

539.12  
К-50

Ф. Клоуз

Ф. Клоуз КВАРКИ И ПАРТОНЫ

# КВАРКИ И ПАРТОНЫ

Введение  
в теорию



AN INTRODUCTION TO  
QUARKS AND PARTONS

F. E. CLOSE

RUTHERFORD LABORATORY  
DIDCOT, OXFORDSHIRE

1979

ACADEMIC PRESS  
LONDON NEW YORK SAN FRANCISCO  
A Subsidiary of Harcourt  
Brace Jovanovich Publishers

УДК 517.85

К-50  
Ф. Клоуз

КВАРКИ  
И ПАРТОНЫ

*Введение  
в теорию*

*Перевод с англ.  
канд. физ.-мат. наук  
П. Б. Вигмана*

*под редакцией  
канд. физ.-мат. наук  
Н. Н. Николаева*

МОСКВА «МИР» 1982

Монография по теории электромагнитных взаимодействий адронов; автор — один из крупнейших специалистов в данной области Ф. Клоуз (Великобритания). Написана как учебное пособие. Наряду с классическими результатами кварковой модели (которая легла в основу современной теории элементарных частиц) изложено и ее новейшее развитие, связанное с калибровочными теориями слабого и электромагнитного взаимодействий и с квантовой хромодинамикой.

Для молодых специалистов по физике высоких энергий, а также для студентов и аспирантов физических специальностей вузов.

*Редакция литературы по физике*



1704070000

К 20402—044  
041 (01)—82 44—82, ч. 1

Copyright © 1979 by Academic Press Inc.  
(London) Ltd.

© Перевод на русский язык  
«Мир», 1982

## Предисловие редактора перевода

Предлагаемая вниманию советского читателя монография известного английского теоретика Ф. Клоуза является хорошим введением в область физики элементарных частиц, бурно развивающуюся со времени «ноябрьской революции 1974 г.», как часто называют открытие  $J/\Psi$ -частиц. Эта «революция» возродила на новом уровне интерес как к концепции кварков, так и к теории поля. Живо написанная книга Клоуза будет ценным учебным пособием и для студентов-физиков, и для аспирантов и преподавателей физических факультетов, и для специалистов по ядерной физике и физике высоких энергий, желающих достижениями физики элементарных частиц последних лет. Начиная с сравнительно элементарного уровня, книга Клоуза подводит читателя к самым современным разделам физики частиц, таким, как асимптотическая свобода, удержание кварков, великое объединение слабого, электромагнитного и сильного взаимодействий. Изложение материала основано в существенной мере на спектроскопии, что отвечает традициям преподавания физики в советской высшей школе.

За время, истекшее после написания книги, область, которой она посвящена, чрезвычайно бурно развивалась. Все концепции, вызванные к жизни открытием  $J/\Psi$ -частиц, получили убедительное экспериментальное подтверждение. Создание калибровочных теорий электрослабого взаимодействия и предсказание очарованного кварка были отмечены присуждением Вайнбергу, Глэшоу и Саламу Нобелевской премии по физике за 1979 г. Свойства пятого кварка, об открытии которого в книге только вскользь упоминается, уже довольно детально изучены. Для освещения всего новейшего развития потребовалась бы еще одна книга. В своем предисловии мы вынуждены ограничиться лишь беглым перечнем только важнейших экспериментальных открытий.

## 1. НЕЙТРАЛЬНЫЕ ТОКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛЕПТОНОВ

Первым подтверждением единых теорий электрослабого взаимодействия было обнаружение нейтральных токов в нейтринном эксперименте с пузырьковой камерой «Гаргамель» в ЦЕРНе. В 1978 г. Барков и Золоторев [1] провели в ИЯФ СОАН СССР атомный эксперимент, доказавший существование нейтрального тока и у электронов. Еще в 50-е гг. было замечено, что слабое электрон-нуклонное взаимодействие приводит к круговой поляризации света, испускаемого неполяризованными атомами, или к оптической активности атомарных паров [2]. Наблюдавшееся в работе [1] вращение плоскости поляризации света в парах висмута согласуется с предсказаниями модели Вайнберга — Салама [3].

Несколькими месяцами позже в Стэнфордском центре линейных ускорителей была экспериментально обнаружена  $P$ -нечетная асимметрия в глубоко-неупругом рассеянии продольно-поляризованных электронов на нуклонах [4, 5]. Подобный эксперимент был предложен в 1973 г. [6] и проведен впервые в 1976 г. в Серпухове [7], но тогда не было нужной чувствительности для наблюдения эффекта. Стэнфордский эксперимент дает одно из самых точных значений угла Вайнберга — Салама:  $\sin 2\theta_{WS} = 0.23$ .

## 2. ОБНАРУЖЕНИЕ ГЛЮОНОВ

Простая кварковая петля, описывающая главную часть сечения аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны, отвечает двуструйному адронному конечному состоянию. В квантовой хромодинамике кварки могут испускать глюоны, что порождает трехструйные конечные состояния, наблюдавшиеся впервые в 1979 г. на накопителе ПЕТРА в Гамбурге [8—10]. Структура типичного трехструйного состояния приведена на рис. 1. Определенная по сечению трехструйных событий константа кварк-глюонной связи  $\alpha_s(s) = 12\pi/23 \ln(s/\Lambda^2)$  отвечает значению  $\Lambda \approx 100$  МэВ [11—13]. В качестве величины  $s$  следует брать массу предполагаемой глюонной струи. Ранее такое значение предсказали Вайнштейн и др. [14] в результате анализа сечения аннигиляции ниже порога рождения очарованных частиц. Данные по нарушению скейлинга в глубоко-неупругом рассеянии не противоречат этому значению  $\Lambda$  [15, 16]. Анализ угловых и энергетических распределений в трехструйных событиях указывает на то, что глюоны имеют спин, равный 1 [17—19].

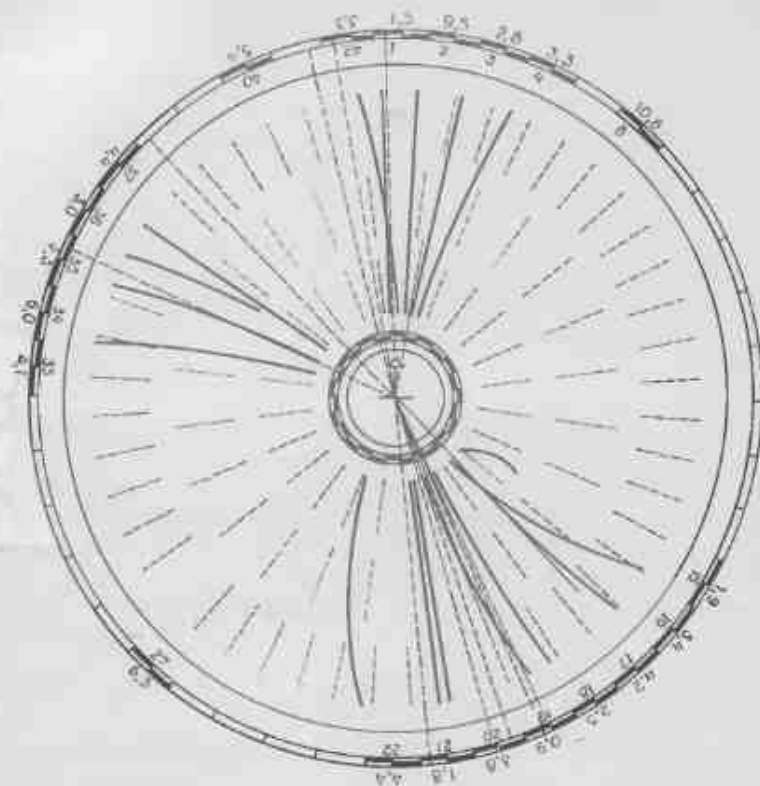


Рис. 1. Пример трехструйного события в  $e^+e^-$ -аннигиляции (детектор JADE на ПЕТРА). Плоскость рисунка перпендикулярна пучкам  $e^+$  и  $e^-$ . Исходящие из центра сплошные линии — треки заряженных частиц в детекторе.

## 3. СПЕКТРОСКОПИЯ СОСТОЯНИЙ $c\bar{c}$ И ОЧАРОВАННЫЕ ЧАСТИЦЫ

Противоречивая ситуация с  $\eta_c$ -мезоном благополучно разрешилась: он имеет массу 2980 МэВ и ширину около 10 МэВ, что блестяще согласуется с КХД [20, 21]. Состояние  $\chi$  (3455), которому не было места в простой потенциальной модели, согласно новым данным, не существует. В целом потенциальная модель дает удовлетворительное описание  $c\bar{c}$ -спектроскопии.

В опытах с высокой статистикой  $F$ -мезон в  $e^+e^-$ -аннигиляции не наблюдается (см. со стр. 355 книги). Однако в экспериментах по фоторождению в ЦЕРНе получено надежное указание на существование  $F$ -мезона с массой 2020 МэВ [22].

#### 4. ПЯТЫЙ КВАРК И СОСТОЯНИЯ $b\bar{b}$

Пятый кварк  $b$  был открыт в лаборатории им. Ферми группой Ледермана, обнаружившей в спектре масс  $\mu^+\mu^-$  два тяжелых резонанса  $\Gamma$  (9600) и  $\Gamma'$  (10 040). Эти резонансы были интерпретированы как связанные состояния  $b\bar{b}$  [23]. В 1978 г. энергия накопителя ДОРИС в Гамбурге была повышена и в сечении аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны были обнаружены два узких резонанса с массами 9460 и 10 016 МэВ [24, 25]. Их малые ширины указывали на то, что это действительно связанные состояния  $b\bar{b}$ . Через год в Корнелле были запущены новые  $e^+e^-$ -кольца, и вскоре были найдены резонансы  $\Gamma''$  (10 330) и  $\Gamma'''$  (10 540) [26, 27], причем  $\Gamma'''$  — резонанс, распадающийся на  $B$ - и  $\bar{B}$ -мезоны с новым квантовым числом.

В начале 1981 г. экспериментально наблюдались полупертоновые распады  $B$ - и  $\bar{B}$ -мезонов с парциальными ширинами в  $e$ - и  $\mu$ -каналы около 15%, что хорошо согласуется с теорией [28, 29]. В принятой теории  $b$ -кварк образует дублет с еще не обнаруженным  $t$ -кварком. Анализ лептонных ширин резонансов  $\Gamma$  и  $\Gamma'$ , проведенный с использованием КХД, указывает на то, что заряд  $b$ -кварка равен  $-\frac{1}{3}$  [30]. По-видимому,  $t$ -кварк тяжелее  $b$ -кварка, и если бы не было смешивания  $t$  с  $u$  или  $c$ , то  $B$ -мезон был бы стабильн. Если в матрице Кобаяши—Маскавы все углы смешивания — порядка угла Кабиббо, то  $t$  смешивается в основном с  $c$ . Следовательно, в нелептонных распадах  $B$ -мезонов образуются очарованные частицы и должна наблюдаться большая множественность странных частиц. В районе резонанса  $\Gamma'''$  действительно наблюдается максимум множественности странных частиц [28, 29].

#### 5. ТРЕХГЛЮОННЫЕ РАСПАДЫ $\Gamma$ -МЕЗОНОВ

В КХД мезоны  $J/\Psi$  и  $\Gamma$  аннигилируют, давая три глюона. Возникающие адронные состояния должны быть более сферически-симметричными, чем двуструйные состояния в обычной  $e^+e^-$ -аннигиляции вне  $\Gamma$ -резонанса. И действительно, в районе  $\Gamma$ -пика сферичность резко выше, чем вне пика (рис. 2). Кроме того, детальное изучение распределений по энергии свидетельствует в пользу векторных глюонов [31, 32]. Ранние указания на рост сферичности в районе  $J/\Psi$ -пика не были убедительными в силу малого энерговыделения.

#### 6. ПОЛНОЕ СЕЧЕНИЕ АННИГИЛЯЦИИ $e^+e^- \rightarrow$ АДРОНЫ

Пять кварков с зарядами  $\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$  и  $-\frac{1}{3}$  и с тремя цветами дают отношение  $R = \frac{11}{3}$ . На рис. 3 представлена сводка

последних данных об отношении  $R$ , полученных на ПЕТРА [33]. Выше  $B\bar{B}$ -порога отношение  $R$  постоянно и хорошо согласуется с значением  $\frac{11}{3}$ .

#### 7. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ МЕЗОНОВ И ПРОЦЕСС ДРЕЛЛА—ЯНА

Накоплено много данных по рождению массивных лептонных пар в протон-протонных, пион-нуклонных, каон-нуклонных и антипротон-нуклонных столкновениях. Последний процесс особенно интересен, поскольку здесь аннигилируют валентные кварки и протона, и антипротона, плотности которых хорошо известны. Вся совокупность имеющихся данных хорошо описывается дрелльновским механизмом [34—36].

Можно использовать процесс Дрелла—Яна для определения структурных функций мезонов. Принято следующим образом параметризовать плотности валентных кварков и кварков моря в протоне:

$$\begin{aligned} u_v(x) &= A_u x^\alpha (1-x)^\beta, \\ d_v(x) &= A_d x^\alpha (1-x)^{\beta+1}, \\ \bar{u}(x) = \bar{d}(x) &= A_s (1-x)^{\beta_s}. \end{aligned}$$

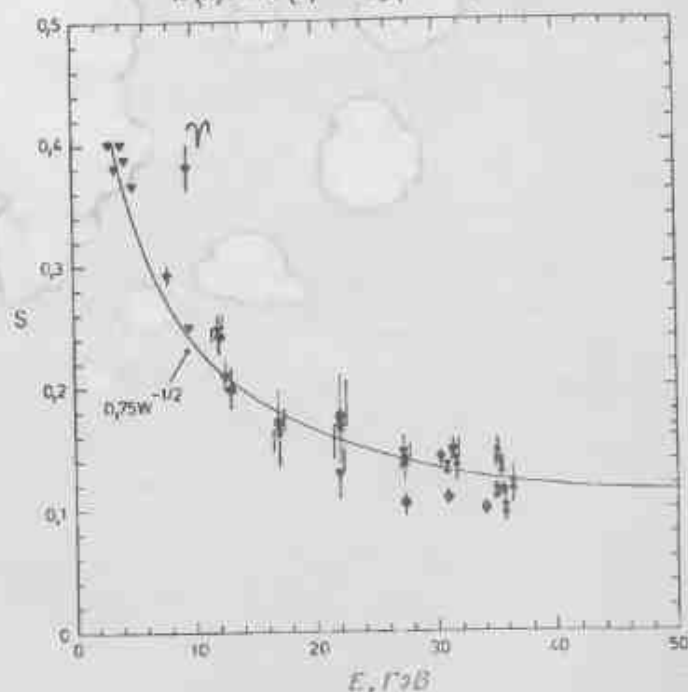


Рис. 2. Сравнение сферичности в  $\Gamma$ -пике и в  $e^+e^-$ -аннигиляции. Свои данные из обзора [33].

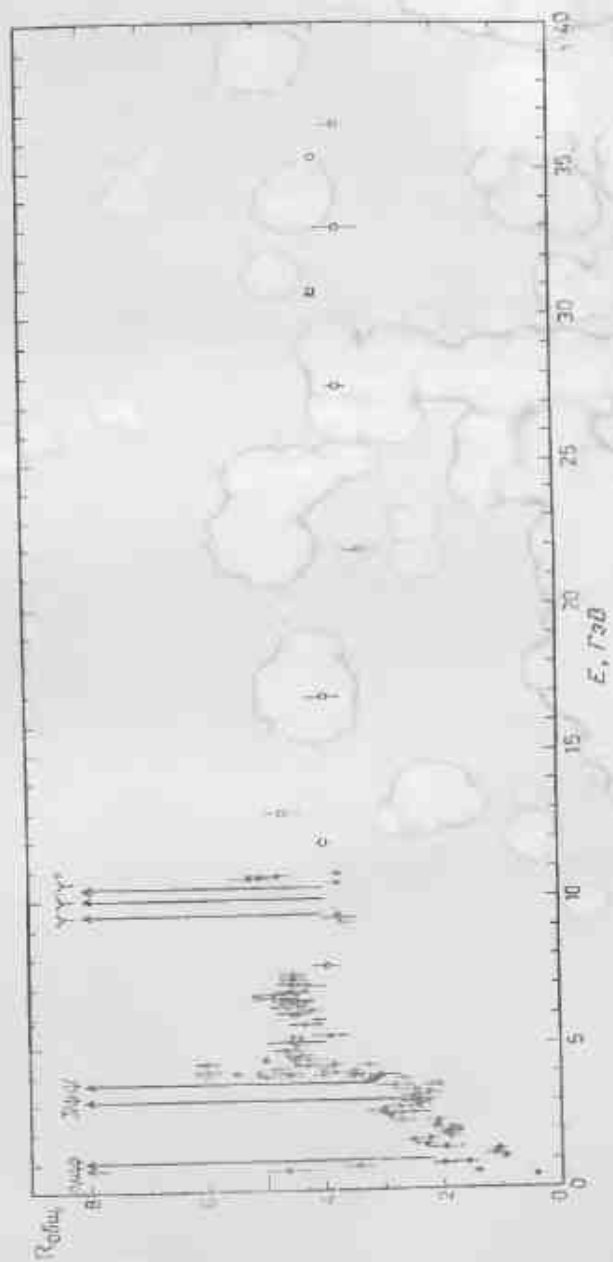


Рис. 3. Следные данные об отношении  $R_{\text{адри}} = \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) / \sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)$  при высоких энергиях [33].

В случае нуклонов данные как по глубоко-неупругому рассеянию, так и по дрелл-яновскому процессу согласуются с значениями  $\alpha \approx 0.5$ ,  $\beta \approx 3$ ,  $\beta_s \approx 8$  [34–36]. Эти значения показателей согласуются с правилами кваркового счета.

Для пионов аналогичная параметризация дает показатели, согласующиеся с значениями  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 1$  и  $\beta_s = 5+7$  [37–39]. Сравнение сечений рождения очень высоких масс в взаимодействиях  $\pi^+N$  и  $\pi^-N$  в области доминирования аннигиляции валентных кварков дает отношение

$$R = (\pi^+N \rightarrow \mu^+\mu^- \dots) / (\pi^-N \rightarrow \mu^+\mu^- \dots),$$

согласующееся с значением  $R = Q_u^2/Q_d^2 = 1/4$  [35, 36].

## 8. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

С историей открытия  $J/\Psi$ -частиц можно ознакомиться по нобелевским лекциям Рихтера [40] и Тинга [41]. История открытия калибровочных теорий электрослабого взаимодействия изложена в нобелевских лекциях Вайнберга [42], Глаشوу [43] и Салама [44].

Для более глубокого изучения затронутых в книге проблем можно рекомендовать указываемые ниже обзоры, опубликованные в последние годы в «Успехах физических наук». В этих обзорах имеются подробные ссылки на оригинальные работы и более подробно излагается история вопроса. Свойства  $\tau$ -лептона рассматриваются в обзорах [45, 46]; хиггсовским частицам посвящен обзор [47]; о нейтринных экспериментах см. обзоры [48, 49]; проявления слабого взаимодействия в атомных экспериментах рассмотрены в обзорах [50, 51]; великому объединению слабого, электромагнитного и сильного взаимодействий и проблеме стабильности протона посвящены работы [52, 53]; подробная сводка данных по  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны при энергиях от 3 до 9 ГэВ дана в обзоре [54]; космологические ограничения на спектр масс элементарных частиц и на структуру слабых взаимодействий рассмотрены в обзоре [55]; следствия существования глюонов подробно разбираются в обзоре [56]. Книга Клоуза может служить хорошим введением к недавно вышедшей монографии Л. Б. Окуня «Кварки и лептоны» [57], посвященной в основном слабым взаимодействиям.

Автора книги можно было бы упрекнуть в том, что он не всегда ссылается даже на основополагающие работы советских авторов. Однако в разделе «Библиография» Клоуз предупреждает читателя о том, что он указывает в основном те источники, которыми пользовался сам. Поскольку библиография автора не претендует на установление приоритета, при редактировании перевода и мы не добавляли дополнительных ссылок. Указанные нами обзорные

статьи позволяют заинтересованному читателю глубже изучить предмет и подробнее ознакомиться с историей вопроса.

В английском издании книги было много опечаток. Автор любезно прислал нам свой список опечаток, исправлены также и опечатки, замеченные переводчиком и редактором перевода.

Н. Н. Николаев

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Барков Л. М., Золоторев М. С. — Письма в ЖЭТФ, 1978, т. 26, с. 379 1979, т. 28, с. 544.
2. Зельдович Я. Б. — ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 964.
3. Хриплович Н. Б. — Письма в ЖЭТФ, 1974, т. 20, с. 686.
4. Москалев А. М., Рындин Р. М., Хриплович Н. Б. — УФН, 1976, т. 118, с. 409.
5. Prescott C. Y. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1978, v. 71, p. 99.
6. Николаев Н. Н., Шифман М. А., Шматиков М. Ж. — Письма в ЖЭТФ, 1973, т. 18, с. 70.
7. Bushnin Yu. B. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1976, v. 64, p. 102.
8. Barber D. P. et al. — Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 830.
9. Brandelik R. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1979, v. 86, p. 243.
10. Berger Ch. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1979, v. 86, p. 418.
11. Barber D. P. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1979, v. 89, p. 139.
12. Brandelik R. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1980, v. 94, p. 437.
13. Wisk B. H. Preprint DESY 80/129, 1980.
14. Eidelman S. I., Kurdadze L. M., Vainstein A. I. — Phys. Lett., ser. B, 1979, v. 82, p. 278.
15. de Groot J. G. H. et al. Доклад на XX Межд. конф. по физике высоких энергий, Мадисон (шт. Висконсин), 1980.
16. Aubert J. J. et al. Доклад на XX Межд. конф. по физике высоких энергий, Мадисон (шт. Висконсин), 1980.
17. Brandelik R. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1980, v. 97, p. 453.
18. Berger Ch. et al. Preprint DESY 80/93, 1980.
19. Daum H. J. et al. Preprint DESY 80/101, 1980.
20. Partridge R. et al. Preprint SIAC-PUB-2578, 1980.
21. Himel T. M. et al. Preprint SIAC-PUB-2562, 1980.
22. Aston D. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1981, v. 100, p. 91.
23. Herb S. W. et al. — Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 252.
24. Berger Ch. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1978, v. 76, p. 243.
25. Darden C. W. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1978, v. 76, p. 246.
26. Andrews D. et al. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1108. v. 45, p. 219, 222.
27. Böhringer T. et al. — Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1111.
28. Andrews D. et al. — Phys. Rev. Lett., 1981, v. 45, p. 219.
29. Finocchiaro G. et al. — Phys. Rev. Lett., 1981, v. 45, p. 223.
30. Rosner J. L., Quigg C., Thacker H. B. — Phys. Rev., ser. D, 1978, v. 18, p. 274, 287.
31. Berger Ch. et al. Preprint DESY 80/117, 1980.
32. Niczyporuk B. et al. Preprint DESY 81/008, 1981.  $\sigma$
33. Soding P., Wolf G. Preprint DESY 81/013, 1981.
34. Badier J. et al. Preprints CERN EP 80-148 and EP 80-150, 1980.
35. Badier J. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1979, v. 89, p. 145.
36. Ito A. S. et al. Preprint FERMILAB-PUB-80/19-EXP, 1980.
37. Anderson K. J. et al. — Phys. Rev. Lett., 1979, v. 42, p. 994; v. 43, p. 1219.
38. Abotins M. et al. — Phys. Lett., ser. B, 1979, v. 82, p. 145.

39. Barate R. et al. — Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 1541.
40. Рихтер Б. — УФН, т. 125, с. 201.
41. Тинг С. — УФН, 1978, т. 125, с. 227.
42. Вайнберг С. — УФН, т. 132, с. 201.
43. Галилов Ш. — УФН, т. 132, с. 219.
44. Салам А. — УФН, т. 132, с. 229.
45. Перл М. — УФН, т. 129, с. 671.
46. Азимов Я. Н., Франкфурт Л. Л., Хосе В. А. — УФН, 1978, т. 124, с. 459.
47. Вайнштейн А. Н., Захаров В. Н., Шифман М. А. — УФН, 1980, т. 131, с. 537.
48. Шехтер В. М. — УФН, 1976, т. 119, с. 593.
49. Ермолов П. Ф., Мухин А. И. — УФН, 1978, т. 124, с. 385.
50. Москалев А. М., Рындин Р. М., Хриплович Н. Б. — УФН, 1976, т. 118, с. 409.
51. Барков Л. М., Золоторев М. С., Хриплович Н. Б. — УФН, 1980, т. 132, с. 409.
52. Матвеев С. Г. — УФН, 1980, т. 130, с. 3.
53. Гелл-Манн М., Рамон П., Славски Р. — УФН, 1980, т. 130, с. 459.
54. Кироби Дэс. — УФН, 1981, т. 133, с. 309.
55. Долгов А. Д., Зельдович Я. Б. — УФН, 1980, т. 130, с. 559.
56. Азимов Я. Н., Докшицер Ю. Л., Хосе В. А. — УФН, 1980, т. 132, с. 443.
57. Окунь Л. Б. Кварки и лептоны. — М.: Наука, 1981.

Эксперименты по рассеянию электронов, проведенные к 1968 г. в Стаффордском центре линейных ускорителей (Станфорд, шт. Калифорния), дали первые четкие указания на существование точечных частиц внутри протона. Частицы были названы «партонами»<sup>1)</sup>. Еще ранее, в 1964 г., Гелд-Манн и Цвейг выдвинули теоретическую гипотезу о том, что протон и другие известные в то время «элементарные» частицы на самом деле построены из более фундаментальных объектов, которые они назвали «кварками».

Кварковая модель имела некоторый успех в 60-х гг.; в частности, она позволила найти смысл в многочисленных мезонных и барионных резонансах, обнаруженных к тому времени. Существование и свойства этих резонансов удалось объяснить, рассматривая последние как возбужденные состояния многокварковых и кварк-антикварковых систем. И все же было много споров о том, являются ли кварки реальными физическими объектами или это просто некие артефакты, мнемонически облегчающие вычисления с использованием групп унитарной симметрии.

Когда ставфордские данные по рассеянию электронов были дополнены появившимися затем данными ЦЕРНа (Женева) по рассеянию нейтрино, то стало складываться впечатление, что «партоны» и «кварки» — это одно и то же. Поэтому с начала 70-х гг. физики стали серьезнее относиться к мысли о том, что кварки — основные «кирпичи» мироздания.

С этого начался «ренессанс» физики высоких энергий. Для согласования данных эксперимента с весьма притягательной идеей единства слабых и электромагнитных взаимодействий была выдвинута гипотеза о существовании очарованного кварка. Она была подтверждена экспериментально в 1974 г., а к 1976 г. были исследованы свойства очарованного кварка, и они точно совпали с предсказанными теорией. Было постулировано, что кварки обладают зарядом нового типа — «цветом». Основанные на этом

теоретические предсказания подтвердились экспериментально. На этой базе была развита теория сильных взаимодействий, названная «квантовой хромодинамикой». Хотя сделаны лишь первые шаги, сейчас необычайно оптимистически воспринимается та мысль, что наряду с единой теорией слабых и электромагнитных взаимодействий мы имеем, наконец, и теорию сильных взаимодействий. Все это выросло из представления о том, что за явлениями, наблюдающимися во Вселенной, скрываются кварки, и сейчас почти все специалисты по физике высоких энергий принимают это (планирование очень сложных экспериментов и анализ их результатов проводится на основе кварк-партоновой модели как аксиомы).

Поскольку кварки вызывают столь большой интерес, а специалисты всюду оперируют понятиями кварковой модели, чувствовалась необходимость в учебнике, в котором были бы подробно изложены эти понятия.

В 1973 г. я прочел курс лекций по кваркам и партонам в Дазберийской лаборатории ядерной физики в Англии<sup>1)</sup>, которые были изданы в виде препринта и пользовались широким успехом. После того как в ноябре 1974 г. был открыт  $J/\psi$ -мезон и было выяснено, что тем самым обнаружено «очарование», меня попросили прочитать лекции по кваркам, симметриям и физике новых частиц. Эти лекции тоже пользовались большим спросом. Поэтому представлялось целесообразным собрать эти лекции воедино и, расширив их, написать учебник о методах, необходимых для работы с кварками и партонами. Это я и сделал, и я благодарен д-рам Скотту и Длузлии Смиту, поддержавшим меня в моем начинании.

Книга состоит из трех частей. В части I даются основные понятия кварковой модели (хронологически это, грубо говоря, «до 1970 г.»). На некоторых сторонах этой модели (например, на построения волновых функций барионов) я остановился довольно подробно, надеясь, что это поможет понять физику, лежащую за различными симметриями волновых функций. В части II излагаются основные понятия партоновой модели («после 1970 г.»). Детально разбирается также кинематика рассеяния электронов. Здесь я тоже рассматривал некоторые вопросы по несколько раз и с разных точек зрения. Тем самым я хотел подчеркнуть важную взаимосвязь между различными явлениями, в частности между скейлингом, точечным характером частиц и отсутствием определенного масштаба длины.

В период написания мной книги был открыт еще один кварк и произошел настоящий «взрыв» идей. В части III дан беглый обзор некоторых интересных достижений самого последнего времени.

<sup>1)</sup> От английского «parts» — часть. — Прим. ред.

<sup>1)</sup> Под Уоррингтоном, близ Ливерпуля. — Прим. ред.



При написании большей части книги я стремился к тому, чтобы ею могли пользоваться аспиранты-экспериментаторы первого года обучения и хорошо подготовленные студенты-теоретики. Но в некоторых ее разделах излагаются подробности кинематики и теоретические идеи, которые интересны скорее лишь специалистам. Я надеюсь, что эта книга увлечет новичков и вызовет у них желание продолжить изучение данной тематики и обратиться к специальным обзорам, указываемым в библиографии.

Книга не была бы написана, если бы я не научился многому за годы общения с моими коллегами в Оксфорде, Станфорде, ЦЕРНе, Дазберийской и Резерфордской лабораториях. Всем им я приношу свою благодарность. Я хотел бы также поблагодарить д-ров Скотта, Сиверса и Хейя за их замечания по первоначальному варианту рукописи, д-ра Карла за чтение корректуры во время моего пребывания в США, г-жу Линг за превосходную перепечатку рукописи и, наконец, мою жену за ее терпение и поддержку.

Ф. Клуэ

ЦЕРН, Женева  
Октябрь 1978 г

## Введение

### Глава 1

### ПОЧЕМУ КВАРКИ?

10784

В начале столетия Томсон высказал предположение, что атомы состоят из электронов, погруженных в шар из положительного электрического заряда. Было обнаружено, что незадолго до того открытые  $\alpha$ - и  $\beta$ -частицы отклоняются в магнитных полях, а поэтому существовал естественный инструмент, при помощи которого можно было надеяться изучать структуру атома и в особенности распределение в нем заряда. Было обнаружено, что пучки  $\beta$ -частиц проходят сквозь атомы с небольшим отклонением или вообще без отклонения, и это привело Ленарда к выводу о существовании внутри атомов обширных пустых пространств. Было также установлено, что массивные положительно заряженные  $\alpha$ -частицы отклоняются атомом, испытывая иногда столкновения, приводящие к рассеянию на большие углы. Открытие значительного рассеяния на большие углы привело Резерфорда к предположению, что в атоме имеются массивные локализованные положительно заряженные ядра, столкновениями с которыми и объясняется наблюдаемое отклонение  $\alpha$ -частиц на большие углы. В дальнейшем Резерфорд показал аналитическим вычислением, что угловое распределение рассеянных  $\alpha$ -частиц оказывается таким, как при взаимодействии с массивным рассеивающим центром, имеющим положительный заряд  $Ze$ .

В результате были сделаны выводы о существовании ядер и протона, и позднее протон был выделен в лаборатории. Было обнаружено, что около 90 имевшихся тогда элементов вовсе не являются «элементарными», а состоят из  $Z$  ( $= 1 \dots 90 \dots$ ) электронов и ядра, содержащего  $Z$  протонов с сопутствующими нейтронами. Они и стали понятием «элементами», или элементарными частицами.

В 60-х гг. пучки электронов очень высокой энергии были использованы в Станфордском центре линейных ускорителей в эксперименте, подобном старому эксперименту с  $\alpha$ -частицами, который привел к открытию структуры атома. Электронным пучком бомбардировали протоны, и было обнаружено, что рассеяние

с большой вероятностью импульса происходит чаще, чем должно быть теоретически [1]. Наблюдение таких жестких столкновений указывало на то, что в протоне содержатся дискретные рассеивающие центры. Кроме того, угловое и энергетическое распределение рассеянных электронов обнаруживало так называемую масштабную инвариантность, которая означает, что рассеивающие центры не имеют собственной внутренней структуры, и, следовательно, являются «точечными» [2–4].

Позже опыты по лобовым столкновениям протонов на пересекающихся накопительных кольцах в ЦЕРНе и в других лабораториях показали, что вероятность выхода частиц с большими поперечными относительно оси столкновений импульсами существенно выше, нежели должно быть при непрерывном распределении ядерного вещества в протонах. Таким образом было получено еще одно указание на существование дискретных рассеивающих центров в протоне.

Сравнение данных по рассеянию электронов с аналогичным зондированием пучками нейтрино позволило выяснить природу, т. е. квантовые числа, составляющих частей протона. Рассеяние на большие углы в протон-протонных столкновениях, как предполагается, возникает из-за прямых столкновений между этими точечными составляющими; с помощью этих данных начинается изучение законов, которым подчиняются эти взаимодействия.

То, что составляющие протон частицы — точечные, означает, что они не имеют внутренней структуры или, вернее, что мы еще не можем ее разрешить. Резерфорду ядра казались точечными; открытие внутренней структуры протона потребовало пучков более высокой энергии или, что то же самое, более короткой длины волны. Открытие же внутренней структуры составляющих протона потребует пучков еще более высокой энергии. Получение лептонных пучков значительно более высоких энергий в Лаборатории им. Ферми и на синхрофазотроне сверхвысокой энергии в ЦЕРНе, может быть, позволило бы нам обнаружить такую подструктуру.

В результате упомянутых выше экспериментов мы выяснили, что протон и нейтрон не элементарны, а составлены из «партонов» (общее наименование для составляющих нуклона). Существуют два типа партонов:

а. Электрически нейтральные частицы, называемые глюонами. По убеждениям теоретиков они должны быть безмассовыми векторными частицами.

б. Фермиевские поля со спином  $1/2$ , называемые кварками и несущие электрические заряды в  $2/3$  и  $-1/3$  заряда протона. В течение ряда лет считалось, что существуют три разновидности, или «аромата», кварков, и они были названы *u*-кварком (*up*), *d*-кварком (*down*) и странным (*s*-) кварком. Недавно выяснилось, что

существует и четвертый аромат, называемый очарованием (очарованный кварк). Возможно, что существуют и другие ароматы, ожидающие открытия. (Существование пятого аромата было подтверждено, когда эта книга была в печати. Шестой сейчас уверенно предсказывают.)

## § 1. СПЕКТРОСКОПИЯ АДРОНОВ

Обнаружение составной природы протона было не слишком неожиданным. Непрерывающемуся открытию в пятидесятых и шестидесятых годах все новых и новых «элементарных» частиц не было конца, и сейчас их известно несколько сотен. Естественно предположить, что они составлены из нескольких более элементарных объектов подобно тому, как атомы (элементы) оказались составленными из электронов, протонов и нейтронов.

Оказалось, что если предположить существование трех сортов («ароматов») кварков, то все частицы, открытые до ноября 1974 г., могут рассматриваться как составленные из трех кварков (барионы) или из кварка и антикварка (мезоны).

### А. Мезоны (кварконий)

Кварки, подобно электронам, имеют спин  $1/2$ , а поэтому мезоны, являющиеся связанными состояниями кварка и антикварка, можно рассматривать как «кварконий» по аналогии с позитронием, связанным состоянием  $e^-$  и  $e^+$ . Для того чтобы прояснить смысл этой аналогии и понять, почему требуются три кварковых аромата, мы прежде всего напомним структуру энергетических уровней позитрония.

Электрон и позитрон могут образовывать триплетное (спин 0) и синглетное (спин 1) связанные состояния. Кроме того, состояние может иметь орбитальный момент 0, 1, 2 ... (состояния *S*, *P*, *D*). Спин (*S*) и орбитальный момент (*L*) вместе дают полный момент системы  $J = S + L$ . В атомной физике энергетические уровни обозначаются символами  $^{2S+1}L_J$ , так что нижние уровни записываются как  $^1S_0$  и  $^3S_1$ , а затем идут  $^1P_1$ ,  $^3P_0$ ,  $^3P_1$ ,  $^3P_2$  и т. д.

Если бы существовал только один сорт (аромат) кварков, то кварконий имел бы серию уровней, подобных уровням позитрония, и каждый уровень кваркония соответствовал бы одному мезону. Мезоны, соответствующие каждому из этих уровней, действительно существуют, а именно:

$$\left. \begin{array}{l} ^1S_0 \\ \pi \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} ^3S_1 \\ \rho \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} ^1P_1 \\ \omega \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} ^3P_0 \\ \delta \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} ^3P_1 \\ A_1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} ^3P_2 \\ A_2 \end{array} \right\}.$$

Однако в действительности спектроскопия мезонов не так проста. Мезон  $\pi$  появляется в трех видах, различающихся элек-

трическим зарядом:  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ . Существует также другой нейтральный мезон ( $\eta^0$ ) с квантовыми числами  ${}^1S_0$ . В точности та же картина соответствует уровню  ${}^3S_1$ , где имеются  $\rho^+$ ,  $\rho^0$ ,  $\rho^-$  и другой нейтральный мезон  $\omega^0$ . Эта схема с тремя зарядовыми состояниями (плюс нейтральный «собрать») для каждого из упомянутых мезонов оказывается общей для всей системы уровней кваркония. Ее возникновение было бы естественным, если бы существовало два аромата кварков, up ( $u$ ) и down ( $d$ ). В этом случае на каждом из уровней  ${}^1S_0$ ,  ${}^3S_1$  и т. д. могли бы возникать четыре состояния ( $ud$ ,  $du$ ,  $dd$ ,  $uu$ ) и, следовательно, четыре мезона.

С открытием странных частиц выяснилось, что на каждом уровне в действительности существуют девять мезонов. Это установлено для уровней  ${}^1S_0$ ,  ${}^3S_1$ ,  ${}^3P_0$ ,  ${}^3P_2$  и, вероятно, подтвердится также и для других уровней. Девять было бы естественным числом мезонов на каждом уровне кваркония, если бы имелись три аромата кварков ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ). Существующая ситуация с кварконием и мезонной спектроскопией представлена в таблице.

#### Спектроскопия кваркония (мезоны)

${}^1S_0$	${}^3S_1$	${}^3P_0$	${}^3P_1$	${}^3P_2$	${}^1P_1$
$\pi^+$	$\rho^+$	$D^+$	$\delta^+$	$A_1^+$	$A_2^+$
$\pi^0$	$\rho^0$	$D^0$	$\delta^0$	$A_1^0$	$A_2^0$
$\pi^-$	$\rho^-$	$D^-$	$\delta^-$	$A_1^-$	$A_2^-$
$\eta^0$	$\omega^0$	?	$\epsilon$	$D_2^0$	$F^0$
$\eta'^0$	$\phi^0$	$\chi$	$S^*$	$E^*$	$F^*$
$K^+$	$K^{*+}$	$Q_B^+$	$\kappa^+$	$Q_A^+$	$K^{*++}$
$K^0$	$K^{*0}$	$Q_B^0$	$\kappa^0$	$Q_A^0$	$K^{*+0}$
$\bar{K}^0$	$\bar{K}^{*0}$	$\bar{Q}_B^0$	$\bar{\kappa}^0$	$\bar{Q}_A^0$	$\bar{K}^{*+0}$
$K^-$	$K^{*-}$	$Q_B^-$	$\kappa^-$	$Q_A^-$	$K^{*-}$

В действительности аналогия между позитронием и кварконием не является полной. В пренебрежении тонким и сверхтонким расщеплением уровни позитрония имеют обычную водородоподобную структуру (рис. 1). Вследствие этого энергия, необходимая для развала позитрония на свободные частицы, равно в 2 раза больше разности энергий  $P$ - и  $S$ -состояний.

В кварконии разность энергий  $P$ - и  $S$ -уровней — порядка 500 МэВ. Если бы система уровней кваркония была кулоновской (как в случае позитрония), то можно было бы сделать вывод, что энергии в 1 ГэВ, вложенной в пион, достаточно для высвобождения

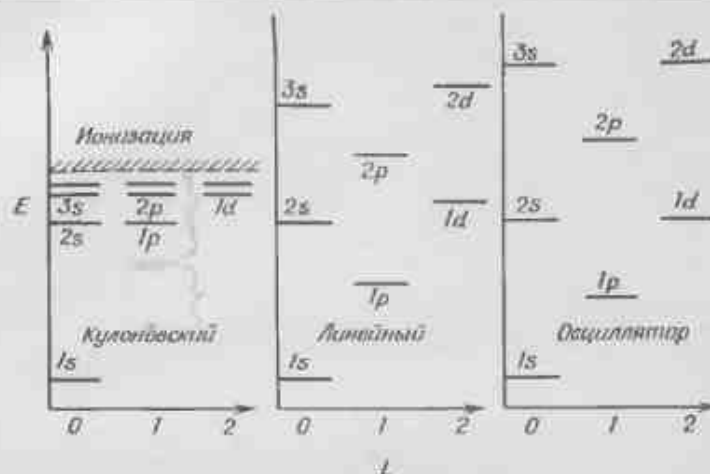


Рис. 1. Сравнительный характер спектра уровней в кулоновском, линейном и осцилляторном потенциалах.

из него свободных кварков. В действительности этого не происходит. Энергетические уровни кваркония приблизительно эквидистантны (подобно, например, уровням гармонического осциллятора), и вкачивание в кварконий энергии приводит просто к возбуждению все более высоких состояний, которые распадаются на много пионов, но не на свободные кварки.

#### Б. Барныоны (трехкварковые ядра)

Другой способ связывания кварков в наблюдаемые частицы состоит в образовании трехкварковых систем. Получающиеся частицы называются барныонами (примером которых могут служить протон и нейтрон), и возникающая система аналогична ядру, построенному из трех барныонов. Как и в ситуации с кварконием и позитронием, мы снова обнаруживаем, что хотя барныоны и могут быть высвобождены из ряда, высвобождение кварков из барныона невозможно. Кроме того, в этом примере есть еще одно место, где аналогия между кварковым и барныонным ядрами нарушается, и это дает ключ к объяснению различий структуры потенциалов, действующих в кварконии и позитронии, и, следовательно, к объяснению природы удержания кварков.

Остановимся вначале на сходстве с ядрами  ${}^3\text{H}$  и  ${}^3\text{He}$ , построенными из трех нуклонов,  $ppn$  и  $ppp$ . Для  $u$ - и  $d$ -кварков аналогичными основными состояниями кварковых ядер  $udd$  и  $duu$  являются нейтрон и протон. Три кварка со спином  $1/2$ , связываясь в  $S$ -состоянии, дают полный момент  $J = 1/2$  или  $3/2$ , т. е. нуклон или  $\Delta$ -барныон. По мере возбуждения кварков в состояния  $P$ ,  $D$ ,  $F$ ...

четность состояний будет чередоваться:  $S(+)$ ,  $P(-)$ ,  $D(+)$  и т. д. Эта картина действительно наблюдается в спектроскопии барионов.

В мире кварков существует третий аромат,  $s$ , необходимый для построения странных частиц, в частности  $\Lambda$ -бариона, который представляет собой кварковую систему  $suu$ . В мире ядер аналогом странных частиц могут служить гиперядра, в которых  $n$  заменен  $\Lambda$ -барионом (например,  ${}^A\Lambda\text{He}^Z$ ).

До сих пор все было похоже на то, что кварковая картина барионов полностью повторяет ядерный аналог, так что нам нужно только взять книгу по ядерной физике и сделать всюду тривиальные изменения. В действительности, однако, существуют два серьезных различия.

В кварковой модели барионной спектроскопии существуют аналоги  $\text{H}^2$ ,  $\text{He}^3$ ,  ${}^A\text{He}^Z$  ядерных систем, но нет ничего похожего на  $\text{He}^4$ , дейтерий или  $\text{U}^{235}$  (т. е. если мы обозначим кварк символом  $q$ , то состояния  $qq$ ,  $qqq$ ,  $q^{235}$  ненаблюдаемы, а состояния  $qqq$  наблюдаемы). Еще более существенно то, что основные ядерные элементы — нуклоны (которые появляются в двух «ароматах», и именно протон и нейтрон) — можно удалить из ядра и наблюдать в лаборатории, тогда как основной элемент барионов и мезонов, а именно кварк никогда не был выделен из протона и, по-видимому, не существует в свободном состоянии во Вселенной.

Ненаблюдаемость кварков ставит вопрос о том, являются ли они реальными объектами или просто артефактом. Принятая сейчас точка зрения состоит в том, что кварки есть более чем мнемонические обозначения и играют настоящую динамическую роль в природе. На основе идей кварковой модели было предсказано существование четвертого кваркового аромата и то, что адроны, содержащие этот кварк, должны иметь весьма отличительные свойства. Такие «очарованные» адроны были недавно открыты, что дало решающую поддержку гипотезе кварков. Поэтому мы ожидаем существования 16 мезонов на каждом уровне кваркования. Должны также существовать «очарованные» барионы. Подробнее об этом говорится в гл. 16. Если кварки действительно «реальны», то их ненаблюдаемость в изолированном состоянии является важнейшей проблемой, и вопрос о конфайнменте кварков находится в центре многих исследований.

Второе существенное различие между случаем кварков и обычных ядер в том, что не существует ядра со всеми тремя протонами в  $S$ -состоянии, поскольку принцип Паули не позволяет двум протонам иметь одинаковые квантовые числа. Протон имеет спин  $\frac{1}{2}$ , и поэтому два протона могут быть в  $S$ -состоянии с полным спином 0, но третий уже не может оказаться в  $S$ -состоянии. Трехкварковая же система имеет состояние, соответствующее  $\Omega$ -гиперону и составленное из трех странных кварков в  $S$ -состоянии.

Можно либо предположить, что кварки подчиняются не статистике Паули, а парастатистике ранга 3 (т. е. ведут себя как бозоны по отдельности, но приобретают фермионные характеристики в группах по 3), либо принять гипотезу о существовании еще одной скрытой степени свободы кварков, так что в состоянии  $sss$  все кварки могут иметь одинаковые квантовые числа  $L$  и  $S$ , если их состояния по отношению к дополнительной степени свободы различны. Это породило гипотезу, что кварки имеют дополнительную степень свободы, называемую цветом. Кварк с каждым ароматом может существовать в трех цветах. Если все  $s$ -кварки в  $\Omega$ -гипероне различного цвета, то они могут иметь один и тот же орбитальный момент и один и тот же спин без нарушения принципа Паули.

### В. Цветные кварки и квантовая хромодинамика

Вопрос о том, является ли цветовая степень свободы, которой обладают кварки, но не обладают нуклоны, основным фактором, определяющим различия в систематике кварковых и обычных ядер, составляет предмет современных теоретических исследований. Представляется возможным (хотя это еще и предстоит доказать), что, в то время как ядра могут быть образованы из любого числа бесцветных нуклонов, цветовая степень свободы действительно ограничивает возможное число кварковых систем; например, существуют  $qqq$ ,  $qq$ , но отсутствуют  $qq$ ,  $qqq$ ,  $q^{235}$  и т. д. Не исключено, что цветовое взаимодействие заставляет изолированный цветовой кварк связываться с антикварком того же цвета или с парой кварков разных цветов, образуя в первом случае белые мезоны, а во втором — барионы. В случае мезонов цвета кварка и антикварка «аннигилируют», тогда как в барионном случае три основных цвета (красный, желтый и зеленый) вместе дают белый.

В настоящее время принято считать, что Природа запрещает существовать в изолированном состоянии всем адронам, кроме «белых». Основания такого мнения и некоторые исследования в этом направлении будут рассмотрены в гл. 15.

Цветовая степень свободы может приводить, кроме того, к различию сил, действующих в позитронии ( $e^+e^-$ ) и кварконии (мезоны  $qq$ ). Мы говорили, что партоны бывают двух видов: кварки и глюоны. Кварки имеют аромат и могут быть трех разных цветов, а глюоны не имеют аромата, но, как предполагается, могут быть восьми цветов. Это дает возможность кварку (любого из 3 цветов) связываться с другим кварком (любого из 3 цветов) и глюоном, причем последний имеет одну из 9 возможных комбинаций первоначальных цветов. Одна из них является цветовым синглетом (подобно фотону, электромагнитно взаимодействующему с кварками); остальные 8 глюонов, как предполагается, взаимодействуют

вуют с кварками, причем взаимодействие характеризуется некоторой константой связи  $\alpha_s$ . Это позволяет построить полевую теорию сильных взаимодействий, в которой кварки, переносящие цветовой заряд, обмениваются безмассовыми цветными векторными глюонами, сходную с КЭД, где фермионы с электрическим зарядом связаны с фотонами. Такая теория сильных взаимодействий называется квантовой хромодинамикой (КХД).

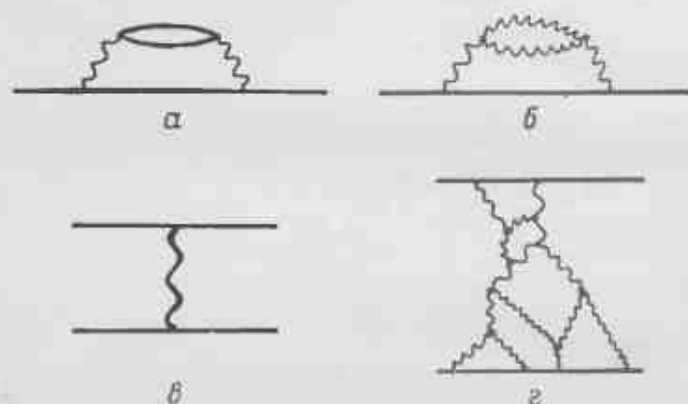


Рис. 2. Сравнение КЭД и КХД. В КЭД жирными линиями изображаются электроны, а волнистыми — фотоны; имеются диаграммы только типов а и б. В КХД жирные линии соответствуют кваркам, а волнистые — глюонам; здесь существуют также диаграммы типов в и г, поскольку имеются трехглюонные вершины.

В КЭД изолированный электрический заряд поляризует вакуум, так что вокруг него образуется облако виртуальных электронно-позитронных пар (рис. 2, а). Благодаря этому облаку помещенный на некотором расстоянии от него пробный заряд будет «чувствовать» меньшую плотность заряда. Если приблизить пробную частицу, то она окажется внутри облака, и поэтому эффективная плотность заряда, которую она «чувствует», возрастет. Следовательно, в КЭД величина  $\alpha_{\text{эф}}$  возрастает на малых расстояниях. Это может быть показано строго.

В КХД изолированный цветной заряд (кварк) также будет окружать себя виртуальным облаком цветных кварк-антикварковых пар, и это приводило бы к возрастанию  $\alpha_s$  на малых расстояниях (рис. 2, а). Однако глюоны сами несут цветной заряд (в отличие от электрически нейтральных фотонов в КЭД). Поэтому глюон может взаимодействовать с парой глюонов, и кварк окружает себя также и глюонными парами (рис. 2, б), что приводит к уменьшению  $\alpha_s$  на малых расстояниях. В отличие от 8 цветов глюонов и не более чем 16 кварковыми ароматами общий эффект состоит в том,

что  $\alpha_s$  уменьшается на малых расстояниях, стремясь асимптотически к нулю. Вследствие этого в экспериментах по изучению структуры протона на малых расстояниях (процессы с большой передачей импульса) кварки должны вести себя как квазисвободные. Это, по-видимому, и наблюдается экспериментально. На умеренно малых расстояниях величина  $\alpha_s$  мала и взаимодействие кварков в адроне определяется одноглюонным обменом (рис. 2, в). Это приводит к такой же феноменологии, как и в КЭД; в частности, возникает сверхтонкое расщепление между синглетными и триплетными спиновыми состояниями  $qq$ , как и в системе  $e^+e^-$  или в водороде (в последнем им обусловлено существование фотонов с длиной волны 21 см, которые служат «автографом» галактического водорода). Предполагается, что это сверхтонкое расщепление является причиной разностей масс  $\pi - \rho$ ,  $K - K^*$  и  $N - \Delta$ .

В КЭД кулоновский потенциал простирается на большие расстояния, что приводит к потенциалу Кулона—Дарвина—Брейта ( $1/r$  в главном порядке) и соответствующему спектру энергетических уровней с быстрой ионизацией и образованием свободных  $e^+$  или  $e^-$ . В КХД при увеличении расстояния между зарядами величина  $\alpha_s$  возрастает, а поэтому становятся существенными диаграммы типа рис. 2, г, где происходит деление и слияние глюонов. Диаграмм такой структуры нет в КЭД, где имеется только один фотон в противоположность восьми цветным глюонам в КХД. Предполагается, что совокупность таких диаграмм приводит к некулоновскому потенциалу (линейному, осцилляторному, ...?) с энергетическими уровнями типа изображенных на рис. 1 и без ионизации кварков (конфайнмент кварков).

Основные идеи о том, что кварки приводят к наблюдаемой спектроскопии адронов, рассмотрены в части I (в особенности в гл. 3—5), а некоторые более недавние соображения, касающиеся сверхтонкого расщепления, приведены в гл. 17. Новая спектроскопия, связанная с существованием четвертого кваркового аромата (очарования), описана в гл. 16. Некоторые попытки установить, какое влияние мог бы оказать конфайнмент кварков на спектроскопические и другие свойства адронов, рассмотрены в гл. 18. О новых достижениях в теориях поля и квантовой хромодинамике будет сказано в гл. 15.

## § 2. ВНУТРЕННЯЯ СТРУКТУРА АДРОНОВ И СКЕЙЛИНГ

Рассеяние лептонов на мишени происходит с передачей энергии и импульса посредством виртуальной частицы (фотона при электромагнитном и  $W$ -бозона при слабом взаимодействии). При больших передаваемых энергии и импульсе возможно (в соответствии с принципом неопределенности) разрешение очень малых

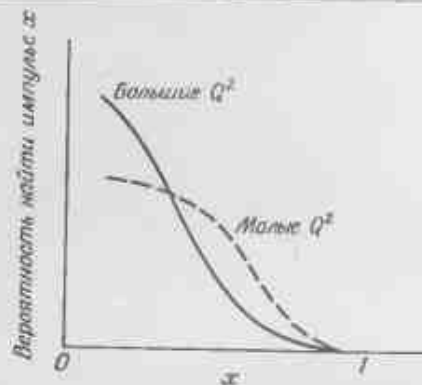


Рис. 3. Импульсные распределения партонов (штриховая линия) и пре-партонов (сплошная линия), разрешаемые при малых и больших  $Q^2$  (большие и малые расстояния).

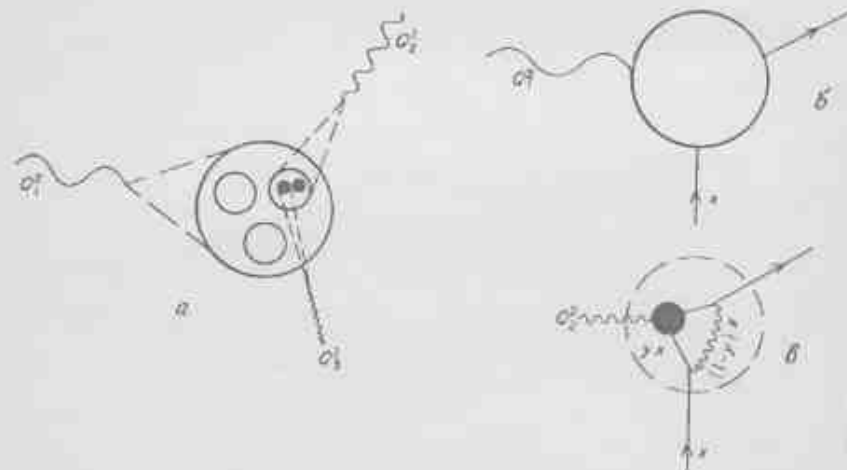


Рис. 4. Улучшение разрешения с возрастанием  $Q^2$  приводит к различным картинам протона. а — пре-кварки: по мере увеличения  $Q^2$  и разрешения все более мелкомасштабной структуры наблюдаются протон в целом, кварки и пре-кварки ( $Q_1^2 < Q_2^2 < Q_3^2$ ). б и в — теория поля: б — при малых  $Q_1^2$  виден партон с импульсом  $x$ , в — при больших  $Q_2^2$  видно излучение кварком глюона и уменьшение его импульса по  $x$ .

пространственно-временных интервалов и, следовательно, обнаружение зернистой («партоновой») структуры мишени.

Если партоны действительно элементарны, то взаимодействие этой виртуальной частицы с партоном мишени зависит только от доли  $x$  импульса (энергии) мишени, переносимой партоном. В произвольной системе отсчета величина  $x$  равна отношению  $s_{\nu} + Q^2$  к  $s_{\nu} + Q^2$ , где  $s_{\nu} = (q + p_1)^2$  и  $s_{\nu} = (q + p_2)^2$  — мандельштамовские переменные  $s$  для взаимодействия виртуального фотона ( $W$ -бозона) с партоном и с мишенью. В частности, с точностью до тривиальных кинематических переменных сечение рассеяния не зави-

сит от квадрата массы фотона  $Q^2 = -q^2$ . Зависимость сечения только от безразмерной переменной  $x$  называется масштабной инвариантностью (или скейлингом), поскольку взаимодействие не определяется никаким масштабом длины или энергии — партоны точечные.

По энергии и углу рассеяния лептона можно определить величину  $x$  для партона, с которым произошло взаимодействие; накопление большого числа событий с данным  $x$  позволяет убедиться в том, что независимость от  $Q^2$ , или скейлинг, является хорошим приближением.

Если бы партоны (кварки) имели собственную структуру, то она могла бы быть разрешена током с большим  $Q^2$ . Партон, несущий долю  $x$  импульса, оказался бы некой системой «препартонов», каждый из которых несет некоторую часть  $y$  импульса  $x$  ( $0 \leq y \leq x$ ). При увеличении  $Q^2$  и разрешении этой новой структуры должно было бы происходить нарушение скейлинга (размер партоновых облаков определяется характерный масштаб длин, который разрешается при  $Q^2 \geq Q_{\text{прт}}^2$ ). Следовательно, при заданном  $x$  сечение рассеяния зависело бы от  $Q^2$ .

При очень больших  $Q^2$  должны быть различимы препартонны. Если их внутренняя структура при этом не разрешается, то должен возникнуть новый скейлинговый режим. Средний импульс препартона меньше среднего импульса партона, но в силу закона сохранения полный импульс всех препартонов равен полному импульсу партонов. Следовательно, если распределение партонов по импульсам подобно изображенному штриховой линией на рис. 3, то распределение импульсов препартонов должно быть подобно изображенному сплошной линией. Поскольку при умеренных  $Q^2$  видны партоны, а при много больших  $Q^2$  — препартонны, то в данных об импульсном распределении рассеивающих центров должен обнаруживаться переход от штриховой к сплошной линии по мере увеличения  $Q^2$  (нарушение скейлинга).

В экспериментальных данных есть некоторые указания на подобную картину нарушения скейлинга. Данные при умеренных  $Q^2$  согласуются с представлением о кварках как о точечных рассеивающих центрах в протоне. Результаты же при больших  $Q^2$  могут рассматриваться либо как первое проявление более глубокой структуры материи (прекварки, рис. 4, а), либо как подтверждение основанной на кварках и глюонах теоретико-полевой картины, в которой кварки окружены глюонными и кварк-антикварковыми облаками. При увеличении  $Q^2$  происходит проникновение в такие облака (рис. 4, б и в). Подробнее эти соображения развиваются в гл. 9 и 11.

Общая феноменология неупругого рассеяния лептонов и адронных столкновений с большими  $p_T$  рассматривается в части II, где особое внимание уделяется возможной связи этих явлений с кварковой структурой протона.

# Симметрия, спектроскопия адронов и кварки

Глава 2

## SU(N)-СИММЕТРИИ

### § 1. МУЛЬТИПЛЕТЫ И КВАРКИ

При изучении спектра известных частиц обнаруживается много случаев, когда две или три частицы имеют одинаковые спин, четность и массу (с точностью до нескольких процентов) и различаются только электрическим зарядом. Очевидные примеры этого — нейтрон и протон:

$$n \text{ (939,5 МэВ)}, \quad p \text{ (938,3 МэВ)}$$

или три  $\pi$ -мезона:

$$\pi^- \text{ (139,6 МэВ)}, \quad \pi^0 \text{ (135 МэВ)}, \quad \pi^+ \text{ (139,6 МэВ)}.$$

Такие семейства частиц называются изоспиновыми мультиплетами. Можно предположить, что в отсутствие электромагнитных взаимодействий протон и нейтрон были бы одной частицей — нуклоном, так же как  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$  были бы одним объектом — пионом. Это означает, что собственные состояния, определяемые сильными взаимодействиями, вырождены, а при «включении» электромагнитных взаимодействий вырождение снимается.

Вырождение энергетических уровней или собственных состояний обычно является следствием соответствующей симметрии гамильтониана. Хорошо известный пример такого рода — эффект Зеемана в атомной физике: вырождение энергетических уровней снимается внешним магнитным полем. Вращательная симметрия гамильтониана нарушается магнитным полем, которое выделяет некоторое направление  $\hat{z}$  в пространстве. При этом состояние с моментом  $J$  расщепляется на  $2J_z + 1$  состояния с разными ориентациями относительно оси  $\hat{z}$  и разными энергиями.

Взаимосвязь между симметрией и вырождением энергетических уровней распространяется на случай частиц. Гамильтониан сильных взаимодействий имеет SU(2)-симметричную структуру (симметрично по изоспину). Электромагнетизм выделяет в изоспиновом пространстве определенное направление  $I_3$ , нарушает симметрию и тем самым снимает вырождение. В результате у нуклона появляются два лица — нейтрон и протон.

Простейший пример SU(2)-мультиплета дается двумерным фундаментальным представлением, соответствующим объекту, который может существовать в двух состояниях, обозначаемых символами  $u$  (up) и  $d$  (down). Протон и нейтрон образуют такое изоспинорное представление группы SU(2) с протоном в качестве  $u$ -компоненты ( $I_3 = +1/2$ ) и нейтроном в качестве  $d$ -компоненты ( $I_3 = -1/2$ ) нуклона. Симметрия SU(2) допускает существование

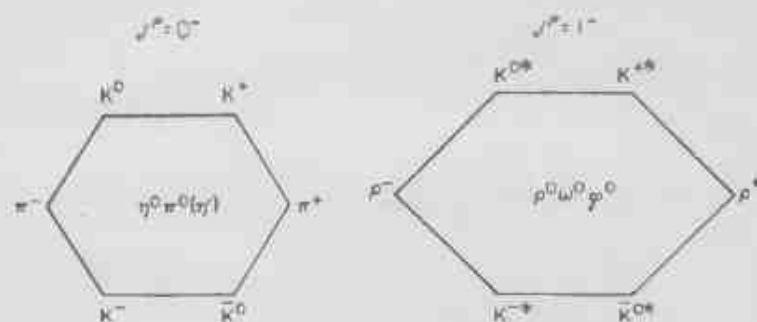


Рис. 1. Нонеты псевдоскалярных и векторных мезонов.

представлений высших размерностей, и в спектре частиц известны трехмерное («регулярное») (например,  $\pi^+ \pi^0 \pi^-$ ) и четырехмерное ( $\Delta^+ \Delta^0 \Delta^- \Delta^{*+}$ ) представления. Математически допустимы SU(2)-представления и более высоких размерностей, но они не нашли реализации в спектре частиц.

Странные частицы  $K^+ K^0$ ;  $\Sigma^+ \Sigma^0 \Sigma^-$  и т. д. также образуют изоспиновые мультиплеты. Можно найти несколько примеров изоспиновых мультиплетов с одними и теми же спином и четностью, но разными значениями странности. Массы этих мультиплетов одного порядка величины, причем увеличение странности на единицу приводит к росту масс частиц мультиплета примерно на 150 МэВ. Для иллюстрации можно привести пример системы частиц  $\Delta$  (1235),  $\Sigma^*$  (1385),  $\Xi^*$  (1530),  $\Omega$  (1670), имеющих спин  $3/2$  и странность 0, -1, -2, -3.

Используя этот и другие подобные примеры, можно образовать семейства частиц, характеризуемые изоспином и странностью и находящиеся в некотором представлении группы SU(3) [группа изоспина SU(2) становится вследствие включения странности группой SU(3)]. Эта симметрия нарушена примерно на 20% или больше, но основная мультиплетная структура тем не менее явно присутствует в спектре (рис. 1 и 2).

Фундаментальное представление группы SU(3) трехмерно. Возможны также высшие представления: 6, 8, 10, 27 и т. д. Реализуются ли эти мультиплеты в природе? Некоторые, но не все.

Имеющиеся данные могут быть суммированы следующим образом. Обнаруженные мезоны образуют синглеты и октеты (нонеты). Два хорошо известных примера таких нонетов для псевдоскалярных ( $0^-$ ) и векторных ( $1^-$ ) мезонов показаны на рис. 1. Мы называем эту мезонную структуру нонетом, так как для каждого октета частиц с определенным спином и четностью существует близкий по

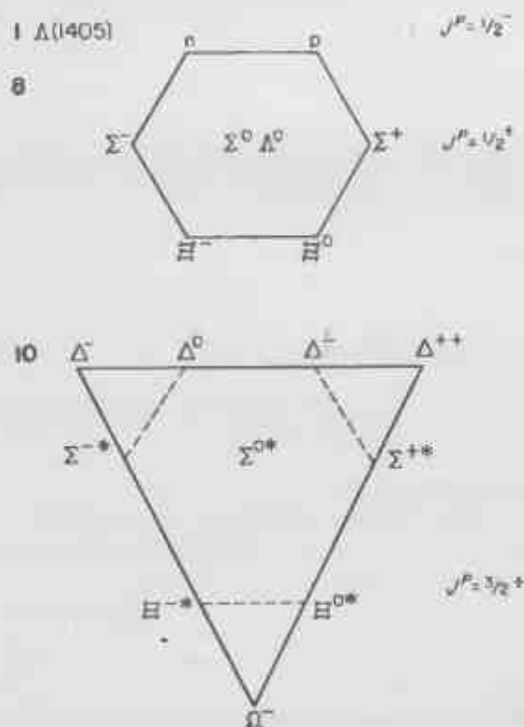


Рис. 2. Барийные октет  $1/2^+$  и декуплет  $3/2^+$ .

массе синглет с теми же спином и четностью. Физические состояния часто оказываются смесью представлений 1 и 8 (например, векторные мезоны  $\omega$  и  $\varphi$ ).

Найденные барионы образуют синглеты, октеты и декуплеты. Октет со спином-четностью  $1/2^+$  и декуплет  $3/2^+$  хорошо известны и показаны на рис. 2. Наинизшее по массе синглетное состояние есть  $\Lambda$  (1405) с  $J^P = 1/2^+$ , причем не существует синглетного партнера  $1/2^+$  мультиплету 8, так как  $1/2^+$  содержит протон.

Сразу же встает ряд вопросов: а) Почему мезоны имеют нонетную структуру, тогда как барионные октеты не имеют близко лежащих синглетных состояний? б) Почему существуют барионные декуплеты, но нет мезонных?

Еще одна интересная особенность такой спектроскопии состоит в том, что хотя существуют частицы в 1, 8 и 10-мерных SU(3)-мультиплетах, основное триплетное представление природой не использовано.

Гелл-Манн [5] и Цвейг [6] выдвинули предположение, что фундаментальный триплет существует и содержит три кварка или, по принятой сейчас терминологии, кварк имеет три аромата. Предполагалось, что кварки представляют собой строительные элементы для адронов в том смысле, что кварки не могут быть выделены поодиночке, но, соединяясь с антикварками или парами кварков, образуют наблюдаемые состояния  $q\bar{q}$  (мезоны) или  $qqq$  (барионы). Из правил объединения представлений группы SU(3) следует, что

$$q\bar{q} = 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8,$$

$$qqq = 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10.$$

Отсутствие декуплета мезонов и картина 1, 8, 10 барионов естественно возникают из структуры  $q\bar{q}$  и  $qqq$ . Прежде чем показать, каким именно образом возникают эти размерности мультиплетов, остановимся на наиболее существенных свойствах унитарной симметрии. Это можно сделать чисто математически, не упоминая о кварках. Можно найти размерности представлений группы и поставить в соответствие им частицы. Амплитуды переходов между различными частицами и другие их статические свойства можно связать между собой методом коэффициентов Клебша—Гордана группы SU(3) (см., например, [7—10]). При этом принимается, что SU(3) — основная симметрия гамильтониана сильных взаимодействий, которая проявляется в спектре частиц, но не рассматривается вопрос о происхождении этой симметрии.

Для объяснения же причин этой SU(3)-симметрии сильных взаимодействий следует предположить, что кварки образуют ее фундаментальное представление. Тогда представления высших размерностей могут быть образованы как комбинации фундаментальных представлений:  $q\bar{q}$ ,  $qqq$ ,  $q\bar{q}\bar{q}$  и т. д. Можно рассматривать кварки просто как некие мнемонические обозначения, которые помогают при вычислении матричных элементов группы SU(3) или при построении волновых функций различных представлений этой группы. Такой подход иллюстрируется в гл. 3, и читатель, интересующийся главным образом кварками, может перейти прямо к гл. 3, пропустив формальное обсуждение унитарной симметрии.

Можно считать, конечно, что кварки есть более чем мнемонические значки, и полагать их существующими объектами, из которых физически построены мезоны и барионы. В середине 60-х гг. было распространено мнение, что кварки просто обозначения и не имеют физического смысла. Сегодня же физики гораздо больше



склоняются к тому, что кварки — это физические объекты, динамически связанные внутри мезонов и барионов. Наблюдаемая структура мультиплетов и приближенная  $SU(N)$ -симметрия физики частиц при этом объясняется существованием  $N$  ароматов кварков, образующих фундаментальное представление группы  $SU(N)$ ; составные же кварковые системы дают наблюдаемую спектроскопию адронов. В свете этого прямой физической смысл имеет содержание гл. 3, а нижеследующее описание унитарной симметрии необходимо в основном для математической полноты и определения понятий, которыми будут насыщены последующие главы.

## § 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ УНИТАРНОЙ СИММЕТРИИ $SU(N)$

### А. Группа $SU(2)$

1. *Фундаментальное представление и общие соображения.* Независимость ядерных сил от спина и изоспиновая симметрия в физике частиц представляют собой два хорошо известных примера явлений, связанных с внутренней  $SU(2)$ -симметрией.

Фундаментальным представлением группы  $SU(2)$  является дублет

$$\chi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

В качестве иллюстрации мы можем рассмотреть частицы со спином  $1/2$ . Такая частица может иметь проекцию спина, направленную вверх или вниз по оси  $z$ , мы будем обозначать эти состояния через  $u$  и  $d$ . При вращении вокруг оси  $z$  эти состояния остаются инвариантными с точностью до фазового множителя. Вращение <sup>1)</sup> вокруг некоторой другой оси (например, оси  $y$ ) на угол  $\theta$  преобразует состояния следующим образом [11]:

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

т. е.

$$u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

$$u' = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad d' = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

1) Угол  $\theta$  соответствует вращению осей, а угол  $-\theta$  — вращению состояний.

Заметим, что  $2 \times 2$ -матрица унитарна и потому норма

$$\chi'^+ \chi' \equiv \chi^+ U^+ U \chi = \chi^+ \chi \quad (2.5)$$

сохраняется [здесь  $\chi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$  и т. д.].

В общем случае мы будем рассматривать преобразования

$$\chi' = U \chi, \quad (2.6)$$

где  $U$  — унитарная  $2 \times 2$ -матрица. Группа таких преобразований называется группой  $SU(2)$ . Общее выражение для  $U$  обычно записывается в виде

$$U \equiv \exp(i \frac{1}{2} \theta \hat{n} \cdot \sigma), \quad (2.7)$$

где  $\theta$  — параметр вращения вокруг оси  $\hat{n}$ , а  $1/2 \sigma$  —  $2 \times 2$ -матрицы. Матрицы  $1/2 \sigma$  называются генераторами инфинитезимальных преобразований, так как при бесконечно малом  $\theta$

$$\chi' \rightarrow \chi + \delta \chi, \quad (2.8)$$

$$\delta \chi \equiv i \theta \hat{n} \cdot (1/2 \sigma \chi).$$

Вследствие унитарности матрицы  $U$  мы имеем  $\det U = 1$ .

Записывая  $U$  в виде  $U \equiv \exp(i \frac{1}{2} \theta \hat{n} \cdot \sigma)$  и используя равенство  $\det(\exp A) \equiv \exp(\text{Tr} A)$ , выполняющееся для любой матрицы  $A$ , получаем для  $\sigma$ -матриц

$$\text{Tr} \sigma = 0. \quad (2.9)$$

Далее,  $U^{-1} = \exp(-i \frac{1}{2} \theta \hat{n} \cdot \sigma)$ , а  $U^+ \equiv \exp(-i \frac{1}{2} \theta \hat{n} \cdot \sigma^+)$ , и эти величины должны быть равны в случае унитарной  $U$ . Следовательно,

$$\sigma^+ = \sigma \quad (2.10)$$

Поэтому матрицы  $\sigma$  представляют собой набор бесследовых эрмитовых  $2 \times 2$ -матриц, т. е.

$$\sigma \equiv \begin{pmatrix} a & b \\ b^* & -a \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

с действительным  $a$  и нормировкой  $a^2 + b^2 = 1$ . Существуют только три независимые матрицы такого типа, и обычно их выбирают в виде матриц Паули:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Заметим, что эти матрицы не коммутируют; вместо этого они удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$\left[ \frac{1}{2} \sigma_i, \frac{1}{2} \sigma_j \right] = i \epsilon_{ijk} \left( \frac{1}{2} \sigma_k \right) \quad (2.13)$$

(где  $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $\epsilon_{123, 321, 312} = +1$ ;  $\epsilon_{213, 132, 231} = -1$ ). Данные соотношения называются алгеброй генераторов группы  $SU(2)$ , а величины  $\epsilon_{ijk}$  — структурными постоянными этой группы.

Мы можем обобщить сказанное и определить генераторы группы абстрактно с помощью алгебры

$$[S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk} S_k. \quad (2.14)$$

Мы нашли определенные  $2 \times 2$ -матрицы, которые удовлетворяют этой алгебре и действуют на (фундаментальном) двумерном представлении группы  $SU(2)$ . Для общего  $N$ -мерного представления группы  $SU(2)$  можно найти  $N \times N$ -матрицы, удовлетворяющие этой алгебре, причем мультиплеты, инфинитезимально преобразуемые этими матрицами, образуют  $N$ -мерные представления группы  $SU(2)$ . Конкретный пример, а именно регулярное представление, будет приведен в п. 4.

Возвращаясь к двумерному фундаментальному представлению, заметим, что матрица  $\frac{1}{2}\sigma_3$  диагональна, и поэтому ( $u, d$ ) являются ее собственными состояниями с собственными значениями  $(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\sigma_3\right)u &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}u, \\ \left(\frac{1}{2}\sigma_3\right)d &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}d. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Следовательно, различные состояния в  $SU(2)$ -мультиплетах характеризуются значениями величины  $(\frac{1}{2}\sigma_3)$ . Матрицы  $\sigma_{\pm} \equiv \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$ , действуя на двумерный мультиплет, приводят к переходам между состояниями, различающимися по  $(\frac{1}{2}\sigma_3)$  на единицу. Это можно показать непосредственно, так как

$$\sigma_{\pm} \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \sigma_{+}u &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0, \\ \sigma_{+}d &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = u. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Матрицы  $\sigma_{\pm}$  представляют собой повышающий и понижающий операторы и удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2}\sigma_3, \sigma_{\pm}\right] &= \pm\sigma_{\pm}, \\ [\sigma_{+}, \sigma_{-}] &= 2\left(\frac{1}{2}\sigma_3\right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Существует комбинация генераторов, которая коммутирует со всеми остальными генераторами группы. Такой оператор называется «оператором Казимира» и в рассматриваемом случае равен

$$C = \frac{1}{2}(\sigma_{+}\sigma_{-} + \sigma_{-}\sigma_{+}) + \frac{1}{4}\sigma_3^2 \equiv \frac{1}{4}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \equiv \left(\frac{1}{2}\sigma\right)^2. \quad (2.18)$$

Все сказанное легко обобщить на  $N$ -мерный случай. Заменяем всюду  $\frac{1}{2}\sigma_{1, 2, 3}$  величиной  $S_{1, 2, 3}$ , а  $\sigma_{\pm}$  величиной  $S_{\pm}$ . Состояния теперь нумеруются значениями  $S_3$ , и оператор Казимира есть  $S^2$ . Как следует из равенства  $S^2 S_{\pm} = S_{\pm} S^2$ , применение повышающего или понижающего операторов  $S_{\pm}$  приводит к состояниям, различающимся на одну единицу ( $S_3$ ), но имеющим одно и то же значение ( $S^2$ ). Поэтому разные представления можно характеризовать собственными значениями оператора  $S^2$ , тогда как состояния внутри одного представления различаются собственными значениями оператора  $S_3$ . Для  $N = 2S + 1$ -мерного представления группы  $SU(2)$  (где  $S$  есть максимальное собственное значение оператора  $S_3$ ) собственное значение оператора  $S^2$  есть  $S(S + 1)$ . Это легко показать, рассмотрев действие  $S^2$  на состоянии  $\chi_{\text{max}}$  с максимальной величиной  $S_3 = S$ :

$$C = \frac{1}{2}(S_{+}S_{-} + S_{-}S_{+}) + S_3^2 \equiv S_{-}S_{+} + S_3 + S_3^2. \quad (2.19)$$

При действии на  $\chi_{\text{max}}$  оператор  $S_{+}$  дает нуль:

$$S_{+}\chi_{\text{max}} = 0,$$

а потому

$$C\chi_{\text{max}} = S(S + 1)\chi_{\text{max}}. \quad (2.20)$$

Частным примером предыдущего является двумерное представление с  $S = \frac{1}{2}$  (максимальное собственное значение оператора  $S_3$  равно  $\frac{1}{2}$  и оператором Казимира  $S(S + 1) = \frac{3}{4}$ ).

2. *Нарушение  $SU(2)$ -симметрии.* В качестве примера, иллюстрирующего наше абстрактное рассмотрение группы  $SU(2)$ , мы обращались к спину и рассматривали вращения в реальном пространстве. Другой реализацией может быть группа изоспина, и тогда соответствующие вращения будут происходить во внутреннем «изопространстве». Подобно тому как угловой момент (спин) сохраняется, если теория инвариантна относительно вращений в реальном пространстве, так и изоспин сохраняется, если есть инвариантность относительно вращений в изопространстве.

Примером изоспиновых мультиплетов могут служить

$$I = \frac{1}{2} : \text{нейтрон } (I_3 = -\frac{1}{2}), \text{ протон } (I_3 = +\frac{1}{2}),$$

$$I = 1 : \pi^{-} (I_3 = -1), \pi^0 (I_3 = 0), \pi^{+} (I_3 = +1).$$

Протон и пион имеют один и тот же электрический заряд, но различные величины  $I_3$ . Поэтому определим оператор заряда соотношением

$$Q = \frac{1}{2} B + I_3, \quad (2.21)$$

где  $B$  — оператор барионного заряда с собственными значениями 1 для протона и 0 для пиона. Из коммутационных соотношений (2.14) для изоспина, а именно из равенства

$$[I_i, I_j] = i\epsilon_{ijk} I_k$$

следует, что

$$[Q, I_3] = 0, \quad [Q, I_{1,2}] \neq 0. \quad (2.22)$$

Поэтому оператор заряда инвариантен по отношению к изовращениям (он выделяет ось 3 из остальных), и, следовательно, электромагнитное взаимодействие нарушает сохранение изоспина.

Если полный гамильтониан коммутирует со всеми генераторами  $G_i$  некоторой группы симметрии:

$$[H, G_i] = 0 \text{ при всех } i, \quad (2.23)$$

то эта симметрия является точным свойством природы. Рассмотрим случай  $G_i = I_i$ , где  $I_i$  — генераторы группы изоспина  $SU(2)$ . Напишем  $H = H_{\text{сильн}} + H_{\text{эл.-магн}}$ ; весьма вероятно, что группа изоспина является точной симметрией сильных взаимодействий и что

$$\begin{aligned} [H_{\text{сильн}}, I_i] &= 0, \\ [H_{\text{эл.-магн}}, I_i] &\neq 0. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Электромагнитный вклад в гамильтониан мал ( $\sim 1\%$ ) по сравнению с вкладом сильных взаимодействий, и, следовательно, изоспиновая симметрия сильных взаимодействий может рассматриваться как приближенная симметрия природы. Наличие такой внутренней симметрии проявляется в существовании *мультиплетов* (подобно протону и нейтрону или трем пионам), а также в различных соотношениях между амплитудами (различные амплитуды процессов  $N^* \rightarrow \pi N$  связаны коэффициентами Клебша—Гордана группы изоспина [7—9]).

Если бы изоспиновая симметрия была точной симметрией природы, то массы нейтрона и протона совпадали бы. В действительности они несколько различаются, и в свете сказанного ранее естественно отнести это за счет электромагнитного взаимодействия, нарушающего изоспиновую симметрию. Данный вопрос будет детально рассмотрен в гл. 17, § 5 с точки зрения кварковой модели.

3. *Сопряженное представление группы  $SU(2)$* . Мы уже видели, каким образом протон и нейтрон могут рассматриваться в качестве  $u$ - и  $d$ -состояний (up и down) фундаментального двумерного представления  $SU(2)$  группы изоспина. Если мы обозначим соответ-

ствующие антинуклоны через  $\bar{u}$  и  $\bar{d}$ , то состояния  $(\bar{d}, \bar{u})$  имеют  $I_3 = - (+1/2, -1/2)$  подобно дублету  $(u, d)$ . Это новое представление называется сопряженным, и обычно принято следующим образом обозначать размерности этих представлений:

$$2 \equiv (u, d), \quad \bar{2} \equiv (\bar{d}, \bar{u}). \quad (2.25)$$

Как преобразуются состояния  $\bar{2}$  при изовращениях?

Преобразование фундаментального изодублета  $\psi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$  при изовращениях есть

$$\psi' = U\psi,$$

$$U = \exp\left(\frac{i}{2} \hat{t} \theta \hat{n} \cdot \tau\right) = \cos \frac{\theta}{2} + i \hat{n} \cdot \tau \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.26)$$

(матрицы  $\tau$  играют роль спиновых матриц Паули в формуле (2.7) 1). В частности, вращение вокруг оси 2 дает

$$u' = \cos \frac{\theta}{2} u + \sin \frac{\theta}{2} d, \quad (2.27)$$

$$d' = -\sin \frac{\theta}{2} u + \cos \frac{\theta}{2} d, \quad (2.28)$$

если мы используем, так же как в формуле (2.12), стандартное представление  $2 \times 2$ -матриц  $\tau$ .

Подействуем теперь на обе части этих равенств оператором зарядового сопряжения  $\mathcal{C}$ , так что  $u \rightarrow \bar{u}$ ,  $d \rightarrow \bar{d}$ . Равенство (2.28) перейдет в равенство

$$d' = -\sin \frac{\theta}{2} \bar{u} + \cos \frac{\theta}{2} \bar{d}, \quad (2.28a)$$

а равенство (2.27) примет вид

$$\bar{u}' = \cos \frac{\theta}{2} \bar{u} + \sin \frac{\theta}{2} \bar{d}. \quad (2.27a)$$

Мы упорядочили эти равенства таким образом, чтобы было прямо видно действие вращения на дублет  $(I_3 = +1/2, I_3 = -1/2)$ :

$$\begin{pmatrix} d' \\ \bar{u}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ \bar{u} \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

<sup>1)</sup> Частный случай вращений вокруг оси 2 на угол  $\theta = \pi$ , дополненный зарядовым сопряжением, дает операцию, называемую  $G$ -инверсией (гл. 4, § 1, п. «А»).

Заметим, что если определить дублет в формуле (2.29) как  $\begin{pmatrix} d \\ -\bar{u} \end{pmatrix}$ ,

то

$$d' = \cos \frac{\theta}{2} d + \sin \frac{\theta}{2} (-\bar{u}), \quad (2.30)$$

$$(-\bar{u})' = -\sin \frac{\theta}{2} d + \cos \frac{\theta}{2} (-\bar{u}), \quad (2.31)$$

что является стандартной формой для вращения дублета [формулы (2.27), (2.28)]. В общем случае дублет

$$\bar{\psi} = \begin{pmatrix} d \\ -\bar{u} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

преобразуется следующим образом:

$$\bar{\psi}' = U\bar{\psi}, \quad U \equiv \exp\left(\frac{i}{2}\theta\hat{n}\cdot\tau\right). \quad (2.33)$$

Стало быть, античастицы с приведенными выше фазами также преобразуются как 2-представление под действием операторов группы  $SU(2)$ .

Вообще говоря, группы  $SU(N)$  с  $N = 2, 3, 4, \dots$ , имеют фундаментальные представления размерности  $N$  и  $\bar{N}$ . В случае группы  $SU(2)$  мы выяснили, что 2 и  $\bar{2}$  являются эквивалентными представлениями и одинаково преобразуются при вращениях. При  $N = 3, 4, \dots$  представления 3,  $\bar{3}$  и т. д. не эквивалентны. В частном случае группы  $SU(3)$  это будет показано в п. «Б».

4. *Регулярное представление.* Простейшее представление генераторов группы  $SU(N)$  — это  $N^2 - 1$  бесследовых эрмитовых  $N \times N$ -матриц; так, три матрицы Паули соответствуют случаю  $SU(2)$ . Используя эти матрицы, можно определить  $(N^2 - 1)$ -мерное представление группы  $SU(N)$ , называемое регулярным. В случае группы  $SU(2)$  это было трехмерное векторное (изовекторное) представление (например, пионы).

Для иллюстрации регулярного представления вспомним алгебру генераторов

$$[S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}S_k. \quad (2.34)$$

Выбрав  $S_3$  диагональным, мы получим  $3 \times 3$ -матричное представление ( $3 \equiv 2^2 - 1$ )

$$S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$S_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

удовлетворяющее алгебре  $SU(2)$ . Базис, на котором оно действует, состоит из собственных состояний с собственными значениями  $S_3 = +1, 0, -1$ ; например, если мы рассматриваем изоспин, то базис состоит из трех зарядовых состояний  $\pi$ -мезона:  $\pi^+, \pi^0, \pi^-$ .

Вместо этих зарядовых состояний часто используется другой базис:

$$|\pi_1\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\pi^+\rangle + |\pi^-\rangle),$$

$$|\pi_2\rangle \equiv \frac{i}{\sqrt{2}}(|\pi^+\rangle + |\pi^-\rangle), \quad (2.36)$$

$$|\pi_3\rangle \equiv |\pi^0\rangle,$$

который ведет себя подобно вектору при вращениях в изопространстве. Матричные элементы  $S_i$  на этих состояниях равны

$$\langle \pi_j | S_i | \pi_k \rangle = -i\epsilon_{ijk}. \quad (2.37)$$

Так, например,

$$\langle \pi_1 | S_3 | \pi_2 \rangle \equiv -\frac{i}{2}(\langle \pi^+ | S_3 | \pi^+ \rangle - \langle \pi^- | S_3 | \pi^- \rangle) = -i \equiv -i\epsilon_{312}. \quad (2.38)$$

Этот конкретный пример верен для любой группы  $SU(N)$ . Если алгебра группы определяется соотношениями

$$[G_i, G_j] = ig_{ijk}G_k \quad (2.39)$$

с  $M$  генераторами  $G_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) и  $g_{ijk}$  — структурные постоянные группы, то всегда может быть получена явная реализация  $G_i$  на представлении с размерностью, равной числу генераторов. Это представление является регулярным, и для него

$$(S_k)_j \equiv -ig_{ijk}. \quad (2.40)$$

Для  $SU(2)$  с тремя генераторами мы показали путем прямого построения, что

$$(S_k)_j \equiv -i\epsilon_{ijk}.$$

Общее доказательство следует из тождества Якоби. Обозначив генераторы через  $\lambda_i$ , имеем  $[[\lambda_i, \lambda_j], \lambda_k] + [[\lambda_j, \lambda_k], \lambda_i] + [[\lambda_k, \lambda_i], \lambda_j] = 0$ . Нужно умножить это на  $\lambda_l$ , вычислить след и воспользоваться определением  $g_{ijk}$ .

## Б. Группа $SU(3)$

1. *Фундаментальное представление и общие соображения.* Переход от группы  $SU(2)$  к группе  $SU(3)$  происходит, как только мы расширяем основной дублет  $u, d$  до триплета  $u, d, s$  и исследуем преобразования вида

$$\psi' = U\psi, \quad \text{где } \psi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}.$$

а  $U$  теперь представляет собой унитарную унимодулярную  $3 \times 3$ -матрицу. Следуя случаю  $SU(2)$ , напомним

$$U \equiv \exp(i\theta \hat{n} \cdot \lambda),$$

где  $\lambda_i$  есть 8 независимых эрмитовых бесследовых  $3 \times 3$ -матриц, аналогичных матрицам  $\sigma_i$  группы  $SU(2)$ . В каноническом виде [12] матрицы таковы:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdot \\ 1 & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & \cdot \\ i & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot \\ 0 & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & \cdot & -i \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ i & \cdot & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & 1 \\ \cdot & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & -i \\ \cdot & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.41)$$

где точки обозначают нули; мы поставили их, чтобы выделить  $SU(2)$ -подгруппы, содержащиеся в матрицах группы  $SU(3)$ . Матрицы  $\lambda_{1,2}$  имеют структуру

$$\left( \begin{array}{c|c} \sigma_{1,2} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) \quad (2.42)$$

и соответствуют  $SU(2)$ -подгруппе изоспина. Матрицы  $\lambda_{3,7}$  имеют вид

$$\left( \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hline 0 & & \sigma_{1,2} \end{array} \right) \quad (2.43)$$

и соответствуют  $SU(2)$ -подгруппе, называемой  $U$ -спин; матрицы  $\lambda_{4,6}$  связаны с третьей подгруппой ( $V$ -спин). Если использовать базисный триплет, показанный на рис. 3, то эти  $SU(2)$ -дублеты таковы:

$$u, d (I); \quad d, s (U); \quad u, s (V).$$

Оператор  $F_3 \equiv \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8$  является оператором изоспина, так как его собственные значения на состояниях  $u, d$  и  $s$  есть  $\pm \frac{1}{2}$  и 0. Оператор гиперзаряда имеет вид

$$Y = \frac{2}{\sqrt{3}} F_3 \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \lambda_8. \quad (2.44)$$

Коммутационные соотношения матриц  $\frac{1}{2} \lambda_i$  могут быть получены прямым вычислением. Читатель может провести его сам и убедиться, что

$$\left[ \frac{1}{2} \lambda_i, \frac{1}{2} \lambda_j \right] = if_{ijk} \left( \frac{1}{2} \lambda_k \right) \quad (2.45)$$

со структурными константами  $f_{ijk}$ , приведенными в табл. 1 и антисимметричными по отношению к перестановке любых двух индексов.

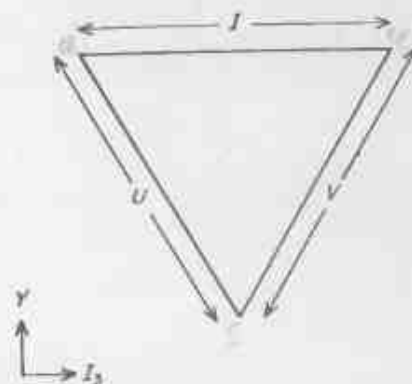


Рис. 3.  $SU(3)$ -триплет с  $SU(2)$ -дублетами  $I, U, V$ .

сов. Матрицы  $\lambda_i$  удовлетворяют также антикоммутационным соотношениям

$$\left\{ \frac{1}{2} \lambda_i, \frac{1}{2} \lambda_j \right\} = \frac{1}{3} \delta_{ij} + d_{ijk} \left( \frac{1}{2} \lambda_k \right), \quad (2.46)$$

где  $d_{ijk}$  симметричны по своим индексам.

Таблица 1

Структурные постоянные группы  $SU(3)$

$$\begin{aligned} f_{123} &= 1, \\ f_{145} = f_{167} = f_{234} = f_{256} = f_{345} = f_{378} &= \frac{1}{2}, \\ f_{468} = f_{678} &= \sqrt{3}/2, \\ d_{118} = d_{228} = d_{338} = -d_{888} &= 1/\sqrt{3}, \\ d_{146} = d_{157} = d_{236} = d_{344} = d_{365} &= 1/2, \\ d_{215} = d_{268} = d_{377} &= -1/2, \\ d_{448} = d_{558} = d_{668} = d_{778} &= -1/2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Так же как и в случае  $SU(2)$ , мы можем обобщить эти результаты, определяя операторы  $F_i = \frac{1}{2}\lambda_i$ , удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[F_i, F_j] = if_{ijk}F_k \quad (2.47)$$

( $i = 1, \dots, 8$ ). Полное исследование группы  $SU(3)$  состоит в определении  $N \times N$ -матриц  $F_i$ , преобразующих  $N$ -мерные состояния:

$$\psi \rightarrow \psi' = (1 + i\theta \hat{n} \cdot \mathbf{F}) \psi. \quad (2.48)$$

2. Операторы Казимира для группы  $SU(3)$ . В случае группы  $SU(2)$  мы нашли (формула (2.19)) комбинацию генераторов

$$C = \mathbf{I}^2 = \frac{1}{2}(I_+I_- + I_-I_+) + I_3^2 \equiv \frac{1}{2}(I_+I_-) + I_3^2,$$

которая коммутирует со всеми генераторами группы и собственные значения которой равны  $I(I+1)$ . В группе  $SU(3)$  аналогичный инвариантный оператор имеет вид

$$F^2 \equiv \sum_{i=1}^8 F_i F_i = \frac{1}{2}(I_+I_-) + I_3^2 + \frac{1}{2}(U_+U_-) + \frac{1}{2}(V_+V_-) + F_8^2, \quad (2.49)$$

где

$$\begin{aligned} I_{\pm} &\equiv F_1 \pm iF_2, & I_3 &\equiv F_3, \\ U_{\pm} &\equiv F_6 \pm iF_7, & Y &\equiv \frac{2}{\sqrt{3}}F_8, \\ V_{\pm} &\equiv F_4 \pm iF_5. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Операторы  $I_+$ ,  $V_+$  и  $U_+$  увеличивают значение  $I_3$ , и потому мы можем определить «максимальное» состояние, такое, что

$$I_+ \psi_{\text{макс}} = V_+ \psi_{\text{макс}} = U_+ \psi_{\text{макс}} = 0. \quad (2.51)$$

Теперь мы вычислим оператор Казимира для любого представления группы  $SU(3)$ , подействовав оператором  $F^2$  на «максимальное» состояние этого представления.

Прежде всего используем значения  $f_{ijk}$  (табл. 1), чтобы убедиться в том, что

$$\begin{aligned} [I_+, I_-] &= 2I_3, \\ [U_+, U_-] &= \frac{3}{2}Y - I_3 \equiv 2U_3, \\ [V_+, V_-] &= \frac{3}{2}Y + I_3 \equiv 2V_3. \end{aligned} \quad (2.52)$$

(ср. с формулой (2.17) для случая  $SU(2)$ ). С учетом равенств (2.52) представим  $F^2$  в виде, содержащем операторы  $I_+$ ,  $U_+$ ,  $V_+$

справа. Действуя теперь оператором  $F^2$  на максимальное состояние  $\psi_{\text{макс}}$ , определенное выше, получаем

$$\langle F^2 \rangle = \langle I_3 \rangle^2 + 2 \langle I_3 \rangle + \frac{3}{4} Y^2. \quad (2.53)$$

Например, для триплета, имеющего в качестве максимального состояния  $u$  со значениями  $I = \frac{1}{2}$ ,  $Y = \frac{1}{3}$ , получаем  $\langle F^2 \rangle = \frac{4}{3}$ .

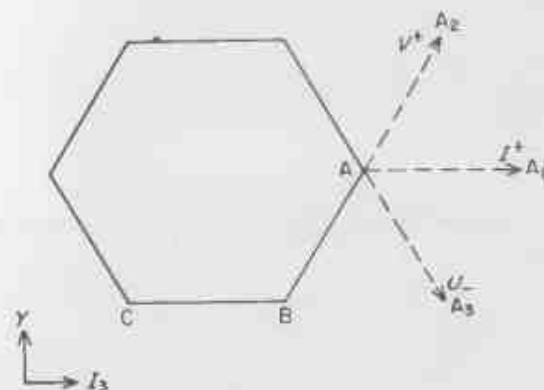


Рис. 4. Положение  $\psi_{\text{макс}}$  в октете.

В целях облегчения вычисления  $\langle F^2 \rangle$  для представления группы  $SU(3)$  произвольной размерности полезно сделать небольшое вычисление и придать равенству (2.53) более удобную для непосредственного использования форму.

Мы примем без доказательства, что любое представление группы  $SU(3)$  имеет выпуклую границу в плоскости  $I_3$ — $Y$  [11, стр. 264]. На этом основании мы можем действовать на состояние  $\psi_{\text{макс}}$  оператором  $V_-$  многократно ( $p$  раз подряд), пока не будет достигнут другой угол границы, т. е.

$$(V_-)^{p+1} \psi_{\text{макс}} = 0. \quad (2.54)$$

Затем подействуем  $q$  раз на это угловое состояние оператором  $I_-$  до достижения другого угла, т. е.

$$(I_-)^{q+1} (V_-)^p \psi_{\text{макс}} = 0. \quad (2.55)$$

Представление группы  $SU(3)$  полностью определяется парой  $(p, q)$ . Для октета, например, состояние  $\psi_{\text{макс}}$  соответствует точке  $A$  на рис. 4 (так как операторы  $I_+$ ,  $V_+$ ,  $U_+$  генерировали бы состояния  $A_{1,2,3}$ , которых нет в мультиплете). Подействовав один раз оператором  $V_-$ , мы получим угол  $B$ , поэтому  $p = 1$ ; затем однократное действие оператора  $I_-$  приводит в угол  $C$ , следовательно,

$q = 1$ . Поэтому октет задается парой  $(1, 1)$ . Максимальное состояние имеет

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{1}{2}(p + q), \\ Y &= \frac{1}{3}(p - q); \end{aligned} \quad (2.56)$$

поэтому выражение для  $F^2$  [формула (2.53)] принимает вид

$$F^2 = \frac{1}{3}(p^2 + pq + q^2) + (p + q). \quad (2.57)$$

Оператор Казимира  $F^2$   
для некоторых представлений группы  $SU(3)$

Таблица 2

Размерность	$(p, q)$	$F^2$
1	(0, 0)	0
3	(1, 0)	$\frac{4}{3}$
$\bar{3}$	(0, 1)	$\frac{4}{3}$
8	(1, 1)	3
6	(2, 0)	$\frac{10}{3}$
10	(3, 0)	6

Мы иллюстрируем эту формулу приложением ее к различным представлениям и выведем результаты, приведенные в табл. 2. Для триплета (рис. 5)  $p = 1, q = 0$ . Поэтому  $F^2 = \frac{4}{3}$ . Тот же результат справедлив для антитриплета, в котором  $p = 0, q = 1$ . Для октета  $p = 1, q = 1$ , а поэтому  $F^2 = 3$ .

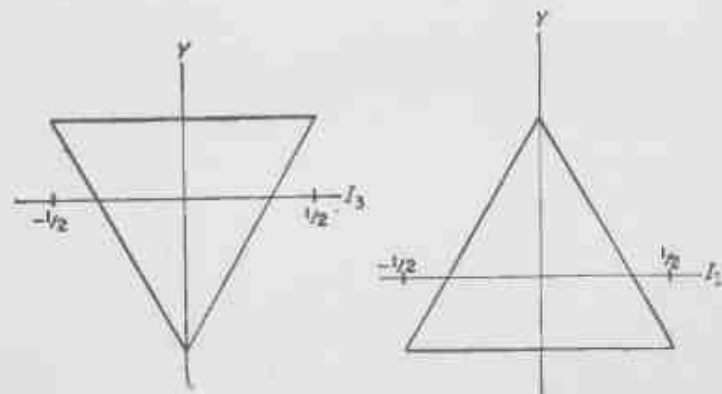


Рис. 5. Весовые диаграммы для представлений  $\bar{3}$  и  $\bar{3}$ .

В качестве упражнения вычислите  $p$  и  $q$  для шести- и десятимерных представлений, вспомнив, что 6 и 10 есть симметричные представления (гл. 3, § 3). Сравните  $(p, q)$  для этих представлений с таковыми для фундаментального триплета и октета со смешанной симметрией.

Это прояснит возникающую картину распределения чисел  $p, q$ . Сравните также с непосредственным построением представлений высших размерностей в гл. 3, § 3 и обсуждением схем Юнга в гл. 3, § 4. В качестве проверки убедитесь, что  $F^2 = 6$  для декуплета и  $\frac{10}{3}$  для секстета. Наконец, спросите себя, что такое  $p, q$  для синглета? Покажите, что для синглета и только для него  $F^2 = 0$ . Эти результаты будут важны при обсуждении свойств трехцветных кварков (цветовая группа  $SU(3)$ ) в гл. 15, § 2.

Заметим, что представление  $\bar{3}$  имеет  $(p, q) = (1, 0)$ , а представление  $\bar{3}$  имеет  $(p, q) = (0, 1)$ . Это два неэквивалентных представления группы  $SU(3)$  в отличие от встречавшегося в группе  $SU(2)$ , где 2 и  $\bar{2}$  были эквивалентны. Графическое изображение представлений  $\bar{3}$  и  $\bar{3}$  дано на рис. 5, где ясно видно, что именно различие гиперзарядов в этих двух случаях делает их неэквивалентными. В случае группы  $SU(2)$  представления  $(u, d)$  и  $(\bar{d}, \bar{u})$  эквивалентны (если не рассматривать барионный заряд), так как соответствующая гиперзаряду степень свободы в этой картине отсутствует.

## В. Группа $SU(4)$

Фундаментальное представление группы  $SU(4)$  таково (рис. 6):

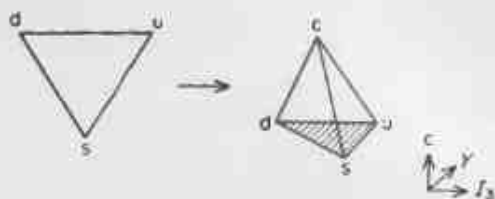
$$\psi = \begin{pmatrix} c \\ u \\ d \\ s \end{pmatrix},$$

и преобразования  $\psi' = U\psi$  теперь производятся унитарными унимодулярными  $4 \times 4$ -матрицами. Как и в случае группы  $SU(3)$ , напишем

$$U = \exp\left(\frac{i}{2} \hat{n} \cdot \lambda\right),$$

где теперь  $\lambda_i$  есть 15 независимых эрмитовых бесследовых  $4 \times 4$ -матриц. Мы выберем  $\lambda_1, \dots, \lambda_8$  такими же, как в группе  $SU(3)$ :

$$\lambda_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & & \lambda_i & \\ 0 & & & \vdots \end{pmatrix} \quad (i=1, \dots, 8). \quad (2.58)$$

Рис. 6.  $SU(4)$ -квартет.

Имеются 6 недиагональных матриц, которые выбираются [13] аналогично матрицам Паули:

$$\begin{aligned}
 \lambda_9 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & & 0 \\ 1 & 0 & & \\ & & & 0 \\ & & & & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & -i & & \\ & i & & 0 \\ i & 0 & & \\ & & & 0 \\ & & & & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_{11} &= \begin{pmatrix} 0 & & 1 & 0 \\ & & 0 & 0 \\ 1 & 0 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & & -i & 0 \\ & & i & 0 \\ i & 0 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & 0 \end{pmatrix}, & (2.59) \\
 \lambda_{13} &= \begin{pmatrix} 0 & & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & 0 \\ 1 & 0 & & & & \end{pmatrix}, & \lambda_{14} &= \begin{pmatrix} 0 & & 0 & -i \\ & & i & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & & & 0 & 0 \\ i & 0 & & & & \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Наконец, имеется бесследовая диагональная матрица  $\lambda_{15}$ , выбранная так, чтобы отличать очарованный  $c$ -кварк от остальных, и являющаяся  $SU(3)$ -синглетом:

$$\lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -3 & 0 & & \\ & 0 & 1 & \\ & & & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ 0 & & & & & 0 \\ & & & & & & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

Следовательно, мы можем определить «очарование» как собственное значение матрицы

$$C = \frac{1}{4}(1 - \sqrt{6} \lambda_{15}) \equiv \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 0 & & \\ & & 0 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

и потому очарование не является генератором группы  $SU(4)$ .



Глава 3

КВАРКИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУПП SU(N)

Если мы считаем, что барионы построены из трех кварков (qqq), то кварк должен иметь барионное число  $1/3$ . Антикварк будет иметь барионное число  $-1/3$ , и потому барионное число мезонов qq равно нулю.

Кварк должен иметь два аромата (образующих изоспиновый дублет), для того чтобы можно было различать нейтрон и протон. Эта пара кварков образует базисное представление группы SU(2) изоспина. Чтобы различать протон и  $\Sigma^+$ , необходим третий кварковый аромат. Этот кварк должен быть носителем странности и вместе с изоспиновым дублетом образовывать базисное представление группы SU(3).

При канонических соотношениях [14, 15] между зарядом, барионным числом и странностью имеем

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} \equiv I_3 + \frac{Y}{2} \quad (B+S \equiv Y = \text{гиперзаряд}) \quad (3.1)$$

Таблица 1  
Кварки и их квантовые числа

Аромат	<i>u</i>	<i>d</i>	<i>s</i>	<i>c</i>
Заряд	$2/3$	$-1/3$	$-1/3$	$2/3$
Изоспин	$1/2$	$1/2$	0	0
$I_3$	$+1/2$	$-1/2$	0	0
Странность	0	0	-1	0
Очарование	0	0	0	1
Барионное число	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$
Группа SU(N)	SU(2)			
	SU(3)			
	SU(4)			

и кварки имеют квантовые числа, приведенные в табл. 1. Кварки ароматов *u, d, s* образуют перевернутый треугольник на плоскости  $I_3 - Y$ .

Чтобы получить очарованные адроны, необходим четвертый кварковый аромат (четвертый кварк), и эти четыре аромата образуют базисное представление группы SU(4). Мы сконцентрируемся на случае трех ароматов *u, d, s*. Рассмотрение «очарования» и группы SU(4) будет отложено до гл. 16.

§ 1. БАРИОНЫ

Барионы — это состояния *qqq*. Если исключить «очарование», то каждый из кварков может иметь один из трех ароматов *u, d, s*. В табл. 2 представлены возможные комбинации кварков *u, d, s*, возникающие после трех выборов (в данном случае порядок выбора не имеет значения, так что *uud, udu* и *duu* эквивалентны). В третьем и четвертом столбцах указаны заряд и странность возникающих барионов. В пятом столбце даны примеры барионов с этими квантовыми числами — деккуплет, октет и синглет  $\Lambda$  (1405).

Если мы выбрали комбинацию *uus*, то мы знаем, что получили барион  $\Delta^{++}$ , но если выбрали *uud*, то как отличить  $\Delta^+$  от протона (кроме как по спину)? Для комбинации *uds* имеется даже четыре возможных варианта.

Таблица 2

Трехкварковые системы (кварки с тремя ароматами)

Кварки	Симметрия	Заряд	Странность	Примеры
<i>uuu</i>	S	2		$\Delta^{++}$
<i>uud</i>	SM	1		$\Delta^+, P$
<i>udd</i>	SM	0	0	$\Delta^0, N$
<i>ddd</i>	S	-1		$\Delta^-$
<i>uus</i>	SM	1		$\Sigma^{++}, \Sigma^+$
<i>uds</i>	SAEMA	0	-1	$\Sigma^{*0}, \Sigma^0, \Lambda^0, \Lambda$ (1405)
<i>dds</i>	SM	-1		$\Sigma^{*-}, \Sigma^-$
<i>uss</i>	SM	0		$\Xi^{*0}, \Xi^0$
<i>dsu</i>	SM	-1	-2	$\Xi^{*-}, \Xi^-$
<i>sss</i>	S	-1	-3	$\Omega^-$

Способ, которым мы их различаем, связан с символами S, M, A второго столбца, которые указывают на симметричные свойства состояний. В частности, если мы не заботимся о порядке, в кото-

ром выбираются кварки, то что случится, если переставить кварки, выбранные 1-м и 2-м? Ясно, что если все они одинаковые, например *uuu*, то мы получим то же самое состояние, называемое симметричным и обозначаемое через *S*. В действительности комбинация *S* может быть выбрана при любом кварковом составе, что дает 10 таких состояний. Если один кварк отличается от остальных, мы получаем «смешанное симметричное представление» (*M*), и таких состояний существует 8 (комбинация *uds* приводит к двум разным *M* состояниям, так как «отличающийся» кварк можно выбрать двумя способами). Наконец, если все три кварка различны, они могут образовать единственное состояние, антисимметричное (*A*) по отношению к перестановке любой пары кварков.

Это приводит нас к необходимости учитывать свойства симметрии состояний относительно перестановки их значков. Мы рассмотрим этот вопрос детально, причем начнем с простого случая группы *SU*(2), что позволит нам написать спиновые волновые функции для системы трех кварков со спином  $\frac{1}{2}$ . Затем мы перейдем к группе *SU*(3) и найдем связь со структурой 10 (*S*), 8 (*M*) и 1 (*A*) табл. 2. Будет проведено непосредственное построение *SU*(3)-волновых функций для трехкварковой системы. Затем мы скомбинируем эти *SU*(3)-волновые функции с *SU*(2)-спиновыми, чтобы сформулировать *SU*(6)-структуру спектра состояний *qqq*.

## § 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ *SU*(2)

Простейший случай такой группы — когда мы имеем объект, существующий в двух возможных видах — «up» и «down», или  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ . Примером может служить изоспин, причем нуклонная система имеет  $I = \frac{1}{2}$ : «up»-состояние ( $I_z = \frac{1}{2}$ ) соответствует протону, а «down»-состояние ( $I_z = -\frac{1}{2}$ ) — нейтрону. Другой знакомый пример — объект со спином  $\frac{1}{2}$ : включение магнитного поля выделяет направление  $z$  и спин объекта может указывать вверх  $\uparrow$  ( $S_z = \frac{1}{2}$ ) или вниз  $\downarrow$  ( $S_z = -\frac{1}{2}$ ) по оси  $z$ .

### А. Система двух таких объектов

Возможны четыре варианта, указанные в первом столбце табл. 3. По отношению к перестановке индексов 1 и 2 три состояния симметричны и одно антисимметрично.

В обозначениях теории групп это записывается так: (2 состояния) $_1 \otimes$  (2 состояния) $_2 = 2 \otimes 2 \rightarrow 3 \oplus 1$ , что указывает на 3 симметричные и 1 антисимметричную комбинацию.

Таблица 3

Состояния различной симметрии для двух объектов из группы *SU*(2)

1-й	2-й	Обмен 1 ↔ 2		
<i>u</i>	<i>u</i>	<i>uu</i>	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du)$ $\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)$	
<i>u</i>	<i>d</i>	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du)$		
<i>d</i>	<i>u</i>			
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>dd</i>		
			Симметричные	Антисимметричные

Знакомый пример такого рода состоит в образовании состояний со спином 1 и 0 из двух состояний со спином  $\frac{1}{2}$ :

$$\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 1 \oplus 0. \quad (3.2)$$

Записывая это через (2*S* + 1) состояния, мы будем иметь

$$2 \otimes 2 = 3 \oplus 1, \quad (3.3)$$

как и в обозначениях теории групп, приведенных выше. В действительности мы можем получить приведенную выше табл. 3 с помощью коэффициентов Клебша—Гордана для комбинирования двух состояний со спином  $\frac{1}{2}$ .

С обозначениями  $|S' S'_z; S'' S''_z\rangle \rightarrow |SS_z\rangle$  мы получим из таблиц Клебша—Гордана [9]:

$$\begin{aligned} uu &\equiv \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = |11\rangle, \\ ud &\equiv \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2}; \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |00\rangle), \\ du &\equiv \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle - |00\rangle), \\ dd &\equiv \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2}; \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle = |1-1\rangle, \end{aligned} \quad (3.4)$$

что совпадает с проведенным выше разделением на три состояния  $S = 1$  и одно состояние  $S = 0$ .

### Б. Система трех таких объектов

Теперь имеется восемь комбинаций. Они показаны в табл. 4 с соответствующими значениями  $S_z$ . Можно образовать четыре симметричных состояния и два типа состояний смешанной симметрии (из которых один симметричен, а другой антисимметричен)

Таблица 4

Состояния различной симметрии для трех объектов из группы  $SU(2)$ 

1u	udu	dud	d
2u	uud	ddu	d
3u	duu	udd	d
uuu	$\frac{1}{\sqrt{3}}(umd + udu + duu)$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(ddu + dud + udd)$	ddd
	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)u$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)d$	
	$\frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \frac{(ud + du)u}{\sqrt{2}} - \text{md} \sqrt{2} \right]$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \frac{(ud + du)d}{\sqrt{2}} - \text{ddu} \sqrt{2} \right]$	
$S_z = \frac{3}{2}$	$S_z = \frac{1}{2}$	$S_z = -\frac{1}{2}$	$S_z = -\frac{3}{2}$

по отношению к перестановке первых двух индексов, причем по отношению к другим перестановкам никаких требований симметрии не накладывается (в действительности любая перестановка последнего типа приводит к линейной комбинации упомянутых выше состояний). Различные множители типа  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  обеспечивают ортогональность и нормировку этих состояний. Физический смысл вышеприведенного становится ясен, если рассмотреть объединение трех частиц со спином  $\frac{1}{2}$  каждая. Спаривание двух таких объектов рассматривалось в предыдущем примере, и были получены симметричные состояния с  $S = 1$  и антисимметричные состояния с  $S = 0$ . Это резюмировано в первом столбце формулы (3.5). Результат спаривания с третьей частицей показан во втором столбце.

Из двух частиц:

Добавим третью:

$$(12)_{\text{ант}} \rightarrow S_{12} = 0, \quad \otimes \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2},$$

$$(12)_{\text{сим}} \rightarrow S_{12} = 1, \quad \otimes \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad S = \frac{3}{2}. \quad (3.5)$$

Следовательно, состояние  $S = \frac{1}{2}$  можно получить двумя способами: из антисимметричного состояния  $S_{12} = 0$  и из симметричного состояния  $S_{12} = 1$ . Это соответствует двум типам смешанной симметрии в 3-й и 4-й строках табл. 4.

Мы можем иллюстрировать проведенное построение с помощью известных коэффициентов Клебша—Горда. Для системы с  $S_z =$

Таблица 5

Сложение моментов для трех систем со спином  $\frac{1}{2}$ 

$S = 1 \otimes S = \frac{1}{2}$	$S = \frac{1}{2} \otimes S = \frac{1}{2}$
udu	$\left  11, \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \left  \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} \left  \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_s$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du)u$	$\left  10, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} \left  \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left  \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_s$
$S = 0 \otimes S = \frac{1}{2}$	$S = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)u$	$\left  00, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \rightarrow \left  \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_A$

$= \frac{1}{2}$  имеем возможные варианты, указанные в табл. 5. В результате получаем то же, что и ранее:

$$\left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \left| 11, \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| 10, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} uud + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\sqrt{2}} (ud + du)u = \quad (3.7)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (uud + udu + duu) \quad (3.8)$$

и аналогично для других состояний.

### В. Система трех кварков со спинами $\frac{1}{2}$

Предыдущее рассмотрение будет использовано позднее, когда мы построим барионы из трех кварков со спином  $\frac{1}{2}$  каждый. Полный спин трехкварковой системы будет описываться трехкварковыми спиновыми состояниями, как показано выше. В заключение этого раздела суммируем основные свойства  $SU(2)$ :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1_S + 0_A, \quad \text{или} \quad 2 \otimes 2 = 3 \oplus 1, \quad (3.9)$$

$$\left( \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{2} = \left( 1 \times \frac{1}{2} \right) + \left( 0 \times \frac{1}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}_S + \frac{1}{2}_{M,S} \right) + \frac{1}{2}_{M,A},$$

$$\text{или} \quad (2 \otimes 2) \otimes 2 = (3 \otimes 2) + (1 \otimes 2) = (4 \oplus 2) \oplus 2. \quad (3.10)$$

### § 3. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ $SU(3)$

Простейший пример  $SU(3)$ -симметрии возникает, когда мы имеем один объект, который может пребывать в трех видах (обозначаемых через  $u, d, s$ ). Это непосредственное расширение примера ( $u, d$ ) из  $SU(2)$ , и поэтому мы опишем только общую схему. Интересные физические применения возникают тогда, когда странные и нестранные неочарованные адроны описываются как системы кварков, каждый из которых может иметь один из трех «ароматов».

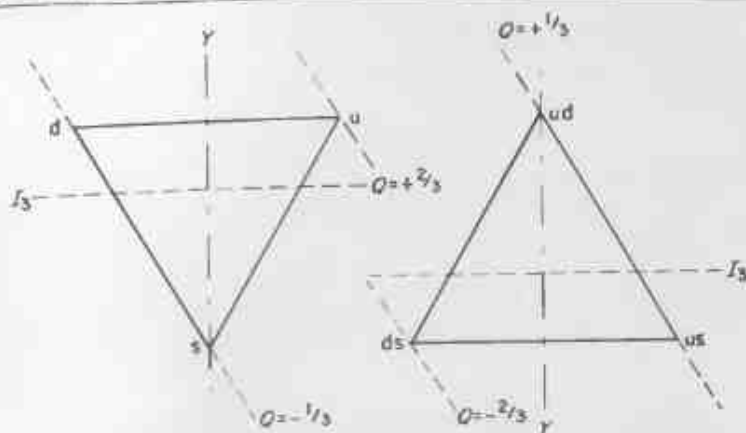
#### А. Система двух таких объектов

Возможны девять комбинаций, которые могут быть разделены на шесть симметричных и три антисимметричных [аналогично табл. 3 для  $SU(2)$ ]. Они показаны в табл. 6 и образуют представления  $\mathbf{6}$  и  $\bar{\mathbf{3}}$  группы  $SU(3)$ . То, что антисимметричный ряд содержит  $\bar{\mathbf{3}}$ , а не  $\mathbf{3}$ , можно показать следующим образом. Заметим, что  $u, d$  есть дублет  $I = 1/2$  подгруппы  $SU(2)$  с  $I_3 = +1/2, -1/2$ . Будем считать, что степень свободы  $S$ , расширяющая группу до  $SU(3)$ , несет с собой минус единицу «гиперзаряда»  $Y$ . Тогда состояния  $u, d, s$  образуют перевернутый треугольник на плоскости

Таблица 6

Симметрии состояний двух объектов из группы  $SU(3)$ 

1-я	2-я	Обмен $1 \leftrightarrow 2$	
$u$	$u$	$uu$	
$u$	$d$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)$
$d$	$u$		
$d$	$d$	$dd$	
$u$	$s$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us + su)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(us - su)$
$s$	$u$		
$d$	$s$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds + sd)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds - sd)$
$s$	$d$		
$s$	$s$	$ss$	
		Симметричные	Антисимметричные

Рис. 1. Триplet  $u, d, s$  и антитриplet  $ud, us, ds$ .

$I_3 - Y$  (рис. 1). Он называется «весовой диаграммой» для триплета. Инверсия дает перевернутый треугольник, весовую диаграмму для антитриплета (это легко показать, рассматривая  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ ). Комбинации  $ud, us, ds$  также образуют треугольник (рис. 1) и потому дают представление  $\bar{\mathbf{3}}$ .

#### Б. Система трех объектов

Точно так же, как в случае группы  $SU(2)$ , добавим третье  $u, d$  или  $s$  к двухчастичным состояниям, выписанным выше. Всего будет 27 комбинаций, из которых 18 возникают из  $\mathbf{3} \otimes \mathbf{6}$  и 9 из  $\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}}$ . Убедитесь прямым вычислением, что

$$\mathbf{3} \otimes (\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}) \rightarrow \mathbf{3} \otimes (\mathbf{6} \oplus \bar{\mathbf{3}}) \rightarrow (\mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M,S}) \oplus (\mathbf{8}_{M,A} \oplus \mathbf{1}); \quad (3.11)$$

это  $SU(3)$ -аналог разложения  $2 \otimes (2 \otimes 2)$  в формуле (3.10) для  $SU(2)$ . Симметричные состояния  $\mathbf{10}$  очевидны. Состояния  $\mathbf{8}_{M,S}, \mathbf{8}_{M,A}$  и  $\mathbf{1}$  даны в табл. 7.

Заметим, что полностью антисимметричное состояние существует потому, что каждый из трех объектов может быть в трех состояниях ( $u, d, s$ ). В  $SU(2)$ -примере ограничение двумя индексами  $u, d$  приводило к тому, что возможны были только симметричное состояние и два состояния смешанной симметрии.

Если сопоставить  $u, d, s$  трем ароматам кварка, то получившиеся состояния следует отождествить с барионами. Читатель может теперь вернуться к табл. 2 барионных состояний, и обозначения  $S, M, A$  станут вполне ясны.

Таблица 7

Трехкварковая система: октетные состояния смешанной симметрии  $\Psi_{M,S}$ ,  $\Psi_{M,A}$  и антисимметричный синглет  $\Psi_A$

	$\Psi_{M,S}$	$\Psi_{M,A}$
$P$	$\frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du)u - 2uud]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ud - du)u$
$N$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du)d - 2ddu]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ud - du)d$
$\Sigma^+$	$\frac{1}{\sqrt{6}} [(us + su)u - 2uus]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (us - su)u$
$\Sigma^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}} \left[ s \left( \frac{du+ud}{\sqrt{2}} \right) + \left( \frac{dsu+usd}{\sqrt{2}} \right) - 2 \left( \frac{du+ud}{\sqrt{2}} \right) s \right]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \left( \frac{dsu+usd}{\sqrt{2}} \right) - s \left( \frac{ud+du}{\sqrt{2}} \right) \right]$
$\Sigma^-$	$\frac{1}{\sqrt{6}} [(ds + sd)d - 2dds]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} (ds - sd)d$
$\Lambda^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{dsu - usd}{\sqrt{2}} + \frac{s(du - ud)}{\sqrt{2}} \right]$	$\frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \frac{s(du - ud)}{\sqrt{2}} + \frac{usd - dsu}{\sqrt{2}} - \frac{2(ds - sd)s}{\sqrt{2}} \right]$
$\Xi^-$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} [(ds + sd)s - 2ssd]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} [(ds - sd)s]$
$\Xi^0$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} [(us + su)s - 2sus]$	$\frac{1}{\sqrt{2}} [(us - su)s]$
	$\Psi_A$	
$\Lambda^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}} [s(du - ud) + (usd - dsu) + (du - ud)s]$	

Замечание. Замена  $\bar{u} \leftrightarrow d$  связывает между собой  $P$  и  $N$ ;  $d \leftrightarrow s$  соответствуют  $P \leftrightarrow \Sigma^+$ ;  $u \leftrightarrow d$  и  $d \leftrightarrow s$  соответствуют  $N \leftrightarrow \Xi^-$ . В состоянии  $\Sigma^0$  кварки  $u$  и  $d$  имеют  $I = 1$ , тогда как в состоянии  $\Lambda^0$  мы имеем  $I = 0$ . Положение состояний в соответствующем октету действительные показано на рис. 2 гл. 2. Показано также антисимметричное синглетное состояние  $\Psi_A$ .

§ 4. ГРУППЫ  $SU(N)$  И СХЕМЫ ЮНГА

Рассмотрев пример  $SU(2)$  и обобщив его на группу  $SU(3)$ , мы показали, как составляются комбинации фундаментальных представлений, и сконструировали представления 1, 8, и 10 группы  $SU(3)$  для системы  $qqq$ . Теперь, считая, что существует четвертый кварковый аромат, мы должны были бы рассмотреть фундаментальный квартет  $(c, u, d, s)$  и, проделав шаги, аналогичные обсуждавшимся, получить  $SU(4)$ -представления системы  $qqq$ . Кроме того, мы можем построить  $SU(6)$ -представления, возникающие когда кварки  $u, d, s$  со спином  $1/2$  образуют фундаментальное представление  $u \uparrow, d \uparrow, s \uparrow, u \downarrow, d \downarrow, s \downarrow$  группы  $SU(6)$ . Прямым построением можно показать, что

$$6 \otimes \bar{6} = 1 \oplus 35, \quad (3.12)$$

$$6 \otimes 6 \otimes \bar{6} = 56 \oplus 70 \oplus 70 \oplus 20. \quad (3.13)$$

Далее можно было бы вычислить представления группы  $SU(8)$ , образуемые фундаментальным представлением  $c \uparrow, u \uparrow, d \uparrow, s \uparrow, c \downarrow, u \downarrow, d \downarrow, s \downarrow$ .

Вместо того чтобы действовать таким скучным образом снова и снова для каждой  $SU(N)$  группы, было бы намного красивее использовать какой-либо общий метод, применимый для произвольной группы  $SU(N)$  и дающий возможность легко вычислить размерности неприводимых представлений, возникающих из произведений других представлений группы. Элегантный и чрезвычайно быстрый способ вычисления дается схемами Юнга. Они имеют еще и то преимущество, что с ними забавно играть. Предположим, что нас интересует группа  $SU(N)$ . Фундаментальное представление будет обозначаться ячейкой

$$\square \quad (3.14)$$

$z$  столбец из  $N - 1$  ячеек будет обозначать сопряженное представление  $\bar{N}$ :

$$\left. \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \vdots \\ \square \end{array} \right\} \bar{N} \quad (3.15)$$

Поэтому для  $SU(2)$  мы имеем  $\square = 2$  или  $\bar{2}$ , но в  $SU(3)$

$$\square = 3, \quad \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = 3^* \quad (3.16)$$

и, таким образом, фундаментальное и сопряженное представления совпадают для группы  $SU(2)$ , но различаются для группы  $SU(3)$  и высших групп  $SU(N \geq 3)$ .

Схемы Юнга в виде одной строки соответствуют симметричным представлениям, а в виде одного столбца — антисимметричным.

Теперь допустим, что мы хотим получить произведение таких представлений. Мы можем добавить вторую ячейку к первой, образовав строку или столбец из двух ячеек (общие правила даны в работе [16]).

Размерности представлений, соответствующих строке и столбцу, даны ниже для  $SU(2)$  и  $SU(3)$  (мы уже видели, как вычислить эти размерности непосредственно):

$$\square \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

$$SU(2): 2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$$

$$SU(3): 3 \otimes 3 = 6 \oplus 3^*$$

$$SU(2): 2 \otimes 2 = 3 \oplus 1, \quad (3.17)$$

$$SU(3): 3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$$

В общем случае произведение двух фундаментальных представлений имеет ту же самую структуру строки или столбца. Обратившись к табл. 3 и 6, мы можем проверить симметрию и антисимметрию строчной и столбцовой структур.

Размерность любого представления группы  $SU(N)$  может быть представлена в виде числовой дроби, числитель и знаменатель которой определяются по соответствующей этому представлению схеме Юнга согласно приведенным ниже правилам.

**Числитель:** Рассмотрим схему Юнга для некоторого произведения представлений  $SU(N)$ ; поставим число  $N$  в каждую ячейку, находящуюся на главной диагонали (начинающейся с верхнего левого угла). На диагоналях, находящихся непосредственно выше и ниже главной, поставим числа  $N+1$  и  $N-1$ . На следующих

диагоналях поставим  $N+2$ ,  $N-2$  и т. д. Приведем для иллюстрации конкретный пример:

$N$	$N+1$	$N+2$
$N-1$	$N$	$N+1$
$N-2$	$N-1$	$N$
$N-3$		

Числитель нашей дроби равен произведению всех этих чисел.

**Знаменатель.** Для этого существует так называемое правило крюков. Каждой ячейке ставится в соответствие число  $D_i$ , определяемое следующим образом. Проведем линию, входящую в правый конец строки, в которой находится ячейка. Войдя в ячейку, эта линия поворачивает на  $90^\circ$  вниз и проходит по столбцу. Число  $D_i$ , сопоставляемое ячейке, равно числу ячеек, включая рассматриваемую, через которые проходит эта линия. Произведение всех  $D_i$  есть искомый знаменатель.

Для начала применим эти правила к вычислению размерностей уже встречавшихся нам представлений. Тривиально показывается, что  $\square$  действительно имеет размерность  $N$  (как и должно быть!) и что

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = \frac{N(N+1)}{2}; \quad \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \frac{N}{N-1} = \frac{N(N-1)}{2}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \quad (3.18)$$

так что окончательно имеем

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} = \frac{N(N+1)}{2} \oplus \frac{N(N-1)}{2} \quad (3.19)$$

Следовательно, при  $N = 2$  мы имеем правило умножения представлений  $2 \otimes 2 = 3 \oplus 1$ , которое уже было найдено в § 2 непосредственным вычислением. Для группы  $SU(3)$  мы находим, как и в § 3, что  $3 \otimes 3 = 6 \oplus 3$ . В случае  $SU(3)$  столбец из двух ячеек соответствует по правилу крючков представлению размерности  $\bar{3}$ , и мы узнаем в нем сопряженное представление (столбец из  $N - 1$  ячеек при  $N = 3$ ).

Проверьте в качестве упражнения, что в случае  $SU(N)$ -группы столбец из  $N$  ячеек соответствует синглетному представлению.

Займемся теперь исследованием комбинаций из трех объектов, принадлежащих  $SU(N)$ . Мы уже видели, что

$$\square \otimes \square = \square\square \oplus \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}, \quad (3.17)$$

так что теперь следует добавить еще одну ячейку к строке или столбцу. Подробные правила образования диаграмм содержатся в книге [16]. Здесь достаточно указать, что диаграммы не должны быть обращены вогнутостью вверх или влево вниз. Поэтому диаграммы

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}, \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}, \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}, \quad (3.18)$$

запрещены, а диаграмма

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \quad (3.19)$$

разрешена. Третью ячейку следует присоединить к двум предыдущим всеми возможными способами, удовлетворяющими этому правилу. Это дает следующие диаграммы:

$$\square\square \otimes \square = \square\square\square \oplus \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \quad (3.20)$$

$$= \frac{N(N+1)(N+2)}{6} \oplus \frac{(N-1)N(N+1)}{3}$$

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \otimes \square = \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \oplus \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \quad (3.21)$$

$$= \frac{N(N-1)(N-2)}{6} \oplus \frac{(N-1)(N+1)N}{3}$$

Рядом с соответствующими диаграммами указаны размерности представлений. В качестве упражнения вычислите эти размерности по изложенным выше правилам. Построение диаграмм облегчается, если заметить, что любая диаграмма для  $SU(N)$  не может иметь столбцов из более чем  $N$  ячеек. Поэтому при  $N = 2$  размерности таковы:

$$(2 \otimes 2) \otimes 2 = (4 \oplus 2) \oplus 2, \quad (3.22)$$

а столбец из трех ячеек исключается. При  $N = 3$  мы получаем

$$(3 \otimes 3) \otimes 3 = (10 \oplus 8) \oplus (8 \oplus 1). \quad (3.23)$$

Другими представляющими интерес для физики группами являются группы  $SU(4)$  и  $SU(6)$ , для которых

$$(4 \otimes 4) \otimes 4 = (20 \oplus 20) \oplus (20 \oplus 4), \quad (3.24)$$

$$(6 \otimes 6) \otimes 6 = (56 \oplus 70) \oplus (70 \oplus 20). \quad (3.25)$$

Если вы хотите пойти дальше и строить более сложные диаграммы (например,  $8 \otimes 8$  для  $SU(3)$ ), то вам необходимо знать все правила, которым должны удовлетворять допустимые диаграммы. Как только диаграммы построены, размерности представлений можно вычислить по изложенным выше общим правилам. Правила построения допустимых диаграмм можно найти в книге [16].

В качестве последнего примера мы объединим представления  $3$  и  $\bar{3}$  группы  $SU(3)$ , чтобы получить представления мезонов  $q\bar{q}$ . Получаем

$$\square \otimes \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \oplus \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \quad (3.26)$$

так как другие диаграммы, содержащие первоначальные одноклеточный и двухклеточный столбцы, будут обращены вогнутостью вверх:

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}, \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}$$

или влево вниз:



а потому запрещены.

Размерности находятся непосредственно и равны 1 и  $N-1$ . В общем случае  $SU(N)$  можно показать, что произведение  $N$  на  $\bar{N}$  дает диаграммы

$$\begin{array}{c} \square \end{array} \otimes \begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \vdots \\ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \end{array} (N-1) = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\ \vdots \\ \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \end{array} N \oplus (N-1) \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ \vdots \\ \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (3.27)$$

и потому  $N \otimes \bar{N} = 1 \oplus (N^2 - 1)$ .

Заметим, что если  $\psi$  принадлежит  $N$ -мерному фундаментальному представлению  $SU(N)$ , то  $\bar{\psi} \lambda \psi$  преобразуется как  $N^2 - 1$ -мерное регулярное представление, а  $\bar{\psi} \mathbf{1} \psi$  как синглет (гл. 2, § 2, п. «А», 4). Например, в  $SU(2)$ , где  $\lambda_i = \sigma_i$ , комбинации

$$\bar{\psi} \sigma_i \psi = ud; \quad \bar{\psi} \sigma_2 \psi = u\bar{u} - d\bar{d}; \quad \bar{\psi} \sigma_3 \psi = d\bar{u} \quad (3.28)$$

преобразуются как  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ . Синглет получается в результате взятия следа

$$\bar{\psi} \mathbf{1} \psi = u\bar{u} + d\bar{d}. \quad (3.29)$$

Это естественным образом приводит к представлениям мезонных состояний  $q\bar{q}$ .

## Глава 4

### $SU(6)$ : КВАРКИ СО СПИНОМ

#### § 1. МЕЗОНЫ

Кварк любого из трех ароматов ( $u, d, s$ ), будучи объединен с антикварком любого аромата ( $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ ), дает одно из девяти мезонных  $q\bar{q}$ -состояний. Существуют девять псевдоскалярных и девять векторных мезонов, соответствующих девяти возможным комбинациям ароматов (табл. 1). С точки зрения группы  $SU(3)$  не существует причин, по которым октетные представления должны дополняться синглетами. В кварковой модели это происходит естественно, и наблюдение нонетов ясно указывает на кварковую структуру, лежащую в основе адронов.

Встает только один вопрос: какие именно комбинации  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  и  $s\bar{s}$  соответствуют трем нейтральным состояниям  $\pi^0$ ,  $\eta^0$ ,  $\eta'^0$  или  $\rho^0$ ,  $\omega^0$ ,  $\phi^0$ ? Прежде всего рассмотрим более простой случай  $SU(2)$ , где двумя нейтральными состояниями были бы  $u\bar{u}$  и  $d\bar{d}$ . Состояние с изоспином  $I=0$  есть  $u\bar{u} + d\bar{d}$ , а состояние с  $I=1$  есть  $-u\bar{u} + d\bar{d}$ . Причину для такого выбора знаков можно обнаружить в формуле (2.32), где мы видели, что дублет ( $\bar{d}, -\bar{u}$ ) преобразуется как  $(u, d)$ . Состояние с  $I=1$  и  $I_z=0$ ,

Таблица 1

Нонет мезонов

	Заряд	Странность	Примеры
$u\bar{d}$	+1	0	$\pi^+$ $\rho^+$
$d\bar{u}$	-1	0	$\pi^-$ $\rho^-$
$u\bar{u}$	0	0	$\left\{ \begin{array}{l} \pi^0 \\ \eta^0 \\ \eta'^0 \end{array} \right\}$
$d\bar{d}$			
$s\bar{s}$			
$u\bar{s}$	+1	+1	$\left\{ \begin{array}{l} K^+ \\ K^{*+} \end{array} \right\}$
$d\bar{s}$			
$\bar{u}s$	-1	-1	$\left\{ \begin{array}{l} K^- \\ \bar{K}^{*0} \end{array} \right\}$
$\bar{d}s$			



содержащееся в произведении  $(u, d) \otimes (u, d)$ , было представлено в табл. 3 гл. 3 в виде

$$|I=1, I_z=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du) \quad (4.1)$$

Следовательно, в произведении  $(u, d) \otimes (d, -\bar{u})$  мы будем иметь

$$|I=1, I_z=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-u\bar{u} + d\bar{d}). \quad (4.2)$$

Поэтому ортогональная комбинация с  $I=0$  есть просто след произведения

$$\psi^* \psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d).$$

В случае  $SU(3)$  состояния  $s$  и  $\bar{s}$  имеют  $I=0$  в  $SU(2)$ -подгруппе. Поэтому состояние  $s\bar{s}$  может оказаться вместе с изоскалярным  $u\bar{u} + d\bar{d}$ , но не с изовектором  $d\bar{d} - u\bar{u}$ . Синглет по группе  $SU(3)$  есть очевидное обобщение  $SU(2)$ -синглета ( $I=0$ ), и поэтому в обозначениях ( $SU(3)$ ,  $SU(2)$ )

$$|1, 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}). \quad (4.3)$$

Так как изовектор не содержит  $s\bar{s}$ , мы имеем

$$|8, 3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}). \quad (4.4)$$

Третья возможная комбинация  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$ , ортогональная этим двум, есть <sup>1)</sup>

$$|8, 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}). \quad (4.5)$$

Псевдоскалярные и векторные реализации этих трех состояний обычно обозначаются так:

$$\begin{aligned} |8, 3\rangle &\equiv \pi^0, \rho^0, \\ |8, 1\rangle &\equiv \eta_8, \omega_8, \\ |1, 1\rangle &\equiv \eta_1, \omega_1. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Физические частицы  $\eta$  и  $X(\eta')$  представляют собой смесь  $\eta_{1,8}$ , а  $\omega$  и  $\phi$  — смесь  $\omega_{1,8}$ . Частицы  $\eta$  и  $\eta'$  есть почти чистые октет

<sup>1)</sup> Регулярное представление 8 группы  $SU(3)$  преобразуется как  $\phi\lambda, \psi$  [ $\phi\lambda, \psi$  в формуле (4.4),  $\phi\lambda, \psi$  в формуле (4.5)]. Синглет есть  $\psi\bar{\psi}$  [формула (4.3)]. См. также формулу (3.28).

и синглет. Физические частицы  $\omega$  и  $\phi$  оказываются «идеальными смесями»:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 \equiv s\bar{s}, \\ \omega &= \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_1 + \sqrt{\frac{1}{3}}\omega_8 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Этот вопрос подробнее рассматривается в § 3, п. «Б» и гл. 17, § 6.

#### А. G-четность

При записи  $SU(3)$ -состояний с указанием кварков и антикварков следует проявлять осторожность. Так,  $ud$ -состояние может быть либо

$$\psi_S \equiv |u(1)d(2) + d(1)u(2)\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (4.8)$$

либо

$$\psi_A \equiv |u(1)d(2) - d(1)u(2)\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (4.9)$$

где индексы  $S$  и  $A$  указывают свойства симметрии по отношению к перестановке индексов 1 и 2. В дальнейшем мы будем считать, что по индексам произведено упорядочение, поэтому

$$\psi_{S,A} \equiv |u\bar{d} \pm \bar{d}u\rangle \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (4.10)$$

Эти два состояния различаются своей  $G$ -четностью [ $G \equiv = C \exp(i\pi T_2)$ ]. Если  $T_2 = \frac{1}{2}\tau_2$ , то из (2.26) имеем

$$G = C i \tau_2 \equiv C \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $C$  — оператор зарядового сопряжения. Поэтому

$$u \xrightarrow{G} \bar{d} \xrightarrow{G} -u; \quad \bar{d} \xrightarrow{G} -u \xrightarrow{G} -d \quad (4.11)$$

(см. также гл. 2, § 2, п. «А», 3). Следовательно,

$$\begin{aligned} G\psi_S &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-\bar{d}u - u\bar{d}) \equiv -\psi_S, \\ G\psi_A &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-\bar{d}u + u\bar{d}) \equiv +\psi_A, \end{aligned} \quad (4.12)$$

и поэтому

$$\begin{aligned} \psi_S &\rightarrow G = -1 (\pi^+), \\ \psi_A &\rightarrow G = +1 (\rho^+). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Поэтому нейтральными состояниями являются

$$\begin{aligned}\varphi_S &: \frac{1}{2} \{ (d\bar{d} - u\bar{u}) + (d\bar{d} - \bar{u}u) \} = \pi^0, \\ \varphi_A &: \frac{1}{2} \{ (d\bar{d} - u\bar{u}) - (d\bar{d} - \bar{u}u) \} = \rho^0,\end{aligned}\quad (4.14)$$

которые представляют собой собственные состояния оператора зарядового сопряжения:

$$C\varphi_S^0 = +\varphi_S^0; \quad C\varphi_A^0 = -\varphi_A^0. \quad (4.15)$$

### Б. Учет спина кварков

Каким образом мезоны, построенные из кварков и антикварков, приобретают спин (внутренний угловой момент)?

Предположим сначала, что кварки и антикварки не обладают спином. Тогда кварк и антикварк в орбитальном  $S$ -состоянии образовали бы мезон с нулевым спином и положительной четностью, т. е. скалярный мезон. Если бы  $q$  и  $\bar{q}$  были в  $P$ -состоянии, то образовался бы векторный мезон. Система  $q, \bar{q}$  в  $D$ -состоянии дала бы мезоны с  $J = 2$  и т. д. Поскольку низшую энергию имеет, вероятно,  $S$ -состояние, мы предсказали бы, что мезонный спектр начинается со скалярного нонета. Следовало бы ожидать, что векторные  $P$ -состояния лежат несколько выше, мезоны с  $J = 2$  еще выше и т. д.

В действительности мезонный спектр не имеет ничего общего с этой картиной. Векторные мезоны имеют массы сравнимые или даже меньше, чем скалярные. Наиболее легкими мезонами являются псевдоскалярные ( $J^P = 0^-$ ), и такие состояния не могли бы возникнуть естественным образом, если бы мезоны были построены из скалярных кварков и антикварков. Наблюдаемый спектр мезонов возникает очень естественно, если кварки имеют спин  $1/2$ . Подробно это можно будет увидеть в гл. 5. Здесь же мы примем это как факт и рассмотрим волновые функции  $q$  и  $\bar{q}$ -состояний, образованных из кварков со спином  $1/2$ .

Тот факт, что наиболее легкие нонеты оказываются псевдоскалярными и векторными, согласуется с картиной спаривания кварка и антикварка (каждый с  $S = 1/2$ ) в состоянии со спином 0 и 1. Спинные волновые функции могут быть получены непосредственно из табл. 3 гл. 3, если заменить  $u, d$  стрелками  $\uparrow, \downarrow$  (которые обозначают кварки со спином вверх и вниз относительно оси  $z$ ).

Мы будем обозначать триплетную спиновую волновую функцию через  $\chi_S$ , а синглетную — через  $\chi_A$  (индекс указывает симметрию состояния). Объединяя их с унитарными  $SU(3)$ -волновыми функ-

циями, мы получаем следующие возможные симметрии  $\chi\chi$  по отношению к перестановке индексов 1 и 2:

$$\text{Симметричные: } \varphi_S \chi_S, \quad \varphi_A \chi_A. \quad (4.16)$$

$$\text{Антисимметричные: } \varphi_S \chi_A, \quad \varphi_A \chi_S. \quad (4.17)$$

Ясно, что система  $0^-, 1^-$  соответствует полностью антисимметричным комбинациям, так как для нейтральных собственных состояний оператора  $C$  мы имеем.

$$\begin{aligned}\varphi_S \chi_A &= |C = +1, S = 0\rangle \sim \pi^0, \\ \varphi_A \chi_S &= |C = -1, S = 1\rangle \sim \rho^0.\end{aligned}\quad (4.18)$$

Таблица 2

Волновые функции системы  $q\bar{q}$  с определенной  $G$ -четностью

$\frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{s} \pm \bar{s}u)$	$K^+ (K^{*+})$
$\frac{1}{\sqrt{2}} (d\bar{s} \pm \bar{s}d)$	$K^0 (K^{*0})$
$-\frac{1}{\sqrt{2}} (s\bar{u} \pm \bar{u}s)$	$K^- (K^{*-})$
$-\frac{1}{\sqrt{2}} (s\bar{d} \pm \bar{d}s)$	$\bar{K}^0 (\bar{K}^{*0})$
$\frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{d} + \bar{d}u)$	$\pi^+ (\rho^+)$
$-\frac{1}{\sqrt{2}} (d\bar{u} + \bar{u}d)$	$\pi^- (\rho^-)$
$\frac{1}{2} \{ (d\bar{d} - u\bar{u}) \pm (d\bar{d} - \bar{u}u) \}$	$\pi^0 (\rho^0)$
$\frac{1}{2\sqrt{6}} \{ (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \pm (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \}$	$\eta_S^0 (\omega_S^0)$
$\frac{1}{\sqrt{6}} \{ (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \pm (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \}$	$\eta_A^0 (\omega_A^0)$

Замечание: Для этих состояний  $C\pi^+ = -\pi^+$ ,  $C\rho^+ = \rho^+$ ; странное состояние определено аналогично. Нейтральные состояния  $\varphi_S, \varphi_A$  имеют значения  $C = +1, -1$ . Заметим, что  $\chi^+ = d, \chi^- = -u$ . Состояние  $\bar{b}$  есть  $\varphi_S$ , состояние  $1^-$  есть  $\varphi_A$ .

Поэтому мезонные состояния таковы:

$$\begin{aligned} & \varphi_1^S \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\Pi_1 - \Pi_2) \right\rangle, \\ & \varphi_1^A \left| \Pi_1 \right\rangle, \quad \varphi_1^A \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (\Pi_1 + \Pi_2) \right\rangle, \quad \varphi_1^A \left| \Pi_2 \right\rangle, \end{aligned} \quad (4.19)$$

где состояния с  $s_i = 0$  (синглет) и с  $s_i = 1 \dots 8$  (октет) — состояния, представленные в табл. 2. Покажите в качестве упражнения, что для этих состояний выполняется соотношение  $G = C(-1)^F$ .

Эти свойства возникают как следствие выбора антисимметричных  $\varphi_{S_i \lambda_i}$ , который эквивалентен антикоммутации операторов рождения или уничтожения кварков (антикварков).

## § 2. БАРИОНЫ

Взяв фундаментальное представление  $(u, d, s)$  группы  $SU(3)$  и объединив его с представлением  $(\uparrow, \downarrow)$  группы  $SU(2)$ , можно образовать шестимерное фундаментальное представление группы  $SU(6)$ :  $u\uparrow, d\uparrow, s\uparrow, u\downarrow, d\downarrow, s\downarrow$ , [17]. Физически в кварковой модели внутренние  $SU(3)$ -степени свободы умножаются на  $SU(2)$ -спиновые. В случае мезонов мы уже видели, что возникают нонеты  $0^-$  и  $1^-$ , образующие представления  $1 \oplus 35$  произведения  $6 \otimes 6$  представлений группы  $SU(6)$ . Барионы алгебраически намного сложнее. Чтобы облегчить дело, я просто приведу следующие правила для объединения состояний различной перестановочной симметрии, и вы можете проверить их, непосредственно выписав состояния. Обозначив симметричные, смешанные и антисимметричные состояния через  $S, M, A$ , имеем следующие правила умножения:

	S	M	A	
S	S	M	A	(4.21)
M	M	S, M, A	M	

Вспоминая, что  $SU(3)$ -состояния барионов есть  $10_S, 8_M$  и  $1_A$  [формула (3.11) и табл. 7 гл. 3], мы получаем, например, что состояние  $10$  со спином  $3/2$  [4 в  $SU(2)$ ] должно быть полностью симметричным, а состояние  $10$  со спином  $1/2$  [2 в  $SU(2)$ ] полностью смешанное и т. д.

Чтобы проклассифицировать состояния по отношению к  $SU(6)$ , мы соберем вместе симметричные состояния, затем смешанные и, наконец, антисимметричные. Они выписаны ниже вместе со свой-

ми размерностями по  $SU(3)$ - и  $SU(2)$ -подгруппам. Полное число таких состояний дано справа [например,  $(10 \otimes 4) \oplus \oplus (8 \otimes 2) = 56$ ].

$$S: (10, 4) + (8, 2) = 56, \quad (4.22)$$

$$M: (10, 2) + (8, 4) + (8, 2) + (1, 2) = 70, \quad (4.23)$$

$$A: (8, 2) + (1, 4) = 20. \quad (4.24)$$

Мы можем непосредственно проверить эти результаты, используя метод схем Юнга. Объединение трех фундаментальных представлений группы  $SU(6)$  даст

$$\begin{aligned} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} &= \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\ 6 \otimes 6 \otimes 6 &= 56 \oplus 70 \oplus 70 \oplus 20 \end{aligned} \quad (4.25)$$

откуда видно, что имеются представления  $56_S, 70_{M,S}, 70_{M,A}$  и  $20_A$ .

В кварковой модели можно выписать эти волновые функции, явно указывая их  $SU(3)$ - и  $SU(2)$ -структуру. Рассмотрим, например, барион  $\Delta^+$  ( $uud$ ) с  $S_z = 1/2$  ( $\uparrow\uparrow\downarrow$ ). Полностью симметричная волновая функция группы  $SU(6)$  есть

$$\frac{1}{3} \left\{ \begin{aligned} & u\uparrow u\uparrow d\downarrow + u\uparrow d\uparrow u\downarrow + d\uparrow u\uparrow u\downarrow \\ & + u\uparrow u\downarrow d\uparrow + u\uparrow d\downarrow u\uparrow + d\uparrow u\downarrow u\uparrow \\ & + u\downarrow u\uparrow d\uparrow + u\downarrow d\uparrow u\uparrow + d\downarrow u\uparrow u\uparrow \end{aligned} \right\}. \quad (4.26)$$

Разложение по  $SU(3) \otimes SU(2)$  есть

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (uud + udu + duu) \frac{1}{\sqrt{3}} (\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3), \quad (4.27)$$

где кварки расположены по порядку 1, 2, 3 и взяты все возможные комбинации, для того чтобы получить волновую функцию (4.26).

Полный набор комбинаций дается табл. 3 вместе с табл. 7 из гл. 3, содержащей  $SU(3)$ -волновые функции  $\varphi_{S, M_S, M_A, A}$  и табл. 4 гл. 3  $SU(2)$ -волновых функций состояний  $\chi_{S, M_S, M_A}$ . Состояния, обозначенные индексом  $S$ , полностью симметричны [представление  $56$  группы  $SU(6)$ ].

Частью  $56$ -плета (нарушенной) группы  $SU(6)$  являются дуплет с  $J^P = 3/2^+$ , содержащий  $\Delta(1236)$ , и октет с  $J^P = 1/2^+$ , содержащий нуклон. Если  $56$  есть низшее представление спектра

Таблица 3

$$\begin{array}{l}
 S: \quad \varphi_{S^2} = (10, 4) \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{M, S^2 M, S} + \varphi_{M, A^2 M, A}) = (8, 2) \\
 \\
 M_S: \varphi_{S^2 M, S} = (10, 2) \quad M_A: \varphi_{S^2 M, A} = (10, 2) \\
 \varphi_{M, S^2 S} = (8, 4) \quad \varphi_{M, A^2 S} = (8, 4) \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} (-\varphi_{M, S^2 M, S} + \varphi_{M, A^2 M, A}) = (8, 2) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{M, S^2 M, A} + \varphi_{M, A^2 M, S}) = (8, 2) \\
 \varphi_{A^2 M, A} = (1, 2) \quad \varphi_{A^2 M, S} = (1, 2) \\
 \\
 A: \quad \varphi_{A^2 S} = (1, 4) \\
 \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{M, S^2 M, A} - \varphi_{M, A^2 M, S}) = (8, 2)
 \end{array}$$

Замечание: Объединение состояний с симметрией  $SU(3)$  и состояний с симметрией  $SU(2)$  приводит к образованию  $SU(6)$  состояний, которые классифицируются по типам симметрии по отношению к перестановке частиц. Состояния  $S$  являются симметричными и имеют размерность 56. Имеется также для представления смешанной симметрии размерности 70 и антисимметричного представления 20. Другие выражения для  $SU(3)$  и  $SU(2)$  волновых функций даны в табл. 7 и 4 гл. 3.

барнионов, то связь  $J = 3/2$  с октетом, а не с декуплетом представляется естественной, так же как отсутствие синглетного состояния и следующее отсюда отсутствие нонетной структуры для нуклона и его семейства.

Состояния с отрицательной четностью и массами в районе 1500–1700 МэВ принадлежат 70-плету. На опыте установлены по меньшей мере нестранные компоненты 70-плета с  $J^P$  и  $(SU(3), SU(2))$ -структурой

$$(10, 2) \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-; (8, 2) \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-; (8, 4) \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-. \quad (4.28)$$

Примером состояний  $(1, 2) \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$  является синглет  $\Lambda(1405)$ , отмечавшийся ранее как пример наименьшего по массе барнионного синглета.

$SU(6)$ -групповая структура не объясняет ни того, почему наименьшим по массе мультиплетом является 56, ни того, почему по мере увеличения массы чередуются мультиплеты с положительной и отрицательной четностями. Эти вопросы будут рассмотрены

в гл. 5, § 1 вместе с детальным описанием состояний 70-плета. Вначале мы покажем, как использовать  $SU(6)$ -волновые функции (табл. 3) при вычислениях.

### § 3. ПРИМЕРЫ ПРОСТЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

#### А. Заряды и магнитные моменты нуклонов

Нуклоны принадлежат представлению 56 группы  $SU(6)$ , а волновая функция октетных состояний имеет вид (табл. 3)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{M, S^2 M, S} + \varphi_{M, A^2 M, A}), \quad (4.29)$$

где  $\varphi$  — унитарные, а  $\chi$  — спиновые волновые функции, явный вид которых указан в табл. 7 и 4 гл. 3.

Заряды нуклонов таковы:

$$\begin{pmatrix} \text{протон} \\ \text{нейтрон} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{M, S^2 M, S} + \varphi_{M, A^2 M, A}) |e_i| \varphi_{M, S^2 M, S} + \varphi_{M, A^2 M, A} \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (4.30)$$

где  $\varphi$  — протон или нейтрон, а  $e_i$  — оператор заряда  $i$ -го кварка.

В этом месте можно, используя симметрию полной волновой функции, произвести замену

$$\sum_{i=1}^3 (\dots |e_i| \dots) \rightarrow 3 (\dots |e_{(3)}| \dots), \quad (4.31)$$

так как в наших волновых функциях кварковый номер 3 всегда выделен (они симметричны или антисимметричны по индексам  $(1, 2)$ , но имеют смешанную симметрию по индексам  $(1, 3)$  и  $(2, 3)$ ). Поэтому мы имеем

$$\begin{pmatrix} e_P \\ e_N \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \{ (\varphi_{M, S} | e_{(3)} | \varphi_{M, S}) + (\varphi_{M, A} | e_{(3)} | \varphi_{M, A}) \}, \quad (4.32)$$

причем мы использовали соотношение ортонормированности спиновых волновых функций

$$\langle \chi_{M, S} | \chi_{M, S} \rangle = \langle \chi_{M, A} | \chi_{M, A} \rangle = 1; \quad \langle \chi_{M, S} | \chi_{M, A} \rangle = 0. \quad (4.33)$$

Теперь остается только вычислить средние значения оператора кваркового заряда по унитарным волновым функциям. Написав

$$e_{(3)} \equiv Q \left( \frac{2}{3} \text{ или } -\frac{1}{3} \right), \quad (4.34)$$

где  $Q$  есть заряд в единицах  $e$ , имеем

$$\langle \Psi_{M,s}^P | e_{(3)} | \Psi_{M,s}^P \rangle \equiv \frac{1}{6} \langle udu + duu - 2uud | e_{(3)} | udu + duu - 2uud \rangle = \frac{1}{6} \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + 4 \left( -\frac{1}{3} \right) \right) Q = 0, \quad (4.35)$$

$$\langle \Psi_{M,A}^P | e_{(3)} | \Psi_{M,A}^P \rangle \equiv \frac{1}{2} \langle udu - duu | e_{(3)} | udu - duu \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) Q = \frac{2}{3} Q. \quad (4.36)$$

Поэтому

$$e_{\text{протон}} = \frac{3}{2} \left( 0 + \frac{2}{3} Q \right) \equiv Q. \quad (4.37)$$

Аналогичным образом для нейтрона находим

$$\langle \Psi_{M,s}^N | e_{(3)} | \Psi_{M,s}^N \rangle = \frac{1}{3} Q = \frac{1}{3}, \quad (4.38)$$

$$\langle \Psi_{M,A}^N | e_{(3)} | \Psi_{M,A}^N \rangle = -\frac{1}{3} Q = -\frac{1}{3}, \quad (4.39)$$

и, следовательно,

$$e_{\text{нейтрон}} = 0. \quad (4.40)$$

Равенство нулю матричного элемента  $\langle \Psi_{M,s}^P | e_{(3)} | \Psi_{M,s}^P \rangle$  приводит к интересным правилам отбора (правилам отбора Мурхауза) для электромагнитных взаимодействий протонов (гл. 7) [18].

Покажите в качестве упражнения, что средние значения спиновых операторов таковы:

$$\begin{aligned} \langle \chi_{M,s}^{\uparrow} | \sigma_+^{(3)} | \chi_{M,s}^{\uparrow} \rangle &= \langle \chi_{M,s}^{\uparrow} | \sigma_2^{(3)} | \chi_{M,s}^{\uparrow} \rangle = -\frac{1}{3}, \\ \langle \chi_{M,A}^{\uparrow} | \sigma_2^{(3)} | \chi_{M,A}^{\uparrow} \rangle &= \langle \chi_{M,A}^{\uparrow} | \sigma_+^{(3)} | \chi_{M,A}^{\uparrow} \rangle = 1, \\ \langle \chi_{M,A}^{\uparrow} | \sigma_2^{(3)} | \chi_{M,A}^{\uparrow} \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Затем, рассматривая средние значения оператора магнитного момента  $\sum_{i=1}^3 \mu_i \sigma_{iz}$  по протонным и нейтронным волновым функциям, покажите, что  $\mu \equiv \mu_p$  и

$$\frac{\mu_p}{\mu_N} = -\frac{3}{2}. \quad (4.42)$$

Заметим, что этот результат находится в замечательном согласии с экспериментом, который дает

$$\frac{\mu_p}{\mu_N} = -\frac{2,79}{1,91}. \quad (4.43)$$

Более подробно магнитные моменты барионов рассмотрены в гл. 7, § 1.

## Б. Радиационные переходы векторных мезонов в скалярные

Для векторного нонета мезонов волновые функции имеют вид  $\Psi_{A\lambda S}$ , а для скалярного —  $\Psi_S \chi_A$  [формула (4.18)]. Чтобы произошел переход, требуется наличие спинового оператора, поскольку  $\langle \chi_A | \chi_S \rangle = 0$ . Поэтому оператор перехода  $V \rightarrow P\gamma$  включает в себя  $\sum_{i=1}^3 e_i \sigma_i$  ( $S \equiv {}^1_2 S$ ) и, следовательно, пропорционален магнитному моменту кварка (см. также гл. 7, § 1; гл. 12 [19–21]).

Если вектор поляризации испущенного фотона обозначить через  $\epsilon$ , то матричный элемент перехода  $V \rightarrow P\gamma$  может быть записан в виде

$$M = \langle \Psi_{A\lambda S} | \sum_{i=1}^3 e_i \mu_i \sigma_i \cdot \epsilon | \Psi_S \chi_A \rangle, \quad (4.44)$$

где  $\psi$  и  $\chi$  — унитарная и спиновая волновые функции, а  $\mu_i$  — магнитный момент кварка. Мы возьмем  $\mu_u = \mu_c = \mu$ , но предположим нарушение SU(3)-симметрии и положим  $\mu_S \approx \frac{2}{3} \mu_{u,d}$  при рассмотрении переходов  $K^* \rightarrow K\gamma$ .

Мы точно вычислим матричные элементы радиационных переходов для случая, когда  $V$  и  $\gamma$  имеют  $J_z = +1$ , где  $z$  — коллинеарная ось, определяемая распадом  $V \rightarrow P\gamma$ , а фотон движется вдоль ее положительного направления. Тогда

$$\epsilon = -\frac{1}{\sqrt{2}} (1, i, 0),$$

$$\sigma \cdot \epsilon = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_x + i\sigma_y) \equiv \sqrt{2} \sigma_+$$

Теперь мы можем написать в явном виде формулу (4.44) для распада  $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$ :

$$M = -\sqrt{2} \mu \left\langle \left( \frac{dd + uu}{2} - \frac{dd + \bar{u}\bar{u}}{2} \right) \left| \left| \sigma_+^{\uparrow} \epsilon_1 + \sigma_+^{\downarrow} \epsilon_2 \right| \left( \frac{dd - uu}{2} + \frac{dd - \bar{u}\bar{u}}{2} \right) \left( \frac{1\uparrow - 1\downarrow}{\sqrt{2}} \right) \right\rangle. \quad (4.45)$$

Здесь мы предположили, что  $\omega$  есть «идеально смешанная» комбинация состояний  $\omega_1$  и  $\omega_8$ , не содержащая  $s\bar{s}$  [см. формулу (4.7) в гл. 17, § 6]. Представим (4.45) в виде

$$M = -\sqrt{2} \mu \left\langle \left( \frac{dd + uu}{2} - \frac{dd + \bar{u}\bar{u}}{2} \right) \left| \epsilon_1 \right| \left( \frac{dd - uu}{2} + \frac{du - \bar{u}\bar{u}}{2} \right) \right\rangle \times \left\langle \left| \left| \sigma_+^{\uparrow} \right| \left( \frac{1\uparrow - 1\downarrow}{\sqrt{2}} \right) \right| + (1 \leftrightarrow 2) \right\rangle. \quad (4.46)$$

Затем убедимся, что

$$\langle \psi_A^0 | e_1 | \psi_S^0 \rangle \equiv - \langle \psi_A^0 | e_2 | \psi_S^0 \rangle = -\frac{1}{2}, \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \langle \chi_S(S_z=1) | \sigma_1^+ | \chi_A(S_z=0) \rangle &= \\ &= - \langle \chi_S(S_z=1) | \sigma_2^+ | \chi_A(S_z=0) \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

и поэтому

$$\langle e_1 \sigma_1^+ + e_2 \sigma_2^+ \rangle \equiv 2 \langle e_1 \sigma_1^+ \rangle. \quad (4.49)$$

Здесь используется, что волновые функции  $\omega$  и  $\pi^0$  имеют определенные  $G$ -четности. Поэтому

$$M(\omega_{J_z=1} \rightarrow \pi^0 \gamma) \equiv -\mu. \quad (4.50)$$

Существует и другой способ вычислений, при котором не требуется выписывать волновые функции с определенной  $G$ -четностью, если  $e_1 \sigma_1^+$  и  $e_2 \sigma_2^+$  вычисляются отдельно, а формула (4.49) явно не используется. Такой метод чаще всего встречается в литературе, и поэтому мы покажем, как он связан с изложенным выше.

Запишем  $SU(3)$ -части волновых функций в виде

$$\omega^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}), \quad \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}), \quad (4.51)$$

так чтобы  $\rho^0$  и  $\pi^0$  различались только своими спиновыми волновыми функциями. Формула (4.45) заменяется теперь формулой

$$M = -\frac{1}{\sqrt{2}} \mu \left\langle \frac{(u\bar{u} + d\bar{d})}{\sqrt{2}} \left| e_1 \sigma_1^+ + e_2 \sigma_2^+ \right| \frac{(d\bar{d} - u\bar{u})}{\sqrt{2}} \frac{(|1-1\rangle)}{\sqrt{2}} \right\rangle. \quad (4.52)$$

и

$$\langle e_1 \sigma_1^+ \rangle = \langle e_2 \sigma_2^+ \rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}. \quad (4.53)$$

Поэтому мы снова получаем формулу (4.50):

$$M(\omega_{J_z=1} \rightarrow \pi^0 \gamma) \equiv -\mu.$$

Аналогичное вычисление можно провести для  $\omega$  ( $J_z = -1$ ), и, конечно, матричный элемент также равен  $-\mu$ . Состояние  $\omega$  ( $J_z = 0$ ) не может распадаться с испусканием реального фотона (который обязательно имеет  $J_z = \pm 1$ ). Поэтому после суммирования по конечным состояниям и усреднения по начальным мы имеем

$$\sum_{\text{спины}} |M|^2 = \frac{2}{3} \mu^2,$$

т. е. формулу (9) работы [20]. Чтобы перейти отсюда к вычисленным интенсивностям распадов, необходимо выяснить, какой фазо-

вый объем должен быть использован — релятивистский или нерелятивистский [20, 22]. Наблюдаемая интенсивность распадов совместима с равенством  $\mu = \mu_{\text{нелатон}}$ , которое согласуется с результатом вычисления протонного магнитного момента. Такая связь между *барионными* магнитными моментами и *мезонными* магнитными переходами есть отличительный результат *кварковой модели* и не объясняется никакой известной схемой симметрии самой по себе.

Прежде чем продолжать, мы сделаем замечание относительно условия, принятого в формуле (4.51) и в последующих расчетах. Мы приняли здесь это условие, поскольку оно существенно облегчает работу. Иногда приходится проводить вычисления, в которых существенны относительные фазы двух частиц из разных мультиметов (так, например,  $\pi$  есть состояние  $S=0, L=0$ , а  $B$  — состояние  $S=0, L=1$ ; см. табл. 1 и 2 гл. 5), и в этих случаях должны использоваться непосредственно полные волновые функции с определенной  $G$ -четностью. Не надо думать, что соотношение вида (4.53) справедливо для любого оператора  $\hat{O}$ , т. е. имеет вид  $\langle \hat{O}_1 \rangle = \langle \hat{O}_2 \rangle$ , и пытаться обходить прямое вычисление; в общем случае это неверно (например, электрический заряд мезона  $\pi^0$  равен нулю вследствие равенства  $\langle e_1 \rangle = -\langle e_2 \rangle$ ).

Мы можем теперь вычислить матричные элементы распадов  $V \rightarrow P\gamma$  для всех частиц нонета и сравнить их с распадом  $\omega \rightarrow \pi\gamma$ . Первым рассмотрим распад  $\varphi \rightarrow \pi\gamma$ . В предположении идеального смешивания, принятом выше для  $\omega$ , имеем  $\varphi \equiv s\bar{s}$ . Поэтому

$$M(\varphi \rightarrow \pi\gamma) \propto \langle s\bar{s} | e_1 | -u\bar{u} + d\bar{d} \rangle \equiv 0. \quad (4.54)$$

Распад  $\varphi \rightarrow \pi\gamma$  действительно очень сильно подавлен по сравнению с распадом  $\omega \rightarrow \pi\gamma$ :

$$\frac{\Gamma(\varphi \rightarrow \pi\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)} \approx 6 \cdot 10^{-2}, \quad (4.55)$$

и этим подтверждается предположение об идеальном смешивании и уравнение (4.54).

Распад  $\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$  отличается от распада  $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$  только изоспиновым состоянием. Поэтому

$$\frac{M(\rho \rightarrow \pi\gamma)}{M(\omega \rightarrow \pi\gamma)} \equiv \frac{\langle -u\bar{u} + d\bar{d} | e_1 | -u\bar{u} + d\bar{d} \rangle}{\langle u\bar{u} + d\bar{d} | e_1 | -u\bar{u} + d\bar{d} \rangle} = \frac{1}{3}, \quad (4.56)$$

откуда следует предсказание для ширины распадов

$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma) = \frac{1}{9} \Gamma(\omega \rightarrow \pi^0 \gamma), \quad (4.57)$$

поскольку фазовые объемы этих распадов совпадают ( $m_\omega \approx m_\rho$ ). Экспериментальная ситуация сейчас довольно неясная, но име-

ются некоторые указания на то, что ширина распада  $\rho \rightarrow \pi\gamma$  слишком мала. Теоретически этот вопрос исследовался в работах [23—25].

Распады  $K^* \rightarrow K\gamma$  весьма интересны с точки зрения нарушения  $SU(3)$ -симметрии. В частности, мы определим отношение ширины распадов нейтральных  $K^0(d\bar{s})$  и заряженных  $K^+(u\bar{s})$  мезонов. Если  $\mu_i$  — магнитный момент  $i$ -го кварка, то

$$\frac{M(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{M(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = \frac{\langle d\bar{s} || |e_1\mu_1\sigma_1^z + e_2\mu_2\sigma_2^z| |d\bar{s} (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \rangle}{\langle u\bar{s} || |e_1\mu_1\sigma_1^z + e_2\mu_2\sigma_2^z| |u\bar{s} (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \rangle} \equiv \quad (4.58)$$

$$\equiv \frac{\mu_s + \mu_d}{\mu_s - 2\mu_u}. \quad (4.59)$$

Если бы  $SU(3)$ -симметрия была точной, то мы бы имели

$$\mu_s \equiv \mu_{u,d} \rightarrow \frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = 4. \quad (4.60)$$

В качестве крайнего примера предельного нарушения симметрии  $SU(3)$  рассмотрим случай  $\mu_s \rightarrow 0$ . Тогда

$$\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} = \frac{1}{4} \quad (4.61)$$

(вносят вклад только кварки  $d$  и  $u$ ). На опыте <sup>3)</sup>  $\mu_s \approx 2/3\mu_u$  и потому

$$\frac{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0\gamma)}{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+\gamma)} \approx 1,3. \quad (4.62)$$

Экспериментально ширина распада равна  $75 \pm 35$  кэВ для  $K^{*0} \rightarrow K^0\gamma$  и меньше 80 кэВ для  $K^{*+} \rightarrow K^+\gamma$ .

Это нарушение симметрии особенно интересно в случае группы  $SU(4)$  и очарованных частиц. Очарованный кварк настолько тяжелее остальных, что можно, по-видимому, принять  $\mu_c \ll \mu_{u,d}$  (гл. 17). Отсюда следует предсказание

$$\frac{\Gamma(D^{*0}(cu) \rightarrow D^0\gamma)}{\Gamma(D^{*+}(cd) \rightarrow D^+\gamma)} = 4, \quad (4.63)$$

поскольку очарованный кварк не играет никакой роли.

Оставаясь в рамках  $SU(3)$ -симметрии, можно исследовать распады  $V \rightarrow P\gamma$ , где  $P$  есть  $\eta$  или  $\eta'$ . Для этого надо знать, как смешиваются синглет и октет в системе  $\eta - \eta'$ . Если мы определим угол  $\theta$  равенствами

$$\begin{aligned} \eta &= (\cos \theta) \eta_8 + (\sin \theta) \eta_1, \\ X(\eta') &= -(\sin \theta) \eta_8 + (\cos \theta) \eta_1. \end{aligned} \quad (4.64)$$

<sup>3)</sup> См. гл. 7, § 1.

то, взяв  $\mu_{u,d,s} = 1$ , мы можем использовать волновые функции из табл. 2 и описанным выше способом получить следующие матричные элементы:

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow \pi\gamma &= 1, & \omega \rightarrow \eta\gamma &= \frac{1}{3\sqrt{3}} (\cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta), \\ \rho \rightarrow \pi\gamma &= \frac{1}{3}, & \rho \rightarrow \eta\gamma &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta), \\ \varphi \rightarrow \pi\gamma &= 0, & \varphi \rightarrow \eta\gamma &= \frac{2}{3\sqrt{3}} (-\sqrt{2} \cos \theta + \sin \theta), \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$X \rightarrow \omega\gamma = \frac{1}{3\sqrt{3}} (\sqrt{2} \cos \theta - \sin \theta),$$

$$X \rightarrow \rho\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{2} \cos \theta - \sin \theta),$$

$$\varphi \rightarrow X\gamma = \frac{2}{3\sqrt{3}} (\cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta).$$

В качестве упражнения проверьте эти соотношения и посмотрите, как они изменятся при  $\mu_s \neq \mu_{u,d}$ .

Особенно интересный случай соответствует выбору состояния

$$V_\gamma = \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \frac{2}{3} u\bar{u} - \frac{1}{3} d\bar{d} - \frac{1}{3} s\bar{s} \right), \quad (4.66)$$

которое преобразуется подобно фотону. Тогда может быть найдена ширина распада  $M \rightarrow \gamma\gamma$ , если она известна для  $V_\gamma \rightarrow M\gamma$  ( $M = \pi^0, \eta, X$ ). Матричный элемент вычисляется указанным выше способом и имеет вид

$$\begin{aligned} M &= -\sqrt{2} \mu \left\langle \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \frac{2}{3} u\bar{u} - \frac{1}{3} d\bar{d} - \frac{1}{3} s\bar{s} \right) || |e_1\sigma_1^z + e_2\sigma_2^z| \times \right. \\ &\quad \times \left. \frac{(dd - uu)}{\sqrt{2}} \left( \frac{|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \right) \right\rangle = \\ &= -\sqrt{2} \mu \left( \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right) \left( \frac{1}{9} - \frac{4}{9} \right) (-1) \times 2 \\ &\quad \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \langle e_1 | & \langle \sigma_1^z | & \langle e_2\sigma_2^z | \end{matrix} = \langle e_2\sigma_2^z |. \end{aligned} \quad (4.67)$$

а потому

$$M_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} \propto -\frac{\mu}{\sqrt{3}}. \quad (4.68)$$

Для  $\eta_8, \eta_1$  аналогично находим

$$M_{\eta_8 \rightarrow \gamma\gamma} = -\frac{1}{\sqrt{3}} M_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}. \quad (4.69)$$

$$M_{\eta_1 \rightarrow \gamma\gamma} = -2 \sqrt{\frac{2}{3}} M_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}. \quad (4.70)$$

Эти соотношения легче всего проверить сравнением матричных элементов оператора  $e_1$  между  $V_7$  и нормированными состояниями  $\eta_{1,8}$  и  $\pi$ . Например:

$$\begin{aligned} \frac{\langle V_7 | e_1 | \eta_{1,8} \rangle}{\langle V_7 | e_1 | \pi^0 \rangle} &= \frac{(2uu - dd - ss) \langle e_1 | uu + dd - 2ss \rangle (1/\sqrt{6})}{(2uu - dd - ss) \langle e_1 | (-uu + dd) \rangle (1/\sqrt{2})} = \\ &= \frac{(4+1-2)(1/\sqrt{6})}{(-4+1)(1/\sqrt{2})} = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \quad (4.71)$$

откуда следует формула (4.69).

В результате для произвольной смеси  $\eta_1$  и  $\eta_8$ , заданной уравнением (4.64), отношение матричных элементов для распадов  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  и  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  будет равно

$$\frac{M(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}{M(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} = -\frac{1}{\sqrt{3}} (\cos\theta + 2\sqrt{2} \sin\theta). \quad (4.72)$$

Фазовый объем пропорционален кубу массы псевдоскалярного мезона. Учитывая, что  $(m_\eta/m_\pi)^3 \approx 60$ , получаем

$$\frac{\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} = 20 (\cos\theta + 2\sqrt{2} \sin\theta)^3. \quad (4.73)$$

На опыте это отношение равно  $\sim 30$ , и поэтому  $\eta \approx \eta_8$ . Аналогичные выводы следуют из сравнения распадов  $\eta' \rightarrow \gamma\gamma$  и  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ , причем используется принцип доминантности векторных мезонов. Было установлено, что хорошее описание всех радиационных распадов достигается при  $\theta \approx 15^\circ$ .

#### § 4. РАСЩЕПЛЕНИЕ МАСС В АДРОННЫХ СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТАХ

В изоспиновых  $SU(2)$ -мультиплетах наблюдаются небольшие расщепления масс между протоном и нейтроном,  $\pi^+$  и  $\pi^0$ . Эти расщепления — порядка 1%, и с точки зрения кварковой модели можно предположить, что они имеют электромагнитное происхождение. Например, фотонный обмен между составляющими частицу кварками приводит к вкладу в полную энергию (массу), пропорциональному зарядам этих кварков. Этот вклад для  $\pi^+$  отличается от вклада для  $\pi^0$ , что приводит к разности масс относительного порядка  $\alpha \approx e^2/4\pi \approx 0,01$ . Более подробно электромагнитное расщепление масс рассматривается в гл. 17, § 5.

В  $SU(3)$ -мультиплетах расщепление масс намного сильнее; так, например, массы векторных мезонов  $\rho$ ,  $K^*$ ,  $\varphi$  различаются примерно на 300 МэВ при средней массе около 800 МэВ, тогда как в содержащем  $\Omega$  и  $\Delta$  декуплете барионов расщепление — по-

рядка 450 МэВ при средней массе около 1450 МэВ. Качественно картина нарушения  $SU(3)$ -симметрии проявляется в спектре масс так, как если бы каждая замена нестранных кварков на странный приводила (внутри одного мультиплета) к увеличению массы на 150 МэВ. Примером могут послужить последовательности

$$\Delta(1235) - \Sigma^*(1385) - \Xi^*(1530) - \Omega^-(1670). \quad (4.74)$$

$$\text{и} \quad \varphi_{16}(1620) - K_{16}^*(890) - \rho, \omega(770). \quad (4.75)$$

Поэтому в некотором смысле (гл. 15, § 2, п. «А») странный кварк имеет эффективную массу, примерно на 150 МэВ большую, чем кварки  $u$  и  $d$ .

Между парами кварков действуют также спин-спиновые силы. Такие силы естественным образом возникают в теории, где кварки взаимодействуют вследствие обмена векторными глюонами (такая теория будет представлена в гл. 15, § 2; детально феноменология расщепления масс рассматривается в гл. 17). Эти силы приводят к сдвигам энергетических уровней (масс), пропорциональным средним значениям  $(S_i \cdot S_j)$ , которые зависят как от спинового состояния кварковой пары, так и от полного спина системы, если в ней более двух кварков.

В случае мезонов по  $S$ - $S$  силам различаются состояния с одной странностью, но с разным полным спином кварков ( $0^-$  и  $1^-$ ,  $\rho$ ,  $K$  и  $K^*$ ), а в случае барионов — состояния с  $S = 1/2$  и  $S = 3/2$  (например,  $N$  и  $\Delta$ ).

Эти  $S$ - $S$  силы приводят также к расщеплению масс  $\Sigma$  и  $\Lambda$  в октете. В этих частицах пара нестранных кварков находится в состояниях с  $I = 1$  и  $I = 0$ , и поэтому (вследствие полной симметрии волновых функций 56-плета) в состояниях с  $S = 1$  и  $S = 0$ . Поскольку странный кварк тяжелее нестранных, можно предвидеть, что  $S$ - $S$  взаимодействие странных кварков отличается от такового для нестранных аналогично известной в КЭД массовой зависимости магнитных взаимодействий. В таком случае различие полного спина  $u, d$ -пары в  $\Sigma^0$  и  $\Lambda^0$  приводит вследствие  $S$ - $S$  взаимодействия к расщеплению масс.

Проведенное обсуждение показывает, что мы можем качественно понять картину расщепления масс барионного 56-плета и псевдоскалярных и векторных мезонов. Количественное рассмотрение спин-спинового расщепления мы откладываем до гл. 17 (когда в спектроскопию будут введены очарованные частицы).

Особый интерес представляет расщепление масс векторных и псевдоскалярных мезонов. Вместе они образуют  $(1 + 35)$ -мерный супермультиплет группы  $SU(6)$ , но картина расщепления масс в  $SU(3)$ -подгруппах мезонов  $0^-$  и  $1^-$  весьма различна. Это различие окажется весьма существенным для полевых теорий сильных взаимодействий (гл. 15, § 2; гл. 17, § 6).



### А. Массы векторных мезонов и правило Цвейга

Мезон  $K^*$  (892) имеет массу почти точно среднюю между массами  $\omega$  (783) и  $\phi$  (1020). Все векторные мезоны представляют собой  $q\bar{q}$ -системы с  $L = 0$ ,  $S = 1$ , и их массы в первом приближении должны быть одинаковы, если  $m_u = m_d = m_s$ .

Странные барионы тяжелее своих нестранных партнеров, и это заставляет предположить, что  $m_s > m_{u,d}$ . В свою очередь расщепление масс  $\omega$ ,  $K^*$  и  $\phi$  указывает на то, что они содержат 0, 1 и 2 странных кварка:

$$\omega \left( \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}} \right), \quad K^* (d\bar{s}), \quad \phi (s\bar{s}). \quad (4.76)$$

Среднее значение гамильтониана  $\mathcal{H}$  по волновым функциям векторных  $q\bar{q}$ -мезонов содержит как вклад, обусловленный кварковым составом мезона, так и вклад  $M_1$ , связанный с  $^3S_1$ -состоянием кварковой системы (например, спин-спиновое расщепление и т. п.; гл. 17). Поэтому масса  $K^*$  ( $d\bar{s}$ ) может быть записана в виде

$$\langle d\bar{s} | \mathcal{H} | d\bar{s} \rangle = M_1 + d + s \quad (4.77)$$

(символы  $d$  и  $s$  в правой части относятся к вкладу унитарной структуры мезона).

Расщепление масс  $\omega$ ,  $K^*$  и  $\phi$ ,  $K^*$  будет одинаковым, если их кварковый состав соответствует формуле (4.76), так как в этом случае

$$\langle s\bar{s} | \mathcal{H} | s\bar{s} \rangle = M_1 + 2s, \quad (4.78)$$

$$\left\langle \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}} \middle| \mathcal{H} \middle| \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}} \right\rangle = M_1 + 2u \quad (4.79)$$

(мы пренебрегаем различием масс  $u$  и  $d$ ), и поэтому

$$m_{K^*} = \frac{m_\phi + m_\omega}{2}. \quad (4.80)$$

Это хорошо соответствует опыту:

$$\phi - K^* = K^* - \omega \approx u - s \approx 120 \text{ МэВ}, \quad (4.81)$$

что следует сравнить со случаем барионов [формула (4.74)].

Поскольку  $\rho$ -мезон есть состояние с  $I = 1$ , он не может содержать ничего, кроме  $u\bar{u}$  и  $d\bar{d}$ , и его масса должна быть равна массе  $\omega$   $[(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}]$ . Действительно, эти состояния почти вырождены, но  $\omega$ -мезон оказывается примерно на 10 МэВ тяжелее, что может быть следствием малой примеси  $s\bar{s}$  в волновой функции  $\omega$ .



Рис. 1. Кварковые диаграммы для распадных вершин.  $a$  — несвязные, или «запрещенные»;  $b$  — связные, или «разрешенные».

Состояния  $\phi (s\bar{s})$  и  $\omega [(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}]$  называются «идеально смешанными», поскольку являются комбинациями представлений 1 и 8 группы SU(3):

$$s\bar{s} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}}{\sqrt{3}} \right) - \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \frac{u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}}{\sqrt{6}} \right), \quad (4.82)$$

т. е.

$$\phi (s\bar{s}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \omega_1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \omega_8, \quad (4.83)$$

$$\omega \left( \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \omega_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \omega_8. \quad (4.84)$$

Существует еще один аргумент в пользу картины почти идеального смешивания. Он связан с тем фактом, что распад  $\phi \rightarrow 3\pi$  подавлен относительно распада  $\phi \rightarrow K\bar{K}$  несмотря на то, что фазовый объем для первого распада больше.

Если  $\phi$  есть в основном  $s\bar{s}$ , то кварковые диаграммы для распадов  $\phi \rightarrow K\bar{K}$ ,  $\phi \rightarrow \pi\rho$  будут типа приведенных на рис. 1. Введем теперь правило (правило Цвейга, или правило ОЦИ) [26—28], по которому процессы, изображаемые несвязными диаграммами типа рис. 1,  $a$ , очень сильно подавлены по сравнению со связными (рис. 1,  $b$ ). Здесь может быть проведена аналогия с магнитными стержнями [29]. У магнита имеются северный и южный полюсы. Разрежем его надвое (рис. 2), и в месте разреза возникнут два новых полюса — северный и южный. Если мезон подобен такому магниту, т. е. представляет собой некую струну с зарядами

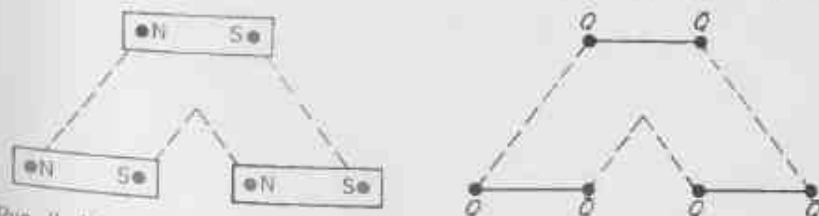
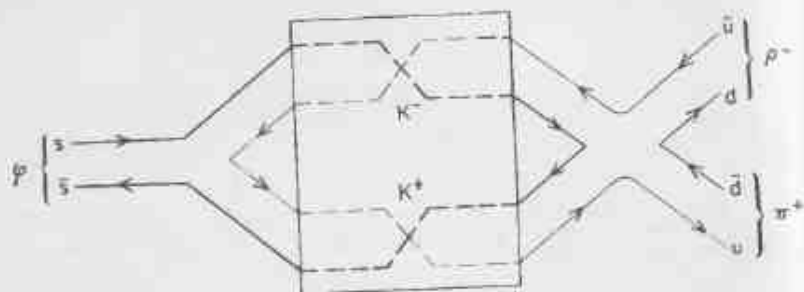


Рис. 2. Магнитный и струнный аналогии для разрешенных диаграмм мезонных распадов.

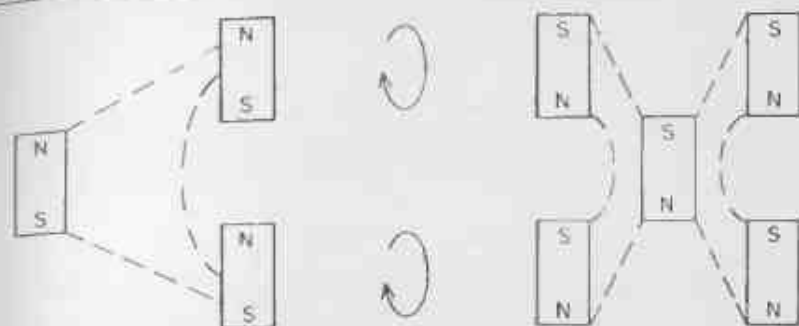
Рис. 3. Кварковая диаграмма для процесса  $\varphi \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \pi\pi$ .

(кварк и антикварк) на концах, то при разрезании струны возникают два новых конца (рис. 2), что очень похоже на диаграмму распада  $\varphi \rightarrow K\bar{K}$ .

Можно представить себе мир, в котором правило ОЦИ является точным (несвязные диаграммы абсолютно запрещены),  $\varphi$ -мезон есть точно состояние  $s\bar{s}$ ,  $\omega$ - и  $\rho$ -мезоны вырождены, и  $\varphi$ -мезон всегда распадается на  $K\bar{K}$ . Реальный мир слегка отличается от этой идеальной модели: вырождение  $\omega$  и  $\rho$  не вполне точное, и иногда происходит распад  $\varphi \rightarrow 3\pi$ <sup>1)</sup>. Это не удивительно, так как мы знаем, что  $\varphi$  переходит в  $K\bar{K}$ , а  $K\bar{K}$  может перейти в  $\pi\pi$ . Каждый из этих процессов по отдельности описывается диаграммой, удовлетворяющей правилу Цвейга (рис. 1, б). Поэтому если адронные взаимодействия описываются кварковыми диаграммами, то диаграммы типа рис. 3, описывающие процесс  $\varphi \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \pi\pi$ , должны существовать вследствие условий унитарности.

Если представить себе пару  $qq$ , связанную струной, то диаграммы типа рис. 1, б будут планарными, а диаграммы с пересекающимися линиями (рис. 3) — скрученными. На опыте скрученные диаграммы подавлены по сравнению с планарными. Это явление изучалось в рамках модели «дуальной унитаризации» (введение в этот вопрос см. в работе [30]), содержащей малый параметр, так что для изучения динамики адронов может быть применена теория возмущений. Этот малый параметр входит в скрученные диаграммы, которые при высоких энергиях оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с планарными. Поэтому правило ОЦИ должно становиться точным в пределе  $m_\varphi \rightarrow \infty$ . Отсюда следует, что это правило должно лучше выполняться для  $\Psi(c\bar{c})$ , чем для  $\varphi(ss)$ , поскольку  $m_\Psi > m_\varphi$ .

<sup>1)</sup> Мера точности правила ОЦИ такова:  $\Gamma(\varphi \rightarrow 3\pi) \approx 0,07 \Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)$  (фазовый объем больше для распада  $\varphi$ ), и это также мера его нарушения ( $0,07 \neq 0$ ).

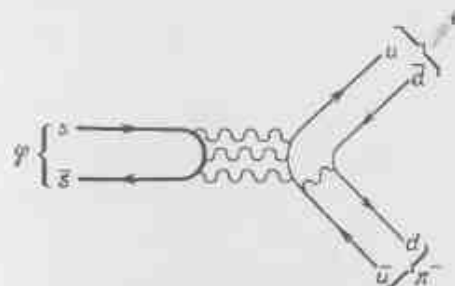
Рис. 4. Магнитная аналогия процесса  $\varphi \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \pi\pi$ .

Интуитивно не кажется удивительным, что скрученные диаграммы подавлены, и мы иллюстрируем это, вернувшись к примеру с магнитом или струной. Если после деления магнита на два новых (рис. 2) они оба повернутся, то первоначальные северный и южный полюса могут аннигилировать и мы получим один новый магнит (рис. 4). Такая последовательность событий должна быть менее вероятной, чем одно прямое деление.

Если кварки взаимодействуют через глюоны, то нужно ожидать существования процессов типа

$$q_1\bar{q}_1 \rightarrow \text{глюоны} \rightarrow q_2\bar{q}_2 \quad (4.85)$$

Это допускает процесс  $s\bar{s} \rightarrow \text{глюоны} \rightarrow u\bar{u}$ , и потому должен происходить распад  $\varphi \rightarrow \pi\pi$  (рис. 5). Этот процесс будет подавлен, если кварк-глюонная константа связи достаточно мала. Но процесс  $\varphi \rightarrow K\bar{K}$  также идет через рождение глюоном пары нестранных кварков, почему же он не подавлен? Возможный ответ на этот вопрос дается в квантовой хромодинамике, где цветные кварки взаимодействуют с цветными векторными глюонами. С этой теорией мы познакомимся в гл. 15, § 2, а ее связь с правилом ОЦИ

Рис. 5.  $\varphi(ss) \rightarrow \text{глюоны} \rightarrow \pi\pi (u\bar{u}, d\bar{d})$ .

будет разобрана после изложения недавно открытой спектроскопии чармония  $\Psi$ ,  $\chi$  ( $c\bar{c}$ ). Это массивные состояния (от 3 до 4 ГэВ), содержащие четвертый аромат (очарованный кварк); их распады в обычные адроны нарушают правило ОЦИ. Они представляют интересную возможность для изучения правила ОЦИ и адронной динамики на уровне кварков (гл. 16, § 1 и 2).

### Б. Псевдоскалярные мезоны

В пренебрежении малым расщеплением масс между заряженными и нейтральными пионами и каонами существуют четыре массы, характеризующие псевдоскалярный нонет:

$$\pi (140), K (496), \eta (550), \eta' (960). \quad (4.86)$$

Пионы имеют  $I = 1$  и потому не содержат странных кварков. Ясно, что мезоны  $\eta$  и  $\eta'$  содержат более чем просто  $u\bar{u}$  и  $d\bar{d}$ , так как они намного тяжелее  $\pi$ -мезона. Поэтому идеальное смешивание, с которым мы встречались в случае векторных мезонов, не реализуется в псевдоскалярном нонете; в действительности свойства радиационных распадов  $\eta$  и  $\eta'$  указывают на то, что  $\eta \approx \eta_8$  и  $\eta' \approx \eta_1$  (§ 3, п. «Б»). Массовый спектр также качественно подтверждает это предположение; однако в связи с этим понятием существуют некоторые осложнения, которые станут сейчас ясны.

Прежде всего мы выведем формулу Гелл-Манна—Окубо для октетных состояний методом типа использованного в случае векторных мезонов [31—32]. Для псевдоскалярного  $K^2$ -мезона мы имеем, подобно (4.77),

$$\langle u\bar{s} | \mathcal{H} | u\bar{s} \rangle = M_0 + u + s \quad (4.87)$$

(где  $M_0$  есть  ${}^1S_0$ -аналог  $M_1$ ). Для  $\pi^+$

$$\langle u\bar{d} | \mathcal{H} | u\bar{d} \rangle = M_0 + u + d \equiv M_0 + 2u, \quad (4.88)$$

тогда как  $\eta_8$  дает

$$\left\langle \frac{1}{\sqrt{6}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \middle| \mathcal{H} \middle| \frac{1}{\sqrt{6}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \right\rangle = M_0 + \frac{4u + 8s}{6}. \quad (4.89)$$

Это дает массовую формулу Гелл-Манна—Окубо

$$4K - \pi = 3\eta_8. \quad (4.90)$$

Используя известные массы  $K$  и  $\pi$ , имеем

$$m(\eta_8) = 613 \text{ МэВ}, \quad (4.91)$$

что следует сравнить с  $\eta$  (550) и  $\eta'$  (960).

Заметим, что массовый оператор имеет ненулевой матричный элемент перехода между SU(3)-синглетом и изоскалярным членом октета, а именно

$$\left\langle \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \middle| \mathcal{H} \middle| (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \frac{1}{\sqrt{6}} \right\rangle = \frac{2\sqrt{2}}{3} (u - s). \quad (4.92)$$

Поэтому изоскаляры 1 и 8, вообще говоря, не являются собственными состояниями массового оператора; вместо этого физические состояния являются смесями 1, 8. Если определить угол смешивания соотношениями

$$\begin{aligned} \eta &= \cos \theta \eta_8 + \sin \theta \eta_1, \\ \eta' &= -\sin \theta \eta_8 + \cos \theta \eta_1. \end{aligned} \quad (4.93)$$

и постулировать, что  $\eta_8$  удовлетворяет массовой формуле Гелл-Манна—Окубо, то мы можем вычислить величину  $\theta$ . Так как

$$\eta_8 = \eta \cos \theta - \eta' \sin \theta \quad (4.94)$$

(где  $\eta$  и  $\eta'$  — собственные состояния), мы имеем

$$4K - \pi = 3(\eta \cos^2 \theta + \eta' \sin^2 \theta) \equiv 3\eta_8. \quad (4.95)$$

Масса состояния  $\eta_8$  (613) находится между физическими массами  $\eta$  (550) и  $\eta'$  (960), и потому решение уравнения (4.95) существует:

$$\text{tg}^2 \theta = \frac{4K - \pi - 3\eta}{3\eta - K + \pi} \approx 0,2 \quad (4.96)$$

(на последнем шаге мы здесь использовали значения масс). Поэтому  $\eta$  главным образом принадлежит октету, но имеет небольшую примесь синглета. Это согласуется с выводами, сделанными при изучении радиационных переходов в § 3, п. «Б».

Во всех предшествующих вычислениях использовалось только состояние  $\eta_8$  и ничего не говорилось об ожидаемом значении массы  $\eta_1$ . В рамках SU(3)-симметрии этот матричный элемент вполне независим от октета. В кварковой модели синглет выделен, и если существуют только три аромата кварка, то

$$\eta_1 \equiv \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) = \eta' \cos \theta + \eta \sin \theta. \quad (4.97)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \langle \eta_1 | \mathcal{H} | \eta_1 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} (4u + 2s) + M_0 \equiv \langle \eta' | \mathcal{H} | \eta' \rangle \cos^2 \theta + \\ &+ \langle \eta | \mathcal{H} | \eta \rangle \sin^2 \theta, \end{aligned} \quad (4.98)$$

$$\begin{aligned} \langle \eta_8 | \mathcal{H} | \eta_8 \rangle &= M_0 + \frac{2u + 4s}{3} \equiv \langle \eta' | \mathcal{H} | \eta' \rangle \sin^2 \theta + \\ &+ \langle \eta | \mathcal{H} | \eta \rangle \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (4.99)$$

Вследствие этого

$$\eta_1 + \eta_2 \equiv \eta + \eta' = 2(u + s + M_0) \equiv 2K. \quad (4.100)$$

В действительности левая часть данного равенства на 40% больше правой; это указывает на то, что система  $\eta - \eta'$  получает некоторый вклад [ $SU(3)$ -синглет?], отсутствующий в  $K$ -мезоне [ $SU(3)$ -октет]. Заметим, что для векторного нонета аналогом формулы (4.100) должно быть соотношение

$$\omega_1 + \omega_2 \equiv \omega + \varphi = 2(u + s + M_1) \equiv 2K^*, \quad (4.101)$$

которое хорошо выполняется. Собственно говоря, именно из этого соотношения и равенства расщепления масс мезонов  $\omega$ ,  $K^*$  и  $\varphi$  мы сделали вывод о том, что векторные мезоны хорошо описываются идеально смешанными комбинациями  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$ .

В силу условия ортогональности отсюда следует, что образованное очарованными кварками состояние  ${}^3S_1(c\bar{c})$  не должно смешиваться с состоянием  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  и  $s\bar{s}$ . Состояния  ${}^1S_0$  не являются идеально смешанными, и, кроме того, существуют проблемы, связанные с их массами. Поэтому возможно, что физические частицы  $\eta$  и  $\eta'$  содержат некоторую примесь состояния  ${}^1S_0(c\bar{c})$  [33, 34]. Этот вопрос далее рассматривается в гл. 17, § 6.

## Глава 5

### $SU(6) \otimes O(3)$ : ОРБИТАЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КВАРКОВЫХ СИСТЕМ

Спины нескольких взаимодействующих кварков складываются в полный спин системы  $S$ . В случае трех ароматов кварков ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ) волновые функции системы принадлежат некоторому представлению группы  $SU(6)$ . Кроме того, кварковая система характеризуется орбитальным моментом  $L$ . Сохранение орбитального момента является следствием инвариантности относительно вращений в трехмерном пространстве; соответствующая группа симметрии —  $O(3)$ . Полной группой симметрии системы взаимодействующих кварков является группа  $SU(6) \otimes O(3)$ . Наконец,  $LS$ -взаимодействие формирует полный момент системы  $J (L \oplus S = J)$ , который отождествляется со спином образованного кварками алдрона.

#### § 1. БАРИОНЫ

Для трехкварковых барионных систем мы примем правило, которое, по-видимому, выполняется (гл. 8) и состоит в том, что реализуются только симметричные представления группы  $SU(6) \otimes O(3)$ . Таким образом, мы ограничиваемся рассмотрением так называемой «симметричной» кварковой модели, обозначаемой ниже символом  $(SU(6) \otimes O(3))_{\text{сим}}$ . Наиболее низколежащие барионы принадлежат симметричному 56-плету; чередование четностей состояний при переходе к более тяжелым мультиплетам является теперь следствием  $(SU(6) \otimes O(3))_{\text{сим}}$ -структуры спектра.

#### А. Основное состояние

Предположим, что все три кварка находятся в  $(1s)$ -состояниях потенциала гармонического осциллятора. Тогда  $O(3)$ -состояние системы может быть представлено как

$$(1s)(1s)(1s) \equiv (1s)^3 \rightarrow L^P = 0^+ \text{ (момент, четность)}, \quad (5.1)$$

и оно очевидно симметрично.

Ранее мы потребовали, чтобы  $SU(6) \otimes O(3)$ -состояние было полностью симметричным. Это значит, что  $SU(6)$ - и  $O(3)$ -части

должны быть обе  $S$ , обе  $M$  или обе  $A$ , так как все другие комбинации дают  $M$ -или  $A$ -симметрию  $SU(6) \otimes O(3)$ -состояния [см., например, таблицу умножения симметрий (4.21)]. В представленном примере  $O(3)$ -состояние  $(1s)^3$  симметрично, т. е.  $S$ , а поэтому  $SU(6)$  состояние также должно быть  $S$ . Симметричным  $SU(6)$ -представлением является 56-плет [формула (4.22)], так что 56-плет действительно является низшим состоянием спектра.

56-плет содержит  $\Delta$  со спином  $S = \frac{3}{2}$  и  $N$  с  $S = \frac{1}{2}$ . Так как основное состояние имеет  $L = 0$  и, стало быть, положительную (по условию) четность, мы получаем, что низшими состояниями спектра должны быть

$$10, J^P = \frac{3}{2}^+, \quad 8, J^P = \frac{1}{2}^+, \quad (5.2)$$

и это действительно выполняется на опыте. Конечно, это получилось вследствие нашего ограничения  $(SU(6) \otimes O(3))_{\text{симм}}$ -состояниями. Смысл такого ограничения будет разобран в гл. 8, § 2. Вначале же мы исследуем некоторые его следствия; в частности — каково должно быть первое возбужденное состояние?

### Б. Первое возбужденное состояние

Переведем один из кварков на уровень  $(1p)$ , и  $O(3)$ -состояние станет

$$(1s)(1s)(1p) = (1s)^2(1p) \rightarrow L^P = 1^-. \quad (5.3)$$

Так как теперь одно состояние отличается от остальных, мы можем образовать симметричные и смешанные  $O(3)$ -состояния. Например, представим себе, что  $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$  есть состояние  $(1s)^3$ , полностью симметричное по кварковым координатам  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ , отсчитанным от некоторой точки (например, от центра масс). Состояние  $(1s)^2(1p)$  может описываться волновыми функциями  $\mathbf{r}_1\Psi, \mathbf{r}_2\Psi, \mathbf{r}_3\Psi$  в зависимости от того, какой из кварков возбужден. Состояниями смешанной симметрии будут тогда

$$\Psi_{M, A} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \Psi, \quad (5.4)$$

$$\Psi_{M, S} \equiv \frac{1}{\sqrt{6}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3) \Psi, \quad (5.5)$$

а симметричными состояниями —

$$\Psi_S \equiv \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3) \Psi. \quad (5.6)$$

Имея только один возбужденный кварк, нельзя образовать антисимметричной волновой функции.

Если мы возьмем за начало координат центр масс, то

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 \equiv 0 \quad (5.7)$$

и состояние  $\Psi_S$  исчезает; на первом возбужденном уровне существуют состояния только со смешанной  $O(3)$ -симметрией.

Можно спросить, что получится при другом выборе начала координат, когда  $\Psi_S$  не исчезает? В этом случае симметричное состояние действительно существует, но оно не является истинным внутренним возбуждением трехкварковой системы, а соответствует низшему состоянию трех кварков (типа нуклона), движущемуся как целое вокруг наблюдателя с единичным моментом. Следовательно, это — возбуждение центра масс, или «фиктивное состояние», а не настоящее физическое состояние в спектре масс. Поэтому с точки зрения спектроскопии барионов представляют интерес только состояния смешанной симметрии.

Как уже говорилось выше, смешанная  $O(3)$ -симметрия состояний требует также и смешанной  $SU(6)$ -симметрии для того, чтобы полное  $SU(6) \otimes O(3)$ -состояние было симметрично. Поэтому первый возбужденный уровень принадлежит 70-плету  $SU(6)$ -симметрии.

70-плет содержит представления 1, 8 и 10 группы  $SU(3)$  с полным спином кварков  $\frac{1}{2}$  и представление 8 со спином  $\frac{3}{2}$  [формула (4.23)]. Объединение  $S = \frac{1}{2}$  или  $\frac{3}{2}$  с  $L = 1$  дает следующие состояния отрицательной четности:

$${}^{10}(S = \frac{1}{2}) \oplus (L = 1) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \quad (5.8)$$

$${}^8(S = \frac{1}{2}) \oplus (L = 1) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \quad (5.9)$$

$${}^8(S = \frac{3}{2}) \oplus (L = 1) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \quad (5.10)$$

$${}^4(1(S = \frac{1}{2}) \oplus (L = 1) \rightarrow J^P = \frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-. \quad (5.11)$$

К синглетным представлениям, по-видимому, принадлежат

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}^- &: S_{01}\Lambda(1405), \\ \frac{3}{2}^- &: D_{01}\Lambda(1520). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Нестранные члены всех других представлений также были идентифицированы:

$${}^{10}: S_{21}(1650), D_{21}(1670), \quad (5.13)$$

$${}^8: S_{11}(1535), D_{11}(1520), \quad (5.14)$$

$${}^8: S_{11}(1700), D_{11}(1700), D_{13}(1670). \quad (5.15)$$

Выделение странных барионов есть более сложная для эксперимента задача, однако кандидаты для заполнения пустых мест в представлении 70 существуют: например,  $\Lambda$ -состояния  $S_{01}$  (1670) и  $S_{03}$  (1690) и  $\Sigma$ -состояния  $D_{13}$  (1765),  $D_{12}$  (1670, 1580),  $S_{11}$  (1620, 1750). Массы  $\Sigma$ -состояний указывают на некоторое смешивание состояний, например, между представлениями  $^28$  и  $^48$ .

### В. Высшие состояния

В потенциале гармонического осциллятора  $(1s)^2(1d)$  возбуждение трехкварковой системы вырождено с состояниями  $(1s)^2(2s)$  и  $(1s)(1p)^2$ . Вообще говоря, каждое из этих состояний имеет фиктивную компоненту, зависящую от  $\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 = \mathbf{R}$ . Однако мы можем исключить эти компоненты выбором соответствующих линейных комбинаций. Например, можно образовать для симметричных представления с  $L^P = 0^+$ :

$$\psi(1s)^2(2s) \propto \frac{\sqrt{2}}{3} \left( \frac{9}{2} - \alpha^2 (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) \right) \psi_0, \quad (5.16)$$

$$\psi(1s)(2p)^2 \propto \frac{2}{3} \alpha^2 (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{r}_1) \psi_0, \quad (5.17)$$

где  $\alpha^2$  имеет размерность ГэВ<sup>2</sup>. Независимая от  $\mathbf{R}$  комбинация есть

$$\psi(L^P = 0^+) = \sqrt{\frac{2}{3}} (1s)^2(2s) + \sqrt{\frac{1}{3}} (1s)(1p)^2. \quad (5.18)$$

Чтобы убедиться в этом, введем ортогональный базис по формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\equiv \frac{1}{3} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3), \\ \rho &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\lambda \equiv \frac{1}{\sqrt{6}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &\equiv \mathbf{R} + \frac{1}{\sqrt{2}} \rho + \frac{1}{\sqrt{6}} \lambda, \\ \mathbf{r}_2 &\equiv \mathbf{R} - \frac{1}{\sqrt{2}} \rho + \frac{1}{\sqrt{6}} \lambda, \\ \mathbf{r}_3 &\equiv \mathbf{R} - \frac{2}{\sqrt{6}} \lambda. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Поэтому

$$\psi(1s)(1p)^2 \propto \frac{2}{3} \alpha^2 \left[ 3R^2 - \frac{1}{2} (\rho^2 + \lambda^2) \right] \psi_0, \quad (5.21)$$

$$\psi(1s)^2(2s) \propto \frac{\sqrt{2}}{3} \left[ \frac{9}{2} - \alpha^2 (3R^2 + \rho^2 + \lambda^2) \right] \psi_0, \quad (5.22)$$

и в результате

$$\psi(L^P = 0^+) \propto \left[ \frac{9}{2} - \frac{3\alpha^2}{2} (\rho^2 + \lambda^2) \right] \psi_0. \quad (5.23)$$

Комбинация, ортогональная этой, соответствует основному внутреннему состоянию и (2s)-возбуждению центра масс.

Ввиду пространственной симметрии  $\psi(L^P = 0^+)$  это состояние объединяется с симметричным 56-плетом группы SU(6).

Используя известные осцилляторные волновые функции, постройте указанные ниже комбинации, выразите их через  $\mathbf{R}$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  и убедитесь в том, что зависимость от  $\mathbf{R}$  выпадает и что возникающие свойства симметрии этих комбинаций отвечают следующим представлениям группы SU(6):

$$\psi(56, L^P = 0^+) = \sqrt{\frac{2}{3}} (1s)^2(2s) + \sqrt{\frac{1}{3}} (1s)(1p)^2, \quad (5.24)$$

$$\psi(70, L^P = 0^+) = \sqrt{\frac{1}{3}} (1s)^2(2s) + \sqrt{\frac{2}{3}} (1s)(1p)^2, \quad (5.25)$$

$$\psi(56, L^P = 2^+) = \sqrt{\frac{2}{3}} (1s)^2(1d) - \sqrt{\frac{1}{3}} (1s)(1p)^2, \quad (5.26)$$

$$\psi(70, L^P = 2^+) = \sqrt{\frac{1}{3}} (1s)^2(1d) - \sqrt{\frac{2}{3}} (1s)(1p)^2, \quad (5.27)$$

$$\psi(20, L^P = 1^+) = (1s)(1p)^2. \quad (5.28)$$

Ортогональными этим комбинациям являются фиктивная комбинация 56,  $L^P = 0^+$ , о которой говорилось выше, фиктивная комбинация 56,  $L^P = 2^+$  с внутренним основным состоянием и (1d) состоянием центра масс, и фиктивные комбинации 70,  $L^P = 0^+$ ,  $1^+$ ,  $2^+$  с (1s)(1p) внутренним состоянием и состоянием (1p) центра масс [35, 36].

В районе 2 ГэВ существует много барионных резонансов положительной четности, являющихся кандидатами для заполнения этих представлений. Нестранные состояния представления 56,  $L^P = 2^+$ , по-видимому, найдены:

$$N^* \begin{cases} \frac{3}{2}^+(1690) \\ \frac{3}{2}^+(1810) \end{cases} \Delta \begin{cases} \frac{3}{2}^+(1950) \\ \frac{3}{2}^+(1890) \\ \frac{3}{2}^+(?) \\ \frac{3}{2}^+(1910) \end{cases} \quad (5.29)$$

Ситуация в этой области масс сейчас все еще не определена. Для понимания ситуации и деталей классификации барионных резонансов следует обратиться к трудам конференций по физике высоких энергий.

Следует поставить вопрос о том, наблюдается ли в действительности полная спектроскопия (5.24)–(5.28) или для описания природы достаточно простой картины 56-плета положительной четности и 70-плета отрицательной? Последняя ситуация возникла бы, если бы мы заморозили одну из внутренних степеней свободы, так что два из трех кварков образовывали бы «дикварк» [37–39]. Центр масс дикварка находится в точке  $\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$ , и относительное расстояние между ним и третьим кварком таково:

$$\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) - \mathbf{r}_3 \equiv \lambda \sqrt{\frac{3}{2}}. \quad (5.30)$$

Тогда если  $\psi_0$  есть симметричное основное состояние 56,  $L^P = 0^+$ , то для  $N$ -го возбуждения по координате  $\lambda$  мы получим симметричное состояние при четном  $N$  и смешанное при нечетном. Поэтому состояния образовывали бы последовательность (56,  $0^+$ ), (70,  $1^-$ ), (56,  $2^+$ ) и т. д.

Возможными кандидатами для представления (70,  $3^-$ ) являются  ${}^8 1^-(2140)$ ,  ${}^8 1^-$  или  ${}^8 1^-(2190, 2000)$ ;  ${}^5 2^-(2100?)$  и  ${}^{10} 1^-(2200)$ ;  ${}^3 2^-(1960?)$ . Вероятно, реализуется также представление (56,  $4^+$ ), содержащее  ${}^8 (N^*(2220) \frac{1}{2}^+)$  и  ${}^{10} (\Delta(2420) \frac{3}{2}^+)$  [40–42].

### Г. Радиальные возбуждения

В потенциале гармонического осциллятора радиально возбужденное (2s) 56,  $0^+$ -состояние вырождено с  $L = 2$  (1d)-уровнями. Существуют кандидаты для (56,  $0^+$ ) $^*$  и (56,  $0^+$ ) $^{**}$ , а именно  $P_{11}$  (1470) и  $P_{23}$  (1690) для (56,  $0^+$ ) $^*$ , а для (56,  $0^+$ ) $^{**}$  —  $P_{11}$  (1780),  $P_{23}$  (2080). Расщепление масс  $P_{23}$  и  $P_{11}$  — порядка массы  $\Delta$  (1236) и  $N$  (940). Однако сами массы оказываются слишком малыми, так как ожидалось, например, что массы (56,  $0^+$ ) $^*$  лежат в окрестности 1700 МэВ вместе с  $L = 2$  (1d)-уровнями, а не в районе  $L = 1$ , (1p)-состояний около 1500 МэВ, как оказалось в действительности.

### § 2. МЕЗОНЫ

Система фермиона и антифермиона имеет определенную четность, равную

$$P = (-1)^{L+1} \quad (5.31)$$

(напомним, что фермион и антифермион имеет разную внутреннюю четность).

Нейтральная система с орбитальным моментом  $L$  и спином  $S$  является собственным состоянием оператора зарядового сопряжения, причем

$$C = (-1)^{L+S}. \quad (5.32)$$

В применении к системе  $q\bar{q}$  мы имеем последовательность состояний с  $CP = +1$  для  $S = 1$  и с  $CP = -1$  для  $S = 0$ . При  $S = 0$  полный момент  $J \equiv L$  и потому

$$C = (-1)^J = -P. \quad (5.33)$$

Для этой последовательности  $J^{PC} = 0^{++}, 1^{+-}, 2^{+}, \dots$ . В кварковой модели невозможно образование состояний с  $CP = -1$  и с

$$P = (-1)^J = -C. \quad (5.34)$$

Соответствующие состояния с  $J^{PC} = 0^{+-}, 1^{--}, 2^{+-}$  называются экзотическими. Иногда их называют экзотическими состояниями второго рода, чтобы отличить от экзотических состояний первого рода типа  $qq\bar{q}\bar{q}$  из 27-плета, т. е. от состояний, не принадлежащих к представлениям 1 или 8 группы SU(3).

Набор состояний  $J^{PC}$  для мезонов приведен в табл. 1. Каждому  $J^{PC}$  должен соответствовать помет мезонов, построенных из кварков  $u, d, s$  и  $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ .

Моменты с  $L = 0$  хорошо установлены. Экспериментальная ситуация при  $L \geq 1$  представлена в табл. 2. Возможно, что радиально возбужденные векторные и псевдоскалярные резонансы уже наблюдались ( $J^P = 3^-$ :  $\rho'$  (1600),  $\omega'$  (1780),  $K^{*'}$  (1650);  $J^P = 2^-$ :  $E$  (1420)?,  $K'$  (1400)).

Таблица 1  
Значения  $J^{PC}$  для  $q\bar{q}$ -мезонов

	Таблица 1	
	$S = 0$	$S = 1$
$L = 0$	$0^{++}$	$1^{--}$
$L = 1$	$1^{+-}$	$0^{++}$
		$1^{+-}$
		$2^{++}$
$L = 2$	$2^{+}$	$1^{--}$
		$2^{--}$
		$3^{--}$
		$\dots$

Возможная классификация  $q\bar{q}$ -мезонов

Таблица 2

	$L=1$	$L=0$	$L=1/2$	
$0^{++}$	$\pi$ (140)	$\eta$ (550)	$\eta'$ (900)	$K$ (495)
$1^{+-}$	$\rho$ (770)	$\omega$ (780)	$\varphi$ (1020)	$K^*$ (890)
$1^{+-}$	$B$ (1235)	—	—	$Q$ (1300) <sup>a)</sup>
$0^{++}$	$\delta$ (970)	$\epsilon$ (1200 или 700)	$S^*$ (993)	$\kappa$ (1250)
$1^{++}$	$A_1$ (1100)	$D$ (1285) <sup>a)</sup>	—	$Q$ (1400) <sup>a)</sup>
$2^{++}$	$A_2$ (1310)	$f$ (1270)	$F$ (1514)	$K^{**}$ (1420)
$2^{-+}$	$A_3$ (1640)			
$1^{-+}$				
$2^{-+}$				
$3^{-+}$	$g$ (1680)	$\omega$ (1675)		$K^{***}$ (1780)

a) Возможно, что эти состояния являются сильно смешанными.

### § 3. РАСЩЕПЛЕНИЕ МАСС В СУПЕРМУЛЬТИПЛЕТАХ С $L > 0$

Спин-спиновые силы, действующие между кварками, приводят к расщеплению масс барионов с  $S = 1/2$  и  $S = 3/2$ . Подобно этому, спин-спиновое взаимодействие кварка и антикварка расщепляет массы мезонов с  $S = 0$  и  $S = 1$ . Количественное рассмотрение этих вопросов требует знакомства с деталями и ролью цветовой степени свободы (гл. 8 и 15). Поэтому мы отложим обсуждение спин-спиновых расщеплений до гл. 17 и перейдем сейчас к рассмотрению возникающих вследствие спин-орбитального взаимодействия расщеплений в супермультиплетах с  $L = 1$  и  $L = 2$ .

#### А. Мезоны с $L = 1$

В системах  $q\bar{q}$  и  $qq\bar{q}$  с  $L > 0$  существуют спин-орбитальные взаимодействия между кварками

$$\sum_{i,j} \mathbf{L}_i \cdot \mathbf{S}_j \quad (5.37)$$

Они приводят к расщеплению масс состояний с одними и теми же  $L$  и  $S$ , но разными  $J$ . Так как  $\mathbf{J} = \mathbf{L} \oplus \mathbf{S}$ , мы имеем

$$2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2 \quad (5.38)$$

а потому

$$2\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \rangle_{J,L,S} = J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \quad (5.39)$$

В качестве первого примера действия этих сил мы рассмотрим мезоны с  $L = 1$ . Для  $q\bar{q}$ -системы четность есть  $P = (-1)^{L+1}$ , а зарядовая четность есть  $C = (-1)^{L+S}$ . Поэтому при  $S = 0$  состояние с  $L = 1$  имеет  $J^{PC} = 1^{+-}$ , а при  $S = 1$  мы имеем  $J^{PC} = 0^{++}, 1^{++}, 2^{++}$ . Величина  $\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \rangle$  для каждого из этих состояний дается следующей таблицей:

$J^{PC}$	$0^{++}$	$1^{++}$	$1^{+-}$	$2^{++}$
$\langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \rangle$	-2	-1	0	1

Поэтому для расщепления, вызванного  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ -силами, имеем

$$\Delta m(2^{++} - 1^{++}) = 2\Delta m(1^{+-} - 0^{++}) \quad (5.41)$$

(состояние с  $J^{PC} = 1^{+-}$  может быть сдвинуто относительно состояний с  $S = 1, 0^{++}, 1^{++}, 2^{++}$  вследствие действия  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ -сил). Экспериментальная ситуация с состояниями  $0^{++}$  и  $1^{+-}$  не совсем ясная. Возможно, что состояниями с  $L = 1$  являются состояния

$$2^{++}A_2(1310); \quad 1^{++}A_1(1100); \quad 1^{+-}B(1235); \quad 0^{++}\delta(970), \quad (5.42)$$

которые довольно хорошо описываются  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ -расщеплением с малым вкладом  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ . Это полностью отличается от случая  $L = 0$ , где именно  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$  силы были ответственны за расщепление  $0^- - 1^-$ . Здесь не обязательно есть противоречие. Например, если  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$  и  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ -силы возникают вследствие обмена кварков векторными глюонами, то возникающий потенциал должен быть подобен имеющемуся в случае атома водорода в КЭД. В этом хорошо известном примере имеются спин-спиновые силы двух типов, а именно контактное взаимодействие вида

$$\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (5.43)$$

и тензорное взаимодействие

$$\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \frac{3(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^3} \quad (5.44)$$

Для  $S$ -волн  $\langle \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j \rangle = 3 \langle (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{r})/r^2 \rangle$  и второй вклад отсутствует, а сверхтонкое расщепление возникает только из-за контактного взаимодействия. В действительности контактное взаимодействие, содержащее  $\delta^{(3)}(\mathbf{r})$ , может давать вклад только в случае



S-волны, так как при  $L \neq 0$  волновые функции на малых расстояниях пропорциональны  $|r|^L$  и матричные элементы контактного взаимодействия равны нулю. Поэтому вывод, следующий из приведенной выше спектроскопии мезонов с  $L = 1$ , состоит в том, что по крайней мере при  $L = 1$  тензорное взаимодействие мало или вообще отсутствует (см. также спектроскопию  $c\bar{c}$ -мезонов, гл. 16, § 3).

### Б. Барions с $L = 1$

В случае бариев с  $L = 1$  ситуация намного сложнее, чем в случае мезонов, поскольку имеются представления 1, 8 и 10 группы  $SU(3)$ . Состояния  ${}^4_8$  с  ${}^1_{1/2}$ ,  ${}^3_{1/2}$  намного тяжелее своих  ${}^2_8$  партнеров из-за S-S-сил, поднимающих состояния с  $S = 3/2$  относительно  $S = 1/2$ , так же как было при  $L = 0$  с  $N$  и  $\Delta$ . Это расщепление состояний  $S = 1/2$  и  $S = 3/2$  показано в первом столбце рис. 1.

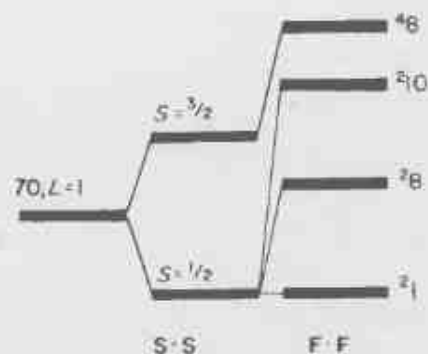


Рис. 1. Барийный супермультиплет  $70, L = 1$ . S-S-силы расщепляют состояния с  $S = 1/2$  и  $S = 3/2$ . Зависящие от  $SU(3)$ -структуры  $F_i F_j$ -силы расщепляют мультиплеты 1, 8 и 10.

Расщепление состояний 1, 8 и 10 может возникнуть из-за взаимодействий, зависящих от унитарного спина. Если между двумя кварками  $j, i$  существует такое взаимодействие, имеющее вид  $F_i \cdot F_j$  (где  $F_{i,j}$  — рассмотренные в гл. 2, § 2, п. «Б», 1 генераторы группы  $SU(2)$ ), то величина  $F_i F_j$  может быть легко вычислена:

$$2(F_{(i)} F_{(j)}) \equiv F_{(i+j)} - F_{(i)} - F_{(j)}. \quad (5.45)$$

Собственные значения операторов Казимира  $F^2$  зависят от представления группы. Они были определены в гл. 2, § 2, п. «Б», 3 (формула (2.57) и следующие за ней) и для интересующих нас сейчас случаев равны

$$1: F^2 = 0, \quad 8: F^2 = 3, \quad 10: F^2 = 6, \quad (5.46)$$

тогда как для кварков

$$3: F^2 = 4/3. \quad (5.47)$$

Поэтому для представлений 1, 8, 10 величина  $\sum_{i,j} \langle F_i F_j \rangle$  принимает значения

$$1: 0 - \frac{12}{3} = -4, \quad 8: 3 - \frac{12}{3} = -1, \quad 10: 6 - \frac{12}{3} = 2. \quad (5.48)$$

Таким образом состояния 1, 8 и 10 должны равноотстоять друг от друга. Средние массы этих мультиплетов удовлетворительно согласуются с этим утверждением:

$$1 \approx 1570 \text{ МэВ}, \quad 8 \approx 1680 \text{ МэВ}, \quad 10 \approx 1800 \text{ МэВ}. \quad (5.49)$$

где мы взяли состояния  $N$  и  $\Delta$  в представлениях 8 и 10 и добавили 150 МэВ на каждую единицу странности по сравнению с синглетом  $\Lambda$ .

Это зависящее от унитарного спина взаимодействие выглядит пока довольно искусственно. Более естественно расщепление состояний 1, 8 и 10 возникает при рассмотрении контактного взаимодействия типа (5.43).

Заметим, что в барионах с  $L = 1$  возбужден только один кварк (третий по номеру в табл. 7 гл. 3 и формуле (5.5)); поэтому кварки номер 1 и 2 остаются в S-состоянии. В результате зависящее от спина контактное взаимодействие между кварками 1 и 2 может дать вклад в расщепление масс 70-плета. Если эта пара кварков имеет спин 0 ( $\chi_{M,S}$ -состояния в табл. 7 гл. 3), то  $(S_1 \cdot S_2) = -3/4$ . Для спина 1 ( $\chi_{M,S}$  или  $\chi_S$ )  $(S_1 \cdot S_2) = 1/4$ . Поэтому

$$(S_1 \cdot S_2) = \begin{cases} 1/4 & \text{для } (10, 2) \text{ и } (8, 4), \\ -1/4 & \text{для } (8, 2), \\ -3/4 & \text{для } (1, 2), \end{cases}$$

где использованы представления  $SU(6)$  из табл. 3 гл. 4. Приблизительно равное расщепление состояний 1, 8 и 10 возникает в результате определенной связи между унитарными представлениями и кварковыми спиновыми состояниями, налагаемой симметрией 70-плета.

Расщепление масс состояний с разными  $J$  в каждом из супермультиплетов указывает на существование других сил, кроме спин-орбитальных. Например, в случае  ${}^4_8$  имеем

$J =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
$(L \cdot S) =$	3	-2	-5

и расположение состояний по мере роста таково:  $1/2^-, 3/2^-, 5/2^-$ , причем первое расщепление составляет  $3/5$  последнего. Однако на опыте все это оказывается не так. Состояния  $1/2^-$  и  $3/2^-$  имеют сравнимые массы и тяжелее, чем  $5/2^-$ . Точно так же в случае  $^3\mathbf{8}$  состояние  $1/2^-$  тяжелее, чем  $3/2^-$ . В случае же  $^2\mathbf{1}$  состояние  $3/2^-$  тяжелее, чем  $1/2^-$ . Как показано в работе [43], существенную роль играет тензорное взаимодействие (5.44). В частности, оно смещивает состояния  $^2\mathbf{8}$  и  $^4\mathbf{8}$ , имеющие один и тот же полный момент  $J$ .

### В. Возбуждения с $L = 2$

В барионном спектре должен быть, по-видимому, ряд возбужденных состояний с  $L = 2$  и положительной четностью. Четные  $L$  допускают существование четной пространственной волновой функции (в отличие от  $L = 1$ ), и поэтому здесь может существовать унитарно-спиновый 56-плет [формулы (5.26) и (5.29)].

В 56-плете сложение орбитального момента  $L = 2$  со спином дает для состояния  $S = 1/2 (N)$  с  $J^P = 3/2^+, 5/2^+$ , а для состояния  $S = 3/2 (\Delta)$  с  $J^P = 1/2^+, 3/2^+, 5/2^+, 7/2^+$ . Так же как в случае  $L = 0$ , состояния  $S = 3/2 (\Delta)$  тяжелее своих партнеров  $S = 1/2 (N)$ ; картина повторяется. Нестранные члены супермультиплета перечислены в формуле (5.29). Так же как в случае  $L = 1$ ,  $S = 3/2$ , мы видим, что картина расщепления разных  $J^P$  состояний с  $S = 3/2$  не следует предсказываемой  $L$ - $S$ -связью. Это взаимодействие требовало бы

$$\Delta m \left( \frac{7^+}{2} - \frac{5^+}{2} \right) : \Delta m \left( \frac{5^+}{2} - \frac{3^+}{2} \right) : \Delta m \left( \frac{3^+}{2} - \frac{1^+}{2} \right) = \\ = (7 \times 9 - 5 \times 7) : (5 \times 7 - 3 \times 5) : (3 \times 5 - 1 \times 3) = 7 : 5 : 3,$$

тогда как наблюдаемые массы не имеют монотонной зависимости от спина.

Подробнее систематика расщепления масс в кварковой модели рассматривается в работах [42—44].

## Глава 6

### ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КВАРКОВ С ТОКАМИ: СИММЕТРИЯ И ДИНАМИКА РАСПАДОВ

#### § 1. $U(6) \otimes U(6)$ и $SU(6)$

Мы уже видели, что покоящиеся адроны могут быть представлены как кварк-антикварковые ( $q\bar{q}$ ) или трехкварковые ( $qqq$ ) системы в различных орбитальных состояниях, и рассмотрели свойства симметрии возникающей классификации частиц. Теперь мы займемся более формальным развитием этих идей, чтобы установить свойства симметрии переходов типа  $N^* \rightarrow N\gamma$ ,  $N^* \rightarrow N\pi$  и подобных им.

Алгебра  $U(6)$  образуется 35 генераторами:

$$\frac{\lambda_\alpha}{2}, \quad \frac{\sigma_j}{2}, \quad \frac{\lambda_\alpha \sigma_j}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1, \dots, 8, \\ j = 1, 2, 3, \end{array} \right. \quad (6.1)$$

где  $\lambda_\alpha$  суть  $SU(3)$ -матрицы гл. 2, § 2, а  $\sigma_j$  — спиновые матрицы Паули. Кварки образуют фундаментальное представление  $\mathbf{6}$  группы  $U(6)_q$ , антикварки — представление  $\bar{\mathbf{6}}$  группы  $U(6)_{\bar{q}}$ , причем кварк является синглетом ( $\mathbf{1}$ ) по отношению к  $U(6)_{\bar{q}}$ , а антикварк — по отношению к  $U(6)_q$ . Если мы рассмотрим группу  $U(6)_q \otimes U(6)_{\bar{q}}$ , образуемую генераторами

$$\sum_q \frac{\lambda_\alpha}{2}, \quad \frac{\sigma_j}{2}, \quad \frac{\lambda_\alpha \sigma_j}{2}, \\ \sum_{\bar{q}} \frac{\lambda'_\alpha}{2}, \quad \frac{\sigma'_j}{2}, \quad \frac{(\lambda'_\alpha \sigma'_j)}{2}, \quad (6.2)$$

то

$$q \in (\mathbf{6}, \mathbf{1}), \quad \bar{q} \in (\mathbf{1}, \bar{\mathbf{6}}). \quad (6.3)$$

Барионы, построенные из  $qqq$ , могут принадлежать представлениям  $(\mathbf{56}, \mathbf{1})$  и  $(\mathbf{70}, \mathbf{1})$ ,  $(\mathbf{20}, \mathbf{1})$  группы  $U(6)_q \otimes U(6)_{\bar{q}}$ . Если, кроме того, кварки, составляющие адрон, в системе покоя адрона имеют относительный орбитальный момент, то классификационной схемой адронной спектроскопии оказывается группа симметрии  $U(6)_q \otimes U(6)_{\bar{q}} \otimes O(3)$ . Наиболее низколежащие барионы принадлежат представлениям  $(\mathbf{56}, \mathbf{1})$   $L = 0$  и  $(\mathbf{70}, \mathbf{1})$   $L = 1$  этой группы. Мезоны

принадлежат представлению  $(6, \bar{6})$  группы  $U(6)_q \otimes U(6)_{u'}$ , причем наименьшие состояния образуют представление  $(6, 6)$   $L=0$  группы  $U(6)_q \otimes U(6)_{u'} \otimes O(3)$ .

В то время как алгебра  $U(6) \otimes U(6)$  образуется генераторами

$$\frac{\lambda_\alpha}{2}, \frac{\lambda_\alpha \sigma_j}{2}, \frac{\sigma_j}{2}; \frac{\lambda'_\alpha}{2}, \frac{\lambda'_\alpha \sigma'_j}{2}, \frac{\sigma'_j}{2}, \quad (6.4)$$

генераторами подгруппы  $SU(6)$  являются

$$\begin{aligned} \Lambda_\alpha &\equiv \sum_q \frac{\lambda_\alpha}{2} + \sum_q \frac{\lambda'_\alpha}{2}, \\ S_j &\equiv \sum_q \frac{\sigma_j}{2} + \sum_q \frac{\sigma'_j}{2}, \\ (\Lambda S)_{\alpha j} &\equiv \sum_q \frac{\lambda_\alpha \sigma_j}{2} + \sum_q \frac{\lambda'_\alpha \sigma'_j}{2}. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Для указания связи между  $SU(6)$  и  $U(6) \otimes U(6)$  мы представим классификацию различных объектов по отношению к этим группам:

	$U(6) \otimes U(6)$	$SU(6)$
Кварк:	$(6, 1)$	$6$
Антикварк:	$(1, 6)$	$\bar{6}$
Барiony:	$(56, 1)$ и т. д.	$56$ и т. д.
Мезоны:	$(6, 6)$	$1 + 35$

Тот факт, что  $SU(6)_S$  является подгруппой группы  $U(6) \otimes U(6)$ , лучше всего иллюстрируется классификацией 36 мезонных состояний. По отношению к группе  $SU(6)$  представления  $1 (= \eta')$  и  $35 (\eta \dots)$  являются полностью различными представлениями, и их взаимодействия с другими адронами не связаны коэффициентами Клебша—Гордана группы  $SU(6)$ . Однако  $\eta, \eta' \dots$  находятся в одном представлении  $(6, 6)$  группы  $U(6) \otimes U(6)$ , и поэтому их взаимодействия связаны коэффициентами Клебша—Гордана этой группы (сравните с анализом масс в гл. 17, § 6).

Наблюдаемая адронная спектроскопия действительно указывает на необходимость использовать для описания покоящихся состояний нарушенную  $SU(6)_S \otimes O(3)$ -симметрию, которая возникает естественным образом в кварковой модели. Нарушение этой симметрии может быть легко описано, если допустить существование спин-спиновых и спин-орбитальных сил между кварками (гл. 5, § 3 и гл. 17).

Описывает ли симметрия  $SU(6)_S \otimes O(3)$  также и процессы распада? Легко показать, что это не так.

Группа  $SU(6)_S$  содержит подгруппу  $SU(2)_S$ , образуемую матрицами  $\sigma_j$ , и можно было бы думать, что эти матрицы соответствуют «внутреннему спину» адронов или полному спину кварковой системы (до связывания с орбитальным моментом системы). Если симметрией амплитуды распада является  $SU(2)_S$ , то начальная и конечная  $N$ -частичные системы должны быть в одном и том же представлении и «внутренний спин» адронов должен сохраняться. Это запрещало бы некоторые хорошо известные распады

$$\Delta_{(S=3/2)} \rightarrow N_{(S=1/2)} \otimes \pi_{(S=0)}. \quad (6.7)$$

$$p_{(S=1)} \rightarrow \pi_{(S=0)} \otimes \pi_{(S=0)}. \quad (6.8)$$

Поэтому, хотя симметрия  $SU(6)_S$  пригодна для описания покоящихся частиц, она не является симметрией распадных вершин.

## § 2. $SU(6)_M$

### И ДВИЖУЩИЕСЯ ЧАСТИЦЫ С $p_z \neq 0$

На опыте  $SU(2)_S$  не является симметрией процессов распада, хотя и оказывается неплохой симметрией для классификации покоящихся состояний. Физическая причина этого расхождения в том, что в распадах участвуют движущиеся частицы. Каким образом состояния  $\eta$ , в частности, кварки преобразуются при преобразованиях Лоренца?

Кварки принадлежат к представлению спина  $1/2$  подгруппы пространственных вращений. Вспомним трансформационные свойства спиноров под действием пространственных вращений [формулы (2.6) и (2.7)]:

$$q' = \exp\left(\frac{1}{2} i \theta \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}\right) q. \quad (6.9)$$

Поскольку в спиновом представлении генераторами Лоренцевых преобразований являются матрицы  $1/2 \alpha_i$ , по аналогии с (6.9) [см. III, стр. 38; 45, стр. 22] для преобразования спиноров при переходе от состояния покоя к движению со скоростью  $|v|/c = \text{th } \omega$  соотношение

$$q \rightarrow q' = \exp\left(\frac{1}{2} \omega \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\alpha}\right) q \quad (6.10)$$

Прежде всего мы выпишем в явном виде результат преобразования. После преобразования с параметрами  $\omega_i$  ( $i = x, y, z$ ) имеем

$$q'(p) = \text{ch } \frac{\omega}{2} \left(1 + \boldsymbol{\alpha} \cdot \left(\text{th } \frac{\omega}{2}\right)_i\right) q(0). \quad (6.11)$$

Выражая через  $E, m, p$ , получаем

$$\text{ch } \omega \equiv E/m; \quad \text{sh } \omega \equiv |p|/m, \quad (6.12)$$

что в свою очередь дает

$$\operatorname{ch} \frac{\omega}{2} = \sqrt{\frac{E+m}{2m}}; \quad \left(\operatorname{sh} \frac{\omega}{2}\right)_i = \frac{p_i}{E+m} \sqrt{\frac{E+m}{2m}}. \quad (6.13)$$

В состоянии покоя 4-компонентный дираковский спинор может быть формально записан как

$$q \equiv \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix},$$

где для конфигурации со спином вверх ( $u$ ) и вниз ( $d$ )  $\chi$  есть

$$\chi_u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (6.14)$$

Заметим, что  $\chi$  есть 2-компонентный спинор Паули. Спинор, соответствующий состоянию покоя, нормирован условием  $q^\dagger q = 1$ . Когда спинор  $q$  описывает покоящуюся частицу, то комбинация  $q\bar{q} = q^\dagger \beta q$  также равна единице.

В представлении

$$\alpha_i \equiv \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (6.15)$$

где  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) есть  $2 \times 2$ -матрицы Паули, уравнение (6.11) имеет вид

$$q'(p) = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \frac{\omega}{2} & \sigma_i \left(\operatorname{sh} \frac{\omega}{2}\right)_i \\ \sigma_i \left(\operatorname{sh} \frac{\omega}{2}\right)_i & \operatorname{ch} \frac{\omega}{2} \end{pmatrix} q(0). \quad (6.16)$$

В подробной записи это дает

$$q(p) = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \frac{\omega}{2} & \chi \\ \sigma_i \left(\operatorname{sh} \frac{\omega}{2}\right)_i & \chi \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\sigma \cdot p}{E+m} \chi \end{pmatrix}. \quad (6.17)$$

Нормировочные произведения таковы:

$$q^\dagger q = \frac{E+m}{2m} \left(1 + \frac{p^2}{(E+m)^2}\right) = \frac{E}{m}, \quad (6.18)$$

$$\bar{q}q = \frac{E+m}{2m} \left(1 - \frac{p^2}{(E+m)^2}\right) = 1.$$

Поэтому произведение  $q\bar{q}$  является инвариантной нормой. Спинор  $\Psi$  с нормировкой  $\Psi^\dagger \Psi = 1$  есть  $\Psi \equiv \sqrt{m/E} q$ . Следовательно, под действием преобразований Лоренца  $\Psi$  приобретает вид

$$\Psi(p) = (2 \operatorname{ch} \omega)^{-1/2} \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \frac{\omega}{2} & \chi \\ \sigma_i \left(\operatorname{sh} \frac{\omega}{2}\right)_i & \chi \end{pmatrix}. \quad (6.19)$$

Кварки со спином вверх и вниз относительно оси  $z$  образуют двумерное фундаментальное представление  $SU(2)$ . Под действием преобразования Лоренца вдоль оси  $z$  проекция спина на ось  $z$  не меняется, но генератор преобразования  $\alpha_z$  не коммутирует с  $\sigma_{x,y}$ , остальными генераторами групп  $SU(2)_S$ . Оператор, не коммутирующий с какими-либо генераторами группы, приводит, вообще говоря, к смешиванию различных представлений этой группы. Поэтому ускорение вдоль оси  $z$  (или любого другого направления) вызовет переходы между представлениями группы  $SU(2)_S$ . Следовательно,  $SU(2)_S$  есть неподходящая группа симметрии для движущихся систем, так как классификация состояний в ней зависит от системы отсчета.

Впоследствии было замечено, что существует  $SU(2)$ -группа ( $SU(2)_W$ ), все генераторы которой ( $1, \beta\sigma_x, \beta\sigma_y, \sigma_z$ ) коммутируют с  $\alpha_z$ , так что представления этой группы не изменяются под действием преобразований Лоренца в направлении  $z$  [46—48].

Полезно проследить, как генераторы  $\beta\sigma_x, \beta\sigma_y$ , отличающие  $SU(2)_W$  от  $SU(2)_S$ , явно возникают в физической картине.

Генераторы группы  $G$  приводят к преобразованиям вида

$$\psi' = \exp(i\theta G) \psi, \quad (6.20)$$

где  $\theta$  — параметр преобразования. В группе  $SU(2)_W$  вращение генерируют операторы

$$R_z(\theta) = \exp(i\theta\sigma_z); \quad R_{x,y}(\theta) = \exp(i\theta\beta\sigma_{x,y}). \quad (6.21)$$

Особенно легко пояснить частный случай, когда  $\theta = \pi$ . Мы покажем, что система со спином  $1/2$ , движущаяся вдоль оси  $z$  с полным моментом  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \sigma/2$ , имеет импульс  $p_z$ , инвариантный по отношению к приведенным выше  $SU(2)_W$ -вращениям. Очевидно, что  $R_z$  не изменяет  $p_z$ . Вращения вокруг оси  $x$  с  $\theta = \pi$  приводят к замене  $p_z \rightarrow -p_z$ , и после дополнения пространственной инверсией  $p_z$  снова восстанавливается.

Следовательно, импульс  $p_z$  инвариантен по отношению к комбинации инверсии с вращением вокруг осей  $x$  или  $y$ . Вращение вокруг оси  $x$  производится оператором  $\exp(i\pi J_x) \equiv \exp[i\pi(\sigma_x/2)]$ , что при дополнении инверсией дает ( $P_{\text{интр}}$  — внутренняя четность системы)

$$P_{\text{интр}} \exp[i\pi(\sigma_x/2)] \equiv P_{\text{интр}} \left( \cos \frac{\pi}{2} + i\sigma_x \sin \frac{\pi}{2} \right). \quad (6.22)$$

Здесь использовано равенство  $\sigma_x^2 \equiv 1$ ; величина (6.22) есть просто  $P_{\text{интр}} i\sigma_x$ . Затем, так как  $P_{\text{интр}}^2 \equiv 1$ , мы получаем

$$P_{\text{интр}} i\sigma_x \equiv \exp\left(i\pi P_{\text{интр}} \frac{\sigma_x}{2}\right). \quad (6.23)$$

Для одного кварка внутренняя четность верхних и нижних компонент равна +1 и -1. Поэтому оператор внутренней четности совпадает с

$$\beta \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Именно поэтому матрицы  $\sigma_{x,y}$  дополняются матрицей  $\beta$ , что приводит к генераторам «W-спина» вида

$$W_{x,y} = \frac{\beta \sigma_{x,y}}{2}, \quad W_z = \frac{\sigma_z}{2}. \quad (6.24)$$

В комбинации с  $SU(3)$ -степенями свободы мы имеем группу  $SU(6)_W$ , образуемую генераторами

$$\begin{aligned} W^i &= \sum_{q, \bar{q}} \left( \frac{\lambda_i}{2} + \frac{\lambda'_i}{2} \right), \quad i=1, \dots, 8, \\ W^i_{x,y} &= \sum_{q, \bar{q}} \left( \frac{\lambda_i}{2} + \frac{\lambda'_i}{2} \right) \beta \sigma_{x,y}, \quad i=0, \dots, 8, \\ W^i_z &= \sum_{q, \bar{q}} \left( \frac{\lambda_i}{2} + \frac{\lambda'_i}{2} \right) \sigma_z, \quad i=0, \dots, 8, \end{aligned} \quad (6.25)$$

отличными от генераторов группы  $SU(6)_S$  в формуле (6.5).

Перейдя от  $SU(6)_S$  к  $SU(6)_W$ , мы нашли группу, которая классифицирует частицы как покоящиеся, так и движущиеся вдоль оси  $z$ . Следовательно, эта группа может оказаться пригодной для описания коллинеарных или распадных процессов. Чтобы установить, насколько это справедливо феноменологически, мы прежде всего должны рассмотреть преобразования адронов под действием операторов группы  $SU(6)_W$ .

И  $SU(6)_S$  и  $SU(6)_W$  суть подгруппы полной группы симметрии в системе покоя  $U(6) \otimes U(6)$ , а потому в этой системе и  $S$ , и  $W$  являются хорошо определенными величинами. Так как

$$\beta q(q) = +q(-q), \quad (6.26)$$

мы имеем

$$\text{для кварков } W_z = S_z, \quad (6.27)$$

$$\text{для антикварков } W_z = S_z; \quad W_{x,y} = -S_{x,y}.$$

Поскольку для кварков  $W \equiv S$ , барионные состояния, построенные из  $qqq$ , будут преобразовываться под действием  $SU(6)_W$  так же, как под действием  $SU(6)_S$ ; например,  $N$  и  $\Delta$  находятся в представлении 56 как группы  $SU(6)_S$ , так и группы  $SU(6)_W$ . Для мезонов, которые содержат  $q$ , классификация по представлениям группы  $SU(6)_W$  отличается от классификации по представлениям группы  $SU(6)_S$ .

Состояние  $q\bar{q}$  с  $S_z = 1$  или  $W_z = 1$  будет

$$|S=1, S_z=+1\rangle = |W=1, W_z=1\rangle. \quad (6.28)$$

Состояния  $|S=1, S_z=0\rangle$  и  $|W=1, W_z=0\rangle$  получаются из состояний (11) действием операторов понижения спина  $\sum_{q, \bar{q}} (S_x - iS_y)$  и  $\sum_{q, \bar{q}} (W_x - iW_y)$ .

Так как

$$|S=1, S_z=1\rangle = |W=1, W_z=1\rangle = q \uparrow \bar{q} \uparrow, \quad (6.29)$$

мы имеем

$$|S=1, S_z=0\rangle = q \uparrow \bar{q} \downarrow + q \downarrow \bar{q} \uparrow, \quad (6.30)$$

тогда как

$$|W=1, W_z=0\rangle = -q \uparrow \bar{q} \downarrow + q \downarrow \bar{q} \uparrow, \quad (6.31)$$

поскольку  $(W_x - iW_y) \bar{q} = -(S_x - iS_y) \bar{q}$ . Поэтому мы находим, что

$$\begin{aligned} |W=1, W_z=1\rangle &= |S=1, S_z=1\rangle, \\ |W=1, W_z=0\rangle &= -|S=0, S_z=0\rangle, \\ |W=0, W_z=0\rangle &= -|S=1, S_z=0\rangle, \\ |W=+1, W_z=-1\rangle &= -|S=1, S_z=-1\rangle. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Следовательно, под действием каждой из  $SU(2)$ -групп состояния  $q\bar{q}$  системы расщепляются на триплет и синглет, причем триплетное и синглетное состояния с  $S_z$  и  $W_z$  меняются местами:

$$S=1 \leftrightarrow W=0; \quad S=0 \leftrightarrow W=1. \quad (6.33)$$

Мезонные состояния  $U(6) \otimes U(6)$ ,  $L=0$  классифицируются по представлениям 1 и 35 групп  $SU(6)_S$  и  $SU(6)_W$  следующим образом:

$$\begin{aligned} SU(6)_S & \begin{cases} 1: S=0, & (\eta_1) 1, \\ 35: \begin{cases} S=0, & (\pi\eta_1) 8, \\ S=1, S_z=\pm 1, & (1\omega_1) 8 + (\omega_1) 1, \\ S=1, S_z=0, & (1\omega_2) 8 + (\omega_2) 1. \end{cases} \end{cases} \\ SU(6)_W & \begin{cases} 1: W=0, & (\omega_1) 1, \\ 35: \begin{cases} W=0, & (1\omega_1) 8, \\ W=1, W_z=\pm 1, & (1\omega_2) 8 + (\omega_2) 1, \\ W=1, W_z=0, & (\pi\eta_1) 8 + (\eta_1) 1. \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Распады  $\Delta \rightarrow N\pi$  и  $\rho \rightarrow \pi\pi$ , которые были запрещены в  $SU(6)_S$ , разрешены в  $SU(6)_W$ . Теперь  $\pi$ -мезон есть  $|W=1, W_z=0\rangle$ , и потому

$$\begin{aligned} \Delta &\rightarrow N \otimes \pi, \\ (W=3/2) (W=1/2) (W=1) \\ \rho &\rightarrow \pi \otimes \pi \\ (W=0, W_z=0) (W=1) (W=1) \end{aligned} \quad (6.34)$$

Поэтому введение группы  $SU(6)_W$  позволяет избежать очевидных трудностей, обнаружившихся в  $SU(6)_S$ . Заметим, что под действием лоренцевых преобразований сохраняется  $L_z$ , но не  $L$ . Поэтому возникшую симметрию следует обозначать как  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  (индекс  $L_z$  в действительности излишен, так как сохранение  $W_z$  приводит к сохранению  $L_z$  ввиду равенства  $J_z = L_z + S_z = L_z + W_z$ ).

### § 3. МОДЕЛЬ С $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -СИММЕТРИЕЙ ВЕРШИН: ДУАЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ СО СПИНОМ

Интересно рассмотреть модель распадов, которая действительно имеет симметрию  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  в качестве симметрии вершин. Эта симметрия возникает естественно, если испускание мезонов барионами происходит за счет рождения пары  $q\bar{q}$  из вакуума (рис. 1) и кварки не имеют импульса, поперечного по отношению к коллинеарной оси  $z$ , определяемой распадом  $B \rightarrow M\bar{B}$  ( $B$  — барион,  $M$  — мезон).

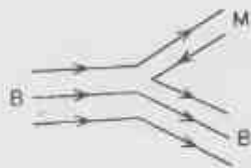


Рис. 1. Распад  $B \rightarrow M\bar{B}$  с рождением пары  $q\bar{q}$  из вакуума.

Эта модель интересна в трех отношениях.

1. Она естественным образом связана с дуальными моделями, в которых из элементарных вершин со структурой рис. 1 строятся «дуальные диаграммы» [49, 50]. Опыт показывает, что разрешены те адронные процессы «два в два», которые могут быть изображены с помощью таких вершин без пересечения линий (например, рис. 2, а). Процессы, которые не могут быть таким образом изобра-

жены (например  $\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$ , в отличие от  $K^+ p \rightarrow \pi^+ \Sigma^+$ ), оказываются на опыте сильно подавленными (рис. 2, б). (Формально это означает подавление амплитуды процесса с  $l=0$ .)

2. Такая модель естественно поясняет, почему  $SU(6)_W$ , а не  $SU(6)_S$  является симметрией распадных вершин.

3. Она поясняет критическую роль кварковых импульсов, поперечных к оси  $z$ . Мы увидим, что, в частности, если ими нельзя пренебречь, то  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  как симметрия вершин оказывается нарушенной, хотя  $SU(6)_W$  может успешно использоваться для классификации состояний.

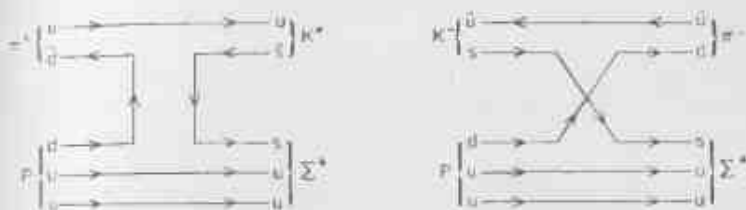


Рис. 2. Кварковые (дуальные) диаграммы для процессов  $\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$  и  $K^+ p \rightarrow \pi^+ \Sigma^+$ .

В картине, в которой барионы и мезоны суть комплексы  $qqq$  и  $q\bar{q}$ , распадные вершины  $B \rightarrow M\bar{B}$  оказываются включающими рождение пары  $q\bar{q}$ , показанное на рис. 2. Эти диаграммы для инвариантных вершин могут быть построены по следующим правилам.

1. Каждый кварк  $q$  или  $\bar{q}$  обозначается прямой линией:  $\rightarrow$  для  $q$  и  $\leftarrow$  для  $\bar{q}$ .

2. Барион представляется тремя линиями, идущими направо:  $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ ; мезон есть  $q$  направо и  $\bar{q}$  влево:  $\rightarrow\leftarrow$ .

3. Правило Цвейга (гл. 4, § 4 и гл. 16, § 1) указывает, что для одного мезона обе линии  $q$  и  $\bar{q}$  не могут быть не связаны с остальной частью диаграммы; таким образом, диаграмма рис. 1, а, гл. 4 не разрешена.

Эти правила представляют собой основу построения кварковых графиков для общих  $n$ -точечных функций; такие графики дают правильное диаграммное представление ограничений, налагаемых дуальностью. Они называются дуальными диаграммами.

Карлиц и Кислингер [51] предложили способ включения спина в эту картину. Рассмотрим процесс  $B \rightarrow M\bar{B}$  (рис. 2) в той системе, где все импульсы направлены вдоль оси  $z$ . Спинные конфигурации пролетающих кварков предполагаются неизменными. Корреляция спинов в паре  $q\bar{q}$  вполне определена: если пара создана из вакуума и, следовательно, имеет  $C = P = +1$ , то  $S = 1$  и  $L = 1$ , т. е. пара  $q\bar{q}$  находится в  ${}^3P_1$ -состоянии [52].

Если мы теперь дополнительно предположим, что импульсами кварков, поперечными по отношению к  $z$ -оси, можно пренебречь, то возникают дополнительные ограничения  $L_z = S_z = 0$ , т. е. мы приходим к модели рождения состояния  ${}^2P_0(L_z = 0, S_z = 0)$ . Тот факт, что пара  $q\bar{q}$  образуется с  $S = 1, S_z = 0$ , означает, что  $W = 0, W_z = 0$ . Следовательно,  $W$ -спин сохраняется, и  $SU(2)_W$  является спиновой симметрией вершин. Объединение с кварковыми степенями свободы  $SU(3)$  приводит к  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрии вершин в этой конкретной модели [51]. Заметим, между прочим, что  $SU(6)_S$  не является хорошей симметрией вершин, поскольку она требовала бы создания пары с  $S = 0, S_z = 0$ , что вследствие зарядового сопряжения привело бы к четным  $L$  и, следовательно, к несохранению четности.

Заметим, что  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрия вершин возникает вследствие предположения  $p_T = 0$ . Пренебрежение импульсом  $p_T$  в процессах с большим  $q^2$ , может быть, оправданно, поскольку в переходе  $\gamma N \rightarrow N^*$  импульс  $Q$  велик и, следовательно, импульс  $p_T$  мал по сравнению с  $Q$ . В приведенном примере с  $B - \bar{M}B$  (где  $M$  может быть реальным фотоном:  $q\bar{q} \rightarrow V \rightarrow \gamma$ ) величина  $Q$ , вообще говоря, мала и потому не вполне ясно, почему можно пренебрегать импульсом  $p_T$  в вершинах распада резонансов.

Если мы снимем это ограничение, то  ${}^2P_0(q\bar{q})$  может иметь  $L_z = \pm 1, S_z = \mp 1$  в дополнение к до сих пор разрешенным  $S_z = 0, L_z = 0$ . Это приводит нас к  ${}^2P_0$ -модели Колгадзера и Рознера [53]. Добавленные компоненты нарушают  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрию вершин, поскольку  $L_z$  более не сохраняется (такая модель подробно рассматривается в § 7).

Следовательно, если  $\langle |p_T| \rangle \neq 0$ , т. е. если рожденные из вакуума кварки не находятся на одной линии, то  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  не является симметрией вершин, хотя  $SU(6)_W$  остается симметрией начального состояния с  $p_T = 0$ . Заметим в этой связи, что даже в системе покоя начального адрона  $SU(6)_S$  будет хорошей симметрией, только если импульс  $p_T$  кварков пренебрежимо мал. Так как удержание кварков в протоне вследствие принципа неопределенности придает им внутренние импульсы, то нуклон не может принадлежать чистому 56-плету с  $L = 0$ , но должен быть смесью конфигураций вследствие дираковской природы кварков. Это смешивание конфигураций было алгебраически исследовано Бучеллой и др. [54] и Мелощем [55]. В наиболее явной форме оно исследовано в кварковой модели Ле Юанком и др. [56] (§ 6). Эти эффекты приводят к отклонениям от наивных нерелятивистских вычислений статических характеристик нуклона ( $G_A/G_V \neq \frac{5}{3}$ ) и также проявляются в нарушении  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрии вершин в процессах распада (см. гл. 7, в особенности § 3). Поэтому

не должно удивлять, что на опыте (как будет видно из следующих примеров)  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  не является хорошей симметрией процессов распада.

### А. Группа $SU(6)_W$ и распады

На опыте распад  $B$  —  $\omega$  идет главным образом в состоянии со спиральностью  $\omega$ , равной  $\pm 1$ , состояния же с нулевой спиральностью возникают гораздо реже [57]. Это явление, как легко показать, противоречит предсказаниям  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрии. Мезоны  $\omega$  и  $\lambda$  имеют  $L = 0$ , и потому  $\lambda\omega$  имеет  $J_z = \pm W_z$ . Поэтому  $\lambda\omega$  ( $\lambda = \pm 1$ )-состояния имеют  $W_z = \pm 1$ , а вследствие сохранения  $W_z$  и  $B$ -мезон также должен иметь  $W_z = \pm 1$ . Однако  $B$ -мезон есть  $q\bar{q}$ -система с  $S = 0, S_z = 0$  или (в  $W$ -базисе) с  $W = 1, W_z = 0$ . Поэтому  $B$ -мезон не бывает в состоянии с  $W_z = \pm 1$ , и распад на  $\lambda\omega$  ( $\lambda = \pm 1$ ) должен быть запрещен, что противоречит эксперименту.

Аналогичным образом в процессах фоторождения сохранение  $L_z$  требует, чтобы барноны в конечном состоянии имели  $L_z = 0$ , и поэтому  $D_{13}(1520)$  и  $F_{13}(1690)$ , имеющие  $S = W = \frac{1}{2}$ , могут появляться при фоторождении только в состояниях со спиральностью  $\frac{1}{2}$ . На опыте амплитуда такого процесса при использовании протонной мишени почти равна нулю [58]. В этом случае важный вклад в матричный элемент процесса вносят кварковые орбитальные переходы [ток орбитального перехода см. в формуле (7.31)], нарушающие  $SU(6)_W$ -симметрию (см. также гл. 7, § 3).

### § 4. ТОКОВАЯ ГРУППА $SU(6)_W$

В слабых и электромагнитных взаимодействиях участвуют векторные и аксиальные токи; интегралы по пространству от временных компонент  $V_0^\alpha(x, t), A_0^\alpha(x, t)$  этих токов дают 16 векторных и аксиальных зарядов [12, 59]:

$$\left. \begin{aligned} Q^\alpha(t) &= \int d^3x V_0^\alpha(x, t) \\ Q_5^\alpha(t) &= \int d^3x A_0^\alpha(x, t) \end{aligned} \right\} \alpha = 1, \dots, 8. \quad (6.35)$$

Эти заряды удовлетворяют одновременным коммутационным соотношениям

$$\left. \begin{aligned} [Q^\alpha(t), Q^\beta(t)] &= if^{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma(t), \\ [Q^\alpha(t), Q_5^\beta(t)] &= if^{\alpha\beta\gamma} Q_5^\gamma(t), \\ [Q_5^\alpha(t), Q_5^\beta(t)] &= if^{\alpha\beta\gamma} Q_5^\gamma(t). \end{aligned} \right\} \quad (6.36)$$

Поэтому правые и левые заряды  $Q^\alpha \pm Q_5^\alpha$  образуют две  $SU(3)$ -группы и коммутируют между собой. Следовательно, приведенная

выше алгебра есть киральная алгебра  $SU(3) \otimes SU(3)$ ; приняв  $Q_{\pm} = 1/2 (Q^{\alpha} \pm Q^{\beta})$ , имеем

$$\begin{aligned} [Q_{+}^{\alpha}, Q_{+}^{\beta}] &= i f^{\alpha\beta\gamma} Q_{+}^{\gamma}, \\ [Q_{-}^{\alpha}, Q_{-}^{\beta}] &= i f^{\alpha\beta\gamma} Q_{-}^{\gamma}, \\ [Q_{+}^{\alpha}, Q_{-}^{\beta}] &= 0. \end{aligned} \quad (6.37)$$

Из этих коммутационных соотношений могут быть получены правила сумм [60—62] (путем записи коммутаторов в виде сумм по полному набору адронных промежуточных состояний).

Попытаемся теперь расширить алгебру  $SU(3) \otimes SU(3)$ . В рассматриваемой кварковой модели с каноническими коммутационными соотношениями между кварковыми полями возникает алгебра  $U(12)$ . Эта алгебра имеет 144 генератора, которые даются интегралами от локальных плотностей  $\bar{q}(x) \Gamma(\lambda^{\alpha}/2) q(x)$  ( $\alpha = 0, \dots, 8$ ). Здесь  $\Gamma$  есть любой из 16 дираковских матричных ковариантов.

Чтобы использовать коммутационные соотношения и вывести правила сумм, удобно взять в качестве промежуточных состояний с бесконечным импульсом [59, 63]. При  $p_z \rightarrow \infty$  многие матричные элементы операторов  $U(12)$  по состояниям с конечной массой обращаются в нуль по кинематическим причинам. Поэтому хорошо определенными являются только остающиеся операторы, не имеющие этого кинематического нуля.

Как можно непосредственно убедиться, в пределе при  $p_z \rightarrow \infty$  остается только 35 независимых хорошо определенных операторов. Проиллюстрируем это несколькими примерами.

При преобразованиях Лоренца спиноры преобразуются по закону [формула (6.11)]

$$q(p) = \text{ch} \frac{\omega}{2} \left( 1 + \alpha_z \text{th} \frac{\omega}{2} \right) q(0). \quad (6.38)$$

Поэтому

$$q(p) = \begin{pmatrix} \text{ch} \frac{\omega}{2} & \chi \\ \alpha_z \text{sh} \frac{\omega}{2} & \chi \end{pmatrix}. \quad (6.39)$$

где  $\chi \equiv q(0)$  есть двухкомпонентный спинор. В пределе при  $p_z \rightarrow \infty$  имеем

$$q(p_z \rightarrow \infty) = \text{ch} \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} \chi \\ \alpha_z \chi \end{pmatrix}. \quad (6.40)$$

Мы можем теперь найти свойства различных плотностей вида  $\bar{q} \Gamma(\lambda/2) q$ . Не выписывая подробно  $SU(3)$ -зависимость, содержа-

щуюся в  $\lambda$ -матрицах, имеем формально [матрицы  $\alpha_z$  определены в формуле (6.15)]

$$\begin{aligned} q^{\dagger} \alpha_z q &\equiv \text{ch}^2 \frac{\omega}{2} \chi^{\dagger} (1, \alpha_z) \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ \sigma_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_z \end{pmatrix} \chi = \\ &= 2 \text{ch}^2 \frac{\omega}{2} \chi^{\dagger} 1 \chi = \\ &= q^{\dagger} 1 q. \end{aligned} \quad (6.41)$$

Заметим, что  $q^{\dagger} \beta \sigma_x q$  и  $q^{\dagger} \sigma_x q$  ведут себя совершенно по-разному:

$$\begin{aligned} q^{\dagger} \beta \sigma_x q &\equiv \text{ch}^2 \frac{\omega}{2} \chi^{\dagger} (1, \sigma_x) \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & -\sigma_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_z \end{pmatrix} \chi, \\ q^{\dagger} \sigma_x q &\equiv \text{ch}^2 \frac{\omega}{2} \chi^{\dagger} (1, \sigma_x) \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & -\sigma_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_z \end{pmatrix} \chi, \end{aligned} \quad (6.42)$$

и потому  $q^{\dagger} \sigma_x q \rightarrow 0$ , тогда как  $q^{\dagger} \beta \sigma_x q$  остается конечным. Аналогичный результат справедлив для  $q^{\dagger} \sigma_y q$  и  $q^{\dagger} \beta \sigma_y q$  в пределе при  $p_z \rightarrow \infty$ .

Выполнив всюду такой предельный переход, можно показать, что хорошо определенные операторы имеют структуру  $q^{\dagger} \lambda_{\alpha} (1, \beta \sigma_x, \beta \sigma_y, \sigma_z) q$  и потому образуют алгебру  $SU(6)_V$  [64]. В явном виде:

$$\begin{aligned} F^{\alpha}(t) &= \int d^3x V_0^{\alpha}(x, t) = \int d^3x q^{\dagger}(x) \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) \approx \\ &\approx \int d^3x q^{\dagger}(x) \alpha_z \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) = \\ &= \int d^3x V_3^{\alpha}(x, t) \quad (\alpha = 1, \dots, 8), \end{aligned} \quad (6.43)$$

$$\begin{aligned} F_x^{\alpha}(t) &= \int d^3x V_{23}^{\alpha}(x, t) = \int d^3x q^{\dagger}(x) \beta \sigma_x \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) \approx \\ &\approx \int d^3x q^{\dagger}(x) \beta \alpha_x \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) = \int d^3x V_{20}^{\alpha}(x, t), \end{aligned} \quad (6.44)$$

$$\begin{aligned} F_y^{\alpha}(t) &= \int d^3x V_{31}^{\alpha}(x, t) = \int d^3x q^{\dagger}(x) \beta \sigma_y \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) \approx \\ &\approx \int d^3x q^{\dagger}(x) \beta \alpha_y \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) = \int d^3x V_{01}^{\alpha}(x, t) \quad (\alpha = 0, \dots, 8), \end{aligned} \quad (6.45)$$

$$\begin{aligned} F_z^{\alpha}(t) &= \int d^3x A_3^{\alpha}(x, t) = \int d^3x q^{\dagger}(x) \sigma_z \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) \approx \\ &\approx \int d^3x q^{\dagger}(x) \gamma_3 \frac{\lambda^{\alpha}}{2} q(x) \int d^3x A_0^{\alpha}(x, t). \end{aligned} \quad (6.46)$$



Величины  $\hat{F}^\alpha$  следует воспринимать как генераторы алгебры  $SU(6)_W$ , которая называется токовой ( $SU(6)_{W, ток}$ ), так как возникает при описании трансформационных свойств кварковых токов.

Мы уже видели, что состояния одной частицы, движущейся вдоль оси  $z$ , можно классифицировать по представлениям группы  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ . Эта  $SU(6)_W$ -группа называется классификационной ( $SU(6)_{W, класс}$ ) и образует генераторами  $\hat{W}^\alpha$ .

#### А. Связь между группами $SU(6)_{W, класс}$ и $SU(6)_{W, ток}$

Генераторы  $\hat{F}^\alpha$  группы  $SU(6)_{W, ток}$  являются интегралами измеряемых локальных токов. Как они связаны с генераторами  $\hat{W}^\alpha$  группы  $SU(6)_{W, класс}$ ? Дашен и Гелл-Манн [65] высказали предположение, что эти операторы связаны унитарным преобразованием  $V$ :

$$\hat{W}^\alpha = V \hat{F}^\alpha V^{-1}. \quad (6.47)$$

Возможно ли тождество  $V \equiv 1$ , так что  $\hat{W}^\alpha \equiv \hat{F}^\alpha$ ? Нет, невозможно. Например, аксиальный заряд является генератором группы  $SU(6)_{W, ток}$ , и если бы он был также генератором группы  $SU(6)_{W, класс}$ , то не мог бы приводить к переходам между различными мультиплетами этой группы — по определению генератор переводит друг в друга состояния одного мультиплета (гл. 2). Тогда гипотеза частичного сохранения аксиального тока (PCAC) приводила бы к выводу об отсутствии резонансов, распадающихся на  $\pi N$  и  $\pi \Delta$ . Можно найти и другие противоречия. Так, совпадение  $\hat{W}^\alpha$  и  $\hat{F}^\alpha$  привело бы к значению  $g_A/g_V = 5/3$ , равенству нулю аномального магнитного момента нуклона [66] и всех форм-факторов  $\rho$ -резона [67]. Поэтому  $V \neq 1$  и генераторы групп  $SU(6)_{W, класс}$  и  $SU(6)_{W, ток}$  различны.

Адроны, образующие мультиплеты группы  $SU(6)_{W, класс}$ , построены из кварков, которые часто называют классификационными или составляющими. Генераторы  $SU(6)_{W, ток}$  построены из кварковых токов. Адроны можно классифицировать по мультиплетам  $SU(6)_{W, ток}$ , т. е. в токовом базисе, и тогда их волновые функции обозначаются символом  $|\psi_c\rangle$ . В базисе классификационных кварков адроны имеют волновые функции  $|\psi_q\rangle$ . Эти представления связаны предполагаемым унитарным преобразованием  $V$ :

$$|\psi_c\rangle = V |\psi_q\rangle. \quad (6.48)$$

Для нуклона  $|\psi_c\rangle = |56, L_z = 0\rangle$ . Действие оператора  $V$  на это состояние приводит к смеси состояний

$$|\text{нуклон}\rangle = \alpha |56, L_z = 0\rangle + \beta |56, L_z = +1\rangle + \gamma |70, L_z = 0\rangle + \dots \quad (6.49)$$

В результате переходы  $\pi N \rightarrow N^*$  оказываются возможными.

Если известен явный вид оператора  $V$ , то можно определить постоянные  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и вычислить матричные элементы токов по адронным состояниям

$$\langle \psi_c | \hat{O}_c | \psi_c \rangle. \quad (6.50)$$

Другой способ состоит в преобразовании операторов

$$\begin{aligned} \langle \psi_c | \hat{O}_c | \psi_c \rangle &= \langle \psi_q | V^{-1} \hat{O}_c V | \psi_q \rangle = \langle \psi_q | \hat{O}_q | \psi_q \rangle, \\ \hat{O}_q &\equiv V^{-1} \hat{O}_c V. \end{aligned} \quad (6.51)$$

Зная трансформационные свойства получившегося оператора  $\hat{O}_q$  и волновых функций  $\psi_q$ , можно вычислить необходимый матричный элемент.

#### Б. Конкретный пример унитарного преобразования от $SU(6)_{W, ток}$ к $SU(6)_{W, класс}$

В работе [54] был предложен возможный с точки зрения феноменологии вид оператора  $V$ :

$$V_B = \prod_{i=1}^3 V_B^{(i)}, \quad (6.52)$$

где

$$V_B^{(i)} = \exp(-i\theta Z), \quad (6.53)$$

$$Z \equiv (\sigma \times L)_3 = i(\sigma_1 L_2 - \sigma_2 L_1). \quad (6.54)$$

Здесь  $\sigma_i$  — повышающий и понижающий операторы спина кварка, а  $L_i$  — соответствующие операторы углового момента. Угол  $\theta$  должен выбираться из других соображений.

В работе Меллоша [55] была сделана попытка теоретического подтверждения такого выбора  $V$  с точки зрения модели свободных кварков. Оператор  $V$  напоминает по структуре операторы поперечных преобразований Лоренца (см. также гл. 7, § 3). Детальное обсуждение работы Меллоша и связи между его  $V$ -преобразованием и подобными преобразованиями Фолди—Воутхольдена и других дано в работе [68], которую следует изучить читателю, интересующемуся этим вопросом.

В базисе классификационных кварков нуклон является членом представления  $(8, 2)_{56} (L=0)$  группы  $(SU(3), SU(2)) \equiv$

$\in SU(6) \otimes O(3)$ . Волновая функция нуклона с  $S_z = 1/2$  может быть записана в виде

$$\Psi^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ |8\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2} \uparrow \right\rangle_\alpha + |8\rangle_\beta \left| \frac{1}{2} \uparrow \right\rangle_\beta \right]_0, \quad (6.54)$$

где индекс за скобкой дает значение величины  $L_z$ ; для облегчения обозначений поставлены  $\alpha, \beta$  вместо  $M_{S, A}$  (табл. 7 из гл. 3). Подействуем теперь на это состояние оператором  $V_B$ . Получившаяся волновая функция нуклона в токовом базисе имеет вид

$$|\Psi_v\rangle = \cos\theta |\Psi\rangle + \sin\theta |\delta\Psi\rangle \equiv \quad (6.55)$$

$$\begin{aligned} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\theta \left[ |8\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2} \uparrow \right\rangle_\alpha + |8\rangle_\beta \left| \frac{1}{2} \uparrow \right\rangle_\beta \right]_0 + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta \left\{ \left[ |8\rangle_\beta \left| \frac{1}{2} \downarrow \right\rangle_\beta - \frac{1}{2} |8\rangle_\alpha \left| \frac{1}{2} \downarrow \right\rangle_\alpha + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{\sqrt{2}}{3} |8\rangle_\alpha \left| \frac{3}{2} \downarrow \right\rangle_{S, 1} \right] \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} |8\rangle_\alpha \left| \frac{3}{2} \downarrow \right\rangle_{S, -1} \right] \right\}, \quad (6.56) \end{aligned}$$

что совпадает с киральной  $SU(3) \otimes SU(3)$ -волновой функцией нуклона, полученной в работе [54].

С помощью этой волновой функции можно найти матричные элементы операторов токов. В частности, вычисление среднего значения оператора  $I_3 \sigma_z$  по протонным состояниям (связанного с отношением  $g_A/g_V$ , формула (6.88)) дает

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) \equiv \frac{5}{3} (1 - 2\sin^2\theta). \quad (6.57)$$

В отсутствие вызванного оператором  $V$  конфигурационного смешивания  $\cos\theta = 1$  и  $g_A/g_V = 5/3$ . На опыте  $g_A/g_V \approx 1/2$ , и потому  $\sin^2\theta \approx 1/6$ .

Выше было проведено вычисление  $\langle \Psi_v | \hat{O}_v | \Psi_v \rangle$ . Вместо этого можно было по формуле (6.51) вычислить  $\langle \Psi_v | \hat{O}_v | \Psi_v \rangle$ , находя

$$\hat{O}_v \equiv V^{-1} \hat{O}_v V \quad (6.58)$$

и используя  $\Psi_v \equiv \Psi(0)$  из (6.54). Мы рассмотрим, как и раньше, пример вычисления отношения  $g_A/g_V$ , для которого

$$\hat{O}_v = \sum_{j=1}^3 (\sigma_j I_j)^{(0)}.$$

Имеем

$$\begin{aligned} \hat{O}_v &= \sum_{j=1}^3 [V^{-1} (\sigma_j I_j) V]_j \equiv \\ &\equiv \sum_{j=1}^3 I_3^{(j)} [\cos\theta + i(\sigma \times L)_j \sin\theta] \sigma_z [\cos\theta - i(\sigma \times L)_j \sin\theta] \equiv \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=1}^3 I_3^{(j)} \sigma_z [\cos\theta - i(\sigma \times L)_j \sin\theta] [\cos\theta - i(\sigma \times L)_j \sin\theta] \equiv \\ &\equiv \sum_{j=1}^3 I_3^{(j)} \sigma_z [\cos 2\theta - i \sin 2\theta (\sigma \times L)_j] \equiv \\ &\equiv \sum_{j=1}^3 I_3^{(j)} (\sigma_z \cos 2\theta + \sin 2\theta \sigma_j \cdot L_j). \quad (6.59) \end{aligned}$$

Последний член, содержащий  $L_j$ , не дает вклада при вычислении матричных элементов по нуклонным классификационным состояниям с  $L = 0$ . Первый член снова дает

$$g_A/g_V = \frac{5}{3} \cos 2\theta \quad (6.60)$$

в согласии с формулой (6.57).

## § 5. ПОДАЛГЕБРА $SU(3) \otimes SU(3)$ АЛГЕБРЫ $SU(6)_v$

Генераторы  $SU(6)_{v, \text{tot}}$  [из формул (6.43)–(6.46)] включают в себя  $\int d^3x V_0^\alpha(x, t)$  и  $\int d^3x A_0^\alpha(x, t)$ , являющиеся соответственно операторами  $Q^\alpha(t)$  и  $Q_0^\alpha(t)$ . Правые и левые заряды  $[Q^\alpha + Q_0^\alpha]$  и  $[Q^\alpha - Q_0^\alpha]$  образуют две коммутирующие  $SU(3)$ -алгебры; это означает, что киральная алгебра  $SU(3) \otimes SU(3)$  содержится в токовой алгебре  $SU(6)_{v, \text{tot}}$ . Обычно принято обозначать состояния или операторы с помощью символов, показывающих их трансформационные свойства по подалгебре  $SU(3) \otimes SU(3)$  [49, 69].

Если некоторое состояние находится в представлении  $A$  алгебры правых зарядов и в представлении  $B$  алгебры левых зарядов, то мы будем обозначать его символом

$$|(A, B)_{S, z, L_z}|, \quad (6.61)$$

где  $S_z$  — собственное значение аксиального заряда  $Q_0^3$  (равное в системе с бесконечным импульсом просто  $z$ -компоненте спина), а  $L_z$  принимается равным  $J_z - S_z$ . Тогда прямое произведение  $A \otimes B$  дает структуру состояния по алгебре векторных зарядов  $Q_\alpha$ .

В качестве примера приведем трансформационные свойства самих  $Q^\alpha$  и  $Q_0^\alpha$ . Так как оператор

$$Q^\alpha \equiv \frac{Q^\alpha + Q_0^\alpha}{2} + \frac{Q^\alpha - Q_0^\alpha}{2}, \quad (6.62)$$

он преобразуется как

$$|(8, 1)_v, 0\rangle + |(1, 8)_v, 0\rangle. \quad (6.63)$$

Для оператора  $Q_3^z$  имеем аналогично

$$\{(8, 1)_0, 0\} - \{(1, 8)_0, 0\}. \quad (6.64)$$

Особое значение имеют представления кварков и антикварков в алгебре  $SU(3) \otimes SU(3)$ . Мы определим токовые кварки их трансформационными свойствами. При  $p_z \rightarrow \infty$  кварк со спином вверх имеет положительную спиральность. Для лептонов  $V-A$  ток принято считать отвечающим левовинтовым частицам, так что кварк с положительной спиральностью принадлежит правому триплету; в результате

$$q^+ \equiv \{(3, 1)_{1/3}, 0\}; \quad q_+ \equiv \{(1, 3)_{-1/3}, 0\}, \quad (6.65)$$

$$\bar{q}^+ \equiv \{(1, \bar{3})_{1/3}, 0\}; \quad \bar{q}_+ \equiv \{(\bar{3}, 1)_{-1/3}, 0\}. \quad (6.66)$$

Эти соотношения указывают также на поведение состояний при действии операторов зарядового сопряжения и четности [49, 69, 70]:

$$\{(A, B)_{S, z}, L_z\} \xrightarrow{A} \{(B, A)_{-S, z}, -L_z\} \eta_{AB}^A, \quad (6.67)$$

$$\{(A, B)_{S, z}, L_z\} \xrightarrow{P} \{(\bar{B}, \bar{A})_{S, z}, L_z\} \eta_{AB}^C,$$

где фазовые множители зависят от орбитального момента состояний. При объединении  $q$  и  $\bar{q}$  множители  $\eta$  будут зависеть также от  $W$ -спина получившегося состояния.

Объединим теперь  $q$  и  $\bar{q}$  в состояние с  $L_z = 0$ . Тогда для уровня с  $L = 0$

$$|J^{PC} = 1^-, J_z = +1\rangle \equiv q^+ \bar{q}^+ = \{|(3, \bar{3})_1, 0\rangle\}, \quad (6.68)$$

$$|J^{PC} = 1^-, J_z = -1\rangle \equiv q_+ \bar{q}_+ = \{|(\bar{3}, 3)_{-1}, 0\rangle\},$$

так как  $(3, 1) \otimes (1, \bar{3}) = (3, \bar{3})$  и т. д. По отношению к «обычной» группе  $SU(3)$  с генераторами  $Q^a$  мы имеем  $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$ .

Чтобы получить  $J_z = 0$ , мы объединяем  $(3, 1)_{1/3} \otimes (\bar{3}, 1)_{1/3}$ , что дает  $(8, 1)_0 \oplus (1, 1)_0$ . Для октетных состояний

$$|(8, J^{PC} = 1^-, J_z = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|(8, 1)_0, 0\rangle + |(1, 8)_0, 0\rangle\}, \quad (6.69)$$

$$|(8, J^{PC} = 0^+, J_z = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|(8, 1)_0, 0\rangle - |(1, 8)_0, 0\rangle\}.$$

Заметим, что состояния с  $J^{PC} = 1^--$  преобразуются как  $Q^z$ , а состояния с  $J^{PC} = 0^{++}$  — как  $Q_3^z$ . Подействовав на (6.69) оператором зарядового сопряжения  $C$ , находим, что для  $L = 0$   $\{(8, 1)_0, 0\} = -\{(1, 8)_0, 0\}$ , а поэтому  $\eta_{AB}^C(L = 0) = -1$ .

Для состояний с  $L = 0$  можно дать следующую таблицу перехода от классификации по  $SU(3) \otimes SU(3)$  к классификации по  $SU(6)_W$  и обратно:

$$|J^{PC} = 0^{++}, J_z = 0\rangle \leftrightarrow |W = 1, W_z = 0; J_z = 0\rangle, \quad (6.70)$$

$$|J^{PC} = 1^-, J_z = 0\rangle \leftrightarrow |W = 0, W_z = 0; J_z = 0\rangle, \quad (6.71)$$

$$|J^{PC} = 1^-, J_z = \pm 1\rangle \leftrightarrow |W = 1, W_z = \pm 1; J_z = \pm 1\rangle. \quad (6.72)$$

Причем  $SU(3) \otimes SU(3)$ -представления состояний даны в формулах (6.68), (6.69).

Рассмотрим теперь три кварка с  $J_z = 1/2$  в системе отсчета с бесконечным импульсом. Предположим, что преобразования из алгебры токов действуют на нуклон так, как если бы он состоял из двух токовых кварков с  $S_z = 1/2$ , связанных симметричным образом с третьим кварком с  $S_z = -1/2$ . Тогда мы имеем бы состояние

$$\{(3, 1)_{1/3} \otimes (3, 1)_{1/3} \otimes (1, 3)_{-1/3}\}_{\text{симм}} \quad (6.73)$$

(здесь мы временно опустили  $L_z = 0$ ). Теперь мы имеем  $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$ , причем симметричным является состояние 6. Следовательно,

$$\left\{S = \frac{1}{2} \text{ или } \frac{3}{2}, S_z = \frac{3}{2}\right\}_{\text{симм}} \equiv \{(6, 3)_{1/2}, 0\}. \quad (6.74)$$

По отношению к  $Q^a$  имеем  $6 \otimes 3 = 8 \oplus 10$ , поэтому возникают нуклонный октет и декуплет. Если бы все три кварка имели  $S_z = 1/2$ , то мы получили бы

$$|S = 3/2, S_z = 3/2\rangle_{\text{симм}} = \{(3, 1) \otimes (3, 1) \otimes (3, 1)\}_{\text{симм}} = \{(10, 1)_{3/2}, 0\}. \quad (6.75)$$

Оператор  $Q_3^z$  является генератором группы  $SU(3) \otimes SU(3)$  и потому не может вызывать переходы между различными представлениями этой группы. Поэтому если физический нуклон был в представлении  $\{(6, 3)_{1/2}, 0\}$  в системе с бесконечным импульсом, то оператор  $Q_3^z$  может перевести его только в себя или в  $\Delta$  (так как  $\Delta$  принадлежит тому же представлению). Это приводило бы к отношению  $g_N/g_\Delta = 2/3$  и через PCAC к запрещенным переходам  $\pi N \rightarrow N^*$ .

Для того чтобы переходы  $\pi N \rightarrow N^*$  происходили,  $N$  и  $N^*$  должны быть в одном представлении токовой группы  $SU(3) \otimes SU(3)$ . Это приводит к феноменологической схеме смешивания

$$|N\rangle = \alpha \{(6, 3)_{1/2}, 0\} + \beta \{(\bar{3}, 3)_{1/2}, 0\} + \gamma \{(3, \bar{3})_{-1/2}, 1\} + \dots, \quad (6.76)$$

предложенной в работах [49, 54, 69].

Чтобы внести какую-либо последовательность в эту феноменологию, было предложено рассмотреть унитарный оператор  $V$ , преобразующий неприводимое представление алгебры токов в физическое состояние, например

$$|N\rangle = V \{|(6, 3)_{1/2}, 0\rangle\}. \quad (6.77)$$

В работе [54] был предложен определенный вид оператора  $V$ , действие его на волновую функцию (6.54) указано в формуле (6.56). В рамках модели свободных кварков преобразование  $V$  было найдено в работе [55] и обсуждалось в работе [71]. Здесь нам достаточно предположить, что  $V$  является однокварковым оператором, зависящим от координат только одного кварка и не создающим связанных пар  $q\bar{q}$ . Операторы  $V$ , найденные указанными выше авторами, обладают этим свойством.

Теперь, если мы хотим вычислить матричный элемент тока, например  $Q_5$ :

$$\langle \text{Адрон} | Q_5 | \text{Адрон} \rangle =$$

$$= \langle \text{Неприводимое представление токов} | V^{-1} Q_5 V | \text{Н. П. токов} \rangle, \quad (6.76)$$

нам достаточно установить трансформационные свойства произведения  $V^{-1} Q_5 V$ . Это будут трансформационные свойства линейной комбинации однокварковых операторов наиболее общего вида, допускаемого лоренцевой и  $SU(3)$ -симметриями.

Рассмотрим оператор  $V^{-1} Q_5 V$ . Мы знаем, что  $Q_5$  преобразуется по представлению  $\{(8, 1)_0 - (1, 8)_0, 0\}$  с  $J_z = 0$ . Есть ли еще другие  $q\bar{q}$ -состояния с  $J_z = 0$ ? Состояние  $\{(8, 1)_0 + (1, 8)_0, 0\}$  нам не подходит, так как отвечает оператору  $Q^a$ . Остаются  $\{(3, \bar{3})_1, -1\}$  и  $\{(\bar{3}, 3)_1, 1\}$ , причем трансформационными свойствами сигнала обладает состояние  $\{(3, \bar{3})_1, -1\} - \{(\bar{3}, 3)_1, 1\}$ . [Сравните действие оператора  $\mathcal{N}$  на  $Q^a$  с его действием на эту комбинацию представлений  $(3, \bar{3})$  и  $(\bar{3}, 3)$ .] Следовательно,  $V Q_5 V^{-1}$  дает состояние

$$\{(8, 1)_0 - (1, 8)_0, 0\} \quad \text{и} \quad \{(\bar{3}, 3)_1, -1\} - \{(\bar{3}, 3)_1, 1\}, \quad (6.77)$$

которые ведут себя как компоненты представления 35 полной группы токов  $SU(6)_W$  [72–74]. Как представления группы  $SU(6)_W$  эти члены часто обозначают через  $W_3$  и  $(W_3 L - W_3 \bar{L})$  [ср. с формулой (6.59)].

В реальных переходах с поглощением или испусканием фотона существен оператор дипольного момента

$$D_{\pm} \equiv \int d^3x \frac{x \pm iy}{V^2} V_0(x, t). \quad (6.80)$$

Он преобразуется следующим образом [ср. с формулой (6.60)]:

$$D_{\pm}^a = \{(8, 1)_0 + (1, 8)_0, \pm 1\}. \quad (6.81)$$

Путем рассуждений, аналогичных проведенным выше, можно показать, что наиболее общая форма однокваркового оператора с  $J_z = 1$  содержит четыре члена:

$$\{(8, 1)_0 + (1, 8)_0, 1\}, \quad \{(3, \bar{3})_1, 0\}, \quad \{(8, 1)_0 - (1, 8)_0, 1\}, \\ \{(\bar{3}, 3)_1, 2\}. \quad (6.82)$$

которые иногда обозначают символами  $L_+$ ,  $W_+$ ,  $W_+ L_+$ ,  $W_+ L_+ L_+$ . Для компоненты  $Q^a$  с  $J_z = 0$  требование правильной четности оставило из четырех состояний всего два, поскольку состояние с  $J_z = 0$  имеет определенную четность. Состояния же с  $J_z = \pm 1$  не являются собственными для оператора  $\mathcal{N}$ , и потому в этом случае могут присутствовать все четыре комбинации (и они, по-видимому, необходимы феноменологически; см. гл. 7, § 3, а также работы [75–77]).

Теперь можно вычислить матричные элементы для процессов  $\gamma N \rightarrow N^*$  или для испускания  $\pi$ -мезона. Неприводимые представления  $N$  и  $N^*$  известны, оператор  $V^{-1} Q^a V$  состоит из двух слагаемых с разными коэффициентами. Поэтому амплитуды перехода  $\pi N \rightarrow N^*$  будут содержать два приведенных матричных элемента с соответствующими весовыми коэффициентами Клебша—Гордана. Аналогично этому амплитуда перехода  $\gamma N \rightarrow N^*$  будет содержать четыре приведенных матричных элемента. Их можно найти в табл. 1 гл. 7.

## § 6. СМЕШИВАНИЕ $SU(3) \otimes SU(3)$ -КОНФИГУРАЦИЙ В ОСЦИЛЛЯТОРНОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

$SU(6)$ -волновые функции адронов обычно записывают, пользуясь двухкомпонентными паулиевскими спинорами, описывающими составляющие кварки. Это обосновывается в рамках нерелятивистской кварковой модели, где в системе покоя адрона кварки также (приблизительно) покоятся, и потому четырехкомпонентный дираковский кварковый спинор можно приближенно заменить двухкомпонентным паулиевским.

Действительно ли импульс кварка в адроне пренебрежимо мал? Исследование моделей показывает, что это не так. Один из примеров этого дается в модели мешков (гл. 18), где свободные кварки ограничены сферой радиусом  $R$ . Подобно этому в кварковой модели гармонического осциллятора  $\langle (p_i^2)^{1/2} \rangle \sim R^{-1}$ , и для кварка с эффективной массой порядка 300 МэВ получаем

$$\langle (p_i^2)^{1/2} \rangle \sim m_q$$

Вследствие этого «малые» по предположению компоненты дираковского 4-спинора в действительности имеют заметный порядок величины. Эти компоненты требуют многих поправок к предсказаниям наивной нерелятивистской  $SU(6)$ -модели, что иллюстрируется в модели мешков (гл. 18).

Ле Юанк и др. [56] высказали предположение, что в  $SU(6)$ -волновых функциях паулиевские спиноры следует заменить дираковскими для учета внутренних движений кварков в адроне. Поэтому спинор  $\chi_i$  для  $i$ -го кварка заменяется дираковским биспинором

$$u_i(s) = \begin{pmatrix} \chi_i(s) \\ \mu_q (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}_i) \chi_i(s) \end{pmatrix}, \quad (6.84)$$

где  $\mu_q$  — величина, приблизительно равная нормальному магнитному моменту кварка  $\mu_q \approx \frac{1}{2} m_q$ .

Эта гипотеза принимается во многих вычислениях, проведенных в кварковой модели. Рассмотрим, например, электромагнитное взаимодействие, имеющее в дираковских обозначениях вид  $i\bar{\psi}\gamma_\mu A_\mu$ . В подробной записи с помощью  $2 \times 2$ -матриц получаем с использованием спиноров из (6.17) и равенств  $\gamma_0 = \beta$ ,  $\gamma_i = \beta\alpha_i$  [формула (6.15)]

$$V = \sqrt{\frac{(E'+m)(E+m)}{4EE'}} \left( \chi_i^\dagger \cdot \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}'_i)}{E'+m} \chi_i \right) \begin{pmatrix} 0 & (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}) \\ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})}{E+m} \chi \end{pmatrix}, \quad (6.85)$$

где  $\mathbf{p}'_i = \mathbf{p}_i + \mathbf{k}$ , а  $\mathbf{k}$  — импульс электромагнитного поля. Из выражения (6.84) можно найти представление этого взаимодействия через двухкомпонентные спиноры:

$$V = \sqrt{\frac{(E'+m)(E+m)}{4EE'}} \chi_i^\dagger \left( \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}_i)}{E'+m} + \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}'_i)}{E'+m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}) \right) \chi. \quad (6.86)$$

Используя тождество для матриц Паули

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) + i(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{a} \times \mathbf{b}]), \quad (6.87)$$

получаем при  $E \approx E' \approx m$  известное выражение

$$\frac{1}{2m_q} \chi_i^\dagger \{ (\mathbf{p} + \mathbf{p}') \cdot \mathbf{A} + i(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{A}]) \} \chi \quad (6.88)$$

для нерелятивистского электромагнитного взаимодействия. Единственным членом, допускаемым  $SU(6)_C$ -группой, является член, зависящий от спина, который сохраняет  $L_z$ . Первый член в случае поперечно-поляризованного фотона соответствует  $L_z = \pm 1$  и поэтому нарушает  $SU(6)_C \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрию. Он возникает из-за наличия «малых» компонент кваркового спинора. Такая модель рассматривается далее в гл. 7 в связи с фоторождением

Рассмотрим теперь влияние этих эффектов на аксиальные матричные элементы, например на отношение  $g_A/g_V$ . Для покоящегося нуклона  $g_A/g_V$  есть коэффициент при  $\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi$  (выразите  $\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi$  через двухкомпонентные спиноры и покажите, что компонента  $\chi$  с  $\mu = 3$  при  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} \rightarrow 0$  конечна). Для кварков  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} \neq 0$  и, с  $\mu = 3$  при  $\mathbf{p}' = \mathbf{p} \neq 0$  и, выражая ток кварков через двухкомпонентные спиноры, получаем

$$\begin{aligned} \bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi &= \frac{E+m}{2E} \left( \chi_i^\dagger \cdot \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi_i \right) \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix} = \\ &= \frac{E+m}{2E} \chi_i^\dagger \left( \sigma_3 + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{(E+m)^2} (\mathbf{p}_3 - i(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p}_3)) \right) \chi. \end{aligned} \quad (6.88)$$

После преобразований, выполненных с помощью формулы (6.86), получаем

$$\chi_i^\dagger \left[ \sigma_3 \left( 1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)} \right) + \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}_T) p_z}{E(E+m)} \right] \chi. \quad (6.89)$$

Это выражение имеет ту же структуру, что и (6.59), и для  $g_A/g_V$  дает

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \left( 1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)} \right). \quad (6.90)$$

Ясно, что уменьшение  $g_A/g_V$  по сравнению с  $5/3$  связано с «малыми» компонентами кварковых спиноров, в частности с отличием поперечных импульсов от нуля. Поперечные импульсы нарушают  $SU(6)_C \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрию, а поэтому отличие  $g_A/g_V$  от значения, предсказываемого  $SU(6)_C$ -симметрией, вполне понятно.

Существует тесная связь между этими результатами и тем, что получалось в § 4 путем преобразования  $V$ . Причиной возникновения этой связи является схожесть алгебраической структуры оператора  $V$  [формулы (6.53), (6.54)] и оператора преобразования Лоренца  $L(p)$  [формулы (6.10), (6.11)], который переводит двухкомпонентный паулиевский спинор нерелятивистской  $SU(6)$ -модели в четырехкомпонентный спинор, отвечающий движению с импульсом  $p$ . Эта связь была получена в явной форме Ле Юанком и др. [56], которые нашли преобразование спинора (6.16) к системе отсчета с бесконечным импульсом.

При переходе к системе отсчета с  $p_z \rightarrow \infty$  в пространственной части волновой функции учитывается лоренцево сокращение [78], а зависимость от относительного времени не учитывается (ср. [79, разд. 7.4]):

$$\Psi_{N_1} = \infty \left( \left[ \frac{p_{iz}}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \mathbf{p}_{iT} \right] \right) = \Psi_{\text{boost}}(\{p_{iz}, \mathbf{p}_{iT}\}). \quad (6.91)$$

Спиноры преобразуются следующим образом. Для  $i$ -го кварка

$$Lu_i(s, p) = \text{ch} \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sigma_z \\ \sigma_z & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \mu_v \sigma \cdot p \chi \end{pmatrix} = \\ = \text{ch} \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} \psi_i \\ \sigma_{iz} \psi_i \end{pmatrix}, \quad (6.92)$$

где

$$\psi_i \equiv [1 + \mu_v \sigma_z (\sigma \cdot p)] \chi. \quad (6.93)$$

Теперь мы для упрощения обозначений временно опустим индекс  $i$  и рассмотрим вектор-столбец в формуле (6.93). Его можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} (1 + \sigma_z (\sigma_{\perp} \cdot p_{\perp}) + p_z) \chi \\ (1 + (\sigma_{\perp} \cdot p_{\perp}) \cdot \sigma_z + p_z) \sigma_z \chi \end{pmatrix}, \quad (6.94)$$

Используя соотношение  $\sigma_{\perp} \sigma_z = -\sigma_z \sigma_{\perp}$  и обозначение

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix},$$

имеем для преобразованного спинора

$$Lu_i(s, p) = \text{ch} \frac{\omega}{2} [1 + \mu_v p_{iz} + \mu_v \beta_i \Sigma^{(+)} p_i^{(+)} + \\ + \mu_v \beta_i \Sigma^{(-)} p_i^{(-)}] \begin{pmatrix} \chi_i \\ \sigma_{iz} \chi_i \end{pmatrix}, \quad (6.95)$$

где  $\Sigma^{\pm} = \frac{1}{2} (\Sigma_x \pm i \Sigma_y)$ ;  $p_i^{\pm} \equiv (p \pm i p_y)$ .

Рассмотрим сначала случай малых внутренних импульсов. В этом случае преобразованный спинор (6.95) равен

$$\text{ch} \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} \chi_i \\ \sigma_{iz} \chi_i \end{pmatrix}. \quad (6.96)$$

Генераторы группы  $SU(3) \otimes SU(3)$  имеют вид  $\frac{1}{2} (1 \pm \Sigma)$  и дираковский спинор в формуле (6.96) преобразуется так же, как двухкомпонентный спинор  $\chi$ . Поэтому  $SU(3) \otimes SU(3)$ -представление нуклона, возникающее из стандартной  $SU(6)$ -схемы, сохраняется при переходе к системе отсчета с  $p_z = \infty$ , если поперечные к оси  $z$  кварковые импульсы пренебрежимо малы.

Однако при конечных поперечных импульсах  $SU(3) \otimes SU(3)$ -классификация нуклона в системе с  $p_z \rightarrow \infty$  отличается от таковой в системе покоя, что явствует из выражения (6.95) для преобразованного спинора. Заметим, что операторы  $\beta \Sigma$  являются генераторами  $W$ -спина и что классификация состояний по  $W$ -спину изменяется из-за присутствия членов  $W^+ p^-$  и  $W^- p^+$  в операторе

Лоренцева преобразования в формуле (6.95). Этого не происходит, только если импульс кварка направлен по оси  $z$ . Присутствие поперечных импульсов приводит к смешиванию  $SU(3) \otimes SU(3)$ -представлений. Это смешивание можно рассматривать как следствие кофайнмента кварков, который неизбежно приводит к конечным импульсам кварков, даже если адрон в целом покоится (гл. 18). Это является также динамической причиной возникновения запрещенных  $SU(6)_w$ -симметрией распадов типа  $B \rightarrow \omega \pi$ .

Киральная  $SU(3) \otimes SU(3)$ -волновая функция для нуклона в системе с  $p_z = \infty$  может быть теперь вычислена примерно так же, как в § 4 [формула (6.56)]. Разница лишь в том, что ранее величина смешивания  $\theta$  оставалась неопределенной. Теперь смешивание выражается через  $\langle p_i^{\pm} \rangle$  и  $\mu_v^{\pm}$ .

Например, при вычислении отношения  $g_A/g_V$  используется оператор

$$Q_5^z = \sum_i \sigma_{iz} (1 - \mu_v^{\pm} p_i^{\pm}) \quad (6.97)$$

(ср. с формулами (6.57), (6.60) и (6.90)), где мы опустили вклады с  $p^{\pm}$ , исчезающие для нуклонных волновых функций с  $L_z = 0$ . Поэтому

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} (1 - 2\delta), \quad (6.98)$$

где при параметрах гармонического осциллятора, найденных путем подгонки свойств основного состояния,  $m_q \approx 300$  МэВ,  $R^2 \approx (5+10)$  ГэВ $^{-2}$  и при  $R^2/\mu_v^{\pm} \approx 3$  имеем  $\delta = 1/6$ . В результате отношение  $g_A/g_V$  хорошо согласуется с опытом. Полезно сравнить структуру выражения (6.90) для  $g_A/g_V$  с результатами модели мешков МТИ и работы [80], обсуждающимися в гл. 18 [в частности, формулы (18.37) и (18.43)].

## § 7. МОДЕЛЬ РОЖДЕНИЯ КВАРКОВЫХ ПАР И НАРУШЕНИЕ $SU(6)_w$ -СИММЕТРИИ

В § 3 мы видели, как  ${}^3P_0$ -модель рождения кварковых пар приводит к  $SU(6)_w \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрии вершин, если поперечными к оси  $z$  кварковыми импульсами можно пренебречь. Если же поперечные импульсы существенны, в частности, в  ${}^3P_0$ -паре, то  $SU(6)_w$ -симметрия нарушается. Величина и систематика этого нарушения зависит от вида потенциала, действующего между кварками, так как им определяется вид волновых функций и, следовательно, распределение кварковых импульсов в адроне.

В работах [81—83] было проведено систематическое исследование нарушений  $SU(6)_w$ -симметрии в модели рождения кварковых

пар при предположении о гауссовом виде волновых функций. Детали расчетов и подробную феноменологию читатель может найти в этих работах. Ниже в качестве введения будут изложены некоторые общие черты этого подхода.

Основа динамики этой модели состоит в том, что распад происходит вследствие рождения пары  $q\bar{q}$  с вакуумными ( ${}^3P_0$ ) квантовыми числами. Существенная диаграмма для этого процесса показана на рис. 3 для случая, когда  $A, B, C$  — мезоны.

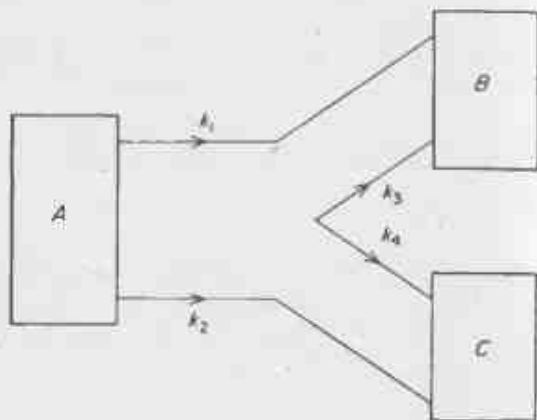


Рис. 3. Распад  $A \rightarrow BC$  с рождением пары  $q\bar{q}$  в  ${}^3P_0$ -состоянии.

Пара  ${}^3P_0$  рождается с  $(L, L_z) = (1, m)$  и  $(S, S_z) = (1, -m)$ , и  $L, S$  связываются в  $J = 0$ . Чтобы понять существо дела, рассмотрим случай, когда все  $A, B, C$  суть  $q\bar{q}$ -системы в  $S$ -состоянии [например,  $\rho (J_z = 0) \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ]. Зависящий от спина вклад в матричный элемент может быть выделен. В результате имеем

$$\langle M_B M_C | T | M_A \rangle = \gamma \sum_m \langle 1, m; 1, -m | 00 \rangle \langle \chi_B \chi_C | \chi_A \chi_{-m} \rangle I_{A, BC}^m \quad (6.9)$$

где  $\gamma$  — пока неизвестное число, пропорциональное амплитуде рождения  ${}^3P_0$ -пары из вакуума. Орбитальный вклад в матричный элемент дается величиной  $I_{A, BC}^m$ . С использованными на рис. 3 обозначениями импульсов получаем

$$I^m(A; BC) \equiv I_{A, BC}^m(k_B k_C; k_A) = \int d^3 k_1 d^3 k_2 d^3 k_3 d^3 k_4 \times \\ \times \delta(k_1 + k_2 - k_A) \delta(k_2 + k_3 - k_C) \delta(k_1 + k_3 - k_B) \delta(k_3 + k_4) \times \\ \times Y_1^m(k_3 - k_4) \psi_A(k_1, k_2) \psi_B(k_1, k_3) \psi_C(k_2, k_4) \quad (6.10)$$

Происхождение членов этого выражения должно быть очевидно. Три  $\delta$ -функции обеспечивают равенство сумм внутренних импульсов полным импульсам мезонов, четвертая выражает тот факт, что пара  $q\bar{q}$  рождается из вакуума с нулевым полным импульсом;  $\psi_{A, B, C}$  — это пространственные волновые функции  $q\bar{q}$ -состояний мезонов  $A, B, C$  (мы предполагаем, как и в других вычислениях, например, в гл. 7, что они являются волновыми функциями гармонического осциллятора. Наконец,  $Y_1^m(k_3 - k_4)$  — пространственная волновая функция  ${}^3P_0$ -пары. Для упрощения вычислений проведем их в системе центра масс (системе покоя мезона  $A$ ). Мы выберем внутренние импульсы так:

$$k_1 = \frac{1}{2}(k + k_B) = -k_2, \\ k_3 = \frac{1}{2}(-k + k_B) = -k_4, \quad (6.101)$$

чтобы они были совместны с выраженными  $\delta$ -функциями ограничениями при  $k_A = 0, k_C = -k_B$ . Интеграл  $I_m(A; BC)$  преобразуется в

$$I_m(A; BC) = \frac{1}{8} \delta(k_B + k_C) \int d^3 k Y_1^m(k_B - k) \psi_A(k_B + k) \times \\ \times \psi_B(-k) \psi_C(k). \quad (6.102)$$

Волновые функции гармонического осциллятора для мезонов в основном состоянии могут быть записаны в виде

$$\psi_A(k_1, k_2) = \left(\frac{R_A^2}{\pi}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{(k_1 - k_2)^2 R_A^2}{8}\right) \quad (6.103)$$

и т. д., причем  $R_A$  имеет размерность длины и является мерой «протяженности» состояния. Подстановка (6.103) в (6.102) дает

$$I_m(A; BC) = \frac{1}{8} \delta(k_B + k_C) \int d^3 k Y_1^m(k_B - k) \left(\frac{R_A^2 R_B^2 R_C^2}{\pi^3}\right)^{3/4} \times \\ \times \exp\left[-\frac{(k_B + k)^2 R_A^2}{8}\right] \exp\left[-\frac{k^2 R_B^2}{8}\right] \exp\left[-\frac{k^2 R_C^2}{8}\right]. \quad (6.104)$$

Вычисление этого интеграла — стандартная процедура. Прежде всего исключим перекрестные члены путем подстановки

$$k' = k + \frac{R_A^2 k_B}{(R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)}, \quad dk' \equiv dk, \quad (6.105)$$

так что экспонента примет вид

$$\exp\left[-\frac{k'^2 (R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)}{8}\right] \exp\left[-\frac{k_B^2 R_A^2 (R_B^2 + R_C^2)}{8(R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)}\right]. \quad (6.106)$$

Интеграл превращается в

$$I_m(A; BC) = \frac{1}{8} \delta(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}_C) \exp \left[ -\frac{k_B^2 R_A^2 (R_B^2 + R_C^2)}{8(R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)} \right] \frac{(R_A R_B R_C)^{3/4}}{\pi^{3/4}} \times \\ \times \frac{1}{\pi^{3/4}} \int d^3 \mathbf{k} Y_1^m(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) \exp \left[ -\frac{k^2 (R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)}{8} \right]. \quad (6.105)$$

Теперь остается только преобразовать

$$Y_1^m(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) = -\varepsilon_m(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \quad (6.106)$$

к виду, содержащему  $k'$ . Используя (6.105), получаем окончательно

$$I_m(A; BC) = -\frac{1}{8} \delta(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}_C) \exp \left[ -\frac{k_B^2 (R_B^2 + R_C^2) R_A^2}{8(R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)} \right] \times \\ \times \left( \frac{R_A R_B R_C}{\pi} \right)^{3/4} \frac{1}{\pi^{3/4}} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \varepsilon_m \cdot \mathbf{k}_B \left( 1 + \frac{R_A^2}{R_A^2 + R_B^2 + R_C^2} \right) \times \\ \times \int 4\pi k'^2 dk' \exp \left( -\frac{k'^2 (R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)}{8} \right) \quad (6.107)$$

(мы отбросили член с  $\varepsilon \cdot \mathbf{k}'$ , исчезающий при интегрировании вследствие нечетности). Стандартное вычисление гауссова интеграла (формула (7.4.4) книги [84]) дает

$$\int_0^\infty k'^2 dk' \exp \left( -k'^2 \frac{\Sigma R^2}{8} \right) = 2\sqrt{\pi} \left( \frac{2}{\Sigma R^2} \right)^{3/4}, \quad (6.108)$$

так что окончательно получаем

$$I_m(A; BC) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{\varepsilon_m \cdot \mathbf{k}_C}{\pi^{3/4}} \exp \left[ -\frac{k_C^2 R_A^2 (R_B^2 + R_C^2)}{8(R_A^2 + R_B^2 + R_C^2)} \right] \times \\ \times \left( \frac{2R_A R_B R_C}{R_A^2 + R_B^2 + R_C^2} \right)^{3/4} \left( \frac{2R_A^2 + R_B^2 + R_C^2}{R_A^2 + R_B^2 + R_C^2} \right) \delta(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}_C). \quad (6.109)$$

В тех случаях, когда  $R_B = R_C$  (например,  $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$  [83]) удобно положить  $x = R_A^2$ ,  $r = R_B^2 = R_C^2$  и переписать интеграл в виде

$$I_m = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{\varepsilon_m \cdot \mathbf{k}}{\pi^{3/4}} 2\sqrt{\pi} \left[ R_A^{-3/2} F(x, r, k^2) \right]_{x=R_A^2, r=R_B^2, c}, \quad (6.110)$$

где

$$F(x, r, k^2) \equiv \left( \frac{xr}{x+2r} \right)^{3/4} \frac{x+r}{x+2r} \exp \left[ \frac{-k^2 xr}{4(x+2r)} \right]. \quad (6.111)$$

### А. Распады радиально-возбужденных состояний

Вычисления типа проведенных выше можно было бы применить к распадам  $\psi \rightarrow D\bar{D}$ , если бы они были разрешены кинематически. В работе [85] эта модель была использована для изучения распада  $\psi^* \rightarrow D\bar{D}$ , где  $\psi^*$  — второе радиальное возбуждение  $\psi$ . В качестве  $\psi_A$  нужно взять соответствующую радиальную волновую функцию. Удобно не вычислять интеграл заново, а воспользоваться тем, что радиальные волновые функции возбужденных состояний получаются из основного состояния дифференцированием по радиусу.

Например,

$$|\psi_{2s}(k)(\pi R^2)^{3/4}\rangle \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} \left( 1 - \frac{4}{3} R^0 \frac{d}{dR^2} \right) |\psi_{1s}(k)(\pi R^2)^{3/4}\rangle, \quad (6.112)$$

что дает

$$I_m = \sqrt{\frac{3}{2}} \left( 1 - \frac{4}{3} x \frac{d}{dx} \right) I_m, \quad (6.113)$$

где  $I_m$  — функция переменной  $x$ , даваемая выражением (6.112). Подобным же образом для второго радиального возбуждения имеем [85]

$$I_m \equiv \sqrt{\frac{15}{8}} \left( 1 - \frac{8}{15} x \frac{d}{dx} + \frac{16}{15} x^2 \frac{d^2}{dx^2} \right) I_m. \quad (6.114)$$

### Б. Распады мезонов с $L = 1$ и $B \rightarrow \omega\lambda$

Развивая далее идеи этого метода, можно исследовать нарушение  $SU(6)_W$ -симметрии в распадах мезонов с  $L = 1$ . Нас интересует в основном спиральная структура распадов типа  $B \rightarrow \omega\lambda$ . Оба мезона в конечном состоянии имеют  $L_z = 0$ , и сохранение  $L_z$  [ $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -симметрия] требовало бы, чтобы  $B$ -мезон имел  $L_z = 0$  и, следовательно,  $J_z = 0$ . Поэтому распады  $B$  из состояний со спиральностью  $J_z = \pm 1$  на  $\omega\lambda$  были бы запрещены в противоречии с опытом (§ 3, п. «А»).

В модели рождения пар  $\omega$ ,  $\lambda$ -мезоны имеют  $L_z = 0$ , но вакуумное  ${}^3P_0$ -состояние может иметь  $m \equiv L_z = \pm 1$  или 0. Распады  $B$ -мезона с  $J_z = \pm 1$  идут через  ${}^3P_0$ -пару с  $m = \pm 1$ , тогда как распады с  $J_z = 0$  через пару с  $m = 0$ . Ограничение последними в модели Карлица—Кислингера (§ 3) приводит к  $SU(6)_W$ -симметрии вершин и запрещению распадов с  $J_z = \pm 1$  типа  $B \rightarrow \omega\lambda$ . Существование  ${}^3P_0$ -пар с  $m = \pm 1$  нарушает симметрию вершин. Поэтому нас будет интересовать относительная величина нарушающих и сохраняющих симметрию амплитуд

$$\frac{I_{m=\pm 1}(A; BC)}{I_{m=0}(A; BC)}. \quad (6.115)$$



В отличие от предыдущих примеров начальная частица  $A$  находится теперь в состоянии с  $L = 1$ . Ее волновая функция для состояния с определенным  $m$  имеет вид (считаем, что частица  $B$  есть  $\pi$ -мезон)

$$\psi_A^m(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi) = \left(\frac{R_A^2}{\pi}\right)^{1/2} i \sqrt{\frac{2}{3}} R_A Y_1^m(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi) \exp\left[-\frac{R_A^2(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi)^2}{8}\right], \quad (6.118)$$

поэтому интересующая нас величина есть

$$\frac{I_+}{I_0} = \frac{\int d^3k Y_1^1(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) Y_1^{-1}(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi) \exp\left\{-[(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi)^2 R_A^2 - \mathbf{k}^2 (R_\pi^2 + R_0^2)]/8\right\}}{\int d^3k Y_1^0(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}) Y_1^0(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi) \exp\left\{-[(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi)^2 R_A^2 - \mathbf{k}^2 (R_\pi^2 + R_0^2)]/8\right\}} \quad (6.119)$$

Далее перейдем к переменной интегрирования  $k'$ , как и ранее [формула (6.105)]. Сферические гармоники имеют вид

$$Y_1^{\pm m}(\mathbf{k}_\pi \mp \mathbf{k}) = -e_{\pm m} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cdot (k_\pi |1 \pm [(R_B^2/(R_\pi^2 + R_B^2 + R_0^2))] \mp \mathbf{k}), \quad (6.120)$$

Выбирая направление оси квантования по  $\mathbf{k}_B$ , имеем

$$Y_1^1(\mathbf{k}_\pi - \mathbf{k}) Y_1^{-1}(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi) = -\frac{3}{4\pi} \left\{ k_\pi^2 \left(1 - \frac{R_B^2}{(R_\pi^2 + R_B^2 + R_0^2)^2}\right) - k_x'^2 + \text{нечетные члены} \right\}, \quad (6.121)$$

$$Y_1^0(\mathbf{k}_\pi - \mathbf{k}) Y_1^0(\mathbf{k} + \mathbf{k}_\pi) = \frac{3}{4\pi} \left\{ \frac{(k_x'^2 + k_y'^2)}{2} + \text{нечетные члены} \right\}. \quad (6.122)$$

Заметив, что под интегралом можно положить  $k_x'^2 = k_y'^2 = k_z'^2 \equiv 1/3 k'^2$ , легко проинтегрировать экспоненты и показать, что

$$\left(\frac{I_0}{I_+}\right)_{B \rightarrow \infty \pi} = 1 - \frac{k_\pi^2 (R_\pi^2 + R_B^2 + R_0^2)}{4} \left\{1 - \frac{R_B^2}{(R_\pi^2 + R_0^2 + R_B^2)^2}\right\}. \quad (6.123)$$

Этот результат следует непосредственно из того, что

$$\int k^4 dk \exp(-ak^2) = \frac{3}{2a} \int k^2 dk \exp(-ak^2), \quad (6.124)$$

причем в нашем примере  $a \equiv 1/8 \sum R^2$ .

Если принять радиусы  $B$ ,  $\omega$  и  $\pi$  одинаковыми, то

$$\left(\frac{I_0}{I_+}\right)_{B \rightarrow \omega \pi} = 1 - \frac{2}{3} R^2 k_\pi^2. \quad (6.125)$$

Радиус  $R$  при использовании модели гармонического осциллятора связан с расщеплением масс  $S$ - и  $P$ -,  $P$ - и  $D$ - и т. д. уровней. При  $R^2 = 8 \text{ ГэВ}^{-2}$  [81] имеем

$$\left(\frac{I_0}{I_+}\right)_{B \rightarrow \omega \pi} = 0,36, \quad (6.126)$$

это согласуется со значением  $0,47_{-0,30}^{+0,30}$ , найденным экспериментально, но несколько меньше, чем полученное позднее [87] значение  $0,68 \pm 0,12$ . Во всяком случае модель согласуется с экспериментом в том отношении, что запрещенные  $SU(6)_U$ -симметрией амплитуды с  $J_z = \pm 1$  в действительности больше, чем разрешенные с  $J_z = 0$ .

Глава 7

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И РАДИАЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В КОНКРЕТНЫХ МОДЕЛЯХ**

Вопрос о роли кварков в радиационных переходах между адронами исследуется уже много лет. Обычно при этом принимают гипотезу, что испускание или поглощение фотона производится одним из кварков, составляющих адрон, так что для вычисления полной амплитуды процесса необходимо просуммировать по всем кваркам и антикваркам, составляющим участвующие в процессе адроны. Основные расхождения были в выборе вида электромагнитного взаимодействия кварков.

В старых нерелятивистских моделях [20, 88, 89] принималось, что кварки имеют большую массу и как следствие этого большой аномальный магнитный момент. Эта гипотеза была вызвана интуитивным представлением о том, что каждый кварк окружен мезонным облаком, обусловленным сильными взаимодействиями, ответственными за объединение кварков в адрон. При взаимодействии кварка с длинноволновым электромагнитным полем эта внутренняя структура не разрешается и кварк выглядит как имеющий заряд и магнитный момент, обусловленные этим мезонным облаком.

В то же время при вычислении сечений фоторождения резонансов приходится (чтобы достичь согласия с экспериментом) считать кварки довольно легкими, порядка 300 МэВ [90, 91]. При такой массе возможность применения нерелятивистской модели становится менее очевидной. Наконец, открытие масштабной инвариантности в глубоко неупругом рассеянии электронов (гл. 9), когда с кварками взаимодействуют очень коротковолновые фотоны, указывает на то, что кварки действительно очень легкие и взаимодействуют с фотонами точечным образом, т. е. как дираковские фермионы.

**§ 1. МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ КВАРКОВЫХ ПЕРЕХОДОВ С ПЕРЕВОРОТОМ СПИНА**

**А. Статические магнитные моменты**

Первоначально предполагалось, что магнитные моменты кварков описываются одним параметром  $\mu$ , таким, что оператор магнитного момента имеет вид [20, 21]

$$M = \mu \left( \frac{2}{3} \sigma_u - \frac{1}{3} \sigma_d - \frac{1}{3} \sigma_s \right). \quad (7.1)$$

Пропорциональность величин  $M_i$  и  $e_i$  есть следствие  $SU(3)$ -инвариантности. В частности,  $d$ - и  $s$ -кварки находятся в одном мультиплекете по  $U$ -спину (имеют равные заряды), и потому их электромагнитные свойства должны совпадать, если электромагнитный ток является скаляром по  $U$ -спину. Следовательно,

$$M_d = M_s. \quad (7.2)$$

Кроме того, если

$$j_{e.m.} = A\sigma + BY, \quad (7.3)$$

то для произвольных  $A, B$

$$M_u + M_d + M_s = 0, \quad (7.4)$$

так как

$$\sum_{i=1}^3 J_x = \sum_{i=1}^3 Y = 0. \quad (7.5)$$

Поэтому единственный параметр  $\mu$  устанавливает масштаб  $M_i$  относительно  $e_i$ .

Поскольку  $SU(3)$ -симметрия не является точной, возникает вопрос о справедливости предположения, выраженного равенством (7.1). Влияние нарушения симметрии на оператор магнитного момента и на дальнейшие вычисления будет рассмотрено позже.

Морлурго [92] вычислил магнитный момент протона, взяв среднее значение оператора  $M$  по протонной волновой функции (гл. 3, табл. 7 и гл. 4, табл. 3). При вычислении использовалась полная симметрия волновой функции, в силу которой

$$\sum_{i=1}^3 \langle p | M_x^i | p \rangle = 3\mu \langle p | e^{(3)} \sigma_x^{(3)} | p \rangle. \quad (7.6)$$

Далее вычисления проводились следующим образом.

Для состояния  $56, L=0$

$$p \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_8 (\Psi_{M_8, 3} \chi_{M_8, 3} + \Psi_{M_8, 1} \chi_{M_8, 1}). \quad (7.7)$$

Поскольку  $\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$ , а средние значения операторов  $e^{(3)}$  и  $\sigma_z^{(3)}$  таковы:

$$\langle \Psi_{M, A} | e^{(3)} | \Psi_{M, A} \rangle = \frac{2}{3} \text{ (протон); } -\frac{1}{3} \text{ (нейтрон)}, \quad (7.8)$$

$$\langle \Psi_{M, s} | e^{(3)} | \Psi_{M, s} \rangle = 0 \text{ (протон); } +\frac{1}{3} \text{ (нейтрон)}, \quad (7.9)$$

$$\langle \chi_{M, A}^{\uparrow} | \sigma_z^{(3)} | \chi_{M, A}^{\uparrow} \rangle = 1, \quad (7.10)$$

$$\langle \chi_{M, s}^{\uparrow} | \sigma_z^{(3)} | \chi_{M, s}^{\uparrow} \rangle = -\frac{1}{3}, \quad (7.11)$$

мы имеем

$$\mu_p \equiv 3 \langle p | e^{(3)} \sigma_z^{(3)} | p \rangle = \mu \left( \frac{2}{3} \times 1 + 0 \times \frac{1}{3} \right) = \mu. \quad (7.12)$$

В этом нерелятивистском вычислении магнитный момент кварка оказался равным магнитному моменту протона. Это означает, что в системе единиц  $\hbar = c = 1$

$$\mu = 2,79 \frac{e}{2m} \quad (7.13)$$

и, следовательно,

$$\frac{2,79}{m_p} = \frac{6g}{m_q}, \quad (7.14)$$

в силу чего массивный кварк должен иметь большой  $g$ -фактор или аномальный магнитный момент. В то же время дираковский кварк с  $g = 1$  должен был бы иметь массу около 340 МэВ и нерелятивистская природа задачи оказалась бы под сомнением (современную точку зрения на этот вопрос см. в гл. 18, § 1, п. «Б»).

Соответствующее вычисление для нейтрона дает

$$\mu_N \equiv 3 \langle n | e^{(3)} \sigma_z^{(3)} | n \rangle = \mu \left[ -\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \left( -\frac{1}{3} \right) \right] = -\frac{2}{3} \mu, \quad (7.15)$$

поэтому кварковая модель предсказывает, что

$$\frac{\mu_p}{\mu_N} = -\frac{3}{2}, \quad (7.16)$$

тогда как на опыте

$$-\frac{2,79}{1,91} \equiv -1,46. \quad (7.17)$$

Этот результат был найден ранее с использованием  $SU(6)$ -симметрии [93]. В кварковой модели он есть следствие того, что волновая функция нуклона (спиновая + унитарная) является полностью симметричной [формула (4.29)]. При выводе на основе кварковой модели  $SU(6)$ -симметрия не обязана быть точной, так как пространственные волновые функции  $\Psi$  протона и нейтрона могут быть совершенно разными.

После всего сказанного вычисление  $\mu_A$  становится простым упражнением. Читателю следует его выполнить и показать, что

$$\mu_A = -\frac{1}{3} \mu, \quad (7.18)$$

так что

$$\frac{\mu_A}{\mu_p} = -\frac{1}{3}. \quad (7.19)$$

В первое время существования кварковой модели это значение  $\mu_A/\mu_p$  удовлетворительно соответствовало полученному ранее экспериментальному значению  $\mu_A/\mu_p = -0,29 \pm 0,05$  [94]. Позже эти данные были уточнены, и теперь [9]

$$\frac{\mu_A}{\mu_p} \approx -0,24 \pm 0,02, \quad (7.20)$$

и поэтому совпадение с вычисленным значением (7.19) ухудшилось. В этом отражается нарушение  $SU(3)$ -симметрии, и, по-видимому, можно последовательно объяснить данное явление.

Если массы  $m_{\Sigma^*}$  невелики (около 340 МэВ), то расщепление масс между  $\Delta$ ,  $\Sigma^*$ ,  $\Xi^*$ ,  $\Omega^*$  говорит о том, что странный кварк должен быть тяжелее,  $m_s \approx 500$  МэВ. Магнитный момент кварка обратно пропорционален его массе:

$$\frac{\mu_d}{\mu_s} = \frac{m_s}{m_d}, \quad (7.21)$$

что позволяет «объяснить» меньшее по сравнению с предсказаниями  $SU(3)$ -симметрией значение величины  $\mu_A$ . Такое использование малых масс обсуждается также в гл. 15, § 2, п. «А»; гл. 17, § 2, п. «В»; гл. 18, § 1.

## Б. Магнитные моменты переходов

Возвращаясь к случаю нестранных барионов, мы рассмотрим переход  $\gamma p \rightarrow \Delta^+$  (1236). Переход из состояния  $1/2^+$  в состояние  $3/2^+$  может произойти вследствие взаимодействия с  $M1$ - и  $E2$ -мультиполями (магнитным диполем или электрическим квадруполем).

В работе [88] отмечено, что в кварковой модели  $E2$ -переходы запрещены в согласии с опытом. Это происходит из-за того, что в  $E2$ -переходе участвует оператор заряда, который не может привести к переходам между состояниями с разным спином ( $1/2$  и  $3/2$ ). Кроме того, матричный элемент  $E2$ -перехода содержит сферическую гармонику  $Y_{2,0}$ , которая не может привести к переходу между состояниями с орбитальным моментом  $L = 0$ . На-

помним, что протон и  $\Delta$  (1236) являются в кварковой модели состояниями с  $L = 0$ .

В M1-переходе участвуют магнитные моменты кварков, т. е. спиновые операторы [формула (7.1)], а поэтому могут происходить переходы между состояниями  $S = 1/2$  и  $S = 3/2$  [95]. Матричный элемент такого перехода есть

$$\mu_{p\Delta}^* = \left\langle p, m = \frac{1}{2} \left| \mu_z \right| \Delta, m = \frac{1}{2} \right\rangle. \quad (7.22)$$

Волновые функции  $\Delta$ -бариона представлены в гл. 3, табл. 4 и гл. 4, табл. 3 [формула (4.26)], и с их помощью легко получить, что

$$\mu_{p\Delta}^* = \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p. \quad (7.23)$$

Такое вычисление было бы вполне правильным только в том случае, если бы протон и  $\Delta$  имели равные массы. В случае же невырожденных частиц при исследовании переходов типа  $\gamma N \rightarrow N^*$  следует принимать во внимание эффект отдачи, и это приводит нас к следующей ступени изучения радиационных переходов, на которой эффекты отдачи рассматриваются систематически. Прежде чем заняться этим, мы должны показать, что существует правило отбора, которое может не зависеть от этих эффектов.

### В. Правило отбора Мурхауза

Мурхауз [18] показал, что фотовозбуждение протонов в октетные состояния  $N^*$  со спином  $3/2$  не должно происходить. Примером таких состояний является состояние  $D_{13}$  (1690), принадлежащее представлению  ${}^8 70$ -плета группы  $SU(6)$ . Это правило отбора является прямым следствием равенства нулю матричного элемента в формуле (7.9) для протона.

Для перевода протона со спином кварков  $S = 1/2$  в состояние  ${}^8 8$  с полным спином кварков  $S = 3/2$  матричный элемент перехода  $\gamma p \rightarrow N^*$  ( $S = 3/2$ ) обязательно должен быть матричным элементом магнитного дипольного перехода с переворотом спина. Волновая функция начального состояния из 56-плета есть

$$|56, {}^8 8\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{M, S}^S \chi_{M, S} + \psi_{M, A} \chi_{M, A}), \quad (7.24)$$

а для конечного состояния из 70-плета —

$$|70, {}^8 8\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{M, S} \tau_{M, S} + \psi_{M, A} \tau_{M, A}) \chi_S. \quad (7.25)$$

Переворот спина может привести в состояние  $\chi_S$  только из состояния  $\chi_{M, S}$ , так как матричный элемент  $\langle \chi_S | \sigma_z^{21} | \chi_{M, A} \rangle$

тождественно равен нулю. Поэтому матричный элемент пропорционален среднему значению  $\langle \psi_{M, S} | e^{(j)} | \psi_{M, S} \rangle$ . Эта величина конечна для нейтронов, но равна нулю для протонов. Поэтому для протонов весь матричный элемент равен нулю и правило Мурхауза выполняется.

## § 2. АМПЛИТУДЫ ФОТОВОЗБУЖДЕНИЯ РЕЗОНАНСОВ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Основное предположение состоит в том, что один из кварков поглощает фотон и возбуждает систему. По аналогии с ядерной физикой записывается взаимодействие перелативистского вида [20, 88–91]

$$\mathcal{H} = \sum_{j=1}^3 \mathbf{J}_j \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}_j) = \sum_{j=1}^3 e^{(j)} [-2ig(\mathbf{s}^{(j)} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{A}) + (\mathbf{p}^{(j)} + \mathbf{p}'^{(j)}) \cdot \mathbf{A}] \frac{e}{2m_q}, \quad (7.26)$$

где  $e^{(j)}$  и  $\mathbf{s}^{(j)}$  — операторы заряда и спина  $j$ -го кварка ( $\mathbf{s} = 1/2 \boldsymbol{\sigma}$ , причем  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули из гл. 2, § 2),  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  — начальный и конечный импульсы кварка, поглотившего фотон с импульсом  $\mathbf{k}$ , а  $geq/2m$  — магнитный момент связанного кварка. Величина  $eg/2m$  равна  $\mu$ , кварковому магнитному моменту, который берется равным магнитному моменту протона, т. е.  $\mu = 0,13 \text{ ГэВ}^{-1}$ .

Электромагнитное поле фотона с импульсом  $\mathbf{k}$  и единичным вектором поляризации  $\boldsymbol{\epsilon}$  дается выражением

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_j) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{V^{2k_0}} \boldsymbol{\epsilon} [a_k^+ \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j) + a_k \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j)]. \quad (7.27)$$

Вычисления сильно упрощаются, если направление импульса фотона  $\mathbf{k}$  взять за ось квантования (ось  $z$ ). Реальный фотон поляризован поперечно, так как  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{A} = 0$ . Без потери общности мы можем рассмотреть фотоны со спиральностью  $+1$ , для которых

$$\boldsymbol{\epsilon} = -\frac{1}{\sqrt{2}} (1, i, 0). \quad (7.28)$$

Как обычно, мы используем полную  $SU(6) \otimes O(3)$ -симметрию барионной волновой функции, чтобы написать

$$\mathcal{H}' = \sum_{j=1}^3 \mathbf{J}_j \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}_j) = 3 \mathbf{J}_{(3)} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}_3) \quad (7.29)$$

и, следовательно,

$$\mathcal{H}' = 3 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \int \frac{\pi}{k} \mu [e^{i\theta}] \exp(-ikz^{(0)}) \times \\ \times \left\{ 2i(s_x p_x - s_y p_y) k + \frac{2}{R} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) (p_x + ip_y)^{(2)} \right\}, \quad (7.30)$$

или

$$\mathcal{H}' = 6 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [e^{i\theta}] \exp(-ikz^{(0)}) \left\{ k (s_x + is_y)^{(2)} - \frac{1}{R} (p_x + ip_y)^{(2)} \right\}. \quad (7.31)$$

Первый член соответствует магнитному взаимодействию, изменяющему проекцию спина кварка на единицу, а второй описывает взаимодействие поля с током орбитального движения и приводит к увеличению  $L_z$  системы на единицу. Заметим для читателя, уже знакомого с литературой по преобразованиям Меллоша, что эти члены являются конкретной модельной реализацией общих структур  $BS_3$  и  $AL_3$  (см. также § 3 и формулу (7.112) и следующие).

Теперь можно вычислить матричные элементы  $\mathcal{H}'$  между нуклонными состояниями с  $J_z = \pm 1/2$  и резонансными состояниями с  $J_z = \pm 3/2$  и  $1/2$ . Они дают спиральные амплитуды  $A_{1/2}$  и  $A_{3/2}$ , через которые выражается радиационная ширина резонанса:

$$\Gamma_T = \frac{k^2}{4\pi} \frac{m_N}{m_R} \frac{8}{2J+1} (|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2). \quad (7.32)$$

Вклад резонанса в полное сечение фоторождения пionsа дается выражением

$$\sigma_T(\gamma p \rightarrow N^* \rightarrow \pi^+ p) = \left( \frac{1}{2} \right) \frac{m_N}{m_R} \frac{\pi}{T} 2 (|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2), \quad (7.33)$$

где  $\kappa$  и  $\Gamma$  — упругость и полная ширина резонанса, а множители  $1/2$  и  $2/2$  относятся к состояниям с  $J = 1/2$  и  $3/2$ .

Был проведен анализ данных по фоторождению пионов и найдены величины  $A_{1/2}$ ,  $A_{3/2}$  для нескольких резонансов и для протонных и нейтронных мишеней. Детальное вычисление этих амплитуд было проведено в работах [90, 91], величина  $\Gamma_T$  вычислялась в работе [89]. Для пояснения метода мы рассмотрим два интересных примера, а именно фотообразование состояний  $D_{13}$  (1520) [<sup>28</sup> из 70-плета с  $L = 1$ ] и состояния  $F_{15}$  (1690) [<sup>28</sup> из 56-плета с  $L = 2$ ], которые наряду с  $P_{33}$  (1235) являются наиболее резкими резонансами в фоторождении. Фоторождение этих состояний имеет некоторые интересные свойства, которые вне кварковой модели были непонятны. Эти свойства видны на рисунках 1, 9 и 11 работы Уолкера [58].

Полное сечение процесса  $\gamma p \rightarrow \pi^+ p$  имеет три четких пика, соответствующих резонансам  $P_{33}$  (1235),  $D_{13}$  (1520) и  $F_{15}$  (1690).

Но в случае коллинеарного рождения ( $\theta_{\pi^+} = 0$ ) первый пик наблюдается, а второй и третий отсутствуют. Полное сечение

$$\sigma_T \propto |A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2, \quad (7.34)$$

тогда как

$$\sigma(\theta = 0^\circ) \propto |A_{1/2}|^2, \quad (7.35)$$

поскольку  $A_{3/2}$  в этом случае не дает вклада по кинематическим причинам (пион имеет  $J = 0$ , и потому в коллинеарном случае конечное состояние должно иметь  $J_z = 1/2$ ). В результате мы заключаем, что возбуждение  $D_{13}$  и  $F_{15}$  из протонов происходит всегда в состоянии  $A_{1/2}$ , т. е.

$$A_{1/2}^N(D_{13}, F_{15}) = 0. \quad (7.36)$$

В то же время при фоторождении на нейтронах наблюдается подавление пика  $F_{15}$  при  $\theta = 90^\circ$ , т. е. возбуждение происходит главным образом в состоянии  $A_{3/2}$ . В действительности подробный анализ показывает, что

$$A_{3/2}^N(F_{15}) = 0. \quad (7.37)$$

Этот результат оказывается следствием правила отбора, вытекающего из вида (7.31) гамильтониана взаимодействия. Результаты  $A_{1/2}^N = 0$  для  $D_{13}$  и  $F_{15}$  являются более тонкими и будут рассмотрены позднее.

#### А. Почему $A_{1/2}(F_{15}) = 0$ ?

Резонанс  $F_{15}$  имеет  $L = 2$  и  $S = 1/2$ , а поэтому для того, чтобы выполнялось равенство  $J_z = 3/2$ , необходимо условие  $L_z \neq 0$ . Нуклон имеет  $L_z = 0$ , поэтому переход может происходить только с изменением  $L_z$ , т. е. обусловлен членом с  $p_x + ip_y$  в гамильтониане

$$\mathcal{H}' = 6 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [e^{i\theta}] \exp(-ikz^{(0)}) \left\{ k (s_x + is_y)^{(2)} - \frac{1}{R} (p_x + ip_y)^{(2)} \right\}. \quad (7.38)$$

В спиновом и унитарном пространстве это взаимодействие ведет себя как оператор заряда. Матричный элемент оператора заряда между состояниями нейтрона и  $F_{15}$  равен нулю, поскольку  $F_{15}$  принадлежит тому же <sup>28</sup>-представлению 56-плета, что и нейтрон, и потому этот матричный элемент пропорционален заряду нейтрона, который равен нулю:

$$\langle F_{15} | e_{(3)} | n \rangle = \langle n | e_{(7)} | n \rangle = 0. \quad (7.39)$$

Заметим, что если бы гамильтониан  $\mathcal{H}'$  содержал спин-орбитальное взаимодействие, то член, изменяющий  $L_z$ , содержал бы также оператор спина [члены с  $C$  и  $D$  в общей формуле (7.68)]. В этом

случае матричный элемент не должен быть пропорционален заряду нейтрона и потому может быть отличным от нуля. Имеются некоторые указания, что амплитуда  $A_{1/2}^N$  мала, но не равна нулю, и если это так, то необходимо добавить в  $\mathcal{H}'$  спин-орбитальные члены. Этот вопрос представляет интерес в связи с релятивистскими поправками и преобразованием Мелона.

### Б. Почему $A_{1/2}^{\pm}(D_{13}, F_{13}) \approx 0$ ?

Равенство нулю этих амплитуд не следует из каких-либо правил отбора и является одним из самых интересных и спорных вопросов при рассмотрении рождения резонансов с точки зрения кварковой модели. Тот факт, что кварковая модель дает возможное объяснение этого явления, был впервые отмечен в работах [90, 91]. Именно под влиянием этих работ Уолкер в своем докладе [97] на Международной конференции по электронным и фотонным взаимодействиям в 1969 г. особо выделил эти следствия модели кварков. Этим было стимулировано появление работы [79], которая оживила интерес к кварковой модели.

Изучение амплитуд рождения  $D_{13}$  наиболее важно для усвоения последующего развития излагаемых здесь представлений, и потому мы подробно остановимся на данном вопросе. Это будет также примером конкретного вычисления матричных элементов в кварковой модели.

Мы хотим вычислить матричные элементы  $\mathcal{H}'$  (формула (7.31)) между волновыми функциями состояний 56,  $L=0$ ,  $J_z = \pm 1/2$  и 70,  $L=1$ ,  $J_z = 3/2, 1/2$ . Для 56-плета волновая функция имеет вид

$$(\text{8. 56}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00}^S (\psi^{M, S} \chi_{\pm 1/2}^{M, S} \pm \psi^{M, A} \chi_{\pm 1/2}^{M, A}), \quad (7.49)$$

где нижними индексами при  $\psi$  служат значения  $L, L_z$ , а при  $\chi$  — значения  $S_z$ ;  $\psi$  — унитарная волновая функция протона или нейтрона, указанная в гл. 3, табл. 7. Для представления (8. 70) имеем

$$\begin{aligned} (\text{8. 70}) \psi_{L_z} = & \sum_{L_2 + S_2 = L_z} (JJ_2 | LL_2, SS_2) \times \\ & \times \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \psi_{LL_2}^{M, S} (\psi^{M, S} \chi_{L_2}^{M, S} - \psi^{M, A} \chi_{L_2}^{M, A}) + \\ & + \psi_{LL_2}^{M, A} (\psi^{M, S} \chi_{L_2}^{M, A} + \psi^{M, A} \chi_{L_2}^{M, S}) \}, \quad (7.41) \end{aligned}$$

где связь орбитального и спинового моментов с полным моментом  $J$  представлена в явном виде с помощью коэффициентов Клебша—Гордана (определенных как в работе [9]).

Мы уже широко пользовались полной симметрией волновой функции, в силу которой по определению во взаимодействии уча-

ствует только третий кварк. Поэтому переходы из  $\psi_{00}^S$  в  $\psi^{M, A}$  отсутствуют, так как

$$M_A \equiv \rho = \frac{1}{\sqrt{2}} (r_1 - r_2). \quad (7.42)$$

Это приводит к большому упрощению, поскольку теперь нужно рассматривать только часть

$$\psi^{M, S} (\psi^{M, S} \chi^{M, S} - \psi^{M, A} \chi^{M, A}) \quad (7.43)$$

волновой функции 70-плета.

Прежде всего вычислим амплитуду  $A_{1/2}$ . Чтобы получить  $J_z = 1/2$  для состояния из представления 8, необходимо иметь  $L_z \neq 0$ . Для состояния  $D_{13}$ , имеющего  $L=1$ , единственное возможное значение таково:  $L_z = 1$ . Поэтому вклад в амплитуду  $A_{1/2}$  дает только часть взаимодействия, содержащая  $p_x + ip_y$ . В явном виде имеем

$$\begin{aligned} A_{1/2}^{P, N} = & 6 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \frac{1}{2\sqrt{2}} \langle J \frac{3}{2} | 11, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle \langle \psi_{11}^{M, S} | \exp(-ikz^{(3)}) | \psi_{00}^S \rangle \times \\ & \times \left( -\frac{1}{g} \right) [ \langle \psi^{M, S} | e^{i\theta} | \psi^{M, S} \rangle - \langle \psi^{M, A} | e^{i\theta} | \psi^{M, A} \rangle ], \quad (7.44) \end{aligned}$$

где мы использовали ортонормированность кварковых спиновых волновых функций  $\chi^{M, A}$  и  $\chi^{M, S}$ . Для протона и нейтрона из (7.8) и (7.9) получаем

$$\langle \psi^{M, S} | e^{i\theta} | \psi^{M, S} \rangle = 0 \quad (P), \quad \frac{1}{3} \quad (N), \quad (7.45)$$

$$\langle \psi^{M, A} | e^{i\theta} | \psi^{M, A} \rangle = \frac{2}{3} \quad (P), \quad -\frac{1}{3} \quad (N). \quad (7.46)$$

Если ввести величину

$$R_{11}^{M, S} \equiv \langle \psi_{11}^{M, S} | \exp(-ikz^{(3)}) (p_x + ip_y)^{(3)} | \psi_{00}^S \rangle, \quad (7.47)$$

зависящую от конкретной выбранной пространственной волновой функции, то

$$A_{1/2}^P = \sqrt{2} \mu g^{-1} \sqrt{\frac{\pi}{k}} R_{11}^{M, S}, \quad (7.48)$$

$$A_{1/2}^N = -\sqrt{2} \mu g^{-1} \sqrt{\frac{\pi}{k}} R_{11}^{M, S}. \quad (7.49)$$

Заметим, что имеется не зависящее от выбора пространственной волновой функции соотношение

$$A_{1/2}^P = -A_{1/2}^N. \quad (7.50)$$

Оно следует из  $SU(6)$ -структуры состояний (8. 70 и 8. 56) с учетом того, что оператор взаимодействия с фотоном  $\mathcal{H}'$  преобра-

Таблица 1

Спиральные амплитуды фотозбудения состояний  $L = 1$ , 70  
 током общего вида  $J_z \sim AL_x + BC_x + CS_z$ .

Амплитуды возбуждения состояний дикуплета на протоне и нейтроне  
 одинаковы

Символами  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $C_{ij}$  обозначены матричные элементы  
 соответствующих компонент тока между орбитальными волновыми функциями  
 с  $L = 0$  и  $L = 1$ .

	$A_{ij}^P$	$A_{ij}^N$	$A_{ij}^N$
$S_{11}$ (8)	$\frac{1}{\sqrt{3}}(A_{01} - C_{01} - B_{11})$	—	$-\frac{1}{\sqrt{3}}(A_{01} - \frac{C_{01}}{3} + \frac{B_{01}}{3})$
$D_{11}$ (8)	$\frac{1}{\sqrt{6}}(A_{01} - C_{01} - 2B_{01})$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(A_{11} + C_{01})$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}(A_{01} - \frac{C_{01}}{3} - \frac{2B_{01}}{3}) \times (A_{01} + \frac{C_{01}}{3})$
$S_{11}$ (8)	0	—	$\frac{1}{3\sqrt{3}}(B_{01} - C_{01})$
$D_{11}$ (8)	0	0	$\frac{1}{3\sqrt{15}}(B_{01} - AC_{01} - \frac{1}{\sqrt{5}}(B_{01} - \frac{2}{3}C_{01}))$
$D_{11}$ (8)	0	0	$-\frac{1}{\sqrt{15}}(B_{01} + C_{01}) - \sqrt{\frac{2}{15}} \times (B_{01} + C_{01})$
$S_{11}$ (10)	$\frac{1}{\sqrt{3}}(A_{01} + \frac{C_{01}}{3} - \frac{B_{01}}{3})$	—	
$D_{11}$ (10)	$\frac{1}{\sqrt{6}}(A_{01} + \frac{C_{01}}{3} + \frac{2B_{01}}{3}) - \frac{C_{01}}{3}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(A_{01} - C_{01})$	

зуется как  $(p_x + ip_y)^{(3)}$  (подобно  $L_x$ ). Сравните это с общим подходом [формула (7.68) и табл. 1], полагая спин-орбитальное взаимодействие  $C$  равным нулю.

Если бы фотон преобразовывался как векторный мезон, то он имел бы свойства  $qq$ -состояния  ${}^3S_1$ . Симметрия  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  запрещала бы фоторождение  $D_{13}$  со спиральностью  ${}^3/2$ . Этот результат является прямым следствием сохранения  $L_z$  при наличии этой симметрии (гл. 6, § 3). В рассмотренной кварковой модели амплитуды  $A_{ij} \neq 0$  [формулы (7.48) и (7.49)]. Это происходит из-за того, что оператор взаимодействия (7.26), (7.31) не коммутирует с  $L_z$  и нарушает  $SU(6)_W$ -симметрию вершин.

Вернемся теперь к амплитуде  $A_{ij}$ . Соответствующий процесс может идти благодаря члену с  $p_x + ip_y$  или с  $S_z$  в формуле (7.31). Если начальное состояние имеет  $J_z = S_z = -1/2$ , то первый член дает в конечном состоянии  $J_z = -1/2$ ,  $L_z = -1$  (орбитальный переход), а последний член дает  $J_z = 1/2$ ,  $L_z = 0$ ,  $S_z = 1/2$  (спиновый переход). Если ввести величину

$$R_{10}^{M, S} = \langle \psi_0^{M, S} | \exp(-itz^{(3)}) | \psi_{10}^S \rangle, \quad (7.51)$$

то матричный элемент примет вид

$$A_{ij}^{P, N} = 6 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\langle J \frac{1}{2} \left| 10, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right. \right\rangle R_{10}^{M, S} k \times \\
\times [ \langle \psi_0^{M, S} | e^{(3)} | \psi_0^{M, S} \rangle \langle \chi_{1/2}^{M, S} | S_+^{(3)} | \chi_{1/2}^{M, S} \rangle - \\
- \langle \psi_0^{M, A} | e^{(3)} | \psi_0^{M, A} \rangle \langle \chi_{1/2}^{M, A} | S_+^{(3)} | \chi_{1/2}^{M, A} \rangle ] + \\
+ \left\langle J \frac{1}{2} \left| 11, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right. \right\rangle R_{11}^{M, S} \left( -\frac{1}{k} \right) \times \\
\times [ \langle \psi_0^{M, S} | e^{(3)} | \psi_0^{M, S} \rangle - \langle \psi_0^{M, A} | e^{(3)} | \psi_0^{M, A} \rangle ], \quad (7.52)$$

где мы снова использовали тождество

$$\langle \chi_{1/2}^{M, A} | S_+ | \chi_{1/2}^{M, S} \rangle = \langle \chi_{1/2}^{M, S} | S_+ | \chi_{1/2}^{M, A} \rangle = 0. \quad (7.53)$$

Поскольку

$$\langle \chi_{1/2}^{M, A} | S_+^{(3)} | \chi_{1/2}^{M, A} \rangle = 1 \quad (7.54)$$

и

$$\langle \chi_{1/2}^{M, S} | S_+^{(3)} | \chi_{1/2}^{M, S} \rangle = -\frac{1}{3}, \quad (7.55)$$

мы получаем

$$A_{ij} \left( \begin{matrix} P \\ N \end{matrix} \right) = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \left\{ g^{-1} R_{11}^{M, S} \left\langle J \frac{1}{2} \left| 11, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right. \right\rangle \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix} + \right. \\
\left. + R_{10}^{M, S} k \left\langle J \frac{1}{2} \left| 10, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right. \right\rangle \begin{pmatrix} -1 \\ +1/2 \end{pmatrix} \right\}. \quad (7.56)$$

Отсюда видно, что в конечном состоянии может оказаться частица с  $J = 1/2 (S_{11})$  или с  $J = 3/2 (D_{11})$ . Для последнего случая получаем окончательно

$$D_{11} \begin{cases} A_{1/2}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [g^{-1} R_{11}^{M, S} - \sqrt{2} k R_{10}^{M, S}], \\ A_{3/2}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [-g^{-1} R_{11}^{M, S} + \frac{\sqrt{2}}{3} k R_{10}^{M, S}]. \end{cases} \quad (7.57)$$

Заметим, что для  $J = 1/2 (S_{11})$  было бы

$$S_{11} = \begin{cases} A_{1/2}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [i \sqrt{2} g^{-1} R_{11}^{M, S} + k R_{10}^{M, S}], \\ A_{3/2}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [-i \sqrt{2} g^{-1} R_{11}^{M, S} - \frac{1}{3} k R_{10}^{M, S}]. \end{cases} \quad (7.58)$$

Поэтому амплитуда  $A_{1/2}$  может обращаться в нуль из-за сокращения вкладов орбитального ( $R_{10}$ ) и спинового ( $R_{11}$ ) переходов либо для  $D_{11}$ , либо для  $S_{11}$ , но не для обоих. В работах [90, 91] величины  $R_{10}^{M, S}$ ,  $R_{11}^{M, S}$  были непосредственно вычислены с использованием волновых функций гармонического осциллятора. Было получено, что

$$R_{10}^{M, S} = \frac{ik}{\alpha \sqrt{3}} \exp\left(\frac{-k^2}{6\alpha^2}\right); \quad R_{11}^{M, S} = i \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha \exp\left(\frac{-k^2}{6\alpha^2}\right). \quad (7.59)$$

Экспериментально наблюдаемой величиной является отношение  $A_{1/2}/A_{3/2}$ . В нашем модельном вычислении

$$\left(\frac{A_{1/2}}{A_{3/2}}\right)^p = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - gk \sqrt{2} \frac{R_{10}}{R_{11}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - g \frac{k^2}{\alpha^2}\right). \quad (7.60)$$

Эта величина равна нулю при  $k^2 = \alpha^2/g$ .

В качестве упражнения полезно вычислить  $A_{1/2}$  для состояния  $F_{31}$  (1690), принадлежащего  ${}^2S$ -представлению 56-плета с  $L = 2$ . Покажите, что

$$A_{1/2}^p = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \left[ \sqrt{\frac{3}{2}} k R_{20} - g^{-1} R_{21} \right].$$

Используя волновые функции гармонического осциллятора, покажите, что

$$R_{20} = -\frac{1}{6} \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{k}{\alpha}\right)^2 \exp\left(\frac{-k^2}{6\alpha^2}\right); \quad R_{21} = \frac{k}{3} \exp\left(\frac{-k^2}{6\alpha^2}\right).$$

Вычислите также  $A_{3/2}$  и покажите, что отношение амплитуд в этом случае таково:

$$\left(\frac{A_{1/2}}{A_{3/2}}\right)^p = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - gk \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{R_{20}}{R_{21}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{gk^2}{2\alpha^2}\right).$$

Сравнение последнего выражения с формулой (7.60) показывает, что амплитуды  $A_{1/2}$  могут быть равны нулю одновременно для  $D_{11}$  и  $F_{11}$ , если

$$k_{F_{11}}^2 \approx 2k_{D_{11}}^2.$$

В лабораторной системе отсчета это действительно приближенно выполняется:

$$k_{D_{11}}^2 \approx 0,17 \text{ ГэВ}^2, \quad k_{F_{11}}^2 \approx 0,34 \text{ ГэВ}^2.$$

В работах [90, 91] были выбраны значения  $g = 1$  и  $k^2 = 0,17 \text{ ГэВ}^2$  для того, чтобы обеспечить равенство нулю амплитуд  $A_{1/2}$ ; эти значения параметров дают также хорошее соответствие для констант фоторождения нескольких других резонансов, исследованных в этих работах. Таким образом, равенство нулю спиральных амплитуд  $A_{1/2}$  для состояний  $F_{11}$  и  $D_{11}$  при фоторождении на протонах может быть объяснено в рамках кварковой модели. Однако нерешенными остаются два существенных вопроса:

1. Чем так выделена лабораторная система отсчета?
2. Если  $g = 1$ , то масса кварка равна  $\sim 340 \text{ МэВ}$ , так как  $\mu_q = \mu_p$ . Поэтому использование нерелятивистского вида взаимодействия (7.26) незаконно. В частности, должно быть существенно спин-орбитальное взаимодействие (сравните с тем, что говорилось о равенстве  $A_{1/2}^N \approx 0$  для состояния  $F_{11}$ ).

## В. Спиральная структура электроорождения резонансов

Несмотря на эти нерешенные вопросы, очень интересны две особенности представленных выше результатов, отмеченные в работе [96]. Отношение  $A_{1/2}/A_{3/2}$  является функцией величины  $|k|$ , которая в заданной системе отсчета зависит от масс резонанса и фотона. Если рассмотреть вместо фоторождения электроорождение резонанса, то величина  $|k|$  изменится (независимо от системы отсчета, в которой проводятся вычисления), и потому сокращение между  $|k|^2$  и  $\alpha^2/g$  в фоторождении может отсутствовать в электроорождении. При значениях параметров, выбранных в работах [90, 91], предсказывается очень сильный эффект, а именно амплитуда  $A_{1/2}^p (D_{11})$ , почти равная нулю при фоторождении, становится главной при электроорождении. Эта амплитуда должна доминировать даже при  $Q^2 = 0,5 \text{ ГэВ}^2$ . Подобный вывод был также сделан в кварковой модели Фейнмана и др. (§ 4).

В то время, когда такой эффект был обнаружен в модели экспериментальных данных, подтверждающих это, еще не было. Несколько позднее, однако, появились уточненные данные, согласующиеся с предсказанным на моделях существенным изменением распределения резонансов по спиральностям при изменении  $Q^2$



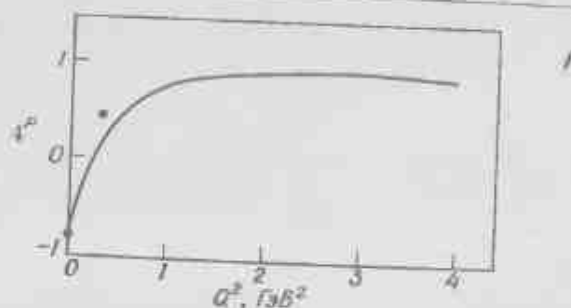


Рис. 1. Минимум спиральной структуры амплитуд фото- и электророжения резонанса  $D_{13}$  на опыте и в осцилляторной кварковой модели.  $A^P \equiv (|A_{1/2}^+|^2 - |A_{3/2}^+|^2) / (|A_{1/2}^-|^2 + |A_{3/2}^-|^2)$ . См. также формулу (13.12).

[97, 98] (рис. 1). Это явление представляет также интерес в связи с глубоко неупругим рассеянием поляризованных электронов на поляризованных атомах (гл. 13, § 2).

### Г. Алгебраический подход к фото- и электророжению

Второй замечательной особенностью спиральных амплитуд, обнаруженной в работе [96], было то, что независимо от пространственных волновых функций и  $|k|^2$  принятый вид взаимодействия [формулы (7.26) и (7.31)], состоящего из двух членов [магнитного  $k(s_+ + is_-)$  и орбитального  $g^{-1}(\rho_+ + i\rho_-)$ ], приводит к двум алгебраическим соотношениям между комбинациями амплитуд  $A_{1/2}^{P,N}$  и  $A_{3/2}^{P,N}$  для  $D_{13}$ . Эти соотношения не зависят от относительной величины членов  $S_+$  и  $L_+$  и потому от  $R_{11}$  и  $R_{10}$ . Мы уже отмечали одно из них:

$$A_{1/2}^N = -A_{3/2}^N \quad (7.62)$$

Второе имеет вид

$$-A_{1/2}^P = \frac{2}{3\sqrt{3}} A_{3/2}^P + \frac{1}{3} A_{3/2}^N \quad (7.63)$$

Экспериментальное подтверждение или опровержение этих соотношений послужит прямой проверкой принятых трансформационных свойств гамильтониана  $\mathcal{H}'$  [формулы (7.26) и (7.31)] и принадлежности резонанса  $D_{13}$  и протона к представлениям 70 и 56 группы  $SU(6)$  независимо от пространственных волновых функций, выбора системы отсчета и т. п.

Как мы увидим в § 3, хорошо определенные значения амплитуд  $A_{1/2}^{P,N}$  указывают на то, что взаимодействие  $\mathcal{H}'$  содержит не только эти два члена и что необходимо учитывать спин-орбиталь-

ное взаимодействие. Можно пойти дальше и включить в него другие члены типа возникающих в аналогичных вычислениях в атомной и ядерной физике. Такой спин-орбитальный член имеет вид [99, 100]

$$\mathcal{H}'_{s.o.} = \sum_{i=1}^3 e_i \left[ \frac{\hbar}{4m_i} (2g - 1) i (s_{ip} \times A) \right] \frac{c}{2m_0}, \quad (7.64)$$

и в обозначениях, аналогичных обозначениям в формуле (7.31), можно написать

$$\mathcal{H}'_{s.o.} = -6 \frac{\hbar k \mu}{\mu} [e^{i\alpha} \exp(-ikz^{(2)})] \times \left( \frac{1}{2m_0} \left( 2 - \frac{1}{g} \right) \right) (S_z^{(1)}(\rho_+ + i\rho_-)^{(1)} - S_z^{(2)}\rho_+^{(2)}). \quad (7.65)$$

Включение этого члена в  $\mathcal{H}'$  нарушает равенство величин  $A_{1/2}^N$  и  $-A_{3/2}^N$  и приводит также к нарушению правила отбора для нейтронной мишени

$$A_{1/2}^N(F_{13}) = 0. \quad (7.66)$$

При этом можно добиться выполнения равенств

$$A_{1/2}^P(D_{13}) \approx 0, \quad A_{3/2}^P(F_{13}) \approx 0 \quad (7.67)$$

в фоторождении и обнаружить зависимость  $|A_{1/2}^P/A_{3/2}^P|$  от  $Q^2$  в электророжении.

Полезнее задаться вопросом о том, какова наиболее общая алгебраическая структура взаимодействия  $\mathcal{H}'$ , совместимая с предположениями о том, что фотон взаимодействует только с одним из кварков адрона и что полная амплитуда аддитивна по кваркам? Этот вопрос исследуется в § 3, и ответ таков:

$$\mathcal{H}' = J \cdot A, \quad J_+ = A I_+ + B S_+ + C S_+ I_+ + D S_+ I_+, \quad (7.68)$$

Поэтому существуют четыре возможные комбинации орбитальных и спиновых переходов с неизвестными коэффициентами  $A, B, C$  и  $D$ . Матричные элементы фоторождения резонансов представлены в табл. 1 как функции этих величин. Сравнение с результатами [90, 91] показывает, что в этих работах рассмотрен частный случай ( $C = D = 0$ ) общей структуры.

### § 3. МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТОКОВ. ОБЩИЙ ПОДХОД

Почти во всех кварковых моделях принимается, что переход типа  $A \rightarrow B\gamma$  происходит вследствие взаимодействия  $q \rightarrow q\gamma$  одного из кварков с электромагнитным полем и что полная амплитуда равна сумме по всем кваркам, составляющим адроны  $A$  и  $B$ . Распадом  $A \rightarrow B\gamma$  определяется ось коллинеарности  $z$ , адроны  $A$  и  $B$  классифицируются по неприводимым представлениям группы

$SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ . Переходом  $q \rightarrow q\gamma$  определяется другая ось  $z'$ . Реальный фотон может изменить только проекцию спина кварка на эту ось, и потому амплитуды распада имеют простые трансформационные свойства по группе  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ .

Если бы кварки не имели импульса, поперечного к оси распада адрона  $z$ , то оси  $z$  и  $z'$  ( $q \rightarrow q\gamma$ ) совпадали бы. Распад  $A \rightarrow B\gamma$  тогда приводил бы только к изменению проекции спина кварка на ось распада адрона, но не изменял бы величину  $L_z$ ; поэтому вершины распадов обладали бы симметрией  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ .

В общем случае кварки имеют импульсы, поперечные к оси распада адрона, и потому  $z' \neq z$ , в результате чего группы  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  и  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z'}$  различны. Физическое проявление этого обстоятельства можно обнаружить двумя способами. Прежде всего мы покажем, как простая классификация состояний  $A$  и  $B$  по группе  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$  приводит к смешиванию конфигураций по группе  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z'}$ ; затем мы покажем, как простая  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -структура перехода  $q \rightarrow q\gamma$  оказывается сложной по отношению к группе  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z'}$ .

#### А. Смешивание конфигураций

Покоящийся кварк описывается двухкомпонентным спинором  $\chi^+$ ,  $\chi^-$  (две возможные проекции спина на ось  $z$ ) и является фундаментальным представлением группы  $SU(2)_c$  или (в случае трех ароматов) группы  $SU(6)$  [точнее, группы  $SU(6)_{\text{цветов}}$ ]. Если кварк приобретает импульс  $P_z$ , то спинор  $\chi^+$  преобразуется [формула (6.11)] в

$$q^+(p_z) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi^+ \\ \frac{\sigma_z p_z}{E+m} \chi^+ \end{pmatrix}, \quad (7.69)$$

и, поскольку  $\sigma_z \chi^+ = \chi^+$ , мы имеем

$$q^+(p_z) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi^+ \\ |p_z| \chi^+ \end{pmatrix}. \quad (7.70)$$

Аналогичные рассуждения для  $\chi^-$  дают

$$q^-(p_z) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi^- \\ -|p_z| \chi^- \end{pmatrix}.$$

Представления группы  $SU(2)_c$ , к которым принадлежат кварки, сохранились, так как ориентации спинов кварков не изменились.

Однако при преобразовании Лоренца вдоль направлений  $x$  или  $y$  спинор  $\chi^+$  превращается в

$$q^+(p_x) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi^+ \\ \frac{\sigma_x p_x \chi^+}{E+m} \end{pmatrix}, \quad (7.71)$$

и, так как  $\sigma_x p_x = \sigma_+ p_- + \sigma_- p_+$  (где  $\sigma_{\pm} \equiv (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$  и т. п.), мы имеем

$$q^+(p_x) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi^+ \\ p_x \chi^+ \end{pmatrix}, \quad (7.72)$$

т. е. нижняя компонента с перевернутым спином. Конечно, кварк всегда имеет  $J_z = \frac{1}{2}$ ; верхние компоненты имеют  $S_z = \frac{1}{2}$ ,  $L_z = 0$ , а для нижних  $S_z = -\frac{1}{2}$ ,  $L_z = 1$  (см. также гл. 18, § 1).

Если барион содержит три покоящихся кварка в  $S$ -состояниях, то он принадлежит неприводимому представлению группы  $SU(6)$ . Если кварки движутся вдоль оси  $z$ , то адрон принадлежит неприводимому представлению группы  $SU(6)_W$ . Поперечные к оси  $z$  кварковые импульсы приводят к появлению в волновой функции адрона компонент, не принадлежащих  $S$ -состоянию и имеющих  $L_z = \pm 1$  и  $S_z = \mp \frac{1}{2}$  [формула (7.72)]. Поэтому адрон оказывается смесью конфигураций  $SU(6)$ . Таким образом, мы видим, что покоящийся или движущийся нуклон принадлежит 56-pletу только в пренебрежении поперечными импульсами кварков.

Если известно распределение кварковых импульсов  $p_x, p_y, p_z$  в нуклоне, то можно определить соответствующую адрону смесь  $SU(6)_W \otimes O(2)_{L_z}$ -конфигураций. Волновая функция нуклона должна быть записана в этом случае через состояния  $\chi^+, \chi^-$ . Распад  $A \rightarrow B\gamma$  вдоль оси  $z$  будет тогда описываться суммой переходов  $q (\chi^+ \text{ или } \chi^-) \rightarrow q (\chi^+ \text{ или } \chi^-) + \gamma$  вдоль оси  $z$ , проекция спина кварка должна при этом изменяться, так как  $L_z = 0$ . Поэтому в таком представлении ток имеет простой вид, а нуклонная волновая функция — сложный. Матричные элементы радиационных переходов, найденные по такой схеме, обычно называют вычисленными в «токовом базисе».

#### Б. Смешивание токов

Спин кварка вдоль оси  $z'$ , определяемой направлением вылета фотона в распаде  $q \rightarrow q\gamma$ , переворачивается. Можно перейти к системе отсчета, в которой все импульсы частиц, участвующих в распаде  $A \rightarrow B\gamma$ , коллинеарны. Этот распад определяет некоторую ось  $z \neq z'$ . По отношению к оси  $z$  взаимодействие  $\gamma$  и  $q$

нескормированно и потому изменяет как  $L_z$ , так и  $S_z$ . Если известно распределение кварковых импульсов в адроне, то можно определить относительную значимость взаимодействий с  $L_z \neq 0$  и  $S_z \neq 0$ . Члены первого типа нарушают  $SU(6)_C \otimes O(2)_{L,S}$ -симметрию.

Вершина поглощения фотона кварком состоит из четырех членов разной симметрии. Вершина может преобразовываться как объект с  $S = 0$ , и тогда взаимодействие приводит к увеличению  $L_z$  на единицу, поскольку проекция полного момента  $J_z = -1$ . Этот член мы будем обозначать через  $L_{++}$ , поскольку он увеличивает проекцию  $L_z$  на единицу. Кроме того, вершина может преобразовываться как объект со спином  $S = 1$ , и в этом случае имеются три возможности: проекция спина может увеличиться на единицу ( $S_+$ ), уменьшиться на единицу (при этом  $L_z$  увеличивается на 2) и не измениться (при этом  $L_z$  увеличивается на 1).

Поэтому оператор наиболее общего вида для взаимодействия кварка с фотоном состоит из четырех членов с неизвестными заранее коэффициентами [55, 75, 101–103]. Мы напишем

$$J_z = AL_{++} + BS_+ + CS_zL_z + DS_zL_{-+} \quad (7.73)$$

где  $A, B, C, D$  — синглетные по  $SU(6)$  операторы. Матричные элементы этих операторов зависят от вида орбитальных волновых функций начального и конечного состояний адронов. В конкретных моделях эти матричные элементы могут быть вычислены. Примеры таких вычислений для различных моделей приводятся в § 2 и 4.

Используя классификацию адронов по  $SU(6) \otimes O(3)$ -мультиплетам, можно вычислить необходимые амплитуды, которые выражаются линейными комбинациями матричных элементов  $(A, B, C, D)_{i,f}$  ( $i, f$  — начальное и конечное  $O(3)$ -состояния адронов) с коэффициентами Клебша—Гордана. Поэтому образуемая матричными элементами алгебраическая структура (табл. 1) оказывается общей для всех моделей со взаимодействием  $q \rightarrow q\gamma$  в качестве основного механизма. Мы это покажем в § 4, пп. «А» и «Б» [формула (7.108) и далее].

Для иллюстрации этого подхода мы вернемся к случаю фото-возбуждения  $D_{13}(1520)$ , четко выраженного резонанса в представлении  $70, L^P = 1^-$ . Наша задача состоит из двух частей: 1) показать применимость общей алгебраической структуры (7.73), отыскав соотношения, не зависящие от  $A, B, C$  и  $D$ ; 2) убедившись в ее применимости (по крайней мере в первом приближении), рассмотреть конкретные модели и посмотреть, выполняются ли их предсказания (теперь уже зависящие от выбора модели).

Таблица 2

Спиральные амплитуды фоторождения резонанса  $D_{13}(1520)$ 

	$A_{1/2}^P$	$A_{3/2}^P$	$A_{1/2}^N$	$A_{3/2}^N$
MO [104]	$-25 \pm 15$	$194 \pm 31$	$-85 \pm 14$	$-124 \pm 13$
KMO [107]	$-19 \pm 8$	$169 \pm 12$	$-77 \pm 5$	$-120 \pm 10$
MOP [105]	$0 \pm 6$	$174 \pm 6$	$-88 \pm 7$	$-119 \pm 25$
MY [106]	$-6 \pm 6$	$165 \pm 11$	$-65 \pm 10$	$-118 \pm 13$

Поскольку фотон является смесью состояний  $I = 0$  и  $I = 1$ , рассеяние как на протонной, так и на нейтронной мишенях имеет интересную структуру. Результаты разных анализов экспериментальных данных, а именно относительные величины амплитуд рождения состояния  $D_{13}(1520)$  с различными спиральностями представлены в табл. 2 [104–107].

Результаты всех четырех анализов согласуются между собой в следующем:

- 1)  $A_{1/2}^P \leq 0, A_{1/2}^N < 0,$
- 2)  $|A_{3/2}^P|^N| > |A_{1/2}^P|^N|,$
- 3)  $A_{3/2}^P > -A_{1/2}^N,$

(7.74)

причем отношения  $A_{1/2}^N : A_{1/2}^P : A_{3/2}^N : A_{3/2}^P$  одинаковы (в пределах точности данных) для всех четырех групп данных.

Общая структура матричных элементов  $J^* \gamma$  позволяет образовать одно независимое от  $A, B, C, D$  соотношение, а именно

$$A_{1/2}^N + \frac{1}{3} A_{1/2}^P = \sqrt{\frac{1}{3}} \left( A_{3/2}^N + \frac{1}{3} A_{3/2}^P \right). \quad (7.75)$$

Соотношение (7.75) хорошо согласуется с экспериментом, и поэтому общая структура (7.73) является, по-видимому, приемлемым первым приближением. Если ввести величину  $R = C/A$ , то можно написать два соотношения

$$A_{1/2}^N = \frac{1+R\sqrt{3}}{1+R} A_{1/2}^P, \quad (7.76)$$

$$A_{3/2}^N + \frac{1}{3} A_{3/2}^P = -\frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{A_{1/2}^P}{1+R}, \quad (7.77)$$

которые вновь сводятся к (7.75), если исключить из них  $R$ .

В любой модели с  $C = 0$  также и  $R = 0$ , а потому

$$A_{1/2}^N = -A_{1/2}^P. \quad (7.78)$$

Имеющиеся при  $R = 0$  соотношения были впервые замечены в работе [96]. При  $R = 1$  возникают соотношения  ${}^2P_0$ -модели [108, 109], в частности

$$A_{i_3}^N = -\frac{2}{3} A_{i_3}^P. \quad (7.79)$$

Соотношения (7.76) и (7.77) показывают при сравнении с экспериментом, что

$$R \neq 0. \quad (7.80)$$

Если ввести также величину

$$\bar{\mu} = B_{01} / A_{01}, \quad (7.81)$$

то легко получить для  $A_{i_3}^P$  выражение

$$A_{i_3}^P = \frac{A_{01}}{\sqrt{6}} (1 - 2\bar{\mu} - R), \quad (7.82)$$

и, поскольку  $A_{i_3}^P = 0$ , отсюда следует, что

$$A_{01} : B_{01} : C_{01} = 4 : 1 : 2. \quad (7.83)$$

Детальная подгонка под экспериментальные данные для полного 70-плета резонансов изменяет этот результат не более чем на 5% [77]. Поэтому кварковая модель без спин-орбитального ( $C$ ) члена представляется неадекватной. Мы рассмотрим этот вопрос позже, когда обратимся к развитию некоторых динамических кварковых моделей в связи с проблемой электромагнитных взаимодействий.

#### § 4. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ МОДЕЛИ

Главная трудность, встречающаяся в нерелятивистских моделях, состоит в том, что энергии возбуждения состояний оказываются порядка масс самих частиц и потому нерелятивистское приближение не справедливо. Однако феноменологически нерелятивистские модели оказываются довольно успешными. Этот факт стимулировал попытку создания релятивистской кварковой модели со взаимодействием типа гармонического осциллятора [79]. В такой модели используется простое релятивистское четырехмерное обобщение трехмерного гармонического осциллятора, и она допускает выполнение конкретных вычислений. Идея такого рода модели впервые, по-видимому, высказывалась в работе [110].

Модель не является полностью релятивистской (она не включает рождения пар и других эффектов такого рода, всегда имеющих в квантовой теории поля) и поэтому нарушает некоторые общие принципы релятивистской квантовой теории поля; в частности, нарушается условие унитарности. Это является следствием четырехмерности осциллятора, в силу которой возникает мода

колебаний, соответствующая собственному времени (в дополнение к трем обычным).

Трехмерный гамильтониан нерелятивистской модели имеет вид

$$2mH_{3D} = p^2 + m^2 \omega_0^2 X^2 \equiv p^2 + \Omega^2 X^2. \quad (7.84)$$

Его четырехмерное обобщение таково:

$$K_{4D} \equiv (p^2 - p_0^2) + \Omega^2 (X^2 - t^2) \equiv p^2 + \Omega^2 X^2, \quad (7.85)$$

где  $p^2 = p_\mu p^\mu$ , а сопряженная координата есть  $X_\mu$ , так что  $p_\mu = -i(\partial/\partial X_\mu)$ . Фейнман и др. [79] написали для трех кварков

$$K = 3(p_a^2 + p_b^2 + p_c^2) + \frac{\Omega^2}{36} [(X_a - X_b)^2 + (X_b - X_c)^2 + (X_c - X_a)^2] + C, \quad (7.86)$$

где числа 3 и 36 введены для удобства, а  $C$  — константа.

Со степенью свободы, отвечающей относительному времени, связаны некоторые трудности, поскольку соответствующие ей вклады в различные величины имеют противоположный по отношению к вкладу остальных компонент знак. Например, волновая функция основного состояния для любой пары кварков пропорциональна  $\exp[-(t_1 - t_2)^2 - (X_1 - X_2)^2]$ . Она стремится к нулю при возрастании пространственного расстояния (это имеет физический смысл и известно из нерелятивистской модели) и к бесконечности при увеличении интервала времени ( $t_1 - t_2$ ), что не имеет физического смысла. Фейнман и др. (ФКР) показали также, что возбуждения, отвечающие относительному времени, имеют положительную энергию, но отрицательную норму. Это означает, что в спектре масс

$$p_0^2 = \Omega (\sum n_{\text{протон}} - \sum n_{\text{антипротон}}) \quad (7.87)$$

имеются состояния с мнимой массой, если возбуждаются моды, отвечающие относительному времени.

Чтобы избавиться от этих трудностей, Фейнман и др. [79] приняли, что существуют только пространственно-подобные возбуждения. Поэтому их модель стала чрезвычайно похожа на ранние нерелятивистские вычисления.

Для удовлетворения требования унитарности необходима возможность возбуждения как пространственно-подобных, так и времениподобных мод. Фейнман и др. указали на то, что ограничение только пространственно-подобными модами приводит к завышению матричных элементов (времениподобная мода имеет отрицательную норму), как и оказалось в действительности.

Для преодоления этой трудности и подавления роста матричных элементов Фейнман и др. ввели форм-факторы по квадратам внешних масс  $M_i^2 = P_i^2$  вида

$$F = \exp\left(\frac{-M_i^2 Q^2}{\Omega(M_1^2 + M_2^2)}\right) \quad (7.88)$$

на каждую внешнюю частицу. Здесь  $P_1 + P_2 + P_3 = 0$ , а  $Q$  есть пространственная компонента импульсов  $P_2$  и  $P_3$  в системе покоя частицы 1. Этот форм-фактор аналогичен множителю  $\exp(-\text{const} \cdot Q^2)$  в нерелятивистской осцилляторной модели. Четырехмерным обобщением было бы  $\exp[\text{const}(q_0^2 - Q^2)]$ . Вместо этого ставится произвольная функция  $F$ . На данном уровне преимущество рассматриваемой модели перед релятивистскими совершенно не ясно.

#### А. Электромагнитные взаимодействия в модели ФКР

Выражение (7.85) для  $K$  не учитывает спинорной природы кварков. Простейший способ учесть это — представить  $p^2$  как

$$p^2 \equiv \bar{p}\bar{p} \equiv (\bar{p}_\mu \gamma^\mu) (\bar{p}_\nu \gamma^\nu). \quad (7.89)$$

Это оставляет  $K$  неизменным и позволяет учитывать влияние электромагнитного поля. Заменяя  $p_\mu$  разностью  $p_\mu - eA(u_\mu)$  в присутствии поля, получаем возмущение первого порядка в виде

$$\delta K = 3 \sum_j e_j (\bar{p}A(u_j) + \bar{A}(u_j)\bar{p}), \quad (7.90)$$

где знак суммы по  $j$  относится к суммированию по кваркам. Электромагнитный потенциал плоской волны с импульсом  $q_\mu$  в точке расположения кварка  $j$  есть

$$A_\mu \propto \epsilon_\mu \exp[i(k \cdot u_j)], \quad (7.91)$$

где  $\epsilon_\mu$  — вектор поляризации. Взаимодействие имеет вид  $\bar{j}_\mu^2 e^2$ , причем

$$\bar{j}_\mu^2 = 3 \sum_j e_j (\bar{p} \gamma_\mu e^{i(k \cdot u_j)} + \gamma_\mu e^{i(k \cdot u_j)} \bar{p}) \quad (7.92)$$

Интересно сравнить ток (7.92) с обычным током  $i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$  квантовой электродинамики, возникающим при использовании для кварков линейного по массе и электромагнитному потенциалу дираковского гамильтониана

$$m = \hat{p} - e\hat{A} \quad (7.93)$$

В модели ФКР используется квадратичный гамильтониан

$$m^2 = (\hat{p} - e\hat{A})(\hat{p} - e\hat{A}), \quad (7.94)$$

поэтому рядом с  $\hat{A}$  всегда ставится  $\hat{p}$  и ток имеет структуру  $i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$ .

Ток (7.92) может быть записан в явном виде с использованием следующего представления матриц Дирака (6.15):

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha = \gamma_0 \gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (7.95)$$

(где  $\sigma$  — матрицы Паули). Положив

$$p_\mu = (E_\mu, p_\mu), \quad k = (\nu, \mathbf{k}) \quad (7.96)$$

и изменив порядок множителей:

$$\bar{p}_\mu e^{i(k \cdot u_\mu)} = e^{i(k \cdot u_\mu)} (\bar{p}_\mu + E), \quad (7.97)$$

получаем для  $\mu = x$  или  $y$  (т. е. для взаимодействия с реальным фотоном)

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu \bar{j}_\mu^2 &= 3e_0 e^{i(k \cdot u_\mu)} (\bar{p}_\mu + E) \gamma_\mu + \gamma_\mu \bar{p}_\mu \epsilon_\mu = \\ &= 3e_0 e^{i(k \cdot u_\mu)} \{(\nu + E) \alpha - p_\mu \gamma_i \gamma_\mu - k_i \gamma_i \gamma_\mu + \gamma_\mu \gamma_0 \epsilon_\mu - \gamma_0 \gamma_i \beta_{i\mu}\} \epsilon_\mu \equiv \\ &\equiv 3e_0 e^{i(k \cdot u_\mu)} \{ \nu \alpha \cdot \epsilon - p_\mu (\gamma_0 \gamma_i + \gamma_i \gamma_0) \epsilon_i - k_i \gamma_i \gamma_j \epsilon_j \}. \end{aligned} \quad (7.98)$$

Используя теперь равенство

$$\gamma_i \gamma_j \equiv \Sigma_i \Sigma_j = g_{ij} + i\epsilon_{ijk} \Sigma_k, \quad (7.99)$$

получаем точное для 4-спиноров выражение

$$\epsilon_\mu \bar{j}_\mu^2 = 3e_0 e^{i(k \cdot u_\mu)} (\nu \alpha \cdot \epsilon - 2p_\mu \epsilon - i(\sigma[\mathbf{k} \times \mathbf{e}])) \quad (7.100)$$

(мы выбрали калибровку  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{e} = 0$ , так что член  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}$  выпал). Только член с  $\alpha \cdot \epsilon$  может смешивать верхние («большие») и нижние («малые») компоненты 4-спиноров. Для начального состояния с

$$p_1 = (E_1, \mathbf{p}_1) \quad (7.101)$$

и конечного состояния с

$$p_2 = (E_2, \mathbf{p}_2) \equiv (E_1 - \nu, \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}) \quad (7.102)$$

четырёхкомпонентный спинор в представлении (6.17) принимает вид

$$\chi_1 = \sqrt{\frac{E_1 + m_1}{2m_1}} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}_1}{E_1 + m_1} \chi \end{pmatrix} \quad (7.103)$$

и

$$\chi_2 = \sqrt{\frac{E_2 + m_2}{2m_2}} \begin{pmatrix} \chi^* \\ \frac{-\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}_2}{E_2 + m_2} \chi^* \end{pmatrix}. \quad (7.104)$$

Здесь  $\chi$  — двухкомпонентный спинор, описывающий покоящееся состояние.

Теперь можно вычислить матричные элементы оператора тока (7.100) по спинорным состояниям (7.103), (7.104) и представить взаимодействие, пользуясь паулиевскими двухкомпонентными спинорами. Получаем

$$-2p_1 \cdot \varepsilon + i(\sigma[\mathbf{k} \times \varepsilon]) \quad (\text{большие} - \text{большие}), \quad (7.105)$$

$$+ v \left( \frac{(\sigma \cdot \varepsilon)(\sigma \cdot p_1)}{E_1 + m_1} - \frac{(\sigma \cdot p_2)(\sigma \cdot \varepsilon)}{E_2 + m_2} \right) \quad (\text{большие} - \text{малые}), \quad (7.106)$$

$$+ 2 \frac{(p_1)(\sigma p_2)(\sigma p_1) - (\sigma p_2)(\sigma[\mathbf{k} \times \varepsilon])(\sigma p_1)}{(E_1 + m_1)(E_2 + m_2)} \quad (\text{малые} - \text{малые}), \quad (7.107)$$

где  $\mathbf{k} \equiv p_2 - p_1$ ; здесь указано также происхождение каждого из этих членов («большие — большие» — взаимодействие верхних компонент и т. д.).

Заметим, что трансформационные свойства операторов в первой строке аналогичны  $L_+$  и  $S_+$ , т. е. аналогичны членам  $A$  и  $B$  в общей структуре (7.68). Если  $p_1$  и  $p_2$  отличны от нуля, то выражения (7.106) и (7.107) содержат члены со структурой  $S_L L_+$  [член с  $C$  в разложении (7.68)], а (7.107) содержит также  $S_L L_+ L_+$  [член с  $D$  в формуле (7.68)].

В разложении (7.106) и (7.107) явно указано, что операторы действуют только на третий кварк, для кварков 1 и 2 эти операторы единичны, как и в обычном методе (§ 2). Поэтому рассматриваемое взаимодействие может быть записано в общем виде

$$AL_+ + BS_+ + CS_L L_+ + DS_L L_+ L_+, \quad (7.108)$$

введенном в § 3. Причина этого в сделанном предположении об аддитивности взаимодействий кварков<sup>4)</sup>.

Заметим, что при  $p_1 = 0$  или  $p_2 = 0$  произведение «малых» компонент, а с ним и член с  $D$  исчезают. Кроме того, перекрестные члены принимают вид  $(\sigma[\mathbf{k} \times \varepsilon])$ , и потому член с  $C$  также исчезает. Фейнман и др. [79] выбрали систему координат с  $p_1 = 0$ , где  $p_2 = -\mathbf{k}$ , и взаимодействие сводится к

$$-2p \cdot \varepsilon + i(\sigma[\mathbf{k} \times \varepsilon]) \left( 1 + \frac{v}{E_2 + m_2} \right), \quad (7.109)$$

Вводя обозначения

$$g^2 \equiv \frac{(m_1 + m_2)^2 - k^2}{4m_1 m_2} \equiv \frac{E_2 + m_2}{2m_2}, \quad (7.110)$$

получаем окончательный вид взаимодействия

$$-2p \cdot \varepsilon + i(\sigma[\mathbf{k} \times \varepsilon]) \left( 1 + \frac{v}{2m_2 g^2} \right) \quad (7.111)$$

<sup>4)</sup> Для последовательного релятивистского описания необходимо включение «неаддитивных» взаимодействий кварков (см., например, работы [111, 112]).

(формула (32) работы [79]). Получилась простая структура

$$AL_+ + BS_+, \quad (7.112)$$

что обусловлено ограничением  $p_1 = 0$ .

Итак, после обсуждения релятивистских эффектов мы пришли к модели с такими же трансформационными свойствами электромагнитного тока, как и в трехмерной осцилляторной модели § 2. В том, что это так, можно убедиться, вычислив матричные элементы в табл. 1 и положив  $C = D = 0$ .

Величины  $A_{01}$  и  $B_{01}$  оказываются равными (см. табл. 1 работы [79])

$$A_{01} \equiv \sqrt{2\Omega}, \quad (7.113)$$

$$B_{01} \equiv \frac{3}{\sqrt{2}} \lambda \rho, \quad (7.114)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{\Omega}} k, \quad \rho = \sqrt{\Omega} \left( 1 + \frac{v}{2m_2 g^2} \right) \lambda, \quad (7.115)$$

и

$$k^2 = -k^0 + \frac{(M^2 - m^2 + k^2)^2}{4M^2}. \quad (7.116)$$

При  $k^2 = 0$  эти выражения упрощаются:

$$\rho = \sqrt{2}(m_1 - m_2), \quad k \equiv |\mathbf{k}| = \frac{M^2 - m^2}{2M}. \quad (7.117)$$

Соответствие с трехмерной моделью является точным, и для состояний 70,  $L = 1$  эти выражения имеют вид

$$\lambda \rho \equiv \frac{2}{3} \mu k_{10}^M s_i \bar{\pi} k, \quad (7.118)$$

$$1/\bar{\Omega} \equiv \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \frac{\mu}{g} R_{11}^{M, S}. \quad (7.119)$$

При  $L = 2$  имеем

$$\lambda(\lambda \rho) \equiv -2 \sqrt{\frac{2}{3}} \mu \sqrt{\pi} k R_{20}, \quad (7.120)$$

$$\lambda / \bar{\Omega} \equiv -2 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \frac{\mu}{g} R_{21}. \quad (7.121)$$

## Б. Сходные осцилляторные модели

Существуют также другие четырехмерные обобщения трехмерной осцилляторной модели и среди них предложенные в работах [110, 113]. Авторы этих работ выбрали в качестве решений вол-

новых уравнений волновые функции, нормируемые по всем четырем переменным и в системе покоя имеют вид

$$\Psi_0(\rho, \xi, \eta; 0) = \exp\left[-\frac{iM_0\rho}{V^3}\right] \left(\frac{\alpha}{3\pi}\right)^2 \times \exp\left[-\frac{\alpha}{6}(\eta^2 + \eta^2 + \xi^2 + \xi^2)\right], \quad (7.122)$$

где

$$\begin{aligned} \rho &\equiv \frac{1}{V^3}(X_1 + X_2 + X_3), \\ \xi &= \frac{1}{V^2}(X_1 - X_2), \\ \eta &= \frac{1}{V^6}(X_1 + X_2 - 2X_3) \end{aligned} \quad (7.123)$$

являются 4-векторами, выделяющими движение центра масс и разделяющими внутренние движения на два независимых осциллятора. Заметим, что компонента, отвечающая собственному времени, входит с тем же знаком, что и остальные, в отличие от модели ФКР [92]. В ковариантной записи имеем

$$\Psi_0(\rho, \xi, \eta; \rho) = \exp\left[-\frac{i(\rho \cdot \rho)}{V^3}\right] \left(\frac{\alpha}{3\pi}\right)^2 \times \exp\left[-\frac{\alpha}{6}\left(2\left(\frac{\rho \cdot \eta}{M_0}\right)^2 - \eta^2 + 2\left(\frac{\rho \cdot \xi}{M_0}\right)^2 - \xi^2\right)\right], \quad (7.124)$$

где  $\rho$  — полный импульс системы.

В работе [110] рассмотрена также волновая функция более общего вида:

$$\begin{aligned} \Psi_0^{(n)} &= \left(\frac{\alpha}{3\pi}\right)^2 \sqrt{2n-1} \exp\left[-\frac{\alpha}{6}\left(2n\left(\frac{\rho \cdot \eta}{M_0}\right)^2 - \eta^2 + 2n\left(\frac{\rho \cdot \xi}{M_0}\right)^2 - \xi^2\right)\right] \end{aligned} \quad (7.125)$$

с параметром  $n$ , отличающим временное направление от пространственного. При  $n=0$  получается (не нормируемое по  $t$ ) решение ФКР. Случай  $n=1$  соответствует работе [113].

В этих моделях электромагнитный ток также имеет структуру  $AL_x + BS_x$ , что вытекает из формулы (13а) работы [113]. Поэтому существует точное соответствие между табл. 3 матричных элементов в работе [113] и аналогичной табл. 1 в работе [92]. Для состояний  $70, L=1$  оно имеет вид

$$A_{L=1}^{(1)} \equiv \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\Omega_{\text{ФКР}}}; \quad B_{L=1}^{(1)} \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} \Omega_{\text{ФКР}}. \quad (7.126)$$

В работе [113] имеются также трудности с возбуждениями, соответствующими собственному времени, поскольку при достаточно большом их числе возникают состояния с мнимой массой. Чтобы избавиться от этого, приходится ограничиваться пространственными компонентами в системе покоя частицы в тесной аналогии с подходом ФКР.

Однако в работе [113] проводится конкретное вычисление «форм-фактора», аналогично форм-фактору  $F$  в формуле (7.86). Сравнение с данными по электроррождению показывает, что вид этого форм-фактора прекрасно согласуется с опытом. При внимательном чтении раздела 3а работы [113] можно заметить, что для достижения такого согласия был произвольно опущен множитель  $(1 + q^2/4m^2)$ . Там же предлагается и возможное оправдание этого.

## § 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ${}^3P_0$ -МОДЕЛИ

При рассмотрении общего подхода к излучению пионов (формула (6.79)) было показано, что матричный элемент процесса содержит две части, преобразующиеся как  $W_1$  и  $(W_1 L_1 - W_2 L_2)$ .



Рис. 2. Процесс  $M \rightarrow V\pi$  в  ${}^3P_0$ -модели. б — V-мезон рассматривается как элементарная частица, а — л-мезон рассматривается как элементарная частица.

Для испускания поперечно-поляризованного фотона имеются четыре независимых вклада [формула (7.73)]. Представим на минуту, что фотон появляется в процессе испускания элементарного векторного мезона в распаде  $M \rightarrow V\pi$  (рис. 2). Тогда мы сделаем вывод, что этот процесс имеет четыре степени свободы. Однако, рассматривая  ${}^3P_0$ -модель, мы могли бы вместо этого считать элементарным л-мезон и заключить, что процесс характеризуется двумя степенями свободы [формула (6.79)]. Отсюда следует, что в  ${}^3P_0$ -модели не все коэффициенты  $A, B, C, D$  из формулы (7.73) независимы. В действительности  ${}^3P_0$ -модель накладывает два ограничения:

$$A_{11} = C_{11}, \quad D_{11} = 0.$$

Из табл. 2 вытекает, что опытные данные согласуются с равенством  $A_{11} = C_{11}$ . Причину этого можно эвристически понять

следующим образом (более детально вопрос рассматривается в работах [81, 109]).

Присутствие  ${}^3P_0$ -состояния в качестве промежуточного в процессе  $M \rightarrow BC$  приводит к появлению в матричном элементе спиновой части  $\chi^m$  и орбитальной части  $Y_1^{-m}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_B)$  [формулы (6.99) и (6.10)]. Переписывая  $\chi^m$  с использованием  $\sigma$ -матриц Паули, получаем вклад в матричный элемент вида  $\sigma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_B) \sqrt{3/4\pi}$ . Наличие этого члена является существенным свойством  ${}^3P_0$ -модели. Рассмотрим теперь его влияние на амплитуды переходов типа  $M \rightarrow BC$ , где  $B$  есть  $\pi$  или  $\rho$ .

Из формул (6.99) и (6.10) при  $B \equiv \pi$  следует [ср. с формулой (6.102)], что

$$\chi^{-m} I_m(M; BC) = \int \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \frac{1}{8} \delta(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}_C) \int d^3\mathbf{k} \sigma \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}_B) \psi_M(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}) \psi_C(\mathbf{k}), \quad (7.127)$$

где мы приближенно заменили  $\psi_B(\mathbf{k})$  функцией  $\psi_B(0)$  [ср. с формулой (6.103) для элементарного мезона, когда  $R \rightarrow 0$ ]. Как явствует из формулы (7.127), имеются две независимые  $\sigma_z$  и  $\sigma_{\pm}$  структуры [ср. с формулой (6.79)]:

$$\langle \sigma_z \rangle \propto \int d^3\mathbf{k} (k_x - k_B) \psi_M(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}) \psi_C(\mathbf{k}), \quad (7.128)$$

$$\langle \sigma_{\pm} \rangle \propto \int d^3\mathbf{k} (k_x \pm ik_y) \psi_M(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}) \psi_C(\mathbf{k}). \quad (7.129)$$

Задавшись определенным видом волновых функций (например, гармонического осциллятора), можно вычислить относительные величины этих членов [ср. с формулой (6.119) для процесса  $B \rightarrow \omega\pi$ ].

В случае  $B \equiv \rho$  наличие  ${}^3S_1$ -векторного  $\rho$ -мезона приведет к спиновому вкладу типа  $\chi^0$  в матричный элемент (аналогично  ${}^3P_0$ ), орбитального же вклада не будет, поскольку  $\rho$ -мезон является  $S$ -состоянием.

Спиновый  $\sigma$ -оператор вместе с оператором испущенного фотона, пропорциональным вектору поляризации  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , приводит к появлению в матричном элементе множителя  $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$ , который умножается на вклад  ${}^3P_0$ -состояния  $\sigma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_B)$ . В результате имеем (используя тождество (7.99) для матриц Паули)

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon})(\sigma(\mathbf{k} - \mathbf{k}_B)) = (\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}) + i(\boldsymbol{\sigma}[(\mathbf{k} - \mathbf{k}_B) \times \boldsymbol{\varepsilon}]) \quad (7.130)$$

(член с  $\mathbf{k}_B \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$  в случае поперечно-поляризованных фотонов равен нулю). В результате мы получаем член типа  $B\sigma_{\pm}$ :

$$\langle \sigma_{\pm} \rangle \propto \int d^3\mathbf{k} (\mathbf{k}_x - \mathbf{k}_B) \psi_M(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}) \psi_C(\mathbf{k}) \quad (7.131)$$

и члены  $AL_{\pm}$ ,  $C\sigma_z L_{\pm}$  с совпадающей структурой:

$$\langle L_{\pm}; \sigma_z L_{\pm} \rangle \propto \int d^3\mathbf{k} (k_x \pm ik_y) \psi_M(\mathbf{k}_B + \mathbf{k}) \psi_C(\mathbf{k}). \quad (7.132)$$

Таким образом, испускание как  $\pi$ -, так и  $\rho$ -мезона описывается двумя независимыми амплитудами; одна из них сохраняет  $SU(6)_W$ -симметрию, а другая нарушает.

## § 6. МОДЕЛИ МАССИВНЫХ КВАРКОВ

Реалистическая модель кварковой динамики должна формулироваться релятивистски-инвариантным образом и одновременно принимать во внимание, что свободные кварки никогда не наблюдались. Одно из возможных предположений состоит в том, что массы кварков намного больше масс адронов. Если существуют тяжелые кварки с массой  $\sim 20$  ГэВ, то мезоны могли бы возникать как полюса в амплитуде  $q\bar{q}$ -рассеяния и, следовательно, описывались бы уравнением Бете-Солпитера в  $q-\bar{q}$ -канале [114].

В этом случае динамика определяется ядром уравнения Бете-Солпитера, т. е. видом  $q\bar{q}$ -взаимодействия. В работе [115] показано, что если взаимодействие кварков описывается скалярным потенциалом и относительный импульс кварков мал ( $|\mathbf{p}| \ll M_q$ ) [92], то рассматриваемая задача обладает приближенной  $SU(6)$ -симметрией. При этом, однако, имеются некоторые интересные эффекты; например, среди низколежащих векторных мезонов наравне с обычными  ${}^3S_1$  состояниями появляются и  ${}^3D_1$ -состояния.

Спинор, описывающий один свободный кварк, имеет «большие» и «малые» компоненты [формула (6.17)]. Последние в  $\sigma \cdot \mathbf{p}/M$  раз меньше первых. В общем случае 4-спинор можно разделить на верхний и нижний ( $\chi_+, \chi_-$ ) двухкомпонентные спиноры. Покоящаяся  $q\bar{q}$ -пара может быть описана волновой функцией

$$\chi(\mathbf{p}=0) = \begin{pmatrix} \chi_+ & \chi_+ \\ \chi_- & \chi_- \end{pmatrix},$$

где  $\chi_{\pm}$  преобразуется, как  $q_{\pm} \otimes \bar{q}_{\pm}$ . В нерелятивистском случае со слабой связью «малые» компоненты действительно малы и

$$\chi_{\pm} \sim \chi_{\pm} \sim \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{M} \chi_{\pm}; \quad \chi_{\pm} \sim \frac{p^2}{M^2} \chi_{\pm}.$$

Во всех нерелятивистских моделях, рассмотренных в данной главе, неявно предполагается, что эти соотношения справедливы даже в случае сильно связанных состояний, а потому и в этих случаях можно пренебрегать компонентами  $\chi_{\pm}$ ,  $\chi_{\pm}$ ,  $\chi_{\pm}$  при  $p^2 \ll M^2$ .

Для псевдоскалярного мезона в приближении нулевой массы

$$\chi \sim \chi_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$



Поэтому  $\chi_{\pm} = \chi_{\pm} = 0$ , но  $\chi_{\pm} = \chi_{\pm}$  (с точностью до поправок, пропорциональных массе связанного состояния). Детальное изучение связанных уравнений Бете—Солнтера показывает, что обычная нерелятивистская картина возникает только тогда, когда потенциал взаимодействия кварков является скалярным, поскольку только в этом случае [115]

$$\chi_{\pm} = \chi_{\pm}$$

Подход Бете—Солнтера развивался далее в работе [116], где на основе релятивистского обобщения потенциала гармонического осциллятора для взаимодействия кварков был получен мезонный спектр с линейно растущими траекториями Редже. Такой подход исследовался также Бомом и др. [117—119], которые использовали ядро Бете—Солнтера, соответствующее потенциалу типа гармонического осциллятора на малых расстояниях между  $q$  и  $\bar{q}$ , но асимптотически исчезающее на больших. В работе [117] использовались скалярные «кварки» и получены мезонные траектории Редже вместе с дочерними; в работе [118] рассмотрены кварки со спином  $1/2$ .

Электромагнитные взаимодействия в модели массивных кварков и, в частности, феноменология глубоко неупругого электронного рассеяния (где кварки оказываются легкими, гл. 9—14), были исследованы Препаратой (гл. 10, § 4).

## ЦВЕТНЫЕ КВАРКИ

### § 1. СИММЕТРИЧНАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

В гл. 5 мы видели, что можно хорошо описать спектр барионов, если потребовать, чтобы барионы состояли из трех кварков, а полная трехкварковая  $SU(6) \otimes O(3)$ -волновая функция была симметрична по отношению к перестановке любых двух кварков («симметричная кварковая модель»). В то же время барионы антисимметризованы один по отношению к другому, поскольку они являются фермионами и подчиняются принципу Паули. Поэтому кварки имеют довольно забавные свойства: они симметризованы в группах по три, но одна группа антисимметризована по отношению к другой.

Чтобы обойти этот парадокс, Гринберг [120] принял, что кварки являются парафермионами ранга 3. Математически это означает, что оператор рождения (или уничтожения) кварка с данными квантовыми числами (ароматом, спином, импульсом, обозначенными вместе индексом  $\lambda$ ) имеет вид

$$a^{\dagger} = \sum_{i=1}^3 a_{(i)\lambda}^{\dagger}, \quad a = \sum_{i=1}^3 a_{(i)\lambda} \quad (8.1)$$

где  $i$  — некий новый индекс, который мы можем назвать «цветным». Эти операторы антикоммутируют при одинаковых цветах и коммутируют при разных:

$$[a_{\lambda(i)}, a_{\mu}^{\dagger(j)}] = \delta_{\lambda\mu}, \quad [a_{\lambda(i)}, a_{\mu}^{\dagger(i)}] = 0, \quad (8.2)$$

$$[a_{\lambda(i)}, a_{\mu}^{\dagger(j)}] = 0 \quad (i \neq j),$$

$$[a_{\lambda(i)}, a_{\mu}^{\dagger(i)}] = 0 \quad (i \neq j). \quad (8.3)$$

Мы можем теперь создать трехкварковое состояние, подействовав на вакуум  $\Phi_0$  оператором  $f_{\lambda\mu\nu}^{\dagger}$ , таким, что

$$f_{\lambda\mu\nu}^{\dagger} \equiv [a_{\lambda}^{\dagger}, a_{\mu}^{\dagger}, a_{\nu}^{\dagger}] \equiv 4\epsilon_{ijk} a_{\lambda(i)}^{\dagger} a_{\mu}^{\dagger(j)} a_{\nu}^{\dagger(k)}. \quad (8.4)$$

Состояние  $f_{\lambda\mu\nu}^{\dagger} \Phi_0$  симметрично по отношению к любой перестановке индексов  $\lambda, \mu, \nu$ , так же как трехкварковые состояния в гл. 5.

Однако это состояние — фермионное, так как  $\{f_{\lambda\mu\nu}^+, a_0^{\dagger}\} = 0$  и потому

$$[f_{\lambda\mu\nu}^+, f_{\alpha\beta\gamma}^+] = 0, \quad (8.5)$$

так что операторы рождения трехкварковых систем антикоммутируют (и потому такие системы являются фермионами, удовлетворяющими статистике Паули).

Это было достигнуто введением новой трехпозиционной степени свободы для каждого кваркового аромата (ср. с моделью работы [121]). Если называть эту степень свободы «цветом», то каждому кварку должен быть присвоен один из трех основных цветов — красный, желтый или синий; существование протона требует, чтобы все составляющие его кварки были разных цветов.

## § 2. ЗАРЯДЫ ЦВЕТНЫХ КВАРКОВ

Формула Гелл-Манна—Нишиджимы

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \equiv F_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} F_8 \quad (8.6)$$

определяет оператор заряда как функцию генераторов группы  $SU(3)$ . Из коммутационных соотношений (2.47) следует, что

$$[Q, U_{\pm}] = [Q, U_3] = 0, \quad (8.7)$$

и потому оператор заряда является скаляром по  $U$ -спинну. Примером этого является фундаментальное триплетное представление, где кварки  $d$  и  $s$  образуют дублет по  $U$ -спинну и имеют один и тот же заряд  $-\frac{1}{3}$ .

Если обобщить (8.6) и написать

$$Q = \left(T_3 + \frac{Y}{2}\right) + \frac{1}{3}t, \quad (8.8)$$

где  $t$  — произвольное  $c$ -число, то коммутаторы в формуле (8.7) сохраняются, но заряды триплета будут равны  $(z, z-1, z-1)$ , где

$$z \equiv \frac{1}{3}(t+2). \quad (8.9)$$

Кварки  $u, d, s$  в цветовых состояниях  $R$  (red),  $B$  (blue) и  $Y$  (yellow) будут иметь заряды

	$u$	$d$	$s$	
$R$	$z_R$	$z_R - 1$	$z_R - 1$	(8.10)
$B$	$z_B$	$z_B - 1$	$z_B - 1$	
$Y$	$z_Y$	$z_Y - 1$	$z_Y - 1$	

подчиненные ограниченно

$$z_R + z_B + z_Y = 2 \quad (8.11)$$

(которое следует из требования, чтобы барион  $\Delta^{++} (u_R u_R u_Y)$  имел заряд  $+2$ ).

Величины  $z_R, z_B, z_Y$  в силу равенства (8.9) соответствуют величинам  $t_R, t_B, t_Y$ , для которых имеется ограничение, вытекающее из (8.11):

$$t_R + t_B + t_Y = 0, \quad (8.12)$$

и потому обычные барионные заряды удовлетворяют стандартной формуле Гелл-Манна—Нишиджимы (8.6).

Заметим, что «средние заряды» кварков  $u, d, s$  таковы:

$$e_u = \frac{1}{3}(z_R + z_B + z_Y) = \frac{2}{3},$$

$$e_d = e_s = \frac{1}{3}[(z_R - 1) + (z_B - 1) + (z_Y - 1)] = -\frac{1}{3}. \quad (8.13)$$

и, следовательно, все барионы, построенные из одного  $R$ -, одного  $B$ - и одного  $Y$ -кварка, будут иметь те же самые заряды, что и в обычной бесцветной кварковой модели (поскольку средние заряды кварков равны зарядам «бесцветных» кварков).

Имеются две конкретные модели, в одной из которых [122, 123] электромагнитное взаимодействие не различает цветов ( $z_R = z_B = z_Y = \frac{2}{3}$ ), а в другой [124] — различает ( $z_B = z_Y = 1$ ;  $z_R = 0$ ). Первая модель содержит три идентичных триплета, и потому если цвет генерирует симметрию  $SU(3)_c$ , то она должна быть точной симметрией природы. В модели Хана—Намбу [124] кварки имеют целые заряды:

	$u$	$d$	$s$	$u$	$d$	$s$	
$R$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	-1	-1	(8.14)
$B$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	
$Y$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	
	Гелл-Манн			Хан—Нambu			

## § 3. ЦВЕТ И РАСПАД $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$

Введение цвета позволяет также объяснить скорость распада  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , для которой Адлер [125] и Белл и Джеккив [126] нашли точную формулу в полевой теории кварков и глюонов. Соответ-

ствующая амплитуда равна известной постоянной, умноженной на разность

$$\left(\sum_i e_i^2\right)_{I_3=+1/2} - \left(\sum_i e_i^2\right)_{I_3=-1/2} \quad (8.15)$$

где  $e_i$  — заряды кварков с  $I_3 = \pm 1/2$  (рис. 1). Для согласия с опытом требуется (с экспериментальной точностью), чтобы вы-

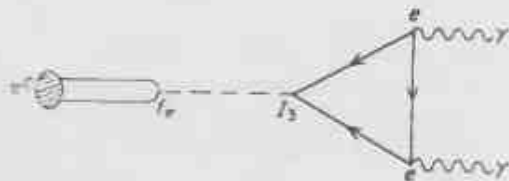


Рис. 1. Распад  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  описывается треугольной вершиной, связывающей два фотона и изотриплетный аксиальный ток; это приводит к формуле (8.15).

полнялось условие  $\sum_i I_3 e_i^2 = 1/2$ . Ферми-дираковские (бесцветные) кварки дают

$$\frac{1}{2} (e_u^2 - e_d^2) = \frac{1}{6}, \quad (8.16)$$

т. е. второе меньшую амплитуду (в 9 раз меньшую скорость распада). Трехцветная степень свободы в схеме Гелл-Манна сразу же устраняет это расхождение. Годится даже любая модель с тремя цветами, в которой выполняется условие (8.11), так как из равенства

$$\sum_i I_3 e_i^2 = \frac{1}{2} \quad (8.17)$$

следует, что

$$(z_R^2 + z_B^2 + z_Y^2) - [(z_R - 1)^2 + (z_B - 1)^2 + (z_Y - 1)^2] = 1, \quad (8.18)$$

а потому

$$z_R + z_B + z_Y = 2. \quad (8.11)$$

#### § 4. ЦВЕТ КАК СИММЕТРИЯ

Предположим, что цветовая степень свободы генерирует группу  $SU(3)_c$  симметрии (см. также [128, 127]). Тогда, если выполняется принцип Паули, барионы принадлежат антисимметричным представлениям группы  $SU(6) \otimes O(3) \otimes SU(3)_c$ . Барионы симметричной кварковой модели (гл. 5, § 1) должны находиться в представлениях типа

$$[SU(6) \otimes O(3)]_{\text{симм}} \otimes [SU(3)_c]_{\text{антисимм}} \quad (8.19)$$

и потому должны быть цветовыми синглетами [так как полностью антисимметричное трехчастичное состояние  $SU(3)$ -симметрии есть синглет]. Заметим, что антисимметричность цветового состояния требует, чтобы один из кварков был красным, один синим и один желтым.

Кварки образуют представление группы  $SU(3)_c \otimes SU(3)_f$ . Поэтому вместо (8.8) мы можем написать

$$Q = \left(I_3 + \frac{Y}{2}\right) + \left(\alpha \tilde{I}_3 + \beta \frac{\tilde{Y}}{2}\right), \quad (8.20)$$

где величины с тильдами относятся к группе  $SU(3)_f$ , а  $\alpha$  и  $\beta$  — произвольные постоянные. Мы определим состояния так, чтобы  $R$  и  $B$  имели  $\tilde{I}_3 = +1/2$  и  $\tilde{I}_3 = -1/2$ . Заряды  $u$  кварков будут такими:

$$\begin{aligned} z_R &= \frac{2}{3} + \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{6}, \\ z_B &= \frac{2}{3} - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{6}, \\ z_Y &= \frac{2}{3} - \frac{\beta}{3}, \end{aligned} \quad (8.21)$$

что, конечно, удовлетворяет требованию (8.11).

Цветные кварки в определении Гелл-Манна имеют  $\alpha = \beta = 0$ , и потому их заряды преобразуются под действием  $SU(3)$ , как синглет. Кварки Хана-Намбу имеют  $\alpha = \beta = -1$  и потому преобразуются как  $\bar{3}$  под действием  $SU(3)$ , и как  $(3, \bar{3})$  под действием  $SU(3)_f \otimes SU(3)_c$ . Весовая диаграмма для кварков Хана-Намбу показана на рис. 2. Обратим внимание на перевернутый треугольник (триплет) кварков  $u, d, s$  и треугольники (антитриплеты), показывающие шетовой состав каждого кварка. При  $\alpha = \beta = -1$  заряды преобразовывались бы как  $(3, 3)$  [129].

Имеющаяся сейчас спектроскопия мезонов не накладывает ограничений на  $z_R, z_B, z_Y$ . Рассмотрим сначала пион, построенный из бесцветных кварков,  $\pi^+ \equiv ud$ .

Его заряд равен

$$\langle ud | e_u + e_d | ud \rangle = e_u + e_d = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1. \quad (8.22)$$

Рассмотрим теперь цветные кварки. Цветовой синглет  $\pi^+$  может быть записан в виде

$$\left(ud, \frac{1}{\sqrt{3}}(R\bar{R} + B\bar{B} + Y\bar{Y})\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{3}}(u_R d_R + u_B d_B + u_Y d_Y). \quad (8.23)$$

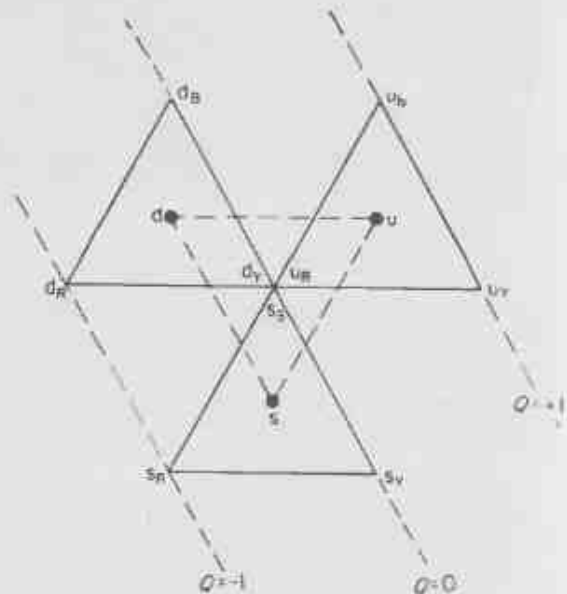


Рис. 2. Вексная диаграмма для кварков Хана — Намбу.

Теперь заряд вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \pi^+, \tilde{1} | \hat{Q} | \pi^+, \tilde{1} \rangle &= \frac{1}{3} \langle u_R \bar{d}_R + u_B \bar{d}_B + u_Y \bar{d}_Y | e_q + e_{\bar{q}} | u_R \bar{d}_R + \\ &+ u_B \bar{d}_B + u_Y \bar{d}_Y \rangle = \frac{1}{3} (z_R + z_B + z_Y) + \\ &+ \frac{1}{3} [(1 - z_R) + (1 - z_B) + (1 - z_Y)] = 1. \end{aligned} \quad (8.24)$$

Заметим, что данный результат был получен без каких-либо ограничений на  $z_{R,B,Y}$ . Мезонная спектроскопия требует только, чтобы кварки  $u, d, s$  образовывали триплет и чтобы по  $SU(3)$  мезоны были нейтральны ( $R\bar{R}, B\bar{B}, Y\bar{Y}$ ) с произвольными весами, но не  $R\bar{B}$  и т. п.). Экспериментальные данные, свидетельствующие об отсутствии восьми цветных пионов, говорят о том, что обычные адронные состояния должны быть бесцветны.

При электрон-позитронной аннигиляции ниже порога рождения цветных частиц равенство

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_i c_i^2 = 2 \quad (8.25)$$

(гл. 11, § 5) выполняется независимо от значений  $z_{R,B,Y}$ . Это интуитивно понятно, поскольку наблюдаемыми являются «средние» заряды кварков. Доказать же это можно, рассматривая цветовое представление электромагнитного тока (или, что то же самое, фотона):

$$\begin{aligned} \gamma \sim z_R (u_R \bar{u}_R + d_R \bar{d}_R + s_R \bar{s}_R) - (d_R \bar{d}_R + s_R \bar{s}_R) + \\ + z_B (u_B \bar{u}_B + d_B \bar{d}_B + s_B \bar{s}_B) - (d_B \bar{d}_B + s_B \bar{s}_B) + \\ + z_Y (u_Y \bar{u}_Y + d_Y \bar{d}_Y + s_Y \bar{s}_Y) - (d_Y \bar{d}_Y + s_Y \bar{s}_Y). \end{aligned} \quad (8.26)$$

Путем алгебраических преобразований это выражение можно разделить на  $\tilde{1}$ -цветовую и  $\tilde{8}$ -цветовую части вида

$$\begin{aligned} \left( \frac{2}{3} u\bar{u}, (R\bar{R} + B\bar{B} + Y\bar{Y}) \right) + \left( \left( z_R - \frac{2}{3} \right) u\bar{u}, (R\bar{R} - Y\bar{Y}) \right) + \\ + \left( \left( z_B - \frac{2}{3} \right) u\bar{u}, (B\bar{B} - Y\bar{Y}) \right) \end{aligned} \quad (8.27)$$

с соответствующей структурой для  $d$ - и  $s$ -кварков.

Поэтому синглетная по цвету часть фотона не зависит от  $z_{R,B,Y}$ . Для получения информации об этих величинах необходимы эксперименты за порогом рождения цветных состояний. Одно из возможных при пересечении порога явлений — увеличение отношения  $R$  [формула (8.25)] в  $e^+e^-$ -аннигиляции до нового значения  $3(z_R^2 + z_B^2 + z_Y^2) - 2$  или с величинами  $\alpha$  и  $\beta$ , определенными в формуле (8.20):

$$R = 2 + (3\alpha^2 + \beta^2)/2.$$

В модели Хана — Намбу фотон записывается в виде

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{HN}} \sim u_Y \bar{u}_Y + u_B \bar{u}_B - d_Y \bar{d}_Y - s_R \bar{s}_R \rightarrow u\bar{u} (Y\bar{Y} + B\bar{B}) - \\ - (d\bar{d} + s\bar{s}) R\bar{R}. \end{aligned} \quad (8.28)$$

Простые преобразования переводят это в

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{HN}} = \left( \frac{2}{3} u\bar{u} - \frac{1}{3} d\bar{d} - \frac{1}{3} s\bar{s} \right) (R\bar{R} + B\bar{B} + Y\bar{Y}) - \\ - (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \left( \frac{2}{3} R\bar{R} - \frac{1}{3} B\bar{B} - \frac{1}{3} Y\bar{Y} \right), \end{aligned} \quad (8.29)$$

и потому

$$\gamma_{\text{HN}} = (8, \tilde{1}) - (1, \tilde{8}). \quad (8.30)$$

Представление  $(8, \tilde{1})$  содержит известные векторные мезоны  $\rho, \omega, \phi$ , являющиеся цветовыми синглетами и возникающие при  $e^+e^-$ -аннигиляции. Часть фотона, преобразующаяся как  $(1, \tilde{8})$ , может возбуждать векторные мезоны, синглетные по  $SU(3)$ , и октетные по  $SU(3)_c$ . Если  $SU(3)$  является хорошей симметрией сильных

взаимодействий, то эти  $\bar{8}$ -состояния не будут в сильных взаимодействиях распадаться на адроны из представления  $\bar{1}$ . Поэтому они будут метастабильными. Однако  $(1, \bar{8})$ -состояние может распадаться на обычные  $(1, 1)$ -адроны и фотон, поскольку фотон имеет  $(1, \bar{8})$ -часть. Выказывалось предположение, что таким состоянием является метастабильный векторный мезон  $J/\psi$  с массой 3,1 ГэВ. Однако среди его распадов радиационные распады не являются доминирующими, и сейчас представляется более вероятным, что  $J/\psi$  есть первое проявление четвертого аромата кварков (очарованного кварка) и потому является  ${}^3S_1$ -сб-партнером состояний  $\phi$  ( $s\bar{s}$ ) и  $\rho$ ,  $\omega$  (гл. 16).

До сих пор не наблюдалось никаких проявлений существования цветных октетов. Если существуют такие состояния с массами порядка  $M$  ГэВ (где  $M$  — некоторое число, большее 5), то в  $e^+e^-$ -аннигиляции с энергией больше  $M$  ГэВ могут возникать нейтральные цветные  $\bar{8}$ -состояния вместе с фотоном:

$$e^+e^- \rightarrow \gamma(8, \bar{1}) \rightarrow M(8, \bar{8}) + \gamma(1, \bar{8}), \quad (8.31)$$

а при энергии выше  $2M$  ГэВ происходило бы рождение пар состояний всего цветового октета. При энергии  $E < M$  ГэВ рождаются только бесцветные адроны, так что

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_i e_i^2 = 2,$$

тогда как при  $E > 2M$  ГэВ цветовая степень свободы полностью разморожена и  $R$  возрастает до 4 (так как в модели Хана—Намбу  $\sum_i e_i^2 = 4$ ). Хотя данные для  $R$  показывают такого типа поведение при энергии  $\sim 4$  ГэВ, более вероятно, что это связано с размораживанием четвертого аромата кварка (очарованного  $c$ -кварка). По-видимому, нет твердых оснований считать, что при энергиях, достигаемых сейчас в  $e^+e^-$ -аннигиляциях, размораживается цветовая степень свободы.

Если цветные состояния когда-либо обнаружатся, было бы интересно поискать «экзотические» состояния типа мезонов с зарядом 2 (например,  $u_s d_u$ ) или барионов с зарядом 3. В этом случае также нет причин, чтобы не рождались цветные кварки. Такая возможность активно исследовалась Пати и Саламом [130—133], подробное изложение имеется в работе [134].

Идея, которой мы будем придерживаться во всем дальнейшем изложении, состоит в том, что цветные синглеты имеют гораздо меньшие массы, чем несинглеты  $(8, 3, \dots)$ . Представим себе, что случилось бы, если бы цветные несинглеты имели бесконечные массы. Ясно, что тогда только  $\bar{1}$ -состояния были бы физически

наблюдаемы, а кварки были бы постоянно связаны. При любой конечной энергии мы видели бы только «средние» заряды кварков и не могли бы феноменологически отличить эту картину от возникающей в модели Гелл-Манна, где кварки образуют три одинаковых триплета. Фотон в этой модели представляется как

$$\text{Фотон} \sim \left( \frac{2}{3} u\bar{u} - \frac{1}{3} d\bar{d} - \frac{1}{3} s\bar{s} \right) (R\bar{R} + B\bar{B} + Y\bar{Y}) = (8, \bar{1}) \quad (8.32)$$

и рождаются могут только цветные сигналы. В  $e^+e^-$ -аннигиляции имели бы  $R = 2$  при всех энергиях, если бы только не обнаружались дополнительные кварковые ароматы. Эта модель используется в качестве основы возможной полевой теории сильных взаимодействий (квантовой хромодинамики), рассматриваемой в гл. 15, § 2 [135—138].

## § 5. ДАЛЬНЕЙШЕЕ ЧТЕНИЕ

После открытия в 1974 г. тяжелого метастабильного  $J/\psi$ -мезона высказывалось предположение, что это первое указание на существование цветных несинглетных адронов (см., например, [128, 129, 139—144]). Последующие эксперименты исключили возможность такой интерпретации  $J/\psi$ -мезона, но, несмотря на это, указанные статьи могут дать представление о том, какие явления следует ожидать, когда будет преодолен цветовой порог (если он когда-либо будет преодолен).

Возможность объединения кварков и лептонов в цветовой схеме Хана—Намбу рассмотрена в лекциях Пати [134]. В этих лекциях рассматривается также возможность того, что кварки способны высвобождаться и даже уже образовывались как свободные частицы в  $e^+e^-$ -аннигиляции.

## РАССЕЯНИЕ ЛЕПТОНОВ И ПАРТОНЫ

В 1968 г. было обнаружено, что для электронов высокой энергии довольно значительна вероятность рассеяния на протоне с большой передачей энергии и импульса [1]. Это дает основание заключить, что заряд протона локализован в некоторых рассеивающих центрах (аналогично выводу Резерфорда о существовании  $\alpha$ -частиц). Распределения рассеянных электронов по энергии и углу рассеяния взаимосвязаны и обнаруживают так называемый «скейлинг», указывающий на то, что рассеивающие центры есть бесструктурные дираковские частицы со спином  $1/2$ . В совокупности с данными по рассеянию нейтрино эти результаты показывают, что эти частицы имеют те же квантовые числа, что и кварки в гл. 3, табл. 1.

Явление скейлинга часто подразумевают, когда говорят, что кварки являются «точечными» [2—4]. Не известно, действительно ли они точечные и не будет ли обнаружена в экспериментах с большим разрешением более глубокая подструктура. Однако так же как при описании атомных свойств, подструктура ядер в первом приближении несущественна; по-видимому, в первом приближении можно игнорировать и подструктуру кварков.

Поэтому мы будем рассматривать глубоко-неупругое рассеяние электронов и нейтрино на протонах и нейтронах, считая, что оно происходит некогерентно на составляющих нуклоны кварках. Мы будем искать экспериментальные указания на то, что кварки имеют квантовые числа, соответствующие спектрокопии, изложенной в предыдущих главах.

## § 1. РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Сечение эксклюзивного процесса  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$  можно записать так (приложение Б книги [45]):

$$d\sigma = \frac{1}{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|} \frac{1}{2E_1 2E_2} |A|^2 \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} (2\pi)^4 \times \\ \times \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4). \quad (9.1)$$

где  $E_n$  и  $\mathbf{v}_n$  — энергия и скорость частицы  $n$ . Здесь в явном виде записаны фазовый объем и кинематический множитель, а вся физика содержится в лоренц-скалярной инвариантной амплитуде  $A$ . В частности, в  $|A|^2$  подразумевается суммирование по спинам частиц 3 и 4 и усреднение по состояниям частиц 1 и 2. Для спиновых частиц выбранные в (9.1) нормировки отвечают нормировке дираковских спиноров

$$\bar{u}(p, s) u(p, s) = 2m \quad (9.2)$$

и спиновой матрице плотности

$$\sum_s u_\alpha(p, s) \bar{u}_\beta(p, s) = (\not{p} + m)_{\alpha\beta} \quad (9.3)$$

(то, что (9.3) следует из (9.2), можно показать, явно используя спиноры в (6.17), нормированные вместо условия (6.18) условием (9.2)).

Мы будем исследовать рассеяния  $e\mu \rightarrow e\mu$  и  $e p \rightarrow e p$ , концентрируя свое внимание на  $|A|^2$ . Основная разница между электрон-протонным и электрон-мюонным рассеянием состоит в том, что мюон и электрон взаимодействуют известным и поддающимся вычислениям способом — за счет обмена фотоном (рис. 1) (счи-

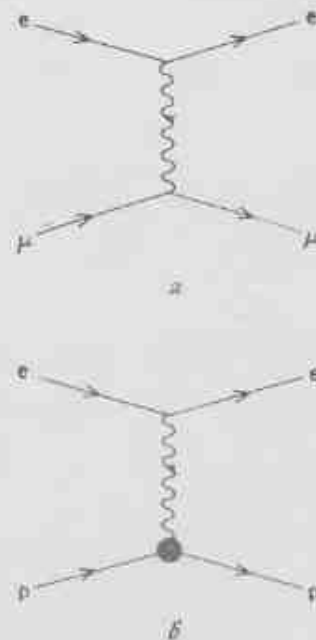


Рис. 1. а — электрон-мюонное, а б — электрон-протонное рассеяние в приближении однофотонного обмена.

тается, что электрон-фотонное и мюон-фотонное взаимодействие известно точно, а именно, что это «точечное взаимодействие», тогда как протон есть более сложный объект с неизвестной структурой. Цель экспериментов по электрон-протонному рассеянию — выяснить эту структуру. Чтобы понять, как структура протона может проявляться в сечении рассеяния, полезно сравнить форму сечения электрон-протонного рассеяния с сечением аналогичного рассеяния на мюонах. Если не учитывать разницы в массах мюона и протона, то различие между сечениями возникнет только из-за поправок к «точечному взаимодействию» на структуру протона (например, на его аномальный магнитный момент).

При желании подробный вывод кинематики и изложение теории упругого и неупругого рассеяния можно опустить. Эвристический вывод существенных формул мы проведем в § 2, п. «Б». Связь между масштабной инвариантностью и рассеянием на точечных объектах рассматривается в § 4 и в гл. 11, § 1.

#### А. Электрон-мюонное рассеяние

Формально электромагнитный ток электронов или мюонов есть  $\bar{u}(p') \gamma_\mu u(p)$ . Для рассеяния  $e\mu \rightarrow e\mu$  инвариантная амплитуда  $|A|^2$  в (9.1) имеет вид

$$|A|^2 = \frac{1}{4} \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} \left| \bar{u}(k', s_2) \gamma^\mu u(k, s_1) \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(p', s_4) \gamma_\nu u(p, s_3) \right|^2, \quad (9.4)$$

где множитель  $1/4$  возникает из-за усреднения по начальным спинам. С учетом (9.3) можно переписать (9.4) в виде

$$|A|^2 = \frac{e^4}{q^4} L_{\mu\nu}^{(e)} L^{\mu\nu}, \quad (9.5)$$

$$L_{\mu\nu}^{(e)} = \frac{1}{2} \text{Tr} (\not{k}' + m) \gamma_\mu (\not{k} + m) \gamma_\nu = \\ = 2 [k'_\mu k_\nu + k_\mu k'_\nu - g_{\mu\nu} (k \cdot k' - m^2)], \quad (9.7)$$

причем  $L_{\mu\nu}^{(e)}$  имеет аналогичный вид. Здесь  $m$  — масса лептона, а правила вычисления следа при переходе от (9.6) к (9.7) приведены в приложении А книги [45]. Скалярно перемножая тензоры  $L_{\mu\nu}^{(e)}$  и  $L^{\mu\nu}$ , получаем

$$L_{\mu\nu}^{(e)} L^{\mu\nu} = 8 [k' \cdot p' k \cdot p + p \cdot k' k \cdot p' - m^2 p \cdot p' - M^2 k \cdot k' + 2m^2 M^2]. \quad (9.8)$$

В лабораторной системе отсчета, где мюон первоначально покоится, имеем

$$p = (M, \mathbf{0}), \quad k = (E, \mathbf{k}), \\ k' = (E', \mathbf{k}'), \quad q^2 = (k - k')^2.$$

Мы видим, что если пренебречь членами, пропорциональными  $m^2$ , то  $q^2 = -2k \cdot k' = 2M^2 = -2p \cdot p'$ , и поэтому

$$L_{\mu\nu}^{(e)} L^{\mu\nu} = 8 \left[ 2M^2 E E' + \frac{q^2}{2} M (E' - E) + \frac{M^2 q^2}{2} \right]. \quad (9.9)$$

Используя формулы

$$q^2 = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

$$E' - E = -v = \frac{q^2}{2M},$$

$$M(E' - E) = EE' (\cos \theta - 1)$$

(определение этих величин см. на рис. 2), имеем

$$L_{\mu\nu}^{(e)} L^{\mu\nu} = 16M^2 E E' \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}. \quad (9.10)$$

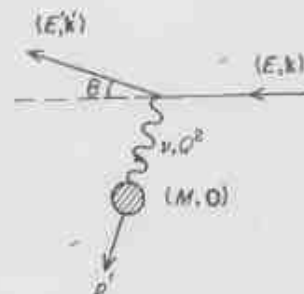


Рис. 2. Взаимодействие электрона с протоном в лабораторной системе отсчета.

Подставляя  $|A|^2$  [формулы (9.5) и (9.10)] в сечение рассеяния (9.1), получаем

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega_e} = \frac{4\alpha^2 (E')^2}{q^4} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} 2M \frac{d^3p_4}{2E_4} \delta^{(4)}(q + p - p_4). \quad (9.11)$$

Если не наблюдать за мюоном, то мы можем проинтегрировать по  $d^3p_4$ . Так как

$$\int \frac{d^3p_4}{2E_4} \delta^{(4)}(q + p - p_4) \rightarrow \delta[(p + q)^2 - M^2], \quad (9.12)$$

при  $(p)^2 = M^2$  и  $p \cdot q \equiv Mv$  мы находим ( $Q^2 \equiv -q^2$ )

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega_e} = \frac{4\alpha^2 (E')^2}{Q^4} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \delta \left( v - \frac{Q^2}{2M} \right). \quad (9.13)$$

Это дважды дифференциальное сечение в такой форме легче всего сравнивать с неупругим рассеянием электронов (9.35). Для перехода к виду, часто встречающемуся в литературе, проинтегрируем (9.13) по  $dE'$  с учетом тождества  $\int dx \delta(f(x)) = |df/dx|^{-1}$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\alpha^2 (E')^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{Q^4} \left[ 1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]^{-1} \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (9.14)$$

По закону сохранения энергии

$$1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \equiv \frac{1}{E'} \left( E' + \frac{Q^2}{2M} \right) = \frac{E}{E'}, \quad (9.15)$$

и, следовательно,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Мотт}} \frac{E'}{E} \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (9.16)$$

Здесь выделено моттовское сечение рассеяния релятивистских электронов в кулоновском поле [145; гл. 7]. Множитель к нему в формуле (9.16) возникает из-за отдачи ( $E' \neq E$ ) и магнитного взаимодействия. Моттовское сечение рассеяния можно преобразовать к виду

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Мотт}} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left( 1 - \frac{v}{E} - \frac{Q^2}{4E^2} \right) \xrightarrow{v \gg Q^2, E \rightarrow \infty} \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}. \quad (9.17)$$

Иногда встречается «бесструктурное» сечение [146], определяемое как

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{NS}} \equiv \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Мотт}} \frac{E'}{E}, \quad (9.18)$$

которое физически есть сечение кулоновского рассеяния с отдачей.

### Б. Упругое электрон-протонное рассеяние

Электрон-протонное рассеяние происходит за счет обмена фотоном, так же как и в предыдущем случае, но только сейчас неизвестна константа фотон-протонной связи (в случае мюона это была величина  $\gamma_p$ ). Если учесть, что протонные спиноры  $u(p)$  и  $\bar{u}(p)$  подчиняются уравнению Дирака, то в наиболее общей форме протонный электромагнитный ток  $J_p = \bar{u}(p) \Gamma_p u(p)$  может зависеть только от величин  $\gamma_0$ ,  $q_\mu$  и  $i\sigma_{\rho\alpha} q^\alpha$ , умноженных

на какие-то функции величины  $p^2 (\equiv M^2)$ ,  $p'^2 (\equiv M^2)$  и  $q^2$ , стоящие между спинорами, а именно

$$J_p \sim \bar{u}(p') \left[ \Gamma_1(q^2) \gamma_0 + \Gamma_2(q^2) i\sigma_{\rho\alpha} q^\alpha + \Gamma_3(q^2) q_0 \right] u(p), \quad (9.19)$$

где  $\sigma_{\rho\alpha} = (i/2) [\gamma_\rho, \gamma_\alpha]$ . Так как члены с  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  после умножения на  $q^\rho$  тождественно обращаются в нуль, в силу закона сохранения  $q_\mu J^\mu = 0$  получаем, что  $\Gamma_3(q^2) \equiv 0$ . Следовательно,

$$J_p = \bar{u}(p') \left\{ F_1(q^2) \gamma_0 + \kappa \frac{F_2(q^2)}{2M} i\sigma_{\rho\alpha} q^\alpha \right\} u(p), \quad (9.20)$$

где  $F_1(0) = 1$  (заряд протона равен  $e$ ) и  $F_2(0) = 1$ . Величина  $\kappa$  есть аномальный магнитный момент протона ( $\kappa = 1,79$  магнетона Бора). Пользуясь формулой (9.20) для электромагнитного тока протона, сечение электрон-протонного рассеяния можно вычислить совершенно аналогично случаю электрон-мюонного рассеяния. Существенная разница имеется только в инвариантной амплитуде  $|A|^2$ , где  $L_{\mu\nu}^{\mu\nu}$  заменяется величиной

$$L_{\mu\nu}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr}(\not{p}' + M) \Gamma^\mu (\not{p} + M) \Gamma^\nu. \quad (9.21)$$

Здесь

$$\Gamma^\mu \equiv \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{\kappa F_2(q^2)}{2M} i\sigma^{\mu\alpha} q_\alpha.$$

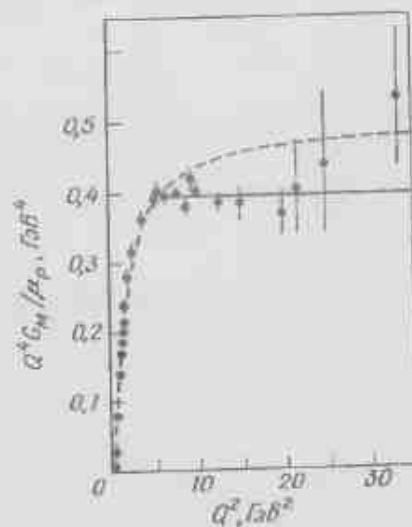


Рис. 3. Форм-фактор протона  $G_M$ . Штриховая линия соответствует дипольной зависимости (9.25). Горизонтальная линия указывает, что  $G_M \propto 1/Q^2$  при  $Q^2 > 4 \text{ ГэВ}^2$ .



В случае мюона мы имеем  $\Gamma^\mu \equiv \gamma^\mu$ . Вместо формулы (9.14) для сечения рассеяния получаем выражение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Мотт}} \frac{E'}{E} \left[ \left( F_1^2 + \frac{\kappa^2 Q^2}{4M^2} F_2^2 \right) + \frac{Q^2}{2M^2} (F_1 + \kappa F_2)^2 \left( \frac{v}{2} \right)^2 \right]. \quad (9.22)$$

При  $F_1 \equiv 1$  и  $F_2 \equiv 0$  оно сводится к (9.14).

Можно также ввести электрический и магнитный форм-факторы:

$$\begin{aligned} G_E &\equiv F_1 - \frac{\kappa Q^2}{4M^2} F_2, \\ G_M &\equiv F_1 + \kappa F_2. \end{aligned} \quad (9.23)$$

Тогда имеем [ср. с формулой (9.13)]

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{4\alpha^2 (E')^2}{Q^4} \delta\left(v - \frac{Q^2}{2M}\right) \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[ \frac{G_E^2 + (Q^2/4M^2) G_M^2}{1 + Q^2/M^2} \right] + \frac{Q^2 G_M^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}. \quad (9.24)$$

Экспериментальные данные ([147] и рис. 3) показывают, что при увеличении  $Q^2$  форм-факторы  $G_E, G_M$  ( $Q^2$ ) убывают. Характер убывания согласуется с дипольным поведением

$$\frac{G_M(Q^2)}{G_M(0)} = \left( 1 + \frac{Q^2}{0.7 \Gamma_3 B^2} \right)^{-2}, \quad (9.25)$$

что приводит к быстрому убыванию сечения рассеяния при увеличении  $Q^2$ . Например,

$$\frac{d\sigma(ep \rightarrow ep)/dQ^2}{d\sigma(e\mu \rightarrow e\mu)/dQ^2} \propto (Q^2)^{-4}. \quad (9.26)$$

### В. Неупругое рассеяние электронов

Мы подошли теперь к главному процессу, а именно к рассеянию  $e + p \rightarrow e +$  (адроны), при котором измеряются только энергия и угол рассеяния конечного электрона. Спектрометр, установленный под некоторым углом  $\theta$  к направлению падающего пучка электронов, регистрирует энергии рассеянных электронов и считает число событий. Мы предполагаем, что доминирует однофотонный обмен (рис. 4).

Дифференциальное сечение можно написать в виде

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} |A|^2 = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^{(e)} W^{\mu\nu}, \quad (9.27)$$

где [формулы (9.4)–(9.7)]

$$L_{\mu\nu}^{(e)} = \frac{1}{2} \sum_s \bar{u}(k's') \gamma_\mu u(k's) \bar{u}(k's) \gamma_\nu u(k's'), \quad (9.28)$$

а  $W^{\mu\nu}$  — адронный тензор:

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_n \langle p | J_\mu^\dagger | n \rangle \langle n | J_\nu | p \rangle (2\pi)^3 \delta^{(4)}(p + q - p_n). \quad (9.29)$$

В литературе встречаются разные определения. Наше  $L_{\mu\nu}$  в (9.27) отличается от используемого Гилменом [148] в 4 раза, и все

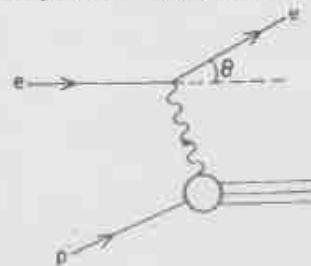


Рис. 4. Импактное неупругое рассеяние электрона на протоне в приближении однофотонного обмена.

остальные величины у нас и у Гилмена одинаковы. Это следует иметь в виду при сравнении с определениями, используемыми Бьёркеном и Валечкой [149] и Дреллом и Валечкой [150]. Обсуждение см. в работе [148].

Если начальный протон неполяризован, то наиболее общая форма тензора  $W^{\mu\nu}$ , симметричная по  $\mu\nu$ , такова:

$$W^{\mu\nu} = W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_3}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_4}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) \quad (9.30)$$

(тензор  $L_{\mu\nu}$  симметричен по  $\mu\nu$ , а поэтому в неполяризованное сечение дает вклад только симметричная часть тензора  $W^{\mu\nu}$ ). В общем случае  $W_i$  — функции переменных  $v$  и  $q^2$ . Калибровочная инвариантность накладывает условие  $q_\mu W^{\mu\nu} = 0$  при любых  $v, q^2$ . В приложении к выражению (9.30) для этого требуется, чтобы выполнялись условия

$$W_3 = -W_2 (p \cdot q / q^2), \quad (9.31)$$

$$W_4 = W_2 (p \cdot q / q^2)^2 - W_1 M^2 / q^2, \quad (9.32)$$

и поэтому

$$W^{\mu\nu} = W_1(v, q^2) \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2(v, q^2)}{M^2} \left[ \left( p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left( p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \right]. \quad (9.33)$$

Свертка с  $L_{\mu\nu}$  [формула (9.7)] дает

$$L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = 4W_1 k \cdot k' + \frac{W_2}{M^2} [4p \cdot k p \cdot k' - 2k \cdot k' M^2]. \quad (9.34)$$

В лабораторной системе отсчета [формула (9.8) и далее] после подстановки (9.34) в (9.27) получаем

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2 (E')^2}{Q^4} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, q^2) + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}. \quad (9.35)$$

Сравнивая это выражение с (9.24) и (9.13), видим, что в случае упругого рассеяния ( $Q^2 \equiv -q^2$ ) функции  $W_{1,2}$  имеют вид

$$W_1^e(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{4M^2} G_M^2(Q^2) \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right), \quad (9.36)$$

$$W_2^e(\nu, Q^2) = \frac{G_E^2(Q^2) + (Q^2/4M^2)G_M^2(Q^2)}{1 + Q^2/4M^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) \quad (9.37)$$

(это совпадает с формулой (8) в работе [148]). Обращаем внимание на присутствие форм-факторов  $G_{E,M}(Q^2)$ . Для дираковской частицы с «точечным» взаимодействием [формула (9.13)] имеем безразмерные комбинации

$$2MW_1^e(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2M\nu} \delta\left(\frac{Q^2}{2M\nu} - 1\right), \quad (9.38)$$

$$\nu W_2^e(\nu, Q^2) = \delta\left(\frac{Q^2}{2M\nu} - 1\right), \quad (9.39)$$

которые есть функции лишь безразмерного отношения  $\omega = 2M\nu/Q^2$  и не зависят ни от какого масштаба масс [в отличие от (9.36) и (9.37), где  $G_{E,M}(Q^2)$ , формула (9.25), в явном виде содержит масштаб масс].

Две структурные функции  $W_{1,2}(\nu, q^2)$  относятся к сечениям поглощения поперечных фотонов (спиральность  $\pm 1$ ) и продольно-скалярных фотонов (спиральность 0). Именно потому, что поглощение фотонов характеризуется двумя независимыми сечениями  $\sigma_S, \sigma_T$ , в сечении рассеяния электронов присутствуют две независимые структурные функции. Фотон с энергией  $\nu$  и квадратом массы  $Q^2$ , движущийся вдоль оси  $z$ , характеризуется векторной поляризацией

$$\varepsilon(\pm 1) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (0; 1; \pm i; 0), \quad (9.40)$$

$$\varepsilon(0) = \frac{1}{\sqrt{Q^2}} [i\sqrt{Q^2 + \nu^2}; 0; 0; \nu] \quad (9.41)$$

(калибровочная инвариантность требует равенства  $q \cdot \varepsilon = 0$ ). Пусть поток падающих фотонов равен  $K$ . Тогда, вводя обозначение

$$\sigma_{\pm 1,0} = \frac{4\pi^2\alpha}{K} \varepsilon_{\pm 1,0}^{\dagger} W_{\mu\nu} \varepsilon_{\pm 1,0}^{\nu} \quad (9.42)$$

получаем

$$W_1 = \frac{K}{4\pi^2\alpha} \sigma_T \left[ \sigma_T \equiv \frac{1}{2} (\sigma_+ + \sigma_-) \right], \quad (9.43)$$

$$W_2 = \frac{K}{4\pi^2\alpha} (\sigma_T + \sigma_S) \frac{Q^2}{Q^2 + \nu^2}. \quad (9.44)$$

Полезно записать отношение

$$R \equiv \frac{\sigma_S}{\sigma_T} = \frac{W_2}{W_1} \left( 1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) - 1. \quad (9.45)$$

Если  $Q^2 = 0$ , то поток фотонов  $K = \nu$ . Если  $Q^2 \neq 0$ , то в определении величины  $K$  имеется некоторый произвол. Согласно предложению Гилмена [148],  $K = |\mathbf{q}| = \sqrt{\nu^2 + Q^2} = \nu + Q^2/2\nu$ . Однако Хэнд [151] принимает  $K$  равным «эквивалентной энергии фотона», т. е. энергии реального фотона, дающего ту же массу адронного состояния, что и виртуальный фотон с энергией  $\nu$  и с квадратом массы  $Q^2$ . Так как масса  $M^*$  адронного состояния дается соотношением  $M^{*2} = M^2 + 2M\nu - Q^2$ , то по Хэнду  $K = \nu - Q^2/2M$ . Структурные функции  $W_1$  и  $W_2$  выражаются непосредственно через экспериментально измеряемое сечение  $d^2\sigma/d\Omega dE'$  и от выбора  $K$  не зависят (формула (9.35)), сечения же фотопоглощения  $\sigma_S$  и  $\sigma_T$  определены с точностью до этого произвола в выборе потока  $K$ .

Зная, как  $d^2\sigma/d\Omega dE'$  выражается через  $W_{1,2}$ , а также как  $W_{1,2}$  выражается через наши  $\sigma_{T,S}$ , мы можем выразить  $d^2\sigma/d\Omega dE'$  через сечения поглощения фотонов. Таким выражением, часто встречающимся в литературе, мы завершаем обсуждение кинематики. Читателю предлагается провести нужные преобразования в качестве упражнения и показать, что

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \Gamma (\sigma_T + \varepsilon \sigma_S), \quad (9.46)$$

где

$$\varepsilon = \left[ 1 + 2 \frac{Q^2 + \nu^2}{Q^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right]^{-1},$$

$$\Gamma = \frac{K\alpha}{2\pi^2 Q^2} \frac{E'}{E} \frac{1}{1 - \varepsilon}. \quad (9.47)$$

## § 2. ГЛУБОКО-НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ И ПАРТОНЫ

Структурные функции  $W_{1,2}$  есть функции величин  $\nu$  и  $q^2$ , которые могут изменяться независимо (так как  $\nu$  зависит только от потери энергии электрона, а  $q^2$  зависит еще и от угла рассеяния). Квадрат массы  $W^2$  неизбежной адронной системы есть

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2p \cdot q + q^2. \quad (9.48)$$

что в лабораторной системе отсчета ( $Q^2 = -q^2$ ) имеет вид

$$W^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2. \quad (9.49)$$

Кинематическая область, изучаемая на плоскости  $\nu - Q^2$ , показана на рис. 5.

Сводка экспериментальных данных такова. При фиксированном  $W$  (как, например, в случае упругого рассеяния или в случае рождения резонансных состояний)

$$\left. \begin{array}{l} MW_1(W, Q^2) \\ \nu W_2(W, Q^2) \end{array} \right\} \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 0 \quad (9.50)$$

благодаря резонансному форм-фактору, который подавляет сечение рассеяния при больших  $Q^2$  (ср. с формулами (9.36) и (9.37)). Однако при фиксированном  $\omega = 2M\nu/Q^2$  и при  $Q^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$  имеет место замечательное явление бьеркеновского скейлинга [152] (рис. 6). Имено:

$$MW_1(\omega, Q^2) \rightarrow F_1(\omega), \quad (9.51)$$

$$\nu W_2(\omega, Q^2) \rightarrow F_2(\omega).$$

Кроме того, оказывается, что  $\sigma_L \ll \sigma_T$ , так что

$$\omega F_2(\omega) \approx 2F_1(\omega). \quad (9.52)$$

Независимость безразмерных величин  $F_1$  и  $F_2$  от  $Q^2$  при фиксированной величине безразмерной величины  $\omega$  означает, что структурные функции не зависят ни от какого масштаба масс (масштабная инвариантность). Это явление возникает естественным образом, если считать, что неупругое электрон-протонное рассеяние происходит как некогерентное упругое рассеяние на точечных

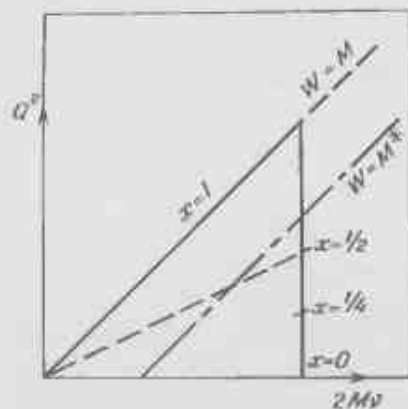


Рис. 5. Кинематическая область  $\nu$  и  $Q^2$ , исследуемая в процессах  $e p \rightarrow e X$ .

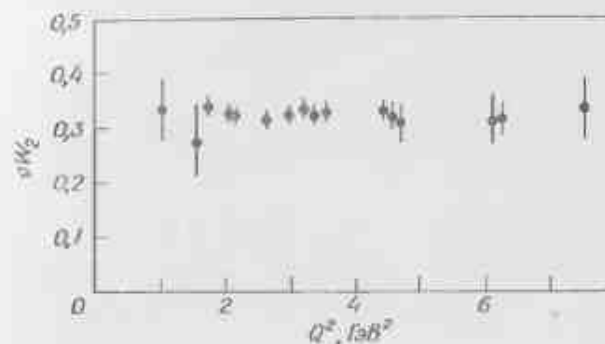


Рис. 6. Приближенная независимость  $\nu W_2$  от  $Q^2$  при фиксированном  $\omega = 4$ .

объектах, составляющих протон, так как для таких процессов не существует никакого масштаба масс [формула (9.39)].

Если рассеяние электрона на партоне, имеющем долю  $x$  полного 4-импульса мишени, некогерентно (рис. 7) и если масса партона и его поперечный импульс пренебрежимо малы, то

$$\nu W_2(\nu, Q^2) \rightarrow F_2(\omega) = \sum_i \int dx e_i^2 x f_i(x) \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right). \quad (9.53)$$

Здесь суммирование ведется по различным сортам партонов ( $u, d, s, c, \dots$ ) с зарядами  $e_i$ , а функция  $f_i(x)$  есть вероятность того, что импульс партона лежит в интервале от  $x$  до  $x + dx$ . Важной особенностью этого выражения является наличие произведения  $x f_i(x)$ , что, как мы покажем, приводит ко многим следствиям.

Позднее мы увидим, что экспериментальные данные соответствуют тому, что составляющие частицы — заряженные, точечные, с квантовыми числами кварков. То, что эти заряженные точечные объекты имеют спин  $1/2$ , подтверждается малостью величины

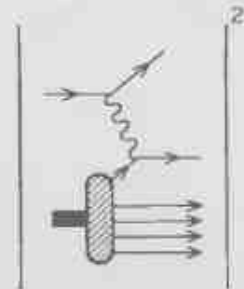
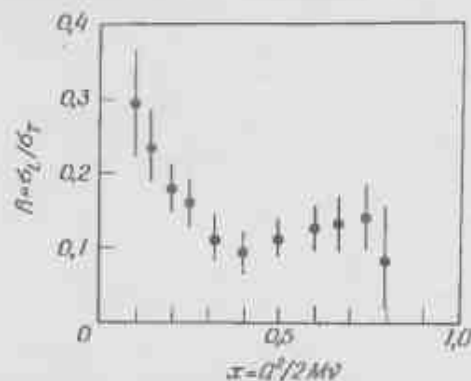


Рис. 7. Никольский процесс  $e p \rightarrow e X$ , рассматриваемый как некогерентное упругое рассеяние электронов на партонах.

Рис. 8. Зависимость  $R = \sigma_L/\sigma_T$  от  $x$ .

$R = \sigma_L/\sigma_T$ . Как эта величина дает информацию о спине партона, можно увидеть следующим образом.

В системе отсчета, в которой импульсы фотона и партона коллинеарны, партон со спином 0 не может поглотить фотон со спиральностью  $\pm 1$ . Поэтому для партона с нулевым спином и пренебрежимым поперечным импульсом имеем

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_T} \rightarrow \infty. \quad (9.54)$$

Эксперимент показывает совсем иное [153]. Поэтому если какая-то часть заряда протона и переносится бесспиновыми составляющими, то она очень мала (по крайней мере в изученной к этому времени области  $x \geq 0,1$ ). Партоны же со спином  $1/2$  дают  $\sigma_L/\sigma_T \rightarrow 0$ , что качественно соответствует рис. 8. Эти результаты выводятся в следующих разделах.

#### А. Рассеяние электронов и скейлинг в переменных $s$ , $t$ и $u$

Если неупругое рассеяние электронов на протоне происходит как некогерентное упругое рассеяние электронов на дираковских кварках, то неупругое сечение будет даваться суммой сечений упругого электрон-кваркового рассеяния, которое, по существу, есть то же самое, что и сечение рассеяния электронов на мюонах.

Мы уже вычислили сечение  $e-\mu$ -рассеяния (§ 1, п. «А»). Сравнивая его с неупругим сечением (9.35), мы продемонстрируем, как  $MW_1$  и  $\nu W_2$  получают масштабно-инвариантными. Если соответствующие формулы переписать, пользуясь мандельштамовскими переменными

$$s = (p + k)^2, \quad t = (p - p')^2, \quad u = (p - k')^2, \quad (9.55)$$

то это оказывается почти очевидным. Такая запись удобна для связи с адронными процессами, при описании которых эти переменные широко используются, и для интуитивного понимания физики, скрытой в зависимости сечений от угла рассеяния.

1. *Электрон-мюонное рассеяние.* Рассмотрим сначала сечение процесса  $e\mu^+ \rightarrow e\mu^+$ . Пренебрегая при больших  $s$ ,  $t$  и  $u$  массами, для  $L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}$  [формула (9.8)] получаем

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} \rightarrow 2(s^2 + u^2). \quad (9.56)$$

Замечая, что

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 dv} = \frac{\pi}{EE'} \frac{d\sigma}{d\Omega dE'}$$

и что

$$s = 2ME, \quad u = -2ME', \quad t = -Q^2, \quad (9.57)$$

имеем [формулы (9.14) и (9.15)]

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \frac{1}{2} \left( \frac{s^2 + u^2}{s^2} \right). \quad (9.58)$$

Чтобы связать это с неупругими процессами, следует выписать в явном виде закон сохранения энергии-импульса. Для этого напишем [ср. с формулой (9.13)]

$$\frac{d^2\sigma}{dt du} = \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \frac{1}{2} \left( \frac{s^2 + u^2}{s^2} \right) \delta(s + t + u) \quad (9.59)$$

Инапомним, что  $s + t + u = \sum m^2$ , и поэтому при больших энергиях в пренебрежении массами имеем  $u = -(s + t)$ . Возвращаясь теперь к формуле (9.57), мы видим, что

$$s + t + u = 2m(E - E') - Q^2 = 2M\nu - Q^2. \quad (9.60)$$

Для дальнейшего полезно также отметить соотношения

$$\frac{-t}{s + u} = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{1}{\omega}. \quad (9.61)$$

2. *Электрон-партонное рассеяние.* В партонной модели предполагается, что неупругое рассеяние электронов на некой мишени есть сумма некогерентного упругого рассеяния электронов на партонах, составляющих эту мишень. Если партоны имеют спин  $1/2$  и взаимодействуют с фотонами так же, как  $\mu^+$ -мезон в предыдущем примере («точечное взаимодействие»), то мы легко можем получить выражение для сечения рассеяния.

Пренебрегая поперечным импульсом партона в нуклон-мишени, имеем

$$R_{\text{партоны}} = xR_{\text{мишень}} \quad (9.62)$$

Тогда на основании предыдущего примера можно написать сечение для упругого рассеяния на мюоне (партоне) с импульсом  $xr$ . Для этого заметим, что

$$s \rightarrow xs, \quad u \rightarrow xu, \quad (9.63)$$

а величина  $l$  не меняется, так как она задается электронной вершиной. Тогда [ср. с формулой (9.59)]

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dt du}\right)_{eN \rightarrow eN(x)} = \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \frac{1}{2} \left(\frac{s^2 + u^2}{s^2}\right) x \delta(l + x(s + u)). \quad (9.64)$$

Если мишень состоит из партонов сорта  $i$ , а вероятность того, что партон имеет долю полного импульса в интервале от  $x$  до  $x + dx$ , равна  $f_i(x)$ , то сечение неупругого рассеяния электрона на мишени будет (после суммирования вкладов упругого рассеяния на всех партонах) таким:

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dt du}\right)_{eN \rightarrow eX} = \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \frac{1}{2} \frac{s^2 + u^2}{s^2} \int dx \sum_i e_i^2 x f_i(x) \frac{1}{s + u} \delta\left(x - \frac{l}{\omega}\right), \quad (9.65)$$

где мы переписали  $\delta$ -функцию с учетом равенства (9.61).

Мы видим, что (9.65) уже имеет структуру, сходную с (9.53). Чтобы выделить из (9.65) выражение (9.53) в явном виде, нужно сравнить (9.65) с сечением рассеяния  $eN \rightarrow eX$ , выраженным через  $W_{1,2}$  [формула (9.35)], которое можно переписать в виде

$$\frac{d^2\sigma}{dt du} = \frac{1}{2M} \frac{u}{s} \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(v, Q^2) + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(v, Q^2) \right\}. \quad (9.66)$$

Если конечное адронное состояние имеет массу  $W$ , то

$$s + t + u = M^2 + W^2. \quad (9.67)$$

В глубоко-неупругом режиме, когда  $s, t, u, W^2 \rightarrow \infty$ , имеем

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{tM^2}{su} \quad \left( \text{так как } Q^2 = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (9.68)$$

$$v = \frac{s + u}{2M}, \quad (9.69)$$

$$x \equiv \frac{Q^2}{2Mv} = -\frac{t}{s + u}, \quad (9.70)$$

и поэтому (9.69) приобретает вид

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dt du}\right)_{eN \rightarrow eX} = \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \frac{1}{2} \frac{1}{s^2(s + u)} [2xF_1(s + u)^2 - 2usF_2]. \quad (9.71)$$

где  $F_1 \equiv MW_1$  и  $F_2 \equiv vW_2$  — в принципе функции переменных  $x$  и  $l$  (лучше всего это видно из формулы (9.34)).

Так как величины  $s$  и  $u$  могут изменяться независимо, сравним коэффициенты в выражениях (9.65) и (9.71). Это сразу же показывает, что  $F_1$  и  $F_2$  суть функции только переменной  $x$ :

$$2xF_1(x) = F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \quad (x \equiv l/\omega). \quad (9.72)$$

Это основная формула модели партонов со спином  $1/2$  [4, 154].

### Б. Эвристический подход к рассеянию электронов на партонах

Соотношение (9.72) между  $2xF_1(x)$  и  $F_2(x)$  отвечает пределу

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_T} \rightarrow 0 \quad (9.73)$$

и является следствием того, что кварки имеют спин  $1/2$ . Как мы уже говорили, партоны со спином 0 давали бы вклад только в  $\sigma_L$ , что физически легко объяснить на основе простых соображений о сохранении спиральности. Приведенный выше результат для спина  $1/2$  в конечном счете связан с сохранением спиральности электромагнитным током. Именно закон сохранения спиральности лежит в основе зависимости от  $s$  и  $u$  углового распределения в формуле (9.71) и, следовательно, взаимосвязи между  $F_1$  и  $F_2$ .

Для иллюстрации сказанного проведем эвристический вывод формулы упругого рассеяния электронов на партонах.

Сечение рассеяния высокоэнергетических электронов в кулоновском поле (например, в поле бесконечно тяжелого ядра) имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right)^2, \quad (9.74)$$

где  $t \equiv -Q^2$ , а  $\theta$  — угол рассеяния в системе центра масс (в нашем случае это то же, что и лабораторная система). Качественно этот результат можно объяснить следующим образом.

1. Размерность величины  $d\sigma/dt$  такова: (энергия)<sup>-4</sup>. Так как фотонный пропагатор дает величину  $t^{-2}$  в  $d\sigma/dt$ , то других размерных величин не должно быть.

2. При больших энергиях в электрон-фотонных вершинах спиральность сохраняется. Следовательно, рассеяние на  $180^\circ$  запрещено, и этим предопределяется вид угловой зависимости. Заметим, что при  $E \rightarrow \infty$  и  $v^2 \gg Q^2$  мы имеем  $Q \rightarrow 0$ , и мы снова приходим к выражению (9.17).

Сечение рассеяния  $e\mu^+ \rightarrow e\mu^+$  имеет вид [формула (9.58)]

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{2} \frac{4\pi\alpha^2}{t^2} \left( \frac{u^2}{s^2} + 1 \right). \quad (9.75)$$

В системе центра масс мы имеем  $-u/s \approx (1 + \cos \theta)/2$  и поэтому первый член такой же, как и в кулоновском случае. Разница возникает из-за дополнительного изотропного члена и общего множителя  $1/2$ .

Множитель  $1/2$  возникает из-за усреднения по двум спиновым состояниям мюона мишени (в отличие от предыдущего примера).

Когда  $e^-$  и  $\mu^+$  имеют общий спин  $J_z = \pm 1$ , рассеяние на угол  $180^\circ$ , как и выше, запрещено законом сохранения углового момента. Отсюда возникает член  $u^2/s^2$ . Если же  $J_z = 0$ , то рассеяние на  $180^\circ$  возможно (в отличие от предыдущего примера). Это дает изотропный член.

Окончательное сечение симметрично по  $s^2$  и  $u^2$ . Следовательно, если сечение электрон-протонного рассеяния дается суммой вкладов от точечных упругих процессов, то оно будет симметричным по  $s^2$  и  $u^2$ . Следовательно, члены  $(s+u)^2$  и  $-2us$  должны входить с равными весами, т. е.

$$2xF_1 = F_2, \text{ что отвечает равенству } \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = 0. \quad (9.76)$$

### § 3. СКЕЙЛИНГ, ИМПУЛЬСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ И КОНФАЙНМЕНТ

Наивная кварк-партоновая модель есть субнуклонный аналог импульсного приближения в ядерной физике [155–157]. Взаимодействие ток-мишень, математическая теория которого изложена в предыдущем параграфе, в импульсном приближении можно



Рис. 9. Взаимодействие тока с мишенью в брейтовской системе:  $-q^2 P \cdot q \approx x$ . Один из партонов отскакивает как квазисвободный.

представить так, как показано на рис. 9. Если справедливо некогерентное импульсное приближение, то должны выполняться следующие предположения:

1. В течение времени взаимодействия партона с током взаимодействием между партонами можно пренебречь (рис. 9, а).
2. Взаимодействием в конечном состоянии можно пренебречь (рис. 9, б).

Интуитивно это означает, что один из партонов испытал столь резкий толчок, что совсем отделился от остальных партонов и может рассматриваться как квазисвободный, не зависящий от их воздействия. В случае ядер это допустимо, так как когда испытывавший удар партон (в нашем случае это нуклон) его действительно покидает, то ядро полностью разваливается и поэтому взаимодействие в конечном состоянии действительно отсутствует.

Если мишень — протон, то партоны — это кварки. Кварки постоянно удерживаются внутри протона (в отличие от ядра, партоны которого — нуклоны могут быть удалены из ядра). Следовательно, в кварк-партоновой модели делается предположение, что взаимодействие, которое удерживает кварки, в конечном состоянии действует на больших пространственно-временных масштабах порядка размера протона, которые намного больше и размера партона, и масштаба времени взаимодействия тока с партоном. Тогда в течение времени взаимодействия мы законно можем рассматривать партон как квазисвободный и вычислить сечение рассеяния; последующее взаимодействие в конечном состоянии не меняет величину сечения. Широко известный пример — частица на слабой резинке. Если частицу толкнуть, то она отскакивает, как свободная. Сечение столкновения с ней другой частицы можно правильно вычислить, если считать, что резинки вообще нет. Удерживающий эффект резинки действует позже.

Попытка сформулировать кварк-партоновую модель, в которой бы содержался эффект удержания на конечной стадии взаимодействия и сохранялся бы квазисвободный аспект импульсного приближения, была сделана Препаратом [158] (гл. 10, § 4). Альтернативная модель — это модель мешков (см., например, гл. 18), в которой конфаинмент возникает из-за внешнего давления, а скейлинг при глубоко-неупругих процессах возникает из-за импульсного взаимодействия с квазисвободными кварками в мешке [159, 160].

Двумерная квантовая хромодинамика есть математическая лаборатория, в которой осуществляется удержание кварков [161] (в качестве введения см. [162]). В ней также возникает скейлинг, причем конфаинмент кварков не влияет на масштабные свойства модели [163, 164]. Если эта модель представляет собой мостик к реальному четырехмерному миру, то возможно, что наивной партоновой модели (в которой скейлинг и прочие свойства взаимодействия изучают, игнорируя взаимодействие в конечном состоянии с его удерживающими свойствами) будет дано какое-то оправдание а posteriori.

В настоящее время единственным реальным оправданием наивной кварк-партоновой модели является то, что она в какой-то степени эмпирически успешна (гл. 11).

#### § 4. СКЕЙЛИНГ И ТОЧЕЧНАЯ СТРУКТУРА

Прежде чем разбирать следствия основной формулы (9.72), имеет смысл задуматься о связи между точечной подструктурой и явлением скейлинга.

При любом процессе рассеяния электрона масса получающейся системы в адронной вершине дается выражением

$$W^2 \equiv (p + q)^2 = M^2 + 2p \cdot q + q^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2, \quad (9.77)$$

где  $Q^2 \equiv -q^2 > 0$  есть квадрат массы, а  $\nu$  — энергия промежуточного фотона в лабораторной системе отсчета. Рассмотрим случай упругого рассеяния. Имеем  $W^2 = M^2$ , и поэтому

$$2M\nu = Q^2, \quad (9.78)$$

или

$$x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu} = 1. \quad (9.79)$$

Следовательно, упругое рассеяние описывается только одной кинематической переменной. Поэтому из кинематики следует, что в упругое рассеяние электрона на мишени — протоне будет входить

$$\delta(x - 1) \quad (9.80)$$

Точнее, именно безразмерная величина  $\nu W_2$ , формула (9.39), пропорциональна безразмерной  $\delta$ -функции  $\delta$ .

Существует также возможность дополнительной зависимости от  $Q^2$ , которая возникает динамически, когда мишень имеет конечные пространственные размеры, а значит, и внутреннюю структуру. Эта структура может возбуждаться при поглощении фотона и по-разному реагировать на разные  $Q^2$  (например, с большей вероятностью протон будет возбуждаться при больших  $Q^2$ , чем при малых, когда на него воздействует меньший импульс). Функция  $f(Q^2)$ , которую называют упругим форм-фактором протона, обнаруживает типичную дипольную зависимость  $(1 + Q^2/0,7 \text{ ГэВ}^2)^{-2}$ . Окончательно для упругого рассеяния имеем

$$\nu W_2 \propto \underbrace{f(x)}_{\text{кинематика}} \times \underbrace{f(Q^2)}_{\substack{\text{динамический} \\ \text{форм-фактор}}}, \quad (9.81)$$

↓  
конечный размер мишени

В действительности протон имеет спин  $1/2$ , что ведет к двум форм-факторам [например,  $G_E$  и  $G_M$  в формулах (9.36) и (9.37)]. В данном случае  $f(Q^2)$  относится к усредненной по спидам комбинации, которая входит в безразмерную величину  $\nu W_2$  [формула (9.81)].

В форм-факторе <sup>1)</sup>, записанном в виде  $(1 + Q^2/\Lambda^2)^{-N}$ , параметр  $\Lambda$  тем больше, чем более точечной является мишень. Для абсолютно бесструктурной мишени, например для мюона,  $\Lambda \rightarrow \infty$ . В этом случае безразмерная величина  $\nu W_2$  контролируется только безразмерной  $\delta$ -функцией и никакого масштаба  $Q^2$  не существует. Поэтому мы говорим, что величина  $\nu W_2$  масштабно-инвариантна. В конечном счете это связано с бесструктурностью, или точечной природой, рассеивающего центра.

Как известно, мюон является бесструктурным вплоть до  $10^{-18}$  см, а протон имеет размер порядка 1 ферми ( $10^{-13}$  см), что находит свое отражение в зависимости протонного форм-фактора от  $Q^2$ . Если в упругом рассеянии  $Q^2 \ll \Lambda^2$ , то  $f(Q^2) \approx 1$  и мишень оказывается точечной (т. е. внутренняя структура неразличима), а величина  $\nu W_2$  — масштабно-инвариантной. При  $Q^2 \gg \Lambda^2$  обнаруживается внутренняя структура, и с увеличением  $Q^2$  форм-фактор приводит к обращению сечения рассеяния в нуль, что нарушает масштабую инвариантность величины  $\nu W_2$ .

Рассмотрим поэтому рассеяние электрона на ядре с массой  $M$  и построим кривую зависимости сечения рассеяния от  $x = Q^2/2M\nu$ . При  $x = 1$  мы увидим когерентное упругое рассеяние. При больших энергиях мы увидим когерентные возбуждения ядерных резонансов. Если  $Q^2$  увеличивается так, что  $Q^2 > \Lambda_{\text{ядро}}^2$ , то ядерный форм-фактор уничтожит упругое ядерное сечение и рождение ядерных резонансов. В сечении будет доминировать вклад некогерентного упругого рассеяния на объектах, составляющих ядро, т. е. на нейтронах и протонах. Это «квазиупругое рассеяние» начинается, когда

$$2m_p \nu = Q^2, \quad (9.82)$$

где  $m_p$  — масса протона или нейтрона. Следовательно, этот квазиупругий пик находится при  $x = m_p/M \approx 1/N$ , где  $N$  — число нуклонов (см. также [165]). При

$$\Lambda_{\text{протон}}^2 \gg Q^2 \gg \Lambda_{\text{ядро}}^2 \quad (9.83)$$

внутренняя структура нуклонов не будет различимой (они будут казаться точечными) и в сечении рассеяния будет обнаруживаться скейлинг, т. е. при  $Q^2 \gg \Lambda_{\text{протон}}^2$  оно будет зависеть только от  $x$  ( $x \equiv 1/M$ ), но не от  $Q^2$ . Данные по рассеянию на  $\alpha$ -частицах представлены на рис. 10, а по рассеянию на углероде  $C^{12}$  — на рис. 11. Последний случай рассматривается в гл. 11, § 1.

Если бы это было все, то глубоко-неупругое рассеяние на ядрах проявляло бы скейлинг и имело вид  $\delta$ -функции при  $x =$

<sup>1)</sup> Нам интересуют только убывание форм-фактора с увеличением  $Q^2$  и установление масштаба  $\Lambda^2$  для  $Q^2$ . Мы вовсе не утверждаем, что форм-фактор обязательно убывает по простому степенному закону.

$= 1/N$ . В действительности же из-за ограниченного размера ядра нуклоны обладают ферми-импульсом и поэтому  $\delta$ -функция размывается по некоторой области в квазиупругий пик, площадь которого равна сумме квадратов зарядов нуклонов (ср. с формулой (11.38)). Изменение картины рассеяния при последовательном увеличении  $Q^2$  иллюстрируется на рис. 10 и 11.

Мы знаем, что в действительности протон не элементарен и поэтому масштабная инвариантность неупругого рассеяния на ядрах быстро нарушается (уже при  $Q^2 \approx 0,1 \text{ ГэВ}^2$ ). Причина в том, что форм-фактор протона приводит к новой зависимости от  $Q^2$  в сечении рассеяния. Другими словами, начинает проявляться размер протона, что вводит новый масштаб длин, вследствие которого масштабная инвариантность нарушается.

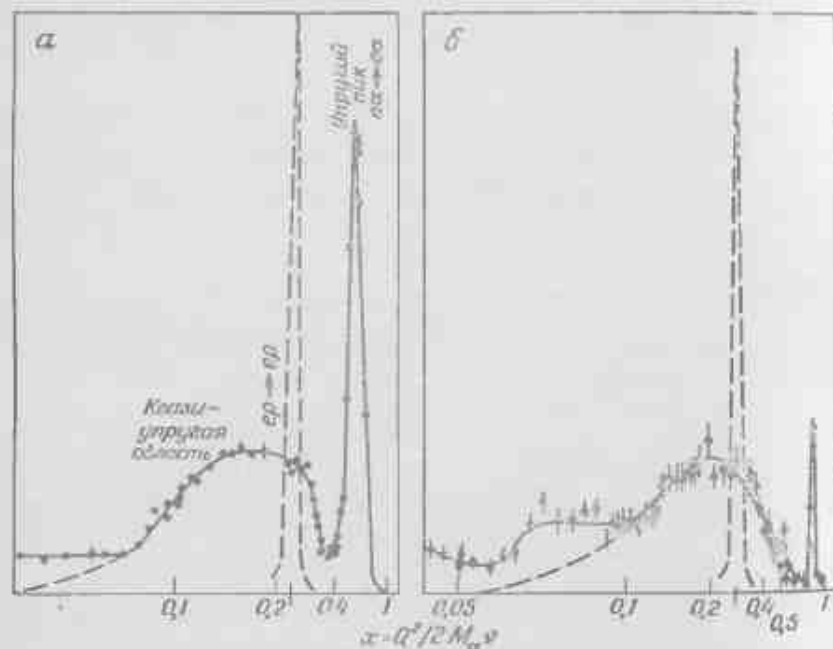


Рис. 10. Неупругое  $e - p$ -рассеяние как прототип модели партонов.  $a$ -частица состоит из четырех партонов ( $He^4 \approx pppn$ ). Квазиупругий пик виден при  $x \approx 1/4$ . Электроны с энергией 400 МэВ регистрируются под углом  $a$ )  $45^\circ$  ( $Q^2 \approx 0,08 \text{ ГэВ}^2$ ) и  $b$ )  $60^\circ$  ( $Q^2 \approx 0,1 \text{ ГэВ}^2$ ). Упругое рассеяние  $ep \rightarrow ep$  в  $a$ ) почти незаметно, тогда как квазиупругий пик почти не зависит от  $Q^2$ , и чем проявляется скейлинг. Квазиупругое  $ep \rightarrow ep$ -рассеяние, которое показано в виде пунктирного пика при  $x \approx 1/N = 1/4$ , размывается из-за фермиевского движения. При  $x \rightarrow 0$  нуклоны испускают протоны, и вкладом этого процесса в сечение маскируется квазиупругий пик, который в противном случае доходил бы до нуля. Сравните с рис. 11, где представлены данные для рассеяния электронов на углероде.

При  $Q^2 \gg 0,7 \text{ ГэВ}^2$  доминирует рассеяние лептонов на протоне, происходящее за счет некогерентного упругого рассеяния на кварках. Следовательно, при рассеянии на ядрах происходит перестройка скейлинга (рис. 11). Скейлинг при  $Q^2$  возникает из-за рассеяния на точечных протонах, тогда как новый скейлинг при  $Q^2$  возникает благодаря кваркам. Обратим внимание на дрейф структурной функции в сторону малых  $x$ .

Такое чередование скейлинга, нарушения скейлинга и его повторного возникновения является весьма общей закономерностью при последовательном открытии с увеличением  $Q^2$  все более глубоких уровней материи (атомный, ядерный, протонный, кварковый, протокварковый...). Если происходит очень резкий переход между масштабами длин (как в первых четырех случаях), то с увеличением  $Q^2$  пробного фотона эксперимент будет обнаруживать структуру на уровне  $N$ , оставаясь нечувствительным к подструктуре на уровне  $N + 1$  (рис. 12) [166—168].

Если все партоны уровня  $N + 1$  заряжены, то они будут взаимодействовать с пробным фотоном. Так как импульс партона уровня  $N$  должен равняться импульсу своих препартонов уровня  $N + 1$ , то площадь кривой структурной функции должна сохраняться (с точностью до отличия суммы квадратов зарядов препартонов от квадрата заряда партона), но средний импульс препартонов будет меньше, чем у родительского партона, и поэтому  $\langle x \rangle$  на уровне  $N + 1$  будет меньше, чем на уровне  $N$ . Этот результат схематически представлен на рис. 13 (ср. также с рис. 11).

Вместо дискретных уровней может быть и непрерывный набор уровней, как, например, в теории поля (см. также гл. 10, § 6). На уровне  $N$  протон содержит  $u$ - и  $d$ -кварки. На уровне  $N + 1$  эти кварки испускают глюоны. На уровне  $N + 2$  глюоны рожают новые глюоны и пары кварк-антикварков. В частности, на этом уровне могут появляться странный и очарованный кварки (рис. 14). С увеличением  $N$  приближается состояние равновесия, когда импульс протона (который первоначально переносили три «валентных» кварка) почти полностью распределен между всеми типами кварков и глюонов. Так как при увеличении  $N$  (или при увеличении  $Q^2$ ) число кварков возрастает, то

$$\langle x_N \rangle \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0. \quad (9.84)$$

Следовательно,

$$F_2(x, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} \delta(x). \quad (9.85)$$

и в отличие от картины появления и исчезновения скейлинга на рис. 11 при движении в сторону меньших  $x$  функции  $F_2(x, Q^2)$ , которая в конечном счете будет стремиться к  $\delta$ -функции, будет наблюдаться непрерывное нарушение скейлинга.



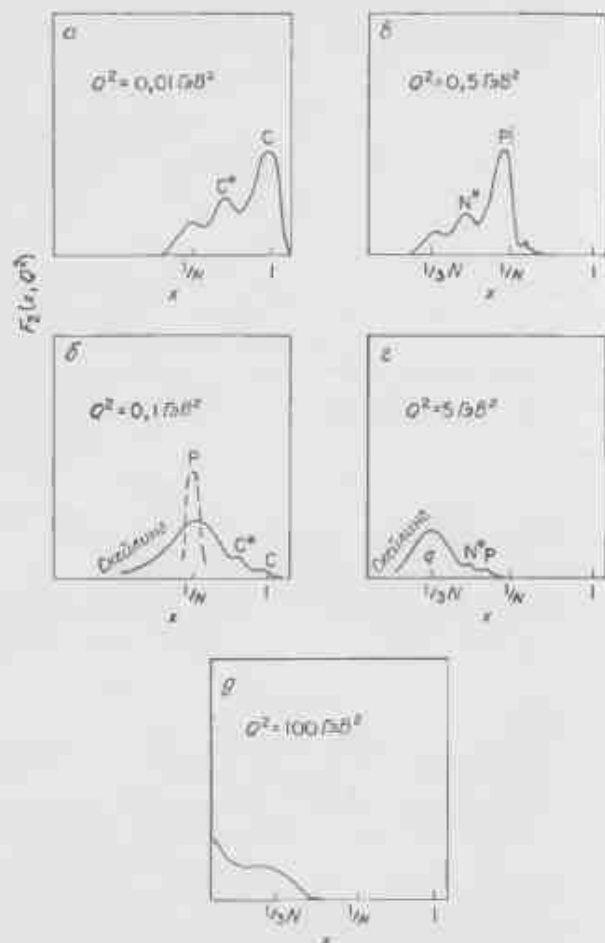


Рис. 11. Схематическая иллюстрация появления и исчезновения скейлинга при прохождении различных уровней строения материи в рассеянии электронов на ядрах углерода. а — процессы  $eC \rightarrow eC$  и  $eC^* \rightarrow eC^*$  (возбуждение состояний ядра) при  $Q^2 = 0,01 \text{ ГэВ}^2$ . б — при  $Q^2 \approx 0,1 \text{ ГэВ}^2$ . Резонансы и упругое рассеяние подавлены. Квазиупругое рассеяние  $ep \rightarrow ep$ , развитое фермиевским движением протонов в ядре, обнаруживает скейлинг. При малых  $x$  начинается рождение пионов. в — при покойном протоне. Большие  $x$  и  $Q^2$  приводят к рождению возбужденных состояний  $N^*$ . В действительности эта картина размывается фермиевским движением протонов в ядре. г — при  $Q^2 \approx 5 \text{ ГэВ}^2$ . Возбуждения  $C$ ,  $C^*$  и даже  $N$ ,  $N^*$  являются подавленными. Квазиупругое рассеяние  $ep \rightarrow ep$  обнаруживает скейлинг. При малых  $x$  начинается рождение глюонов и пар  $q\bar{q}$  — при  $Q^2 = 100 \text{ ГэВ}^2$  (2). Выгляд (валентных) кварков скрыт континуумом возбуждений (глюоны и  $q\bar{q}$ ) и, возможно, возбужденными кварками  $q^*$ , если кварки состоят из протонокварков (пиралла, если даже эти возбуждения  $q^*$  существуют, отвечающие им пики, по-видимому, будут так размыты, что едва ли будут заметны).

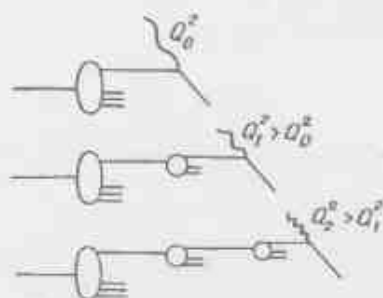


Рис. 12. Последовательность уровней строения материи, обнаруживаемых при увеличении разрешения по  $Q^2$ .

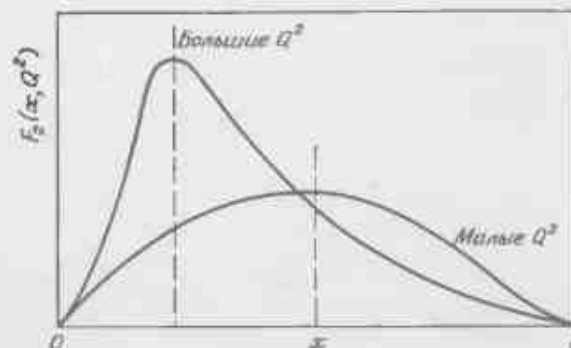


Рис. 13. Нарушение скейлинга и сдвиг максимума функции  $F_2(x, Q^2)$  в сторону малых  $x$  при увеличении  $Q^2$ . При малых  $x$  функция  $F_2$  возрастает, а при больших — убывает.

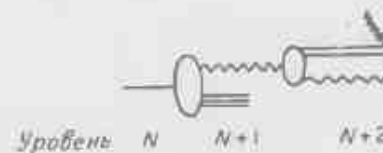


Рис. 14. Валентные кварки порождают глюоны на уровне  $N+1$ , которые дают  $q\bar{q}$ -пары на уровне  $N+2$ .

Ожидаемая в теории поля количественная картина нарушения скейлинга рассматривается в гл. 10, § 6, п. «Б». Подробнее партонные модели с вложенными кластерами и их связь с перенормируемой теорией поля рассмотрены в работах [166—169].

Эксперимент (гл. 11) действительно обнаруживает область (приближенного) скейлинга, и характер экспериментальных данных указывает, по-видимому, на то, что скейлинг обусловлен точечными кварками. При наибольших достигнутых к настоящему времени значениях  $Q^2$  имеются указания на нарушение скейлинга, качественно аналогичное тому, о котором говорилось выше [147, 170, 171]. С увеличением  $Q^2$  при больших  $x$  величина  $F_2(x, Q^2)$  уменьшается, тогда как при малых  $x$  эта функция растет. Пока не вполне ясно, является ли это аргументом в пользу нового уровня (протокварки) теории поля (КХД) или этот эффект связан с прохождением через порог рождения очарованных частиц (гл. 11, § 6) (см., например, [168]).

## Глава 10

### ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ПАРТОННЫХ МОДЕЛЕЙ

#### § 1. НЕКОВАРИАНТНАЯ ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ И СИСТЕМА БЕСКОНЕЧНОГО ИМПУЛЬСА

В гл. 9 формулы модели партонов выводились непосредственно в переменных  $s$ ,  $t$  и  $u$  и потому могли бы представляться лоренц-инвариантными. В литературе же часто при выводе формул модели и ее приложений рассматривают систему бесконечного импульса, где импульс мишени  $P$  вдоль оси  $z$  стремится к бесконечности [3, 4, 156, 157]. При таком подходе делается динамическое предположение, что партоны мишени также имеют большой импульс  $p_z$  и конечный поперечный импульс  $p_T$ . Следовательно, система бесконечного импульса явно лоренц-неинвариантна. Поэтому возникает вопрос, как это соотносится с *stu*-подходом. В действительности в формуле (9.62) мы пренебрегли поперечным импульсом партона. При  $s \rightarrow \infty$  импульс мишени  $P$  тоже стремится к бесконечности, и поэтому пренебрежение импульсом  $p_T$  делает два подхода эквивалентными. Чтобы познакомить читателя с техникой вычислений, мы проиллюстрируем некоторые выводы, сделанные при рассмотрении системы бесконечного импульса.

Рассмотрим протон, движущийся в направлении оси  $z$ :

$$p_\mu \equiv [V\sqrt{P^2 + M^2}; 0_T, P] \xrightarrow{P \rightarrow \infty} \left(P + \frac{M^2}{2P}; 0_T, P\right). \quad (10.1)$$

Для партона с массой  $m$ , с долей  $x$   $z$ -компоненты импульса протона  $x$  и с поперечным импульсом  $k_T$  имеем

$$k_\mu = [V\sqrt{x^2 P^2 + m^2 + k_T^2}, k_T, xP], \quad (10.2)$$

где  $m_T^2 \equiv m^2 + k_T^2$  есть величина, иногда называемая «поперечной массой». Тогда при  $x \neq 0$  имеем

$$k_\mu \approx \left(xP + \frac{m_T^2}{2xP}, k_T, xP\right). \quad (10.3)$$

Рассмотрим теперь фотон с импульсом  $q_\mu$ . Пусть в лабораторной системе отсчета его энергия равна  $\nu$ . Чтобы получить выра-

жение для  $q_\mu$  в случае  $P \rightarrow \infty$  в формуле (10.1), можно воспользоваться инвариантом  $P \cdot q = M\mu$ . Напишем

$$q_\mu \equiv (q_0, q_T, q_S). \quad (10.4)$$

Тогда

$$q^2 \equiv q^\mu q_\mu \equiv (q_0 - q_S)(q_0 + q_S) - q_T^2, \quad (10.5)$$

$$M\mu = P \cdot q = P(q_0 - q_S) + \frac{M^2}{2P} q_0. \quad (10.6)$$

Чтобы  $q^2$  и  $M\mu$  не зависели от  $P$  при  $P \rightarrow \infty$ , должны выполняться условия

$$q_0 - q_S = A'P, \quad q_0 = BP, \quad (10.7)$$

где  $A$  и  $B$  не зависят от  $P$ .

Имеется бесконечно много систем бесконечного импульса, соответствующих бесконечному числу решений  $A$  и  $B$ . В литературе встречаются два предельных случая:

1. Большие  $q_0$  и  $q_S$  порядка  $P$ :

$$A = 0, \quad B = \frac{2v}{M}, \quad -q^2 = q_T^2. \quad (10.8)$$

2. Малые  $q_0$  и  $q_S$  порядка  $P^{-1}$ :

$$B = \frac{2Mv + q^2}{4P^2}, \quad A = Mv, \quad -q^2 = q_T^2 + O(1/P^2), \quad (10.9)$$

так что

$$q_0 = \left( \frac{2Mv + q^2}{4P}, q_T, \frac{q^2 - 2Mv}{4P} \right). \quad (10.10)$$

Эта система совпадает с центром масс налетающих электронов и мишени (электроны являются источником фотонов). Заметим, что в случае малых  $q_0$  и  $q_S$  должно выполняться условие  $q^2 \leq 0$ .

Система  $P \rightarrow \infty$  технически удобна при использовании старой нековариантной теории возмущений (СТВ) для вычисления диаграмм теории поля<sup>4)</sup>. Фейнмановская диаграмма — это сумма по всем упорядоченным по времени диаграммам СТВ. Отвечающая данной фейнмановской диаграмме амплитуда инвариантна по отношению к изменению системы отсчета. Сумма всех диаграмм СТВ даст фейнмановскую амплитуду, не зависящую от системы отсчета, но вклад каждой отдельной диаграммы СТВ, вообще говоря, зависит от системы отсчета. Система  $P \rightarrow \infty$  полезна тем, что много диаграмм СТВ дают вклад  $O(1/P^2) \rightarrow 0$  и поэтому вычисления упрощаются. Например, в системе, где энергия фотона равна нулю (формулы (10.9) и (10.10)), все диаграммы дают нуль, когда фотон рождает пару  $q\bar{q}$ .

<sup>4)</sup> Вопрос о связи между теорией поля и партонными моделями рассматривается в § 5 и 6.



Рис. 1. Трехточечная вершина для скалярных полей.

В СТВ частицы находятся на массовой поверхности и импульс (но не энергия) в каждой вершине диаграммы сохраняется. Рассмотрим, например, вершину на рис. 1, где скалярное поле с импульсом  $p_1$  распадается на два скалярных поля, несущих доли  $x$  и  $1-x$  начального импульса  $p_1$ , и, кроме того, поперечные импульсы  $k_T$  и  $-k_T$ . Таким образом,

$$p_1 = \left( P + \frac{M^2}{2P}; 0_T, P \right), \quad (10.11)$$

$$p_2 = \left( |x|P + \frac{m^2 + k_T^2}{2|x|P}; k_T, xP \right), \quad (10.12)$$

$$p_3 = \left( |1-x|P + \frac{\lambda^2 + k_T^2}{2|1-x|P}; -k_T, (1-x)P \right). \quad (10.13)$$

Далее

$$E_1 \equiv E_2 + E_3 = P(|x| + |1-x|) + \frac{1}{2P} \left( \frac{m^2 + k_T^2}{|x|} + \frac{\lambda^2 + k_T^2}{|1-x|} \right). \quad (10.14)$$

Поэтому

$$\Delta E \equiv E_1 - E_2 \rightarrow \begin{cases} P(1 - |1-x| - |x|) & (x < 0; x > 1), \\ \frac{1}{2P} \left( M^2 - \frac{m^2 + k_T^2}{x} - \frac{\lambda^2 + k_T^2}{1-x} \right) & (0 < x < 1). \end{cases} \quad (10.15)$$

Для дальнейшего заметим, что

$$2P\Delta E \equiv M^2 - s, \quad (10.16)$$

где  $s \equiv (p_2 + p_3)^2$ .

В СТВ вклад такой диаграммы обратно пропорционален разности энергий  $\Delta E$ . Следовательно, в пределе при  $P \rightarrow \infty$  эта диаграмма не исчезает только тогда, когда  $0 < x < 1$ , т. е. когда обе частицы движутся вперед (в том же направлении, что и начальная частица). Таким образом, если скалярный протон представляет собой облако скалярных партон, вероятность движения любого из партон назад в пределе при  $P \rightarrow \infty$  будет равна нулю.

Мы проиллюстрируем технику СТВ при  $P \rightarrow \infty$ , вычислив вклад фейнмановской диаграммы рис. 2 (с точностью до  $O(g^2)$  в теории  $g\varphi^3$ ) в упругий форм-фактор скалярной частицы, определяемый выражением

$$\langle p' | J_\mu(0) | p \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_{p'}} F(q^2) (p + p')_\mu. \quad (10.17)$$

Имеются шесть упорядоченных по времени диаграмм (рис. 2, 1—VI), но в пределе при  $P \rightarrow \infty$  остается только диаграмма I, так как в любой другой диаграмме (в силу закона сохранения импульса) по крайней мере одна промежуточная частица должна двигаться назад. Следовательно, такими диаграммами можно пренебречь, ибо они содержат энергетический знаменатель порядка  $O(P)$  [формула (10.15)].

В оставшейся диаграмме выражения для  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  уже были написаны [формулы (10.11)—(10.13)], а величина  $\Delta E$  вычислена в формуле (10.15).

Энергия  $p_4$  дается выражением

$$E_4 = xP + \frac{m^2 + (k_T + q_T)^2}{2xP}, \quad (10.18)$$

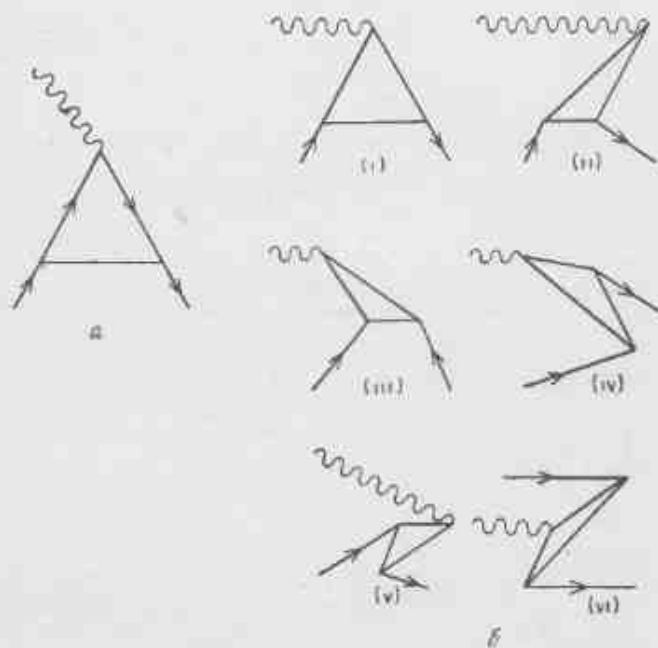


Рис. 2. а — диаграммы Фейнмана для упругого форм-фактора в теории поля  $g\varphi^3$  в порядке  $O(g^2)$ ; б — упорядоченные по времени диаграммы (I—VI).

а импульс фотона параметризован как

$$q = \left( \frac{M\nu}{2P}; q_T, 0 \right). \quad (10.19)$$

Тогда  $\Delta E' \equiv (E_q + E_1 - E_2 - E_3)$  принимает вид

$$\Delta E' = \frac{1}{2P} \left( 2M\nu + M^2 - \frac{m^2 + (k_T + q_T)^2}{x} - \frac{\lambda^2 + k_T^2}{1-x} \right).$$

Так как  $W^2 = M^2 + 2M\nu - q_T^2$  [формула (9.49)], мы имеем

$$\Delta E' = \frac{1}{2P} \left( W^2 - \frac{m^2}{x} - \frac{\lambda^2}{1-x} - \frac{[k_T + (1-x)q_T]^2}{x(1-x)} \right). \quad (10.20)$$

Сравнивая с (10.15), видим, что в результате  $\Delta E$  и  $\Delta E'$  связаны между собой передачей импульса и изменением массы:

$$\Delta E'(W, k_T + (1-x)q_T) \equiv \Delta E(M, k_T). \quad (10.21)$$

В случае упругого рассеяния ( $W \equiv M$ ) эта связь особенно проста. Выражение (10.17) для упругого форм-фактора тогда принимает вид

$$\langle p' | J_\mu(0) | p \rangle = \frac{1}{2E_p} \frac{1}{2E_{p'}} \frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^2k_T dk_z (2k + q)_\mu}{2E_1 2E_2 2E_3 (\Delta E) (\Delta E')}. \quad (10.22)$$

Рассмотрим компоненту с  $\mu = 0$ . В пределе при  $P \rightarrow \infty$  величина  $(p + p')$  в формуле (10.17) равна  $2P$ , а величина  $(2k + q)_0$  в формуле (10.22) равна  $2xP$ . Множитель  $x$  в знаменателе возникает, потому что мы вычисляем матричный элемент тока. Прямое сравнение формул (10.17) и (10.22) дает

$$F(q^2) = g^2 \int_0^1 dx d^2k_T \frac{2x}{2x \cdot x(1-x) (2P \Delta E) (2P \Delta E')}. \quad (10.23)$$

причем множитель  $x$  в числителе возник из-за энергий  $2E_2$ ,  $2E_3$  и  $2E_4$  во внутренних линиях петли. Имея необходимый навык, амплитуды СТВ при  $P \rightarrow \infty$  можно писать сразу без всей этой кропотливой подготовительной работы. Нужно проинтегрировать по  $d^2k_T dx$  в каждой петле и подставить  $x$  для энергии в каждую линию петли. Тогда знаменатель примет вид  $[2P \Delta E(k_T, x)] \equiv D(k_T, x)$ , так что никакой зависимости от  $P$  не остается. Окончательно получаем

$$F(q^2) = g^2 \int_0^1 \frac{dx}{x(1-x)} \int d^2k_T D^{-1}(k_T, x) D^{-1}(k_T + (1-x)q_T, x). \quad (10.24)$$

Такая теория поля была обобщена на составные системы, имеющие вид жесткой сердцевинки (кора) плюс легкие частицы [172, 173]. Тогда функция  $D^{-1}$  в формуле (10.24) заменяется двухчастичной волновой функцией

$$\psi(k_T, x) \equiv (M^2 - s + ie)^{-1} \varphi(s), \quad (10.25)$$

где  $\varphi$  — вершинная функция, которая при вычислении фейнмановской диаграммы в низшем порядке в формуле (10.24) сводится просто к константе связи, так как при этом  $D = M^2 - s$  [формула (10.16)]. Поэтому обобщенный форм-фактор имеет вид

$$F(q^2) = \int_0^1 \frac{dx}{x(1-x)} \int d^N k_T \psi(k_T, x) \psi[k_T + (1-x)q_T, x]. \quad (10.26)$$

Рассмотрим теперь поведение этого форм-фактора при больших  $q^2$ . Здесь импульс  $q_T$  велик и поэтому величина  $s$  в функции  $\psi[k_T + (1-x)q_T, x]$  также велика. Предположим, что  $\psi \sim s^{-N} F(x)$  при больших  $s$  (детально этот вопрос рассматривается в работе [172]). Тогда

$$\psi(k_T + (1-x)q_T, x) \sim \left[ \left( \frac{1-x}{x} q_T^2 \right) \right]^{-N} \quad (10.27)$$

и асимптотическое поведение форм-фактора таково:

$$F(q^2) \sim (q_T^2)^{-2N} \int_0^1 \frac{dx x^{2N-1}}{1-x} \int \frac{d^N k_T \psi(k_T)}{x^N (1-x)^N}. \quad (10.28)$$

Здесь второй интеграл есть конечная функция переменной  $x$ , поскольку и при  $x \rightarrow 0$ , и при  $x \rightarrow 1$  имеем  $\psi(x) \sim [x(1-x)]^N$ . Мы воспользовались этим для явного выделения зависимости от  $x$  в интеграле. Поэтому асимптотически

$$F(q^2) \sim (q_T^2)^{-N} \ln(q_T^2/m^2). \quad (10.29)$$

Логарифм возникает при интегрировании по большому  $x$ . При  $N = 1$  мы воспроизводим результат теории поля в приближении  $O(R^2)$ .

В работах [172, 173] такой метод составных частиц [формула (10.25)] с формулой (10.27) при больших  $s$  лежит в основе феноменологии рассеяния на большие углы и процессов с большими поперечными импульсами  $p_T$  (гл. 14, § 6). Такой подход интересен также ввиду связи между поведением упругого форм-фактора при больших  $q^2$  [формула (10.29)] и поведением величины  $vW_2(x)$  при  $x \rightarrow 1$  (§ 2).

## А. Спин

Система бесконечного импульса удобна и при вычислениях в упорядоченной по времени теории возмущений для частиц со спином, например фермионов, взаимодействующих с векторными глюонами. Подробно этот вопрос рассмотрен в работах [156, 174]. Квантовая электродинамика и теория перенормировок в системе бесконечного импульса изложены в работах [175, 176].

При включении спина появляется один важный момент: теперь не обязательно справедливо то, что вершины конечны только тогда, когда все частицы движутся вперед. Рассмотрим вершину  $\gamma_u$ . Используя представления спиноров и  $\gamma$ -матриц гл. 6, § 2, при  $x_1$  и  $x_2 > 0$  сразу же получаем

$$\bar{u}(x_1 P + k_{1T}) \begin{Bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_3 \end{Bmatrix} u(x_2 P + k_{2T}) = O(\sqrt{x_1 x_2} P), \quad (10.30)$$

как и в бесспиновом случае. Однако для  $\gamma_T$ -компонент

$$\bar{u}(x_1 P + k_{1T}) \gamma_T u(x_2 P + k_{2T}) \approx$$

$$= \frac{P V \sqrt{|x_1 x_2|}}{M} \left( \gamma^T \cdot \frac{\gamma^T \sigma \cdot (x_1 P + k_{1T})}{|x_1| P} \right) \begin{pmatrix} 0 & \sigma_T \\ \sigma_T & 0 \end{pmatrix} \left( \frac{\sigma \cdot (x_2 P + k_{2T})}{|x_2| P} \right) \chi = \\ = \frac{P V \sqrt{|x_1 x_2|}}{M} \gamma^T (\sigma_T \delta_T) \chi \left( \frac{x_1}{|x_1|} - \frac{x_2}{|x_2|} \right) \left( \frac{x_1 x_2 \rightarrow 0}{x_1 x_2 \rightarrow 0} O(1) \right) \\ \rightarrow O(P \sqrt{|x_1 x_2|}). \quad (10.31)$$

Следовательно, в вершине с  $\gamma_T$  частица со спином  $1/2$  предпочитает повернуть обратно, причем  $P$  в числителе спинора компенсирует  $P$  в знаменателе. Компоненты  $\gamma_0$  и  $\gamma_3$  называют «хорошими», а  $\gamma_T$  — «плохими». Поэтому при наличии спина необходима некоторая осторожность при установлении, какие диаграммы остаются.

В качестве упражнения предлагаем читателю показать, что вершина  $\gamma_u$  также поворачивает импульсы спинорных частиц. См. также стр. 1038 работы [156].

## § 2. СООТНОШЕНИЕ ДРЕЛЛА—ВЕСТА

Заряд некой системы есть интегральная по  $x$  сумма зарядов всех партонов:

$$F(0) = \sum_i \int_0^1 dx f_i(x) e_i, \quad (10.32)$$

где  $f_i(x)$  функция, идентичная функции (9.53). В составной модели кварк — ядро при  $q \rightarrow 0$  из формулы (10.26) имеем

$$F(0) = \int_0^1 dx \int \frac{d^N k_T}{x(1-x)} |\psi(k_T)|^2.$$

Сравнивая с (10.32), можно отождествить  $f(x)$  с интегралом

$$f(x) = \int d^2k_T \frac{|\Psi(k_T)|^2}{x(1-x)}, \quad (10.33)$$

так как в этом примере один партон несет единичный заряд, а кор нейтрален. Из (9.53) и (9.72) видно, что в этом примере  $\nu W_2(x) \approx x f(x)$ . Поэтому

$$\nu W_2(x \rightarrow 1) = \int d^2k_T \frac{|\Psi(k_T)|^2}{1-x}. \quad (10.34)$$

Из (10.16) и (10.15) имеем

$$s = \frac{m^2 + k_T^2}{x} + \frac{\lambda^2 + k_T^2}{1-x}. \quad (10.35)$$

Следовательно,  $s \sim (1-x)^{-1}$  при  $x \rightarrow 1$ , и поэтому  $\Psi(k) \sim s^{-N} \sim (1-x)^N$ . Таким образом,

$$\nu W_2(x \rightarrow 1) \sim (1-x)^{2N-1}, \quad (10.36)$$

где  $N$  дается асимптотическим поведением упругого форм-фактора

$$F(q^2) \sim (q^2)^{-N}. \quad (10.37)$$

Формулы (10.36) и (10.37) называются соотношением Дрелла—Яна и Веста [174, 177]. В случае протона  $F(q^2) \sim q^{-2}$  и  $N = 2$ , а поэтому  $\nu W_2(x \rightarrow 1) \sim (1-x)^2$ .

Разобраный выше пример годится только для бесспиновых частиц и непосредственно к протону или в общем случае к системе кварков неприменим. При последовательном учете спина (§ 7) соотношение Дрелла—Яна—Веста можно вывести способом, аналогичным описанному выше.

По-иному соотношение Дрелла—Яна—Веста для кварков со спином  $1/2$  можно вывести непосредственно из результатов гл. 9. Для упругого рассеяния при больших  $t$  [формула (9.58)]

$$\frac{d\sigma}{dt}(ep \rightarrow ep) = 2\pi\alpha^2 \frac{s^2 + t^2}{s^2 t^2} G_M^2(t). \quad (10.38)$$

В то же время для неупругого рассеяния [формулы (9.65) и (9.53) или (9.71) и (9.72)]

$$\frac{d^2\sigma}{dt dW^2}(ep \rightarrow eX) = 2\pi\alpha^2 \frac{s^2 + t^2}{s^2 t^2} \frac{F_2(\omega \equiv 1 + W^2(-t))}{s + u}. \quad (10.39)$$

Каково бы ни было фиксированное  $W^2$ , даже  $W^2 = M^2$ , при  $-t \rightarrow \infty$  мы имеем  $\omega \rightarrow 1$ .

Если эксклюзивное рассеяние гладко переходит в глубоко-неупругое рассеяние, то поведения  $F_2(\omega) \sim (\omega - 1)^M$  и  $G_M^2(t) \sim t^{-2N}$  будут связаны следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{dt}(ep \rightarrow ep) = \int \frac{d^2\sigma}{dt dW^2}(ep \rightarrow eX) \delta(W^2 - M^2) dW^2, \quad (10.40)$$

т. е.

$$\begin{aligned} G_M^2(t) &= \int \frac{F_2(\omega - 1 \equiv M^2/(-t))}{s + u} \delta(W^2 - M^2) dW^2 = \\ &= F_2(\omega - 1 \equiv M^2/(-t))/(M^2 - t). \end{aligned} \quad (10.41)$$

Тогда при  $-t \rightarrow \infty$  имеем

$$t^{-2N} \sim t^{-(M+1)} \quad (10.42)$$

и, таким образом, получаем  $2N = M + 1$ .

### § 3. КАЧЕСТВЕННОЕ ВВЕДЕНИЕ В ПАРТОННУЮ МОДЕЛЬ ВНЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

В перенормируемой теории поля скейлинг нарушается логарифмами (§ 6). В работах [177, 179] была предложена ковариантная непerturbативная партонная модель<sup>1)</sup>, основывающаяся на теории поля. Благодаря динамическому постулату, что амплитуды адронных диаграмм с внешними виртуальными партонами быстро

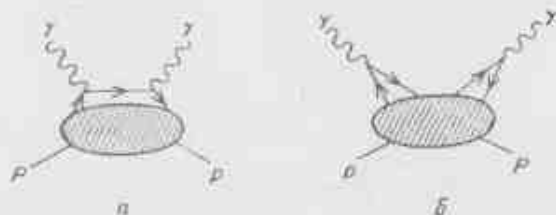


Рис. 3. а — диаграмма типа «сумка»; б — шеститочечная диаграмма, или диаграмма типа «спинный ушко».

стремятся к нулю с увеличением масс партонов, эта модель дает функцию  $\nu W_2$  скейлингового вида. Мы приведем общую схему этой модели и в § 5 покажем, как она может быть получена в системе бесконечного импульса (§ 1). В частности, мы увидим, как требование мягкости теории поля соответствует подавлению интегралов по поперечному импульсу партона  $k_T$ , что приводит к скейлингу в функции  $\nu W_2$ .

Если рассматривать полное сечение  $\nu W_2$  рождения фотонов как мнимую часть амплитуды комптоновского рассеяния вперед, то к скейлингу приводят диаграммы, в которых между токовыми вершинами распространяются свободные партоны (рис. 3, а). Если 4-импульсы обозначить так, как на рис. 4, то пропагатор партона (без спиновых зависимостей, которые здесь не рассматри-

<sup>1)</sup> Так называемая мягкая теория поля. — Прим. ред.

ваются, и в пренебрежении импульсом, поперечным к оси протон — фотон) будет  $(xp + q)^2 - m^2 - ie^{-1}$ , где  $m$  — масса партона. В мнимую часть амплитуды входит  $\delta$ -функция  $\delta(x^2 M^2 + q^2 + 2xpq - m^2)$ , возникающая от мнимой части партонного пропагатора. При очень больших  $v$ ,  $q^2$  можно пренебречь  $x^2 M^2$  и  $m^2$ , так что в результате амплитуда будет содержать  $\delta$ -функцию  $\delta(2Mv/q^2 + x)$ , и поэтому структурная функция зависит только от отношения  $v/q^2$ .

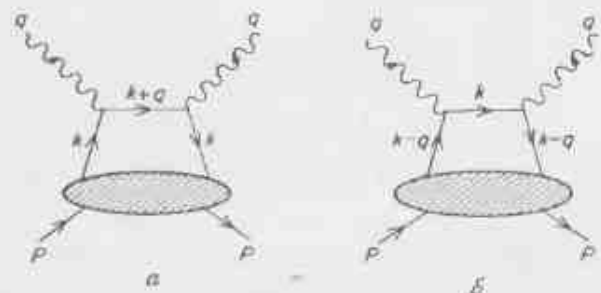


Рис. 4. *a* — доминирующее при больших  $q^2$  распределение импульса фотона между свободно и взаимодействующими с нуклоном партонами; *b* — такое распределение импульса подвально.

Если бы диаграмма рис. 3, *a* была единственно возможной для комптоновского рассеяния в партоновой модели, то структурная функция обнаруживала бы скейлинг. Однако можно рассмотреть диаграммы, в которых фотон взаимодействует с разными партонами или с одним и тем же партоном, но этот партон одновременно взаимодействует с другими партонами (рис. 5). Скейлинг будет автоматически получаться только в том случае, если вклады этих диаграмм пренебрежимо по сравнению с вкладом некогерентной импульсной диаграммы (рис. 3, *a*).

В общем случае в протоне может быть произвольное число  $N$  партонов. Идея пертурбативной партоновой модели состоит в том, чтобы считать  $N - 1$  партонов закрытыми в «черный ящик» и рассматривать партон, который взаимодействует с внешними токами. Имеются два типа диаграмм. Диаграмму рис. 3, *a* мы будем условно называть «сумкой», а диаграмму рис. 3, *b* — «кошачьи уши». Классификация по этим двум классам будет изложена ниже. Заштрихованный блок содержит произвольное число взаимодействующих партонов и рассматривается как амплитуда партон-протонного рассеяния с реджевским поведением. В такой модели при вычислении комптоновской амплитуды фигурирует субамплитуда партон-протонного рассеяния. Эта реджевская субамплитуда приводит к тому, что и сама комптоновская амплитуда имеет ред-

жевское поведение. Интересующая нас физика связана с взаимодействием фотона с партонами, приводящим к скейлингу (мы остановимся на этом, когда объясним классификацию диаграмм на типы «сумка» и «кошачьи уши»).

В случае конфигурации с произвольным числом партонов диаграмма тогда и только тогда относится к типу «сумка» (рис. 3, *a*), когда она содержит партон, свободно распространяющийся между

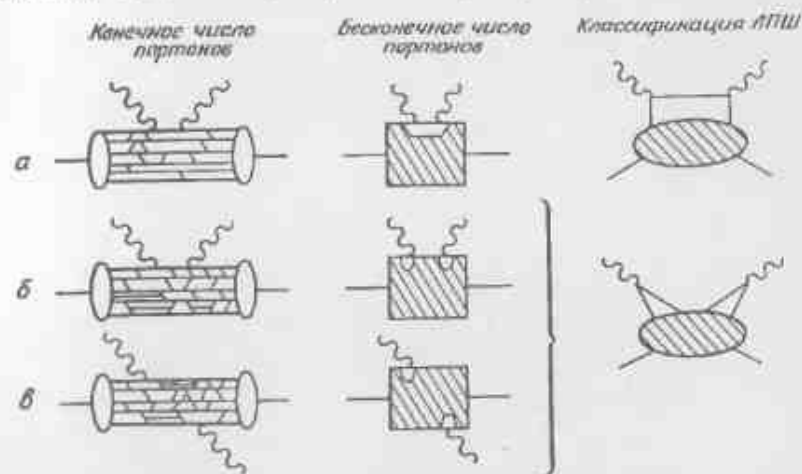


Рис. 5. Топологическая классификация комптоновских диаграмм в партоновой модели. *a* — диаграмма без взаимодействия на партоновой линии между взаимодействием с фотонами; *b* — диаграмма, содержащая взаимодействие; *в* — диаграмма, в которой фотон взаимодействует с различными партонами. Классификация ЛПШ соответствует рис. 3.

двумя фотонами. Таким образом, характерной особенностью диаграммы этого типа является наличие свободно распространяющегося партона, и, следовательно, масштабная инвариантность структурной функции возникает из диаграмм типа «сумка». Все другие диаграммы, которые содержат взаимодействие с партоном, испытавшим воздействие фотона, относятся к типу «кошачьи уши». Характерным свойством этих диаграмм является то, что сразу же после взаимодействия с фотоном партон взаимодействует не со вторым фотоном.

Как было сказано выше, только диаграммы типа «сумка» содержат свободно распространяющийся партон, необходимый для скейлинга в сечении  $vW_2$ . Следует найти правило, которое обеспечивало бы преобладание вклада диаграмм типа «сумка» над вкладом диаграмм «кошачьи уши» в кинематической области, где  $Q^2 \gg 1 \text{ ГэВ}^2$  и  $W_2$  намного выше масс резонансов, в которой наблюдается скейлинг. В этой модели динамическим предположением

является быстрое убывание партон-протонной амплитуды при сходе с массовой поверхности партона. Если партон сталкивается с массивным фотоном, то он должен пронести эту тяжелую массу сквозь всю диаграмму, пока ее не заберет второй фотон. Единственный путь, по которому эта масса может быть донесена до конечного фотона, минуя партон-протонную область, проходит через верх рис. 3, а и рис. 4. Во всех же других диаграммах партон вносит эту большую массу в заштрихованную область и амплитуда обращается в нуль. Следовательно, действительно нужная нам диаграмма доминирует при больших  $q^2$ .

При малых  $q^2$  партон могут находиться вблизи своей массовой поверхности и партон-протонная амплитуда не обязана обращаться в нуль. Поэтому скейлинг не наблюдается. С учетом диаграммы типа «кошачьи уши» можно сформулировать модель для всех  $q^2$  и изучать явления при  $q^2 = 0$  [175, 176].

#### § 4. МОДЕЛЬ МАССИВНЫХ КВАРКОВ

В гл. 7 говорилось о некоторых попытках сформулировать модель массивных кварков специально для описания спектрокопии адронов (в частности, мезонов). Если бы кварки действительно имели очень большую массу, то это могло бы быть причиной того, почему они не рождаются в глубоко-неупругих процессах. Явление скейлинга возникает из-за того, что кварки с малой массой ( $\sim 300$  МэВ) замкнуты в пространственно-временном объеме порядка  $10^{-12}$  см. Трудность, однако, в том, что приводящие в конечном счете к скейлингу диаграммы верны в точности только для свободных кварков.

Препарата [180, 181] сделал попытку ввести в динамику модели массивных кварков (ММК) их ненаблюдаемость. Высказав гипотезу, что «кварковое поле не квантуется», он избежал динамических трудностей конфайнмента кварков (гл. 15) и построил необычную теорию поля. Особенностью этой работы является то, что кварковый пропагатор

$$\Delta_{\alpha\beta}(p) = \int dx e^{ip \cdot x} \langle 0 | T(\hat{q}_\alpha(x) \hat{q}_\beta(y)) | 0 \rangle, \quad (10.43)$$

не имеет ни полюса при  $p^2 = M_Q^2$ , ни пороговой точки ветвления и поэтому  $\Delta_{\alpha\beta}(p)$  есть целая функция величины  $p^2$ .

Кроме того, поскольку в глубоко-неупругих процессах масса кварка пренебрежимо мала (масштабная инвариантность, гл. 9), он потребовал, чтобы целая функция  $\Delta_{\alpha\beta}(p)$  имела пик при  $p^2 \approx \mu^2$  (причем «эффективная масса»  $\mu$  кварка, замкнутого в пространственно-временном объеме порядка  $10^{-12}$  см, составляет 300 МэВ). Следствием этого физического требования является то, что для этого пропагатора представление Лемана (гл. 16) книги

[45]) не имеет места и он экспоненциально затухает при больших  $p^2$ . Эта необычная теория поля отличается от общепринятых тем, что это экспоненциальное затухание препятствует смещению контуров интегрирования в комплексной плоскости  $p_0$  при интегрировании по пространственным импульсам. (В этом основное отличие от непертурбативной партонной модели, развитой в работах [178,



Рис. 6. Скейлинг при  $e^+e^-$ -аннигиляции. а — модель Препараты, б — канонич. партонная модель.

179], в которой кварковый пропагатор затухает как  $(k^2)^{-1}$ , что позволяет деформировать контур интегрирования.)

При низких энергиях Бете-Салпетра (гл. 7) представляют собой мезонные состояния. Предполагается, что при больших энергиях

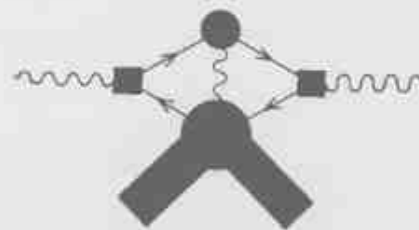


Рис. 7. Диаграмма, дающая скейлинг для процессов  $ep \rightarrow eX$  в модели Препараты.

эта амплитуда имеет реджевское поведение с пересечением поперонной траектории  $\alpha(0) = 1$ . Тогда, например, в  $e^+e^-$ -аннигиляции будет доминировать диаграмма рис. 6. Если в поперонном обмене  $\alpha(0) = 1$ , то  $Q^2\sigma_{\text{инт.}} = \text{const}$  и получается скейлинг, как в канонической свободной теории поля [158] (рис. 6, б), хотя в этом подходе и не предполагается, что в конечном состоянии возникают свободные кварки.

Аналогичные следствия получаются и для электророжения. Если  $\alpha(0) = 1$ , то к скейлингу приводят диаграммы рис. 7 (шести-точечные диаграммы типа «кошачьи уши» § 3). Четырехточечные диаграммы типа «сумка» в ММК отсутствуют, а поэтому снова в конечном состоянии свободные кварки не возникают.



### § 5. ФОРМУЛИРОВКА КОВАРИАНТНОЙ НЕПЕРТУРБАТИВНОЙ ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ В СИСТЕМЕ БЕСКОНЕЧНОГО ИМПУЛЬСА

В аппарате непертурбативной модели партонов § 3 использовались переменные Судакова. Вместо этого мы сейчас покажем, как такая модель возникает естественным образом из теории поля в системе бесконечного импульса.

Сначала вернемся к трехточечной вершине на рис. 1 и представим импульс так, как в формулах (10.11)–(10.13). Четырехимпульс частицы 3, вычисленный с учетом закона сохранения пространственного импульса и энергии, имеет вид

$$p_3 = p_2 = \left( (1-x)P + \frac{M^2x - m^2 - k_T^2}{2xP}; -k_T, (1-x)P \right). \quad (10.44)$$

В упорядоченной по времени теории возмущений квадрат этой величины соответствует фейнмановскому параметру схода с массовой поверхностью  $u$ . Заметим, что

$$u - \lambda^2 = (1-x) \left( M^2 - \frac{k_T^2 + m^2}{x} - \frac{k_T^2 + \lambda^2}{1-x} \right). \quad (10.45)$$

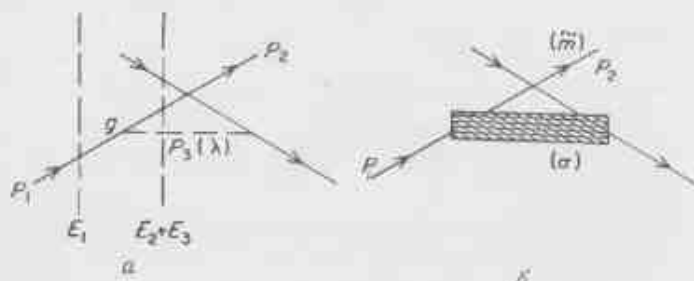


Рис. 8. а — Вклад упорядоченной по времени теории возмущений в амплитуду партон-протонного рассеяния; б — диаграмма партон-протонного рассеяния вперед.

Сравнивая с формулой (10.15), мы видим сходство с энергетическим множителем упорядоченной по времени теории возмущений (СТВ). Вклад диаграммы рис. 8 в амплитуду партон-протонного рассеяния для скалярных частиц в СТВ в явном виде равен

$$\mathcal{M}_a = \frac{g^2}{(2\pi)^2} [2E_3(E_1 - E_2 - E_3 + i\epsilon)] \xrightarrow{P \rightarrow \infty} \frac{g^2}{(2\pi)^2} (u - \lambda^2 + i\epsilon)^{-1}. \quad (10.46)$$

Теперь рассмотрим вычисление упругого форм-фактора (10.24) в теории  $O(g^2)$ . При  $q^2 = 0$  можно выделить  $f(x)$  [как в формуле (10.33)]. Используя (10.45) и (10.46), видим, что

$$f(x) = \int d^2k_T \frac{(1-x)}{2x} \frac{\mathcal{M}_a}{u - \lambda^2}. \quad (10.47)$$

Установив связь между  $f(x)$  и амплитудой партон-протонного рассеяния  $\mathcal{M}_a$ , мы сразу же сможем обобщить амплитуду  $\mathcal{M}_a$ , включив в нее реджевскую асимптотику. Если  $\lambda p(\sigma^2, \tilde{m}^2)$  есть мнимая часть амплитуды (анти) партон-протонного рассеяния вперед (рис. 8, б), то

$$(2\pi)^2 \mathcal{M}_a = \int \frac{\rho(\sigma^2, \tilde{m}^2) d\sigma^2}{u - \sigma^2 + i\epsilon}, \quad (10.48)$$

где величина  $\lambda^2$  теории возмущений (10.46) заменена переменной  $\sigma^2$  спектрального разложения. Тогда

$$vW_2(x) = xf(x) = \int d^2k_T \int d\sigma^2 \frac{1}{2} (1-x) \frac{\rho(\sigma^2, \tilde{m}^2)}{(u - \sigma^2 + i\epsilon)^2}. \quad (10.49)$$

Мы написали здесь  $\tilde{m}^2$ , так как при включении амплитуды партон-протонного рассеяния в общую амплитуду нужно учитывать эффекты, связанные со сходом с массовой поверхностью. Поскольку  $\tilde{m}^2 = (p_1 - p_3)^2$ , имеем

$$\tilde{m}^2 = \frac{x(1-x)M^2 - x\sigma^2 - k_T^2}{1-x}. \quad (10.50)$$

Заметим, что это выражение совпадает с формулой (2.25) работы ЛРШ [179]. Их масса партона вне массовой поверхности  $\sigma^2$  совпадает с нашей  $\tilde{m}^2$ , а  $k_T^2$  есть параметр Судакова  $\kappa^2$ . Согласно гипотезе ЛРШ, вне массовой поверхности партонная амплитуда затухает. Из выражения (10.50) видно, что в настоящем подходе это соответствует быстрой сходимости интеграла по  $k_T^2$ , что ведет к скейлингу Бьёркена даже в теории со спином  $1/2$  (где скейлинг нарушается логарифмами расходящейся теории возмущений).

Чтобы завершить сравнение с ЛРШ, уберем два фейнмановских пропагатора в определении функции  $\rho(\sigma^2, \tilde{m}^2)$  и введем величину

$$\text{Im } T(\sigma^2, \tilde{m}^2) = \lambda p(\sigma^2, \tilde{m}^2) (\tilde{m}^2 - m^2)^2. \quad (10.51)$$

Тогда

$$xf(x) = \int d^2k_T \frac{x}{2(1-x)} \int d\tilde{m}^2 \text{Im } T(\tilde{m}^2, m^2), \quad (10.52)$$

что совпадает с выражением (2.25) ЛРШ [174].

С помощью этой формулы для  $f(x)$  можно сразу показать, как реджевское поведение партон-протонной амплитуды приводит

к реджевскому поведению  $\nu W_2(x)$ . Если  $\rho(\sigma^2, \tilde{m}^2) = (\sigma^2)^\alpha \beta(\tilde{m}^2)$ , то при  $\eta = xm^2$  имеем

$$f(x) = \frac{1}{2} x \int_0^1 d^2 k_\perp \int \frac{d\eta \eta^\alpha}{x^{1+\alpha}} \frac{1}{1-x} \frac{\beta(\tilde{m}^2)}{(\tilde{m}^2 - m^2)^2} \frac{x+\alpha}{x} \rightarrow O(x^{-\alpha}), \quad (10.53)$$

где асимптотика при  $x \rightarrow 0$  следует из сходимости интеграла.

Следовательно, адронные взаимодействия учтены во всех порядках. Таким образом достигается переход от нековариантной формулировки партонной модели в системе бесконечного импульса к непerturbативной ковариантной формулировке ЛРШ. Применение такого метода подробно рассмотрено в работах [175, 176].

Дальнейшее обсуждение связи между двумя подходами можно найти в приложениях В работы [182] и в работе [183].

## § 6. ПАРТОННЫЕ МОДЕЛИ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Существенной чертой партонных моделей является то, что на малых временах и расстояниях (больше  $\nu$  и  $Q^2$ ) партоны могут рассматриваться как свободно движущиеся объекты. Так как все другие известные в природе взаимодействия описываются теорией поля, то можно надеяться, что ею описываются и сильные взаимодействия. На языке теории поля свободное движение партонно соответствует тому, что межпартонное взаимодействие является таким же слабым, как и в сверхренормируемой теории поля.

Так как в четырехмерном мире не существует сверхренормируемой теории с полями со спином  $1/2$ , то для полевого обоснования партонной модели было предложено ввести обрезание поперечного импульса [150], что привело бы к скейлингу. Ковариантным аналогом этого подхода является мягкая теория поля [178, 179], о которой говорилось в § 3. Смягчение возникает из требования, чтобы амплитуда рассеяния адронов на партонах, находящихся вне массовой оболочки, быстро стремилась к нулю с увеличением массы партона. Это дает скрытый масштаб, что приводит к точному скейлингу. Без искусственного введения такого смягчения или обрезания в ренормируемой теории поля скейлинг не получается.

Ренормируемая теория поля (как КХД) имеет безразмерные константы связи. Для определения физических величин требуются бесконечные ренормировки. Действительно, на больших импульсах петли расходятся, и в теории возмущений их следует перенормировать вновь и вновь в каждом порядке теории возмущений<sup>4</sup>.

Интуитивно с ростом виртуального импульса в петле происходит переход к виртуальным флуктуациям на все меньших и меньших пространственно-временных масштабах. Нет такого масштаба

длины и времени, за которым взаимодействием можно было бы пренебречь. Взаимодействующие поля всегда имеют структуру в пространственно-временных областях, меньших нашего разрешения, сколь бы хорошими оно ни было.

Интуитивная картина этого содержится в формулировке партонной модели, данной в работах [166, 167]. Можно выйти за рамки теории возмущений, воспользовавшись аппаратом ренорм-группы<sup>4</sup>). В теории поля любая функция (например, вершина) зависит от 4-импульса  $p$ , масс и констант связи  $g$  теории. Если одновременно изменить масштабы всех импульсов  $p_i \rightarrow \lambda p_i$  (или в обычном пространстве  $x_i^1 \rightarrow \lambda x_i^1$ ), то ренорм-групповой анализ показывает, что можно сохранить импульсы  $p$  старыми, переопределив безразмерные эффективные константы  $\bar{g}(\lambda)$ , зависящие от масштаба  $\lambda$ . Таким образом, константы  $\bar{g}(\lambda)$  дают меру отклонения от теории свободных полей на масштабах длин  $\lambda^{-1}$ .

Если  $\bar{g}(\lambda \rightarrow \infty) \rightarrow g^*$ , то теория на малых расстояниях масштабно-инвариантна, поскольку зависимость  $\bar{g}(\lambda)$  от масштаба прекращается. Такие теории называют теориями с «фиксированной точкой». В сверхренормируемой теории поля  $\bar{g}(\lambda \rightarrow \infty) \sim \sim O(\lambda^{-\alpha}) \rightarrow 0$ . В КЭД  $\bar{g}(\lambda \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$  и пренебречь взаимодействием нельзя. Замечательным открытием было то, что в неабелевых калибровочных теориях (например, в КХД, гл. 15, § 2)  $\bar{g}(\lambda \rightarrow \infty) \sim O(\ln \lambda)^{-1} \rightarrow 0$  и поэтому эти теории асимптотически свободны [184—186, 137]. Так как КХД, содержащая поля со спином  $1/2$ , асимптотически свободна, то она является естественным кандидатом на роль теории сильных взаимодействий и может дать некоторое обоснование феноменологическим успехам кварк-партонной модели (гл. 11).

### А. Асимптотическая свобода

Для калибровочной теории с фермионами ренорм-групповой анализ показывает, что при малых  $\bar{g}$

$$\bar{g}^2(\lambda) = \frac{g^2(\lambda_0)}{[1 + 2bg^2(\lambda_0) \ln(\lambda/\lambda_0)]^2} \sim O(g^4), \quad (10.54)$$

где  $b$  — константа. Структура этой формулы читателю, может быть, уже знакома из КЭД, где [187]

$$\frac{e^2(Q^2)}{Q^2} = e^2 D(Q^2). \quad (10.55)$$

Здесь  $D(Q^2)$  — пропагатор фотона, а  $e^2$  — «эффективный заряд»:

$$\bar{e}^2(Q^2) = e^2 \left/ \left\{ 1 - \frac{e^2}{12\pi} \ln \frac{Q^2}{m^2} + \dots \right\} \right. \quad (10.56)$$

<sup>4</sup>) Подробнее см. [188, 189].

Величина  $\bar{g}^2$  растет с увеличением  $Q^2$ , и поэтому КЭД не является асимптотически свободной [коэффициент  $b$  в формуле (10.54) отрицателен].

Если имеется  $F$  сортов кварков, каждый из которых принимает три цвета, то можно построить неабелеву калибровочную  $SU(3)$ -симметричную теорию сильных взаимодействий, в которой цветные кварки взаимодействуют, обмениваясь октетом цветных глюонов. Было найдено [184, 190, 191]<sup>1)</sup>, что в такой теории

$$b = \frac{1}{48\pi^2} (33 - 2F). \quad (10.57)$$

Такая величина *положительна*, если число сортов кварков меньше 17. В частности, если сортов четыре ( $u, d, s, c$ ), то

$$\frac{g^2(\lambda_0)}{g^2(\lambda)} = 1 + \frac{25}{24\pi^2} g^2(\lambda_0) \ln(\lambda/\lambda_0). \quad (10.58)$$

Если  $g^2 = 4\pi\alpha$ , и  $t \equiv \ln(\lambda^2/\lambda_0^2)$ , то

$$\frac{\alpha_s(t)}{\alpha_s(t_0)} = 1 + \frac{25\alpha_s}{6\pi} \ln\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) \equiv 1 + \frac{25\alpha_s}{12\pi} t. \quad (10.59)$$

Поэтому в такой теории эффективная константа связи  $\alpha(t)$  действительно стремится к нулю при  $t \rightarrow \infty$  ( $\lambda^2 \rightarrow \infty$ ) и кварки асимптотически свободны.

Если кварки не имеют массы, их взаимодействие с электромагнитным током является точечным (гл. 9), и если кварк-глюонная константа связи  $\alpha = 0$ , то в наивной кварковой модели никакого масштаба не существует и безразмерные величины  $F_1$  и  $F_2$  [формула (9.51)] — масштабно-инвариантны. В неабелевой теории поля, где цветные кварки взаимодействуют с цветными глюонами, зависящая от масштаба величина  $\alpha(t)$  присутствует при любом конечном  $t$  и  $F_1, F_2$  масштабно-неинвариантны. Поскольку  $\alpha(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , подход к масштабной инвариантности является асимптотическим; при конечном  $t$  скейлинг нарушается логарифмами величин  $\nu$  и  $Q^2$ .

### Б. Нарушение скейлинга для взаимодействующих кварков

Фотон с массой  $1/\sqrt{Q^2}$  разрешает структуру на масштабе длин  $\lambda \sim 1/\sqrt{Q^2}$  и обнаруживает кварки, несущие долю  $x$  полного импульса мишени с вероятностью  $q(x)$ . При улучшении разрешения ( $Q^2 > Q_0^2$ ) может быть обнаружена дополнительная вероятность  $\delta q(x)$ , которая возникает из-за того, что кварк с импульсом

<sup>1)</sup> Более общая формула для произвольной группы  $SU(N)$  с цветными кварками в фундаментальном и сопряженном представлениях дается в работе [188], формула (3.15).

$y > x$  может испустить глюон, уменьшив тем самым свой импульс с  $y$  до  $x$ . При разрешении  $Q_0^2$  можно различить лишь отцовский кварк, а при разрешении  $Q^2$  различается этот дополнительный вклад в  $q(x)$  (рис. 9). Если написать  $\tau \equiv \ln Q^2$ , то улучшение разрешения  $\Delta\tau$  даст изменение в вероятности распределения  $\Delta q(x)$  благодаря кварк-глюонным вершинам (рис. 9).

Ренорм-групповой анализ показывает, что эффективная кварк-глюонная вершина  $\hat{\alpha}(t)$  зависит от масштаба. В порядке  $\alpha$  вероятность того, что при изменении разрешения на  $d\tau$  будет видно, что

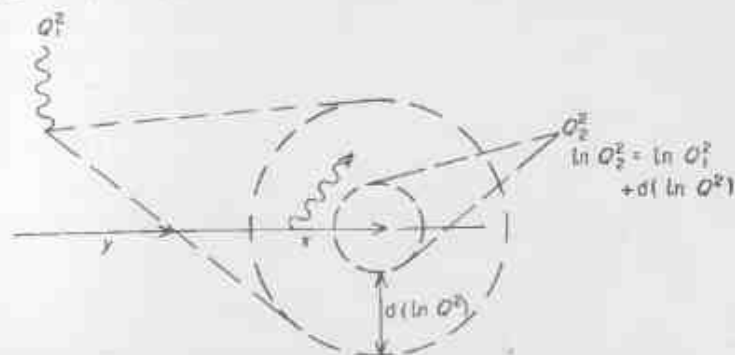


Рис. 9. Улучшение разрешения при увеличении  $Q^2$ .

кварк содержит другой кварк с долей  $z$  импульса первоначального кварка, можно написать в виде  $\alpha(t) P(z) dt$ . В КЭД и КХД величину  $P(z)$  можно вычислить явно из кварк-глюонной вершины  $\gamma_{ik}$ . Результат зависит от спиральности кварка и глюона. В общем случае уравнение эволюции, описывающее изменение функции распределения кварков при улучшении разрешения, имеет вид

$$\frac{dq}{d\tau}(x, \tau) = \alpha_s(\tau) \int_x^1 \frac{dy}{y} q(y, \tau) P(x/y). \quad (10.60)$$

Этот интеграл имеет вид свертки, и путем преобразования Меллина его можно разделить на два интеграла от  $q(y)$  и  $P(x/y)$  по отдельности. При произвольном  $N$  формулу (10.60) можно переписать в виде

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^1 dx x^N q(x, \tau) = \alpha_s(\tau) \int_0^1 dy y^N q(y, \tau) \int_0^1 dz z^N P(z). \quad (10.61)$$

И, следовательно, мы получаем дифференциальные уравнения для моментов  $M_N$  функции распределения кварков:

$$\frac{d}{d\tau} M_N(\tau) = \alpha_s(\tau) M_N(\tau) A_N, \quad (10.62)$$

где

$$M_N(\tau) \equiv \int_0^1 dx x^N q(x, \tau) \equiv \int_0^1 dx x^{N-1} F_2(x, \tau), \quad (10.63)$$

$$A_N \equiv \int_0^1 dz z^N P(z). \quad (10.64)$$

Зависимость моментов структурной функции  $F_2$  в формуле (10.63) от  $\tau \equiv \ln Q^2$  определяется дифференциальным уравнением (10.62), решения которого зависят, в частности, от вида  $\alpha(\tau)$  как функции  $\tau$ .

Если  $\alpha(\tau \rightarrow \infty) \neq 0$ , то мы имеем теорию с фиксированной точкой. Из формулы (10.62) с коэффициентом  $\alpha$ , не зависящим от  $\tau$ , видно, что моменты экспоненциальны по  $\tau$ , а значит, степенным образом зависят от  $Q^2$ .

Если сильные взаимодействия описываются неабелевой калибровочной теорией, такой, как КХД, то при малых  $\alpha(\tau)$  [ср. с формулами (10.54) и (10.59)]

$$\frac{\alpha}{\alpha(t)} = 1 + b\alpha t, \quad (10.65)$$

где  $\alpha = \alpha(0)$ , а  $b$  — положительная константа [формула (10.57)]. Тогда решение уравнения (10.62) показывает, что моменты логарифмически зависят от  $Q^2$  [190, 191]:

$$M_N(\tau) = M_N(0) \left( \frac{\alpha}{\alpha(t)} \right)^{A_N/b}. \quad (10.66)$$

Таким образом, если в теории поля кварки взаимодействуют, то структурная функция  $F_2(x, Q^2)$  не будет масштабно-инвариантной. Наоборот, ее моменты будут проявлять вполне определенную картину нарушения скейлинга (линейность по  $Q^2$ ,  $\ln Q^2$ , ...), определяемую зависимостью  $\alpha$  от  $\tau = \ln Q^2$  в данной теории поля. С помощью определения (10.64) и известной для кварк-глюонной связи функции  $P(z)$  коэффициент  $A_N$  в КХД был вычислен в работе [193].

Приведенное выше рассмотрение было отчасти упрощенным, так как на самом деле имеется функция распределения глюонов в мишени  $G(y, \tau)$  и глюоны могут рождать пары кварк-антикварк, изменяя тем самым  $q(x, \tau)$ . Поэтому уравнение (10.61) нужно обобщить:

$$\frac{dq^f}{d\tau}(x, \tau) = \alpha(\tau) \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_i q^i(y, \tau) P_{q_i q^f}(x/y) + G(y, \tau) P_{g, G}(x/y) \right], \quad (10.67)$$

где индексы  $i, j$  пробегает по всем кваркам всех цветов. Аналогично распределение глюонов удовлетворяет уравнению

$$\frac{dG}{d\tau}(x, \tau) = \alpha(\tau) \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_i q^i(y, \tau) P_{q, G}(x/y) + G(y, \tau) P_{G, G}(x/y) \right] \quad (10.68)$$

(последний член возникает в связи с существованием трехглюонной вершины в первом порядке по  $g$  в КХД). Для нахождения всех  $A_N$ , которые нарушают скейлинг, требуется решить эти интегро-дифференциальные уравнения. Их решение рассмотрено в работе [193], где можно также найти законченную формулировку приведенных здесь идей. Заметим, что закон сохранения полного импульса налагает условие

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^1 dx x \left[ \sum_i q_i(x, \tau) + G(x, \tau) \right] = 0. \quad (10.69)$$

## § 7. ВЫЧИСЛЕНИЕ $\sigma_S/\sigma_T$ В НАИВНОЙ ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ

При выводе формул (9.72) и (9.73) для  $\sigma_S/\sigma_T$  мы в явном виде пренебрегли поперечным к мишени импульсом партона. Чтобы увидеть, как это влияет на предсказание величины  $\sigma_S/\sigma_T$ , рассмотрим  $\gamma$  —  $P$ -столкновение вдоль оси  $z$ , при котором

$$q \equiv (0; 0, 0, -2xP),$$

$$p \equiv (P; 0, 0, P)$$

и поэтому

$$q^2 = -4x^2P^2; \quad -q^2/2P \cdot q = x.$$

Если фотон поглощается партонном с 4-импульсом

$$k_\mu = (k_0; k_x, k_y, xP),$$

то 4-импульс конечного партона будет

$$k'_\mu = (k_0; k_x, k_y, -xP).$$

Мы будем считать  $k_x$  и  $k_y$  произвольными, так как не будем пренебрегать ими по сравнению с  $k_0$  и  $k_z$ . Сечения поглощения фотона можно вычислить по формуле (9.42), где  $W_{\mu\nu}$  будет тензором, соответствующим электрон-кварковому рассеянию, т. е. [формула (9.7)]

$$L_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (k'_\mu k'_\nu + k'_\nu k'_\mu + \frac{1}{2} q^2 g_{\mu\nu}).$$

Следовательно,

$$\frac{\sigma_S}{\sigma_T} = \frac{L_{00}}{\frac{1}{2}(L_{xx} + L_{yy})} = \frac{k_0^2 + \frac{1}{4}q^2}{\frac{1}{2}(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}q^2)}$$

Масса нуклона теперь равна

$$m^2 \equiv k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2) = x^2 P^2,$$

и поэтому

$$m^2 + k_T^2 \equiv k_0^2 + \frac{1}{4}q^2,$$

что окончательно дает

$$\frac{\sigma_S}{\sigma_T} = \frac{4(m^2 + k_T^2) Q^2 \rightarrow \infty}{Q^2 + 2k_T^2} \rightarrow \frac{4(m^2 + k_T^2)}{Q^2}.$$

Сравните это с формулой (28.3) книги [194]. Если  $m^2 + k_T^2$  — величина порядка  $0,25 \text{ ГэВ}^2$ , то  $\sigma_S/\sigma_T \approx 1/Q^2 \text{ ГэВ}^2$ , т. е. порядка малой величины, наблюдаемой экспериментально (гл. 9, рис. 8). Возможность того, что  $k_T$  зависит от  $x$ , была указана несколькими авторами [195—197]. Это означало бы, что  $\sigma_S/\sigma_T$  также зависит от  $x$ .

## Глава 11

### ФЕНОМЕНОЛОГИЯ КВАРКОВ И ПАРТОНОВ

#### § 1. РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

Идеи наивной партонной модели, изложенные в гл. 9, § 4, прекрасно иллюстрируются данными ядерной физики. На рис. 1 представлены сечения рассеяния электронов с энергией  $\sim 190 \text{ МэВ}$  на ядрах углерода. При упругом рассеянии  $Q^2 = 2Mv$ , а потому

$$E' \{1 - \cos \theta\} E + M\} = ME. \quad (11.1)$$

Это означает, что при энергии налетающих электронов  $190 \text{ МэВ}$  энергия  $E'$  электронов, рассеянных на угол  $80^\circ$ , будет  $\sim 186 \text{ МэВ}$ , что ясно видно в спектре рассеянных электронов. При увеличении потери энергии налетающих электронов начинают возбуждаться резонансные состояния ядер углерода ( $E' \approx 180$  и  $177 \text{ МэВ}$ ). Квазиупругое рассеяние на протонах, составляющих ядро, начинается при  $E' \approx 160 \text{ МэВ}$ . В формулу (11.1) нужно подставить  $M = 940 \text{ МэВ}$ . Это показано на рис. 1, а: полное сечение квазиупругого рассеяния составляет примерно половину полного сечения рассеяния на ядрах. Чтобы оценить порядок величины  $Q^2$  в этом эксперименте, подставим  $\sin^2(\theta/2) \approx 1/4$ . Тогда для упругого рассеяния электронов на ядрах имеем

$$Q^2 \approx 2EE' \rightarrow 0,06 \text{ ГэВ}^2.$$

При такой величине  $Q^2$  внутренняя структура нуклонов неразрешима, поскольку

$$G_N^E(Q^2) = (1 + Q^2/0,71 \text{ ГэВ}^2)^{-2} \approx 0,85, \quad (11.2)$$

тогда как экспоненциальный ядерный форм-фактор уже существенно подавил упругое рассеяние на самом ядре (площадь квазиупругого пика составляет примерно половину площади упругого пика).

На рис. 1, б представлено сечение рассеяния электронов на угол  $135^\circ$ , что соответствует значению  $Q^2 \approx 0,1 \text{ ГэВ}^2$ . Упругое  $e$ - $C$ -рассеяние почти полностью исчезло. На основании формулы (11.1) можно ожидать, что квазиупругое рассеяние на протонах начнется при  $E' \approx 140 \text{ МэВ}$  (с точностью до 10%-й поправки на энергию связи). Квазиупругий пик в экспериментальных данных

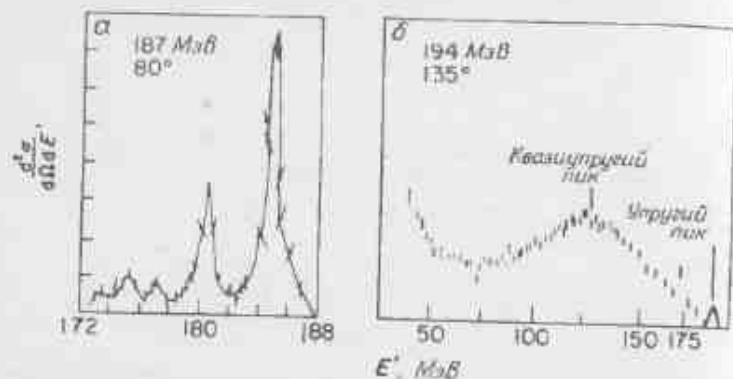


Рис. 1. Рассеяние электронов на углероде. а — на угол  $80^\circ$ ; б — на угол  $135^\circ$ .

действительно ясно виден, причем его площадь приблизительно в 300 раз больше площади упругого  $e-C$ -пика. Поэтому теперь в рассеянии доминирует квазиупругое рассеяние на протонах, составляющих ядро. Чтобы различить эти протоны, нужно, чтобы:

- 1) величина  $1/\sqrt{Q^2}$  была намного меньше размера ядра  $C_{12}$ ,
- 2) величина  $v$  была больше расстояния между уровнями ядра  $C_{12}$ ,
- 3) величина  $Q^2/2v$  была равна массе протона (с точностью до 10–20%-й поправки на энергию связи).

Так как величина  $1/\sqrt{Q^2}$  намного больше размера нуклона, его структура неразличима и должен наблюдаться скейлинг. В действительности в квазиупругой области  $0,06 \text{ ГэВ}^2 \lesssim Q^2 \lesssim 0,1 \text{ ГэВ}^2$  скейлинг нарушается приблизительно на 30%, так как  $G_E^N(Q^2 = 0,1 \text{ ГэВ}^2) \approx 0,7$  (тогда как  $G_E^N \approx 0,85$  при  $Q^2 = 0,06 \text{ ГэВ}^2$ ). На рис. 2 сравниваются зависимости величин пиков упругого и квазиупругого  $e-C$ -рассеяния от  $Q^2$ .

Из свойств квазиупругого пика можно получить информацию о частицах, составляющих ядра. Мы уже видели, что положение пика соответствует среднему импульсу (массе) составляющих, равному приблизительно  $1/12$  массы мишени. Площадь пика пропорциональна сумме квадратов зарядов составляющих с весами, равными соответствующим форм-факторам  $G_E^N(q^2)$ , откуда следует, что  $\sum_i Z_i^2 = 6$ . Высота пика упругого  $e-C$ -рассеяния дает значение

$\sum_i Z_i = 6$ . Все это соответствует нашим представлениям о том, что на субъядерном уровне ядро  $C_{12}$  содержит в качестве составляющих 6 протонов и 6 нейтронов.

Производя аналогичные эксперименты на протоне, можно получить информацию о материи на субнуклонном уровне. Мы, конечно, предполагаем, что на этом уровне материи находятся кварки.

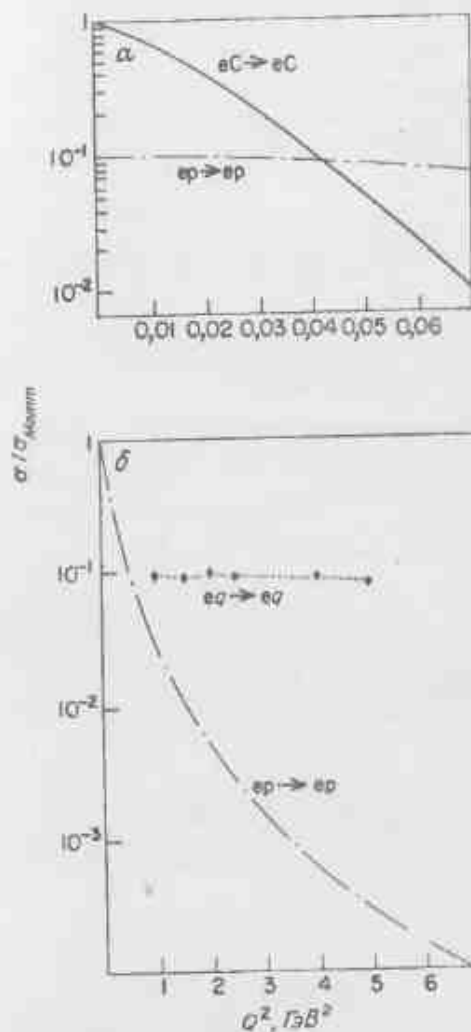


Рис. 2. а — зависимость упругого и глубоко-неупругого рассеяния электронов на ядре углерода от  $Q^2$ . Последний процесс является квазиупругим электрон-протонным рассеянием. б — зависимость упругого электрон-протонного и глубоко-неупругого электрон-протонного (квазиупругого электрон-кваркового) рассеяния от  $Q^2$ . Масштаб  $Q^2$  иной, нежели в а.

По аналогии со случаем ядер можно полагать, что для того, чтобы были различимы партоны, должны выполняться условия:

- 1) величина  $1/\lambda \approx Q^2$  намного меньше размера протона,
- 2) величина  $\lambda$  больше расстояния между уровнями нормального и возбужденного состояния протона, (11.4)
- 3)  $Q^2/2m_p \approx 1/N$ , где  $N$  — число партонов.

В интервале  $1 \text{ ГэВ}^2 \leq Q^2 \leq 8 \text{ (ГэВ}^2)$  сечение упругого рассеяния  $ep \rightarrow ep$  убывает на два порядка (гл. 9, рис. 3). В этом же интервале значений  $Q^2$  экспериментальные данные при  $x = 1/2$  оказываются не зависящими от  $Q^2$  (гл. 9, рис. 6) и поэтому масштабно-инвариантными. Это иллюстрируется на рис. 2, б, где проводится также сравнение с ядерным случаем (подчеркиваем, что масштаб  $Q^2$  разный!). Поэтому по крайней мере в интервале  $1 \leq Q^2 \leq 8 \text{ (ГэВ}^2)$  партоны протона кажутся точечными. Рассмотрим теперь указания на то, что это кварки.

## § 2. КВАРКИ-ПАРТОНЫ И РАССЕЯНИЕ ЛЕПТОНОВ

### А. Электромагнитные структурные функции

В формуле (9.72) мы видели, что в модели партонов со спином  $1/2$  электромагнитные структурные функции даются выражениями

$$2xF_2(x) \approx F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x),$$

где суммирование ведется по партонам с зарядами  $e_i$ . Мы будем пользоваться обозначениями  $f_u(x) \equiv u(x)$ ,  $f_d(x) \equiv d(x)$ , ... Если партоны имеют квантовые числа кварков (гл. 3, табл. 1), то в этих обозначениях для структурных функций получаем

$$\frac{1}{x} F_2^{eP}(x) = \frac{4}{9} [u^P(x) + \bar{u}^P(x)] + \frac{1}{9} [d^P(x) + \bar{d}^P(x)] + \frac{1}{9} [s^P(x) + \bar{s}^P(x)] + \dots, \quad (11.5)$$

$$\frac{1}{x} F_2^{eN}(x) = \frac{4}{9} [u^N(x) + \bar{u}^N(x)] + \frac{1}{9} [d^N(x) + \bar{d}^N(x)] + \frac{1}{9} [s^N(x) + \bar{s}^N(x)] + \dots, \quad (11.6)$$

где верхний индекс соответствует нейтрону ( $N$ ) или протону ( $P$ ).

Так как  $u$ -,  $d$ -кварки и  $P$ -,  $N$  образуют изоспиновые дублеты, мы имеем

$$\begin{aligned} u^P &\equiv d^N \quad (\text{или просто } u), \\ d^P &\equiv u^N \quad (\text{или просто } d), \\ s^P &\equiv s^N \quad (\text{или просто } s), \end{aligned} \quad (11.7)$$

Соотношения между плотностями антикварков аналогичны. Тогда

$$\frac{1}{x} F_2^{eP} = \frac{4}{9} (u + \bar{u}) + \frac{1}{9} (d + \bar{d} + s + \bar{s}) + \dots, \quad (11.8)$$

$$\frac{1}{x} F_2^{eN} = \frac{4}{9} (d + \bar{d}) + \frac{1}{9} (u + \bar{u} + s + \bar{s}) + \dots, \quad (11.9)$$

и поэтому [198]

$$\frac{1}{4} \leq \frac{F_2^{eN}}{F_2^{eP}} \leq 4. \quad (11.10)$$

Эти ограничения согласуются с экспериментальными данными [199, 200] (рис. 3).

Исходя из принципа дуальности можно пойти дальше. Разделим кварки (партоны) на три «валентных» кварка и континуум (море) кварк-антикварковых пар и примем следующие правила соответствия [201]:

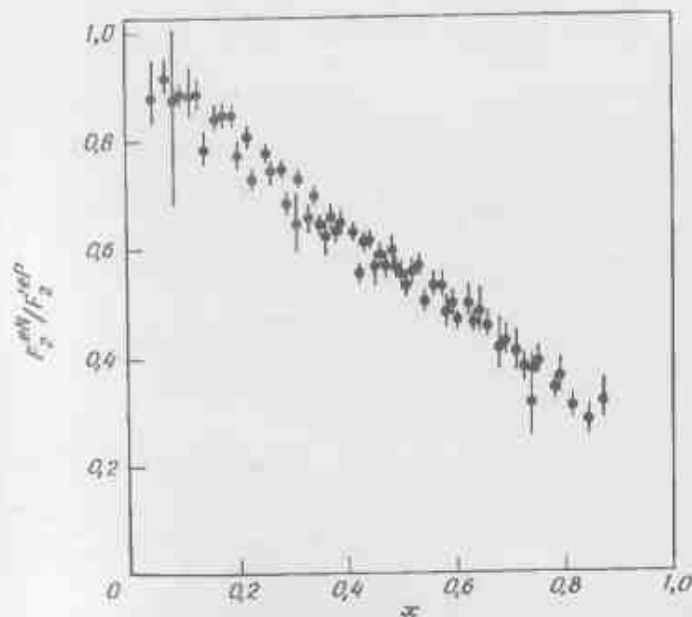
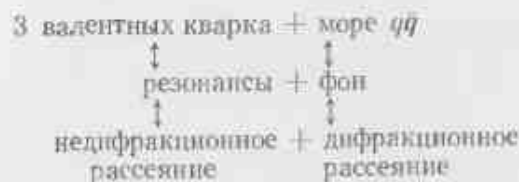


Рис. 3. Зависимость отношения  $\nu W_2^{eN}/\nu W_2^{eP}$  от  $x$ .

Тогда, следуя работе [202] или [203], напишем

$$q(x) \equiv q_v(x) + q_S(x). \quad (11.11)$$

Первоначально предполагалось, что

$$u_v(x) = 2d_v(x), \quad (11.12)$$

$$s_v(x) = \bar{u}_v(x) = \bar{d}_v(x) = \bar{s}_v(x) = 0, \quad (11.13)$$

$$u_S(x) = \bar{u}_S(x) = \bar{d}_S = \bar{d}_S = s_S = \bar{s}_S \equiv K. \quad (11.14)$$

Мы наложим требования (11.13) и (11.14), а отношение  $u_v(x)/d_v(x)$  будем считать свободным. Это дает

$$\frac{1}{x} F_2^{eN} = \frac{1}{9}(u_v + 4d_v) + \frac{12}{9}K, \quad (11.15)$$

$$\frac{1}{x} F_2^{eP} = \frac{1}{9}(d_v + 4u_v) + \frac{12}{9}K \quad (11.16)$$

Поэтому если доминирует  $K(x)$  (при  $x \rightarrow 0$ ), то

$$\frac{F_2^{eN}}{F_2^{eP}}(x) \rightarrow 1, \quad (11.17)$$

а если доминируют валентные кварки (при  $x \approx 0,2$ ) и  $u_v \approx 2d_v$ , то

$$\frac{F_2^{eN}}{F_2^{eP}}(x) \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1}{4}. \quad (11.18)$$

Сравнение формул (11.17) и (11.18) с рис. 3 дает первое указание на то, что при больших  $x$ , возможно, доминируют валентные кварки, а вблизи  $x = 0$  доминирует вклад моря. Этот вывод будет подкреплен последующим анализом экспериментальных данных, но сначала мы покажем, почему такая картина интуитивно не является невероятной.

В КЭД голый электрон одевается диаграммами рис. 4, а. По аналогии в случае партонов векторные (?) глюоны (должно же что-то скреплять мишени) будут играть роль фотонов КЭД. Тогда система трех валентных кварков будет одета диаграммами рис. 4, б, где волнистыми линиями обозначены глюоны, а прямыми —



Рис. 4. а — одевание голого электрона в КЭД; б — аналогичное одевание трех кварков в КХД.

кварки-партоны. Вероятность испускания тормозного глюона с импульсом  $k$  пропорциональна  $dk/k$ , т. е.  $dx/x$ . Это означает, что при испускании глюонов и соответственно  $q\bar{q}$ -пар, заселится область малых  $x$ .

Поэтому мы можем начать с первичной модели трех свободных кварков (рис. 5, а), для которых  $F_2(x) = \delta(x - 1/3)$ , а затем включить глюоны, или поместить кварки в потенциал, который размоет  $F_2(x)$  (рис. 5, б). Пока что это аналогично ядерному случаю. Затем тормозное излучение и внутренняя конверсия рождают на малых  $x$  пары  $q\bar{q}$ , что в конечном счете приводит к рис. 5, в, который качественно согласуется с экспериментальными данными [204, 193, 205]<sup>1)</sup>.

Из формул (11.15) и (11.16) находим разность структурных функций протона и нейтрона

$$F_2^{eP}(x) - F_2^{eN}(x) = \frac{1}{3}x[u_v(x) - d_v(x)]. \quad (11.19)$$

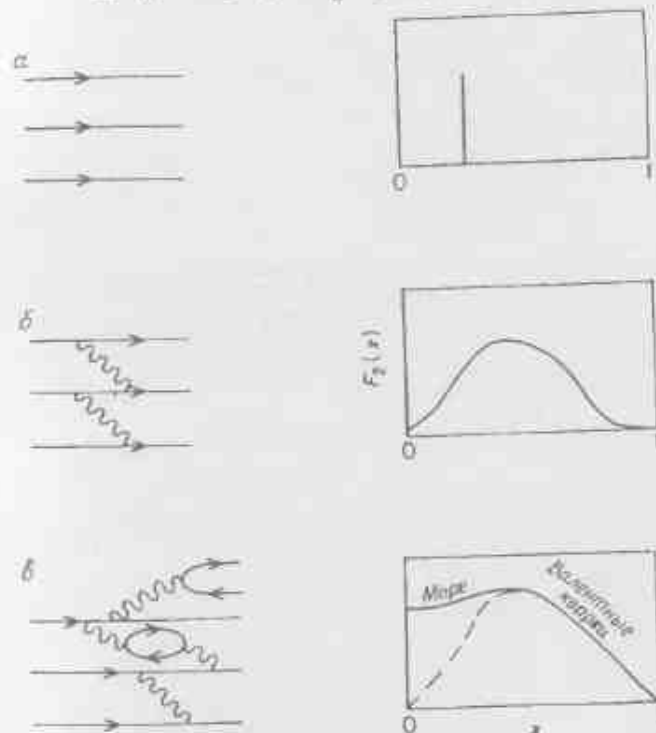


Рис. 5. Эволюция функции  $F_2(x)$ .

<sup>1)</sup> В своем логическом завершении эта картина приводит к нарушению скейлинга, о чем уже говорилось в гл. 9, § 4 и гл. 10, § 6. См. работы [206–208], а также § 8 данной главы.



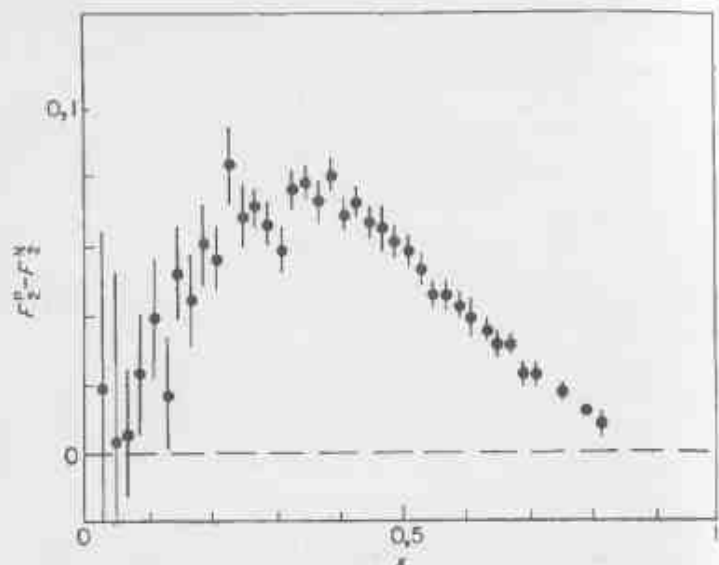


Рис. 6. Экспериментальная зависимость разности  $F_2^P - F_2^N$  от  $x$ .

Пары  $q\bar{q}$  здесь не дают вклада; играют роль только три валентных кварка. В экспериментальных данных виден пик при  $x \approx 1/2$  (рис. 6). При наивной интерпретации этот результат [ср. со случаем ядерной физики и формулой (11.1)] означал бы, что масса партонов равна приблизительно 300 МэВ [ср. также с формулой (15.32) и с обсуждением в гл. 17, § 2 и гл. 18] и что виден настоящий квазиупругий пик. Мы вернемся еще к этим данным при обсуждении правил сумм (п. «Г»).

### Б. Сравнение электромагнитного взаимодействия с нейтронным взаимодействием

Если проводить эксперименты при тех энергиях, при которых отсутствует или пренебрежимо мало рождение очарованных частиц, то заряженный слабый ток взаимодействует с изоспином партонов и в пределе нулевого угла Кабиббо реакция вызывается переходами

$$\nu \begin{pmatrix} d \\ \bar{u} \end{pmatrix} \rightarrow \mu^- \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (11.20)$$

Поэтому

$$\frac{1}{x} F_2^{\nu P}(x) = 2[d(x) + \bar{u}(x)], \quad (11.21)$$

$$\frac{1}{x} F_2^{\nu N}(x) = 2[u(x) + d(x)]. \quad (11.22)$$

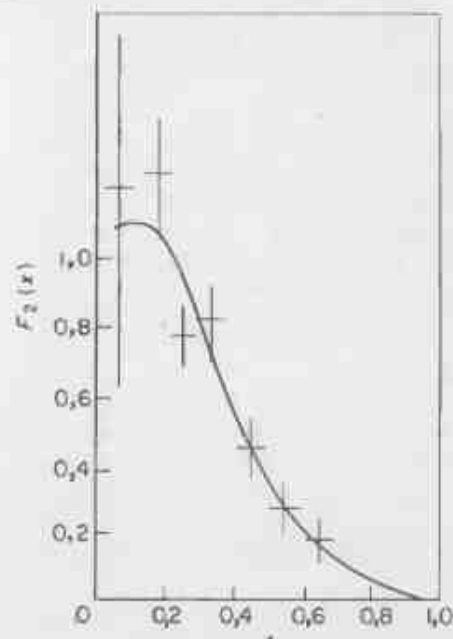


Рис. 7. Сравнение величины  $\frac{1}{2}(F_2^{eP} + F_2^{eN})$  с величиной  $(F_2^{\nu P} + F_2^{\nu N})$ .

Здесь мы воспользовались тем, что  $d^N = u^P = u$  и т. д. Множитель 2 возникает из-за присутствия взаимодействия как аксиального, так и векторного токов, причем в партонной модели слабый ток считается имеющим структуру  $V-A$ , как и для лептонов. Поэтому аксиальная константа по величине такая же, как и векторная.

Сравнивая (11.21) и (11.22) с (11.8) и (11.9), получаем

$$\left[ \frac{F_2^{eN} + F_2^{eP}}{F_2^{\nu N} + F_2^{\nu P}} \right](x) = \frac{\frac{5}{9}(u + \bar{u} + d + \bar{d}) + \frac{2}{9}(s + \bar{s})}{2(u + \bar{u} + d + \bar{d})} \geq \frac{5}{18} \quad (11.23)$$

(довольно загадочное число  $5/18$  есть, конечно, просто среднее квадратов зарядов  $u$ - и  $\bar{d}$ -кварков).

На рис. 7 показаны данные, полученные на пузырьковой камере Гаргамель в ЦЕРНе [209], для  $F_2^{\nu N + \nu P}(x)$  и данные для  $\frac{1}{2}(F_2^{eN} + F_2^{eP})$ , полученные в Стаифордском центре линейных ускорителей. Согласие между ними подтверждает квантовые числа кварков, а насыщение неравенства (11.23) при больших  $x$  указывает на то, что  $s(x)$ ,  $\bar{s}(x)$ ,  $\approx 0$  при  $x \geq 0,2$ . Это соответствует нашему представлению о том, что странные кварки находятся в море  $q\bar{q}$ -пар, которое в свою очередь сосредоточено на малых  $x$ .

Для кварков Хана—Нambu (гл. 8) среднее квадратов зарядов  $u$ -,  $d$ -кварков равно  $1/3$ , что значительно больше, чем позволяют экспериментальные данные (рис. 7). Но если рождаются только синглетные по цвету состояния, то переходы будут происходить из цветового синглета в цветовой синглет и всюду фигурируют заряды, усредненные по группе цветов  $\overline{SU}(3)$ , которые совпадают с зарядами Гелл-Мана и Цвейга [формула (8.14)]. Поэтому ниже порога рождения несинглетных по цвету состояний схема Хана—Нambu согласуется с экспериментальными данными.

### В. Импульс глюонов

Так как  $u(x)$ ,  $d(x)$ ,  $s(x)$  и т. д. есть распределения по  $x$  вероятностей найти различные сорта партонов, то  $xu(x)$ ,  $xd(x)$  и т. д. будут распределениями импульса мишени между различными сортами партонов. Поскольку  $F_2(x) \sim xf(x)$ , эта структурная функция служит прямой мерой распределения импульса по кваркам.

Ниже порога рождения очарованных частиц закон сохранения импульса дает

$$\int_0^1 dx x(u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}) = 1 - \varepsilon, \quad (11.24)$$

где  $\varepsilon$  — доля импульса, которая переносится электрически нейтральными партонами, т. е. глюонами.

Из формул (11.8), (11.9) и (11.21), (11.22) видно, что формулу (11.24) можно переписать в виде

$$\int_0^1 dx \left( \frac{9}{2} F_2^{eP+eN} - \frac{3}{4} F_2^{vP+vN} \right) = 1 - \varepsilon. \quad (11.25)$$

Подставляя в левую часть экспериментальные данные, находим, что  $\varepsilon \approx 1/3$ , т. е. приблизительно половина полного импульса переносится глюонами [210].

Вместо данных по электронам и нейтрино можно воспользоваться данными только по электронам. Определяя отношение импульсов, переносимых странскими и нестранскими кварками, как

$$\delta \equiv \frac{\int_0^1 dx x(s + \bar{s})}{\int_0^1 dx x(u + \bar{u} + d + \bar{d})}, \quad (11.26)$$

из (11.8), (11.9), (11.21) и (11.22) имеем

$$\int_0^1 dx x(u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}) = \frac{9(1+\delta)}{5+2\delta} \int_0^1 dx (F_2^{eP} + F_2^{eN}). \quad (11.27)$$

Если море  $SU(3)$  синглетно, то определение функций распределения кварков по экспериментальным данным указывает, что  $\delta \approx 0,06$ . Если  $\delta$  находится в интервале от 0 до 0,06, то для доли полного импульса, переносимого  $q$ - и  $\bar{q}$ -кварками, уравнение (11.27) вместе с экспериментальными данными дает величину  $(0,54 - 0,56) \pm 0,04$ . Таким образом, мы снова приходим к выводу, что почти половина импульса переносится нейтральными партонами (т. е. партонами, которые не принимают участия в электромагнитных и слабых взаимодействиях).

### Г. Правила сумм

Так как нуклон не обладает странностью, мы имеем

$$0 = \int_0^1 dx [s(x) - \bar{s}(x)]. \quad (11.28)$$

Зная заряды протона и нейтрона, находим

$$1 = \int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3}(u - \bar{u}) - \frac{1}{3}(d - \bar{d}) \right],$$

$$0 = \int_0^1 dx \left[ \frac{2}{3}(d - \bar{d}) - \frac{1}{3}(u - \bar{u}) \right],$$

и поэтому

$$2 = \int_0^1 dx [u(x) - \bar{u}(x)], \quad (11.29)$$

$$1 = \int_0^1 dx [d(x) - \bar{d}(x)]. \quad (11.30)$$

Это означает, что общий избыток  $s$ -,  $d$ -,  $u$ -кварков над  $\bar{s}$ -,  $\bar{d}$ -,  $\bar{u}$ -кварками в протоне равен 0, 1 и 2 соответственно.

Эти правила сумм для распределений кварков можно теперь скомбинировать с соотношениями (11.8), (11.9), (11.21) и (11.22) и получить правила сумм для мишени.

Интересно, что имеется возможность проверить, действительно ли экспериментальные данные согласуются с тем, что имеется общий избыток трех кварков над антикварками:

$$N(q) - N(\bar{q}) = \int_0^1 [(u+d+s) - (\bar{u} + \bar{d} + \bar{s})] dx. \quad (11.31)$$

Поскольку нуклон не обладает странностью, с помощью формулы (11.28) получаем

$$N(q) - N(\bar{q}) = \int_0^1 [(u+d) - (\bar{u} + \bar{d})] dx = \frac{1}{2} \int_0^1 dx (F_3^{qP+qN}). \quad (11.32)$$

Здесь  $F_3$  — структурная функция, описывающая интерференцию вкладов векторного и аксиального токов<sup>3)</sup>, которая встретится нам при изучении нейтрального взаимодействия в § 3. Экспериментальные данные показывают, что этот интеграл равен  $3,2 \pm 0,6$ , а это согласуется с общим избытком кварков над антикварками. Это есть правило сумм Гросса—Ллуэллина Смита [211].

Так как  $F_3^{qN} - F_3^{qP} = 2x(u - \bar{u} - d + \bar{d})$ , мы получаем правило сумм Адлера [212]

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} [F_3^{qN}(x) - F_3^{qP}(x)] = 2. \quad (11.33)$$

Интерес представляет также выражение

$$\frac{F_2^{qP}(x) - F_2^{qN}(x)}{x} = \frac{1}{3} (u + \bar{u} - d - \bar{d}). \quad (11.34)$$

Если наложить условие дуальности (т. е.  $u = u_c + u_s$ , см. формулу (11.11)), то правила сумм (11.29) и (11.30) примут вид

$$1 = \int_0^1 dx d_v(x), \quad (11.35)$$

$$2 = \int_0^1 dx u_c(x) \quad (11.36)$$

и из (11.34) получим

$$\frac{F_2^{qP}(x) - F_2^{qN}(x)}{x} = \frac{1}{3} [u_v(x) - d_v(x)]. \quad (11.37)$$

<sup>3)</sup> Иногда мы будем пользоваться специальным обозначением  $\mathcal{F}$ , чтобы отличать структурные функции слабого взаимодействия от их электромагнитных аналогов  $F$ .

Это дает

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} (F_2^{qP}(x) - F_2^{qN}(x)) = \frac{1}{3} = \sum_i [(e_i^q)^P - (e_i^q)^N]. \quad (11.38)$$

Экспериментальные данные согласуются с этим и дают [199] значение  $0,28 \pm ?$ . Знак вопроса стоит вместо вкладов больших  $\omega$  (малых  $x$ ). Если полагать, что при  $x \lesssim 0,1$   $F_2^{qP} - F_2^{qN} \sim x^{1/2}$  (аналогично реджевскому поведению), то экспериментальные данные подтверждают предсказываемую величину  $1/3$ .

### § 3. НЕЙТРИННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Вводя обозначения  $x = Q^2/2Mv$  и  $y = v/E$ , формулу (9.71) легко переписать в виде

$$\frac{d^2\sigma_V^q}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2 g^2}{t^2} [F_2(x)(1-y) + F_1(x)xy^2]. \quad (11.39)$$

Для процессов  $\nu(\bar{\nu})N \rightarrow \mu^+X$  имеется аналогичная формула [210]

$$\frac{d^2\sigma_V^q}{dx dy} = \frac{G_F^2}{2\pi} \left[ \mathcal{F}_2(x)(1-y) + \mathcal{F}_1(x)xy^2 \mp y \left(1 - \frac{y}{2}\right) x \mathcal{F}_3(x) \right], \quad (11.40)$$

и если  $2x\mathcal{F}_3(x) = \mathcal{F}_2(x)$  (на это указывает спин партона  $1/2$ ), то формула (11.40) принимает вид

$$\frac{d^2\sigma_V^q}{dx dy} = \frac{G_F^2}{2\pi} \mathcal{F}_2(x) \left[ \frac{1+(1-y)^2}{2} \mp \frac{1-(1-y)^2}{2} \frac{x\mathcal{F}_3(x)}{\mathcal{F}_2(x)} \right]. \quad (11.41)$$

По сравнению с электромагнитным случаем [формула (11.39)] здесь отсутствует множитель  $t^{-2}$  вследствие предполагаемой точечной природы взаимодействия нейтрино (отсутствия обмена фотонами). Здесь также новая структурная функция  $\mathcal{F}_3$  вследствие нарушения четности при слабых взаимодействиях. Ее роль станет ясной, когда мы рассмотрим кварк-партонную модель этого процесса (п. «Б»). Сначала мы обсудим приведенные выше формулы и кинематику нейтрино. При желании это можно опустить и приступить прямо к кинематике нейтрино.

#### А. Кинематика нейтрино

Мы попытаемся провести аналогично с электромагнитным случаем, рассмотренным в гл. 9, § 1, п. «В». Взаимодействие электрона происходит с обменом одним фотоном, и мы будем полагать, что слабое взаимодействие происходит с обменом  $W$ -бозоном массы

$m_W$ . Сечение рассеяния можно написать по аналогии с электромагнитным случаем [формула (9.27)]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{G^2}{(2\pi)^2} \left( \frac{m_W^2}{m_W^2 + Q^2} \right)^2 \frac{E'}{E} L_{\mu\nu}^{(\nu)} W^{\mu\nu}. \quad (11.42)$$

Лептонный тензор теперь имеет вид [ср. с формулой (9.7)]:

$$L_{\mu\nu} = k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - g_{\mu\nu} k \cdot k' \pm ie_{\mu\nu\lambda\sigma} k^\lambda k'^\sigma, \quad (11.43)$$

где верхний индекс соответствует (левовинтовому) нейтринно, а нижний — (правовинтовому) антинейтринно. В неполяризованном электронном пучке величины  $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$  сокращаются вследствие перемешивания право- и левовинтовых лептонов.

Для неполяризованного начального нуклона адронный тензор можно написать в виде [ср. с формулой (9.30)]:

$$W^{\mu\nu} = W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu - ie^{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha a_\beta \frac{W_3}{2M^2} + \\ + \frac{q^\mu q^\nu W_4}{M^2} + W_5 \left( \frac{p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu}{M^2} \right) + W_6 i \frac{(p^\mu q^\nu - p^\nu q^\mu)}{2M^2}. \quad (11.44)$$

Члены  $W_4$  и  $W_5$  в электромагнитном случае связаны в силу калибровочной инвариантности, а член  $W_6$  отсутствовал, так как он умножался на тензор, антисимметричный по  $\mu\nu$ . Здесь в принципе они дают вклад, но мы ими пренебрежем, так как их вклад в сечение пропорционален массе лептона, а тяжелых лептонов нет. В электромагнитном случае член  $W_3$  отсутствовал из-за того, что его вклад в сечение нарушал четность [это будет видно позже — формула (11.47)].

Взяв скалярное произведение  $L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$ , получим

$$2EE' \left\{ 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2 \mp W_3 \frac{(E+E')}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \quad (11.45)$$

[ср. с формулой (9.35) в случае электрона], где верхний (нижний) знак соответствует взаимодействию  $\nu$  ( $\bar{\nu}$ ). Таким образом,

$$\frac{d^2\sigma^{(\nu, \bar{\nu})}}{d\Omega dE'} = \frac{G^2 E'^2}{2\pi^2} \left( \frac{m_W^2}{m_W^2 + Q^2} \right)^2 \times \quad (11.46)$$

$$\times \left\{ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \mp W_3 \frac{(E+E')}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}. \quad (11.46)$$

Здесь мы перейдем к пределу при  $m_W \rightarrow \infty$ , в результате чего выпадает член в первых скобках. Из (11.40) можно сразу найти  $x, y$ . Члены с  $x, y$ , которые умножаются на  $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ , получаются сразу по аналогии с электромагнитным случаем [формула (11.39)]. Единственным новым членом является  $W_3$ . Чтобы придать этому нужную форму, заметим сначала, что

$$E + E' \equiv 2E(1 - y/2).$$

Для сравнения с членом  $W_1$ , который входит как множитель при  $\sin^2 \theta/2$ , умножим и поделим это выражение на  $\nu$ . Это даст  $\nu W_3$  [что равно  $\mathcal{F}_3(x)$ ] и  $E/\nu \equiv 1/y$ , что приводит к множителю  $xy(1 - y/2)$  при  $\mathcal{F}_2(x)$  вместо множителя  $xy^2$  при  $\mathcal{F}_1(x)$ .

Сходство и различие с электромагнитным случаем [формула (9.35)] очевидны. Далее по аналогии с электромагнитным случаем определим «сечение поглощения  $W$ -бозонов» для право-, левовинтовых и скалярных  $W$ -бозонов как  $\sigma_R, \sigma_L, \sigma_S$ . Соотношения между этими сечениями и структурными функциями находятся так же, как и в электромагнитном случае. Имеем

$$W_1 = \frac{K}{\pi G V^2} (\sigma_R + \sigma_L), \\ W_2 = \frac{K}{\pi G V^2} \frac{Q^2}{Q^2 + v^2} (\sigma_R + \sigma_L + 2\sigma_S), \quad (11.47) \\ W_3 = \frac{K}{\pi G V^2} \frac{2M}{V(v^2 + Q^2)} (\sigma_R - \sigma_L).$$

Для электромагнитного взаимодействия в силу закона сохранения четности мы имеем  $\sigma_R = \sigma_L$ , и поэтому  $W_3^{em} = 0$ , а  $\sigma_T = 1/2(\sigma_R + \sigma_L)$ . Другое важное отличие от электромагнитного случая состоит в том, что функции  $W_1$  и  $W_2$  содержат как вектор-векторную ( $VV$ ), так и аксиально-аксиальную ( $AA$ ) части в отличие от функций  $W_1, W_2$ , которые есть чистые  $VV$ . Смешанная вектор-аксиальная часть дается членом  $W_3$ , знак которого в формуле (11.46) меняется при замене пучка нейтринно ( $V - A$ ) на пучок антинейтринно ( $V + A$ ).

## Б. Партоновая модель и взаимодействие нейтринно

В электромагнитном случае экспериментальные данные можно было объяснить, постулировав, что электромагнитный ток (фотон) взаимодействует с партонами, электромагнитный ток которых равен  $i\gamma_\mu u$ , т. е. аналогичен электромагнитному току мюонов, и поэтому взаимодействие было «точечным». Для слабых взаимодействий использовалось одно новое предположение о том, что слабый ток партонов имеет обычную форму тока нейтринно  $i\gamma_\mu(1 - \gamma_5)u$ , т. е.  $V - A$ , а для антипартонов  $V + A$ . Поэтому при ближайшем рассмотрении почти очевидно, что в этой модели  $W_1$  и  $W_2$  будут масштабно-инвариантными (ср. со случаем электрона) и что  $|W_{1,2}^{VV}| = |W_{1,2}^{AA}|$ . В виде упражнения читателю следует вычислить это, используя в качестве руководства пример с электроном (см. также [204]). В процессе вычислений вы обнаружите, что

масштабное поведение таково:  $\mathcal{F}_1(v, Q^2) \rightarrow \mathcal{F}_1(\omega)$ ,  $v\mathcal{F}_2(v, Q^2) \rightarrow \mathcal{F}_2(\omega)$ ,  $v\mathcal{F}_3(v, Q^2) \rightarrow \mathcal{F}_3(\omega)$  и что  $\mathcal{F}_3$  максимально и отрицательно (т. е. предсказывается, что все рассеяние происходит на левовинтовых модах [ср. с формулой (11.47)]). Это следствие того, что ток партонов имеет вид  $i\gamma_\mu(1 - \gamma_5)$  и. Для антипартонов с током  $i\gamma_\mu(1 + \gamma_5)$  и рассеяние шло бы на правовинтовых частицах. Это дает возможный способ проверки относительного веса партонов и

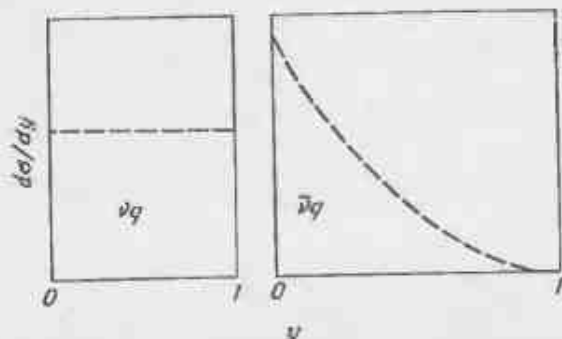


Рис. 8. Изотропное распределение и распределение вида  $(1 - y)^2$   $\mu$ -мезонов, возникающих в результате взаимодействия нейтрино и антинейтрино с  $q$ -кварком.

антипартонов по экспериментальным данным. Другими словами, нарушение четности максимально, если дают вклад только партоны или только антипартоны, если же партоны и антипартоны одинаково существенны, то нарушение четности будет минимальным.

1. *Распределение по величине  $y$ .* Зависимость сечения рассеяния (11.41) от  $x$  и  $y$ , а именно

$$\frac{d^2\sigma_V^N}{dx dy} = \frac{G^2 s}{2\pi} \mathcal{F}_2(x) \left[ \frac{1 + (1 - y)^2}{2} \mp \frac{1 - (1 - y)^2}{2} \frac{x\mathcal{F}_3(x)}{\mathcal{F}_2(x)} \right] \quad (11.47)$$

представляет собой физический интерес при обсуждении кварк-партоновой модели этого процесса.

В кварк-партоновой модели основным взаимодействием является слабое взаимодействие лептонов со слабым током кварков. Если последний есть  $V - A$  (как в случае  $\nu - \mu^-$ ), то зависимость сечения рассеяния нейтрино — кварк от  $y$  будет следующей (рис. 8):

$$\frac{d\sigma}{dy} [\nu\bar{q}; \bar{\nu}q] \sim (1 - y)^2, \quad (11.48)$$

$$\frac{d\sigma}{dy} [\nu q; \bar{\nu}\bar{q}] \sim 1 \quad (\text{изотропно}). \quad (11.49)$$

Это можно вывести из вида лептонного тензора (11.43) (который в партоновой модели равен  $W_{\mu\nu}$ ). Прделайте это в виде упражнения.

Данный результат можно объяснить следующим образом (рис. 9). Взаимодействие в точке является  $S$ -волновым. Поэтому вся информация об угловой зависимости взаимодействия  $\nu q$  содержится в спиновой структуре. Для взаимодействия  $\nu q$  в си-

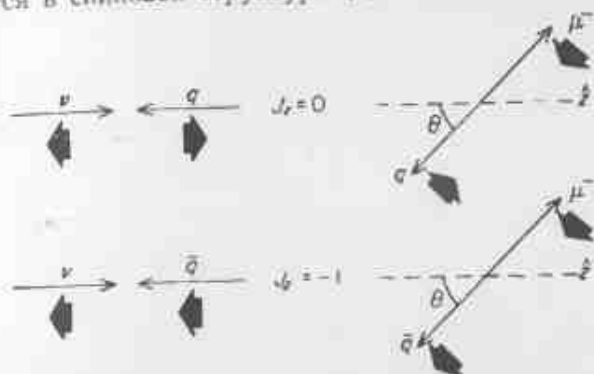


Рис. 9. Спиральная структура взаимодействия нейтрино с кварком и антикварком.

стеме центра масс  $J_z = 0$ , так как обе частицы имеют спиральность  $-1/2$  (если  $m_q = 0$ ). Поэтому точечное взаимодействие не несет информации о направлении, и в результате получается изотропное распределение. Но для  $\nu\bar{q}$ -взаимодействия  $J_z = -1$ , так как  $\bar{q}$  имеет спиральность  $+1/2$ . Возникающие  $q$  являются правовинтовыми, а  $\mu^-$  — левовинтовыми, и поэтому вдоль оси  $z'$  (направленной под углом  $\theta$  к оси  $z$ ) мы имеем  $J_{z'} = -1$ . Такая картина угловых моментов приводит к распределению  $a|d_{11}^1(\theta)|^2$ . Так как  $y = v/E$ , мы имеем  $y - 1 = -2ME'/2ME \equiv u/s$  и  $d_{11}^1(\theta) \equiv (1 - \cos \theta)/2 = 1 - y$ . Это приводит к распределению  $(1 - y)^2$ , в котором рассеяние на  $180^\circ$  явно подавлено в отличие от изотропного поведения в случае  $\nu q$ -рассеяния.

В случае изоскалярной мишени, обозначив через  $q(x)$  и  $\bar{q}(x)$  вероятности найти кварки и антикварки при данном  $x$ , имеем

$$\frac{d^2\sigma^N}{dx dy} \sim [q(x) + (1 - y)^2 \bar{q}(x)], \quad (11.50)$$

$$\frac{d^2\sigma^N}{dx dy} \sim [\bar{q}(x) + (1 - y)^2 q(x)]. \quad (11.51)$$

Здесь мы воспользовались формулами (11.48) и (11.49). Сравнивая с (11.41), получаем

$$B \equiv \frac{x\mathcal{F}_3(x)}{\mathcal{F}_2(x)} = \frac{q(x) - \bar{q}(x)}{q(x) + \bar{q}(x)}. \quad (11.52)$$

Поэтому, зная зависимость этого отношения структурных функций от  $x$  (или, правильнее, зная распределения элементарных токов  $V \pm A$ ), можно сравнивать распределения кварков и антикварков по  $x$ . Формула (11.52) также помогает понять, почему в случае слабого взаимодействия возникает дополнительная структурная функция  $\mathcal{F}_3$ . Нарушение четности приводит к тому, что для слабых взаимодействий лево- и правовинтовые константы связи оказы-

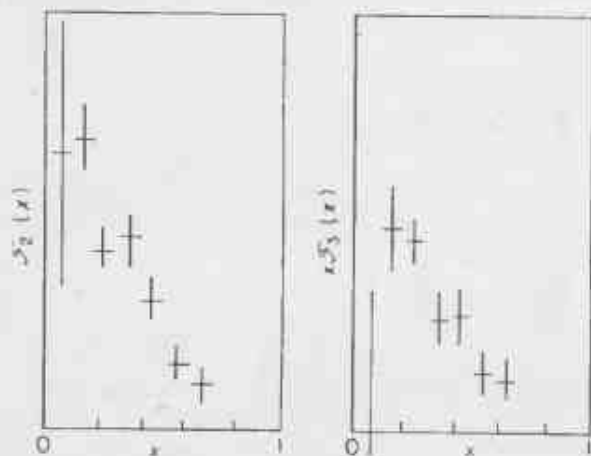


Рис. 10. Зависимость  $\mathcal{F}_2$  и  $\mathcal{F}_3$  от  $x$ .

ваются независимыми (отсюда  $\mathcal{F}_2$ ), а значит, возникает различие во взаимодействиях  $q$ - и  $\bar{q}$ -кварков.

Экспериментальные данные по  $\mathcal{F}_2$  и  $x\mathcal{F}_3$ , полученные на «Гаргамели» [209] ( $Q^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$ ,  $W^2 \geq 4 \text{ ГэВ}^2$ ), показаны на рис. 10. Нетрудно видеть, что при  $x \geq 0,4$  мы имеем  $\mathcal{F}_2(x) \approx x\mathcal{F}_3(x)$  и из формулы (11.52) следует, что

$$\frac{q(x)/q(x) - \frac{x-0,4}{x} \rightarrow 0, \quad (11.53)$$

Тогда как при  $x \rightarrow 0$  мы имеем  $x\mathcal{F}_3(x) \rightarrow 0$ , а поэтому

$$\frac{q(x)/q(x) - \frac{x \rightarrow 0}{x} \rightarrow 1. \quad (11.54)$$

Это согласуется с нашим первоначальным предположением по аналогии с электромагнитным случаем, что при  $x \geq 0,4$  доминируют валентные кварки, а все антикварки находятся в море с  $x \sim 0$  [формула (11.18) и далее].

Можно продвинуться дальше, изучая распределение по  $y$  для различных диапазонов  $x$ . Все данные при  $E_\nu \leq 30 \text{ ГэВ}$ , полученные на Гаргамели (ЦЕРН) и в лаборатории им. Ферми, согласуются с распределением  $(1-y)^2$  для  $\bar{\nu}$  и изотропией во взаимодействиях  $\nu$  при больших  $x$  [209].

Наилучшее описание измеренных на «Гаргамели» (ЦЕРН) распределений по  $y$  дает [209]

$$B = \frac{\langle x\mathcal{F}_3 \rangle}{\langle \mathcal{F}_2 \rangle} \sim 0,80. \quad (11.55)$$

Следовательно,

$$\int dx x [q(x) - \bar{q}(x)] = 0,8 \int dx x [q(x) + \bar{q}(x)], \quad (11.56)$$

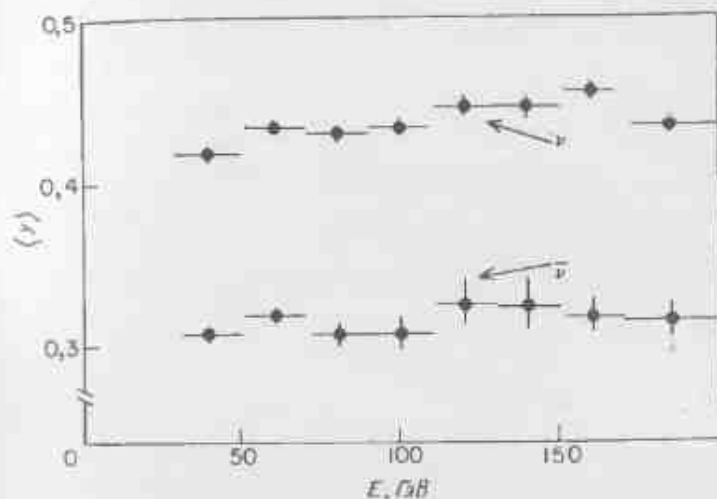


Рис. 11. Экспериментальная зависимость величины  $\langle y \rangle$  для нейтрино и антинейтрино от энергии.

или

$$\int dx x q(x) \approx 9 \int dx x \bar{q}(x).$$

Это означает, что антикварки переносят только  $\sim 5\%$  импульса мишени (45% приходится на кварки и 50% — на глюоны, § 2, п. В).

В то же время часто приводятся данные для  $\langle y \rangle$  (рис. 11). Если в глубоко-неупругих процессах доминируют кварки, то

$$\langle y \rangle_\nu = \langle y \rangle_{\nu e} = \frac{1}{2}, \quad \langle y \rangle_{\bar{\nu}} = \langle y \rangle_{\bar{\nu} e} = \frac{1}{4}. \quad (11.57)$$

Экспериментальные данные с этим согласуются.

2. Полное сечение рассеяния. Выше мы предполагали, что масштабное поведение сечения рассеяния нейтрино (антинейтрино) аналогично электромагнитному случаю. В действительности это следует проверить. Если проинтегрировать (11.40) по  $dx$  и  $dy$ , то,

предполагая наличие скейлинга [т. е.  $\mathcal{F}_2(x, Q^2) \rightarrow \mathcal{F}_2(x)$ ], для полного сечения получим выражение

$$\sigma_V^v(s) = \frac{G^2 s}{2\pi} \int dx \mathcal{F}_2^{vq}(x) \left[ \frac{2}{3} \mp \frac{x \mathcal{F}_3(x)}{\mathcal{F}_2(x)} \right], \quad (11.58)$$

что дает линейный рост с энергией ( $s = 2ME$ ). Это согласуется с данными, полученными на «Гаргамели» [209]. Кроме того, из (11.58) и (11.52) имеем

$$\frac{\sigma^v}{\sigma^{\bar{v}}} = \frac{\int dx F_2^v(x) \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \bar{q}(x) [q(x) + \bar{q}(x)] \right)}{\int dx F_2^{\bar{v}}(x) \left( 1 - \frac{2}{3} \bar{q}(x) [q(x) + \bar{q}(x)] \right)} \quad (11.59)$$

(здесь и далее вместо  $\mathcal{F}$  пишем  $F$ ), и поэтому для мишеней с равными числами протонов и нейтронов, для которых  $F_2^v \equiv F_2^{\bar{v}}$ , это отношение лежит в пределах от  $1/3$  до 3. Полученные на «Гаргамели» данные по всем  $Q^2$  и  $W$  дают для этого отношения значение  $\sim 0,37$ , что снова согласуется с преобладанием кварков (или, точнее, токов левовинтовых партонов) над антикварками.

Если учитывать только данные при  $Q^2 > 1 \text{ ГэВ}^2$  и  $W^2 > 4 \text{ ГэВ}^2$ , то описание распределений по  $x$  и  $y$  дает  $B \approx 0,80$  [формула (11.55)], и поэтому

$$\frac{\sigma^v}{\sigma^{\bar{v}}} = \frac{\int dx x \left[ \frac{1}{3} q(x) + \bar{q}(x) \right]}{\int dx x \left[ q(x) + \frac{1}{3} \bar{q}(x) \right]} \approx 0,43, \quad (11.60)$$

что немного выше, чем при учете всех  $Q^2$ . Эти данные для  $E$  до 200 ГэВ показаны на рис. 12.

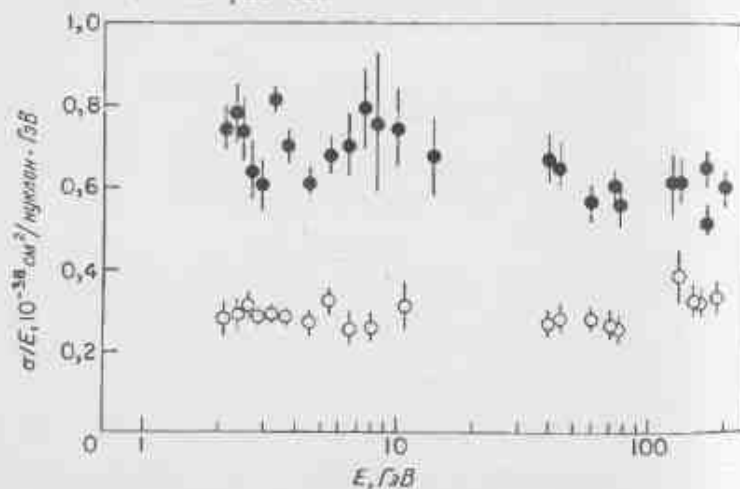


Рис. 12. Зависимость  $\sigma^v/E$  и  $\sigma^{\bar{v}}/E$  от энергии  $E$  при  $E \lesssim 200 \text{ ГэВ}$ .

3. Сравнение изоскалярной и водородной мишеней. Выше мы говорили об изоскалярных мишенях, так как в ранних экспериментах использовались мишени из тяжелых ядер с почти равным числом нейтронов и протонов. Недавно были проведены эксперименты на водороде (т. е. мишенями были протоны). Перепишем относящиеся к этому случаю формулы (11.21) и (11.22):

$$F_2^{vP} \equiv F_2^{vN} = 2x [d(x) + u(x)], \quad (11.21')$$

$$F_2^{\bar{v}P} \equiv F_2^{\bar{v}N} = 2x [u(x) + d(x)] \quad (11.22')$$

(так как  $v$  и  $\bar{v}$  различаются только величиной  $F_3$ )<sup>4)</sup>. Тогда из (11.41) при  $y = 0$  получаем

$$\frac{d\sigma}{dx} \Big|_{y=0}^{v(v)} = \frac{G^2}{2\pi} s F_2^{v(v)}(x), \quad (11.61)$$

так что

$$\sigma^{v(v)} \Big|_{y=0} = \frac{G^2}{2\pi} s \int_0^1 F_2^{v(v)}(x) dx. \quad (11.62)$$

Таким образом, для мишеней с равным числом протонов и нейтронов из (11.21), (11.22) и (11.62) следует, что

$$\frac{\sigma^{vP+\bar{v}N}}{\sigma^{vP+\bar{v}N}} \Big|_{y=0} = \frac{\int_0^1 dx F_2^{vP+\bar{v}N}(x)}{\int_0^1 dx F_2^{vP+\bar{v}N}(x)} = 1. \quad (11.63)$$

Этим можно воспользоваться экспериментально для относительной нормировки сечений рассеяния  $v$  и  $\bar{v}$ .

Для мишеней с разными числами протонов и нейтронов такое соотношение получить нельзя. Например,

$$\frac{\sigma^{vP}}{\sigma^{\bar{v}P}} \Big|_{y=0} = \frac{\int_0^1 dx [u(x) + d(x)] x}{\int_0^1 dx [d(x) + u(x)] x}. \quad (11.64)$$

Из величины  $d\sigma/dx|_{y=0}$  можно сразу получить информацию о распределении сортов, не выделяя  $F_2(x)$ . В частности, при  $x \gtrsim 0,2$ , где антикварками можно пренебречь, имеем

$$\frac{d\sigma}{dx} \Big|_{y=0}^{vP} / \frac{d\sigma}{dx} \Big|_{y=0}^{\bar{v}P} = u(x) d(x). \quad (11.65)$$

<sup>4)</sup> Мы по-прежнему не поднимаемся выше порога рождения очарованных частиц и пренебрегаем углом Кабиббо.

Данные о сечении рождения электронов показывают, что  $u$ -кварки доминируют при  $x \rightarrow 1$  (на рис. 3  $F_2^N/F_2^P \rightarrow 2/3$ , ср. это с формулами (11.8) и (11.9)). Это означает, что отношение

$$\frac{d\sigma}{dx} \Big|_{\nu P} / \frac{d\sigma}{dx} \Big|_{\bar{\nu} P}$$

при больших  $x$  должно стремиться к нулю. Экспериментальные данные действительно показывают, что это отношение убывает с увеличением  $x$  в соответствии с величиной  $u(x)/d(x)$ , которую можно получить из данных по рождению электронов.

#### § 4. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАРКОВ

Сравнение данных для электромагнитного случая и для случая нейтрино указывает на то, что при  $x \geq 0,2$  антикварки и странные кварки играют пренебрежимо малую роль. В этой области можно обратить формулы (11.8) и (11.9) и сразу же получить функции распределения  $u$ - и  $d$ -кварков:

$$\begin{aligned} u(x) &\approx \frac{1}{x} \frac{9}{15} [4F_2^{eP}(x) - F_2^{eN}(x)], \\ d(x) &\approx \frac{1}{x} \frac{9}{15} [4F_2^{eN}(x) - F_2^{eP}(x)]. \end{aligned} \quad (11.66)$$

Если предположить, что континуум  $q\bar{q}$ -пар есть  $SU(3)$ -синглет, то, вводя функцию  $K(x)$  [формула (11.14)], вместо (11.66) получим

$$F_2^{eK+eP}(x) = \frac{x}{9} [5(u_v + d_v)(x) + 24K(x)]. \quad (11.67)$$

$$F_2^{eP}(x) - F_2^{eN}(x) = \frac{x}{3} (u_v - d_v)(x). \quad (11.68)$$

Из (11.52) и из (11.21) и (11.22) следует, что

$$\frac{F_2^{eP+\nu N}(x)}{xF_2^{eP+\nu N}(x)} = 1 + \frac{4K(x)}{u_v(x) + d_v(x)}, \quad (11.69)$$

а из рис. 10 видно, что при  $x \geq 0,1$  функция  $K(x)$  пренебрежимо мала, а в пределе при  $x \rightarrow 0$  она доминирует над  $u_v$  и  $d_v$ . Находим также, что [формула (11.23)]

$$\frac{F_2^{eP+eN}(x)}{F_2^{eP+\nu N}(x)} = \frac{5}{18} + \frac{1}{18} \left[ \frac{4K(x)}{(u_v + d_v)(x) + 4K(x)} \right]. \quad (11.70)$$

Данное выражение, очевидно, не очень чувствительный индикатор того, насколько существенно море, так как в отсутствие моря это отношение равно  $5/18$  и возрастает только до  $6/18$ , когда вклад моря доминирует. Хороший способ определения вклада моря дают структурные функции слабого взаимодействия в формуле (11.69), так как изучается киральная  $V \pm A$ -структура распределений  $\bar{q}$ - и  $q$ -кварков. Хорошая точность электромагнитных экспериментов означает, что формулы (11.67) и (11.68) дают, по-видимому, наиболее прямой способ выделения функций распределения кварков. Кроме того, имеется полезное соотношение

$$\frac{F_2^{eN}(x)}{F_2^{eP}(x)} = \frac{(u_v + 4d_v)(x) + 12K(x)}{(4u_v + d_v)(x) + 12K(x)} \quad (11.71)$$

(в принципе данные по нейтрино в формуле (11.65) дают наиболее прямую проверку отношения  $u/d_v(x)$ ).

На рис. 13 представлены (без указания ошибок) функции распределения партонов, найденные Баргером и Филлипсом [214]. Качественно форма распределения понятна: морем при  $x \geq 0,3$  можно пренебречь [формулы (11.69) и (11.10)],  $u$ -кварк значительно доминирует при больших  $x$  [формула (11.71) и рис. 3], и разность  $u - d$ , которая дается прямо формулой (11.68), положительна при всех  $x > 0,11$  (рис. 5).

Открытие очарованных состояний открыло новые пути изучения моря (§ 6).

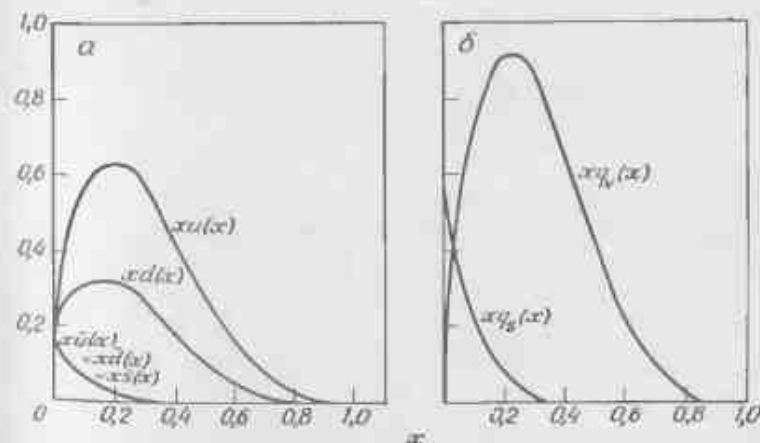


Рис. 13. Зависимости функций распределения партонов от  $x$ .  $a$  — суммарная плотность  $u$ - и  $d$ -кварков в протоне и плотность  $\bar{u}$ ,  $\bar{d}$  и  $s$ -кварков из моря;  $b$  — плотность валентных кварков  $q_v(x)$  и кварков моря  $q_s(x)$ . Предполагается, что море  $SU(N)$ -синглетно.



### А. Правила кваркового счета и распределения партонов по $x$

Если  $vW_2(x) \rightarrow \text{const}$  при  $x \rightarrow 0$ , то функция распределения партона  $f(x)$  пропорциональна  $x^{-1}$ , что соответствует режжевскому поведению комптоновской амплитуды (10.53) с  $\alpha = 1$  для траектории померона. Недифракционные вклады в структурные функции (например,  $vW_2^{\text{DP}} - vW_2^{\text{DN}}$ ) определяются режжевскими обменами ( $f, A_2$ -траектории) с  $\alpha \approx 1/2$ , и поэтому  $f^{\text{NB}}(x) \sim x^{-1/2}$ . Если связывать валентные кварки с недифракционной, а  $q\bar{q}$ -море с дифракционной (померонной) компонентами, то при  $x \rightarrow 0$  имеем

$$q_{\text{море}}(x) \sim x^{-1}; \quad q_{\text{валентный}}(x) \sim x^{-1/2}. \quad (11.72)$$

Зависимость  $q(x)$  от  $x$  при  $x \rightarrow 1$  также интересна. Из соотношения Дрелла—Яна—Веста (10.42) видно, что поведение упругого форм-фактора при  $q^2 \rightarrow \infty$  связано с поведением функции  $vW_2$  при  $x \rightarrow 1$ . Для протона можно предвидеть, что  $vW_2(x \rightarrow 1) \sim (1-x)^2$  [формула (10.36) и далее]. Поэтому в протоне при  $x \rightarrow 1$

$$q(x) \sim \frac{vW_2(x)}{x} \sim (1-x)^2. \quad (11.73)$$

Это не обязательно означает, что кварки всех сортов ведут себя таким образом; просто доминирует поведение  $(1-x)^2$ . Действительно, если

$$\frac{F_2^{\text{DN}}}{F_2^{\text{DP}}}(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1} \frac{1}{4},$$

то в этом пределе возможно что [173]

$$u(x) \sim (1-x)^2; \quad d(x) \sim (1-x)^4. \quad (11.74)$$

Поведение  $(1-x)^2$  является вполне естественным при  $x \rightarrow 1$ , если протон рассматривать как три валентных кварка. Такой вывод следует из правил кваркового счета для зависимости от энергии рассеяния составных систем на большие углы [215, 216]. Мы рассмотрим этот вопрос подробнее в гл. 14, § 3, п. «Г». Идея состоит в том, что инвариантное сечение процесса  $AB \rightarrow CX$  представляется при больших  $p_t$  в виде суммы сечений subprocessов  $ab \rightarrow cd$  с весом, равным вероятности того, что системы  $A, B$  фрагментируют на партоны  $a, b$ , и вероятности для  $c$  произвести систему  $C$ . Вероятности фрагментации масштабно-инвариантны, и поэтому масштабное поведение  $Ed\sigma/d^3p(AB \rightarrow CX)$  тесно связано с масштабным поведением элементарных процессов  $ab \rightarrow cd$  (см. также гл. 14, § 1). Тогда сечение электрон-протонного упругого

рассеяния равно сумме сечений электрон-кваркового рассеяния, и чем больше число кварков в протоне, тем меньше вероятность упругого рассеяния (так как упругое рассеяние происходит тогда, когда при сильном соударении все партоны меняют направление движения, так что система не разваливается). Правила кваркового счета дают

$$F(t) \sim t^{1-n} \quad (11.75)$$

[Этот результат выводится и в формуле (14.28)]. Поэтому при  $n = 3$  получаем  $F(t) \sim t^{-2}$  и с помощью соотношения (10.42) для  $q$  находим  $(1-x)^2$ .

В работе [217] показано, что для инклюзивных реакций правила кваркового счета можно сформулировать следующим образом. Элементарные поля, принимающие участие в элементарных subprocessах, будут называться «активными», а остальные — «пассивными». Тогда при фиксированном  $\epsilon = m\lambda/s$  имеем

$$\frac{Ed\sigma}{d^3p}(AB \rightarrow CX)_{s, t, u \rightarrow \infty} \sim p_T^{-2N} f(\theta_{\text{CM}}, \epsilon) \sim p_T^{-2N} \epsilon^F f(\theta_{\text{CM}}, \epsilon). \quad (11.76)$$

Здесь

$$N \equiv n_{\text{активных}} - 2, \quad (11.77)$$

$$F \equiv 2n_{\text{пассивных}} - 1. \quad (11.78)$$

Физически подавление при больших  $N$  является таким же, как описано выше, тогда как степень «запрещенности»  $F$  возрастает с увеличением  $n_{\text{пассивных}}$ , так как эти пассивные поля (спектаторы) исчерпывают имеющийся фазовый объем.

Для реакции  $ep \rightarrow eX$  находим  $n_{\text{активных}} = 4$ , а для  $e\bar{q} \rightarrow e\bar{q}$  число пассивных адронных компонент  $n_{\text{пассивных}} = 2$ , что при  $x \rightarrow 1$  дает  $vW_2(x) \sim (1-x)^2$ .

На основании этого соотношения можно считать, что процессом  $e\bar{q} \rightarrow e\bar{q}$  определяется зависимость  $\bar{q}(x)$  от  $x$  при  $x \rightarrow 1$ . Здесь  $n_{\text{пассивных}} = 4$  (так как  $qqqq$  есть минимальная конфигурация), а потому  $vW_2(x)_q \sim (1-x)^2$ . Поэтому можно предположить [173, 218], что при  $x \rightarrow 1$

$$q_{\text{валентный}}(x) \sim (1-x)^2; \quad q_{\text{море}}(x) \sim (1-x)^2. \quad (11.79)$$

Однако в принципе в качестве основного subprocessа можно рассматривать процесс  $e\bar{q} \rightarrow e\bar{q}(e + \bar{q}qqq \rightarrow e + qqq)$ , где  $\bar{q}q$ -пара аннигилирует на глюон, который поглощается валентным кварком, рис. 14). Это приведет к выражению  $q_{\text{море}}(x) \sim vW_2(x)_q \sim (1-x)^2$ .

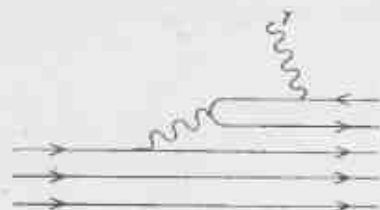


Рис. 14. Вклад моря, пропорциональный  $(1-x)^0$ , возникающий из-за переходов  $qqq\bar{q} \leftrightarrow q\bar{q}q$ .

Вывод правил кваркового счета дан в упомянутых выше работах и в гл. 14, § 3, п. 4. Подробный анализ связанной с ними феноменологии можно найти в работе [182].

### § 5. МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ ПРИ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ АННИГИЛЯЦИИ

Здесь нас сначала будет интересовать аннигиляция электрона и позитрона на один фотон. Для этого процесса имеем

$$s = (p_{e^-} + p_{e^+})^2 = 4E_{\text{cm}}^2 \equiv Q^2, \quad (11.80)$$

где  $Q^2$  есть квадрат массы возникающего при аннигиляции фотона.

Поскольку для фотона  $J^{PC} = 1^{-}$ , электрон-позитронная аннигиляция является удобным «инструментом» для изучения спектроскопии векторных мезонов ( $J^{PC} = 1^{-}$ ). При малых  $s$  видны три векторных мезона ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$ ), в чем уже есть намек на существование трех сортов легких кварков, так как три векторных мезона отражают три степени свободы:

$$\left. \begin{array}{l} \rho \\ \omega \end{array} \right\} (u\bar{u} \mp d\bar{d}), \\ \psi (s\bar{s}).$$

Поэтому обнаружение четвертого векторного мезона ( $\psi$ ) при  $E = 3.1$  ГэВ (в системе центра масс) указывает на наличие четвертого кварка:

$$\psi (c\bar{c})$$

(Векторный мезон при  $E = 3.7$  ГэВ более естественно интерпретировать как радиальное возбуждение  $c\bar{c}$ -системы, чем как  $cc$ -систему, образованное из пятого кварка; см. гл. 16.)

На существование четырех сортов кварков указывает не только наличие этих четырех векторных мезонов. Их лептонные ширины

связаны с квадратами зарядов кварков, содержащихся в этих мезонах. Экспериментально

$$\Gamma^{e^+e^-}(\rho + \omega : \varphi : \psi) \approx 10 : 2 : 8 \sim (e^2) (u + d : s : c)$$

(хотя почему именно ширина  $\Gamma^{e^+e^-}$ , а не, скажем,  $m\Gamma^{e^+e^-}$  должна быть связана с  $e^2$ , неизвестно).

Кроме изучения свойств векторных мезонов  $e^+e^-$ -аннигиляция в адроны через один фотон является удобным «инструментом» для изучения адронного континуума с  $J^{PC} = 1^{-}$ . Здесь возникают три вопроса: а) как зависит сечение  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$  от  $Q^2$ ? б) насколько велико сечение этого процесса? в) из чего оно складывается?

Здесь мы остановимся на вопросах «а» и «б», а вопрос «в» рассмотрим позже.

Прежде чем браться за вопросы «а» и «б», рассмотрим сначала простой пример, который прекрасно иллюстрирует связь между скейлингом и точно-подобным взаимодействием.

#### А. $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

В КЭД сечение этого процесса можно вычислить точно, считая, что происходит однофотонная аннигиляция. Получаем

$$\sigma_{\text{КЭД}}^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(Q^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^4} \left(1 - \frac{4m^2}{Q^2}\right)^{1/2} (2m^2 + Q^2), \quad (11.81)$$

где  $m$  — масса мюона, и имеется пороговое поведение  $(1 - 4m^2/Q^2)^{1/2}$ , соответствующее рождению  $\mu^+\mu^-$  в  $S$ -состоянии (из состояния  $J^{PC} = 1^{-}$  может возникать фермион — антифермион в  $S$ -состоянии из-за того, что фермион и антифермион имеют противоположную внутреннюю четность).

Если  $Q^2 \gg m^2$ , то

$$\sigma_{\text{КЭД}}^{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}(Q^2) \approx \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^4} \quad (11.82)$$

Формула (14.9)!. Заметим, что это выражение не содержит никакого масштаба длин и масс, связанных с мюоном. Величина  $Q^2$  безразмерна и не зависит от  $Q^2$  (т. е. имеется скейлинг).

Действительно ли все сечения проявляют скейлинг? Рассмотрим сходный процесс рождения пары протон—антипротон, легко увидеть, что это не так.

#### Б. $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$

Сечение этого процесса очень похоже на сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  и имеет вид

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow p\bar{p}}(Q^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^4} \left(1 - \frac{4M^2}{Q^2}\right)^{1/2} [2M^2 G_E^2(Q^2) + Q^2 G_M^2(Q^2)], \quad (11.83)$$

где теперь  $M$  — масса протона, а  $G_E$  и  $G_M$  — электрический и магнитный форм-факторы протона. При  $G_E = G_M = 1$  это выражение выглядит так же, как и для процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ .

При  $Q^2 \gg M^2$  (предполагая, что различие зависимостей  $G_E$  и  $G_M$  от  $Q^2$  не очень велико) получаем

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow p\bar{p}}(Q^2) \approx \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2} G_M^2(Q^2) \approx \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2} \left(1 + \frac{Q^2}{M^2}\right)^{-4} G_M^2(0). \quad (11.84)$$

Это отличается от предыдущего случая ( $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ) наличием форм-фактора, в который в явном виде входит «размер» (масса) протона. Безразмерная величина  $Q^2\sigma(Q^2)$  теперь явно зависит от масштаба — массы или размера протона и поэтому не является масштабно-инвариантной. При возрастании  $Q^2$  величина  $Q^2\sigma^{e^+e^- \rightarrow p\bar{p}}$  убывает.

Аналогично в сечении процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  имеется явная зависимость от форм-фактора пиона:

$$F_\pi(Q^2) \approx \left(1 + \frac{Q^2}{m_\rho^2}\right)^{-1}, \quad (11.85)$$

$$\sigma^{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}(Q^2) = \frac{\pi\alpha^2}{3Q^2} |F_\pi(Q^2)|^2,$$

и поэтому величина  $\sigma Q^2$  ( $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ ) убывает до нуля при увеличении  $Q^2$ .

По-видимому любой (квази) двухчастичный канал ведет себя аналогичным образом, т.е.  $\sigma Q^2$  убывает с увеличением  $Q^2$  вследствие конечных размеров когерентно-рождаемых частиц. Если это так, то как себя ведет  $\sigma Q^2$  для процесса  $e^+e^- \rightarrow$  «все адроны»?

### В. $\sigma_t(e^+e^- \rightarrow \text{«адроны»})$

В партонной модели процесс  $e^+e^- \rightarrow$  «адроны» должен идти как процесс  $e^+e^- \rightarrow$  «партон + антипартон», а затем партоны каким-то неизвестным способом образуют наблюдаемые адроны. Тогда при больших  $Q^2$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{«адроны»}) = \sum_{i=u,d,s,c} \sigma(e^+e^- \rightarrow q_i\bar{q}_i) = \quad (11.86)$$

$$= \sum_i e_i^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \quad (11.87)$$

и, таким образом,

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{«адроны»})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum e_i^2. \quad (11.88)$$

Поэтому данная величина должна быть константой, не зависящей от  $Q^2$  [194, 219] и прямо пропорциональной сумме квадратов зарядов фундаментальных фермионных полей. Следовательно,

ниже порога рождения очарованных частиц степени свободы кварков  $u$ ,  $d$  и  $s$  являются активными, и, поскольку они проявляются в трех цветах (см., например, гл. 15, § 2), мы получаем

$$R_{uds} = 3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2. \quad (11.89)$$

При повышении  $Q^2$  мы перейдем границу рождения очарованных мезонов. Первыми максимумами в экспериментальных данных после прохождения порога рождения очарованных частиц будут узкие пики, соответствующие векторным мезонам в  $e^+e^-$ -канале (которые есть  $\psi$ -частицы с энергией 3,1 и 3,7 ГэВ), затем  $R$  будет расти и проявлять довольно сложную структуру (в районе 4 ГэВ). При более высоких  $Q^2$  можно предвидеть, что  $R$  снова будет проявлять скейлинг, т.е. станет константой, равной

$$R = 2 + 3e_c^2. \quad (11.90)$$

Если

$$e_c = \frac{2}{3}, \text{ то } R \rightarrow 3 \frac{1}{3}. \quad (11.91)$$

Данные действительно показывают наличие скейлинга (рис. 15). Данные из Фраскати при  $\sqrt{Q^2} < 3$  ГэВ не вполне однозначны, но они не противоречат величине константы  $\sim 2+3$ . Лучшие данные, полученные на Станфордском асимметричном накопителе

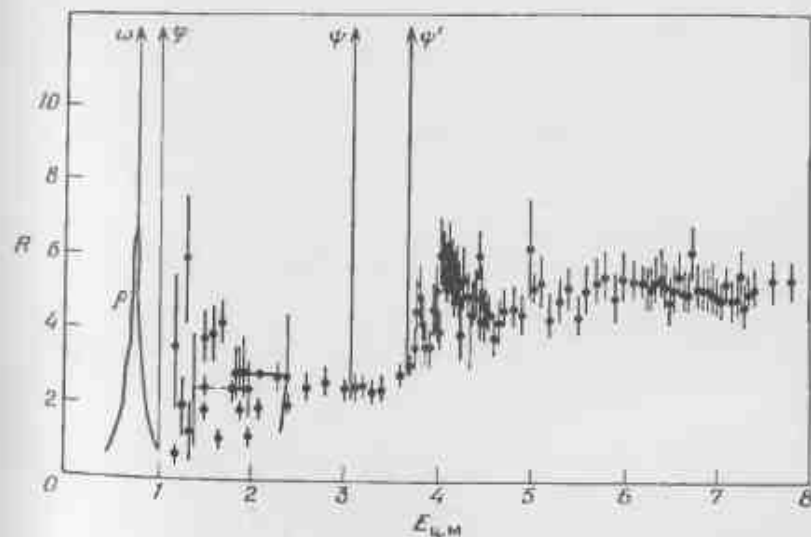


Рис. 15. Экспериментальная зависимость отношения сечений  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{«адроны»})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$  от энергии  $E_{\text{ц.м.}}$ .

электронного и протонного пучков при  $1/Q^2 < 3,5$  ГэВ, указывают, что  $R \sim 2,5 \pm 3$  без какой-либо очевидной структуры. Оказывается, что после области 4 ГэВ  $R$  снова устанавливается в районе величины  $5^{1/2}$ . Полагают, что из этой величины одна единица обязана рождению пар новых тяжелых лептонов [220]. Достаточно ли  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварков и  $c$ -кварка для остающихся  $4^{1/2}$  или требуются дополнительные кварки?

В асимптотически свободных неабелевых калибровочных теориях поля асимптотическое значение  $R$  должно медленно достигаться сверху. В явном виде [221, 222]

$$R = \sum_i e_i^2 [1 + b/\ln(Q^2/Q_0^2) + \dots], \quad (11.92)$$

где для трех цветов

$$b = \frac{4}{9}, \quad (11.93)$$

а величина  $Q_0^2$  априори неизвестна. Следовательно, данные по  $e^+e^-$ -аннигиляции дают замечательное подтверждение идеи снейпинга и, возможно, даже простой кварк-партошной модели.

Если партоны имеют спин  $1/2$ , то при больших  $Q^2$  должно, по видимому, выполняться неравенство  $\sigma_T \gg \sigma_L$  и партоны должны рождаться с угловым распределением  $(1 + \cos^2 \theta)$  по отношению к  $e^+e^-$ -оси. При больших энергиях адроны, образованные из партонов, будут рождаться в некоем конусе вокруг направления движения родительских партонов. Поэтому должны наблюдаться структуры адронов с распределением  $(1 + \cos^2 \theta)$ . Это действительно замечательно подтверждается экспериментальными данными при больших энергиях. Мы покажем это в гл. 12, § 4.

## § 6. РОЖДЕНИЕ ОЧАРОВАННЫХ ЧАСТИЦ в $\nu N$ - И $eN$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Узкий векторный мезон  $J/\psi$  и рост сечения  $e^+e^-$ -аннигиляции в районе 4 ГэВ есть первое указание на существование новых массивных адронных степеней свободы. Сейчас становится ясным, что эти явления возникают благодаря существованию четвертого сорта кварков (очарованных кварков, обозначаемых буквой  $c$ ) [223, 33], слабое взаимодействие которых имеет вид [5, 224, 223]

$$\bar{\nu}c \rightarrow \mu^+ (-d \sin \theta_c + s \cos \theta_c). \quad (11.94)$$

Теоретическое обоснование гипотезы очарованных частиц и феноменология возникающей спектроскопии будут даны в гл. 15 и 16. Здесь же обратимся к феноменологическим следствиям наличия очарованного кварка в глубоко-неупругих процессах.

Если самые легкие из очарованных частиц распадаются в состоянии, включающие лептоны, например  $D \rightarrow K\nu$ , с типичной

парциальной шириной  $B$ , то при пересечении порога рождения очарованных частиц в индуцированных частицами  $\nu$  или  $\bar{\nu}$  процессах будет виден «дилептонный» сигнал. В случае  $GIM$ -тока (11.94) вероятность обнаружить эти дилептоны будет порядка

$$\begin{array}{l} \nu + d \rightarrow c + \mu^+ + \dots \\ \quad \downarrow \\ \quad \mu^+ + \dots \end{array} \propto \sin^2 \theta_c \times B, \quad (11.95)$$

$$\begin{array}{l} \nu + s \rightarrow c + \mu^+ + \dots \\ \quad \downarrow \\ \quad \mu^+ + \dots \end{array} \propto e_s \cos^2 \theta_c \times B, \quad (11.96)$$

где  $e_s$  — отношение импульсов, переносимых в море странными кварками и (валентными)  $d$ -кварками, которое дается выражением

$$e_s = \frac{\int xs(x)dx}{\int xd(x)dx} \approx 5\%. \quad (11.97)$$

Следовательно, при использовании нейтринного пучка дилептонный сигнал о рождении очарованных частиц возникает приблизительно в равной степени от валентных  $d$ -кварков и от континуума  $s$ -кварков ( $\lg^2 \theta_c \sim 1/23$ ).

В антинейтринном пучке доминирующим механизмом будет

$$\begin{array}{l} \bar{\nu} + \bar{s} \rightarrow \bar{c} + \mu^+ + \dots \\ \quad \downarrow \\ \quad \mu^+ + \dots \end{array} \propto e_s \cos^2 \theta_c \times B. \quad (11.98)$$

Перенос  $W^-$ -бозона обязательно понижает заряд в адронной вершине. Это вовлекает в процесс море, поскольку очарованные кварки нельзя получить из взаимодействия валентных кварков с  $\nu$  (кроме разве процесса  $\nu u \rightarrow \mu^+ d + c\bar{c} + \dots$ , которым вполне можно пренебречь). Распределение по  $x$  событий с рождением димюонов, которое показано на рис. 16 [225], согласуется с тем, что они возникают из моря [рис. 17, а и формула (11.98)] или из моря с подавлением валентных кварков [рис. 17, б, формулы (11.95) и (11.96)].

Вероятность рождения димюонов с противоположными зарядами мюонов посредством нейтринного пучка составляет  $\sim 1\%$  вероятности рождения одиночного мюона. Так как  $\sin^2 \theta_c + e_s \cos^2 \theta_c \approx 1/10$  [в формулах (11.95) и (11.96)], то  $B \approx 10\%$ . Для более точных количественных оценок нужно подробно рассмотреть экспериментальные возможности и критерии детектирования. Парциальная ширина порядка 10% согласуется с результатами, найденными для рождения очарованных мезонов в  $e^+e^-$ -аннигиляции [226], и, следовательно, в экспериментальных данных есть некая самосогласованность.

Рождение очарованных частиц в антинейтринных реакциях будет более заметным, чем в нейтринных, так как для этого требуется  $q$ -кварк (11.98). Угловое распределение  $\bar{\nu}q$  изотропно в отличие от распределения  $(1-y)^2$  для  $\bar{\nu}q$ , которое доминирует при низких энергиях. В нейтринных реакциях данные в основном изотропны как ниже, так и выше порога рождения очарованных частиц, и поэтому эффект прохождения этого порога будет менее выражен.

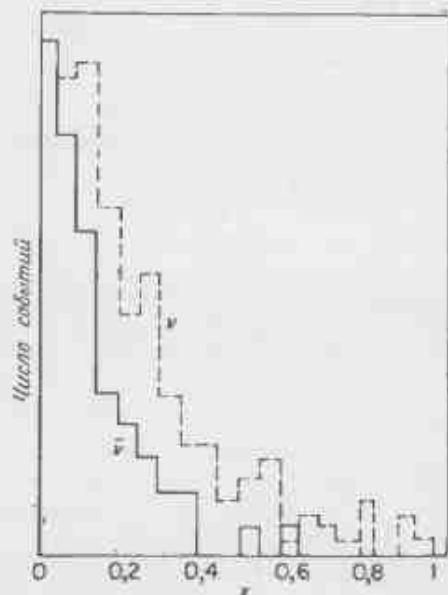


Рис. 16. Распределения по  $x$  димюнов, рождающихся в реакциях  $\bar{\nu}N \rightarrow \mu^+ \mu^-$ . ... Если они возникают из-за слабых распад очарованных адронов, то это также распределения  $s$ -кварков. Для сравнения штриховой линией показаны данные для процесса  $\bar{\nu}N \rightarrow \mu^+ \mu^-$ .

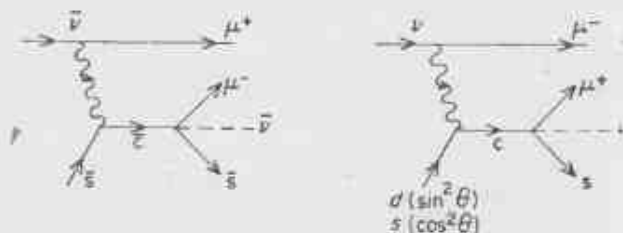


Рис. 17. Рождение димюнов. а — при взаимодействии антинейтрино с морем, б — при взаимодействии нейтрино с морем и валентными кварками, взвешено с весом  $\sin^2 \theta_c$ .

Заметим, что если бы  $u$ -кварк имел правовинтовую связь с некоторым кварком  $b$  с зарядом  $-1/3$ , например

$$\bar{\nu}_\mu \xrightarrow{\text{Прав}} \mu^+ b, \quad (11.99)$$

то можно было бы ожидать резкий эффект при переходе через порог, потому что теперь наряду с изотропным распределением по  $y$  в реакции участвовал бы валентный кварк. Поэтому взаимодействие с  $\bar{\nu}$  может быть довольно чувствительной проверкой существования новых кварков, и в особенности постулированных правовинтовых токов [227].

При рождении электронов (или мюонов) в глубоко-неупругих процессах порог рождения очарованных частиц должен быть виден при малых  $x$ , где

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\frac{4}{9} [c(x) + \bar{c}(x)]}{\frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)]}. \quad (11.100)$$

Поэтому в случае  $SU(4)$ -симметрии моря можно было бы ожидать, что  $\Delta\sigma/\sigma = 5/9$ . Хотя это может быть правильным при  $Q^2 \rightarrow \infty$  (когда все масштабы масс несутельственны), вероятно, при конеч-

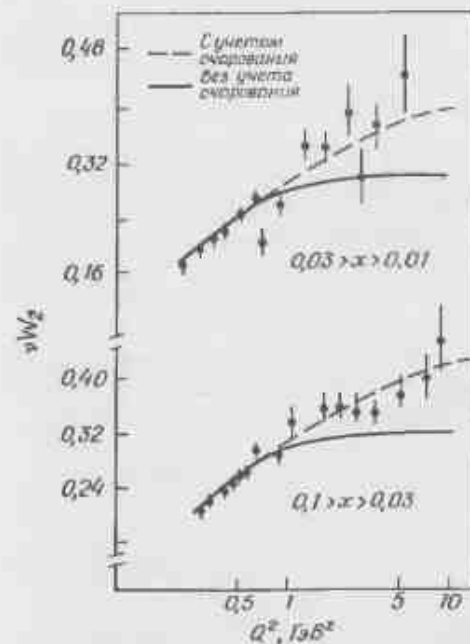


Рис. 18. Нарушение скейлинга при малых  $x$  и предсказания, получающиеся с учетом рождения очарованных частиц.

ных  $Q^2$  очарованный кварк будет менее существенным (он обычно связывается с более тяжелым масштабом масс). Поэтому

$$\frac{\Delta n}{\sigma}(x \rightarrow 0; Q^2) = \frac{2}{3} \epsilon(Q^2), \quad (11.101)$$

где  $\epsilon$  — вероятность того, что очарованный кварк присутствует в море:

$$\epsilon \equiv \frac{\epsilon(x \rightarrow 0; Q^2)}{u, d, s(x \rightarrow 0; Q^2)} < 1. \quad (11.102)$$

Можно предположить, что относительной мерой того, насколько существенны очарованные и неочарованные кварки при разных  $Q^2$ , является величина

$$\epsilon = \frac{M_p^2 + Q^2}{M_\phi^2 + Q^2}, \quad (11.103)$$

которая составляет 5% при  $Q^2 = 0$  (так же как и оценки из VMD) и достигает 50% при  $Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2$ . Гипотеза (11.103) позволяет вычислить эффекты нарушения скейлинга, которые можно ожидать при  $x \rightarrow 0$  выше порога рождения очарованных частиц. Аналогичное этому нарушение скейлинга наблюдалось экспериментально (рис. 18) [228, 171, 229]. Пока не ясно, является ли такое нарушение скейлинга доказательством того, что рождаются очарованные частицы, или это эффект, связанный с взаимодействием кварков или их подструктурой (гл. 9 § 4; гл. 10, § 6; гл. 9, рис. 13).

### § 7. НЕЙТРАЛЬНЫЕ ТОКИ

Кроме заряженных слабых токов, о которых говорилось в § 3 и далее, в реакции  $\nu e \rightarrow \nu e$  [230–232] и в эксклюзивных процессах на ядрах [233, 234] наблюдались также нейтральные токи.

Мы будем анализировать инклюзивные процессы с нейтральными токами, используя кварк-партоновую модель и предполагая токи векторными и экзальными с произвольным соотношением между право- и левовинтовыми компонентами. В отличие от заряженных токов, которые являются чисто левыми, нейтральный ток априори может иметь скалярную, тензорную и прочие компоненты. Следовательно, нейтральный ток кварков можно написать в виде

$$\begin{aligned} I_u^{\text{нейтр}} &= \sum_{i=u,d,s} (C_V^i \bar{q}_i \gamma_\mu q_i + C_A^i \bar{q}_i \gamma_\mu \gamma_5 q_i) \equiv \\ &= \sum_i \bar{q}_i \gamma_\mu \left( \frac{C_V^i + C_A^i}{2} (1 + \gamma_5) + \frac{C_V^i - C_A^i}{2} (1 - \gamma_5) \right) q_i \equiv \\ &= \sum_i \bar{q}_i (C_R^i \gamma_\mu (1 + \gamma_5) + C_L^i \gamma_\mu (1 - \gamma_5)) q_i. \end{aligned} \quad (11.104)$$

Из обсуждения кинематики нейтринных реакций [§ 3, в частности формулы (11.48) и (11.49)] мы знаем, что для левовинтового нейтрино, взаимодействующего с левовинтовым кварком, распределение по  $y$  изотропно, а для взаимодействия с правовинтовым кварковым током оно имеет вид  $(1-y)^2$ . Поэтому, если мы рассмотрим систему  $u, d$ -кварков (пренебрегая  $s, c$ -кварками и антикварками), то усредненные по нуклонам сечения взаимодействия заряженного и нейтрального токов будут иметь вид

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy}(\nu \rightarrow \mu^-) = \frac{G^2 s}{2\pi} xq(x), \quad (11.105)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy}(\bar{\nu} \rightarrow \mu^+) = \frac{G^2 s}{2\pi} xq(x)(1-y)^2, \quad (11.106)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy}(\nu \rightarrow \nu) = \frac{G^2 s}{2\pi} xq(x) \sum_{i=u,d} \left\{ \left( \frac{C_V^i + C_A^i}{2} \right)^2 + \left( \frac{C_V^i - C_A^i}{2} \right)^2 (1-y)^2 \right\}, \quad (11.107)$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy}(\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}) = \frac{G^2 s}{2\pi} xq(x) \sum_{i=u,d} \left\{ \left( \frac{C_V^i + C_A^i}{2} \right)^2 (1-y)^2 + \left( \frac{C_V^i - C_A^i}{2} \right)^2 \right\}. \quad (11.108)$$

Заметим, сразу, что в таком приближении зависимости от  $x$  и  $y$  факторизуются и поэтому сразу же получаются следующие отношения полных сечений:

$$R^{\nu} \equiv \frac{\sigma(\nu \rightarrow \nu)}{\sigma(\nu \rightarrow \mu^-)} = \frac{1}{4} \left[ (C_V + C_A)^2 + \frac{1}{3} (C_V - C_A)^2 \right] \equiv C_L^2 + \frac{1}{3} C_R^2, \quad (11.109)$$

$$R^{\bar{\nu}} \equiv \frac{\sigma(\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu})}{\sigma(\bar{\nu} \rightarrow \mu^+)} = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{3} (C_V + C_A)^2 + (C_V - C_A)^2 \right] \equiv C_R^2 + \frac{1}{3} C_L^2. \quad (11.110)$$

причем в  $C_V$  и  $C_A$  подразумевается сумма по  $i = u, d$  [ср. с формулами (11.107) и (11.108)].

Эти эффекты, связанные с нейтральными токами, имеют особое значение в свете появившегося в последнее время интереса к унифицированным моделям слабых и электромагнитных взаимодействий (гл. 15, § 1).

Рассмотрим сначала лептоны  $\nu_e$  и  $e^-$ . Левовинтовая компонента электрона вместе с нейтрино образует дублет по «слабому изоспину»:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L^- \end{pmatrix}. \quad (11.111)$$

Заряженный слабый ток можно написать следующим образом:

$$J_{\mu}^* = \bar{\nu}_e \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) e \equiv \bar{\chi}_L \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \gamma_{\mu} \chi_L \equiv \bar{\chi}_L \tau^+ \gamma_{\mu} \chi_L, \quad (11.112)$$

где  $\tau^+$  — оператор повышения слабого изоспина [формула (2.16)].

Электромагнитный ток будет

$$J_{\mu}^{\text{эл.-магн}} = -\bar{e} \gamma_{\mu} e \equiv \quad (11.113)$$

$$\equiv -\bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L + \frac{1}{2} \bar{\nu}_e \gamma_{\mu} \nu_e - \frac{1}{2} \bar{\nu}_e \gamma_{\mu} \nu_e - \bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R \equiv \quad (11.114)$$

$$\equiv \bar{\chi}_L \left( \frac{\tau_3}{2} - \frac{1}{2} \right) \gamma_{\mu} \chi_L - \bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R, \quad (11.115)$$

где в отличие от слабого тока в формуле (11.112) присутствует также и правовинтовая компонента электрона.

Кварк  $u$  вместе с повернутым по Кабиббо  $d_0$ -кварком (равным  $d \cos \theta + s \sin \theta$ ) образуют слабый изодублет. Их левовинтовой заряженный слабый ток имеет тот же вид (11.112), где теперь в отличие от (11.111)

$$\chi_L = \begin{pmatrix} u \\ d_0 \end{pmatrix}_L. \quad (11.116)$$

Их электромагнитный ток будет таким:

$$J_{\mu}^{\text{эл.-магн}} = \left[ \bar{\chi}_L \left( \frac{\tau_3}{2} + \frac{1}{6} \right) \gamma_{\mu} \chi_L + \frac{2}{3} \bar{u}_R \gamma_{\mu} u_R - \frac{1}{3} \bar{d}_R \gamma_{\mu} d_R \right] e. \quad (11.117)$$

Если ввести слабый гиперзаряд  $Y_{\text{слаб}}$ , равный  $Q - I_3$ , для левовинтовых фермионов и  $Y_{\text{слаб}} \equiv Q$  для правовинтовых фермионов, то

$$J_{\mu}^{\text{эл.-магн}} = e \left[ \bar{\chi}_L (I_3 + Y_{\text{слаб}}) \gamma_{\mu} \chi_L + Y_{\text{слаб}} \bar{\chi}_R \gamma_{\mu} \chi_R \right]. \quad (11.118)$$

Ясно, что существуют два исходных нейтральных тока, соответствующих слабому изоспину

$$W^3 \sim (u\bar{u} - d\bar{d}) \quad (11.119)$$

и слабому гиперзаряду

$$B^0 \sim (u\bar{u} + d\bar{d}) \quad (11.120)$$

с произвольными константами связи — в первом случае  $g$ , а во втором случае  $g'$ . Электромагнитный ток с зарядом  $e$  есть одна их комбинация. Ортогональная комбинация представляет собой новый нейтральный ток:

$$J_{\mu}^{\text{нейтр}} = \frac{2e}{\sin 2\theta} \left[ \bar{\chi} (I_3 - Q \sin^2 \theta) \gamma_{\mu} \chi \right], \quad (11.121)$$

где  $Q$  — заряд, а  $\theta$  — произвольный параметр, называемый обычно углом Вайнберга—Салама ( $\tan \theta = g'/g$ ).

Пользуясь формулой (11.121), можно вычислить  $C_V$  и  $C_A$  для этой модели. Для  $u$ - и  $d$ -кварков константы левых и правых токов будут такими:

$$\begin{aligned} u_L &\sim \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta, \\ d_L &\sim \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta, \\ u_R &\sim -\frac{2}{3} \sin^2 \theta, \\ d_R &\sim +\frac{1}{3} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (11.122)$$

Таким образом, формулы (11.109) и (11.110) в этой модели дают

$$\begin{aligned} R^u &= \frac{1}{2} - \sin^2 \theta + \frac{20}{27} \sin^4 \theta, \\ R^d &= \frac{1}{2} - \sin^2 \theta + \frac{20}{9} \sin^4 \theta. \end{aligned} \quad (11.123)$$

Поэтому  $R^u$  и  $R^d$  суть функции одного параметра  $\theta$  и должны лежать на некой кривой в пространстве  $R^u$ ,  $R^d$  (рис. 19). Данные

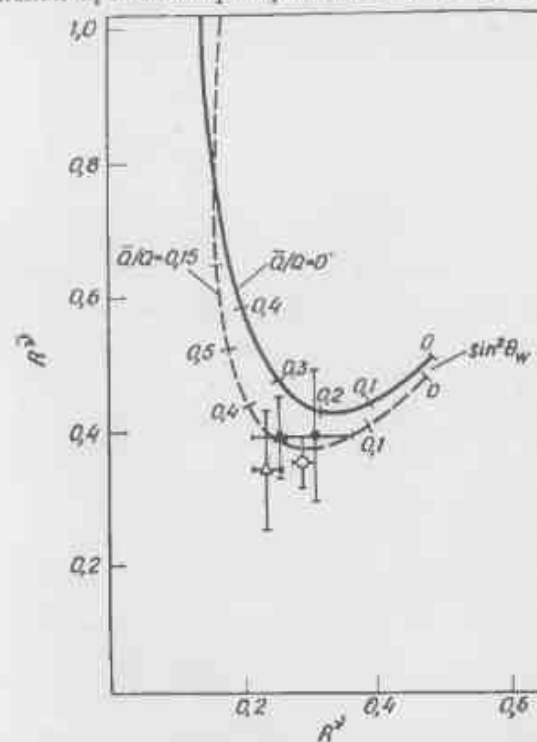


Рис. 19. Зависимость величин  $R^u$  и  $R^d$  в модели Вайнберга—Салама от угла  $\theta_W$ .

различных экспериментов согласуются с тем, что  $0,2 \lesssim \sin^2 \theta \lesssim 0,4$  [235—237, 223]. Сплошная кривая соответствует нашему иллюстративному анализу, в котором антикварки не учитывались. Если учесть примесь 10—15% антикварков [ср. с формулой (11.56)], то получится штриховая кривая.

### § 8. НАРУШЕНИЕ СКЕЙЛИНГА

Мы показали, что если при увеличении  $Q^2$  у кварков обнаруживается подструктура или если они участвуют во взаимодействии с глюонами (гл. 9, § 4; гл. 10, § 6; гл. 9, рис. 13), то при увеличении  $Q^2$  структурная функция  $F_2(x, Q^2)$  должна меняться так, чтобы величина  $(x)$  сдвигалась в сторону меньших значений. Качественно эффект состоит в том, что с увеличением  $Q^2$  при малом  $x$  функция  $F_2(x, Q^2)$  будет возрастать, а при большом  $x$  — уменьшаться. Экспериментальные данные действительно обнаруживают такую зависимость [147, 228, 238]. Количественное сравнение с предсказываемым теорией поля нарушением скейлинга было проведено Тангом [239]. В работе [240] было показано, что экспериментальные данные по нейтрино и электронам показывают

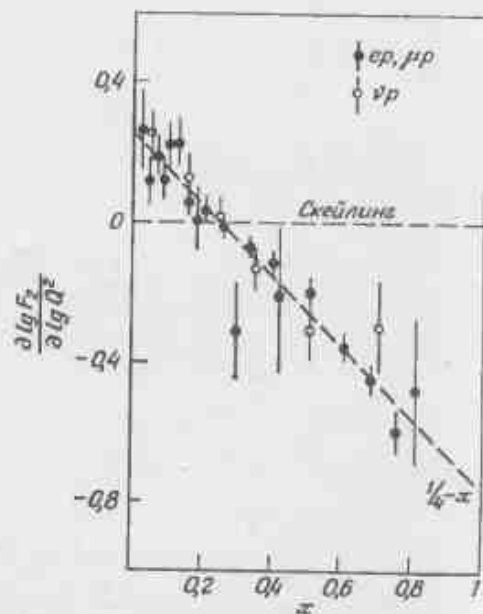


Рис. 20. Наблюдаемый характер нарушения скейлинга в электророжении и во взаимодействиях нейтрино.

сходные картины нарушения скейлинга и что нарушение скейлинга имеет степенное, а не логарифмическое поведение, а именно

$$F_2(x, Q^2) = F_2(x, Q_0^2) \left( \frac{Q^2}{Q_0^2} \right)^{1/4 - x}. \quad (11.124)$$

Таким образом, с увеличением  $Q^2$  при  $x < 1/4$  функция  $F_2$  растет, а при  $x > 1/4$  — убывает. Для сравнения поведения (11.124) с экспериментальными данными заметим, что эту формулу можно переписать в виде

$$\frac{\partial [\ln F_2(x, Q^2)]}{\partial [\ln Q^2]} = \frac{1}{4} - x. \quad (11.125)$$

Это действительно согласуется с нарушением скейлинга, которое наблюдается как для электромагнитных, так и для слабых взаимодействий (рис. 20).



Глава 12

**ИНКЛЮЗИВНОЕ РОЖДЕНИЕ АДРОНОВ И КВАРК-ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ**

В гл. 11 мы видели, каким образом кварк-партоновая модель приводит к проверяемым предсказаниям для полных сечений лептон-адронного рассеяния и  $e^+e^-$ -аннигиляции. При этом нигде не затрагивался вопрос о природе конечных адронных состояний. Интересную проверку кварк-партоновой модели дают эксперименты по инклюзивному рождению адронов типа  $e^+e^- \rightarrow h + X$  и  $e(\nu)N \rightarrow e(\mu^-)h + X$ . В частности, как следует из этой модели, рождение детектируемых адронов  $h$  в области фрагментации токов (определенной ниже) при  $e(\nu)$ -рассеянии должно быть тесно связано с их рождением в  $e^+e^-$ -аннигиляции, и есть указания на то, что такая корреляция действительно наблюдается.

**§ 1. ПРОЦЕССЫ  $IN \rightarrow I'h \dots$  ( $I \equiv e, \mu, \nu$ )**

Этот процесс иллюстрируется на рис. 1. Здесь  $p_h$  и  $p_N$  — адронный и нуклонный импульсы, а  $x \equiv Q^2/2M\nu$ . Имеется большое сходство с инклюзивными  $IN$ -процессами, рассматривавшимися ранее, но теперь есть лишняя кинематическая степень свободы, связанная с импульсом  $p_i$  детектируемого адрона  $h$ . Мы будем работать в системе центра масс тока (электромагнитного или слабого) и нуклона, причем ось  $z$  направим вдоль вектора тока. Переменные, характеризующие процесс, выберем следующим образом:

$$Q^2, \quad x (\equiv Q^2/2M\nu), \quad p_h^0, \quad z (\equiv (p_N \cdot p_h) / (p_N \cdot q)). \quad (12.1)$$

Имеются две сильно различающиеся области:  $z < 0$  и  $z > 0$ . В обеих областях  $(q \cdot p_h) \sim O(Q^2)$ , но произведение  $(p_N \cdot p_h)$  конечно при  $z < 0$  и растет, как  $O(Q^2)$ , при  $z > 0$ .

Первый случай интуитивно соответствует области фрагментации мишени и представляется диаграммой рис. 2, а. Похожие диаграммы встречались при рассмотрении полного сечения при больших  $Q^2$  (гл. 9 и гл. 12, рис. 2, б). Поэтому в данной области следует ожидать скейлинга. (Формально это означает, что в этом случае доминирует вклад окрестности светового конуса.)

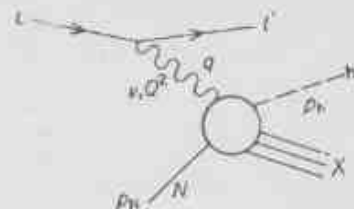


Рис. 1. Инклюзивное рождение адронов при рассеянии лептонов.

Естественная картина рассеяния при  $z > 0$  показана на рис. 2, в для случая, когда импульс  $p_h$  направлен вдоль  $q$  и  $(p_h \cdot q) \sim O(Q^2)$ . Формализм светового конуса здесь мало применим, поскольку область между двумя токовыми вершинами, в которой происходит фрагментация, не приближена к конусу. В рамках партоновой модели можно продвинуться дальше, если ввести функции  $D_i^h(z, Q^2, p_i)$ , описывающие вероятность фрагментации кварк-партона  $i$  с рождением адрона  $h$ .

Мы сосредоточимся на области фрагментации токов ( $z > 0$ ). Анализ этого процесса с точки зрения партоновой модели иллюстрируется в системе отсчета Брейта для тока и партона, с которым происходит взаимодействие (рис. 3). Нуклон несет большой продольный импульс  $P$  и рассматривается как набор независимых точечных составляющих (партонов). Ток с импульсом

$$q = (0; 0, 0, -2xP) \quad (12.2)$$

некогерентно взаимодействует с партоном, 4-импульс которого равен

$$p = (xP; 0, 0, xP), \quad (12.3)$$

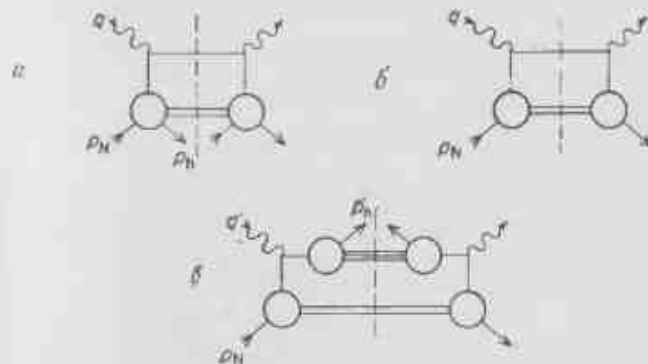


Рис. 2. Диаграммы партоновой модели для областей фрагментации мишени (а) и фрагментации токов (б). На рис. 2в для сравнения показано полное сечение.

так что при взаимодействии направление его импульса меняется на обратное. Это аналогично сказанному в гл. 9 о полном сечении, и данная часть процесса описывается кварк-партоновыми функциями распределения  $u(x) dx$  и т. п.  $\int u(x) dx$  есть среднее число  $u$ -кварков в интервале  $x, x + dx$ .

На рис. 3, б представлена фрагментация кварк-партона на адроны, один из которых ( $h$ ) наблюдается. Импульс партона, взаимодействовавшего с током, сильно отличается от импульсов остальных частей нуклона, а поэтому можно предположить, что его

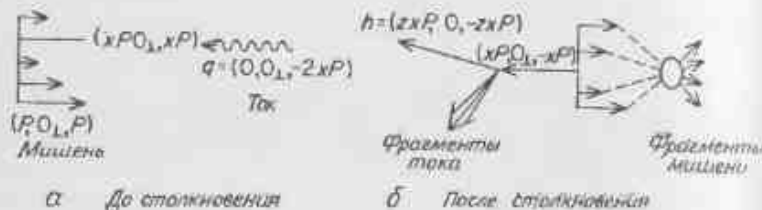


Рис. 3. Инклюзивное рождение адронов в брейтовской системе отсчета. Указаны 4-импульсы ( $E, P_x, P_y, P_z$ ).

фрагментация не зависит от начальной стадии процесса. Поэтому мы будем предполагать ее не зависящей от  $x$  и зависящей только от величины  $z$ , которая в системе отсчета, где партон движется быстро (система центра масс, брейтовская система), равна доле продольного импульса партона, уносимой наблюдаемым адроном (рис. 3). Поэтому

$$p_h = (zxP; 0, 0, -zxP), \quad (12.4)$$

и мы приходим к введению набора «функций фрагментации партонов»  $D_i^h(z) dz$ , которые дают вероятность того, что партон типа  $i$  произведет адрон  $h$  в интервале  $z, z + dz$  [194].

## § 2. ФУНКЦИИ ФРАГМЕНТАЦИИ КВАРКОВ

Пользуясь известными функциями распределения кварков  $u(x) \dots$  и пока неизвестными функциями фрагментации  $D_i^h(z)$ , можно описать инклюзивное рождение адронов в различных индуцированных током процессах, например  $e^+e^- \rightarrow h \dots$ ,  $ep(n) \rightarrow eh \dots$ ,  $\nu p(n) \rightarrow \mu^- h \dots$  и т. п. В сечениях всех этих процессов входят величины вида  $\sum_q f_q(x) D_q^h(z)$ . Это позволяет связать сечения между собой и получить ограничения на относительные вероятности рождения различных адронов, ограничив число неза-

висимых функций  $D_i^h(z)$  требованиями изотопической и зарядовой симметрии. Для рождения  $\pi$ -мезонов это дает

$$D_u^{\pi^+} = D_d^{\pi^+} = D_s^{\pi^+} = D_{\bar{u}}^{\pi^+}, \quad (12.5)$$

$$D_u^{\pi^0} = D_d^{\pi^0} = D_s^{\pi^0} = D_{\bar{u}}^{\pi^0}, \quad (12.6)$$

$$D_u^{\pi^-} = D_d^{\pi^-} = D_s^{\pi^-} = D_{\bar{u}}^{\pi^-}. \quad (12.7)$$

(Здесь мы для простоты опустили вклады новых тяжелых кварков. Вообще говоря, они будут необходимы при анализе данных для очень высоких энергий, но пока мы ограничимся рассмотрением экспериментов, которые, как можно думать, определяются областью ниже порога рождения тяжелых адронных состояний, включающих очарованные кварки).

То, каким образом функции фрагментации входят в наблюдаемые величины, зависит от конкретного рассматриваемого процесса. Мы показали это ниже для различных процессов; вывод этих соотношений очевиден.

$e^+e^- \rightarrow h \dots$

$$\frac{1}{\sigma_{\text{полн}}} \frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow h \dots)}{dz} = \frac{\sum_i e_i^2 [D_i^h(z) + D_{\bar{i}}^h(z)]}{\sum_i e_i^2} \quad (i - \text{ароматы кварков}). \quad (12.8)$$

Заметим, что фотон рождает партон-антипартоновую пару, любой из членов которой может произвести детектируемый адрон, а поэтому в данном случае в отличие от других фигурируют одновременно функции  $D_i$  и  $D_{\bar{i}}$ :

$ep \rightarrow eh \dots$

$$\frac{1}{\sigma_{\text{полн}}} \frac{d\sigma(ep \rightarrow eh)}{dz} = \frac{\sum_i e_i^2 f_i(x) D_i^h(z)}{\sum_i e_i^2 f_i(x)} \quad (12.9)$$

( $i$  — ароматы кварков и антикварков) [где  $f_i(x)$  — кварк-партоновые функции распределения, см. гл. 11],

$\nu p \rightarrow \mu^- h \dots$

$$\frac{1}{\sigma_{\text{полн}}} \frac{d\sigma(\nu p \rightarrow \mu^- h \dots)}{dz} = \frac{d(x) D_u^h(z) + \frac{1}{3} a(x) D_d^h(z)}{d(x) + \frac{1}{3} a(x)} \quad (12.10)$$

(где мы приближенно взяли  $\theta_c = 0$  и пренебрегли очарованным кварком).

Заметим, что  $d$ -кварк превратился в  $u$ -кварк до фрагментации. Множитель  $1/3$  возникает из-за того, что антикварки взаимодействуют с левым током (интегрирование по  $dy$  выполняется так, как в гл. 11).

### А. Процесс $\nu p \rightarrow \mu^- h \dots$

Вид выражения (12.10) показывает, что этот процесс дает возможность прямого измерения функции фрагментации для пионов, поскольку вследствие формул (12.5) и (12.6)

$$D_u^{\pi^\pm} \equiv D_d^{\pi^\pm}, \quad (12.11)$$

и потому множители  $d(x) + \frac{1}{2} \bar{u}(x)$  в числителе и знаменателе в выражении (12.10) сокращаются, что дает

$$\frac{1}{\sigma_{\text{полн}}} \frac{d\sigma}{dz} (\nu p \rightarrow \mu^- \pi^\pm \dots) = D_u^{\pi^\pm}(z). \quad (12.12)$$

Аналогично этому

$$\frac{1}{\sigma_{\text{полн}}} \frac{d\sigma}{dz} (\nu p \rightarrow \mu^+ \pi^\pm \dots) = D_d^{\pi^\pm}(z) = D_u^{\pi^\mp}(z). \quad (12.13)$$

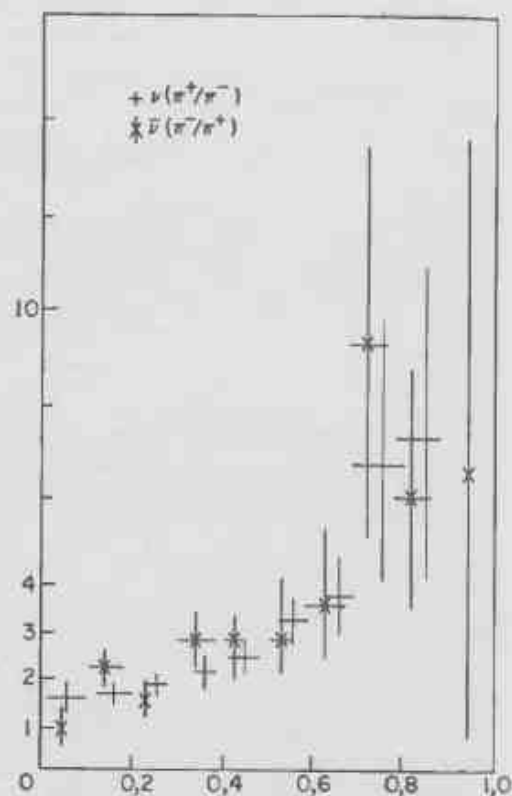


Рис. 4. Отношения инклюзивного рождения  $\pi^+/\pi^-$  в пучках  $\nu$  и  $\bar{\nu}$  и  $\pi^-/\pi^+$  в пучках  $\bar{\nu}$ .

Данные, полученные на камере «Гаргамель» [241] для отношения выходов  $\pi^+/\pi^-$  в пучках  $\nu$  (или, что эквивалентно, для отношения  $\pi^-/\pi^+$  в пучках  $\bar{\nu}$ ), показаны на рис. 4. Из них прямо следует, что

$$\eta(z) \equiv \frac{D_u^{\pi^+}(z)}{D_u^{\pi^-}(z)}, \quad (12.14)$$

и мы видим, что это величина порядка 3 при  $0,3 \leq z \leq 0,7$  и возрастает при  $z > 0,7$ . Тот факт, что это отношение больше 1, ин-

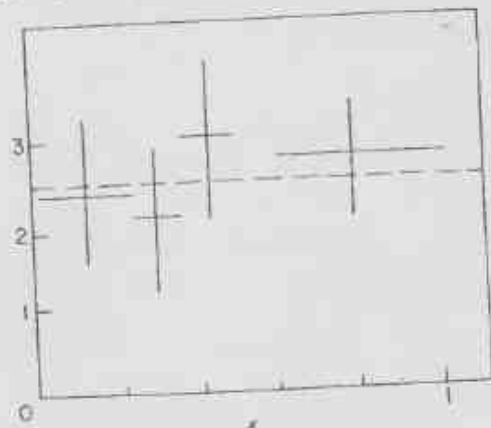


Рис. 5. Среднее отношение вероятностей рождения  $\pi^+/\pi^-$  для пучков  $\nu$  и  $\bar{\nu}$ . В интервале  $0,3 \leq z \leq 0,7$  приведенные данные согласуются с предположением о независимости от  $x$ .

туитивно понятен, поскольку  $\pi^+$  есть главным образом  $u\bar{d}$ . Указывалось, что при  $z \rightarrow 1$  мы имеем  $\eta(z) \rightarrow \infty$ , поскольку в  $\pi^+$ -мезоне  $u$ -кварк является валентным, а в  $\pi^-$ -мезоне он относится к морю. Подтверждается ли это данными, не ясно, поскольку при любой конечной энергии мы имеем  $\eta(z \rightarrow 1) \rightarrow \infty$ , так как возможен квазинклюзивный переход  $\nu p \rightarrow \mu^- + X^{++}$ . Интереснее то, что значение

$$\eta(z)_{0,3 \leq z \leq 0,7} \approx 2 + 3 \quad (12.15)$$

согласуется с данными по неупругому электророждению (которые рассматриваются ниже) и что экспериментально подтверждается вытекающее из (12.12) следствие

$$\frac{(d\sigma/dz) (\nu p \rightarrow \mu^- \pi^+ \dots)}{(d\sigma/dz) (\nu p \rightarrow \mu^- \pi^- \dots)} = \text{не зависит от } x. \quad (12.16)$$

Данные при  $0,3 < z < 0,7$ , показанные в виде зависимости от  $x$  на рис. 5, действительно согласуются с этим предсказанием [241].

Данные, полученные на 5-метровой водородной камере в Лаборатории им. Ферми, дают информацию о рождении положительно и отрицательно заряженных адронов по отдельности (рис. 6) [242]. Отношение «+/-»-рождения качественно согласуется с дан-

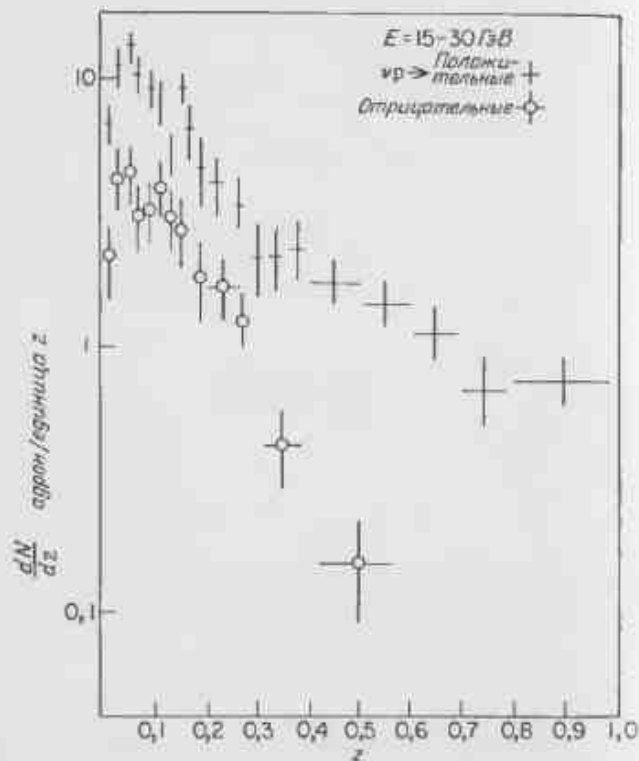


Рис. 6. Инклюзивное рождение положительно и отрицательно заряженных барионов при взаимодействии  $\nu p$  в интервале энергий от 15 до 30 ГэВ в лабораторной системе отсчета.

ными работы [241], а именно отношение «+/-»  $> 1$ , и возрастает при увеличении  $z$ , однако отношение «+/-» в Лаборатории им. Ферми оказалось значительно большим при тех же  $z$ . Одна из причин может состоять в том, что в Лаборатории им. Ферми регистрировались все положительные (отрицательные) заряды, тогда как в камере «Гаргамель» только  $p^{\pm}$ ; кроме того, могли добавляться зависящие от  $Q^2$  ( $E_s$ ) вклады квазинуклонных каналов, которые следует принять во внимание, чтобы сравнение было правильным,

Если рождаемые адроны — это главным образом  $\pi$  и  $K$ , то

$$\frac{\langle n^+ \rangle}{\langle n^- \rangle} = \frac{D_u^{n^+}(z) + \left[ d(x) D_u^{K^+}(z) + \frac{1}{3} u(x) D_d^{K^+}(z) \right] / \left[ d(x) + \frac{1}{3} u(x) \right]}{D_u^{n^-}(z) + \left[ d(x) D_u^{K^-}(z) + \frac{1}{3} u(x) D_d^{K^-}(z) \right] / \left[ d(x) + \frac{1}{3} u(x) \right]} \quad (12.17)$$

Считается, что вклад антикварков очень мал (гл. 11); поэтому, для простоты пренебрегая им вообще, имеем

$$\frac{\langle n^+ \rangle}{\langle n^- \rangle} = \frac{D_u^{n^+}(z) + D_u^{K^+}(z)}{D_u^{n^-}(z) + D_u^{K^-}(z)} \quad (12.18)$$

Отсюда

$$\frac{\langle n^+ \rangle}{\langle n^- \rangle} > \frac{\langle n^{n^+} \rangle}{\langle n^{n^-} \rangle}, \quad \text{если } \frac{D_u^{K^+}}{D_u^{K^-}} > \frac{D_u^{n^+}}{D_u^{n^-}} \quad (12.19)$$

### Б. Процесс $e p (n) \rightarrow e h \dots$

Анализ неупругого рассеяния электронов несколько сложнее, чем в случае нейтрино, поскольку здесь имеются вклады всех заряженных кварков:

$$\frac{1}{\sigma_{\text{инкл}}} \frac{d\sigma}{dz} (eN \rightarrow e h \dots) = \frac{\sum_i e_i^2 f_i(x) D_i^h(z)}{\sum_i e_i^2 f_i(x)} \quad (12.20)$$

Для упрощения обозначений мы введем нормировку по отношению к полному сечению ( $W_i$ ) и напомним

$$N^h(x, z) = \sum_i e_i^2 f_i(x) D_i^h(z) \quad (12.21)$$

В своем первоначальном анализе данных работы [243] ( $Q^2 = 2 \text{ ГэВ}^2$ ,  $\omega = 4$ ) Клейманс и Роденберг [244] опустили вклад всех кварков, кроме валентных, что, по-видимому, вполне допустимо при  $\omega \approx 4$ . Поэтому для процесса  $e p \rightarrow e p^+$  они получили (мы пишем  $u(x)$  вместо  $f_u(x)$  и т. д.)

$$\frac{N^{n^+}(x, z)}{N^{n^-}(x, z)} = \frac{\frac{4}{9} u(x) D_u^{n^+}(z) + \frac{1}{9} d(x) D_d^{n^+}(z)}{\frac{4}{9} u(x) D_u^{n^-}(z) + \frac{1}{9} d(x) D_d^{n^-}(z)} = \quad (12.22)$$

$$= \frac{4u(x)\eta(z) + d(x)}{4u(x) + d(x)\eta(z)} \quad (12.23)$$

Мы воспользовались формулами (12.5)–(12.7) и (12.14). Данные работы [243] согласуются со скейлингом в области  $0.2 \leq z \leq 0.7$ , а потому анализ был ограничен этой областью,

в которой  $\langle n^{\pi^+} \rangle / \langle n^{\pi^-} \rangle \approx 2$  независимо от  $z$ . При  $\omega = 4$  мы имеем  $u(x) \approx 2d(x)$ , так что

$$2 \approx \frac{8\eta(z) + 1}{8 + \eta(z)}, \quad (12.24)$$

что дает  $\eta(z) \approx 2,5$  при  $0,2 \leq z \leq 0,7$ . Это хорошо согласуется с полученными на камере «Гаргамель» данными по рождению  $\pi$ -мезонов нейтринными пучками (12.15), что дает подтверждение кварк-партоновой картины полунклюзивного рождения адронов.

Дакин и Фельдман [245] уточнили и расширили проведенный выше анализ, рассмотрев более поздние данные в интервале  $0,5 < Q^2 < 2,5 \text{ ГэВ}^2$  и  $3 \leq \omega \leq 60$  и допустив вклад как валентных, так и морских кварков. Они параметризовали распределение по продольным импульсам кварков следующим образом:

$$\begin{aligned} u(x) &= u_v(x) + K(x), \\ d(x) &= d_v(x) + K(x), \\ s(x) &= \bar{s}(x) = \bar{u}(x) = \bar{d}(x) = K(x), \end{aligned} \quad (12.25)$$

где  $u_v(x)$  и  $d_v(x)$  — функции распределения для валентных кварков, а море предполагается  $SU(3)$ -симметричным (оказывается, что это предположение не слишком существенно для их анализа).

Функции  $u(x)$ ,  $K(x)$  и остальные брались из статьи [246], в которой обработаны данные по полным сечениям (в ней применялась фактически модель Кьюти—Вейскопфа, модифицированная с учетом того, что  $vW_2^{eN}/vW_2^{eP} < 2/3$  при  $x \rightarrow 1$ ) [202, 203].

В результате вместо (12.23) получаем

$$\frac{N^{\pi^+}(x, z)}{N^{\pi^-}(x, z)} = \frac{4u_v(x)\eta(z) + d_v(x) + [5\eta(z) + 7]K(x)}{4u_v(x) + \eta(z)d_v(x) + [5\eta(z) + 7]K(x)}. \quad (12.26)$$

Формула Клейманса—Роденберга (12.23) получена при  $K(x) \rightarrow 0$  (и потому  $u_v \equiv u$  и т. д.). В результате  $\eta(z)$  несколько увеличивается по сравнению со случаем  $K(x) = 0$ :

$$\eta(z) \approx 3,0 \pm 0,6, \quad (12.27)$$

тогда как  $\eta(z) \approx 2,5$  при  $K(x) = 0$ . Качественно этот эффект очевиден, поскольку море содержит  $\pi^+$  и  $\pi^-$ -мезоны в равном количестве и, следовательно, стремится уменьшить отношение  $\pi^+/\pi^-$ . Чтобы получить значение отношения, даваемое экспериментом, необходимо взять большее  $\eta(z)$ , нежели в случае, когда море игнорируется.

Определяя  $\eta(z)$  и зная  $f_i(x)$  из параметризации данных по полным сечениям, можно предсказать, используя формулу (12.26), зависимость отношения  $\pi^+/\pi^-$  от  $x(\omega)$ . Сравнение этих предсказаний с данными эксперимента проводится на рис. 7.

Поскольку при  $x \rightarrow 1$  мы имеем  $d(x) \ll u(x)$ , в направлении вперед положительно заряженных частиц рождается больше. Рождение на нейтринной мишени получается непосредственной перестановкой  $u_v$  и  $d_v$  в формуле (12.26), величина же  $K$  остается

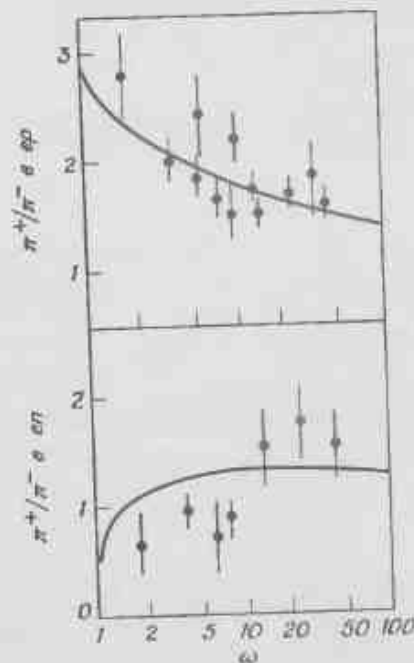


Рис. 7. Зависимость отношения вероятностей рождения  $\pi^+/\pi^-$  в  $ep$  и  $ep$ -взаимодействиях от  $\omega$  и предсказания кварк-партоновой модели.

той же самой (для моря  $I = 0$ ). Поэтому в случае нейтринной мишени имеем

$$\frac{N^{\pi^+}(x, z)}{N^{\pi^-}(x, z)} = \frac{4d_v(x)\eta(z) + u_v(x) + [5\eta(z) + 7]K(x)}{4d_v(x) + \eta(z)u_v(x) + [5\eta(z) + 7]K(x)}, \quad (12.28)$$

что при  $\eta(z) \approx 3$  дает кривую, сравниваемую на рис. 7 с опытными данными.

Отметим общую закономерность: при  $\omega \rightarrow \infty$  ( $x \rightarrow 0$ ) отношение  $\pi^+/\pi^-$  стремится к единице (доминирует вклад кваркового моря). При уменьшении  $\omega$  отношение возрастает, а при  $\omega \rightarrow 1$  падает ниже 1 из-за доминантности  $u_v$ -кварка. Вообще в случае доминантности  $u$ -кварка

$$\frac{\pi^+}{\pi^-}(x \rightarrow 1) \begin{cases} \rightarrow \frac{1}{\eta} & \text{в } ep, \\ \rightarrow \eta & \text{в } ep. \end{cases} \quad (12.29)$$

Хэнсон [247] сделал *предостерегающее замечание* на Стэнфордском симпозиуме: построив график зависимости отношения  $\pi^+/\pi^-$  от  $x$ , а также от  $W$  при разных  $Q^2$  ( $W$  — масса адронной системы), нельзя еще определять, является ли отношение  $\pi^+/\pi^-$  функцией только величины  $\omega$ , или же функцией только величины  $W$ . Отношение  $\pi^+/\pi^-$  слишком мало меняется в зависимости от  $x$  или  $W$  в изученном интервале параметров, чтобы эти две возможности можно было разделить.

Дополнительную значимость этому сравнению вероятностей рождения  $\pi^+$  и  $\pi^-$  придает то, что в области фрагментации фотона при  $Q^2 = 0$

$$\pi^+/\pi^- = 0,8, \quad (12.30)$$

а это сильно отличается от предсказываемых в рассматриваемой модели (при умеренных  $\omega$  и  $Q^2 \neq 0$ ) значений 1,2+1,3.

*Правило сумм для процесса  $eN \rightarrow eN$ .* Нормируемое на  $F_1^{eN}(x)$  число адронов  $h$  в области фрагментации тока, имеющих импульс  $z$ , в эксперименте, проведенном при фиксированном  $x$ , равно

$$\begin{aligned} N^h(z, x) = & \frac{4}{9} [u(x) D_u^h(z) + \bar{u}(x) D_{\bar{u}}^h(z)] + \\ & + \frac{1}{9} [d(x) D_d^h(z) + \bar{d}(x) D_{\bar{d}}^h(z)] + \\ & + \frac{1}{9} [s(x) D_s^h(z) + \bar{s}(x) D_{\bar{s}}^h(z)] \end{aligned} \quad (12.31)$$

плюс возможные вклады очарованных частиц и т. п. Мы можем упростить это громоздкое выражение, рассматривая, например, избыток  $\pi^+$ -мезонов над  $\pi^-$ -мезонами:

$$\begin{aligned} N_{eP}^{\pi^+}(z, x) - N_{eP}^{\pi^-}(z, x) = \\ = [D_u^{\pi^+}(z) - D_{\bar{u}}^{\pi^+}(z)] \left[ \frac{4}{9} (u - \bar{u}) - \frac{1}{9} (d - \bar{d}) \right] (x), \end{aligned} \quad (12.32)$$

где использованы соотношения типа  $D_v^{\pi^+} = D_{\bar{v}}^{\pi^-}$  и т. п. [формула (12.7)]. Выражение (12.32), вообще говоря, точное, так как вклад других кварков с  $I = 0$  не может изменить разность  $\pi^+$  и  $\pi^-$ .

Поскольку мы знаем из зарядовых правил сумм для протона и нейтрона [формулы (11.29), (11.30)], что

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2 \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 2, \quad (12.33)$$

мы можем написать

$$\int_0^1 dx [N_{eP}^{\pi^+}(z, x) - N_{eP}^{\pi^-}(z, x)] = \frac{7}{9} [D_u^{\pi^+}(z) - D_{\bar{u}}^{\pi^-}(z)]. \quad (12.34)$$

Аналогичным образом для нейтронной мишени можно получить [поменяв места  $u$  и  $d$  в формуле (12.32)]

$$\begin{aligned} N_{eN}^{\pi^+}(z, x) - N_{eN}^{\pi^-}(z, x) = \\ = [D_u^{\pi^+}(z) - D_{\bar{u}}^{\pi^-}(z)] \left[ \frac{4}{9} (d - \bar{d}) - \frac{1}{9} (u - \bar{u}) \right] (x), \end{aligned} \quad (12.35)$$

а также

$$\int_0^1 dx [N_{eN}^{\pi^+}(z, x) - N_{eN}^{\pi^-}(z, x)] = \frac{2}{9} [D_u^{\pi^+}(z) - D_{\bar{u}}^{\pi^-}(z)]. \quad (12.36)$$

Следовательно, независимо от  $z$

$$\frac{\int dx [N^{\pi^+}(z, x) - N^{\pi^-}(z, x)]_{eN}}{\int dx [N^{\pi^+}(z, x) - N^{\pi^-}(z, x)]_{eP}} = \frac{2}{7}. \quad (12.37)$$

Для сравнения с экспериментом целесообразнее интегрировать по всем  $z$ , поскольку тогда

$$\frac{\int dz N_{eN}^{\pi^+}(z)}{\int dz N_{eP}^{\pi^+}(z)} = \frac{\int dz (d\sigma/dz)_{eN}^{\pi^+}}{\int dz (d\sigma/dz)_{eP}^{\pi^+}}, \quad (12.38)$$

то получаем

$$\frac{\int_0^1 dx F_1^{eN}(x) [\langle n^{\pi^+} \rangle_{eN} - \langle n^{\pi^-} \rangle_{eN}]}{\int_0^1 dx F_1^{eP}(x) [\langle n^{\pi^+} \rangle_{eP} - \langle n^{\pi^-} \rangle_{eP}]} = \frac{2}{7}, \quad (12.39)$$

где  $\langle n^h \rangle$  — средняя множественность частиц  $h$  как функция от  $x$ . Это правило сумм выведено в работе [248], но еще не было надежно проверено на эксперименте.

### В. $e^+e^- \rightarrow h \dots$

В формуле (12.8) мы имеем

$$\frac{1}{\sigma_{\text{полн}}} \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h \dots) = \frac{\sum_i e_i^2 [D_i^h(z) + D_{\bar{i}}^h(z)]}{\sum_i e_i^2}. \quad (12.40)$$

Допуская 3 цвета кварков, получаем

$$\sigma_{\text{полн}}/\sigma_{\mu\mu} \equiv R = 3 \sum_i e_i^2,$$

так что

$$\frac{1}{\sigma_{\mu\mu}} \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h \dots) = 3 \sum_i e_i^2 [D_i^h(z) + D_{\bar{i}}^h(z)]. \quad (12.41)$$

Если при малых  $z$  мы имеем  $D(z) \sim 1/z$  (например, по аналогии с  $f(x) \sim 1/x$  для вероятности нахождения данных кварков в адроне), то предсказывается логарифмический рост множественности рождения, так как после интегрирования по  $z$

$$R \langle n^k \rangle = \int_{z_{\text{мин}}}^1 \frac{1}{\sigma_{\text{ум}}} \frac{d\sigma}{dz} dz = 3 \sum_i e_i^2 \int_{\frac{2m}{\sqrt{Q^2}}}^1 [D_i^k + D_i^{\bar{k}}] dz \quad (12.42)$$

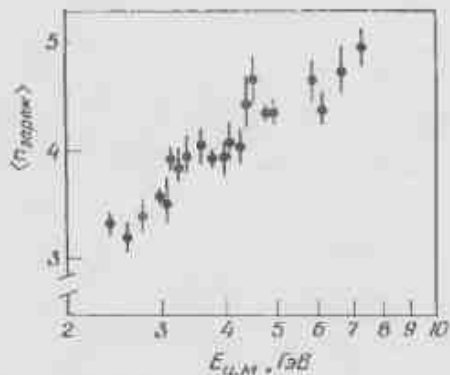


Рис. 8. Зависимость множественности рождения заряженных частиц в  $e^+e^-$ -аннигиляции от  $E_{\text{ц.м.}}$ .

интеграл оказывается логарифмически растущим с  $Q^2$ . Мы уже видели (рис. 6) некоторые намеки на поведение  $D(z) \sim 1/z$  при  $z \rightarrow 0$ , а поэтому любопытно, что логарифмический рост множественности в процессе  $e^+e^- \rightarrow h \dots$ , возможно, действительно наблюдается (рис. 8).

Так как  $\sigma_{\text{ум}} = 4\pi\alpha^2/3s$  [формула (14.9)], мы можем переписать (12.41) в виде

$$s \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h \dots) = \frac{4\pi\alpha^2}{3} 3 \sum_i e_i^2 [D_i^k(z) + D_i^{\bar{k}}(z)] \approx \approx 88 \times 3 \sum_i e_i^2 [D_i^k(z) + D_i^{\bar{k}}(z)] \text{ нб. ГэВ}^2. \quad (12.43)$$

Распределения величины  $s(d\sigma/dz)$  [249] показаны на рис. 9 и указывают на возможность скейлинга при  $z > 0,5$ . Мы не ожидаем здесь скейлинга при всех  $z$ , поскольку  $R$  возрастает при прохождении этой сложной области. Оказывается, однако, что при  $z \geq 0,5$  имеется скейлинг по  $s$ . Этот факт, а также зависимость нарушения скейлинга от  $z$  и  $s$  хорошо видны на рис. 10, где величина  $s(d\sigma/dz)$  отложена в зависимости от  $E_{\text{ц.м.}}$  в разных интервалах

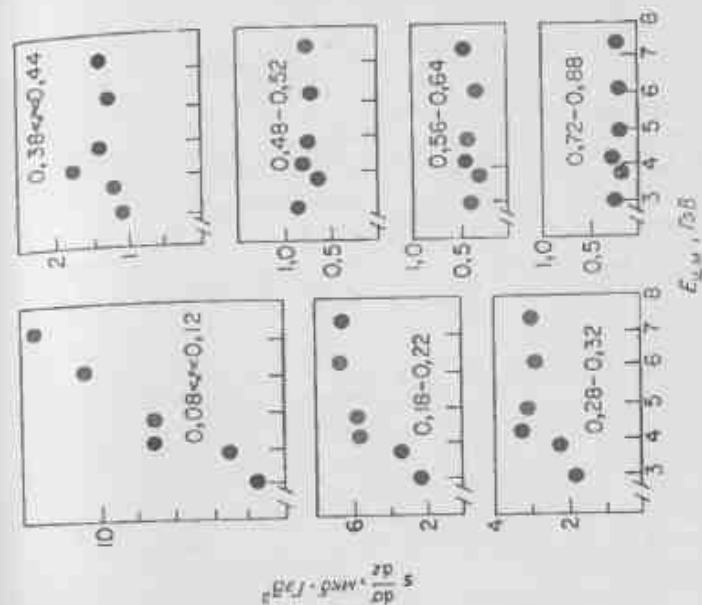


Рис. 10. Зависимость величины  $s(d\sigma/dz)$  от  $E_{\text{ц.м.}}$  в различных интервалах  $z$ .

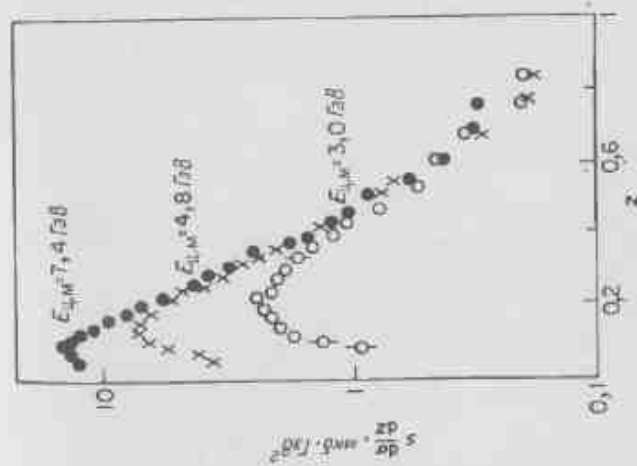


Рис. 9. Зависимость величины  $s(d\sigma/dz)$  от  $z$  при трех значениях энергии в системе центра масс  $e^+e^-$ : 3,4, 8 и 7,4 ГэВ.

z. Скейлинг требовал бы, чтобы  $s(d\sigma/dz)$  не зависело от  $E_{ц.м.}$  при любом фиксированном z.

Если весь рост величины R обусловлен рождением пар новых частиц ( $e^+e^- \rightarrow U^+U^-$ ), которые сразу же распадаются на наблюдаемые адроны, то на пороге конечные продукты распада должны иметь  $z < 0,5$ , поскольку каждая из частиц U несет половину полной энергии. Действительно, если все эти частицы U распадаются, то энергия любой конечной частицы не может превышать четверти полной энергии и, следовательно,  $z > 0,5$ .

При рождении частиц U несколько выше порога некоторые продукты распада могут иметь  $z > 0,5$ , но их вклад мал, а поэтому все сказанное остается верным.

Рассмотрим с этой точки зрения рис. 10. При  $z > 0,5$  наблюдается скейлинг [постоянство  $s(d\sigma/dz)$ ] во всем интервале  $3 \text{ ГэВ} \leq E_{ц.м.} \leq 8 \text{ ГэВ}$ . При  $z < 0,5$  скейлинг нарушается и начинает восстанавливаться при энергиях выше 4 ГэВ, кроме может быть, области самых малых z. При этих z конечность энергии все еще дает пороговые эффекты, и мы не ожидаем установления скейлинга вплоть до энергий протон-электрон-позитронного накопительного кольца.

Поэтому мы можем полуквантитативно объяснить наблюдаемое поведение как комбинацию пороговых явлений и скейлинга.

Следовательно, можно предположить, что поведение величины  $s(d\sigma/dz)$  определяется наложением вкладов «старых» и «новых» частиц.

Если это действительно так, то данные, полученные при  $E_{ц.м.} = 3 \text{ ГэВ}$ , обусловлены целиком «старыми» частицами и поэтому демонстрируют (при  $z \geq 0,2$ ) скейлинговое поведение u-, d-, s-кварковых степеней свободы. Поэтому мы можем анализировать эти данные, рассматривая соотношение (12.41)

$$\frac{1}{\sigma_{\mu\mu}} \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h \dots) = 3 \sum_{i=u,d,s} e_i^2 [D_i^h(z) + D_i^{\bar{h}}(z)],$$

и сравнивать их, как говорилось ранее, с аналогичными данными и по инклюзивному рождению адронов в индуцированных лептонами реакциях.

Для упрощения мы примем приближение, в котором считается существенным только u-кварк [250] (это наиболее вероятный в протоне кварк, а также имеющий вчетверо больший, чем остальные, квадрат заряда). Тогда для процесса  $ep \rightarrow eh \dots$  имеем

$$\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma}{dz} = \frac{\sum_i e_i^2 f_i(x) D_i^h(z)}{\sum_i e_i^2 f_i(x)} \rightarrow D_u^h(z) \quad (12.44)$$

и, следовательно,

$$\frac{1}{\sigma_{\mu\mu}} \left[ \frac{d\sigma}{dz} (ep \rightarrow eh^+ \dots) + \frac{d\sigma}{dz} (ep \rightarrow eh^- \dots) \right] = D_u^{h^+}(z) + D_u^{h^-}(z). \quad (12.45)$$

Для  $e^+e^-$ -аннигиляции при  $\sqrt{Q^2} < 3,5 \text{ ГэВ}$  (когда по предположению существенны только u-, d-, s-степени свободы), считая вклад *u*-кварков главным, получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\sigma_T} \left[ \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h^+ \dots) + \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h^- \dots) \right] = \\ = \frac{1}{2} [D_u^{h^+}(z) + D_u^{h^-}(z) + D_u^{\bar{h}^+}(z) + D_u^{\bar{h}^-}(z)] = D_u^{h^+}(z) + D_u^{h^-}(z) \end{aligned} \quad (12.46)$$

и, таким образом, мы приходим к непосредственному сравнению наблюдаемых величин

$$\frac{1}{\sigma_T} \frac{d\sigma}{dz} (ep \rightarrow eh^\pm \dots) = \frac{1}{2\sigma_T} \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow h^\pm \dots) \quad (12.47)$$

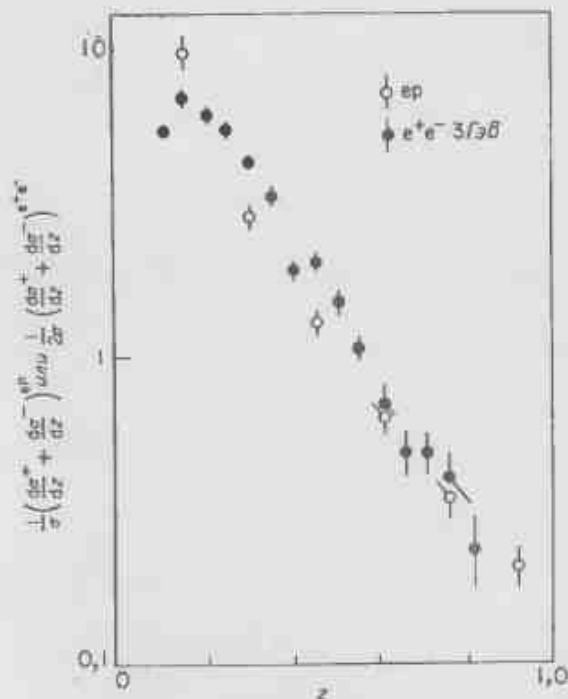


Рис. 11. Проверка скейлинга и преобладания u-кварка в  $ep$ -взаимодействии и  $e^+e^-$ -аннигиляции при  $E_{ц.м.} = 3 \text{ ГэВ}$ .



Экспериментальные данные для правой и левой частей равенства (12.47) показаны на рис. 11; равенство выполняется очень хорошо при больших  $z$ , где неодинаковый выбор сравниваемых величин менее существен [250].

### § 3. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АДРОНОВ, РОЖДАЕМЫХ ПРИ $e^+e^-$ -АННИГИЛЯЦИИ

Чтобы получить представление о некоторых сторонах открытия тяжелых (очарованных) мезонов в  $e^+e^-$ -аннигиляции при  $1 \lesssim s \lesssim 3,9$  ГэВ и о явлениях скейлинга и рождения струй в процессах  $e^+e^- \rightarrow$  адрон +  $X$  при  $1 \lesssim s \lesssim 5$  ГэВ, нужно исследовать кинематику процесса  $e^+e^- \rightarrow AB$ , разбив далее изложенное в гл. 11. Мы рассмотрим этот процесс, разбив его на две стадии: а) процесс  $e^+e^- \rightarrow \gamma$  образования фотона с импульсом вдоль оси  $z$  и б) распад  $\gamma \rightarrow AB$  вдоль оси  $z'$ , направленный под углом  $\theta$  к оси  $z$ .

Обозначим энергию пучка через  $E$ . Если  $E \gg m_e$  (что всегда выполняется на практике), то возникающий фотон  $\gamma$  поляризован поперечно к оси  $z$ , т. е.  $J_z = \pm 1$  (это следствие вида электромагнитного взаимодействия). Все дальнейшие результаты проистекают из этого, так что читателю следует проверить это самому, например написав  $\psi_\mu, \bar{\psi}$  с каким-нибудь из представлений для  $\gamma$ -матриц. Компонента с  $\mu = 0$  равна нулю, поскольку мы работаем в системе центра масс  $e^+e^-$ , где  $q_z = 0$ , а из закона сохранения тока  $(q \cdot j) = 0$  следует  $q_0 j_0 = 0$ .

Таким образом, фотон, рождаемый при  $e^+e^-$ -аннигиляции, имеет  $J_z = \pm 1$ ; но по отношению к оси  $z'$  он является комбинацией состояний  $J_{z'} = 0, \pm 1$ . Вид этой комбинации зависит от угла  $\theta$  (например, при  $\theta = 0$  мы имеем  $z' = z$  и остается только  $J_{z'} = \pm 1$ ). В явном виде состояние фотона по отношению к оси  $z'$  выражается через функции углового вращения  $d_{mm'}^J(\theta)$  (в нашем случае  $J \equiv J_\gamma = 1$ , а  $m$  и  $m'$  суть проекции спина фотона на оси  $z, z'$ ).

Если  $A_{m'}^{AB}$  — амплитуда процесса  $\gamma \rightarrow AB$  при проекции на ось  $z'$ , равной  $m'$ , то мы можем написать

$$\sigma_{m'}(e^+e^- \rightarrow AB) \sim |A_{m'}^{AB}|^2. \quad (12.48)$$

Тогда

$$A_m(\theta) = d_{mm'}^J(\theta) A_{m'}(\theta = 0), \quad (12.49)$$

и при  $\theta = 0$  мы имеем  $m = \pm 1$  (для фотона было только  $J_z = \pm 1$ ). Для простоты рассмотрим сначала состояние с  $J_z = 1$ . Имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow AB) \sim \sum_{m'=\pm 1, 0} |d_{1m'}^1(\theta)|^2 \sigma_{m'}(e^+e^- \rightarrow AB), \quad (12.50)$$

где  $d_{1\pm 1}^1 = (1 \pm \cos \theta)/2$ ,  $d_{10}^1 = \sin \theta/\sqrt{2}$ . Подставляя выражения для  $d_{mm'}^J$  в (12.50), получаем (члены, линейные по  $\cos \theta$ , равны нулю вследствие нечетности)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow AB) = \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2} + \frac{\sin^2 \theta}{2} \sigma_0. \quad (12.51)$$

Для случая  $J_z = -1$  получается аналогичное выражение. Если определить, как обычно, поперечное ( $T$ ) и продольное ( $L$ ) сечения как

$$\sigma_T \equiv (\sigma_+ + \sigma_-)/2, \quad \sigma_L \equiv \sigma_0 \quad (12.52)$$

и просуммировать по начальным конфигурациям, то получим

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow AB) = (1 + \cos^2 \theta) \sigma_T + (1 - \cos^2 \theta) \sigma_L. \quad (12.53)$$

Состояние  $AB$  могло бы быть действительно двухчастичным конечным состоянием или  $A$  могло бы быть детектируемым адроном, а  $B$  представляло бы все остальное. В общем случае наблюдаемое угловое распределение зависит от относительных величин  $\sigma_T$  и  $\sigma_L$ . Ясно, что угловое распределение может быть записано в виде  $(1 + \alpha \cos^2 \theta)$ , где  $-1 < \alpha < 1$ , поскольку система  $AB$  возникла из однофотонного состояния с  $J = 1$ . Нечетные по  $\cos \theta$  члены нарушают четность. Члены с высшими степенями  $\cos \theta$  требовали бы состояний с  $J > 1$  (они могли бы возникать, например, в результате процессов типа  $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$  адроны, и мы не будем далее их рассматривать здесь, поскольку речь идет только об  $e^+e^-$ -аннигиляции в один фотон).

Интегрируя (12.53) по всем  $\theta$ , находим

$$\sigma = \frac{4}{3} (2\sigma_T + \sigma_L) \equiv \frac{4}{3} (\sigma_+ + \sigma_- + \sigma_0), \quad (12.54)$$

т. е. равные веса для всех возможных спиральных состояний системы  $AB$ . Заметим, что состояния разной спиральности имеют одинаковые веса *только после интегрирования по всем  $\theta$* . При любом фиксированном  $\theta$ , т. е. после интегрирования по некоторой части телесного угла  $2\pi$ , этого не было бы.

#### А. Процесс $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$

Поперечное и продольное сечения рождения, выраженные через два форм-фактора  $G_{E, M}(Q^2)$ , обычно называемых электрическим и магнитным (сравните с рассеянием  $e^- p \rightarrow e^- p$ , гл. 9), имеют следующую вид:

$$\sigma_T = \left(\frac{4\pi\alpha}{Q^2}\right)^2 \frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{4m^2}{Q^2}\right)^{1/2} Q^4 G_M^2(Q^2), \quad (12.55)$$

$$\sigma_L = \left(\frac{4\pi\alpha}{Q^2}\right)^2 \frac{1}{8\pi} \left(1 - \frac{4m^2}{Q^2}\right)^{1/2} 4m^2 G_E^2(Q^2). \quad (12.56)$$

Здесь  $[1 - 4m^2/Q^2]^{1/2}$  — пороговый множитель, соответствующий рождению двух объектов равной массы  $m$  в относительном  $S$ -состоянии. Дело в том, что фотон с  $J^{PC} = 1^-$  может породить фермион-антифермионную пару в  $S$ -состоянии, поскольку соотношения

$$P(p\bar{p})_L = (-1)^{L+1}, \\ C(p\bar{p})_{L,S} = (-1)^{L+S}$$

допускают  $S = 1, L = 0$ .

Отношение продольного и поперечного сечений рождения равно

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{4m^2}{Q^2} \frac{G_E(Q^2)}{G_M(Q^2)}. \quad (12.57)$$

Заметим, что если  $G_E(Q^2) = G_M(Q^2) = 1$  (так было бы в случае  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  или при рождении любой другой пары элементарных фермионов, например кварк-партонов), то

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_T}\right)^{e^+e^- \rightarrow q\bar{q}} = \frac{4m^2}{Q^2} \rightarrow 0 \text{ при } Q^2 \rightarrow \infty. \quad (12.58)$$

Вблизи порога должно выполняться соотношение

$$G_E(Q^2 \approx 4m^2) \approx G_M(Q^2 \approx 4m^2).$$

Это можно показать, выразив  $G_{E,M}$  через форм-факторы Паули-Дирака  $F_{1,2}$  (которые при  $Q^2 = 0$  нормированы на заряд и аномальный магнитный момент объекта со спином  $1/2$ ). Это соотношение можно записать в виде [формула (9.23)]

$$G_E(Q^2) = F_1 + \frac{Q^2}{4m^2} \kappa F_2, \quad (12.59)$$

$$G_M(Q^2) = F_1 + \kappa F_2, \quad (12.60)$$

и потому при  $Q^2 \rightarrow 4m^2$  мы имеем  $G_E \rightarrow G_M$ . Следовательно, для рождения пары объектов со спином  $1/2$  вблизи порога необходимо условие

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_T} \rightarrow \frac{4m^2}{Q^2} \rightarrow 1.$$

### Б. Процессы $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ или $DD$

При рождении двух бесспиновых объектов для проекции момента на ось их движения ( $z'$ ) должно выполняться условие

$$J_{z'} = 0. \quad (12.61)$$

Поэтому для такого процесса

$$\sigma_T(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, DD) = 0$$

и угловое распределение такое же, как в случае продольного рождения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, DD) \sim \sin^2 \theta. \quad (12.62)$$

Сечение таково:

$$\sigma_L(e^+e^- \rightarrow DD) = \frac{\pi\alpha^2}{3Q^2} \left(1 - \frac{4m^2}{Q^2}\right)^{1/2} |G_E(Q^2)|^2. \quad (12.63)$$

Здесь пороговый множитель  $(1 - 4m^2/Q^2)^{1/2}$  соответствует рождению объектов равной массы в  $P$ -состоянии (фотон с  $J^P = 1^-$  порождает пару псевдоскаляров в  $P$ -волне). Форм-фактор  $G_E(Q^2)$  отвечает за рождение пары  $DD$ , и индекс  $E$  напоминает, что вклад дает только продольная мода (ср. с формулой (12.56)).

Итак, для  $e^+e^-$ -аннигиляции мы получили такие же результаты, как и для пространственно-подобного рассеяния лептонов. А именно для бесспиновых партонов  $\sigma_T = 0$  [формула (12.63)], тогда как для спина  $1/2$

$$(\sigma_L/\sigma_T)^{Q^2 \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

[формула (12.58)].

## § 4. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АДРОНОВ В РЕАКЦИЯХ $e^+e^- \rightarrow h + X$ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ ПУЧКОВ

Пучки накопленных  $e^+$  и  $e^-$  вращаются в магнитном поле, направление которого ( $\hat{y}$ ) перпендикулярно плоскости вращения пучка ( $\hat{x}\hat{z}$ ). Через некоторый промежуток времени большая часть позитронов (электронов) будет находиться в состояниях со спином, параллельным (антипараллельным) магнитному полю, поскольку эти состояния имеют меньшую энергию. Таким образом, пучки в наконителе поляризованы в направлении  $\hat{y}$ . При поляризации 100% фотон, рожденный в  $e^+e^-$ -аннигиляции, имеет нулевую проекцию момента на ось  $\hat{y}$ :

$$J_y^0 = 0. \quad (12.64)$$

Мы вычислим угловое распределение адронов  $h$ , произведенных таким поляризованным фотоном в процессе

$$e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow h + X.$$

Если адрон вылетает под углом  $\theta$  к оси  $\hat{z}$  (направления  $e^+$ ) и под углом  $\varphi$  к плоскости кольца  $\hat{x}\hat{z}$ , то единичный вектор в направлении его импульса таков (рис. 12):

$$\hat{p}_h = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \quad (12.65)$$

так что угол  $\beta$  между вектором  $\hat{p}_h$  и осью  $\hat{q}$  дается соотношением

$$\cos \beta = \sin \theta \sin \varphi. \quad (12.66)$$

Выражение для угла  $\beta$  позволяет нам сразу же вычислить сечение  $(d\sigma/d\Omega)$  ( $e^+e^- \rightarrow h + X$ ). Если  $\lambda$  — проекция спина фотона на направление  $\hat{p}_h$ , то в силу равенства (12.64) мы имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sum_{\lambda=\pm 1, 0} |A_\lambda|^2 |d_{\lambda 0}(\beta)|^2. \quad (12.67)$$

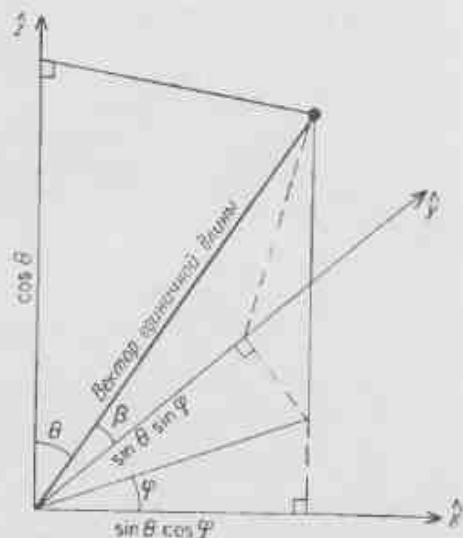


Рис. 12. Вектор импульса адрона и его компоненты.

Четность требует равенства

$$|A_1| = |A_{-1}|. \quad (12.68)$$

и потому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim |A_1|^2 \sin^2 \beta + |A_0|^2 \cos^2 \beta. \quad (12.69)$$

Мы определим поперечное и продольное сечение процесса как величины, пропорциональные  $|A_1|^2$  и  $|A_0|^2$ ; они являются функциями величин  $Q^2$  и  $p_h$  или  $z$ . Эти функциональные зависимости подразумеваются во всех последующих вычислениях. Поэтому мы можем написать

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{полн}} = \sigma_T \sin^2 \beta + \sigma_L \cos^2 \beta = \sigma_T + (\sigma_L - \sigma_T) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi. \quad (12.70)$$

Индекс «поляриз» напоминает, что это сечение относится к случаю полной поляризации фотона ( $e^+e^-$ -пучков).

На самом деле пучки не являются поляризованными на 100%. Частицы  $e^\pm$  взаимодействуют с магнитным полем не только из-за наличия спина, но также вследствие своего вращения (орбитального момента). Это приводит к деполаризирующему эффекту. Детальная теория данного явления довольно сложна [251]; она предсказывает полную деполаризацию при энергиях, удовлетворяющих соотношению

$$\frac{g-2}{2} \frac{E}{m} = N, \quad (12.71)$$

где  $N$  — целое число,  $E$  и  $m$  — энергия и масса электрона  $e^-$  (или позитрона  $e^+$ ), а  $g-2$  — аномальный магнитный момент. При  $N=7$  имеем

$$E_{N=7} = 2E = 6,16 \text{ ГэВ.}$$

Деполаризация при этой энергии действительно наблюдалась на Стэнфордском асимметричном накопителе позитронного и электронного пучков (США).

Вернемся теперь к кинематическому выражению (12.70) и рассмотрим полностью неполяризованные пучки. Тогда, поскольку  $\sin^2 \varphi = 1/2$ , мы получим

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{неполяриз}} = \sigma_T + \frac{1}{2}(\sigma_L - \sigma_T) \sin^2 \theta. \quad (12.72)$$

Это выражение, разумеется, имеет ту же структуру, что и выражение (12.53), выведенное ранее в предположении неполяризованных пучков.

Теперь мы можем, наконец, написать выражения для сечений в случае пучков с произвольной степенью поляризации  $P$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (1 - P^2) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{неполяриз}} + P^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{поляриз}}, \quad (12.73)$$

и потому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}(\sigma_T + \sigma_L) [1 + \alpha (\cos^2 \theta + P^2 \sin^2 \theta \cos 2\varphi)]. \quad (12.74)$$

где

$$\alpha = \frac{\sigma_T - \sigma_L}{\sigma_T + \sigma_L}. \quad (12.75)$$

Выражение (12.74) дает самый общий вид углового распределения для инклюзивного рождения адронов в однофотонной электрон-позитронной аннигиляции. Наблюдаемое угловое распределение адронов позволяет определить отношение  $\sigma_L/\sigma_T(z, Q^2)$ , содержащее важную информацию о динамике процесса (в модели, где адроны являются продуктами фрагментации партонов со спином  $1/2$ , отношение  $\sigma_L/\sigma_T \sim 1/Q^2$ ).

В принципе можно определить  $\sigma_L/\sigma_T$  или, что эквивалентно,  $\alpha$  уже из распределения по  $\theta$ , так что поляризация  $P$  не дает новой информации. Однако на практике, поскольку детектор Стэнфордского асимметричного накопителя позитронного и электронного пучков захватывает ограниченный диапазон углов  $\theta$ ,  $|\cos \theta| \approx 0,6$  (концы цилиндрического детектора, охватывающего камеру ускорителя, открыты для ввода и вывода пучков), а по азимутальным углам  $\varphi$  захват полный, оказывается легче извлечь отношение  $\sigma_L/\sigma_T$  из азимутальной зависимости при использовании поляризованных пучков. Это хорошо иллюстрируется данными работы [249].

Интегрируя по  $\varphi$ , имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} (\sigma_T + \sigma_L) (1 + \alpha \cos^2 \theta), \quad (12.76)$$

так что распределение по  $\theta$  очень мало дает для определения  $\alpha$ .

Инклюзивные угловые распределения для частиц с  $z > 0,3$  и  $|\cos \theta| \leq 0,6$  при энергии в системе центра масс 7,4 ГэВ представлены на рис. 13. Налицо вполне заметная зависимость от  $\cos 2\varphi$ . (При 6,2 ГэВ имеется, как показано в формуле (12.71), максимум деполаризации. Поэтому при 6,2 ГэВ пучки оказываются «случайно» деполаризованными и наблюдается изотропное по  $\varphi$  распределение [252].)

Используя данные при  $E_{ц.м.} = 7,4$  ГэВ с их четкой зависимостью от  $\cos 2\varphi$ , мы можем подгонкой к виду кривой  $(d\sigma/d\Omega)$  определить  $\alpha$ , если известна величина  $P^2$ . Эту величину можно определить из данных для процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  при той же энергии; так как  $(\sigma_L/\sigma_T)_{\mu^+\mu^-} \approx 0$ , мы имеем

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{1}{2} \sigma_T (1 + \cos^2 \theta + P^2 \sin^2 \theta \cos 2\varphi). \quad (12.77)$$

Отсюда находится величина  $P^2$ , которая оказывается равной  $0,46 \pm 0,05$  при этой энергии. Теперь можно использовать эту

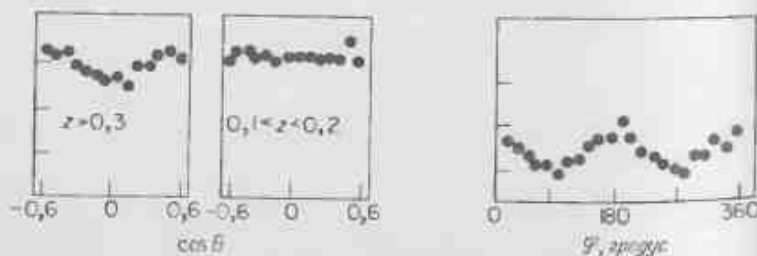


Рис. 13. Угловые распределения адронов, рожденных в  $e^+e^-$  аннигиляции при  $E_{ц.м.} = 7,4$  ГэВ.

информацию для подгонки данных по процессу  $e^+e^- \rightarrow h + X$  и определения  $\alpha$  (или  $\sigma_L/\sigma_T$ ).

Результаты для  $\sigma_L/\sigma_T$  (и  $\alpha$ ) при  $E_{ц.м.} = 7,4$  ГэВ в зависимости от  $z$  представлены на рис. 14. При малых  $z$ , когда адрон  $h$  рождается совместно с тяжелой почти покоящейся массой,  $\sigma_L$  и  $\sigma_T$  почти равны. При  $z \geq 0,2$ , где наблюдался бьеркеновский скейлинг (§ 2, п. «В»), доминирует  $\sigma_T$ , что характерно для рождения пар частиц со спином  $1/2$  (сравните с  $\mu^+\mu^-$ ).

Поэтому с экспериментом согласуется модель, в которой наблюдаемые адроны испускаются партонами со спином  $1/2$ .

Дальнейшее подтверждение идеи о том, что адроны есть фрагменты партонов, дает изучение многолучевых событий, которые проявляют «струйную» структуру (ограниченность импульсов, поперечных к некоторой оси). Это явление хорошо известно в физике адронов и является естественным следствием партоновой модели. Дело в том, что при больших  $E_{ц.м.}$  партоны со спином  $1/2$  рождаются с угловым распределением, типичным для случая

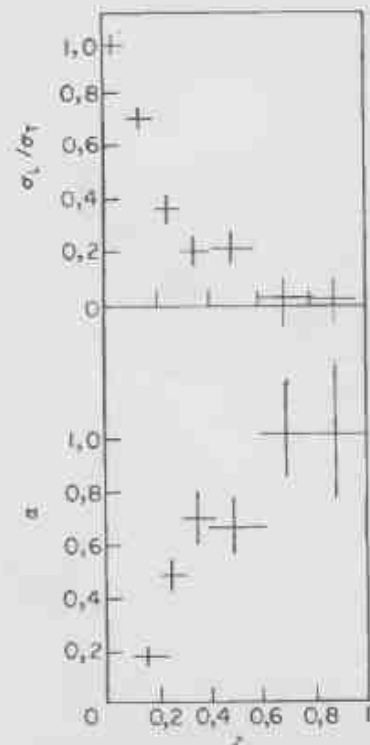


Рис. 14. Зависимость величин  $\sigma_L/\sigma_T$  и  $\alpha$  от  $z$  при 7,4 ГэВ.

$\alpha = 1$ , и потому наблюдаемые адроны имеют малые поперечные (к направлению  $\theta$  вылета партонов) импульсы. Поэтому должны возникать две струи частиц, причем направления струй совпадают с первоначальным направлением движения партонов.

В событиях с вылетом трех или более адронов определялась ось, минимизирующая сумму квадратов импульсов, перпендикулярных ей. После этого определялась величина  $S$ , названная «сферичностью» [253]:

$$S \equiv 3 \sum_i (p_i^{\perp})^2 / 2 \sum_i (p_i^{\perp})^2; \quad 0 \leq S \leq 1,$$

где  $p^i$  и  $p_i^{\perp}$  — импульс  $i$ -й частицы и его поперечная к оси струй компонента. При  $S \rightarrow 0$  вылет частиц струеподобный, при  $S \rightarrow 1$  сферический. Средняя сферичность как функция энергии показана на рис. 15. При возрастании энергии наблюдается все более выраженный струйный характер вылета частиц.

Хотя в этой области остается еще много работы, обнаруженные эффекты явно указывают на нечто большее, чем простую корреляцию, возникающую из-за сохранения энергии — импульса, и являются истинно многочастичными эффектами. Монтекарловская модель струй с  $\langle p_T \rangle = 350$  МэВ/с превосходно описывает

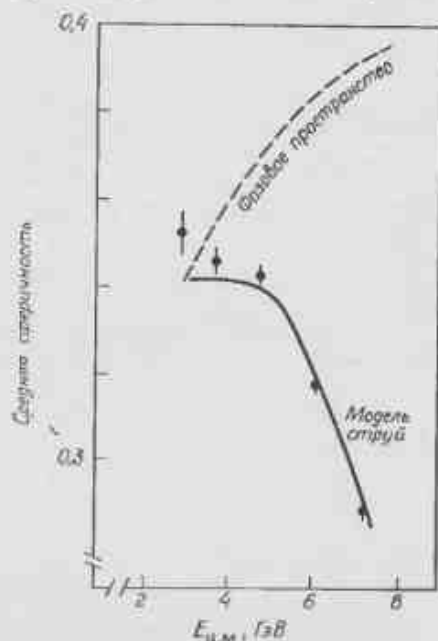


Рис. 15. Зависимость средней сферичности от энергии: экспериментальные данные и предсказания модели струй и модели фазового пространства.

экспериментальные данные, тогда как монтекарловский расчет по сферическому фазовому объему их описывает плохо. Исключивное угловое распределение также хорошо описывается моделью струй; для случая  $E_{CM} = 7,4$  ГэВ сравнение проведено на рис. 16 при  $\alpha_{струй} = 0,78 \pm 0,12$ . Заштрихованная область отвечает влиянию отклонения импульсов адронов от оси струй на величину  $\alpha$ .

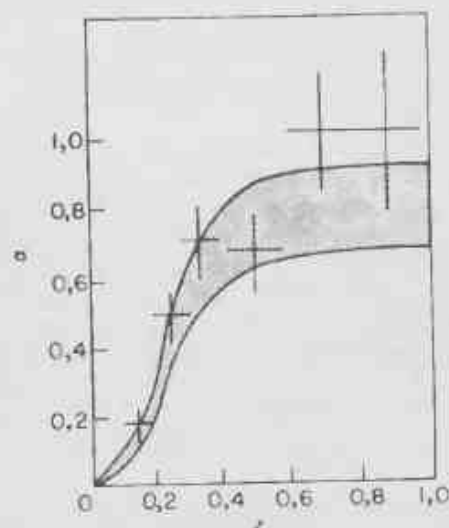


Рис. 16. Сравнение  $z$ -распределения инклюзивных адронов при 7,4 ГэВ с предсказаниями модели струй.

Хотя в превосходном согласии с партоновой моделью струй и наблюдаются, может настораживать то, что согласие слишком уж хорошо. Ведь, понимаемая буквально, модель предсказывает появление конечных состояний с квантовыми числами кварков, а это не наблюдается на самом деле. Если кварк-партонная модель адекватна, то наличие струй говорит о том, что рожденные кварки одеваются парами  $q\bar{q}$  так, что:

1) квантовые числа конечных состояний являются только обычными; 2) в процессе «одевания» кварки и антикварки не забывают направление, в котором они родились.

Конечно, хотелось бы видеть согласованную картину кварков, включающую конфайнмент, в которой струи появлялись бы естественным образом. Одной из возможностей является модель массивных кварков Препараты [158].

## Глава 13

## ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ

## § 1. НАЧАЛА КИНЕМАТИКИ

Неупругое рассеяние лептонов дало информацию о квантовых числах партонов и навело на мысль, что это, возможно, кварки со спином  $1/2$ . Используя поляризованный пучок и мишень, можно выяснить, как распределен спин протона по кваркам различных сортов, а также какая часть полного спина протона переносится глюонами. Прежде чем рассматривать эти явления, необходимо небольшое введение в кинематику процессов.

Сечение рассеяния электронов выражалось в формуле (9.28) через лептонный и адронный тензоры  $L_{\mu\nu}$  и  $W_{\mu\nu}$ . В отсутствие поляризации тензор  $L_{\mu\nu}$  симметричен по  $k$  и  $k'$ , т. е. по начальному и конечному импульсам лептонов. Для лептонов с начальной спиральностью  $\pm 1/2$ ,

$$L_{\mu\nu}^{\pm} \equiv \frac{1}{2} (L_{\mu\nu}^{(S)} + L_{\mu\nu}^{(\pm)(A)}), \quad (13.1)$$

где

$$L_{\mu\nu}^{(\pm)(A)} = \mp ie_{\mu\nu\lambda\sigma} k^{\lambda} k'^{\sigma}, \quad (13.2)$$

что следует сравнить с формулой (11.43) для нейтральных пучков.

Рассмотрим теперь поляризованный нуклон [с 4-импульсом  $P$  и ковариантным спин-вектором  $s^{\sigma}$ , такими, что  $s \cdot P = 0$ ,  $s \cdot s = -1$ ]. Адронный тензор имеет вид

$$W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^{(S)} + W_{\mu\nu}^{(A)}, \quad (13.3)$$

где  $W_{\mu\nu}^{(S)}$  — тензор, представленный в формуле (9.33), а

$$W_{\mu\nu}^{(A)} = ie_{\mu\nu\lambda\sigma} q^{\lambda} \left\{ s^{\sigma} \left[ MG_1(v, q^2) + \frac{P \cdot q}{M} G_2(v, q^2) \right] - s \cdot q p^{\sigma} \frac{G_2(v, q^2)}{M} \right\}, \quad (13.4)$$

где  $G_{1,2}$  — две новые структурные функции [254].

Заметим, что вклады  $G_{1,2}$  меняют знак при обращении знака поляризации нуклона, тогда как  $W_{1,2}$  не зависят от поляризации. Поэтому в экспериментах с неполяризованными частицами иссле-

дуются только  $W_{1,2}$ ; для выделения  $G_{1,2}$  необходимы поляризованные мишень и пучок. Формальная причина в том, что  $G_{1,2}$  входят в антисимметричную часть тензора  $W_{\mu\nu}$  и отличные от нуля вклады  $G_1$  и  $G_2$  получаются только при умножении на зависящий от поляризации лептонов тензор  $L_{\mu\nu}^{(A)}$ .

Дважды дифференциальные сечения  $\uparrow\uparrow$ ,  $\uparrow\downarrow$  с параллельной (антипараллельной) взаимной поляризацией спинов пучка и мишени вдоль направления пучка равны

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} (\uparrow\uparrow + \uparrow\downarrow) = \frac{8\alpha^2 E'^2}{Q^4} \left\{ 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2 \right\}, \quad (13.5)$$

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} (\uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow) = \frac{4\alpha^2 E'^2}{Q^4 E} \{ (E + E' \cos \theta) MG_1 - Q^2 G_2 \}. \quad (13.6)$$

Здесь (13.5) есть (удвоенное) известное усредненное по спину сечение [гл. 9, § 1, формула (9.35)]. При поперечной взаимной поляризации пучка и мишени сечение выражается через другую комбинацию функций  $G_1$  и  $G_2$ :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} (\uparrow \rightarrow - \uparrow \leftarrow) = \frac{4\alpha^2 E'}{EQ^2} E' \sin \theta \{ MG_1 + 2EG_2 \}. \quad (13.7)$$

Для проверки различных теоретических моделей чрезвычайно важно уметь находить структурные функции  $G_1$  и  $G_2$  по отдельности.

Чтобы выяснить физический смысл этих структурных функций, мы свяжем приведенные выше кинематические соотношения с сечениями поляризованного фотопоглощения (вне массовой поверхности). Это покажет также, почему для описания эксперимента необходимы четыре независимые амплитуды.

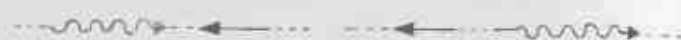
Полные сечения фотопоглощения по оптической теореме связаны с амплитудами комптоновского рассеяния вперед. В табл. 1 эти амплитуды указаны для всех возможных комбинаций спиральностей фотона и нуклона (переворачивая последовательно спины всех участвующих частиц, можно получить еще пять новых комбинаций спиральностей, но в силу сохранения четности они сводятся к приведенным в табл. 1). Поскольку мы рассматриваем амплитуды комптоновского рассеяния вперед для частиц с одинаковой массой, конфигурации  $C$  и  $\bar{C}$  связаны между собой операцией обращения времени, поэтому остаются четыре независимые спиральные амплитуды:

$$W_{1(+)(+), 1(+)(-), W_{1(-)(+), 1(-)(-), W_{0(+)(+), 0(+)(-), W_{1(-)(+), 0(+)(-)},$$

где  $W_{ij, rj}$  — амплитуда процесса с начальной (конечной) проекцией спина фотона  $i$  ( $i'$ ) и спина нуклона  $j$  ( $j'$ ). Эти спиральные

Спиральные амплитуды комptonовского рассеяния вперед  
До рассеяния После

Таблица 1



$$J_z = \pm 1, 0 \quad J_z = \pm 1/2 \quad J_z = \pm 1/2 \quad J_z = \pm 1, 0$$

	Начальное состояние		Промежуточное состояние $J_z$	Конечное состояние	
	$\gamma_V$	$P$		$\gamma_V$	$P$
(A)	+1	+1/2	+3/2	+1	+1/2
(B)	+1	-1/2	+1/2	+1	-1/2
(C)	+1	-1/2	+1/2	0	+1/2
(C')	0	+1/2	+1/2	1	-1/2
(D)	0	+1/2	+1/2	0	+1/2

амплитуды связаны со структурными функциями электророждения следующим образом:

$$W_1 = \frac{1}{2} (W_1(e_{1\lambda}, 1(e_{1\lambda}) + W_1(e_{-1\lambda}, 1(e_{-1\lambda})) \sim \sigma_{1/2}^T + \sigma_{1/2}^T, \quad (13.8)$$

$$(1 + v^2/Q^2) W_2 - W_1 (\equiv W_L) = W_0(e_{1\lambda}, 0(e_{1\lambda}) \sim \sigma_{1/2}^S, \quad (13.9)$$

$$vMG_1 - Q^2 G_2 = \frac{1}{2} (W_1(e_{1\lambda}, 1(e_{1\lambda}) - W_1(e_{-1\lambda}, 1(e_{-1\lambda})) \sim \sigma_{1/2}^T - \sigma_{1/2}^T, \quad (13.10)$$

$$V \sqrt{2Q^2} (MG_1 + vG_2) = W_1(e_{-1\lambda}, 0(e_{1\lambda}) \sim \sigma_{1/2}^{TS}, \quad (13.11)$$

где  $\sigma$  — сечение фотопоглощения в состояниях с  $J_z = 1/2$  и  $J_z = -1/2$  для поперечных (спиральность  $\pm 1$ ) или скалярных (спиральность 0) фотонов.

Более подробно кинематика рассматривается в работах [255—258]. При обсуждении партонной модели мы сконцентрируем внимание на поперечной асимметрии

$$A = \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{1/2}^S}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{1/2}^S} = \frac{-Q^2 G_2 + vMG_1}{W_1}, \quad (13.12)$$

Пользуясь формулами (13.5), (13.6) и (9.46), можно показать, что [255, 256]

$$\frac{(d^2\sigma/d\Omega dE') (\uparrow\uparrow - \downarrow\downarrow)}{(d^2\sigma/d\Omega dE') (\uparrow\uparrow + \downarrow\downarrow)} = V \sqrt{1 - e^2} A, \quad (13.13)$$

где  $\tau(Q^2, \nu, 0)$  — величина, даваемая формулой (9.47). Вкладом продольных фотонов мы пренебрегли и использовали сечения для параллельных и антипараллельных спинов лептона и адрона. Формула (13.13) показывает, что эксперимент прямо дает величину  $A$ . Мы сконцентрируемся на изучении этой величины, поскольку она допускает прямую физическую интерпретацию, будучи прямо связанной с (виртуальным) взаимодействием фотона и мишени.

## § 2. ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВЕЛИЧИНЫ $A$ В ПАРТОННОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим протон с  $J_z = +1/2$ , обозначаемый далее символом  $P^+$ . Пусть столкновение фотона с протоном происходит по коллинеарной  $z$ -оси. Для поперечно-поляризованного фотона  $J_z = \pm 1$ , и потому поглощение фотона дает состояние с  $J_z = \pm 1/2$  или  $1/2$ :

$$\begin{aligned} \gamma(J_z = +1): \quad \gamma^+ + P^+ &\rightarrow \sigma_{1/2}, \\ \gamma(J_z = -1): \quad \gamma_+ + P^+ &\rightarrow \sigma_{1/2}. \end{aligned} \quad (13.14)$$

Рассмотрим теперь взаимодействие фотона с кварком. Если кварки движутся вдоль оси  $z$  (т. е. в протоне  $k_T = 0$ ), то фотон-кварковое столкновение коллинеарно и поперечный фотон должен перевернуть спин кварка, с которым он взаимодействует (поскольку для коллинеарного столкновения  $L_z = 0$ ). Поэтому

$$\begin{aligned} \gamma^+ + q_+ &\rightarrow q^+, \\ \gamma_+ + q^+ &\rightarrow q_+, \end{aligned} \quad (13.15)$$

но  $\gamma^+ q^+$  и  $\gamma_+ q^+$  не могут взаимодействовать, поэтому мы получаем, используя (13.14), что

$$\begin{aligned} \sigma_{1/2} &\sim \gamma^+ P^+ \sim \sum_i e_i^2 q_+, \\ \sigma_{1/2} &\sim \gamma_+ P^+ \sim \sum_i e_i^2 q^+ \end{aligned} \quad (13.16)$$

и потому

$$A \equiv \frac{\sigma_{1/2} - \sigma_{1/2}}{\sigma_{1/2} + \sigma_{1/2}} = \frac{\sum_i e_i^2 (q_i^+ - q_{i+})}{\sum_i e_i^2 (q_i^+ + q_{i+})}. \quad (13.17)$$

Величины  $q^+$  и  $q_+$  — это вероятности параллельной и антипараллельной ориентации спина кварка относительно спина нуклона-мишени.

Рассмотрим качественный пример протона со спином  $J_z = 1/2$ , построенного из трех кварков. Если величиной  $L_z$  можно пре-

небредь, то два кварка должны иметь  $S_z = 1/2$ , а один —  $S_z = -1/2$ . Поэтому спины кварков ориентированы преимущественно вдоль спина протона, и потому должно выполняться условие  $A > 0$ . Чтобы получить выражение для  $A$ , нам необходима некая модель распределения ароматов (и, следовательно,  $e$ ) по вероятностям  $q^+$  и  $q_+$ . Если взять для протона волновую функцию 5б,  $L_z = 0$  (гл. 3, табл. 7 и гл. 4, табл. 3), то вероятности нахождения  $u^+$ ,  $u_+$ ,  $d^+$ ,  $d_+$  в протоне будут такими:

$$u^+ = \frac{5}{9}, \quad u_+ = \frac{1}{9}, \quad d^+ = \frac{1}{9}, \quad d_+ = \frac{2}{9}. \quad (13.18)$$

Для нейтрона надо заменить  $u^+$  на  $d^+$  и т. д. [ср. с формулой (11.7)]. Поэтому из (13.17) получаем [202]

$$A^{VP} = \frac{\frac{4}{9} \left( \frac{5}{9} - \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{9} \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9} \right)}{\frac{4}{9} \left( \frac{5}{9} + \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{9} \left( \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \right)} = \frac{5}{9} \quad (13.19)$$

и аналогично для нейтрона

$$A^{VN} = \frac{\frac{1}{9} \left( \frac{5}{9} - \frac{1}{9} \right) + \frac{4}{9} \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9} \right)}{\frac{1}{9} \left( \frac{5}{9} + \frac{1}{9} \right) + \frac{4}{9} \left( \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \right)} = 0. \quad (13.20)$$

Для неполяризованных пучков мы получили бы, рассмотрев знаменатели (13.19) и (13.20), что  $\sigma^{VN}/\sigma^{VP} = 2/5$ ; это дает возможность проверки вычислений, поскольку неполяризованные протон и нейтрон есть  $uud$  и  $ddu$  и соответствующее отношение сумм квадратов зарядов кварков равно  $2/3$ .

Интересно посмотреть, как в этой простой картине выполняется правило сумм Бьёркена [254]:

$$\frac{1}{3} \frac{g_A}{g_V} = \int_0^1 \frac{dx}{x} [A^{VP}(x) F_2^{VP}(x) - A^{VN}(x) F_2^{VN}(x)]. \quad (13.21)$$

Из (13.20) мы имеем  $A^{VN} = 0$ . Интеграл  $\int_0^1 (dx/x) F_2^{VP}(x)$  равен сумме  $\sum_i e_i^2$  [формула (11.38)], равной 1 для  $uud$ . Поэтому правило сумм выполняется при  $g_A/g_V = 5/6$ . В разд. § 6, п. «Г» было выяснено, что это правильное значение отношения  $g_A/g_V$ , даваемое кварковой моделью для трехкваркового нуклона из 5б-плета с  $L_z = 0$ . Было также показано, что орбитальный момент и поперечные кварковые импульсы уменьшают значение  $g_A/g_V$  по сравнению с  $5/6$ . Это в свою очередь должно приводить к уменьшению  $A^{VP}$  по сравнению с  $5/9$ . Отношение  $g_A/g_V$  есть

характеристика протона в целом, и потому отклонение этой величины от  $5/6$  говорит нам о среднем значении  $\langle \sigma_i \rangle$  кварков, проинтегрированном по всем импульсам  $x$ . Поляризационная асимметрия  $A^{VP}$  связана с распределением  $\langle \sigma_i \rangle(x)$ . Все это станет ясным, когда мы выведем правило сумм Бьёркена с использованием партонной модели.

Мы будем исследовать различие протонных и нейтронных структурных функций и потому будем рассматривать только валентные кварки  $u$  и  $d$ . Вспомним, что при неполяризованном электророжении [формула (11.37)]

$$x^{-1} [F_2^{eP}(x) - F_2^{eN}(x)] = \frac{1}{3} [u(x) - d(x)]. \quad (13.22)$$

Условие  $\langle 2I_3 \rangle (\text{протон}) = 1$  приводит к правилу сумм

$$I = \langle 2I_3^P \rangle = \int_0^1 dx [u(x) - d(x)]. \quad (13.23)$$

Таким образом, комбинируя (13.22) и (13.23), мы находим правило сумм для мишени

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} [F_2^{eP}(x) - F_2^{eN}(x)] = \frac{1}{3}. \quad (13.24)$$

Из (13.17) следует, что для данного кваркового аромата

$$A(x) [q^+(x) + q_+(x)] \equiv q^+(x) - q_+(x). \quad (13.25)$$

Поскольку  $q(x) \equiv q^+(x) + q_+(x)$ , вводя обозначение  $\tilde{q}(x) \equiv q^+(x) - q_+(x)$ , мы по аналогии с (13.22) имеем

$$x^{-1} [A^{eP}(x) F_2^{eP}(x) - A^{eN}(x) F_2^{eN}(x)] = \frac{1}{3} [\tilde{u}(x) - \tilde{d}(x)]. \quad (13.26)$$

Вместо (13.23) мы используем условие  $\langle 2I_3 \sigma_z \rangle = g_A/g_V$  для протона с  $J_z = +1/2$  и получим кварковое правило сумм

$$g_A/g_V \equiv \langle 2I_3 \sigma_z \rangle = \int_0^1 dx [\tilde{u}(x) - \tilde{d}(x)]. \quad (13.27)$$

Наконец, используя (13.26) и (13.27), получаем соотношение

$$\frac{1}{3} \frac{g_A}{g_V} = \int_0^1 \frac{dx}{x} [A^{eP}(x) F_2^{eP}(x) - A^{eN}(x) F_2^{eN}(x)]. \quad (13.28)$$

т. е. правило сумм Бьёркена. Из этого вывода ясно, что правило сумм есть аналог правила сумм Готфрида или правила сумм для квадратов зарядов в случае наличия спина.



Если вклад в  $A^N$  и  $A^P$  дают только ароматы  $u$  и  $d$  (т. е. если  $u$ ,  $d$ ,  $s$ ,  $\bar{s}$  и др. находятся в неполяризованном море), то можно найти правила сумм для нейтрона и протона по отдельности. Если  $u$ ,  $d$ ,  $s$ ,  $\bar{s}$  не поляризованы, то момент нуклона  $J_z$  построен только из ароматов  $u$ ,  $d$ . Поэтому

$$\langle \sigma_z \rangle = \int_0^1 dx [\bar{u}(x) + \bar{d}(x)]. \quad (13.29)$$

Объединяя это с (13.27), получаем два кварковых правила сумм:

$$\int_0^1 \bar{u}(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \langle \sigma_z \rangle + \frac{g_A}{g_V} \right], \quad (13.30)$$

$$\int_0^1 \bar{d}(x) dx = \frac{1}{2} \left[ \langle \sigma_z \rangle - \frac{g_A}{g_V} \right].$$

Так как

$$x^{-1} A^{eP}(x) F_2^{eP}(x) = \frac{4}{9} \bar{u}(x) + \frac{1}{9} \bar{d}(x), \quad (13.31)$$

из (13.30) следует

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} A^{eP}(x) F_2^{eP}(x) = \frac{5}{18} \langle \sigma_z \rangle - \frac{1}{6} \frac{g_A}{g_V} \quad (13.32)$$

и аналогично для нейтрона

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} A^{eN}(x) F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18} \langle \sigma_z \rangle - \frac{1}{6} \frac{g_A}{g_V}. \quad (13.33)$$

Разность этих двух величин дает правило сумм Бьёркена (13.28). Если  $g_A/g_V = 5/3 \langle \sigma_z \rangle$ , то

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} A^{eN}(x) F_2^{eN}(x) = 0, \quad (13.34)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} A^{eP}(x) F_2^{eP}(x) = \frac{1}{3} \frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{9} \langle \sigma_z \rangle.$$

Заметим, что уравнения простой модели (13.18) — (13.20) действительно удовлетворяют отдельным правилам сумм при  $\langle \sigma_z \rangle = 1$ . Вообще говоря, некоторую часть момента  $J_z$  могут нести глюоны, существующие в протоне; кроме того, море может быть поляризовано. Эти эффекты можно учесть путем замены  $\langle \sigma_z \rangle$  величиной  $\sigma_z^{\text{валент}}$  в формулах (13.29) — (13.34) (см. также работы [259—261]).

Во всем предыдущем рассмотрении принималось, что кварки имеют  $k_T = 0$  [формула (13.15) и последующие]. Кварк, описываемый в состоянии покоя двухкомпонентным спинором  $\chi^+$ , после лоренцева преобразования в состояние с импульсом  $P_{x,0,z}$  описывается 4-спинором

$$q^+ = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \begin{pmatrix} \chi^+ \\ \frac{P_z \chi^+ + (P_x + iP_y) \chi_+}{E+m} \end{pmatrix}. \quad (13.35)$$

Поделив этот спинор матрицей

$$\gamma_{\pm} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{\pm} \\ -\sigma_{\pm} & 0 \end{pmatrix},$$

можно увидеть, что происходит со спиновым состоянием при поглощении фотона с  $J_z = 1$ . Теперь [в отличие от формулы (13.15)] имеется отличная от нуля амплитуда для  $\gamma^+ q^+$ , поскольку в нижних компонентах  $q^+$ , несущих поперечный импульс, содержится  $\chi_+$ .

Для выяснения эффектов, связанных с поперечными импульсами, можно рассмотреть кварковую асимметрию (13.17) для кварков одного сорта. В первоначальном случае с  $k_T = 0$  было  $A^{(\text{кварк})} = 1$ . При  $k_T \neq 0$  мы находим из (13.35), что

$$A^{(\text{кварк})} = \frac{(E+m)^2 + p_x^2 - p_T^2}{(E+m)^2 + p_x^2 + p_T^2} = 1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)}. \quad (13.36)$$

Заметим также, что

$$\langle q^+ | \sigma_z | q^+ \rangle = 1 - \frac{p_T^2}{E(E+m)} \quad (13.37)$$

и потому правило сумм для этой кварковой мишени выполняется. После погружения этого кварка в нуклон величины  $p_T$  и  $E$  станут функциями переменной  $x$  и потому амплитуда  $A(x)$  заменит величину  $A$  в формуле (13.36). Тогда получим

$$\frac{g_A}{g_V} = \int dx [(u^+(x) | \sigma_z | u^+(x)) - (d^+(x) | \sigma_z | d^+(x))]. \quad (13.38)$$

и потому правила сумм (13.34) выполняются, причем теперь  $\langle \sigma_z \rangle$  дается формулой (13.37), а  $g_A/g_V$  — формулой (6.90).

### § 3. ПОВЕДЕНИЕ ПРИ $x \rightarrow 1$

Данные по рассеянию неполяризованных частиц приводят к выводу о доминирующей роли  $u$ -кварка в области  $x \rightarrow 1$  (гл. 11). Зависимость от  $x$  величины  $A \equiv (\sigma_{1z} - \sigma_{2z})/(\sigma_{1z} + \sigma_{2z})$  покажет нам, какая поляризация  $u$ -кварка,  $u^+$  или  $u_-$ , дает глав-

ный вклад при  $x \rightarrow 1$ . Если в данных для неполяризованных частиц достигается нижняя граница  $1/4$

$$\frac{\sigma_{1/2}^N + \sigma_{1/2}^P}{\sigma_{1/2}^N + \sigma_{1/2}^P} \rightarrow \frac{1}{4}, \quad (13.39)$$

то отношения  $\sigma_{1/2}^N/\sigma_{1/2}^P$  и  $\sigma_{3/2}^N/\sigma_{3/2}^P$  должны по отдельности достигать этой границы, поскольку  $\sigma > 0$  и вклад дает только один кварк. Если кварки  $u^+$  и  $u_-$  доминируют над  $d^+$ ,  $d_-$  и остальными, то

$$\frac{(\sigma_{1/2}^+ + \sigma_{1/2}^-)^N}{(\sigma_{1/2}^+ + \sigma_{1/2}^-)^P} \rightarrow \frac{u^+ + u_-}{4(u^+ + u_-)}, \quad (13.40)$$

$$\frac{\sigma_{1/2}^N}{\sigma_{1/2}^P} = \frac{u^+}{4u^+}, \quad \frac{\sigma_{3/2}^N}{\sigma_{3/2}^P} = \frac{u_-}{4u_-} \quad (13.41)$$

и потому

$$Av^N = Av^P = \frac{u^+ - u_-}{u^+ + u_-}. \quad (13.42)$$

Это равенство возникает вследствие доминирования одного из кварковых ароматов. Если, кроме того, кварк  $u^+$  доминирует над  $u_-$ , то  $A^N = A^P \rightarrow 1$  с точностью до вклада глюонов или угловых моментов в этой области.

Заметим, что существует другая логическая возможность для достижения асимметрией максимального значения 1, не требующая достижения отношением для неполяризованного случая границы  $1/4$  [262]. Если орбитального момента нет и глюоны в пределе  $x \rightarrow 1$  несущественны, то достижение границы  $1/4$  требует, чтобы участвовал только один кварк ( $u$ ) и чтобы он нес весь спин нуклона (т. е. остальные кварки имели полный спин, равный нулю). В этом физическая причина достижения асимметрией предельного значения. Однако требование, чтобы один кварк нес весь спин нуклона, в действительности слабее, поскольку этот кварк может быть не только  $u^+$ , но и  $d^+$ . В этом случае отношение неполяризованных сечений будет, как показано далее, таким:

$$\frac{\sigma^N}{\sigma^P} \rightarrow \frac{3}{7}. \quad (13.43)$$

С помощью волновых функций из гл. 3 табл. 7 можно показать, что

$$\sigma_{1/2}^+ = \frac{2}{3} A^2, \quad \sigma_{1/2}^- = A^2, \quad \sigma_{3/2}^+ = \frac{7}{3} B^2, \quad \sigma_{3/2}^- = B^2, \quad (13.44)$$

где  $A$  и  $B$  — амплитуды нахождения дикварка с  $S_z = 0$  и  $S_z = 1$ .

Поэтому

$$\frac{\sigma^N}{\sigma^P} = \frac{A^2 + B^2}{\frac{2}{3}A^2 + \frac{7}{3}B^2} \begin{matrix} \nearrow A=B \rightarrow \frac{3}{7} \\ \searrow A=0 \rightarrow \frac{3}{7} \end{matrix} \quad (13.45)$$

Результат, следующий из  $SU(6)$ -симметрии, возникает при  $A = B$ , но минимальное значение  $3/7$  достигается теперь при  $A = 0$ . На языке теории групп это означает, что  $SU(6)$ -симметрия нарушена до  $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии.

Мы подробно останавливаемся на поведении при  $x \rightarrow 1$  потому, что сейчас нет удовлетворительного понимания того, почему отношение неполяризованных сечений должно уменьшаться в этом пределе ниже  $3/5$ . Если нуклон — трехкварковая структура, то любая пара кварков может иметь  $I = 0$  или  $I = 1$ . Если имеется только комбинация с  $I = 0$ , то третий кварк несет весь изоспин нуклона и потому является  $u$ -кварком в случае протона и  $d$ -кварком для нейтрона. Это дает отношение 1:4 для сечений, но переносит проблему в другое место — причина подавления изовекторной компоненты дикварка не известна.

Вообще может быть, что вследствие кварк-глюонного взаимодействия дикварк имеет некое преимущественное спиновое состояние, зависящее от  $x$ . Если бы удалось показать, что при  $x \rightarrow 1$  дикварк преимущественно имеет  $S = 0$ , то структура волновых функций (4.29) немедленно привела бы к значению  $I = 0$  для дикварка и тогда появилось бы отношение 1:4.

В лабораторной системе отсчета спин-спиновые силы между парами кварков расщепляют массы нуклона и  $\Delta$  (гл. 15, § 2, и «В» и гл. 17, § 2). Из-за этих сил масса нуклона уменьшается относительно средней массы  $N$  и  $\Delta$ . Силы  $S$ - $S$  понижают энергию кварковой пары в состоянии с  $S = 0$  больше, чем в состоянии с  $S = 1$  (по аналогии с тем, что  $\pi$  легче  $\rho$ ). Из гл. 3, табл. 7 и гл. 4, § 3 следует, что  $u$ -кварк больше находится в паре с  $S = -1$ , чем с  $S = 0$ , в отличие от  $d$ -кварка. Поэтому в системе покоя  $u$ -кварк дает больший вклад в массу нуклона, чем  $d$ -кварк. В общем случае это допускает соотношение  $\langle x_u \rangle > \langle x_d \rangle$ , однако не ясно, как эта картина сохраняется при переходе к системе с  $P_z \rightarrow \infty$ , поскольку компоненты с  $S_z = 0$  состояний с  $S = 0$  и  $S = 1$  при этом перемешиваются.

В работе [262] высказаны соображения в пользу того, что кварк-глюонное взаимодействие приводит к подавлению при  $x \rightarrow 1$  главным образом компоненты дикварка с  $S = 1$ ,  $S_z = 1$ , а не всех состояний с  $S = 1$ . Ниже представлены возможные варианты поведения при  $x \rightarrow 1$  в зависимости от

того, какие спиновые состояния дикварка дают существенный вклад:

$$\begin{array}{l}
 S = 1 \text{ и } S = 0 \text{ равновероятны (SU(6))} \\
 S_z = 1 \text{ подавлено (S = 1, S_z = 0 и S = 0 остаются)} \\
 S = 1 \text{ подавлено (S = 0 осталось)}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 A^N \quad A^P \quad \sigma^N / \sigma^P \\
 0 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\
 1 \quad 1 \quad \frac{3}{2} \\
 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2}
 \end{array}$$

При  $x \rightarrow 0$  должно доминировать море, а эффекты поляризации должны убывать до нуля [202]. Если наивная модель 56-плета дает неплохие результаты при  $x \approx 1/3$  (как в неполяризованном случае) и асимметрия растет при  $x \rightarrow 1$ , то для  $A^{NP}(x)$  предсказывается поведение типа показанного на рис. 1. Простая кварковая модель снова, по-видимому, хорошо согласуется с опытными данными [264].

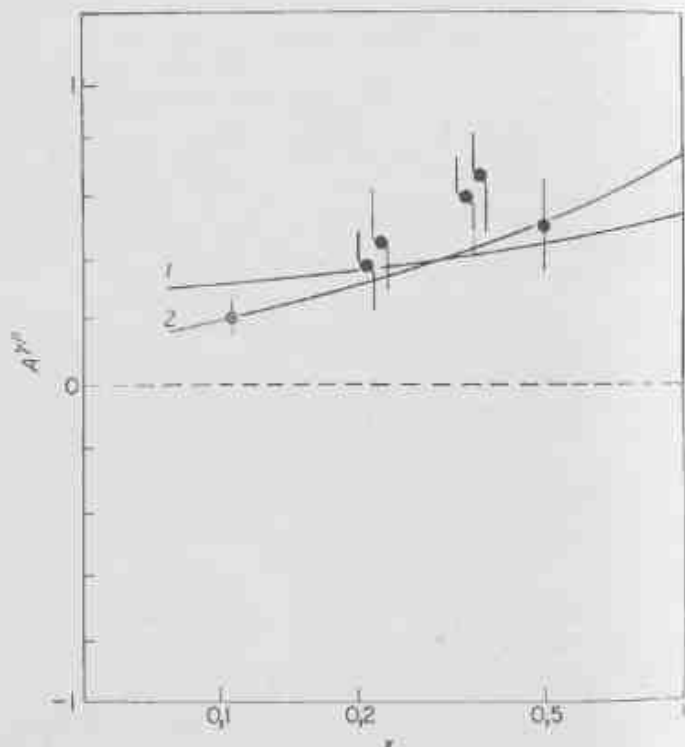


Рис. 1. Экспериментальные значения величины  $A^{NP}(x)$  и предсказания кварковой модели [202, 263].

#### § 4. ИНКЛЮЗИВНОЕ РОЖДЕНИЕ АДРОНОВ В ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИИ НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦАХ

В формуле (12.23) мы видели, что отношение вероятностей рождения  $\pi^{\pm}$ -мезонов в области фрагментации токов на протонной мишени равно

$$\frac{N^{\pi^+}(x, z)}{N^{\pi^-}(x, z)} = \frac{4u(x)\eta(z) + d(x)}{4u(x) + d(x)\eta(z)}, \quad (13.46)$$

где  $\eta(z) \equiv D_u^{\pi^+}(z)/D_u^{\pi^-}(z)$  — отношение вероятностей фрагментации  $u$ -кварка на  $\pi^+$  и  $\pi^-$ -мезоны, экспериментально равное  $\sim 3$  [формула (12.27)]. При  $x \rightarrow 1$  доминантность  $u$ -кварка приводит к  $N^{\pi^+} \approx 12N^{\pi^-}$ . При  $x \approx 1/3$  мы имеем  $u \approx 2d$  в неполяризованном случае и потому  $N^{\pi^+} \approx 2,5N^{\pi^-}$ .

В случае поляризованного рассеяния при  $x \approx 1/3$  должно выполняться равенство  $u^{\uparrow} : u_{\downarrow} : d^{\uparrow} : d_{\downarrow} = 5 : 1 : 1 : 2$ . Поскольку из (13.16) следует, что сечения  $\sigma_{1/2}(\nu/2)$  определяются величинами  $q_{\downarrow}(\uparrow)$ , мы имеем

$$\left(\frac{N^{\pi^+}}{N^{\pi^-}}\right)_{1/2} = \frac{4u^{\uparrow}(x)\eta(z) + d^{\uparrow}(x)}{4u^{\downarrow}(x) + d^{\downarrow}(x)\eta(z)}, \quad (13.47)$$

а в случае  $J_z = 3/2$  нужно заменить  $u^{\uparrow}$  на  $u_{\downarrow}$  и  $d^{\uparrow}$  на  $d_{\downarrow}$ ; величина  $\eta(z)$  для бесспинового пиона от поляризации не зависит. Поэтому при  $x \approx 1/3$  должны выполняться соотношения

$$\left(\frac{N^{\pi^+}}{N^{\pi^-}}\right)_{1/2} \approx 2 \frac{2}{3}, \quad \left(\frac{N^{\pi^+}}{N^{\pi^-}}\right)_{3/2} \approx 1 \frac{1}{2} \quad (13.48)$$

со слабой зависимостью от поляризации. Если  $\eta(z) \rightarrow \infty$  при  $z \rightarrow 1$  [формула (13.14) и последующее], то может наблюдаться существенный эффект; в неполяризованном случае для  $x \approx 1/3$  отношение  $N^{\pi^+}/N^{\pi^-} \approx 8$  при  $z \rightarrow 1$ , тогда как при определенной поляризации при  $z \rightarrow 1$

$$\left(\frac{N^{\pi^+}}{N^{\pi^-}}\right)_{1/2} \rightarrow 20, \quad \left(\frac{N^{\pi^+}}{N^{\pi^-}}\right)_{3/2} \rightarrow 2. \quad (13.49)$$

Поэтому рождение быстрых пионов в направлении вперед должно сильно зависеть от поляризации. Подобные вычисления можно выполнить и для нейтрона. Можно также учесть вклад моря при  $x \rightarrow 0$  и предсказать поведение отношения вероятностей рождения  $\pi^+/\pi^-$  в зависимости от  $x$  и поляризации [265].

ЯВЛЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ  $p_T$ 

При исследовании глубоко-неупругого электронного рассеяния было выяснено, что взаимодействие происходит в основном между электроном и точечной структурой мишени. Эти точечные составляющие имеют квантовые числа кварков.

Адрон-адронные столкновения сложнее электрон-адронных по следующим причинам.

1. Обе частицы составные, тогда как электрон — точечный.
2. В случае взаимодействия с электроном известно, что рассеяние происходит вследствие обмена фотоном. Механизм адронных взаимодействий менее ясен. Например, при высокой энергии и *малой* передаче импульса происходит обмен траекториями Редже, причем природа участвующей в обмене траектории существенно зависит от квантовых чисел рассеивающихся частиц. При большой передаче импульса ситуация менее ясная и существен вклад ветвлений.

При высоких энергиях и *очень большой* передаче импульса адронные взаимодействия оказываются более простыми. Взаимодействие, по-видимому, обусловлено жесткими столкновениями адронных составляющих, и возникают некоторые аналоги с электрон-протонным рассеянием.

Мы опишем некоторые теоретические модели процессов с большими  $p_T$ , основанные на представлении о том, что рассеяние на большие углы происходит из-за жестких столкновений партонов, составляющих адроны. Нам, очевидно, будет интересовать вопрос о том, являются ли эти партоны кварками, как это было установлено для лептонного рассеяния.

§ 1. ОБЩАЯ КАРТИНА ПРОЦЕССОВ С БОЛЬШИМ  $p_T$ 

Типичным примером процесса с большим  $p_T$  является процесс  $A + B \rightarrow C + X$ , где детектируемая частица  $C$  имеет большой поперечный к оси столкновения  $A-B$  импульс. Геометрия про-

цесса показана на рис. 1, где  $p_T \equiv p_c \sin \theta$ , причем  $\theta$  — угол вылета частицы  $C$ . Обычно вводят величину  $x_T \equiv 2p_T/s$ , где  $s = (p_A + p_B)^2$ . В системе центра масс  $A, B$  имеем

$$t \equiv (p_B - p_C)^2 = -\frac{s}{2} x_T \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}, \quad (14.1)$$

$$u \equiv (p_A - p_C)^2 = -\frac{s}{2} x_T \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}, \quad (14.2)$$

так что

$$\frac{tu}{s} \equiv p_T^2. \quad (14.3)$$

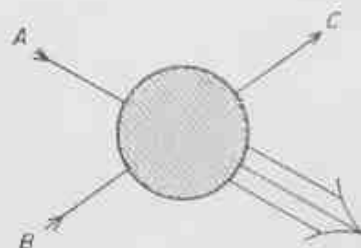


Рис. 1. Процесс  $A + B \rightarrow C + X$ .

Введем, наконец, величину  $e \equiv M^2/s$ , где  $M$  — недостающая масса остальных продуктов  $X$  в процессе  $A + B \rightarrow C + X$ .

Если все величины  $s, t, u, M^2, p_T$  велики (по сравнению с  $m_A, m_B, m_C$ ), то динамика процесса не должна, по-видимому, содержать никакого характерного масштаба масс и рассеяние будет в основном таким, как показано на рис. 2.

При этом принимаются следующие существенные гипотезы.

1. Фрагментации  $A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow C, d \rightarrow X$  в фрагменты, несущие конечные доли  $x$  первоначальных частиц, предполагаются мягкими, так что поперечные импульсы фрагментов малы и функции фрагментации  $f_a^A$  скейлинговые;  $f_a^A = f_a^A(x)$  и т. д.

2. Все основные закономерности процессов с большим  $p_T$  определяются жесткими  $2 \rightarrow 2$ -столкновениями  $ab \rightarrow cd$ .

Можно предположить, что  $a, b, c, d$  — кварки. Тогда можно вычислить сечения  $A + B \rightarrow C + X$ , если нам известно следующее.

а. Распределения кварков в адронах  $f_i^{A,B}(x)$ .

Ими определяются вершины, изображенные на рис. 2, а и б, и в принципе их можно извлечь из данных по глубоко-неупругому рассеянию электронов, поскольку (рис. 3, а)  $x^{-1}F_2^{eA} = \sum_i e_i^2 f_i^A$ .

Если  $A$  — протон или нейтрон, то это осуществимо практически. Если же  $A$  — это  $\pi$ - или  $K$ -мезон, то для определения функций

$f_i^A(x)$  могут понадобиться дополнительные предположения. Возможно также, что их удастся выяснить апостериори путем анализа опытных данных.

**б. Адронные распределения в кварках  $D_i^h(z)$ .**

Этими распределениями определяется вершина рис. 2, в, и их можно найти из процессов  $e^+e^- \rightarrow C + X$  (гл. 12, гл. 14, рис. 3, б).

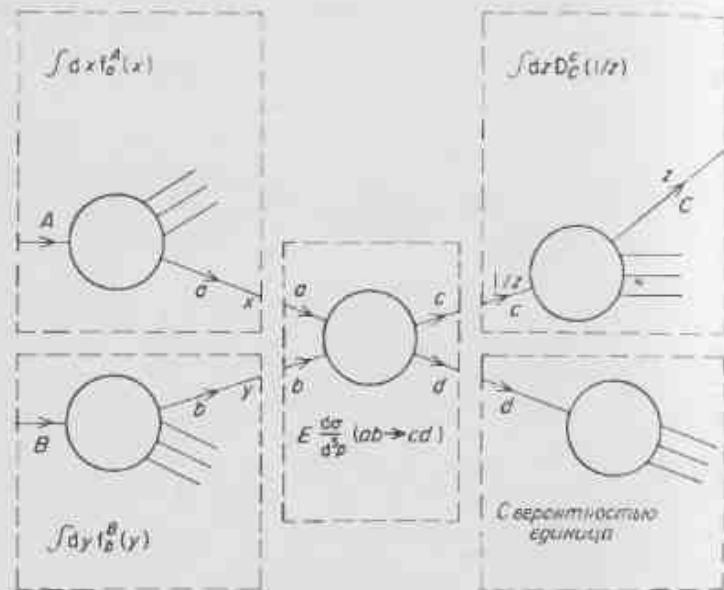


Рис. 2. Процесс  $A + B \rightarrow C + X$  при больших  $P_T$  идет через фрагментацию  $A \rightarrow a \dots$ ,  $B \rightarrow b \dots$ , жесткое рассеяние составляющих  $ab \rightarrow cd$  и рекомбинации  $c \rightarrow C \dots$ ,  $d \rightarrow X$ .

**в. Подпроцесс жесткого рассеяния  $ab \rightarrow cd$**

Если известны функции распределения «а» и «б», то, зная механизм процесса  $ab \rightarrow cd$ , мы вполне можем определить сечение процесса  $A + B \rightarrow C + X$ . И наоборот, по данным о процессе  $A + B \rightarrow C + X$  можно установить поведение сечения процесса  $ab \rightarrow cd$  и, следовательно, понять динамику кварков и природу сильных взаимодействий. Поэтому исследование процессов с большим  $p_T$  можно рассматривать как метод исследования рассеяния пучков кварков. Выражение для сечения таково:

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \Big|_{AB \rightarrow CX} = \int f_a^A(x) dx \int f_b^B(y) dy \left[ E \frac{d\sigma}{d^4p} (ab \rightarrow cd) \right] \int dz D_C^c\left(\frac{z}{2}\right). \quad (14.4)$$

Сечение эксклюзивного процесса  $ab \rightarrow cd$  можно переписать с учетом соотношения

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \Big|_{ab \rightarrow cd} \equiv \frac{s^{ab}}{\pi} \delta[(a+b-c)^2 - m_c^2] \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{ab \rightarrow cd}, \quad (14.5)$$

где  $a \equiv p_a$  и т. д., а  $s^{ab} = (a+b)^2 \approx 2a \cdot b = 2xyA \cdot B \approx xys$ . Аналогично  $t^{ac} \approx xzI$  и  $u^{bc} \approx yzu$ . Поэтому

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \Big|_{AB \rightarrow CX} = \int dx dy dz f_a^A(x) f_b^B(y) f_C^c\left(\frac{z}{2}\right) \times xy \frac{d\sigma}{dt} (ab \rightarrow cd) \Big|_{\substack{s^* = xys \\ t^* = xzI \\ u^* = yzu}} \cdot \frac{1}{\pi} \delta\left(xy + yz \frac{t}{s} + zx \frac{u}{s}\right), \quad (14.6)$$

где подразумевается сумма по всем возможным вариантам.

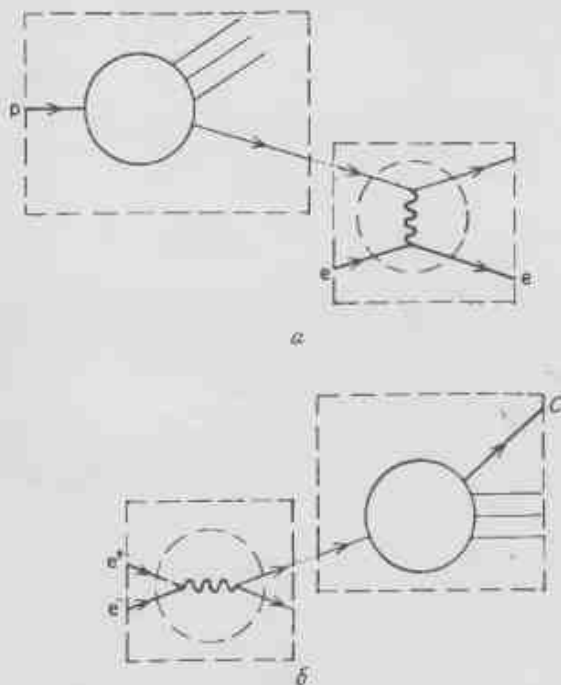


Рис. 3. Неупругое рассеяние электронов и аннигиляция  $e^+e^- \rightarrow C + X$ , рассматриваемые как процессы с большими  $P_T$  (ср. с рис. 2). а — процесс  $A \rightarrow a \dots$ , сопровождаемый процессом  $ea \rightarrow ea$ ; б — процесс  $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$ , сопровождаемый процессом  $c \rightarrow C + X$ .

## § 2. РОЖДЕНИЕ АДРОНОВ С БОЛЬШИМИ $p_T$

По чисто кинематическим причинам и независимо от квантовых чисел частиц  $a, b, c$  и  $d$  основные предположения 1 и 2 приводят к следующим свойствам процесса  $A + B \rightarrow C + X$ .

а) Двухчастичный процесс  $ab \rightarrow cd$  обязательно компланарный. Вместе с предположением, что в процессах  $A \rightarrow a, B \rightarrow b$  и  $c \rightarrow C$  импульс  $p_T$  мал, это означает, что процесс  $A + B \rightarrow C + X$  тоже должен быть компланарным.

б) Должна наблюдаться струя частиц в направлении вылета триггерной частицы  $C$ .

в) Должна наблюдаться струя в противоположном направлении из-за распада  $d \rightarrow X$ .

г) Должен быть фон частиц с малыми  $p_T$ , сопровождающих фрагментации  $A \rightarrow a, B \rightarrow b$  и движущихся вдоль направлений  $A$  и  $B$ . Эти частицы должны быть похожи на наблюдаемые в «обычных» столкновениях  $A$  и  $B$  с малым  $p_T$  и приведенной энергией  $\sqrt{s_{\text{эф}}} = \sqrt{s} - 2p_T$ .

Относительно этих предсказаний имеются следующие экспериментальные данные:

а. Если  $\hat{z}$  — ось столкновения  $AB$  и  $\hat{x}$  — направление импульса  $p_T$ , то некопланарность измеряется шириной распределения по  $p_y$  в событиях с большим  $p_T$ . По-видимому, выполняется соотношение

$$\frac{dN}{dy} \sim \exp\left(-\frac{p_y}{\langle p_y \rangle}\right),$$

где  $\langle p_y \rangle \approx 300-500$  МэВ. Так как  $a$  в  $A$  и  $b$  в  $B$  должны иметь внутренние  $p_T$  порядка 300–500 МэВ, указанное наблюдаемое значение  $\langle p_y \rangle$  согласуется с тем, что некопланарность связана с импульсом  $p_T$  внутреннего движения частиц  $a$  и  $b$ , а сам процесс  $ab \rightarrow cd$  действительно компланарен.

б и в. Имеются указания на то, что в направлении вылета триггерной частицы вылетают еще и другие частицы с большим  $p_T$  и что это не объясняется полностью рождением резонансов. Имеются указания и на то, что частицы, рождающиеся в плече, противоположном триггеру, коррелированы по быстроте с триггерной частицей с большим импульсом  $p_T$ . Подробнее эти вопросы рассматриваются в работе [182]. Здесь же достаточно отметить, что все предсказанные свойства а—г наблюдались на опыте, и, следовательно, предложенный механизм жестких столкновений, по-видимому, реализуется. Таким образом, имеет смысл сконцентрировать внимание на вопросе о природе частиц  $a, b, c, d$  (являются ли они кварками?) и на динамике жесткого рассеяния  $ab \rightarrow cd$ .

### А. Жесткое рассеяние $ab \rightarrow cd$

Какие свойства процесса  $ab \rightarrow cd$  с большим  $p_T$  мы можем ожидать? Это будет зависеть, в частности, от природы частиц  $a, b, c, d$ ; предложенные механизмы включают кварк-кварковое рассеяние, кварк-адронное рассеяние, слияние кварка и антикварка, обмен кварком. Надавно были также рассмотрены кварк-глюонное и глюон-глюонное рассеяния [266, 267]<sup>1)</sup>.

Чтобы дать представление о том, какое поведение можно ожидать при всех перечисленных механизмах, мы вернемся к некоторым известным вычисляемым процессам жесткого рассеяния типа

$$e\mu \rightarrow e\mu, \quad e\mu \rightarrow e\mu, \quad e\mu \rightarrow eX, \quad e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-.$$

Мы вычислим в явном виде сечения «элементарных» процессов с большим  $p_T$  и проанализируем их связь с первыми тремя адронными подпроцессами, предложенными выше (обмен кварком будет рассмотрен отдельно в § 6). Прделав эту черновую работу, мы можем подставить сечение элементарного рассеяния в полную диаграмму процесса  $A + B \rightarrow C + X$  и рассчитать  $E(d\sigma/d^3p)_{AB, CX}$  по формуле (14.6).

## § 3. НЕКОТОРЫЕ ИЗВЕСТНЫЕ ПРИМЕРЫ ПРОЦЕССОВ С БОЛЬШИМ $p_T$

### А. $e\mu \rightarrow e\mu$

Это образец процесса  $qq \rightarrow qq$ , представленного на рис. 2. Мы уже видели в формуле (9.58), что при больших  $s, t, u$

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2\pi\alpha^2 \frac{s^2 + u^2}{s^2 t^2} \rightarrow \frac{1}{s^2} f(t/s). \quad (14.7)$$

Тогда для процесса  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  (образец процесса слияния  $qq$ ) немедленно следует

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2\pi\alpha^2 \frac{t^2 + u^2}{s^4} \rightarrow \frac{1}{s^2} f(t/s). \quad (14.8)$$

Обратим внимание на скейлинговое поведение; именно, безразмерная величина  $s^2(d\sigma/dt)$  зависит только от угла ( $f(t/s)$ ) и не зависит от энергии при больших  $s, t, u$ . Интегрирование уравнения (14.8) по  $d(t/s)$  дает

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}. \quad (14.9)$$

<sup>1)</sup> В работе [213] глюон-глюонное слияние было предложено как механизм рождения чармония.

Б.  $e\pi \rightarrow e\pi$ 

Этот процесс отличается от процесса  $e\pi \rightarrow e\pi$  угловым распределением (ср. с  $F_\pi$  в формуле (9.71)) и присутствием пионного форм-фактора  $F_\pi(t)$ . Поэтому

$$\frac{d\sigma}{dt} = -2\pi\alpha^2 \frac{u^2}{s^2} F_\pi^2(t). \quad (14.10)$$

Мы предполагаем, что при больших  $t$

$$F_\pi(t) \sim t^{-N},$$

а потому

$$\frac{d\sigma}{dt} \rightarrow \frac{1}{s^2} \frac{1}{s^{2N}} f(t/s). \quad (14.11)$$

Безразмерная величина  $s^2 (d\sigma/dt)$  имеет теперь зависимость от энергии вида  $s^{-2N}$  при больших  $s$ ,  $t$ ,  $u$  и фиксированном значении угла. Скейлинговое поведение процесса  $e\pi \rightarrow e\pi$  нарушается пионным форм-фактором (который в свою очередь является мерой неточности пиона — составного состояния  $qq$ ). Вероятно, что  $N_\pi \sim 1$ .

Усредненное по спину сечение электрон-протонного рассеяния имеет сходный вид, но теперь  $N_p \approx 2$ . Протонный форм-фактор связан с его составной природой, как и в случае  $\pi$ -мезона. Большое значение  $N$  и, следовательно, более резкий спад при увеличении  $t$  или  $s$ , вероятно, связаны с тем, что протон состоит (по крайней мере) из трех кварков, а пион только из двух ( $qq$ ). Высказывались предположения, что усредненный по спину электромагнитный форм-фактор системы из  $N$  кварков и антикварков должен вести себя при больших  $t$  так [215, 216, 268]:

$$F(t) \sim t^{-N}. \quad (14.12)$$

Поэтому форм-фактор мезонов с  $N = 2$  имеет поведение  $t^{-1}$ , а форм-фактор барионов с  $N = 3$  имеет дипольную зависимость  $t^{-2}$ . Форм-фактор пиона ведет себя как  $t^{-1}$  при больших  $|t|$  как в случае  $t > 0$ , так и в случае  $t < 0$  (рис. IV С. 2 работы [182]). Величина  $F^2 G_M(t)$  для протона показана на рис. 3 гл. 9.

В. Упругое рассеяние мезонов  $MM \rightarrow MM$ 

Процессы упругого рассеяния  $e\pi$  и  $eM$  имеют различные энергетические зависимости при фиксированном угле из-за различия во втором случае мезонного форм-фактора. Вклад же обмена фотоном в процесс  $MM \rightarrow MM$  будет связан с процессом  $eM \rightarrow eM$ . Поэтому

$$s^2 \frac{d\sigma}{dt} (MM \rightarrow MM) \sim |F_M(t)|^2 f(t/s) \sim s^{-4N} g(t/s). \quad (14.13)$$

Если  $M$  — пион, то  $N \sim 1$  дает

$$\frac{d\sigma}{dt} (\pi\pi \rightarrow \pi\pi) \sim s^{-6} g(t/s), \quad (14.14)$$

а для протона с  $N \sim 2$  имеем

$$\frac{d\sigma}{dt} (pp \rightarrow pp) \sim s^{-10} h(t/s). \quad (14.15)$$

Имеются данные по рассеянию на большие углы, подтверждающие такую энергетическую зависимость (рис. IV.В.1 в работе [182]), но наблюдаемое сечение слишком велико для механизма обмена фотоном. Может быть, происходит обмен векторным глюоном? Поведение вида  $s^{-10}$  дают многие модели (см., например, правила кваркового счета в п. «Г»).

## Г. Кварковый счет

В процессе рассеяния двух элементарных фермионов, например  $e\pi \rightarrow e\pi$ , безразмерная величина  $s^2 (d\sigma/dt)$  при больших  $s$ ,  $t$ ,  $u$  является функцией только угла, а не самой энергии. Добавление любого элементарного фермиона приводит к появлению в амплитуде одной дополнительной степени  $s$ . Идея кваркового счета, применяемая к рассеянию на большие углы сложных систем  $AB \rightarrow CD$ , состоит в том, что энергетическая зависимость сечения при фиксированном угле должна определяться полным числом кварков или лептонов [215, 216, 268]. Имеем

$$\frac{d\sigma}{dt} (AB \rightarrow CD) \sim s^{2-(N_A+N_B+N_C+N_D)} f(t/s) \equiv s^{-N} f(t/s), \quad (14.16)$$

а потому асимптотические зависимости сечений следующих процессов от энергии таковы:

$$\begin{aligned} e\pi \rightarrow e\pi: & \quad N = 2, \\ eM \rightarrow eM: & \quad N = 4 \text{ (для любого мезона),} \\ eB \rightarrow eB: & \quad N = 6 \text{ (для любого бариона),} \\ MM \rightarrow MM: & \quad N = 6, \\ MB \rightarrow MB: & \quad N = 8, \\ BB \rightarrow BB: & \quad N = 10. \end{aligned} \quad (14.17)$$

Ибо  $N_e^{\text{мин}} = 1$ ,  $N_M^{\text{мин}} = 2$ ,  $N_B^{\text{мин}} = 3$ . Имеющиеся данные, по-видимому, подтверждают эти правила счета, и мы можем пользоваться ими, когда нужно сделать какое-то предположение о зависимости от  $s$  для различных подпроцессов, подставляемых на место процесса  $ab \rightarrow cd$  на рис. 2.

При упругом рассеянии мишень не должна развалиться. Если одна из составляющих мишень частиц получит большую отдачу, то мишень развалится, даже если остальные составляющие не получат импульса в направлении движения испытавшей отдачу. Чем больше число составляющих, тем меньше вероятность того, что вся система полетит в направлении испытавшей отдачу составляющей. Поэтому упругий форм-фактор должен убывать с  $q^2$  тем быстрее, чем больше  $N$  (рис. 4).



Рис. 4. Рассеяние электронов при больших  $t$  на системах возрастающей сложности.

Математическая формулировка таких представлений была дана Матвеевым и др. [215]. При использовании релятивистской нормировки размерность одночастичного вектора состояния есть  $m^{-1}$ . Если структура состояния разрешима и оно оказывается  $n$ -частичной системой, то его вектор может быть записан в виде

$$|a\rangle = |\bar{N}_a|n_a\rangle, \quad (14.18)$$

а чтобы для  $|a\rangle$  сохранилась каноническая размерность  $m^{-1}$ , размерность величины  $N$  должна быть такой:

$$[N] = m^2 (n_a^{-1}). \quad (14.19)$$

Поскольку упругое дифференциальное сечение процесса  $ab \rightarrow ab$  дается выражением

$$\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) = s^{-2} |\langle ab | T | ab \rangle|^2, \quad (14.20)$$

мы имеем

$$(N_a N_b)^2 \frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) = s^{-2} |\langle n_a n_b | T | n_a n_b \rangle|^2 = F_{ab}(s, t) \quad (14.21)$$

и размерности обеих частей равенства одинаковы:

$$m^{-4} (n_a^{-1} n_b^{-1}), \quad (14.22)$$

Матвеев и др. [215] высказали предположение («гипотезу автомодельности»), что при  $s, t \rightarrow \infty$  и фиксированном отношении  $t/s$  все размерные постоянные содержатся в  $N_{a,b}$ . Поэтому правая часть равенства (4.21) зависит только от кинематических пере-

менных  $s, t$ , но не от размерных постоянных. Следовательно, при изменении масштаба импульсов

$$\left. \begin{aligned} p_i &\rightarrow \lambda p_i \\ s &\rightarrow \lambda^2 t \\ t &\rightarrow \lambda^2 t \end{aligned} \right\} i = a, b \quad (14.23)$$

эта величина должна преобразовываться однородно с соответствующей размерностью. Таким образом,

$$F_{ab}(\lambda^2 s, \lambda^2 t) = \lambda^{-4} (n_a^{-1} n_b^{-1}) F_{ab}(s, t). \quad (14.24)$$

и потому

$$\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) \rightarrow s^{-2} (n_a^{-1} n_b^{-1}) f_{ab}(t/s). \quad (14.25)$$

Зависимость от энергии определяется числом составляющих, угловая зависимость остается пока неопределенной.

Если  $a$  — элементарная частица, например электрон, то  $n_a = 1$  и

$$\frac{d\sigma}{dt}(eb \rightarrow eb) \rightarrow s^{-2} f_{eb}(t/s) \rightarrow s^{-2} t^{2-2n_b} G_{eb}(t/s). \quad (14.26)$$

Определяя усредненный по спину электромагнитный форм-фактор системы  $b$  обычным образом [формулы (9.17), (9.22)] как

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim t^{-2} |f(t)|^2, \quad (14.27)$$

имеем

$$f(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} t^{1-n}, \quad (14.28)$$

что дает  $t^{-1}$  для мезона и  $t^{-2}$  для протона. Дальнейшее развитие таких представлений можно найти в работах [182, 217, 268].

#### Д. $ep \rightarrow eX$

В гл. 9, § 2, п. «А», 2 мы показали, что сечение этого процесса можно записать [предполагая скейлинг с  $2xF_1 = F_2$  и т. д., формула (9.71)] в виде

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} = \frac{s}{\pi} \frac{d^2\sigma}{dt du} = \frac{2\alpha^2}{t^2} \frac{s^2 + u^2}{s(s+u)} F_2(\omega), \quad (14.29)$$

и поэтому при фиксированных  $t/s, u/s$  [заметим, что  $\omega = (s+u)(-t)$ ] оно ведет себя как

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \sim \frac{1}{s^2} f(t/s) \quad (14.30)$$

и зависимость от  $s$  такая же, как в случае элементарного  $ep$ -рассеяния [формулы (9.59) или (14.7)] в отличие от поведения  $s^{-n}$  в случае упругого  $ep$ -рассеяния. Именно это скейлинговое поведение [независимость безразмерной величины  $s^2 (Ed\sigma/d^3p)$



от энергии) приводит к предположению о том, что неупругое электрон-протонное рассеяние идет через элементарный подпроцесс  $eq \rightarrow eq$  (гл. 9, § 2).

Качественно картину скейлинга в глубоко-неупругом рассеянии электронов можно объяснить на основе схемы подсчета кварков. В упругом  $eA$ -рассеянии (которое является когерентным) мишень сохраняется как система трех (или более) кварков, что приводит к быстрому убыванию сечения с ростом  $s$  (или  $t$ ) [формула (4.11)]. В случае некогерентного неупругого рассеяния сохраняются только отдельные кварки. Поэтому число кварков, эффективно участвующих в процессе, меньше, чем в когерентном случае, и наблюдается более медленная зависимость сечения от энергии.

#### § 4. КОНКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ $ab \rightarrow cd$ и $AB \rightarrow CX$

В гл. 9, § 2, п. «А», 1 мы вычислили сечение элементарного процесса  $eq \rightarrow eq$ , подставили его в полную диаграмму  $eA \rightarrow eX$  и «предсказали» скейлинг. Точно так же мы будем рассматривать столкновения  $AB \rightarrow CX$ , т. е. будем вставлять подпроцессы в адронные диаграммы, чтобы предсказать свойства адронных процессов с большим  $p_T$ .

##### А. $qq \rightarrow qq$

Один из вкладов в этот процесс дается однофотонным обменом; из вычисления для  $ep \rightarrow ep$  мы знаем, что

$$s^2 \frac{d\sigma}{dt} (qq \rightarrow qq)_{\text{ф}} = f(t/s). \quad (14.31)$$

Поэтому [269]

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \Big|_{AB \rightarrow CX} = \frac{1}{s^2} f\left(\frac{t}{s}, \frac{u}{s}\right) = \frac{1}{p_T^4} g(X_T, \theta). \quad (14.32)$$

Следовательно, обмен одним векторным глюоном будет давать поведение типа  $p_T^{-M}$  с  $M=4$ , поскольку все отличие от обмена фотоном состоит в замене константы  $\alpha = \frac{1}{137}$  кварк-глюонной константой связи  $\alpha_s$ .

Экспериментальные данные, по-видимому, указывают на то, что  $M > 4$ , и это ставит вопрос о том, насколько эффективен обмен одним глюоном. Ясно, что если происходит обмен цветным глюоном, то должен быть также и другой поток цвета, коль скоро в конечном состоянии получается бесцветный адрон.

Мы можем допустить, что вычисление сечения  $qq$ -рассеяния слишком сложно, и вместо этого найти его из опыта. В рамках гипотезы об участии подпроцесса  $qq \rightarrow qq$  можно делать не зави-

сние от  $d\sigma/dt$  предсказания (отношения вероятностей рождения частиц, корреляции и т. п.). Интересующийся этим читатель может обратиться к работам [270, 271].

##### Б. $qM \rightarrow qM$

Для процессов  $ep \rightarrow ep$  и  $qq \rightarrow qq$  мы нашли  $(d\sigma/dt) \sim s^{-2}$  и потому поведение вида  $p_T^{-2}$  в процессе  $AB \rightarrow C + X$ . Эти результаты следуют из представлений об однофотонном или одноглюонном обмене или из кварк-лептонного счета.

Для процессов  $eM \rightarrow eM$  и  $qM \rightarrow qM$  мы аналогичным образом находим  $d\sigma/dt \sim s^{-4}$  и потому

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \Big|_{AB \rightarrow CX} \sim p_T^{-4} f(t/s). \quad (14.33)$$

Это согласуется с наблюдаемой степенной зависимостью сечения процесса  $pp \rightarrow \pi + X$  (раздел II. В работы [182]).

Использование такой модели, по-видимому, мало чем мотивировано, кроме желания аппроксимировать быструю степенную зависимость путем замены точечного кварка составным мезоном. Не ясно, почему следует ограничиваться упругим рассеянием и не рассматривать процесс типа  $qM \rightarrow qM^*$ . Если последний процесс также допустим, то подпроцесс  $ab \rightarrow cd$  будет неупругим процессом  $qM \rightarrow q + X$ , и в этом случае должно снова наблюдаться поведение  $s^{-2}$  и  $p_T^{-2}$  (по аналогии с процессом  $ep \rightarrow e + X$ , имеющим более медленную зависимость от  $Q^2$ , чем  $ep \rightarrow ep$ , так как при неупругом рассеянии проявляется кварковая структура мезона  $M$ , и поэтому эффективно мы возвращаемся к процессу  $qq \rightarrow qq$ ).

Отношения сечений рождения частиц в конечном состоянии для этой модели и для процессов  $qq \rightarrow qq$  сходны.

##### В. $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ :

слияние кварков

Процесс  $q\bar{q} \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q}$  будет иметь поведение  $s^{-2}$  подобно процессу  $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Обобщение этого на глюон вместо фотона немедленно дает такое же поведение  $s^{-2}$  для процесса  $q\bar{q} \rightarrow$  глюоны  $\rightarrow q\bar{q}$ . Кварк-лептонный счет также дает поведение  $s^{-2}$ . Эти результаты тривиальны, так как  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$  есть то же самое, что  $qq \rightarrow qq$ , с точностью до кроссинг-преобразования ( $s \leftrightarrow t$ ) [ср. процессы  $ep \rightarrow ep$  и  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , формулы (14.7) и (14.8)].

Аналогично сечение процесса  $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$  должно вести себя как  $s^{-4}$  (подобно рассеянию  $qM \rightarrow qM$ ), и этот процесс тоже может объяснить наблюдаемое поведение  $\sim p_T^{-4}$  сечения  $(E d\sigma/d^3p) \Big|_{AB \rightarrow CX}$ . Такой механизм был подробно исследован в работах [272—275].

Здесь остается тот же вопрос, что и в предыдущем примере с  $qM \rightarrow qM$ : почему не эффективен процесс  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ , который давал бы  $p_T^4$ ? Один из возможных ответов состоит в том, что подпроцесс идет при еще относительно низких в кварковом масштабе энергиях и доминируют «когерентные» процессы  $qM \rightarrow qM$  или  $q\bar{q} \rightarrow M\bar{M}$ , тогда как при намного более высоких энергиях будет существенным основное (некогерентное) кварковое рассеяние и возникает поведение  $p_T^4$ .

Аннигиляция  $q\bar{q}$  может быть действительно выделена в процессах с рождением лептонной пары. Основным подпроцессом в этом случае будет рассеяние  $q\bar{q} \rightarrow \mu\bar{\mu}$ , и его зависимость  $s^2$  будет проявляться как зависимость вида  $m^{-4}$  ( $s \equiv m_{\text{уд}}^2$ ) в распределении масс лептонных пар. Такой процесс называется процессом Дрелла—Яна, и он представляет интерес в связи с тем, что его сечение может быть в принципе вычислено аналитически [157].

### § 5. ПРИМЕР СЛИЯНИЯ $q\bar{q}$ : ПРОЦЕСС ДРЕЛЛА—ЯНА

В рождении при больших  $p_T$  лептонных пар с массой вне области хорошо выраженных векторных резонансов исследуется, по-видимому, рождение массивных фотонов с большими  $p_T$ .

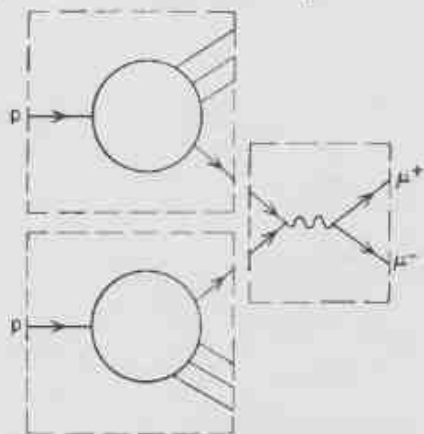


Рис. 5. Процесс  $pp \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots$ , идущий через процесс  $q\bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ .

Предполагается, что основным партонным подпроцессом является процесс  $q\bar{q} \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$  (рис. 5).

Сечение процесса Дрелла—Яна [формула (14.4)] легко записать в виде

$$\frac{d\sigma}{dm^2} \Big|_{AB \rightarrow \mu^+ \mu^-} = \sum_q \int dx dy f_q^A(x) f_{\bar{q}}^B(y) \frac{d\sigma}{dm^2}(q\bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-). \quad (14.34)$$

Сечение подпроцесса  $q\bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-$  равно сечению процесса  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$  [формула (14.9)], умноженному на  $e_q^2$ :

$$\frac{d\sigma}{dm^2}(q\bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3m^2} e_q^2 \delta(m^2 - s). \quad (14.35)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dm^2}(AB \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots) &= \\ &= \sum_q \int_0^1 dx dy f_q^A(x) f_{\bar{q}}^B(y) \frac{4\pi\alpha^2}{3m^2} e_q^2 \delta(m^2 - xys) \equiv \\ &\equiv \sum_q \int_0^1 dx dy \frac{f_q^A(x)}{x} \frac{f_{\bar{q}}^B(y)}{y} \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{3m^4} \delta\left(\frac{1}{xy} - \frac{s}{m^2}\right). \end{aligned} \quad (14.36)$$

Следовательно, мы имеем два типа предсказаний:

1. Сечение должно вести себя как

$$m^4 \frac{d\sigma}{dm^2} \quad (\text{или} \quad m^2 \frac{d\sigma}{dm}) \sim f(m^2/s). \quad (14.37)$$

2. Если  $A$  и  $B$  — протоны, то функции распределения кварков  $f_q^A(x)$  могут быть найдены путем анализа данных по неупругому рассеянию. Тогда можно предсказать абсолютную величину и энергетическую зависимость сечения ( $d\sigma/dm^2$ ) ( $pp \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots$ ).

Открытие  $J/\Psi$  стимулировало экспериментальное изучение процессов  $pp \rightarrow e^+ e^- \dots$  при больших  $s$  и  $m^2$ ; поэтому можно сравнить соответствующие результаты с полученными при малых  $s$ ,  $m^2$  и проверить таким образом предсказание скейлинга [формула (14.37)]. Анализ Ледермена и Поупа [276] показывает, что эксперимент согласуется с формулой (14.37) (см. также работу [277]).

Более точные данные позволили бы выделить вклад распределения  $f_{\bar{q}}(x)$  морских антикварков, поскольку распределение валентных кварков  $f_q(x)$  хорошо определяется данными по рассеянию лептонов (по крайней мере, при  $x \geq 0,3$ ). Можно было бы также вычислить абсолютные сечения [формула (14.36)]. В этой связи следует обратить внимание на роль цвета. Включение цвета уменьшает предсказываемые сечения. Это происходит потому, что

$$F_2^p \sim \sum_i f_i(x),$$

$$\frac{d\sigma}{dm^2} \sim \sum_i f_i(x) f_i(y) \sim F_2(x) F_2(y) \quad (14.38)$$

в отсутствие цвета, тогда как при наличии  $N$  цветов было бы

$$F_2^p \sim N \sum_i f_i(x),$$

$$\frac{d\sigma}{dm^2} \sim N \sum_i f_i(x) f_i(y) \sim \frac{1}{N} F_2(x) F_2(y). \quad (14.39)$$

Суть дела в том, что диаграммы для рождения  $q(q)$  содержат в каждой вершине множитель  $N$ , который уже включен в величину  $F_2$ , измеряемую в глубоко-неупругом рассеянии лептонов. Однако в процесс  $q\bar{q} \rightarrow \mu^+\mu^-$  дают вклад только  $N$  комбинаций с подходящими цветами и ароматами; это и приводит к уменьшению сечения в модели цветных кварков.

#### А. Столкновения $p-p$ как столкновения пучков $q-\bar{q}$

Процесс Дрелла—Яна  $pp \rightarrow \mu^+\mu^- \dots$  служит примером аннигиляции кварка одного из протонов с антикварком из другого. Могут ли  $p-p$ -столкновения при высоких энергиях обнаруживать закономерности  $e^+e^-$ -аннигиляции вследствие действия механизма  $q\bar{q}$ -аннигиляции? Если каждый из протонных пучков имеет в системе центра масс энергию  $E$ , то кварки в пучках имеют энергии от 0 до  $E$  ГэВ ( $0 \leq x \leq 1$ ) с  $\langle x \rangle \approx 0,2+0,3$  и потому  $\langle E \rangle \approx E/4$ . Антикварки имеют главным образом малые  $x$ ,  $\langle x \rangle \lesssim 0,1$ , так что  $\langle E \rangle \lesssim E/10$ . Поэтому центр масс  $q\bar{q}$ -столкновения определяется сложением  $(E/10)(q) + (E/4)(\bar{q})$ , так что в системе центра масс  $q\bar{q}$  энергия пучков  $q\bar{q}$  составляет примерно  $1/10 \cdot 40 \sim 4$  энергии протонных пучков.

Нарушения скейлинга типа наблюдавшихся в глубоко-неупругом лептонном рассеянии, могут иметь важное значение для предсказаний закономерностей процессов  $pp \rightarrow l^+\Gamma \dots$  при ультра-высоких энергиях. При возрастании  $(Q^2)$  структурные функции  $F_2(x)$  падают при больших  $x$  и растут при малых, так что  $\langle x \rangle$  уменьшается (гл. 9, § 4). Это влияет на предсказания для процессов Дрелла—Яна при больших  $Q^2$ . Особенно важно это для поисков процессов  $pp \rightarrow W^+W^- \dots$ , если  $m_W \approx 60$  ГэВ. В последнее время появился некоторый интерес к теоретическому исследованию нарушений скейлинга в этом процессе [206, 207].

#### Б. Рождение одного лептона $pp \rightarrow \mu^+X$

Существует много процессов, в которых могут рождаться лептоны при больших  $p_T$ . Одним из таких процессов, вызывающих сейчас интерес, является рождение очарованных частиц в  $pp$ -столкновениях с последующими полулептонными распадами очарованных состояний. Фоном к этому процессу является дрелль-яновское рождение пар, в котором один из лептонов не был зарегистрирован.

Основной subprocess  $q\bar{q} \rightarrow \mu\bar{\mu}$  имеет сечение

$$\frac{d\sigma}{dt}(q\bar{q} \rightarrow \mu\bar{\mu}) = 2\pi\alpha^2 \frac{t^2 + u^2}{s^2} e_q^2$$

или, что эквивалентно,

$$E \frac{d\sigma}{d^3p} \Big|_{q\bar{q} \rightarrow \mu\bar{\mu}} = \frac{8q\bar{q}}{\pi} \delta \left[ \hat{s} + \hat{t} + \hat{u} - \sum m^2 \right] 2\pi\alpha^2 \frac{t^2 + u^2}{s^4}. \quad (14.40)$$

Инклюзивное сечение для процесса  $q\bar{q} \rightarrow \mu X$  по форме совпадает с этим, но  $\sum m^2$  теперь содержит  $m_X^2$  вместо  $m_\mu^2$ . Если пренебречь всеми массами и включить subprocess в полную диаграмму, то мы сможем непосредственно вычислить сечение процесса  $pp \rightarrow$



Рис. 6. Скейлинг  $stu$  subprocessов при слиянии  $q\bar{q}$ .

$\rightarrow \mu^+ + X$ . Параметры  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$ ,  $\hat{u}$  subprocessа связаны с полными  $s$ ,  $t$ ,  $u$  скейлингом (рис. 6):

$$\begin{aligned} \hat{s} &= 2p_q \cdot p_{\bar{q}} = xys, \\ \hat{t} &= -2p_q \cdot \mu = yt, \\ \hat{u} &= -2p_{\bar{q}} \cdot \mu = xu. \end{aligned} \quad (14.41)$$

Это приводит к сечению вида

$$E \frac{d\sigma}{d^3p}(pp \rightarrow \mu^+X)_{d-y} = \sum_a \int dx dy j_a(x) f_a(y) \times \\ \times \frac{xy^2}{\pi} \delta(xys + yt + xu) 2\pi\alpha^2 \frac{t^2 + x^2u^2}{(xys)^2}. \quad (14.42)$$

Переписав  $\delta$ -функцию в виде  $(1/s) \delta[xy + y(t/s) + x(u/s)]$  и заметив, что  $t/s$  и  $u/s$  суть функции только переменных  $x_T$  и  $\theta$  и что  $p_T^2 = tu/s \equiv sg(x_T, \theta)$ , мы можем преобразовать (14.42) к виду

$$E \frac{d\sigma}{d^3p}(pp \rightarrow \mu^+X)_{d-y} = \frac{1}{p_T^2} F(x_T, \theta). \quad (14.43)$$

Таким образом, величина  $p_T^2 (E d\sigma/d^3p)$  должна быть масштабнo-инвариантной (зависеть только от  $x_T$  и от угла  $\theta$ ).

#### В. Дрелль-яновская аннигиляция в мезонных пучках

Наиболее прямой проверкой того, что рождение массивных мезонных пар обусловлено именно  $q\bar{q}$ -аннигиляцией, было бы сравнение сечений рождения димезонов в пучках  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов.

При использовании изоскалярной мишени (например, углерода) предположение механизма  $q\bar{q}$ -аннигиляции приводит к следующему предсказанию для случая больших масс димезонов:

$$\frac{\pi^+ C \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots \xrightarrow{m^2/s \rightarrow 1}}{\pi^- C \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots} \rightarrow \frac{1}{4}. \quad (14.44)$$

Это объясняется тем, что мезон  $\pi^+$  ( $u\bar{d}$ ) рождает фотоны при аннигиляции  $d$  с  $d$ -кварком мишени, а мезон  $\pi^-$  ( $d\bar{u}$ ) рождает их при аннигиляции  $\bar{u}$  с  $u$ . Отношение квадратов зарядов равно 1 : 4, а вероятности найти  $d$ - и  $u$ -кварки в изоскалярной мишени одинаковы; поэтому отношение вероятностей рождения равно 1 : 4.

Можно также предсказать зависимость этого отношения от  $\tau \equiv M^2/s$ . Поскольку  $x_q x_{\bar{q}} = M^2/s$ , при малых  $M^2/s$  главный вклад и для пиона, и для нуклона будут давать кварки и антикварки из моря (поэтому вероятности рождения фотона в пучках  $\pi^+$  и  $\pi^-$  будут одинаковы). Следовательно,

$$\frac{\pi^+ C \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots \xrightarrow{m^2/s \rightarrow 0}}{\pi^- C \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots} \rightarrow 1. \quad (14.45)$$

При больших  $x$  ( $\geq 0,1$ ) будут доминировать валентные кварки, что приведет к значению 1 : 4 для отношения  $\pi^+/\pi^-$ . При увеличении  $x$  от нуля до умеренных значений должно наблюдаться постепенное изменение этого отношения от 1 до  $1/4$ , если главным механизмом является аннигиляция  $q\bar{q}$  в фотон.

Опытные данные представлены на рис. 7. Имеются некоторые указания на то, что такой механизм действительно действует. Заметим, что при массах  $M_{\mu\mu}$ , соответствующих рождению четко выраженных векторных мезонов (например,  $J/\psi$ ), рассматриваемое отношение становится равным единице; это указывает на то, что в таких случаях мезонную пару рождает не фотон, а мезон.

Имея эти данные, подтверждающие механизм  $q\bar{q}$ -аннигиляции, мы можем вычислить отношение скоростей выхода при рассеянии пучков  $\pi^+$  на произвольных ядрах. Рассмотрим ядро с  $\alpha$  протонами и  $\beta$  нейтронами. Как обычно,  $d^P(x)$  дает вероятность найти  $d$ -кварк с данным  $x$  в протоне и т. д.

Тогда, поскольку  $\pi^+$  ( $u\bar{d}$ )-мезоны выделяют  $d$ -кварк, а  $\pi^-$  ( $d\bar{u}$ )-мезоны выделяют  $u$ , имеем

$$\begin{aligned} \frac{\pi^+ (\alpha P + \beta N) \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots (x)}{\pi^- (\alpha P + \beta N) \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots (x)} &= \frac{\alpha d^P(x) + \beta d^N(x)}{4(\alpha u^P(x) + \beta u^N(x))} = \\ &= \frac{\alpha d^P(x) + \beta u^P(x)}{4(\alpha u^P(x) + \beta d^P(x))}. \end{aligned} \quad (14.46)$$

Чтобы получить что-либо большее, нужно знать отношение  $d(x)/u(x)$ . Поскольку это отношение может лежать в пределах от нуля до бесконечности, мы получаем для отношения  $\pi^+/\pi^-$  интервал от  $\beta/4\alpha$  (при  $d=0$ ) до  $\alpha/4\beta$  (при  $u=0$ ). Для изоскалярных ядер  $\alpha = \beta$  и потому получается 1 : 4 независимо от  $d(x)/u(x)$ . Для других ядер отношение  $\pi^+/\pi^-$  будет зависеть от  $d(x)/u(x)$ .

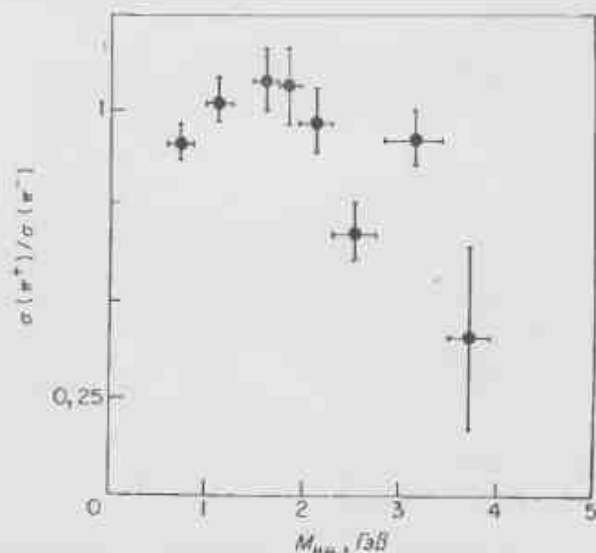


Рис. 7. Отношение сечений процессов  $\pi^+ C \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots$ ,  $\pi^- C \rightarrow \mu^+ \mu^- \dots$  [368].

Рассмотрим для примера водород ( $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0$ ). При  $x \rightarrow 1$ , когда  $d(x)/u(x) \rightarrow 0$  (гл. 11), отношение  $\pi^+/\pi^-$  должно стремиться к нулю ( $\pi^+$  не может аннигилировать), а при  $x \rightarrow 1/2$ , когда  $2d = u$ , отношение будет равно 1 : 8.

## § 6. ОБМЕН СОСТАВЛЯЮЩИМИ

Один из вкладов в сечение рассеяния при взаимодействии двух составных систем дается обменом между системами одним или несколькими из их составляющих. Примером может служить обмен электроном в атомных столкновениях и возможный обмен кварками в адронных столкновениях. В работе [278] было впервые высказано предположение, что различие в величине сечений рассеяния на большие углы в столкновениях  $pp \rightarrow pp$  и  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$  удастся объяснить, если главным механизмом рассеяния на большие углы является кварковый обмен. Ободряющей поддержкой

такой модели явилось открытие, что угловая структура рассеяния  $K^+p \rightarrow K^+p$  и  $pp \rightarrow pp$  согласуется с модельными вычислениями, в которых протон рассматривается как квазидвухчастичная система, состоящая из кварка и элементарного дикваркового «кора», имеющего спин 1 и связанного с кварком вершиной  $\gamma_\mu$  (т. е. с асимптотическим сохранением спиральности в вершине протон  $\rightarrow$  кварк + векторный кор). При использовании скалярного кора

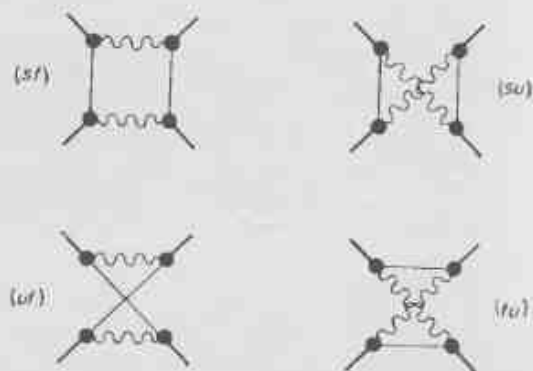


Рис. 8. Диаграммы обмена составляющими при рассеянии  $pp \rightarrow pp$  в модели, где протон представляется состоящим из кварка (прямые линии) и дикваркового кора (волнистые линии).

угловая зависимость изменяется, но зависимость  $s^{-N}$  при фиксированном угле остается той же самой.

На рис. 8 показаны диаграммы, вычисленные в работе [278]. Матвеев и др. [215] путем анализа размерностей пришли к выводу, что в обменной амплитуде доминирует ( $uf$ )-график, поскольку ( $sf$ )- и ( $su$ )-графики в главном порядке отсутствуют (в протоне нет соответствующих антикварков). Поэтому их угловая зависимость отличается от полученной в работе [278].

Вообще эти модели предсказывают факторизацию угловой и энергетической зависимостей:

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) \sim s^{-N} G(\cos \theta).$$

Подробно эти модели излагаются в разделе V работы [182]. Эту работу можно также рекомендовать как детальное введение в процессы с большими поперечными импульсами, содержащее широкий обзор как наблюдаемых явлений, так и теоретических работ. Применение не использующей теорию возмущений ковариантной модели к физике процессов с большим  $p_T$  рассмотрено в раннем обзоре [178].

### III

## Полевые теории слабых, электромагнитных и сильных взаимодействий, новые частицы

### Глава 15

## ВВЕДЕНИЕ В ФЕНОМЕНОЛОГИЮ НЕАБЕЛЕВЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

В последние годы в физике высоких энергий произошли два события первостепенной важности, тесно связанные друг с другом. Первым было экспериментальное открытие новой спектроскопии адронов, связанной с существованием четвертого сорта кварков (очарованных кварков). Сначала, в ноябре 1974 г., две группы экспериментаторов независимо одна от другой объявили об открытии метастабильного массивного мезона — так называемого  $J$ - или  $\psi$ -мезона [279–280]. Это  ${}^3S_1$ -состояние  $c\bar{c}$ -системы было первым четким указанием на существование очарованного кварка. В последующие несколько месяцев возникла целая спектроскопия подобных  $c\bar{c}$ -состояний со скрытым очарованием. В середине 1976 г. было найдено первое убедительное доказательство существования адронов с открытым очарованием, и сейчас постепенно развивается спектроскопия очарованных частиц.

Эти открытия делают особо примечательным то, что очарованные кварки предсказывались и были действительно необходимы в свете теоретических исследований предшествовавших лет. Для понимания некоторых особенностей очарованных частиц, открытие и свойства которых описываются в следующих параграфах, мы начнем с краткого обзора развития теории, относящейся к этому вопросу. Основное достижение теории состоит в открытии глубокой роли неабелевых калибровочных теорий поля в физике высоких энергий [281, 282, 184, 137, 185, 186]. На основе этих теорий появляется возможность, во-первых, объединения слабого и электромагнитного взаимодействий и, во-вторых, построения полевой теории сильных взаимодействий, в которой цветные кварки взаимодействуют, обмениваясь цветными глюонами — так называемой квантовой хромодинамикой (КХД) [135–137].

После теоретического введения в неабелевы калибровочные поля мы обсудим их феноменологические следствия, уделяя основное внимание спектроскопии адронов и появляющимся экспериментальным данным об очарованных частицах.

## § 1. НЕАБЕЛЕВЫ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ СЛАБОГО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Важнейшим достижением теории последнего времени явилось понимание возможной роли неабелевых калибровочных теорий поля в физике высоких энергий. Как первый пример отметим, что удается построить единую полевую теорию слабого и электромагнитного взаимодействий [283—287], удовлетворяющую требованиям калибровочной инвариантности и перенормируемости [281, 282]. В настоящее время феноменологическое обоснование подобного подхода производит солидное впечатление. Мы обсудим этот вопрос в первой части параграфа.

Фейнман и Гелл-Ман [288] выдвинули оказавшуюся плодотворной гипотезу, что векторная часть заряженного слабого тока, описывающего испускание и поглощение  $W^{\pm}$ -бозонов<sup>1)</sup>, связана изоспиновым вращением с изовекторной частью электромагнитного тока. В мире из четырех кварков и четырех лептонов левинтовые компоненты этих фермионов образуют дублеты этого «слабого изоспина» [группы  $SU(2)_{\text{слаб}}$ ]

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} u \\ d_0 \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s_0 \end{pmatrix}_L, \quad (15.1)$$

описывающие их слабые взаимодействия. Здесь  $c$  — кварк с четвертым ароматом, введенный для того, чтобы между кварками и лептонами была симметрия. Далее, состояния

$$\begin{aligned} d_0 &\equiv d \cos \theta_c + s \sin \theta_c, \\ s_0 &\equiv s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \end{aligned} \quad (15.2)$$

являются собственными векторами слабого взаимодействия в отличие от состояний  $s$  и  $d$  — собственных векторов сильного взаимодействия. Угол  $\theta_c$  называется углом Кабиббо.

Таким образом, взаимодействие с заряженными  $W$ -бозонами, которые являются компонентами слабого изотриплета с  $I_3 = \pm 1$ , приводит к левинтовым переходам между  $\nu_e$  и  $e^-$ ,  $\nu_\mu$  и  $\mu^-$  в лептонном секторе и переходам между  $u$  и  $d$  или  $s$  и  $c$  в кварковом секторе с амплитудами  $\cos \theta_c$  и  $\sin \theta_c$ . При наличии гипотетического очарованного кварка в слабом взаимодействии участвует и ортогональная к  $d_0$  комбинация кварков  $s$  и  $d$ . Кварки  $d$  и  $s$  взаимодействуют с очарованным  $c$ -кварком с амплитудами  $-\sin \theta_c$  и  $\cos \theta_c$  соответственно.

Глэшоу [283] расширил группу симметрии слабого взаимодействия. К слабому изоспину он добавил степень свободы с сим-

<sup>1)</sup> Идея векторных аналогов  $W^{\pm}$ -мезонов была предложена Швингером [289].

метрией  $U(1)$ , отвечающую так называемому слабому гиперзаряду. Возникающая модель имеет симметрию  $SU(2) \otimes U(1)$  [283, 284]. Лептоны и кварки различаются своими слабыми гиперзарядами, которые для частиц из левых дублетов связаны с электрическим зарядом соотношением

$$Q = Y_{\text{слаб}} + I_{3, \text{слаб}}. \quad (15.3)$$

Мультиплетная структура правых фермионов пока еще неопределенная. Имеются указания против существования заряженных правых токов, связывающих кварки  $u$  и  $d$  или  $u$  и  $s$  с лептонами  $\nu_e, \mu, e^-$  или  $\nu_\mu, \mu^-$ . Если  $u$  кварков, и лептонов только по четыре, то все правые фермионы являются слабыми изоскалярами, так что их гиперзаряд совпадает с электрическим зарядом:

$$Q = Y_{\text{слаб}}. \quad (15.4)$$

Но если существуют тяжелые лептоны или еще один сорт кварков, то в правом секторе можно ввести дублеты, содержащие  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварки [227]. Вопрос об их существовании должен быть решен экспериментально.

В модели Глэшоу [283], Салама и Уорда [284], развитой далее Саламом [286, 287] и Вайнбергом [285], постулируется, что слабые взаимодействия есть следствие взаимодействия фермионов с переносящими слабый изоспин и слабый гиперзаряд калибровочными векторными бозонами  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $W^0$  и  $B^0$ . Именно взаимодействие имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{слаб}} = g \left( \sum_i \psi_i^\dagger \frac{\tau}{2} \psi_i \right) \cdot \mathbf{W} + g' \left( \sum_i \psi_i^\dagger Y_{\text{слаб}} \psi_i \right) B, \quad (15.5)$$

где  $g$  и  $g'$  — априори произвольные константы взаимодействия.

Если все взаимодействия инвариантны относительно калибровочных преобразований слабого изоспина и гиперзаряда и если все фермионы и калибровочные бозоны безмассовые, то такая теория перенормируема. Возникающая теория поля называется неабелевой, так как калибровочные поля не коммутируют (гл. 2, § 2, п. «А», 4) [290]:

$$[W_i, W_j] = i\epsilon_{ijk} W_k. \quad (15.6)$$

Однако на опыте  $m_W \neq 0$ , поскольку  $W$ -бозоны не наблюдались ни в  $\beta$ -распаде, ни в распадах  $K$ -мезонов. Далее, отсутствие (гл. 1, § 1) заметного нарушения скейлинга в недавних экспериментах по глубоко-неупругим слабым взаимодействиям указывает на то, что масса  $W$ -бозона выше 10 ГэВ.

Рассматривать эту модель как настоящую физическую теорию стало возможным после того, как 'т Офт [281, 282] доказал предположение Вайнберга [285] и Салама [286] о том, что теория остается перенормируемой, если фермионы и бозоны приобретают

массу за счет спонтанного нарушения симметрии [291—294]. После спонтанного нарушения симметрии  $\mathcal{W}_3$  и  $B$  смешиваются, образуя состояния

$$\begin{aligned} A &= \cos \theta_W B + \sin \theta_W \mathcal{W}_3, \\ Z^0 &= \cos \theta_W \mathcal{W}_3 - \sin \theta_W B, \end{aligned} \quad (15.7)$$

где  $\theta_W$  — так называемый угол Вайнберга. Частица  $A$  остается безмассовой, так как она взаимодействует с сохраняющимся электрическим зарядом. Поэтому ее следует отождествить с физическим фотоном. В отличие от этого токма, с которыми взаимодействует  $Z^0$ -бозон, не сохраняются, и поэтому  $Z^0$ -бозон приобретает массу порядка 70 ГэВ [295]. Запишем часть  $\mathcal{L}_{int}$ , содержащую нейтральные бозоны, в виде

$$g \mathcal{W}_3^a \frac{\tau_a}{2} + g' B Y. \quad (15.8)$$

Подставляя в (15.8) выражения (15.7) для полей  $A$  и  $Z$  и полагая

$$g' = g \operatorname{tg} \theta_W, \quad (15.9)$$

получаем

$$Qg \sin \theta_W \cdot A + \frac{g}{\cos \theta_W} Z \left( \frac{\tau_3}{2} - Q \sin^2 \theta_W \right). \quad (15.10)$$

Обозначив  $g \sin \theta_W$  через  $e$ , имеем

$$e \hat{Q} A + \frac{2e}{\sin 2\theta_W} Z \left( \frac{\tau_3}{2} - Q \sin^2 \theta_W \right). \quad (15.11)$$

Первый член в этом выражении — обычное электромагнитное взаимодействие. Второй член описывает взаимодействие нового нейтрального тока, предсказываемого теорией.

Как бы то ни было, но мы получили впервые перенормируемую теорию слабых взаимодействий. Наблюдаемая слабость взаимодействия заряженных токов по сравнению с электромагнитным взаимодействием может быть объяснена, если масса  $W$ -бозона порядка 75 ГэВ ( $G \sim g^2 m_W^{-2}$ , где  $g^2 = 4\pi\alpha$ ). Массы  $Z$ - и  $W^\pm$ -бозонов связаны соотношением

$$m_W^2 = m_Z^2 \cos^2 \theta_W. \quad (15.12)$$

Поэтому  $Z$ -бозон должен быть тяжелее  $W^\pm$ -бозонов [295].

Немедленным следствием теории является предсказание нейтральных токов: наряду с известным процессом  $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- p$  должен существовать процесс  $\nu p \rightarrow \nu p$ . В 1973 г. в ЦЕРНе было установлено, что нейтральные токи действительно существуют в природе [296, 297]. Это открытие было первым указанием на то, что подобная теория имеет отношение к реальному миру. На опыте установлено, что эти нейтральные токи сохраняют странность. Правила отбора по странности для заряженных и

нейтральных токов иллюстрируются ниже на примере процессов, к которым они могут приводить:

	$\Delta S = 0$	$\Delta S \neq 0$
Заряженный ток, $W^\pm$	$\nu n \rightarrow \mu^- p$	$K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$
Нейтральный ток, $Z^0$	$\nu p \rightarrow \nu p$	$K^0 \leftrightarrow \mu^+ \mu^-$

В слабом нейтральном токе, переводящем  $d_u$  в  $d'_u$ , возникают меняющие странность и потому нежелательные члены вида  $ds \cos \theta_c \times \times \sin \theta_c$ <sup>1)</sup>. Но если кварки  $u$  и  $s$  вырождены по массе, то они в точности компенсируются аналогичными членами, возникающими в нейтральном токе, переводящем  $s_b$  в  $s'_b$ , и переход между  $d$  и  $s$  не возникает ни в каком порядке теории возмущений. Поэтому для объяснения отсутствия на опыте распадов  $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ,  $K_L \rightarrow \nu \bar{\nu}$  за счет меняющего странность нейтрального тока требуется лишь, чтобы расщепление масс  $u$ - и  $s$ -кварков было мало по сравнению с массой  $W^\pm$ -бозона [298].

Подавленность меняющих странность нейтральных токов требует существования очарованного кварка, слабо взаимодействующего с  $s_b$ <sup>2)</sup>:

$$c \leftrightarrow s \cos \theta - d \sin \theta \quad (15.14)$$

[223]. Это приводит к существованию целой спектроскопии новых частиц, содержащих один или несколько очарованных кварков. Для объяснения подавленности меняющих странность нейтральных токов масса легчайшей из этих частиц должна быть ограничена несколькими гигаэлектронвольтами.

Открытие  $\psi$ -частиц в 1974 г. явилось первым указанием на существование четвертого кварка. Именно  $\psi$ -частица есть состояние  $c\bar{c}$ . Но прежде чем обсуждать экспериментальное подтверждение существования очарованного кварка и феноменологию

<sup>1)</sup> Трудности с меняющим странность нейтральным токма в модели с симметрией  $SU(2) \otimes SU(1)$  и отличным от нуля углом Кабиббо были отмечены Саламом и Уордом [284].

<sup>2)</sup> Возможность существования четвертого фундаментального поля со слабым током вида (15.14) обсуждалась уже Гелл-Маном (см. примечание 3 к работе [5]). Эта идея развивалась далее Харой [224]. При этом исходили из аналогии с лептонами и считалось, что заряды этих полей равны 0 или  $\pm 1$ . Вьёркем и Глазгоу [299] построили модель, основанную на этих четырех полях и введя термин «очарование». Это все было очень далеко от современного понятия «очарование». Барришное число и гиперзаряд полей Вьёркем и Глазгоу были целыми, а очарование имели три из четырех полей. Согласно обобщенной формуле Гелл-Мана. Нанджиджам и Накано  $Q = I_3 + \frac{1}{2}(Y + C)$ , это приводит к целочисленным зарядам.

очарованных частиц, мы дадим теоретическое введение в еще одну область физики высоких энергий. Это сильные взаимодействия, которые, как мы предполагаем, также описываются неабелевыми калибровочными полями. Это даст нам теоретическую базу, необходимую для изучения феноменологии новых частиц.

## § 2. КВАНТОВАЯ ХРОМОДИНАМИКА: НЕАБЕЛЕВА КАЛИБРОВОЧНАЯ ПОЛЕВАЯ ТЕОРИЯ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Калибровочная теория поля, объединяющая слабое и электромагнитное взаимодействия, является неабелевой потому, что калибровочные бозоны переносят ароматы, а их взаимодействие со слабыми изоспином и гиперзарядом имеет симметрию  $SU(2)_{\text{weak}} \otimes U(1)$ . По аналогии с названием входящей в нее квантовой электродинамики эту неабелевую калибровочную теорию поля называют «квантовой ароматодинамикой» (Quantum Flavour Dynamics). В КЭД константа взаимодействия с электрическим током есть заряд  $e$ . В КАД токи связаны с симметрией  $SU(2) \otimes U(1)$  и вершины взаимодействия содержат также  $2 \times 2$ -матрицы  $\tau$ , связанные с током ароматов (они есть прямой аналог матриц Паули  $\tau$ , которые появляются в ядерных силах при обмене изоспином). Все это было явно видно из формулы лагранжиана (15.5).

Неабелева калибровочная теория сильных взаимодействий строится на основе представления о том, что кварк с любым ароматом может иметь три разных цвета. Калибровочные бозоны переносят цвет, и если три цвета образуют группу цветовой симметрии  $SU(3)_c$ , то вершины взаимодействия калибровочных бозонов содержат  $3 \times 3$ -матрицы  $\lambda$  (аналог  $2 \times 2$ -матриц  $\tau$  во взаимодействии изоспинов). Возникающая теория называется квантовой хромодинамикой (КХД). Если симметрия  $SU(3)_c$  точная, так что кварки с любым ароматом трижды вырождены по цвету, и если цветные векторные бозоны (глюоны) безмассовые, то такая теория перенормируема. Можно надеяться, что прямым следствием этой теории будет конфайнмент кварков, и с этим частично связана ее потенциальная значимость.

Прежде чем излагать теорию, мы перечислим указания на то, что кварки действительно имеют три цвета.

1. В пользу того, что кварки цветные, свидетельствует большое сечение аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow$  адроны. Именно, ниже порога рождения очарованных частиц

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma_{\text{КЭД}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sum_i e_i^2 = \begin{cases} 2/3 & \text{в отсутствие цвета,} \\ 2 & \text{при трех цветах.} \end{cases} \quad (15.15)$$

За порогом рождения очарованных частиц отношение  $R$  должно увеличиться на  $4/9$  для бесцветных очарованных кварков и на  $2/3$  для кварков, имеющих три цвета. Наблюдаемый рост  $R$  составляет  $\Delta R = 2 - 2.5$ . Из этого значения часть  $\Delta R = 1$  обусловлена рождением пары новых тяжелых лептонов  $\tau^\pm$  с массой  $\approx 2$  ГэВ [220]. Никаких указаний на порог рождения в этой области еще одного тяжелого лептона не имеется, так что остающаяся часть  $\Delta R \approx 1 - 1.5$  предположительно связана с рождением очарованных частиц. Это значение хорошо согласуется со значением  $\Delta R = 4/3$ , ожидаемым для очарованного кварка с зарядом  $2/3$ , квадратом заряда  $4/9$  и тремя цветами.

2. Доказана теорема [125, 126] о том, что вероятность распада  $\rho^0$ -мезона на два фотона дается в точности треугольной диаграммой с одной аксиальной и двумя электромагнитными вершинами<sup>1)</sup>. Получающаяся амплитуда пропорциональна сумме  $\sum_i I_3 e_i^2$ , где  $I_3$  связано с изовекторным аксиальным током, а квадрат заряда возникает из двух вершин испускания фотонов. Суммирование проводится по всем фундаментальным кварковым полям в треугольной диаграмме. Согласно данным эксперимента, сумма равна  $\sim 1/2$ . Для  $u$ - и  $d$ -кварков в отсутствие цвета имеем

$$\sum_{u, d} I_3 e^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{9} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{6}. \quad (15.16)$$

Если же кварки имеют три цвета, то нужно суммировать по всем цветам, и мы получаем  $1/2$ .

3. Сечение рождения лептонных пар адронами (процесс Дрелла—Яна  $pp \rightarrow \mu^+\mu^- \dots$ , см. гл. 14, § 5) может быть выражено через измеряемую в глубоко-неупругом рассеянии лептонов структурную функцию  $F_2(x)$  (гл. 9). Лептонная пара есть продукт распада массивных вращеподобных фотонов, рождаемых при аннигиляции кварка из одного протона и антикварка с тем же ароматом из другого протона. Сечение существенно зависит от плохо известного распределения антикварков в протоне по  $x$ . Оно может быть вычислено с точностью до этой неопределенности.

Если  $q$  и  $\bar{q}$  могут существовать в  $N$  цветах, то вероятность того, что  $q$  и  $\bar{q}$  имеют одинаковые цвета и аннигилируют в фотон, в  $N$  раз меньше, чем для кварков без цвета. Поэтому для кварков с  $N$  цветами ожидаемое сечение в  $N$  раз меньше сечения для случая бесцветных кварков. Подходит  $N = 3$  лучше, чем  $N = 1$ , или нет,

<sup>1)</sup> Заметим, что коэффициент пропорциональности  $I_3$  между дивергенцией аксиального тока  $\partial_\mu A_\mu$  и полем  $\rho^0$ -мезона является непосредственно измеряемой величиной [11, стр. 580 и далее]. Поэтому волновая функция  $\rho^0$ -мезона не приводит в амплитуде к нормировочному множителю  $1/\sqrt{N}$ , и вероятность распада пропорциональна  $N^2$ . Сравните это с ситуацией в распаде  $\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$  [300, раздел 16].



нельзя решить, пока не будет лучше исследовано распределение  $\bar{q}(x)$  и выяснены ядерные эффекты (большинство экспериментов было проведено на ядерных мишенях).

4. С классической причиной введения цветовой степени свободы мы столкнулись в спектроскопии бариев (гл. 5, § 1 и гл. 8, § 1). Нуклоны есть фермионы, и их волновые функции должны быть антисимметричными, тогда как в кварковой модели без цвета их волновые функции симметричны. Это легко видеть на примере  $\Delta^{++}$ , состоящего из трех  $u$ -кварков в состоянии с полным спином  $3/2$  вдоль оси  $z$ . Это состояние с очевидностью имеет полностью симметричную волновую функцию и в силу  $SU(6)$ -симметрии это означает, что и нуклоны имеют полностью симметричные волновые функции. Чтобы нуклон имел антисимметричную волновую функцию, вводится еще одна степень свободы кварков — цвет. При наличии для каждого кварка трех цветов можно составить полностью антисимметричную волновую функцию  $\Delta^{++}$  вида

$$\Delta^{++} (u_R^1 u_R^2 u_R^3) \varepsilon_{RRV}.$$

5. Дальнейшие указания на существование цвета дают наблюдения полупентонных распадов очарованных мезонов с вероятностью порядка 10% в каждый из каналов  $e^+ \nu_c$  и  $\mu^+ \nu_\mu$  [226]. Если слабые распады вызываются переходами

$$c \leftrightarrow s (e\bar{\nu}, \mu\bar{\nu}, u_R d_R, u_R d_B, u_R d_G) \quad (15.17)$$

и если, кроме того, амплитуды всех переходов одинаковы, то парциальные вероятности полупентонных распадов на электрон и мюон должны быть одинаковыми и равными  $1/6$ , а парциальная

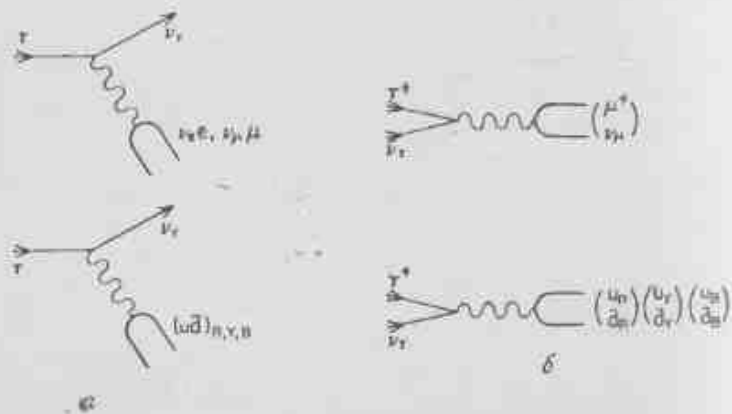


Рис. 1. а — распады тяжелого лептона  $\tau \rightarrow \nu + \text{лептоны}$ ,  $\tau \rightarrow \nu + q\bar{q}$ ; б — аннигиляция  $\tau^+ \nu^- \rightarrow \text{адроны}$ ,  $\tau^+ \nu^- \rightarrow \text{лептоны}$ .

вероятность нелентонных распадов благодаря трем цветным степеням свободы будет составлять 60%. Экспериментальные данные указывают на то, что сильные взаимодействия несколько увеличивают парциальную вероятность нелентонных распадов, доводя ее до 80%.

Имеются также довольно надежные указания на существование тяжелого лептона с массой около 2 ГэВ и парциальными вероятностями распада на электрон и нейтрино и на мюон и нейтрино по 20%. Это согласуется с результатом, ожидаемым при трех цветах кварков, так как распады вызываются переходами, указанными на рис. 1, а.

Если рис. 1, а повернуть, превратив его в рис. 1, б, то распады можно представить как аннигиляцию  $\tau^+ \nu^- \rightarrow W^+ \rightarrow \dots$ , так что аналогом соотношения  $R(e^+ e^- \rightarrow \text{адроны}) = N_c \sum_i e_i^2$  является соотношение

$$R^{\tau^+ \nu^-} \equiv \frac{\tau^+ \nu^- \rightarrow \text{адроны}}{\tau^+ \nu^- \rightarrow e^+ e^-} = N_c = 3. \quad (15.18)$$

6. Понятие цвета позволяет объяснить, почему межкварковые силы связывают три кварка так, что  $qqq$ -системы являются энергетически выгодными состояниями, в то время как подобные им системы  $qqqq$  и т. д. не наблюдаются. Подробнее это описывается ниже.

#### А. Синглетные по цвету адроны

Если цветные кварки наблюдать в масштабе короткого времени, то эффективная кварк-глюонная связь асимптотически стремится к нулю (асимптотическая свобода). И наоборот, если кварки разделены большим расстоянием, то межкварковые силы растут. Полагают, что этим может обеспечиваться постоянный конфайнмент кварков.

Можно сказать, что цветной кварк поляризует возле себя вакуум, испуская и поглощая цветные глюоны и пары кварк-антикварк. Из этого многочастичного тумана выкристаллизовываются синглетные по цвету комбинации с низкими массами, а прочие состояния имеют большие (может даже бесконечные) массы и не могут быть наблюдаемы в лаборатории. Мы попытаемся качественно проиллюстрировать эти идеи, помня, что до сих пор еще никто не доказал существования конфайнмента.

Если кварки образуют фундаментальное триплетное представление цветовой группы  $SU(3)$ , то приведенные ниже комбинации кварков и антикварков дают следующие представления:

$$\begin{aligned} q &: 3, \\ q\bar{q} &: 3 \otimes \bar{3} = 1 + 8, \\ qq &: 3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}, \end{aligned} \quad (15.19)$$

$$q\bar{q}\bar{q} : 3 \otimes 3 \otimes \bar{3} = 3 \oplus \bar{6} + \bar{3} + 15.$$

$$qqq : 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 + 10.$$

Заметим, что в группе  $SU(3)$  цветовые синглеты образуют только  $q\bar{q}$ - и  $qqq$ -системы. Если бы мы ввели правило, что только цветовые синглеты имеют низкую массу, то можно было бы легко понять, почему  $q\bar{q}$  и  $qqq$  имеются в природе, а  $q$ ,  $q\bar{q}$ ,  $qqq$ , ... — нет. Безусловно, то, что мы делаем, есть просто замена одной загадки другой, а именно загадка конфайнмента кварков подменяется загадкой конфайнмента цвета.

Возможно, что ключ к вопросу, почему цветовые синглеты лежат низко по массе, может дать ядерная физика [301]. Если взять два нуклона, то из трех комбинаций  $nn$ ,  $np$ ,  $pp$  связанное состояние образует только изоскалярная комбинация — дейтон. Связывание этого состояния и повышение энергии состояния  $I=1$  есть следствие изоспинового обмена между нуклонами. Аналогично обмен цветными глюонами между кварками может приводить к цветовым синглетам.

Прежде всего напомним, почему изоспиновый обмен выделяет из двухнуклонной системы комбинацию с  $I=0$ . Электромагнитное взаимодействие в водороде пропорционально произведению зарядов электрона и протона  $e_1 e_2$ . Это произведение отрицательно, и водород является устойчивым. По аналогии изоспиновый обмен между двумя фермионами дает энергию  $\mathcal{H}_I \sim I_1 I_2$ . Чтобы вычислить среднюю энергию изоспинового взаимодействия, заметим, что

$$2I_1 \cdot I_2 \equiv (I_1 + I_2)^2 - I_1^2 - I_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow (2I_1 I_2) \equiv I_{\text{max}}(I_{\text{max}} + 1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}, & I=0, \\ +\frac{1}{2}, & I=1. \end{cases} \quad (15.20)$$

Следовательно, в случае изоспина нуль взаимодействие является связывающим, а в случае изоспина единица — отталкивающим. Поэтому в ядрах изосинглетная комбинация нуклонов лежит по массе ниже, чем нежелательная изотриплетная комбинация.

По аналогии мы можем рассмотреть и обмен цветными глюонами между цветными кварками. Взаимодействие в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$\mathcal{H}_I \sim \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \quad (\mathbf{F} \equiv \frac{1}{2} \lambda \equiv 3 \times 3\text{-матрицы цветовой группы } SU(3)), \quad (15.21)$$

и по аналогии с предыдущим примером мы можем вычислить среднюю энергию взаимодействия. Получаем [ср. с формулой (5.45)]

$$(2\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2) \equiv \lambda_{\text{полн}}^2 - \lambda_q^2 - \lambda_{\bar{q}}^2 \equiv \lambda_{\text{полн}}^2 - 2\lambda_q^2 \equiv \lambda_{\text{полн}}^2 - \frac{2}{3}. \quad (15.22)$$

( $\lambda^2$  — оператор Казимира группы  $SU(3)$ , собственные значения которого для триплета и антитриплета равны  $\frac{4}{3}$ , а для синглета он равен нулю). Для  $N$ -частичной системы по аналогии взаимодействие имеет вид

$$\mathcal{H}_I = \sum_i \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_i, \quad (15.23)$$

и в этом случае находим

$$\langle \mathcal{H}_I \rangle \rightarrow \lambda_{\text{полн}}^2 = \frac{4}{3} N. \quad (15.24)$$

Полная энергия системы кварков содержит массы кварков и потенциалы глюонного обмена:

$$E = Nm_q + V(\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j). \quad (15.25)$$

Подставляя сюда среднюю энергию взаимодействия обменом цветными глюонами, получаем для энергии системы выражение

$$E = N \left( m_q - \frac{4}{3} V \right) + V \lambda_{\text{полн}}^2. \quad (15.26)$$

Конечно, эта энергия есть просто масса адрона, построенного из этих кварков.

Теперь представим себе, что масса кварка стремится к бесконечности (что, конечно, сделает кварк ненаблюдаемым). Кроме того, пусть

$$V = \frac{3}{4} m_q \frac{1}{m_q} \rightarrow \infty. \quad (15.27)$$

Тогда это позволит сделать массы связанных состояний кварков и антикварков конечными благодаря компенсации бесконечных масс кварков бесконечным потенциалом. Энергия системы находится из (15.26) и (15.27):

$$E = \frac{3}{4} \lambda_{\text{полн}}^2 m_q. \quad (15.28)$$

Величина  $\lambda^2$  равна нулю для любого синглетного по цвету состояния, но она больше нуля для любого несинглетного по цвету состояния. Следовательно, бесконечная масса кварка означает что для любого несинглетного по цвету состояния энергия системы будет бесконечной. Энергия будет стремиться к нулю только в случае цветовых синглетов. Итак, на этом довольно простом примере мы показали, что массы определенных нежелательных состояний можно сделать бесконечными, удерживая при этом нулевой (т. е. конечной) массу желательных бесцветных состояний.

Вернемся к формуле (15.27) и возьмем в качестве потенциала

$$V = \frac{3}{4} (m_q - \epsilon). \quad (15.29)$$

Тогда энергия системы будет

$$E = N\epsilon + \frac{3}{4} \lambda_{\text{полн}}^2 (m_q - \epsilon). \quad (15.30)$$

Как и раньше, несинглетные по цвету состояния будут иметь бесконечную энергию, но энергии цветовых синглетов будут конечными:

$$E = N\epsilon. \quad (15.31)$$

Феноменологически для различных сортов кварков энергия  $\epsilon$  имеет следующие значения:

$$\epsilon_{\text{up}} \approx 350 \text{ МэВ}; \quad \epsilon_s \approx 500 \text{ МэВ}; \quad \epsilon_c \approx 1500 \text{ МэВ}. \quad (15.32)$$

Эти значения представляют собой эффективную энергию, которую кварки несут внутри синглетных по цвету адронов, т. е. эффективную массу кварков (см. также гл. 17 и 18).

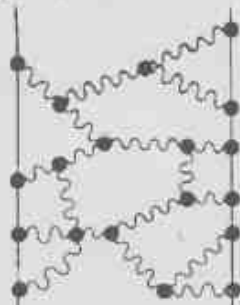


Рис. 2. Обмен глюонами между кварками, не сводящийся к взаимодействию  $\lambda, \lambda_j$ .

Нет особых оснований полагать, что этот пример имеет прямое отношение к действительности, поскольку в энергию связи кварков будут давать вклад и диаграммы рис. 2, отличные от тех, которые учитывались в предыдущих рассуждениях. Но мы нашли по крайней мере модельный пример того, как связанная с цветом степень свободы может увести массы определенных ненужных состояний в бесконечность, оставляя массы требуемых состояний конечными.

Подчеркнем, что для того, чтобы увести несинглетные состояния в бесконечность, выше требовалось, чтобы межкварковые силы были бесконечными. Если бы это утверждалось просто *ad hoc*, то мы бы не смогли объяснить, почему в то же самое время существуют квазисвободные кварки в глубоко-неупругих процессах. Прелесть асимптотической свободы в неабелевой цветовой калибровочной теории поля состоит в том, что мы можем естественным образом согласовать эти коренным образом различающиеся эффекты.

### Б. Цвет и сверхтонкое расщепление в спектроскопии адронов

В предыдущем пункте (п. «А») мы упоминали, что кварки в синглетных по цвету адронах имеют эффективную массу  $\epsilon$ , так что когда кварки находятся в основном состоянии, мы могли бы ожи-

дать типичные массы мезонов порядка 700 МэВ, а массы барионов порядка 1050 МэВ.

В водороде магнитное взаимодействие спинов составляющих его фермионов дает зависящий от спина вклад в энергию, который проявляется в сверхтонком расщеплении уровней  $^3S_1$  и  $^1S_0$ . Первый из них по энергии выше, чем второй, и переход между ними дает излучение с длиной волны 21 см.

Аналогично при *включении цвета* обмен векторными глюонами между кварками дает как правильный знак, так и относительную величину спин-спинового расщепления мезонов и барионов. В частности, мы увидим, что в отсутствие цвета расщепление массы бариона имело бы неправильный знак и, кроме того, расщепление  $\Delta-N$  было бы больше расщепления  $\rho-\pi$ .

Убедимся вначале, что в отсутствие цвета относительная величина расщепления барионов и мезонов неудовлетворительна. В случае мезонов спин-спиновое взаимодействие имеет вид

$$\langle 2S_1 \cdot S_2 \rangle = S(S+1) - \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta E_M = \begin{cases} +\frac{1}{2} \Delta : 1^- \\ -\frac{3}{2} \Delta : 0^- \end{cases} \quad (15.33)$$

и, следовательно, псевдоскаляр и пектор разделены величиной  $2\Delta$  (здесь величина  $\Delta$  имеет размерность энергии и пока не определена). Для барионов аналогичное взаимодействие имеет вид

$$\begin{aligned} \langle 2(S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3) \rangle &= \langle (S_1 + S_2 + S_3)^2 - S_1^2 - S_2^2 - S_3^2 \rangle = \\ &= S(S+1) - \frac{9}{4} \Rightarrow \Delta E_M = \begin{cases} +\frac{3}{2} \Delta : \frac{3^+}{2} \\ -\frac{3}{2} \Delta : \frac{1^+}{2} \end{cases} \end{aligned} \quad (15.34)$$

и поэтому состояния  $^{3+}/_2$  и  $^{1+}/_2$  должны быть разделены величиной  $3\Delta$ . На опыте расщепление барионов меньше, чем расщепление мезонов, а мы получили противоположный результат.

Следующим является вопрос о знаке расщепления. В проделанных выше вычислениях не учитывалось, что в случае мезона мы имеем дело с  $q-\bar{q}$ , в то время как в случае бариона это  $q-q$ . Мы видим, что знак предсказывается правильно для мезона и неправильно для бариона. Действительно, в атоме водорода диполь-дипольное взаимодействие записывается следующим образом:

$$\mathcal{H}_{SS} \sim -\mu_1 \cdot \mu_2 \sim -\frac{e_1 e_2}{m_1 m_2} S_1 \cdot S_2. \quad (15.35)$$

Здесь  $e_{1,2}$  — электрические заряды частиц, т. е. величина их связи с векторными фотонами. Для одинаковых частиц  $e_1 e_2 =$

$= e_1^2 > 0$ , в то время как для частицы — античастицы  $e_1 e_2 = -e_2^2 < 0$ . Следовательно, взаимодействие имеет вид

$$\begin{aligned} E_{SS} &\sim -\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad \text{для частицы — частицы,} \\ E_{SS} &\sim +\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad \text{для частицы — античастицы.} \end{aligned} \quad (15.36)$$

По этой причине в водороде уровень  $^3S_1$  лежит выше уровня  $^1S_0$ . Совершенно аналогично взаимодействие за счет обмена векторными глюонами имеет вид

$$\begin{aligned} E_{SS} &\sim -\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad \text{для } q - q, \\ E_{SS} &\sim +\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad \text{для } q - \bar{q}. \end{aligned} \quad (15.37)$$

и в том, что касается знака, оно удовлетворительно описывает мезоны, но в случае барионов предсказывает для состояния  $^{3+}/_2$  большую массу, чем для  $^{2+}/_2$ .

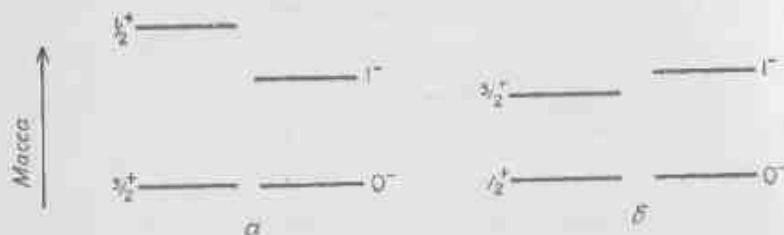


Рис. 3. Сверхтонкое расщепление мезонов и барионов. а — без учета цвета; б — с учетом цвета.

Итак, мы видим, что если не вводить цвет, то в описании сверхтонкого расщепления существуют две проблемы. Во-первых, неудовлетворительна относительная величина расщепления мезонов и барионов, и, во-вторых, неправилен знак расщепления барионов. Обе эти проблемы снимаются, если ввести цветовые степени свободы. Картина расщепления с бесцветными и цветными глюонами представлена на рис. 3. Цветные глюоны приводят к удовлетворительному описанию полностью благодаря тому, что константа связи между цветными кварками в синглетном по цвету барионе того же знака и составляет половину константы связи между цветным кварком и цветным антикварком. Это обстоятельство очень важно, и мы его сейчас докажем.

В электромагнитном случае взаимодействие  $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$  умножалось на величину  $e_1 e_2$ , учитывающую электрические заряды при обмене фотоном. В случае квантовой хромодинамики вместо  $e_1 e_2$  возникает множитель  $\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2$ , учитывающий «цветовые заряды» при обмене цветными глюонами. Поэтому мы должны вычислить величину

$$2\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \equiv (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)^2 - \mathbf{F}_1^2 - \mathbf{F}_2^2,$$

во-первых, для  $q\bar{q}$ -системы в синглетном по цвету состоянии (т. е. в мезоне), а во-вторых, для  $qq$ -системы, образующей цветной антитриплет (т. е. барион). В синглетном по цвету состоянии  $qqq$ -системы любая пара  $qq$  должна находиться в цветовом состоянии  $\bar{3}$ , поскольку с третьим кварком она должна образовать состояние 1. Для синглетного по цвету мезона имеем

$$\langle 2\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle = 0 - \lambda_{(3)}^2 - \lambda_{(\bar{3})}^2 = -2\lambda^2 = -\frac{8}{3}, \quad (15.38)$$

где  $\lambda^2$  — собственное значение оператора Казимира для триплета или антриплета группы  $SU(3)$ , равное  $3/2$  в каждом из этих случаев.

Для бариона мы имеем почти то же самое, за исключением того, что в этом случае любая пара кварков бариона образует цветовой антриплет. Следовательно,

$$\langle 2\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle = \lambda_{(\bar{3})}^2 - 2\lambda_{(3)}^2 = -\lambda^2 = -\frac{4}{3}. \quad (15.39)$$

Поэтому

$$\langle \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle_{q\bar{q} \text{ в мезоне}} = +\frac{1}{2} \langle \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{F}_2 \rangle_{qq \text{ в барионе}} \quad (15.40)$$

в отличие от случая без цвета, где энергия взаимодействия для  $q\bar{q}$ - и  $qq$ -систем была одинаковой по величине и противоположной по знаку. Таким образом, введение цветовой степени свободы приводит к удовлетворительному описанию, а именно состояние  $^{3+}/_2$  оказывается более массивным, чем  $^{1+}/_2$ , а само расщепление меньше, чем у мезонов. Итак, мы видим, что квантовая хромодинамика удовлетворительно трактует сверхтонкое расщепление барионов и мезонов. Количественный анализ этого явления, в частности относительных величин сверхтонкого расщепления очарованных, странных и нестранных частиц, будет сделан в гл. 17 после того, как мы введем понятие очарованных частиц.

## § 1. ОЧАРОВАНИЕ

Обнаружение в ноябре 1974 г. векторного мезона  $J/\psi$  с массой 3095 МэВ [279, 280] открыло новую главу в физике высоких энергий. Он был обнаружен по четкому максимуму в спектре масс  $e^+e^-$  в реакции  $p\text{Be} \rightarrow e^+e^- + X$  в Брукхейвене и в реакции  $e^+e^- \rightarrow \text{адроны}$  на Станфордском асимметричном накопителе позитронного и электронного пучков. Кроме большой массы, эта частица обладает также замечательным свойством метастабильности. Ширина ее распада на  $e^+e^-$  равна  $4,8 \pm 0,6$  кэВ (что является типичным для векторных мезонов), тогда как ее полная ширина равна только  $69 \pm 15$  кэВ (для состояния с энергией 3 ГэВ априори можно ожидать ширину в несколько сот мегаэлектронвольт).

Спустя несколько дней в реакции  $e^+e^-$ -аннигиляции была открыта более тяжелая векторная частица  $\psi'$  (3684). Она обладает свойствами, аналогичными  $\psi$  (3095), а именно обычной лептонной шириной ( $\Gamma_{e^+e^-} = 2,1 \pm 0,3$  кэВ) и узкой адронной шириной ( $\Gamma_{\text{ад}} = 225 \pm 56$  кэВ). Кроме того, около 50% распадов  $\psi'$  содержат в конечном состоянии  $\psi$  ( $\psi' \rightarrow \psi\pi, \psi\eta$ ) и около 20% представляют собой радиационный распад в тяжелые метастабильные состояния  $\chi$  с массами 3,4–3,55 ГэВ.

Эти частицы обладают всеми свойствами состояний  $c\bar{c}$ -системы, состоящей из кварков четвертого сорта («очарованных» кварков). Частицы  $\psi$  и  $\psi'$  представляют собой состояния  $1^3S_1$  и  $2^3S_1$  пары  $c\bar{c}$ , а состояния  $\chi_i$ , по-видимому, есть  $1^3P_{0,1,2}$ .

В таких спектрах ниже  $\psi$  должно, очевидно, существовать состояние  $\eta_c$  ( $1^1S_0$ ). Оно могло бы быть обнаружено в реакции  $\psi \rightarrow \eta\eta, \psi \rightarrow \eta\eta\eta$ . На рис. 1 показаны состояния, наблюдаемые в интервале масс от 2,7 до 3,8 ГэВ, вместе с предполагаемой классификацией по уровням  $c\bar{c}$ -системы и  $J^{PC}$ . Подробнее мы обсудим это в последующих главах. Экспериментальные подробности и ссылки можно найти в библиографии, приведенной в конце этой главы.

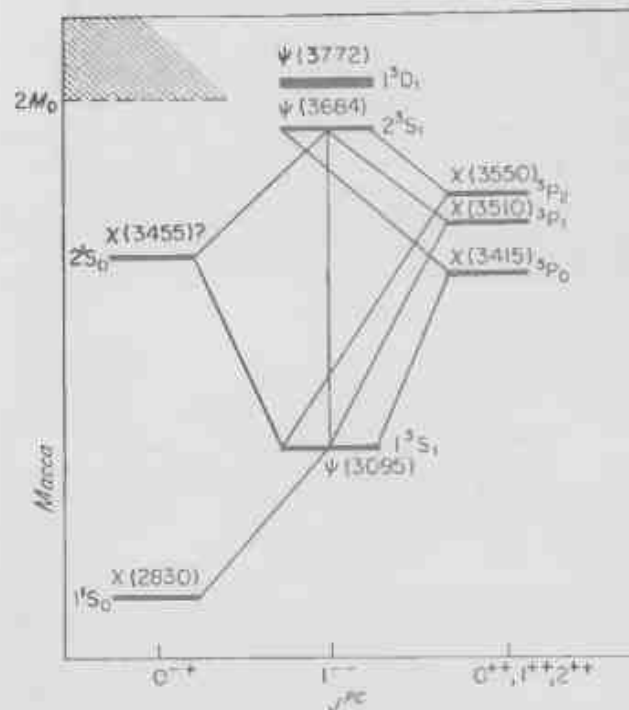


Рис. 1. Состояния, наблюдаемые в интервале масс 2,7–3,8 ГэВ, и классификация по уровням  $c\bar{c}$ -системы.

## А. Правило Окубо—Цвейга—Иидзуки (ОЦИ)

Легчайшие из очарованных частиц  $c\bar{c}$  имеют массы порядка 1,8–2 ГэВ (§ 4 и 5). Состояния  $\psi, \psi'$  с массами выше 4 ГэВ могут давать пары очарованных мезонов (рис. 2, а). Такие состояния имеют ширины в несколько мегаэлектронвольт, типичные по величине для адронов. Однако состояния  $\psi$  и  $\psi'$  лежат ниже порога рождения пары очарованных частиц, поэтому распад  $\psi$  на неочарованные адроны описывается несвязными кварковыми диаграммами (рис. 2, б). Эта ситуация аналогична ситуации с мезоном  $\phi$  ( $s\bar{s}$ ), который легко распадается на пару странных частиц  $K\bar{K}$ , тогда как его распад на  $3\pi$ , описываемый несвязными кварковыми диаграммами, представляется подавленным.

Поэтому с учетом соотношения<sup>1)</sup>

$$\frac{\Gamma(\psi \rightarrow 3\pi)}{\Gamma(\psi \rightarrow K\bar{K})} \approx \frac{1}{5} \quad (16.1)$$

<sup>1)</sup> Заметим, что в распаде  $\psi \rightarrow 3\pi$  фазовый объем больше.

было предложено следующее правило (правило ОЦИ [26—28]). Реакция запрещена, если она описывается диаграммой, которую можно разрезать начинающейся вне адронов линией, не пересекающей линии кварков. Правило ОЦИ не является точным, поскольку в действительности  $\psi$  распадается на  $3\pi$  и  $\psi$  распадается на адроны. Тем не менее в случае  $\psi$ -мезонов оно выполняется лучше, чем в случае  $\psi$ -мезона (возможно благодаря большим массам  $\psi$ -частиц). Кроме того, система  $\psi, \chi, \psi'$  является очень удобной лабораторией для изучения нарушения правил ОЦИ, поскольку все эти состояния лежат ниже порога рождения очарованных частиц.

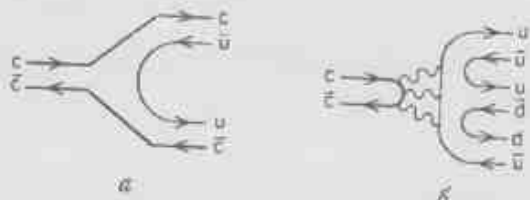


Рис. 2. Диаграммы, описывающие распады: а —  $\psi' \rightarrow D\bar{D}$ , б —  $\psi \rightarrow$  очарованные адроны.

Как мы увидим в § 5, свойства очарованного кварка  $c$  в системе  $\psi(c\bar{c})$  и в очарованных частицах  $D(c\bar{u})$  и др. согласуются с предсказаниями неабелевой калибровочной теории слабых и электромагнитных взаимодействий (квантовая хромодинамика). Это возбудило интерес к возможности построения неабелевой калибровочной теории сильных взаимодействий (квантовая хромодинамика). Некоторые особенности спектроскопии очарованных частиц хорошо укладываются в рамки этой теории. КХД дает вполне определенный механизм нарушения правила ОЦИ. Кварки и антикварки в мезонах могут аннигилировать, рождая глюоны, которые рожают пары  $q\bar{q}$ , т. е.

$$c\bar{c} \rightarrow \text{глюоны} \rightarrow u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}. \quad (16.2)$$

Если очарованная система аналогична позитронию, то этой картине распадов  $\eta, \psi, \chi$  можно придать в квантовой хромодинамике количественный смысл.

Качественно подход в рамках КХД к правилу ОЦИ можно описать следующим образом. Процессы  $\psi \rightarrow \pi\pi$  и  $\psi \rightarrow \rho\pi$  описываются диаграммами рис. 2, б, где сплошные линии соответствуют цветным кваркам, а волнистые — цветным глюонам. Диаграмма с  $n$  жесткими глюонами будет иметь вес, пропорциональный  $[\alpha_s(s)]^n$ , где  $\alpha_s(s)$  есть кварк-глюонная константа связи, которая является функцией квадрата массы виртуальных глюонов  $s$ . Если величина  $\alpha_s$  мала, то амплитуда также будет мала и переходы  $\psi \rightarrow \pi\pi$  и  $\psi \rightarrow \rho\pi$  будут подавлены. Асимптотическая свобода

в КХД означает, что  $\alpha_s(s)$  уменьшается с увеличением  $s$ . Следовательно,  $\alpha_s(s)|_{s=m_\psi^2}$  будет меньше, чем  $\alpha_s|_{s=m_\psi^2}$ , и можно понять, почему переходы  $\psi \rightarrow \pi\pi$ , или в общем случае  $\psi \rightarrow$  «обычные адроны» подавлены сильнее<sup>1)</sup>. Мы увидим, что экспериментально  $\alpha|_{s=m_\psi^2} = 0,5$ , тогда как  $\alpha|_{s=m_\psi^2} = 0,2$ .

То же самое относится к адронным распадам  $\eta, \chi$  и  $\psi'$ . В последнем случае фазовый объем разрешает распад  $\psi' \rightarrow \psi\pi\pi$ . Эти запрещенные правилом Цвейга процессы в кварк-глюонной теории можно проследить на диаграмме, изображенной на рис. 3. Двухлионная система имеет инвариантную массу ниже 600 МэВ,

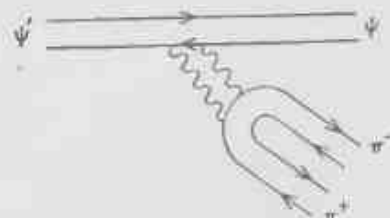


Рис. 3. Кварк-глюонная диаграмма распада  $\psi' \rightarrow \psi\pi\pi$ .

и поэтому глюоны, которые рожают ее, будут мягкими. Следовательно, величина  $\alpha_s(s)$  не мала, и этот процесс не должен быть сильно подавлен. Качественно это оказывается правильным, причем ширина такого процесса оказывается больше общей ширины распада  $\psi' \rightarrow$  «обычные адроны».

Аналогичный вклад в распад дает канал  $\psi' \rightarrow \eta\psi$ . Этот распад имеет ширину около 10 кэВ (4% всех распадов  $\psi'$ ), что оказывается больше, чем подавляется фазовым объемом, и  $\eta$  оказывается в основном октетом<sup>2)</sup>. Возможно, что  $\eta$  содержит небольшую примесь  $c\bar{c}$ , и потому этот распад идет по разрешенной правилом ОЦИ диаграмме без подавления. Возможность того, что  $\eta$  и  $\eta'$  содержат примесь  $c\bar{c}$ , мы обсудим еще раз в § 6.

Такие однократно несвязные диаграммы называются «однократно запрещенными». Например, кроме распадов  $\psi$  на  $\pi\pi$  и др. к ним относятся распады на  $\omega\pi$  и  $\psi\pi'$ . Двукратно несвязные диаграммы называют «двукратно запрещенными» (рис. 4). К ним

<sup>1)</sup> См., однако, примечание 27 в работе [302], где замечено, что если  $c\bar{c}$  аннигилирует на большее число глюонов, то эти глюоны будут достаточно мягкими, так что  $\alpha_s(s)$  окажется большим и связь будет сильной. Таким образом, применима ли теория возмущений и преобладает ли трехглюонный канал, не ясно. В литературе пока не существует вполне удовлетворительного решения этого вопроса. Возможно, что преобладание трехглюонных процессов объясняется теоремой Клаттлера [303].

<sup>2)</sup>  $\psi(c\bar{c})$  и  $\psi'(c\bar{c})$  есть  $SU(3)$ -синглет.

относятся процессы  $\psi \rightarrow f\bar{f}$ ,  $f'\bar{f}'$  (система  $\omega\psi f\bar{f}'$  идеально перемешана:  $f'$  и  $f$  есть  $s\bar{s}$ , а  $\omega$  и  $f$  содержат только  $u\bar{u}$  и  $d\bar{d}$ ).

Являются ли дважды запрещенные распады подавленными по отношению к однократно запрещенным? Данные рис. 5 подтверждают это. Здесь приведены вероятности распадов  $\psi \rightarrow f\bar{f}$  и  $\psi K\bar{K}$  как функции инвариантной массы  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -систем. В распаде  $\psi \rightarrow \omega\pi\pi$  ясно виден  $f$ -пик в  $\pi\pi$ -системе, отсутствующий в рас-

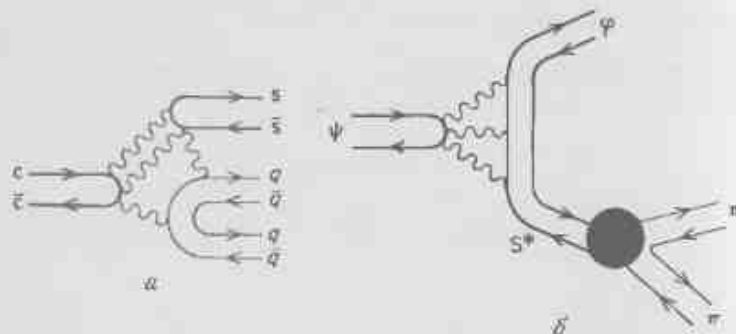


Рис. 4. Двукратно запрещенные процессы: а —  $\psi \rightarrow f\bar{f}$ ,  $f \rightarrow \pi\pi$ , б —  $\psi \rightarrow q\bar{q}$ ,  $S^* \rightarrow \pi\pi$ .

паде  $\psi \rightarrow \phi\pi\pi$  (т. е.  $\psi \rightarrow \phi f\bar{f}$ ). Аналогично в распаде  $\psi \rightarrow \phi K\bar{K}$  виден  $f$ -пик, отсутствующий в моде распада  $\psi \rightarrow \omega K\bar{K}$ . Следовательно,  $\psi \rightarrow \phi f\bar{f}$ , но  $\psi \rightarrow \omega f\bar{f}$ .

Можно было бы заключить, что распад  $\psi \rightarrow \phi\pi\pi$  будет в общем случае подавлен по отношению к  $\psi \rightarrow \omega\pi\pi$ , поскольку первый является дважды запрещенным. Однако нужна осторожность. Представим себе, что мы получаем состояние  $A$ , которое не является идеально смешанным. Записывая  $u\bar{u} + d\bar{d}$  просто как  $u\bar{u}$ , имеем

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \phi (s\bar{s}) + A (s\bar{s}), \\ \psi &\rightarrow \omega (u\bar{u}) + A (u\bar{u}), \end{aligned} \quad (16.3)$$

где  $A$  — физическое собственное состояние:

$$A = \cos \theta \cdot s\bar{s} + \sin \theta \cdot u\bar{u}, \quad (16.4)$$

и поэтому может распадаться на  $K\bar{K}$  и  $\pi\pi$ . Следовательно, распады  $\psi \rightarrow \phi\pi\pi$  или  $\psi \rightarrow \omega K\bar{K}$  могут быть вполне заметными при резонансных массах  $m_{\pi\pi}$  и  $m_{K\bar{K}}$ .

Можно надеяться из этих данных получить информацию о содержании  $s\bar{s}/u\bar{u}$  в состоянии  $A$ . К примеру, мезон  $S^*$  (990) ясно виден (?) в  $\phi\pi\pi$  и почти совсем не виден в  $\omega\pi\pi$ . Это означает, что  $S^*$  имеет значительную примесь  $s\bar{s}$ . Появляется возможность получить информацию о кварковой структуре и вообще о существовании частицы  $\epsilon$  (1200). Для систематической реализации такой программы требуются, однако, намного более подробные данные.

И вообще можно думать об использовании  $\psi$ -мезонов как лаборатории для изучения «старых» мезонных резонансов.

Наконец, имеются разрешенные правилом ОЦД распады  $\psi' \rightarrow \gamma\chi$  и  $\chi \rightarrow \gamma\psi$ . Суммарная ширина распадов  $\psi' \rightarrow \gamma\chi$  равна  $\sim 60$  эВ, что составляет  $\sim 25\%$  полной ширины  $\psi'$ . Наблюдались также распады  $\psi \rightarrow \eta\gamma$ ,  $\eta'\gamma$  и  $\pi^0\gamma$  с вполне заметной шириной:

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi \rightarrow \eta\gamma) &= 55 \pm 12 \text{ эВ}, \\ \Gamma(\psi \rightarrow \eta'\gamma) &= 152 \pm 117 \text{ эВ}. \end{aligned} \quad (16.5)$$

Это может означать, что  $\eta$  и  $\eta'$  содержат небольшую примесь  $s\bar{s}$ , причем  $\eta'$  является преимущественно синглетом и содержит боль-

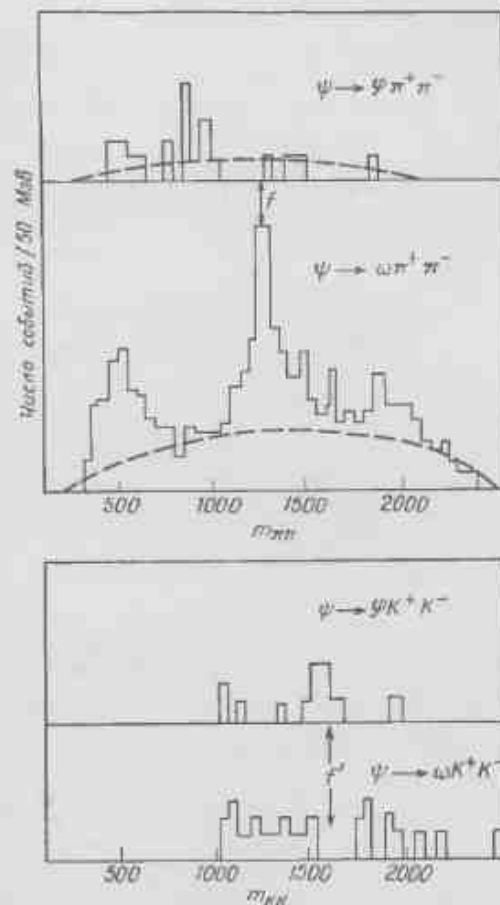


Рис. 5. Вероятности распадов  $\psi \rightarrow \phi\pi\pi$ ,  $\psi \rightarrow \phi K\bar{K}$  как функции инвариантных масс  $\pi\pi$  и  $K\bar{K}$ .

шую примесь  $c\bar{c}$ , что и приводит к их более вероятному рождению. Так ширина распада  $\pi^0\gamma$  равна

$$\Gamma(\Psi \rightarrow \pi^0\gamma) = 5 \pm 3 \text{ эВ}. \quad (16.6)$$

Это неплохо согласуется с предсказаниями простой модели доминантности векторных мезонов

$$\Gamma(\Psi \rightarrow \pi^0\gamma) \approx \frac{1}{300} \Gamma(\Psi \rightarrow \pi^0\rho) \approx 1 \text{ эВ}. \quad (16.7)$$

Степень подавления согласуется с правилом Цвейга для однократно несвязных диаграмм. Распады на  $\eta\gamma$  и  $\eta'\gamma$  идут в 50–100 раз чаще, чем на  $\pi^0\gamma$ . Это может происходить благодаря примеси  $c\bar{c}$  в  $\eta$ ,  $\eta'$  или благодаря тому, что  $SU(3)$ -синглетная связь усилена по отношению к  $SU(3)$ -октетной связи. Последнее представляется крайне маловероятным, поскольку распад  $\Psi' \rightarrow \gamma\chi$  идет за счет  $SU(3)$ -синглетной компоненты фотона и имеет естественный порядок ширины 0 (кэВ).

Теперь перейдем к количественному анализу некоторых из перечисленных выше качественных утверждений. Мы начнем с распадов  $\Psi$  и  $\chi$  через цветные глюоны в однократно запрещенных правилом ОЦИ диаграммах.

## § 2. РАСПАД ЧАРМОНИЯ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Рождение очарованных адронов и распадах  $c\bar{c}$ -состояний, таких, как  $\Psi$ ,  $\eta_c$ ,  $\chi$ , идет за счет радиационного перехода типа  $\Psi \rightarrow \gamma \rightarrow$  (адроны), т. е. с нарушением правила Цвейга. В квантовой хромодинамике предполагается, что  $c\bar{c}$  сначала аннигилируют в глюоны, глюоны переходят в кварки и антикварки, которые уже образуют обычные адроны.

Предполагается, что глюоны являются квазисвободными (т. е. распространяются как абелевы частицы, как будто трехглюонных взаимодействий нет) и образуют адроны с единичной вероятностью. Если к тому же кварк-глюонная константа связи  $\alpha_s$  мала, то применимо наинизшее приближение теории возмущений и матричные элементы будут аналогичными матричным элементам КЭД, описывающим аннигиляцию позитрония на два или больше фотона [302].

Приведем формулы, описывающие аннигиляцию позитрония на фотоны, для синглетного и триплетного состояний с  $L=0$  и с массой  $M$ :

$$\Gamma(^1S_0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{4\alpha^2}{M^2} |R_s(0)|^2. \quad (16.8)$$

$$\Gamma(^3S_1 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{16}{9\pi} (\pi^2 - 9) \frac{\alpha^2}{M^2} |R_s(0)|^2. \quad (16.9)$$

Здесь  $R(0)$  — радиальная волновая функция в начале координат. Читателю, интересующемуся выводом этих формул, следует обратиться к гл. 12 книги [305]. В случае  $P$ -состояний в описывающие аннигиляцию позитрония формулы входит производная волновой функции в начале координат:

$$\Gamma(^3P_0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{256}{3} \frac{\alpha^2}{M^2} |R'_P(0)|^2, \quad (16.10)$$

$$\Gamma(^3P_2 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{4}{15} \Gamma(^3P_0 \rightarrow \gamma\gamma) \left(\frac{M_0}{M_2}\right)^2. \quad (16.11)$$

Вывод этих формул см. в работе [306]. Обсуждение случаев  $^3P_1$  и  $^1P_1$  мы отложим.

Обсудим сначала  $S$ -состояния  $c\bar{c}$ ,  $^1S_0(\eta_c)$  и  $^3S_1(\Psi)$ . Если заряд кварков, образующих  $\Psi$ , равен  $e_q$ , то для  $N$  цветов кварков имеем

$$\Gamma(\Psi \rightarrow e^+e^-) = \frac{4\alpha^2 e_q^2 N}{3M^2} |R_s(0)|^2. \quad (16.12)$$

Распад  $\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$  дается непосредственно формулой (16.8) и для кварков с  $N$  цветами <sup>3)</sup> и зарядом  $e_q$

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{4\alpha^2 e_q^2 N}{M^2} |R_s(0)|^2. \quad (16.13)$$

( $\eta_c$  и  $\Psi$  имеют одинаковую радиальную волновую функцию). Тогда предсказывается, что независимо от числа цветов

$$\frac{\Gamma(\eta_c \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(\eta_c \rightarrow e^+e^-)} = 3e_q^2 \left(\frac{M_\Psi}{M_{\eta_c}}\right)^2. \quad (16.14)$$

Если  $e_q = 2/3$  (очарованный кварк) и  $m_{\eta_c} \lesssim m$ , то

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow \gamma\gamma) \gtrsim \frac{4}{3} \Gamma(\Psi \rightarrow e^+e^-). \quad (16.15)$$

При  $m_{\eta_c} \approx 2,8$  ГэВ формула (16.15) дает для ширины этого распада  $\sim 8$  кэВ. Данные по распаду  $\eta_c \rightarrow \gamma\gamma$  позволяют надежно проверить как величину  $e_q$ , так и то, содержится ли в  $\eta_c$  что-то сверх  $c\bar{c}$ .

Распад  $\eta_c \rightarrow$  (адроны) идет через два промежуточных глюона. В рамках КХД в уравнении (16.13) нужно произвести замену

$$\alpha^2 e_q^2 \rightarrow \frac{2}{9} \alpha_s^2. \quad (16.16)$$

<sup>3)</sup> При  $N$  цветах система бесцветных кварков вида  $c\bar{c}$  переходит в систему  $(1/\sqrt{N}) \sum_i e_i e_{\bar{i}}$ . Именно благодаря этой нормировочной константе  $1/\sqrt{N}$  ширины распадов пропорциональны  $N$ , а не  $N^2$ . Рекомендуем сравнить это с обсуждением распада  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  в работе [300].



где  $\alpha_s$  есть константа кварк-глюонной связи при массе  $\eta_c$ . [вывод формулы (16.16) см. ниже, формула (16.40)]. При  $N = 3$  в КХД получаем

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow gg) = \frac{8}{3} \frac{\alpha_s^2(m_c^2)}{M^2} |R_s(0)|^2. \quad (16.17)$$

Если глюоны превращаются в адроны с единичной вероятностью, то эта формула дает полную адронную ширину состояния  $\eta_c$ . Сравнивая с (16.13), находим

$$\frac{\Gamma(\eta_c \rightarrow \text{адроны})}{\Gamma(\eta_c \rightarrow \gamma\gamma)} = \frac{2}{9} \frac{\alpha_s^2(m_c^2)}{\alpha^2 e_q^4} \equiv \frac{9}{8} \left(\frac{\alpha_s}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{2/3}{e_q}\right)^4. \quad (16.18)$$

Отсюда мы можем предсказать ширину  $\eta_c$ , если известна  $\alpha_s$ . И наоборот, если известна ширина, то мы можем получить  $\alpha_s(m_{\eta_c})$ .

Для распада « $\psi \rightarrow$  адроны» требуется трехглюонное промежуточное состояние (§ 1, п. «А»). Трехглюонный распад  $^3S_1$ -состояния получается из (16.9) заменой

$$\alpha^3 \rightarrow \frac{5\alpha_s^3}{18}. \quad (16.19)$$

[вывод см. в формуле (16.45)]. Если глюоны переходят в адроны с единичной вероятностью, то

$$\Gamma(^3S_1 \rightarrow \text{адроны}) = \frac{40}{81\pi} (\pi^2 - 9) \frac{\alpha_s^3}{M^2} |R_s(0)|^2. \quad (16.20)$$

Сравнивая это с шириной распада  $^3S_1$ -состояния на  $e^+e^-$  [формула (16.12)], имеем

$$\frac{\Gamma(\psi \rightarrow \text{адроны})}{\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-)} = \frac{5}{18\pi} (\pi^2 - 9) \frac{\alpha_s^3(m_\psi)}{\alpha^2} \left(\frac{2/3}{e_q}\right)^2. \quad (16.21)$$

По экспериментальным данным,

$$\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-) = 4,8 \pm 0,6 \text{ кэВ},$$

$$\Gamma(\psi \rightarrow \text{адроны}) = 69 \pm 15 \text{ кэВ}.$$

Поэтому, если  $e_q = 2/3$ , то из (16.21) находим, что

$$\alpha_s(m_\psi \approx 3 \text{ ГэВ}) \approx 0,2. \quad (16.22)$$

Эта кварк-глюонная константа связи действительно мала, так что использование первого порядка теории возмущений является оправданным. Здесь уместно сравнение с результатами для  $\psi$ -мезона. Ясно, что из (16.21) мы можем получить

$$\frac{\Gamma(\psi \rightarrow \text{нестранные адроны})}{\Gamma(\psi \rightarrow \text{адроны})} = \frac{\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-)}{4\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-)} = \left| \frac{\alpha_s(m_\psi)}{\alpha} \right|^2. \quad (16.23)$$

(здесь  $1/4$  есть отношение квадратов зарядов странного и очарованного кварков). Леptonная ширина у  $\psi$  приблизительно в 4 раза

больше, чем у  $\psi_c$ , и поэтому отношение адронных ширины есть прямая мера величины  $|\alpha_s(m_\psi)/\alpha(m_\psi)|^2$ . Это дает

$$\alpha_s(m_\psi \approx 1 \text{ ГэВ}) \approx 0,5. \quad (16.24)$$

Сравнивая с формулой (16.22), мы видим прекрасное проявление асимптотической свободы: при массе 3 ГэВ константа связи составляет только 40% константы связи при массе 1 ГэВ, а потому полагают, что именно благодаря асимптотической свободе в квантовой хромодинамике правило ОЦИ выполняется лучше для больших масс и поэтому ширина состояния  $\psi$  оказывается малой.

Для проверки этого механизма правила ОЦИ можно сравнить ширины для  $\eta_c$  и  $\psi$ . Из формул (16.17) и (16.20) мы имеем

$$\frac{\Gamma(\eta_c \rightarrow \text{адроны})}{\Gamma(\psi \rightarrow \text{адроны})} = \frac{27\pi}{5(\pi^2 - 9)} \frac{\alpha_s^2(\eta_c)}{\alpha_s^2(\psi)}. \quad (16.25)$$

Тогда подставляя  $\alpha_s(m_\psi) \approx 1/2$  и учитывая, что  $\alpha_s(m_{\eta_c}) \geq \alpha_s(m_\psi)$ , получаем

$$\Gamma(\eta_c \rightarrow \text{адроны}) \geq 80\Gamma(\psi \rightarrow \text{адроны}) \approx 7 \text{ МэВ}. \quad (16.26)$$

Следовательно,  $\eta_c$  значительно шире, чем  $\psi$ , но все еще значительно уже «типичных» адронов с ширинами в сотни мегаэлектронвольт при таких массах. Сравнивая (16.15) и (16.26) или подставляя  $\alpha_s \approx 0,2$  в (16.18), мы предсказываем

$$\frac{\Gamma(\eta_c \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(\eta_c \rightarrow \text{адроны})} \approx 10^{-2}. \quad (16.27)$$

Последняя особенность S-волновых распадов касается радиальных возбуждений  $\psi'$  и  $\eta_c'$ . Поскольку распады как в обычные адроны, так и в  $e^+e^-$  идут с аннигиляцией  $c\bar{c}$  в начале координат, то

$$\frac{\Gamma(\psi' \rightarrow \text{обычные адроны})}{\Gamma(\psi' \rightarrow e^+e^-)} = \frac{\Gamma(\psi' \rightarrow e^+e^-)}{\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-)} \approx 0,4. \quad (16.28)$$

Обычные каналы распадов  $\psi$  и  $\psi'$  действительно согласуются с этим.

Двухфотонная аннигиляция позитрония в P-состоянии исследовалась Тумановым [307] и Алексеевым [306]. После замены  $\alpha^2 \rightarrow \alpha^2 e_q^4$  для двухфотонного распада  $c\bar{c}$ -системы в P-состоянии получаем

$$\Gamma(\chi_2 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{4}{15} \Gamma(\chi_0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1024}{45} \frac{\alpha^2 e_q^4}{M^2} |R'_p(0)|^2. \quad (16.29)$$

где  $|R'_p(0)|$  есть производная радиальной волновой функции P-состояния в начале координат. Для введения цвета производим замену [формула (16.40)]

$$\frac{\Gamma(2g)}{\Gamma(2\gamma)} = \frac{2\alpha_s^2}{9\alpha^2 e_q^4}. \quad (16.30)$$

Тогда

$$\Gamma(\gamma_2 \rightarrow gg) = \frac{4}{15} \Gamma(\gamma_0 \rightarrow gg) = \frac{128}{5} \frac{\alpha_s^2}{M^2} |R'_P(0)|^2. \quad (16.31)$$

Это результат, полученный в работе [308]. Интересующийся подробностями вывода читатель может обратиться к работе [309]. Коэффициент  $\alpha_s^2/15$  есть произведение спин-орбитального коэффициента Клебша—Гордана ( $1/2$ ) на величину  $\sin^2 \theta$ , усредненную по телесному углу ( $4\pi$ ).

Ширина распада состояний  $^3P_{0,1}$  зависит от величины  $|R'_P(0)|^2$ , которая имеет размерность массы в пятой степени и поэтому сильно зависит от конкретного вида потенциала. Оценки для  $|R'_P(0)|^2$  дают типичную величину порядка 0,05–0,1 (ГэВ)<sup>5</sup> [308–310], что приводит к ширине порядка 0,5–1 МэВ для  $\Gamma(^3P_2)$  и 2–4 МэВ для  $\Gamma(^3P_0)$ .

В системе  $P$ -уровней осталось обсудить распады аксиальных векторных мезонов  $J^{PC} = 1^{+-}$  и  $1^{++}$ .

Состояние с  $J^{PC} = 1^{++}$  не может распадаться на две безмассовые частицы (в частности, на два фотона). Это так называемая теорема Ландау [311] и Янга [312]. Она относится и к двухглюонным распадам  $^3P_1$ -уровней (в отличие от  $^3P_{0,2}$ ). Действительно, пусть  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  — вектора поляризации, а  $k$  — относительный импульс двух фотонов (глюонов). Если состояние имеет общий спин 1, то любая возможная волновая функция конечного состояния должна быть линейной по  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  и преобразовываться как вектор. Существуют только три возможные комбинации:

$$\begin{aligned} \text{I. } & \epsilon_1 \times \epsilon_2, \\ \text{II. } & (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2) k, \\ \text{III. } & k \times (\epsilon_1 \times \epsilon_2). \end{aligned} \quad (16.32)$$

Первые две комбинации антисимметричны по фотонам (при перестановке фотонов  $\epsilon_1 \leftrightarrow \epsilon_2$ , и  $k \rightarrow -k$ ). Статистике Бозе—Эйнштейна удовлетворяет только третья комбинация. Однако условие поперечности ( $k \cdot \epsilon = 0$ ) исключает и ее, а потому двухфотонная аннигиляция запрещена. Таким образом, если глюоны безмассовые, то распад  $^3P_1$  на два глюона запрещен.

Состояние  $^1P_1$  ( $J^{PC} = 1^{+-}$ ) будет распадаться на три глюона в состоянии, отвечающем  $d$ -связи, а  $^3P_1$  ( $J^{PC} = 1^{++}$ ) будет распадаться на три глюона в состоянии, отвечающем  $f$ -связи (вершины  $d_{ijk}$  и  $f_{ijk}$ , соответственно)<sup>4</sup>. Навивно можно было бы ожидать

<sup>4</sup> В силу  $C$ -инвариантности состояние  $0^+$  распадается только на три фотона. Так как система фотонов по цвету симметрична, этим же свойством должна обладать аналогичная система глюонов. Напротив, распад состояния с  $C = +1$  требует антисимметрии по цвету.

полные ширины  $^3P_1$ , существенно меньшие, чем у их партнеров  $^3P_{0,2}$ , распад которых идет через два глюона. Однако  $^3P_1$  может распадаться и на два глюона, если один из них находится на, а другой — вне массовой поверхности (или если оба находятся вне массовой поверхности). В работе [313] было найдено, что соответствующая ширина имеет логарифмическую расходимость. Аналогично расходится логарифмически и ширина трехглюонной аннигиляции. Для вклада аннигиляции в ширину аксиальных состояний было получено

$$\Gamma \left( \begin{matrix} 1^{++} \\ 1^{+-} \end{matrix} \right) = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{128}{320 \cdot 3} \right) \frac{\alpha_s^2}{M^2} |R'_P(0)|^2 \ln \frac{4m^2}{4m^2 - M^2}, \quad (16.33)$$

где  $M$  — масса системы, а  $2m$  — суммарная масса образующих ее фермионов. В пределе нулевой энергии связи выражение (16.33) расходится логарифмически. Сравнение этих результатов с ширинами распадов  $^3P_0$  дает следующие относительные вклады аннигиляции:

$$\frac{\Gamma(^3P_1)}{\Gamma(^3P_0)} = \frac{4}{9} \frac{\alpha_s}{\pi} \ln \frac{4m^2}{4m^2 - M^2}, \quad (16.34)$$

$$\frac{\Gamma(^1P_1)}{\Gamma(^3P_0)} = \frac{10}{27} \frac{\alpha_s}{\pi} \ln \frac{4m^2}{4m^2 - M^2}. \quad (16.35)$$

Аналогичный логарифмический эффект можно ожидать и от неосновных графиков в распадах  $^3P_0$  и  $^3P_2$ . Это ставит некоторые вопросы, которые требуют дальнейшего изучения. Если бы кварки имели большие массы  $m$  (что невозможно в случае  $u, d, s$ , но возможно в случае очарованного кварка), то при описании свойств низших связанных состояний вполне можно было бы аппроксимировать взаимодействие на малых расстояниях кулоновским потенциалом. В кулоновской системе (т. е. в водороде) энергия связи  $N$ -го квантового состояния есть

$$E_B^{(N)} = - \frac{2m\alpha^2}{8N^2}. \quad (16.36)$$

В кулоновском потенциале для  $q\bar{q}$ -системы мы должны произвести замену  $\alpha \rightarrow 4/3\alpha_s$ , [ср. гл. 15, § 2 и гл. 17, § 3, в частности формулы (15.38) и (17.34)], и поэтому

$$M_N = 2m \left[ 1 - \frac{1}{8N^2} \left( \frac{4}{3} \alpha_s \right)^2 \right]. \quad (16.37)$$

Если состояниям  $\psi$  ( $^3S_1$ ) и  $\psi'$  ( $^3S_1$ ) отвечают  $N = 1, 2$ , то мы имеем либо малое  $\alpha_s$  и большое  $2m$ , либо большое  $\alpha_s$  и малое  $2m$ . В первом случае энергия связи была бы велика и приближение слабой связи неверно. Во втором случае большая  $\alpha_s$  исключает картину кулоновских связанных состояний и нет никакой надежды на применимость теории возмущений. Судя по всему очарованная система

не является достаточно тяжелой, чтобы было применимо кулоновское приближение. Тем не менее оно может выполняться для более тяжелых кварков ( $b, t, \dots$ ) и дает ряд следствий для аннигиляции  $\Psi$  и  $\chi$ , которые могут быть проверены на опыте.

#### А. Связь между распадами на адроны и фотоны

Аннигиляция  $q\bar{q}$  на фотоны определяется величиной  $\alpha \equiv e^2/4\pi$  и зарядом кварка  $e_q$ . Аннигиляция с испусканием цветных глюонов определяется величиной  $\alpha_s \equiv g^2/4\pi$  и матрицами Гелл-Манна  $\lambda$ , входящими в каждую вершину испускания глюона. Относительные вероятности испускания  $N$  фотонов и  $N$  глюонов будут определяться сверткой  $SU(3)$ -индексов  $3 \times 3$ -матриц  $\lambda$ .

$N = 2$ . Диаграммы для распадов  $c\bar{c} \rightarrow 2\gamma$  или 2 глюона показаны на рис. 6. Цвет обозначен индексами  $i, j = 1, 2, 3$  (красный, голубой, желтый), причем для того, чтобы начальная пара  $c\bar{c}$  была синглетной по цвету, цветовые индексы должны быть одинаковыми.

Испускание фотона не меняет цвет кварка, а потому вклад цвета на верхней вершине равен  $\delta_j^i$  и в нижней  $\delta_i^j$ . Испускание глюонов, вообще говоря, может менять цвет кварка. Компонента глюонного октета  $a$  ( $a = 1, \dots, 8$ ) будет менять цвет  $i$  на цвет  $j$  с весом, равным матричному элементу  $(\lambda_a/2)_j^i$  — одной из  $3 \times 3$ -матриц  $\lambda_a$ , введенных в гл. 2. Если не считать различия в масштабах константы кварк-глюонной связи  $\alpha_s$  и кварк-фотонной константы  $e_q^2\alpha$ , то единственная разница между двумя матричными элементами заключается в упомянутом выше цветовом множителе. Следовательно,

$$\frac{M(2g)}{M(2\gamma)} = \frac{\alpha_s}{e_q^2\alpha} \frac{(\lambda_a/2)_j^i (\lambda_a/2)_i^j}{\delta_j^i \delta_i^j} = \frac{\alpha_s}{e_q^2\alpha} \frac{1}{3} \delta_{ab}^i. \quad (16.38)$$

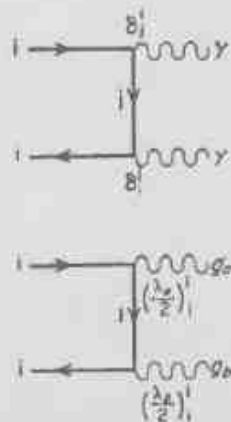


Рис. 6. Диаграммы, описывающие распады  $c\bar{c} \rightarrow 2\gamma$  и  $c\bar{c} \rightarrow 2$  глюона.

Здесь на последнем шаге мы воспользовались равенством

$$\text{Tr} \left( \frac{\lambda_a}{2} \frac{\lambda_b}{2} \right) = \frac{1}{2} \delta_{ab}. \quad (16.39)$$

следующим из коммутационных свойств матрицы  $\lambda$ . [Нужно сложить равенства (2.46) и (2.45) и учесть, что матрица  $\lambda$  является бесследовой].

Для сравнения вероятностей распадов нужно учесть диаграммы с переставленными в конечном состоянии глюонами. Благодаря множителю  $\delta_{ab}$ , глюоны, точно так же, как и фотоны, оказываются тождественными частицами. Следовательно, в обоих случаях счет числа состояний является одинаковым и отношение вероятностей распадов можно вычислить прямым возведением в квадрат выражения (16.38). Поскольку  $\sum_{ab} \delta_{ab} \delta^{ab} = 8$ , имеем

$$\frac{\Gamma(2g)}{\Gamma(2\gamma)} = \frac{2}{9} \frac{\alpha_s}{\alpha e_q^4}. \quad (16.40)$$

Этот результат зависит только от цветовых индексов и не зависит от угловых моментов. Следовательно, он применим в равной мере как к  $^1S_0$ -состоянию, так и к  $P$ -состояниям. Отметим также, что состояния с  $c = +$  могут распадаться на  $2\gamma$  и, следовательно, на 2 глюона (исключение — случаи  $J^P = 1^+$  и  $J^P = 1^-$ , см. начало § 2). Состояние  $c = +$  может распадаться также на 3 глюона, если каждая пара антисимметрична по цвету ( $f_{ijk}$  связь); для синглетных по цвету фотонов такая возможность отсутствует.

Два цветных октетных глюона не могут связываться в синглетное по цвету состояние с  $c = -1$ . Это легче всего показать, рассматривая  $G$ -четность, обобщенную на случай  $SU(3)$ -симметрии. Два глюона с необходимостью имеют положительную  $G$ -четность. Ясно, что в (цветовом) синглете (цветовой) изоспин равен нулю, и поэтому при положительной  $G$ -четности зарядовое сопряжение также должно быть положительным. Следовательно, синглет  $c = +1$  может распадаться на два октетных глюона, а для распада  $c = -1$  требуется по крайней мере три глюона. Аналогично в случае  $SU(3)$ -кварков синглет  $\Psi$  не может распадаться на октетные  $K^+K^-$ , однако распад на  $KK^*$  разрешен, так как  $K$  и  $K^*$  имеют противоположную обобщенную  $G$ -четность. Мезон  $\phi$  может распадаться на  $K^+K^-$  благодаря их октетной компоненте.

$N = 3$ . Состояния с  $c = -1$  распадаются на три глюона, образующие симметричные по цвету комбинации (аналогично триплетно симметричному по цвету распаду на три фотона). Следовательно, в аналогичных со случаем  $N=2$  обозначениях мы имеем

$$\frac{M(3g)}{M(3\gamma)} = \frac{\alpha_s^3}{e_q^2\alpha^3} \frac{[(\lambda_a/2)_j^i](\lambda_a/2)_i^j](\lambda_c/2)_k^l]}{\delta_j^i \delta_i^j \delta_k^l}. \quad (16.41)$$

Симметризация по цветовым индексам  $a, b$  дает

$$\text{Tr} \left( \frac{\lambda_a}{2} \frac{\lambda_b}{2} \frac{\lambda_c}{2} \right) = \frac{1}{2} \text{Tr} \left( \left\{ \frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right\} \frac{\lambda_c}{2} \right),$$

а поскольку  $\text{Tr} \lambda \equiv 0$ , из коммутационных соотношений [формула (2.46)] находим

$$\frac{1}{2} \text{Tr} \left( \left\{ \frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right\} \frac{\lambda_c}{2} \right) \equiv \frac{1}{8} \text{Tr} d_{abc} \lambda_b \lambda_c \equiv \frac{1}{4} d_{abc} \delta_{bc}. \quad (16.42)$$

Подставляя это в (16.41), получая результат в квадрат и используя соотношение

$$\sum_{abc} (d_{abc})^2 = \frac{40}{3} \quad (16.43)$$

(которое следует из гл. 2, табл. 1), убеждаемся, что

$$\frac{\Gamma(3g)}{\Gamma(3\gamma)} = \frac{6}{54} \frac{\alpha_s^3}{\alpha^3 e^6}. \quad (16.44)$$

Ширина перехода  ${}^3S_1 \rightarrow 3\gamma$  получается из выражения (16.9) умножением его на  $3e^6$  (множитель 3 появляется благодаря цвету). Таким образом, ширина трехглюонного распада может быть найдена из (16.9) после замены

$$\alpha^3 \rightarrow \frac{5\alpha_s^3}{18}. \quad (16.45)$$

как это и принималось в формуле (16.19).

### § 3. СПЕКТРОСКОПИЯ ОЧАРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

#### А. $\chi$ -частицы

Если считать, что  $\psi$  (3,1 ГэВ) и  $\psi'$  (3,7 ГэВ) — это  $1^3S_1$ - и  $2^3S_1$ -состояния  $c\bar{c}$ -системы, то состояния  $1^3P_0, 1^3P_1, 1^3P_2$  должны иметь массы меньше или порядка массы  $\psi'$ . Например: а) спектроскопия  $uds$ -кварков указывает, что  $P$ -состояния  $q\bar{q}$ -системы приблизительно на 500 МэВ тяжелее, чем  $S$ -состояния; б) в модели гармонического осциллятора  $P$ -состояния находятся приблизительно посередине между  $1S$  и  $2S$ -уровнями (см. также п. «В»). Состояния  ${}^3P_{0,1,2}$  имеют положительную зарядовую четность; следовательно, они могут получаться в радиационных распадах  $\psi'$  (3,7 ГэВ), если их массы лежат ниже 3,7 ГэВ. Среди продуктов радиационных распадов  $\psi'$  в диапазоне масс от 3,4 до 3,6 ГэВ было обнаружено четыре узких состояния, и поэтому сразу же возникает вопрос, не есть ли это действительно  $P$ -состояния  $0^{++}, 1^{++}, 2^{++}$  и, возможно,  $2^1S_0$  ( $\eta_c$ ).

Три таких состояния  $\chi$  (3410),  $\chi$  (3500) и  $\chi$  (3550) наблюдались в виде узких пиков в модах распада (рис. 7)

$$\psi' \rightarrow \gamma \chi \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \\ \longrightarrow 2\pi, 4\pi, \pi\pi K \bar{K}, \dots \end{array} \quad (16.46)$$

Они видны также в распаде

$$\psi' \rightarrow \gamma \chi \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \\ \longrightarrow \gamma \psi' \end{array} \quad (16.47)$$

Инвариантные массы  $\gamma\psi$ -систем показаны на рис. 8, на котором видны три упомянутые выше состояния и также еще одно состояние  $\chi$  (3460). Как узнать, какой фотон был первым, а какой вместе с  $\psi$  образует  $\chi$ -состояние? В лабораторной системе отсчета (в системе центра масс  $e^+e^-$ )  $\psi$ -частица покоится, и, распавшись в определенное  $\chi$ -состояние она порождает фотон с вполне определенной энергией. Но  $\chi$ -частица находится в движении, и при распаде на  $\gamma\psi$  она рождает фотон с доплеровским сдвигом частоты, зависящим от того, в какую сторону от детектора двигалась  $\chi$ -частица.

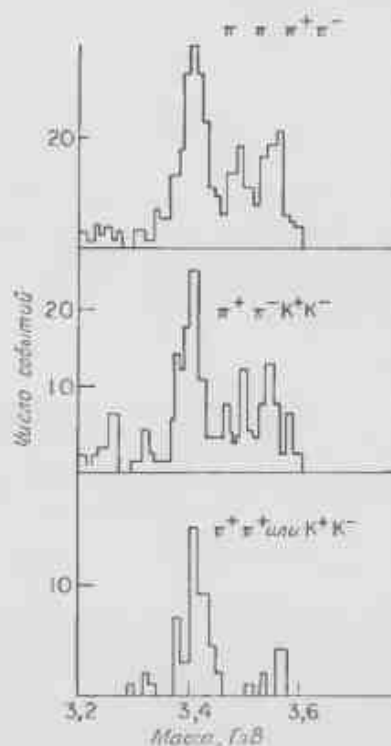


Рис. 7. Пики, соответствующие  $\chi$ -частицам в распадах  $\psi \rightarrow \gamma\chi$ ,  $\chi \rightarrow$  адроны.

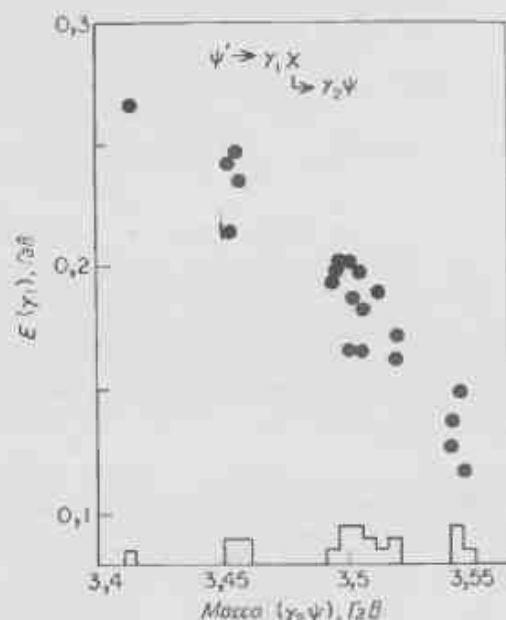


Рис. 8. Инвариантные массы  $\gamma\psi$ -систем в распадах  $\Psi' \rightarrow \gamma\chi$ ,  $\chi \rightarrow \gamma\psi$ , которые, возможно, указывают на существование четырех  $\chi$ -состояний.

Следовательно, для  $\chi$ -состояния с нулевой шириной первый фотон будет иметь фиксированную энергию, а энергия второго будет распределена в некотором диапазоне. Этот эффект виден на рис. 8, в особенности для состояния  $\chi$  (3460).

Четыре  $\chi$ -состояния обнаруживаются также по максимумам в спектре энергий фотонов в распадах  $\Psi' \rightarrow \gamma + X$ . По этим данным были определены следующие парциальные ширины распадов [314, 315]:

$$B(\Psi' \rightarrow \gamma\chi(3410)) \approx (7,5 \pm 2,5) \%,$$

$$B(\Psi' \rightarrow \gamma\chi(3460)) \leq (0,8 \pm 0,4) \%,$$

$$B(\Psi' \rightarrow \gamma\chi(3500)) \approx (9 \pm 3) \%,$$

$$B(\Psi' \rightarrow \gamma\chi(3550)) \approx (8 \pm 3) \%.$$

Существует ли состояние  $\chi$  (3460) и каковы его квантовые числа, пока не ясно [316], и мы не будем больше о нем говорить. Свойства других  $\chi$ -состояний согласуются с классификацией  $0^{++}$  (3410),  $1^{++}$  (3500),  $2^{++}$  (3550)<sup>1)</sup>. Мы сейчас рассмотрим аргументы в пользу

<sup>1)</sup> Ср. с расщеплением масс легких мезонов (сл. 5, § 3, п. «А»).

этого. За подробностями читателю следует обратиться к последним обзорным статьям (см. библиографию в конце главы).

Каждое из состояний  $0^{++}$ ,  $1^{++}$ ,  $2^{++}$  может возникнуть из состояния  ${}^3S_1\Psi'$  в результате радиационного  $E1$ -перехода (электрического дипольного перехода). Для такого перехода фазовый объем пропорционален  $|p|^3$  и растет с уменьшением массы  $\chi$ -частицы. Ширина перехода  $\Psi' \rightarrow \gamma\chi$  пропорциональна также спину  $J$  частицы  $\chi$ , а именно:

$$\Gamma(\Psi' \rightarrow \gamma\chi) \propto (2J_\chi + 1) |p|^3. \quad (16.49)$$

Поскольку вероятности распадов в каждое из  $\chi$ -состояний примерно одинаковы, то это указывает на то, что низшее по массе состояние (наибольшее  $p^3$ ) обладает наименьшим спином, что и дает следующий порядок следования состояний:  $0^{++}$  (3410),  $1^{++}$  (3500),  $2^{++}$  (3550). Угловое распределение фотонов в переходах  $\Psi' \rightarrow \gamma\chi$  также согласуется с такой классификацией состояния (п. «Б»).

Состояния  $\chi$  (3410) и, возможно, также  $\chi$  (3550) распадаются на  $\pi\pi$  или  $K\bar{K}$  (рис. 7). Распады состояния  $J^{PC} = 1^{++}$  на два псевдоскалярных мезона запрещены сохранением четности, так что  $\chi$  (3410) и  $\chi$  (3550) не есть  $1^{++}$ -состояние. Оказывается, что угловое распределение фотонов в  $e^+e^- \rightarrow \gamma + \chi$  (3550) не согласуется с тем, что  $\chi$  (3550) есть  $0^{++}$ , и мы снова приходим к классификации  $0^{++}$  (3410),  $2^{++}$  (3550). Состояние  $\chi$  (3500) не распадается на  $\pi\pi$  или  $K\bar{K}$ , что соответствует  $J^{PC} = 1^{++}$ .

### Б. $e^+e^- \rightarrow \Psi' \rightarrow \gamma\chi$

Информацию о спине и четности  $\chi$ -частиц можно получить из их углового распределения при переходах  $e^+e^- \rightarrow \Psi' \rightarrow \gamma\chi$ . Возвращаясь к формулам (12.50) и (12.53), имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \sum_{m'} |d_{1m'}^1(\theta)|^2 |A_{m'}|^2, \quad (16.50)$$

где  $A_{m'}$  — амплитуда рождения  $\gamma\chi$ -системы с проекцией суммарного спина на ось  $z'$  (ось  $\gamma\chi$ ), равной  $m' = \pm 1, 0$ . Используя закон сохранения четности, получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{2} (1 + \cos^2\theta) (|A_1|^2 + |A_{-1}|^2) + \sin^2\theta |A_0|^2. \quad (16.51)$$

Полезно выразить эту величину не через  $m'$ , а через спиральность  $\chi$ -частиц. Поскольку  $\gamma$ -квант имеет спираль-

ность  $\pm 1$ , мы получаем следующую таблицу амплитуд спиральности.

$m$	$\lambda_\gamma$	$\lambda_\chi$	Амплитуды
1	1	0	$A_0^\dagger$
	-1	2	$A_2^\dagger$
-1	1	-2	$A_{-2}^\dagger$
	-1	0	$A_0^\dagger$
0	1	-1	$A_{-1}^\dagger$
	-1	1	$A_1^\dagger$

(16.52)

Угловое распределение можно записать как

$$\frac{d\sigma}{d\theta} \sim \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) [|A_0^\dagger|^2 + |A_2^\dagger|^2 + |A_0^\dagger|^2 + |A_{-2}^\dagger|^2] + \sin^2 \theta [|A_1^\dagger|^2 + |A_{-1}^\dagger|^2]. \quad (16.53)$$

В силу сохранения четности  $|A_{-m}^\dagger| = |A_{m'}^\dagger|$ , а поэтому окончательно

$$\frac{d\sigma}{d\theta} \sim (1 + \cos^2 \theta) [|A_0^\dagger|^2 + |A_2^\dagger|^2] + 2 \sin^2 \theta |A_1^\dagger|^2. \quad (16.54)$$

Эта формула описывает угловое распределение распада  $\Psi' \rightarrow \gamma\chi$  через амплитуды рождения  $\chi$  со спиральностями 0, 1, 2.

В случае  $J = 0$  отлична от нуля только амплитуда  $A_0$ , поэтому

$$0^{++}: \frac{d\sigma}{d\theta} \sim 1 + \cos^2 \theta. \quad (16.55)$$

В случае  $J_\chi = 1, 2$  мы должны знать относительную величину амплитуд. Это вопрос динамики.

В модели чармония получаются следующие угловые распределения:

$$\begin{aligned} 0^{++}: & 1 + \cos^2 \theta, \\ 1^{++}: & 1 - \frac{1}{3} \cos^2 \theta, \\ 2^{++}: & 1 + \frac{1}{13} \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (16.56)$$

Вывод этих результатов будет дан ниже. Интересно сравнить их с экспериментальными данными. При параметризации  $d\sigma/d\theta \sim 1 + A \cos^2 \theta$  найдено

$$\begin{aligned} \chi(3410): & A = 1,4 \pm 0,4, \\ \chi(3500): & A = 0,26 \pm 0,5, \\ \chi(3550): & A = 0,22 \pm 0,4. \end{aligned} \quad (16.57)$$

Следовательно, состояние  $\chi(3410)$  согласуется с  $J^{PC} = 0^{++}$ . Состояния же  $\chi(3500)$  и  $\chi(3550)$  соответствуют состояниям  $1^{++}$  и  $2^{++}$ .

Важным моментом при вычислении  $d\sigma/d\theta$  в модели чармония является предположение, что распад

$$2^3S_1(q\bar{q}) \rightarrow 1^3P_{0,1,2}(q\bar{q}) + \gamma \quad (16.58)$$

идет за счет переходов  $q \rightarrow q\gamma$  и  $\bar{q} \rightarrow \bar{q}\gamma$  с переворотом  $L_z$  (проекция орбитального момента кварка). Отсюда сразу же следует вид углового распределения.

Рассмотрим испускание фотона с  $J_{z'} = +1$  частицей  $\Psi'$  с  $J_{z'} = \pm 1, 0$  (возможны только значения  $J_{z'} = \pm 1$ , но вдоль оси  $z'$  возможно и значение  $J_{z'} = 0$ ). Соответствующие матричные элементы можно формально записать следующим образом:

$$\langle \chi_{0,1,2} | F_{\pm}^{m, m'} | \Psi'_{\pm 1, 0, 1} \rangle \quad (16.59)$$

(штрихи индексы — значения величины  $J_{z'}$ ). С указанием спинов кварков это выражение имеет вид

$$\langle 1 S_{z'} | 0 0 | 1 S_{z'} \rangle. \quad (16.60)$$

поскольку фотон не переворачивает спина. В орбитальном пространстве мы имеем матричный элемент

$$\langle 11 | 11 | 00 \rangle, \quad (16.61)$$

поскольку фотон переворачивает  $L_z$  и после перехода из  $S$ -состояния  $q\bar{q}$ -системы в  $P$ -состояние уносит  $L = 1$ . Следовательно, для  $\chi$  выражение  $\langle J J_{z'} | L L_{z'}; S S_{z'} \rangle$  имеет вид

$$\langle J, 1 + S_{z'} | 11; 1 S_{z'} \rangle, \quad (16.62)$$

и потому относительные величины амплитуд  $A_{1,2,0}$  равны отношениям этих коэффициентов Клебша—Гордана. Возводя их в квадрат, получаем

$$\text{при } J=2 \quad |A_2|^2 : |A_1|^2 : |A_0|^2 = 6 : 3 : 1, \quad (16.63)$$

$$\text{при } J=1 \quad |A_1|^2 : |A_0|^2 = 3 : 3. \quad (16.64)$$

Подставляя это в выражение для  $d\sigma/d\theta$ , немедленно получаем  $1 + A \cos^2 \theta$ , где  $A = -1/3$  и  $1/13$ .

Для доминантности переворота  $L$ , нет особых причин. Общий подход может быть основан на следующих предположениях:

1.  $\Psi'$  и  $\chi$  — это состояния  $2^3S_1$  и  $1^3P_{0,1,2}$   $q\bar{q}$ -системы.
2.  $q$  имеет спин  $1/2$ .
3. Распад вызывается переходами  $q(\bar{q}) \rightarrow q(\bar{q})\gamma$ .

Предположения 1 и 2 означают, что в переходе  $\gamma \leftrightarrow q\bar{q}$   $q\bar{q}$ -система имеет спин 0 или 1. Следовательно, наиболее общая форма  $J_{\pm}^{3L, \text{мгн}}$  такова (гл. 7, § 3):

$$J_{\pm}^{3L, \text{мгн}} = AL_{\pm} + BS_{\pm} + CS_{\pm}L_{\pm} + DS_{\pm}L_{\pm}L_{\pm} \quad (16.65)$$

здесь ( $S_{\pm}$  относится к  $\Delta S_{\pm} = 1$ , а  $L_{\pm}$  — к  $\Delta L_{\pm} = 1$ ). Последний член не дает вклада, поскольку он соответствует  $\Delta L_{\pm} = 2$ , а мы рассматриваем только переходы из  $S$ - в  $P$ -состояние. Операторы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  есть синглеты относительно спина, которые зависят только от пространственных волновых функций, потенциалов, масс кварков и пр. и считаются совершенно одинаковыми для всех  $\gamma$ -состояний. Выше были вычислены коэффициенты Клебша—Гордана для члена  $AL_{\pm}$ . По аналогии можно вычислить коэффициенты Клебша—Гордана для  $BS_{\pm}$  и  $CS_{\pm}L_{\pm}$ .

В результате получаем следующую таблицу спиральных амплитуд.

$J = 2$	$A_+$	$6(A - C)$
	$A_1$	$3(A - B)$
	$A_0$	$(A - 2B - C)$
$J = 1$	$A_1$	$3(A + B)$
	$A_0$	$3(A - C)$
$J = 0$	$A_0$	$2(A + B - C)$

Однако, не зная свойства операторов  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , сказать что-либо еще трудно.

Чтобы пойти дальше и вычислить абсолютные ширины переходов  $\Psi' \rightarrow \gamma\chi$ , следует воспользоваться потенциальной моделью. После этого вычисления будут аналогичны вычислениям для  $N^* \rightarrow N\gamma$  (гл. 7). Детальное обсуждение случая гармонического осциллятора см. в статье [309]. Линейный потенциал был исследован в работах [310, 317, 318].

### В. Потенциал взаимодействия $c\bar{c}$ -системы

Считается, что при малых расстояниях между  $q$  и  $\bar{q}$  преобладает одноглюонный обмен, который приводит к потенциалу Кулона—Ферми—Брейта. Феноменологические следствия этого мы обсудим в гл. 17, § 2 и 3. На больших расстояниях благодаря

обмену многими глюонами (рис. 9) возникает эффективный запирающий потенциал  $V_c(r)$ , обеспечивающий конфайнмент кварков. В двумерной модели с одной пространственной координатой и временем (КХД-2) мы имеем  $V_c(r) \sim r$ . Пока не ясно, относится ли этот результат к реальному миру. Что можно узнать о  $V_c(r)$  по спектру состояний?

Если  $V_c \equiv 0$ , то возникает обычный кулоновский спектр (гл. 1, рис. 1). Однако отсутствие непрерывного спектра  $q$ -системы

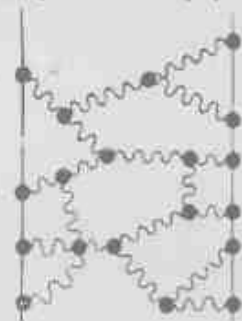


Рис. 9. Обмен глюонами, порождающий кулоновский (конфайнментный?) потенциал.

(свободных состояний  $q$  и  $\bar{q}$ ) показывает, что  $V_c \neq 0$ . Сторонникам кварковой модели больше нравится осцилляторный потенциал (гл. 7), спектр которого представлен на рис. 1 из гл. 1. Очевидно, что спектр  $\Psi'$  и  $\chi$ -частиц очень похож на осцилляторный:  $1p$ -состояние (3,4—3,6 ГэВ) лежит приблизительно посередине между состояниями  $1s$  (3,1 ГэВ) и  $2s$  (3,7 ГэВ); состояние  $1d$  (3,77 ГэВ) почти вырождено с состоянием  $2s$  ( $\Psi'$ ). В действительности  $1p$ - и  $1d$ -состояния лежат чуть выше, чем в осцилляторном спектре, что, возможно происходит благодаря либо остаточным эффектам одноглюонного кулоновского потенциала (гл. 1, рис. 1), либо ангармонизмам в  $V_c(r)$ .

Порядок следования низколежащих уровней в потенциале исследовался в работах [319, 320]. В общем случае  $E(1p) > E(1s)$  вследствие центробежного отталкивания в уравнении Шредингера при  $L = 1$ . Если

$$I. \frac{d^2}{dr^2} (r^2 V_c) > 0 \text{ при всех } r, \quad (16.66)$$

$$II. \lim_{r \rightarrow 0} \left[ 2rV_c + r^2 \frac{dV_c}{dr} \right] = 0, \quad (16.67)$$

то  $E(1p) < E(2s)$  и  $E(1d) < E(2p)$ . Это справедливо и для  $V_c \sim r^N$  при  $N > 0$ . В кулоновском потенциале ( $N = -1$ ) мы имеем  $E(1p) = E(2s)$ ,  $E(1d) = E(2p)$ .

Мы отмечаем, что на опыте, по-видимому,  $E(2s) \approx E(1d)$  [ $^3S_1$  (3684) и  $^3D_1$  (3772)]. Это получается, если кроме (16.66) и (16.67) наложить дополнительное условие

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( 2V_c + r \frac{dV_c}{dr} \right) \right] < 0 \text{ при всех } r. \quad (16.68)$$

В случае потенциала  $V \sim r^N$  для этого требуется  $0 < N < 2$ . В гармоническом осцилляторе с  $N = 2$  уровни  $1d$  и  $2s$  вырождены,

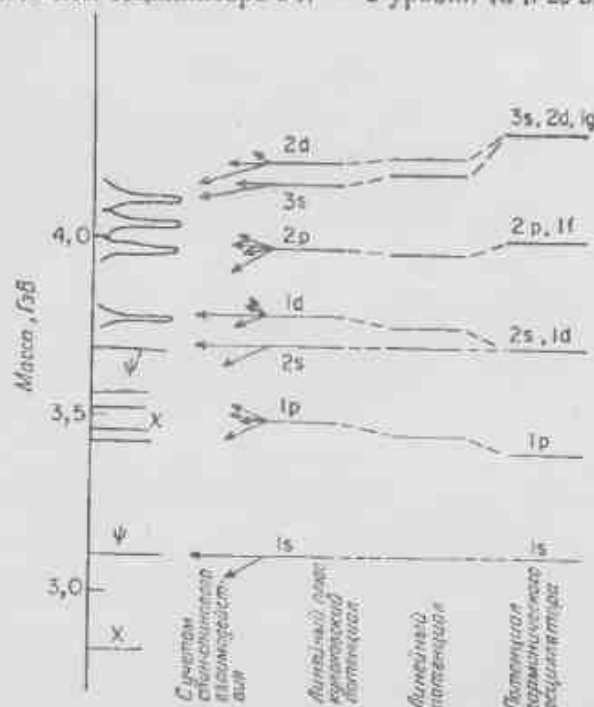


Рис. 10. Сравнение спектров гармонического осциллятора и линейного потенциала с экспериментальным спектром  $c\bar{c}$ -состояний.

На рис. 10 спектры гармонического осциллятора и линейного потенциала сравниваются с экспериментальными данными. Шкала уровней принята такой, чтобы расщепление  $2s$ - и  $1s$ -состояний равнялось разности масс  $\psi'$  и  $\psi$ . Мы видим, что разница между потенциалами существенна только при энергиях выше 4 ГэВ. Схема уровней для суперпозиции линейного и кулоновского потенциалов с учетом спинного расщепления (гл. 17) показана стрелками. Как в работе Джексона [321], длинными стрелками мы обозначили состояния  $J^{PC} = 1^{-}$  (рождающиеся непосредственно в  $e^+e^-$ -аннигиляции), стрелками средней длины — состояния с  $C = +1$ , получающиеся в результате испускания одного фотона из  $1^{-}$ -

состояния и, наконец, короткими стрелками — состояния с  $C = -1$ ,  $J^{PC} \neq 1^{-}$  (эти состояния трудно наблюдать при  $e^+e^-$ -аннигиляции).

В интервале масс от 2,7 до 3,8 ГэВ были обнаружены состояния, которые обозначены длинными стрелками и стрелками средней длины, а именно

$$1^1S_0(2,8?), \quad 1^3S_1(3,1), \quad 1^3P_0(3,41), \quad 1^3P_1(3,50), \\ 1^3P_2(3,55), \quad 2^1S_0(3,46?), \quad 2^3S_1(3,68), \quad 1^3D_1(3,77).$$

В этом интервале масс открыты, по-видимому, уже все состояния, кроме  $1^1P_1$ , причем они открыты <sup>1)</sup> менее, чем за три года после открытия  $J/\psi$  (3,1 ГэВ). Возможные способы выделения  $1^1P_1$ -состояния рассмотрены в работе [322].

Состояние  $1^1D_2$  должно, по-видимому, также находиться в этом интервале энергий или вблизи него. Если его масса больше 3,8 ГэВ то оно будет распадаться на очарованные адроны за счет сильного взаимодействия и потому будет трудно наблюдаемым. Высказывалось предположение, что большое спин-спиновое взаимодействие понижает энергию этого состояния до 3,46 ГэВ и оно отвечает состоянию  $\chi$  (3,46) [323]. На трудности, возникающие при такой интерпретации  $\chi$  (3,46), было указано в работе [321].

Информацию о потенциале в начале координат можно в принципе получить из ширины лептонных распадов [формула (16.12)]. Однако на практике это трудно осуществимо, поскольку массы состояний  $\psi$  (3772) и  $\psi$  (3684) столь близки, что они могут быть смесью  $2^3S_1$ - и  $1^3D_1$ -состояний. Так как волновая функция  $D$ -уровня в начале координат стремится к нулю, то можно ожидать, что  $^3D_1$  не распадается на лептоны:

$$\Gamma(^3D_1 \rightarrow e^+e^-) \approx 0.$$

Лептонная ширина состояния  $\psi$  (3772 МэВ) составляет около 0,4 кэВ, в отличие от 2,1 кэВ для  $\psi$  (3684). Это указывает на то, что состояние  $\psi$  (3684) есть в основном  $2^3S_1$ -состояние с небольшой примесью  $1^3D_1$ . Ситуация, однако, осложняется тем, что порог рождения очарованных мезонов (§ 4) равен 3730 МэВ, и потому эти состояния будут смешиваться также с  $D\bar{D}$  (очарованные мезоны), что будет влиять на расчеты  $\Gamma^{e^+e^-}$  [317].

Кроме того, нужно помнить, что состояние  $^3D_1$  может распадаться на  $e^+e^-$  благодаря исчезающей второй производной волновой функции в начале координат [321]:

$$\Gamma(^3D_1 \rightarrow e^+e^-) = \frac{4\alpha^2 e_c^2}{M^2} \left| \frac{R_D''(0)}{M^2} \right|^2$$

(ср. с формулой (16.12) при трех цветах).

<sup>1)</sup> Трудности, связанные с классификацией  $\chi$  (3,46) как  $^1S_0$ , были указаны Шепеничем и Голменом [316].



1. Зависимость лептонной ширины и формы потенциала от массы. Лептонный распад векторного мезона  $V \rightarrow l\bar{l}$  происходит в результате аннигиляции  $q$  и  $\bar{q}$  в виртуальный фотон. Амплитуда процесса будет пропорциональна значению волновой функции  $q\bar{q}$ -системы в начале координат  $R_s(0)$ , а также заряду кварка.

Рассмотрим сначала зависимость от заряда. Для мезонов, содержащих один сорт кварков, имеем

$$\langle q\bar{q} | \gamma | 0 \rangle \propto e_q = \begin{cases} \frac{2}{3} & \text{для } \psi(c\bar{c}), \\ -\frac{1}{3} & \text{для } \psi(s\bar{s}). \end{cases}$$

Для изоспиновых состояний, таких, как  $\rho$  и  $\omega$ ,

$$\left\langle \frac{u\bar{u} \pm d\bar{d}}{\sqrt{2}} | \gamma | 0 \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{2}{3} \pm \left( -\frac{1}{3} \right) \right] = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt{2}} & \text{для } \omega, \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{для } \rho. \end{cases}$$

Следовательно, если считать, что мезоны состоят из кварков с эффективным зарядом  $e_q$ , то лептонная ширина будет пропорциональна  $e_q^2$ . Для состояний  $\Psi$ ,  $\phi$ ,  $\omega$  и  $\rho$  это дает множители  $4/9, 1/9, 1/18$  и  $1/2$ .

Если пренебречь массами лептонов, то

$$\Gamma(V \rightarrow l\bar{l}) = 4\alpha^2 e_q^2 \frac{|R_s(0)|^2}{M_V^3}.$$

Правдоподобность этого выражения можно показать следующим образом:  $|R_s(0)|^2$  есть плотность вероятности и поэтому имеет размерность (масса)<sup>3</sup>; ширина имеет размерность массы, а потому требуется множитель  $M^{-2}$ ; единственной величиной с размерностью массы в этой задаче является масса мезона, и потому  $M^{-2} = M_V^{-2}$ .

Если бы мезоны  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  и  $\Psi$  имели одинаковую массу, то отношение их лептонных ширин было бы равно отношению квадратов зарядов кварков, т. е.  $9:1:2:8$ . Но поскольку их массы весьма различны, лептонные ширины будут определяться зависимостью  $R_s(0)$  от масс кварков. Эта зависимость будет, в свою очередь, определяться видом потенциала в начале координат.

В потенциале  $V(r) \sim r^N$  величина  $|R_s(0)|^2$  зависит от массы кварков как  $m^{3/(2+N)}$ . Считая массу кварков пропорциональной массе векторного мезона, получаем

$$\frac{\Gamma(V \rightarrow l\bar{l})}{e_q^2} \propto \left( \frac{1}{M_V} \right)^{(2N+1)/(N+2)}. \quad (16.69)$$

Прежде чем сравнивать этот результат с экспериментальными данными, его следует вывести, чтобы показать лежащие в его основе предположения.

Цветной кварк является источником цветового поля. Мы будем предполагать, что получающийся в результате потенциал взаимодействия кварков не зависит от их масс и скоростей, а является функцией только расстояния между ними. Тогда это нерелятивистская задача, и мы можем написать уравнение Шредингера

$$\left\{ \frac{\nabla^2}{2m} + V(r) \right\} \psi(r) = E\psi(r).$$

Здесь  $V = Ar^N$ , причем  $A$  — некоторая константа, не зависящая от массы. После изменения масштаба  $r \rightarrow \lambda r$  получим

$$\left\{ \frac{\nabla^2}{2m\lambda^2} + A\lambda^N r^N \right\} \psi(\lambda r) = E\psi(\lambda r),$$

или

$$\{\nabla^2 + A2m\lambda^{N+2}r^N\} \psi(\lambda r) = 2m\lambda^2 E\psi(\lambda r).$$

Предположим, что мы решили это уравнение для некоторой массы  $m_1$  и хотим найти решение для другой массы  $m_2$ . Это можно сделать непосредственно по зависимости от массы. Из вида потенциала мы видим, что масштаб расстояний зависит от массы, как  $m^{-1/(2+N)}$ , и поэтому

$$\{\nabla^2 + Ar^N\} \psi(\lambda r) \sim 2m^{N/(2+N)} E\psi(\lambda r).$$

Это означает, что энергия пропорциональна  $m^{-N/(2+N)}$ . Следовательно, в кулоновском потенциале энергия пропорциональна величине  $m$ , в линейном потенциале — величине  $m^{-1/3}$ , а в осциллятором потенциале — величине  $m^{-1/4}$ . Поскольку спектр на рис. 1 в гл. 1 был нормирован так, чтобы разность масс  $\Gamma' - \Gamma$  была порядка 600 МэВ при  $m_s \approx 1,5$  ГэВ, этот же рисунок будет показывать разность масс  $\Gamma' - \Gamma$  ( $m_s \approx 4,5$  ГэВ  $\approx 3m_s$ ), если изменить масштаб вдоль оси абсцисс в 3,  $3^{-1/3}$  и  $3^{-1/4}$  раз, соответственно.

Имеющиеся данные указывают на то, что масса  $\Gamma(b\bar{b}?)$  равна приблизительно трем массам  $\Psi$ , а также что  $\delta m(\Gamma' - \Gamma) \approx \delta m(\Psi' - \Psi)$  [324]. Спектр с не зависящими от массы расстояниями между уровнями может получиться для некоторой комбинации кулоновского и линейного (осцилляторного) потенциалов, а также для логарифмического потенциала. Это свойство логарифмического потенциала видно сразу, поскольку изменение масштаба  $r \rightarrow \lambda r$  приводит только к сдвигу:

$$V(\lambda r) = \ln(\lambda r) = \ln r + \ln \lambda = V(r) + \text{const.}$$

Поэтому уровни энергии при замене  $m_1$  на  $m_2$  сдвигаются на постоянную величину.

Поскольку в потенциале  $r^N$  масштаб  $\sim m^{-1/(2+N)}$ , плотность вероятности  $|R_s(0)|^2 \sim (\text{длина})^3$  будет пропорциональна  $m^{3/(2+N)}$ . Отсюда сразу получается формула (16.69).

Так как мы пренебрегли зависящими от массы потенциалами (например, магнитным взаимодействием в гамилтониане Ферми-Брейта), для проверки формулы (16.19) нужна нерелятивистская ситуация. Она, вероятно, реализуется в случае  $\Psi^2$  и  $\Upsilon$ -частиц, поскольку определяющие их спектры кварки являются тяжелыми. В случае же легких кварков, образующих мезоны  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\varphi$ , эта формула неприменима. Если все же этим обстоятельством пренебречь и воспользоваться формулой (16.69) для  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  и  $\Psi$ , то, согласно экспериментальным данным, величина  $\Gamma^{*+}/e_0^2$  почти не зависит от массы (для потенциалов вида  $V \sim r^N$  на малых расстояниях наилучшее согласие достигается при  $N \sim 0$  в интервале от 0 до  $-1/2$ ).

#### § 4. ОЧАРОВАННЫЕ ЧАСТИЦЫ

Три сорта кварков  $uds$  образуют фундаментальное триплетное представление группы  $SU(3)$ , весовая диаграмма которого в пространстве  $I_3 - Y^2$  есть треугольник (гл. 2, рис. 3). С помощью четвертого сорта кварков  $c$ , имеющего заряд  $2/3$ , изоспин и странность, равные нулю, и несущего одну единицу очарования, получается фундаментальное квартетное представление группы  $SU(4)$ . Весовая диаграмма в этом случае представляет собой пирамиду (рис. 11).

В случае группы  $SU(2)$  весовая диаграмма есть просто линия с двумя концами. Три стороны треугольника группы  $SU(3)$  изображаются три  $SU(2)$ -подгруппы  $I$ ,  $U$ ,  $V$ , содержащиеся в фундаментальном представлении группы  $SU(3)$ . Аналогично четырьмя треугольниками, образующими грани пирамиды, изображаются  $SU(3)$ -подгруппы  $(uds)$ ,  $(udc)$ ,  $(dsc)$ ,  $(usc)$ , содержащиеся в основной группе  $SU(4)$ .

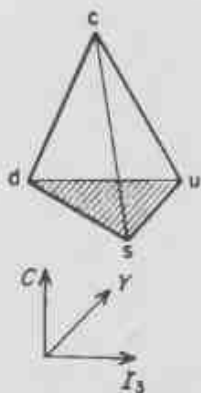


Рис. 11. Фундаментальное представление группы  $SU(4)$ .

#### А. Мезоны

Мезоны, образованные из  $qq$ , в группе  $SU(3)$  образуют нонеты (синглеты и октеты):

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8.$$

С новым кварком, приводящим к группе  $SU(4)$ , мы имеем

$$4 \otimes \bar{4} = 1 \oplus 15.$$

Поэтому должно существовать семь новых состояний. Ясно, что ими являются:

I. Три состояния с очарованием  $+1$ , образующие  $\bar{3}$ -представление группы  $SU(3)$ :

$$\left. \begin{array}{l} c\bar{u} \quad (D^0) \quad \text{или} \quad (D^{*0}) \\ c\bar{d} \quad (D^+) \quad \text{или} \quad (D^{*+}) \\ c\bar{s} \quad (F^+) \quad \text{или} \quad (F^{*+}) \end{array} \right\} \quad (16.70)$$

II. Три состояния с очарованием  $-1$ , образующие  $3$ -представление группы  $SU(3)$ :

$$\left. \begin{array}{l} \bar{c}u \quad (\bar{D}^0) \quad \text{или} \quad (\bar{D}^{*0}) \\ \bar{c}d \quad (\bar{D}^-) \quad \text{или} \quad (\bar{D}^{*-}) \\ \bar{c}s \quad (\bar{F}^-) \quad \text{или} \quad (\bar{F}^{*-}) \end{array} \right\} \quad (16.71)$$

III. Состояние с нулевым очарованием («скрытое очарование»), представляющее собой синглет группы  $SU(3)$ :

$$c\bar{c} \quad (\eta_c) \quad \text{или} \quad (\psi). \quad (16.72)$$

Это последнее состояние может либо смешиваться с  $SU(3)$ -синглетными компонентами  $\eta$  и  $\eta'$  (или  $\omega$  и  $\varphi$  в векторном случае),

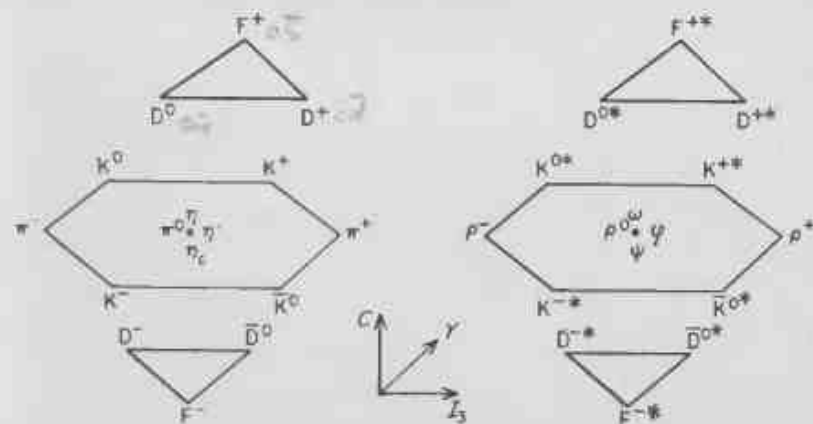


Рис. 12. Мультиплеты псевдоскалярных и векторных мезонов группы  $SU(4)$

либо существовать независимо. В первом случае сами  $\eta$  и  $\eta'$  ( $\omega$  и  $\phi$ ) обязательно будут содержать некоторую примесь  $s\bar{s}$ .

Мезонные мультиплеты состояний  $0^-$  и  $1^-$  схематически показана на рис. 12.

### Б. Барions

В группе  $SU(3)$  барions  $qqq$  образуют мультиплеты с размерностями

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10.$$

Метод диаграмм Юнга сразу показывает, что в случае группы  $SU(4)$  их размерности будут

$$4 \otimes 4 \otimes 4 = 4 \oplus 20 \oplus 20 \oplus 20. \quad (16.73)$$

Следовательно, к октету добавляется двенадцать очарованных состояний, а к симметричному декуплету — десять. Теперь существуют четыре антисимметричные комбинации вместо одной в группе  $SU(3)$ . Природу этих новых состояний легко выяснить путем прямого построения.

Для состояния с одной единицей очарования существует шесть возможных комбинаций, три из которых явно симметричны по двум неочарованным кваркам, а три другие могут быть как симметричными, так и антисимметричными по этой паре (гл. 3, табл. 6). Симметричные состояния представлены в первой колонке табл. 1. Существуют также три состояния с двумя единицами очарования и одно состояние с очарованием три (аналогичное состоянию  $\Omega^-$  в мире странных кварков).

Таблица 1

$\Sigma_c^{++}$	$cuu$			
$\Sigma_c^+$	$c(ud + du)$	$\Lambda_c^+$	$c(ud - du)$	странность 0
$\Sigma_c^0$	$cd\bar{d}$			
$S^+$	$c(us + sc)$	$\Lambda^+$	$c(us - sc)$	странность -1
$S^0$	$c(ds + sd)$	$\Lambda^0$	$c(ds - sd)$	
$T^0$	$css$			странность -2
	6		$\bar{3}$	

Как уже говорилось в гл. 3, любое состояние можно представить в абсолютно симметричном виде. Поэтому к старому неочарованному декуплету добавляется еще десять очарованных

симметричных комбинаций, и в результате в группе  $SU(4)$  получается 20-плет состояний. Их можно представить в виде пирамиды с четырьмя этажами, соответствующими очарованию 0, 1, 2 и 3. Этажи содержат треугольник с десятью (очарование 0), шестью (очарование 1), тремя (очарование 2) и одним (очарование 3) членами. Таким образом,  $SU(3)$ -разложение симметричного 20-плета группы  $SU(4)$  имеет вид

$$20_S = 10 \oplus 6 \oplus 3 \oplus 1. \quad (16.74)$$

Примером таких состояний с наименьшей массой являются состояния  $^2/2^+$ , аналогичные состоянию  $\Lambda$ .

Мы упоминали в табл. 2 и 7 (гл. 3), что для трехчастичной системы можно написать волновую функцию со смешанной симметрией, если хотя бы одна из частиц отличается от двух других. Это имеет место для сикстета с очарованием +1 и для триплета с очарованием +2. Три состояния с очарованием +1, у которых все три кварка разные, дают три другие смешанные состояния. Следовательно,  $SU(3)$ -разложение 20-плета группы  $SU(4)$  со смешанной симметрией, в которой содержится знакомое нам октетное представление группы  $SU(3)$  неочарованных состояний, таково:

$$20_M = 8 \oplus (6 \oplus \bar{3}) \oplus 3. \quad (16.75)$$

Заметим, что состояния 6 и  $\bar{3}$  имеют очарование +1, а состояния с очарованием +3 здесь нет.

Для очарованных частиц пока не существует общепринятой системы обозначений. Для частиц со странностью, равной нулю, предложена следующая система [33]:

$$cui, c(ud + du), odd \text{ есть } C_1^{++}, C_1^+, C_1^0, \\ c(ud - du) \text{ есть } C_0.$$

Здесь символом  $C$  обозначено очарование, а нижним индексом служит изоспин бикварковой системы  $ud$ . По аналогии со странными частицами можно предложить альтернативную систему обозначений этих состояний:  $\Sigma_c^{++}, \Sigma_c^+, \Sigma_c^0$  и  $\Lambda_c^+$ . Мы придерживаемся этой системы.

Состояния со странностью -1 и очарованием +1 мы обозначаем через  $S^+ S^0$  в случае симметричной и через  $\Lambda^+ \Lambda^0$  в случае антисимметричной комбинации неочарованной пары кварков. Состояние со странностью минус два мы обозначаем символом  $T^0$ .

Три состояния с  $c = +2$  мы обозначаем через  $X_{1/2}^{++}, X_{1/2}^+, X_{1/2}^0$ , где индексы показывают сорт неочарованного кварка. Первые два состояния, обозначаемые иногда через  $\Xi_c^{++}$  и  $\Xi_c^+$ , аналогичны обычным  $\Xi$ -состояниям со странностью -2 в спектроскопии неочарованных частиц. Эти состояния показаны графически на

рис. 13. Вертикальное направление в трехмерной фигуре соответствует увеличению очарования. Для  $c = 0$  мы имеем знакомый октетный шестиугольник группы  $SU(3)$  сортов  $uds$ . Для очарования  $+1$  выше октета имеем  $6$  и  $\bar{3}$  и наверху для очарования  $+2$  — триплет ( $X_{uds}$ ).

В законченной форме эта фигура имеет вид усеченного тетраэдра, построенного в трехмерных координатах  $I_3$ ,  $Y$  и  $C$  (весовая диаграмма) (см. рис. 16 работы [33]). Он изображен на рис. 14.

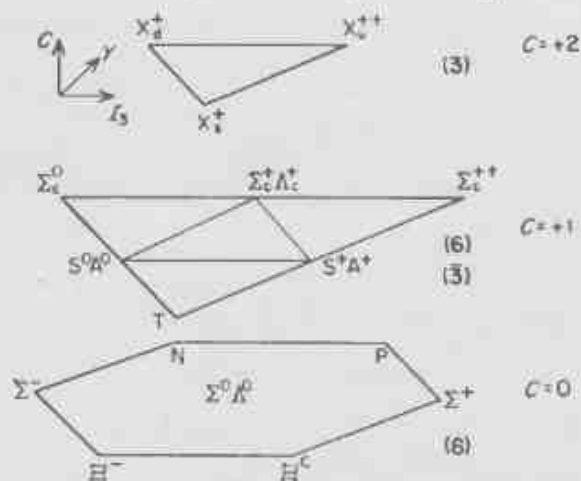


Рис. 13. 20-плет группы  $SU(4)$ , содержащий октет неочарованных барнионов группы  $SU(3)$ .

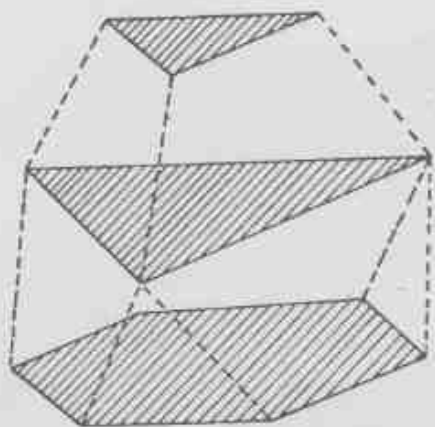


Рис. 14. Весовая диаграмма 20-плета группы  $SU(4)$  в виде усеченного тетраэдра, содержащая октет нуклонов.

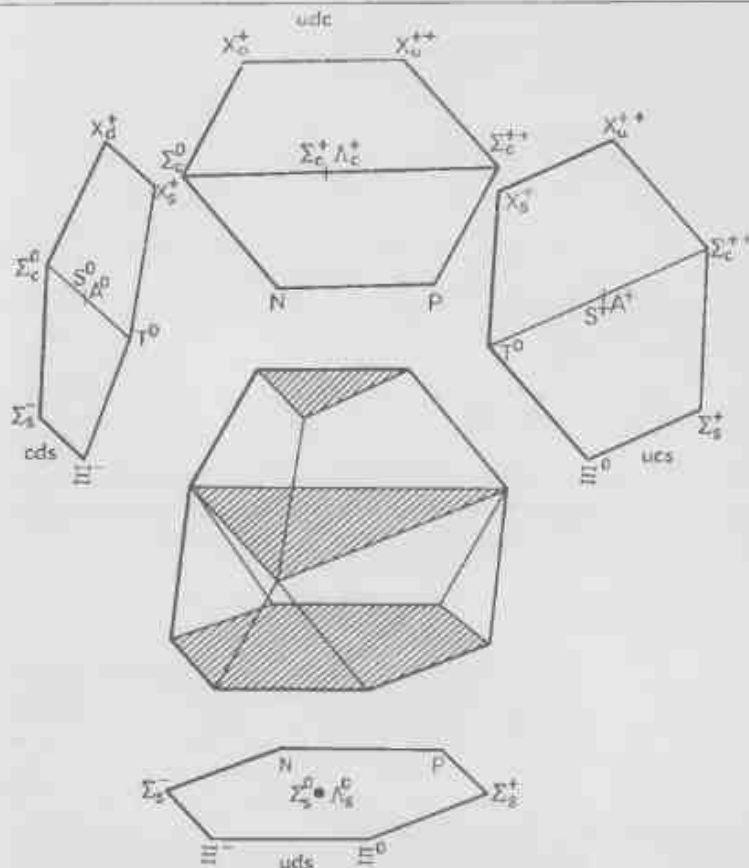


Рис. 15.  $SU(3)$ -подгруппы, содержащиеся в 20-плете группы  $SU(4)$ .

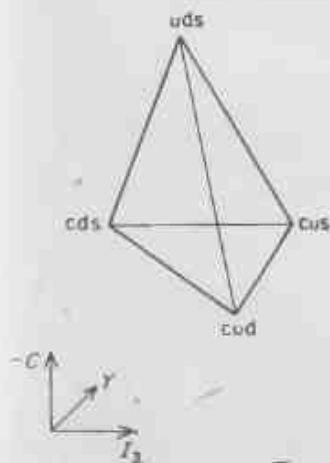


Рис. 16. Антисимметричный кватреты барнионов группы  $SU(4)$ .

Усеченный тетраэдр имеет четыре шестиугольные грани, изображающие четыре  $SU(3)$ -подгруппы группы  $SU(4)$ , образованные из  $uds$ ,  $ude$ ,  $usc$  и  $eds$ . На рис. 15 мы разобрали усеченный тетраэдр, чтобы наглядно показать эти шестиугольники вместе с соответствующими им трехкварковыми подсистемами.

Наконец, три состояния с очарованием  $+1$ , у которых все три кварка разные, вместе с неочарованными кварками  $uds$  образуют четыре абсолютно антисимметричных состояния. Примером таких состояний с наименьшими массами являются состояния  $\frac{1}{2}^+$  и  $\frac{3}{2}^+$ , аналогичные состояниям  $\Lambda$  (1405 и 1520). Весовая диаграмма изображена на рис. 16.

### § 5. СЛАБЫЕ РАСПАДЫ ОЧАРОВАННЫХ АДРОНОВ

В гл. 15, § 1 мы упоминали, что слабое взаимодействие заряженного тока, содержащего очарованный кварк, вызывает переходы

$$c \leftrightarrow s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \quad (16.76)$$

в отличие от аналогичного перехода для  $u$ -кварка

$$u \leftrightarrow d \cos \theta_c + s \sin \theta_c. \quad (16.77)$$

Здесь  $\theta_c$  есть угол Кабиббо,  $\theta_c \approx 0,23$  рад. Поскольку в вероятности перехода стоит множитель  $\text{tg}^2 \theta_c \approx \frac{1}{25}$ , мы будем называть амплитуду  $\cos \theta_c$  разрешенной по Кабиббо, а амплитуду  $\sin \theta_c$  — запрещенной по Кабиббо. Поэтому для изменяющих очарование реакций имеем следующие адронные правила отбора:

I. Разрешенные по Кабиббо  $c \leftrightarrow s$ :

$$\Delta Q = -\Delta S = \Delta C; \quad \Delta I = 0. \quad (16.78)$$

II. Запрещенные по Кабиббо  $c \leftrightarrow d$ :

$$\Delta Q = \Delta C, \quad \Delta S = 0, \quad \Delta I = \frac{1}{2}. \quad (16.79)$$

Поскольку очарованный кварк распадается главным образом на странные кварки, существенной особенностью продуктов распада очарованных частиц должно быть наличие в них странных частиц. Например, распад

$$D^0(c\bar{u}) \xrightarrow{\cos \theta} K^-(s\bar{u}) + \pi^+ \quad (16.80)$$

будет преобладать над запрещенным по Кабиббо распадом

$$D^0(c\bar{u}) \xrightarrow{\sin \theta} \pi^-(d\bar{u}) + \pi^+. \quad (16.81)$$

Действительно, отчетливый пик в распределении масс  $K^-\pi^+$  при распаде  $e^+e^- \rightarrow K^-\pi^+$  (адроны) наблюдался на Станфордском асимметричном накопителе электронного и позитронного пучков

при массе 1,863 ГэВ. Было установлено, что возможны также распады  $D^0$  на  $\pi^-\pi^+$ , которые составляют  $6,5 \pm 4\%$  распадов на  $K^-\pi^+$ . В приведенной выше теории очарованных слабых взаимодействий ожидается, что

$$\frac{\Gamma(D^0 \rightarrow \pi^-\pi^+)}{\Gamma(D^0 \rightarrow K^-\pi^+)} = \text{tg}^2 \theta_c \times \left( \frac{\text{фазовый}}{\text{объем}} \right) \approx 4 \div 5\%. \quad (16.82)$$

Возможен также распад

$$D^0(c\bar{u}) \xrightarrow{\cos \theta} K^0(s\bar{d}) + \pi^-(d\bar{u}) + \pi^+, \quad (16.83)$$

который тоже наблюдался. Наличие распадов  $D^0$  на два ( $K\pi$ ) и три ( $K\pi\pi$ ) псевдоскаляра означает нарушение четности (аналогично старой загадке  $\theta - \tau$  в распадах  $K \rightarrow 2\pi$  и  $3\pi$ ). Этим подтверждается, что в основе таких распадов лежит слабое взаимодействие.

Очевидное указание на уравнение слабого тока (16.76) следует из распада заряженного аналога  $D^0$ . В этом случае

$$D^+(c\bar{d}) \xrightarrow{\cos \theta} K^0(s\bar{d}) + \pi^+, \quad (16.84)$$

или иначе

$$D^+(c\bar{d}) \xrightarrow{\cos \theta} K^-(s\bar{u}) + \pi^+(u\bar{d}) + \pi^+. \quad (16.85)$$

Этот последний распад в особенности замечателен тем, что в нем отрицательно заряженный  $K$ -мезон получается из положительно заряженного начального состояния, в отличие от распада  $K^{*+}$ , в результате которого получается  $K^+$ -мезон. Экспериментально распад

$$D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+ \quad (16.86)$$

был отчетливо виден при массе 1,868 ГэВ. В случае распада в аналогичное конечное состояние  $K^+\pi^+\pi^-$  при этой массе никакого максимума нет. Все это указывает на достоверность перехода  $c \leftrightarrow s$ .

Приведенные выше данные и дальнейшие изучения [325] подтверждают, что  $D^0$  и  $D^+$  есть  $0^-$ -мезоны:

$$D^0(c\bar{u}) \quad 1863,3 \pm 0,9 \text{ МэВ}, \quad (16.87)$$

$$D^+(c\bar{d}) \quad 1868,3 \pm 0,9 \text{ МэВ}.$$

Экспериментальные данные по распадам  $e^+e^- \rightarrow D +$  (другие адроны) указывают на возможность существования векторных аналогов  $D^0D^+$  с массами [326]

$$D^{0*} \quad 2006 \pm 1,5 \text{ МэВ}, \quad (16.88)$$

$$D^{+*} \quad 2009 \pm 1 \text{ МэВ}.$$

Разность масс мезонов  $D^*$  и  $D$  равна приблизительно 140 МэВ, что заметно меньше, чем у  $K^*$  и  $K$  или у  $\rho$  и  $\pi$ . Этот эффект ожи-

дается при сверхтонком расщеплении, которое возникает в квантовой хромодинамике (гл. 17).

Для завершения картины очарованных мезонов нам нужны  $F^*(cs)$ - и  $F^{*+}(c\bar{s})$ -состояния. Заменяя  $u$  или  $d$  на  $\bar{s}$ , можно предвидеть, что эти состояния будут приблизительно на 150 МэВ более тяжелыми, чем  $D$  и  $D^*$ , и будут иметь массы около 2,0 и 2,1 ГэВ. Данные в пользу распада  $F$  ( $2,03 \pm 0,06$ ) на  $\pi\eta$  приведены в [327]. Здесь же приведены аргументы в пользу  $F^*$  ( $2,14 \pm 0,06$ ).

### БИБЛИОГРАФИЯ

Предмет данной главы в настоящее время составляет широкое поле экспериментальной и теоретической деятельности. В течение ближайших лет эта ситуация, по-видимому, сохранится. Рекомендуем некоторые экспериментальные обзоры с подробными ссылками на эксперименты [328–331].

## Глава 17

### РАСЩЕПЛЕНИЕ АДРОННЫХ МАСС В ТЕОРИИ ПОЛЯ

#### § 1. ТОНКАЯ И СВЕРХТОНКАЯ СТРУКТУРА В АТОМНОЙ ФИЗИКЕ И ФИЗИКЕ КВАРКОВ

В атоме водорода массивный протон находится в центре масс. Взаимодействие спина электрона с его орбитальным моментом называется спин-орбитальным взаимодействием или  $L$ - $S$ -связью. Это взаимодействие, пропорциональное обратному квадрату массы электрона, приводит к появлению *тонкой структуры* энергетических уравнений (см. любой учебник по атомной физике или по квантовой механике).

Взаимодействие спина электрона со спином протона называется  $S$ - $S$ -связью. Оно пропорционально  $(m_e m_p)^{-1}$  и поэтому значительно меньше  $L$ - $S$ -связи. Получающиеся в результате расщепления энергетических уровней называются *сверхтонкой структурой*.

В  $S$ -состояниях ( $S$ - $L$ ) = 0 и тонкая структура отсутствует. Суммарный спин электрона и протона может быть либо  $S = 0$ , либо  $S = 1$ . Величина  $(S$ - $S)$  в этих двух состояниях разная, и это приводит к двум энергетическим уровням  $^3S_1$  и  $^1S_0$ . Радиационные переходы между этими уровнями дают знаменитое излучение с длиной волны 21 см.

Уровни с большим моментом  $P$ ,  $D$ ,  $F$ , ... имеют как тонкую, так и сверхтонкую структуру, что приводит к сложному спектру.

В позитронии величины  $(S$ - $S)$  и  $(L$ - $S)$  сравнимы, поскольку здесь нет массивного протона, который подавил бы  $(S$ - $S)$  по отношению к  $(L$ - $S)$ . Можно думать, что в кварконии ( $q\bar{q}$ -мезоны) имеет место аналогичное расщепление. Феноменологию спин-орбитального расщепления мы отчасти обсудили в гл. 5, § 3. Здесь мы займемся количественными аспектами сверхтонкого, или спин-спинового, расщепления.

Расщепление, возникающее в квантовой электродинамике, т. е. при обмене фотоном между кварками, будет не больше нескольких мегаэлектронвольт. Этот электромагнитный эффект, который мы рассмотрим в § 5, приводит к расщеплению масс  $\pi^+ - \pi^0$ ,  $K^+ - K^0$  и др. Но им нельзя объяснить большую разность масс  $\rho$ - и  $\pi$ -мезонов. Если верны представления квантовой хромодинамики, то обмен векторными глюонами будет приводить к сверх-

тонкому расщеплению, пропорциональному кварк-глюонной константе связи. Если эта связь значительно сильнее электромагнитной, то  $S \cdot S$ -расщепление легко может достигать десятков и сотен мегаэлектронвольт. И действительно, типичное  $S \cdot S$ -расщепление ( $\rho - \pi$ ,  $K^* - K$ ) оказывается вполне заметным; поэтому мы можем предположить, что оно возникает благодаря обмену векторными глюонами.

В гл. 15, § 2 мы видели, что в рамках квантовой хромодинамики можно качественно объяснить поведение расщеплений  ${}^3S_1 \rightarrow {}^1S_0$  и  ${}^3S_1 \rightarrow {}^1S_0$  мезонов и барионов. В частности, мы подчеркивали решающее значение цвета. Теперь рассмотрим некоторые количественные стороны этой модели.

## § 2. СПИН-СПИНОВОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ МАСС БАРИОНОВ

### А. Система $\Delta - N$

Барион  $\Delta$  и нуклон  $N$  составлены из трех кварков  $q$  ( $\equiv u, d$ ), находящихся в  $S$ -состоянии с общим спином, в первом случае равным  $3/2$ , а во втором —  $1/2$ . Предполагается, что разность масс в 300 МэВ между этими состояниями является проявлением сверхтонкого расщепления, возникающего в квантовой хромодинамике. Расщепление должно быть пропорционально произведению цветовых магнитных моментов кварков, определенных аналогично их электромагнитным моментам. Согласно сказанному в гл. 15, § 2, взаимодействие (с правильным знаком) имеет вид

$$\mathcal{H}_{ss} = -c^2 \sum_{j,k} \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{S}_k / \epsilon_j \epsilon_k, \quad (17.1)$$

где  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{S}$  — цветовые  $SU(3)$ - и спиновые  $SU(2)$ -матрицы, а  $\epsilon$  — эффективная масса кварка. Положительная константа  $c^2$  с размерностью (масса)<sup>2</sup>, связанная с перекрытием волновых функций, в дальнейшие вычисления входить не будет.

Полагая  $\epsilon_i \equiv \epsilon_u$ , для  $\Delta - N$ -системы получаем

$$\mathcal{H}_{ss} = \frac{2c^2}{3\epsilon_u^2} (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3), \quad (17.2)$$

так как при всех  $j$  и  $k$  мы имеем  $\langle \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{F}_k \rangle = -2/3$  [формула (15.39)]. С учетом тождества

$\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3 \equiv \frac{1}{2} [(\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3)^2 - \mathbf{S}_1^2 - \mathbf{S}_2^2 - \mathbf{S}_3^2]$  можем написать

$$\begin{aligned} & \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3 \equiv \\ & \equiv \frac{1}{2} \left[ S_i(S_i + 1) - \frac{9}{4} \right] = \begin{cases} 3/4 & \text{при } S_i = 3/2, \\ -1/4 & \text{при } S_i = 1/2. \end{cases} \quad (17.3) \end{aligned}$$

где  $S_i$  — полный спин трехкварковой системы. Следовательно,

$$\Delta E_M \equiv (\mathcal{H}_{ss})_{3/2, 3/2} - (\mathcal{H}_{ss})_{1/2, 1/2} = \frac{c^2}{\epsilon_u^2} \equiv \mu_u. \quad (17.4)$$

Здесь для удобства мы ввели величину  $\mu_u$ .

### Б. Система $\Lambda \Sigma \Sigma^*$

Сравним расщепления  $\Lambda - N$  и  $\Lambda \Sigma \Sigma^*$ . Если мы заметим один из кварков в  $\Delta$  кварком другого сорта  $i$ , где  $i = s, c, \dots$ , то получим  $\Sigma_i^*(iqq)$ . В нуклоне кварки спарены либо в состоянии с  $I = 1$ , либо в состоянии с  $I = 0$ . При замене третьего кварка кварком  $i$  получаются состояния  $\Sigma_i(iqq)$  и  $\Lambda_i(iqq)$ .

При  $i = s$  имеем известные состояния

$$\Sigma_s^*(sqq) (1385); \Sigma_s(sqq) (1193); \Lambda_s^0(1115). \quad (17.5)$$

Как нетрудно видеть, при введении странного кварка вместо  $u$ - или  $d$ -кварков происходит следующее: 1) масса трехкварковой системы увеличивается приблизительно на 150—200 МэВ; 2) расщепление между сходными состояниями  ${}^3S_1$  и  ${}^1S_0$  уменьшается; 3) состояния  $\Lambda$  ( $I = 0$ ) и  $\Sigma$  ( $I = 1$ ) расщепляются.

Нетрудно объяснить качественно, как взаимосвязаны эти три эффекта. Для странного кварка

$$\epsilon_s \approx \epsilon_u + (150 \div 200 \text{ МэВ}). \quad (17.6)$$

Отсюда получается увеличение массы по отношению к  $\Lambda$  и  $N$ . Поскольку сверхтонкое расщепление обратно пропорционально массам кварков, то расщепление  $\Sigma^* - (\Sigma \Lambda)$  будет меньше расщепления  $\Lambda - N$ . Наконец, полная симметрия волновой функции по спиновым  $SU(3)$ -переменным (гл. 4, § 2 и табл. 3) требует, чтобы нестранная пара в  $\Lambda$  имела спин 0, а в  $\Sigma$  — спин 1. Это приводит к разным средним спин-спиновому взаимодействию в этих состояниях и, следовательно, к разным массам.

Приступим к количественному описанию. Для упрощения обозначений мы будем писать  $\mu_i \equiv c/\epsilon_i$  для всех кварков. Поэтому

$$\mathcal{H}_{ss} = - \sum_{j,k} \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{F}_k \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{S}_k \mu_j \mu_k. \quad (17.7)$$

Поскольку для любой пары кварков  $\langle \mathbf{F}_j \cdot \mathbf{F}_k \rangle = -2/3$ , мы будем исследовать выражение

$$\mathcal{H}_{ss} = + \frac{2}{3} \sum_{j,k} \mu_j \mu_k \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{S}_k. \quad (17.8)$$

Представим себе, что  $\Sigma_i \Sigma_i^*$  состоит из кварка сорта  $i = s, c, \dots$  и пары кварков (бикварк) сортов  $u$  и  $d$ . Обозначим номером 1

кварк сорта  $i$ , спин-спиновое взаимодействие можно записать в виде

$$\frac{3}{2} \mathcal{H}_{ss} = \mu_q^2 \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3 + \mu_q \mu_l \mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3), \quad (17.9)$$

где через  $\mu_q$  обозначены обе величины  $\mu_u$  и  $\mu_d$ , которые, в силу изоспиновой симметрии взаимодействия векторных глюонов с кварками, мы будем считать равными. Чтобы оценить средние значения этих произведений спиновых операторов, введем обозначение

$$\mathbf{S}_{\text{полн}} \equiv \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3, \quad (17.10)$$

Возводя это тождество в квадрат, получаем

$$\mathbf{S}_{\text{полн}}^2 \equiv \mathbf{S}_1^2 + (\mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3)^2 + 2\mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3) \quad (17.11)$$

и поэтому

$$2\mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3) \equiv \mathbf{S}_{\text{полн}}^2 - \mathbf{S}_1^2 - \mathbf{S}_{\text{бикварк}}^2. \quad (17.12)$$

Теперь сразу находим искомое среднее значение:

$$\begin{aligned} (2\mathbf{S}_1 \cdot (\mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3)) &= \mathbf{S}_{\text{полн}} (\mathbf{S}_{\text{полн}} + 1) - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) - \\ &- S_d (S_d + 1), \end{aligned} \quad (17.13)$$

где  $S_d$  и  $\mathbf{S}_{\text{полн}}$  — полные спины бикварка и всего адрона. Из тождества

$$\mathbf{S}_d^2 \equiv (\mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3)^2 = \mathbf{S}_2^2 + \mathbf{S}_3^2 + 2\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3 \quad (17.14)$$

аналогично получаем среднее значение величины  $\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3$ :

$$2(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{S}_3) = S_d(S_d + 1) - 2 \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right). \quad (17.15)$$

Объединяя формулы (17.3) и (17.15) с формулой (17.9), получаем полный спин-спиновый вклад в энергию (массу) системы

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} E_{ss} &= \mu_q^2 \left( \frac{S_d(S_d + 1)}{2} - \frac{3}{4} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \mu_q \mu_l \left( S_l(S_l + 1) - S_d(S_d + 1) - \frac{3}{4} \right), \end{aligned} \quad (17.16)$$

где  $S_l = \mathbf{S}_{\text{полн}} = 1/2$  для  $\Sigma$  и  $\Lambda$  и  $S_l = \mathbf{S}_{\text{полн}} = 3/2$  для  $\Sigma^*$ , а  $S_d \equiv \mathbf{S}_{\text{бикварк}} = 0$  для  $\Lambda$  и  $S_d \equiv \mathbf{S}_{\text{бикварк}} = 1$  для  $\Sigma$ ,  $\Sigma^*$  (напомним, что в абсолютно симметричном 56-плете в силу спин-спиновой симметрии волновой функции дикварк с  $l = 0$  (1)

должен иметь спин 0 (1), так что в  $\Sigma$  и  $\Lambda$  дикварки имеют разные спины). Следовательно, мы имеем

$$\frac{3}{2} E_{ss} \begin{Bmatrix} \Sigma^* \\ \Sigma \\ \Lambda \end{Bmatrix} = \mu_q^2 \begin{Bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} \end{Bmatrix} + \mu_q \mu_l \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17.17)$$

Таким образом, получаем расщепление масс

$$\Sigma_i^* - \Sigma_i = \mu_q \mu_l, \quad (17.18)$$

$$\Sigma_i - \Lambda_i = \frac{2}{3} \mu_q (\mu_q - \mu_l) \quad (17.19)$$

(здесь символы частиц означают также и их массы). В то же время комбинация

$$\frac{2\Sigma_i^* + \Sigma_i}{3} - \Lambda_i = \frac{2}{3} \mu_q^2 \quad (17.20)$$

не зависит от  $\mu_l$  [332].

В частности, наблюдаемая разность масс  $\Sigma_i$  и  $\Lambda_i$  такова, что приходится сделать вывод  $\mu_u \neq \mu_d$ . Чтобы найти величину этого расщепления, нам следует сравнить его с расщеплением  $3/2^+ - 1/2^+$  при  $i = q$ , т. е. с расщеплением  $\Delta - N$ . Согласно предыдущему примеру, можно положить  $\mu_u = \mu_d$ , что дает прежний результат [формула (17.4)]

$$\Delta - N = \mu_q^2. \quad (17.21)$$

Это приводит нас, наконец, к искомой формуле, пользуясь которой, можно сравнивать известные массы. Имеем

$$\frac{\Sigma_i^* - \Sigma_i}{\Delta - N} = \frac{\mu_l}{\mu_q}, \quad (17.22)$$

$$\frac{\Sigma_i - \Lambda_i}{\Delta - N} = \frac{2}{3} \left( \frac{\mu_q - \mu_l}{\mu_q} \right), \quad (17.23)$$

$$\frac{2\Sigma_i^* + \Sigma_i}{3} - \Lambda_i = \frac{3}{2} (\Delta - N). \quad (17.24)$$

Заметим, что в равенстве (17.24) правая часть не зависит от  $i$ .

Поскольку разность  $\Sigma_i^* - \Sigma_i$  меньше, чем  $\Delta - N$ , мы имеем  $\mu_l < \mu_q$  [формула (17.22)]. Это, в свою очередь, означает, что масса  $\Sigma_i$  больше массы  $\Lambda_i$  [формула (17.23)], как это и наблюдается на опыте. Магнитный момент кварка обратно пропорционален его массе. Поэтому неравенство  $\mu_u < \mu_d$  связано с неравенством  $e_u > e_d$  и, следовательно,  $\Sigma_u^* > \Delta$ .

Диаграммное представление этих формул показано на рис. 1. Если  $e_u \approx e_d$ , то  $\Sigma_i$  и  $\Lambda_i$  почти вырождены. Однако в пределе при  $e_u \rightarrow \infty$  вырожденными становятся  $\Sigma_c$  и  $\Sigma_c^*$ .



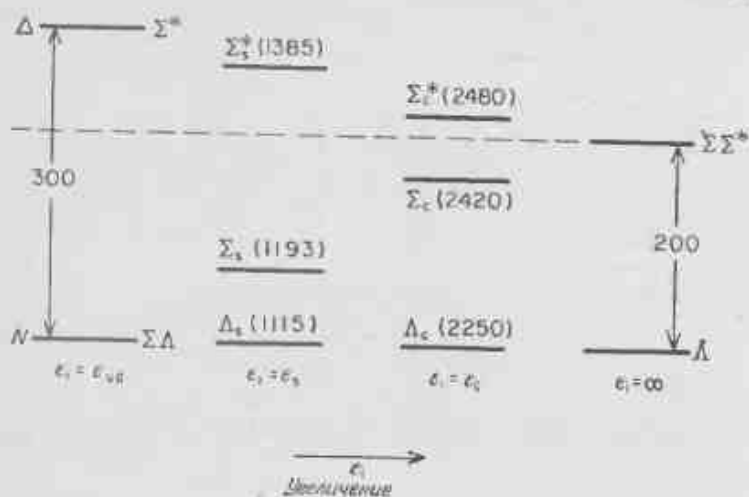


Рис. 1. Сверхтонкое расщепление  $(\Lambda\Sigma\Sigma^*)_I$ -системы при увеличении  $\epsilon_i$  от случая полной симметрии  $\epsilon_i \equiv \epsilon_u, d$  до бесконечности.

Такая картина расщепления  $\Lambda\Sigma\Sigma^*$ -системы действительно наблюдается на опыте. Она является примером проникновения в динамику кварков, которое стало возможным после открытия тяжелых сортов кварков, странного и очарованного. Если будут открыты более тяжелые кварки, то следует исследовать четкое предсказание о вырождении  $\Sigma\Sigma^*$ -состояний и сдвиге их массы на 200 МэВ по отношению к соответствующему  $\Lambda$ -гиперону.

Еще более интересно то, что кроме продемонстрированных выше качественных успехов, такая картина дает также хорошее количественное согласие с опытом.

### В. Количественное описание спин-спинового расщепления и его роль в спектроскопии барионов

Такая картина обмена векторными глюонами довольно подробно была исследована в работе [44]. Для масс  $u$ - и  $d$ -кварков была выбрана величина 336 МэВ. Это объяснялось тем, что аномальный магнитный момент кварка мал и, следовательно,

$$\epsilon_u \frac{m_{\text{протоны}}}{2,79} \approx 336 \text{ МэВ.} \quad (17.25)$$

Одно из возможных значений такой эффективной массы мы рассмотрим в гл. 18 на примере модели мешков [см. также гл. 15, § 2, п. «А», формула (15.32)].

Наблюдаемое отношение расщеплений  $\Lambda - N$  и  $\Sigma_s^* - \Sigma$ , согласно формуле (17.22), дает

$$\epsilon_s \approx \frac{3}{2} \epsilon_u \quad (17.26)$$

и, стало быть,

$$\epsilon_s \approx 510 \text{ МэВ.} \quad (17.27)$$

Следовательно,

$$\epsilon_s - \epsilon_u \approx 170 \text{ МэВ.}$$

По порядку величины это равно расщеплению масс  $\Lambda^- - \Sigma^{*-} - \Xi^- - \Omega^-$  между членами декуплета. Кроме того, следующее из  $SU(3)$ -симметрии соотношение

$$\frac{\mu(\Lambda)}{\mu(p)} = -\frac{1}{3} \quad (17.28)$$

изменяется и принимает вид

$$\frac{\mu(\Lambda)}{\mu(p)} = -\frac{1}{3} \frac{\epsilon_d}{\epsilon_s} = -0,22. \quad (17.29)$$

что значительно лучше согласуется с экспериментальными данными  $(-0,24 \pm 0,02)$  [формула (17.20)], чем без учета влияния масс кварков. В виде последней проверки вычислим разность масс  $\Sigma - \Lambda$ . Взяв указанные выше массы кварков, получим

$$\Sigma - \Lambda \approx 99 \text{ МэВ.} \quad (17.30)$$

Экспериментально наблюдается величина 75—80 МэВ.

Для очарованных состояний  $(\Sigma\Lambda\Sigma^*)_c$  возьмем

$$\epsilon_c \approx 1,5 \text{ ГэВ.} \quad (17.31)$$

Это значение величины  $\epsilon_c$  согласуется с наблюдаемыми массами 3,1 ГэВ для  $\psi(cc)$ -состояния, 1,85—2 ГэВ для очарованных мезонов  $D(c\bar{q})$  (масса  $\approx 1,5 + 0,34$  для  $c$  и  $\bar{q} = \bar{u}, d$ ), а также 2,26 ГэВ для очарованного бариона  $\Lambda_c(cqq)$  (масса  $\approx 1,5 + 0,34 + 0,34$  для  $c$  и  $qq$ ) [333].

Взяв это значение  $\epsilon_c$  для отношений масс различных сортов кварков получим

$$\frac{\epsilon_u}{\epsilon_c} \approx \frac{1}{5}; \quad \frac{\epsilon_s}{\epsilon_c} \approx \frac{1}{3} \quad (17.32)$$

и, следовательно,

$$\frac{\mu_u}{\mu_c} \approx 5; \quad \frac{\mu_s}{\mu_c} \approx 3. \quad (17.33)$$

Это все, что нужно для нахождения спин-спинового расщепления очарованных состояний  $(\Sigma\Lambda\Sigma^*)_c$  по отношению к их странным

аналогам ( $\Sigma\Lambda\Sigma^*$ ). На основании равенств (17.18) и (17.19) имеем

$$(\Sigma^* - \Sigma)_c = \frac{\mu_c}{\mu_s} (\Sigma^* - \Sigma)_s \approx 60 \text{ МэВ}, \quad (17.34)$$

$$(\Sigma - \Lambda)_c = \frac{\mu_c - \mu_s}{\mu_u - \mu_s} (\Sigma - \Lambda)_s \approx 2(\Sigma - \Lambda)_s \approx 160 \text{ МэВ}. \quad (17.35)$$

Такая картина расщепления сильно отличается от картины расщепления странных частиц и согласуется с появляющимися экспериментальными данными [333—335].

### Г. Система $\Xi^* - \Xi$

Состояния с двумя кварками одного сорта, отличного от  $u$  или  $d$ , образуют систему  $\Xi_i^* \Xi_i$  ( $iiq$ ) (здесь  $q = u$  или  $d$ ). При  $i = s$  получаются известные странные барионы  $\Xi_s$  (1320) и  $\Xi_s^*$  (1535). При  $i = c$  получаются  $\Xi_c^{*+}$  ( $ccu$ ) и  $\Xi_c^+$  ( $ccd$ ) (обозначаемые иногда символами  $X_c^{*+}$  и  $X_c^+$ ).

Сверхтонкое расщепление можно вычислить, используя методы предыдущего раздела и волновые функции табл. 7 из гл. 3. Легче всего это сделать, если учесть, что  $\Xi_s^*$  входит в тот же  $U$ -спиновый мультиплет, что и  $\Xi_s$ , и поэтому в общем случае эти состояния связаны заменой  $d \leftrightarrow s$  и  $q \leftrightarrow i$ . Производя такую замену в формуле (17.18), получаем

$$\Xi_i^* - \Xi_i = \mu_d \mu_q \equiv \Sigma_i^* \Sigma_i. \quad (17.36)$$

Это интересный результат, так как интуитивно можно было бы ожидать, что расщепление  $\Xi$  меньше из-за дополнительного (массивного) странного кварка.

Для странных состояний это соотношение выполняется с точностью до 10%. Мы не можем ожидать большей точности, игнорируя энергию кварков и пр., которые могут давать вклад в несколько мегаэлектронвольт, достаточный для объяснения ошибки. Было бы интересно посмотреть, как выполняются такие предсказания для дважды очарованных барионов.

### Д. Массы в октете и декуплете барионов

Чтобы подвести итог феноменологии барионных масс, мы приводим здесь вклады в массы барионов  $56$ -плета  $8^{1/2}_2$  и  $10^{3/2}_2$  возникающие от масс  $u$ -,  $d$ - и  $s$ -кварков и из-за спин-спиновой связи при обмене цветными векторными глюонами между цветными кварками. Напишем  $\epsilon_s = \epsilon + \Delta m$ , где  $\epsilon \equiv \epsilon_{ud} \approx 335$  МэВ. Пусть величина  $g$  пропорциональна кварк-глюонной константе

Таблица 1

Массы в октете и декуплете

$N: 3\epsilon - g^2 \mu_q^2$	$\Delta: 3\epsilon + g^2 \mu_q^2$
$\Sigma^0: 3\epsilon + \Delta m - \frac{1}{3} g^2 (4\mu_q \mu_s - \mu_s^2)$	$\Sigma^*: 3\epsilon + \Delta m + \frac{1}{3} g^2 (2\mu_q \mu_s + \mu_s^2)$
$\Lambda^0: 3\epsilon + \Delta m - g^2 \mu_q^2$	
$\Xi: 3\epsilon + 2\Delta m - \frac{1}{3} g^2 (4\mu_q \mu_s - \mu_s^2)$	$\Xi^*: 3\epsilon + 2\Delta m + \frac{1}{3} g^2 (2\mu_q \mu_s + \mu_s^2)$
	$\Omega: 3\epsilon + 3\Delta m + g^2 \mu_s^2$

связи. Тогда из формул (17.3), (17.4), (17.17) и (17.36) получим для масс барионов выражения, приведенные в табл. 1.

Если бы выполнялись условия  $\Delta m = 0$  и  $g = 0$ , то супермультиплет был бы вырожден (точная  $SU(6)$ -симметрия) и имел бы массу  $3\epsilon \approx 1100$  МэВ. Это показано на рис. 2, а.

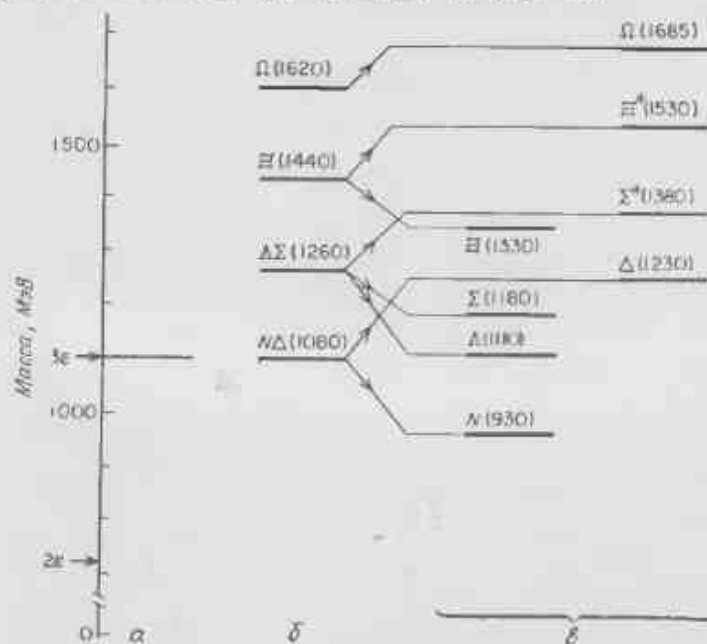


Рис. 2. Расщепление масс в  $56$ -плете при  $L = 0$ . Супермультиплет с массой 1100 МэВ (а) благодаря странному кварку расщепляется на четыре уровня, различающиеся странностью (б). Сверхтонкое расщепление разделяет декуплет с  $J = 3/2$  и октет с  $J = 1/2$ , а также  $\Sigma^*$  и  $\Lambda$  (в).

Теперь учтем разность масс  $\Delta m \approx 180$  МэВ между странным и нестранным кварками. При этом состояния с разной странностью отделяются друг от друга одинаковыми интервалами рис. 2, б. Мы не пытаемся осуществить наилучшую подгонку масс, а хотим лишь схематически показать, к чему это приводит. Поэтому и используемые здесь массы не совсем такие, как приняты обычно: для облегчения расчетов мы их округлили.

Если  $\epsilon_{ud} \approx 360$  МэВ, то  $\epsilon_s \approx 540$  МэВ и поэтому  $\mu/\mu_{ud} = \epsilon_{ud}/\epsilon_s \approx 2/3$ . Теперь включим спин-спиновую связь ( $g \neq 0$ ). Для простоты мы выбрали  $g^2 \mu_s^2 = 150$  МэВ, поэтому  $g^2 \mu_u^2 = 66$  МэВ и  $g^2 \mu_{\Lambda}^2 = 100$  МэВ. При этом масса  $10^{3/2}$  поднимается, масса  $8^{1/2}$  опускается, а состояния  $\Sigma$  и  $\Lambda$  расщепляются.

### § 3. ГАМИЛЬТОНИАН ФЕРМИ—БРЕЙТА В КХД

Развитых выше простых представлений уже достаточно для хорошего воспроизведения картины расщеплений масс. Ее можно легко улучшить, вводя новые параметры, например подобрав лучше  $\mu/\mu_{ud}$ , учитывая вклад кинетической энергии  $\sim 1/m_i^2$  и т. д. В КХД гамильтониан фермионов и векторных глюонов имеет тот же вид, что и аналогичный гамильтониан в обычной КЭД.

Подробно он был исследован в работе [44]. В этой работе сильное и электромагнитное взаимодействия записывались в виде

$$\mathcal{H} = L(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots) + \sum_i \left( m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} + \dots \right) + \sum_{i>j} (\alpha Q_i Q_j + k \alpha_s) S_{ij}. \quad (17.37)$$

Здесь  $L$  — универсальное взаимодействие кварков, координаты, массы и импульсы которых равны  $\mathbf{r}_i$ ,  $m_i$  и  $\mathbf{p}_i$ ; оператор  $S_{ij}$  описывает двухчастичное взаимодействие, которое в работе [44] считалось кулоновским. Электромагнитная часть пропорциональна  $\alpha$  и зарядам кварков  $Q_i$ . Благодаря обмену цветными глюонами возникает константа связи  $k \alpha_s$ , где  $k = -2/3$  для мезонов и  $k = -1/3$  для барионов (ср. с формулами (15.38) и (15.39)).

Без учета релятивистских поправок двухчастичное взаимодействие Ферми—Брейта вместе с кулоновским взаимодействием имеет вид

$$S_{ij} = \frac{1}{|\mathbf{r}|} - \frac{1}{2m_i m_j} \left( \frac{\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_j}{|\mathbf{r}|} + \frac{\mathbf{r} \cdot (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}_i) \mathbf{p}_j}{|\mathbf{r}|^3} \right) - \frac{\pi}{2} \delta^3(\mathbf{r}) \left( \frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{1}{3m_i m_j} \right) - \frac{1}{2|\mathbf{r}|^3} \left( \frac{1}{m_i^2} \mathbf{r} \times \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{s}_i - \dots \right)$$

$$- \frac{1}{m_j^2} \mathbf{r} \times \mathbf{p}_j \cdot \mathbf{s}_j + \frac{1}{m_i m_j} \left[ 2\mathbf{r} \times \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{s}_i - 2\mathbf{r} \times \mathbf{p}_j \cdot \mathbf{s}_j - 2\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j + \frac{6(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{r})(\mathbf{s}_j \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^2} \right] \Big| \Big| \quad (17.38)$$

Здесь  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ , а  $\mathbf{s}_i$  есть спин  $i$ -го кварка.

Адронные массы даются усреднением этого гамильтониана по  $SU(6)$ -адронным волновым функциям  $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$ . Для  $S$ -состояний взаимодействие  $L \cdot S$  ( $\mathbf{r} \times \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}$ ) не дает вклада. Записывая среднее значение пространственного оператора кинетической энергии

$$a = \langle \Psi_0 | \frac{p_i^2}{2} | \Psi_0 \rangle, \quad (17.39)$$

кулоновского взаимодействия

$$b = \langle \Psi_0 | \frac{1}{|\mathbf{r}_{12}|} | \Psi_0 \rangle, \quad (17.40)$$

взаимодействия Дарвина—Брейта

$$c = \frac{1}{2} \langle \Psi_0 | \frac{r_{12}^2 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) + r_{12} (\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{p}_1) \mathbf{p}_2}{|\mathbf{r}_{12}|^3} | \Psi_0 \rangle \quad (17.41)$$

и, наконец, контактного взаимодействия

$$d = \frac{\pi}{2} \langle \Psi_0 | \delta^3(\mathbf{r}_{12}) | \Psi_0 \rangle. \quad (17.42)$$

получаем формулу первого порядка для масс барионов в  $S$ -состояниях:

$$M = M_0 + \sum_i \left[ \Delta m_i + \alpha \left( \frac{1}{m_s} - \frac{1}{m_{ud}} \right) \right] + \sum_{i>j} \left( \alpha Q_i Q_j - \frac{2}{3} \alpha_s \right) \left[ b - \frac{c}{m_i m_j} - d \left( \frac{1}{m_i^2} + \frac{1}{m_j^2} + \frac{16s_i s_j}{3m_i m_j} \right) \right]. \quad (17.43)$$

Здесь  $M_0$  — собственное значение оператора

$$M_0 \equiv \sum L(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots) + \sum_i \left( m_{ud} + \frac{p_i^2}{2m_{ud}} \right), \quad (17.44)$$

которое дает массу вырожденного супермультиплетта  $SU(6)$ . Мы получили четырехпараметрическую формулу масс. Благодаря вкладам, пропорциональным  $\Delta m_i \equiv m_i - m_{ud}$  и  $S \cdot S$ -связи, о которых говорилось в § 2, достигается хорошее описание барионов в  $S$ -соотношениях.

Подробное описание феноменологических следствий из четырехпараметрической формулы (17.43) и полный гамильтониан (для  $p, d, \dots$ -состояний) приведены в работе [44].

#### § 4. СПИН-СПИНОВОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ И СПЕКТРОСКОПИЯ МЕЗОНОВ

Мы увидели, как спин-спиновое расщепление проявляется в барионной системе ( $\Lambda\Sigma\Sigma^*$ ) и, в частности, как это расщепление зависит от соотношения масс различных сортов кварков. Теперь мы посмотрим, как спин-спиновое взаимодействие проявляется в мезонной системе, где будут расщепляться массы состояний  $q\bar{q}$ -системы со спином 0 и 1. Поэтому прежде всего мы займемся состояниями 0 и 1, в которых  $L = 0$  и  $S = 0$  или  $S = 1$ .

В мезоне, состоящем из кварк-антикварка  $q\bar{q}$ , сорта  $i$ , спин-спиновое взаимодействие пропорционально магнитным моментам двух кварков. Следовательно, относительное расщепление 0 1 для комбинаций двух различных сортов будет

$$\frac{(V-P)_{ij}}{(V-P)_{kl}} = \frac{\mu_i\mu_j}{\mu_k\mu_l}. \quad (17.45)$$

Здесь  $V$  и  $P$  — вектор и псевдоскаляр, а индексы указывают содержащиеся в них сорта кварков. Например,

$$(K^* - K)_{ud} = \frac{\mu_s}{\mu_u} (\rho - \pi)_{ud}, \quad (17.46)$$

$$(D^* - D)_{cs} = \frac{\mu_c}{\mu_s} (K^* - K)_{us}, \quad (17.47)$$

$$(F^* - F)_{cs} = \frac{\mu_s}{\mu_u} (D^* - D)_{us}. \quad (17.48)$$

Поскольку  $\mu_u < \mu_s < \mu_c$ , должно выполняться неравенство

$$(F^* - F) < (D^* - D) < (K^* - K) < (\rho - \pi). \quad (17.49)$$

Качественно это действительно так:

$$? < (2,01 - 1,86) < (0,89 - 0,49) < (0,77 - 0,14). \quad (17.50)$$

Количественные значения расщепления масс снова превосходно согласуются с экспериментальными данными. Действительно, соотношения  $\mu_u \approx \frac{2}{3}\mu_s$  и  $\mu_c \approx \frac{1}{3}\mu_s$  дают

$$(K^* - K)_{us} (400 \text{ МэВ}) \approx \frac{2}{3} (\rho - \pi)_{ud} (630 \text{ МэВ}), \quad (17.51)$$

$$(D^* - D)_{cs} (150 \text{ МэВ}) \approx \frac{1}{3} (K^* - K)_{us} (400 \text{ МэВ}). \quad (17.52)$$

Поэтому расщепление  $F^* - F$  должно быть следующим:

$$(F^* - F)_{cs} \approx \frac{2}{3} (D^* - D)_{cs} \approx 100 \text{ МэВ}. \quad (17.53)$$

Если это действительно так<sup>1)</sup>, то  $F^*$  будет распадаться главным образом на  $F + \gamma$ , так как  $m_{\gamma} > F^* - F$ . Обнаружение такого моноэнергетического фотона было бы четким подтверждением такой картины расщеплений масс.

#### А. Проблема расщепления масс мезонов

Выше мы говорили о расщеплении масс адронов, которые обладают определенными квантовыми числами, такими, как изоспин, странность или очарование, или барионов, обладающих барионным числом. Согласно с экспериментальными данными может вызвать надежду, что такая же картина должна появиться у мезонов ( $\eta, \eta', \omega, \phi, \eta_c, \Psi, \dots$ ), которые не обладают упомянутыми выше квантовыми числами. Нужно быть осторожным, так как здесь можно предвидеть новый тип добавок в массу, а именно от аннигиляции  $q\bar{q}$  на глюоны. Это может разрушить простую картину (14.49). В самом деле, если  $\eta_c$  действительно имеет массу 2,85 ГэВ [336], то

$$\Psi - \eta_c \approx 350 \text{ МэВ}, \quad (17.54)$$

что по порядку величины равно расщеплениям  $K^* - K$  и  $D^* - D$ . Это резко противоречит результату, получающемуся только с учетом обмена глюонами:

$$(\Psi - \eta_c)_{cc} \approx \frac{1}{5} (D^* - D)_{cs} \approx 30 \text{ МэВ}, \quad (17.55)$$

что дает для  $\eta_c$  массу 3,07 ГэВ.

Этому можно привести несколько объяснений. Возможна аннигиляция на глюоны. Может также играть роль точное содержание  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$  и  $c\bar{c}$  в рассматриваемых мезонах. Все это сейчас активно изучается. Некоторые из относящихся сюда вопросов рассматриваются в § 6.

#### § 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СДВИГИ МАСС

##### А. Мезоны

Имеется, по-видимому, три вида электромагнитных вкладов в массу адрона (энергию системы кварков): 1) электромагнитный вклад в массы кварков, приводящий к соотношению  $m_u \neq m_d$ ; 2) кулоновское взаимодействие между кварками, пропорциональное  $e_i e_j$ ; 3) магнитное взаимодействие между кварками, пропорциональное  $e_i e_j / m_i m_j$ . Здесь  $e_{i,j}$  и  $m_{i,j}$  — заряд и масса  $i$ -го и

<sup>1)</sup> В работе [327] представлены данные в пользу  $F$  ( $2,03 \pm 0,06$  ГэВ) и  $F^*$  ( $2,14 \pm 0,06$  ГэВ).

$j$ -го кварков. Полный вклад в энергию системы дается суммированием по  $i$  и  $j$ <sup>1)</sup>.

Роль каждого из этих вкладов хорошо иллюстрируется экспериментальными данными:

$$\begin{aligned} \pi^+ - \pi^0 &= 4,06 \text{ МэВ}, \\ K^+ - K^0 &= 4,0 \pm 0,13 \text{ МэВ}, \\ K^{*+} - K^{*0} &= -4,1 \pm 0,6 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (17.56)$$

Заметим, что для каонов заряженное состояние легче незаряженного, а для пионов — тяжелее.

Мезон  $\pi^+$  ( $u\bar{d}$ ) содержит то же число  $u$  и  $d$ -кварков, что и  $\pi_0$  [ $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ ]. Следовательно,  $\delta m(u-d)$  не дает вклада в  $\delta m(\pi^+ - \pi^0)$ . Чтобы снять вырождение  $\pi^+ \pi^0$ , нужны взаимодействия 2 и 3. Их вклад в массы  $\pi^+$ ,  $\pi^0$  пропорционален произведению зарядов составляющих  $\pi$ -кварков. Так как  $m_u \approx m_d$ , мы не будем различать 2 и 3. Если  $\langle 1/R \rangle$  есть среднее обратное расстояние между кварками в пионе, то для  $\pi^+$  ( $u\bar{d}$ ) мы получаем вклад, пропорциональный  $2/3 \langle 1/R \rangle$  (т. е.  $e_u e_d \langle 1/R \rangle$ ), а для  $\pi^0$  [ $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$ ] вклад, пропорциональный  $-1/3 \langle 1/R \rangle$ . Поэтому

$$\pi^+ - \pi^0 = \frac{1}{2} \langle 1/R \rangle, \quad (17.57)$$

что дает правильный знак. Взяв экспериментально наблюдаемую разность масс, получаем

$$\langle 1/R \rangle_{\pi} = 9,2 \text{ МэВ}. \quad (17.58)$$

Аналогично для каонов

$$\begin{aligned} -K^+(u\bar{s}) + K^0(d\bar{s}) &= -m_u + m_d - \langle 1/R \rangle_K \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) \equiv \\ &\equiv \Delta m_{ud} - \frac{1}{3} \langle 1/R \rangle_K, \end{aligned} \quad (17.59)$$

где мы снова не делали разницы между кулоновским и магнитным вкладами. Так как  $m_u > m_d$ , то  $\mu_u < \mu_d$  и потому магнитный вклад для каонов и пионов будет неодинаков. Это можно учесть в (17.57) и (17.59), считая, что эффективно  $\langle 1/R \rangle_K \neq \langle 1/R \rangle_{\pi}$ .

Зависящее от спинов магнитное взаимодействие в общем случае будет давать разный вклад в электромагнитное расщепление аналогичных псевдоскалярных и векторных мультиплетов. Данные (17.56) показывают, что магнитное взаимодействие пренебрежимо мало. Однако недавно опубликованные данные [338] указывают на то, что  $K^{*0} - K^{*+}$  имеют разность масс  $7,7 \pm 1,7$  МэВ, значи-

<sup>1)</sup> Некоторые результаты § 5 получаются при более слабом требовании, что двухчастичное взаимодействие зависит от сортов кварков, но не зависит от  $i$  и  $j$  [337].

тельно большую, чем псевдоскалярные аналоги. Это говорит о том, что магнитное взаимодействие играет важную роль (этот вывод подтверждается последними результатами, относящимися к расщеплению масс очарованных мезонов). Для простоты мы не будем учитывать этот факт и не будем различать 2 и 3. Однако в виде упражнения вам следует выяснить, какую роль играет магнитный член в формуле (17.59), и установить, в какой степени он может проявляться в эксперименте. В частности для очарованных мезонов, где  $\mu_c \ll \mu_{ud}$ , он может играть важную роль.

Если принять, что

$$\langle 1/R \rangle_{\pi} = \langle 1/R \rangle_K = 9,2 \text{ МэВ}, \quad (17.60)$$

то из наблюдаемого избытка 4 МэВ у  $K^0$  по сравнению с  $K^+$  следует

$$\Delta m_{ud} \approx -7 \text{ МэВ}. \quad (17.61)$$

Поэтому  $d$ -кварк тяжелее  $u$ -кварка. Это качественно согласуется с тем, что нейтрон, имеющий избыток  $d$ -кварков по сравнению с протоном, тяжелее протона.

Для псевдоскалярных очарованных мезонов имеем

$$D^+(c\bar{d}) - D^0(c\bar{u}) = m_d - m_u + \langle 1/R \rangle_D \left( -\frac{2}{9} + \frac{4}{9} \right). \quad (17.62)$$

Как  $\Delta m_{ud}$ , так и вклад взаимодействия увеличивают массу  $D^+$  по отношению к  $D^0$ . Если  $\langle 1/R \rangle_D = \langle 1/R \rangle_{\pi K}$ , то для  $D^+$  должен быть избыток в 13 МэВ [339–343]. Но поскольку  $\mu_c < \mu_{ud}$ , магнитный вклад от очарованных кварков подавлен, а поэтому эффективно имеем:

$$\langle 1/R \rangle_D < \langle 1/R \rangle_{\pi K}. \quad (17.63)$$

Следовательно, разность  $D^+ - D^0$  должна быть меньше 13 МэВ. По-видимому, разность  $D^{*+} - D^{*0}$  также отличается от  $D^+ - D^0$  [340–342]. Экспериментальные данные указывают на то, что резонанс  $D^+$  тяжелее  $D^0$ , но его абсолютная масса еще не установлена<sup>1)</sup>.

Существенно, что в этой проблеме есть два параметра  $\Delta m_{ud}$  и  $\langle 1/R \rangle$ . Это связано с наличием двух механизмов  $O(\alpha)$ . Зная разность  $\pi^+ - \pi^0$ , мы находим  $\langle 1/R \rangle_{\pi}$ . Величина  $\Delta m$  появляется только, если мы предположим, что  $\langle 1/R \rangle_K = \langle 1/R \rangle_{\pi}$ . Ввиду аномально малой пионной массы вполне может оказаться, что это предположение неверно. Поэтому зная  $K^+ - K^0$ , мы належамо можем заключить только то, что

$$\Delta m_{du} \equiv m_d - m_u > 0. \quad (17.64)$$

<sup>1)</sup> В работе [326] сообщается, что  $\Delta m(D^+ - D^0) = 5,0 \pm 0,8$  МэВ, а  $\Delta m(D^{*+} - D^{*0}) = 2,6 \pm 1,8$  МэВ. Это указывает на то, что формула (17.60) дает лучшую оценку, чем (17.61).

так как величина  $\langle 1/R \rangle$  положительна. Следовательно, при таком подходе неизбежен вывод о том, что  $D^+$  тяжелее  $D^0$ .

### Б. Бариионы

Что касается нуклонов, то нейтрон тяжелее протона на 1,5 МэВ. В модели кварков

$$n(ddd) - p(uud) = \Delta m_{ud} - \frac{1}{3} \langle 1/R \rangle_N. \quad (17.65)$$

Этим снова подтверждается то, что  $\Delta m_{ud} > 0$ , но это соотношение не согласуется с величиной  $-7$  МэВ [формула (17.61)] и с тем, что  $\langle 1/R \rangle_N = \langle 1/R \rangle_\pi = 9,2$  МэВ [формула (17.60)].

Чтобы найти  $\langle 1/R \rangle_{\text{бариион}}$ , рассмотрим систему, в которую  $\Delta m_{ud}$  не дает вклада, а именно

$$\frac{1}{2} (\Sigma^+ + \Sigma^-) - \Sigma^0 = \frac{1}{2} (1190 + 1197,3) - 1192,5 = 1,15 \text{ МэВ}. \quad (17.66)$$

Кварковая структура и соответствующий сдвиг энергии таковы:

$$\frac{1}{2} (uus + dds) - uds = \frac{1}{2} \langle 1/R \rangle_\Sigma. \quad (17.67)$$

В результате

$$\langle 1/R \rangle_\Sigma = 2,3 \text{ МэВ}. \quad (17.68)$$

Разность масс  $\Sigma^- - \Sigma^+$  равна  $+7,3$  МэВ. В модели кварков она принимает вид

$$-\Sigma^+(uus) + \Sigma^-(dds) = +2\Delta m_{ud} + \langle 1/R \rangle \left( -\frac{2}{3} [NS] + \frac{1}{3} [SS] \right), \quad (17.69)$$

где  $[NS]$  и  $[SS]$  — вклады обмена фотонами между кварками  $N$  (нестранный) и  $S$  (странный). Магнитное взаимодействие, которое пропорционально  $m_{ud}^{-2}$  и  $m_s^{-2}$ , а также различие в величине  $\langle 1/R \rangle$  могут сделать эти вклады разными. Если принять пока их одинаковыми, то мы получим

$$\Delta m_{ud} \approx 4,5 \text{ МэВ}. \quad (17.70)$$

Такие значения величины  $\langle 1/R \rangle$  и  $\Delta m_{ud}$  также хорошо подходят для каона, для которого

$$-K^+ + K^0 = +\Delta m_{du} - \frac{1}{3} \langle 1/R \rangle = +3,7 \text{ МэВ}. \quad (17.71)$$

тогда как экспериментальное значение равно 4 МэВ. Для нейтрона и протона предсказывается такая же разность масс, хотя экспериментально известно, что нейтрон только на 1,5 МэВ тяжелее.

Дополнительную информацию об электромагнитном расщеплении масс в барионном октете можно получить из данных о  $\Xi^-$  и  $\Xi^0$ , из которых  $\Xi^-$  приблизительно на 6,4 МэВ тяжелее. В модели кварков

$$\Xi^-(dss) - \Xi^0(uss) = \Delta m_{du} + \langle 1/R \rangle \left( \frac{2}{3} [NS] \right). \quad (17.72)$$

Предсказываемые 6 МэВ при  $\Delta m = 4,5$  МэВ и  $\langle 1/R \rangle = 2,3$  МэВ отлично согласуются с экспериментальным значением  $6,4 \pm \pm 0,6$  МэВ.

Чтобы дополнительно проверить, насколько удовлетворительна такая картина электромагнитного расщепления масс, образуем комбинации, в которых отсутствовали бы все  $\Delta m$ ,  $\langle 1/R \rangle_{[NN]}$ ,  $\langle 1/R \rangle_{[NS]}$  и  $\langle 1/R \rangle_{[SS]}$ . Во первых, если вклад дает только  $\Delta m_{ud}$ , то из формул (17.65), (17.69) и (17.72) имеем

$$(n - p) = (\Xi^- - \Xi^0) = \frac{1}{2} (\Sigma^- - \Sigma^+), \quad (17.73)$$

$$(1,3) \quad (6,4 \pm 0,6) \quad (4 \pm 0,4),$$

что не очень хорошо согласуется с экспериментальными данными, приведенными под формулой. Учитывая  $\langle 1/R \rangle_{[NS]}$ ,  $\langle 1/R \rangle_{[NN]}$  и  $\langle 1/R \rangle_{[SS]}$ , можно получить одну комбинацию, которая не зависит от этих параметров [344]:

$$(n - p) + (\Xi^0 - \Xi^+) = (\Sigma^- - \Sigma^+), \quad (17.74)$$

$$(7,7 \pm 0,6) \quad (8 \pm 0,8).$$

Здесь налицо полное согласие с экспериментом. Результаты (17.74) и (17.73) ясно показывают, что обмен фотонами нужно учитывать.

Если магнитный член пренебрежимо мал, то можно также получить связь между электромагнитным расщеплением масс в декуплете и октете. Например,

$$-\Delta^{++} + \Delta^- = 3(n - p), \quad (17.75)$$

$$(7,9 \pm 6,8) = 3,9$$

$$\Delta^{++} - \Delta^+ = (p - n) + (\Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^0). \quad (17.76)$$

Расщепление  $\Xi^{*+}$  и  $\Xi^{*0}$  в декуплете имеет тот же вид, что и между их аналогами в октете [формула (17.72)]. Это же замечание относится к  $\Sigma^{*+}$  и  $\Sigma^{*0}$  [формула (17.69)]. Величины  $\langle 1/R \rangle$  у декуплета и октета могут различаться, так как магнитный член (S-S) у них разный. Для величин электромагнитного расщепления в 8 и 10 имеем (в мегаэлектронвольтах)

	8	10	
$\Xi^- - \Xi^0$	6	3	
$\Sigma^- - \Sigma^+$	8	4	

(17.77)

Таким образом, абсолютное расщепление в состоянии 10 оказывается меньше, а отношение расщеплений в состояниях 8 и 10 одинаково.

В виде последней проверки этой картины, чтобы дополнить наше обсуждение очарованных мезонов, оценим расщепление очарованных барионов. Аналогично предыдущему получаем

$$-\Sigma_c^{++} + \Sigma_c^+ = \Delta m_{cu} - \frac{4}{3} \langle 1/R \rangle, \quad (17.78)$$

$$-\Sigma_c^+ + \Sigma_c^0 = -S^+ + S^0 = -A^+ + A^0 = \Delta m_{cu} - \frac{1}{3} \langle 1/R \rangle. \quad (17.79)$$

Интересной особенностью этих двух результатов является то, что они содержат разность двух положительных величин, поэтому результат очень чувствителен к тому, какими выбраны  $\Delta m$  и  $\langle 1/R \rangle$ . Например, если  $\Delta m_{cu} = 7$  МэВ и  $\langle 1/R \rangle = 9,2$  МэВ [ср. сказанное в связи с формулами (17.60) и (17.61)], то  $\Sigma_c^{++} < \Sigma_c^+$ . Но если мы выберем  $\Delta m_{cu} \approx 4,5$  МэВ, а  $\langle 1/R \rangle = 2,3$  МэВ [ср. с формулами (17.68) и (17.70)], то  $\Sigma_c^{++} < \Sigma_c^+$ . Поэтому барионные массы будут надежно показывать, насколько важны вклад обмена фотонами и вклад масс кварков.

### § 6. ГЛЮОННЫЙ ВКЛАД, МАССЫ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ И ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

По-видимому, сверхтонкое расщепление  $0^-$ - и  $1^-$ -мезонов вполне согласуется с вычислениями в КХД (§ 4). Исключение составляют  $\psi$  и  $\eta_c$  (§ 4). Неудача в этом случае, возможно, объясняется тем, что здесь дают вклад новые диаграммы, а именно  $c\bar{c} \rightarrow$  «глюоны»  $\rightarrow c\bar{c}$ . Для остальных состояний это было невозможно, например  $\rho$ ,  $\pi$  имеют  $I = 1$ ,  $K^*K$  — странность,  $D^*$ ,  $D$  — очарование и только на  $SU(3)$ -синглетные состояния это может повлиять. Кроме того, из-за переходов

$$c\bar{c} \leftrightarrow \text{«глюоны»} \leftrightarrow q\bar{q} \quad (17.80)$$

в  $\psi$  и  $\eta_c$  может быть примесь легких кварков, т. е.  $\psi$  и  $\eta_c$  могут не быть чистыми  $c\bar{c}$ -системами.

В случае  $1^-$ -мезонов такая примесь, по-видимому, пренебрежимо мала ( $\omega$  и  $\phi$ , гл. 4, § 4). Для  $0^-$ -мезонов этот вопрос еще остается спорным.

Мы не будем больше останавливаться на  $0^- - 1^-$ -расщеплениях, а займемся изучением вкладов от аннигиляции в массы  $0^-$  и  $1^-$ -нонетов отдельно.

Массовая матрица трех сортов кварков, действующая на базисе ( $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$ ), записывается в виде

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 2u & 0 & 0 \\ 0 & 2u & 0 \\ 0 & 0 & 2s \end{pmatrix}. \quad (17.81)$$

Мы считаем, что  $m_u = m_d$ . Если  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$  могут аннигилировать с амплитудой  $A$ , которая предполагается  $SU(3)$ -инвариантной, то в массовую матрицу будет дополнительный вклад

$$H_1 = \begin{pmatrix} A & A & A \\ A & A & A \\ A & A & A \end{pmatrix}. \quad (17.82)$$

Унитарный синглет

$$1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \quad (17.83)$$

будет иметь массу

$$M(1, 1) = 3A + \frac{1}{3} (4u + 2s). \quad (17.84)$$

Здесь  $A$  не дает вклада ни в массы октета, ни в смешивание синглета с октетом. При  $A \rightarrow \infty$  синглет становится бесконечно тяжелым, а для октета будет справедлива формула Гелл-Мана—Окубо (гл. 4, § 4).

При  $m_u \neq m_d$  синглет и октет перемешиваются:

$$\begin{aligned} \langle 1, 1 | M | 8, 1 \rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{3}} \langle u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s} | \hat{M} | u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s} \rangle \frac{1}{\sqrt{6}} = \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{3} (u - s), \end{aligned} \quad (17.85)$$

а поэтому физическим состоянием будет смесь синглета и октета. Массовая матрица в базисе ( $|8, 1\rangle$ ,  $|1, 1\rangle$ ) принимает вид

$$\hat{M}_{1-0} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} (4s + 2u) & \frac{2\sqrt{2}}{3} (u - s) \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} (u - s) & 3A + \frac{1}{3} (4u + 2s) \end{pmatrix}. \quad (17.86)$$

Поэтому для псевдоскаляров

$$M_{1-0} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} (4K - \pi) & \frac{2\sqrt{2}}{3} (\pi - K) \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} (\pi - K) & 3A + \frac{1}{3} (2K + \pi) \end{pmatrix}. \quad (17.87)$$

Собственные значения  $\lambda_{1,2}$  этой матрицы будут физическими массами  $\eta, \eta'$ . Аналогично для векторных мезонов  $\pi \rightarrow \rho, K \rightarrow K^*$  и величины  $\lambda_{1,2}$  будут массами  $\omega, \varphi$ .

Для собственных значений получаем

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 3A + 2K, \quad (17.86)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \det \hat{M} = 2K\pi - \pi^2 + A(4K - \pi). \quad (17.89)$$

Если  $A = 0$ , то  $\lambda_1 \lambda_2 = 2K$ , что хорошо выполняется для векторных состояний (гл. 4, § 4):

$$\varphi + \omega = 2K^*. \quad (17.90)$$

Это указывает на то, что в случае векторных нонетов аннигиляцией можно пренебречь. То же самое подтверждается малостью запрещенных по Цвейгу распадов  $\varphi(ss)$  (т. е.  $ss$  очень мало перемешивается с  $uu$  и  $dd$ ). Для псевдоскалярных мезонов предсказание  $\eta + \eta' = 2K$  не выполняется [формула (4.100)], а поэтому для них  $A \neq 0$ .

Так как мы имеем четыре состояния ( $\pi, K, \eta, \eta'$ ) и три свободных параметра, имеется одно независимое от остальных соотношение. Оно получается исключением  $A$  из (17.86) и (17.89) и имеет вид правила сумм [345]:

$$(\eta + \eta')(4K - \pi) - 3\eta\eta' = 8K^2 - 8K\pi + 3\pi^2. \quad (17.91)$$

Подстановка масс псевдоскаляров дает 1,22 ГэВ в левой части и 1,95 ГэВ — в правой части. Следовательно, при трех сортах кварков массы псевдоскалярных мезонов не могут быть хорошо описаны ни при каком значении  $SU(3)$ -синглетной амплитуды  $A$ .

В векторном случае аналогичное правило сумм, конечно, хорошо выполняется, так как мы уже видели, что в случае  $A = 0$  получается отличный результат (17.90).

Было высказано предположение [44], что  $A$  — величина, зависящая от массы. В асимптотически свободной калибровочной теории (которая естественным образом возникает в КХД)  $A$  стремится к нулю, как  $(\ln M)^{-N}$ , где  $M$  — масса, а  $N = 2$  при  $J = 0$  и  $N = 3$  при  $J = 1$ . Подгоняя собственные значения в (17.86) и (17.89) к величинам  $\eta$  (550) и  $\eta'$  (960), можно получить [44]

$$\begin{aligned} A(550) &= 630 \text{ МэВ}, \\ A(960) &= 83 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (17.92)$$

Следовательно, амплитуда  $A$  велика и уменьшается с увеличением энергии. В векторном случае аналогичные рассуждения дают

$$\begin{aligned} A(\omega) &= 7,2 \text{ МэВ}, \\ A(\varphi) &= 5,4 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (17.93)$$

Следовательно, для векторных мезонов амплитуда  $A$  мала, как и ожидалось [формула (17.93) и гл. 4, § 4]. Эти результаты согласуются с КХД-теорией цветных глюонов, так как  $\Gamma$ -аннигиляция происходит на три глюона и соответствующая амплитуда должна быть мала по сравнению с псевдоскалярным случаем. Кроме того, из асимптотической свободы в КХД следует уменьшение амплитуды  $A$  при увеличении массы  $0$  (и даже для  $\Gamma$ ?).

Так как мы теперь знаем, что существует четвертый сорт кварков, мы должны допустить возможность примеси  $c\bar{c}$  в мезонах  $\eta, \eta'$  за счет аннигиляции в глюоны. Поэтому рассмотрим общие следствия включения дополнительной  $SU(3)$ -синглетной компоненты  $|R\rangle$  в волновую функцию ( $R$  по определению не содержит  $u\bar{u}, d\bar{d}$  и  $s\bar{s}$ ). Тогда  $SU(3)$ -синглетным состоянием, которое смешивается с  $8, J = 0$ , будет

$$|\alpha\rangle = \cos\alpha |1\rangle + \sin\alpha |2\rangle \equiv \frac{\cos\alpha}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) + \sin\alpha |R\rangle. \quad (17.94)$$

В результате в предыдущие вычисления нужно внести следующие изменения.

1. Формула (17.84) для масс синглета принимает вид

$$4A + \frac{1}{3} \cos^2\alpha (4u + 2s) + (\sin^2\alpha) R. \quad (17.95)$$

2. Перемешивание синглета и октета теперь описывается членом  $(2, \frac{2}{3})(u - s) \cos\alpha$  [в отличие от формулы (17.86)].

Следовательно,

$$\hat{M}_{J=0} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}(4K - \pi) & \frac{2\sqrt{2}}{3}(\pi - K)\cos\alpha \\ \frac{1}{3}2\sqrt{2}(\pi - K)\cos\alpha & \eta + \eta' - \frac{1}{3}(4K - \pi) \end{pmatrix}. \quad (17.96)$$

В матричный элемент, соответствующий массе синглета, мы здесь подставили собственные значения  $\eta\eta'$ , пользуясь тем, что сумма собственных значений равна сумме диагональных элементов. Детерминант равен произведению  $\eta\eta'$ , а поэтому в результате получаем следующее правило сумм.

$$(\eta + \eta')(4K - \pi) - 3\eta\eta' = \frac{1}{3}(4K - \pi)^2 + \frac{8}{3}(\pi - K)^2 \cos^2\alpha. \quad (17.97)$$

В пределе при  $\alpha \rightarrow 0$  мы получаем предыдущие результаты, где  $R$  не вводилось. Действительно, правило сумм (17.97) превращается в старую формулу (17.91).



Подстановка наблюдаемых масс дает  $\cos^2 \alpha \approx 1/2$  (или  $1/3$ , если используются квадраты масс). Это интересный факт, так как если  $|R\rangle \equiv |c\bar{c}\rangle$ , то состояние

$$|1\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{12}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s} - 3c\bar{c}) \quad (17.98)$$

естественным образом приводит к этому значению величины  $\cos \alpha$ . Мы, конечно, предполагаем, что состояние (8, 1) не смешивается с ортогональным состоянием

$$|\alpha'\rangle = -\sin \alpha |1\rangle + \cos \alpha |R\rangle = \frac{(\cos \alpha - \sqrt{\frac{2}{3}})}{2} \frac{1}{2}(u\bar{u} + d\bar{d} + \bar{s}s + c\bar{c}). \quad (17.99)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что  $\eta, \eta'$  содержит существенную примесь  $c\bar{c}$ . Это должно привести к интересным следствиям для распадов  $\psi$  и  $\chi$ , так как  $\eta, \eta'$  могут получаться без нарушения правила Цвейга благодаря содержащимся в них  $c\bar{c}$  (например,  $\psi' \rightarrow \psi\eta(c\bar{c})$ ). Обзор по данному вопросу имеется в работе [34]. Могут возникнуть трудности в связи с распадами  $\chi$ -состояний, которые могут рождать  $\eta$  и  $\eta'$  без подавления. В связи с этим может стать проблематичной малая ширина  $\chi$ . Все эти трудности можно обойти, если решение проблемы массы  $\eta, \eta'$  видеть в наличии зависимости амплитуды  $A$  от массы (формула (17.92) [44]).

Для  $c\bar{c}$ -компоненты было замечено интересное соотношение [346]. Вероятность радиационных распадов  $\psi' \rightarrow \eta(\eta')\gamma$  должна быть пропорциональна числу  $c\bar{c}$ , содержащихся в этих псевдоскалярах. Независимо от фазового объема

$$\frac{\Gamma(\psi' \rightarrow \eta'\gamma)}{\Gamma(\psi' \rightarrow \eta\gamma)} = \cos^2 \theta = \frac{3\eta' - 4K + \pi}{4K - \pi - 3\eta}. \quad (17.100)$$

Экспериментально отношение вероятностей распадов  $\psi' \rightarrow \eta'\gamma$  и  $\psi' \rightarrow \eta\gamma$  равно приблизительно 3 [347], что сравнимо с правой частью данного равенства.

## КВАРКИ ВНУТРИ СФЕРЫ: МОДЕЛЬ МЕШКОВ МТИ

Как мы видели, имеются веские основания считать, что сильные взаимодействия могут описываться неабелевой калибровочной теорией (квантовая хромодинамика). Кварк-глюонная связь на малых расстояниях асимптотически стремится к нулю, чем, возможно, объясняется хорошее согласие партонной модели с экспериментом. На таких расстояниях межкварковые силы определяются в основном одноглюонным обменом, и возникающая картина сверхтонкого расщепления масс адронов этому не противоречит.

Вполне возможно, что в такой теории при увеличении расстояния между кварками межкварковые силы растут. В гл. 15, § 2, п. «А» мы увидели, как это может привести к удержанию (конфайнменту) кварков и к тому, что конечными массами обладают только синглетные по цвету состояния. В воображаемом мире с одномерным пространством и временем аналитические расчеты показали, что в КХД межкварковый потенциал линейно растет с ростом межкваркового расстояния  $r$ , обеспечивая тем самым желаемое удержание кварков [161].

Интуитивно этот результат легко принять. В трехмерном мире силовые «электрические» линии, начинающиеся на заряде, пронизывают на расстоянии  $r$  от источника поверхность сферы площадью  $4\pi r^2$ . Следовательно,  $E(r) \sim 1/r^2$  и поэтому  $V(r) \sim 1/r$  (знакомый кулоновский потенциал). В одномерном же мире силовые линии стянуты в одну линию, а поэтому  $E(r) = \text{const}$ . Это означает, что  $V(r) \sim r$ .

Следовательно, этот результат специфичен для данной выбранной нами размерности пространства. Доказательства же конфайнмента в реальном мире пока еще не имеется. Без такого доказательства и без знания поведения межкварковых сил на больших расстояниях мы все еще не в состоянии вычислять свойства адронов в КХД. До сих пор во всех расчетах приходилось исходить из предположения о явном виде запирающего потенциала ( $\lambda r, \omega r^2, \dots$ ).

Если ограничиваться массивными кварками, такими, как очарованный кварк, то нерелятивистские потенциальные модели такого рода как-то оправданы. В случае легких кварков ситуация менее ясная. Один из подходов к этому случаю состоит в том, чтобы взять систему легких кварков (или даже безмассовых кварков, какими они представляются нам в глубоконеупругих процессах) и потребовать, чтобы они были заключены в сферу радиусом  $R$ . В пределе при  $R \rightarrow \infty$  мы получим модель свободных кварков. При конечных же  $R$  можно проследить, к каким экспериментальным следствиям приводит удержание свободных кварков в пределах сферы. Эти следствия очень интересны во многих отношениях и весьма обнадеживают.

### § 1. СВОБОДНЫЕ КВАРКИ ВНУТРИ СФЕРЫ

Если бы спектроскопия адронов не изучалась и единственным указанием на кварки были глубоконеупругие рассеяния, то мы считали бы кварки свободными точечными частицами со спином  $1/2$ . Мы знали бы также, что вне протона кварки не появляются. Поэтому нужно было бы решать уравнение Дирака для свободных фермионов с массой  $m$

$$i\hat{\partial}\psi(x) = m\psi(x) \quad (18.1)$$

в области, ограниченной сферой радиусом  $R$  (разд. 11 книги [348]).

При  $j = 1/2$  имеются два различающихся по четности решения, отвечающих состояниям  $S_{1/2}$  и  $P_{1/2}$ . Они характеризуются квантовым числом Дирака  $k = \pm(j + 1/2) = \pm 1$  и имеют вид

$$\psi_{-1} = N \begin{pmatrix} V \left( \frac{\omega + m}{\omega} \right) i j_0 \left( \frac{rx}{R} \right) U_m \\ - V \left( \frac{\omega - m}{\omega} \right) j_1 \left( \frac{rx}{R} \right) \frac{\sigma \cdot \hat{r}}{r} U_m \end{pmatrix}, \quad (18.2)$$

$$\psi_{+1} = N' \begin{pmatrix} V \left( \frac{\omega + m}{\omega} \right) i j_1 \left( \frac{rx}{R} \right) \frac{\sigma \cdot \hat{r}}{r} U_m \\ V \left( \frac{\omega - m}{\omega} \right) j_0 \left( \frac{rx}{R} \right) U_m \end{pmatrix}. \quad (18.3)$$

Здесь  $N$  и  $N'$  — нормировочные коэффициенты,  $U_m$  — двухкомпонентный спинор, соответствующий проекции углового момента  $m$  на ось квантования  $z$ , и  $\omega$  — энергия:

$$\omega = \left( m^2 + \frac{x^2}{R^2} \right)^{1/2}, \quad (18.4)$$

где  $x$  — импульс кварка в единицах  $1/R$ .

В нерелятивистском пределе  $\omega \rightarrow m \rightarrow 0$  остается только верхний двухкомпонентный спинор. При преобразовании четности мы имеем в верхней компоненте

$$\psi_{\pm 1} \xrightarrow{r \rightarrow -r} \pm \psi_{\pm 1}, \quad (18.5)$$

так что (18.2) и (18.3) есть решения с положительной и отрицательной четностями ( $S$ - и  $P$ -состояния) с  $j = L + 1/2 = 1/2$ . Заметим, однако, что в релятивистском случае, когда хорошим квантовым числом является  $j$ , а не  $L$ , верхние и нижние компоненты решений имеют противоположную внутреннюю четность.

Логично предположить, что адроны в основном состоянии являются сферически-симметричными и что кварки, следовательно, заключены в сферу радиусом  $R$ . Из требования отсутствия тока через поверхность такой сферы следуют условия для возможных значений  $\omega$ , что приводит к квантованию энергетических уровней системы. Легко найти, какие значения может принимать величина  $\omega$ .

Если  $n_\mu$  — внешняя нормаль к сфере, то отсутствие тока через сферу означает, что при  $r = R$

$$n^\mu \hat{\psi} \gamma_\mu \psi = 0. \quad (18.6)$$

Это уравнение удовлетворяется, если

$$-i \gamma_\mu n^\mu \psi = \hat{\psi}, \quad (18.7)$$

так как отсюда

$$i \hat{\psi} \gamma \cdot n = \hat{\psi} \quad (18.8)$$

и поэтому

$$\hat{\psi} \psi = (i \hat{\psi} \gamma \cdot n) \psi \equiv \hat{\psi} (i \gamma \cdot n \psi) = -\hat{\psi} \psi. \quad (18.9)$$

Тогда ясно, что  $\hat{\psi} \psi = 0$  и, следовательно,  $n \cdot \hat{\psi} \psi = 0$ .

Подставим решения  $\psi_{\pm 1}$  (18.2) и (18.3) в граничные условия (18.7) и посмотрим, какие условия налагаются на  $\omega$ . В явном виде уравнение (18.7) для  $\psi_{-1}$  имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & -i \sigma \cdot \hat{r} \\ i \sigma \cdot \hat{r} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \left( \frac{\omega + m}{\omega} \right) i j_0(x) \\ - V \left( \frac{\omega - m}{\omega} \right) \frac{\sigma \cdot \hat{r}}{r} j_1(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \left( \frac{\omega + m}{\omega} \right) i j_0(x) \\ - V \left( \frac{\omega - m}{\omega} \right) \frac{\sigma \cdot \hat{r}}{r} j_1(x) \end{pmatrix}. \quad (18.10)$$

Отсюда получаем условие

$$j_1(x) = V \frac{\omega + m}{\omega - m} j_0(x). \quad (18.11)$$

Теперь, если  $j_1(z) = A j_0(z)$ , то  $\operatorname{tg} z \approx z'(1 - Az)$ , и поэтому в нашем случае

$$\operatorname{tg} x = x/[1 - mR - (mR^2 + x^2)^{1/2}], \quad (18.12)$$

где  $\omega = (m^2 + x^2/R^2)^{1/2}$  [формула (18.4)].

Для  $\Psi_{+1}$  получаем аналогичное условие

$$\operatorname{tg} x = x/[1 - mR + (m^2 R^2 + x^2)^{1/2}]. \quad (18.13)$$

При  $m \rightarrow \infty$  (нерелятивистский предел) имеем

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1 - 2mR} \rightarrow 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = x, \quad (18.14)$$

что приводит к решениям  $x = \pi$  или  $x = 0$ . Физической конфигурации соответствует решение  $\Psi_{-1}$  ( $S_{1/2}$ -состояние) и  $x = \pi$  отвечает известному решению уравнения Шредингера.

В ультрарелятивистском пределе ( $m \rightarrow 0$ ) получаем трансцендентное уравнение

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1 \pm x}. \quad (18.15)$$

Наимизшим уровням отвечают решения

$$\Psi_{-1} (x = 2,04); \quad \Psi_{+1} (x = 3,81). \quad (18.16)$$

Значения  $x$  при произвольных  $m$  в случае  $\Psi_{-1}$  представлены на рис. 1.

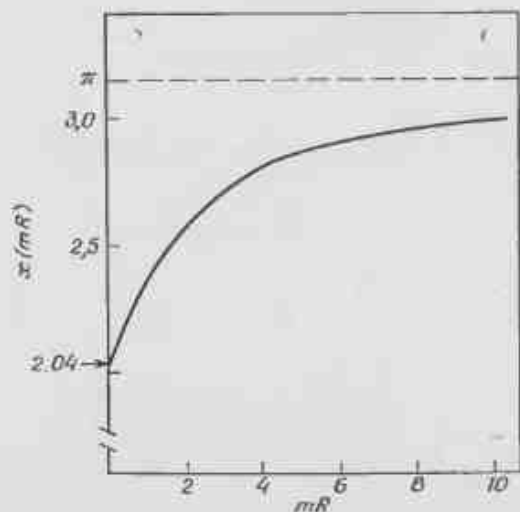


Рис. 1. Собственное значение  $x(mR)$  уравнений (18.10) и (18.12), которое дает импульс (в единицах  $1/R$ ) фермиона с массой  $m$ , замкнутого в сфере радиусом  $R$ .

Таким образом, замкнутый в сфере радиусом  $R$  одиночный кварк с массой  $m$  имеет энергию

$$\omega = (m^2 + x^2/R^2)^{1/2}.$$

В основном состоянии функция  $x(mR)$  дается кривой рис. 1. Поскольку при  $R \rightarrow \infty$  мы имеем  $\omega \rightarrow m$ , величину  $\omega$  можно рассматривать как эффективную массу кварка, замкнутого в сфере. Поэтому  $\omega$  играет ту же роль, что и величина  $\epsilon$  в нашей феноменологической формуле (15.32), равная  $\sim 340$  МэВ для  $u$ - и  $d$ -кварков и примерно 550 МэВ для странных кварков. Для системы, содержащей  $N$  кварков сорта  $i$  с массой  $m_i$ , полная энергия будет [ср. с формулой (15.31)]

$$E = \sum_i N_i (m_i^2 + x_i^2 R^2)^{1/2}.$$

#### А. Модель мешков МТИ и массы адронов

Рассмотренная выше модель неустойчива, так как при увеличении  $R$  до бесконечности энергия монотонно уменьшается. Поэтому в такой модели нет автоматического конфайнмента. Чтобы воспрепятствовать расширению и искусственно обеспечить неуплывание кварков, можно ввести «давление»  $B$ , которое стабилизировало бы систему. В этом отличительная особенность модели мешков МТИ [349–352].

В таком случае полная энергия имеет вид

$$E(R) = \sum_i N_i (m_i^2 + x_i^2 R^2)^{1/2} + B \frac{4\pi R^3}{3}, \quad (18.17)$$

и равновесие достигается, когда функция  $E(R)$  минимальна, т. е. при  $\partial E/\partial R = 0$ . Явление скейлинга в глубоконеупругом рассеянии указывает на то, что массы  $u$ - и  $d$ -кварков малы. Для упрощения формул рассмотрим предельный случай масс, равных нулю<sup>1)</sup>. Так как  $x(0) = 2,04$ , энергия  $N$ -кварковой системы принимает вид

$$E = \frac{N \times 2,04}{R} + \frac{4\pi k^3}{3} B, \quad (18.18)$$

и поэтому

$$\frac{\partial E}{\partial R} = 0 = 4\pi R^2 B - \frac{N \times 2,04}{R^2}. \quad (18.19)$$

Отсюда следует, что

$$R = \frac{(N \times 2,04)^{1/2}}{(4\pi B)^{1/4}}. \quad (18.20)$$

<sup>1)</sup> См. также работу [353], в которой предлагается совершенно по другим соображениям считать кварки почти безмассовыми.

Из соображений размерности ясно, что размер системы будет уменьшаться пропорционально обратному давлению в степени  $1/4$ . Это отражено количественно в формуле (18.20), дающей также зависимость  $R$  от числа безмассовых кварков. Подставив (18.20) в (18.18), получим зависимость массы (энергии) системы от давления:

$$M_N = \frac{4}{3} (4\pi B)^{3/4} (N \times 2,04)^{3/4}. \quad (18.21)$$

или от ее размера:

$$R = \frac{4}{3} \frac{2,04N}{E}. \quad (18.22)$$

Формула (18.21) означает, что при увеличении числа кварков в мешке масса увеличивается <sup>1)</sup> таким образом, что

$$\frac{M_{\text{мезон}}}{M_{\text{барион}}} = \frac{M_2}{M_3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/4} \approx \frac{3}{4}. \quad (18.23)$$

При  $N = 3$  и  $M = 1$  ГэВ по формуле (18.22) вычисляем:

$$R \approx 1,6 \text{ ферми}. \quad (18.24)$$

Таков размер, необходимый для получения массы протона в случае безмассовых кварков. Эта масса есть следствие кинетической энергии кварков и *удерживающего давления*. Каждый  $u$ - или  $d$ -кварк приобретает массу около 340 МэВ, даже если при  $R \rightarrow \infty$  их массы и равны нулю. Аналогично странный кварк, имеющий в свободном состоянии массу  $\sim 106$  МэВ, после заключения в сферу радиусом 1,5 ферми приобретает эффективную массу  $\epsilon(\omega) \approx 550$  МэВ.

### Б. Магнитные моменты

Мы видели, что в нерелятивистском случае кварк и протон обладают одинаковыми магнитными моментами (с точностью до множителя, равного их полному электрическому заряду). Чтобы для нерелятивистского кварка Дирака (для которого  $\mu_s = e/2m_q$ ) получить магнитный момент, равный 2,8 ядерных магнетона Бора, нужна масса  $m_q \approx 340$  МэВ. Но в случае *физического* протона, в котором кварки не по-настоящему свободны, а удерживаются в сфере радиусом  $R$ , это нереально. Магнитный момент кварка с волновой функцией, при  $r \leq R$  равной  $\Psi$ , в общем случае дается формулой

$$\mu = \frac{1}{2} \int_{|r| < R} d^3r \mathbf{r} \times \mathbf{j} = \frac{1}{2} \int_{|r| < R} d^3r \mathbf{r} \times (\bar{\Psi} \boldsymbol{\gamma} \Psi) e. \quad (18.25)$$

<sup>1)</sup> При фиксированном давлении  $M_N \sim N^{3/4}$ , тогда как при фиксированном радиусе  $M_N \sim N$ . Последнее соответствует обсуждению в главе 17.

Результат  $\mu = e/2m_q$  получается только тогда, когда  $m_q \gg 1/R$  ( $1/R$  есть характерный импульс частицы в области размером  $R$ ). Данное условие выполняется либо в пределе при  $R \rightarrow \infty$ , соответствующем свободным кваркам, либо при очень больших массах кварков  $m_q$ . В этом случае кварку приходится приписать большой аномальный момент и теряется связь с глубоконеупругими процессами. Таким образом, подход, аналогичный рассмотренному в гл. 17, противоречив.

Для кварков с массой  $m$ , удерживаемых в сфере радиусом  $R$ , величину  $\mu$  можно вычислить аналитически по формуле (18.25). Подстановка волновой функции (18.2) в (18.25) дает [354]:

$$\mu = \frac{e}{2m_q} f(m_q R), \quad (18.26)$$

где

$$f(mR) \equiv \frac{1}{3} mR \frac{4\omega R + 2mR - 3}{2(\omega R)^2 - 2\omega R + mR} \quad (18.27)$$

[вспомним, что  $\omega = (m^2 + x^2/R^2)^{1/2}$ , где  $x/R$  — импульс кварка]. Нетрудно убедиться, что при  $mR \rightarrow \infty$  величина  $f \rightarrow 1$  и мы получаем нерелятивистский результат. В противоположном пределе  $mR \rightarrow 0$  имеем  $\omega R \equiv \epsilon(0) = 2,04$  и поэтому

$$f \rightarrow \frac{1}{3} mR \times 1,22. \quad (18.28)$$

Следовательно, магнитный момент кварка, запертого внутри сферы, равен

$$\mu \approx e \times (0,2) R. \quad (18.29)$$

Заметим, что при  $R \rightarrow \infty$  величина  $\mu$  бесконечно возрастает пропорционально  $1/m$ , как и в случае свободной частицы. Важно, что *запертая* безмассовая дираковская частица имеет *конечный* магнитный момент (главным образом благодаря тому, что ее энергия  $\omega$  не равна нулю). Зависимость магнитного момента от  $mR$  показана на рис. 2.

Чтобы оценить значение этого результата, вспомним феноменологический КХД-подход (гл. 17), который дает  $\mu = e/2e$ , где  $e \approx 340$  МэВ (наше  $\omega$ ).

Запирание безмассового кварка внутри сферы дает нам

$$\mu = \frac{e}{2\omega} \frac{1}{6} \left\{ \frac{4\omega R - 3}{\omega R - 1} \right\} \approx \frac{5}{6} \frac{e}{2\omega} = \frac{5}{6} \mu_{\text{КХД}} \quad (18.30)$$

В случае кварка с большой массой мы имеем  $m \rightarrow \omega$  и потому  $\mu_{\text{мешка}} = \mu_{\text{КХД}}$ . Следовательно, феноменологический рецепт  $\mu \sim e/2\omega$  согласуется со сферическим конфайнментом с точностью, лучшей чем 20%. Так как квантовые поправки могут, по видимому, изменить следствия модели мешков на величину этого по-

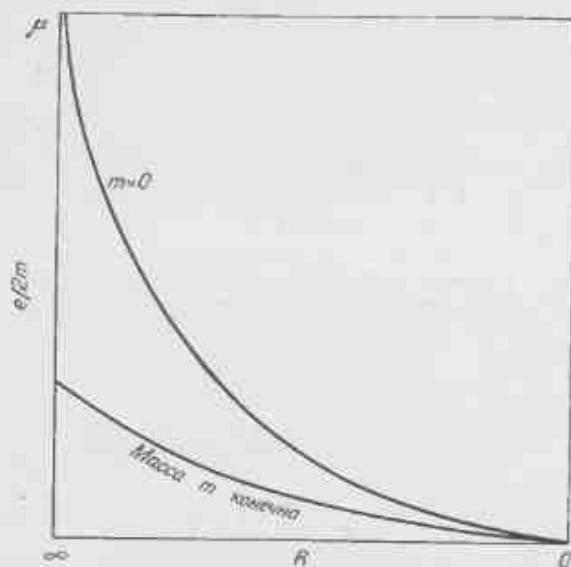


Рис. 2. Магнитный момент дираковской частицы с массой  $m$ , замкнутой в сфере радиусом  $R$ .

рядка, при сравнении спектров можно пользоваться более простыми феноменологическими правилами гл. 17. Это мы увидим еще раз в гл. 19 на примере спектров  $q^2\bar{q}^2$ -состояний, для которых следствия феноменологического подхода хорошо согласуются с результатами аналитических расчетов в модели мешков [355—357].

Приравняв магнитный момент кварка модели мешков [формула (18.29)] магнитному моменту протона, получаем для безмассовых кварков

$$0.2R \approx \frac{1}{660 \text{ МэВ}}, \quad (18.31)$$

откуда  $R \approx 1,5$  ферми. Это прекрасно согласуется с нашим предыдущим результатом (18.24), который мы получили, исходя из массы протона. Если же  $m_q > 0$ , то  $\mu_q$  уменьшится и мы получаем  $R > 1,5$  ферми. Следовательно, приемлемый размер системы согласуется с магнитным моментом протона только в том случае, если кварки — легкие частицы.

### В. Отношение $g_A/g_V$

Если отношение  $g_A/g_V$  дается операторным средним

$$\frac{\langle P^\dagger | \sum_i \tau_i^+ S_z^i | N^\dagger \rangle}{\langle P^\dagger | \sum_i \tau_i^+ | N^\dagger \rangle}, \quad (18.32)$$

где суммирование ведется по кваркам в  $N$  и  $P$ , то нуклонные  $SU(6)$ -волновые функции дают для него значение  $5/3$ . Экспериментальное же значение равно  $\sim 1,1$ , и в последние годы был предложен ряд объяснений такого расхождения. Вначале думали, что сильные взаимодействия перенормируют  $g_A$  для кварка так, что на кварковом уровне роль тока играет величина  $\gamma_\mu + R\gamma_\mu\gamma_5$ , где  $R \approx 0,7$ . В другом подходе структура  $\gamma_\mu + \gamma_\mu\gamma_5$  на кварковом уровне оставалась неизменной, но учитывались релятивистские поправки [80].

В качестве примера рассмотрим кварк, движущийся независимо от других кварков в скалярном сферически-симметричном потенциале. Волновая функция имеет вид

$$\psi(r) = \begin{pmatrix} f(r)U_m \\ ig(r)\sigma \cdot r U_m \end{pmatrix} \quad (18.33)$$

где  $U_m$  — двухкомпонентный кварковый спинор, а  $f$  и  $g$  — функции переменной  $r$ , зависящие от конкретного вида потенциала. Две верхние компоненты четырехкомпонентного спинора отвечают значению  $L=0$ , а две нижние — значению  $L=1$ . Следовательно, среднее значение спина кварка

$$\langle q | \sigma_z | q \rangle \quad (18.34)$$

(которое в нерелятивистском случае равно единице для кварка со спином вверх) в релятивистском случае не равно единице, так как для нижней компоненты спин может быть направлен вниз. Таким образом, результат имеет вид

$$g_A/g_V = \frac{5}{3} \langle \sigma_z \rangle, \quad (18.35)$$

где  $\langle \sigma_z \rangle$  — среднее значение  $z$ -компоненты спина релятивистского кварка. Поскольку общий угловой момент каждого кварка удовлетворяет условию

$$j_z = \frac{1}{2} \sigma_z + l_z, \quad (18.36)$$

для кварка с  $j_z = 1/2$  имеем

$$\langle \sigma_z \rangle = 1 - 2\delta, \quad (18.37)$$

где

$$\delta = \frac{\int \psi^\dagger l_z \psi dr}{\int \psi^\dagger \psi dr} \Big|_{l_z=1/2} = \frac{\frac{2}{3} \int |g(r)|^2 r^2 dr}{\int (|f(r)|^2 + r^2 |g(r)|^2) r^2 dr}, \quad (18.38)$$

причем на последнем шаге мы предположили, что все кварки находятся в  $S$ -состояниях.

Боголюбов рассматривал кварки в прямоугольной яме с бесконечно высокими стенками и получил  $g_A/g_V = 1,1$ . Модель мешков МТИ есть современный вариант модели Боголюбова.

Волновая функция свободных массивных кварков, замкнутых в полости и находящихся в основном состоянии, дается формулой (18.2). Сравнение с волновой функцией для общего сферически-симметричного случая дает

$$f(r) = N \sqrt{\frac{\omega + m}{\omega}} j_0\left(\frac{rx}{R}\right), \quad (18.39)$$

$$g(r) = N \sqrt{\frac{\omega - m}{\omega}} j_1\left(\frac{rx}{R}\right) r^{-1}, \quad (18.40)$$

где  $N$  — нормировочный коэффициент, находящийся из условия

$$\pi \int_0^R dr r^2 (|f(r)|^2 + r^2 |g(r)|^2) = 1. \quad (18.41)$$

Для безмассовых кварков это дает

$$\delta = \frac{\frac{2}{3} \int_0^R |j_1(rx/R)|^2 dr r^2}{\int_0^R dr r^2 (|j_0(rx/R)|^2 + |j_1(rx/R)|^2)} = \frac{2x-3}{6(x-1)}, \quad (18.42)$$

где для основного состояния  $x = 2,04$ . Следовательно,

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \left(1 - \frac{2x-3}{3(x-1)}\right) \approx 1,1, \quad (18.43)$$

что прекрасно согласуется с экспериментальными данными.

Отклонение на 30% от результата  $g_A/g_V = 5/3$  полностью обусловлено значительной величиной нижних компонент  $\psi_0$  у замкнутых в полости безмассовых кварков. Отношение  $g_A/g_V$  как функция массы изменяется от 1,1 (при  $m = 0$ ) до  $5/3$  (при  $m = \infty$ ). В виде упражнения, пользуясь полной волновой функцией в формулах (18.39), (18.40) и (18.33), вычислите отношение  $g_A/g_V$  как функцию массы  $m$ , а затем подберите значение величины  $m$ , наилучшим образом соответствующее экспериментальным данным ( $g_A/g_V = 1,25$ ). Это было сделано Головичем, который получил  $mR \approx 1$  [358].

Что меняется в нашей феноменологии при  $mR \approx 1$ ? В этом случае  $x = 2,4$  и, следовательно,  $\omega R = (x^2 + m^2 R^2)^{1/2} = 2,6$ . Если  $\omega_{u,d} \approx 330$  МэВ (что необходимо для получения приемлемых значений массы и магнитного момента протона), то  $1/R \approx 130$  МэВ = 1,5 ферми. Следовательно, радиус протона вполне совместим с массой кварков  $m_{u,d} \approx 100$  МэВ<sup>4)</sup>. Масса же странного кварка должна составлять  $\sim 300$  МэВ (т. е. на 150–200 МэВ

<sup>4)</sup> Это значение было также найдено в работе [356], где использовался совсем другой подход. Однако см. также [354].

больше массы  $u$ ,  $d$ -кварков) и поэтому  $m_s R \approx 2,5$ ,  $x \approx 2,7$ . Это дает в качестве эмпирического значения эффективной массы странного кварка величину  $\omega_s \approx \sqrt{2m_s^2} \approx 450$  МэВ.

## § 2. ГЛЮОНЫ В МЕШКЕ И СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ

В модели КХД мы показали, как обмен цветными глюонами приводит к расщеплению масс между нуклоном и  $\Delta$ -изобарой и между мезонами  $0^+$  и  $1^-$ . В модели мешков получаются качественно сходные результаты. Основная разница же состоит в том, что шкала расщепления [величина  $\Delta E_M$  в формуле (17.4)] ранее была априори произвольной, а здесь она будет связана с кварк-глюонной константой связи  $\alpha_s$ , которую в модели мешков можно вычислить по другим экспериментальным данным. Кроме того, подход теперь будет релятивистским.

Окончательные выражения для зависимости спин-спинового расщепления масс от сорта кварков алгебраически довольно сложны из-за интегрирования по сферической полости. Однако они такие же (с точностью до 20%), как и в наивной трактовке гл. 17, а потому в этих двух подходах окончательные картины расщеплений почти идентичны. Это будет видно позже, а сейчас мы остановимся на вычислениях в случае кварков в полости.

Мы ограничимся наименьшим порядком по  $\alpha_s$ , так что взаимодействие между глюонами не будет давать вклада, ибо оно описывается диаграммами более высокого порядка. Это означает, что глюоны ведут себя так, как если бы это были восемь независимых абелевых полей, и потому задача аналогична обычной задаче об электромагнитном поле в полном резонаторе.

В процессе обмена глюонами кварки остаются на наименьшем уровне, и поэтому токовая вершина не зависит от времени. Следовательно, мы имеем дело с обычной электро- и магнито- статикой.

Энергия цветового магнитного взаимодействия пары кварков имеет вид

$$\Delta E_M = -4\pi\alpha_s \sum_{a=1,8} \sum_{i,j} \int_{\text{мешок}} d^3r \mathbf{B}_i^a(r) \cdot \mathbf{B}_j^a(r), \quad (18.44)$$

где  $B_i^a$  — цветное магнитное поле, создаваемое  $i$ -м кварком системы, а цветовой индекс  $a$  пробегает от 1 до 8. Цветное магнитное поле в мешке удовлетворяет граничным условиям

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B}_i^a &= \mathbf{j}_i^a \\ \nabla \cdot \mathbf{B}_i^a &= 0 \end{aligned} \right\} r < R, \quad (18.45)$$

где  $j_i^a$  — цветовой ток  $i$ -го кварка. Он равен

$$j_i^a = q_i^+ \mathbf{a} \cdot \nabla \psi_i^a = -\frac{3}{4\pi} \hat{\mathbf{r}} \times \sigma_i \lambda_i^a \mu_i^a(r) r^3. \quad (18.46)$$

где  $\mu_i^a(r)$  — скалярная плотность намагниченности  $i$ -го кварка в наименьшей моде резонатора. После интегрирования по объему мешка отсюда получаем магнитный момент  $\mu(m_i, R)$  кварка:

$$\int_0^R \mu_i^a(r) dr = \mu(m_i, R) = \frac{1}{2\omega_i} \cdot \frac{1}{3} \left\{ \frac{4\omega_i R + 2m_i R - 3}{2(\omega_i R - 1) + m_i/\omega_i} \right\} \approx \left( \frac{5}{6} - 1 \right) \frac{1}{2\omega_i}. \quad (18.47)$$

Чтобы найти  $B_i^a(r)$ , можно проинтегрировать уравнения (18.45) и (18.46). В электродинамике это стандартные уравнения. Но мы должны потребовать, чтобы цветные глюоны не пересекали границы мешка, а это требует введения граничного условия

$$\hat{\mathbf{r}} \times \sum_i \mathbf{B}_i^a = 0 \quad \text{при } r = R. \quad (18.48)$$

Получающееся поле  $B_i^a(r)$ , которое удовлетворяет также и этому условию, имеет вид

$$B_i^a(r) = \frac{\lambda_i^a}{4\pi} \left( \frac{\mu(m_i, r)}{r^3} \right) [3\hat{\mathbf{r}}(\sigma_i \cdot \hat{\mathbf{r}}) - \sigma_i] + \frac{\lambda_i \sigma_i}{4\pi} \left( \frac{\mu(m_i, R)}{R^3} + 2 \int_r^R \frac{dr'}{r'^3} \mu_i^a(r') \right), \quad (18.49)$$

где  $\mu(m_i, r)$  — интеграл от  $\mu_i^a(r')$  в пределах до радиуса  $r$ , а

$$M_i(r) = \int_r^R \frac{dr'}{r'^3} \mu_i^a(r'). \quad (18.50)$$

Результат (18.49) знаком из электродинамики, если не считать, пожалуй, членов во вторых круглых скобках, которые обязаны своим происхождением граничному условию (18.48).

Вычислив создаваемое  $i$ -м кварком в точке  $r$  цветное магнитное поле, для энергии взаимодействия с  $j$ -м кварком получаем

$$\frac{4\pi}{3} \Delta E_{ij}^a(r) = \frac{3\lambda_i^a \lambda_j^a}{4\pi} \frac{M_j(r) \mu(m_i, r)}{r^3} [3\sigma_j \cdot \hat{\mathbf{r}} \sigma_i \cdot \hat{\mathbf{r}} - \sigma_i \sigma_j] + \frac{3\lambda_i^a \lambda_j^a}{4\pi} \sigma_i \cdot \sigma_j M_j(r') \left\{ \frac{\mu(m_i, R)}{R^3} + 2 \int_r^R \frac{dr'}{r'^3} \mu_i^a(r') \right\}. \quad (18.51)$$

Структура этой формулы уже знакома по двухчастичному взаимодействию Ферми—Брейта [формула (17.35)]. Для  $S$ -состояний первая строчка не дает вклада. Интегрируя по объему мешка, получаем окончательно энергию магнитного взаимодействия:

$$\Delta E_M = -3\alpha_c \sum_a \sum_{i>j} (\lambda_i^a \sigma_i) \cdot (\lambda_j^a \sigma_j) \left\{ \frac{\mu(m_i, R) \mu(m_j, R)}{R^3} + 2 \int_r^R \frac{dr}{r^3} \mu(m_i, r) \mu(m_j, r) \right\}. \quad (18.52)$$

Если бы второго члена в скобках не было, то бынду того, что  $\mu(m_i, R) \approx 1/2\omega_i$ , форма функции  $\Delta E_M$  в выражении (18.52) была бы идентична результату, полученному в рамках КХД [формула (17.35)]. Второй член, однако, вносит мультипликативную поправку, зависящую от  $(\omega_i \omega_j)^{-1}$ .

Для барнионов  $\sum_a \lambda \cdot \lambda = -3/2$ , а для мезонов  $\sum_a \lambda \cdot \lambda = -3/2$ ; поэтому

$$\Delta E_M = N 8\alpha_c \sum_{i>j} \sigma_i \cdot \sigma_j \frac{\mu(m_i, R) \mu(m_j, R)}{R^3} I(m_i R, m_j R). \quad (18.53)$$

где через  $I$  обозначена фигурная скобка в формуле (18.52), причем для мезонов  $N = 1$ , а для барнионов  $N = 2$ .

Чтобы оценить порядок стоящих здесь величин, возьмем безмассовые кварки, для которых  $\mu \approx 0,2R$ . Тогда  $I(0, 0) \approx 1,5$  и поэтому расщепление  $\Delta - N$  будет  $\approx 3$  (напомним, что величина  $(\sigma \cdot \sigma)$  равна  $+3$  для  $\Delta$  и  $-3$  для нуклонов) таким:

$$\Delta E_M = 48\alpha_c \frac{0,04}{R} \times 1,5, \quad (18.54)$$

Следовательно, если  $R \approx 1$  ферми  $\approx (200 \text{ МэВ})^{-1}$ , то

$$\Delta E_M \sim 580\alpha_c \text{ МэВ} \quad (18.55)$$

Наблюдаемое расщепление нуклонов в  $\Delta$ -изобары требует значения  $\alpha_c \approx 0,5$ .

В случае состояния, образованного из кварков произвольных сортов и масс, перепишем (18.53) в виде

$$\Delta E_N = \sum_{i>j} (\sigma_i \cdot \sigma_j) M_{ij} N, \quad (18.56)$$

где

$$M_{ij} = \frac{8\alpha_c}{R} \left[ \frac{\mu(m_i, R)}{R} \frac{\mu(m_j, R)}{R} \right] I(m_i R, m_j R) \quad (18.57)$$

<sup>1)</sup> Заметим, что  $\lambda \equiv 2F$ ; ср. с формулами (15.38) и (15.39).

<sup>2)</sup> То, что  $I(0, 0) \approx 1,5$ , можно показать, сравнив выражение (18.57)

с рис. 3.

<sup>3)</sup> Обычно  $\alpha_{\text{КХД}} = 4\alpha_c$ , так как  $\lambda_{\text{КХД}} = 2\lambda$  из (18.46).

и  $\mu(m_i, R)/R \approx (2\omega_i R)^{-1}$  (точное выражение дается формулой (18.47)). Функция  $RM_{ij}/8\alpha_c$  представлена графически на рис. 3.

Чтобы показать, как пользоваться графиком рис. 3, и сравнить результаты с результатами КХД, мы вычислим отношение расщеплений мезе  $(\Sigma^* - \Sigma)/(\Delta - N)$ . Оно по существу характеризует отношение связи странных кварков с нестранными и не-

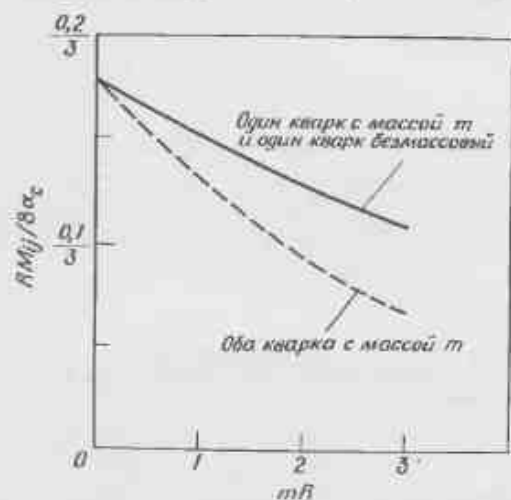


Рис. 3. Магнитное взаимодействие  $RM_{ij}/8\alpha_c$  между замкнутыми в полости кварками с массами  $m_i$  и  $m_j$ . Верхняя кривая соответствует случаю, когда один кварк безмассовый, а масса другого равна  $m$ . Нижняя кривая соответствует двум кваркам с одинаковой массой  $m$ . Кривые, соответствующие массовым кваркам с разными массами, можно найти путем интерполяции.

странных с нестранными. В КХД  $\omega_s \approx 500$  МэВ и  $\omega_{u,d} \approx 330$  МэВ; следовательно,

$$\left(\frac{\Sigma^* - \Sigma}{\Delta - N}\right)_{\text{КХД}} = \frac{\omega_{u,d}}{\omega_s} \approx \frac{2}{3}. \quad (18.58)$$

Если в мешке мы примем  $m_{u,d} \approx 0$ , то при  $m_s \approx 300$  МэВ и  $m_s R \approx 2,5$  получим

$$\frac{M_{us}R}{8\alpha_c} \approx \frac{0,18}{3}, \quad (18.59)$$

так что взаимодействие с безмассовыми  $u$ - и  $d$ -кварками при  $m_s R = 2,5$  дает

$$\frac{M_{us}R}{8\alpha_c} \approx \frac{0,12}{3} \quad (18.60)$$

и мы снова получаем отношение 2 : 3.

Если же взять  $m_{u,d} \approx 100$  МэВ, так что  $mR \approx 1$ , то величина  $M_{us}R/8\alpha_c$  становится равной  $\sim 0,13/3$  (нижняя кривая на рис. 3).

Взаимодействие  $u$ - и  $d$ -кварков, которое должно быть найдено путем интерполяции этих кривых, оказывается почти таким же, как если бы предполагалось, что  $u$ - и  $d$ -кварки имеют одинаковую массу и  $mR \approx 2,5$ . Отношение 2 : 3 возникает и на этом качественном уровне.

Таким образом, в этой явной модели для магнитного взаимодействия получаются такие же феноменологические результаты, как и в КХД, использующей для магнитных моментов феноменологическую массу  $e$ . Дело в том, что от сорта кварка в формуле (18.53) зависит главным образом член  $\mu(m_i, R)\mu(m_j, R)$ , который, как в КХД, приблизительно равен  $1/\omega_i\omega_j$ , а величина  $I(m_i, R, m_j, R)$  слабо зависит от сорта кварка. Следовательно, и феноменологические следствия должны быть близкими.

В литературе рассматриваются и более тонкие детали зависимости энергии от радиуса, объемной энергии и т. д. [352, 360, 351].

### § 3. КОНФАЙНМЕНТ

Кварки в мешке несут как электрический, так и цветовой заряд. Из калибровочной инвариантности с необходимостью следует, что в системе присутствуют также электромагнитные и цветовые калибровочные поля (фотоны и глюоны). Рассмотрим сначала обычный случай электромагнетизма.

По теореме Гаусса

$$4\pi Q = \int \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S},$$

где  $Q$  — полный электрический заряд системы. Следовательно, если общий заряд системы кварков не равен нулю, то силовые линии электрического поля обязательно пересекают сферу. Таким образом, если бы фотонное поле также удерживалось в пределах сферы, то общий заряд системы обязательно был бы равен нулю.

Рассмотрим аналогичный случай хромодинамики. Если требование, чтобы кварковый ток не проходил через границу, дополнить условием конфайнмента цветных глюонов, то по теореме Гаусса получим, что цветовой заряд системы равен нулю. Следовательно, введение давления  $B$ , которое компенсировало бы цветовой поток, автоматически требует, чтобы система была нейтральной по цвету. Если цветовая симметрия является точной, то система должна быть синглетной по цвету.

Заметим, что конфайнмент кварков во многом как результат конфайнмента цвета. Искусственное наложение граничного условия, требующего удержания в пределах границы цветных глюонов, по теореме Гаусса приводит к удержанию в пределах границы цветных кварков. Динамическое же происхождение такого граничного условия мы не рассматриваем.



## § 4. ГЛЮОНИЙ

В силу граничного условия, что цветовой поток через поверхность мешка отсутствует, конечными массами обладают только синглетные по цвету состояния. Кроме  $q\bar{q}$ - и  $qqq$ -состояний, можно ожидать существования синглетных по цвету состояний, образованных только из глюонов [357]. Такие состояния часто называют «глюонием».

Разрешенные моды безмассового некторного поля, удерживаемого внутри полого резонатора, рассматриваются во многих

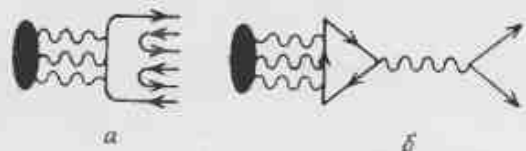


Рис. 4. Распад глюония. а — на адроны; б — на  $e^+e^-$ .

книгах по электродинамике. При любом значении полного углового момента  $J \geq 1$  существуют либо поперечная электрическая мода  $(TE)$  с четностью  $(-1)^{J+1}$ , либо поперечная магнитная мода  $(TM)$  с четностью  $(-1)^J$ .

Из граничного условия  $n_\nu F_{\mu\nu} = 0$  ( $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ) следует уравнение связи для моды  $TE$

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{1-x^2}$$

( $x$  есть импульс в единицах  $1/R$ ). Наименьшее значение  $x$ , удовлетворяющее этому уравнению, равно примерно 2,74 [в отличие от 2,04 для случая спина  $1/2$  в формуле (18.16)]. Так как, согласно формуле (18.22),  $M \sim (nx)$ , если пренебречь взаимодействием глюонов, для массы  $n$ -глюонного состояния мы получим

$$\frac{M(n \text{ глюонов})}{M(n \text{ кварков})} = \frac{2,74}{2,04} \approx \frac{4}{3}$$

при условии, что все глюоны находятся на наимизшем уровне и при том же радиусе, что и у  $n$ -кваркового мешка. Следовательно, синглетное по цвету состояние  $(TE)^2$  будет в  $4/3$  раза более массивным, чем основное состояние  $q\bar{q}$ . Таким образом,

$$M(TE)^2 \approx 96c \text{ МэВ.}$$

На самом низком уровне два глюона с  $J^P = 1^+$  будут образовывать состояния с  $J^{PC} = 0^{++}$  или  $J^{PC} = 2^{++}$ .

Для мод  $TM$  минимальное  $x = 4,49$ . Поэтому двухглюонное состояние с тем же радиусом, что и у  $(TE)^2$ , имеет массу

$$(TM)^2 = \frac{4,49}{2,74} (TE)^2 \approx 1600 \text{ МэВ.}$$

Возможные значения  $J^{PC}$  те же:  $0^{++}$  и  $2^{++}$ . Может также существовать двухглюонное состояние  $(TE)(TM)$  с  $J^{PC} = 0^{+-}, 1^{+-}, 2^{+-}$  и с массой 1290 МэВ (без учета спин-спинового расщепления из-за обмена глюонами).

Двухглюонное синглетное по цвету состояние обладает зарядовой четностью  $C = +1$ . Трехглюонный синглет имеет  $C = +1$  при  $D$ -связи и  $C = -1$  при  $F$ -связи. Состоянием с наимизшей массой является состояние  $(TE)^3$  с  $J^{PC} = 0^{+-}, 1^{+-}, 2^{+-}, 3^{+-}$ . Его масса такова

$$(TE)^3 = \frac{2,74}{2,04} \times 1100 \text{ МэВ} = 1400 \text{ МэВ}$$

(здесь мы сравниваем со средней массой  $qqq$ ,  $N$  и  $\Delta$ , учитывая, что величина  $x$  равна 2,74, а не 2,04, как в случае спина  $1/2$ ).

Если верны представления КХД, то кроме  $q\bar{q}$ - и  $qqq$ -состояний, должны существовать синглетные по цвету состояния чистого глюония. Они могут иметь вид просто континуума без всяких пиков. Однако в модели мешков у глюонов в полом резонаторе имеются собственные состояния, которые образуют сложный спектр в области от 1 до 2 ГэВ. Для некоторых из этих состояний  $J^{PC} = 1^{+-}$ , и они могут быть наблюдаемыми при  $e^+e^-$ -аннигиляции. Так как глюоний электрически нейтрален, его взаимодействие с  $e^+e^-$  должно определяться  $q\bar{q}$ -петлей (рис. 4, б). Распад на адроны, целиком состоящие из  $q\bar{q}$ -комбинаций, изображается диаграммой рис. 4, а. Таким образом, справедлива оценка

$$\frac{\Gamma(\text{глюоний} \rightarrow e^+e^-)}{\Gamma(\text{глюоний} \rightarrow \text{«всё, что угодно»})} \sim O(\alpha^2),$$

которая указывает на то, что частица  $J/\psi$  (3,1 ГэВ) не есть глюоний.

Феноменология глюония находится в зачаточном состоянии, но широко обсуждается в текущей литературе. Смешивание глюония с другими состояниями, в частности с состояниями из массивных кварков ( $\psi, \psi'$ ), было рассмотрено в работе [361].

## МНОГОКВАРКОВЫЕ АДРОНЫ

§ 1. СОСТОЯНИЯ  $q\bar{q}$   
И  $qqq$  В КХД

В гл. 15, § 2 мы видели, что система  $n$  пар цветных кварков и антикварков, взаимодействующих путем обмена октетом векторных глюонов, обладает полной энергией, или массой,  $M(n) = nM_q + V(\lambda_{\text{полн}}^2 - \frac{4}{3}n)$ . Здесь  $\lambda_{\text{полн}}^2$  есть собственное значение оператора Казимира цветовой группы  $SU(3)$  для  $n$ -кварковой системы. Если

$$V = \frac{3}{4}(m_q - \epsilon),$$

то

$$M(n) = \frac{3}{4}m_q\lambda_{\text{полн}}^2 + \frac{3}{4}\epsilon\left(\frac{4}{3}n - \lambda_{\text{полн}}^2\right). \quad (19.1)$$

Значения  $\lambda_{\text{полн}}^2$  для различных представлений группы  $SU(3)$  даны в гл. 2, табл. 2. Поскольку  $\lambda_{\text{полн}}^2 = 0$  только для цветовых синглетов, в пределе при  $m_q \rightarrow \infty$  только они будут иметь конечную массу. Эта масса будет равна

$$M(n) = n\epsilon. \quad (19.2)$$

Экспериментально известно, что  $\epsilon \approx 350$  МэВ для  $u$ - и  $d$ -кварков,  $\epsilon \approx 500$  МэВ для  $s$ -кварка и  $\epsilon \approx 1500$  МэВ для  $c$ -кварка. Кроме того, на каждую единицу  $L$ -возбуждения нужно добавлять  $\sim 400$  МэВ. Следовательно типичные массы синглетных по цвету состояний таковы:

$$M(q\bar{q})_{L=0} \approx 700 \text{ МэВ } (\pi\rho); \quad 800 \text{ МэВ } (K\bar{K}^*); \\ 1000 \text{ МэВ } (\eta\eta'\phi) \text{ и т. д.} \quad (19.3)$$

В то же время

$$M(qqq)_{L=0} \approx 1100 \text{ МэВ } (N, \Delta), \quad (19.4) \\ M(qqq)_{L=1} \approx 1500 \text{ МэВ } (N^*) \text{ и т. д.}$$

Качественно здесь все правильно. Затем  $F \cdot F$   $s$ - $s$ -связь, возникающая при обмене глюонами, раздвигает энергетические уровни состояний с разными спинами, принадлежащими одному супермультиплету.

Напомним, что  $(F_1 \cdot F_2)_1 = -\frac{3}{2}$  и  $(F_1 \cdot F_2)_{\bar{3}} = -\frac{3}{2}$ . Первое относится к обмену глюонами между  $q\bar{q}$  в бесцветном мезоне, а последнее — к обмену глюонами между  $qq$  в бесцветном барионе (так как остающееся состояние  $q$  обязательно есть  $\bar{3}$ , состояния  $qq$  должны быть  $\bar{3}$ , чтобы состояния  $qqq$  образовывали синглет). Поскольку оба значения отрицательны, состояние  $0^+$  по массе ниже, чем  $1^-$ , а состояние  $1^+_{\frac{1}{2}}$  — ниже, чем  $1^+_{\frac{3}{2}}$ . В то же время соответствующие величины  $\lambda$ ,  $\bar{\lambda}$  и  $s$ ,  $\bar{s}$  приводят к следующим сдвигам относительно средней энергии мультиплета:

$$0^+ - \Delta; \quad \frac{1^+}{2} - \frac{1}{2}\Delta, \\ 1^- + \frac{1}{3}\Delta; \quad \frac{3^+}{2} + \frac{1}{2}\Delta. \quad (19.5)$$

Таким образом, экспериментальное значение массы  $\Delta$  равно  $\sim 300$  МэВ. Следовательно,

$$M(u\bar{u}, d\bar{d})_{0^+} \approx 400 \text{ МэВ}, \quad (19.6)$$

$$M(u\bar{u}, d\bar{d})_{1^-} \approx 800 \text{ МэВ},$$

$$M(uud)_{1^+_{\frac{1}{2}}} \approx 950 \text{ МэВ}, \quad (19.7)$$

$$M(uud)_{3^+_{\frac{3}{2}}} \approx 1250 \text{ МэВ},$$

что в первом приближении хорошо согласуется с реальным миром.

§ 2. СИНГЛЕТНЫЕ ПО ЦВЕТУ  
 $q^2\bar{q}^2$ -МЕЗОНЫ

Самой простой после  $q\bar{q}$  мезонной системой, которая может находиться в синглетном по цвету состоянии, является система  $qq\bar{q}\bar{q}$ , обозначаемая символом  $q^2\bar{q}^2$ . Из приведенных выше оценок следует, что спин-спиновое расщепление нужно учитывать, когда энергия  $S$ -состояния  $q^2\bar{q}^2$ -системы будет равна  $\sim 1400$  МэВ для  $u^2\bar{u}^2$  и  $\sim 2000$  МэВ для  $s^2\bar{s}^2$ . В  $S$ -состоянии  $q^2\bar{q}^2$  могут образовывать конфигурации с  $J^P = 0^+$ ,  $J^P = 1^+$  и  $J^P = 2^+$ . Эти значения  $J^P$  может также иметь  $q\bar{q}$ -система в  $P$ -состоянии. В этом случае, согласно приведенным выше правилам, спин-спиновое расщепление должно становиться существенным при массах  $\sim 1100$  МэВ.

При «включении» спин-спинового расщепления состояние с наименьшим  $J$  смещается по массе вниз. В работах [355, 356] показано, что энергия  $0^+$ -состояния  $q^2\bar{q}^2$  понижается сильнее, чем  $0^+$ -состояния  $q\bar{q}$ . Следовательно, массы  $0^+$ -состояний  $q\bar{q}$  и  $q^2\bar{q}^2$ -систем могут быть одного порядка. Высказывалось даже предположение, что  $0^+$ -состояния  $\epsilon$  (700),  $S^*$  (993),  $\delta$  (976) относятся к  $q^2\bar{q}^2$ -системе и находятся по массе ниже  $q\bar{q}$ -состояний [355, 356].

### А. Характеристики $q^2\bar{q}^2$ -распадов

Мы ввели представление о распадах, запрещенных правилом ОЦИ (распады, возможные только при участии нескольких глюонов, рис. 1, а) и разрешенных правилом ОЦИ (при которых рождается единственная пара  $q\bar{q}$  и требуется один глюон). В случае  $q^2\bar{q}^2$ -мезонов может существовать класс диаграмм, которые можно назвать «суперразрешенными» по ОЦИ. Если позволяет фазовый объем, то  $q^2\bar{q}^2$ -система может распадаться просто на  $q\bar{q} + q\bar{q}$  (рис. 1, а и б).

Представим себе предельный случай кварк-глюонной константы связи, равной нулю. Тогда разрешенные и запрещенные по ОЦИ диаграммы будут иметь нулевую амплитуду, а поэтому все  $q\bar{q}$ -состояния будут стабильны и будут иметь нулевую ширину. Однако суперразрешенные по ОЦИ диаграммы будут существовать и в этом пределе, а потому  $q^2\bar{q}^2$  состояния будут иметь конечную ширину.

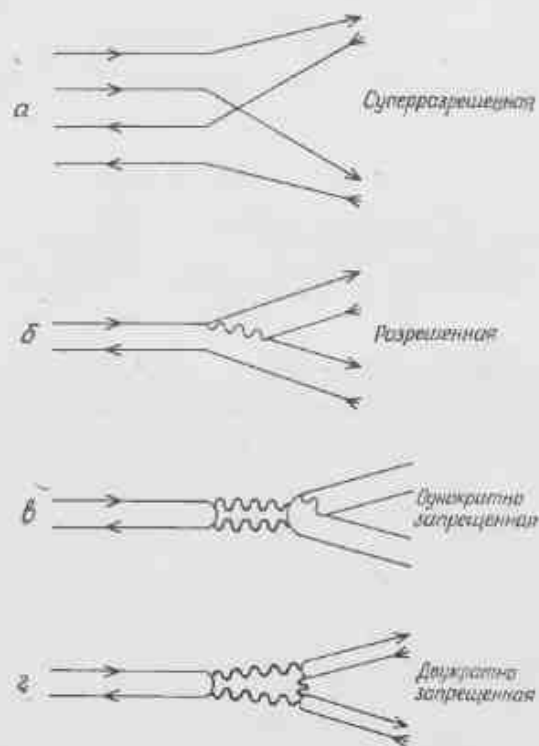


Рис. 1. Иерархия распадных диаграмм кварк-глюонной модели.

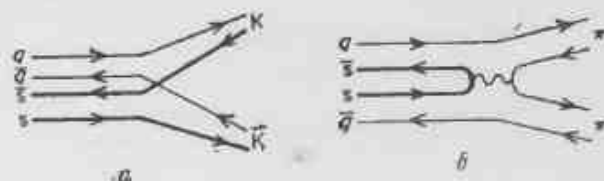


Рис. 2. Распады: а —  $S^* (s\bar{s}u\bar{u}) \rightarrow K\bar{K}$ ; б —  $S^* (s\bar{s}u\bar{u}) \rightarrow \pi\pi$ .

В реальном мире  $q\bar{q}$ -состояния имеют конечную ширину. Можно ожидать, что ОЦИ-распады сделают соответствующие состояния чрезвычайно широкими и их трудно будет наблюдать как резонансные состояния. Но если  $q^2\bar{q}^2$ -состояния имеют достаточно низкую массу, то суперразрешенные распады могут быть запрещены кинематически или подавлены, в связи с чем эти состояния могут иметь ширину, типичную для  $q\bar{q}$ -состояний. Примером тому, в частности, может служить  $\theta^+$ -нонет  $q^2\bar{q}^2$ .

В работах [355, 356] было показано, что из-за большого спин-спинового расщепления  $\theta^+$ -нонет  $q^2\bar{q}^2$ , по-видимому, расположен довольно низко по массе. Соответствующие массы, предсказываемые моделью мешков МТИ<sup>1)</sup>, приведены в таблице, где они сравниваются с экспериментальными массами. Распады  $\epsilon(700) = u\bar{u}d\bar{d}$  на  $\pi\pi$  ничем не запрещены. Поэтому очень большая ширина этого состояния является естественной. Вырождение состояний  $S^*(993)$  и  $\delta(976)$  естественно, так как они оба содержат  $s\bar{s}$ . Кроме того, избыток массы в 300 МэВ по сравнению с  $\epsilon$  естественно объясняется наличием дополнительной пары странных кварков. Частица  $S^*$  может распадаться на  $K\bar{K}$ , но для распада на  $\pi\pi$  требуется диаграмма рис. 2, б. Следовательно, распад идет главным образом на  $K\bar{K}$ , что и наблюдается на опыте. Однако порог рождения  $K\bar{K}$  столь близок, что ширина  $S^*$  в результате оказывается малой. Аналогичные замечания относятся и к резонансу  $\delta(976)$ , который имеет примерно такую же ширину.

		М, МэВ	$\Gamma$ , МэВ
$u\bar{u}d\bar{d}$ (650)	... $\epsilon$ (700)	$660 \pm 100$	$640 \pm 140$
$\frac{1}{\sqrt{2}} s\bar{s} (u\bar{u} + d\bar{d})$ (1100)	... $S^*$ (993)	$993,2 \pm 4,4$	$40,0 \pm 7,4$
$u\bar{d}s\bar{s}$ и др. (1100)	... $\delta$ (976)	$976,4 \pm 5,4$	$46,9 \pm 11,2$
$u\bar{s}d\bar{d}$ и др. (900)	... $\kappa$ (?)	$\sim 1300$ (широкий пик)	

<sup>1)</sup> Наша формула (19.2) соответствует случаю фиксированного радиуса мешка.

### Б. Какие сорта содержатся в этих мультиплетах?

Система  $qq$  может отвечать [представлению  $3_1^2 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$  группы сортов  $SU(3)$ . Состав и заряды этих мультиплетов таковы]

$uu:$	$\frac{4}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud + du):$	$\frac{1}{3}$
$dd:$	$-\frac{2}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(us + su):$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds + sd):$	$-\frac{2}{3}$
$s\bar{s}:$	$-\frac{4}{3}$

**6**

$\frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du):$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(us - su):$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{2}}(ds - sd):$	$-\frac{2}{3}$

**$\bar{3}$**

Обратим внимание на то, как зарядовая структура  $1/3, 2/3, -2/3$  антитриплета (как у  $\bar{q}$ ) соотносится с триплетом. Состояние  $6$  симметрично, а  $\bar{3}$  антисимметрично по отношению к перестановкам пар. Так же как состояния  $1$  и  $8$  с аналогичным изоспином и зарядом могут смешиваться и образовывать физические состояния (например,  $\omega$  и  $\phi$ ), состояние  $\bar{3}$  может смешиваться с аналогичными состояниями в представлении  $6$ . Для простоты мы будем считать, что они идеально перемешаны. Антитриплет  $qq$  и триплет  $\bar{q}\bar{q}$  в пространстве гиперзаряда и  $-I_3$  показаны на рис. 3, а и б. Получающийся в результате нонет  $q^2\bar{q}^2$  изображен на рис. 3, в.

Таким образом, состояния нонета содержат не более двух странных кварков или антикварков. В состоянии 18-плета странных кварков не более трех, и только в 36-плете есть компонента  $sss\bar{s}$ .

Принцип Паули ограничивает набор возможных значений  $J^P$  у различных комбинаций кварков. В следующем разделе мы увидим, что нонет  $J^P = 0^+$  возможен. Тримя нейтральными чле-

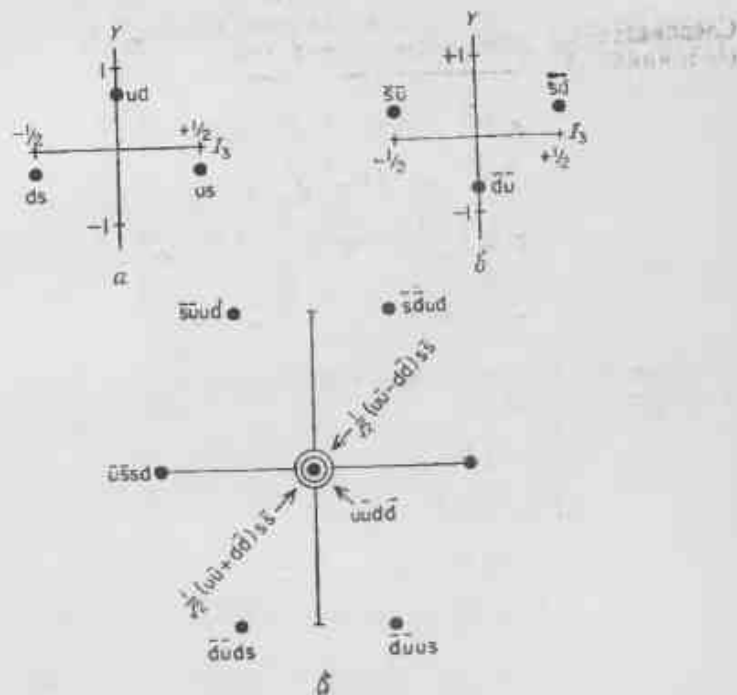


Рис. 3. Весовые диаграммы. а —  $qq$  в антитриплете; б —  $\bar{q}\bar{q}$  в триплете; в — нонет  $q^2\bar{q}^2$ .

нами являются состояния  $(u\bar{u}d\bar{d}) \equiv \epsilon$ ;  $(1/\sqrt{2})s\bar{s}(u\bar{u} + d\bar{d}) \equiv S^*$ ;  $(1/\sqrt{2})s\bar{s}(u\bar{u} - d\bar{d}) \equiv \delta$ ;  $u\bar{d}s\bar{d} = \kappa$ , феноменологию которых мы уже рассматривали.

### В. Какие состояния $q^2\bar{q}^2$ разрешены принципом Паули?

Для пары кварков имеем

$$\text{Спин} = 0 \text{ или } 1, \quad (19.9)$$

$$\text{Представление группы ароматов } SU(3) = \bar{3} \text{ или } 1, \quad (19.10)$$

$$\text{Цветовое представление } SU(3) = \bar{3} \text{ или } 6. \quad (19.11)$$

В каждом из этих случаев первый возможный вариант соответствует антисимметричной, а второй — симметричной конфигурации. Принцип Паули разрешает только антисимметричные комбинации по отношению ко всем перестановкам индексов кварков.

Следовательно, относительно группы «Спин  $\otimes SU(3) \otimes \widetilde{SU(3)}$ » состояния  $qq$  классифицируются так:

$$\begin{array}{l}
 \hline
 ASS \quad S=0, \bar{6}, \bar{\bar{6}} \quad S=0, \bar{6}, \bar{\bar{6}} \\
 SAS \quad S=1, \bar{3}, \bar{\bar{6}} \quad S=1, 3, \bar{\bar{6}} \\
 SSA \quad S=1, 6, \bar{3} \quad S=1, \bar{6}, \bar{3} \\
 \hline
 AAA \quad S=0, \bar{3}, \bar{\bar{3}} \quad S=0, 3, \bar{3} \\
 \hline
 \begin{array}{cc}
 qq & \bar{q}\bar{q}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (19.12)$$

Всевозможные синглетные по цвету произведения приводят к следующим состояниям

$$\begin{array}{l}
 (0^+, \bar{6}) \otimes (0^+, \bar{6}) \quad \bar{6} \times \bar{\bar{6}} \rightarrow 0^+, 36, \\
 (0^+, \bar{6}) \otimes (1^+, 3) \quad \bar{6} \times \bar{\bar{6}} \rightarrow 1^+, 18, \\
 (1^+, \bar{3}) \otimes (0^+, \bar{6}) \quad \bar{6} \times \bar{\bar{6}} \rightarrow 1^+, 18, \\
 (1^+, \bar{3}) \otimes (1^+, 3) \quad \bar{6} \times \bar{\bar{6}} \rightarrow 0^+, 1^+, 2^+, 9, \\
 -(1^+, 6) \otimes (1^+, \bar{6}) \quad \bar{3} \times \bar{3} \rightarrow 0^+, 1^+, 2^+, 36, \\
 -(1^+, 6) \otimes (0^+, 3) \quad \bar{3} \times \bar{3} \rightarrow 1^+, 18, \\
 -(0^+, \bar{3}) \otimes (1^+, \bar{6}) \quad \bar{3} \times \bar{3} \rightarrow 1^+, \bar{18}, \\
 -(0^+, \bar{3}) \otimes (0^+, 3) \quad \bar{3} \times \bar{3} \rightarrow 0^+, 9.
 \end{array}
 \quad (19.13)$$

В последнем столбце отдельно показаны  $S$ -волновые мультиплеты с определенными спином и четностью. Итак, полная сводка  $S$ -состояний такова:

$$\begin{array}{l}
 J^P = 2^+: \quad 9, 36, \\
 J^P = 1^+: \quad 9, 18, 18^*, \bar{18}, \bar{18}^*, 36, \\
 J^P = 0^+: \quad 9, 9^*, 36, 36^*.
 \end{array}
 \quad (19.14)$$

### § 3. СПИН-СПИНОВОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ $q^2\bar{q}^2$ -СОСТОЯНИЙ

Как и в предыдущих примерах (гл. 15, § 2 и гл. 17, § 2), требуется вычислить среднее значение энергии глюонного взаимодействия

$$\mathcal{H} = \Delta \sum_{i \neq j} \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j S_i \cdot S_j \equiv -\Delta \frac{1}{4} \sum_{i \neq j} \lambda_i \lambda_j S_i \cdot S_j \quad (19.15)$$

между парами  $q$  или  $\bar{q}$  в  $q_1 q_2 \bar{q}_3 \bar{q}_4$ -системе. Здесь  $\Delta$  — величина с размерностью массы, устанавливающая шкалу энергий. Мы проведем вычисления на примере 9 для  $2^+$ ,  $1^+$  и 36 для  $2^+$ ,  $1^+$ . Имеем

$$\begin{aligned}
 9 &\equiv (1^+, \bar{6})_{3,1} \otimes (1^+, \bar{6})_{\bar{3},1}, \\
 36 &\equiv (1^+, 3)_{6,1} \otimes (1^+, \bar{3})_{\bar{6},1}.
 \end{aligned}$$

Прежде всего разобьем  $\mathcal{H}$  на две части, одна из которых содержит  $qq$  или  $\bar{q}\bar{q}$ , а другая  $q\bar{q}$ :

$$\frac{4\mathcal{H}}{\Delta} = -[\lambda_1 \lambda_2 S_1 \cdot S_2 + \lambda_3 \lambda_4 S_3 \cdot S_4] - [\lambda_1 \lambda_3 S_1 \cdot S_3 + \lambda_2 \lambda_4 S_2 \cdot S_4 + \lambda_1 \lambda_4 S_1 \cdot S_4 + \lambda_2 \lambda_3 S_2 \cdot S_3]. \quad (19.16)$$

Средние значения величин в первой скобке находятся сразу. Поскольку спин каждой пары  $q_1 q_2$  и  $\bar{q}_3 \bar{q}_4$  равен 1, мы имеем

$$\langle S_1 \cdot S_2 \rangle = \langle S_3 \cdot S_4 \rangle = \frac{1}{4}. \quad (19.17)$$

Аналогично, зная размерности соответствующих представлений цветовой группы, получаем

$$\langle \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_3 \lambda_4 \rangle = \begin{cases} \frac{4}{3} & \text{для } \bar{6}_c, \\ -\frac{8}{3} & \text{для } 3_c. \end{cases} \quad (19.18)$$

Чтобы вычислить  $\langle S_i \cdot S_j \lambda_i \lambda_j \rangle$  во второй скобке, нам нужно знать полный спин и представление цветовой группы для пар  $q\bar{q}$ . Априори они не известны, но мы воспользуемся разложением  $q^2\bar{q}^2$  по цветовым и спиновым представлениям ( $q\bar{q}$ ) ( $q\bar{q}$ ). Если спины кварков  $q_1$  и  $q_2$  складываются в  $J_A$ , кварков  $q_3$  и  $q_4$  — в  $J_B$ , а затем  $J_A$  и  $J_B$  — в  $J$ , то

$$\begin{aligned}
 [(i_1 \otimes i_2)_{J_A} \otimes (j_3 \otimes j_4)_{J_B}]_{J, A \otimes J, B=J} = \\
 = \sum_{l, c, l', d} k_{CD} [(i_1 \otimes i_2)_{l, c} \otimes (j_3 \otimes j_4)_{l', d}]_{l, c \otimes l', d=J}. \quad (19.19)
 \end{aligned}$$

Спрашивается, чему в формуле (19.19) равны  $j_{C, D}$  и коэффициенты  $k_{C, D}$  в случае, когда  $q_1$  и  $\bar{q}_3$  имеют спин  $J_C$ ,  $q_2$  и  $\bar{q}_4$  имеют спин  $J_D$  и когда  $J_C$  и  $J_D$  складываются в  $J$ ? Прежде чем ответить на этот вопрос, рассмотрим сначала очень простой пример, а именно состояние  $2^+$ . Если

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 \bar{q}_3 \rightarrow 1^+ \\ \bar{q}_2 \bar{q}_4 \rightarrow 1^+ \end{array} \right\} \text{ и } 1^+ \otimes 1^+ \rightarrow 2^+, \quad (19.20)$$

то ясно, что когда все  $q$  и  $\bar{q}$  находятся в  $S$ -состояниях, для спина  $q\bar{q}$  имеется единственная возможность

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1\bar{q}_3 \rightarrow 1^- \\ q_2\bar{q}_4 \rightarrow 1^- \end{array} \right\} \text{ и } 1^- \otimes 1^- \rightarrow 2^+, \quad (19.21)$$

т. е.  $q\bar{q}$  находится в векторном ( $V$ ) спиновом состоянии.

Таким образом, в этом частном случае все пары  $q\bar{q}$ ,  $\bar{q}\bar{q}$ , и  $q\bar{q}$  имеют спин 1 и потому для любой из них  $\langle S_i S_j \rangle = 1/4$ . Следовательно,

$$\frac{4\mathcal{K}}{\Delta} = -\frac{1}{4} \left\langle \sum_{i \neq j} \lambda_i \cdot \lambda_j \right\rangle \equiv -\frac{1}{4} (\lambda_1 \cdot \lambda_3 + \lambda_2 \cdot \lambda_4 + (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot (\lambda_3 + \lambda_4)), \quad (19.22)$$

$$\frac{4\mathcal{K}}{\Delta} \equiv -\frac{1}{4} (\lambda_1 \cdot \lambda_3 + \lambda_2 \cdot \lambda_4 + \lambda_A^{q\bar{q}} \cdot \lambda_B^{q\bar{q}}), \quad (19.23)$$

где  $A$  и  $B$  относятся к системам  $(q_1, q_3)$  и  $(q_2, q_4)$ . Для любой пары  $i, j$  мы теперь имеем

$$2\lambda_i \cdot \lambda_j \equiv \lambda_{i+j}^2 - \lambda_i^2 - \lambda_j^2, \quad (19.24)$$

и поэтому

$$\lambda_1 \cdot \lambda_3 \equiv \frac{1}{2} (\lambda_A^2 - 2\lambda_1^2),$$

$$\lambda_2 \cdot \lambda_4 \equiv \frac{1}{2} (\lambda_B^2 - 2\lambda_2^2), \quad (19.25)$$

$$\lambda_A \cdot \lambda_B \equiv \frac{1}{2} (\lambda_{\text{полн}}^2 - \lambda_A^2 - \lambda_B^2)$$

(здесь учтено, что для  $\mathcal{Z}_c$  и  $\mathcal{Z}_s$ ,  $\lambda_c^2 \equiv \lambda_s^2 = +16/3$ ). Так как для синглетной по цвету системы  $\lambda_{\text{полн}}^2 = 0$ , окончательно получаем

$$\langle \mathcal{K} \rangle = -\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} (\lambda_{\text{полн}}^2 - 4\lambda_1^2) \Delta = \frac{2}{3} \Delta. \quad (19.26)$$

Этот результат не зависит непосредственно от значений  $\lambda_{A,B}$ , которые в силу факторизации, возникающей вследствие того, что кварки образуют конфигурацию с максимальным спином  $2^+$ , выпадают из окончательного ответа. Отсюда вытекает, что  $9(6_c \otimes 6_s)$  и аналогичная девятимерная подгруппа мультиплетта  $36(3_c \otimes 3_s)$  должны быть вырождены по массе. Но это трудно проверить, так как величина  $\langle \mathcal{K} \rangle$  положительна, а это значит, что масса этих состояний выше средней массы супермультиплетта и потому они должны быть очень широкими, так как могут распадаться по суперразрешенным ОЦИ-диаграммам.

Мы ожидаем  $\Delta \approx 300$  МэВ (см. гл. 17). Стало быть, эти  $2^+$ -состояния сдвигаются вверх примерно на 200 МэВ по отношению

к средней массе 1400 МэВ ( $u^2\bar{u}^2$ ). Мы заключаем, что для  $2^+$ -состояний представления 9 ожидаются массы

$$\begin{aligned} 2^+ (u\bar{u}d\bar{d} \text{ и т. д.}) &\approx 1600 \text{ МэВ,} \\ 2^+ (u\bar{u}s\bar{d} \text{ и т. д.}) &\approx 1750-1800 \text{ МэВ,} \\ 2^+ (u\bar{u}s\bar{s} \dots) &\approx 1900-1950 \text{ МэВ.} \end{aligned} \quad (19.27)$$

В  $36$ -представлении  $2^+$ -состояния имеют массы

$$\begin{aligned} 2^+ (u\bar{u}s\bar{s} \dots) &\approx 2050-2100 \text{ МэВ} \\ 2^+ (s\bar{s}s\bar{s}) &\approx 2200-2250 \text{ МэВ.} \end{aligned} \quad (19.28)$$

Все эти ориентировочные значения масс с точностью до 50 МэВ согласуются с рассчитанными в модели мешков МТИ [355, 356].

#### А. Разложение $q^2\bar{q}^2$ по спиновым представлениям $(q\bar{q})(q\bar{q})$

Разложение по спиновым и цветовым представлениям можно провести непосредственно. Мы подробно разберем один случай, а для остальных приведем просто результаты, проверить которые предоставляется читателю в виде упражнения.

Состояния  $(q_1q_2)_{J_A} (\bar{q}_3\bar{q}_4)_{J_B}$  мы разлагаем по системе  $(q_1\bar{q}_3)_{J_C} (q_2\bar{q}_4)_{J_D}$ . Спины  $J_A$  и  $J_B$  равны  $0^+$  и  $1^+$ , а спины  $J_C$  и  $J_D$  равны  $0^- (P)$  и  $1^- (V)$ . Тогда

$$[J_A \otimes J_B]_J = [\alpha PP + \beta PV + \gamma VP + \delta VV], \quad (19.29)$$

и задача сводится к изхождению  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ . Результаты таковы:

$$(0^+ \otimes 0^+)_{0^+} = \frac{1}{2} PP + \frac{3}{2} VV, \quad (19.30)$$

$$(1^+ \otimes 1^+)_{2^+} = VV, \quad (19.31)$$

$$(1^+ \otimes 1^+)_{1^+} = \frac{1}{2} (PV + VP), \quad (19.32)$$

$$(1^+ \otimes 1^+)_{0^+} = \frac{3}{2} PP - \frac{1}{2} VV, \quad (19.33)$$

$$(1^+ \otimes 0^+)_{1^+} = -\frac{1}{2} (VP - PV) + \frac{1}{2} VV, \quad (19.34)$$

$$(0^+ \otimes 1^+)_{1^+} = \frac{1}{2} (VP - PV) + \frac{1}{2} VV \quad (19.35)$$

Результат (19.31) очевиден и уже использовался при выводе формул (19.27) и (19.28). Приведем вывод формулы (19.30).

Синглетное состояние двух частиц со спином  $1/2$  рассматривалось в гл. 3. Пара со спином 0 вместе с другой парой со спином 0 дает состояние

$$\frac{1}{2} (u_1 d_2 - d_1 u_2) (u_3 d_4 - d_3 u_4), \quad (19.36)$$

которое в  $S$ -состоянии обязательно имеет спин  $J^P = 0^+$ . То, что умножение  $(1, 3) \otimes (2, 4)$  дает  $J^P = 0^+$ , означает, что состояния  $(1, 3)$  и  $(2, 4)$  могут быть либо оба  $0^-(P)$ , либо оба  $1^-(V)$ . В последнем случае возможны три комбинации:  $(1, 1; 1, -1)$ ;  $(1, -1; 1, 1)$ ,  $(1, 0; 1, 0)$ . Найдем вначале конкретную комбинацию, которая отвечает значениям  $0^+$ . Из таблицы коэффициентов Клебша—Гордана для  $1 \otimes 1 \rightarrow 2 \oplus 1 \oplus 0$  с  $J_z = 0$  в каждом случае получаем

$$(0^+, J_z = 0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \{(1, -1) + (-1, 1) - (0, 0)\}, \quad (19.37)$$

$$(1^+, J_z = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{(1, -1) - (-1, 1)\}, \quad (19.38)$$

$$(2^+, J_z = 0) = \frac{1}{\sqrt{6}} \{(1, -1) + (-1, 1) + 2(0, 0)\}. \quad (19.39)$$

Здесь в скобках приведены только значения  $J_z$ . На основании формулы (19.37) и сказанного в гл. 3 мы можем написать волновую функцию  $VV$ -состояния, соответствующую значениям  $0^+$ . Для  $\alpha PP + \delta VV$  имеем

$$\begin{aligned} [(1, 3) \otimes (2, 4)]_{0^+} = & \frac{\alpha}{2} (u_1 d_3 - d_1 u_3) (u_2 d_4 - d_2 u_4) + \\ & + \frac{\delta}{\sqrt{3}} [u_1 u_2 d_3 d_4 + d_1 d_3 u_2 u_4 - \\ & - \frac{1}{2} (u_1 d_3 + d_1 u_3) (u_2 d_4 + d_2 u_4)]. \quad (19.40) \end{aligned}$$

Сравнивая это с  $[(1, 2) \otimes (3, 4)]_{0^+}$ -состоянием [формула (19.36)], получаем

$$\alpha = \frac{1}{2}, \quad \delta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (19.41)$$

и, следовательно,

$$[0^+ \otimes 0^+]_{0^+} = \frac{1}{2} PP + \frac{\sqrt{3}}{2} VV. \quad (19.42)$$

Остальные соотношения можно получить аналогичным образом, используя, когда необходимо, формулы (19.38) и (19.39).

### Б. Разложение $q^2 \bar{q}^2$ по цветовым представлениям $(q\bar{q}) (q\bar{q})$

Обозначим цветовые индексы группы  $SU(3)$  через  $UDS$ :  $U$  — ультрафиолетовый (ultraviolet),  $D$  — темно-красный (deep purple) и  $S$  — серебристый (silver). Тогда цветовые представления

$6$  и  $\bar{3}$  можно записать по аналогии с группой ароматов  $SU(3)$  в гл. 3, табл. 6. Поэтому для  $(\bar{3}_c \otimes 3_c)$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \frac{1}{2} (U_1 D_2 - D_1 U_2) (\bar{U}_3 \bar{D}_4 - \bar{D}_3 \bar{U}_4) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (D_1 S_2 - S_1 D_2) (\bar{D}_3 \bar{S}_4 - \bar{S}_3 \bar{D}_4) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (S_1 U_2 - U_1 S_2) (\bar{S}_3 \bar{U}_4 - \bar{U}_3 \bar{S}_4) \right]. \quad (19.43) \end{aligned}$$

В  $(q\bar{q}) (q\bar{q})$  это будет линейная комбинация состояний  $(1_c \otimes 1_c)$  и  $(8_c \otimes 8_c)$ . Она должна равняться

$$\begin{aligned} \frac{A}{3} (U_1 \bar{U}_3 + D_1 \bar{D}_3 + S_1 \bar{S}_3) (U_2 \bar{U}_4 + D_2 \bar{D}_4 + S_2 \bar{S}_4) + \\ + \frac{B}{\sqrt{8}} \left\{ \begin{aligned} & U\bar{D}D\bar{U} + U\bar{S}S\bar{U} + D\bar{S}S\bar{D} + D\bar{U}U\bar{D} + S\bar{U}U\bar{S} + S\bar{D}D\bar{S}, \\ & + \frac{1}{2} (U\bar{U} - D\bar{D})(U\bar{U} - D\bar{D}) + \\ & + \frac{1}{6} (U\bar{U} + D\bar{D} - 2S\bar{S})(U\bar{U} + \\ & + D\bar{D} - 2S\bar{S}). \end{aligned} \right\} \quad (19.44) \end{aligned}$$

Сравнивая подобные члены, получаем  $A = 1/\sqrt{3}$  и  $B = -\sqrt{2/3}$ .

Легко провести аналогичные вычисления и для  $(6_c \otimes 6_c)$ . Получающаяся таблица коэффициентов разложения для полного цветового синглета имеет вид

	$1_c \otimes 1_c$	$8_c \otimes 8_c$	
$\bar{3}_c \otimes 3_c$	$1/\sqrt{3}$	$-\sqrt{2/3}$	(19.45)
$\bar{6}_c \otimes 6_c$	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	

Зная эти спиновые и цветовые коэффициенты разложения, можно вычислить  $\lambda \cdot \lambda_s \cdot s$  для глюонного обмена между  $q$  и  $\bar{q}$  (члены во второй скобке формулы (19.16)). Это дает возможность вычислить сдвиг масс по отношению к средней массе супермультиплетта для любого из состояний в формуле (19.13). Полученные сдвиги можно сравнить с результатами, полученными для модели мешков МТИ [355, 356].

При рассмотрении состояний из представлений  $9$  и  $36$  и из  $18$  и  $18$  требуется некоторая осторожность, так как они могут быть образованы несколькими способами. Например,  $9$ ,  $0^+$ -состояние  $q\bar{q}$  может находиться в цветовых состояниях  $6$  или  $3$  [формула (19.13)]. Физическое состояние есть их линейная комбинация. Подробно этот вопрос разобран в работе [355].

Общий анализ  $qq\bar{q}\bar{q}$ -состояний с очарованием и странностью приведен в работе [362].

## УНИФИКАЦИЯ КВАРКОВ И ЛЕПТОНОВ

Когда я начал писать эту книгу, были хорошо установлены четыре сорта лептонов и три сорта кварков и теоретики полагали, что должен существовать четвертый кварк. Первое ясное указание на существование четвертого кварка появилось в ноябре 1974 г., а полным подтверждением явилось открытие в 1976 г. очарованных адронов. Свойства этих кварков, по-видимому, такие, какие должны быть, чтобы в природе осуществлялась перенормируемая неабелева теория слабого и электромагнитного взаимодействия, в которой левовинтовые кварки и лептоны образуют дублеты группы  $SU(2) \otimes U(1)$ . Это открытие в известном смысле завершило целую главу в физике высоких энергий. Возможно, в будущем основным открытием будет считаться открытие очарования, поскольку оно подкрепило догадку о том, что неабелева калибровочная теория может описывать не только слабые и электромагнитные, но и сильные взаимодействия, и тем самым поставило вопрос о возможности великого объединения всех этих трех взаимодействий. Может быть, оно открывает новую эру, когда спектроскопия адронов будет вытеснена спектроскопией кварков и лептонов — сейчас всерьез обсуждается вопрос о возможной связи между кварками и лептонами.

## § 1. КВАРКИ И ЛЕПТОНЫ

Многие свойства лептонов, по-видимому, близки к свойствам, проявляемым кварками в глубоко неупругих процессах (это бесструктурные поля со спином  $\frac{1}{2}$  и  $V-A$ -токами). Возможно, что между ними имеется и более глубокая связь, но остается интригующий вопрос: почему у кварков дробный заряд и они существуют в трех цветах (это приводит к конфайнменту?), тогда как лептоны несут целый заряд и являются синглетными по цвету?

Необходимое условие перенормируемости теории с одними ( $V-A$ -)токами имеет следующий вид [363]:

$$\sum_i Q_i = \sum_{\text{Кварки}} Q_i + \sum_{\text{Лептоны}} Q_i = 0. \quad (20.1)$$

Для лептонного дублета ( $\nu, e^-$ ) мы имеем  $\sum Q_i = -1$ . Поэтому условно (20.1) будет удовлетворять кварковый дублет ( $u, d$ ), для которого при наличии трех цветов

$$\sum Q_i = 3 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) = 1. \quad (20.2)$$

Мы видим, что если лептоны и кварки образуют дублет и соотношение (20.1) является фундаментальным, то при трех цветах требуется дробный заряд кварков (и наоборот).

Насколько мы можем судить, для построения удовлетворительной Вселенной было бы достаточно и этих четырех кирпичиков и вся наша обыденная жизнь была бы такой же, как и в существующем мире (если не считать таких необычных процессов, как распад пиона или нарушение  $CP$ -инвариантности). И все же по какой-то причине природа не удовлетворяется одним дублетом  $\nu, e^-$  и повторяется, порождая дублет  $\nu, \mu^-$ . Природа удовлетворяет уравнению (20.1), производя также второе поколение кварков в виде левого дублета ( $c, s$ ).

Открытие тяжелых лептонов ( $\tau^-$ ) [220] открывает возможность существования третьего поколения лептонов (и кварков?). Если повторяется предыдущая картина и эти новые лептоны имеют слабую связь

$$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L,$$

то уравнение (20.1) больше не будет удовлетворяться. Мы восстановим прежнее положение, если добавим новый дублет кварков

$$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L,$$

который имеет три цвета и обычные электрические заряды  $\frac{2}{3}$ ,  $-\frac{1}{3}$ .

Это придает потенциально огромное значение открытию частицы  $\Upsilon$  (9,5 ГэВ), сделанному летом 1977 г. [364], которое указывает на то, что вероятно существует  $b$ -кварк с массой 4,5–5 ГэВ (см., например, [162]). Сейчас намечаются поиски доказательств существования  $t$ -кварка, причем существует твердое убеждение, что связанная с ним спектроскопия проявится в экспериментах на новом поколении ускорителей (встречные пучки  $e^+e^-$ , протон-электрон-позитронного накопительного кольца в Стэнфордском центре линейных ускорителей и PETRA на электронном синхротроне «ДЭФИ»). Шестикварковая модель привлекательна тем, что в ней довольно естественно можно объяснить нарушение



$CP$ -инвариантности. Если написать слабый заряженный ток кварков в виде

$$J = (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}, \dots) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad (20.3)$$

где  $U$  — унитарная матрица, то в случае  $2 \times 2$ -матрицы (двух-кварковый дублет) все ее элементы будут действительны:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (20.4)$$

где  $\theta$  — угол Кабиббо. В случае матрицы  $3 \times 3$  уже нельзя убрать все фазы переопределением фаз кварковых полей, и эту матрицу можно написать в виде

$$U = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_2 & s_1 s_2 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (20.5)$$

где  $c_i (s_i) = \cos \theta_i (\sin \theta_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Три угла Эйлера обобщают обычный угол Кабиббо  $\theta$ , приводя к всевозможным перемешиваниям дублетов  $(u, d)$ ,  $(c, s)$  и  $(t, b)$ . Фаза  $\delta$  приводит к  $CP$ -неинвариантным эффектам в  $K^0 - \bar{K}^0$ -системе. Количественное обсуждение этих эффектов и экспериментальные ограничения на углы  $\theta_{1,2,3}$  и  $\delta$  можно найти в работе [162]. Впервые то обстоятельство, что таким путем может нарушаться  $CP$ -инвариантность, было отмечено еще за два года до того, как был открыт очарованный кварк [365].

## § 2. ВЕЛИКОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ

Существуют ли мультиплеты фундаментальных фермионов, содержащие как кварки, так и лептоны? Объединены ли в одной большой калибровочной группе неабелева векторная калибровочная теория электрослабого взаимодействия  $SU(2) \otimes U(1)$  и  $SU(3)$ -теория сильных взаимодействий (КХД)?

Рассмотрим вначале только электрослабую  $SU(2) \otimes U(1)$ -теорию, в которой калибровочные поля — это слабый изотриплет  $W^{+, -, 0}$  и синглет  $B^0$ . Электромагнитный заряд  $e$  связан с константой взаимодействия изотриплета соотношением  $e = g \sin \theta_W$  [формулы (15.10) и (15.11)], так что

$$\sin \theta_W = \frac{\langle q | J_{\text{э.м.}}^{\text{вект}} | q \rangle}{\langle q | J_3 | q \rangle}. \quad (20.6)$$

В  $SU(2) \otimes U(1)$ -теории угол  $\theta_W$  произволен. Если группа  $SU(2) \otimes U(1)$  является подгруппой более широкой группы  $G$

(очевидным примером группы  $G$  может служить группа  $SU(3)$ , но все сказанное ниже справедливо и в более общем случае), то отношение (20.6) является определенным. Именно [227]:

$$\sin^2 \theta_W = \frac{\sum I_{3L}^2}{\sum Q_L^2}, \quad (20.7)$$

где сумма берется по всем фермионам в одном неприводимом представлении группы  $G \supset SU(2) \otimes U(1)$ .

В качестве примера рассмотрим  $V - A$ -теорию с дублетами левовинтовых фермионов  $(\nu, e)$  и  $(u, d)$  и правовинтовыми фермионами в синглетах группы  $SU(2) \otimes U(1)$ . Если все они содержатся в одном неприводимом представлении группы  $G$ , то

$$\begin{aligned} \sum I_{3L}^2 &= (I_{3L}^2)_{\nu+e+u+d} = 2, \\ \sum Q_L^2 &= 2 \left\{ 3 \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 + \left( -\frac{1}{3} \right)^2 \right] + (-1)^2 \right\} = \frac{16}{3} \end{aligned} \quad (20.8)$$

(в  $\sum I_{3L}^2$  двоят вклад только левые фермионы, но в  $\sum Q_L^2$  входят как левые, так и правые фермионы, а поэтому имеется общий множитель 2). Следовательно,

$$\sin^2 \theta_W = \frac{3}{8}. \quad (20.9)$$

Если и правые фермионы образуют дублеты (векторная теория), то

$$(\sum I_{3R}^2)_{L+R} = 2 (\sum I_{3L}^2)_L \quad (20.10)$$

и тогда

$$\sin^2 \theta_W = \frac{3}{4}. \quad (20.11)$$

По-видимому, этот результат имеет смысл только в пределе некоторой симметрии. В реальном же мире такая симметрия сильно нарушена. В рамках специальной схемы великого объединения, основанной на группе  $G = SU(5) \supset SU(2) \otimes U(1) \otimes SU(3)$ , [190], в работе [366] была проведена оценка того, насколько это соотношение перенормируется в реальном мире. В этой работе утверждается, что теория дает значение  $\sin^2 \theta_W \approx 0,2$ , которое хорошо согласуется с экспериментальными данными (гл. 11, рис. 19).

В заключение мы отметим некоторые моменты схемы великого объединения на основе группы  $SU(5)$ , чтобы продемонстрировать основные идеи и результаты, возникающие в подобных моделях.

Фундаментальным представлением является квинтет, который разбивается на представления  $SU(3)_c$  и  $SU(2)_l$  следующим образом:

$$5 = (3, 1) + (1, 2).$$

Произведение двух фундаментальных представлений сразу дается схемами Юнга (гл. 3):

$$\square \times \square = \square\square + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array}$$

$$5 \times 5 = 15 + 10$$

$$15 = (6, 1) + (1, 3) + (3, 2)$$

$$10 = (\bar{3}, 1) + (1, 1) + (3, 2)$$

Здесь приведены также разложения по представлениям группы  $SU(3)_c \otimes SU(2)_f$ .

Как классифицируются фермионы? Имеется пятнадцать левых состояний: три лептонных  $\nu, e^+$  и двенадцать кварковых ( $\bar{u}, d, u, \bar{d}$ , каждый в трех цветах). В представлениях 10 и 5 группы  $SU(5)$  их можно разместить следующим образом:

$$\bar{5} = (\bar{3}, 1) + (1, 2) = (\bar{d})_L + (\nu_e, e^-)_L. \quad (20.13)$$

$$10 = (\bar{3}, 1) + (1, 1) + (3, 2) = (\bar{u})_L + (e^+)_L + (u, d)_L. \quad (20.14)$$

Калибровочные бозоны принадлежат к 24-мерному регулярному представлению  $5 \otimes \bar{5} = 1 \oplus 24$ . Их разложение по представлениям группы  $SU(3)_c \otimes SU(2)_f$  имеет вид

$$24 = (8, 1) + \underbrace{(1, 3)}_{\text{глюоны}} + \underbrace{(1, 1)}_{W^{+, -, 0}, \gamma} + (3, 2) + (\bar{3}, 2). \quad (20.15)$$

Здесь видны и обычный синглетный по аромату цветовой октет глюонов (КХД), и синглетные по цвету бозоны теории слабых и электромагнитных взаимодействий. Кроме того, предсказывается существование дополнительных двенадцати бозонов, переносящих и цвет и аромат. Они могут вызывать переходы между лептонами и кварками, например:

$$(u, d)_L [3, 2] \rightarrow (e^+)_L [1, 1] + X [3, 2]. \quad (20.16)$$

Следовательно, лептонные и барионные числа по отдельности не сохраняются и протон, например, может распадаться:  $p \rightarrow e^+ + \pi$ . Такие распады могут быть подавлены, если масса этих «лептокварковых» бозонов очень велика, скажем  $10^{-10} \text{ г}$  ( $\sim 10^{16} \text{ ГэВ}$ ).

Окончательная теория должна пойти существенно дальше. В дополнительных поколениях кварков и лептонов нет никакой надобности, и даже если их ввести искусственно, то для их перемешивания по Кабиббо нет никаких причин. Одним из обобщений

$SU(5)$ -схемы является группа  $SO(10)$ . Она имеет шестнадцатимерное представление, которое содержит представления 10 и  $\bar{5}$  ее подгруппы  $SU(5)$ . Следовательно, все левые фермионы и антифермионы данного поколения кварков и лептонов можно разместить в одном представлении.

В качестве последнего комментария к схеме  $SU(5)$  вернемся к статье [366]. При массе великого объединения, когда группа  $G$  является точной, имеем

$$m_e \approx m_d, \quad m_u \approx m_s, \quad m_x \approx m_b. \quad (20.17)$$

Предсказания меняются при переходе к физическим энергиям. Если имеется шесть сортов кварков, то при нормировке по массе мюона и  $m_\tau \approx 1,9 \text{ ГэВ}$  с учетом того, что  $\alpha_s(Q^2 = 10 \text{ ГэВ}^2) = 0,2 \pm 0,3$  (гл. 16), получаем

$$m_s \approx (0,4 - 0,5) \text{ ГэВ}, \quad m_b \approx 5 \text{ ГэВ}.$$

Это блестяще согласуется с наблюдаемым масштабом масс странных частиц и наблюдением частиц  $\Gamma$  и  $\Gamma'$  в районе 9 и 10 ГэВ. Может быть, это указывает на то, что глубокая симметрия между кварками и лептонами действительно существует в природе. Если существуют более тяжелые кварки и лептоны, то, возможно, начнет выполняться равенство кварковой и лептонной масс (рис. 1).

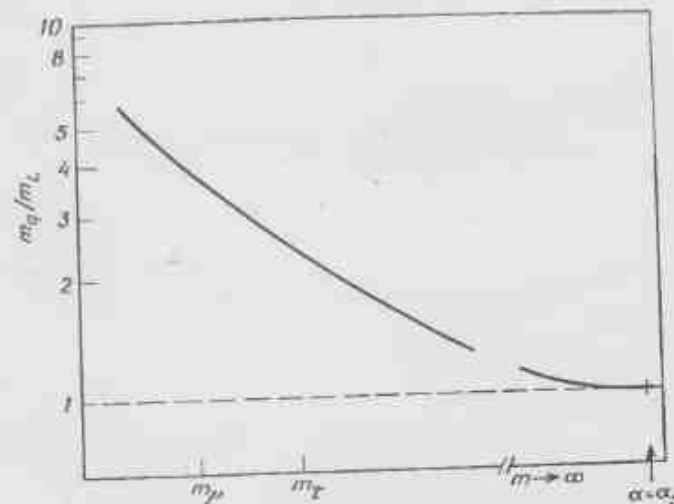


Рис. 1. Возможная зависимость отношения масс лептонов с  $Q = -1$  и кварков с  $Q = -1/3$  от массы лептона. При массе великого объединения, когда  $\alpha = \alpha_s (= 1/10)$ , массы лептонов и кварков одинаковы. При низких массах  $\alpha_s (= 0,2) > \alpha (= 1/10)$  и масса кварка больше массы лептона.

Только двадцать лет назад были начаты поиски правильной групповой структуры адронов. Многочисленные адроны, открытые к тому времени, имели свойства, допускающие мысль о существовании более глубокого уровня материи, содержащего кварки, которые первоначально были предложены лишь для объяснения  $SU(3)$ -симметрии, наблюдавшейся в спектре адронов. Теперь же мы считаем, что фундаментальные частицы — это кварки и лептоны и что слабое, электромагнитное и сильное взаимодействия описываются некоторой группой, содержащей  $SU(2) \otimes U(1)$  и  $SU(3)_{\text{цвет}}$  в качестве подгрупп. Сейчас начаты поиски правильной структуры этой группы. Оказалось, что существует по крайней мере пять лептонов и пятнадцать кварков (пять сортов в трех цветах). Их число сравнялось с числом адронов, известных в то время, когда впервые была предложена  $SU(3)$ -симметрия. Не вступаем ли мы в эру спектроскопии кварков и лептонов, которая в конечном счете приведет нас к чему-то более глубокому, чем кварки?

## Библиография

В этой книге осталось много пробелов. Одним ее читателям захочется найти более подробное изложение основ, а другим понадобится более детальная информация по отдельным вопросам. Чтобы восполнить эти недостатки, я могу порекомендовать некоторые книги и обзоры. Это в основном те источники, из которых я сам почерпнул что-либо в свое время. Имеется немало и других аналогичных работ, которые читатель может найти в любой хорошей библиотеке.

Общим введением в физику элементарных частиц, частью которой является кварковая модель, может служить учебник Газизовича [11]. Подробное изложение роли партонной модели в физике высоких энергий дается в книге Фейнмана [194].

Одна из немногих книг, специально посвященных кварковой модели, — книга Коккэде [19]. Моей задачей было дать более подробное изложение материала, на основе которого были написаны эти книги, а также охватить достижения последнего десятилетия. В книге Коккэде затронуты те разделы физики сильных взаимодействий, которые мы не рассматривали здесь, например аддитивность кварков и полных сечений, процессы двухчастичного рассеяния при высоких энергиях и с малой передачей импульса и вопрос о нерелятивистском движении массивных сильно связанных кварков. В ней перепечатаны также некоторые статьи раннего периода.

Материалы недавней летней школы, посвященной специально кваркам, изданы в виде книги «Fundamentals of Quark Models» (Proceedings of the 17th Scottish Universities Summer School in Physics, eds. I. M. Barbour, A. T. Davies, University of Glasgow, Scotland, 1976). В ней детально излагается модель Пати—Салама и рассматриваются попытки исследования конфайнмента кварков в рамках решеточных калибровочных теорий. Некоторые вопросы, касающиеся конфайнмента кварков, в особенности роль цвета, рассмотрены в книге «Colour Symmetry and Quark Confinement» (Proceedings of XII Rencontre de Moriond, ed. J. Tran Thanh Van, CNRS, France, 1977).

Основы унитарной симметрии и теории групп изложены во многих книгах, например в монографиях [7, 16, 367]. Введением в калибровочные теории может служить обзор Иллиопулоса «Введение в калибровочные теории» [УФН, 123, 694 (1977)].

Я приношу извинения тем из моих коллег, которых я недостаточно цитировал. Составление полной библиографии потребовало бы отдельной книги, которая неизбежно устарела бы к моменту своего выхода из печати. Чтобы хотя бы частично восполнить этот недостаток, я предлагаю список обзорных статей из серии «Physics Reports» (секция «С» журнала «Physics Letters», издаваемого издательством Норт-Холланд, Амстердам). В этих статьях приводится обширная библиография по соответствующим вопросам. Надеюсь также, что этот список будет полезен тем из читателей, которые захотят подробнее изучить затронутые в книге вопросы.

#### Часть I

- Lipkin H. J., Quark models for pedestrians, 18, 175 (1973).  
 Rosner J., Classification and decays of resonant particles, 11, 193 (1974).  
 Greenberg O. W., Nelson C. A., Colour models of hadrons, 32, 1 (1977).

#### Часть II

- West G. B., Electron scattering from atoms, nuclei and nucleons, 18, 264 (1975).  
 Kogut J., Susskind L., Parton models of elementary particles, 8, 77 (1973).  
 Frishman Y., Light cone and short distances, 13, 1 (1974).  
 Landshoff P. V., Pollinghorne J. C., Models for hadronic and leptonic processes at high energies, 5, 1 (1972).  
 Gilman F. J., Photoproduction and electroproduction, 4, 95 (1972).  
 Maxwell Smith C. H., Neutrino interactions at accelerators, 3, 261 (1972).

#### Часть III

- Abers E., Lee B. W., Gauge theories, 9, 1 (1973).  
 Politzer H. D., Asymptotic freedom: An approach to strong interactions, 14, 130 (1974).  
 Feldman G., Perl M., Electron-positron annihilation above 2 GeV, and new particles, 19, 234 (1975).  
 Feldman G., Recent results in electron-positron annihilation above 2 GeV, 33, 285 (1977).  
 Mandelstam S., Wilson K., Kogut J., Susskind L., Contributions in: Extended systems in field theory, 23, 240 (1976).  
 Hasenfratz P., Kuti J., 40, 75 (1978).

## Литература

1. Parafsky W. — В кн.: Proceedings of International Symposium on High Energy Physics, Vienna, 1968.
2. Bjorken J. D. — В кн.: Proceedings of 3th International Symposium on Electron and Photon Interactions, Stanford, California, 1967.
3. Feynman R. P. Phys. Rev. Lett., 23, 1415 (1969).
4. Bjorken J. D., Paschos E. A., Phys. Rev. 185, 1975 (1969).
5. Gell-Mann M., Phys. Lett., 8, 214 (1964).
6. Zwigg G., CERN Report No. 8182/TH 401 (1964).
7. Вунер Е. Теория групп и ее приложения в квантовомеханической теории атомных спектров. — М.: ИЛ, 1961.
8. Rose M., The Elementary Theory of Angular Momentum, New York, 1957.
9. Particle Data Group (T. Trippe et al.), Rev. Mod. Phys., 48 (2), Part II (1976).
10. de Swart J. J., Rev. Mod. Phys., 35, 916 (1963). [Имеется перевод: *de Swart Дж.*, — УФН, 1964, т. 64, с. 651.]
11. Gasiorowicz S., Elementary Particle Physics, John Wiley, New York, 1967.
12. Gell-Mann M., Phys. Rev. 125, 1060 (1962).
13. Amati D. et al., Nuovo Cimento, 34, 1732 (1964).
14. Gell-Mann M., Phys. Rev., 92, 833 (1953).
15. Nishijima K., Nakano T., Progr. Theoret. Phys., 10, 581 (1953).
16. Hammermesh M., Group Theory, Addison-Wesley, Reading (Massachusetts), 1963.
17. Gursey F., Radicati L. A., Phys. Rev. Lett., 13, 173 (1964).
18. Moorhouse R. G., Phys. Rev. Lett., 16, 772 (1966).
19. Ководе Л. Модели кварков. — М.: Мир, 1972.
20. Becchi C., Morpurgo G., Phys. Rev., 140B, 687 (1965).
21. Dalitz R. H. — В кн.: High Energy Physics, eds. C. de Witt, M. Jacob, Gordon and Breach, New York, 1965.
22. Morpurgo G., Quarks and Hadronic Substructure, Plenum Press, New York, 1977.
23. O'Donnell P. J., Phys. Rev. Lett., 36, 177 (1976).
24. Edwards B. J., Kamal A. N., Phys. Rev. Lett., 36, 241 (1976).
25. Randa J., Donnachie A., Nucl. Phys., B125, 303 (1977).
26. Okubo S., Phys. Lett., 5, 163 (1963).
27. Zweig G., CERN Report No. 8419/TH 412 (1964).
28. Iizuka J., Progr. Theor. Phys., Supplement No. 37—38, p. 21 (1966).
29. Harari H., SLAC-PUB-1514, Stanford, California, 1974, не опубликовано.
30. Chan H. M., Tsou S. T. — В кн.: Proceedings of Bielefeld Summer Institute (1976), Acta Physica Austriaca, 1977.
31. Gell-Mann M., California Institute of Technology Report CTSL—20 (1961). (Перепечатано в книге [367], с. 11.)
32. Okubo S., Progr. Theoret. Phys., 27, 949 (1962).

33. Gaillard M., Lee B. W., Rosner J. L., Rev. Mod. Phys., 47, 277 (1975).
34. Harari H., Phys. Lett., 60B, 172 (1976).
35. Karl G., Obyrk E., Nucl. Phys., B8, 609 (1968).
36. Faiman D., Hendry A. W., Phys. Rev., 173, 1720 (1968).
37. Lichtenberg D. B., Phys. Rev., 178, 2197 (1968).
38. Capps R. H., Phys. Rev. Lett., 33, 1637 (1974).
39. Capps R. H., Phys. Rev., D12, 3606 (1975).
40. Horgan R. R., Nucl. Phys., B71, 514 (1974).
41. Cashmore R. J., Hey A. J., Litchfield P., Nucl. Phys., B98, 237 (1975).
42. Dalitz R. H. — В кн.: Quarks and Hadronic Substructure, Plenum Press, New York, 1977.
43. Isgur N., Karl G., Phys. Rev. D18, 4187 (1978).
44. de Rujula A., Georgi H., Glashow S. L., Phys. Rev., D12, 147 (1975).
45. Bjorken J. D., Drell S. D., Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill, New York, 1964. [Имеется перевод: Бёркен Дж. Д., Дрелл С. Д. Релятивистская квантовая теория. — М.: Мир, 1978.]
46. Lipkin H. J., Meshkov S., Phys. Rev. Lett., 14, 670 (1965).
47. Lipkin H. J., Meshkov S., Phys. Rev., 143, 1269 (1966).
48. Barnes K. J., Carruthers P., van Hippel F., Phys. Rev. Lett., 14, 82 (1965).
49. Harari H. — В кн.: Spectroscopic and Group Theoretic Methods in Physics, North-Holland, 1968.
50. Rosner J., Phys. Rev. Lett., 22, 362 (1969).
51. Carlitz R., Kislinger M., Phys. Rev., D2, 336 (1970).
52. Micu L., Nucl. Phys., B10, 521 (1969).
53. Colglazier E. W., Rosner J., Nucl. Phys., B27, 349 (1971).
54. Bucella F. et al., Nuovo Cimento, 69A, 133 (1970).
55. Melosh H. J., Phys. Rev., D9, 1095 (1974).
56. Le Youanc A. et al., Phys. Rev., D9, 2636 (1974).
57. Ascoli G. et al., Phys. Rev. Lett., 21, 1411 (1968).
58. Walker R. L. — В кн.: Proceedings of IV International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Daresbury Laboratory, England, 1969, p. 23.
59. Adler S. L., Dashen R., Current Algebra, Benjamin, New York.
60. Adler S. L., Phys. Rev. Lett., 14, 1051 (1965).
61. Adler S. L., Phys. Rev., 140, B736 (1965).
62. Weisberger W. I., Phys. Rev. Lett., 14, 1047 (1965).
63. Fubini S., Furlan G., Physics, 1, 229 (1965).
64. Dashen R., Gell-Mann M., Phys. Lett., 17, 142 (1965).
65. Dashen R., Gell-Mann M., Phys. Rev. Lett., 17, 340 (1966).
66. Dashen R., Gell-Mann M. — В кн.: Symmetry Principles at High Energies (Proceedings of Coral Gables Conference), Freeman and Co, San Francisco, 1966.
67. Bell J. S., Hey A. J. G., Phys. Lett., 51B, 365 (1974).
68. Bell J. S., Acta Physica Austriaca Suppl., 13, 395 (1974).
69. Gilman F. J., Harari H., Phys. Rev., 165, 1803 (1968).
70. Jacob M., Wich G. C., Ann. of Phys., 7, 404 (1959).
71. Eichten E., Willmsen J., Feinberg F., Phys. Rev., D8, 1204 (1973).
72. Gilman F. J., Kugler M., Meshkov S., Phys. Lett., 45B, 481 (1973).
73. Gilman F. J., Kugler M., Meshkov S., Phys. Rev. D9, 715 (1974).
74. Hey A. J. G., Rosner J. L., Weyers J., Nucl. Phys., B61, 205 (1973).
75. Hey A. J. G., Weyers J., Phys. Lett., 48B, 69 (1974).
76. Close F. E. — В кн.: Proceedings of 17th International Conference on High Energy Physics, Rutherford Laboratory (England), London, 1974, p. 11—157.
77. Cashmore R. J., Hey A. J., Litchfield P., Nucl. Phys., B95, 516 (1975).
78. Licht A. L., Pagnamenta A., Phys. Rev., D2, 1150 (1970).
79. Feynman R. P., Kislinger M., Ravndal F., Phys. Rev., D3, 2706 (1971).
80. Bogoliubov P. N., Ann. Inst. Henri Poincaré, 8, 163 (1968).

81. Le Youanc A. et al., Phys. Rev., D8, 2223 (1973).
82. Le Youanc A. et al., Phys. Rev., D9, 1415 (1974).
83. Le Youanc A. et al., Phys. Rev., D11, 1272 (1975).
84. Справочник по специальным функциям/Под редакцией М. Абрамовича и И. Стигана. — М.: Наука, 1979.
85. Barbieri R. et al., Phys. Lett., 56B, 477 (1975).
86. Werbrouck A. et al., Nuovo Cimento Lett., 4, 1267 (1970).
87. Ascoli G. et al. — В кн.: Proceedings of 15-th International Conference on High Energy Physics, Kiev, USSR, p. 221.
88. Becchi C., Morpurgo G., Phys. Lett., 17, 352 (1965).
89. Faiman D., Hendry A. W., Phys. Rev., 180, 1572 (1969).
90. Copley L. A., Karl G., Obyrk E., Phys. Lett., 29B, 117 (1969).
91. Copley L. A., Karl G., Obyrk E., Nucl. Phys., B13, 303 (1969).
92. Morpurgo G., Physics, 2, 95 (1965).
93. Beg M. A., Lee B. W., Pais A., Phys. Rev. Lett., 13, 514 (1964).
94. Combe J. et al., Zs. Naturforsch., 21A, 1757 (1966).
95. Dalitz R. H., Sudherland D., Phys. Rev., 146, 1180 (1966).
96. Close F. E., Gilman F. J., Phys. Lett., 38B, 541 (1972).
97. Evangelides E. et al., Nucl. Phys., B71, 381 (1974).
98. Desevish R., Luth D., Nucl. Phys., B93, 109 (1975).
99. Bowler K. C., Phys. Rev., D1, 929 (1970).
100. Kubota T., Ohta K., Phys. Lett., 65B, 374 (1976).
101. Lipkin H. J., Phys. Rev., D9, 1579 (1974).
102. Gilman F. J., Kartiner I., Phys. Rev., D10, 2194 (1974).
103. Close F. E., Osborn H., Thomson A. M., Nucl. Phys., B77, 281 (1974).
104. Moorhouse R. G., Oberlack H., Phys. Lett., 43B, 44 (1973).
105. Moorhouse R. G., Oberlack H., Rosenfeld A. H., Phys. Rev., D9, 1 (1974).
106. Metcalf W. J., Walker R. L., Nucl. Phys., B76, 253 (1974).
107. Kniss G., Moorhouse R. G., Oberlack H., Phys. Rev., D9, 2680 (1974).
108. Peterson W. P., Rosner J. L., Phys. Rev., D6, 820 (1972).
109. Peterson W. P., Rosner J. L., Phys. Rev., D7, 747 (1973).
110. Fujinawa K., Kobayashi T., Nanihi M., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), 43, 73 (1970).
111. Kellett B. H., Ann. Phys., 87, 60 (1974).
112. Kellett B. H., Phys. Rev., D10, 2269 (1974).
113. Lipes R. G., Phys. Rev., D8, 2849 (1972).
114. Betho H. A., Salpeter E. E., Phys. Rev., 84, 1232 (1951).
115. Llewellyn Smith C. H., Ann. der Phys., 53, 521 (1969).
116. Sundareson M. K., Watson P. J. S., Ann. der Phys., 59, 375 (1970).
117. Bohm M., Joos H., Krämer M., Nuovo Cimento, 7A, 21 (1972).
118. Bohm M., Joos H., Kramer M., Nucl. Phys., B51, 397 (1973).
119. Bohm M., Joos H., Kramer M., Nucl. Phys., B69, 349 (1974).
120. Greenberg O. W., Phys. Rev. Lett., 13, 508 (1964).
121. Gell-Mann M. — В кн.: Elementary Particle Physics, ed. P. Urban, Springer-Verlag, Vienna, 1972, p. 733.
122. Greenberg O. W., Zwanziger D., Phys. Rev., 150, 1177 (1966).
123. Freund P. G. O., Lee B. W., Phys. Rev. Lett., 13, 592 (1964).
124. Han M., Nambu Y., Phys. Rev., 139, 1006 (1965).
125. Adler S. L., Phys. Rev., 177, 2426 (1969).
126. Bell J. S., Jackiw R., Nuovo Cimento, 51, 47 (1969).
127. Han M., Nambu Y., Phys. Rev., D10, 674 (1974).
128. Close F. E., Acta Physica Polonica, B6, 785 (1975).
129. Greenberg O. W. — В кн.: Proceedings of Second Orbis Scientiae, University of Miami (Jan, 1975).
130. Pati J. C., Salam A., Phys. Rev., D8, 1240 (1973).
131. Pati J. C., Salam A., Phys. Rev. Lett., 31, 661 (1973).
132. Pati J. C., Salam A., Phys. Rev., D10, 275 (1974).
133. Pati J. C., Salam A., Phys. Lett., 58B, 333 (1975).

134. *Pati J. C.* — В кн.: *Fundamentals of Quark Models*, eds. J. Barbour, A. Davies, Scottish University Summer School in Physics, 1977.
135. *Fritzsch H., Gell-Mann M.* — В кн.: *Proceedings of 16th International Conference on High Energy Physics (Chicago — Batavia, 1973)*, vol. 2, Fermilab, Batavia, 1972.
136. *Weinberg S.*, *Phys. Rev. Lett.*, **31**, 494 (1973).
137. *Cross D. J., Wilczek F.*, *Phys. Rev.*, **D8**, 3633 (1973).
138. *Fritzsch H., Gell-Mann M., Leutwyler H.*, *Phys. Lett.*, **B47**, 365 (1974).
139. *Krammer M., Schildknecht D., Steiner F.*, Hamburg Report DESY 74/64, 1974, не опубликовано.
140. *Sanda A., Terezaawa H.*, *Phys. Rev. Lett.*, **34**, 1403 (1975).
141. *Kenny B. G., Peaslee D. C., Tassie L. J.*, *Phys. Rev. Lett.*, **34**, 429, 1482 (1975).
142. *Mathews P. T.* — В кн.: *Proceedings of European Physical Society International Conference on High Energy Physics (Palermo)*, ed. A. Zichichi, Editrice Compositori, Bologna, 1975.
143. *Yamaguchi Y.* — В кн.: *Proceedings of European Physical Society International Conference on High Energy Physics (Palermo)*, ed. A. Zichichi, Editrice Compositori, Bologna, 1975.
144. *Marinetti N., Stech B.*, University of Heidelberg preprint, 1975.
145. *Mott N. F.*, *Proc. R. Soc.*, **A124**, 425 (1929).
146. *Rutherford E.*, *Phil. Mag.*, **21**, 669 (1911).
147. *Taylor R. E.* — В кн.: *Proceeding of International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Stanford, 1975)*, ed. W. T. Kirk, SLAC, Stanford, California, 1975, p. 679.
148. *Gilman F. J.*, *Phys. Rev.*, **167**, 1365 (1968).
149. *Bjorken J. D., Walecka J. D.*, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **38**, 35 (1966).
150. *Drell S. D., Walecka J. D.*, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **28**, 18 (1964).
151. *Hell L. N.*, *Phys. Rev.*, **129**, 1834 (1963).
152. *Bjorken J. D.*, *Phys. Rev.*, **179**, 1547 (1969).
153. *Atwood W. et al.*, *Phys. Lett.*, **64B**, 479 (1976).
154. *Callan C., Gross D.*, *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 156 (1969).
155. *Drell S. D.* — В кн.: *Subnuclear Phenomena*, ed. A. Zichichi, Academic Press, New York — London, 1970.
156. *Drell S. D., Levy D. J., Jan T. M.*, *Phys. Rev.*, **D1**, 1035 (1970).
157. *Drell S. D., Yan T. M.*, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **66**, 585 (1971).
158. *Preparata G.* — В кн.: *Lepton and Photon Structure*, ed. A. Zichichi, International School of Subnuclear Physics (Erice, Sicily, 1974), Academic Press, London — New York, 1975.
159. *Jaffe R. L.*, *Phys. Rev.*, **D11**, 1953 (1975).
160. *Jaffe R. L., Patrascioiu A.*, *Phys. Rev.*, **D12**, 1314 (1975).
161. *t'Hooft G.*, *Nucl. Phys.*, **B75**, 461 (1974).
162. *Ellis J. et al.*, *Nucl. Phys.*, **B131**, 285 (1977).
163. *Einhorn M.*, *Phys. Rev.*, **D14**, 3451 (1976).
164. *Callan C., Coote N., Cross D.*, *Phys. Rev.*, **D13**, 1649 (1976).
165. *West G. B.*, *Phys. Reports*, **18**, 263 (1975).
166. *Kogut J., Susskind L.*, *Phys. Rev.*, **D9**, 697 (1974).
167. *Kogut J., Susskind L.*, *Phys. Rev.*, **D9**, 3391 (1974).
168. *Llewellyn Smith C. H.* — В кн.: *Proceedings of International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Stanford, 1974)*, ed. W. T. Kirk, SLAC, Stanford (California), p. 709.
169. *Llewellyn Smith C. H.* — В кн.: *Proceedings of 1976 Les Houches Summer School in Physics*.
170. *Riordan E. M. et al.*, SLAC PUB. 1634, SLAC, Stanford (California), 1973.
171. *Anderson H. L. et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **37**, 4 (1976).
172. *Gunion J., Brodsky S., Blankenbecler R.*, *Phys. Rev.*, **D8**, 287 (1973).
173. *Gunion J.*, *Phys. Rev.*, **D10**, 242 (1974).
174. *Drell S. D., Yan T. M.*, *Phys. Rev. Lett.*, **24**, 181 (1970).

175. *Brodsky S. J., Close F. E., Gunion J. F.*, *Phys. Rev.*, **D9**, 3678 (1973).
176. *Brodsky S. J., Roskies R., Suaya R.*, *Phys. Rev.*, **D8**, 4574 (1973).
177. *West G. B.*, *Phys. Reports*, **18**, 263 (1975).
178. *Landshoff P. V., Polkinghorne J. C.*, *Phys. Reports*, **5C**, 1 (1972).
179. *Landshoff P. V., Polkinghorne J. C., Short R.*, *Nucl. Phys.*, **B28**, 225 (1971).
180. *Preparata G.*, *Phys. Rev.*, **D7**, 2973 (1973).
181. *Preparata G.*, *Nucl. Phys.*, **B80**, 299 (1974).
182. *Sivers D., Brodsky S. J., Blankenbecler R.*, *Phys. Reports*, **23C**, 1 (1977).
183. *Schmidt M.*, *Phys. Rev.*, **D9**, 408 (1974).
184. *t'Hooft G.* Неопубликованное замечание на Марсельской конференции по полям Янга — Мюллера, 1972 (цитируется в примечании 3, с. 132 работы [188]).
185. *Pollitzer H. D.*, *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1346 (1973).
186. *Gross D. J., Wilczek F.*, *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1343 (1973).
187. *Gell-Mann M., Low F.*, *Phys. Rev.*, **95**, 1300 (1954).
188. *Pollitzer H. D.*, *Phys. Reports*, **14C**, 129 (1974).
189. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. — М.: Наука, 1973.
190. *Georgi H., Politzer H. D.*, *Phys. Rev.*, **D9**, 416 (1974).
191. *Gross D. J., Wilczek F.*, *Phys. Rev.*, **D9**, 920 (1974).
192. *Bjorken J. D.* — В кн.: *Hadronic Interactions of Electrons and Photons*, Academic Press, London — New York, 1971, p. 475.
193. *Altarelli G., Parisi G.*, *Nucl. Phys.*, **B126**, 298 (1977).
194. *Feynman R. P.*, *Photon Hadron Interactions*, Benjamin, New York, 1972. (Имеется перевод: Фейнман Р. П., Взаимодействие фотонов с адронами, М., Мир, 1975).
195. *Landshoff P. V.*, *Phys. Lett.*, **66B**, 452 (1976).
196. *Gunion J.*, *Phys. Rev.*, **D14**, 1400 (1976).
197. *Hwa R. C., Matsubara S., Roberts R. G.*, Rutherford Laboratory Report RL 77/117, не опубликовано.
198. *Nachtmann O.*, *Nucl. Phys.*, **B38**, 397 (1972).
199. *Bloom E.* — В кн.: *Proceedings of 6th International Symposium on Electron and Photon Interactions (Bonn, 1973)*.
200. *Bodec A. et al.*, *Phys. Lett.*, **51B**, 417 (1974).
201. *Harari H.* — В кн.: *Hadronic Interactions of Electrons and Photons*, Academic Press, London — New York, 1971.
202. *Kuti J., Weisskopf V. F.*, *Phys. Rev.*, **D4**, 3418 (1971).
203. *Landshoff P. V., Polkinghorne J. C.*, *Nucl. Phys.*, **B28**, 240 (1971).
204. *Холевик В. А. и др.* — Препринт ИТЭФ-112, 1976.
205. *Altarelli G. et al.*, *Nucl. Phys.*, **B69**, 531 (1974).
206. *Jinichiffe I., Llewellyn Smith C. H.*, *Phys. Lett.*, **66B**, 281 (1977).
207. *Hinchliffe I., Llewellyn Smith C. H.*, *Nucl. Phys.*, **B128**, 93 (1977).
208. *Buras A., Gaemers K.*, *Phys. Lett.*, **71B**, 106 (1977).
209. *Perkins D. H.*, *Contemp. Phys.*, **16**, 173 (1975).
210. *Llewellyn Smith C. H.*, *Phys. Reports*, **3C**, 264 (1974).
211. *Gross D. J., Llewellyn Smith C. H.*, *Nucl. Phys.*, **B14**, 337 (1969).
212. *Adlers S. L.*, *Phys. Rev.*, **143**, 1144 (1966).
213. *Einhorn M., Ellis S. D.*, *Phys. Rev.*, **D12**, 2007 (1975).
214. *Barger V., Phillips R. J. N.*, *Nucl. Phys.*, **B73**, 269 (1974).
215. *Matveev V. A., Muradjan R. M., Tashkelidze A. N.*, *Lett. Nuovo Cimento*, **7**, 719 (1973).
216. *Brodsky S. J., Farrar G.*, *Phys. Rev. Lett.*, **31**, 1153 (1973).
217. *Blankenbecler R., Brodsky S. J.*, *Phys. Rev.*, **D10**, 2973 (1974).
218. *Farrar G.*, *Nucl. Phys.*, **B77**, 429 (1974).
219. *Cahillo N., Parisi G., Testa M.*, *Lett. Nuovo Cimento*, **4**, 35 (1970).
220. *Peri M.*, *Phys. Lett.*, **70B**, 487 (1977).
221. *Appelquist T., Georgi H.*, *Phys. Rev.*, **D8**, 4000 (1973).
222. *Zee A.*, *Phys. Rev.*, **D8**, 4038 (1973).

223. Glashow S. L., Iliopoulos J., Maiani L., Phys. Rev., D2, 1285 (1970).
224. Hara Y., Phys. Rev., 136, 507 (1964).
225. Steinberger J., Some recent experimental results in high energy neutrino physics. CERN Report Geneva, 1977. (См. в кн.: Proceedings of Summer Institute, Cargèse, 1977.)
226. Brautleth R. et al., Phys. Lett., 70B, 387 (1977).
227. Fritsch H., Gell-Mann M., Minkowski P., Phys. Lett., 59B, 256 (1975).
228. Mo L. — B кн.: Proceedings of 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Stanford, California), SLAC, Stanford (California), 1975.
229. Bhorakwal V. K., Ph. D. thesis, University of Oxford (1977).
230. Blietschau J. et al., Nucl. Phys., B114, 169 (1976).
231. Fassner H. et al. — B кн.: Proceedings of International Neutrino Conference (Aachen, 1976), Vieweg, Braunschweig, 1976, p. 223.
232. Reines F., Guenzler H. S., Sobel H. W. — B кн.: Proceeding of International Neutrino Conference (Aachen, 1976), Vieweg, Braunschweig, 1976, p. 217.
233. Cline D. et al., Phys. Rev. Lett., 37, 252 (1976).
234. Lee W. et al., Phys. Rev. Lett., 38, 202 (1977).
235. Blietschau J. et al., Nucl. Phys., B118, 218 (1977).
236. Barish B. C. et al. — B кн.: Proceedings of International Neutrino conference (Aachen, 1976), Vieweg, Braunschweig, p. 289.
237. Benvenuti A. et al. — B кн.: Proceedings of International Neutrino Conference (Aachen, 1976), Vieweg, Braunschweig, 1977, p. 296.
238. Anderson H. et al., Phys. Rev. Lett., 38, 1450 (1977).
239. Tung Wu-Ki, Phys. Rev., D12, 3613 (1975).
240. Perkins D. H., Schreiner P., Scott W., Phys. Lett., 67B, 347 (1977).
241. Cundy D. — B кн.: Proceedings of 17th International Conference on High Energy Physics (London, 1974), Rutherford Laboratory, England, p. IV-145.
242. Berge J. P., Fermilab report 75/84 (1975).
243. Bebek C. J. et al., Phys. Rev. Lett., 30, 624 (1973).
244. Claymans J., Rodenberg R., Phys. Rev., D9, 155 (1974).
245. Dakin J., Felman G., Phys. Rev., D8, 2862 (1973).
246. McElhaney R., Tuan S. F., Phys. Rev., D8, 2267 (1973).
247. Hanson G. — B кн.: Proceedings of 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Stanford), SLAC, Stanford (California), 1-975.
248. Gronau M., Raudal P., Zarsi Y., Nucl. Phys., B51, 611 (1973).
249. Schwitters R. F. — B кн.: Proceedings of 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Stanford), SLAC, Stanford (California), 1975.
250. Gilman F. J. — B кн.: Proceedings of 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Stanford, California), SLAC, Stanford (California), 1975.
251. Jason J. D., Rev. Mod. Phys., 48, 417 (1976).
252. Schwitters R. F. et al., Phys. Rev. Lett., 35, 1320 (1975).
253. Hanson G. et al., Phys. Rev. Lett., 35, 1609 (1975).
254. Bjorken J. D., Phys. Rev., 148, 1467 (1966).
255. Dombey N., Rev. Mod. Phys., 41, 236 (1969).
256. Dombey N. — B кн.: Hadronic Interactions of Electrons and Photons, eds. J. Gumming, H. Osborn, Academic Press, London — New York, 1971.
257. Hey A. J. G., Polarization effects in electron-proton scattering (Daresbury Lecture Note Series, No. 13), SRC Daresbury Lab., Warrington, U. K., 1974.
258. Hey A. J. G. — B кн.: High Energy Lepton Interactions (Proceedings of the 9th Rencontre de Mexicoid), ed. J. Tran Thanh Van, CNRS, France, 1947.
259. Sehgal L. M., Phys. Rev., D10, 1663 (1974).
260. Ellis J., Jaffe R. L., Phys. Rev., D9, 1444; erratum D10, 1669 (1974).
261. Gourdin M., Nucl. Phys., B38, 418 (1972).

262. Farrar G., Jackson D., Phys. Rev. Lett., 35, 1416 (1975).
263. Close F. E., Nucl. Phys., B80, 269 (1974).
264. Alguard M. J. et al., Phys. Rev. Lett., 37, 1261 (1976).
265. Heinmann R., University of Bern preprint, 1977, не опубликовано.
266. Cutler R., Sivars D., Phys. Rev., D17, 196 (1977).
267. Cambridge B. L., Kripplanz J., Ranft J., Phys. Lett., 70B, 234 (1977).
268. Brodsky S. J., Farrar G., Phys. Rev., D11, 1309 (1975).
269. Berman S. M., Bjorken J. D., Kogut J., Phys. Rev., D4, 3388 (1971).
270. Field R., Feynman R. P., Phys. Rev., D15, 2580 (1977).
271. Feynman R. P., Field R., Fox G., Nucl. Phys., B128, 1 (1977).
272. Landshoff P. V., Polkinghorne J. C., Phys. Lett., 45B, 361 (1973).
273. Landshoff P. V., Polkinghorne J. C., Phys. Rev., D8, 927 (1973).
274. Landshoff P. V., Polkinghorne J. C., Phys. Rev., D8, 4157 (1973).
275. Landshoff P. V., Polkinghorne J. C., Phys. Rev., D10, 891 (1974).
276. Lederman L. M., Pope B. G., Phys. Lett., 66B, 486 (1977).
277. Antroasnyon D. et al., Phys. Rev. Lett., 39, 906 (1977).
278. Blankenbecler R., Brodsky S. J., Gunion J. F., Phys. Lett., 39B, 649; Phys. Rev., D6, 2652 (1972).
279. Aubert J. J. et al., Phys. Rev. Lett., 33, 1404 (1974).
280. Augustin J. E. et al., Phys. Rev. Lett., 33, 1406 (1974).
281. Hooft G., Nucl. Phys., B33, 173 (1971).
282. 't Hooft G., Nucl. Phys., B35, 167 (1971).
283. Glashow S. L., Nucl. Phys., 22, 579 (1961).
284. Salam A., Ward J. C., Phys. Lett., 13, 168 (1974).
285. Weinberg S., Phys. Rev. Lett., 19, 1264 (1967).
286. Salam A., Lectures at Imperial College, London, 1967, не опубликовано, находится в работе [287].
287. Salam A. — B кн.: Elementary Particle Theory (Proceeding of 8th Nobel Symposium), ed. N. Svartholm, Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968, p. 367.
288. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., 109, 193 (1958).
289. Schwinger J., Ann. Phys., 2, 407 (1957).
290. Yang C. N., Mills R. C., Phys. Rev., 96, 191 (1954).
291. Guratnik G., Hagen C., Kibble T., Phys. Rev. Lett., 13, 585 (1964).
292. Higgs P. W., Phys. Lett., 12, 232 (1964).
293. Higgs P. W., Phys. Rev. Lett., 13, 508 (1964).
294. Brout R., Englert F., Phys. Rev. Lett., 13, 321 (1964).
295. Weinberg S., Rev. Mod. Phys., 46, 266 (1974).
296. Hasert F. J. et al., Phys. Lett., 46B, 138 (1973).
297. Benvenuti A. et al., Phys. Rev. Lett., 32, 800 (1974).
298. Gaillard M., Lee B. W., Phys. Rev., D10, 897 (1974).
299. Bjorken J. D., Glashow S. L., Phys. Lett., 11, 255 (1964).
300. Kane G. — B кн.: Colour Symmetry and Quark Confinement (Proceedings of XXII Rencontre de Moriond), CNRS, France, 1977, p. 9.
301. Lipkin H. J., Phys. Lett., 45B, 267 (1973).
302. Appelquist T., Politzer H. D., Phys. Rev., D12, 1404 (1975).
303. Kinoshita T., Journ. Math. Phys., 3, 650 (1962).
304. Appelquist T., Politzer H. D., Phys. Rev. Lett., 34, 43 (1975).
305. Jough J., Rehrlich F., Theory of Photons and Electrons, Addison-Wesley, Reading (Massachusetts), 1955.
306. Алексеев А. И. — ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 1195.
307. Тинанос — ЖЭТФ, 1953, т. 25, с. 385.
308. Barbieri R., Gatto R., Kogut R., Phys. Lett., 60B, 183 (1976).
309. Jackson J. D. — B кн.: Proceedings of Summer Institute on Particle Physics (Stanford University), ed. M. Lipt, SLAC Report No. 198, November 1976, p. 147.
310. Eichten E. et al., Phys. Rev. Lett., 34, 369 (1975).
311. Ландау Л. Д. — ДАН СССР, 1948, т. 60, с. 207.

312. Yang C. N., Phys. Rev., 77, 242 (1950).  
 313. Barbieri R., Gatto R., Ronaldi E., Phys. Lett., 61B, 465 (1976).  
 314. Feldman G. J. — В кн.: Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, ed. M. Lipl, SLAC Report No. 204 (Nov. 1977), SLAC, Stanford (California), 1976, p. 241.  
 315. Whitaker J. S. et al., Phys. Rev. Lett., 37, 1596 (1976).  
 316. Chanowitz M., Gilman F. J., Phys. Lett., 63B, 178 (1976).  
 317. Eichen E. et al., Phys. Rev. Lett., 38, 500 (1976).  
 318. Barbieri R. et al., Nucl. Phys., B105, 125 (1976).  
 319. Martin A., Phys. Lett., 67B, 330 (1977).  
 320. Grosse H., Phys. Lett., 68B, 343 (1977).  
 321. Jackson J. D. — В кн.: Proceedings of the European Conference on Particle Physics, Budapest, 1977.  
 322. Segrè G., Weyers J., Phys. Lett., 62B, 91 (1976).  
 323. Harari H., Phys. Lett., 64B, 469 (1976).  
 324. Innes W. R. et al., Phys. Rev. Lett., 39, 1240 (1977).  
 325. Nguyen H. et al., Phys. Rev. Lett., 39, 262 (1977).  
 326. Ferruzi I. et al., Phys. Rev. Lett., 39, 1301 (1977).  
 327. Brandeloh R. et al., Phys. Lett., 70B, 132 (1977).  
 328. Feldman G. J., Perl M., Phys. Rep., 19C, 234 (1975).  
 329. Feldman G. J., Perl M., Phys. Rep., 33C, 286 (1977).  
 330. Schwitters R. F., Strauch K., Ann. Rev. Nucl. Sci., 26, 89 (1976).  
 331. Wiik B., Wolf G., Lectures at Les Houches Summer School 1976; DESY report 77/01, DESY, Hamburg, 1977.  
 332. Feferman P., Rubinstein H. R., Talmi I., Phys. Lett., 22, 208 (1966).  
 333. Knapp B. et al., Phys. Rev. Lett., 37, 882 (1976).  
 334. Cazzoli E. et al., Phys. Rev. Lett., 34, 1125 (1976).  
 335. Dalitz R. H. — В кн.: Fundamentals of Quark Models, eds. J. Barbour, [A. Davies, Scottish Universities Summer School in Physics, 1976].  
 336. Wiik B. — В кн.: Proceedings of International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies (Stanford, California), SLAC, Stanford (California), 1975, p. 679.  
 337. Rubinstein H. R., Phys. Rev. Lett., 17, 41 (1976).  
 338. Aguilar-Benitez M. et al., Nucl. Phys., B124, 189 (1977).  
 339. de Rujula A., Georgi A., Glashow S. L., Phys. Rev. Lett., 37, 398 (1976).  
 340. Ono S., Phys. Rev. Lett., 37, 398 (1976).  
 341. Ono S., Phys. Rev. Lett., 37, 655 (1976).  
 342. Lichtenberg D. B., Phys. Rev., D12, 3760 (1975).  
 343. Lichtenberg D. B., Phys. Rev., D14, 1412 (1976).  
 344. Coleman S., Glashow S. L., Phys. Rev. Lett., 6, 423 (1961).  
 345. Schwinger J., Phys. Rev. Lett., 12, 237; Phys. Rev., 135, B816 (1964).  
 346. Karl G., Nuovo Cimento, 38, 315 (1977).  
 347. Braunschweig W. et al., Phys. Lett., 67B, 243 (1977).  
 348. Ахмезер А., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1968.  
 349. Chodos A. et al., Phys. Rev., D9, 3471 (1974).  
 350. Chodos A. et al., Phys. Rev., D10, 2599 (1974).  
 351. de Grand T. et al., Phys. Rev., D12, 2060 (1975).  
 352. Johnson K., Acta Physica Polonica, B6, 865 (1975).  
 353. Leutwyler H., Phys. Rev. Lett., 48B, 431 (1974).  
 354. Allen E., Phys. Lett., 57B, 263 (1975).  
 355. Jaffe R. L., Phys. Rev., D15, 297 (1977).  
 356. Jaffe R. L., Phys. Rev., D15, 281 (1977).  
 357. Jaffe R. L., Johnson K., Phys. Lett., 60B, 201 (1976).  
 358. Golosich E., Phys. Rev., D12, 2108 (1975).  
 359. Jaffe R. L., Ulevelyn Smith C. H., Phys. Rev., D7, 2506 (1973).  
 360. Johnson K. — В кн.: Fundamentals of Quark Models, eds. J. Barbour, A. Davies, Scottish University Summer School in Physics, 1977.

361. Jaffe R. L., Kislik J., Phys. Rev., D13, 1355 (1976).  
 362. Liphin H. J., Phys. Lett., 70B, 113 (1977).  
 363. Bouchiat C. et al., Phys. Lett., 38B, 518 (1972).  
 364. Herb S. W. et al., Phys. Rev. Lett., 39, 252 (1977).  
 365. Kobayashi M., Maskawa T., Progr. Theor. Phys., 49, 282 (1972).  
 366. Buros A. et al., Nucl. Phys., B135, 66 (1978).  
 367. Gell-Mann M., Ne'eman Y., The Eightfold Way, Benjamin, New-York, 1964.  
 368. Smith A. J. B. et al.: Proceedings of Summer Institute on Particle Physics, Stanford Report 198, p. 449.



# Предметный указатель

Активные элементы поля 241  
 Алгебра токов 110  
 Аномальный магнитный момент легких кварков 368, 391  
 — — — массивных кварков 132, 391  
 — — — протонов 175, 392  
 Асимптотическая свобода 211, 330

Бароны 19, 21  
 — декуплетные 30  
 — цветные 320  
 Бикварк 92, 291

Валентные кварки 191, 211  
 Векторные мезоны 29, 30  
 — — лептонная ширина 243, 351  
 Весовые диаграммы 55, 166, 407  
 Взаимодействие нейтрино 231

Гамильтониан Ферми—Брейта 372  
 Гиперзаряд 40, 45, 54  
 Глюоний 400  
 Глюоны 18  
 — взаимодействие с кварками 330, 334  
 — импульс 226  
 — нарушение скейлинга 191  
 — шлетовые 24

Закон сохранения спиральности 185  
 Зарядовое сопряжение 37, 116

Изоспиповая симметрия 29, 35  
 Импульсное приближение 186

Калибровочные бозоны 230, 231  
 Квантовая ароматодинамика (КАД) 318  
 — хромодинамика (КХД) 22, 311, 218

Квантовые числа кварков 49  
 Классификация бариев 89, 91  
 — мезонов 94, 405  
 Конфайнмент 22, 218, 385  
 Кулоновское рассеяние 174, 175

Лептокварки 418

Масса  $n$ - и  $d$ -кварков 133  
 Масштабная инвариантность 18, 27, 170

Матрицы Паули 33  
 — — матричные элементы 72, 73  
 Модель Бете—Солпитера 159  
 — Боголюбова 393  
 — Вайнберга—Салама 252  
 — массивных кварков 206  
 — Хана—Намбу 163

Нарушение  $CP$ -инвариантности 415  
 Нейтральные токи 250, 316

Оператор Казимира для группы  $SU(2)$  44  
 — — —  $SU(4)$  35  
 Очарованный кварк 19, 328  
 — — эффективная масса 369

Осцилляции:  
 — нейтрино с чармонием 19, 335  
 — уровни энергии 19  
 — формулы распада 334, 335  
 Поляризация вакуума 24, 321  
 Правило сумм Адлера 228  
 — — Бёркена 286  
 — — Гросса—Луалли—Смита 228  
 Принцип Паули 22, 161, 407

Рассеяние на фиксированный угол 300, 312  
 — электронов:  
 — — на мезоне 172  
 — — на ядре 189  
 — — сечение 170  
 Реджевское поведение 240, 294

Сверхтонкое расщепление 95, 361  
 — — в КХД 25, 324  
 — — в модели мешков 395  
 Свободные кварки 187  
 Симметричная кварковая модель 85, 161  
 Система бесконечного импульса 110, 121, 187, 195  
 — Брейта 186, 257  
 Соотношение Дрелла—Яна—Веста 201  
 Странный кварк 19, 48  
 — — магнитный момент 133  
 — — эффективная масса 369, 371  
 Схема Юнга 57

Теорема Янга—Ландау 338  
 Тождество Якоби 39  
 Топкая структура 363  
 Тяжелые лептоны 245

Угол Вайнберга—Салама 252  
 Угол Кабиббо 252, 360

Формула масс Гелл-Манна—Окубо 84, 381  
 Фундаментальное представление 29, 62  
 — — группы  $SU(2)$  31  
 — — группы  $SU(3)$  39

Цветовая степень свободы 23, 161, 218  
 Цветовые синглеты 321

Чармоний:  
 — акральные распады 338, 345  
 — потенциал взаимодействия 349, 353

Шестикуарковые модели 415, 418

Энергетические мезоны 93  
 Электромагнитный сдвиг масс 364, 372  
 — — бариев 378  
 — — мезонов 375  
 Электрон-позитронная аннигиляция 242, 272  
 — — в модели массивных кварков 206  
 Эффективная масса кварка 324  
 — — в модели мешков 389

# Оглавление

Предисловие редактора перевода . . . . .	5
Предисловие . . . . .	14
Введение. ГЛАВА 1. Почему кварки? . . . . .	17
§ 1. Спектроскопия адронов . . . . .	19
§ 2. Внутренняя структура адронов и скейлинг . . . . .	25
<b>Часть I. СИММЕТРИЯ, СПЕКТРОСКОПИЯ АДРОНОВ И КВАРКИ . . . . .</b>	<b>28</b>
ГЛАВА 2. $SU(N)$ -симметрия . . . . .	28
§ 1. Мультиплеты и кварки . . . . .	28
§ 2. Основные понятия об унитарной симметрии $SU(N)$ . . . . .	32
ГЛАВА 3. Кварки и представления группы $SU(N)$ . . . . .	48
§ 1. Барions . . . . .	49
§ 2. Представления группы $SU(2)$ . . . . .	50
§ 3. Представления группы $SU(3)$ . . . . .	54
§ 4. Группы $SU(N)$ и схемы Юнга . . . . .	57
ГЛАВА 4. $SU(6)$ : кварки со спином . . . . .	63
§ 1. Мезоны . . . . .	63
§ 2. Барions . . . . .	68
§ 3. Примеры простых вычислений . . . . .	71
§ 4. Расщепление масс в адронных супермультиплетах . . . . .	78

ГЛАВА 5. $SU(6) \otimes O(3)$ : орбитальные возбуждения кварковых систем . . . . .	87
§ 1. Барions . . . . .	87
§ 2. Мезоны . . . . .	92
§ 3. Расщепление масс в супермультиплетах $L > 0$ . . . . .	94
ГЛАВА 6. Взаимодействие кварков с токами: симметрия и динамика распадов . . . . .	99
§ 1. $U(6) \otimes U(6)$ и $SU(6)$ . . . . .	99
§ 2. $SU(6)_W$ и движущиеся частицы с $p_z \neq 0$ . . . . .	101
§ 3. Модель с $SU(6)_W \otimes O(2)_{L,2}$ -симметрией вершин: дуальные диаграммы со спином . . . . .	106
§ 4. Токсовая группа $SU(6)_W$ . . . . .	109
§ 5. Подалгебра $SU(3) \otimes SU(3)$ алгебры $SU(6)_W$ . . . . .	115
§ 6. Смешивание $SU(3) \otimes SU(3)$ -конфигураций в осцилляторной кварковой модели . . . . .	119
§ 7. Модель рождения кварковых пар и нарушение $SU(6)_W$ -симметрии . . . . .	123
ГЛАВА 7. Электромагнитные взаимодействия и радиационные переходы в конкретных моделях . . . . .	130
§ 1. Матричные элементы для кварковых переходов с переворотом спина . . . . .	131
§ 2. Амплитуды фотозобуждения резонансов в кварковой модели . . . . .	135
§ 3. Матричные элементы токов, общий подход . . . . .	145
§ 4. Релятивистские модели . . . . .	150
§ 5. Электромагнитные взаимодействия в $^3P_0$ -модели . . . . .	157
§ 6. Модели массивных кварков . . . . .	159
ГЛАВА 8. Цветные кварки . . . . .	161
§ 1. Симметричная кварковая модель . . . . .	161
§ 2. Заряды цветных кварков . . . . .	162
§ 3. Цвет и распад $\Lambda^0 \rightarrow 2\gamma$ . . . . .	163
§ 4. Цвет как симметрия . . . . .	164
§ 5. Дальнейшее чтение . . . . .	169
<b>Часть II. ГЛУБОКО-НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ И ПАРТОНЫ . . . . .</b>	<b>170</b>
ГЛАВА 9. Рассеяние лептонов и партоны . . . . .	170
§ 1. Рассеяние электронов . . . . .	170
§ 2. Глубоко-неупругое рассеяние и партоны . . . . .	179

§ 3. Скейлинг, импульсное приближение и кон- файнмент	186
§ 4. Скейлинг и точечная структура	188
<b>ГЛАВА 10. Набранные вопросы партонных моделей</b>	195
§ 1. Нековариантная теория возмущений и си- стема бесконечного импульса	195
§ 2. Соотношение Дрелла — Яна — Веста	201
§ 3. Качественное введение в партонную модель вне теории возмущений	203
§ 4. Модель массивных кварков	206
§ 5. Формулировка ковариантной непертурба- тивной партонной модели в системе бес- конечного импульса	208
§ 6. Партонные модели и теория поля	210
§ 7. Вычисление $\alpha_S/\alpha_T$ в плановой партонной модели	215
<b>ГЛАВА 11. Феноменология кварков и партонов</b>	217
§ 1. Рассеяние электронов на ядрах	217
§ 2. Кварки-партоны и рассеяние лептонов	220
§ 3. Нейтринное взаимодействие	229
§ 4. Функции распределения кварков	238
§ 5. Масштабная инвариантность при элек- трон-позитронной аннигиляции	242
§ 6. Рождение очарованных частиц в $\nu N$ - и $eN$ - взаимодействиях	246
§ 7. Нейтральные токи	250
§ 8. Нарушение скейлинга	254
<b>ГЛАВА 12. Инклюзивное рождение адронов и кварк-пар- тонная модель</b>	256
§ 1. Процессы $IN \rightarrow I'h \dots$ ( $I \equiv e, \mu, \nu$ )	256
§ 2. Функции фрагментации кварков	258
§ 3. Угловое распределение адронов, рожда- емых при $e^+e^-$ аннигиляции	272
§ 4. Угловое распределение адронов в реак- циях $e^+e^- \rightarrow h + X$ и поляризация пуч- ков	275
<b>ГЛАВА 13. Электророждение поляризованных частиц</b>	282
§ 1. Начала кинематики	282
§ 2. Физическая интерпретация величины $A$ в партонной модели	285
§ 3. Поведение при $x \rightarrow 1$	289
§ 4. Инклюзивное рождение адронов в электро- рождении на поляризованных частицах	293

<b>ГЛАВА 14. Явления при больших <math>p_T</math></b>	294
§ 1. Общая картина процессов с большим $p_T$	294
§ 2. Рождение адронов с большим $p_T$	298
§ 3. Некоторые известные примеры процессов с большим $p_T$	299
§ 4. Конкретные модели процессов $ab \rightarrow cd$ и $AB \rightarrow CX$	304
§ 5. Пример слияния $qq$ : процесс Дрелла — Яна	306
§ 6. Обмен составляющими	311

### Часть III. ПОЛЕВЫЕ ТЕОРИИ СЛАБЫХ, ЭЛЕКТРО- МАГНИТНЫХ И СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙ- СТВИЙ, НОВЫЕ ЧАСТИЦЫ, НОВОЕ В ТЕОРИИ

<b>ГЛАВА 15. Введение в феноменологию неабелевых калиб- ровочных теорий</b>	313
§ 1. Неабелевы калибровочные теории слабого и электромагнитного взаимодействий	314
§ 2. Квантовая хромодинамика: неабелева ка- либровочная полевая теория сильных вза- имодействий	318
<b>ГЛАВА 16. Новые частицы</b>	328
§ 1. Очарование	328
§ 2. Распад чармония в квантовой хромодина- мике	334
§ 3. Спектроскопия очарованных частиц	342
§ 4. Очарованные частицы	354
§ 5. Слабые распады очарованных адронов	360
Библиография	362
<b>ГЛАВА 17. Расщепление адронных масс в теории поля</b>	363
§ 1. Тонкая и сверхтонкая структура в атомной физике и физике кварков	363
§ 2. Спин-спиновое расщепление масс барионов	364
§ 3. Гипертонкий Ферми — Брейта в КХД	372
§ 4. Спин-спиновое расщепление и спектроско- пия мезонов	374
§ 5. Электромагнитные сдвиги масс	375
§ 6. Глюонный вклад, массы псевдоскалярных и векторных мезонов	380
<b>ГЛАВА 18. Кварки внутри сферы: модель мешков МТИ</b>	385
§ 1. Свободные кварки внутри сферы	386
§ 2. Глюоны в мешке и сверхтонкое расщепле- ние	395
§ 3. Конфайнмент	399
§ 4. Глюоний	400

ГЛАВА 19. Многокварковые адроны . . . . .	402
§ 1. Состояния $qq$ и $qqq$ в КХД . . . . .	402
§ 2. Сиглетные по цвету $q^2\bar{q}^2$ -мезоны . . . . .	403
§ 3. Спин-спиновое расщепление $q^2\bar{q}^2$ -состояний . . . . .	408
ГЛАВА 20. Унификация кварков и лептонов . . . . .	414
§ 1. Кварки и лептоны . . . . .	414
§ 2. Великое объединение . . . . .	416
Библиография . . . . .	421
ЛИТЕРАТУРА . . . . .	423
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ . . . . .	432

## УВАЖАЕМЫЙ ЧИТАТЕЛИ

Ваши замечания о содержании книги, ее оформлении, качестве перевода и другие просим присылать по адресу: 129820, Москва, И-110, ГСП, 1-й Рижский пер., д. 2, изд-во «Мир».

Ф. Клоуз

## ВВЕДЕНИЕ В КВАРКИ И ПАРТОНЫ

Научн. редактор Е. С. Куранский  
 Ма. научн. редакторы Р. Х. Зайкина, Г. Г. Сорокина  
 Художник В. П. Ложков  
 Художественный редактор Л. Е. Батушевский  
 Технические редакторы Л. А. Подцепова, И. М. Крестьянина  
 Корректор Н. В. Андреева

ИВ № 2617

Сдано в набор 11.08.81.  
 Подписано в печать 14.04.82.  
 Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага типографская № 2.  
 Гарнитура литературная. Печать высокая.  
 Объем бум. л. 14,75. Усл. печ. л. 27,50.  
 Усл. ар. отт. 27,50. Уч. изд. л. 23,71. Изд. № 2/1386  
 Тираж 4 000 экз. Зак. 715. Цена 3 р. 50 к.

Издательство «МНР»  
 Москва, Г-В Рижский пер., 2.

Ленинградская типография № 5  
 ордена Трудового Красного Знамени  
 Ленинградского объединения «Техническая книга»  
 им. Евгения Соколовой  
 Союзполиграфпрома при Государственном  
 комитете СССР по делам издательства,  
 полиграфии и книжной торговли,  
 193144, г. Ленинград, ул. Моисеева, 10