

ДЖ. САКУРАИ

# ТОКИ и МЕЗОНЫ

*Перевод с английского*

*Под редакцией  
Л. Л. ЕНКОВСКОГО*



МОСКВА АТОМИЗДАТ 1972

CHICAGO LECTURES IN PHYSICS

# Currents and Mesons

J. J. SAKURAI

The Enrico Fermi Institute  
and the Department of Physics  
The University of Chicago  
Chicago, Illinois

Chicago and London

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

Сакураи Дж. Токи и мезоны. Перев. с англ.  
М., Атомиздат, 1972.

Данная книга основана на лекциях, прочитанных Дж. Сакураи для студентов и аспирантов Чикагского университета в 1967 г. Лекции охватывают вопросы теории симметрий, алгебры токов и модели векторной доминантности.

Лекции дополнены обзором автора по достижениям и перспективам модели векторной доминантности.

Для Сакураи характерен оригинальный стиль, живость, простота и непосредственность изложения.

Рисунков — 41, таблиц — 2, библиография — 171 название.

## Предисловие к переводу

Основываясь на аналогии с электродинамикой, в которой электрический заряд является не только аддитивным квантовым числом, сохраняющимся во всех реакциях, но и характеристикой универсального взаимодействия частиц с полем Максвелла, Сакураи пришел к заключению, что сохранению барионного заряда, гиперзаряда и изотопического спина в сильных взаимодействиях должны соответствовать универсальные взаимодействия векторных мезонов. Таким образом, Сакураи в 1960 г. предсказал существование двух изоскалярных и изовекторного триплетов векторных мезонов. Эти частицы были открыты в 1961—1963 гг. и названы  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонами.

Первые попытки построения теории векторных мезонных полей относятся к тридцатым годам. Теория векторных полей строилась по аналогии с электродинамикой и рассматривалась как один из возможных вариантов описания ядерных взаимодействий. Эта теория не имела, однако, большого успеха в предсказании и объяснении экспериментальных фактов.

Существование векторных мезонов в природе, их связи с законами сохранения и универсальностью следует связать с работами Янга и Миллса, в которых, в частности, был сделан первый шаг на пути к выяснению физического смысла понятия изотопического спина и изопространства, впервые введенного Гейзенбергом в 1932 г.

В своих работах Сакураи, во-первых, развил идеи Янга и Миллса и дал общую теорию векторных полей, сопоставленных всем трем новым законам сохранения: сохранения изоспина, барионного числа и странности, и тем самым — соответственным свойствам инвариантности относительно вращений, фазовых преобразований и инверсий в изопространстве. Во-вторых, связал новую теорию с уже имеющимся материалом и сделал ряд важных предсказаний относительно свойств новых частиц.

Наиболее существенные следствия теории калибровочных полей — универсальность взаимодействий векторных мезонов и связь констант взаимодействий с интегралами

движения — были подтверждены при исследовании электромагнитных взаимодействий адронов; относительно давно была осознана также справедливость этих следствий для гравитационных полей. В обобщении этих принципов инвариантности на все типы взаимодействий фундаментальную роль сыграли результаты Утиямы [*Phys. Rev.*, 101, 1597 (1956)]. Обобщение всех принципов инвариантности занимает центральное место в теории симметрии элементарных частиц. Так, унитарная симметрия является одним из следствий результатов Утиямы.

Симметрия  $SU(3)$  сильных взаимодействий, сформулированная Онуки на Рочестерской конференции 1960 г., была обобщена Саламом и Уордом на векторные мезоны.

Модель векторной доминантности, основанная на схожести свойств фотона и векторных мезонов, служит своеобразным мостиком между сильными и электромагнитными взаимодействиями.

Книга составлена на основе лекций, прочитанных Дж. Сакураи для студентов Чикагского университета в 1967 г.

Изложение теории симметрии, алгебры токов и модели векторной доминантности автора, внесшего огромный вклад в развитие этих направлений, представляет большую ценность для читателя, занимающегося физикой высоких энергий. Лекции, объединенные Дж. Сакураи под названием «Токи и мезоны», написаны ясно и живо.

В 1969 г. на Международном симпозиуме по электронным и фотонным взаимодействиям в Ливерпуле Дж. Сакураи сделал обзорный доклад по достижениям и перспективам развития модели векторной доминантности. Этот обзор, являющийся хорошим дополнением к лекциям, также включен в данную книгу.

Читателю небезынтересно будет познакомиться также со взглядами одного из ведущих специалистов в области теории элементарных частиц на современную ситуацию и дальнейшие перспективы развития физики высоких энергий. По этой причине вместо предисловия автора включен несколько сокращенный перевод доклада Дж. Сакураи на Международном семинаре по проблемам физики высоких энергий в Станфорде (США) в феврале 1971 г.

Л. Енковский

ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ 70-х ГОДОВ

Перечень опытов, запланированных в Национальной ускорительной лаборатории (Батавия, США) и в ЦЕРНе, может в какой-то степени дать представление о переднем фронте физики высоких энергий ближайших лет: это — поиски кварков и  $W$ -бозона, протон-протонное рассеяние в широком интервале энергий,  $K_L$  —  $K_S$ -регенерация, неупругие  $\mu p$ - и  $\nu p$ -взаимодействия и т. д. Однако все это «старые» опыты, которые предполагается провести при значительно больших энергиях. Мне же хотелось бы услышать в семидесятых годах о качественно новых экспериментах.

Ежегодно я начинаю чтение нового курса по физике элементарных частиц введением, в котором говорю о том, что нам известны три типа взаимодействий между элементарными частицами — сильные, электромагнитные и слабые, повторяя при этом, что существует огромный промежуток между интенсивностью электромагнитных и сильных взаимодействий — разница составляет около десяти порядков в величинах квадратов безразмерных констант связи. При этом, однако, я задумываюсь: уверены ли мы на самом деле в том, что не существует взаимодействий, расположенных по интенсивности где-то посередине между электромагнитными и слабыми? Под этим я подразумеваю совсем новый тип взаимодействий промежуточной силы, а не просто корень квадратный из обычных слабых взаимодействий, как в теории  $W$ -бозона. Если в предполагаемом взаимодействии участвуют только адроны и это взаимодействие сохраняет странность и четность, то любой эффект, связанный с ним, будет потерян на фоне эффектов обычных сильных взаимодействий. Поэтому взаимодействия такого типа, если они существуют, не будут обнаружены даже при жизни моего сына.

Однако ситуация несколько более обнадеживающая, если существуют частицы, участвующие в промежуточных взаи-



В любом случае стоит обратить большее внимание на столь странный спектр лептонов. Вместо того чтобы спрашивать, почему существуют мюоны, более правильно было бы задаться вопросом: существуют ли тяжелые лептоны? Я хочу подчеркнуть, что по существу нет экспериментальных данных, подтверждающих или противоречащих существованию тяжелых лептонов с массой, превосходящей массу  $K$ -мезона. Не существует ли бесконечная последовательность тяжелых лептонов?

Конечно, может оказаться, что исследования в области высоких энергий не приведут к открытию необычных частиц — медионов, тяжелых лептонов, кварков,  $W$ -бозонов, призрачных фотонов, дайонов, химеронов (любого сорта!) и т. п.

Однако еще далеко не все ясно в адронной спектроскопии. В 1961 г. Чу и Фраучи предложили странные на вид диаграммы, образованные из большого числа параллельных линий, причем имелось 19 траекторий и 21 адронное состояние. Теперь это уже никому не кажется смешным. Существуют прямолинейные траектории с пятью и даже шестью адронными состояниями. Будут ли эти траектории расти линейно до бесконечно больших энергий? Соответствует ли «тонкая структура», наблюдаемая в некоторых бозонных спектрометрах, параллельным дочерним траекториям, играющим столь важную роль во многих теоретических моделях, в частности в модели Венециано? Хочется надеяться, что расщепление  $A_2$ -мезона не единственная острая тема при будущих обсуждениях бозонных резонансов.

На протяжении 60-х годов накоплено большое количество экспериментальных данных, касающихся двухчастичных (квазидвухчастичных) процессов. Что мы узнали из этих результатов? Независимо от того, верим ли мы в модель полюсов Редже или нет, для инвариантной амплитуды двухчастичного процесса рассеяния вперед справедлива степенная зависимость вида

$$M \sim \beta(t) s^{\alpha(t)}$$

или

$$d\sigma/dt \sim F(t) s^{2\alpha(t)-1},$$

где значения  $\alpha$  зависят от квантовых чисел объектов, обмениваемых в  $t$ -канале. Аналогичная картина справедлива для рассеяния назад, где существенны частицы, обмениваемые в  $u$ -канале. Помимо этого большинство специалистов

ридерживаются единой точки зрения также по следующим двум пунктам: 1) чистая полюсная модель, даже с различными усовершенствованиями, такими, как конспираторы и т. д., неудовлетворительна; необходимо введение разрезов и абсорбций; 2) исследования, связанные с использованием дуальных свойств теории, находятся на правильном пути. Некоторые из теоретиков утверждают, что из дуальности следуют простые правила для предсказания провалов и пиков. Насколько хороши эти правила\*, я не знаю.

При степенной зависимости типа  $s^{\alpha(t)}$  аналитичность и перекрестная симметрия требуют, чтобы фаза амплитуды имела вид  $1 \pm e^{-i \pi \alpha(t)}$ . Таким образом, понятие *сигнатурный множитель*, часто обсуждаемое в связи с моделью полюсов Редже, имеет большую общность. Именно по этой причине опыты по регенерации  $K_L-K_S$ , проводимые, в частности, А. К. Савиным и сотрудниками в Серпухове, так же важны, как измерения полных сечений.

Считается, что с ростом энергии двухчастичные процессы принимают дифракционный характер и определяются обменом вакуумного полюса. Однако мы еще далеки от понимания природы самого вакуумного полюса. В отличие от остальных реджеонов у него, по-видимому, нет достойного дуального партнера.

С ростом энергии все большую роль играют многочастичные конечные состояния. Здесь наблюдаются две поразительные закономерности:

1) распределение поперечных импульсов вторичных частиц не зависит ни от начальной энергии, ни от множественности; эта величина резко убывает начиная со значений  $p_{\perp} \approx 400 \text{ Мэв/с}$ ;

2) средняя множественность заряженных адронов с ростом энергии увеличивается логарифмически.

Первое свойство было известно уже много лет тому назад. Второе, обнаруженное с помощью данных, полученных на ускорителе в ограниченной области энергий, недавно подтверждено великолепными опытами, выполненными Джонсом с сотрудниками при импульсах, достигающих  $p_{lab} \approx 700 \text{ Гэв/с}$ .

При столкновении протона, имеющего импульс  $200 \text{ Гэв/с}$ , с мишенью протоном в среднем рождается шесть заряженных адронов. Трудно представить себе возможность детального

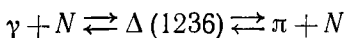
---

\* Сакураи имеет в виду, в частности, работу Харари (препринт SLAC—PUB-821, октябрь 1970 г.). — *Прим. перев.*



изучения энергии и направления вылета каждой из шести частиц. Остается либо положиться на термодинамические соображения Хагедорна, либо, следуя Фейнману, рассматривать модель, в которой подробно изучается только один из адронов. В ближайшем будущем, несомненно, будет достигнут прогресс в понимании роли переменных в процессах множественного рождения, в геометрической интерпретации результатов и т. д.

Каковы центральные проблемы электромагнитных взаимодействий? Прежде всего следует проверить то, что Телегди называет законом Ампера в физике высоких энергий. В частности, обладает ли адронная часть электромагнитного тока теми же внутренними квантовыми числами, что и полный заряд, а именно:  $C = -1$ ,  $I = 0,1$ . Возможные следствия наличия аномальной компоненты  $C$  подробно изучались в соответствии с предположением Ли и др. Существование изотензорной компоненты ( $I = 2$ ) можно установить исследованием отношения реакций



в различных зарядовых состояниях, как это недавно указывалось в работе Сэнда и Шоу.

Отвлекаясь от субъективных теоретических убеждений в пользу или против модели векторной доминантности, нельзя не согласиться с тем, что процессы фотообразования при высоких энергиях удивительно похожи на процессы с участием мезонов. Энергетическая зависимость и угловое распределение в процессе фотообразования  $\rho$ -мезона напоминают упругое рассеяние пионов на нуклонах.

Масштабная инвариантность Бьёркена, тесно связанная с идеями Каструпа, которые были выдвинуты несколько лет назад, знакома теперь каждому. В применении к неупругим электрон-протонным столкновениям из нее следует, что безразмерная величина  $W_2(q^2, \nu)$  (которая, вообще говоря, является функцией двух переменных  $q^2$  и  $\nu$ ) при больших  $q^2$  и  $s$  (или  $\nu$ ) может быть выражена как функция единственной безразмерной величины

$$\omega = 2m_p \nu / q^2 = 1 + (s - m_p^2) / q^2,$$

где  $\nu$  — энергия, переданная электроном;  $\sqrt{s}$  — масса адронов в конечном состоянии. Согласно данным группы SLAC—MIT, этот принцип особенно сильно ощутим в области  $q^2 > 1 \text{ Гэв}$ ,  $\omega < 8$  и при использовании переменных

Блума—Гилмана  $\omega = 1 + (s/q^2)$ . Кроме того, из упомянутых данных следует также, что: 1) отношение продольного сечения к поперечному (в области, где имеется хорошее разделение,  $\omega \lesssim 5$ ) мало; 2) если предположить, что дейтронные поправки несущественны, то обнаружится существенная разница между электрон-нейтронным и электрон-протонным взаимодействиями при малых значениях  $\omega$  ( $1 \leq \omega \leq 5$ ), что указывает на наличие недифракционной компоненты. Некоторые теоретики считают, что эта компонента состоит из  $s$ -канальных резонансов, которые проявляются даже в пределе масштабной инвариантности; иные придерживаются мнения, что электрон «ощущает» сложную точечную структуру внутри нуклона.

Одним из наиболее интересных на Киевской конференции 1970 г. явилось сообщение о большом сечении множественного рождения, наблюдавшемся во Фраскати и в Новосибирске. Согласно этим данным, полное адронное сечение в электрон-позитронных столкновениях при  $\sqrt{s} \sim \sim 2 \text{ Гэв}$  сравнимо и даже превосходит сечение образования мюонных пар. Стало принятым связывать это с большими сечениями в электрон-протонном рассеянии. Однако прежде чем поверить в справедливость схемы  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$  виртуальный (временеподобный)  $\rightarrow$  адроны, мне хотелось бы удостовериться в том, что имеется правильная интерпретация фонов, связанных с различными электромагнитными процессами высших порядков. Очевидный точечный характер сечения мультиадронных состояний может быть связан с рождением пар мезонов или тяжелых бозонов.

В слабых взаимодействиях все еще много нерешенных проблем в области низких энергий: возможность существования токов второго класса (аномальное  $G$ ), более тонкая проверка теории Кабиббо, форм-факторы  $K_{\mu 3}$ -распада, более жесткие ограничения на правило  $\Delta S = \Delta Q$  и т. д. Однако передний край теории слабых взаимодействий 70-х годов, по-видимому, будет связан с нейтринными взаимодействиями при высоких энергиях. Благодаря успешному продвижению работ по «чистым» нейтринным экспериментам с использованием водородных пузырьковых камер следует ожидать значительного прогресса в изучении аксиально-векторного форм-фактора нуклона и переходных форм-факторов низколежащих резонансов.

С ростом энергии все большее значение приобретает нейтринный аналог глубокоэластичного электронного рас-

сеяния. Рассмотрим, например, знаменитое правило сумм Адлера

$$\int [W_2^{(\bar{\nu}p)}(q^2, \nu) - W_2^{(\nu p)}(q^2, \nu)] d\nu = 2(\cos^2 \theta_C + 2 \sin^2 \theta_C),$$

где  $\theta_C$  — угол Кабиббо. Интеграл не зависит от  $q^2$ , так как он содержит разницу структурных функций, поэтому даже при очень больших значениях  $q^2$  разность остается без изменения, что указывает, в частности, на наличие — как и в случае электромагнитных взаимодействий — значительной примеси недифракционной компоненты. К тому же величина этой компоненты ограничена условием равенства интеграла определенной константе  $C \approx 2$ . Несмотря на это существенное свойство правила сумм, многие теоретики все же верят, что оно будет выполняться. Нарушение его привело бы к погребению многих теоретических работ, основанных на алгебре плотностей токов и «разумном» предположении о поведении при высоких энергиях.

Существуют также другие проблемы в нейтринной физике при высоких энергиях, решение которых волнует теоретиков. Особенно интересен вопрос о том, сохраняется ли  $VA$ -интерференция, обычно представляемая с помощью структурной функции  $W_3$ , в глубоконеупругом пределе. Это можно проверить измерением разницы  $\sigma(\nu p)$  и  $\sigma(\bar{\nu}n)$  [или  $\sigma(\nu n)$  и  $\sigma(\bar{\nu}p)$ ].

Какова ситуация в нарушении  $CP$ -инвариантности? Не исключено, что знаменательный этап, начатый Кронином, Фитчем и сотрудниками примерно семь лет назад, наконец подходит к концу. Это связано с тем, что результаты различных экспериментов в последнее время все больше подтверждают существование сверхслабой теории, согласно которой  $CP$ -нарушение во всех практических применениях сказывается только в недиагональных элементах дисперсионной части матрицы массы  $K^0 - \bar{K}^0$ .

В некотором отношении сверхслабая теория является самой изящной моделью нарушения  $CP$ -симметрии. Задаваясь интенсивностью  $CP$ -нарушающего виртуального перехода  $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ , а также разницей в массах и временах жизни  $K_L$  и  $K_S$ , можно точно вычислить все параметры эффектов, нарушающих  $CP$ -инвариантность:

$$\eta_{\pm} = \eta_{00} = \epsilon;$$

$$\text{Arg}(\epsilon) = \text{tg}^{-1} [2(m_L - m_S)/(\Gamma_S - \Gamma_L)].$$

Разве это мало? Существуют, конечно, и другие нерешенные фундаментальные проблемы слабых взаимодействий. Является ли обычное взаимодействие типа «ток  $\times$  ток» феноменологическим проявлением более общей теории, основанной на связи с  $W$ -бозоном? Какова природа правила  $|\Delta I| = 1/2$ , угла Кабиббо? Становятся ли где-нибудь слабые взаимодействия сильными? А если да, то при каких энергиях? Правильно ли предсказывается сила самодействия, например  $(\bar{e}\nu)(\bar{\nu}e)$  с помощью наивной модели «ток  $\times$  ток»?

Я попытался дать представление о некоторых чертах развития физики высоких энергий грядущего десятилетия. Однако часто случается, что некоторые из наиболее значительных явлений не поддаются предсказанию\*. В отличие от обнаружения пиона—частицы, предсказанной Юкавой, — открытие странных частиц в конце 40-х и начале 50-х годов было совершенно неожиданным. Далее, никто — включая даже Далитца, Ли и Янга — не предполагал в начале 50-х годов, что тщательный анализ продуктов, образующихся при  $\tau$ -распаде, может привести к революции в нашем понимании всех явлений, связанных со слабым взаимодействием, включая  $\beta$ -распад. Я искренне надеюсь, что грядущие открытия превзойдут наши ожидания.

---

\* Следует отметить, что существование векторных мезонов было предсказано автором данной книги. — *Прим. перев.*

## § 1.1. Кварки

Группа  $SU(3)$  [или  $U(3)$ ] была впервые введена в физику элементарных частиц в рамках симметричной модели Сакаты в 1960 г. (Икеда, Огава, Онуки; Весс; Ямагучи). В этой модели в качестве фундаментальных компонент выбираются физические частицы  $p$ ,  $n$ ,  $\lambda$ , из которых можно построить все адроны. Хотя модель Сакаты удовлетворительна для классификации мезонов, она непригодна для классификации барионов. Например, в случае барионов  $1/2^+$  очевидна асимметрия, так как мы выбрали в качестве фундаментальных частиц  $p$ ,  $n$  и  $\lambda$ , отдав им предпочтение перед другим триплетом (например,  $\lambda$ ,  $\Xi^0$  и  $\Xi^-$ ). Более того, попытка классификации состояний  $3/2^+$  оказалась менее удачной. Гелл-Манн (1961 г.) и Неeman (1961 г.) отказались от этой модели в пользу восьмеричного пути, который, в частности, привел к успешному предсказанию резонанса  $\Omega^-$ .

В восьмеричном пути ни один из известных адронов не принадлежит унитарному триплету. Тем не менее с педагогической точки зрения полезно ввести фермионный триплет, называемый кварками (Гелл-Манн, 1964 г., Цвейг, 1964 г.), так как они обладают более простыми, чем наблюдаемые мезоны и барионы, трансформационными свойствами по отношению к группе  $SU(3)$ . (Вопрос о существовании кварков не играет никакой роли с точки зрения построения модели.) Триплет кварков

$$q = \begin{pmatrix} p' \\ n' \\ \lambda' \end{pmatrix}$$

преобразуется по отношению к группе  $SU(3)$  с помощью инфинитезимального унитарного преобразования

$$\left(1 + i \frac{\lambda_\alpha}{2} \varepsilon_\alpha\right) q, \quad \alpha = 1, \dots, 8,$$

где

$$\left(1 + i \frac{\lambda_\alpha}{2} \varepsilon_\alpha\right) \left(1 - i \frac{\lambda_\alpha^+}{2} \varepsilon_\alpha\right) = 1 + 0 (\varepsilon_\alpha^2).$$

Матрицы  $\lambda$  являются беспшуровыми эрмитовыми матрицами  $3 \times 3$ , а  $\varepsilon$  — инфинитезимальными вещественными параметрами. Имеем прямую аналогию группы  $SU(2)$  с изоспиновыми преобразованиями

$$\left(1 + i \frac{\tau_\alpha}{2} \varepsilon_\alpha\right) \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix},$$

где  $\tau_3$  разделяет  $p$  и  $n$ , а  $\tau_1$  и  $\tau_2$  смешивают эти частицы. Их аналогами в  $SU(3)$  являются матрицы  $\lambda_\alpha$ , которые либо смешивают, либо разделяют  $p'$ ,  $n'$  и  $\lambda'$ :

1)  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  смешивают или разделяют  $p'$  и  $n'$ , и поэтому их можно выразить через матрицы  $\tau_\alpha$  группы  $SU(2)$ :

$$\lambda_\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_\alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 1, 2, 3;$$

2)  $\lambda_4$  и  $\lambda_5$  смешивают  $p'$  и  $\lambda'$

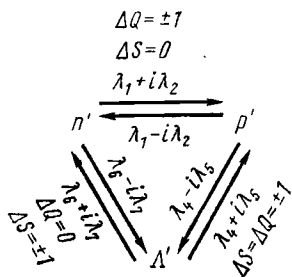
$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

3)  $\lambda_6$  и  $\lambda_7$  смешивают  $n'$  и  $\lambda'$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix};$$

4)  $\lambda_8$  разделяет  $\lambda'$  и  $(p', n')$ .

Предлагаем читателю запомнить следующую полезную диаграмму:



## § 1.2. Свойства $\lambda$ -матриц

$\lambda$ -Матрицы эрмитовы и бесшпуровы,  $\lambda_\alpha^+ = \lambda_\alpha$ ,  $\text{Tr}(\lambda_\alpha) = 0$  с нормой  $\text{Tr}(\lambda_\alpha \lambda_\beta) = 2\delta_{\alpha\beta}$ . Из явного выражения для  $\lambda_\alpha$ -матриц можно вычислить структурные константы коммутационных соотношений группы  $SU(3)$

$$[\lambda_\alpha, \lambda_\beta] = 2if_{\alpha\beta\gamma}\lambda_\gamma.$$

Естественен вопрос: почему  $f$  умножается на два?  $\lambda_1, \lambda_2$  и  $\lambda_3$  ведут себя как матрицы  $\tau_\alpha$ , которые в свою очередь обладают трансформационным свойством углового момента:

$$\left[ \frac{\tau_\alpha}{2}, \frac{\tau_\beta}{2} \right] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\tau_\gamma}{2}.$$

Поэтому необходимы две константы  $f_{\alpha\beta\gamma}$ . Более удобна следующая форма записи:

$$\left[ \frac{\lambda_\alpha}{2}, \frac{\lambda_\beta}{2} \right] = if_{\alpha\beta\gamma} \frac{\lambda_\gamma}{2}.$$

Из антикоммутаторов можно вычислить структурные константы  $d_{\alpha\beta\gamma}$ , которые определяются посредством

$$\{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\} = \frac{4}{3}\delta_{\alpha\beta} + 2d_{\alpha\beta\gamma}\lambda_\gamma.$$

Альтернативным является определение

$$\{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\} = 2d_{\alpha\beta\gamma}\lambda_\gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma = 0, 1, \dots, 8,$$

где

$$d_{\alpha\beta 0} = d_{\alpha 0\beta} = d_{\beta\alpha 0} = d_{0\alpha\beta} = d_{0\beta\alpha} = \sqrt{2/3}\delta_{\alpha\beta}, \quad \lambda_0 = \sqrt{2/3}.$$

Структурные константы можно вычислить с помощью равенств

$$\text{Tr}(\lambda_\gamma [\lambda_\alpha, \lambda_\beta]) = 4if_{\alpha\beta\gamma}; \quad \text{Tr}(\lambda_\gamma \{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\}) = 4d_{\alpha\beta\gamma}.$$

Перечислим теперь некоторые свойства  $d$  и  $f$ .

1. Структурные константы  $d$  и  $f$  вещественны:

$$\begin{aligned} 2if_{\alpha\beta\gamma}\lambda_\gamma = [\lambda_\alpha, \lambda_\beta] &= -[\lambda_\alpha, \lambda_\beta]^+ = 2if_{\alpha\beta\gamma}^* \lambda_\gamma^+ = \\ &= -2if_{\alpha\beta\gamma}^* \lambda_\gamma, \end{aligned}$$

поэтому  $f_{\alpha\beta\gamma}^* = f_{\alpha\beta\gamma}$ . Аналогичное доказательство имеет место для структурных констант  $d$ .

2. Структурные константы  $f$  полностью антисимметричны; структурные константы  $d$  полностью симметричны.

Доказательство. Антисимметрия  $f_{\alpha\beta\gamma}$  по отношению к  $\alpha$ ,  $\beta$  очевидна из определения, антисимметрия по  $\beta$ ,  $\gamma$  следует из выражения

$$4i f_{\alpha\beta\gamma} = \text{Tr}(\lambda_\gamma [\lambda_\alpha, \lambda_\beta]) = \text{Tr}(\lambda_\beta [\lambda_\alpha, \lambda_\gamma]) = \\ = -4i f_{\alpha\beta\gamma}.$$

Аналогичное доказательство имеет место для структурных констант  $d$ .

3. Структурные константы  $d$ , имеющие среди индексов нечетное число  $\uparrow$ двоек, пятерок и семерок, обращаются в нуль (например,  $d_{157} \neq 0$ , однако  $d_{156} = 0$ ,  $d_{257} = 0$ ). Структурные константы  $f$ , имеющие среди индексов четное число двоек, пятерок и семерок, обращаются в нуль (например,  $f_{257} \neq 0$ , но  $f_{267} = 0$ ).

Доказательство.  $\lambda_2$ ,  $\lambda_5$  и  $\lambda_7$  — чисто мнимые матрицы, остальные матрицы вещественны. Определим  $\varepsilon_\alpha$  таким образом, чтобы  $\lambda_\alpha^* = \lambda_\alpha^T = \varepsilon_\alpha \lambda_\alpha$  (суммирование по  $\alpha$  не проводится). Отметим, что

$$\varepsilon_\alpha = \begin{cases} +1 & \alpha = 1, 3, 4, 6, 8, \\ -1 & \alpha = 2, 5, 7. \end{cases}$$

Записав комплексное сопряжение коммутатора  $[\lambda_\alpha, \lambda_\beta] = 2i f_{\alpha\beta\gamma}$ , получим

$$\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta [\lambda_\alpha, \lambda_\beta] = -2i f_{\alpha\beta\gamma} (\varepsilon_\gamma \lambda_\gamma) \quad (\text{суммирование по } \alpha \text{ и } \beta \\ \text{не проводится});$$

$$\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta \varepsilon_\gamma f_{\alpha\beta\gamma} = -f_{\alpha\beta\gamma}.$$

4.  $1/\sqrt{3}$  целочисленных значений появляется только в том случае, когда один из индексов равен 8.

Доказательство очевидно. Ненулевые элементы структурных констант  $d$  и  $f$  протабулированы в Приложениях.

### § 1.3. Электрический заряд кварков

Правило Гелл-Манна—Нишиджимы  $Q^{(\alpha)} = T_3 + Y/2$  связывает электрический заряд с третьей компонентой изоспина  $T_3$  (с собственным значением матрицы  $\lambda_3/2$ ) и гиперзарядом  $Y$ . Если потребовать, чтобы  $Y$  был пропорционален собственному значению матрицы  $\lambda_8$  (таким образом, чтобы электрический заряд преобразовывался как член октета, т. е. чтобы отсутствовала синглетная компонента), то  $Q^{(el)}$  может быть собственным значением только суммы  $\lambda_3/2 +$



$+\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8/2$ . (Отметим, что значения  $Y$  изосинглетного и изодублетного кварков должны отличаться на единицу.) Точнее,

$$Q^{(el)} = \int d^3 x q^+ \left( \lambda_3/2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\lambda_8}{2} \right) q = Q^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} Q^8;$$

$$Q^\alpha \equiv \int d^3 x q^+ (x) \frac{\lambda_\alpha}{2} q(x),$$

$$\frac{\lambda_3}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\lambda_8}{2} = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}.$$

Дробный электрический заряд триплета является следствием требования, налагаемого на  $Y$  и определяемого соотношением Гелл-Манна—Нишиджимы и согласно которому  $Y$  пропорционален  $\lambda_8$  (или, что то же самое,  $Q^{(el)}$  не обладает синглетной компонентой). Если мы не хотим иметь дело с дробным зарядом, то можно: 1) отбросить идею, согласно которой  $Q^{(el)}$  преобразуется как октет; 2) не верить в существование триплетов.

## § 1.4. Подгруппы $SU(2)$

(Мешков, Левинсон, Липкин, 1963 г.)

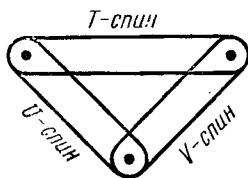
Коммутационным соотношениям углового момента должны удовлетворять следующие подгруппы  $SU(2)$  группы  $SU(3)$ :

$$[\lambda_\alpha'/2, \lambda_\beta'/2] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma'/2 \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3).$$

$$T\text{-спин} : [\lambda_1/2, \lambda_2/2, \lambda_3/2];$$

$$U\text{-спин} : \left[ \lambda_6/2, \lambda_7/2, \frac{1}{2} (-\lambda_3/2 + \sqrt{3} \lambda_8/2) \right];$$

$$V\text{-спин} : \left[ \lambda_4/2, \lambda_5/2, \frac{1}{2} (\lambda_3/2 + \sqrt{3} \lambda_8/2) \right];$$



- 1) операторы  $SU(2)_T$  коммутируют с  $V = (2/\sqrt{3}) Q^8$ ;  
 2) операторы  $SU(2)_U$  коммутируют с  $Q^{el} = Q^3 +$   
 $+ (1/\sqrt{3}) Q^8$ ;  
 3) операторы  $SU(2)_V$  коммутируют с  $Q^3 - (1/\sqrt{3}) Q^8$ .

Следствием условия (2) является то, что члены данного спинового мультиплетта обладают одинаковыми электромагнитными свойствами, например  $\mu(\Sigma^+) = \mu(p)$ .

Другая возможная подгруппа получается коммутацией линейных комбинаций компонент  $T$ - и  $V$ -спинов, изменяющих заряд:

$$\begin{aligned} [\lambda_1'/2, \lambda_2'/2, \lambda_3'/2] &= [(\lambda_1/2) \cos \theta + (\lambda_4/2) \sin \theta, \\ &(\lambda_2/2) \cos \theta + (\lambda_5/2) \sin \theta, \\ &(\lambda_3/2) \cos^2 \theta + (1/2)[\lambda_3/2 + \sqrt{3}(\lambda_8/2)] \sin^2 \theta - \\ &-(1/2)\lambda_6 \sin \theta \cos \theta]. \end{aligned}$$

В полулептонных слабых взаимодействиях лептонный ток (который изменяет заряд) связан с изменяющим заряд адронным током, который в наиболее общем виде является линейной комбинацией компонент  $1 \pm i2$   $T$ - и  $V$ -спинов. Таким образом, в общем случае адронный ток преобразуется как величина  $q \begin{pmatrix} \gamma_\mu \\ \gamma_\mu \gamma_5 \end{pmatrix} (\lambda_1'/2 \pm i\lambda_2'/2)q$ . Исходя из этих соображений, можно сформулировать принцип универсальности Кабиббо.

### § 1.5. Мезоны

Выразим теперь волновые функции мезонов (октет и синглет) через 12-компонентное кварковое поле (дираковские спиноры для каждого из триплетов  $p'$ ,  $n'$  и  $\lambda'$ ). Рассматривая мезоны как связанную систему кварка и антикварка, запишем билинейную форму  $\bar{q}Oq$ , где матрица  $O$  размерностью  $12 \times 12$  является прямым произведением матриц Дирака  $4 \times 4$  и унитарных спиновых матриц  $3 \times 3$  ( $O = \Gamma \otimes \lambda$ ).

Псевдоскалярные мезоны обладают теми же трансформационными свойствами, что и

$$\begin{aligned} \frac{\bar{q} i \lambda_5 q}{\sqrt{3}} &: \text{ синглет } \eta(960); \\ \frac{\bar{q} i \gamma_5 \lambda_\alpha q}{\sqrt{2}} &: \text{ октет } \pi, K, \bar{K}, \eta(549). \end{aligned}$$

В сжатой форме преобразование мезонных полей можно записать следующим образом:  $\varphi^0 \sim \bar{q}q/\sqrt{3}$  — синглет;  $\varphi^\alpha \sim \bar{q}\lambda_\alpha q/\sqrt{2}$  — октет, где знак  $\sim$  означает «преобразуется как» ( $i\gamma_5$  мы опускаем для простоты). Волновая функция  $\varphi^\alpha$  не обязательно обладает определенным значением  $T_3$  или  $Q^{(e)}$ , это может быть линейная комбинация последних. Например:

$$\pi^0 \sim \frac{\bar{q}\lambda_3 q}{\sqrt{2}} = \frac{\bar{p}'p' - \bar{n}'n'}{\sqrt{2}}, \quad \left(\frac{K^0}{\bar{K}^0}\right) \sim \bar{q} \frac{\lambda_6 \mp i\lambda_7}{2} q = \begin{pmatrix} \bar{\lambda}' & n' \\ \bar{n}' & \Lambda' \end{pmatrix};$$

$$\pi^\pm \sim \frac{\bar{q}(\lambda_1 \mp i\lambda_2)q}{2} = \begin{pmatrix} \bar{n}' & p' \\ \bar{p}' & n' \end{pmatrix},$$

$$\eta(549) \sim \frac{\bar{q}\lambda_8 q}{\sqrt{2}} = \frac{\bar{p}'p' + \bar{n}'n' - 2\bar{\Lambda}'\Lambda'}{\sqrt{6}};$$

$$K^\pm \sim \frac{\bar{q}(\lambda_4 \mp i\lambda_5)q}{2} = \begin{pmatrix} \bar{\Lambda}' & p' \\ \bar{p}' & \Lambda' \end{pmatrix},$$

$$\eta(960) \sim \frac{\bar{q}'q}{\sqrt{3}} = \frac{\bar{p}'p' + \bar{n}'n' + \bar{\Lambda}'\Lambda'}{\sqrt{3}}.$$

Полевой оператор  $\pi^+$  поглощает  $\pi^+$ -мезон или рождает  $\pi^-$ -мезон. Тут следует привести сравнение с  $\bar{n}'p$ , поглощающим  $p'$  и  $\bar{n}'$  (или поглощающим  $p'$  и рождающим  $n'$  и т. д.). Сумма зарядов слагаемых

$$Q(p') + Q(\bar{n}') = (2/3) + (-1)(-1/3) = 1 = Q(\pi^+)$$

дает нужный заряд  $\pi^+$ -мезона.

## § 1.6. Векторные и тензорные обозначения

При инфинитезимальном преобразовании  $SU(3)$  имеем

$$q \rightarrow \left(1 + i \frac{\lambda_\beta}{2} \varepsilon_\beta\right) q, \quad \bar{q} \rightarrow \bar{q} \left(1 - i \frac{\lambda_\beta}{2} \varepsilon_\beta\right);$$

$$\bar{q}\lambda_\alpha q \rightarrow \bar{q}\lambda_\alpha q + \frac{i\varepsilon_\beta}{2} \bar{q} [\lambda_\alpha, \lambda_\beta] q + O(\varepsilon^2_\beta) \Rightarrow$$

$$= \bar{q}\lambda_\alpha q - f_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_\beta \bar{q}\lambda_\gamma q;$$

$$\varphi^\alpha \rightarrow \varphi^\alpha - f_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_\beta \varphi^\gamma.$$

Таким образом, трансформационные свойства  $\varphi^\alpha$  аналогичны свойствам «вектора» в трехмерном пространстве

$$\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V} - (\delta\omega) \times \mathbf{V}, \quad [V_i \rightarrow V_i - \varepsilon_{ijk} (\delta\omega)_j V_k],$$

и структурные константы  $f_{\alpha\beta\gamma}$  действуют на октеты так же, как тензор  $\varepsilon_{ijk}$  действует на векторы.

Октет можно также представить в виде бесшпуровой матрицы  $3 \times 3$  (тензор). Из триплета  $q_a$  и антриплета  $\bar{q}^a$  ( $a = 1, 2, 3$ ) можно образовать тензорное произведение  $\bar{q}^b q_a$ . Это произведение можно разложить на его шпур и некоторый 8-компонентный бесшпуровый объект,  $\bar{q}^a q_a$  — синглет;  $\bar{q}^b q_a - (1/3)\delta^b_a \bar{q}^c q_c$  — октет.

Определим характер связи между двумя обозначениями. Перепишав октетный тензор в виде матрицы, получим:

$$M_{a,b} = \bar{q}^b q_a - (1/3)\delta^b_a \bar{q}^c q_c \quad (\text{например, } M_{23} = \bar{q}^3 q_2 = \bar{\Lambda}' n' = K^0);$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_\alpha \varphi_\alpha.$$

$\lambda$ -Матрицы  $3 \times 3$  образуют из различных компонент октетного вектора октетный тензор.

### § 1.7. Свойства зарядового сопряжения

При определении зарядового сопряжения нет произвола в фазе  $\pi^0$  и  $\eta$ , так как оба мезона могут распадаться на два  $\gamma$ -кванта  $\pi^0 \xrightarrow{C} \pi^0$ ;  $\eta \xrightarrow{C} \eta$ . Для остальных мезонов удобен выбор фазы  $+1 = \pi^+ \xrightarrow{C} \pi^-$ ;  $K^+ \xrightarrow{C} K^-$ ;  $K^0 \xrightarrow{C} \bar{K}^0$  или, сокращенно,  $M \xrightarrow{C} M^T$ . При таких обозначениях поле  $\varphi^\alpha$ , соответствующее  $\bar{q} i \gamma_5 \lambda_\alpha q$ , не может иметь фазовый множитель, всегда равный  $+1$ :

$$\bar{q} i \gamma_5 \lambda_\alpha q \xrightarrow{C} \begin{cases} \bar{q} i \gamma_5 \lambda_\alpha q & \alpha = 1, 3, 4, 6, 8, \\ -\bar{q} i \gamma_5 \lambda_\alpha q & \alpha = 2, 5, 7. \end{cases}$$

Это не будет неожиданностью, если вспомнить, что матрицы  $\lambda_\alpha$  мнимы для  $\alpha = 2, 5, 7$  и вещественны для  $\alpha = 1, 3,$

4, 6, 8; при этом зарядовое сопряжение является просто комплексным сопряжением. Вообще говоря, если задан октет с  $B = 0$ , то можно определить функцию  $\zeta$ , характеризующую мультиплет. Она равна значению  $C$  (обычное зарядовое сопряжение) третьей и восьмой компонент, (например,  $\pi^0$  и  $\eta$ )

$$\zeta = \begin{cases} +1 & \text{для псевдоскалярного октета;} \\ -1 & \text{для векторного октета.} \end{cases}$$

При фазе, выбранной выше, получим

$$\zeta = \begin{cases} \text{для } 1, 3, 4, 6, 8; \\ \text{для } 2, 5, 7. \end{cases}$$

В качестве применения этих результатов рассмотрим поведение  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ -мезонов при  $CP$ -преобразовании:

$$K^0 \sim \bar{q} i \gamma_5 \frac{(\lambda_6 - i \lambda_7) q}{\sqrt{2}} \xrightarrow{CP} - \frac{\bar{q} i \gamma_5 (\lambda_6 + i \lambda_7) q}{\sqrt{2}} \sim -\bar{K}^0.$$

(знак минус соответствует псевдоскалярному состоянию). Отсюда собственными состояниями оператора  $CP$   $K^0$ - и  $\bar{K}^0$ -мезонов являются:

$$CP = -1: \quad \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} = \varphi^6 \equiv K_2;$$

$$CP = +1: \quad -\frac{K^0 - \bar{K}^0}{i\sqrt{2}} = \varphi^7 \equiv K_1.$$

Такой выбор фаз отличается от обычного выбора, основанного на равенствах  $CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, CP|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$ , из которых следует:

$$CP = +1: \quad \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} = K_1;$$

$$CP = -1: \quad \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} = K_2.$$

### § 1.8. Барионный октет

Барионы образуются из трех кварков. Произведение трех кварков можно разложить на неприводимые представления:

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10.$$

Такая редукция весьма существенна при использовании  $SU(6)$ -симметрии или нерелятивистской кварковой модели. Однако при изучении трансформационных свойств барионов с  $J = 1/2$  при  $SU(3)$  достаточно иметь в виду то, что они ведут себя как мезоны. Таким образом, приводя их в соответствие с октетом псевдоскалярных мезонов ( $\pi \rightarrow \Sigma$ ,  $\eta \rightarrow \Lambda$ ), мы получаем бесшпуровые тензоры  $3 \times 3$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} + \frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2\Lambda^0}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_\alpha \psi_\alpha$$

и

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} \frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} & \bar{\Sigma}^- & \bar{\Xi}^- \\ \bar{\Sigma}^+ & -\frac{\bar{\Sigma}^0}{\sqrt{2}} + \frac{\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} & \bar{\Xi}^0 \\ \bar{p} & \bar{n} & -\frac{2\bar{\Lambda}^0}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_\alpha \bar{\psi}_\alpha.$$

Отметим, что  $\bar{\psi}_\alpha \neq (\bar{\psi}_\alpha)$ .

### § 1.9. Построение инвариантных связей

В тензорных обозначениях при инфинитезимальных преобразованиях группы  $SU(3)$  имеем

$$\begin{aligned} M &= (1/\sqrt{2}) \lambda_\alpha \varphi_\alpha \rightarrow (1/\sqrt{2}) (\lambda_\alpha \varphi_\alpha - \varepsilon_\beta \lambda_\alpha f_{\alpha\beta\gamma} \varphi^\gamma) = \\ &= M + i(\varepsilon_\beta/2) [\lambda_\beta, M] = uMu^\dagger, \end{aligned}$$

где

$$u = 1 + i\varepsilon_\beta \lambda_\beta/2$$

и

$$-\lambda_\alpha f_{\alpha\beta\gamma} = -f_{\beta\gamma\alpha} \lambda_\alpha = \frac{i}{2} [\lambda_\beta, \lambda_\gamma].$$

Аналогично  $B \rightarrow uBu^\dagger$ .

Имеются два типа инвариантной мезон-барионной связи [синглеты  $SU(3)$ ]:  $\text{Tr}(\bar{B}MB)$  и  $\text{Tr}(\bar{B}BM)$ . Однако лучше рассматривать некую линейную комбинацию их.

1.  $F$ -связь:

$$\begin{aligned} & \text{Tr}(\bar{B}BM - \bar{B}MB) = \\ &= \frac{1}{2^{3/2}} \text{Tr}(\lambda_\alpha [\lambda_\beta, \lambda_\gamma]) \bar{\psi}_\alpha \psi_\beta \varphi_\gamma = \\ &= \sqrt{2} i f_{\alpha\beta\gamma} \bar{\psi}_\alpha \psi_\beta \varphi_\gamma. \end{aligned}$$

Из этого выражения следует, что мезонный октет связан с антисимметричным октетом, образованным из билинейной комбинации функций  $\bar{\psi}_\alpha$  и  $\psi_\beta$ .

2.  $D$ -связь:

$$\text{Tr}(\bar{B}\bar{B}M + \bar{B}MB) = \sqrt{2} d_{\alpha\beta\gamma} \bar{\psi}_\alpha \psi_\beta \varphi_\gamma.$$

Здесь  $\varphi_\gamma$  взаимодействует с симметричным октетом, образованным из  $\bar{\psi}_\alpha$  и  $\psi_\beta$ .

## ГЛАВА 2 УСЛОВИЕ ДИВЕРГЕНЦИИ И КОММУТАЦИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТОКОВ (КСТ)

### § 2.1. Токи и заряды в модели свободных кварковых полей

В дальнейшем при изучении свойств адронных токов будем пользоваться кварковой моделью свободных полей. Лагранжиан невзаимодействующих кварков  $\mathcal{L} = -(\bar{q}\gamma_\mu \partial_\mu q + m\bar{q}q)$  дает следующие уравнения движения:

$$\gamma_\mu \partial_\mu q + m\bar{q} = 0; \quad -\partial_\mu \bar{q}\gamma_\mu + m\bar{q} = 0.$$

(Здесь используется метрика  $a \cdot b = a \cdot b + a_4 \cdot b_4 = a \cdot b - a_0 b_0$ ; в тензоре  $q_{\mu\nu}$  необходимости нет.) Умножив первое из этих уравнений слева на  $\bar{q}\lambda_\alpha$ , второе справа — на  $\lambda_\alpha q$  и произведя вычитание, получим (предполагая вырожденность кварковых масс:  $m_p = m_n = m_\Delta = m$ )

$$\partial_\mu [\bar{q}\gamma_\mu \lambda_\alpha q] = 0.$$

Отсюда получаем определение тока без расходимостей:

$$j_{\mu}^{\alpha} = i \bar{q} \gamma_{\mu} (\lambda_{\alpha}/2) q; \quad \partial_{\mu} j_{\mu}^{\alpha} = 0.$$

Эти сохраняющиеся токи дают константы движения (одну константу для каждой  $\alpha$ ). Чтобы убедиться в этом, отметим, что из  $\int d^3x \partial_{\mu} j_{\mu}^{\alpha} = 0$  следует также

$$\frac{d}{dt} \int d^3x j_0^{\alpha} = 0 \quad (j_0^{\alpha} = -i j_4^{\alpha}),$$

так как согласно теореме Гаусса  $\int d^3x \partial_k j_k^{\alpha} = 0$ . Таким образом, получаем восемь констант движения:

$$\begin{aligned} Q^{\alpha} &\equiv \int d^3x j_0^{\alpha} = \int d^3x \bar{q} \gamma_4 (\lambda_{\alpha}/2) q = \\ &= \int d^3x q^{\dagger} (\lambda_{\alpha}/2) q; \quad (dQ^{\alpha}/dt) = 0. \end{aligned}$$

Рассматривая матрицу  $\lambda_0$ , пропорциональную единичной матрице, замечаем, что  $(1/\sqrt{6}) \int d^3x \bar{q} \lambda_4 q = \int d^3x j_0^0(x)$  также является константой движения.

Чтобы получить аксиальные токи, повторим ту же процедуру, поменяв  $\lambda_{\alpha}$  на  $\gamma_5 \lambda_{\alpha}$ , и проведем суммирование:

$$\begin{aligned} \partial_{\mu} (\bar{q} \gamma_{\mu} \gamma_5 \lambda_{\alpha} q) &= 2m \bar{q} \gamma_5 \lambda_{\alpha} q; \\ \partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha} &= im \bar{q} \gamma_5 \lambda_{\alpha} q; \quad j_{5\mu}^{\alpha} = i \bar{q} \gamma_{\mu} \gamma_5 (\lambda_{\alpha}/2) q. \end{aligned}$$

Аксиальный ток сохраняется только при условии  $m = 0$  и, вообще говоря, его дивергенция является псевдоскалярной плотностью.

Если масса кварка равна нулю, то имеется  $(16 + 2)$  сохраняющихся токов:

$$j_{\mu}^{\alpha} = i \bar{q} \gamma_{\mu} (\lambda_{\alpha}/2) q; \quad \gamma_{5\mu}^{\alpha} = i q \gamma_{\mu} \gamma_5 (\lambda_{\alpha}/2) q;$$

$$j_{\mu}^0 = i \bar{q} \gamma_{\mu} (\lambda_0/2) q = \frac{i}{\sqrt{6}} \bar{q} \gamma_{\mu} q;$$

$$\gamma_{5\mu}^0 = (i/\sqrt{6}) \bar{q} \gamma_{\mu} \gamma_5 q \quad (\lambda_0 = \sqrt{2/3});$$

$$\partial_{\mu} j_{\mu}^{\alpha} = \partial_{\mu} j_{\mu}^0 = \partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha} = \partial_{\mu} j_{5\mu}^0 = 0.$$

Из этих локальных законов сохранения следуют также соответствующие глобальные законы сохранения, т. е.



$Q^\alpha$ ,  $Q_5^\alpha$ ,  $Q^0$  и  $Q_5^0$  — константы движения. Если  $m \neq 0$ , то  $\partial_\mu j_\mu^{\alpha,0} = 0$ , но  $\partial_\mu j_{5\mu}^{\alpha,0} \neq 0$ , и мы имеем только  $(8+1)$  сохраняющихся токов.

В дальнейшем мы будем называть величины  $Q^{\alpha,0}$  и  $Q_5^{\alpha,0}$  зарядами, а  $j_\mu^{\alpha,0}$  и  $j_{5\mu}^{\alpha,0}$  — токами.

## § 2.2. Метод Гелл-Манна—Леви

Предлагаем теперь более последовательный подход к сохраняющимся и частично сохраняющимся токам с использованием вариационного метода Гелл-Манна—Леви. Будем изучать поправки к свободному лагранжиану  $\mathcal{L} = -\bar{q}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)q$ , связанные с преобразованием

$$q_\tau \rightarrow q_\tau + \varepsilon(x) F_\tau(q);$$

$$\partial_\mu q_\tau \rightarrow \partial_\mu q_\tau + \partial_\mu \varepsilon F_\tau + \varepsilon \partial_\mu F_\tau,$$

где  $F_\tau(q)$  — линейный функциональный оператор кваркового поля, а  $\varepsilon(x)$  — инфинитезимальная пространственно-временная функция. Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varepsilon} &= \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta q_\tau} \cdot \frac{\delta q_\tau}{\delta \varepsilon} + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu q_\tau)} \cdot \frac{\delta (\partial_\mu q_\tau)}{\delta \varepsilon} = \\ &= \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta q_\tau} F_\tau + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu q_\tau)} \partial_\mu F_\tau; \\ \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \varepsilon)} &= \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu q_\mu)} \cdot \frac{\delta (\partial_\mu q_\tau)}{\delta (\partial_\mu \varepsilon)} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu q_\tau)} F_\tau. \end{aligned}$$

Дифференцируя последнее уравнение и пользуясь уравнением Эйлера—Лагранжа

$$\partial_\mu \left( \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu q_\tau)} \right) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta q_\tau},$$

получаем уравнение Гелл-Манна—Леви

$$\partial_\mu \left( \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \varepsilon)} \right) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varepsilon}.$$

Если  $\delta \mathcal{L} / \delta \varepsilon = 0$ , то существует сохраняющийся ток  $-\delta \mathcal{L} / [\delta (\partial_\mu \varepsilon)]$ . Приведенное выше уравнение похоже на уравнение Эйлера—Лагранжа. Однако схожесть несколько обманчива, так как  $\varepsilon(x)$  является функцией калибровочного преобразования, а не динамической переменной.

Применим теперь этот формализм к некоторым преобразованиям над кварками.

Пример 1:

$$q \rightarrow \left(1 + i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q;$$

$$\bar{q} = +\gamma_4 \rightarrow \bar{q}(1 - i\varepsilon_\alpha \lambda_\alpha/2).$$

Здесь суммирование по  $\alpha$  не производится, потому что рассматривается определенное значение  $\alpha$ , например изоспиновое вращение вокруг третьей оси. Таким образом,

$$\begin{aligned} -\bar{q}\gamma_\mu \partial_\mu q &\rightarrow -\bar{q}(1 - i\varepsilon_\alpha \lambda_\alpha/2) \gamma_\mu \partial_\mu (1 + i\varepsilon_\alpha \lambda_\alpha/2) q = \\ &= -\bar{q}\gamma_\mu \partial_\mu q - i\bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} q \partial_\mu \varepsilon_\alpha; \\ -\bar{q}q &\rightarrow -\bar{q} \left(1 - i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) \left(1 + i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q = -\bar{q}q. \end{aligned}$$

Поэтому для лагранжиана свободных кварков

$$\mathcal{L} = -\bar{q} (\gamma_\mu \partial_\mu + m) q$$

имеем

$$\delta\mathcal{L}/(\delta\varepsilon_\alpha) = 0 \quad \text{и} \quad \delta\mathcal{L}/[\delta(\partial_\mu \varepsilon_\alpha)] = -i\bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} q.$$

Положив

$$j_\mu^\alpha = -\delta\mathcal{L}/[\delta(\partial_\mu \varepsilon_\alpha)] = i\bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} q,$$

видим, что ток  $j_\mu^\alpha$  сохраняется ( $\partial_\mu j_\mu^\alpha = 0$ ), так как

$$\delta\mathcal{L}/\delta\varepsilon_\alpha = 0.$$

Пример 2:

$$q \rightarrow \left(1 + i\varepsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q;$$

$$\bar{q} = q^+ \gamma_4 \rightarrow \bar{q} \left(1 + i\varepsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2}\right)$$

(знак плюс соответствует тому, что  $\gamma_5$  антикоммутирует с  $\gamma_4$ );

$$\begin{aligned} -\bar{q}\gamma_\mu \partial_\mu q &\rightarrow -\bar{q}\gamma_\mu \partial_\mu q - i\partial_\mu \varepsilon_\alpha \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2} q; \\ -\bar{q}q &\rightarrow -\bar{q}q - i\varepsilon_\alpha \bar{q}\gamma_5 \lambda_\alpha q. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \varepsilon_\alpha)} = -i \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2} q; \quad \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varepsilon} = -i m \bar{q} \gamma_5 \lambda_\alpha q,$$

и мы получаем аксиально-векторные токи с дивергенцией

$$j_{5\mu}^\alpha = - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \varepsilon_\alpha)} = i \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2} q;$$

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = i m \bar{q} \gamma_5 \lambda_\alpha q.$$

### § 2.3. Взаимодействия, нарушающие симметрию, и условие дивергенции

Применим преобразование  $q \rightarrow \left[ 1 + i\varepsilon_\alpha \left( \frac{1}{\gamma_5} \frac{\lambda_\alpha}{2} \right) \right]$  в случае, когда отсутствуют взаимодействия (или механизм), нарушающие симметрию. До тех пор пока лагранжиан взаимодействия не содержит производную, токи, генерируемые им, имеют одинаковую форму, так как в левую часть уравнения Гелл-Манна—Леви дает вклад только член  $-q \gamma_\mu \partial_\mu q$ . Зато правая часть, вообще говоря, меняется.

Введение члена, соответствующего разностям масс, в лагранжиан [нарушение  $SU(3)$ , средне-сильные взаимодействия]

$$\delta m \bar{q} \lambda_8 q = \delta m \left( \frac{\bar{p}' p + \bar{n}' n - 2\bar{\Lambda}' \Lambda'}{\sqrt{3}} \right)$$

приводит к вырождению только масс  $p'$  и  $n'$

$$m_{p'} = m_{n'} = m - \frac{\delta m}{\sqrt{3}} \equiv m_{N'};$$

$$m_{\Lambda'} = m + (2/\sqrt{3}) \delta m; \quad \delta m = \sqrt{3} (m_{\Lambda'} - m_{N'}).$$

Преобразование  $q \rightarrow \left( 1 + i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2} \right) q$  дает

$$\delta m \bar{q} \lambda_8 q \rightarrow \delta m \bar{q} \left( 1 - i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2} \right) \lambda_8 \left( 1 + i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2} \right) q =$$

$$= \delta m \bar{q} \lambda_8 q + \frac{i}{4} \delta m \varepsilon_\alpha \bar{q} [\lambda_8, \lambda_\alpha] q;$$

$$\partial_\mu j_\mu^\alpha = i \frac{\delta m}{4} \bar{q} [\lambda_8, \lambda_\alpha] q;$$

$$[\lambda_8, \lambda_\alpha] \begin{cases} = 0 & \text{для } \alpha = 1, 2, 3, 8; \\ \neq 0 & \text{для } \alpha = 4, 5, 6, 7. \end{cases}$$

С учетом члена, соответствующего разнице масс, токи с изменением странности теперь уже не сохраняются, в то время как изоспиновый ток и ток гиперзаряда остаются без изменения. Аналогично для аксиально-векторного тока

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = O(m) + O(\delta m).$$

Удобно рассматривать токи  $j_\mu^\alpha$  и  $j_{5\mu}^\alpha$ , взаимодействующие линейно с «внешними полями» — объектами, которые находятся вне адронного мира [например, с электромагнитным полем или с лептонным током  $\bar{e}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu$ ]. Можно также рассматривать эти фиктивные поля в качестве «пробных» объектов адронных токов

$$\mathcal{L}_{\text{вз}} = W_\mu^\gamma j_\mu^\gamma + W_{5\mu}^\gamma j_{5\mu}^\gamma.$$

Рассмотрим снова преобразование  $q \rightarrow \left(1 + i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q$ :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} j_\mu^\gamma \\ j_{5\mu}^\gamma \end{pmatrix} &\rightarrow i\bar{q} \left(1 - i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) \begin{pmatrix} \gamma_\mu \\ \gamma_\mu \gamma_5 \end{pmatrix} \frac{\lambda_\gamma}{2} \left(1 + i\varepsilon_\alpha \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q = \\ &= \begin{pmatrix} j_\mu^\gamma \\ j_{5\mu}^\gamma \end{pmatrix} - \frac{\varepsilon_\alpha}{4} \bar{q} \begin{pmatrix} \gamma_\mu \\ \gamma_\mu \gamma_5 \end{pmatrix} [\lambda_\gamma, \lambda_\alpha] q = \begin{pmatrix} j_\mu^\gamma \\ j_{5\mu}^\gamma \end{pmatrix} - \varepsilon_\alpha f_{\alpha\beta\gamma} \begin{pmatrix} j_\mu^\beta \\ j_{5\mu}^\beta \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Таким образом, уравнение Гелл-Манна — Леви принимает вид

$$\partial_\mu j_\mu^\alpha = O(\delta m) + f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\beta W_\mu^\gamma + f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\beta W_{5\mu}^\gamma,$$

где член  $O(\delta m)$  связан со средне-сильной разницей масс.

Аналогичное преобразование

$$q \rightarrow \left(1 + i\varepsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q$$

дает

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = O(m) + O(\delta m) + f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\beta W_\mu^\gamma + f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\beta W_{5\mu}^\gamma.$$

Эти уравнения известны под названием *условий дивергенции* или *уравнений Вельтмана* (Вельтман, 1966 г.). Частные формы этих уравнений были использованы ранее Швингером, Адлером и др.).

Применим теперь этот формализм к электромагнитным и слабым взаимодействиям.

1. Электромагнитные взаимодействия:  $eA_\mu (j_\mu^3 + j_\mu^8 / \sqrt{3})$ . Положим  $W_\mu^3 = eA_\mu$ ,  $W_\mu^8 = eA_\mu / \sqrt{3}$ , остальные члены приравняем нулю. Из уравнения Вельтмана и равенств  $f_{123} = 1$ ,  $f_{128} = 0$  легко показать, что  $\partial_\mu j_\mu^{\pm i2} = \mp ieA_\mu j_\mu^{\pm i2}$ ; этого и следовало ожидать из калибровочного преобразования

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu \pm ieA_\mu.$$

Отметим, что первая и вторая компоненты изоспина теперь уже не сохраняются.

2. Полулептонные слабые взаимодействия:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} [i\bar{e}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu + i\bar{\mu}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu'] [\cos \theta (j_\mu^{1+i2} + j_{5\mu}^{1+i2}) + \sin \theta (j_\mu^{4+i5} + j_{5\mu}^{4+i5})] + \text{э. с.}$$

Можно положить

$$\begin{pmatrix} W_\mu^1 \\ W_\mu^4 \end{pmatrix} = \frac{G}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} [i\bar{e}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu + i\bar{\nu}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) e] + (\mu \leftrightarrow e, \nu' \leftrightarrow \nu);$$

$$\begin{pmatrix} W_\mu^2 \\ W_\mu^5 \end{pmatrix} = \frac{iG}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} [i\bar{e}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu - i\bar{\nu}\gamma_\mu (1 + \gamma_5) e] + (\mu \leftrightarrow e, \nu' \leftrightarrow \nu)$$

(и аналогично для  $W_{5\mu}$ ). В случае, когда присутствуют полулептонные слабые взаимодействия (например,  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ ), из уравнений Вельтмана можно получить

$$\partial_\mu \left( j_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_\mu^8 \right) \neq 0.$$

Это не является неожиданным, потому что сохраняется полный ток электрического заряда адронов и лептонов. Действительно, легко показать, что

$$\partial_\mu \left[ j_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_\mu^8 \right] = \partial_\mu (i \bar{e} \gamma_\mu e + i \bar{\mu} \gamma_\mu \mu).$$

Для доказательства следует воспользоваться преобразованием  $\begin{pmatrix} e \\ \mu \end{pmatrix} \rightarrow (1 - i\epsilon(x)) \begin{pmatrix} e \\ \mu \end{pmatrix}$  и уравнением Гелл-Манна—Леви.

### § 2.4. Вывод коммутационных соотношений для токов (КСТ)

Воспользуемся ковариантной формой уравнения Гейзенберга

$$\partial_\mu j_\mu^\alpha = i [j_\mu^\alpha(x), P_\mu(x_0)], \quad \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = i [j_{5\mu}^\alpha(x), P_\mu(x_0)],$$

где  $P_\mu$  — оператор энергии-импульса

$$P_\mu = -i \int d^3x \mathcal{T}_{4\mu}; \quad \mathcal{T}_{4\mu} = - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\delta_\mu \psi_\tau)} \partial_\nu \psi_\tau + \delta_{\mu\nu} \mathcal{L}.$$

Рассмотрим теперь часть  $P_\mu$ , связанную с лагранжианом

$$\mathcal{L}_{\text{вз}} = W_\mu^\gamma j_\mu^\gamma + W_{5\mu}^\gamma j_{5\mu}^\gamma.$$

Обозначим ее  $P_\mu^{\text{вз}}$ . Так как  $\mathcal{L}_{\text{вз}}$  не содержит производных, то

$$\mathcal{T}_{\mu\nu}^{\text{вз}} = \delta_{\mu\nu} \mathcal{L}_{\text{вз}}$$

и

$$P_4^{(\text{вз})} = -i \int d^3x \mathcal{L}_{\text{вз}}, \quad P^{(\text{вз})} = 0.$$

(Это опять-таки не является неожиданным, так как  $\mathcal{L}_{\text{вз}} = -H_{\text{вз}}$  при отсутствии производных). Тогда

$$\partial_\mu j_\mu^\alpha = O(\delta m) + [j_4^\alpha, \int d^3x (W_\mu^\gamma j_\mu^\gamma + W_{5\mu}^\gamma j_{5\mu}^\gamma)].$$

Здесь член  $O(\delta m)$  связан со средне-сильной частью  $P_4^{\text{вз}}$ . Сравним этот член с выражением, полученным из уравнения Гелл-Манна—Леви:

$$\partial_\mu j_\mu^\alpha = O(\delta m) + f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\beta W_\mu^\gamma + f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\beta W_{5\mu}^\gamma.$$

Мы пользуемся  $W$  для изучения взаимодействия адронов. Поэтому положим  $W_{5\mu}^\gamma = 0$  и  $W_\mu^\gamma \neq 0$  для соответствующих  $\gamma$  и предположим, что  $W_\mu^\gamma$  однородно в пространстве в данный момент времени. Отсюда, применяя равенство

$$\int d^3 x W_\mu^\gamma \overline{j_\mu^\gamma} = W_\mu^\gamma \int d^3 x j_\mu^\gamma,$$

получаем

$$[j_0^\alpha, \int d^3 x j_\mu^\gamma] = -if_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\beta;$$

( $\beta \leftrightarrow \gamma$ )

$$[j_0^\alpha, \int d^3 x' j_\mu^\beta(x')]_{x_0'=x_0} = if_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma(x).$$

Положим  $\mu = 0$ , тогда  $[j_0^\alpha, \int d^3 x j_0^\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} j_0^\gamma$ . Из условия ковариантности следует:

$$[j_\mu^\alpha, \int d^3 x j_0^\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma, \quad [j_\mu^\alpha(x), Q^\beta(x_0)] = if_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma(x).$$

Аналогичную процедуру можно проделать для  $\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha$ .

В итоге  $\partial_\mu j_\mu^\alpha$  и  $\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha$  можно вычислить двумя способами: 1) из вариационного принципа Гелл-Манна—Леви; 2) из уравнения Гейзенберга. Потребовав самосогласованности двух подходов, получим одновременные коммутационные соотношения вида:

$$1) [j_\mu^\alpha(x), Q^\beta(x_0)] = if_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma(x);$$

$$2) [j_\mu^\alpha(x), Q_5^\beta(x_0)] = if_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\gamma(x);$$

$$3) [j_{5\mu}^\alpha(x), Q^\beta(x_0)] = if_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\gamma(x);$$

$$4) [j_{5\mu}^\alpha(x), Q_5^\beta(x_0)] = if_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\gamma(x).$$

Эти соотношения представляют собой знаменитые коммутационные соотношения заряда и тока Гелл-Манна (1962 г.). Первое и третье уравнения хорошо известны, они определяют преобразование  $j_\mu^\alpha$  и  $j_{5\mu}^\alpha$  относительно группы  $SU(3)$ ; второе уравнение является новым, четвертое также нетривиально. Эти уравнения называют *проинтегрированными коммутационными соотношениями токов*.

## § 2.5. Коммутационные соотношения для плотностей

Покажем теперь, что эти уравнения, а также неинтегрированные КСТ можно получить непосредственно из антикоммутационных соотношений между кварковыми полями:

$$\{q_\tau^+(x), q_{\tau'}(x')\}_{x_0=x_0'} = \delta_{\tau\tau'} \delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \quad (\tau, \tau' = 1, \dots, 12);$$

$$\{q_\tau(x), q_{\tau'}(x')\}_{x_0=x_0'} = \{q_\tau^+(x), q_{\tau'}^+(x')\}_{x_0=x_0'} = 0.$$

В частности, будем рассматривать коммутационные соотношения вида

$$[\bar{q}(x) O q(x), \bar{q}(x') O' q(x')]_{x_0=x_0'} \quad (\bar{q} = q^+ \gamma_4),$$

которые вычислим с помощью полезных тождеств:

$$[AB, CD] \equiv -AC \{D, B\} + A \{C, B\} D - C \{D, A\} B + \{C, A\} DB; \quad (1)$$

$$[\Gamma_a \lambda_\alpha, \Gamma_b \lambda_\beta] \equiv \frac{1}{2} \{\Gamma_a, \Gamma_b\} [\lambda_\alpha, \lambda_\beta] + \frac{1}{2} [\Gamma_a, \Gamma_b] \{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\}, \quad (2)$$

где  $\Gamma_a$  и  $\Gamma_b$  — матрицы Дирака.

Таким образом, с помощью тождества (1) и антикоммутационных соотношений коммутатор принимает вид

$$\begin{aligned} & [q_\sigma^+(x) q_\tau(x), q_{\sigma'}^+(x') q_{\tau'}(x')]_{x_0=x_0'} (\gamma_4 O)_{\sigma\tau} (\gamma_4 O')_{\sigma'\tau'} = \\ & = (q_\sigma^+(x) \delta_{\sigma'\tau} q_{\tau'}(x') - q_{\sigma'}^+(x') \delta_{\sigma\tau} q_\tau(x))_{x_0=x_0'} \delta^{(3)} \times \\ & \quad \times (\mathbf{x}-\mathbf{x}') (\gamma_4 O)_{\sigma\tau} (\gamma_4 O')_{\sigma'\tau'} = \\ & = q_\sigma^+(x) [\gamma_4 O, \gamma_4 O'] q_{\tau'}(x') \delta^{(3)} (\mathbf{x}-\mathbf{x}')_{x_0=x_0'}. \end{aligned}$$

Наличие  $\delta$ -функции естественно, так как принцип причинности требует, чтобы при пространственно-подобных интервалах плотности коммутировали. Положим теперь  $\gamma_4 O = \Gamma_a \lambda_\alpha / 2$ ,  $\gamma_4 O' = \Gamma_b \lambda_\beta / 2$  и воспользуемся тождеством (2). Тогда, например, выражение

$$\begin{aligned} & \left[ i\bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} q, i\bar{q}\gamma_4 \frac{\lambda_\beta}{2} q \right] = -\frac{1}{8} q^+(x) \times \\ & \times \left( \underbrace{[\gamma_4 \gamma_\mu, 1]}_{2\gamma_4 \gamma_\mu} \underbrace{[\lambda_\alpha, \lambda_\beta]}_{2i f_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma} + [\gamma_4 \gamma_\mu, 1] \{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\} \right) q(x') \delta^3(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \\ & = -i f_{\alpha\beta\gamma} \bar{q}(x) \frac{\lambda_\gamma}{2} q(x') \delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \end{aligned}$$



соответствует *неинтегрированному* КСТ, т. е.

$$[j_{\mu}^{\alpha}(x), j_4^{\beta}(x)]_{x_0=x_0'} = -f_{\alpha\beta\gamma} j_{\mu}^{\gamma}(x) \delta^{(3)}(x-x').$$

После интегрирования по трехмерному пространству получим известное нам *проинтегрированное КСТ*

$$[j_{\mu}^{\alpha}(x), \int d^3 x' j_0^{\beta}(x', x_0)] = [j_{\mu}^{\alpha}(x), Q^{\beta}(x_0)] = i f_{\alpha\beta\gamma} j_{\mu}^{\gamma}(x).$$

(Противное, однако, не имеет места: из проинтегрированного КСТ не следует существование неинтегрированного КСТ.) Остальные три КСТ получаются аналогичным образом. Например, для аксил-аксиального КСТ воспользуемся суммой

$$\underbrace{[\gamma_4 \gamma_{\mu} \gamma_5, \gamma_5]}_{2\gamma_4 \gamma_{\mu}} [\underbrace{\lambda_{\alpha}, \lambda_{\beta}}_{2i f_{\alpha\beta\gamma} \lambda_{\gamma}}] + \underbrace{[\gamma_4 \gamma_{\mu} \gamma_5, \gamma_5]}_0 \{\lambda_{\alpha}, \lambda_{\beta}\}$$

и получим

$$[j_{5\mu}^{\alpha}(x), j_{54}^{\beta}(x')]_{x_0=x_0'} = -f_{\alpha\beta\gamma} j_{\mu}^{\gamma}(x) \delta^{(3)}(x'-x).$$

Можно получить также новые соотношения, если к кварковой модели относиться серьезно (Гелл-Манн, 1964 г.; Фейнман, Гелл-Манн и Цвейг, 1964 г.). Рассмотрим теперь коммутационное соотношение пространственно-пространственных компонент токов  $[j_k^{\alpha}, j_l^{\beta}]$ :

$$\begin{aligned} & \{\gamma_4 \gamma_k, \gamma_4 \gamma_l\} [\lambda_{\alpha}, \lambda_{\beta}] + [\gamma_4 \gamma_k, \gamma_4 \gamma_l] \{\lambda_{\alpha}, \lambda_{\beta}\} = \\ & = -2\delta_{kl} 2i f_{\alpha\beta\gamma} \lambda_{\gamma} + 2\gamma_4 \varepsilon_{klm} \gamma_m \gamma_5 \left( \frac{4}{3} \delta_{\alpha\beta} + 2d_{\alpha\beta\gamma} \lambda_{\gamma} \right), \end{aligned}$$

где мы воспользовались соотношениями:

$$\begin{aligned} & \{\gamma_4 \gamma_k, \gamma_4 \gamma_l\} = -\{\gamma_k, \gamma_l\} = -2\delta_{kl}, \\ & [\gamma_4 \gamma_k, \gamma_4 \gamma_l] = \gamma_4 (\gamma_k \gamma_4 \gamma_l - \gamma_l \gamma_4 \gamma_k) = \\ & = -\gamma_4 (\varepsilon_{klm} \gamma_m \gamma_5 - \varepsilon_{klm} \gamma_m \gamma_5) = -2\gamma_4 \varepsilon_{klm} \gamma_m \gamma_5. \end{aligned}$$

Итак,

$$\begin{aligned} & [j_k^{\alpha}(x), j_l^{\beta}(x')]_{x_0=x_0'} = \\ & = \delta^{(3)}(x-x') \left\{ \delta_{kl} f_{\alpha\beta\gamma} j_4^{\gamma}(x) - i\varepsilon_{klm} \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} \delta_{\alpha\beta} j_{5m}^0(x) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + d_{\alpha\beta\gamma} j_{5m}^{\gamma}(x) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где  $f$  и  $d$  — структурные константы. Вообще говоря, если  $[\Gamma_a, \Gamma_b] \neq 0$ , то структурные константы ведут себя как  $\delta_{\alpha\beta}$  и  $d_{\alpha\beta\gamma}$  в правой части, в то время как  $\{\Gamma_a, \Gamma_b\} \neq 0$  дает структурную константу  $f_{\alpha\beta\gamma}$ . К сожалению, в настоящее время мы не располагаем экспериментальным подтверждением справедливости пространственно-пространственных КСТ. Другим примером структурной константы типа  $d$  является равенство

$$[i\bar{q}\gamma_5(\lambda_\alpha/2), i\bar{q}\gamma_4\gamma_5(\lambda_\beta/2)q] = -\left[\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\bar{q}q + d_{\alpha\beta\gamma}\bar{q}(\lambda_\gamma/2)q\right],$$

при получении этого равенства использовались тождества

$$\begin{aligned} \{\gamma_4\gamma_5, \gamma_5\}[\lambda_\alpha, \lambda_\beta] + \{\gamma_4\gamma_5, \gamma_5\}[\lambda_\alpha, \lambda_\beta] &= \\ = 2\gamma_4\left(\frac{4}{3}\delta_{\alpha\beta} + 2d_{\alpha\beta\gamma}\lambda_\gamma\right). \end{aligned}$$

В общем случае

$$[(\bar{q}O^{(a)}q)_x, (\bar{q}O^{(b)}q)_{x'}]_{x_0=x_0'} = c_{abc}(\bar{q}O^{(c)}q)_x \delta^3(x-x')$$

является коммутационным соотношением между любой парой из  $16 \times (8 + 1) = 144$  плотностей токов. При практических применениях изучались только несколько коммутационных соотношений. Мы будем подробно рассматривать коммутационные соотношения между временными-временными и пространственно-временными компонентами векторных и аксиально-векторных плотностей; после интегрирования они приводят к коммутационным соотношениям между током и зарядом, которые раньше были получены с помощью другого метода. Другие соотношения в сильной степени зависят от выбора модели в том смысле, что они имеют место только в кварковой модели. В дальнейшем будем пользоваться алгеброй калибровочных полей, которая требует обращения в нуль коммутационных соотношений между пространственно-пространственными компонентами

$$[j_k^\alpha(x), j_l^\beta(x')] = [j_k^\alpha(x), j_{5l}^\beta(x')] - [j_{5k}^\alpha(x), j_{5l}^\beta(x')] = 0,$$

где токи  $j$  пропорциональны векторным и аксиально-векторным калибровочным полям.

## § 2.6. Швингеровские члены

Неинтегрированные плотности токов являются исключительно сингулярными объектами. Действительно, коммутационные соотношения между ними включают  $\Delta$ -функции,

поэтому некоторые математические действия могут быть неоправданны. В соответствии с КСТ, которые мы получили, имеем

$$[j_0^\alpha(x), j_k^\alpha(x')]_{x_0=x_0'} = 0, \text{ так как } f_{\alpha\alpha\gamma} = 0.$$

Швингер (1959 г.) показал, что эти соотношения не могут иметь места. Рассмотрим случай, когда  $j_\mu^\alpha$  сохраняется [например, изотопический спин или электрический заряд:  $(3 + 8\sqrt{3})$ -я компонента]:

$$[j_0^\alpha(0, 0), j_k^\alpha(\mathbf{x}, 0)] = 0, [j_0^\alpha(0, 0), \nabla \cdot j^\alpha(\mathbf{x}, 0)] = \\ = \left[ j_0^\alpha(0, 0) \frac{\partial}{\partial t} j_0^\alpha(\mathbf{x}, 0) \right] = 0.$$

Положим  $\mathbf{x} = 0$ , тогда

$$0 = -i \langle 0 | \left[ j_0^\alpha(0), \frac{\partial}{\partial t} j_0^\alpha(0) \right] | 0 \rangle = \\ = \langle 0 | [j_0^\alpha(0), [H, j_0^\alpha(0)]] | 0 \rangle = \\ = \sum_n \langle 0 | j_0^\alpha(0) | n \rangle \langle n | [H, j_0^\alpha(0)] | 0 \rangle - \\ - \sum_n \langle 0 | [H, j_0^\alpha(0)] | n \rangle \langle n | j_0^\alpha(0) | 0 \rangle = \\ = 2 \sum_n E_n |\langle n | j_0^\alpha(0) | 0 \rangle|^2.$$

Последнее выражение положительно определено, так как  $E_n \geq 0$  приводит к противоречию. Оказывается, что если мы будем более последовательны и воспользуемся пределом  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \bar{q}(\mathbf{x} + \epsilon, x_0) O q(\mathbf{x} - \epsilon, x_0)$  в качестве определения наших токов, то мы обнаружим в наших КСТ дополнительный член

$$[j_0^\alpha(\mathbf{x}, 0), j_k^\beta(0)] = i f_{\alpha\beta\gamma} j_k^\gamma(\mathbf{x}, 0) \delta^{(3)}(\mathbf{x}) - i c_{\alpha\beta} \partial_k \delta^{(3)}(\mathbf{x}) +$$

+ (возможные производные высших порядков), где к сожалению коэффициент  $c_{\alpha\alpha}$  стремится к бесконечности, как  $1/\epsilon^2$  при  $\epsilon \rightarrow 0$ .

Дополнительный член (называемый швингеровским членом) не влияет на проинтегрированные КСТ (т. е. коммутационные соотношения между током и зарядом), так как  $\nabla \delta^{(3)}(\mathbf{x})$  при интегрировании обращается в нуль.

Необходимость в швингеровском члене впервые была отмечена Гото и Имамура (1955 г.), которые изучали представление Челлена для матричного элемента  $\langle 0 | [j_\mu, j_\nu] | 0 \rangle$  в квантовой электродинамике:

$$\begin{aligned} & \langle 0 | [j_\mu(x), j_\nu(x')] | 0 \rangle = \\ & = i \int_0^\infty dm^2 \rho(m^2) \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{m^2} \right) \Delta(x-x'; m^2), \end{aligned}$$

где

$$\Delta(x-x'; m^2) = -\frac{i}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p}{2p_0} (e^{ip(x-x')} - e^{-ip(x-x')}),$$

$$p_0 = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2}$$

и

$$\begin{aligned} & \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \rho(-p^2) = \\ & = (2\pi)^2 \sum_n \delta^{(4)}(p-p_n) \langle 0 | j_\mu(0) | n \rangle \langle n | j_\nu(0) | 0 \rangle. \end{aligned}$$

(Это представление можно получить путем подстановки полного набора состояний в матричный элемент  $\langle 0 | [j_\mu, j_\nu] | 0 \rangle$ , пользуясь при этом трансляционной инвариантностью.) Положим  $x_0 = x'_0$ ,  $\mu = 4$ ,  $\nu = k$  и воспользуемся хорошо известным свойством инвариантной функции

$$\frac{\partial}{\partial x_0} \Delta(x-x'; m^2) |_{x_0=x'_0} = -\delta^{(3)}(x-x').$$

Тогда получим

$$\langle 0 | [j_4(x), j(x')] | 0 \rangle = \nabla \delta^{(3)}(x-x') \int d^4 m^2 \frac{\rho(m^2)}{m^2}$$

или аналогично

$$\langle 0 | [j_0(x, 0), j_h(0)] | 0 \rangle = -i \partial_h \delta^{(3)}(x) \int d^4 m^2 \frac{\rho(m^2)}{m^2}.$$

Так как  $\rho(m^2)$  в сущности является вероятностью того, что внешнее электромагнитное поле рождает объект с массой  $m$ , то интеграл положительно определен. Однако приведенное выражение можно также отождествить с матричным элементом  $\langle 0 |$  швингеровский член  $| 0 \rangle$ . Эти соображения показывают, что швингеровский член не может обращаться в нуль, если мы хотим избежать тривиальной теории. Можем также добавить, что коэффициенты зависят от модели и,

вообще говоря, являются операторами. (Позже мы покажем, однако, что в алгебре калибровочных полей коэффициенты  $c_{\alpha\beta}$  являются конечными  $c$ -числами.) На данном этапе ясно одно: если мы хотим иметь теорию, которая не противоречила бы лоренцевской инвариантности и положительной определенности вероятностей, то следует ввести швингеровский член. Трудности, связанные с наличием швингеровского члена, не имеют ничего общего с сохраняющимися токами, хотя мы получили противоречие только для сохраняющегося тока.

### § 2.7. Коммутационные соотношения для зарядов и киральная симметрия $SU(2) \otimes SU(2)$

До сих пор мы рассматривали только (проинтегрированные) коммутационные соотношения для зарядов и токов и (неинтегрированные) коммутационные соотношения для токов, однако исторически наиболее ранней формой является проинтегрированное коммутационное соотношение для зарядов.

Изотопический спин впервые рассматривался в аналогии с угловым моментом

$$[T_\alpha, T_\beta] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} T_\gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3,$$

или в обобщении на  $SU(3)$

$$[Q^\alpha, Q^\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 8.$$

Это соотношение можно получить также из коммутатора  $[j_\mu^\alpha(x), Q^\beta(x_0)] = if_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma(x)$ , полагая  $\mu = 0$  и выполняя интегрирование. Повторяя эту процедуру в отношении остальных трех коммутационных соотношений для токов и зарядов, получаем

$$[Q^\alpha, Q_5^\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} Q_5^\gamma, \quad [Q_5^\alpha, Q_5^\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma.$$

Определив  $Q_\pm^\alpha = \frac{1}{2}(Q^\alpha \pm Q_5^\alpha)$ , имеем

$$\begin{aligned} [Q_+^\alpha, Q_-^\beta] &= \frac{1}{4} [Q^\alpha + Q_5^\alpha, Q^\beta - Q_5^\beta] = \\ &= \frac{1}{4} (\underbrace{[Q^\alpha, Q^\beta]}_{if_{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma} - \underbrace{[Q^\alpha, Q_5^\beta]}_{if_{\sigma\beta\gamma} Q_5^\gamma} + \underbrace{[Q_5^\alpha, Q^\beta]}_{if_{\alpha\beta\gamma} Q_5^\gamma} - \underbrace{[Q_5^\alpha, Q_5^\beta]}_{if_{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma}) = 0; \\ [Q_+^\alpha, Q_+^\beta] &= if_{\alpha\beta\gamma} Q_+^\gamma, \quad [Q_-^\alpha, Q_-^\beta] = if_{\alpha\beta\gamma} Q_-^\gamma. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем два независимых коммутационных соотношения  $SU(3)$ , обычно связываемых с киральной симметрией  $SU(3) \otimes SU(3)$  (отличающейся от коллинеарной  $SU(3) \otimes SU(3)$ , которую в этой книге обсуждать не будем). Отметим, что  $Q_{\pm}^{\alpha}$  не является константой движения, потому что не является таковой  $Q_5^{\alpha}$ . Киральная  $SU(3) \otimes SU(3)$  (преобразование правых  $q$ )  $\otimes$  (преобразование левых  $q$ ):

$$q_L = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) q; \quad \bar{q}_L = \frac{1}{2} \bar{q} (1 - \gamma_5);$$

$$q_R = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) q; \quad \bar{q}_R = \frac{1}{2} \bar{q} (1 + \gamma_5);$$

$Q_{\pm}^{\alpha}$  — пространственный интеграл нулевых компонент токов, генерируемых киральными преобразованиями  $SU(3)$ . Точнее, левое преобразование  $SU(3)$

$$q \rightarrow \left( 1 + i\varepsilon_{\alpha} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \cdot \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right) q,$$

или, что равноценно,

$$q_L \rightarrow \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} + \left[ \frac{1 + \gamma_5}{2} \right]^2 i\varepsilon_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right) q = \left( 1 + i\varepsilon_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right) q_L;$$

$$\bar{q}_L \rightarrow \bar{q}_L \left( 1 - i\varepsilon_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right);$$

$$q_R \rightarrow \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} + \left[ \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] \left[ \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] i\varepsilon_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right) q = q_R;$$

$$\bar{q}_R \rightarrow \bar{q}_R,$$

генерирует ток, соответствующий заряду  $Q_+^{\alpha}$ :

$$i\bar{q}_L \gamma_{\mu} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} q_L = i\bar{q} \gamma_{\mu} \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \cdot \frac{\lambda_{\alpha}}{2} q.$$

Аналогично правое преобразование  $SU(3)$

$$q \rightarrow \left( 1 + i\varepsilon_{\alpha} \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right) q;$$

$$q_R \rightarrow \left( 1 + i\varepsilon_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right) q_R, \quad q_L \rightarrow q_L;$$

$$\bar{q}_L \rightarrow \bar{q}_R \left( 1 - i\varepsilon_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right), \quad \bar{q}_R \rightarrow \bar{q}_L$$

генерирует ток, соответствующий заряду  $Q_-^{\alpha}$ :

$$i\bar{q}_R \gamma_{\mu} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} q_R = i\bar{q} \gamma_{\mu} \frac{(2-\gamma_5)}{2} \cdot \frac{\lambda_{\alpha}}{2} q.$$

В свободном лагранжиане  $\mathcal{L} = -\bar{q}(\gamma_{\mu} \partial_{\mu} + m) q$  кинетический член  $-\bar{q}\gamma_{\mu} \partial_{\mu} q = -\bar{q}_L \gamma_{\mu} \partial_{\mu} q_L - q_R \gamma_{\mu} \partial_{\mu} q_R$  преобразуется при киральных преобразованиях  $SU(3) \otimes SU(3)$  по представлению  $(1,1)$  [ $(1,1) \equiv$  (синглет  $SU(3)_R$ , синглет  $SU(3)_L$ )]. Иными словами, кинетический член инвариантен при киральных преобразованиях

$$SU(3) q \rightarrow \left[ 1 + i\varepsilon_{\alpha} \left( \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \right) \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \right] q,$$

генерирующих ток, соответствующий заряду  $Q_{\pm}^{\alpha}$ . Массовый член  $-m\bar{q}q = -m(\bar{q}_R q_L + \bar{q}_L q_R)$ , однако, преобразуется по представлению  $(3^*, 3) + (3, 3^*)$ . Он неинвариантен по отношению к упомянутым преобразованиям и поэтому нарушает киральную симметрию.

Можем ли мы тем не менее надеяться, что киральная симметрия реализуется в действительности? Попытка классификации состояний, сделанная Гелл-Манном (1964 г.) и другими авторами, оказалась не очень удачной. В этой схеме существует удвоение мезонных состояний  $(1,8) + (8,1)$  или  $(3^*, 3) + (3, 3^*)$ ; из существования псевдоскалярного (векторного) октета следует существование скалярного (аксиального) октета. Отсюда также следует неизбежность существования *девятого бариона*, т. е. унитарного синглета  $1/2$  [быть может,  $Y^*(1405)?$ ]. Киральная симметрия была мало популярной до того, как в 1967 г. эту идею пересмотрели в связи с массовой формулой Вайнберга  $m_{A_1} = \sqrt{2} m_{\rho}$ . Мы вернемся к этому вопросу позже (гл. 6). Пока же мы будем придерживаться точки зрения, согласно которой киральная симметрия является сильно нарушенной симметрией, однако коммутационные соотношения точны. Это несколько схоже с ситуацией, которая имеет место при работе с коммутационным соотношением  $[x_i, p_j] = i\delta_{ij}$ , которое представляет собой точное соотношение, хотя  $x_i$  и  $p_j$ , вообще говоря, не являются константами движения.

## § 2.8. Токи, связанные с электромагнитными и полулептонными процессами

Учитывая сильные взаимодействия во всех порядках, а электромагнитные и слабые взаимодействия в первом порядке, выделим несильные взаимодействия из остальной части гамильтониана  $H_{tot} = (H_{free} + H_{str}) + H_{ext}$ . Для электромагнитных и полулептонных взаимодействий можно написать

$$H_{ext} = - \int d^3x \mathcal{L}_{int}^{(ext)} = - \int d^3x (W_{\mu}^{\alpha} j_{\mu}^{\alpha} + W_{5\mu}^{\alpha} j_{5\mu}^{\alpha}).$$

При отсутствии внешних взаимодействий  $S$ -матрица имеет вид

$$S_{BA} = {}_{out} \langle B | A \rangle_{in}.$$

Однако в присутствии внешних взаимодействий она принимает вид

$${}_{out} \langle B | A \rangle_{in} \xrightarrow{ext \ int} {}_{out} \langle B | A \rangle - i {}_{out} \langle B | \int dt H_{ext} | A \rangle_{in} + \dots$$

(Элементарный вывод читатель может найти, например, в книге Нишиджимы.) Наш подход отличается от «картины взаимодействия», в которой сильные взаимодействия включаются во внешнее взаимодействие [ $H_{tot} = H_{free} + (H_{str} + H_{ext})$ ]. Однако разница сводится всего лишь к перегруппировке взаимодействий. В нашем подходе член, модифицирующий  $S$ -матрицу,

$$\begin{aligned} & -i {}_{out} \langle B | \int dt H_{ext} | A \rangle_{in} = \\ & = i \int d^4x W_{\mu}^{\gamma}(x) \langle B | j_{\mu}^{\gamma} | A \rangle + \{\mu \leftrightarrow 5\mu\} \end{aligned}$$

приводит к адронным матричным элементам вида:

$$\langle B | j_{\mu}^3(x) + \frac{1}{\sqrt{3}} j_{\mu}^8(x) | A \rangle \text{ — в электромагнитных взаимодействиях;}$$

$$\langle B | j_{\mu}^{1 \pm i2}(x) | A \rangle + \{\mu \leftrightarrow 5\mu\} \text{ — в полулептонных взаимодействиях с } \Delta S=0;$$

$$\langle B | j_{\mu}^{4 \pm i5}(x) | A \rangle + \{\mu \leftrightarrow 5\mu\} \text{ — в полулептонных взаимодействиях с } \Delta Q = \Delta S = \pm 1.$$

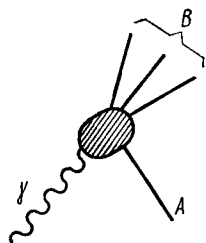


(Если  $|A\rangle$  и  $|B\rangle$  — неодночастичные состояния, то их следует понимать как  $|A\rangle_{in}$  и  $|B\rangle_{out}$ ). Если адроны образуются из кварков, то

$$j_\mu^\alpha = i\bar{q}\gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} q \quad \text{и} \quad j_{5\mu}^\alpha = i\bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2} q.$$

Однако если не существуют фундаментальные поля, то матричные элементы, фигурирующие в электромагнитных и полулептонных процессах, можно рассматривать как определения токов  $j_\mu^\alpha$  и  $j_{5\mu}^\alpha$ . В любом случае предполагается, что эти токи удовлетворяют коммутационным соотношениям для токов и зарядов, получаемым из кварковой модели.

В качестве примера способа использования электромагнитных взаимодействий для изучения матричных элементов токов  $j_\mu^3$  и  $j_\mu^8$  рассмотрим процессы фото- и электрообразования типа



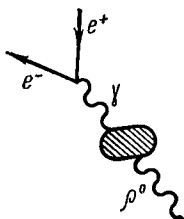
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{реальный фотон (фотообразование)} \\ q^2 = (p_B - p_A)^2 = 0; \\ \text{виртуальный фотон (электрообразование)} \\ q^2 \neq 0. \end{array} \right.$$

Матричный элемент имеет вид  $\langle B | (j_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_\mu^8) | A \rangle$ .

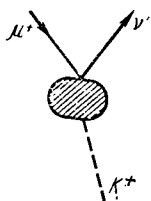
В качестве другого примера рассмотрим процесс  $\rho^0 \rightarrow e^+ + e^-$ . Начальное и конечное состояния даются посредством векторов  $|A\rangle = |\rho^0\rangle$ ,  $|B\rangle = |0\rangle$ .

Этот процесс описывается матричным элементом

$$\langle 0 | j_\mu^3 | \rho^0 \rangle.$$



Отметим, что ток  $j_\mu^8$  не дает вклада вследствие сохранения изоспина или  $G$ -четности.



Рассматривая теперь слабые взаимодействия, мы можем изучать распад  $K_{\mu 2}^+$ , описываемый матричным элементом  $\langle 0 | j_{5\mu}^{4-i5} | K^+ \rangle$ . Здесь вклад дает только аксиальный ток вследствие сохранения четности. (В покоящейся системе волновая функция  $K^+$  — нечетная, а вакуум — четный; ток  $j_{54}^{4-i5}$  является нечетной функцией, а ток  $j_4^{4-i5}$  — функция четная.)

Вследствие трансляционной инвариантности любой оператор можно записать в виде  $O(x) = e^{-iPx} O(0) e^{iPx}$ , где  $P$  — оператор энергии-импульса. Для доказательства достаточно взять решение дифференциального уравнения  $\partial_\mu O(x) = i [O(x), P_\mu]$  и подставить граничные условия в  $x = 0$ . Тогда получим

$$\langle B | j_\mu^\alpha(x) | A \rangle = \langle B | j_\mu^\alpha(0) | A \rangle e^{i(p_A - p_B)x}.$$

Так как мы верим в справедливость трансляционной инвариантности, то достаточно рассматривать только матричные элементы

$$\langle B | j_\mu^\alpha(0) | A \rangle \quad \text{и} \quad \langle B | j_{5\mu}^\alpha(0) | A \rangle.$$

Можно привести примеры других процессов, характеризующих матричные элементы адронных токов.

### Рассеяние электронов на протонах

Матричный элемент изовекторной части электромагнитного тока между двумя протонными состояниями имеет вид



$$\langle p', s' | j_\mu^3 | p, s \rangle =$$

$$= \sqrt{\frac{m_p^2}{E'E^2}} \frac{1}{2} \bar{u}' [i\gamma_\mu F_1^{(V)}(t) - i\sigma_{\mu\nu} q_\nu F_2^{(V)}(t)] u,$$

где  $t = -(p' - p)^2$ ,  $q = p' - p$ . Он получается из наиболее общих соображений сохранения четности, лоренц-инвариантности и сохранения тока. В нем отсутствуют, например, члены типа  $q_\mu \bar{u}' u$ , так как из условия сохранения

тока следует  $i q_\mu \langle B | j_\mu^3 | A \rangle = 0$ , в то время как  $q_\mu (q_\mu \bar{u}' u) = q^2 \bar{u}' u \neq 0$ :

$$q_\mu \begin{pmatrix} \bar{u}' & \gamma_\mu u \\ q_\nu & \bar{u}' \sigma_{\mu\nu} u \end{pmatrix} = 0.$$

Может присутствовать также член  $(p' + p)_\mu \bar{u}' u$ ,  $u$ , однако его можно выразить в виде линейной комбинации членов  $i \bar{u}' \gamma_\mu u$  и  $q_\nu \bar{u}' \sigma_{\mu\nu} u$ .

### $\pi^+$ -Распад

Матричный член имеет вид

$$\langle 0 | j_{5\mu}^{1-i2}(0) | \pi^+ \rangle = i; \quad \bar{c}_\pi p_\mu \frac{1}{\sqrt{2\omega V}},$$

так как единственным четырехвектором для частицы с нулевым спином является  $p_\mu$ . Член  $\sqrt{2\omega V}$  получается из волновой функции поглощаемого  $\pi^+$ -мезона, вычисленного в точке  $x = 0$ , а коэффициент  $\sqrt{2}$  выбран для того, чтобы выполнялось равенство

$$\langle 0 | j_{5\mu}^\alpha(0) | \pi^\alpha \rangle = i c_\pi p_\alpha / \sqrt{2\omega V} \quad (\text{суммирование по } \alpha \text{ не проводится}).$$

## § 2.9. Матричные элементы оператора заряда. Теорема Адемолло—Гатто

Из трансляционной инвариантности ( $Q = Q^\alpha$  или  $Q_5^\alpha$ ) следует:

$$\begin{aligned} \langle B | Q | A \rangle &= \left\langle B \left| \int d^3x j_0(x) \right| A \right\rangle = \\ &= \int d^3x e^{i(p_A - p_B)x} \langle B | j_0(0) | A \rangle. \end{aligned}$$

Поэтому при нулевой передаче импульса

$$\lim_{p_A \rightarrow p_B} \langle B | Q | A \rangle = V \langle B | j_0(0) | A \rangle.$$

Нормировочный объем  $V$  сокращается с множителем  $1/V$ , возникающим из матричного элемента  $\langle B | j_0(0) | A \rangle$ . Таким образом, при нулевой передаче импульса нулевая компо-

нента токов, фигурирующих в электромагнитных и слабых процессах, определяет матричные элементы оператора заряда. Например, между состояниями свободных протонов имеем

$$\langle p, s | Q^3 | p, s \rangle = V \frac{m}{EV} \cdot \frac{1}{2} F_1^V(0) u^+ u.$$

Поэтому  $F_1^{(V)}(0) = 1$  (здесь мы воспользовались равенством  $\langle p, s | Q^3 | p, s \rangle = 1/2$  и  $u^+ u = E/m$ ). Отметим, что наш необычный нормировочный коэффициент нужен в том случае, если мы пользуемся равенством  $\langle p' | p \rangle = \delta_{pp'}$ . Альтернативным подходом является использование ковариантного условия нормировки  $\langle p' | p \rangle = 2p_0 \delta_{pp'}$ . Отметим также, что в отличие от  $\langle Q^\alpha \rangle$   $\langle Q_5^\alpha \rangle$  зависит от системы отсчета. Матричный элемент

$$\langle p, s | Q_5 | p, s \rangle = \frac{m}{E} \frac{1}{2} F_A(0) u^+ (\mathbf{p}, s) \gamma_5 u (\mathbf{p}, s)$$

(где  $F_A$  — аксиально-векторный аналог форм-фактора  $F_1^{(V)}$ ) в двухкомпонентных обозначениях принимает вид

$$\begin{aligned} \langle p, s | Q_5 | p, s \rangle &= -\frac{m}{E} \cdot \frac{1}{2} F_A(0) \left( \frac{E+m}{m} \right) \left( \frac{2 \langle \sigma \rangle \cdot \mathbf{p}}{E+m} \right) = \\ &= \frac{1}{2} F_A(0) \frac{\langle \sigma \rangle \cdot \mathbf{p}}{E}. \end{aligned}$$

Для покоящегося свободного протона  $\langle Q_5 \rangle = 0$  и  $\langle Q_5 \rangle \neq 0$  для движущегося нуклона. Действительно, легко заметить, что заряды  $Q^\alpha$  и  $Q_5^\alpha$  имеют одинаковые матричные элементы для левых ультрарелятивистских протонов ( $\mathbf{p} \rightarrow \infty$ ).

Предположим, что ток сохраняется. Это означает, что соответствующие зарядовые операторы коммутируют с  $H$ , например  $[H^{str}, Q^\alpha] = 0$ . В отсутствие электромагнитных взаимодействий  $Q^1$  и  $Q^2$  (а также  $Q^3$ ) являются константами движения:

$$0 = \langle B | [H^{str}, Q^{1,2}] | A \rangle = (E_B - E_A) \langle B | Q^{1,2} | A \rangle.$$

Таким образом,

$$\langle B | Q^{1,2} | A \rangle = 0 \quad \text{при} \quad E_A \neq E_B.$$

Если токи сохраняются, то соответствующие операторы зарядов не имеют отличных от нуля матричных элементов

между невырожденными состояниями; например,  $Q^{1,2}$  связывает  $n$  и  $p$ , однако не связывает  $n$  и  $N^{*+}$ .

Рассмотрим теперь коммутационное соотношение

$$[Q^{1+i2}, Q^{1-i2}] = 2Q^3 \quad (f_{123} = 1)$$

между покоящимися протонами (спином пренебрегаем)

$$\begin{aligned} 2 \langle p | Q^3 | p \rangle &= \langle p | [Q^{1+i2}, Q^{1-i2}] | p \rangle = \\ &= \sum_m \langle p | Q^{1+i2} | m \rangle \langle m | Q^{1-i2} | p \rangle - \\ &- \sum_m \langle p | Q^{1-i2} | m \rangle \langle m | Q^{1+i2} | p \rangle. \end{aligned}$$

Более того, так как  $Q^1$  и  $Q^2$  коммутируют с  $H^{str}$ , то только одно нейтронное состояние дает вклад в сумму. Поэтому

$$|\langle p | Q^{1+i2} | n \rangle|^2 = 2 \langle p | Q^3 | p \rangle.$$

Аналогично для пионов

$$\begin{aligned} |\langle \pi^0 | Q^{1-i2} | \pi^+ \rangle|^2 &= 2 \langle \pi^+ | Q^3 | \pi^+ \rangle = \\ &= 4 \langle p | Q^3 | p \rangle = 2 |\langle p | Q^{1+i2} | n \rangle|^2. \end{aligned}$$

Пользуясь тем, что матричный элемент  $\langle B | Q^{\pm 1,2} | A \rangle$  рассматривается для  $\beta$ -распада при малой передаче импульса, мы видим, что матричный элемент для процесса  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu$  отличается от матричного элемента для процесса  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$  численным коэффициентом  $\sqrt{2}$ . В этом и заключается сущность теории сохраняющихся векторных токов (Фейнман—Гелл-Манн, 1958 г.).

Однако для векторных токов с изменением странности ситуация несколько иная:

$$\begin{aligned} [Q^{4+i5}, Q^{4-i5}] &= Q^3 + \sqrt{3}Q^8 = \\ &= Q^{(3,0)} + Y \quad (f_{458} = \sqrt{3}/2, f_{345} = 1/2). \end{aligned}$$

Рассмотрим, например, лептонный распад  $\Sigma^-$ :

$$\begin{aligned} \langle \Sigma^- | Q^3 | \Sigma^- \rangle &= \langle \Sigma^- | [Q^{4+i5}, Q^{4-i5}] | \Sigma^- \rangle = \\ &= -|\langle n | Q^{4+i5} | \Sigma^- \rangle|^2 + \sum_m \underbrace{|\langle m | Q^{4-i5} | \Sigma^- \rangle|^2}_{\Sigma^- + \pi^- \text{ и т. д.}} - \\ &- \sum_{\substack{m \neq n \\ n + \pi^0, p + \pi^- \text{ и т. д.}}} |\langle m | Q^{4+i5} | \Sigma^- \rangle|^2. \end{aligned}$$

Если бы мы могли пренебречь членами, которые суммируются, то мы опять получили бы изящное соотношение

$$-|\langle n|Q^{4+i5}|\Sigma^{-}\rangle|^2 = \langle \Sigma^{-}|Q^3|\Sigma^{-}\rangle.$$

В пределе точной  $SU(2)$  симметрии ( $[H^{sym}, Q^{4,5}] = 0$ )  $n$  было бы вырождено с  $\Sigma^{-}$ , и поэтому мы не имели бы вклада от членов с суммированием. Однако в действительности

$$[H, Q^{4,5}] = [(H^{sym} + H^{m.s}), Q^{4,5}] = [H^{m.s}, Q^{4,5}],$$

где  $m.s$  означает средне-сильное. Таким образом, пользуясь равенством

$$\langle m|Q^{4-i5}|\Sigma^{-}\rangle = \frac{\langle m|[H^{m.s}, Q^{4-i5}]|\Sigma^{-}\rangle}{E_m - E_{\Sigma}},$$

можно переписать сумму в виде

$$\begin{aligned} -1 &= \langle \Sigma^{-}|Q^3|\Sigma^{-}\rangle = -|\langle n|Q^{4+i5}|\Sigma^{-}\rangle|^2 + \\ &+ \sum_m \frac{|\langle m|[H^{m.s}, Q^{4-i5}]|\Sigma^{-}\rangle|^2}{(E_m - E_{\Sigma})^2} \\ &- \sum_{m \neq n} \frac{|\langle m|[H^{m.s}, Q^{4+i5}]|\Sigma^{-}\rangle|^2}{(E_m - E_{\Sigma})^2}. \end{aligned}$$

Положим, что  $\langle n|Q^{4+i5}|\Sigma^{-}\rangle = r \langle n|Q^{4+i5}|\Sigma^{-}\rangle_{\text{точная } SU(3)} = -r$ . Другими словами,  $r$  — фактор перенормировки, измеряющий отклонение от точной симметрии  $SU(3)$ . Отметим, что выражение  $r^2 - 1 \approx 2\delta r$  можно связать с суммой

$$\sum_{m \neq n} \frac{|\langle m|[H^{m.s}, Q^{4 \pm i5}]|\Sigma^{-}\rangle|^2}{(E_m - E_{\Sigma})^2},$$

и оно является квадратичным по средне-сильным взаимодействиям. Другими словами,  $\delta r = 0$ ,  $r = 1$  до первого порядка по взаимодействиям, нарушающим  $SU(3)$ -симметрию; таким образом, до первого порядка по нарушению  $SU(3)$  нет перенормировки.

Итак, при нулевых передачах импульса эффект нарушения  $SU(3)$ -симметрии на матричные элементы с изменением  $S$  является эффектом второго порядка по средне-сильным взаимодействиям (теорема Адемолло—Гатто, 1964 г.); приведенное здесь доказательство было дано Фубини и Фурланом в 1965 г.

Отметим также, что техника Фубини—Фурлана, которой мы пользовались для доказательства теоремы Адемолло—Гатто, сыграла важную историческую роль. Знаменитое соотношение Адлера—Вейсбергера (которое мы позже будем рассматривать) было впервые получено путем применения техники Фубини—Фурлана к коммутационному соотношению

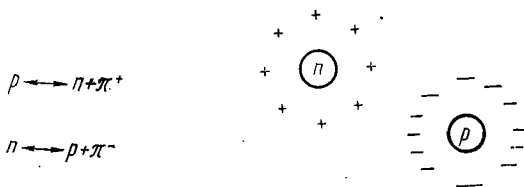
$$[Q_5^{1+i2}, Q_5^{1-i2}] = 2Q^3.$$

## ГЛАВА 3 УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

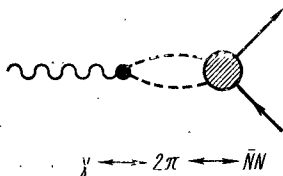
### § 3.1. Немного истории

Исторически предсказание векторных мезонов связано с двумя явлениями.

1. **Электромагнитная структура.** Намбу (1957 г.) постулировал существование нейтрального вектора мезона для объяснения электромагнитной структуры нуклонов. В этой теории структура нуклонов объяснялась с помощью



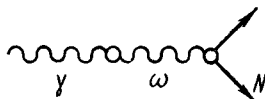
пионов. Виртуальные процессы рождают облако положительных пионов в случае протонов и отрицательных — в случае нейтронов. Количественно: если только пионные пары существенны в перекрестном канале, то пионная пара



должна иметь квантовые числа  $J^P = 1^-, T = 1, T_3 = 0$  и представлять собой объект, связанный с протоном и ней-

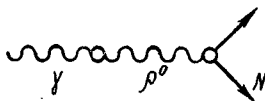
троном с разными знаками (системой  $\bar{N}N$  с  $T = 1$ ,  $T_3 = 0$  является  $\bar{p}p - \bar{n}n$ ). Отсюда получим  $\langle r^2 \rangle_p = -\langle r^2 \rangle_n$ , что противоречит эксперименту:  $\langle r^2 \rangle_p \approx (0,7F)^2$ ,  $\langle r^2 \rangle_n \approx (0,0F)^2$ . Таким образом, нам нужен вклад, имеющий одинаковый знак для  $p$  и  $n$  для того, чтобы погасить отрицательный заряд облака нейтрона.

Система с квантовыми числами  $J^P = 1^-, T = 0$  ( $\omega$ -мезон) удовлетворяет этому требованию, так как она связана с комбинацией  $\bar{p}p + \bar{n}n$ .



Мы привели здесь аргументацию Намбу в пользу существования мезонов с квантовыми числами  $T = 0$ ,  $J^{PG} = 1^{--}$ .

Изовекторным аналогом вышеприведенной диаграммы является



Действительно, Фрейзер и Фулко (1959 г.) показали, что изовекторная часть электромагнитного форм-фактора, связанная с разницей между структурой протона и нейтрона, остается неясной в свете теории, основанной на некоррелированных пионных парах. Это привело их к предсказанию резонанса в  $\pi\pi$ -рассеянии с квантовыми числами  $T = 1$ ,  $J^P = 1^-$  ( $P$ -волна).

**2. Универсальность и сохраняющиеся токи важны в электромагнитных и слабых взаимодействиях, поэтому естественно предположить, что эти концепции играют важную роль также в физике сильных взаимодействий. На этом основании были предложены (Сакураи, 1960 г.) сильновзаимодействующие ( $Y = 0$ ) векторные мезоны:**

$T = 1$ , связанные с изоспиновым током ( $j_\mu^{1,2,3}$ );

$T = 0$ , связанные с током гиперзаряда ( $j_\mu^8$ );

$T = 0$ , связанные с барионным током ( $j_\mu^0$ ).

Они могут возникать как резонансы в спектре инвариантных масс системы  $2\pi$ ,  $3\pi$  (а также, при достаточно высоких энергиях, в системе  $K\bar{K}$ ). Естественно поэтому обобщить эти



понятия введением унитарной симметрии (Салам и Уорд, 1961 г.).

Сильновзаимодействующие векторные мезоны с  $T = 1/2$ ,  $Y = \pm 1$  связаны с изменяющим странность током ( $j_{\mu}^{4,5,6,7}$ ). Действительно, первые работы по восьмеричному пути (Гелл-Манн—Нееман, 1961 г.) частично основывалось на стремлении построить схему высших симметрий, включающую векторные мезоны, связанные с сохраняющимся и квазисохраняющимся током. Мезоны с такими квантовыми числами были обнаружены также экспериментально (1961—1963 гг.):

$$T = 1, \quad Y = 0, \quad J^{PG} = 1^{-+}; \quad \rho (770);$$

$$T = 0, \quad Y = 0, \quad J^{PG} = 1^{--}; \quad \omega (780), \quad \phi (1020);$$

$$T = 1/2, \quad Y = \pm 1, \quad J^P = 1^{-}; \quad K^* (890).$$

### § 3.2. Калибровочные преобразования и универсальность

Инвариантность при локальном изотопическом вращении

$$N \rightarrow (1 + i\varepsilon_{\alpha}(x) \tau_{\alpha}/2) N$$

требует наличия связи между векторным мезоном с  $T = 1$  и изоспиновым током. Это видно из

$$-\bar{N} \gamma_{\mu} \partial_{\mu} N \rightarrow -\bar{N} \gamma_{\mu} \partial_{\mu} N - i N \gamma_{\mu} (\tau_{\alpha}/2) N \partial_{\mu} \varepsilon_{\alpha}(x).$$

Очевидно, что второй член должен обращаться в нуль (принцип инвариантности). Это возможно в том случае, если существует взаимодействие векторного мезона вида  $i f_{\rho} \rho_{\mu}^{\alpha} \bar{N} \gamma_{\mu} (\tau_{\alpha}/2) N$ ; тогда изотопическое вращение связано с калибровочным преобразованием  $\rho_{\mu}^{\alpha} \rightarrow \rho_{\mu}^{\alpha} + (1/f_{\rho}) \partial_{\mu} \varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{\beta} \rho_{\mu}^{\gamma}$  (где последний член необходим потому, что  $\rho$ -мезон имеет изотопический спин, отличный от нуля). Однако трудность заключается в том, что в случае свободного лагранжиана ( $f_{\rho} = 0$ )

$$\mathcal{L}_{free}^{(\rho)} = -\frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu}^{\alpha})^2 - \frac{1}{2} m_{\rho}^2 (\rho_{\mu}^{\alpha})^2$$

$$(\rho_{\mu\nu}^{\alpha} = \partial_{\mu} \rho_{\nu}^{\alpha} - \partial_{\nu} \rho_{\mu}^{\alpha}),$$

инвариантного при приведенных выше калибровочных преобразованиях, масса  $\rho$ -мезона должна равняться нулю. Не-

смотря на эти трудности, мы все-таки можем утверждать, что имеем дело с любопытным способом генерирования взаимодействия, и поэтому будем повторять эту процедуру для каждого поля с ненулевым изотопическим спином. Как и в случае минимальной электромагнитной связи  $\partial_\mu \psi \rightarrow \partial_\mu \psi - i e A_\mu \psi$ , мы получаем  $\rho$ -взаимодействие путем подстановки  $\partial_\mu \psi \rightarrow \partial_\mu \psi - i f_\rho \rho_\mu \Gamma \psi$ , где  $\Gamma$  — изотопическая матрица, действующая на  $\psi$  [например,  $\tau/2$  для нуклонов,  $(T^\alpha)_{\beta\gamma} = -i \epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  для  $\pi$ - и  $\rho$ -мезонов]. Если отказаться от калибровочной инвариантности, то можно просто воспользоваться принципом «минимальности».

Если в качестве фундаментальных частиц выбрать  $N$  и  $\pi$ , то

$$\mathcal{L}_{int} = g_\mu \left[ i f_{\rho NN} \bar{N} \gamma_\mu \frac{\tau}{2} N - f_{\rho\pi\pi} \pi \times \partial_\mu \pi - f_\rho \rho_\nu \times \partial_\mu \rho_\nu \right]$$

и «универсальность» требует  $f_{\rho NN} = f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho\rho\rho} = f_\rho$ . В настоящее время обнаружено много адронов и не известно, которые из них фундаментальные (если такие вообще существуют). Более того, можно предположить, что принцип универсальности, получаемый из калибровочно-инвариантной теории, справедлив. Другими словами,

$$\frac{A(A \leftrightarrow A + \rho^0)}{A(B \leftrightarrow B + \rho^0)} = \frac{T_3^{(A)}}{T_3^{(B)}},$$

так как предполагается, что  $\rho^0$ -мезон связан с третьей компонентой изоспина  $T_3$ . Это явление аналогично универсальности электрического заряда:

$$\frac{A(e^+ \leftrightarrow e^+ + \gamma)}{A(p \leftrightarrow p + \gamma)} = \frac{Q(e^+)}{Q(p)} = 1.$$

Универсальность имеет место только при  $q^2 = 0$ . При больших передачах импульса форм-фактор протона сильно отличается от форм-фактора позитрона благодаря сильным взаимодействиям. Аналогично универсальность  $\rho$ -мезона, по-видимому, имеет место точно при нулевых передачах импульса. К сожалению, масса  $\rho$ -мезона отлична от нуля, и поэтому условие  $q^2 = 0$  не может выполняться при излучении реального  $\rho$ -мезона. Однако если форм-фактор векторного мезона изменяется медленно, то принцип универсальности все еще может иметь смысл даже для констант связи на массовой оболочке. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен позже.

### § 3.3. Связь между векторной доминантностью и универсальностью

Два подхода, упомянутых нами и, казалось бы, не связанных между собой (первый из них связан с попыткой понять электромагнитную структуру адронов, второй — с универсальностью и сохраняющимися токами), все-таки тесно взаимосвязаны и основаны [Гелл-Манн и Захариазен (1961 г.)] на доминантности векторного мезона в электромагнитном форм-факторе.

Рассмотрим электромагнитный форм-фактор  $\pi^+$ -мезона, определяемый соотношением

$$\langle p' | j_\mu^3(0) | p \rangle = \frac{1}{\sqrt{4\omega\omega'}} (p' + p)_\mu F_\pi(t)$$

[в дальнейшем положим  $V = 1$ ,  $t = -(p' - p)^2$ ]. Если  $F_\pi(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , тогда мы можем написать безвычитательное дисперсионное соотношение

$$F_\pi(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} dt' \frac{\text{Im} F_\pi(t')}{t' - t}$$

с ограничением  $F_\pi(0) = 1$ , фиксирующим электрический заряд  $\pi^+$ -мезона при нулевой передаче импульса. Предположим, что в  $F_\pi(t)$  доминирует  $\rho^0$ -мезон, т. е.  $\text{Im} F_\pi(t) \sim \delta(t' - m_\rho^2)$ , тогда

$$F_\pi(t) = m_\rho^2 / (m_\rho^2 - t).$$

Повторив эти рассуждения для изовекторного форм-фактора

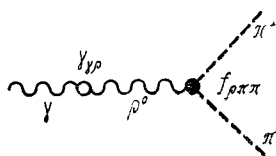
$$\langle p', \Delta' | j_\mu^3(0) | p, \Delta \rangle =$$

$$= \sqrt{\frac{m^2}{EE'}} \frac{1}{2} (i\bar{u}' \gamma_\mu u F_1^{(V)}(t) + \text{(член с аномальным моментом нуль при } t=0, \text{)})$$

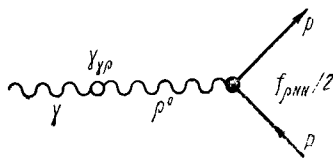
где

$$F_1^{(V)}(t) = m_\rho^2 / (m_\rho^2 - t),$$

сравним диаграммы



$$eF_{\pi}(t) = \frac{\gamma_{\rho\gamma} f_{\rho\pi\pi}}{m_{\rho}^2 - t},$$



$$\frac{e}{2} F_1^{(V)}(t) = \frac{\gamma_{\rho\gamma} f_{\rho NN}/2}{m_{\rho}^2 - t}$$

(только половина электрического заряда протона связана с изовекторным вкладом). При нулевой передаче импульса  $F_{\pi}(0) = F_1^{(V)}(0) = 1$ , так как электрические заряды универсальны. Поэтому

$$\frac{\gamma_{\rho\gamma} f_{\rho\pi\pi}}{m_{\rho}^2} = \frac{\gamma_{\rho\gamma} f_{\rho NN}}{m_{\rho}^2} = e,$$

и мы получим:

1)  $f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho NN} = \dots f_{\rho}$  (для любой частицы с отличным от нуля изоспином);

$$2) \gamma_{\rho\gamma} = em_{\rho}^2/f_{\rho}.$$

Таким образом, универсальность является следствием полной доминантности  $\rho$ -мезона в изовекторном форм-факторе. Более того, можно сделать заключение, что эффективная константа связи для перехода  $\rho^0 \leftrightarrow \gamma$  равна  $\gamma_{\rho\gamma} = em_{\rho}^2/f_{\rho}$ . Электромагнитные взаимодействия определяются выражением

$$eA_{\mu} \left( j_{\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_{\mu}^8 \right),$$

а  $\langle 0 | j_{\mu}^8 | \rho^0 \rangle = 0$  вследствие сохранения изоспина или G-четности, поэтому

$$\langle 0 | j_{\mu}^3(x) | \rho^0 \rangle = \frac{m_{\rho}^2}{f_{\rho}} \epsilon_{\mu} \frac{e^{i\rho x}}{\sqrt{2\omega}}.$$

Напомним, что этот матричный элемент можно оценить с помощью процесса  $\rho^0 \rightarrow e^+ + e^-$ . Поэтому можно определить также константу связи  $f_{\rho}$ , пользуясь приведенным соотношением для матричного элемента независимо от того, имеет ли место полная  $\rho$ -доминантность.

### § 3.4. Тождество тока и поля (ТТП) $\rho$ -мезона

(Гелл-Манн, Захариазен, 1961 г.,  
Кролл, Ли и Зумино, 1967 г.)

Если матричный элемент между вакуумом и  $\rho^0$ -мезоном сохраняется, то ток  $j_\mu^3$  действует в точности так же, как поле  $\rho^0$ . Поэтому можем написать

$$j_\mu^\alpha = (m_\rho^2/f_\rho)\rho_\mu^\alpha.$$

Это так называемое тождество тока и поля удобным образом содержит в себе основную идею универсальности и доминантность векторного мезона. Сначала продемонстрируем смысл этого тождества в том случае, когда  $\rho$ -мезон связан с сохраняющимся током. Лагранжиан поля  $\rho$ -мезона

$$\mathcal{L}^{(\rho)} = \frac{1}{4} (\partial_\mu \rho_\nu^\alpha - \partial_\nu \rho_\mu^\alpha)^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 (\rho_\mu^\alpha)^2 + \rho_\mu^\alpha J_\mu^{(\rho), \alpha}$$

дает уравнение движения

$$\partial_\nu (\partial_\nu \rho_\mu^\alpha - \partial_\mu \rho_\nu^\alpha) - m_\rho^2 \rho_\mu^\alpha = -J_\mu^{(\rho), \alpha}.$$

Взяв производную, получим из ТТП и условия сохранения изоспина

$$\partial_\mu J_\mu^{(\rho), \alpha} = m_\rho^2 \partial_\mu \rho_\mu^\alpha = f_\rho \partial_\mu j_\mu^\alpha = 0.$$

Таким образом,  $\rho$ -мезон связан с сохраняющимся током. Далее, ввиду равенства  $\partial_\mu \rho_\mu^\alpha = 0$  уравнение поля принимает вид

$$(\square - m_\rho^2) \rho_\mu^\alpha = -J_\mu^{(\rho), \alpha}.$$

Это операторное уравнение можно рассматривать как соотношение между матричными элементами

$$\begin{aligned} -(\rho_B - \rho_A)^2 \langle B | \rho_\mu^\alpha | A \rangle - m_\rho^2 \langle B | \rho_\mu^\alpha | A \rangle &= \\ &= -\langle B | J_\mu^{(\rho), \alpha} | A \rangle; \\ \langle B | j_\mu^\alpha | A \rangle &= \frac{m_\rho^2}{f_\rho} \cdot \frac{\langle B | J_\mu^{(\rho), \alpha} | A \rangle}{m_\rho^2 - t}. \end{aligned}$$

С помощью ТТП

$$\langle B | j_\mu^\alpha | A \rangle = \frac{m_\rho^2}{f_\rho} \cdot \frac{\langle B | J_\mu^{(\rho), \alpha} | A \rangle}{m_\rho^2 - t}$$

и для  $\alpha = 3$ ,  $t = 0$  имеем

$$\langle B | j_\mu^3 | A \rangle_{t=0} = \frac{1}{f_\rho} \langle B | J_\mu^{(\rho), 3} | A \rangle_{t=0}.$$

Таким образом, в точке  $t = 0$  источник изовекторного фотонного поля тождествен источнику  $\rho^0$ -мезона с точностью до универсальной константы  $e/f_\rho$ . Более того, в точке  $t = 0$  изовекторный фотон универсально связан с третьей компонентой изоспина. Однако, ввиду того что имеем строгую пропорциональность между источником  $\rho^0$ -мезона и изовекторным током, получаем

$$\langle A | J_0^{(\rho), 3} | A \rangle_{t=0} = f_\rho \langle A | j_0^3 | A \rangle_{t=0} = f_\rho \langle A | Q^3 | A \rangle / V.$$

Таким образом,  $\rho^0$ -мезон также связан универсально с  $T_3$  в точке  $t = 0$ . Это приводит к соотношению

$$\left. \frac{A (A \leftrightarrow A + \rho^0)}{A (B \leftrightarrow B + \rho^0)} \right|_{t=0} = \frac{T_3^{(A)}}{T_3^{(B)}},$$

которое нами обсуждалось уже ранее. Отметим, что для проинтегрированного  $\rho^0$ -источника можно написать операторное уравнение

$$f_\rho Q^\alpha = \int d^3x J_0^{(\rho), \alpha}.$$

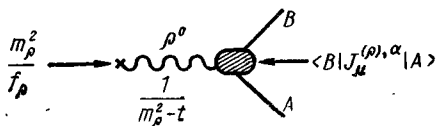
Любопытно отметить, что два важнейших соотношения, полученных нами:

$$j_\mu^\alpha = \frac{m_\rho^2}{f_\rho} \rho_\mu^\alpha \quad (\text{ТТП})$$

и

$$\langle B | j_\mu^\alpha | A \rangle = \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - t} \frac{1}{f_\rho} \langle B | J_\mu^{(\rho), \alpha} | A \rangle,$$

можно интерпретировать с помощью диаграммы



К этому вопросу мы вернемся позже.

К сожалению, связь в точке  $t = 0$  не всегда приемлема ввиду конечности массы  $\rho$ -мезона. Для изучения этой связи в точке  $t \neq 0$  выпишем несущественные кинематические множители (например,  $(p + p')_\mu / \sqrt{4\omega\omega'}$ ,  $\sqrt{m^2/EE'}$ ,  $i\bar{u}\gamma_\mu u$ ), общие как для  $\langle B | j_\mu^\alpha | A \rangle$ , так и для  $\langle B | J_\mu^{(\rho),\alpha} | A \rangle$ . Остается теперь только форм-фактор;  $F_{\rho AB}(t)$  является форм-фактором векторного мезона матричного элемента  $f_\rho^{-1} \langle B | J_\mu^{(\rho),\alpha} | A \rangle$ ;  $F_{\gamma AB}^{(V)}(t)$  — изовекторным электромагнитным форм-фактором матричного элемента  $\langle B | j_\mu^\alpha | A \rangle$ . (Мы везде пренебрегаем усложнениями, связанными с нестабильностью  $\rho$ -мезона.) Оба форм-фактора связаны между собой соотношением

$$F_{\gamma AB}^{(V)}(t) = \left( \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - t} \right) \frac{F_{\rho AB}(t)}{F_{\rho AB}(0)}.$$

Отметим, что для больших значений  $|t|$  электромагнитный форм-фактор стремится к нулю в  $1/t$  раз быстрее, чем форм-фактор векторного мезона, например:

если  $F_{\rho AB}(t) \rightarrow \text{const}$ , то  $F_{\gamma AB}^{(V)}(t) \rightarrow 0$  как  $1/t$ ;

если  $F_{\rho AB}(t) \rightarrow 1/t$ , то  $F_{\gamma AB}^{(V)}(t) \rightarrow 0$  как  $1/t^2$ .

В этой связи отметим, что форм-фактор, измеряемый в электрон-протонном рассеянии, можно описать формулой

$$F_{\gamma NN}^{(V)}(t) = \left( \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - t} \right) \left( \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - t} \right),$$

где  $\Lambda \approx 1 \text{ Гэв}$  (Массам и Зикики, 1966 г.).

### § 3.5. Связь с дисперсионной теорией

(Гелл-Манн, Захариазен, 1961 г.,  
Гелл-Манн, 1962 г.)

Полная доминантность  $\rho$ -мезона на языке дисперсионной теории означает

$$F_{\gamma AB}^{(V)}(t) = m_\rho^2 / (m_\rho^2 - t).$$

Отсюда вытекает равенство  $F_{\rho AB}(t) = \text{const} = F_{\rho AB}(0)$ .

Из ТПП вытекает, что в точке  $t = 0$  имеется строгая универсальность  $\rho$ -связи. Если  $F_{\rho AB}(t)$  изменяется медленно между  $t = 0$  и  $t = m_\rho^2$ , то универсальная связь возможна даже в точке  $t = m_\rho^2$ .

Обсудим эту проблему более подробно. Рассматривая случай  $A = B$  и учитывая только зарядовую связь, видим, что константа связи  $\rho AA$  на массовой поверхности дается выражением

$$f_{\rho AA} = f_{\rho} \frac{F_{\rho AA}(m_{\rho}^2)}{F_{\rho AA}(0)}.$$

Если воспользоваться электромагнитным (зарядовым) форм-фактором вида

$$F_{\gamma AA}^{(\nu)}(t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\text{Im} F(t')}{t' - t} dt'$$

и выделить вычет в изолированном  $\rho$ -полусе, пользуясь диаграммой для процесса  $\gamma_V \rightarrow \rho \rightarrow \bar{A}A$ , то получим

$$F_{\gamma AA}^{(\nu)}(t) = \left(\frac{m_{\rho}^2}{f_{\rho}}\right) \left(\frac{1}{m^2 - t}\right) f_{\rho AA} + \frac{1}{\pi} \int \frac{\text{Im} F(t')}{t' - t} dt'.$$

Ввиду того что зарядовый форм-фактор для изовекторного фотона равен единице в точке  $t = 0$ , имеем

$$F_{\gamma AA}^{(\nu)}(0) = 1 = \frac{f_{\rho AA}}{f_{\rho}} + \frac{1}{\pi} \int dt' \frac{\text{Im} F(t')}{t'}.$$

Предположим, что можно пренебречь вторым членом; тогда имеет место равенство  $f_{\rho AA} = f_{\rho}$ . Повторив эти соображения для зарядовых форм-факторов остальных адронов, получим  $f_{\rho AA} = f_{\rho BB} = f_{\rho CC} = \dots = f_{\rho}$ , и, таким образом, можно говорить об универсальности даже в точке  $t = m_{\rho}^2$ . Итак, существует два эквивалентных способа получения универсальности в точке  $t = m_{\rho}^2$ :

1) в дисперсионной теории в предположении того, что всеми вкладками, кроме  $\rho$ -мезона, можно пренебречь;

2) в формализме ТТП в предположении медленного изменения форм-фактора векторного мезона.

$\text{Im}F(t)$  связана с амплитудой процесса

$$\gamma^V \rightarrow T = 1, J^P = 1^-.$$

Предположение о том, что  $\text{Im}F(t)$  можно пренебречь, проверяется экспериментом на встречных пучках

$$e^+ + e^- \leftrightarrow \gamma \rightarrow T = 1, J^P = 1^-$$



и зависит от того, рождается ли что-нибудь в канале с  $T = 1$ , кроме  $\rho$ -мезона. В настоящее время подобные эксперименты ведутся в Новосибирске.

### § 3.6. Перенормируемые и неперенормируемые $\rho$ -мезонные поля

(Гелл-Манн, Зохириазен, 1961 г.,  
Кролл, Ли, Зумино, 1967 г.)

ТПП связывают перенормируемые  $\rho$ -мезонные поля и ток  $j_\mu^\alpha$ , третья компонента которого является источником изовекторного фотона. Однако источник перенормируемого поля  $\rho$ -мезона,  $J_\mu^{(\rho)\alpha}$ , не пропорционален току (хотя  $\int d^3x J_0^{(\rho)\alpha} = f_0 \int d^3x j_0^\alpha$ ). Тем не менее существует возможность построения теории поля, в которой источник неперенормируемого поля  $\rho$ -мезона пропорционален току  $j_\mu^\alpha$ .

Рассмотрим лагранжиан неперенормируемого поля  $\rho$ -мезона ( $\rho^0$ ):

$$\mathcal{L}^{(\rho^0)} = -\frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu}^{(0)})^2 - \frac{1}{2} (m_\rho^{(0)} \rho_\mu^{(0)})^2 + f_\rho^{(0)} j_\mu \rho_\mu^{(0)}$$

(индекс  $\alpha = 3$  опущен). Положим  $\rho_\mu^0 = z_3^{1/2} \rho_\mu$  ( $z_3$  — константа перенормировки,  $\rho_\mu$  — перенормируемое поле) и перепишем  $\mathcal{L}^{(\rho^0)}$  в терминах перенормируемых величин:

$$\mathcal{L}^{(\rho^0)} = \mathcal{L}_{free}^{(\rho)} + \mathcal{L}_{int};$$

$$\mathcal{L}_{free}^{(\rho)} = -\frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu^2;$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & -\frac{1}{4} (z_3 - 1) (\rho_{\mu\nu})^2 - \\ & -\frac{1}{2} (m_\rho^{(0)2} z_3 - m_\rho^2) \rho_\mu^2 + f_\rho^{(0)} z_3^{1/2} j_\mu \rho_\mu. \end{aligned}$$

Отсюда получим уравнение движения

$$\begin{aligned} \partial_\nu \rho_{\mu\nu} - m_\rho^2 \rho_\mu = & -(z_3 - 1) \partial_\nu \rho_{\mu\nu} + (m_\rho^{(0)2} z_3 - m_\rho^2) \rho_\mu - \\ - f_\rho^{(0)} z_3^{1/2} j_\mu = & -J_\mu^{(\rho)} = \text{источник перенормируемого поля} \\ \rho\text{-мезона.} \end{aligned}$$

Отсюда

$$-J_{\mu}^{(\rho)} = -(z_3 - 1) (m_{\rho}^2 \rho_{\mu} - J_{\mu}^{(\rho)}) + \\ + (m_{\rho}^{(0)2} z_3 - m_{\rho}^2) \rho_{\mu} - f_{\rho}^{(0)} z^{1/2} j_{\mu};$$

$$0 = \rho_{\mu} (-m_{\rho}^2 z_3 + m_{\rho}^2 + m_{\rho}^{(0)2} z_3 - m_{\rho}^2) + z_3 J_{\mu}^{(\rho)} - f_{\rho}^{(0)} z_3^{1/2} j_{\mu}; \\ -J_{\mu}^{(\rho)} = (m_{\rho}^{(0)2} - m_{\rho}^2) \rho_{\mu} - f_{\rho}^{(0)} z_3^{-1/2} j_{\mu}.$$

Воспользовавшись равенством  $\partial_{\mu} \rho_{\mu}^{(0)} = \partial_{\mu} \rho_{\mu} = 0$ , получим

$$(\square - m_{\rho}^{(0)2}) \rho_{\mu}^{(0)} = -f_{\rho}^{(0)} j_{\mu}; \quad (1)$$

$$(\square - m_{\rho}^2) \rho_{\mu} = -J_{\mu}^{(\rho)} = -f_{\rho}^{(0)} z_3^{-1/2} j_{\mu} + \\ + (m_{\rho}^{(0)2} - m_{\rho}^2) \rho_{\mu}. \quad (2)$$

Из (2) имеем

$$\langle B | \rho_{\mu} | A \rangle = \frac{\langle B | j_{\mu}^{(\rho)} | A \rangle f_{\rho}^{(0)} z_3^{-1/2}}{m_{\rho}^{(0)2} - t},$$

однако можно также написать

$$\langle B | \rho_{\mu} | A \rangle = \frac{\langle B | J_{\mu}^{(\rho)} | A \rangle}{m_{\rho}^2 - t}.$$

Таким образом,

$$\langle B | j_{\mu} | A \rangle = \left( \frac{m_{\rho}^{(0)2} - t}{m_{\rho}^2 - t} \right) \frac{z_3^{1/2}}{f_{\rho}^{(0)}} \langle B | J_{\mu}^{(\rho)} | A \rangle.$$

Вообще говоря, пользуясь спектральным представлением для пропагатора  $\rho$ -мезона, можно показать, что  $m_{\rho}^{(0)} > m_{\rho}$ . Для теории с расходимостями  $m_{\rho}^{(0)} = \infty$  приведенная нами формула превращается в известное соотношение

$$\langle B | j_{\mu} | A \rangle = \frac{m_{\rho}^2 / f_{\rho}}{m_{\rho}^2 - t} \langle B | J_{\mu}^{(\rho)} | A \rangle,$$

где

$$\bar{m}_{\rho}^2 / f_{\rho} = z_3^{1/2} (m_{\rho}^{(0)2} / f_{\rho}^{(0)}).$$

Таким образом, ТТП можно получить из теории поля, в которой неперенормируемое поле  $\rho$ -мезона связано с изовекторным электромагнитным током (источник  $\rho^0$ -мезона про-

порционален току  $j_\mu$ ) и голая масса  $m_\rho^{(0)} = 0$ . Если бы масса  $m_\rho^{(0)}$  была конечной, то форм-фактор  $F_{\nu AB}^{(V)}$  имел бы универсальный нуль в точке  $t = m_\rho^{(0)2}$

$$F_{\nu AB}^{(V)}(t) = \left( \frac{m_\rho^{(0)2} - t}{m_\rho^2 - t} \right) \left( \frac{m_\rho}{m_\rho^{(0)}} \right)^2 \frac{F_{\rho AB}(t)}{F_{\rho AB}(0)} = \\ = \left( \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - t} \right) \left( \frac{F_{\rho AB}(t)}{F_{\rho AB}(0)} \right) \left( 1 - \frac{t}{m_\rho^{(0)2}} \right).$$

Дж. Чу впервые показал, что теория элементарных частиц отличается от динамической теории всего лишь нулем в форм-факторе. Затем Гелл-Манн и Захариазен показали, что для того, чтобы превратить теорию элементарных частиц в динамическую теорию, следует устремить  $m_\rho^{(0)} \rightarrow \infty$ . Любопытно, что если бы масса  $m_\rho^{(0)}$  была конечной, ее можно было бы измерить, исследуя нули в изовекторном электромагнитном форм-факторе для  $t > 0$ . Устремив  $m_\rho^{(0)} \rightarrow \infty$ , получим обычную динамическую теорию с гладким поведением.

### § 3.7. Определение константы связи $\rho$ -мезона

(Сакураи, 1966 г.)

Наиболее удобный способ исследования универсальности  $\rho$ -мезона — измерение константы  $f_{\rho AA}$  для разных процессов. Если изменение форм-фактора  $F_{\rho AA}(t)$  между  $t = 0$  и  $t = m_\rho^2$  пренебрежимо мало, то следует ожидать выполнения равенства  $f_{\rho AA} = f_{\rho BB} = f_{\rho CC} = \dots f_\rho$ . Поэтому рассмотрим следующее определение константы связи  $\rho$ -мезона.

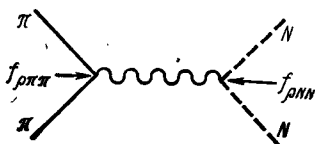
А. Константу  $f_{\rho\pi\pi}$  можно вычислить с помощью процесса  $\rho \rightarrow \pi\pi$

$$\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) = \frac{2}{3} \cdot \frac{f_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi} \cdot \frac{\rho_{\pi\pi}^3}{m_\rho^2};$$

$$\Gamma_\rho = (128 \pm 5) \text{ Мэв}; \quad m_\rho = (774 \pm 3) \text{ Мэв};$$

$$(f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi) = 2,5 \pm 0,1.$$

Б. Величину  $f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}$  можно измерить с помощью вклада от обмена  $\rho$ -мезоном в  $\pi N$ -рассеянии:



1) полная доминантность  $\rho$ -мезона (на пороге) в  $S$ -волновом рассеянии приводит к выражению (Сакураи, 1960 г.)

$$a_1 - a_3 = 3 \frac{f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}}{4\pi} \cdot \frac{m_\pi m_N}{m_\pi + m_N} \cdot \frac{1}{m_\rho^2}$$

$\uparrow$              $\uparrow$   
 $T = 1/2$     $T = 3/2$

это предположение может показаться наивным. Однако позже мы в какой-то степени оправдаем его с помощью алгебры токов);

$$a_1 - a_3 = (0,271 \pm 0,007)/m_\pi;$$

$$f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}/4\pi = 2,8 \pm 0,1;$$

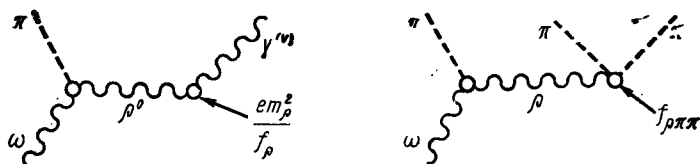
2) с помощью дисперсионных соотношений для парциальной амплитуды оценим вклад от  $\rho$ -мезона из энергетической зависимости  $S$ -волновой амплитуды рассеяния (Гамильтон, 1967 г.; см. также Баукок, Катингхем и Лурье, 1960 г.)

$$f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}/4\pi = 2,85 \pm 0,3.$$

В. Константу  $f_{\rho NN}$  можно определить из  $NN$ -рассеяния. Однако данные здесь скудны вследствие трудности в отделении обмена  $\rho$ -мезоном от других вкладов (Брайен и Скотт, 1964 г.; Скотт и Вонг, 1966 г.)

$$f_{\rho NN}^2/4\pi = 2,1 - 5,1.$$

Г. Модель Гелл-Манна—Шарпа—Вагнера (1962 г.) для



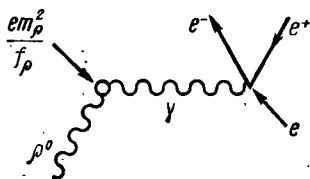
$\omega$ -распада. Отметим, что константа связи  $\omega\rho\pi$  — общая для обеих диаграмм:

$$\frac{\Gamma(\omega \rightarrow \pi + \gamma^{(V)})}{\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)} = \frac{e^2/4\pi}{\frac{f_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi} \cdot \frac{f_\rho^2}{4\pi}} \times (98 \pm 6);$$

фазовое пространство и  
другие кинематические  
множители

$$\text{экспериментальное отношение} = \frac{(9 \pm 1)\%}{90\%} \rightarrow \frac{f_\rho f_{\rho\pi\pi}}{4\pi} = 2,7 \pm 0,2.$$

Д. Величину  $em_\rho^2/f_\rho$ , из которой определяется константа  $f_\rho$ , можно измерить из лептонного распада  $\rho^0$ -мезона (Намбу, Сакураи, 1962 г.)



$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow l^+ l^-) = \frac{(e^2/4\pi)}{f_\rho^2/4\pi} \left(\frac{m_\rho}{3}\right) \underbrace{\left[1 + 2\left(\frac{m_e}{m_\rho}\right)^2\right] \left[1 - 4\left(\frac{m_e}{m_\rho}\right)^2\right]^{1/2}}_{\approx 1},$$

где  $l^+ l^-$  обозначает  $\mu^+ \mu^-$  или  $e^+ e^-$ ;

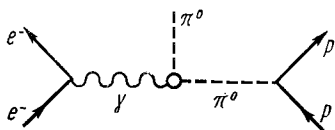
$$\frac{\Gamma(\rho \rightarrow \mu^+ \mu^-)}{\Gamma(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = \frac{e^4}{f_\rho^2 f_{\rho\pi\pi}^2} \left(\frac{m_\rho^2}{2\rho_{\pi\pi}^3}\right),$$

экспериментальное соотношение равно  $(5,1 \pm 1,2) \times 10^5$ ,

$$\frac{f_\rho f_{\rho\pi\pi}}{4\pi} = 2,3 \pm 0,3.$$

Вышеприведенное определение согласуется с равенством  $f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho NN} = f_\rho$ . Полная  $\rho$ -доминантность при всех значениях  $t$ , однако, противоречит выражению электромагнитного форм-фактора, полученного из  $e\rho$ -рассеяния, так как наблюдаемый форм-фактор стремится к нулю быстрее, чем  $1/t$  при  $|t| \rightarrow \infty$ . Возможно, что  $\rho$ -доминантность имеет место при  $t < 0 > m_\rho^2$ , но она нарушается для больших отрицательных  $t$ . Недавно форм-фактор  $\pi$ -мезона был рассчитан с

помощью процесса  $e^- + p \rightarrow e^- + p + \pi^0$ . Выделяя вклад от однопионного обмена, группа в Корнеле получила вы-

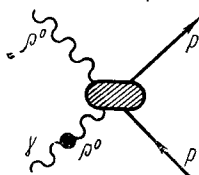


ражение

$$r_{\pi} = \sqrt{6 (dF/dt)_{t=0}} = 0,8 \pm 0,1 \text{ ферми},$$

в то время как из полной  $\rho$ -доминантности следует  $r_{\pi} = \sqrt{6/m_{\rho}} \approx 0,6$  ферми. В любом случае желательно получить более точные и надежные данные по ширинам распадов  $\Gamma(\rho \rightarrow l^+ l^-)$  и  $\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi)$ . Наилучшим способом измерения этих ширин является изучение процесса  $e^+ + e^- \rightarrow \rho \rightarrow \pi\pi$ , где отсутствует проблема фона вследствие наличия других частиц в конечном состоянии.

Определив константу  $f_{\rho}$ , можно использовать ее для других целей. Рассмотрим, например, фотообразование  $\rho^0$ -мезона при высоких энергиях.



Как дифференциальное сечение, так и ориентация спина  $\rho$ -мезона согласуется с этой картиной (*дифракционная диссоциация* — механизм, предложенный Россом, Стодольским и Фрейндом, 1966 г.). Следует ожидать, что выполняется соотношение

$$\frac{\sigma(\gamma p \rightarrow \rho^0 p)}{\sigma(\rho^0 p \rightarrow \rho^0 p)} = \frac{e^2}{f_{\rho}^2} = \frac{1/137}{f_{\rho}^2/4\pi}.$$

По-видимому, дифракционное рассеяние доминирует в процессе  $\rho^0 p \rightarrow \rho^0 p$  при высоких энергиях. Поэтому из выражения  $d\sigma/dt = (d\sigma/dt)_{t=0} e^{at}$  получим  $\sigma_{tot}^2(\rho^0 p) = 16\lambda\sigma_{el}(\rho^0 p)$ . С помощью этого соотношения, с одной сто-

роны, можно проверить следующее предсказание кварковой модели (Липкин и др.):

$$\sigma_{tot}(\rho^0 p) = \frac{1}{2} [\sigma_{tot}(\pi^- p) + \sigma_{tot}(\pi^+ p)].$$

С другой стороны, определяя  $\sigma_{tot}(\rho^0 p)$  из кварковой модели и измеряя  $a$  с помощью наблюдаемого наклона сечения фотообразования, получаем (Моос, 1967 г.)  $f_\rho^2/4\pi = 2,2 \pm 0,2$ . Однако этот результат не следует принимать всерьез (недавно при изучении процесса  $\gamma + \text{ядро} \rightarrow \rho^0 + \text{ядро}$  Дрелл и Трефил получили выражение для  $\sigma_{tot}(\rho, N)$ . Согласно наиболее новым данным, полученным в DESY (ФРГ),  $\sigma_{tot}(\rho N) = (31 \pm 2)$  мбарн, что находится в согласии с предсказаниями кварковой модели.

### § 3.8. Калибровочная инвариантность и константа $em_\rho^2/f_\rho$

Подставляя константу  $em_\rho^2/f_\rho$  в вершину  $\gamma = \rho^0$ , получим эффективный лагранжиан

$$\mathcal{L}_{\text{эф}} = (em_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu^3 A_\mu.$$

Находится ли это в соответствии с калибровочной инвариантностью? Калибровочное преобразование  $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \Lambda$  приводит к дополнительному члену  $\delta\mathcal{L} = (em_\rho^2/f_\rho) \times \rho_\mu \partial_\mu \Lambda$  (мы опускаем изоспиновые индексы и предполагаем, что  $\rho$ -мезон нейтрален). Можно утверждать, что калибровочная инвариантность не нарушается, так как выполняется равенство  $\partial_\mu \rho_\mu = 0$ . Но такие соображения неверны. Равенство  $\partial_\mu \rho_\mu = 0$  следует из уравнения движения в том случае, если выполняется  $\partial_\mu J_\mu^{(\rho)} = 0$ . Однако мы не можем пользоваться уравнением движения с нашим лагранжианом. В качестве классического примера рассмотрим лагранжиан  $\mathcal{L}_N = -\bar{N}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)N$ , который равен нулю согласно уравнению Дирака.

Чтобы показать, что имеются трудности с использованием константы  $em_\rho^2/f_\rho$ , вычислим поправку к фотонному пропагатору, связанную с  $\rho_\mu A_\mu$ -взаимодействием.

The diagram shows a series of Feynman diagrams representing the expansion of the photon propagator. It starts with a single wavy line labeled  $\gamma$ . This is followed by a plus sign and a diagram with two wavy lines: the first is labeled  $\gamma$  and the second is labeled  $\rho^0$ . This is followed by another plus sign and a diagram with three wavy lines: the first is labeled  $\gamma$ , the second is labeled  $\rho^0$ , and the third is labeled  $\gamma$ . This is followed by another plus sign and a diagram with four wavy lines: the first is labeled  $\gamma$ , the second is labeled  $\rho^0$ , the third is labeled  $\gamma$ , and the fourth is labeled  $\rho^0$ . The series ends with a plus sign and an ellipsis  $\dots$ .

Для малых значений  $k$  можно пренебречь членом  $k_\mu k_\nu$  в пропагаторе  $\rho$ -мезона.  $\delta_{\mu\nu}$ -образная часть фотонного пропагатора равна

$$D(k^2) = \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{em^2_\rho}{f_\rho} \right)^2 \frac{1}{k^2 + m^2_\rho} \cdot \frac{1}{k^2} + \\ + \frac{1}{k^2} \left( \frac{em^2_\rho}{f_\rho} \right)^2 \frac{1}{k^2 + m^2_\rho} \frac{1}{k^2} \left( \frac{em^2_\rho}{f_\rho} \right)^2 \frac{1}{k^2 + m^2_\rho} \cdot \frac{1}{k^2} + \dots$$

Просуммируем этот ряд с помощью формулы

$$\frac{1}{A-B} = \frac{1}{A} + \frac{1}{A} B \frac{1}{A} + \frac{1}{A} B \frac{1}{A} B \frac{1}{A} + \dots,$$

получим

$$D(k^2) = \frac{1}{k^2 - \left( \frac{em^2_\rho}{f_\rho} \right)^2 \frac{1}{k^2 + m^2_\rho}} \approx \frac{1}{k^2 - (e/f_\rho)^2 m^2_\rho}$$

для малых  $k$ . Это выражение соответствует пропагатору частицы с ненулевой массой, который в нашей метрике имеет вид

$$D(k^2) = 1/(k^2 + m^2).$$

Отметим, что масса фотона мнимая:

$$m^2_\phi = -(e/f_\rho)^2 m^2_\rho!$$

В этой связи выбор констант  $em^2_\rho/f_\rho$  подвергался критике со стороны Фельдмана и Мэтьюза (1963 г.). Тем не менее многие авторы пользовались этим выражением.

Недавно Кролл, Ли и Зумино (1967 г.) добились успеха в построении лагранжевого формализма, в котором выражение  $(em^2_\rho/f_\rho)\rho^3_\mu$  является источником изовекторной части поля Максвелла. Ни у кого не возникали возражения против взаимодействия вида  $F_{\mu\nu}\rho_{\mu\nu}$ , которое явно калибровочно инвариантно. Однако этого взаимодействия еще недостаточно, так как оно обращается в нуль для реальных фотонов с  $q^2 = 0$ , в связи с чем добавляют также взаимодействие вида  $(e/f_\rho)A_\mu J_\mu(\rho)$ . Легко показать, что если  $\rho$ -взаимодействие генерируется по принципу минимальности

$$\partial_\mu \psi \rightarrow \partial_\mu \psi - if_\rho \rho_\mu \mathbf{T}\psi,$$

то это взаимодействие также калибровочно инвариантно. Например, нуклонная часть этого взаимодействия равна

$$(e/f_\rho) A_\mu if_\rho \bar{N} \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} N = i \frac{e}{2} A_\mu \bar{N} \gamma_\mu \tau_3 N,$$



т. е. она равна изовекторной части электромагнитного взаимодействия нуклона старого типа, которое, естественно; калибровочно инвариантно. Существует определенная линейная комбинация взаимодействий  $F_{\mu\nu} \rho_{\mu\nu}$  и  $A_\mu J_\mu^{(\rho)}$ , которая дает нужный результат. Соответствующая часть лагранжиана выбирается в виде

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2} (m_\rho \rho_\mu)^2 + \\ + \rho_\mu J_\mu^{(\rho)} + \frac{e}{f_\rho} \left[ -\frac{1}{2} F_{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} + A_\mu J_\mu^{(\rho)} \right].$$

Члены порядка  $e$  равны членам, получаемым с помощью подстановки  $\rho_\mu \rightarrow \rho_\mu + e/f_\rho A_\mu$  в ту часть лагранжиана  $\rho$ -мезона, которая содержит  $(\rho_{\mu\nu})^2$  и  $\rho_\mu J_\mu^{(\rho)}$  [однако не содержит  $(\rho_\mu)^2$ ]. Из этого лагранжиана получаем уравнение движения

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} = \frac{\delta}{\delta A_\mu} \left\{ (e/f_\rho) \left[ -\frac{1}{2} F_{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} + A_\mu J_\mu^{(\rho)} \right] \right\} = \\ = (e/f_\rho) (\partial_\nu \rho_{\mu\nu} + J_\mu^{(\rho)}) = (em_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu,$$

для получения которого мы воспользовались равенством

$$-\frac{1}{2} \rho_{\mu\nu} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) = -\rho_{\mu\nu} \partial_\nu A_\mu \rightarrow \partial_\nu \rho_{\mu\nu} A_\mu$$

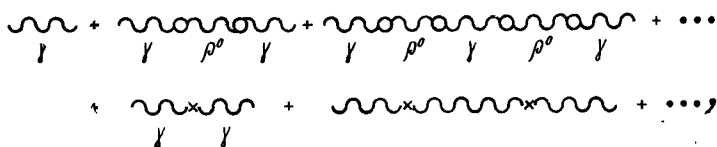
и уравнением движения для поля  $\rho$ -мезона. Отметим, что источник поля Максвелла равен  $(em_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu$ , как и предполагалось.

Лагранжиан можно переписать в более удобном для нас виде:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (F'_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4} (\rho_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2} (m_\rho \rho'_\mu)^2 + \rho'_\mu J_\mu^{(\rho)} + \\ + \left( \frac{e' m_\rho^2}{f_\rho} \right) \rho'_\mu A'_\mu - \frac{1}{2} \left( \frac{e'}{f_\rho} \right)^2 m_\rho^2 A_\mu'^2,$$

где  $\rho_\mu = \rho'_\mu - (e/f_\rho) A_\mu$ ;  $A_\mu' = \sqrt{1 - (e/f_\rho)^2}$ . Член  $\rho A$  нарушает калибровочную инвариантность, однако этого не происходит, если его скомбинировать с выражением  $(-1/2)(e'/f_\rho)^2 m_\rho^2 A_\mu'^2$ .

Для иллюстрации вычислим снова фотонный пропагатор, пользуясь новым лагранжианом взаимодействия, включающим член с фотонной массой



$$\begin{aligned}
 D(k^2) &= \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{e' m_\rho^2}{f_\rho} \right)^2 \frac{1}{k^2 + m_\rho^2} \cdot \frac{1}{k^2} + \dots \\
 &- \frac{1}{k^2} \left( \frac{e'}{f_\rho} \right) m_\rho^2 \frac{1}{k^2} + \dots = \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{e' m_\rho}{f_\rho} \right)^2 \left( \frac{-k^2}{k^2 + m_\rho^2} \right) \frac{1}{k^2} + \dots \\
 &= \frac{1}{k^2 + \left( \frac{e'}{f_\rho} \right)^2 m_\rho^2 \left( \frac{k^2}{k^2 + m_\rho^2} \right)} \approx \left[ 1 - \left( \frac{e}{f_\rho} \right)^2 \right] \frac{1}{k^2}
 \end{aligned}$$

для малых  $k$ .

Член, отражающий вклад от фотонной массы, сокращается с отрицательным членом (масса)<sup>2</sup>, связанным с  $\rho A$ -взаимодействием, поэтому в результате получается всего лишь изменение в электромагнитной константе связи

$$e^2 \rightarrow e^2 [1 - (e/f_\rho)^2].$$

Адрон-адронный вклад с  $T = 1$  в перенормировку заряда конечен:

$$(\delta e^2/e^2) = (e/f_\rho)^2 = 0,28\%.$$

Отметим, что всего  $\approx 0,3\%$  константы  $1/137$  связаны с сильными взаимодействиями. Здесь мы пренебрегли изоскалярным вкладом, однако, пользуясь  $\omega - \phi$ -смешиванием в  $SU(3)$ , можно показать, что этот вклад еще меньше.

Впервые Кролл, Ли и Зумино (1967 г.) получили неравенство  $\delta e^2/e^2 < (em_\rho/f_\rho 2m_\pi)^2 \approx 2,4\%$  и отметили конечность адронных вкладов в перенормировку заряда, не пользуясь при этом, как это делали мы,  $\rho$ -доминантностью.

В заключение рассмотрим интерпретацию  $\gamma - \rho$ -связи с помощью диаграмм Фейнмана.

Как уже отмечено, существует два эквивалентных способа образования калибровочно-инвариантных электромагнитных связей адронов, совместимых с ТТП:

$$\left(\frac{e}{f_\rho}\right) \left(-\frac{1}{2} F_{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} + J_\mu^{(\rho)} A_\mu\right); \quad (1)$$

$$\left(\frac{em_\rho^2}{f_\rho}\right) \rho_\mu A_\mu - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{f_\rho}\right)^2 m_\rho^2 A_\mu^2. \quad (2)$$

Если следовать правилам Фейнмана с взаимодействием типа (1), то для процесса  $\gamma + A \rightarrow B$

$$\left[-\left(\frac{e}{f_\rho}\right) \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} + \frac{e}{f_\rho}\right] \langle B | J_\mu^{(\rho)} | A \rangle.$$

Отметим, что первый член, связанный с прямым взаимодействием, обращается в нуль при  $q^2 = 0$ , и поэтому очень важно учитывать эффект «контактного» взаимодействия:  $J_\mu^\rho A_\mu$ . Если же предпочесть взаимодействие типа (2), то необходимо рассматривать только  $\rho_\mu A_\mu$ -взаимодействие. В этом случае прямое  $\gamma\rho$ -взаимодействие не обращается в нуль в точке  $q^2 = 0$  и в результате

$$(e/f_\rho) [m_\rho^2(q^2 + m_\rho^2)] \langle B | J_\mu^{(\rho)} | A \rangle.$$

Оба подхода, очевидно, эквивалентны ввиду тождества

$$-q^2/(q^2 + m_\rho^2) + 1 \equiv m_\rho^2/(q^2 + m_\rho^2).$$

### § 3.9. Алгебра калибровочных полей

В предыдущей главе рассматривались коммутационные соотношения между токами  $j_\mu^\alpha$  и  $j_{5\mu}^\alpha$  с помощью модели свободных кварковых полей. Удобство использования ТТП  $j_\mu^\alpha = (m_\rho^2/f_\rho)\rho_\mu^\alpha$  ( $\alpha=1, 2, 3$ ), естественно, наводит на мысль о возможности получения таких же (или схожих) коммутационных соотношений из канонической теории  $\rho$ -мезонных полей. Первая попытка в этом направлении была сделана Ли, Зумино и Вайнбергом в 1967 г.; их подход заключался в следующем.

Исходный лагранжиан является выражением, получаемым путем «минимальной» подстановки

$$\partial_\mu \psi \rightarrow \partial_\mu \psi - if_\rho \rho_\mu^\alpha T_\alpha \psi;$$

$$\partial_\mu \psi_\nu^\alpha \rightarrow \partial_\mu \rho_\nu^\alpha + f_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \rho_\mu^\beta \rho_\nu^\gamma$$

в свободный лагранжиан  $\rho$ -поля и «массового» поля — фундаментального поля (кроме поля  $\rho$ -мезона):

$$\mathcal{L} = - (1/4) \rho_{\mu\nu}^\alpha - (1/2) m_\rho^2 \rho_\nu^\alpha \rho_\nu^\alpha + \mathcal{L}_m,$$

где  $\rho_{\mu\nu}$  теперь означает

$$\rho_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu \rho_\nu^\alpha - \partial_\nu \rho_\mu^\alpha + f_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \rho_\mu^\beta \rho_\nu^\gamma$$

(обратите внимание на последний член!). Теперь ясно, что связь поля  $\rho$ -мезона с массовыми полями содержится в  $\mathcal{L}_m$ , в то время как взаимодействие  $\rho$ -мезонных полей (типа полей Янга—Миллса) содержится в члене  $\rho_{\mu\nu} \rho_{\mu\nu}$ . Вычислим сначала производные

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\rho_\mu \rho_\nu^\alpha)} = - \frac{1}{2} (\rho_{\mu\nu}^\alpha - \rho_{\nu\mu}^\alpha) = - \rho_{\mu\nu}^\alpha$$

и

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho_\nu^\alpha} = - f_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \rho_{\mu\nu}^\beta \rho_\mu^\gamma - m_\rho^2 \rho_\nu^\alpha + \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial \rho_\nu^\alpha},$$

где мы предположили, что  $\mathcal{L}_m$  не содержит производных  $\rho$ -мезонных полей, как в случае теории с минимальной связью. Уравнение движения для  $\rho$ -мезонного поля можно получить с помощью уравнения Эйлера—Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \rho_\nu^\alpha)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho_\nu^\alpha}.$$

Получим уравнение поля в виде

$$m_\rho^2 \rho_\nu^\alpha = \partial_\mu \rho_{\mu\nu}^\alpha - f_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \rho_{\mu\nu}^\beta \rho_\mu^\gamma + (\partial \mathcal{L}_m / \partial \rho_\nu^\alpha).$$

В канонической теории поля переменная импульса (аналогичная выражению  $p = \partial L / \partial \dot{q}$ ) должна быть сопряженной функции поля (аналогичной  $q$ ). Этого можно достичь, положив  $\mu = 4$  в нашем прежнем выражении для  $\partial \mathcal{L} / \partial (\partial_\mu \rho_\nu^\alpha)$ . Обозначив сопряженную каноническую импульса  $\rho_k^\alpha$  через  $\pi_k^\alpha$ , получим

$$\pi_k^\alpha = i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \rho_k^\alpha / \partial x_4)} = - i \rho_k^\alpha.$$

Уравнение поля с  $\nu = 4$  можно переписать следующим образом:

$$m_\rho^2 \rho_4^\alpha = i \partial_k \pi_k^\alpha - i f_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \pi_k^\beta \rho_k^\gamma + \partial \mathcal{L}_m / \partial \rho_4^\alpha.$$

Здесь уместно отметить, что четвертую компоненту поля можно выразить полностью посредством пространственных компонент  $\rho_{kk}^\alpha$  и канонических импульсов  $\pi_k^\alpha$ .

В канонической теории поля пространственные компоненты поля не зависят от переменных поля, поэтому они коммутируют при равных временах:

$$[\rho_k^\alpha(x), \rho_l^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = 0.$$

Аналогично канонические импульсы  $\pi_k^\alpha$  удовлетворяют коммутационному соотношению  $[\pi_k^\alpha(x), \pi_l^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = 0$ . Основным нетривиальным соотношением (аналогичным коммутатору  $[q, p] = i$ ) является коммутатор

$$[\rho_k^\alpha(x), \pi_l^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = i\delta_{\alpha\beta} \delta_{kl} \delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}').$$

Вооружившись этим соотношением, можно вычислить коммутатор между  $\rho_4^\alpha$  и  $\rho_l^\beta$ :

$$\begin{aligned} m_\rho^2 [\rho_4^\alpha(x), \rho_l^\beta(x')]_{x_0=x_0'} &= i\partial_k [\pi_k^\alpha(x), \rho_l^\beta(x')] - \\ &- if_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} [\pi_k^\delta(x), \rho_l^\beta(x')] \rho_k^\gamma(x) = \\ &= -f_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \rho_l^\gamma(x) \delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') + \delta_{\alpha\beta} \partial_l^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}'). \end{aligned}$$

Несколько сложнее получить коммутатор между временными компонентами. Отметим прежде всего, что если  $\rho$ -взаимодействие согласно принципу минимальности вырождено, то производная  $\partial \mathcal{L}_m / \partial \rho_\mu^\alpha$  принимает вид

$$\partial \mathcal{L}_m / \partial \rho_\mu^\alpha = if_\rho \bar{\psi} \gamma_\mu T_\alpha \psi;$$

тогда

$$\partial \mathcal{L}_m / \partial \rho_4^\alpha = if_\rho \psi^\dagger T_\alpha \psi,$$

где мы предположили (для наглядности), что основным массовым полем является спинорное поле. Теперь мы можем вычислить коммутатор

$$\begin{aligned} m_\rho^4 [\rho_4^\alpha(x), \rho_4^\beta(x')]_{x_0=x_0'} &= [i\partial_k \pi_k^\alpha(x) - if_\rho \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \pi_k^\gamma(x) \rho_k^\delta(x) + \\ &+ if_\rho \psi^\dagger(x) T_\alpha \psi(x), \\ i\partial_l' \pi_l^\beta(x) - if_\rho \varepsilon_{\beta\epsilon\eta} \pi_l^\epsilon(x') \rho_l^\eta(x') + if_\rho \psi^\dagger(x') T_\beta \psi(x')]_{x_0=x_0'} &= \\ &= f_\rho \varepsilon_{\beta\epsilon\eta} [\partial_k \pi_k^\alpha(x), \rho_l^\eta(x')] \pi_l^\epsilon(x') + \\ &+ f_\rho \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \pi_k^\gamma(x) [\rho_k^\delta(x), \partial_l' \pi_l^\beta(x')] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -f_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \varepsilon_{\beta\epsilon\eta} \pi_k^\gamma(x) [\rho_k^\delta(x), \pi_l^\epsilon(x')] \rho_l^\eta(x') - \\
& -f_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \varepsilon_{\beta\epsilon\eta} \pi_l^\epsilon(x') [\pi_k^\gamma(x), \rho_l(x')] \rho_k(x) - \\
& -f_\rho^2 [\psi^\dagger(x) T_\alpha \psi(x), \psi^\dagger(x') T_\beta \psi(x')] = \\
& = -if_\rho \varepsilon_{\beta\epsilon\alpha} \partial_h [\delta^{(3)}(x-x')] \pi_k^\epsilon(x') + \\
& \quad + if_\rho \varepsilon_{\alpha\gamma\beta} \partial'_k [\delta^{(3)}(x-x')] \pi_k^\gamma(x) - \\
& -if_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \varepsilon_{\beta\delta\eta} \pi_k^\gamma(x) \rho_k^\eta(x) \delta^{(3)}(x-x') + \\
& \quad + if_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\gamma\delta} \varepsilon_{\beta\epsilon\gamma} \pi_k^\epsilon(x) \rho_k(x) \delta^3(x-x') - \\
& \quad - if_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \psi^\dagger(x) T_\gamma \psi(x) \delta^3(x-x') = \\
& = [if_\rho \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \partial_h \pi_k^\gamma(x) + if_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{\gamma\delta\epsilon} \pi_k^\delta(x) \rho_k^\epsilon(x) - \\
& \quad - if_\rho^2 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \psi^\dagger(x) T_\gamma \psi(x)] \delta^{(3)}(x-x'),
\end{aligned}$$

где в последней строчке мы воспользовались «тождеством Якоби»

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{\gamma\delta\epsilon} + \varepsilon_{\beta\delta\gamma} \varepsilon_{\gamma\delta\epsilon} + \varepsilon_{\delta\alpha\gamma} \varepsilon_{\gamma\beta\epsilon} = 0.$$

Таким образом,

$$m_\rho^4 [\rho_4^\alpha(x), \rho_4^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = -\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} f_\rho m_\rho^2 \rho_4^\gamma(x) \delta^3(x-x').$$

Следующей задачей, стоящей перед нами, является получение коммутационных соотношений между  $\rho_\mu^\alpha$  с помощью ТТП:

$$\begin{aligned}
& [j_k^\alpha(x), j_l^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = 0; \\
& [j_0^\alpha(x), j_0^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} j_0^\gamma(x) \delta^{(3)}(x-x'); \\
& [j_0^\alpha(x), j_l^\beta(x')]_{x_0=x_0'} = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} j_l^\gamma(x) \delta^3(x-x') - \\
& \quad - i\delta_{\alpha\beta} (m_\rho^2/f_\rho^2) \partial_l \delta^3(x-x').
\end{aligned}$$

Легко увидеть, что эти коммутационные соотношения есть не что иное, как коммутационные соотношения в модели свободных кварковых полей с той разницей, что: 1) пространственные компоненты токов  $j_\mu^\alpha$  коммутируют; 2) коэффициент швингеровского члена является хорошо известным конечным  $c$ -числом.

Усложнениями, связанными с перенормировкой, пренебрегаем. Из соотношения

$$m_\rho^2/f_\rho = (m_\rho^{(0)2}/f_\rho^{(0)}) (1/z_3^{1/2}),$$

полученного ранее, видно, что комбинация  $(m_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu^\alpha$  перенормировочно-инвариантна. Поэтому коммутационные соотношения для токов, которые мы получили, имеют место, несмотря на то, что поле  $\rho$ -мезона перенормировано.

Конечность швингеровского члена можно проверить на эксперименте путем исследования высокоэнергетического поведения процессов на встречных пучках:  $e^+ + e^- \rightarrow$  адроны.

Во второй главе мы отметили, что, учитывая соображения Гото—Имамуры, можно выразить коэффициенты швингеровского члена в виде интеграла от спектральной функции. В рамках алгебры калибровочных полей получим

$$\frac{m_\rho^2}{f_\rho^2} = \int \frac{\rho^{(3)}(m^2)}{m^2} dm^2,$$

где

$$\left( \delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \rho^{(3)}(-p^2) = (2\pi)^3 \sum_n \delta^{(4)}(p - p_n) \times \\ \times \langle 0 | j_\mu^3 | n \rangle \langle n | j_\nu^3 | 0 \rangle.$$

Легко показать, что полное сечение для процесса  $e^+ + e^- \rightarrow$  система адронов с  $T = 1$  можно написать в виде

$$\sigma^{(T=1)} = (2\pi)^4 \frac{e}{4s^2} \sum_n \delta^4(p - p_n) |\langle n | (j_1^3 + i j_2^3) | 0 \rangle|^2,$$

где третья ось выбирается в направлении падающего пучка. Поэтому

$$\sigma^{(T=1)} = \frac{16\pi^3 \alpha^2}{s^2} \rho(m^2),$$

и из выражения для швингеровского члена в алгебре калибровочных полей получаем правило сумм:

$$m_\rho^2/f_\rho^2 = (1/16\pi^3 \alpha^2) \int \sigma^{(T=1)} ds.$$

Это весьма строгий результат. Из него, в частности, следует, что адронное сечение в  $e^+e^-$ -столкновениях стремится к нулю быстрее, чем  $1/s^2$  (Духер, 1967 г.). Однако в алгебре кварковых полей, где швингеровский член бесконечен, вышеприведенный интеграл, по-видимому, расходится линейно, что означает, что  $\sigma^{(T=1)}$  ведет себя как  $1/s$  (Бьёркен, 1966 г.).

В этом параграфе рассмотрена алгебра калибровочных полей, соответствующая  $SU(2)$ -симметрии. Эти результаты можно легко применить к более высоким симметриям, как, например, к киральной симметрии  $SU(2) \otimes SU(2)$ .

### § 3.10. $\omega$ — $\varphi$ -Смешивание

В одной из работ 1960 г. наряду с векторным мезоном с изоспином  $T = 1$  ( $\rho$ -мезон) предполагалось также существование двух векторных мезонов с квантовыми числами  $Y = T = 0$ . Так как они имеют одинаковые квантовые числа (предполагается, что изотопический спин, гиперзаряд и  $J^{PG}$  сохраняются), то в нарушенном восьмеричном пути следует ожидать, что собственные состояния массового оператора —  $\omega$  и  $\varphi$  — являются линейными комбинациями двух чистых состояний, связанных с  $Y$  и  $B$ .

Определим сначала перенормируемые поля  $\varphi$  и  $\omega$  посредством матричного элемента

$$\langle 0 | \varphi_\mu | \omega \rangle = \langle 0 | \omega_\mu | \varphi \rangle = 0.$$

По аналогии с  $f_\rho Q^\alpha = \int d^3 x J_0^{(\rho), \alpha}$  можно ожидать, что операторы  $Y$  и  $B$  являются линейными комбинациями пространственных интегралов токов  $J_0^{(\omega)}$  и  $J_0^{(\varphi)}$  (источники  $\omega$  и  $\varphi$ ):

$$f_Y Y = \int d^3 x (\cos \theta_Y J_0^{(\varphi)} - \sin \theta_Y J_0^{(\omega)});$$

$$f_B B = \int d^3 x (\sin \theta_B J_0^{(\varphi)} + \cos \theta_B J_0^{(\omega)}),$$

где, вообще говоря,  $\theta_Y \neq \theta_B = 0$ . Аналогично равенству  $j_\mu^\alpha = (m_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu^\alpha$  (ТТП) имеем

$$2j_\mu^{\varphi, \omega} = j_\mu^{(Y)} = (1/f_Y) (\cos \theta_Y m_\varphi^2 \varphi_\mu - \sin \theta_Y m_\omega^2 \omega_\mu);$$

$$j_\mu^{(B)} = (1/f_B) (\sin \theta_B m_\varphi^2 \varphi_\mu + \cos \theta_B m_\omega^2 \omega_\mu),$$

где в обозначениях  $SU(3)$

$$j_\mu^{(Y)} = (2\sqrt{3}) j_\mu^8, \quad j_\mu^{(B)} = \sqrt{2/3} j_\mu^0.$$

Отметим, что для электромагнитного тока справедливо выражение

$$j_\mu^{(\varphi, \omega)} = j_\mu^3 + (1/2) j_\mu^{(Y)} = (m_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu^3 + (1/2f_Y) \times \\ \times (m_\varphi^2 \cos \theta_Y \varphi_\mu - m_\omega^2 \sin \theta_Y \omega_\mu).$$



Величины  $\cos \theta_Y/f_Y$  и  $\sin \theta_Y/f_Y$  можно определить из процессов  $\omega, \varphi \rightarrow e^+ + e^-$  путем следующих подстановок в формуле для ширины распада  $\rho^0 \rightarrow e^+ e^-$

$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^-) \simeq \frac{(e^2/4\pi)^2}{f_\rho^2/4\pi} \cdot \frac{m_\rho}{3};$$

$$1. \varphi \rightarrow e^+ e^-: m_\rho \rightarrow m_\varphi, 1/f_\rho \rightarrow \cos \theta_Y/2f_Y;$$

$$2. \omega \rightarrow e^+ e^-: m_\rho \rightarrow m_\omega, 1/f_\rho \rightarrow \sin \theta_Y/2f_Y.$$

Угол  $\theta_Y$  можно измерять непосредственно, так как (Дашен и Шарп, 1964 г.)

$$\frac{\Gamma(\omega \rightarrow e^+ e^-)}{\Gamma(\varphi \rightarrow e^+ e^-)} = \frac{m_\omega}{m_\varphi} \sin^2 \theta_Y.$$

Однако  $\theta_B$  нельзя измерить таким образом, потому что отсутствуют слабые поля, связанные с током  $j_\mu^{(B)}$ .

Рассмотрим «обратные» уравнения:

$$m_\varphi^2 \varphi_\mu = \frac{1}{\cos(\theta_Y - \theta_B)} [f_Y \cos \theta_B j_\mu^{(Y)} + f_B \sin \theta_Y j_\mu^{(B)}];$$

$$m_\omega^2 \omega_\mu = \frac{1}{\cos(\theta_Y - \theta_B)} [-f_Y \sin \theta_B j_\mu^{(Y)} + f_B \cos \theta_Y j_\mu^{(B)}].$$

Из первого уравнения получим соотношение для матричного элемента

$$\frac{m_\varphi^2}{m_\varphi^2 - t} \langle B | J_\mu^{(\varphi)} | A \rangle = \frac{1}{\cos(\theta_Y - \theta_B)} [f_Y \cos \theta_B \langle B | j_\mu^{(Y)} | A \rangle + f_B \sin \theta_Y \langle B | j_\mu^{(B)} | A \rangle],$$

где матричные элементы  $\langle B | j_\mu^{(Y)} | A \rangle$  и  $\langle B | j_\mu^{(B)} | A \rangle$  известны точно при  $t = 0$ . Рассмотрим, например, процессы  $\varphi \rightarrow K^+ K^-$ ,  $K^0 \bar{K}^0$ . При нулевых передачах импульса константа связи  $\varphi K \bar{K}$  вне массовой оболочки дается выражением  $f_Y \cos \theta_B / [\cos(\theta_Y - \theta_B)]$ . Предполагая, что форм-фактор векторного мезона не сильно меняется в пределах между  $t = 0$  и  $t = m_\varphi^2$ , получим из наблюдаемой ширины  $\varphi$ -мезона:

$$\Gamma(\varphi \rightarrow K^+ K^-) = 1,7 \pm 0,4 \text{ Мэв};$$

$$\frac{1}{4\pi} \left[ \frac{f_Y \cos \theta_B}{\cos(\theta_Y - \theta_B)} \right]^2 = 1,4 \pm 0,3.$$

В качестве другого простого примера рассмотрим  $\phi N\bar{N}$ -связь, которая, по-видимому, очень слаба. Получим, предполагая медленное изменение форм-фактора векторного мезона:

$$f_Y \cos \theta_B \approx -f_B \sin \theta_Y.$$

При нулевых передачах импульса диаграммы должны дать

изоскалярную часть электрического заряда состояния  $A$ . Легко показать, что в рамках нашего формализма это требование выполняется автоматически.

До сих пор в наших выкладках не привлекалась  $SU(3)$ -симметрия. Из точной  $SU(3)$ -симметрии следует:

$$\theta_Y = \theta_B = 0 \begin{cases} \phi\text{-чистый октет} \\ \omega\text{-чистый синглет} \end{cases} \quad (\text{или наоборот}) \quad (1)$$

$$f_Y = (\sqrt{3}/2) f_\rho \quad (\text{из коэффициентов Клебша—Гордана для связи типа } F). \quad (2)$$

В нарушенной  $SU(3)$ -симметрии  $\theta_B \neq 0$ ,  $\theta_Y \neq 0$  и, вообще говоря,  $\theta_B \neq \theta_Y$ , причем настоящее значение этих величин зависит от степени нарушения  $SU(3)$ . Рассмотрим коротко две модели  $\omega$  —  $\phi$ -смешивания.

### 1. Модель смешивания масс

(Окубо, 1963 г.; Сакураи, 1963 г.)

$$L_{\text{сим}} = -(1/4) \text{Tr} (V_{\mu\nu} V_{\mu\nu}) - (1/2) m_8^2 \text{Tr} (V_\mu V_\mu) - \\ - (1/4) \omega_{\mu\nu}^{(1)} \omega_{\mu\nu}^{(1)} - (1/2) m_1^2 \omega_\mu^{(1)} \omega_\mu^{(1)};$$

$$\mathcal{L}_{\text{нар}} = -\delta m^2 \text{Tr} (V_\mu \lambda_8 V_\mu) - m_{\omega\phi}^2 \omega_\mu^{(1)} \omega_\mu^{(8)}.$$

В этой модели нарушение в первом порядке исходит от массового члена  $\delta m^2$ . Последний член является членом  $\omega$  —  $\phi$ -смешивания, при отсутствии которого массы векторного октета должны удовлетворять соотношению Гелл-Манна—Окубо

$$m_{K^*}^2 = (1/4) (m_\rho^2 + 3m_\omega^{(8)2}).$$

Диагонализируя  $\mathcal{L}$  для исключения смешивающего члена, получаем

$$(1/3)(4m_{K^*}^2 - m_\rho^2) = m_\phi^2 \cos^2 \theta + m_\omega^2 \sin^2 \theta; \quad \theta = \theta_B = \theta_Y = 39^\circ.$$

## 2. Модель смешивания токов

(Коулман и Шницер, 1964 г.).

Здесь нарушение в первом порядке исходит от «кинетического» члена  $V_{\mu\nu}V_{\mu\nu}$ :

$$\mathcal{L}_{\text{нар}} = -\lambda \text{Tr} (V_{\mu\nu} \lambda_8 V_{\mu\nu}) - \lambda_{\omega\phi} \omega_{\mu\nu}^{(1)} \omega_{\mu\nu}^{(8)}.$$

В отсутствие  $\omega - \phi$ -смешивания массы векторного октета должны удовлетворять соотношению

$$\frac{1}{m_{K^*}^2} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{m_\rho^2} + \frac{3}{m_{\omega(8)}^2} \right).$$

Чтобы доказать это, отметим, что для каждой компоненты векторного октета имеем

$$-(1/4)(1 + \varepsilon) v_{\mu\nu} v_{\mu\nu} - \frac{1}{2} m_0^2 v_\mu v_\mu,$$

где

$$\varepsilon_\rho : \varepsilon_{K^*} : \varepsilon_{\omega(8)} = -2 : 1 : 2.$$

Переобозначив  $v_\mu = \sqrt{1 + \varepsilon} v_\mu$ , получим перенормированную массу  $m^{*2} = m_0^2 / (1 + \varepsilon)$ . Так как соотношению типа Гелл-Манна—Окубо удовлетворяет  $\varepsilon$ , то в этой массовой формуле нужно пользоваться величиной  $1/m^2$  вместо  $m^2$ . Диагонализируя векторные поля и перенормируя их соответствующим образом, можно показать, что имеет место соотношение

$$\frac{1}{3} \left( \frac{4}{m_{K^*}^2} - \frac{1}{m_\rho^2} \right) = \left( \frac{\cos^2 \theta}{m_\phi^2} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \omega} \right);$$

$$m_\omega m_\phi \text{tg} \theta = m_\omega^2 \text{tg} \theta_Y = m_\phi^2 \text{tg} \theta_B;$$

$$\theta = 26^\circ; \quad \theta_Y = 33^\circ; \quad \theta_B = 21^\circ.$$

В гл. 6 будет рассмотрен вопрос о том, каким образом правило сумм для спектральной функции может быть использовано для получения связи между константами  $f_\rho$  и  $f_Y$  в нарушенном восьмеричном пути, а также приведены соображения в пользу модели со смешиванием токов.

# ЛАВА 4 ЧСАТ И СООТНОШЕНИЯ ГОЛЬДБЕРГЕРА—ТРИМЕНА

## § 4.1. Матричные элементы для распада $\pi^\pm$ -мезонов и нейтрона

Воспользуемся связью между матричными элементами распада  $\pi^\pm$ -мезона и нейтронного  $\beta$ -распада (аксиально-векторной части). Матричный элемент для слабого распада пиона имеет вид

$$\langle 0 | j_{5\mu}^\alpha(0) | \pi^\alpha \rangle = \frac{ic_\pi}{\sqrt{2\omega}} p_\mu.$$

Он следует из лоренц-инвариантности и сохранения четности. Для процесса  $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}$  имеем

$$\langle 0 | j_{5\mu}^{1+i2}(0) | \pi^- \rangle = (i\sqrt{2}/\sqrt{2\omega}) c_\pi p_\mu,$$

что соответствует эффективному лагранжиану

$$i(G/\sqrt{2}) \cos \theta \sqrt{2} c_\pi \partial_\mu \pi^- \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu.$$

Согласно эксперименту  $c_\pi = 94 \text{ Мэв}$ . (Другие определения констант  $\pi$ -распада: по Вайнбергу —  $F_\pi = 2c_\pi$ , по Гелл-Манну —  $f_\pi = 1/2c_\pi$ .)

Для аксиально-векторной части  $\beta$ -распада

$$\begin{aligned} \langle N' | j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle = & \sqrt{m_N^2/(E'E)} [i\bar{u}' \gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u F_A(t) + \\ & + q_\mu \bar{u}' \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u F_p(t)], \quad q_\mu = (p' - p)_\mu, \end{aligned}$$

где член  $\bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha u$  называется индуцированным псевдоскалярным членом. Отметим, что член типа  $q_\nu \bar{u}' \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \tau_\alpha u$ , разрешаемый сохранением  $p$ -четности, исключается сохранением  $G$ -четности. (Здесь мы имеем пример того, что Вайнберг называет *токами второго класса*.) На языке лагранжевого формализма такой член соответствовал бы  $\partial_\mu (\bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \tau_\alpha \psi)$ , имеющему  $G$ -четность, противоположную  $G$ -четности членов  $i\bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \tau_\alpha \psi$  и  $i\partial_\mu (\bar{\psi} \gamma_5 \tau_\alpha \psi)$ . Этот член исключается также временным отражением (см. например, лекции Белла в Лезуше). Из эксперимента  $F_A(0) = -g_A/g_V = 1,18 \pm 0,02$ .

## § 4.2. Трудности с сохраняющимися аксиальными токами

В векторной части полулептонных слабых взаимодействий гипотеза сохраняющихся векторных токов Фейнмана и Гелл-Манна привела ко многим интересным результатам. Поэтому привлекательна идея о том, что аксиально-векторный ток, который фигурирует в слабых взаимодействиях, также не обладает дивергенцией. Однако точное сохранение аксиального вектора противоречит эксперименту.

Предположим, что  $\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = 0$ . Взяв дивергенцию матричного элемента для пионного распада, получим

$$0 = \langle 0 | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(x) | \pi^\alpha \rangle = i p_\mu [i c_\pi p_\mu (e^{i p x} / \sqrt{2\omega})] = \\ = c_\pi m_\pi^2 (e^{i p x} / \sqrt{2\omega}).$$

Таким образом, гипотеза сохранения аксиального тока (Дж. С. Тейлор, 1958 г.) требует  $m_\pi^2 = 0$  и (или)  $c_\pi = 0$ . Однако оба случая неосуществимы:  $m_\pi \neq 0$  и  $\pi^\pm$ -распад не имеет места.

Сохранение аксиального тока приводит к трудностям также в нейтронном распаде. Из равенства  $\langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | N \rangle = 0$  следует:

$$F_A(t) (-2m_N) \bar{u}' \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u + q^2 F_p(t) u' \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u = 0,$$

где мы воспользовались

$$(i \gamma p + m_N) u = 0; \quad \bar{u}' (i \gamma p' - m_N) = 0; \quad q = p' - p.$$

Отсюда

$$F_p(t) = (2m_N/q^2) F_A(t);$$

$$\langle N' | j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle = \sqrt{m_N^2/(EE')} F_A(t) [i \bar{u}' \gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u + \\ + 2m_N (q_\mu/q^2) \bar{u}' \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u].$$

В нерелятивистском пределе ( $|p|, |p'| \ll m_N$ )

$$\bar{u}' \gamma_k \gamma_5 u \stackrel{H.P.}{=} -\chi' \sigma_K \chi; \quad \bar{u}' \gamma_5 u \stackrel{H.P.}{=} \chi \frac{\sigma q}{2m_N} \chi,$$

поэтому

$$\langle N' | j_5^\alpha | N \rangle \stackrel{H.P.}{=} F_A(0) \chi' \left[ -\sigma + \frac{\bar{q}}{|q|^2} \sigma q \right] \frac{\tau_\alpha}{2} \chi.$$

Таким образом, огромный вклад псевдоскалярного характера полностью уничтожает (для  $\langle \sigma \rangle \parallel q$ ) обычный член Гамова—Теллера (соображения Гольдбергера и Тримена, 1958 г.). Однако более неприятно то, что  $F_p(t) \sim 1/q^2$  потребовало бы также взаимодействия большого радиуса между адронным и лептонным токами посредством псевдоскалярного мезона с нулевой массой.

Короче говоря, гипотеза сохраняющегося аксиального тока бессмысленна. Все эти трудности были известны уже в 1958 г., однако на некоторое время теоретики забыли о них.

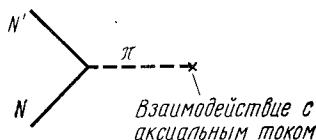
### § 4.3. Вывод Намбу соотношения Гольдбергера—Тримена

Рассмотрим теперь нашу нелепую формулу, полученную из сохранения аксиального тока.

$$\langle N' | j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle \sqrt{m_N^2/(E'E)} F_A(t) [i\bar{u}' \gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u + 2m_N (g_\mu/g^2) \bar{u}' \gamma_5 (\tau_\alpha/2)].$$

Хотя псевдоскалярный мезон с нулевой массой не существует, имеется  $\pi$ -мезон — легчайший из адронов. Намбу (1960 г.) предложил следующую интерпретацию множителя  $1/q^2$  во втором члене:  $(1/q^2) = \lim_{m_\pi \rightarrow 0} [1/(q^2 + m_\pi^2)]$ . Идеальный

мир, в котором  $m_\pi^2 = 0$  и ток  $j_{5\mu}^\alpha$  сохраняется, быть может, не слишком отличается от реального мира с  $m_\pi^2 \neq 0$ . Другими словами, мы предполагаем, что при  $m_\pi^2 \rightarrow 0$  не происходит существенных изменений. Известно, что форм-фактор  $F_p(t)$  содержит вклад от пионного полюса, связанный с диаграммой



Эта диаграмма дает ковариантный матричный элемент

$$G_{\pi NN} \bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha u \frac{c_\pi q_\mu}{q^2 + m_\pi^2}$$

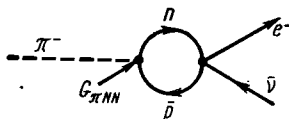
(константа  $G_{\pi NN}$  определяется без множителя  $1/2$ , т. е. посредством лагранжиана  $\mathcal{L}_{int} = iG_{\pi NN} \bar{N} \gamma_5 \tau_\alpha N \pi^\alpha$ ), который согласно Намбу следует сравнивать с выражением

$$F_A(t) 2m_N \frac{q_\mu}{q^2 + m_\pi^2} \bar{u}' \gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2} u.$$

Предполагая, что форм-фактор  $F_A(t)$  изменяется медленно в пределах  $0 \leq t \leq m_\pi^2$ , получаем

$$F_A(0) m_N = c_\pi G_{\pi NN}, \quad c_\pi = (-g_A/g_V) (m_N/G_{\pi NN}).$$

Это так называемое соотношение Гольдбергера—Тримени (ГТ) связывает константу распада  $\pi$ -мезона, константами  $g_A/g_V$  и  $G_{\pi NN}$ . Отметим, что вероятность распада  $\pi$ -мезона обратно пропорциональна константе  $G_{\pi NN}^2$  в противоположность тому, что следовало бы ожидать из диаграммы



Гольдбергер и Тримен (1958 г.) впервые получили это соотношение из соображений, основанных на дисперсионной технике при рассмотрении амплитуды  $\pi \rightarrow N\bar{N}$ . Пользуясь величиной  $G_{\pi NN}^2/4\pi = 14,6$ , получим

$$c_\pi = 82 \text{ Мэв},$$

$$\frac{(c_\pi) \text{ из соотношения ГТ}}{(c_\pi) \text{ эксперимент}} = \frac{82}{94} = 0,87,$$

что с точностью до 13% согласуется с нашими результатами,

Рассмотрим опять матричный элемент  $\langle N' | j_{5\mu}^\alpha | N \rangle$ , полученный из САТ (сохраняющегося аксиального тока) и вычислим матричный элемент  $\langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | N \rangle$  с константой  $1/(q^2 + m_\pi^2)$  вместо  $1/q^2$ :

$$\begin{aligned} \langle N' | \partial_{5\mu}^\alpha j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle = & -i \sqrt{\frac{m_N^2}{E'E}} F_A(t) \left[ -2m_N \bar{u}' \gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2} u + \right. \\ & \left. + \frac{q^2 2m_N}{(q^2 + m_\pi^2)} \bar{u}' \gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2} u \right] = \sqrt{\frac{m_N^2}{E'E}} F_A(t) \left( \frac{m_N m_\pi^2}{q^2 + m_\pi^2} \right) \bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha u. \end{aligned}$$

Из уравнения  $(\square - m_\pi^2) \pi^\alpha = -J^{(\pi)}$ ,  $\alpha$  следует

$$\begin{aligned} \langle N' | \pi^\alpha | N \rangle &= \\ &= \frac{\langle N' | J^{(\pi), \alpha} | N \rangle}{q^2 + m_\pi^2} \approx_{q^2 \approx -m_\pi^2} i \sqrt{\frac{m_N^2}{E'E}} \cdot \frac{G_{\pi NN} \bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha u}{(q^2 + m_\pi^2)}. \end{aligned}$$

Предположив, что матричные элементы  $\langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | N \rangle$  и  $\langle N' | \pi^\alpha | N \rangle$  изменяются медленно между значениями  $t = 0$  и  $t = m_\pi^2$ , получим (воспользовавшись соотношением Гольдбергера—Тримена)

$$\begin{aligned} \langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle &\approx (-g_A/g_V) \frac{m_N}{G_{\pi NN}} m_\pi^2 \langle N' | \pi^\alpha | N \rangle = \\ &= c_\pi m_\pi^2 \langle N' | \pi^\alpha | N \rangle. \end{aligned}$$

Отсюда следует операторное уравнение (или тождество *дивергенция—поле*):

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = c_\pi m_\pi^2 \pi^\alpha,$$

известное под названием соотношения ЧСАТ и полученное впервые Гелл-Манном и Леви (1960 г.). Отметим, что ток  $j_{5\mu}^\alpha$  при  $m_\pi^2 \rightarrow 0$  имеет дивергенцию, равную нулю, что и следовало ожидать.

#### § 4.4. Модели, удовлетворяющие ЧСАТ

Естественен вопрос: существуют ли простые модельные лагранжианы, удовлетворяющие соотношению ЧСАТ?

**1. Модель градиентной связи.** Связь с соотношением Гольдбергера—Тримена, впервые предложенная Фейнманом, была опубликована в работе Гелл-Манна и Леви, 1960г.:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -(\bar{N} \gamma_\mu \partial_\mu N + m_N \bar{N} N) - \frac{1}{2} [(\partial_\mu \pi^\alpha)^2 + (m_\pi \pi^\alpha)^2] - \\ & - \frac{i G_{\pi NN}}{2m_N} \partial_\mu \pi^\alpha \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 \tau_\alpha N, \end{aligned}$$

где связь с производными в последнем члене эквивалентна (до первого порядка) псевдоскалярной связи  $i G_{\pi NN} \pi^\alpha \bar{N} \gamma_5 \tau_\alpha N$ . Если бы масса пиона равнялась нулю, то лагранжиан  $\mathcal{L}$  был бы инвариантен по отношению к замене  $\pi^\alpha \rightarrow \pi^\alpha + \varepsilon^\alpha$



( $\varepsilon^\alpha$  — постоянный изовектор). Считая  $\varepsilon^\alpha$  функцией, зависящей от времени и пространства, можно записать ток, генерируемый этим калибровочным преобразованием, в виде

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \varepsilon^\alpha)} = -\partial_\mu \pi^\alpha - i \frac{G_{\pi NN}}{2m_N} \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 \tau_\alpha N;$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varepsilon^\alpha} = -m_\pi^2 \pi^\alpha.$$

Из уравнения Гелл-Манна—Леви получаем

$$\partial_\mu [ -\partial_\mu \pi^\alpha - i (G_{\pi NN}/2m_N) \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 \tau_\alpha N ] = -m_\pi^2 \pi^\alpha.$$

Это выражение можно получить также непосредственно из уравнения движения для пионного поля. Таким образом, нам удалось построить аксиальный ток, который сохраняется в пределе  $m_\pi^2 \rightarrow 0$ , и поэтому естественно отождествить его с током  $j_{5\mu}^\alpha$  (фигурирующим в слабых взаимодействиях) с точностью до коэффициента пропорциональности, равного  $-c_\pi$ , если пионный распад рассчитан точно.

$$j_{5\mu}^\alpha = c_\pi \partial_\mu \pi^\alpha + i c_\pi (G_{\pi NN}/m_N) \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha/2) N;$$

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = c_\pi m_\pi^2 \pi^\alpha.$$

Сравнив это выражение с матричным элементом нуклонного  $\beta$ -распада при малых передачах импульса ( $p' = p$ )

$$\langle N' | j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle = (m_N/E) F_A(0) i \bar{u}' \gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha/2) u,$$

опять получим соотношение. Гольдбергера—Тримена

$$F_A(0) = c_\pi G_{\pi NN}/m_N.$$

**2.  $\sigma$ -Модель** (Гелл-Манн и Леви, 1960 г.; Швингер, 1957 г.). Для того чтобы построить лагранжиан сильных взаимодействий с пионной связью псевдоскалярного типа, введем  $\Sigma$ -мезон с квантовыми числами вакуума ( $T = Y = 0$ ,  $J^{PCG} = 0^{+++}$ ):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\bar{N} \gamma_\mu \partial_\mu N - (1/2) [(\partial_\mu \pi^\alpha)^2 + (\partial_\mu \sigma)^2 + m_\pi^2 (\pi^\alpha \pi^\alpha + \sigma^2)] + \\ & + G_{\pi NN} (i \pi^\alpha \bar{N} \gamma_5 \tau_\alpha N + \sigma \bar{N} N) - \lambda (\pi^\alpha \pi^\alpha + \sigma^2 - m_\pi^2/G_{\pi NN}^2)^2 - \\ & - (m_N m_\pi^2/G_{\pi NN}) \sigma. \end{aligned}$$

Рассмотрим «трансляцию»  $\sigma \rightarrow \sigma - (m_N/G_{\pi NN})$ . При этом свободный нуклонный лагранжиан принимает обычный вид  $-(\bar{N}\gamma_\mu \partial_\mu N + m_N \bar{N}N)$ . Более того, член (масса  $\sigma$ )<sup>2</sup> принимает вид  $m_\sigma^2 = m_\pi^2 + (8m_N^2 \lambda/G_{\pi NN}^2)$ , поэтому  $\sigma$  и  $\pi$  не обязательно вырождены. Возвращаясь к исходному лагранжиану, выполним калибровочное преобразование

$$N \rightarrow \left(1 + i\varepsilon_\alpha \gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2}\right) N;$$

$$\pi^\alpha \rightarrow \pi^\alpha - \varepsilon^\alpha \sigma; \quad \sigma \rightarrow \sigma + \varepsilon^\alpha \pi^\alpha$$

( $\pi$ -мезон с  $T=1$ ,  $J^P=0^-$  и  $\sigma$ -мезон с  $T=0$ ,  $J^P=0^+$  образуют киральный квадруплет), получим

$$\delta\mathcal{L}/\delta(\partial_\mu \varepsilon_\alpha) = -i\bar{N}\gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha/2) N + \sigma \partial_\mu \pi^\alpha - \pi^\alpha \partial_\mu \sigma;$$

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\varepsilon_\alpha} = -\frac{m_N m_\pi^2}{G_{\pi NN}} \pi^\alpha.$$

(При калибровочных преобразованиях симметрию нарушает только последний член в лагранжиане  $\mathcal{L}$ .) Таким образом, снова отсутствует аксиальный ток, сохраняющийся в пределе  $m_\pi^2 \rightarrow 0$ ,

$$j_{5\mu}^\alpha \equiv \frac{g_A}{g_V} \cdot \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu \varepsilon_\alpha)} = -\frac{g_A}{g_V} i\bar{N}\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2} N +$$

$$+ \frac{g_A}{g_V} (\sigma \partial_\mu \pi^\alpha - \pi^\alpha \partial_\mu \sigma);$$

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = -\frac{g_A}{g_V} \cdot \frac{m_N}{G_{\pi NN}} m_\pi^2 \pi^\alpha.$$

Существуют другие модели лагранжианов, из которых следует ЧСАТ (например, нелинейная модель Гёрси), однако здесь мы обсуждать их не будем.

#### § 4.5. ЧСАТ и доминантность пионного полюса

(Бернштейн, Фубини, Гелл-Манн  
и Тиринг, 1960 г.)

ЧСАТ между вакуумом и однопионным состоянием, по определению, дает константу распада  $\pi$ -мезона

$$\langle 0 | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(x) | \pi^\alpha \rangle = c_\pi m_\pi^2 (e^{ipx}/\sqrt{2\omega}).$$

Другие матричные элементы менее тривиальны:

$$\langle B | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | A \rangle = \frac{c_\pi m_\pi^2}{m_\pi^2 - t} \langle B | J^{(\pi), \alpha} | A \rangle$$

(это похоже на доминантность пионного полюса в дивергенции  $\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha$ ). Между нуклонными состояниями при  $t = 0$

$$\begin{aligned} c_\pi \langle N' | J^{(\pi), \alpha}(0) | N \rangle_{t=0} &= \langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(0) | N \rangle_{t=0} = \\ &= i \sqrt{m_N^2 / (E'E)} F_A(0) 2m_N \bar{u}' \gamma_5 (\tau_\alpha / 2) u. \end{aligned}$$

Если бы этот матричный элемент вычислялся при  $t = m_\pi^2$ , то можно было бы пользоваться в левой части константой связи  $\pi NN$

$$\langle N' | J^{(\pi), \alpha}(0) | N \rangle_{t=m_\pi^2} = i G_{\pi NN} \sqrt{m_N^2 / (E'E)} \bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha u.$$

При переходе от  $t = m_\pi^2$  к  $t = 0$  необходим поправочный коэффициент — форм-фактор вершины  $\pi NN$ ,  $K_{\pi NN}(t)$ , нормированный на единицу,  $K_{\pi NN}(m_\pi^2) = 1$ . Отклонение от точного соотношения Гольдбергера—Тримена связано с этим множителем  $m_N F_A(0) = c_\pi G_{\pi NN} K_{\pi NN}(0)$ . Что касается полной доминантности пионного полюса в дивергенции аксиального тока, т. е.

$$\langle B | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | A \rangle \sim \frac{1}{(m_\pi^2 - t)},$$

то мы должны иметь

$$\langle B | J^{(\pi), \alpha} | A \rangle = \text{константа} = \langle B | J^{(\pi), \alpha} | A \rangle_{t=m_\pi^2}.$$

Другими словами, форм-фактор вершины  $\pi AB$  должен быть константой.

Чтобы выполнить более тщательное сравнение с дисперсионной теорией, будем исходить из матричного элемента наиболее общего вида  $\langle N' | j_{5\mu}^\alpha | N \rangle$  с производной

$$\begin{aligned} \langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | N \rangle &= (-i q_\mu) \sqrt{m_N^2 / (E'E)} [i \bar{u}' \gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\alpha / 2) u F_A(t) + \\ &+ q_\mu \bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha / 2 u F_p(t)] = \sqrt{m_N^2 / (E'E)} (2m_N F_A(t) + \\ &+ t F_p(t)) i \bar{u}' \gamma_5 (\tau_\alpha / 2) u. \end{aligned}$$

Выпишем дисперсионное соотношение для комбинации  $2m_N F_A(t) + t F_p(t)$ , где вклад дают только состояния с квантовыми числами  $T = 1$ ,  $J^{PG} = 0^-$  ( $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$ ,  $K\bar{K}$ ,  $N\bar{N}$

и т. д.). Предполагая, что дисперсионные интегралы не требуют вычитания, получаем

$$2m_N F_A(t) + tF_p(t) = \frac{R_\pi}{m_\pi^2 - t} + \int_{(3m_\pi)^2}^{\infty} \frac{t' \sigma(t') dt'}{t' - t},$$

где  $R_\pi$  — вычет в пионном полюсе. Для вычисления вычета  $R_\pi$  будем исходить из вклада от диаграммы Фейнмана для пионного обмена

$$- \sqrt{\frac{m_N^2}{E'E}} (-i q_\mu) (G_{\pi NN} i \bar{u}' \gamma_5 \tau_\alpha u) \left( \frac{i c_\pi q_\mu}{q^2 + m_\pi^2 - i \varepsilon} \right),$$

затем вычислим его в пионном полюсе ( $q^2 = -m_\pi^2$ ) и сравним с общей формулой для матричного элемента

$$\langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^a | N \rangle.$$

$$R_\pi = 2c_\pi G_{\pi NN} m_\pi^2;$$

$$2m_N F_A(0) + tF_p(t) = \frac{2c_\pi G_{\pi NN} m_\pi^2}{m_\pi^2 - t} + \text{континуум}.$$

(До сих пор мы не делали никаких приближений.) Выполним расчеты в точке  $t = 0$

$$2m_N F_A(0) = 2c_\pi G_{\pi NN} + \int_{(3m_\pi)^2}^{\infty} \sigma(t') dt'.$$

Если пренебречь континуумом, то снова получим соотношение Гольдбергера—Тримена. Нет сомнений, что вблизи пионного полюса важен только вклад от пионного полюса. Однако справедливость соотношения Гольдбергера—Тримена зависит от доминантности пионного полюса дивергенции аксиального тока даже при  $t = 0$ .

Читатель мог заметить следующую аналогию между  $\rho$ -связью и  $\pi$ -связью:

$$j_\mu^a = (m_\rho^2 / f_\rho) \rho_\mu^a$$

(тождество ток — поле)

$$\partial_\mu j_{5\mu}^a = c_\pi m_\pi^2 \pi^a$$

(тождество дивергенция — поле)

константу  $f_\rho^{-1}$  можно определить из процесса

$$\rho \rightarrow e^+ e^-$$

константу  $c_\pi$  можно определить из процесса

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu'$$

справедливость равенства

$$f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho}$$

зависит от:

1) медленного изменения форм-фактора  $F_{\rho\pi\pi}(t)$  между  $t=0$  и  $m_{\rho}^2$  (на языке ТТП);

2)  $\rho$ -доминантности в форм-факторах (язык дисперсионной теории);

3) связи  $\rho$ -мезона с током изоспина в точке  $t=0$  с константой  $f_{\rho}$ .

справедливость соотношения Гольдбергера—Тримена зависит от:

1) медленного изменения форм-фактора  $K_{\pi NN}(t)$  между  $t=0$  и  $m_{\pi}^2$  (на языке ТТП);

2)  $\pi$ -доминантности в дивергенции аксиального тока (язык дисперсионной теории);

3)  $\pi$ -мезона, связанного с дивергенцией аксиального тока в точке  $t=0$  с константой  $1/c_{\pi}$ .

#### § 4.6. ЧСАТ и симметрия $SU(3)$ .

##### Обобщенные соотношения Гольдбергера—Тримена

Применив соображения Намбу к аксиальным матричным элементам, фигурирующим в  $\beta$ -распаде странных барионов, получим

$$\begin{aligned} \langle B | j_{5\mu}^{1 \pm i2, 4 \pm i5} | A \rangle &= \sqrt{\frac{m_A m_B}{E_A E_B}} F_A^{(BA)}(t) \bar{u}_B \times \\ &\times \left( i \gamma_{\mu} \gamma_5 + \frac{m_B + m_A}{q^2 + m_{\pi}^2} \gamma_5 \right) u_A. \end{aligned}$$

Отметим, что для процесса с  $|\Delta S| = 1$  имеем  $K$ -мезонный полюс вместо  $\pi$ -мезонного полюса. В рамках  $SU(3)$ -симметрии соотношение Гольдбергера—Тримена имеет вид

$$F_A^{(BA)}(0) (m_B + m_A) = \sqrt{2} \begin{cases} c_{\pi} & G_{\pi^+ AB} \\ c_K & G_{K^+ AB} \end{cases}$$

где коэффициент  $\sqrt{2}$  возникает вследствие того, что мы пользовались индексами  $1 \pm i2, 4 \pm i5$  вместо  $\alpha$ . Так как  $G_{\pi^+ pn} = \sqrt{2} G_{\pi NN}$ , то знакомая форма соотношения Гольдбергера—Тримена получается в виде частного случая. В теории Кабиббо в форм-факторе  $F_A^{(BA)}(0)$  имеются вклады как

типа  $F$ , так и типа  $D$ ; они связаны с коэффициентами Клебша—Гордана  $SU(3)$  (Кабиббо, 1963 г.):

$$\begin{array}{l} \bar{B}A \\ \Delta S = 0 \left\{ \begin{array}{l} \bar{p}n \\ \bar{\Lambda} \Sigma^{\pm} \end{array} \right. \\ \Delta S = -1 \left\{ \begin{array}{l} \bar{p} \Lambda \\ n \Sigma^{-} \\ \bar{\Lambda} \Xi^{-} \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} \underline{F_A^{(BA)}} \quad (0) \\ D + F = 1,18 \\ \sqrt{2/3} D \\ -(D + 3F)/\sqrt{6} \\ D - F \\ -(D - 3F)/\sqrt{6}. \end{array}$$

В той степени, в какой барионные массы вырождены и выполняется равенство  $c_{\pi} = c_K$ , из обобщенного соотношения Гольдбергера—Тримена следует равенство:

$$(D/F)_{\text{аксиальный } \beta\text{-распад}} = (D/F)_{\text{связь с псевдо-скалярным мезоном}}$$

Наиболее строгий метод определения отношения  $D/F$  связан с использованием процесса  $\Sigma^{\pm} \rightarrow \Lambda + e^{\pm} + \nu$  (по существу чистого  $A$ , так как вследствие СВТ (сохранения векторного тока) векторная часть не дает вклада при  $t = 0$ ). Надавно группой в Мэриленде (США) было найдено соотношение  $\alpha = D/(D + F) = 0,67 \pm 0,03$ , которое находится в соответствии с константой  $\alpha$  связи с псевдоскалярным мезоном, определяемой из дисперсионных соотношений для  $KN$ -рассеяния.

Для процессов с  $|\Delta S| = 1$  соотношение Гольдбергера—Тримена — или же концепция доминантности  $K$ -мезонного полюса — менее приемлемо. Полюс в  $m_K^2$  находится недалеко от континуума, начинающегося в точке  $(m_K + m_{\pi})^2$ . Тем не менее можно написать

$$\partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha} = c_K m_K^2 K^{\alpha}, \quad \alpha = 4, 5, 6, 7.$$

В теории Кабиббо вероятность распада  $K$ -мезона связана с множителем  $\sin^2 \theta_A$

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu')}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu')} = \left(\frac{c_K}{c_{\pi}}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \theta_A \left(\frac{m_K}{m_{\pi}}\right) \left[\frac{1 - m_{\mu}^2/m_K^2}{1 - m_{\mu}^2/m_{\pi}^2}\right]^2.$$

Предполагая равенство  $c_K = c_{\pi}$  [точная  $SU(3)$ -симметрия], имеем  $\sin \theta_A = 0,264 \pm 0,001$ . Сравнивая векторные части  $\beta$ -распада нейтрона и мюонного распада, получаем соотно-

шение  $\cos^2 \theta_V = 1 - \sin^2 \theta$ . Отсюда  $\sin \theta_V = 0,208 \pm 0,007$ . Приведем объяснения этого расхождения: 1)  $\theta_A \neq \theta_V$ ; 2)  $\theta_A = \theta_V$ , однако  $c_K/c_\pi \approx 1,3$  вследствие нарушения  $SU(3)$ -симметрии.

## ГЛАВА 5 ПРОЦЕССЫ С УЧАСТИЕМ МЯГКИХ ПИОНОВ

### § 5.1. Обзор редуционной техники

В дальнейшем нам потребуются формулы для  $S$ -матричных элементов излучения, поглощения и рассеяния пионов. Предполагая, что читатель знаком с квантовой теорией поля в гейзенберговском представлении, нам будет легко вывести (не строго) так называемые редуционные формулы (полученные Лоу, Леманом, Симанзиком, Циммерманом и др., 1955 г.).

Рассмотрим нейтральное скалярное поле  $\varphi(x)$  в гейзенберговском представлении (его легко обобщить на более реальные пионные поля с изотопическим спином). Наши знания о поле  $\varphi(x)$  скудны:

$$(\square - m^2) \varphi(x) = -J(x) \quad (\text{вид источника не уточняется});$$

$$[\varphi(x), \varphi(x')] = 0 \quad (\text{для пространственно-подобных});$$

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \langle B | \varphi | A \rangle = \langle B | \varphi^{in, out} | A \rangle \quad (\text{асимптотическое условие}).$$

(Здесь мы пренебрегаем проблемой перенормировки, т. е. множителем  $\sqrt{z}$ .) Поля  $\varphi^{in, out}$  удовлетворяют уравнениям для свободных полей  $(\square - m^2)\varphi^{in, out} = 0$ , а также коммутационному соотношению для свободного поля

$$[\varphi(x)^{in, out}, \varphi(x')^{in, out}] = i \Delta(x - x').$$

Поэтому можно воспользоваться обычным разложением для свободных полей и в случае  $\varphi^{in, out}$

$$\varphi^{in, out}(x) = \sum_{\mathbf{k}} [a_{\mathbf{k}}^{in, out} f_{\mathbf{k}}(x) + (a_{\mathbf{k}}^{in, out})^+ f_{\mathbf{k}}^*(x)];$$

$$f_{\mathbf{k}} = e^{ikx} / \sqrt{2\omega V}, \quad f_{\mathbf{k}}^* = e^{-ikx} / \sqrt{2\omega V};$$

$$k = (\mathbf{k}, i\omega); \quad \omega = \sqrt{k^2 + m^2}.$$

Функции  $f$  удовлетворяют условию ортогональности

$$i \int d^3 x \begin{pmatrix} f_{k'} \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_0}} f_k \\ f_{k'}^* \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_0}} f_k \\ f_{k'}^* \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_0}} f_k^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \delta_{k',k} \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $A(x) \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} B(x) \equiv A(\partial B/\partial x_0) - (\partial A/\partial x_0) B$ .

Отсюда следует, что

$$a_k^{in, out} = i \int d^3 x f_k^* \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} \varphi^{in, out};$$

$$(a_k^{in, out})^+ = i \int d^3 x \varphi^{in, out} \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_0}} f_k.$$

Для одночастичного состояния имеем  $\langle 0 | \varphi(x) | k \rangle = \langle 0 | \varphi^{in}(x) | k \rangle$ . Это выражение можно также получить из

$$\varphi(x) = \varphi^{in}(x) + \int d^4 x' \Delta_{ret}(x-x') J(x')$$

и

$$\langle 0 | J(x) | k \rangle = -(\square - m^2) e^{ikx} \langle 0 | \varphi(0) | k \rangle = 0.$$

Поэтому, несмотря на то что  $\varphi(x)$  не удовлетворяет уравнению Клейна—Гордона,

$$\langle 0 | \varphi(x) | k \rangle = e^{ikx} / \sqrt{2\omega V}.$$

Этим соотношением мы уже пользовались раньше.

Особый интерес представляет собой матричный элемент для поглощения одного пиона  $A + \pi_k \rightarrow B$ , явный вид которого будет получен ниже. Сначала напишем

$$\begin{aligned} \langle B | A \pi_k \rangle &= \langle B | a_k^{in+} | A \rangle = i \int d^3 x \langle B | \varphi^{in}(x) | A \rangle \times \\ &\times \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} f_k = \lim_{x_0 \rightarrow -\infty} i \int d^3 x \langle B | \varphi(x) | A \rangle \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} f_k. \end{aligned}$$



Воспользовавшись теоремой Гаусса в четырехмерном пространстве, получим

$$\langle B | A \pi_k \rangle = \lim_{x_0 \rightarrow +\infty} i \int d^3 x \langle B | \varphi(x) | A \rangle \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} f_k(x) - \\ - i \int d^4 x (\partial/\partial x_0) [\langle B | \varphi(x) | A \rangle \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} f_k].$$

Первый член, написанный в виде  $\langle B | (a_k^{out})^+ | A \rangle = \langle B | \text{«минус» } \pi_k | A \rangle$ , равняется нулю везде, за исключением случая упругого рассеяния вперед. Поэтому им можно пренебречь (он соответствует единице в разложении  $S$ -матрицы). Будет полезна следующая формула:

$$\int d^4 x \frac{\partial}{\partial x_0} \left[ A(x) \overleftrightarrow{\frac{\partial}{\partial x_0}} f_k(x) \right] = \int d^4 x [A (\partial^2/\partial x_0^2) f_k - (\partial^2 A/\partial x_0^2) f_k] = \\ = \int d^4 x f_k (\square - m^2) A.$$

Здесь мы воспользовались уравнением Клейна—Гордона и выполнили двукратное интегрирование по частям (функция  $f_k(x)$ , стремящаяся к нулю на границах). Аналогично

$$\int d^4 x (\partial/\partial x_0) [f_k^* \overleftrightarrow{(\partial/\partial x_0)} A] = - \int d^4 x f_k^* (\square - m^2) A.$$

С помощью этих соотношений получим матричный элемент для поглощения пиона

$$\langle B | A \pi_k \rangle = i \int d^4 x \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\omega V}} (-\square + m^2) \langle B | \varphi(x) | A \rangle$$

и аналогично для излучения пиона

$$\langle B \pi_k | A \rangle = i \int d^4 x \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{2\omega V}} (-\square + m^2) \langle B | \varphi(x) | A \rangle.$$

С помощью этих, наиболее простых редуцированных формул  $\pi_k$  эффективно *редуцируется* из вектора состояния.

Для рассеяния пиона сначала будем редуцировать падающий пион:

$$\pi_k + A \rightarrow \pi_{k'} + B;$$

$$\langle B\pi_k | A\pi_k \rangle = i \int d^4 x \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\omega V}} (-\square + m^2) \langle B\pi_{k'} | \varphi(x) | A \rangle;$$

$$\langle B\pi_k | \varphi(x) | A \rangle = \langle B | a_{k'}^{out} \varphi(x) | A \rangle =$$

$$= i \int d^3 x' f_{k'}^*(x') \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x'_0} \langle B | \varphi^{out}(x') \varphi(x) | A \rangle =$$

$$= \lim_{x'_0 \rightarrow \infty} i \int d^3 x' f_{k'}^*(x') \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x'_0} \langle B | T(\varphi(x') \varphi(x)) | A \rangle.$$

Временное упорядочение не влияет на результат, так как время  $x'_0$  обязательно следует после  $x_0$ . Согласно теореме Гаусса получим

$$\begin{aligned} \langle B\pi_{k'} | \varphi(x) | A \rangle &= \lim_{x'_0 \rightarrow -\infty} i \int d^3 x' f_{k'}^*(x') \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x'_0} \langle B | \varphi(x) \varphi(x') | A \rangle + \\ &+ i \int d^4 x \frac{\partial}{\partial x'_0} \left[ f_{k'}^* \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} \langle B | T(\varphi(x') \varphi(x)) | A \rangle \right]. \end{aligned}$$

Первый член, написанный в виде  $\langle B | \varphi(x) a_{k'}^{in} | A \rangle$ , равен нулю, если  $A$  не содержит  $\pi_{k'}$ . Таким образом, воспользовавшись выражением для  $\int d^4 x \frac{\partial}{\partial x'_0} \left[ f_{k'}^* \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_0} A(x) \right]$ , получим

$$\langle B\pi_{k'} | \varphi(x) | A f_{k'}^* \rangle = i \int d^4 x' f_{k'}^* \times$$

$$\times (-\square + m^2) \langle B | T(\varphi(x') \varphi(x)) | A \rangle,$$

и поэтому

$$\begin{aligned} \langle B\pi_{k'} | A\pi_k \rangle &= i^2 \int d^4 x' \int d^4 x \frac{e^{-ik'x'}}{\sqrt{2\omega'V}} \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\omega V}} (-\square' + m^2) \times \\ &\times (-\square + m^2) \langle B | T(\varphi(x') \varphi(x)) | A \rangle. \end{aligned}$$

Эта формула справедлива везде, кроме случая, когда  $k = k'$  и  $A = B$ , так как мы пренебрегли членами, которые дают вклад только для упругих процессов вперед.

Чтобы получить редуцированную формулу для матричного элемента  $\langle B\pi_k | \pi_k | A \rangle$ , устремим  $k \rightarrow -k$ .

Та же техника может быть применена для редукиции матричного элемента, фигурирующего в слабых или электромагнитных процессах

$$\langle B\pi_k | d(0) | A \rangle = i \int d^4 x (e^{-ikx} / \sqrt{2\omega V}) (-\square + m^2) \times \\ \times \langle B | T(\varphi(x) d(0)) | A \rangle,$$

где  $d = j_{\mu, 5\mu}^{i, 4 \pm i5}$  или  $j_{\mu}^{e, m}$ . Отметим аналогию между этой формулой и формулой для матричного элемента  $\langle B\pi_k | \varphi(x) | A \rangle$ . Взаимодействие токов в первом порядке весьма похоже на излучение или поглощение частицы, иногда называемой шпурионом, которая может уносить внутренние квантовые числа, как, например, изоспин или странность.

Редуцированная формула для рассеяния может быть иногда написана в виде

$$\langle B\pi_k' | A\pi_k \rangle = \\ = i^2 \int d^4 x' \int d^4 x \frac{e^{-ik'x'}}{\sqrt{2\omega'V}} \cdot \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\omega V}} (-\square' + m^2) \times \\ \times (-\square + m^2) \langle B | \theta(x'_0 - x_0) [\varphi(x'), \varphi(x)] | A \rangle.$$

Этот запаздывающий коммутатор более удобен для доказательства дисперсионных соотношений, так как подынтегральное выражение обращается в нуль везде, кроме светового конуса вперед. Оба выражения полностью эквивалентны для физических значений  $k$ . Их аналитические свойства, однако, различны для комплексных значений  $k_0$ .

Наконец, отметим, что, выражая  $S$ -матричные элементы в виде  $T$ -произведений, с помощью редуцированной техники мы можем получить разложение по теории возмущений  $S$ -матрицы (в форме Дайсона). Лоу впервые получил редуцированную формулу исходя из формулы Дайсона.

## § 5.2. Излучение (поглощение) одного пиона в адронных процессах

Рассмотрим процессы излучения типа  $A \rightarrow B + \pi^\alpha$ :

$$\begin{aligned} \langle \pi_q^\alpha B | A \rangle &= i \int d^4 x \frac{e^{-iqx}}{\sqrt{2\omega}} (-\square + m_\pi^2) \langle B | \pi^\alpha(x) | A \rangle = \\ &= i \int d^4 x \frac{e^{-iqx}}{\sqrt{2\omega}} \left( -\square + m_\pi^2 \right) \frac{\langle B | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(x) | A \rangle}{c_\pi m_\pi^2} = \\ &= -\frac{q_\mu}{c_\pi m_\pi^2} \int d^4 x \frac{e^{-iqx}}{\sqrt{2\omega}} (-\square + m_\pi^2) \langle B | j_{5\mu}^\alpha(x) | A \rangle. \end{aligned}$$

(Хотя и было использовано тождество дивергенции и поля, мы тем не менее не прибегали к приближениям, обычно используемым в ЧСАТ. Поэтому получается вклад только от  $\pi$ -мезонного полюса в матричном элементе  $\langle B | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | A \rangle$ .) Рассмотрим теперь матричный элемент

$$\sqrt{2\omega} \langle \pi_q^\alpha B | A \rangle = -\frac{(q^2 + m_\pi^2)}{c_\pi m_\pi^2} q_\mu \int d^4 x e^{-iqx} \langle B | j_{5\mu}^\alpha(x) | A \rangle.$$

На массовой оболочке (т. е. в пределе  $\lim_{q^2 \rightarrow -m_\pi^2}$  и при  $q = p_A - p_B$ ) эта формула находится в согласии с обычным выражением для процесса  $A \rightarrow B + \pi^\alpha$ . Однако уравнение определяет амплитуду для процесса  $A \rightarrow B + \pi_{soft}^\alpha$  даже в том случае, когда пион находится вне массовой оболочки. В частности, рассмотрим случай, когда  $q \rightarrow 0$  и  $m_\pi^2$  фиксировано:

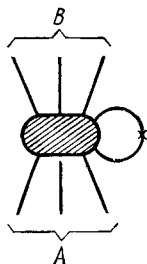
$$\begin{aligned} \lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2\omega} \langle \pi_q^\alpha B | A \rangle &\lim_{q \rightarrow 0} \left\{ -\frac{q_\mu}{c_\pi} \int d^4 x e^{-iqx} e^{i(p_A - p_B)x} \times \right. \\ &\times \langle B | j_{5\mu}^\alpha(0) | A \rangle \left. \right\} = \lim_{q \rightarrow 0} \left\{ -i \delta^{(4)}(p_B + q - p_A) \times \right. \\ &\times \left. \left( -\frac{iq_\mu}{c_\pi} \right) \langle B | j_{5\mu}^\alpha(0) | A \rangle \right\}. \end{aligned}$$

Отметим, что энергия и импульс по-прежнему сохраняются. Левая сторона обычно конечна, так как предполагается, что амплитуда для процесса  $A \rightarrow B + \pi^\alpha$  не обращается в нуль даже в пределе мягких пионов; однако правая часть,

на первый взгляд, может обращаться в нуль. Противоречия тем не менее нет, так как матричный элемент  $\langle B | j_{5\mu}^\alpha(0) | A \rangle$  может обладать сингулярностью, которая ведет себя, как  $1/q$ . Примечательным исключением является случай, когда  $A$  и  $B$  — одночастичные состояния. В этом случае матричный элемент  $\langle B | j_{5\mu}^\alpha | A \rangle$  (например, матричный элемент  $\beta$ -распада) не содержит сингулярность типа  $1/q$ . Это, однако, не вызывает затруднений, так как амплитуда для процесса  $A \rightarrow B + \pi$  стремится к нулю при  $q \rightarrow 0$  вследствие того, что  $\bar{u}' \gamma_5 u \rightarrow 0$  и т. д.

Для вычисления в пределе мягких пионов матричного элемента  $\langle B | \pi^\alpha | A \rangle$  достаточно рассмотреть только ту часть матричного элемента  $\langle B | j_{5\mu}^\alpha | A \rangle$ , которая содержит сингулярность типа  $1/q$ . Это является результатом того факта, что несингулярные части матричного элемента  $\langle B | j_{5\mu}^\alpha | A \rangle$  не дают вклада при умножении на  $q_\mu$ . В терминах диаграмм Фейнмана матричный элемент соответствует всевозможным диаграммам, в которых  $A$  переходит в  $B$  под действием простого аксиального взаимодействия. Поэтому мы задаемся вопросом: которая из диаграмм с аксиальным током ведет себя, как  $1/q$ ?

#### а) Аксиальное взаимодействие на внутренней линии



Такая диаграмма отличается дополнительным внутренним пропагатором. Из специфических примеров нетрудно видеть, что дополнительный пропагатор не может служить причиной возникновения сингулярности типа  $1/q$ . В качестве простого примера рассмотрим один из внутренних пропагаторов, соответствующий подстановке

$$\left( \frac{1}{p_{int}^2 + m^2 - i\epsilon} \right) \rightarrow \left( \frac{1}{p_{int}^2 + m^2 - i\epsilon} \right) \lim \frac{1}{(p_{int} - q)^2 + m^2 - i\epsilon}.$$

Отметим, что это выражение следует проинтегрировать по  $p_{вз}$ .

После интегрирования легко увидеть, что диаграмма не содержит сингулярность при  $q \rightarrow 0$ .

**б) Внешняя пионная линия с аксиальным взаимодействием на конце**

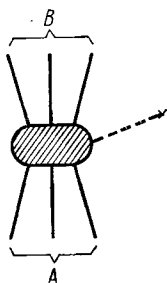
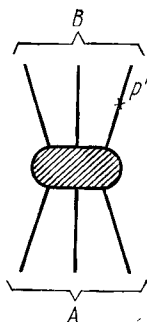


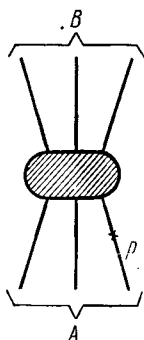
Диаграмма описывается матричным элементом  $\langle B | J^{(\pi), \alpha} | A \rangle \times c_{\pi} q_{\mu} / (q^2 + m_{\pi}^2)$ , который не обладает сингулярным поведением при  $q \rightarrow 0$ . (Отметим, что в этом формализме  $m_{\pi}^2 \neq 0$ .)

**в) Аксиальное взаимодействие, связанное с бесконечной внешней линией.** (Аксиальный ток с бесконечной внешней пионной линией запрещается законом сохранения  $G$ -четности.) Рассмотрим в качестве примера нуклон. Конечная нуклонная линия соответствует



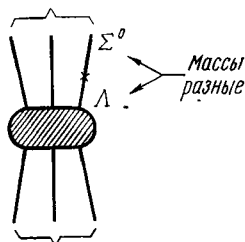
$$\begin{aligned} \bar{u}'(p') &\rightarrow i \bar{u}'(p') \gamma_{\mu} \gamma_5 \frac{\tau_{\alpha}}{2} \times \\ &\times \frac{(-i \gamma p' + m_N)}{(p' + q)^2 + m_N^2} F_A(0) = \\ &= F_A(0) \bar{u}'(p') \gamma_{\mu} \gamma_5 \frac{\tau_{\alpha}}{2} \left( \frac{\gamma p' + i m_N}{2 p' q} \right). \end{aligned}$$

В этом выражении отсутствует расходимость типа  $1/q$ . Аналогична ситуация для нуклонной линии



$$u(p) \rightarrow F_A(0) \left( \frac{\gamma p + im_N}{-2\rho q} \right) \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau_\alpha}{2} u(p).$$

г) Для бесконечной внешней линии с разными массами, например для  $\Lambda$  и  $\Sigma^0$ ,



знаменатель нового пропагатора

$$\frac{1}{(p' - q)^2 + m_\Lambda^2} = \frac{1}{-m_\Sigma^2 + m_\Lambda^2 - 2p'q + q^2} \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{1}{m_\Lambda^2 - m_\Sigma^2}$$

также не имеет сингулярностей типа  $1/q$ . (Мы пренебрегаем разницей масс протона и нейтрона, так как это нарушило бы зарядовую независимость, которую мы хотим здесь сохранить.)

Итак, матричный элемент

$$\lim_{q \rightarrow 0} \langle B | j_{5\mu}^\alpha(0) | A \rangle_{p_A + q = p_A}$$

имеет сингулярность типа  $1/q$  только из диаграммы типа «в». Чтобы получить матричный элемент для излучения мягкого пиона, следует сделать следующую замену:

$$\begin{aligned} \bar{u}'(p') &\rightarrow -i \left( \frac{F_A(0)}{2c_\pi} \right) \bar{u}'(p') \gamma q \gamma_5 \tau_\alpha \left( \frac{\gamma p' + im_N}{2p'q} \right) = \\ &= -i \left( \frac{G_{\pi NN} K_{\pi NN}(0)}{2m_N} \right) \bar{u}'(p') \gamma q \gamma_5 \tau_\alpha \left( \frac{\gamma p' + im_N}{2p'q} \right) \end{aligned}$$

и аналогично для входящей нуклонной линии. Однако это правило означает то же самое, что и подстановка мягкого пиона во внешней линии с использованием теории с градиентной связью. Таким образом, для расчета процесса  $A \rightarrow B + \pi_{soft}$  с помощью процесса  $A \rightarrow B$  достаточно отождествить мягкий пион с градиентной связью. Точнее, если

$A$  = один нуклон ( $p$ ) + произвольное число «жестких» мезонов;  
 $B$  = один нуклон ( $p'$ ) + произвольное число «жестких» мезонов,  
 то матричный элемент перехода  $A \rightarrow B + \pi_{soft}$  дается выражением

$$-i \left( \frac{G_{\pi NN} K_{\pi NN}(0)}{2m_N} \right) \bar{u}'(p') \left\{ \gamma q \gamma_5 \tau_\alpha \left[ \frac{\gamma p' + im_N}{2p'q} \right] M + \right. \\ \left. + M \left[ \frac{\gamma p + im_N}{-2pq} \right] \gamma q \gamma_5 \tau_\alpha \right\} u(p),$$

где  $\bar{u}(p)Mu(p)$  — матричный элемент перехода  $A \rightarrow B$  (проверяемого на опыте; все частицы здесь находятся на массовой поверхности).

Впервые формула для мягкого пиона была получена Намбу и Лурье в 1962 г., а также Намбу и Шрауннером в 1962 г. Мы следуем подходу Адлера (1965 г.), пользуясь  $m_\pi \neq 0$ , однако  $q_\pi \rightarrow 0$ . Два подхода дают один и тот же результат, так как в подходе Адлера зависимость от  $m_\pi^2$  выпадает в пределе  $q \rightarrow 0$ .

Процесс с участием мягкого пиона аналогичен инфракрасному процессу в квантовой электродинамике. Как известно, процесс  $e^- + Z \rightarrow e^- + Z$  (моттовское рассеяние) в пределе мягких пионов связан с процессом  $e^- + Z \rightarrow e^- + Z + \gamma_{soft}$  (тормозное излучение). Вклад дают только те диаграммы, в которых фотонная линия связана с внешней линией. Разница все же есть: в случае мягкого пиона числитель пропорционален  $q$  благодаря градиентной связи  $\gamma q \gamma_5 \tau_\alpha$ . Поэтому имеем  $\sim q/pq$ , и матричный элемент мягкого пиона не содержит инфракрасных расходимостей. С другой стороны, числитель в случае мягкого пиона не пропорционален  $k$  ввиду наличия вершины  $\gamma_\mu$ . В результате матричный элемент тормозного излучения расходится при  $k \rightarrow 0$  (так называемая инфракрасная катастрофа).

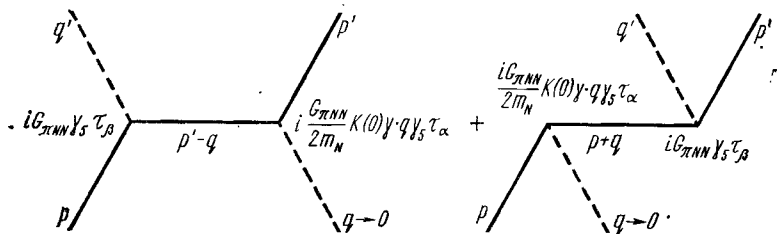


### § 5.3. Условие Адлера

Технику мягких пионов можно использовать для связи вершины  $\pi NN$  с  $\pi N$ -рассеяниями вне массовой оболочки. Следуя работе Адлера (1965г.), рассмотрим случай, когда поглощаемый  $\pi$ -мезон мягкий, а рассеиваемый  $\pi$ -мезон находится на массовой оболочке. В частности, мы хотим показать, что процесс  $\pi_{soft} + A \rightarrow B$  связан с процессом

$$(A\text{-нуклон}) \xrightarrow[\pi NN]{\text{вершина}} (B\text{-нуклон} + \pi_{\text{(на массовой оболочке)}}).$$

Вершина  $\pi NN$  характеризуется величиной  $iG_{\pi NN} \gamma_5 \tau_\beta$ . Поэтому для исходящего (немягкого)  $\pi$ -мезона воспользуемся  $\gamma_5$ -связью, а для падающего (мягкого)  $\pi$ -мезона будем пользоваться градиентной связью



Таким образом, ковариантная матрица перехода для  $\pi N$ -рассеяния вне массовой оболочки имеет вид

$$M = i^2 \frac{G_{\pi NN}^2}{2m_N} K_{\pi NN}(0) \bar{u}' \left\{ \gamma q \gamma_5 \tau_\alpha \left( \frac{-i\gamma p' + m_N}{-2p'q} \right) i\gamma_5 \tau_\beta + \right. \\ \left. + i\gamma_5 \tau_\beta \left( \frac{-i\gamma p + m_N}{2pq} \right) \gamma q \gamma_5 \tau_\alpha \right\} u = \bar{u}' \left\{ -\frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0) \delta_{\alpha\beta} + \right. \\ \left. + \frac{G_{\pi NN}^2}{2m_N} K_{\pi NN}(0) i\gamma q \times \left[ \frac{m_N}{p'q} \tau_\alpha \tau_\beta + \frac{m_N}{pq} \tau_\beta \tau_\alpha \right] \right\} u.$$

Матрицу перехода  $M$  можно написать в виде

$$M = \bar{u}' \left\{ (-A^{(+)} + i\gamma QB^{(+)}) \delta_{\alpha\beta} + \right. \\ \left. + (-A^{(-)} + i\gamma QB^{(-)}) \frac{[\tau_\alpha, \tau_\beta]}{2} \right\} u,$$

где  $Q \equiv (q + q')/2$ . Такое разложение допустимо также для нашей амплитуды вне массовой оболочки до тех пор, пока нуклоны находятся на массовой оболочке, т. е. выполняются равенства

$$(i\gamma p + m_N) u = 0; \quad \bar{u}' (i\gamma p' + m_N) = 0.$$

Более того, ввиду закона сохранения энергии и импульса ( $p + q = p' + q'$ ) выполняется равенство

$$i\bar{u}' \gamma Q u = i\bar{u}' \gamma \frac{(q + p - p' + q)}{2} u = i\bar{u}' \gamma q u.$$

В том случае, когда все четыре частицы находятся на массовой поверхности,  $A^{(\pm)}$  и  $B^{(\pm)}$  являются функциями двух инвариантов, например  $s$  и  $t$ . Однако в нашем случае одна из частиц находится вне массовой оболочки, поэтому нам понадобятся для описания амплитуды три скалярные переменные, а именно:

$$v = -\frac{pQ}{m_N} = -\frac{(p + q')(p + q)}{4m_N} = -\frac{(p + p')q}{2m_N}; \quad (1)$$

$$(\text{так как } q' = p - p' + q \text{ и } (p + p')(p - p') = 0); \quad (2)$$

$$v_B = \frac{q'q}{2m_N} \left( = \frac{(p - p')q}{2m_N} \text{ при } q \rightarrow 0 \right) \quad (3)$$

( $q^2 \neq -m^2$ , когда падающий  $\pi$ -мезон находится вне массовой поверхности). В терминах этих новых переменных мы можем написать матричный элемент для процесса  $\pi_{\text{soft}} + N \rightarrow \pi$  на массовой оболочке  $+ N$  в виде

$$M = \bar{u}' \left\{ -\frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0) \delta_{\alpha\beta} - i\gamma q \frac{G_{\pi NN}^2}{2m_N} K_{\pi NN}(0) \left( \frac{\tau_\alpha \tau_\beta}{v_B + v} - \frac{\tau_\beta \tau_\alpha}{v_B - v} \right) \right\} u.$$

Отметим, что мы рассматриваем амплитуду рассеяния вблизи нефизической точки  $(0, 0, 0)$  в пространстве  $(v, v_B, q^2)$ . Путем сравнения с разложением Адлера получим «условие согласованности» Адлера для  $\pi N$ -рассеяния

$$A^{(+)}(v = 0, v_B = 0, q^2 = 0) = \frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0).$$

(Ошибочно говорить об условии самосогласованности, так как ее на самом деле нет.)

Для проверки этого соотношения Адлер предположил

$$A^{(+)}(0, 0, 0) \approx A^{(+)}(0, 0, -m_\pi^2)$$

и вычислил величины  $A^{(+)}(0, 0, -m_\pi^2)$  с помощью дисперсионных соотношений вперед. Более простым методом, в котором физический смысл выражается более наглядно, является вычисление величины  $-A^{(+)} + i\gamma QB^{(+)}$  вблизи порога физического  $\pi N$ -рассеяния (на массовой оболочке), предполагая, что зависимость величин  $A^{(+)}$  и  $B^{(+)}$  от  $v$  и  $v_B$  по-прежнему дается формулой, полученной нами для  $v = v_B = 0$ . На пороге имеем  $q = q' = (0, i m_\pi)$ , тогда

$$(v, v_B, q^2) = (m_\pi, -m_\pi^2/2m_N, -m_\pi^2);$$

$$\bar{u}' i \gamma Q u = -m_\pi u^+ u.$$

Согласно нашему предположению амплитуды  $A^{(+)}$  и  $B^{(+)}$  имеют вид

$$A^{(+)} = \frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0), \quad B^{(+)} = \frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0) \frac{v}{v_B^2 - v^2}$$

даже в точке  $(m_\pi, -\frac{m_\pi^2}{2m_N}, -m_\pi^2)$ . Это означает, что амплитуды, обладающие изоспиновой симметрией на пороге, даются выражением

$$M^{(+)} = \bar{u}' (-A^{(+)} + i\gamma QB^{(+)}) u = u^+ \left[ -\frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0) - m_\pi \frac{G_{\pi NN}^2}{m_N} K_{\pi NN}(0) \frac{m_\pi}{\frac{1}{4} \left( \frac{m_\pi^2}{m_N} \right) - m_\pi^2} \right] u =$$

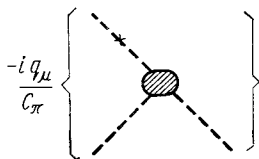
$$= (G_{\pi NN}^2/4m_N) K_{\pi NN}(0) (m_\pi/m_N)^2 = 0 + O(m_\pi^2/m_N^3).$$

Так как  $M^{(+)} = (2M^{(3/2)} + M^{(1/2)})/3$ ,  $M^{(-)} = (M^{(3/2)} - M^{(1/2)})/3$ , то часть амплитуды с изоспиновой симметрией в  $S$ -волновом  $\pi N$ -рассеянии равняется  $2a_3 + a_1 = 0 + (1/m_N) O(m_\pi^2/m_N^2)$ , что находится в согласии с экспериментальным значением  $2a_3 + a_1 = (0, 00 \pm 0, 01)m_\pi$ .

Отсюда видно, что условие Адлера удовлетворяется в том случае, если выполняется равенство  $A^{(+)}(m_\pi, -m_\pi^2/2m_N, -m_\pi^2) = A^{(+)}(0, 0, 0)$ , и зависимость амплитуды  $B^{(+)}$  от  $v$  и  $v_B$  вблизи порога по-прежнему дается выражением, которое мы получили в пределе  $q \rightarrow 0$ .

Чтобы подчеркнуть важность этого действительно замечательного результата, вычислим вклад от обычного обмена нуклоном в амплитуду  $\pi N$ -рассеяния на массовой оболочке с  $\gamma_\pi$ -связью в обеих вершинах. Тогда убедимся, что на пороге  $M^{(+)} = -(G_{\pi NN}^2/m_N)\bar{u}u$ , и это в  $4(m_N/m_\pi)^2 = 180$  раз больше, чем оценка, полученная с помощью условия Адлера. То, что величина  $a_1 + 2a_3$  так мала, явилось одной из величайших загадок пионной физики 50-х годов. Можно сказать, что эта загадка наконец разрешена (если мы примем гипотезу гладкости амплитуды вне массовой поверхности). Позже мы вернемся к проблеме низкоэнергитического  $\pi N$ -рассеяния в связи с рассмотрением этой задачи в пределе, когда входящий и исходящий  $\pi$ -мезоны мягкие.

Для  $\pi\pi$ -рассеяния, в котором один из  $\pi$ -мезонов мягкий, а остальные три находятся на массовой поверхности, амплитуда рассеяния описывается диаграммой



Однако эта диаграмма исключается законом сохранения  $G$ -четности, так как аксиальное (шпурионное) взаимодействие с  $G = -1$  не может быть связано с внешней пионной линией. Согласно этому получаем условие Адлера для  $\pi\pi$ -рассеяния: амплитуда обращается в нуль, если один из пионов мягкий (остальные три пиона находятся на массовой поверхности).

#### § 5.4. Формула для излучения мягкого пиона в слабых (электромагнитных) процессах

Покажем теперь, что амплитуда для излучения одного пиона в слабых (электромагнитных) процессах может быть вычислена точно, если пион мягкий. Сначала напомним,

что матричный элемент

$$\begin{aligned} & \langle \pi^\alpha B | d(0) | A \rangle = \\ & = i \int d^4 x (e^{-iqx} / \sqrt{2\omega}) (-\square + m_\pi^2) \langle B | T(\pi^\alpha(x) d(0)) | A \rangle \end{aligned}$$

связан с процессом  $A \xrightarrow[\text{эл. м.}]{\text{слабые}} B + \pi$ . В пределе мягких пионов имеем

$$\begin{aligned} & \lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2\omega} \langle \pi^\alpha B | d(0) | A \rangle = \\ & = \frac{i}{c_\pi} \lim_{q \rightarrow 0} \left( \frac{q^2 + m_\pi^2}{m_\pi^2} \right) \int d^4 x e^{-iqx} \langle B | T(\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(x) d(0)) | A \rangle. \end{aligned}$$

Вместо этого выражения удобнее, однако, применять формулу

$$q_\mu M_\mu = q_\mu \int d^4 x e^{-iqx} \langle B | T(j_{5\mu}^\alpha(x) d(0)) | A \rangle.$$

Воспользуемся формулой  $q_\mu e^{-iqx} = i \partial_\mu e^{-iqx}$  и выполним интегрирование по частям:

$$q_\mu M_\mu = -i \int d^4 x e^{-iqx} \partial_\mu \langle B | T(j_{5\mu}^\alpha(x) d(0)) | A \rangle.$$

Из равенств

$$T(A(x) B(0)) = A(x) B(0) \theta(x_0) + B(0) A(x) \theta(-x_0)$$

и

$$\partial_\mu \theta(x_0) = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_0} \theta(x_0) \delta_{\mu 4} = -\delta(x_0) \delta_{\mu 4}$$

получим

$$\begin{aligned} q_\mu M_\mu & = -i \int d^4 x e^{-iqx} \{ \langle B | T(\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(x) d(0)) | A \rangle - \\ & - i \delta(x_0) \langle B | [j_{54}^\alpha(x), d(0)] | A \rangle \}. \end{aligned}$$

В пределе  $q \rightarrow 0$  первый член по существу является матричным элементом для процесса  $A \rightarrow B + \pi_{soft}^\alpha$ , а второй — равен  $\langle B | [Q_5^\alpha(0), d(0)] | A \rangle$ . Таким образом, получаем нашу основную формулу:

$$\begin{aligned} & \lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2\omega} \langle \pi^\alpha B | d(0) | A \rangle = -(i/c_\pi) \langle B | [Q_5^\alpha(0), d(0)] | A \rangle - \\ & - \lim_{q \rightarrow 0} (q_\mu/c_\pi) \int d^4 x e^{-iqx} \langle B | T(j_{5\mu}^\alpha(x) d(0)) | A \rangle. \end{aligned}$$

Последний член, называемый «полюсным», обычно равен нулю. Однако, если он даже отличен от нуля, то, как мы это увидим позже, его можно вычислить точно.

Из нашей основной формулы мы можем заключить, что излучение пиона связано с той частью лагранжиана взаимодействия, которая приводит к несохранению аксиального заряда. Формулу такого рода впервые получили Намбу и Шраунер (1962 г.), однако вывод, на который мы опирались, принадлежит Каллану и Тримену (1966 г.).

Воспользовавшись этой формулой, можно решить многие задачи, как это будет видно в следующем параграфе.

### § 5.5. Лептонный распад каона

(Каллан и Тримен, 1966 г.;  
Матур, Окубо и Пандит, 1966 г.)

Вооружившись основной формулой, получим соотношения между амплитудами процессов:

$$\left. \begin{array}{l} K_{\mu 2}: \quad K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu' \\ K_{\mu 3} (K_{e3}): \quad K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu' \\ K_{e4}: \quad K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + e^+ + \nu' \end{array} \right\} \Delta S = \Delta Q = 1$$

$$с d(0) = j_{\mu, 5\mu}^{4-15}(0).$$

Излучение  $\pi^0$ -мезона:  $\alpha = 3$

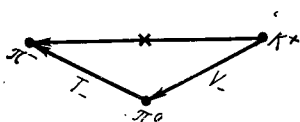
$$[Q_5^3, j_{\mu}^{4-15}] = -(1/2) j_{5\mu}^{4-15}, \quad (f_{345} = -f_{354} = 1/2),$$

$$[Q_5^3, j_{5\mu}^{4-15}] = -(1/2) j_{\mu}^{4-15}.$$

Излучение  $\pi^+$ -мезона:  $\alpha = (1-i2)/\sqrt{2}$

$$[Q_5^{1-12}, j_{\mu, 5\mu}^{4-15}] = 0, \quad (f_{147} = f_{246} = f_{257} = -f_{156} = 1/2).$$

Операторы  $Q^{4-15}$  и  $Q^{1-12}$  переводят  $K^+$  в  $\pi^-$ . Напомним,



что октетного генератора для такого перехода не существует, так как предполагается, что коммутационные соотноше-

ния между октетными генераторами замкнуты и коммутатор их равен нулю.

Излучение  $\pi^-$ -мезона:  $\alpha = (1 + i2) / \sqrt{2}$

$$[Q_5^{1+12}, j_{\mu, 5\mu}^{4-i5}] = -j_{5\mu, \mu}^{6-17}.$$

Воспользуемся нашей формулой для изучения процесса  $K_p^+ \rightarrow \pi_8^0 + \mu^+ + \nu'$ . Так как имеем переход с  $J^P = 0^- \rightarrow 0^-$ , то вклад дает только векторный ток. Согласно нашей основной формуле

$$\begin{aligned} \lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2q_0} \langle \pi^0 | j_{\mu}^{4-15}(0) | K^+ \rangle &= \\ &= - (i/c_{\pi}) \langle 0 | [Q_5^3(0), j_{\mu}^{4-15}(0)] | K^+ \rangle = \\ &= (i/2c_{\pi}) \langle 0 | j_{5\mu}^{4-15}(0) | K^+ \rangle, \end{aligned}$$

где мы пренебрегли полюсными членами, которые в данном случае равняются нулю. (Позже мы подробнее остановимся на обсуждении полюсных членов.) Таким образом, алгебра токов и ЧСАТ связывают амплитуду  $K_{\mu 3}$ -распада вне массовой оболочки с амплитудой  $K_{\mu 2}$ -распада. Запишем в наиболее общем виде матричный элемент для  $K_{\mu 2}$ -распада

$$\begin{aligned} \sqrt{4p_0 q_0} \langle \pi^0 | j_{\mu}^{4-15}(0) | K^+ \rangle &= \\ &= - (1/\sqrt{2}) \{ (p+q)_{\mu} f_+ + (p-q)_{\mu} f_- \}, \end{aligned}$$

где множитель  $(-1/\sqrt{2})$  — коэффициент Клебша—Гордана  $SU(3)$  типа  $F$ , нормирующий матричный элемент таким образом, чтобы в пределе точной  $SU(3)$ -симметрии выполнялось  $f_+ = 1$  при  $(p-q)^2 = 0$ . Отметим, что когда  $\pi^0$ -мезон находится вне массовой оболочки, то  $f_+$  и  $f_-$  зависят как от  $(p-q)^2$ , так и от  $q^2$ , в то время как на массовой оболочке они являются функцией только  $(p-q)^2$ . Для  $K_{\mu 2}$ -распада имеем

$$\sqrt{2p_0} \langle 0 | j_{5\mu}^{4-15}(0) | K^+ \rangle = i \sqrt{2} c_{\pi} p_{\mu}$$

и поэтому

$$\lim_{q \rightarrow 0} [(p+q)_{\mu} f_+ + (p-q)_{\mu} f_-] = (c_K/c_{\pi}) p_{\mu};$$

$$[f_+ + f_-]_{(p-q)^2=0, q^2=0} = -m_K^2/c_K = c_K/c_{\pi} \approx 1,3.$$

На массовой оболочке согласно теореме Адемолло—Гатто имеем

$$f_+ = 1 + O(\lambda_{MS}^2) \quad \text{при } (p-q)^2 = 0; \quad q^2 = -m_\pi^2,$$

где параметры связи  $\lambda_{MS}$  характеризуют нарушение  $SU(3)$ -симметрии. В пределе точной  $SU(3)$ -симметрии ( $\lambda_{MS} \rightarrow 0$ ) имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} f_+ = 1 \\ f_- = 0 \end{array} \right\}, \quad c_K = c_\pi \quad \text{при } (p-q)^2 = 0; \quad q^2 = -m_\pi^2.$$

Таким образом, наш результат дает некоторую информацию о нарушении  $SU(3)$ -симметрии. Предсказания в принципе можно проверить (если предположить наличие обычной слабой зависимости  $f_\pm$  от  $q^2$  между  $q^2 = -m_\pi^2$  и 0). Однако сравнение с экспериментом затруднительно, так как отношение  $f_-/f_+$  и зависимость  $f_\pm$  от  $(p-q)^2$  известны плохо. (Многие экспериментальные данные расходятся между собой.)

Рассмотрим процесс

$$K_{e4} : K_p^+ \rightarrow \pi_{q^+}^+ + \pi_{q^-}^- + e^+ + \nu.$$

Здесь преобладает аксиальный распад, так как векторная часть, имеющая вид  $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} p_\nu q_\lambda^+ q_\sigma^-$ , приводит к малому вкладу (особенно вследствие малости  $Q$ ). Теперь воспользуемся нашей основной формулой и рассмотрим аксиально-векторную часть

$$\lim_{q^+ \rightarrow 0} \sqrt{2q_0^+} \langle \pi^+ \pi^- | j_{5\mu}^{4-i5} | K^+ \rangle = 0;$$

$$\lim_{q^- \rightarrow 0} \sqrt{2q_0^-} \langle \pi^+ \pi^- | j_{5\mu}^{4-i5} | K^+ \rangle =$$

$$= (i/\sqrt{2} c_\pi) \langle \pi^+ | j_\mu^{6-i7} | K^+ \rangle = (i/c_\pi) \langle \pi^0 | j_\mu^{4-i5} | K^+ \rangle$$

[матричные элементы связаны коэффициентам Клебша—Гордана  $SU(3)$ ]. Таким образом,  $K_{e4}$  связан с  $K_{\mu 3}$  так же, как  $K_{\mu 3}$  с  $K_{\mu 2}$ . Наиболее общая формула для матричного элемента  $K_{e4}$  имеет вид

$$\begin{aligned} & \sqrt{8\rho_0 q_0^+ q_0^-} \langle \pi^+ \pi^- | j_{5\mu}^{4-i5} | K^+ \rangle = \\ & = (q^+ + q^-)_\mu f_1 + (q^+ - q^-)_\mu f_2 + (p - q^+ - q^-)_\mu f_3. \end{aligned}$$



На массовой поверхности  $f$  являются функциями трех переменных:  $pq^+$ ,  $pq^-$ ,  $(q^+ + q^-)^2$ . Вне массовой поверхности  $f$  являются функциями четырех переменных:  $pq^+$ ,  $pq^-$ ,  $(q^+ + q^-)^2$  и  $(q^+)^2$  или  $(q^-)^2$ . [Последний член  $(p^{(e)} + p^{(v)})_\mu f_3$  вместе с лептонным током дает пренебрежимо малый вклад ( $\sim m_e$ ).] Таким образом,

$$q^2 \rightarrow 0 : \begin{cases} f_1 = f_2; \\ f_3 = 0; \end{cases}$$

$$q^- \rightarrow 0 : \begin{cases} |f_1 + f_2| = |f_+ - f_-| / \sqrt{2} c_\pi; \\ |f_3| = |f_+ + f_-| / \sqrt{2} c_\pi. \end{cases}$$

Быстрое изменение  $f_3$  не является критическим в том случае, если правильно учесть  $K$ -мезонный полюс (Вайнберг, 1966г.). Однако в любом случае член с  $f_3$  дает пренебрежимо малый вклад в полную вероятность распада. Из эксперимента имеем  $\langle f_2 \rangle_{\text{усредн}} / \langle f_1 \rangle_{\text{усредн}} = 0,9 \pm 0,2$ , что находится в согласии с  $f_1 = f_2$ . Абсолютная вероятность распада  $K_{e4}$  находится в согласии с предсказаниями алгебры токов с погрешностью до  $20 \pm 20\%$ .

## § 5.6. Фотообразование

$$\gamma_K + N_p \rightarrow \pi_{qs0jt}^\alpha + N_{p'};$$

$$\lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2q_0} \langle \pi^\alpha N' | j_\mu^{(\alpha, M)} | N \rangle =$$

$$= -(i/c_\pi) \langle N' | [Q_5^\alpha, j_\mu^{(\alpha, M)}] | N \rangle +$$

$$+ \text{«полюс»} = (1/c_\pi) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle N' | j_{5\mu}^\beta | N \rangle + \text{«полюс»}.$$

Вклад дает только компонента  $j_\mu^3$  тока  $j_\mu^{(\alpha, M)}$ , так как компонента  $j_\mu^8$  коммутирует с зарядом  $Q_5^{1,2,3}$ . При  $q \rightarrow 0$  имеем  $p' \rightarrow K + p$ . Однако для реального фотона закон сохранения энергии — импульса требует также  $k \rightarrow 0$ . Поэтому  $(p' - p \rightarrow 0)$

$$\langle N' | j_{5\mu}^\beta | N \rangle \rightarrow (m_N / \sqrt{EE'}) F_A(0) \bar{u}' i\gamma_\mu \gamma_5 (\tau_\beta / 2) u,$$

и матричный элемент фотообразования принимает вид ( $\varepsilon_\mu$  — поляризация фотона)

$$\varepsilon_\mu (F_A(0)/c_\pi) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{u}' i\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau_\beta}{2} u =$$

$$= \varepsilon_\mu (G_{\pi NN} / 2m_N) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{u}' i\gamma_\mu \gamma_5 \tau_\beta u.$$

Это так называемая теорема Крола—Рудермана, согласно которой в пределе  $q \rightarrow 0$ ,  $k \rightarrow 0$  матричный элемент фотообразования дается выражением

$$\frac{eG_{\pi NN}}{2m_N} \boldsymbol{\varepsilon} \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle \begin{Bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ -\sqrt{2} \end{Bmatrix} \text{ для } \begin{cases} \gamma + p \rightarrow \pi^+ + n; \\ \gamma + n \rightarrow \pi^- + p; \\ \gamma + p \rightarrow \pi^0 + p. \end{cases}$$

Отметим, что этот матричный элемент можно получить непосредственно из теории градиентной связи путем подстановки

$$\partial_\mu \pi^\pm \rightarrow (\partial_\mu \mp ieA_\mu) \pi^\pm.$$

До сих пор мы пренебрегали полюсным членом, который в случае фотообразования имеет вид

$$-\lim_{q \rightarrow 0} (q_\nu / c_\pi) \int d^4 x e^{-iqx} \langle N' | T (j_{5\nu}^\alpha(x) j_\mu^{\beta \cdot M}(0)) | N \rangle.$$

Этот возможный вклад можно вычислить двумя способами.

**1. Нековариантный метод.** Сначала проведем интегрирование по временной переменной

$$\begin{aligned} \int &\equiv \int d^4 x e^{-iqx} \langle N' | T (j_{5\nu}^\alpha(x) j_\mu^{\beta \cdot M}(0)) | N \rangle = \\ &= \int d^3 x e^{-iqx} \left[ \int_0^\infty dx_0 e^{iq_0 x_0} \langle N' | j_{5\nu}^\alpha(x) j_\mu^{\beta \cdot M}(0) | N \rangle + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^0 dx_0 e^{iq_0 x_0} \langle N' | j_\mu^{\beta \cdot M}(0) j_{5\nu}^\alpha(x) | N \rangle \right]. \end{aligned}$$

Подставим полный набор состояний и воспользуемся равенствами

$$\langle N' | j_{5\nu}^\alpha(x) | m \rangle = e^{-i(E_m - E') x_0} \langle N' | j_{5\nu}^\alpha(\mathbf{x}, 0) | m \rangle;$$

$$\int_0^\infty dx_0 e^{-iEx_0} = -\frac{i}{E - i\epsilon};$$

$$\begin{aligned} \int &= -i \int d^3 x e^{-iqx} \sum_m \left[ \frac{\langle N' | j_{5\nu}^\alpha(\mathbf{x}, 0) | m \rangle \langle m | j_\mu^{\beta \cdot M}(0) | N \rangle}{E_m - E' - q_0 - i\epsilon} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\langle N' | j_\mu^{\beta \cdot M}(0) | m \rangle \langle m | j_{5\nu}^\alpha(\mathbf{x}, 0) | N \rangle}{E_m - E + q_0 - i\epsilon} \right]. \end{aligned}$$

Умножим это выражение на  $-q_\mu/c_\pi$  и устремим  $q \rightarrow 0$ . Единственным промежуточным состоянием, остающимся после этой процедуры, является состояние, вырожденное с начальным и конечным состояниями ( $E_m = E' = E$ ), т. е. однонуклонное состояние. Этот полюсный вклад, пропорциональный выражению

$$F_A(0)/2c_\pi = G_{\pi NN}/2m_N,$$

является вкладом от диаграмм, вычисленным согласно не-



ковариантной теории возмущений с градиентной связью.

**2. Ковариантный метод.** отождествим  $\int$  с полным набором диаграмм Фейнмана, в которых аксиальное взаимодействие приписывается вершине  $\gamma \bar{N} N$ . При излучении одного мягкого пиона в сильных процессах будем считать, что единственной диаграммой, остающейся после этой процедуры, является диаграмма, в которой аксиальное взаимодействие связано с внешней нуклонной линией; таким образом, вклад дает только нуклонный полюс.

В нашем случае выбираем вектор  $\mathbf{k}$  вдоль оси  $z$  таким образом, что  $\mu = 1, 2$

$$\langle N' | j_{1,2}^{(3, M)} | N \rangle \sim O(k).$$

Если  $k$  и  $q \rightarrow 0$ , то полюсный член не дает вклада. В этом пределе остается только член Крола—Рудермана (благодаря одновременным коммутаторам).

Для электрообразования мягкого  $\pi$ -мезона (впервые рассматривавшегося Намбу и Шраунером)  $q \rightarrow 0$ , однако  $k^2 = (p' - p)^2 \neq 0$ , и одновременно коммутатор содержит теперь  $F_A(-k^2 \neq 0)$ . Мы не можем пренебрегать также полюсным вкладом (который можно написать через  $F_{1,2}^{(V, S)}(-k^2)$  при  $k \neq 0$ ). Итак, мы можем вывести низкоэнергетические теоремы для  $6 \times 3 = 18$  инвариантных амплитуд (6 из них получаются из «диракологии» и калибровочной инвариантности, 3 — из двух изовекторных фотонов + изоскалярный фотон), которые можно переписать в виде дис-

персионных правил сумм, выражая низкоэнергетические амплитуды в виде соответствующих интегралов от абсорбтивных частей. Отметим, что только три интеграла являются нетривиальными (Адлер и Гилман; Фубини, Фурлан, Розетти; Фурлан, Енго и Ремиди; Риазуддин и Ли, 1966 г.).

Основные выводы:

1) для нуклонов выражение  $F_2^{(S)}(0) = (\mu_p + \mu_n)/2$  мало, что соответствует эксперименту;

$$2) \langle r^2 \rangle_A \approx (1/2) \langle r^2 \rangle_1^{(V)},$$

где

$$\langle r^2 \rangle_A = 6 (dF_A(t)/dt); \quad \langle r^2 \rangle_1^{(V)} = 6 (dF_1^{(V)}/dt).$$

### § 5.7. Альтернативный метод, основанный на условии дивергенции

Можно пользоваться условием дивергенции вместо коммутатора  $[Q_5, j_{\mu, 5\mu}^\beta]$ , которое в кварковой модели имеет вид

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = i\bar{m}q \gamma_5 \lambda_\alpha q + O(\delta m) + f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\beta W_\mu^\gamma + f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\beta W_{5\mu}^\gamma.$$

Сравнивая это выражение с равенством  $\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = c_\pi m_\pi^2 \pi^\alpha$  при  $W_{\mu, 5\mu} = 0$ , получаем модифицированное ЧСАТ в присутствии внешних полей

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = c_\pi m_\pi^2 \pi^\alpha + f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\beta W_\mu^\gamma + f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\beta W_{5\mu}^\gamma.$$

В случае фотообразования

$$W_\mu^\gamma j_\mu^\gamma = e A_\mu \left( j_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_\mu^8 \right); \quad W_{5\mu}^\gamma = 0,$$

поэтому

$$\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = c_\pi m_\pi^2 \pi^\alpha + e \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\beta A_\mu \quad (\alpha = 1, 2, 3).$$

Рассмотрим теперь матричный элемент дивергенции и проведем интегрирование

$$\begin{aligned} & \frac{i}{c_\pi} \int d^4 x e^{-iqx} \langle N' | \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha | \gamma N \rangle = \\ & = i \int d^4 x e^{-iqx} m_\pi^2 \langle N' | \pi^\alpha | \gamma N \rangle + \\ & + (ie/c_\pi) \int d^4 x e^{-igx} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle N' | j_{5\mu}^\beta A_\mu | \gamma N \rangle. \end{aligned}$$

С помощью редуccionной формулы пионный член можно выразить через амплитуду фотообразования мягких пионов. Ввиду того что  $A_\mu$  действует как свободное поле, поглощающее фотон (в низшем порядке по электромагнитным взаимодействиям), в последнем члене мы можем выделить фотон. Таким образом, для  $q \rightarrow 0$  имеем

$$\begin{aligned}
 & -\frac{q_\mu}{c_\pi} \int d^4x e^{-iqx} \langle N' | j_{5\mu}^\alpha | N \rangle = \\
 & = \sqrt{2q_0} \langle \pi^\alpha N' | \gamma N \rangle + \\
 & + i(e/c_\pi) \int d^4x e^{-iqx} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle N' | j_{5\mu}^\beta | N \rangle \varepsilon_\mu (e^{iqx}/\sqrt{2k_0}),
 \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned}
 & \lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{4q_0 k_0} \langle \pi^\alpha N' | \gamma N \rangle = \\
 & = -i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+k-p'-q) e \varepsilon_\mu (1/c_\pi) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle N' | j_{5\mu}^\beta(0) | N \rangle - \\
 & - \lim_{q \rightarrow 0} \frac{q_\mu}{c_\pi} \int d^4x e^{-iqx} \sqrt{2k_0} \langle N' | j_{5\mu}^\alpha | \gamma N \rangle.
 \end{aligned}$$

Таким образом, матричный элемент фотообразования при  $q \rightarrow 0$  состоит из члена Крола-Рудермана плюс нуклонный полюсный член, это аналогично тому, что мы получили из основной формулы и алгебры токов. Если требуется использовать метод, отличный от алгебры токов, то мы можем просто воспользоваться методом дивергенций, так как оба метода эквивалентны. Более того, эту эквивалентность можно также продемонстрировать в случае полулептонных процессов, рассмотренных нами раньше. Это обстоятельство подчеркивалось Вельтманом (1966 г.). (См. также работы Адлера, 1965 г.)

### § 5.8. $K_{\pi 3}$ $\tau$ -распад

Вид взаимодействия в формализме алгебры токов не установлен для нелептонных слабых процессов ввиду трудностей в вычислении  $j_\mu^{1-i2}$ ,  $j_\mu^{4-i5}$  и т. д. Из педагогических соображений проще предположить, что лагранжиан взаимодействия для нелептонных процессов задается с помощью скалярной и псевдоскалярной плотностей, образованных из кварковых полей. Предположим, что  $CP$  сохраняется и выполняется правило  $T = 1/2$ :

при сохранении четности  $\mathcal{L}^{(+), 6} = g_{NL} \bar{q} (\lambda_6/2) q$ ,  $C = P = +1$ ;

при нарушении четности  $\mathcal{L}^{(-), 7} = ig_{NL} \bar{g} \gamma_5 (\lambda_7/2) q$ ,  $C = P = -1$ .

Условие  $CP = +1$  требует наличия  $\lambda_6$  при сохранении  $P$  и  $\lambda_7$  — при нарушении  $P$  (см. гл. 1).

В  $\tau$ -распаде  $P$ -четность сохраняется. Поэтому для нашей основной формулы следует вычислить коммутатор

$$[Q_5^z, \mathcal{L}^{(+), 6}] = id_{\alpha\beta\gamma} \mathcal{L}^{(-), \gamma}.$$

В частности, имеем:

$$\text{для излучения } \pi^0\text{-мезона } [Q_5^3, \mathcal{L}^{(+), 6}] = -(i/2) \mathcal{L}^{(-), 6} \times \\ \times (d_{366} = -1/2);$$

$$\text{для излучения } \pi^-\text{-мезона } [Q_5^{1+i2}, \mathcal{L}^{(+), 6}] = \\ = (i/2) \mathcal{L}^{(-), 4+i5} (d_{164} = d_{265} = 1/2).$$

Рассмотрим в качестве примера распад  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Напомним, что  $K_L$  с  $CP = -1$  является шестой компонентой октета псевдоскалярных мезонов ( $K_L = \Phi_6$ ). Согласно нашей основной формуле

$$\lim_{q_0 \rightarrow 0} \sqrt{2q_0^0} \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | \mathcal{L}^{(+), 6} | K_L \rangle = \\ = -(1/c_\pi) \langle \pi^+ \pi^- | [Q_5^3, \mathcal{L}^{(+), 6}] | K_L \rangle = \\ = -(1/2c_\pi) \langle \pi^+ \pi^- | \mathcal{L}^{(-), 6} | K_L \rangle.$$

Последний член является матричным элементом для гипотетического взаимодействия  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , нарушающего  $CP$  не следует смешивать с экспериментально наблюдаемым взаимодействием  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , нарушающим  $CP$  и являющимся более слабым взаимодействием). Это кажется странным, однако мы можем повернуть  $U$ -спин на  $90^\circ$  вокруг третьей оси с помощью генератора (ортогонального  $\lambda^{(3, \mathbf{m})}$ )  $\frac{1}{2} \left( -\frac{\lambda_3}{2} + \sqrt{3} \frac{\lambda_8}{2} \right)$ . Система  $\pi^+ \pi^-$  обладает квантовыми числами  $T_3 = Y = 0$  и поэтому остается без изменения. Однако поворот на  $90^\circ$  вокруг оси  $U_3$  переставляет шестую и седьмую компоненты (с точностью до возможного знака минус) в точности так же, как поворот на  $90^\circ$  вокруг оси  $T_3$  переставляет первую и вторую компоненты. Отсюда

$$\lim_{q_0 \rightarrow 0} \sqrt{2q_0^0} \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | \mathcal{L}^{(+), 6} | K_L \rangle = \\ = (1/2c_\pi) \langle \pi^+ \pi^- | \mathcal{L}^{(-), 7} | K_S \rangle,$$

где теперь имеем матричный элемент для процесса  $K_S \rightarrow 2\pi$ , сохраняющего  $CP$  ( $K_S = Q^7$ ,  $CP = +1$ ). Из этого уравнения видно, что  $K_{\pi 3}$ -распад вне массовой оболочки можно связать с  $K_{\pi 2}$ -распадом.

В качестве другого примера рассмотрим распад заряженной частицы  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$ :

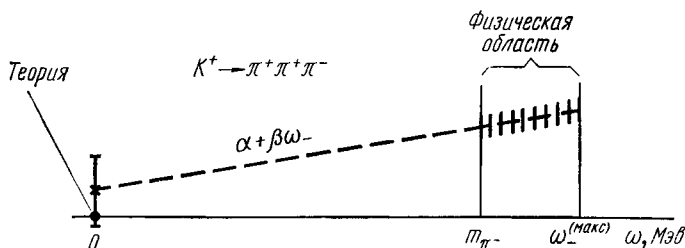
$$\lim_{q^- \rightarrow 0} \sqrt{2q_0^-} \langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | \mathcal{L}^{(+), 6} | K^+ \rangle = \\ = (1/2 \sqrt{2} c_\pi) \langle \pi^+ \pi^+ | \mathcal{L}^{(-), 4+i5} | K^+ \rangle.$$

Однако матричный элемент  $\langle \pi^+ \pi^+ | \mathcal{L}^{(-), 4+i5} | K^+ \rangle = 0$ , так как лагранжиан увеличивает странность. Следовательно,

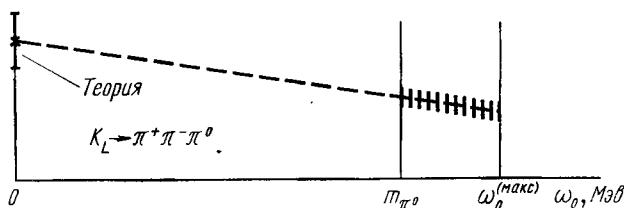
$$\lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2q_0^-} \langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | \mathcal{L}^{(+), 6} | K^+ \rangle = 0.$$

Эти предельные выражения были получены впервые Калланом и Трименом. Однако эти авторы не решались придавать большое значение своим результатам, так как при эксперименте имеется много случаев  $K_{\pi 3}^+$ -распада (на массовой оболочке) с  $q^- \approx 0$ . Многие авторы пришли к выводу (Хара и Намбу, 1966; Элиас и Тейлор, 1966), что требование  $q = 0$  не обязательно удовлетворяется при  $q = 0$ ,  $q^2 = -m_\pi^2$ . Инвариантная амплитуда  $K_{\pi 3}^+$ -распада является функцией скалярных произведений, построенных из  $p$ ,  $q^+$ ,  $q^{+'}$  и  $q^-$ . Далее, экспериментальная амплитуда (на массовой оболочке) хорошо аппроксимируется с помощью параметров  $\alpha + \beta \omega_-$ , где имеет место равенство  $\omega_- = q_0$  в системе покоя  $K$ -мезонов. Это означает, что экспериментальная амплитуда является линейной функцией произведения  $pq^- = -m_K \omega_-$ . Возможен другой скалярный инвариант  $-p(q^+ + q^{+'})$ . Однако его можно выразить через произведение  $pq^-$ . Отметим, что статистика Бозе — Эйнштейна требует наличия симметрии по отношению к замене  $q^+ \leftrightarrow q^{+'}$ . Амплитуда на массовой оболочке, естественно, может зависеть также от  $(q^-)^2$ . Однако мы предполагаем слабое изменение в пределах  $(q^-)^2$  и  $-m_\pi^2$ . Отсюда следует, что амплитуду при  $q^- \rightarrow 0$  лучше всего аппроксимировать с помощью амплитуды на массовой оболочке, экстраполированной в точку  $\omega_- \rightarrow 0$ . Другими словами, условие  $q^- \rightarrow 0$  не означает  $q \rightarrow 0$ , однако оно требует  $\omega_- \rightarrow 0$ . (Из равенства  $\omega_- = 0$  следует  $\omega_+ = \omega_+' = m_K/2$ . Это по кинематике напоминает  $K_{\pi 2}$ -распад.)

Экспериментальная амплитуда  $K_{\pi^3}^+$ -распада как функция  $\omega_-$  имеет следующий вид (Нефкенс, 1966 г):

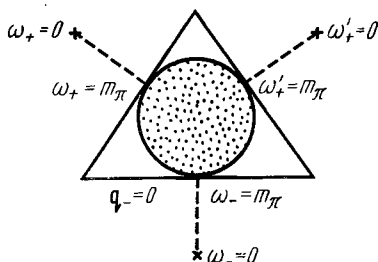


Экстраполированная амплитуда имеет нуль ( $\alpha \approx 0$ ) в точке  $\omega_- = 0$ . Аналогично амплитуды распада  $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  следует экстраполировать в точку  $\omega_0 = 0$  для того, чтобы изучить согласие с амплитудой, связанной с распадом  $K_S$ .



Здесь также амплитуда, получаемая из теории, находится в согласии с экстраполированной величиной.

С помощью диаграмм Далитца из алгебры токов и ЧСАТ можно получить предсказания для трех точек, а именно для таких точек, где любой из трех пионов обладает нулевой энергией.



До появления алгебры токов для объяснения этой неоднородности в диаграмме Далитца приходилось привлекать взаимодействия в конечном состоянии. Однако теперь мы



можем объяснить спектр нуклонов без использования сильных  $\pi\pi$ -взаимодействий. Успех в предсказаниях алгебры токов было бы трудно понять при наличии сильных  $\pi\pi$ -взаимодействий.

### § 5.9. S-волновой гиперонный распад (нарушающий четность)

Воспользуемся лагранжианом взаимодействий, построенным из кварковых полей, и коммутационными соотношениями:

$$[Q_5^\alpha, \mathcal{L}^{(-), \gamma}] = -i d_{\alpha\gamma\gamma} \mathcal{L}^{(+), \gamma};$$

$$\lim_{q \rightarrow 0} \sqrt{2q_0} \langle \pi^\alpha B^e | \mathcal{L}^{(-), \gamma} | B^\delta \rangle = -\frac{1}{c_\pi} d_{\alpha\gamma\gamma} \langle B^e | \mathcal{L}^{(+), \gamma} | B^\delta \rangle.$$

$\langle B^e | \mathcal{L}^{(+), \gamma} | B^\delta \rangle$  является матричным элементом для сдвига масс в слабых взаимодействиях, который в  $SU(3)$ -симметрии с помощью теоремы Вигнера—Экарта можно написать в виде

$$\langle B^e | \mathcal{L}^{(+), \gamma} | B^\delta \rangle \sim (D/F) d_{e\gamma\delta} + f_{e\gamma\delta}.$$

На основе правила  $\Delta T = 1/2$  мы можем получить четыре независимые S-волновые амплитуды гиперонного распада (нарушающие P-четность): одну  $\Lambda$ -амплитуду, две независимые  $\Sigma$ -амплитуды (два способа связи  $T = 1/2$  с  $T = |\Sigma|$ ), одну  $\Xi$ -амплитуду.

В алгебре токов матричный элемент характеризуется двумя параметрами: полной силой взаимодействий и отношением  $D/F$ . Таким образом, остаются два соотношения между амплитудами, которые имеют вид:

$$A(\Sigma_+^+) = 0; \quad (1)$$

$$-2A(\Xi_-^-) = \sqrt{3} A(\Sigma_0^+) + A(\Lambda_-^0). \quad (2)$$

( $\Sigma_0^+$ , например, означает  $E^+ \rightarrow \pi^0 + p$ ). Можно было бы угадать первое равенство, так как отсутствует октетный генератор, связывающий  $\Sigma^+$  с  $n$ ; экспериментально это соотношение подтверждается особенно хорошо. Второе соотношение, называемое соотношением Ли—Сугавары (впервые полученное в 1964 г. из других соображений), удовлетворяется с погрешностью до  $\approx 10\%$ . Можно получить другие

предсказания, предположив (универсальная шпурионная гипотеза)

$$(D/F)_{\text{слабая масса}} \approx (D/F)_{\text{средне-сильное расщепление масс}} \text{ перехода}$$

таким образом, что  $S$ -волновая амплитуда выражается через один параметр — полную силу взаимодействия (Хара, Намбу и Шехтер, 1966 г.). Приведенная ниже таблица содержит сравнение теоретических  $S$ -волновых амплитуд гиперонов распада с экспериментом, норма выбирается согласно с

$$\Gamma_{S\text{-волна}}(B \rightarrow B' + \pi^{\pm, 0}) = \frac{|q|}{8\pi m_B^2} [(m_B + m_{B'})^2 - m_{\pi}^2] |A(B_{\pm, 0})|^2.$$

Эксперимент ( $\times 10^7$ )	Теория ( $\times 10^7$ )
$ A(\Lambda_-^0) $ 3,4	3,4
$ A(\Sigma_-) $ 4,0	4,0
$ A(\Sigma_+^+) $ $0,0 \pm 0,1$	0
$ A(\Sigma_0^+) $ $3,4 \pm 0,3; 2,5 \pm 0,4$	2,8
$ A(\Xi_-) $ 4,4	3,9

Обсудим теперь коротко модификацию приведенных выше результатов для  $\tau$ -распада и  $S$ -волнового гиперонного распада в предположении того, что основной нелептонный лагранжиан имеет форму «ток  $\times$  ток». В рамках такой модели существовали две школы, по-разному рассматривавшие эмпирически установленное правило  $\Delta T = 1/2$ .

*Модель 1.* Основной лагранжиан преобразуется как октет и поэтому удовлетворяет правилу  $\Delta T = 1/2$ . С учетом  $CP$ -инвариантности отсюда следует, что лагранжиан имеет вид

$$d_{6\alpha\beta} (j_{\mu}^{\alpha} + j_{5\mu}^{\alpha}) (j_{\mu}^{\beta} + j_{5\mu}^{\beta}),$$

или в явном виде

$$(1/2) \left[ (j_{\mu}^{4-i5} + j_{5\mu}^{4-i5}) (j_{\mu}^{1+i2} + j_{5\mu}^{1+i2}) + (j_{\mu}^{1-i2} + j_{5\mu}^{1-i2}) (j_{\mu}^{4+i5} + j_{5\mu}^{4+i5}) - 2(j_{\mu}^6 + j_{5\mu}^6) \left( j_{\mu}^3 + j_{5\mu}^6 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_{\mu}^8 + \frac{1}{\sqrt{3}} j_{5\mu}^8 \right) \right].$$

Отметим, что в этой реакции участвуют как заряженные ( $\alpha, \beta=1, 2, 4, 5$ ), так и нейтральные ( $\alpha, \beta=3, 6, 8$ ) токи. (С этим приходится мириться, чтобы сохранить правило  $\Delta T = 1/2$  в основном взаимодействии.)

*Модель 2.* В основном лагранжиане присутствуют только те токи, которые фигурируют в полулептонных взаимодействиях. Это означает, что взаимодействие имеет вид

$$(j_{\mu}^{4-i5} + j_{5\mu}^{4-i5})(j_{\mu}^{1+i2} + j_{5\mu}^{1+i2}) + \text{э. с.}$$

Здесь присутствуют взаимодействия с  $\Delta T = 1/2$  и  $\Delta T = 3/2$  (или в терминах  $SU(3)$  — мультиплеты размерностью 8 и 27)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{1/2} + \mathcal{L}_{3/2}.$$

В этой модели правило  $\Delta T = 1/2$ , следующее из эксперимента, выполняется благодаря тому обстоятельству, что динамика сильных взаимодействий построена так, что эффект  $\mathcal{L}_{1/2}$  несколько усиливается (или же, наоборот, подавляется эффект  $\mathcal{L}_{3/2}$ ).

Вернемся опять к  $\tau$ -распаду в  $S$ -волновом гиперонном распаде. Нетрудно показать, что с помощью техники алгебры токов, применяемой к этим процессам, и с помощью модели 1 получим те же результаты, что и раньше с помощью лагранжиана кварковых плотностей. Это следует из соотношения

$$[Q_5^{\alpha}, \mathcal{L}^{(\pm), 6}] = i f_{6\alpha\beta} \mathcal{L}^{(\mp), \beta},$$

где лагранжиан  $\mathcal{L}^{(+), 6}$  [ $\mathcal{L}^{(-), 6}$ ] соответствует той части лагранжиана типа «ток  $\times$  ток», которая сохраняет четность.

Ситуация здесь несколько иная, чем в случае модели 2. Отметим, что

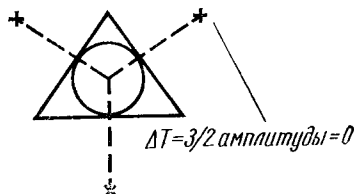
$$[Q_5^{\alpha}, \mathcal{L}_{1/2}] \sim \mathcal{L}'_{1/2}, \quad \alpha = 1, 2, 3;$$

$$[Q_5^{\alpha}, \mathcal{L}_{3/2}] \sim \mathcal{L}'_{3/2}.$$

Это утверждение было бы тривиальным при замене в вышестоящих коммутационных соотношениях  $Q_5^{\alpha}$  на  $Q^{\alpha}$ . Если применить изотопическое вращение к лагранжиану  $\mathcal{L}_{1/2}$  ( $\mathcal{L}_{3/2}$ ), то, очевидно, получим  $\mathcal{L}'_{1/2}$  ( $\mathcal{L}'_{3/2}$ ). Однако в киральной алгебре при рассмотрении изотопических свойств нет существенной разницы между  $V$  и  $A$ . Поэтому наши коммутационные соотношения также имеют место, если  $\mathcal{L}_{1/2}$ , и  $\mathcal{L}_{3/2}$  — лагранжианы типа «ток  $\times$  ток». Из техники мягких

пионов следует, что если переход  $A \rightarrow B$  связан с лагранжианом  $\mathcal{L}_{1/2}$  ( $\mathcal{L}_{3/2}$ ), то переход  $A' \rightarrow B' + \pi_{\text{soft}}$  также связан с лагранжианом  $\mathcal{L}'_{1/2}$  ( $\mathcal{L}'_{3/2}$ ), где  $A(B)$  и  $A'(B')$  находятся в одном и том же изотопическом мультиплете.

Рассматривая теперь частный случай  $K_{\pi 3}$  ( $\tau$ )-распада, можно сказать, что если  $K_{\pi 2}$ -распад удовлетворяет правилу  $\Delta T = 1/2$  (как и в случае, когда мы пренебрегаем переходом  $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ ), то амплитуда с  $\Delta T = 3/2$  в  $K_{\pi 3}$ -распаде должна обращаться в нуль в трех точках, обозначенных «+».



Это означает, что в приближении линейных матричных элементов амплитуда везде удовлетворяет правилу  $\Delta T = 1/2$ . Для той части  $\tau$ -распада, где  $\Delta T = 1/2$ , предсказания модели 2 совпадают с нашими.

Как и в  $S$ -волновом гиперонном распаде, здесь мы также не получим из модели 2 ни равенства  $A(\Sigma_+^+) = 0$ , ни соотношения Ли—Сугавары. Однако мы получим ряд соотношений, которые (дополненные правилом  $\Delta T = 1/2$ ) становятся эквивалентными равенству  $A(\Sigma_{\pm}^{\pm}) = 0$  и соотношению Ли—Сугавары (Сугавара, 1964 г.; Сузуки, 1965 г.).

### § 5.10. Обобщенные тождества Уорда—Такахаша

При выводе основной формулы мы воспользовались равенством

$$\partial_{\mu} \{T(j_{5\mu}^{\alpha}(x) dx)\} = T(\partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha} d(0)) + \delta(x_0) [j_{50}^{\alpha}(x), d(0)].$$

Для изучения процессов со многими мягкими пионами удобно обобщение этой формулы. Почти все низкоэнергетические теоремы могут быть получены с помощью тождества

$$\begin{aligned} \partial_{\mu} \{T(J_{\mu}(x) A(x') B(x'') C(x''') \dots)\} &\equiv \\ &\equiv T(\partial_{\mu} J_{\mu}(x) A(x') B(x'') \dots) + \\ &+ \delta(x_0 - x_0') T([J_0(x), A(x')] B(x'') C(x''') \dots) + \\ &+ \delta(x_0 - x_0'') T(A(x') [J_0(x), B(x'')] C(x''') \dots) + \dots, \end{aligned}$$

где  $J_\mu$  — обозначает ток  $j_\mu^\alpha$  или  $j_{5\mu}^\alpha$ . Вообще говоря, эту формулу можно использовать для связи  $n + 1$  точечных функций с  $n$ -точечной функцией. Она особенно удобна по следующим причинам:

1. Обычно дивергенция  $\partial_\mu J_\mu$  либо равна нулю (например,  $\partial_\mu j_\mu^{(3, m)} = 0$ ), либо является известным выражением (например, ЧСАТ).

2. Во многих случаях известен также коммутатор  $[J_0, A]$ .

Впервые Такахаши (1957 г.) воспользовался этим тождеством в квантовой электродинамике (в гейзенберговском представлении) для получения связи электромагнитной вершины электрона

$$\langle 0 | T (j_\mu(x) \psi(x') \bar{\psi}(x'')) | 0 \rangle$$

с электронным пропагатором

$$\langle 0 | T (\psi(x') \bar{\psi}(x'')) | 0 \rangle,$$

в пределе  $k \rightarrow 0$ . Таким образом он получил тождество Уорда (согласно которому подстановка фотонов с  $k = 0$ ) эквивалентна дифференцированию электронного пропагатора в импульсном пространстве) без привлечения теории возмущений. По этой причине формула известна как обобщенное тождество Уорда—Такахаши.

### § 5.11. Излучение двух пионов в адронных процессах

Рассмотрим процесс  $A \rightarrow B + \pi_{soft} + \pi_{soft}$ . С помощью редукционной формулы получим

$$\begin{aligned} \langle B \pi_q^\alpha \pi_{q'}^\beta | A \rangle &= i^2 \int d^4 x' \int d^4 x \frac{e^{-iq'x'}}{V 2q'_0} (-\square' + m_\pi^2) \times \\ &\times (-\square + m_\pi^2) \langle B | T (\varphi^\alpha(x) \varphi^\beta(x')) | A \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{g, g' \rightarrow 0} \sqrt{4q_0 q'_0} \langle B \pi_q^\alpha \pi_{q'}^\beta | A \rangle &= -\frac{1}{c_\pi^2} \lim_{q, q' \rightarrow 0} \left( \frac{q^2 + m_\pi^2}{m_\pi^2} \right) \left( \frac{q'^2 + m_\pi^2}{m_\pi^2} \right) \times \\ &\times \int d^4 x' \int d^4 x e^{-iq'x'} e^{-iqx} \langle B | T (\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(x) \partial_\nu j_{5\nu}^\beta(x')) | A \rangle. \end{aligned}$$

Удобнее, однако, исходить из равенства

$$q_{\mu} q'_{\nu} M_{\mu\nu} = \\ = q_{\mu} q'_{\nu} \int d^4 x' \int d^4 x e^{-iq'x' - iqx} \langle B | T ( j_{5\mu}^{\alpha}(x) j_{5\nu}^{\beta}(x') ) | A \rangle.$$

Теперь напомним

$$-q_{\mu} q'_{\nu} e^{-iq'x' - iqx} = \partial_{\mu} \partial'_{\nu} e^{-i(q'x' - qx)}$$

и выполним интегрирование по частям. Пользуясь обобщенным тождеством Уорда—Такахаша, получаем

$$\frac{1}{2} ( \partial_{\mu} \partial'_{\nu} + \partial'_{\nu} \partial_{\mu} ) T ( j_{5\mu}^{\alpha}(x) j_{5\nu}^{\beta}(x') ) = \\ = \frac{1}{2} \partial_{\mu} \left\{ T ( j_{5\mu}^{\alpha}(x) \partial'_{\nu} j_{5\nu}^{\beta}(x') ) + \delta(x_0 - x'_0) [ j_{50}^{\beta}(x'), j_{5\mu}^{\alpha}(x) ] \right\} + \\ + \frac{1}{2} \partial'_{\nu} \left\{ T ( \partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha}(x) j_{5\nu}^{\beta}(x') ) + \delta(x_0 - x'_0) [ j_{50}^{\alpha}(x), j_{5\nu}^{\beta}(x') ] \right\} = \\ = T ( \partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha}(x) \partial'_{\nu} j_{5\nu}^{\beta}(x') ) + \\ + \frac{1}{2} ( -\partial_{\mu} ) ( [ j_{5\mu}^{\alpha}(x), j_{50}^{\beta}(x') ] \delta(x_0 - x'_0) ) + \\ + \frac{1}{2} ( \partial'_{\nu} ) ( [ j_{50}^{\alpha}(x), j_{5\nu}^{\beta}(x') ] \delta(x_0 - x'_0) ).$$

Таким образом,

$$q_{\mu} q'_{\nu} M_{\mu\nu} = \\ = - \int d^4 x \int d^4 x' e^{-i(qx - q'x')} \langle B | T ( \partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha}(x) \partial'_{\nu} j_{5\nu}^{\beta}(x') ) | A \rangle - \\ - \frac{1}{2} \int d^4 x \int d^4 x' e^{-i(qx - q'x')} \langle B | ( [ j_{50}^{\alpha}(x), \partial'_{\nu} j_{5\nu}^{\beta}(x') ] + \\ + [ j_{50}^{\beta}(x'), \partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha}(x) ] ) | A \rangle \delta(x_0 - x'_0) - \\ - (1/2) \int d^4 x \int d^4 x' e^{-i(qx - q'x')} ( -iq_{\mu} ) \times \\ \times \langle B | [ j_{5\mu}^{\alpha}(x), j_{50}^{\beta}(x') ] | A \rangle \delta(x_0 - x'_0) - (1/2) \int d^4 x \int d^4 x' \times \\ \times e^{-i(qx - q'x')} ( iq'_{\nu} ) \langle B | [ j_{50}^{\alpha}(x), j_{5\nu}^{\beta}(x') ] | A \rangle \delta(x_0 - x'_0).$$

Воспользуемся трансляционной инвариантностью, подстановкой  $x \rightarrow x + x'$ , выполним интегрирование и устремим

$q, q' \rightarrow 0$ , оставляя только члены, линейные по  $q$  и  $q'$ . Вторым член, например, принимает вид

$$\begin{aligned} & \int d^4 x \int d^4 x' e^{-i(qx - q'x')} \delta(x_0 - x'_0) \times \\ & \quad \times \langle B | [j_{50}^\alpha(x), \partial'_\nu j_{5\nu}^\beta(x')] | A \rangle = \\ = & \int d^4 x \int d^4 x' e^{-i(qx - q'x' - p_B x' + p_A x')} \delta(x_0 - x'_0) \times \\ & \quad \times \langle B | [j_{50}^\alpha(x - x'), \partial'_\nu j_{5\nu}^\beta(0)] | A \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)} \times \\ & \quad \times (p_A - p_B - q - q') \int d^4 x e^{-iqx} \delta(x_0) \times \\ & \quad \times \langle B | [j_{50}^\alpha(x), \partial_\nu j_{5\nu}^\beta(x)] | A \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)} \times \\ & \quad \times (p_A - p_B - q - q') \langle B | [Q_5^\alpha(0), \partial_\nu j_{5\nu}^\beta(0)] | A \rangle. \end{aligned}$$

Благодаря тому, что первый член является матричным элементом излучения двух пионов, получим

$$\begin{aligned} & \lim_{q, q' \rightarrow 0} \sqrt{4q_0 q'_0} \langle \pi_q^\alpha \pi_{q'}^\beta | B | A \rangle = \\ = & \lim_{q, q' \rightarrow 0} (q_\mu q'_\nu / c\pi^2) \int d^4 x d^4 x' e^{-i(qx - q'x')} \times \\ & \times \langle B | T(j_{5\mu}^\alpha(x) j_{5\nu}^\beta(0)) | A \rangle + (2\pi)^4 \delta^{(4)} (p_A - p_B - q - q') \times \\ & \times (1/2c\pi^2) \left\{ \langle B | [Q_5^\alpha(0), \partial_\nu j_{5\nu}^\beta(0)] + [Q_5^\beta(0), \partial_\mu j_{5\nu}^\alpha(0)] | A \rangle + \right. \\ & \quad + iq_\mu \langle B | [Q_5^\beta(0), j_{5\mu}^\alpha(0)] | A \rangle + \\ & \quad \left. + iq'_\nu \langle B | [Q_5^\alpha(0), j_{5\nu}^\beta(0)] | A \rangle \right\}. \end{aligned}$$

Для последних двух членов, как обычно, воспользуемся равенством

$$[Q_5^\alpha(0), j_{5\nu}^\beta(0)] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} j_\nu^\gamma(0).$$

Ввиду наличия  $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$  в коммутационном соотношении последние два члена антисимметричны по отношению к  $\alpha$  и  $\beta$ . Статистика Бозе—Эйнштейна удовлетворяется, так как пространственная часть  $(q - q')_\mu$  также антисимметрична. Член

$$[Q_5^\alpha(0), \partial_\nu j_{5\nu}^\beta(0)] + [Q_5^\beta(0), \partial_\mu j_{5\mu}^\alpha(0)] \equiv 2iS_{\alpha\beta}(0) (S_{\alpha\beta} = S_{\beta\alpha})$$

симметричен по  $\alpha$  и  $\beta$ , и поэтому его матричный элемент не дает вклада в антисимметричную амплитуду. Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} & \lim_{q, q' \rightarrow 0} \sqrt{4q_0 q_0'} \langle B (\pi_q^\alpha \pi_{q'}^\beta)_{\text{антисим}} | A \rangle = \\ & = \text{«антисимметричный полюсный член»} - i (2\pi)^4 \delta^{(4)} \times \\ & \times (p_A - p_B - q - q') [(q - q')_\mu / 2c_\pi^2] i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle B | j_\mu^\gamma(0) | A \rangle, \end{aligned}$$

что соответствует  $p$ -волновой (антисимметричная пространственная часть) пионной паре.

С другой стороны, симметричная амплитуда имеет вид

$$\begin{aligned} & \lim_{q, q' \rightarrow 0} \sqrt{4q_0 q_0'} \langle B (\pi_q^\alpha \pi_{q'}^\beta)_{\text{сим}} | A \rangle = \\ & = \text{«симметричный полюсный член»} - i (2\pi)^4 \delta^{(4)} \times \\ & \times (p_A - p_B - q - q') (1/c_\pi^2) \langle B | S_{\alpha\beta}(0) | A \rangle \end{aligned}$$

и соответствует  $S$ -волновой (симметричная пространственная часть) пионной паре.

Эти формулы можно использовать для связи процессов  $A \rightarrow B + (\pi\pi)_{p\text{-волна}}$  и  $A \rightarrow B + \gamma^{(V)}$  (изовекторный фотон) в пределе мягких пионов (Каварабаяши и Сузуки, 1966 г.).

Для симметричной амплитуды мы должны знать, чему равен коммутатор  $[Q_5^\alpha, \partial_\nu j_{5\nu}^\beta]$  (часто называемый  $\sigma$ -членом). На языке ЧСАТ он указывает на способ преобразования пионного поля при киральных преобразованиях. Однако этот коммутатор зависит от модели, поэтому из обычной алгебры токов мы не можем получить о нем информацию:

1) в  $\sigma$ -модели  $[Q_5^\alpha, \partial_\nu j_{5\nu}^\beta] \sim \delta_{\alpha\beta} \sigma$ , так как  $(\pi^\alpha, \sigma)$  образует киральный квадруплет;

2) в модели свободных кварков  $\partial_\nu j_{5\nu}^\beta \sim \bar{q}\gamma_5 \lambda_\beta q$  и поэтому (см. гл. 2)  $[Q_5^\alpha, \partial_\nu j_{5\nu}^\beta] \sim (1/3) \delta_{\alpha\beta} \bar{q}q + d_{\alpha\beta\gamma} \bar{q} (\lambda_\gamma/2) q$ .

Что касается полюсных членов, они должны иметь сингулярность типа  $1/q$  (или  $1/q'$ ) для того, чтобы давать вклад в амплитуду с мягкой пионной парой.



## § 5.12. Упругое рассеяние мягких пионов

Редукционная формула для рассеяния отличается от редукционной формулы для излучения двух пионов знаком 4-импульса одного из пионов. Проведем в полученных выше формулах замену  $q' \rightarrow q'$ ,  $q \rightarrow -q$ , где  $q$  — импульс начального  $\pi$ -мезона:

$$\lim_{q, q' \rightarrow 0} \sqrt{4q_0 q'_0} \langle \pi_{q'}^\beta A' | \pi_q^\alpha A \rangle = \text{«полюс»} - \\ - i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + q - p' - q') (1/c_\pi^2) \times \\ \times \{ \langle A' | S_{\alpha\beta}(0) | A \rangle - (1/2) (q + q')_\mu i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle A' | j_\mu^\gamma(0) | A \rangle \}.$$

Для определения полюсного члена воспользуемся извест-



ными уже нам соображениями и вычислим диаграммы с градиентной связью в обеих вершинах. В случае  $\pi N$ -рассеяния полюсный член

$$\text{«полюс»} = - i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + q - p' - q') (G_{\pi NN}/2m_\pi)^2 \times \\ \times \bar{u}' \{ \gamma_5 \gamma q' [(-i\gamma p + m_N)/2pq] \gamma_5 \gamma q \tau_\beta \tau_\alpha + \\ + \gamma_5 \gamma q [(-i\gamma p + m_N)/-2pq'] \gamma_5 \gamma q' \tau_\alpha \tau_\beta \} u$$

не дает вклада в  $S$ -волну в пределе  $q, q' \rightarrow 0$ .

Симметричный член  $\langle A | S_{\alpha\beta} | A \rangle$ , по-видимому, мал по следующим причинам:

1. Если мы пользуемся формализмом, в котором  $\partial_\mu j_{5\mu}^\alpha = 0$  и  $m_\pi^2 = 0$ , то этот член отсутствует автоматически. Поэтому величина коммутатора порядка  $O(m_\pi^2/m_A^2)$ .

2. В  $\sigma$ -модели матричный элемент пропорционален  $m_\pi^2$ , так как

$$[Q_5^\alpha, \partial_\mu j_{5\mu}^\beta] = c_\pi m_\pi^2 [Q_5^\alpha, \pi^\beta] = (g_A/g_V) c_\pi m_\pi^2 \delta_{\alpha\beta} \sigma.$$

3. Из условия самосогласованности Адлера и предположения о гладком поведении (в зависимости от  $q^2$ ) следует, что симметричная часть амплитуды  $\pi N$ -рассеяния на пороге имеет порядок  $O(m_\pi^2/m_A^2)$ . Это было бы трудно понять, если бы матричный элемент  $\langle A | S_{\alpha\beta} | A \rangle$  был большим. (Отметим, что амплитуда вне массовой оболочки зависит как от  $q^2$ , так и от  $q'^2$ .) Условие Адлера относится к амплитуде вне массовой поверхности, где изменяется только одна из переменных, например  $q^2$ . (ЧСАТ требует, чтобы амплитуда была гладкой как по  $q^2$ , так и по  $q'^2$ .)

Таким образом, существует только векторный член, возникающий из коммутатора Гелл-Манна. Предположим, что зависимость от импульса в амплитуде на массовой поверхности на пороге по-прежнему задается корректно единственным членом. Отсюда получим  $S$ -волновую длину  $\pi A$ -рассеяния:

$$a_T = - \left( \frac{m_\pi m_A}{m_\pi + m_A} \right) \frac{1}{4\pi c_\pi^2} T_\pi \cdot T_A + O(m_\pi^2/m_A^2),$$

$$T_\pi T_A = (1/2) [T(T+1) - T_A(T_A+1) - 2],$$

где мы воспользовались равенством  $i\epsilon_{\alpha\beta\gamma} = -(T_\pi^\nu)_{\alpha\beta}$ . Эта формула впервые была получена Вайнбергом в 1966 г., хотя частные случаи рассматривались раньше Томозавой (1966 г.) и др. В случае  $\pi N$ -рассеяния имеется хорошее согласие с экспериментом, как это видно из следующей таблицы:

Эксперимент	Предсказания алгебры токов + ЧСАТ
$a_1 + 2a_3 (0,00 \pm 0,01)/m_\pi$	0 (0)
$a_1 - a_3 (0,27 \pm 0,01)/m_\pi$	0,24/ $m_\pi$ (0,30/ $m_\pi$ )

Отметим, что с помощью суммы  $a_1 + 2a_3$  можно измерять малость  $\sigma$ -члена, в то время как разница  $a_1 - a_3$  позволяет проверить коммутационные соотношения Гелл-Манна.

### § 5.13. Соотношение Адлера—Вейсбергера

Антисимметричную комбинацию  $a_1 - a_3$  можно написать в виде интеграла от разницы полных сечений  $\pi^\pm p$ -рассеяния, пользуясь дисперсионным правилом сумм Гольдбергера—Миазавы и Эме (1955 г.)

$$D^{(-)}(m_\pi) = \frac{G_{\pi NN} m_\pi}{4\pi m_N^2} + \frac{m_\pi}{2\pi^2} \int_{m_\pi}^{\infty} d\omega \frac{\sigma^{(-)}(\omega)}{|\omega|},$$

где  $D^{(-)}(\omega)$  — реальная часть антисимметричной амплитуды  $\pi N$ -рассеяния вперед в лабораторной системе;  $\omega$  — энергия  $\pi$ -мезона в лабораторной системе;  $|q| = (\omega^2 - m_\pi^2)^{1/2}$  — импульс  $\pi$ -мезона в лабораторной системе;  $\sigma^{(-)}(\omega) = \sigma^{(\pi^- p)}(\omega) - \sigma^{(\pi^+ p)}(\omega)$ . Умножим выражение

$$D^{(-)}(m_\pi) = (2/3) \left( 1 + \frac{m_\pi}{m_N} \right) (a_1 - a_3) = \frac{m_\pi}{4\pi c_\pi^2}$$

(предполагая, что соотношение Гольдбергера—Тримена выполняется точно) на

$$\left( 4\pi c_\pi^2 / m_\pi \right) (g_V / g_A)^2 = \left( 4\pi / m_\pi \right) \left( m_N^2 / G_{\pi NN}^2 \right)$$

и перепишем дисперсионное правило сумм для  $D^{(-)}(m_\pi)$ , пользуясь равенством

$$\begin{aligned} W^2 &= (\text{энергия в системе центра масс})^2 = \\ &= (m_N + \omega)^2 - |g|^2 = m_N^2 + m_\pi^2 + 2m_N \omega; \\ |q| &= \left[ \frac{(W^2 - m_N^2 - m_\pi^2)^2}{4m_\pi^2} - m_\pi^2 \right]^{1/2} \approx \frac{1}{2m_N} (W^2 - m_N^2); \\ W dW &= m_N d\omega. \end{aligned}$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} 1 - (g_V / g_A)^2 &= \\ &= - \left( 4m_N^2 / G_{\pi NN}^2 \right) \frac{1}{\pi} \int_{m_N + m_\pi}^{\infty} dW \left[ W \sigma^{(-)}(W) / (W^2 - m_N^2) \right]. \end{aligned}$$

Это равенство является знаменитым соотношением Адлера—Вейсбергера, полученным впервые с помощью техники Фубини—Фурлана, обсуждавшейся в гл. 2 (Адлер, 1965 г., Вейсбергер, 1966 г.).

Пользуясь экспериментальными данными по полному сечению  $\pi^\pm p$ -рассеяния, получаем  $1 - (g_V / g_A)^2 = 0,246$  или  $|g_A / g_V| = 1,15$ , что находится в отличном согласии с равенством

$$-g_A / g_V = 1,18 \pm 0,02,$$

получаемым из  $\beta$ -распада нуклонов.

Можно написать также соотношение типа Адлера—Вейсбергера с участием  $K$ -мезона, применяя ЧСАТ к каонам. Интеграл от полных сечений теперь содержит  $\sigma(K^\pm p)$  или  $\sigma(K^\pm n)$ . Таким образом, мы можем оценить отношение  $D/F$  для аксиально-векторной части барионных  $\beta$ -распадов. Получим (Амати, Бушья, Ньюит, 1965 г.; Левинсон и Мюзинич, 1965 г.; Вейсбергер, 1966 г.)

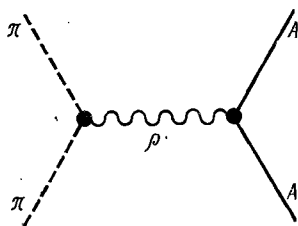
$$\alpha = D/(D + F) \approx 0,6 \div 0,8,$$

что находится в согласии с другими оценками ( $\alpha = 0,64 \pm 0,03$ ), получаемыми из лептонных распадов гиперонов).

### § 5.14. Связь с доминантностью векторного мезона

(Сакураи, 1967 г.)

В формуле для длины рассеяния, которую мы получили из алгебры токов  $a_T = -T_\pi \cdot T_A \times$  (универсальная константа), знак выбирается таким образом, что имеет место отталкивание при параллельных изоспинах и притягивание — при антипараллельных. Однако такую зависимость следует ожидать также из  $\rho$ -доминантности, где пред-



полагается, что  $\rho$ -мезон универсально связан с изоспиновым током.

Такая аналогия не случайна. Чтобы понять ее, обратимся к тождеству «ток — поле»:  $J_\mu^\alpha = (m_\rho^2/f_\rho)\rho_\mu^\alpha$ . При получении формулы длины рассеяния мы пользовались ЧСАТ, однако не тождеством «ток — поле». Из алгебры токов, ЧСАТ и ТТП получим

$$M(\pi_{soft} + A \rightarrow \pi_{soft} + A) = -(1/2c\pi^2)(q + q')_\mu i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{m_\rho^2}{f_\rho} \times \\ \times \left[ \langle A | J_\mu^{(\rho), \gamma} | A \rangle / (m_\rho^2 - t) \right].$$

Из этой формулы видно, что рассеяние мягких пионов обусловлено обменом  $\rho$ -мезона в  $t$ -канале. С этой точки зрения алгебра токов оправдывает предположение, относящееся к 1960 г. и заключающееся в том, что все  $S$ -волновое  $\pi N$ -рассеяние на пороге обусловлено обменом  $\rho$ -мезоном.

Количественно этот результат виден из сравнения с амплитудой обмена  $\rho$ -мезоном

$$M = -f_{\rho\pi\pi} (q + q')_{\mu} i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\langle A | J^{(\rho)}, \gamma | A \rangle}{m_{\rho}^2 - t} \Big|_{t=0},$$

в результате чего получим соотношение для констант связи

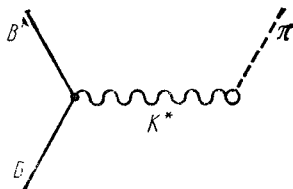
$$f_{\rho} f_{\rho\pi\pi} = (m_{\rho}^2 / 2c_{\pi}^2).$$

Предположив равенство  $f_{\rho} = f_{\rho\pi\pi}$ , получим

$$\frac{f_{\rho}^2}{4\pi} = \frac{m_{\rho}^2}{8\pi c_{\pi}^2}, \quad \text{где} \quad \begin{cases} \frac{f_{\rho}^2}{4\pi} = 2,5 \pm 0,1 \\ \frac{m_{\rho}^2}{8\pi c_{\pi}^2} = 2,66. \end{cases}$$

Это соотношение (КСРФ) впервые было получено Каварабаяши и Сузуки (1966 г.) и Риазудином и Фаязудином (1966 г.) из других соображений.

Связь между алгеброй токов и векторной доминантностью видна также в других случаях. Например, предсказания алгебры токов касательно  $S$ -волнового гиперонного распада тождественны предсказаниям модели  $K^*$ -доминантности Ли и Свифта (1964 г.), основанной на следующей диаграмме:



§ 6.1. Асимптотическая киральная симметрия и соотношение между массами Вайнберга

Если бы киральная симметрия  $SU(2) \otimes SU(2)$  была точной, то следовало бы ожидать, что аксиально-векторный мезон ( $T = 1, J^{PG} = 1^{+-}$ ) и  $\rho$  (774) были вырождены. Единственным возможным кандидатом является  $A_1(1080)$ -мезон ( $\rho$ -резонанс  $J^P = 1^+$ ). Однако  $m^2_{A_1} \approx 2m_\rho^2$ , что очевидно нарушает симметрию. Тем не менее можно предположить, что нарушенные симметрии, такие, как киральная  $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрия, становятся точными при больших импульсах (или, что эквивалентно, при малых расстояниях), так как в этом случае большая разница в массах не существенна.

Предположим, что мы рассматриваем внешнее поле  $W_\mu^\alpha$  (неквантованное), связанное с током  $j_\mu^\alpha$ :

$$L = W_\mu^\alpha j_\mu^\alpha, \quad \alpha = 1, 2, 3.$$

Зарядовая независимость  $SU(2)$  проявляется в том, что амплитуда перехода вакуум—вакуум в присутствии полей

$$\left. \begin{matrix} W_\mu^1 = f_\mu(x) \\ W_\mu^{2,3} = 0 \end{matrix} \right\} \text{тождественна амплитуде} \left\{ \begin{matrix} W_\mu^{1,2} = 0, \\ W_\mu^3 = f_\mu(x). \end{matrix} \right.$$

Другими словами, физический смысл не зависит от координатной системы в изотопическом пространстве.

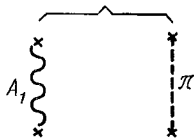
Рассмотрим лагранжиан  $L = W_\mu^\alpha J_\mu^\alpha + W_{5\mu}^\alpha J_{5\mu}^\alpha$ . Если бы симметрия  $SU(2) \otimes SU(2)$  выполнялась точно, то следовало бы ожидать, что амплитуда перехода вакуум—вакуум в присутствии поля  $W_\mu^\alpha = f_\mu^\alpha(x)$  была бы тождественна таковой с  $W_{5\mu}^\alpha = f_\mu^\alpha(x)$ . Для проверки этого утверждения будем пользоваться формализмом полюсного приближения, где сохраняются только  $\rho$ -мезоны для векторного тока и  $A_1$  и  $\pi$ -мезоны — для аксиального тока,

Векторное  
взаимодействие



Векторное  
взаимодействие

Аксиальное  
взаимодействие



Аксиальное  
взаимодействие

Векторное взаимодействие

$$\tilde{W}_\mu^\alpha(q) \left[ \left( \frac{m_\rho^2}{f_\rho} \right) \frac{\left( \delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_\rho^2} \right)}{q^2 + m_\rho^2 - i\varepsilon} \right] \tilde{W}_\nu^\alpha(q);$$

аксиальное взаимодействие

$$\tilde{W}_{5\mu}^\alpha(q) \left[ \left( \frac{m_A^2}{f_A} \right)^2 \frac{\left( \delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_A^2} \right)}{q^2 + m_A^2 - i\varepsilon} + \frac{c_\pi^2 q_\mu q_\nu}{q^2 + m_\pi^2 - i\varepsilon} \right] \tilde{W}_{5\mu}^\alpha(q),$$

где  $W_{\mu, 5\mu}^\alpha$  — фурье-образ поля  $W_{\mu, 5\mu}^\alpha$ , а  $m_A^2/f_A$  определяется таким же образом, как и  $m_\rho^2/f_\rho$ , т. е.

$$\langle 0 | j_{5\mu}^\alpha(0) | A_1 \rangle = \frac{m_A^2}{f_A} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \varepsilon_\mu.$$

Для точной симметрии выражения в скобках должны быть равны при всех  $q$ . Однако это возможно только в том случае, если  $m_A = m_\rho$ ,  $c_\pi = 0$ ,  $f_A = f_\rho$ . Рассмотрим теперь более слабую форму симметрии: при больших  $q$  два выражения становятся тождественными. Другими словами, если мы изучаем адронные взаимодействия с помощью внешних полей, имеющих фурье-компоненты только при больших  $q$ , то векторный и аксиальный токи неразличимы. Поэтому положим коэффициенты  $q_\mu q_\nu / q^2$  равными

$$(m_\rho / f_\rho)^2 = (m_A / f_A)^2 + c_\pi^2.$$

Предположим, что киральная симметрия является хорошей симметрией в том смысле, что становятся равными также коэффициенты при членах  $\delta_{\mu\nu} / q^2$  для больших  $q$ . Тогда получим

$$(m_\rho^2 / f_\rho)^2 = (m_A^2 / f_A)^2.$$

Комбинируя последние два соотношения, получим

$$(m_\rho/f_\rho)^2 = (m_A^2/f_A)^2 (1/m_A^2) + \\ + c_\pi^2 = (m_\rho^2/f_\rho^2) (m_\rho^2/m_A^2) + c_\pi^2,$$

где мы воспользовались соотношением КСРФ,  $c_\pi^2 = = m_\rho^2/2f_\rho^2$ . Отсюда имеем соотношение для масс  $m_A^2 = 2m_\rho^2$ , Впервые полученное Вайнбергом (1967 г.). Экспериментальные массы подтверждают эти соотношения:

$$m_A = (1,41 \pm 0,01) m_\rho.$$

Очевидно, весьма важно проверить, связан ли пик при энергии в 1080 Мэв в спектре  $\rho\lambda$  с мезоном с квантовыми числами  $T = 1$ ,  $J^{GP} = 1^{+-}$ .

## § 6.2. Правила сумм для спектральных функций

Рассмотрим теперь поставленную выше задачу без полюсной доминантности. Будем исходить из фурье-образа времени упорядоченных произведений

$$\Delta_{\mu\nu}^{(V)}(q) \equiv i \int d^4 x e^{-iqx} \langle 0 | T (j_\mu^\alpha(x) j_\nu^\alpha(0)) | 0 \rangle$$

(суммирование по  $\alpha$  не производится;  $\alpha = 1, 2, 3$ );

$$\Delta_{\mu\nu}^{(A)}(q) \equiv i \int d^4 x e^{-iqx} \langle 0 | T (j_{5\mu}^\alpha(x) j_{5\nu}^\alpha(0)) | 0 \rangle.$$

Выпишем стандартное спектральное представление для  $\Delta_{\mu\nu}^{(V)}(q)$ , где токи сохраняются и вклад дают только члены, соответствующие спину 1:

$$\Delta_{\mu\nu}^{(V)}(q) = \int_0^\infty dm^2 \rho^{(V)}(m^2) \left( \frac{\delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2}}{q^2 + m^2 - i\epsilon} \right),$$

где

$$\left( \delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) \rho^{(V)}(-p^2) = \\ = (2\pi)^3 \sum \delta^{(4)}(p - p_n) \langle 0 | j_\mu^3(0) | n \rangle \langle n | j_\nu^3(0) | 0 \rangle.$$

Однако этот результат не совсем верный, так как времени-упорядоченное произведение нековариантно, в то время как спектральное представление ковариантно. Чтобы показать



это, определим  $\theta_{\mu\nu} \equiv T(j_\mu^\alpha(x) j_\nu^\alpha(0))$ . Тогда, ввиду сохранения векторных токов,

$$\partial_\mu \theta_{\mu\nu} = \delta(x_0) [j_0^\alpha(x), j_\nu^\alpha(0)] = \begin{cases} 0 & \text{при } \nu = 4; \\ -ic_{\alpha\alpha} \partial_h \delta^{(4)}(x) & \text{при } \nu = k \\ \text{(швингеровский член).} \end{cases}$$

Таким образом,  $\partial_\mu \theta_{\mu\nu}$  не является 4-вектором и, следовательно,  $\theta_{\mu\nu}$  не преобразуется как тензор второго ранга. Чтобы решить эту проблему, определим

$$\theta'_{\mu\nu} \equiv T(j_\mu^\alpha(x) j_\nu^\alpha(0)) - ic_{\alpha\alpha} \delta_{\mu 4} \delta_{\nu 4} \delta^{(4)}(x).$$

Это выражение ковариантно, так как

$$\partial_\mu \theta'_{\mu\nu} = \begin{cases} 0 - ic_{\alpha\alpha} \partial_4 \delta^{(4)}(x) & \text{при } \nu = 4; \\ -ic_{\alpha\alpha} \partial_h \delta^{(4)}(x) + 0 & \text{при } \nu = k \end{cases}$$

преобразуется как 4-вектор. Отсюда следует, что ковариантное спектральное представление имеет  $\theta'_{\mu\nu}$ , а не  $\theta_{\mu\nu}$ . Из соображений Гото—Имамуры, приведенных в гл. 2, мы можем написать

$$c_{\alpha\alpha} = \int_0^\infty dm^2 (\rho^{(V)}(m^2)/m^2).$$

(Если швингеровский член не  $c$ -число, то левую часть следует заменить вакуумным средним от  $c_{\alpha\alpha}$ .) Отсюда

$$\begin{aligned} \Delta_{\mu\nu}^{(V)}(q) &= \int_0^\infty dm^2 \rho^{(V)}(m^2) \left( \frac{\delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2}}{q^2 + m^2 - i\epsilon} \right) - \\ &- \delta_{\mu\nu} \delta_{\nu 4} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho^{(V)}(m^2)}{m^2}. \end{aligned}$$

Аналогично

$$\begin{aligned} \Delta_{\mu\nu}^{(A)}(q) &= \int_0^\infty dm^2 \rho^{(A)}(m^2) \left( \frac{\delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m^2}}{q^2 + m^2 - i\epsilon} \right) + \frac{c_{\pi^2} q_\mu q_\nu}{q^2 + m_{\pi^2}^2 - i\epsilon} - \\ &- \delta_{\mu 4} \delta_{\nu 4} \left[ \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho^{(A)}(m^2)}{m^2} + c_{\pi^2} \right], \end{aligned}$$

где для простоты мы предполагаем, что вклад с нулевым спином исходит только от однопionного состояния.

В качестве примера управления предлагаем убедиться в том, что без дополнительного члена времениупорядоченное произведение  $\langle 0 | T(j_4^\alpha(x)j_4^\alpha(0)) | 0 \rangle$  не могло бы быть продолжено в точку  $x_0 = 0$  (указание: следует воспользоваться тем, что  $\partial_4 \Delta_F(x)$  имеет скачок в точке  $x_0 = 0$ ).

Теперь можно получить правило сумм для спектральной функции Вайнберга, потребовав выполнения условия асимптотической симметрии (Дас, Матур и Окубо, 1967 г.):

$$\lim_{q \rightarrow \infty} (\Delta_{\mu\nu}^{(V)}(q) - \Delta_{\mu\nu}^{(A)}(q^2)) = 0.$$

Из коэффициента при члене  $q_\mu q_\nu / q^2$  получим первое правило сумм Вайнберга:

$$\int_0^\infty dm^2 \frac{\rho^{(V)}(m^2)}{m^2} = \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho^{(A)}(m^2)}{m^2} + c\pi^2.$$

Асимптотическую симметрию можно использовать также при меньших значениях  $q^2$ . Тогда из коэффициента при члене  $\delta_{\mu\nu}/q^2$  получим второе правило сумм Вайнберга

$$\int_0^\infty dm^2 \rho^{(V)}(m^2) = \int_0^\infty dm^2 \rho^{(A)}(m^2).$$

Насыщая спектральные функции  $\rho$ - и  $A_1$ -мезоном

$$\rho^{(V)}(m^2) = (m_\rho^3/f_\rho)^2 \delta(m^2 - m_\rho^2);$$

$$\rho^{(A)}(m^2) = (m_{A_1}^2/f_{A_1})^2 \delta(m^2 - m_{A_1}^2),$$

получим предыдущий результат.

### § 6.3. Следствия алгебры токов

При некоторых ограничениях на швингеровские члены можно получить первое правило сумм из неинтегрированных коммутационных соотношений для токов в киральной симметрии  $SU(2) \otimes SU(2)$ . Будем исходить из коммутатора

$i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} [j_0^\gamma(x), j_k^\delta(0)]$ . Пользуясь коммутационными соотношениями для токов и тождеством Якоби, получаем

$$\begin{aligned} i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} [j_0^\gamma(x), j_k^\delta(0)] &= [Q_5^\alpha, j_{50}^\beta(x), j_k^\delta(0)] = \\ &= -[j_{50}^\beta(x), j_k^\delta(0), Q_5^\alpha] - [j_k^\delta(0), Q_5^\alpha, j_{50}^\beta(x)] = \\ &= [(i\varepsilon_{\delta\beta\varepsilon} j_{5k}^\varepsilon(x) \delta^{(3)}(x) + S.T.), Q_5^\alpha] + \\ &\quad + i\varepsilon_{\alpha\delta\varepsilon} [j_{5k}^\varepsilon(0), j_{50}^\beta(x)], \end{aligned}$$

где  $S.T.$  означает швингеровский член, связанный с коммутатором  $[j_{50}^\beta(x), j_k^\delta(0)]$ . Вычислим теперь среднее по вакууму

$$\begin{aligned} i\varepsilon_{\alpha\beta\delta} \langle 0 | [j_0^\delta(x), j_k^\delta(0)] | 0 \rangle = \\ = i\varepsilon_{\alpha\delta\beta} \langle 0 | [j_{5k}^\beta(0), j_{50}^\beta(x)] | 0 \rangle + \langle 0 | [(S.T.), Q_5^\alpha] | 0 \rangle, \end{aligned}$$

суммирование по  $\delta(\beta)$  не проводится. Последний член обращается в нуль, если:

1) швингеровский член является  $q$ -числом, которое преобразуется как изоскаляр (в частности, не содержит компоненту с  $T = 1$ );

2) швингеровский член равен нулю.

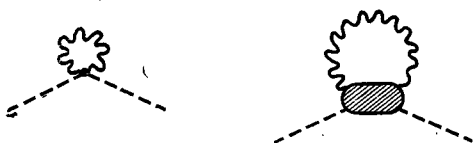
Швингеровский член для коммутаторов  $[j_0, j_k]$  и  $[j_{50}, j_{5k}]$  не может обращаться в нуль (в отличие от коммутатора  $[j_{50}, j_k]$ ). Отметим, что случай, когда швингеровский член является  $c$ -числом, не представляет интереса ввиду сохранения четности. Положив теперь  $\beta \neq \delta$  (так, чтобы выполнялось неравенство  $\varepsilon_{\alpha\beta\delta} \neq 0$ ), получим  $\langle 0 | [j_0^\delta(x), j_k^\delta(0)] | 0 \rangle = \langle 0 | [j_{50}^\beta(x), j_{5k}^\beta(0)] | 0 \rangle$ . (В дальнейшем можно отказаться от условия  $\beta \neq \delta$ , так как предполагается, что изотопический спин сохраняется.) Результаты Гото—Имамуры в применении к приведенным соотношениям дают первое правило сумм Вайнберга. С этой точки зрения правило сумм эквивалентно утверждению, что швингеровские члены (или вакуумные средние от швингеровских членов) коммутаторов  $VV$  и  $AA$  равны.

#### § 6.4. Электромагнитная разница масс пионов

В пределе мягких пионов разницу  $m_{\pi^+} - m_{\pi^0}$  можно вычислить с помощью  $\rho^{(A)}$  и  $\rho^{(V)}$ . Пользуясь правилом сумм Вайнберга, мы можем получить интересные результаты,

как это было показано Дасом, Гуральником, Матуром, Лоу и Янгом (1967 г.).

Электромагнитная разница масс связана с комптоновским рассеянием виртуального протона на мягком пионе.



Первая диаграмма соответствует взаимодействию  $\varphi^2 A_\mu^2$ . Однако если воспользоваться калибровкой, при которой фотонный пропагатор равен

$$\frac{1}{q^2 - i\epsilon} \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{4q_\mu q_\nu}{q^2} \right),$$

то ввиду равенства

$$\delta_{\mu\nu} \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{4q_\mu q_\nu}{q^2} \right) = 4 - 4 \frac{q^2}{q^2} = 0$$

член  $A_\mu^2$  не дает вклада. При такой калибровке разница масс дается выражением

$$m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2 = -\frac{e^2}{4\pi} 2m_\pi \operatorname{Re} \int \frac{d^4 q}{q^2 - i\epsilon} \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{4q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \times \\ \times \int d^4 x e^{iqx} \{ \langle \pi^+ | T(j_\mu^{em}(x) j_\nu^{em}(0)) | \pi^+ \rangle - \\ - \langle \pi^0 | T(j_\mu^{em}(x) j_\nu^{em}(x)) | \pi^0 \rangle \}.$$

Это соотношение содержит нековариантные члены, которые, однако, сокращаются благодаря правилу сумм Вайнберга. (Точнее, нам следовало бы исходить из ковариантных членов  $T$ -произведений). Из выражения

$$\partial'_\lambda \partial''_\sigma \langle 0 | T(j_{5\lambda}^{1-2,3}(x') j_{5\sigma}^{1+2,3}(x'') j_\mu^{em}(x) j_\nu^{em}(0)) | 0 \rangle$$

найдем соотношение между матричными элементами

$$\langle \pi^{+,0} | T(j_\mu^{em}(x) j_\nu^{em}(0)) | \pi^{+,0} \rangle$$

и

$$\langle 0 | T(j_\mu^\alpha(x) j_\nu^\alpha(0)) | 0 \rangle, \langle 0 | T(j_{5\mu}^\alpha(x) j_{5\nu}^\alpha(0)) | 0 \rangle,$$

пользуясь при этом ЧСАТ, алгеброй токов и техникой мягких пионов. Что касается других членов, то они или обращаются в нуль в пределе мягких пионов, или сокращаются

(как, например,  $\sigma$ -член) для разницы масс  $\pi^+ - \pi^0$ . В результате можно показать, что имеет место равенство

$$m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2 = -i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \cdot \frac{1}{c_{\pi^2}} \int \frac{d^4 q}{q^2 - i\epsilon} \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{4q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \times \\ \times [\Delta_{\mu\nu}^{(V)}(q) - \Delta_{\mu\nu}^{(A)}(q)].$$

При нашем выборе калибровки вклад дает только часть  $\Delta_{\mu\nu}^{(V,A)}$ , содержащая  $q_\mu q_\nu$ :

$$\left( \delta_{\mu\nu} - \frac{4q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \left\{ \begin{matrix} \delta_{\mu\nu} \\ q_\mu q_\nu \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -3q^2 \end{matrix} \right\}.$$

Перепишем теперь спектральное представление для  $\Delta_{\mu\nu}^{(V,A)}$ , воспользовавшись равенством  $1/(q^2 + m^2) = (1/q^2) - m^2/[q^2(q^2 + m^2)]$ . Пренебрегая членом  $m_\pi^2$  (положим  $m_\pi = 0$ ), видим, что те члены в выражении для разницы масс, которые обладают наиболее сильной (квадратичной) расходимостью, сокращаются благодаря первому правилу сумм Вайнберга. Получаем выражение

$$m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2 = -3i \frac{e^2}{(2\pi)^4} \frac{1}{c_{\pi^2}} \int \frac{d^4 q}{q^2} \int_0^\infty dm^2 \frac{\rho^{(V)}(m^2) - \rho^{(A)}(m^2)}{q^2 + m^2}.$$

Это выражение все еще имеет логарифмическую расходимость, которую можно убрать с помощью второго правила сумм Вайнберга. Перейдем теперь к полюсному приближению, которым мы пользовались при получении массового соотношения Вайнберга. Выполнив интегрирование по Фейнману, получим:

$$m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2 = \frac{3 \ln 2}{2\pi} \cdot \frac{e^2}{4\pi} m_\rho^2; m_{\pi^+} - m_{\pi^0} \approx 5,0 \text{ Мэв},$$

что находится в согласии с экспериментальным значением 4,6 Мэв. Любопытно, что член  $c_{\pi^2}$  в окончательном выражении отсутствует.

### § 6.5. Связь между различными токами. $\omega$ - $\phi$ -Смешивание

Если существует аксиальный  $K^*$ -мезон, то мы можем выразить его массу через массу  $K^*(890)$ -мезона и константы  $K_{\mu 2}$  и  $K_{e 3}$ -распада. Сравнивая матричные элементы

$\langle 0 | T(j_{\mu}^4 j_{\nu}^4) | 0 \rangle$  и  $\langle 0 | T(j_{5\mu}^4 j_{5\nu}^4) | 0 \rangle$ , Дас, Матур и Окубо (1967 г.) получили значение  $K_A^* = 1311 \text{ Мэв}$ . Это соответствует Кпл-резонансу (по-видимому,  $1^+$ ) с массой  $1313 \pm 8 \text{ Мэв}$ .

Быть может, этот подход имеет смысл также в нарушенном восьмеричном пути. Насыщая правила сумм мезонами  $\rho$ ,  $\omega$  и  $\varphi$ , получаем:

первое правило сумм

$$\frac{m_{\rho}^2}{f_{\rho}^2} = \frac{3}{4} \left( \frac{\cos^2 \theta_Y}{f_Y^2} m_{\varphi}^2 + \frac{\sin^2 \theta_Y}{f_Y^2} m_{\omega}^2 \right);$$

второе правило сумм

$$\frac{m_{\rho}^4}{f_{\rho}^2} = \frac{3}{4} \left( \frac{\cos^2 \theta_Y}{f_Y^2} m_{\varphi}^4 + \frac{\sin^2 \theta_Y}{f_Y^2} m_{\omega}^4 \right).$$

Исключая константы связи, получаем:

$$\operatorname{tg}^2 \theta_Y = \left( \frac{m_{\varphi}^2}{m_{\omega}^2} \right) \left( \frac{m_{\rho}^2 - m_{\varphi}^2}{m_{\omega}^2 - m_{\rho}^2} \right).$$

Это выражение не имеет смысла. Левая часть должна быть положительной, в то время как правая часть — отрицательной (вследствие неравенства  $m_{\varphi} > m_{\omega} > m_{\rho}$ ). Быть может, допустимо также равенство  $m_{\omega} = m_{\rho}$ , так как экспериментальные значения масс  $\omega$  и  $\rho$  близки. Это все еще неприемлемо, так как отсюда следует  $\theta_Y = \pi/2$  и отсутствие  $\omega - \varphi$ -смешивания, и, следовательно,  $\varphi \times \rightarrow K^+ K^-$  и  $\varphi \times \rightarrow e^+ e^-$ . Таким образом, второе правило сумм неверно или же векторная доминантность «не работает», по крайней мере, для второго правила сумм.

В качестве прямой проверки первого правила сумм и векторной доминантности можно привлечь следующее соотношение между лептонными распадами векторных мезонов, которые независимы от  $\omega - \varphi$ -смешивания (Дас, Матур, Окубо, 1967 г.):

$$(1/3) m_{\rho} |\Gamma_{\rho \rightarrow e^+ e^-}| = m_{\omega} |\Gamma_{\omega \rightarrow l^+ l^-}| + m_{\varphi} |\Gamma_{\varphi \rightarrow e^+ e^-}|.$$

Если поверить в справедливость первого правила сумм (но не в векторную доминантность), то можно написать

правило сумм, в которое входят сечения для сталкивающихся пучков:

$$(1/3) \int dss\sigma (e^+ + e^- \rightarrow \text{система адронов с } T = 1) = \\ = \int dss\sigma (e^+ + e^- \rightarrow \text{система адронов с } T = 0).$$

Комбинируя правила сумм для спектральных функций и модели  $\omega$ - $\phi$ -смешивания Коулмена и Шницера, можно найти соотношение между константами связи для переходов  $\gamma \leftrightarrow \rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$  в нарушенном восьмеричном пути. Безразмерные константы, которые удовлетворяли бы отношению 9 : 1 : 2 в пределе  $SU(6)$ , теперь подчиняются соотношению

$$\frac{1}{f_\rho^2}, \frac{\sin^2 \theta_Y}{4f_Y^2}, \frac{\cos^2 \theta_Y}{4f_Y^2} = 9,00:0,65:1,33.$$

Наконец, сравним матричные элементы  $\langle 0 | T(j_\mu^3 j_\nu^3) | 0 \rangle$  и  $\langle 0 | T(j_\mu^4 j_\nu^4) | 0 \rangle$ . Из первого и второго правил сумм следует, что либо  $m_{K^*} = m_\rho$  (что неприемлемо), либо мы имеем скалярный ( $0^+$ )  $\kappa$ -мезон, связанный с несохраняющимся, изменяющим странность током. Я считаю, что первое правило сумм удовлетворяется в нарушенном восьмеричном пути и оба правила сумм справедливы в киральной симметрии  $SU(2) \otimes SU(2)$ .

## ПРИЛОЖЕНИЯ. ОБОЗНАЧЕНИЯ И НОРМИРОВКА

### 1. $\gamma$ -Матрицы и метрика

В данных лекциях мы пользуемся метрикой, которую можно найти в книгах: *Invariance Principles and Elementary Particles* (Princeton University Press, 1964); *Advanced Quantum Mechanics* (Addison—Wesley Publishing Co., 1967).

### 2. $\lambda$ -Матрицы

$$\left. \begin{aligned} [\lambda_\alpha, \lambda_\beta] &= 2i f_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma; \\ \{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\} &= (4/3) \delta_{\alpha\beta} + 2d_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma; \\ \text{Tr} (\lambda_\alpha \lambda_\beta) &= 2\delta_{\alpha\beta} \end{aligned} \right\} \alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 8.$$

Структурные константы  $f_{\alpha\beta\gamma}$  вещественны и полностью антисимметричны. Структурные константы  $d_{\alpha\beta\gamma}$  вещественны и полностью симметричны.

Ненулевые элементы  $f_{\alpha\beta\gamma}$ :

$\alpha\beta\gamma$	$f_{\alpha\beta\gamma}$	$\alpha\beta\gamma$	$f_{\alpha\beta\gamma}$
123	1	257	1/2
147	1/2	345	1/2
156	-1/2	367	-1/2
246	1/2	458	$\sqrt{3}/2$
		678	$\sqrt{3}/2$

Ненулевые элементы  $d_{\alpha\beta\gamma}$ :

$\alpha\beta\gamma$	$d_{\alpha\beta\gamma}$	$\alpha\beta\gamma$	$d_{\alpha\beta\gamma}$
118	$1/\sqrt{3}$	355	1/2
146	1/2	366	-1/2
157	1/2	377	-1/2
228	$1/\sqrt{3}$	448	$-1/(2\sqrt{3})$
247	-1/2	558	$-1/(2\sqrt{3})$
256	1/2	668	$-1/(2\sqrt{3})$
338	$1/\sqrt{3}$	778	$-1/(2\sqrt{3})$
344	1/2	888	$-1/\sqrt{3}$

В некоторых случаях удобно пользоваться соотношением  $\lambda_0 = \sqrt{2/3} \times X$  (единичная матрица); при этом

$$\{\lambda_\alpha, \lambda_\beta\} = 2d_{\alpha\beta\gamma} \lambda_\gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma = 0, 1, \dots, 8$$

$$c \quad d_{\alpha\beta 0} = \sqrt{2/3} \delta_{\alpha\beta} \text{ и т. д.}$$

### 3. Коммутационные соотношения для токов

Проинтегрированные коммутационные соотношения

$$[Q^\alpha(x), j_\mu^\beta(x)] = i f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma(x);$$

$$[Q^\alpha(x), j_{5\mu}^\beta(x)] = i f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\gamma(x);$$

$$[Q_5^\alpha(x), j_\mu^\beta(x)] = i f_{\alpha\beta\gamma} j_{5\mu}^\gamma(x);$$

$$[Q_5^\alpha(x), j_{5\mu}^\beta(x)] = i f_{\alpha\beta\gamma} j_\mu^\gamma(x),$$

где заряды  $(Q^\alpha, Q_5^\alpha)$  и токи  $(j_\mu^\alpha, j_{5\mu}^\alpha)$  нормированы таким образом, что в модели кварков имеем

$$j_\mu^\alpha = i \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda_\alpha}{2} q; \quad j_{5\mu}^\alpha = i \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_\alpha}{2} q;$$

$$Q^\alpha = \int j_0^\alpha d^3 x = -i \int j_4^\alpha d^3 x;$$

$$Q_5^\alpha = \int j_{50}^\alpha d^3 x = -i \int j_{54}^\alpha d^3 x.$$



Электромагнитное взаимодействие имеет вид

$$j_{\mu}^{(em)} = j_{\mu}^3 + (1/\sqrt{3}) j_{\mu}^8.$$

Полулептонные слабые взаимодействия:

$$j_{\mu}^{(\omega)} = \cos \theta [j_{\mu}^1 \pm i^2 + j_{5\mu}^1 \pm i^2] + \sin \theta [j_{\mu}^4 \pm i^5 + j_{5\mu}^4 \pm i^5],$$

где

$$\sin \theta = 0,21 - 0,28.$$

#### 4. Мезонные поля

«Векторные» обозначения:

$$\eta = \varphi^8, \quad \pi^{\pm} = (1/\sqrt{2})(\varphi^1 \mp i\varphi^2),$$

$$\pi^0 = \varphi^3, \quad K^{\pm} = (1/\sqrt{2})(\varphi^4 \mp i\varphi^5),$$

$$K^0 = (1/\sqrt{2})(\varphi^6 - i\varphi^7), \quad \bar{K}^0 = (1/\sqrt{2})(\varphi^6 + i\varphi^7).$$

«Тензорные» обозначения:

$$M = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_{\alpha} \varphi^{\alpha} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta & & \pi^0 & & K^+ \\ & \pi^- & & -\frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta & & K^0 \\ & & K^- & & \bar{K}^0 & & -\frac{2}{\sqrt{6}} \eta \end{pmatrix}.$$

#### 5. Соотношения между токами и полями

Псевдоскалярный мезон:

$$\partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha} = c_{\pi} m_{\pi}^2 \pi^{\alpha} \quad (\alpha = 1, 2, 3);$$

$$\partial_{\mu} j_{5\mu}^{\alpha} = c_k m_k^2 k^{\alpha} \quad (\alpha = 4, 5, 6, 7); \quad c_{\pi} \approx 94 \text{ Мэв}.$$

Замечание: константы Гелл-Манна  $f_{\pi}$  и Вайнберга  $F_{\pi}$  связаны с константой  $c_{\pi}$  соотношением  $F_{\pi} = 1/f_{\pi} = 2c_{\pi}$ . Соотношение Гольдбергера — Тримена

$$c_{\pi} = -(m_N/G_{\pi NN})(g_A/g_V).$$

Векторные мезоны:

$$j_{\mu}^{\alpha} = (m_{\rho}^2/f_{\rho}) \rho_{\mu}^{\alpha} \quad (\alpha = 1, 2, 3);$$

$$j_{\mu}^{(em)} = (m_{\rho}^2/f_{\rho}) \rho_{\mu}^0 + (1+2f_Y) [m_{\phi}^2 \cos \theta_Y \varphi_{\mu} - m_{\omega}^2 \sin \theta_Y \omega_{\mu}];$$

$f_{\rho}^2/4\pi = 2,0 - 2,5$ ;  $\theta_Y \approx 35^{\circ}$  (модель смешивания токов). Замечание: константа Гелл-Манна (Пасадена, 1961 г.)  $\gamma_{\rho}$  связана с нашей константой  $f_{\rho}$  (Чикаго, 1960 г.) соотношением  $\gamma_{\rho} = f_{\rho}/2$ . Соотношение КСРФ (Каварабаяши — Сузуки — Риазуддина — Фаязуддина):  $f_{\rho}^2 = m_{\rho}^2/2c_{\pi}^2$ .

## Литература

### К главе 1.

1. Gell-Mann M. CTSL-20 (1961) [reprinted in M. Gell-Mann and Y. Neeman. The Eightfold Way, N. Y., Benjamin (1964)].
2. Gell-Mann M. Phys. Lett., 8, 214 (1964; Z we i g G. CERN 8182/Th. 401 (1964).
3. Ikeda M. et al. Progr. Theoret. Phys., 22, 715 (1959).
4. Neeman Y. Nucl. Phys., 26, 222 (1961).
5. Meshkov S. et al. Phys. Rev. Lett., 10, 361 (1963).
6. Wess J. Nuovo cimento, 15, 52 (1960).
7. Yamaguchi Y. Progr. Theoret. Phys. Suppl., No. 11 (1959)

### К главе 2.

1. Ademollo M., Catto. Phys. Rev. Lett., 13, 264 (1964).
2. Feynman R. P., Gell-Mann M. Phys. Rev., 109, 193 (1958).
3. Fubini S., Furlan G. Physics, 1, 229 (1965).
4. Gell-Mann M. Phys. Rev., 125, 1067 (1962).
5. Gell-Mann M. Physics, 1, 63 (1964).
6. Gell-Mann M. Physics (1964) (частное сообщение).
7. Gell-Mann M., Lévy M. Nuovo cimento, 16, 705 (1960).
8. Goto T., Imamura T. Progr. Theoret. Phys., 14, 396 (1955).
9. Okubo S. Nuovo cimento, 44A, 1015 (1966).
10. Schwinger J. Phys. Rev. Lett., 3, 296 (1959).
11. Veltman M. Phys. Rev. Lett., 17, 553 (1966).
12. Feynman R. P. et al. Phys. Rev. Lett., 13, 678 (1964).

### К главе 3.

1. Bjorken J. D. Phys. Rev., 148, 1467 (1967).
2. Bowcock J. et al. Nuovo cimento. 16, 918 (1960).
3. Bryan R. A., Scott P. L. Phys. Rev., 135, B434 (1964).
4. Coleman S., Schnitzer H. J. Phys. Rev., 134, B 863 (1964).
5. Dashen R. F., Sharp D. H. Phys. Rev., 133, B 1585 (1964).
6. Doohar J. Phys. Rev. Lett., 19, 600 (1967).
7. Drell S. D., Treil J. Phys. Rev. Lett., 16; 552, 832 (E) (1966).

8. Feldman G., Matthews P. T. Phys. Rev., **132**, 823 (1963).
9. Frazer W. R., Fulco J. Phys. Rev. Lett., **2**, 365 (1959).
10. Freund P. G. O. Nuovo cimento, **44A** 411 (1966).
11. Gell-Mann M. Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
12. Gell-Mann M., Zachariassen F. (1961) (частное сообщение).
13. Gell-Mann M., Zachariassen (1961) (частное сообщение).
14. Gell-Mann M. et al. Phys. Rev. Lett., **8**, 261 (1962).
15. Gell-Mann M. et al. (1962) (частное сообщение).
16. Gell-Mann M., Zachariassen F. Phys. Rev., **124**, 953 (1961).
17. Hamilton J. High Energy Physics., Ed. E. H. Burhop. Vol. 1, N. Y., Academic Press, 1967, p. 193.
18. Joos H. Phys. Lett., **24B**, 103 (1967).
19. Kroll N. et al. (1967) (частное сообщение).
20. Kroll N. et al. (1967) (частное сообщение).
21. Kroll N. et al. Phys. Rev., **157**, 1376 (1967).
22. Lee T. D. et al. Phys. Rev. Lett., **18**, 1029 (1967).
23. Massam T., Zichichi A. Nuovo cimento, **43**, 1137 (1966).
24. Nambu Y. Phys. Rev., **106**, 1366 (1957).
25. Okubo S. Phys. Lett., **5**, 165 (1963).
26. Ross M., Stodolsky L. Phys. Rev., **149**, 1172 (1966).
27. Sakurai J. J. Phys. Rev., **132**, 434 (1963).
28. Sakurai J. J. Ann. Phys., **11**, 1 (1960).
29. Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., **17**, 1021 (1966).
30. Sakurai J. J. (1960) loc. cit. (частное сообщение).
31. Salam A., Ward J. C. Nuovo cimento, **20**, 419 (1961).
32. Scott A., Wong D. Y. Phys. Rev., **147**, 1071 (1966).
33. Yang C. N., Mills R. L. Phys. Rev., **96**, 191 (1954).

#### К главе 4.

1. Bernstein J. et al. Nuovo cimento, **17**, 757 (1960).
2. Cabibbo N. Phys. Rev. Lett., **10**, 531 (1963).
3. Gell-Mann M. Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
4. Gell-Mann M., Lévy M. (1960) (частное сообщение).
5. Gell-Mann M., Lévy M. Nuovo cimento, **16**, 705 (1960).
6. Goldberger M. L., Treiman S. B. Phys. Rev., **110**, 1178 (1958).
7. Goldberger M. L., Treiman S. B. Phys. Rev., **110**, 1478 (1958).
8. Nambu Y. Phys. Rev. Lett., **4**, 380 (1960).
9. Nambu Y. (1960) (частное сообщение).
10. Schwinger J. Ann. Phys., **2**, 407 (1957).
11. Taylor J. C. Phys. Rev., **110**, 1216 (1958).

#### К главе 5.

1. Adler S. L. Phys. Rev. Lett., **14**, 1051 (1965).
2. Amati D. et al. Phys. Lett., **19**, 59 (1965).
3. Adler S. L. (1965) (частное сообщение).

4. Adler S. L. Phys. Rev., **137**, B1022 (1965); Phys. Rev., **139**, B 1638 (1965).
5. Adler S. L., Gilman F. Phys. Rev., **152**, 1460 (1966).
6. Callan C. G., Treiman S. B. (1966) (частное сообщение).
7. Callan C. G., Treiman S. B. Phys. Rev. Lett., **16**, 153 (1966).
8. Callan C. G., Treiman S. B. (1966) (частное сообщение).
9. Elias D. K., Taylor J. C. Nuovo cimento, **44A**, 518 (1966).
10. Furnan G. et al. Nuovo cimento, **44**, 427 (1966).
11. Fubini S. et al. Nuovo cimento, **43**, 161 (1966).
12. Hara Y. et al. Phys. Rev. Lett., **16**, 380 (1966).
13. Hara Y., Nambu Y. Phys. Rev. Lett., **16**, 875 (1966)
14. Kawarabayashi K., Suzuki M. Phys. Rev. Lett., **16**, 255 (1966); Phys. Rev., **147**, 1071 (1966).
15. Kawarabayashi K., Suzuki M. Phys. Rev. Lett., **16**, 255 (1966).
16. Levinson C. A., Muzinich I. J. Phys. Rev. Lett., **15**, 715 (1965).
17. Lehmann H. et al. Nuovo cimento, **1**, 1425 (1955).
18. Lee B. W., Swift A. R. Phys. Rev., **136**, B 229.
19. Lee B. W. Phys. Rev. Lett., **12**, 83 (1964).
20. Mathur V. S. et al. Phys. Rev. Lett., **16**, 371 (1966).
21. Nambu Y., Shrauner E. (1962) (частное сообщение).
22. Nambu Y., Shrauner E. (1962) (частное сообщение).
23. Nambu Y., Shrauner E. Phys. Rev., **128**, 862 (1962).
24. Nambu Y., Lurie D. Phys. Rev., **125**, 1429 (1962).
25. Riazuddin, Lee B. W. Phys. Rev., **146**, 1202 (1966); Neikens B. M. K. Phys. Lett., **22**, 94 (1966).
26. Sakurai J. J. Proceedings of the Fifth Annual Eastern Theoretical Physics Conference. N. Y., Benjamin, 1967, p. 81.
27. Sugawara H. Progr. Theoret. Phys., **31**, 213 (1964).
28. Sugawara H. Phys. Rev. Lett., **15**, 870, 977 (E) (1965).
29. Suzuki M. Phys. Rev. Lett., **15**, 986 (1965).
30. Tomozawa Y. Nuovo cimento, **46A**, 707 (1966).
31. Weinberg S. Phys. Rev. Lett., **17**, 336 (1966).
32. Weinberg S. Phys. Rev. Lett., **17**, 616 (1966).
33. Weisberger W. I. Ibid., p. 1047.
34. Weisberger W. I. Phys. Rev., **143**, 1302 (1966).
35. Takahashi Y. Nuovo cimento, **6**, 371 (1957).

## К главе 6.

1. Das T. et al. Phys. Rev. Lett., **18**, 761 (1967).
2. Das T. et al. Phys. Rev. Lett., **18**, 759 (1967).
3. Das T. et al. Phys. Rev. Lett., **19**, 470 (1967).
4. Oakes R. J., Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., **19**, 1266 (1967).
5. Weinberg S. Phys. Rev. Lett., **18**, 507 (1967).

## Дополнение

### ВЕКТОРНАЯ ДОМИНАНТНОСТЬ. ДОСТИЖЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ

(Доклад на Международном симпозиуме по электронным и фотонным взаимодействиям при высоких энергиях, Ливерпуль, 1969 г.)

#### 1. Тождества типа «ток—поле»

Каждому знакомо уравнение

$$j_\mu^3 = (m_\rho^2/f_\rho) \rho_\mu, \quad (1)$$

где  $j_\mu^3$  — изовекторная часть плотности электромагнитного тока, а  $\rho_\mu$  — нейтральное  $\rho$ -мезонное поле. Следует подчеркнуть прежде всего, что это операторное тождество становится тривиальным в применении к процессам, в которых  $\rho$ -мезон находится на массовой оболочке. Отсюда следует, что в любом процессе с участием адронов, в котором рождается реальный  $\rho^0$ -мезон, рождается также мюонная или электрон-позитронная пара с вероятностью, которую можно вычислить из константы  $\gamma\rho$ -связи,  $em_\rho^2/f_\rho$ . Другими словами, оно определяет  $\gamma\rho$ -связь.

Для удобства перепишем уравнение (1) в виде

$$\left. \begin{aligned} \langle B | j_\mu^3 | A \rangle &= (m_\rho^2/f_\rho) \frac{1}{q^2 + m_\rho^2} \langle B | J_\mu^{(\rho)} | A \rangle; \\ q^2 &\equiv (p^{(B)} - p^{(A)})^2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $J_\mu^{(\rho)}$  — источник  $\rho$ -мезона, и применим его к процессам вне массовой оболочки ( $q^2 \neq -m_\rho^2$ ). Величину, стоящую в левой части равенства (2), можно измерить непосредственно с помощью процессов фотообразования, электрообразования, аннигиляции  $e^+e^-$  во встречных пучках и т. д., так как она является амплитудой перехода реального или виртуального изовекторного фотона и адрона  $A$  в конечное адронное состояние  $B$ . (Отметим, что  $A$  может быть вакуумным состоянием, как, например, в случае столкновения  $e^+e^-$ .) Зато матричный элемент  $\langle B | J_\mu^{(\rho)} | A \rangle$ , фигурирующий справа, нельзя измерить непосредственно; его можно оценить с помощью значения на массовой оболочке ( $q^2 = -m_\rho^2$ ),

положившись на предположение о *гладком поведении*. Таким образом, мы видим, что предположение о векторной доминантности не является точно определенной гипотезой

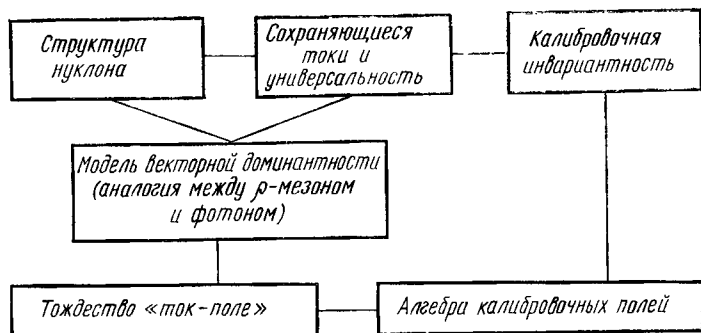


Рис. Д.1. Историческое развитие модели векторной доминантности.

(рис. Д.1). Более того, успехи на практике были достигнуты с помощью предположения о том, что адронные матричные элементы не сильно меняются при отклонении от значения  $q^2 = -m_\rho^2$  [1].

## 2. Сравнение распадов

$$\rho^0 \rightarrow e^+ e^- \text{ и } \rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

Рассмотрим работу этого механизма в простом случае. Пусть  $A$  и  $B$  в равенстве (2) — простые  $\pi^+$ -состояния, положим  $q = 0$ . Левая сторона этого равенства является электромагнитным форм-фактором заряженного пиона, вычисленным при  $q^2 = 0$ . Если вершина  $\rho\pi\pi$  мало изменяется между значениями  $q^2 = -m_\rho^2$  и  $q^2 = 0$ , то правую часть можно аппроксимировать матричным элементом на массовой поверхности для распада  $\rho \rightarrow \pi\pi$ . Таким образом,

$$F_\pi(0) (p + p')_\mu = (1/f_\rho) f_{\rho\pi\pi} (p + p')_\mu$$

или

$$f_\rho | \text{измеряемое в } \rho \rightarrow e^+ e^- = f_{\rho\pi\pi} | \text{измеряемому в } \rho \rightarrow \pi\pi.$$

Это равенство является специальным случаем соотношения универсальности, предложенного много лет назад [2].

Экспериментальное значение, полученное в Орсе, равно

$$f_{\rho}^2/4\pi = 1,9 \pm 0,1; \quad f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi = 2,1 \pm 0,2. \quad (3)$$

Согласие с экспериментом настолько хорошее, что нас начинает смущать тот факт, что при получении (3) мы пользовались формулами для ширин распадов:

$$\Gamma(\rho \rightarrow e^+ e^-) = (1/3) [\alpha^2 / (f_{\rho}^2 / 4\pi)] m_{\rho} + O(m_e^4 / m_{\rho}^4); \quad (4)$$

$$\Gamma(\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-) = (1/12) (f_{\rho\pi\pi}^2 / 4\pi) m_{\rho} [1 - (4m_{\pi}^2 / m_{\rho}^2)]^{3/2},$$

пригодными для стабильных  $\rho$  [3]. Предположив, что  $\rho$  волновая фаза  $\pi\pi$ -рассеяния удовлетворяет релятивистской формуле для эффективного радиуса типа Чу—Мандельстама, можно показать, что эффект конечной ширины  $\rho$ -мезона приведет к модификации формулы (2) [4]

$$f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi = 1,15 (f_{\rho}^2/4\pi). \quad (5)$$

Соответствие с экспериментом здесь еще лучше. (Правда, более точное рассмотрение конечных ширин с учетом закрытых каналов и т. д. может нарушить эту невероятную точность [5].)

### 3. Аналогия $\rho$ -мезона и фотона

Уравнение (2) приводит к хорошо известному в настоящее время результату, который заключается в том, что при  $q^2=0$  пропорциональные зависимости матричных элементов аналогичных процессов с участием  $\rho$ -мезона и изовекторного фотона имеют пропорциональные матричные элементы (аналогия  $\rho$ -мезона и фотона):

$$|M(\gamma_V + A \rightarrow B)|^2 = (e/f_{\rho})^2 |M(\rho_{ir}^0 + A \rightarrow B)|_{q^2=0}^2 \quad (6)$$

(смысл  $\rho_{ir}^0$  будет выяснен позже). Предполагая, что можно аппроксимировать правую часть с помощью соответствующей амплитуды на массовой оболочке, можно получить большое количество численных предсказаний, проверяемых на опыте, например связь между реакциями:

$$\begin{aligned} \omega &\rightarrow \pi^0 + \gamma \quad \text{и} \quad \omega \rightarrow \pi + \rho \rightarrow 3\pi; \\ \gamma_V + \rho\pi^+ + n &\quad \text{и} \quad \pi^- + \rho \rightarrow \rho^0 + n; \\ \gamma + \rho &\rightarrow \rho^0 + \rho \quad \text{и} \quad \rho^0 + \rho \rightarrow \rho^0 + \rho. \end{aligned}$$

Здесь также использована нормировка, в которой константа  $\gamma\rho$ -связи равна  $em_{\rho}^2/f_{\rho}$  (а не  $em_{\rho}^2/2\gamma_{\rho}$ ).

#### 4. Рождение единичного пиона; роль системы отсчета

Очевидно, что только та часть адронной амплитуды, которая связана с поперечно поляризованным  $\rho$ -мезоном, следует сравнивать с аналогичной амплитудой для реального фотона ( $q^2 = 0$ ). Однако ввиду того, что для объекта конечной массы со спином, равным единице, понятие поперечной поляризации не лоренц-инвариантно, возникает вопрос, связанный с выбором системы отсчета при проверке соотношений, получаемых из векторной доминантности. Некоторые теоретики считают, что не следует отказываться от векторной доминантности до тех пор, пока мы не покажем, что не существует системы отсчета, в которой векторная доминантность имеет место [6].

Отметим, что понятие гладкой экстраполяции по массе является динамическим понятием, и проблема выбора системы отсчета не может быть решена только при помощи кинематических соображений. Необходима также «теоретическая проверка» справедливости результатов, следующих из векторной доминантности в рамках некоторой строго определенной и решаемой модели. Рассмотрим реакции

$$\gamma_V + p \rightarrow \pi^+ + n; \quad (7a)$$

$$\pi^- + p \rightarrow \rho^0 + n. \quad (7b)$$

Будем пользоваться динамической (электрической) моделью Борна (однопионный обмен, дополненный  $s$ - и  $u$ -канальными нуклонными полюсами с  $\gamma_{\mu}$ -связью в вершине  $\gamma_V \bar{N}N$ ) и ее адронным аналогом. Известно, что эта простая модель в применении к процессам фотообразования (7a) воспроизводит наблюдаемый на опыте резкий пик вперед, величину сечения при  $t = 0$ , а также знак и величину поляризационной асимметрии. (Правда, при  $|t| \gtrsim 2m_{\pi}^2$  модель теряет свои привлекательные свойства.)

Будем применять модель для вычисления сечений рассеяния в процессах (7a) и (7b). При  $s \rightarrow \infty$  и фиксированных  $\tau$  имеем:

$$\begin{aligned} (d\sigma/dt)_{\gamma_V p \rightarrow \pi^+ n} &= (1/2) (e^2/4\pi) (g^2/4\pi) \frac{\pi}{s |k_{\gamma}|_{cm}^2} \times \\ &\times \frac{\tau^2 + m_{\pi}^4}{(\tau - m_{\pi}^2)^2}, \end{aligned} \quad (8a)$$



$$(d\sigma/dt)_{\pi^- p \rightarrow \rho^0 n} = (f_\rho^2/4\pi) (g^2/4\pi) \frac{\pi}{s |k_\pi|_{cm}^2} \times \\ \times \left\{ \frac{\tau^2 + m_\pi^4}{(\tau - m_\pi^2)^2} + \frac{(m_\rho^2/2)(-\tau)}{(\tau - m_\pi^2)^2} \right\}. \quad (86)$$

Отметим, что в полном сечении эффект  $m_\rho^2 \neq 0$  остается даже при бесконечно больших энергиях. Однако первый и второй члены в фигурных скобках выражения (86) связаны с состояниями, обладающими спиральностью  $\lambda_\rho = \pm 1$  и  $\lambda_\rho = 0$ . Поэтому, если мы проектируем состояние с поперечной поляризацией в спиральном базисе, то остается лишь первый член в фигурных скобках, в результате чего мы получим известное в модели векторной доминантности выражение [впервые полученное Бидером [7]].

$$\rho_{11}^{(H)}(d\sigma/dt)_{\pi^- p \rightarrow \rho^0 n} = (f_\rho/e)^2 (|k_V| / |k_\pi|)_{ct}^2 (d\sigma/dt)_{\gamma_V p \rightarrow \pi^+ n}. \quad (9)$$

Следует помнить, что если мы проектируем поперечное состояние в любой другой системе, например, в системе координат Готфрида—Джексона или Донохью—Хэгасена, то получим выражение для  $\rho_{11}(d\sigma/dt)_{\pi^- p \rightarrow \rho^0 n}$ , не имеющее ничего общего с выражением (8а) [8]. Сказанное выше касается также выражения для асимметрии [9]

$$\left[ \frac{(d\sigma^{(\perp)}/dt) - (d\sigma^{(\parallel)}/dt)}{(d\sigma^{(\perp)}/dt) + (d\sigma^{(\parallel)}/dt)} \right]_{\gamma_V p \rightarrow \pi^+ n} = \\ = (\rho_{1-1}^{(H)} / \rho_{11}^{(H)})_{\pi^- p \rightarrow \rho^0 n}, \quad (10)$$

которое выполняется точно в электрической модели Борна при больших  $s$ , несмотря на то, что аналогичное выражение в системе Донохью—Хэгасена сильно нарушается [8]. Итак, по-видимому, все соотношения векторной доминантности выполняются точно, если перейти к пределу  $s \rightarrow \infty$  (только в спиральном базисе). Хотя этот вывод был получен в рамках специальной модели, справедливость его подтверждается более общим рассмотрением, основанным на использовании инвариантных амплитуд [10, [11]]. Не существует ни-

каких способов для проверки модели векторной доминантности в системе отсчета, отличной от спиральной\* [12].

Несколько слов об эксперименте. Как известно, соотношение (9) хорошо согласуется с экспериментом со стандартным значением  $f_\rho^2/4\pi \approx 2$  (правда, пока неисследованной остается наиболее интересная область  $|t| \leq m_\pi^2$ ); соотношение асимметрии (10) и ротационно-инвариантное выражение

$$(d\sigma^{(\perp)}/dt)_{\nu_V \rho \rightarrow \pi^- n} = (e/f_\rho)^2 (|\mathbf{k}_\pi|/|\mathbf{k}_V|)_{cm}^2 \times \\ \times (\rho_{11} + \rho_{1-1}) (d\sigma/dt)_{\pi^- \rho \rightarrow \rho^0 n} \quad (11)$$

сильно нарушаются [13]. В работе [14] отмечалось, однако, что выражение для  $\rho_{1-1}$ , используемое при сравнении, содержит значительную примесь  $d$ -волнового фона.

Отметим, что данные по фотообразованию  $\pi^\pm$  поляризованными  $\gamma$ -лучами недостаточно хороши [15]; необходим надежный способ определения адронной матрицы плотности.

Возвращаясь к выражению (9), отметим, что нас больше всего интересует вопрос: следует ли ожидать наличия резкого пика вперед при  $|t| \leq m_\pi^2$  в адронных сечениях  $\rho_{11}^{(H)}(d\sigma/dt)$ , аналогичного весьма примечательному пику, наблюдаемому в фотообразовании заряженного пиона. Согласно адронному аналогу электрической модели Борна следует ожидать наличия предсказываемого резкого пика в  $\rho_{11}^{(H)}(d\sigma/dt)$  [но не в  $\rho_{11}(d\sigma/dt)$ , вычисляемом в системе Готфрида—Джексона]. Аналогичный вывод был сделан Шмидтом [16], который пользовался более реальной моделью, содержащей вклад от  $\Delta$ . Для детального изучения области  $|t| \leq m_\pi^2$  необходимо иметь данные, значительно превосходящие в точности имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные из пузырьковых камер. К счастью, ведутся экспериментальные исследования с большой статистикой, достаточной для точного исследования этой области [17].

\* Ввиду того, что эксперименты проводятся при конечных энергиях, имеет смысл проверку соотношений (9) и (10) проводить также при конечных энергиях без предельного перехода  $s \rightarrow \infty$ . Этот вопрос изучался в рамках электрической модели Борна (см. [8]). В результате исследования оказалось, что при  $p_\pi \approx 4$  Гэв/с возможно отклонение порядка 40% соотношения асимметрии (10), однако соотношения модели векторной доминантности становятся справедливыми с погрешностью до нескольких процентов при импульсах 16 Гэв/с.

## 5. Фотообразование векторных мезонов и полное сечение фотопоглощения

Рассмотрим теперь важную проблему фотообразования векторных мезонов и сходные процессы. Для ясности выпишем обычные соотношения модели векторной доминантности (Росс, Стодольский и Фрейнд [18]) в виде

$$\sigma_{tot}(\gamma_V p) \sigma_{tot}(\rho^0 p) = 16\pi [d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \rho^0 p)]_{t=0}, \quad (12)$$

где мы предположили  $\alpha_R^2 \ll 1$  ( $\alpha_R$  — отношение вещественной к мнимой части амплитуды рассеяния  $\rho$ -мезона на протоне вперед). Если мы выберем в точке  $5 \text{ Гэв/с}$  значения  $\sigma_{tot}(\gamma, p) = 105 \text{ мбарн}$  (что допускает величину порядка  $20 \text{ мбарн}$  для изоскалярного вклада в [19]  $\sigma_{tot}(\gamma p)$ ),  $\sigma_{tot}(\rho^0 p) = 27 \text{ мбарн}$ , являющееся средним значением сечения  $\pi^+ p$ -и  $\pi^- p$ -рассеяния и  $(d\sigma/dt)_{\gamma p \rightarrow \rho p}|_{t=0} = 130 \text{ мбарн}$ , то соотношение (12) выполняется неплохо:

$$2,8 (\text{мбарн})^2 = 2,5 (\text{мбарн})^2.$$

Действительно, если мы возьмем константу связи  $\rho$ -мезона из сечений фотопоглощения и фотообразования  $\rho$ -мезона вперед, пользуясь при этом соотношением

$$f_\rho^2/4\pi = (1/137) \left[ 16\pi \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow \rho p)|_{t=0} \right] / [\sigma_{tot}(\gamma_V p)]^2, \quad (13)$$

то получим для этого отношения разумное число 1,7. Энергетическая зависимость фотообразования  $\rho$ -мезона вперед также выгодно отличается от таковой для сечения фотопоглощения. Сечение фотообразования  $\rho$ -мезона вперед в интервале от  $6 \text{ Гэв/с}$  до  $17 \text{ Гэв/с}$ , по-видимому, уменьшается на 20% (от  $130 \text{ мбарн/Гэв}^2$  до  $105 \text{ мбарн/Гэв}^2$ ) [20], что хорошо согласуется с наблюдаемым уменьшением на 10% сечения фотопоглощения [19]. Ввиду этого представляет интерес проверка в комптон-эффекте на протоне вдали от  $t \approx 0$  дифракционного углового распределения, аналогичного таковому в  $(d\sigma/dt)(\gamma p \rightarrow dp)$  [21].

Мы видим, что связь между сечением  $\gamma p$  и фотообразованием  $\rho$ -мезона удовлетворительна. Поэтому основной вопрос заключается в следующем: отличается ли  $\sigma_{tot}(\rho^0 p)$  существенно от значения  $27 \text{ мбарн}$ ? До сих пор не существует единого мнения относительно  $\sigma_{tot}(\rho^0 p)$ , получаемого из фотообразования  $\rho$ -мезона на сложных ядрах. В настоящее время задача выделения сечения рассеяния  $\rho$ -мезона на

нуклоне из процесса фотообразования  $\rho$ -мезона на нуклоне больше связана с ядерной физикой, чем с моделью векторной доминантности. Таким образом, я могу лишь утверждать, что соотношение факторизации (12) выполняется лучше, если положить 27 мбарн вместо 38 мбарн, и могу лишь надеяться, что кто-нибудь объяснит это разногласие.

Рассмотрим парциальные и полные сечения фотопоглощения на ядрах. Ранее Стодольский [22] предположил, что при высоких энергиях сечение  $\gamma A$ -рассеяния может обладать зависимостью от  $A$ , характерной для адронных сечений. Это происходит по той причине, что векторная доминантность требует наличия взаимного поглощения между амплитудой исходной фотонной волны, рождающей адронное состояние, и амплитудой генерируемой когерентно  $\rho$ -волны, рождающей то же состояние. Несколько авторов [23] изучали пределы и применимость этого эффекта; они пришли к выводу, что предсказываемый переход от слабого к адронному поведению имеет место в области 5—10 Гэв. Как известно, в этом направлении было проведено три эксперимента по определению:

1. Полного сечения фотопоглощения на сложных ядрах [24].
2. Фотообразования  $\pi^+$ -мезонов на сложных ядрах [25].
3. Некогерентного фотообразования  $\rho$ -мезонов на сложных ядрах [26].

## 6. Таблица констант связи $\rho$ -мезона

Мною когда-то была опубликована таблица для константы  $f_\rho^2/4\pi$ , определенной различными способами. Эти данные мною пересматривались; последний вариант представлен в табл. 1.

## 7. Нарушенная $SU(3)$ -симметрия и $\omega$ - $\phi$ -смешивание

Таким образом, мы сталкиваемся с проблемой нарушенной  $SU(3)$ -симметрии и  $\omega$ - $\phi$ -смешивания (например,  $e^+e^- \rightarrow \rho$ ,  $\omega$  и  $\phi$ ). Я буду исходить из правила сумм для спектральной функции [30] (первое правило сумм Вайнберга), которое можно получить из следующих предположений:

Определенные константы связи  $\rho$ -мезона

$\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-)$	$f_\rho^2/4\pi = 1,9 \pm 0,1$	$\frac{d\sigma/dt(\gamma\rho \rightarrow \pi^0\rho)}{d\sigma/dt(\pi N \rightarrow \rho N)}$	$f_\rho^2/4\pi \approx 2$
$\Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi)$	$f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi = 2,1 \pm 0,2$	$\frac{d\sigma/dt(\gamma\rho \rightarrow \rho^0\rho)}{\sigma_{tot}^2(\rho N)}$ Модель кварков $t=0$	$f_\rho^2/4\pi = 2,5 \pm 0,3$
S-волновая длина $\pi N$ -рассеяния $a_1 - a_3$	$f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN} / 4\pi = 2,8 \pm 0,3$	$\frac{d\sigma/dt(\gamma + \text{ядро} \rightarrow \rho^0 \text{ядро})}{\sigma_{tot}^2(\rho + \text{ядро})}$ $t=0$	$f_\rho^2/4\pi = \begin{cases} 1,8 \pm 0,4 \\ 4,4 \pm 0,6 \end{cases}$
Ядерные силы	$f_{\rho NN}^2/4\pi = 2-5$	$\Gamma(\omega \rightarrow e^+e^-)$	$(f_\rho^2/4\pi)^{**} = \begin{cases} 1,1 \pm 0,2 \\ 2,0 \pm 0,8 \end{cases}$
Соотношение КСРФ*	$f_\rho f_{\rho\pi\pi}/4\pi = 2,66$	$\frac{\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)}$	$(f_\rho^2/4\pi)^{**} = 2,4 \pm 0,6$
$\frac{\Gamma(\omega \rightarrow \pi\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)}$	$f_\rho f_{\rho\pi\pi}/4\pi = 2,7 \pm 0,3$	$\Gamma(\varphi \rightarrow e^+e^-)$	$(f_\rho^2/4\pi)^{**} = 1,7 \pm 0,2$
$\frac{d\sigma/dt(\gamma\nu\rho \rightarrow \pi^+n)}{d\sigma/dt(\pi^-\rho \rightarrow \rho n)}$ вперед	$f_\rho^2/4\pi = 1,8 \pm 0,4$	$\Gamma(\gamma \rightarrow K\bar{K})$	$(f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi)^{**} = 1,8 \pm 0,4$
$\frac{d\sigma/dt(\gamma\nu\rho \rightarrow \pi^+n)}{d\sigma/dt(\pi^-\rho \rightarrow \rho n)}$ назад	$f_\rho^2/4\pi = 2,7$	$\Gamma(K^* \rightarrow K\pi)$	$(f_{\rho\pi\pi}^2/4\pi)^{**} = 2,4 \pm 0,1$

\* Каварабаяши-Сузуки — Риазуддина-Фаязуддина (прим. перев.) [27], [28].

\*\* Для перехода от констант связи  $\omega-\varphi$  и  $K^*$ -мезонов к константе  $\rho$ -мезона использована специальная форма нарушения SU(3)-симметрии в  $\omega-\varphi$ -смешивание (так называемая схема O-C [29]) (прим. перев.).

1) немодифицированные коммутационные соотношения для векторных токов  $SU(3)$  (временные-временные и пространственно-временные компоненты);

2) швингеровский член является  $c$ -числом.

Первое предположение основывается на идее Гелл-Манна о том, что, хотя  $SU(3)$  является приближенной симметрией, коммутационные соотношения для токов  $SU(3)$  выполняются точно. Второе предположение выполняется для некоторых теоретико-полевых моделей, например для алгебры калибровочных полей Ли, Вайнберга и Зумино [31], которую по разным соображениям можно считать усложненным вариантом модели векторной доминантности. К тому же, предположив, что электромагнитный ток не обладает компонентой унитарного синглета, мы сможем переписать правило сумм Вайнберга в виде

$$(1/3) \int \sigma(e^+ e^- \rightarrow T = 1) ds = \int \sigma(e^+ e^- \rightarrow T = 0) ds, \quad (14)$$

где  $\sigma(e^+ e^- \rightarrow T = 1$  или  $0)$  — полное сечение перехода  $e^+ e^-$  в систему адронов с  $T = 1$  или с  $T = 0$ . Насыщая (14)  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонами, получаем в приближении узких резонансов известную формулу [32]

$$(1/3) m_\rho \Gamma(\rho \rightarrow e^+ e^-) = m_\omega \Gamma(\omega \rightarrow e^+ e^-) + m_\phi \Gamma(\phi \rightarrow e^+ e^-). \quad (15)$$

Хочу подчеркнуть, что если возникает вопрос о возможных поправках, соответствующих конечной ширине резонансов, то удобнее перейти к исходному выражению (14).

Имея в своем распоряжении формулы (14) и (15), нам все еще необходимо уточнить, каким образом строится правая часть из вкладов от  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов.

1. ДМО [32]: интегралы второй спектральной функции Вайнберга [30] удовлетворяют октетной формуле нарушения.

2. КШ [29] (см. Коулмэн и Шницер) [30]: обратная матрица пропагатора для токов удовлетворяет формуле октетного нарушения.

Как известно, обе схемы неудовлетворительны; из ДМО следует слишком малое значение парциальной волны для  $\phi \rightarrow e^+ e^-$ , а из КШ следует слишком малое значение парциальной волны для  $\omega \rightarrow e^+ e^-$  [33]. Это разногласие возникает частично из-за того, что правило сумм для спектральной функции уже само с точки зрения статистики в значительной

степени нарушено; более точно оказывается, что правая часть (15) больше процентов на 20. А так как реакция  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  в области  $\phi$ -мезона была тщательно исследована в Орсе и в Новосибирске [34], то значение  $\Gamma(\phi \rightarrow e^+e^-)$ , полученное в Орсе, представляется нам весьма надежным. С другой стороны, на возможность существования значения  $\Gamma(\omega \rightarrow \rightarrow e^+e^-)$  значительно меньшего, чем цифра, полученная в Орсе [35], указывают три различных источника.

1. Наблюдается интерференция  $\rho - \omega$  [36] в фотообразовании с помощью лептонных пар при использовании предположения о том, что разница фаз между фотообразованием  $\rho$ -мезона и  $\omega$ -мезона близка нулю (как в дифракционных моделях).

2. Отношение [37]

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0 \gamma) / \Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma).$$

3. Данные ЦЕРНа — Болоньи по реакции  $\omega \rightarrow e^+e^-$  [38].

В литературе часто можно встретить выражения типа «смешивание масс» или «смешивание токов». Как уже отмечали Кролл, Ли и Зумино [39], эти понятия можно вводить совершенно независимо от  $SU(3)$ -симметрии; они характеризуют лишь соотношение между  $\theta_Y$  и  $\theta_B$ , определяемое посредством [40]:

$$\left. \begin{aligned} j_\mu^{(Y)} &= (1/f_Y) [m_\phi^2 \cos \theta_Y \varphi_\mu - m_\omega^2 \sin \theta_Y \omega_\mu]; \\ j_\mu^{(B)} &= (1/f_B) [m_\phi^2 \sin \theta_B \varphi_\mu + m_\omega^2 \cos \theta_B \omega_\mu], \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где  $j_\mu^{(Y)}$  и  $j_\mu^{(B)}$  — плотности гиперзаряда и барионного заряда. Имеем:

1) смешивание токов

$$(m_\phi/m_\omega) \operatorname{tg} \theta_B = \operatorname{tg} \theta = (m_\omega/m_\phi) \operatorname{tg} \theta_Y; \quad (17a)$$

2) смешивание масс

$$\theta = \theta_Y = \theta_B. \quad (17b)$$

Очевидно, что если рассматривать распады  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов на лептонные пары, то можно определить только  $\theta_Y$  [40]:

$$\frac{\Gamma(\omega \rightarrow e^+ e^-)}{\Gamma(\phi \rightarrow e^+ e^-)} = (m_\omega/m_\phi) \operatorname{tg}^2 \theta_Y. \quad (18)$$

Для определения  $\theta_B$  необходимо знать адронные константы связи. Например, используя предположение о гладкости, Кролл, Ли и Зумино [39] заметили, что константа связи  $\phi K \bar{K}$  пропорциональна  $f_Y \cos \theta_B / (\cos(\theta_Y - \theta_B))$ . Ввиду

того, что величина  $\gamma\phi$ -связи пропорциональна  $(1/f_Y) \cos \theta_Y$ , можно выразить пиковое сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow k_L k_S$  в виде [41]

$$(e^+ e^- \rightarrow K^+ K^-)|_{s=m_\phi^2} = \frac{\pi}{12} \times \\ \times \frac{\alpha^2}{[\Gamma_\phi^{(tot)}]^2} \cos^4 \theta [1 - (4m_K^2/m_\phi^2)]^{3/2}, \quad (19)$$

где мы воспользовались равенством

$$\frac{\cos \theta_Y \cos \theta_B}{\cos(\theta_Y - \theta_B)} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \theta_Y \operatorname{tg} \theta_B} = \frac{i}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} = \cos^2 \theta. \quad (20)$$

Важно отметить, что выражение (19) справедливо независимо от того, пользуемся ли мы соотношением для смешивания масс (17б) или соотношением для смешивания токов (17а). Угол  $\theta$ , определяемый таким образом, меньше угла  $\theta_Y$  на величину, согласующуюся с выражением (17б):

$$\theta_Y = 41^\circ; \quad \theta = 31^\circ,$$

где погрешности достигают нескольких градусов. Это в какой-то степени подтверждает схему смешивания токов [29, 33].

## 8. Классическая и граничная области

Разными авторами проведено сравнение между процессами с  $q^2 = 0$  и процессами с  $q^2 = -m_\rho^2 (-m_\phi^2, -m_\omega^2)$ .

Временеподобная область $q^2 < 0$		Пространственноподобная область $q^2 > 0$
Граничная область $-q^2 \gg m_\rho^2$	Классическая область	Граничная область $q^2 \gg m_\rho^2$
$-q^2 = m_\phi^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$	$-q^2 = m_\rho^2, \omega^2 = 0,6 \text{ ГэВ}^2$	
	$q^2 = 0$	
Новые векторные мезоны? $e^+e^- \rightarrow$ адроны Образование мюонных пар	Область применения модели векторной доминантности	$e\gamma$ -рассеяние Электрообразование

Рис. Д.2. Классическая и граничная области.



Отметим, что глубина экстраполяции достигает  $0,6 \text{ Гэв}^2$ , что раз в 30 больше глубины экстраполяции, используемой обычно в модели ЧСАТ. Область между  $q^2 = 0$  и  $q^2 = -m_\rho^2$  мы обычно называем *классической областью*. Однако есть процессы, в которых используется значительно большее значение  $q^2$  (или  $-q^2$ ) как в пространственноподобном, так и во времениподобном направлениях (рис. Д.2).

## 9. Новые векторные мезоны

Рассмотрим времениподобное направление. В последние годы мы часто задаем себе вопрос: что находится за  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонами? Возможные ответы на этот вопрос:

- 1) другие векторные мезоны;
- 2) пустой континуум;
- 3) хвосты  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов.

В частности, модная в настоящее время модель Венециано [42] предсказывает бесконечную последовательность векторных мезонов  $\rho'$  — при  $1,3 \text{ Гэв}$ ,  $\rho''$  — при  $1,7 \text{ Гэв}$ ,  $\rho'''$  — при  $2,0 \text{ Гэв}$  и т. д.

На опыте не были обнаружены более тяжелые векторные мезоны. Если сечения рассеяния  $\rho'$ - и  $\rho''$ -мезонов на нуклонах равны таковым для  $\rho$ -мезона и если оценки Шапиро [43] (основанные на модели Венециано) распадов  $\rho'$ ,  $\rho'' \rightarrow \pi\pi$  разумны, то  $1/f_{\rho'}$  и  $1/f_{\rho''}$ , определенные по величине обычным путем, будут меньше  $1/f_\rho$  на два порядка. Поразительным экспериментальным фактором является то, что, по-видимому, релятивистская формула Брейта—Вигнера с постоянной шириной согласуется с данными из Корнэля [44] по дифракционному образованию пионных пар с точностью до нескольких полных ширин. (Это первый случай в физике высоких энергий, когда хвост резонанса был прослежен в такой широкой области.)

## 10. Асимптотическое поведение сечений во встречных пучках

Предположив, что число векторных мезонов небесконечно, можно теперь спросить: как быстро убывает сечение процесса  $\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$  во встречных пучках при асимптотически больших значениях переменной  $s \rightarrow -q^2$ .

Этот вопрос непосредственно связан со свойствами весовой функции, фигурирующей в спектральном представлении пропагатора тока.

Отметим прежде всего, что если адронная часть электромагнитного тока действительно похожа на «поле», то должно существовать спектральное представление для токов, подобное тому представлению, которое теоретики пишут для поля:

$$i \int d^4 x e^{i q x} \langle 0 | T (j_{\mu}^{(em)} j_{\nu}^{(em)}) | 0 \rangle + S. T. = \\ = \int \frac{\rho^{(em)}(m^2)}{q^2 + m^2 - i \epsilon} [\delta_{\mu\nu} + (q_{\mu} q_{\nu} / m^2)]. \quad (21)$$

Весовая функция непосредственно связана с сечением во встречных пучках при энергии в системе центра масс  $\sqrt{s}$  [45]:

$$\sigma_{tot}(e^+ e^- \rightarrow \text{адроны}) = (16\pi^3 \alpha^2 / s^2) \rho^{(em)}(m^2) |_{m^2=s}. \quad (22)$$

Уже тот факт, что мы можем написать сходящееся представление вида (21), нетривиален; как отмечалось Духером [46], он требует выполнения условия

$$s^2 \sigma_{tot}(e^+ e^- \rightarrow \text{адроны}) \rightarrow 0. \quad (23)$$

(Оказывается, отсюда следует также конечность швингеровского члена или вакуумного среднего от швингеровского члена.) Я осмелюсь сделать еще один шаг, допустив возможность того, что ток действительно ведет себя как свободное поле на бесконечности [30, 47]. Для определенности предположим, что часть пропагатора тока, содержащая  $\delta_{\mu\nu}$ , при больших  $q^2$  ведет себя как  $1/q^2$ . Тогда получим

$$s^3 \sigma_{tot}(e^+ e^- \rightarrow \text{адроны}) \rightarrow 0. \quad (24)$$

Отмечу, что высокоэнергетическое поведение (23) или (24) поразительным образом расходится с мнением, преобладающим среди теоретиков SLACовского «истэблшмент». Бьёркен [45], а также Дрелл, Леви и Яң [48] считают возможным поведение сечения во встречных пучках, подобное поведению «точечного» сечения

$$\sigma_{tot}(e^+ e^- \rightarrow \text{адроны}) \sim 1/s, \quad (25)$$

что приводит к швингеровскому члену, расходящемуся линейно с  $s$  (квадратично с энергией в системе центра масс).

Это характерно для теории токов, построенных из билинейных произведений заряженных полей [49]. Некоторые другие результаты по встречным пучкам приведены в табл. 2.

Таблица 2

Асимптотическое поведение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow$  адроны

$(e^+ e^- \rightarrow \text{адроны}) \rightarrow 0$ быстрее, чем:	Насыщение мезоном	Примечание
Константа	$(1/2) (g-2)_{\text{адр}} \approx (5-7) \times 10^{-8}$	Конечный адронный вклад в импульс мюона
$\frac{1}{s}$	$(\delta_e^2 / e^2)_{\text{адр}} \approx -0,4\%$	Конечный адронный вклад в электрический заряд
$\frac{1}{s^2}$	$\int (\rho^{(3)} / m^2) dm^2 = 0,024 \Gamma \vartheta^2$ $\int (\rho(em) / m^2) dm^2 = 0,032 \Gamma \vartheta^2$	Конечный швингеровский член Сходящееся спектральное представление для тока
$\frac{1}{s^3}$	$\int \rho(em) dm^2 < \infty$ , однако насыщение может оказаться опасным	Поведение свободного поля для тока типа $p^2 \rightarrow \infty$

## 11. Нуклонные форм-факторы

Перейдем теперь в пространственно-подобную область, где гипотеза векторной доминантности наиболее спекулятивна. Несмотря на то что в развитии модели векторной доминантности на ранней стадии существенную роль сыграли нуклонные форм-факторы [53], в настоящее время хорошо известно, что нуклонный форм-фактор не выражается через простой полюсный член  $m_\rho^2 / (m_\rho^2 + q^2)$ . Зикики [54] сказал бы по этому поводу, что это даже естественно, так как предполагается, что вершина  $\rho \bar{N} N$  обладает своим собственным форм-фактором. Модели, основанные на использовании выражения

$$F(t) = [m_\rho^2 / (m_\rho^2 - t)] F_{\rho \bar{N} N}(t); \quad (t = -q^2), \quad (26)$$

представляют незначительный интерес до тех пор, пока у нас нет надежного способа вычисления форм-фактора  $F_{\rho \bar{N} N}(t)$  вершины  $\rho \bar{N} N$ . Однако в этом направлении имеются кон-

кретные идеи. Например, Бернштейн, Бег и Таузнер [55] считают, что форм-фактором вершины  $\rho\bar{N}N$ , на который умножается простое полюсное выражение, представляет собой почти забытое выражение Федербуша, Гольдбергера и Тримена [56].

С другой стороны, если допустить наличие бесконечного числа векторных мезонов, то мы можем написать формулу, выраженную через гамма-функции для форм-фактора, хорошо описывающую рассеяние электронов [57]. Подгонка Фрэмптона [58] для магнитного форм-фактора

$$G_M^{(p)}(t) = \frac{\Gamma(11/4)}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma[(1/2) - t]}{\Gamma[(11/4) - t]} \quad (27)$$

весьма удачна: она значительно лучше, чем популярная дипольная формула. Отметим, что это выражение имеет простой полюс при  $t = 0,5 + n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) ( $\Gamma\bar{\nu}^2$ ); если отсутствуют  $\rho'$ ,  $\rho''$  и т. д., связанные с протоном, то подгонка такого типа не имеет большого теоретического значения. Аналогичный подход к пионным форм-факторам дает некоторые конкретные предсказания для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  в области  $\rho'$ ,  $\rho''$  [59].

## 12. Неупругое электрон-протонное рассеяние

По неупругому электрон-протонному рассеянию в последние годы было получено большое количество экспериментальных данных. В тех случаях, когда регистрируется только электрон в конечном состоянии, неупругое сечение  $ep$ -рассеяния можно выразить через форм-факторы Дрелла—Валечки  $W_1(q^2, \nu)$  и  $W_2(q^2, \nu)$  следующим образом:

$$d^2\sigma/d\Omega dE' = (d\sigma/d\Omega)_{Mott} \times \\ \times [W_2(q^2, \nu) + 2W_1(q^2, \nu) \tan^2(\theta/2)], \quad (28)$$

где  $\nu$  — энергия обменного виртуального фотона в лабораторной системе. Неупругое  $e-p$ -рассеяние можно рассматривать как меру сечения виртуального сечения фотопоглощения виртуальными фотонами с квадратом массы, равным  $-q^2$ . Поэтому разумно выражать  $W_1$  и  $W_2$  через поперечное и продольное сечения  $\sigma_T$  и  $\sigma_S$ , введенные Хэндом:

$$W_1 = \frac{k}{4\pi^2\alpha} \sigma_T; \quad W_2 = \frac{k}{4\pi^2\alpha} \cdot \frac{q^2}{q^2 + \nu^2} (\sigma_T + \sigma_S), \quad (29)$$

где

$$k = \frac{(s - m_p^2)}{2m_p} = v - (q^2/2m_p). \quad (30)$$

Величина  $\sqrt{s}$  является инвариантной массой конечной системы адронов, часто называемой также недостающей массой. При  $q^2 = 0$   $\sigma_T$  становится сечением фотообразования с участием реальных фотонов, а  $\sigma_S$  стремится к нулю, как  $q^2$ . В общем виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T &= (2\pi\alpha/k) (2\pi)^4 \Sigma_A |\langle A | j_{x,y} | p \rangle|^2 \delta^{(4)}(p + q - p^{(A)}); \\ \sigma_S &= (2\pi\alpha/k) (2\pi)^4 (q^2/v^2) \Sigma_A |\langle A | j_z | p \rangle|^2 \delta^{(4)} \times \\ &\quad \times (p + q - p^{(A)}), \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

где ось  $z$  выбрана вдоль направления импульса виртуального фотона.

Тождество типа *поле—ток* связывает матричный элемент  $\langle A | j | p \rangle$  с адронным матричным элементом  $\langle A | J^{(\rho, \omega, \varphi)} | p \rangle$ . Предположив, что  $\Sigma_A |\langle A | J_{x,y,z}^{(\rho)} | p \rangle|^2 \delta^{(4)}(p + q - p^{(A)})$  не сильно меняется в лабораторной системе координат при фиксированных  $s$ , можно выразить  $\sigma_T$  и  $\sigma_S$  через сечение рассеяния векторного мезона на протоне со спиральностью  $\lambda = \pm 1$  и 0. Окончательный результат имеет вид [60]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_T(s, q^2) &= [m_V^2/(m_V^2 + q^2)]^2 \sigma_{\gamma p}(s); \\ \sigma_S(s, q^2) &= [m_V^2/(m_V^2 + q^2)]^2 (q^2/m_V^2) \xi(s) \times \\ &\quad \times [(s - m_p^2)/(s - m_p^2 + q^2)], \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где

$$\xi(s) \equiv \sigma_{\rho p}^{(\lambda=0)} / \sigma_{\rho p}^{(\lambda=\pm 1)}. \quad (33)$$

В качестве массы векторного мезона  $m_V$  выбирается масса  $\rho$ -мезона (так как  $m_\omega \approx m_\rho$  и вклад от  $\varphi$ -мезона пренебрежимо мал), однако при сравнении с экспериментальными данными мы с сотрудниками [61] старались изменять ее между  $m_\rho$  и  $m_\varphi$  для учета возможного вклада от мезонов с большими массами. Некоторые авторы [62] пользовались несколько другими предположениями о гладкости для получения формул, согласующихся с (32) при  $s \gg q^2$ , однако значительно отличных для  $s \leq q^2$ . Мне кажется, что

эти различия отражают неоднозначность в продолжении за массовую оболочку.

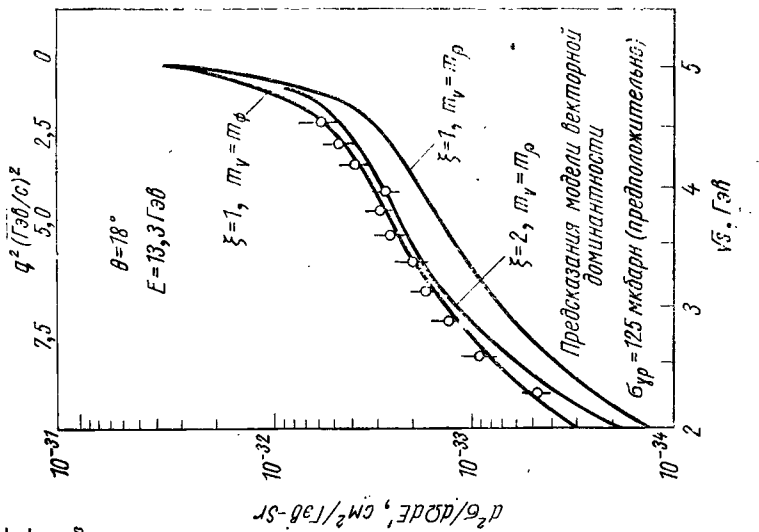
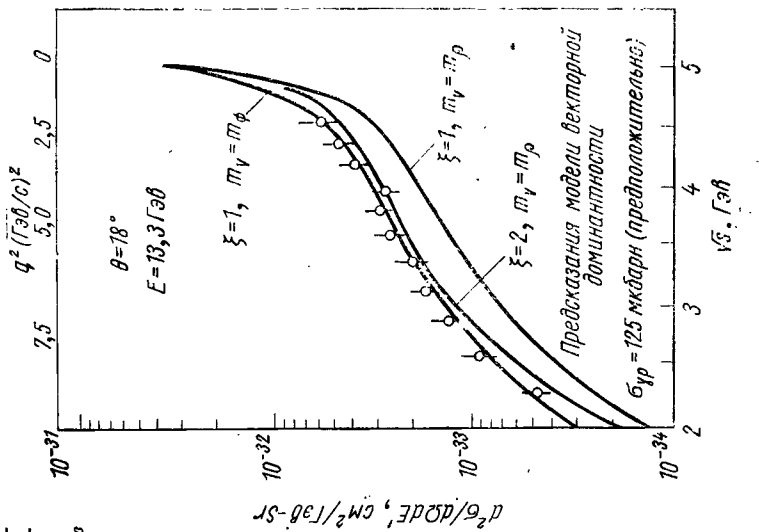
Обратимся теперь к имеющимся экспериментальным данным. Когда группа SLAC—MIT представила свои предварительные результаты по неупругому рассеянию электронов на протонах на Венской конференции, то наиболее существенным в их результатах казалось неожиданно большое значение сечения в области континуума ( $\sqrt{s} > 2 \text{ Гэв}$ ) даже при достаточно больших значениях  $q^2$ . Это дает основание предположить, что наблюдается некоторая точечная структура внутри нуклонов. Действительно, как это видно из рис. Д.3, а, сечение рассеяния на угол  $6^\circ$ , полученное группой SLAC—MIT, согласуется с моделью, основанной на использовании пропагатора векторного мезона с разумными значениями  $\xi$  и  $m_\nu$ . Все экспериментальные точки с  $\sqrt{s} > 2 \text{ Гэв}$  [63] (рассеяние на углы  $6$  и  $10^\circ$ ) с точностью до 50% можно подогнать при значениях  $\xi = 1,5$ ;  $m_\nu = m_\rho$ ;  $\sigma_{\nu p} = 125 \text{ мбарн}$ . Аналогичный вывод можно сделать и для данных по рассеянию мюонов на протонах, полученных группой Перла [64].

Если перейти к большим значениям углов, то как в теоретических, так и в экспериментальных результатах при фиксированных  $E$  и  $\theta$  наблюдается изменение в предсказаниях при изменении величины недостающей массы или  $q^2$ , как это показано на рисунке. Отметим, что даже при ограничении  $\sqrt{s} > 2 \text{ Гэв}$  величина  $q^2$  все время растет вплоть до  $9 \text{ Гэв}^2$ . Для данных при рассеянии на угол  $18^\circ$ , по-видимому, необходимо большее значение  $\xi$  (или  $m_\nu$ ).

Наиболее удивительным свойством модели является большое значение отношения  $\sigma_S/\sigma_T$ , следующее из (32). Как хорошо известно, измерение при одном угле определяет некоторое линейное продолжение сечений  $\sigma_S$  и  $\sigma_T$  (для малых углов —  $\sigma_S + \sigma_T$ ), однако оно не допускает разделения  $\sigma_S - \sigma_T$ . Совсем недавно были предприняты попытки разделения комбинированных данных, полученных при использовании различных спектрометров (спектрометров в SLAC'e на 20 и 8  $\text{Гэв}/c$ ) или же путем сравнения данных, полученных в разных лабораториях [65] (SLAC и DESY).  $\sigma_S$  отлично от нуля, однако отношение  $\sigma_S/\sigma_T$  значительно меньше, чем это следовало бы из формулы (32), особенно для больших  $q^2$ . Типичные диаграммы Розенблюта приведены на рис. Д. 4 при  $q^2 = 0,8 (\text{Гэв}/c)^2$ ,  $\sqrt{s} = 2,3 \text{ Гэв}$  и  $q^2 = 4 (\text{Гэв}/c)^2$ ,  $\sqrt{s} = 4 \text{ Гэв}$ . Очевидно, что нужны данные большей точности.

Рис. Д.3. Дифференциальное сечение неупругого электрон-протонного рассеяния (данные SLAC—MIT):

а)  $\theta = 6^\circ$ ,  $E = 13,5$  Гэв; б)  $\theta = 18^\circ$ ,  $E = 13,3$  Гэв (предварительные данные).



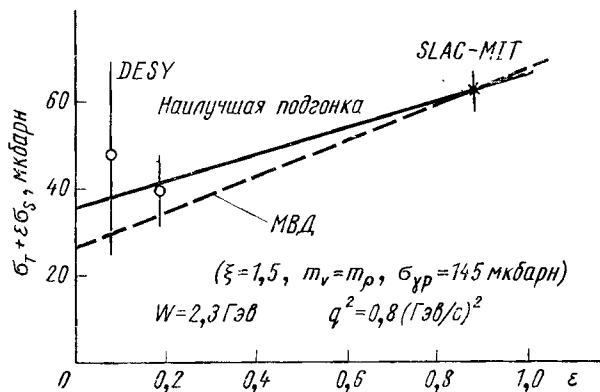
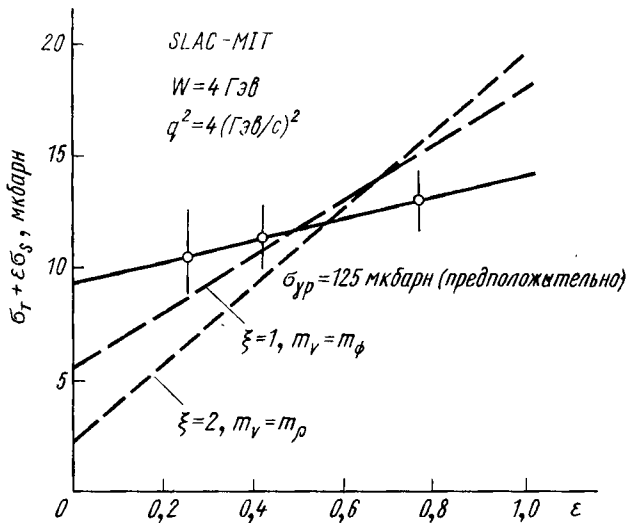


Рис. Д.4. Диаграммы Розенблюта.



На основе модели векторной доминантности можно ожидать, что неупругое электрон-нейтронное рассеяние в области континуума аналогично неупругому электрон-протонному рассеянию, особенно если иметь в виду результаты групп в DESY и Санта Барабара [66], согласно которым равенство  $\sigma_{tot}(\gamma p) \approx \sigma_{tot}(\gamma n)$  выполняется с точностью 10% для  $k > 5$  Гэв/с. Это противоречит некоторым результатам составных моделей [67], предсказывающих значительное отличие между  $e^-p$  и  $e^-n$ .

Согласно модели векторной доминантности электророжение  $\rho$ -мезона связано с неупругим электрон-протонным рассеянием так же, как фотообразование связано с фотопоглощением. В частности, можно сравнить зависимость от  $q^2$  соотношением продольных и поперечного сечений для двух процессов:

$$e^- + p \rightarrow e^- + \text{произвольная система адронов};$$

$$e^- + p \rightarrow e^- + \rho^0 + p.$$

$\sigma_S$  и  $\sigma_T$  легче разделить в случае электрообразования  $\rho$ -мезона, так как угловое распределение при распаде  $\rho$ -мезона непосредственно определяет относительную величину продольного и поперечного вкладов. Этот вопрос детально обсуждался несколькими авторами [68].

### 13. Будущие эксперименты

В заключение перечислим несколько экспериментов, важных для проверки модели векторной доминантности.

- 1) Поиски узкого пика вперед для  $\rho_{11}^{(n)}(d\sigma/dt)_{\pi^-p \rightarrow \rho^0 n}$ .
- 2) Угловое распределение комптоновского рассеяния.
- 3) Уточнение данных по мезонным распадам, в частности  $\omega \rightarrow e^+e^-$ .
- 4) Проверки правил сумм для спектральных функций с учетом вклада от континуума.
- 5) Дальнейшие поиски тяжелых мезонов.
- 6) Асимптотическая зависимость от энергии для процесса  $e^+e^- \rightarrow$  адроны.
- 7) Уточнение данных по разделению  $\sigma_S - \sigma_T$  в упругом  $e^-p$ -рассеянии.
- 8) Неупругое  $e^-n$ -рассеяние.
- 9) Электророжение  $\rho$ -мезона при больших  $q^2$ .

Результаты этих опытов должны дать ответ на вопрос: справедлива ли модель векторной доминантности только

при малых  $q^2$  (благодаря тому, что точка  $q^2 = 0$  находится недалеко от  $q^2 = -m_\rho^2$ ), или же она может иметь более широкое применение, включая процессы с асимптотически большими значениями  $-q^2$  (или  $-q^2$ ). Согласно планам работ различных лабораторий эти опыты будут выполнены в течение ближайших двух лет\*.

---

\* К настоящему времени получены следующие результаты:

1. Узкий пик в рассеянии вперед в  $\rho_{11}(d\sigma/dt)$  ( $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$ ) подтверждает справедливость модели векторной доминантности [J. H. Scharenguivel et al. Phys. Rev. Lett., **24**, 332 (1970)].

2. Угловое распределение комптон-эффекта при высоких энергиях измерено при  $p = 6$  Гэв/с (DFSY) и 5—17 Гэв (SLAC) [см., например, R. L. Anderson et al. Phys. Rev. Lett., **25**, No. 17 (1970)].

Наблюдается некоторое отклонение от предсказаний модели векторной доминантности.

3. Опыты по распадам векторных мезонов ведутся в Орсе (Франция).

4. Имеющихся экспериментальных данных по распадам векторных мезонов пока еще недостаточно для полной проверки правил сумм для спектральных функций.

5. Вопрос о существовании векторных мезонов с большими массами остается открытым.

6. Согласно предварительным данным, полученным во Фраскати, сечение процессов типа  $e^+ e^- \rightarrow$  адроны при больших энергиях убывает медленнее, чем это следует из модели векторной доминантности.

7. Экспериментальные данные не подтверждают модель векторной доминантности (Прим. перев.).

8. Предварительные результаты по неупругому рассеянию были доложены на Киевской конференции 1970 г. (см. раппортерские доклады Вильсона и Тейлора в Трудах конференции, Киев, «Наукова думка», 1972). Для проверки требуются дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования этого процесса.

## Литература к дополнению

1. Sakurai J. J. Ann. Phys., **11**, 1 (1960).
2. Gell-Mann M., Zachariasen F. Phys. Rev., **124**, 953 (1961).
- 2a. Nambu Y., Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., **8**, 79 (1962).
3. Augustino J. E. et al. Phys. Lett., **28B**, 503, 508 (1969) (частное сообщение).
4. Gounaris G., Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., **21**, 244 (1968); Vaughn M. T., Wali K. C. Ibid., p. 938
5. Ronard F. M., Parkinson M. в печати
6. Bialas A., Zalewski K. Phys. Lett., **28B**, 436 (1969).
7. Boder D. S. Phys. Rev., **149**, 1203 (1966); Iso C., Yoshii H. Ann. Phys., **47**, 424 (1968).
8. Cho C. F., Sakurai J. J. EFI 69-73.
- Fraas H., Schildknecht D. Nucl. Phys., **B6**, 395 (1968).
9. Krammer M., Schildknecht D. Nucl. Phys., **B6**, 395 (1968).
10. LeBellac M., Plaut G (Nice preprint) (to be published).
11. Potter W. T., Sullivan J. D. (abstract No. 150, this Conference).
12. Cho C. F., Sakurai J. J. Ref. 8.
13. Schildknecht D. DESY 69-10; Burnfeindt H. et al. Abstract No. 86, 87, this Conference.
14. Biswas N. N. et al. (Notre Dame preprint).
15. Burnfeindt H. et al. 13; Bar-Yam Z. (loc. cit.).
16. Schmidt W. (в печати).
17. Leith D., Wenzel W. A. (loc. cit.).
18. Ross M., Stodolsky L. Phys. Rev., **149**, 1172 (1966); Freund P. G. O. Nuovo cimento, **44A**, 411 (1966).
19. Meyer H. et al. abstract 22; Bloom H. D. et al., abstract 99; Ballam et al., abstract 108, this Conference; and Caldwell D. O. (loc. cit.).
20. Anderson R. Abstract No. 73, this Conference; Larsen R. (частное сообщение).
21. Drell S. D., Trefil J. Phys. Rev. Lett., **16**, 552, 832 (E) (1966).
22. Stodolsky L. Phys. Rev. Lett., **18**, 135 (1967).
23. Brodsky S. J., Pumphin J. SLAC-PUB 554.
- 23a. Gottfried K., Yennie D. R. Phys. Rev., **182**, 1595 (1969).

236. Margolis B., Tang C. L. Nucl. Phys., B10, 329 (1969).
- 23b. Nauenberg M. Phys. Rev. Lett., 22, 556 (1969).
24. Caldwell D. O. et al. Abstract No. 33, this Conference.
- 24a. Meyer H. et al. Abstract No. 23, this Conference.
25. Boyarski A. M. et al. Abstract No. 90, this Conference.
26. McClellan G. et al. Abstract No. 82, this Conference.
27. Von Bochmann G., Magrolis B. Abstract No. 136, this Conference.
28. Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., 17, 102 (1966).
29. Oakes R. J., Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., 19, 1266 (1967).
30. Weinberg S. Phys. Rev., 18, 507 (1967).
31. Lee T. D. et al. Phys. Rev. Lett., 18, 1029 (1967).
32. Das T. et al. Phys. Rev. Lett., 19, 470 (1967).
- 32a. Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., 19, 803 (1967).
33. Coleman S., Schnitzer H. J. Phys. Rev., 134, B863 (1964).
34. Bizot J. C. et al. Abstract No. 78, this Conference.
35. Augustin J. E. et al. Phys. Lett., 28B, 513 (1969).
36. Biggs P. J. et al. Abstract No. 84, this Conference; Ting C. C. S. (loc. cit.); for theoretical analysis see G. K. Greenhut.
- 36a. Weinstein R., Parsons R. G. Abstract No. 62, this Conference.
37. Gell-Mann M., Zachariasen F. (Reference 2); Gell-Mann M. et al. Phys. Rev. Lett., 8, 261 (1962).
38. Bollini D. et al. Nuovo cimento, 57A, 404 (1968).
39. Kroll N. M. et al. Phys. Rev., 157, 1376 (1967).
40. Dashen R. F., Sharp D. H. Phys. Rev., 133, B1585 (1964).
41. Gourdin M. (в печати).
42. Beneziano G. Nuovo cimento, 57A, 190 (1968); Lovelace C. Phys. Lett., 28B, 264 (1968).
43. Shapiro J. Phys. Rev., 179, 1345 (1969).
44. McClellan G. et al. Abstract No. 81, this Conference.
45. Cabibo N., Gatto R. Phys. Rev., 124, 1577 (1961).
- 45a. Bjorken J. D. Phys. Rev., 148, 1467 (1967).
46. Docher J. Phys. Rev. Lett., 19, 600 (1967).
47. Sakurai J. J. EFI-69-37 (в печати).
48. Drell S. D. et al. (в печати).
49. Gribov V. N. et al. Phys. Lett., 24B, 554 (1967).
50. For further discussion. R. Gatto (Padua preprint) and J. J. Sakurai, EFI-69-37 (to be published). See also R. Getto's talk at this Conference.
51. Christenson J. et al. Abstract No. 47, this Conference.
52. Lee T. D., Wick G. C. Nucl. Phys., B9, 209 (1969).
53. Nambu Y. Phys. Rev., 106, 1366 (1957); Frazer W. R., Fulco J. Phys. Rev. Lett., 2, 365 (1959).
54. Massam T., Zichichi A. Nuovo cimento, 43, 1137 (1966).
55. Bernstein J. et al. Phys. Rev., 173, 1523 (1968).
56. Federbush P. et al. Phys. Rev., 112, 642 (1959).
57. di Vecchia P., Drago F. Nuovo cimento, 1, 917 (1969); Jengo R., Remidii E. Nuovo cimento, 1, 922 (1969).
58. Frampton P. H. EFI-69-60.
59. Suura H. Phys. Rev. Lett., 23, 551 (1969); Walker J. K.

- Abstract No. 139, This Conference; Nussinov S., Rosner J.
60. Sakurai J. J. Phys. Rev. Lett., **22**, 981 (1969).
  61. Cho C. F. et al. EFI-69-54.
  62. Fraas N., Schildknecht D. DESY 69-18 to be published; Tsai Y. S. SLAC-PUB-600; Sullivan J. D. Abstract No. 149, this Conference.
  63. Bloom E. D. et al. SLAC-PUB-642.
  64. Perl M. L. et al. SLAC-PUB-652.
  65. Albrecht W. et al. Abstract No. 20 and 70. This Conference.
  66. Meyer H. et al. Abstract No. 22. This Conference; Caldwell D. O. et al. Abstract No. 33. This Conference. Aachen—Bonn—Hamburg—Heidelberg—Munich Collaboration. Abstract No. 138, this Conference.
  67. Bjorken J. D., Paschos E. A. SLAC-PUB-572.
  68. Dieterle B. D. SLAC-PUB-595. Fraas N., Schildknecht D. (Reference 62); Cho C. F., Gounaris G. J. EFI-69-63.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к переводу . . . . .	3
Вместо предисловия автора. Физика высоких энергий 70-х годов . . . . .	5
<b>Глава 1. Обзор по симметрии <math>SU(3)</math></b> . . . . .	<b>13</b>
§ 1.1. Кварки . . . . .	13
§ 1.2. Свойства $\lambda$ -матриц . . . . .	15
§ 1.3. Электрический заряд кварков . . . . .	16
§ 1.4. Подгруппы $SU(2)$ . . . . .	17
§ 1.5. Мезоны . . . . .	18
§ 1.6. Векторные и тензорные обозначения . . . . .	19
§ 1.7. Свойства зарядового сопряжения . . . . .	20
§ 1.8. Барийонный октет . . . . .	21
§ 1.9. Построение инвариантных связей . . . . .	22
<b>Глава 2. Условие дивергенции и коммутационные соотношения для токов (КСТ)</b> . . . . .	<b>23</b>
§ 2.1. Токи и заряды в модели свободных кварковых полей . . . . .	23
§ 2.2. Метод Гелл-Манна—Левн . . . . .	25
§ 2.3. Взаимодействия, нарушающие симметрию, и условие дивергенции . . . . .	27
§ 2.4. Вывод коммутационных соотношений для токов (КСТ) . . . . .	30
§ 2.5. Коммутационные соотношения для плотностей . . . . .	32
§ 2.6. Швингеровские члены . . . . .	34
§ 2.7. Коммутационные соотношения для зарядов и киральная симметрия $SU(2) \otimes \otimes SU(2)$ . . . . .	37
§ 2.8. Токи, связанные с электромагнитными и полулептонными процессами . . . . .	40
§ 2.9. Матричные элементы оператора заряда. Теорема Адемолло—Гатто . . . . .	43
<b>Глава 3. Универсальность векторных мезонов</b> . . . . .	<b>47</b>
§ 3.1. Немного истории . . . . .	47
§ 3.2. Калибровочные преобразования и универсальность . . . . .	49

§ 3.3. Связь между векторной доминантностью и универсальностью . . . . .	51
§ 3.4. Тождество тока и поля (ТПП) $\rho$ -мезона . . . . .	53
§ 3.5. Связь с дисперсионной теорией . . . . .	55
§ 3.6. Перенормируемые и неперенормируемые $\rho$ -мезонные поля . . . . .	57
§ 3.7. Определение константы связи $\rho$ -мезона . . . . .	59
§ 3.8. Калибровочная инвариантность и константа $em_\rho^2/f_\rho$ . . . . .	63
§ 3.9. Алгебра калибровочных полей . . . . .	67
§ 3.10. $\omega$ - $\phi$ -Смешивание . . . . .	72

**Глава 4. ЧСАТ и соотношение Гольдбергера—Тримена** . . . . . 76

§ 4.1. Матричные элементы для распада $\pi^\pm$ -мезонов и нейтрона . . . . .	76
§ 4.2. Трудности с сохраняющимися аксиальными токами . . . . .	77
§ 4.3. Вывод Намбу соотношения Гольдбергера—Тримена . . . . .	78
§ 4.4. Модели, удовлетворяющие ЧСАТ . . . . .	80
§ 4.5. ЧСАТ и доминантность пионного полюса . . . . .	82
§ 4.6. ЧСАТ и симметрия $SU(3)$ . Обобщенные соотношения Гольдбергера—Тримена . . . . .	85

**Глава 5. Процессы с участием мягких пионов** . . . . . 87

§ 5.1. Обзор редуцированной техники . . . . .	87
§ 5.2. Излучение (поглощение) одного пиона в адронных процессах . . . . .	92
§ 5.3. Условие Адлера . . . . .	97
§ 5.4. Формула для излучения мягкого пиона в слабых (электромагнитных) процессах . . . . .	100
§ 5.5. Лептонный распад каона . . . . .	102
§ 5.6. Фотообразование . . . . .	105
§ 5.7. Альтернативный метод, основанный на условии дивергенции . . . . .	108
§ 5.8. $K_{\pi^3}$ -распад . . . . .	109
§ 5.9. $S$ -волновой гиперонный распад (нарушающий четность) . . . . .	113
§ 5.10. Обобщенные тождества Уорда—Такахаши . . . . .	116
§ 5.11. Излучение двух пионов в адронных процессах . . . . .	117
§ 5.12. Упругое рассеяние мягких пионов . . . . .	121
§ 5.13. Соотношение Адлера—Вейсбергера . . . . .	122
§ 5.14. Связь с доминантностью векторного мезона . . . . .	124

**Глава 6. Асимптотическая симметрия и правила сумм для спектральных функций** . . . . . 126

§ 6.1. Асимптотическая киральная симметрия и соотношение между массами Вайнберга . . . . .	126
--	-----

§ 6.2. Правила сумм для спектральных функций	128
§ 6.3. Следствия алгебры токов . . . . .	130
§ 6.4. Электромагнитная разность масс пионов	131
§ 6.5. Связь между различными токами. $\omega$ - $\phi$ - Смешивание . . . . .	133
Приложения. Обозначения и нормировка . . . . .	135
Литература . . . . .	138
Дополнение. Векторная доминантность. Достижения и пер- спективы . . . . .	141
Литература к дополнению . . . . .	163

ДЖ. САКУРАИ

**ТОКИ И МЕЗОНЫ**

Редактор О. А. Степеннова

Художественный редактор А. С. Александров

Обложка художника Е. В. Терехова

Технический редактор Е. И. Мазель      Корректор Р. А. Скнतेва

---

Сдано в набор 10/XI 1971 г. Подписано к печати 24/IV 1972 г.

Формат 84 × 108/32. Бумага типографская маш. мел. Усл.-печ. л. 8,82

Уч.-изд. л. 8,1 Тираж 3000 экз. Цена 81 к. Зак. изд. 69202. Зак. тип. 609

Атомиздат, 103031, Москва, К-31, ул. Жданова, 5/7.

---

Московская типография № 4 Главполиграфпрома

Комитета по печати при Совете Министров СССР

В. Переяславская, 46