroscopy. Ergebnisse der Exakten Naturwissenschaften*, Vol. 37, Berlin, 1965.
7. Schwinger J., *Phys. Rev. Letters*, **3**, 296 (1959).
8. Sakurai J. J., *Invariance Principles and Elementary Particles*, 1964.
9. Thirring W. E., *Principles of Quantum Electrodynamics*, New York, 1958. (См. перевод: В. Е. Тирринг, *Принципы квантовой электродинамики*, М., 1964.)
10. Rosenfeld A. H. et al., *Rev. Mod. Phys.*, **39**, 1 (1967).
11. Barash-Schmidt N. et al., *Review of particle properties*, UCRL 80—30, 1970.
12. Puppi G., *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, Vol. 13 (1963).
13. Schweber S. S., *An Introduction to Relativistic Field Theory*, Evanston, Ill., 1961. (См. перевод: С. Швeбер, *Введение в релятивистскую квантовую теорию поля*, ИЛ, 1963.)
14. Wilkinson D. T., Crane H. R., *Phys. Rev.*, **130**, 852 (1963).
15. Hofstadter R., *Nuclear and Nucleon Structure*, New York — Amsterdam, 1963. (См. также сборник «Электромагнитная структура ядер и нуклонов», ИЛ, 1958.)
16. Dunning J. R. et al., *Phys. Rev.*, **141**, 1286 (1966).
17. Sachs R. G., *Phys. Rev.*, **136**, B281 (1962).
18. Gourdin M., Martin A., *Analysis of Reaction Cross Sections in Partial Waves of a Crossed Channel*, CERN/4804/Th. 261, 1962.
19. Zichichi A., et al., *Nuovo Cimento*, **24**, 170 (1962).
20. Drell S. D., Zachariasen F., *Electromagnetic Structure of Nucleons*, Oxford, 1961. (См. перевод: С. Дрелл, Ф. Захариазен, *Электромагнитная структура нуклонов*, ИЛ, 1962).
21. Frazer W. R., Fulco J. R., *Phys. Rev. Letters*, **2**, 365 (1959).
22. Federbush P. et al., *Phys. Rev.*, **112**, 642 (1958).
23. Bott-Bodenhanson M. et al., *Phys. Letters*, **23**, 277 (1966).
24. Feinberg G., Lederman L. M., *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **13**, 431 (1963).
25. Lee T. D., Wu C. S., *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, vol. 15, 1965, p. 385. (См. перевод: Ц. Ли, Ц. Ву, *Слабые взаимодействия*, изд-во «Мир», 1968.)

26. Christenson J. H., Cronin J. W., Fitch V. L., Turlley R., Phys. Rev. Letters, **13**, 138 (1964).
27. Lee T. D., Proceedings of the Oxford International Conference on Elementary Particles, September 1965, p. 225.
28. Jost R., Theoretical Physics in the Twentieth Century, Interscience, p. 107. (См. перевод в сборнике «Теоретическая физика XX века», изд-во «Мир», 1962.)
29. Feynman R., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958). (См. перевод: ПСФ, вып. 4, ИЛ, 1958.)
30. Källén G., Elementary Particle Physics. Reading, Massachusetts, Palo Alto, London. (См. перевод: Г. Челлеи, Физика элементарных частиц, М., 1966.)
31. Kinoshita T., Sirlin A., Phys. Rev., **113**, 1652 (1959).
32. Marshak R. G., Sudarshan E. C. G., Proceedings of the Padua — Venice Conference on Mesons and Newly Discovered Particles, 1957. (См. перевод: ПСФ, вып. 2, 3, 1959.)
33. Ruderman M. A., Reports on Progress in Physics, XXVIII (1965): 411.
34. Berman S. M., Sirlin A., Ann. Phys., **20**, 20 (1962).
35. Durand L., Landowitz L. F., Marr R. B., Phys. Rev., **130**, 1188 (1963).
36. Telegdi V. L., Proceedings of the International Conference on Weak Interactions, Argonne National Laboratories, 1965.
37. Calaprice F. P. et al., Phys. Rev. Letters, **18**, 918 (1967).
38. Weinberg S., Phys. Rev., **112**, 1375 (1958).
39. Burgy M. T. et al., Phys. Rev., **110**, 1214 (1958).
40. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б., ЖЭТФ, **29**, 698 (1955).
41. Bernstein J., Gell-Mann M., Michel L., Nuovo Cimento, **16**, 560 (1960).
42. Ward J. C., Phys. Rev., **77**, 2931 (1950).
43. Takahashi Y., Nuovo Cimento, **6**, 371 (1957).
44. Cabibbo N., Phys. Rev. Letters, **10**, 531 (1963).
45. Sachs R., Nuclear Theory, Cambridge, 1953.
46. Gell-Mann M., Phys. Rev., **111**, 362 (1958).
47. Lee Y. K., Mo L. W., Wu C. S., Phys. Rev. Letters, **10**, 253 (1963).
48. Bernstein J., Lewis R. R., Phys. Rev., **112**, 232 (1958).
49. Wu C. S., Rev. Mod. Phys., **36**, 618 (1964).
50. Feinberg G., Pais A., Phys. Rev., **131**, 2724 (1963).
51. Feinberg G., Pais A., Phys. Rev., **133**, B477 (1964).
52. Anderson H. L. et al., Phys. Rev., **119**, 2050 (1960).
53. Goldberger M. L., Treiman S. B., Phys. Rev., **110**, 1178 (1958).
54. International Conference on High-Energy Physics at CERN, 1962, Geneva, 1962, p. 131 and ff.
- 54a. von Dardel G. et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 173 (1962).
55. Samarana gake V. K., Woolcock W. S., Phys. Rev. Letters, **15**, 936 (1965).
56. Чжоу Гуан-чжао, ЖЭТФ, **39**, 703 (1960).
57. Nambu Y., Phys. Rev. Letters, **4**, 380 (1960).

58. Gell-Mann M., Lévy M., Nuovo Cimento, **16**, 705 (1960).
59. Bernstein J., Fubini S., Gell-Mann M., Thirring W., Nuovo Cimento, **17**, 757 (1960).
60. Фейнман Р. П., в книге «Symmetries in Elementary Particle Physics». ed. by Zichichi, 1965, p. 111.
61. Wolfenstein L., Nuovo Cimento, **8**, 882 (1958).
62. Adler S. L., Phys. Rev., **137B**, 1022 (1965).
63. Adler S. L., Phys. Rev., **139B**, 1638 (1965).
64. Nambu Y., Lurié D., Phys. Rev., **125**, 1429 (1962).
65. Nambu Y., Shrauner E., Phys. Rev., **128**, 862 (1962).
66. Bernstein J., Gell-Mann M., Michel L., Nuovo Cimento, **16**, 560 (1960).
67. Low F., Phys. Rev., **97**, 1392 (1955).
68. Takahashi Y., Nuovo Cimento, **6**, 371 (1957).
69. Blin-Stoyle R. J., Nuovo Cimento, **10**, 132 (1958).
70. Treiman S. B., Princeton University preprint, 1964.
71. Gell-Mann M., Calif. Inst. of Technology. Report CTSL-20 (1961). (См. перевод в сборнике «Элементарные частицы и компенсирующие поля», изд-во «Мир», 1964.)
72. Gell-Mann M., Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
73. Gell-Mann M., Proc. of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, New York, 1960, p. 508—513.
74. Gell-Mann M., Physics, **1**, 63 (1964).
75. Gürsey F., Feinberg G., Phys. Rev., **128**, 378 (1962).
76. Lee T. D., Nuovo Cimento, **35**, 945 (1965).
77. Adler S. L., Phys. Rev. Letters, **14**, 1051 (1965).
78. Weisberger W. I., Phys. Rev. Letters, **14**, 1047 (1965).
79. Adler S. L., Phys. Rev., **140B**, 736 (1965).
80. Fubini S., Furlan G., Physics, **1**, 229 (1965).
81. Bethe H. A., Salpeter E. E., Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms, 1957. (См. перевод: Г. А. Бете, Э. Солпитер, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, М., 1960.)
82. Bell J. S., Proceedings of the 1966 CERN School of Physics, vol. I, CERN 66—29.
83. Adler S. L., Phys. Rev., **143**, 1144 (1965).
84. Weisberger W. I., Phys. Rev., **143**, 1302 (1965).
85. Jackson J. D., The Physics of Elementary Particles, Princeton University Press.
- 85a. Brown L. M., Scalar Mesons, Northwestern University.
86. Gasiorowicz S., Elementary Particle Physics, New York — London, 1966. (См. перевод: С. Газнорович, Физика элементарных частиц, изд-во «Наука», 1969.)
87. Gell-Mann M., Ne'eman Y. в сборнике «Eight-fold Way», New York — Amsterdam, 1964 (см. также сборник «Элементарные частицы и компенсирующие поля», изд-во «Мир», 1964).
88. Gell-Mann M., Phys. Letters, **8**, 214 (1964).
89. Zweig G., CERN report, № 8182/TH.401, 8419/TH.412 (1964).
90. Schwinger J., Phys. Rev. Letters, **3**, 276 (1959).

91. Imanura T., Goto T., Prog. Theor. Phys., **14**, 395 (1955).
92. Dalitz R., Les Houches Lectures, 1965.
93. Gatto R., Theoretical Physics, IAEA, Vienna, 1963, p. 197.
94. Coleman S., Glashow R. L., Phys. Rev. Letters, **6**, 1423 (1961).
95. Kroll N. M., Lee T. D., Zumino B., Phys. Rev., **157**, 1376 (1967).
96. van Royen R., Weisskopf V. F., Nuovo Cimento, **50A**, 617; **51A**, 583 (1967).
97. MacFarlane A. J., Sudarshan E. G. C., Nuovo Cimento, **31**, 1176 (1964).
98. Dalitz R. H., Von Hippel F., Phys. Letters, **10**, 153 (1964).
99. Dalitz R. H. в книге «Symmetries and the Strong Interactions», International Conference on High Energy Physics, Berkeley, September 1966.
100. Greenberg O. W., Messiah A., Phys. Rev., **138B**, 1155 (1965).
101. Beg M. A. B., Lee B. W., Pais A., Phys. Rev. Letters, **13**, 514 (1964).
102. Thirring W., Phys. Letters, **16**, 335 (1965).
103. Becchi C., Morpurgo R., Phys. Rev., **140B**, 687 (1965).
104. Okubo S., Progr. Theor. Phys., **27**, 949 (1962).
105. Lipkin H. J., Argonne Nat. Lab. report (1963).
106. Rashid M. A., Yamanaka I. I., Phys. Rev., **131**, 2797 (1963).
107. Sakurai J. J., Phys. Rev. Letters, **9**, 472 (1962).
108. Glashow S. L., Phys. Rev. Letters, **11**, 48 (1963).
109. Dashen R. F., Sharp D. H., Phys. Rev., **133**, 1585 (1964).
110. Prentki J., Oxford Conference Proceedings, 1965, p. 47.
111. Dalitz R. H., Proc. Sienna Intl. Conf. (Italian Phys. Soc. Bologna, 1963, p. 171).
112. Sakurai J. J., Phys. Rev. Letters, **17**, 1021 (1966).
113. Gell-Mann M., Sharp D., Wagner W. G., Phys. Rev. Letters, **8**, 261 (1962).
114. de Pagter J. K. et al., Phys. Rev. Letters, **16**, 35 (1966).
115. Massam T., Zichichi A., Nuovo Cimento, **43**, 1137; **44**, 309 (1966).
116. Pais A., Rev. Mod. Phys., **38**, 215 (1966).
117. Glashow S. L., Sokolow R. H., Phys. Rev. Letters, **15**, 329 (1965).
118. Dalitz R. H., Sutherland D. G., Nuovo Cimento, **37**, 1777 (1965).
119. Brene N. et al., Phys. Rev., **149**, 1288 (1966).
120. Gell-Mann M., Pais A., Phys. Rev., **97**, 1387 (1955).
121. Lee T. D., Oehme R., Yang C. N., Phys. Rev., **106**, 340 (1957).
122. Proceedings of the 1966 Berkeley Conference on High Energy Physics.
123. Ademollo M., Gatto R., Phys. Rev. Letters, **13**, 264 (1964).
124. Bouchiat C., Meyer P., Nuovo Cimento, **34**, 1122 (1964).
125. Bell J. S., Theory of Weak Interactions, Les Houches Summer School Lectures, 1965.
126. Behrends R. E., Sirlin A., Phys. Rev. Letters, **4**, 186 (1960).
127. Willis W. et al., Phys. Rev. Letters, **13**, 291 (1964).
128. Brene N. et al., Phys. Letters, **11**, 344 (1964).
129. Carlson C., Phys. Rev., **152**, 1433 (1966).

130. Jarlskog, C., Pilkuhn H., Phys. Letters, **20**, 428 (1966).
131. Martin B. R., Phys. Rev., **138**, B1136 (1965).
132. Amati D., Bouchiat C., Nuyts J., Phys. Letters, **19**, 59 (1965).
133. Levinson C. A., Muzinich I. J., Phys. Rev. Letters, **15**, 715 (1965).
134. Pandit L. K., Schechter J., Phys. Letters, **19**, 56 (1965).
135. Dalitz R. H., Summer school «Enrico Fermi» at Varenna, 1964.
136. Oneda S. et al., Phys. Rev., **119**, 482 (1960).
137. Salam A., Ward J. C., Phys. Rev. Letters, **5**, 390 (1960).
138. Goleman S., Glashow S. L., Phys. Rev., **134**, B681 (1964).
139. Dashen R., Frautschi S., Gell-Mann M., Hara Y., в сборнике «Eight-Fold Way», 1964, p. 254.
140. Dashen R. F., Frautschi S., Phys. Rev., **137**, B1331 (1964).
141. Sugawara H., Phys. Rev. Letters, **15**, 870, 997 (1965).
142. Suzuki M., Phys. Rev. Letters, **15**, 986 (1965).
143. Gell-Mann M., Pais A., Proc. Intl. Conf. on High Energy Physics at Glasgow, London, 1955, p. 324.
144. Cabibbo N., Phys. Rev. Letters, **12**, 62 (1964).
145. Sugawara H., Prog. Theor. Phys., **31**, 213 (1964).
146. Lee B. W., Phys. Rev. Letters, **12**, 83 (1964).
147. Stevenson M. L. et al., Phys. Letters, **9**, 349 (1964).
148. Gell-Mann M., Phys. Rev. Letters, **12**, 199 (1964).
149. Callan C., Treiman S. B., Phys. Rev., Letters, **15**, 153 (1966).
150. Mathur V. S. et al., Phys. Rev. Letters, **16**, 371 (1966).
151. Trilling G. H., Report to the International Conference on Weak Interactions, Argonne National Laboratory, 1965.
152. Weinberg S., Phys. Rev. Letters, **17**, 336 (1966).
153. Bouchiat C., Meyer P., Phys. Letters, **22**, 198 (1966).
154. Suzuki M., Phys. Rev., **144**, 1154 (1966).
155. Hara Y., Nambu Y., Phys. Rev. Letters, **16**, 875 (1966).
156. Bose S. K., Biswas S. N., Phys. Rev. Letters, **16**, 340 (1966).
157. Elias D. K., Taylor J. C., Nuovo Cimento, **44A**, 518 (1966).
158. Abarbanel H. D., Phys. Rev., **153**, 1547 (1967).
159. Lévy M., Nuovo Cimento, **A52**, 23 (1967).
160. Schwinger J., Ann. Phys., **2**, 407 (1957).
161. Weinberg S., Phys. Rev. Letters, **18**, 185 (1967).
162. Schwinger J., Phys. Rev. Letters, **18**, 923 (1967).
163. Schwinger J., Phys. Letters, **24B**, 473 (1967).
164. Wess J., Zumino B., Phys. Rev., **163**, 1727 (1967).
165. Lüders G., Ann. Phys., **2**, 1 (1957).
166. Schwinger J., Phys. Rev., **91**, 720 (1953).
167. Pauli W., в книге «Niels Bohr and the Development of Physics», New York, 1955. (См. перевод: Нильс Бор и развитие физики, ИЛ, 1958.)
168. Jost R., Helv. Phys. Acta, **30**, 409 (1957).
169. Gell-Mann M., Pais A., Phys. Rev., **97**, 1387 (1955).
170. Pais A., Piccioni O., Phys. Rev., **100**, 1487 (1955).
171. Weisskopf V. F., Wigner E. P., Zs. Phys., **63**, 54; **65**, 18 (1930).

172. Lee T. D., Oehme R., Yang C. N., Phys. Rev., **105**, 1671 (1957).
173. Bernstein J., Cargèse Lectures, Gordon and Breach, 1966.
174. Rosen L., Brolley J. E., Jr., Phys. Rev. Letters, **2**, 98 (1959).
175. Bodansky D. et al., Phys. Rev. Letters, **2**, 101 (1959).
176. Abashian A. et al., Phys. Rev. Letters, **13**, 243 (1964).
177. Galbraith W. et al., Phys. Rev. Letters, **14**, 383 (1965).
178. de Bouard X. et al., Phys. Letters, **15**, 58 (1965).
179. Bell J. S., Steinberger J., Oxford Conference Proceedings, 1965, p. 195.
180. Wu T. T., Yang C. N., Phys. Rev. Letters, **13**, 501 (1964).
181. Wolfenstein L., CERN, preprint TH 583 (July 1965).
182. Bernstein J., Cabibbo N., Lee T. D., Physics Letters, **12**, 146 (1964).
183. Bell J. S., Perring J. K., Phys. Rev. Letters, **13**, 348 (1964).
184. Rubbia C., Steinberger J., Phys. Letters, **24B**, 531 (1967).
185. Bott-Bodenhanson M. et al., Phys. Letters, **24B**, 432 (1967).
186. Gaillard M. et al., Phys. Rev. Letters, **18**, 20 (1967).
187. Cronin J. W. et al., Phys. Rev. Letters, **18**, 25 (1967).
188. Truong T. N., Phys. Rev. Letters, **13**, 358 (1964).
189. Wu T. T., Yang C. N., Phys. Rev. Letters, **13**, 380 (1964).
190. Dorfán D., Schwarz M., Woicicki et al., Phys. Rev. Letters, **19**, 987 (1967).
191. Steinberger J., Sunderland J. et al., Phys. Rev. Letters, **19**, 993 (1967).
192. Wolfenstein L., Phys. Rev. Letters, **13**, 562 (1964).
193. Lee T. D., Wolfenstein L., Phys. Rev., **138**, B1490 (1965).
194. Sachs R. G., Phys. Rev. Letters, **13**, 286 (1964).
195. Cabibbo N., Phys. Letters, **12**, 137 (1964).
196. Okubo S., Phys. Letters, **8**, 362 (1964).
197. Young K. A. et al., Phys. Rev. Letters, **18**, 806 (1967).
198. Bernstein J., Feinberg G., Lee T. D., Phys. Rev., **139**, B1650 (1965).
199. Barshay S., Phys. Letters, **17**, 78 (1965).
200. Christ N., Lee T. D., Phys. Rev., **143**, 1310; **148**, 1520 (1966).
201. Feinberg G., Phys. Rev., **140**, 1402 (1965).
202. Lee T. D., Phys. Rev., **140**, B959 (1965).
203. Baltay C. et al., Phys. Rev. Letters, **16**, 1224 (1966).
204. Chops A. et al., Proceedings of the 1966 Berkeley Conference on High Energy Physics.
205. Cabibbo N., Phys. Rev. Letters, **14**, 965 (1965).
206. Berley D. et al. Phys. Rev., **142**, 893 (1966).
207. Miller P. D. et al., Phys. Rev. Letters, **19**, 381 (1967).
208. Overseith O. E., Roth R., Phys. Rev. Letters, **19**, 385 (1967).

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абелева группа 35, 264  
 Адлера — Вайсбергера правило сумм 248, 346  
 Аксиальный ток, калибровочное преобразование 234, 264, 364  
 — — несохраняющийся 207  
 — — перенормировка 237  
 — — частично сохраняющийся 233, 366  
 Антикмутационные соотношения 17, 19  
 Античастицы, система  $K^0 - \bar{K}^0$  328, 329  
 — кросс-канал 124  
 — определение 154, 155, 385  
 — *CPT*-теорема и ее следствия 85, 156, 171, 210, 368, 384  
 Асимптотические состояния 30  
 — — «ин»- и «аут»-состояния 30  
 — — перенормировка заряда 63, 64  
 Барionного числа сохранение 37, 44, 45  
 Барionные резонансы в схеме  $SU_3$  296  
 — —  $N^*$  114  
 — —  $Y^*$  297  
 Барions 42, 266, 295  
 Бета-распад, гамильтониан 161  
 — — гиперонов 327, 339  
 — — двухкомпонентные нейтрино 148  
 — — нейтрона 147, 163, 168, 327  
 — — перелятивистский предел 170, 213  
 — — пионный 192  
 — — соотношение Фирца 162  
 — — *T*-инвариантность 171  
 Бозоны, векторные токи при сильном взаимодействии 70, 297  
 — — — — слабом взаимодействии 145  
 Бозоны в схеме  $SU_3$  266  
 —  $K$ -мезон 266  
 —  $K^*$ -мезон 266, 325  
 —  $X^0$ -мезон 276  
 —  $\eta$ -мезон 267  
 —  $\pi$ -мезон 113  
 —  $\rho$ -мезон 71  
 —  $\varphi$ -мезон 115  
 —  $\omega$ -мезон 71  
 Вакуумное состояние 14  
 — — единственность 32  
 Векторные мезоны 115  
 Вигнера — Вайскопфа подход 370  
 Восьмеричный путь 296  
 Гамильтониан для поля Дирака 20  
 — — — скалярного 16  
 — — — электромагнитного 22  
 — — слабых взаимодействий 147  
 Гелл-Манна алгебра коммутаторов 244  
 Гелл-Манна — Окубу массовая формула 304  
 Генераторы и заряды 35  
 — — — в схеме  $SU_2$  46  
 — — — — —  $SU_3$  270  
 Гиперзаряд 266  
 Гипероны 266  
 —  $\Lambda$  267  
 —  $\Sigma$  266  
 —  $\Omega$  297  
 Гольдбергера — Треймана соотношение 217, 229  
 Графическое представление  $SU_3$ -состояний 278  
 Двухкомпонентного нейтрино теория 148



- Декуплет барнион-мезонных резонансов 295  
 — в схеме  $SU_3$  297  
 — электромагнитные свойства 297  
 Дирака матрица 17, 88  
 — поле, зарядовое сопряжение 39  
 — — квантование 17  
 — — лагранжиан 18  
 — — операция отражения времени 93  
 — уравнение 17, 91  
 — — решение в виде плоских волн 20  
 Дисперсионные соотношения 109, 129  
 Зарядовое сопряжение, векторные мезоны 299  
 — — для поля Дирака 39  
 — — скалярного поля 34  
 — — инвариантность 154  
 — — оператор 50  
 — — при слабом взаимодействии 155  
 Изоспиновая инвариантность 44, 52  
 Изотопический спин антикварка 276  
 Импульс канонический 15  
 Индуцированный псевдоскаляр 171, 208  
 Кабиббо угол 188, 331—348  
 — — с изменением странности 331  
 — — универсальность 332  
 Калибровочная инвариантность 37, 58  
 — — лагранжиан 58  
 — — сохранение тока 63  
 Каллана — Треймана соотношение 362  
 Канонический импульс в теории поля 15  
 Квантование поля Дирака 18  
 — — скалярного 14  
 — — электромагнитного 20  
 Кварки 270, 294  
 Клебша — Гордана коэффициенты 259  
 Клейна — Гордона уравнение 17  
 Коммутационные соотношения в схеме  $SU_3$  271  
 — — для поля Дирака 19  
 — — — скалярного 14  
 — — — токов 273  
 — — — электромагнитного 21  
 — — швингеровские члены 274  
 Кронекера символ 88  
 Кросс-реакция 124  
 Лагранжиан для поля векторного 60  
 — — Дирака 18  
 Лагранжиан для поля скалярного 15  
 — — — электромагнитного 20, 61  
 — — слабого взаимодействия 149, 242  
 — — феноменологическое описание 264, 363  
 Лептонное число 152  
 Ли — Сугавара правило 355  
 Лоренц-ковариантные матричные элементы 89  
 Магнитный момент аномальный 97, 101, 102  
 — — — изовекторная часть 102  
 — — в схеме  $SU_3$  28  
 — — гиперона 281, 285  
 — — кварка 293, 297, 301  
 — — нейтрино 104  
 — — электрона 97  
 Манделштама переменные 125  
 Массовое расщепление 42, 305  
 $K$ -мезон 266  
 — лептонные распады 325  
 — нелептонные распады 358  
 $K^*$ -мезон 297  
 Минимальное электромагнитное взаимодействие 60  
 Мюона время жизни 158  
 — масса 158  
 — распад 157  
 — — вероятность 159  
 — — гамльтониан 157  
 — — радиационная поправка 159  
 Мюонное число 151, 152  
 Небелера группа 264  
 Нейтрино 103  
 — двухкомпонентное, теория 148  
 — поперечное сечение 2555  
 — правило сумм 255  
 — среднеквадратичный радиус 104  
 Нейтрон 42  
 Нелептонные распады гиперонов, правило  $\Delta T = 1/2$  355  
 — — — октетная доминантность 355  
 —  $K$ -распады беспионные 358  
 — — в схеме  $SU_3$  350  
 Нонеты 306, 318  
 Нуклоны 42  
 Обращение времени 85  
 — — пионы 87, 93  
 — — поле Дирака 93  
 — — при бета-распаде 171  
 — — — распаде  $K^0$ -мезонов 369  
 — — состояния и матричные элементы 86, 94  
 Октет 277, 289, 291

- Октет матрицы 290  
 — матричные элементы 281  
 Оператор антиунитарный 85  
 — заряда аксиального 215  
 — — в схеме  $SU_3$  270  
 — — генератор фазовых преобразований 35  
 — — для поля Дирака 37  
 — — — скалярного 30  
 — смещения 16, 17  
 — числа частиц для поля Дирака 20  
 — — — — — скалярного 16  
 — — — — — электромагнитного 21  
 Операторы изотопические понижающие и повышающие 101  
 — рождения и уничтожения для поля Дирака 18  
 — — — — — скалярного 14  
 — — — — — электромагнитного 21  
 Отношение  $D/F$  для аксиальных токов 341  
 — — определение 339  
 — — равенство для сильных и слабых взаимодействий 345  
 Перенормировка заряда 63, 65, 184  
 Перенормировочный множитель 63, 69, 184  
 Пион 42  
 — изотопический спин 51  
 — распад 192  
 — четность 53  
 Пион-нуклонное рассеяние 258  
 Пион-пионное рассеяние 263  
 Поле векторное 116  
 — Дирака 17  
 — скалярное 14  
 — электромагнитное 20  
 Поперечное сечение пион-нуклонного рассеяния 259  
 — — пион-пионного рассеяния 263  
 — —  $T$ -матрица 258  
 — — электронного рассеяния 106, 123  
 Протон 42  
 Псевдоскалярное поле 83  
 — слабое взаимодействие 171, 208, 230  
 Радиационные поправки высших порядков 65, 97  
 — — к бета-распаду 159  
 — — — мюонному распаду 159  
 — — — пионному распаду 214  
 Редукционная формула 258, 359  
 Резерфорда формула 124  
 Розенблата формула 106, 123, 124  
 $CP$ -симметрии нарушение 368  
 $SU_3$ -симметрия, графическое представление состояний 278, 295  
 — коммутационные соотношения 269  
 — матрицы для генераторов 268  
 — матричные элементы для генераторов 279  
 — нарушение симметрии 302, 337  
 — нелептонные распады гиперонов 348  
 — неприводимые тензоры 294  
 — распад  $\pi$ -мезонов 310  
 — структурные константы 269  
 — электромагнитное массовое расщепление 283  
 — электромагнитные токи 270, 279, 291  
 — — формфакторы 279, 289, 296  
 Слабые взаимодействия, универсальность 332  
 — — унитарный предел 206  
 — — форма «ток на ток» 161  
 Слабый векторный ток 180  
 — магнетизм 198  
 Сохраняющиеся токи, бета-распад пионов 192  
 — — матричные элементы 26  
 — — метод лагранжиана 27  
 — — связь с калибровочной инвариантностью 67  
 — — слабый магнетизм 200  
 $U$ -спин 279, 284  
 Странность 266, 325  
 $CPT$ -теорема 85, 156, 172, 210  
 — античастицы 155, 384  
 —  $K^0$ -распады 373  
 Токи адронные 163  
 — векторные второго класса 175  
 — — с изменением странности 339  
 — — сохраняющиеся 177  
 — — — проверка гипотезы 190  
 — — первого класса 175  
 — — проверка теории 192  
 — генераторы 35  
 — коммутационные соотношения 273  
 — лагранжиан 28  
 — лептонные 148, 163  
 — матричные элементы 80, 89  
 — слабые 147  
 — сохраняющиеся 26, 28, 177  
 — — гипотеза сохраняющегося векторного тока 177  
 — электромагнитные 59, 75

- Тормозное излучение 159  
 Унитарный предел для слабых взаимодействий 206  
 Урда тождество 185, 237  
 Упругое рассеяние 77  
 Условие поперечности для поля векторного 116  
 — — — — — электромагнитного 20
- Фейнмана** пропагаторы 181  
**Ферми** переход 189  
**Формфакторы**, дисперсионные соотношения 109, 129  
 — захват мюонов 171, 230  
 — изотопические 101  
 — паулиевские 97  
 — Сакса 122  
 — слабые взаимодействия,  $\beta$ -распад 165  
 — сохраняющиеся токи 177  
 — спектральное представление 109, 129  
 — электромагнитные 80, 89  
 — — в модели векторных мезонов 113
- Формфакторы**, электромагнитные в схеме  $SU_3$  289  
**Фотон** 20
- Частично** сохраняющийся аксиальный ток 233  
**Четность**, гамильтониан слабого взаимодействия и нарушение четности 148  
 —  $K$ -мезон 325  
 — определение 155  
 — пион 53  
 — поле Дирака 91  
 — — скалярное 83  
 — сохранение 83  
 **$G$ -четность** 113
- Шпурион** 349
- Электрон-нуклонное** рассеяние 77
- Юкавы** взаимодействие в схеме  $SU_3$  291  
 — — с сохранением изоспина 53

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода . . . . .	5
Предисловие автора . . . . .	7
<i>Глава 1.</i> ВВЕДЕНИЕ И ОБОЗНАЧЕНИЯ . . . . .	13
<i>Глава 2.</i> ТОКИ. ПЕРВОЕ ЗНАКОМСТВО . . . . .	23
<i>Глава 3.</i> ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ПОЛЯ . . . . .	42
<i>Глава 4.</i> ВКЛЮЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ . . . . .	58
<i>Глава 5.</i> ЭЛЕКТРОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ I: ФОРМФАКТОРЫ, $S$ , $P$ , $T$ И $CP$ . . . . .	77
<i>Глава 6.</i> ЭЛЕКТРОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ II . . . . .	100
<i>Глава 7.</i> ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ . . . . .	129
<i>Глава 8.</i> СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ I (ГЛАВНЫМ ОБРАЗОМ ЛЕПТОН- НЫЕ) . . . . .	145
<i>Глава 9.</i> СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ II (НУКЛОНЫ) . . . . .	161
<i>Глава 10.</i> СЛАБЫЕ ТОКИ. ВЕКТОР . . . . .	177
<i>Глава 11.</i> СЛАБЫЕ ТОКИ: АКСИАЛЬНЫЙ ВЕКТОР. I . . . . .	205
<i>Глава 12.</i> АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНЫЙ ТОК. II . . . . .	237
<i>Глава 13.</i> СТРАННЫЕ ЧАСТИЦЫ. ВВЕДЕНИЕ В $SU_3$ -СИММЕТРИЮ . . . . .	263
<i>Глава 14.</i> ЕЩЕ ОБ $SU_3$ . . . . .	294
<i>Глава 15.</i> РАСПАДЫ, ИЗМЕНЯЮЩИЕ СТРАННОСТЬ. . . . .	325
I. ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ . . . . .	325
II. НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ . . . . .	343
<b>Л и т е р а т у р а</b> . . . . .	<b>387</b>
<b>Предметный указатель</b> . . . . .	<b>393</b>