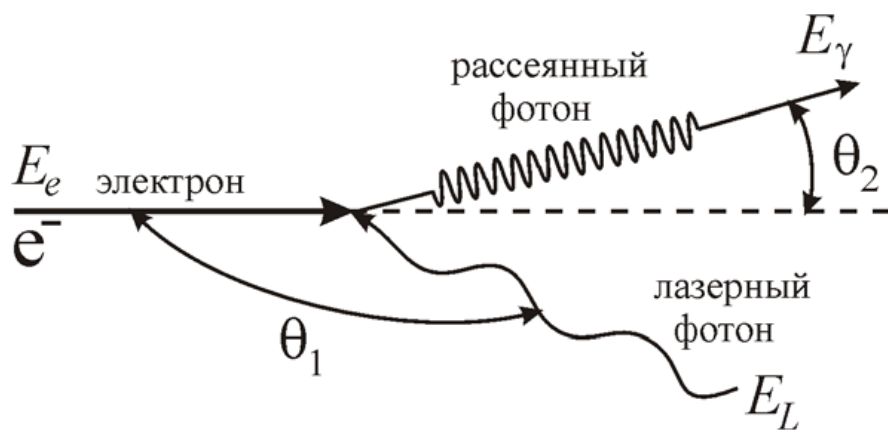


Зависимость эффекта внутрипучкового рассеяния от
магнитной
структуры накопительного кольца

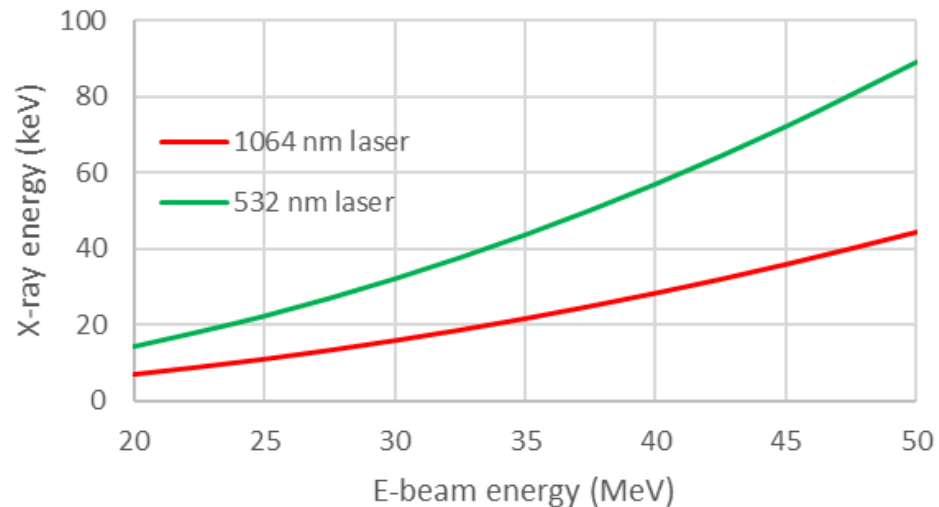
Бобылев Дмитрий Алексеевич

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор Шведунов Василий Иванович

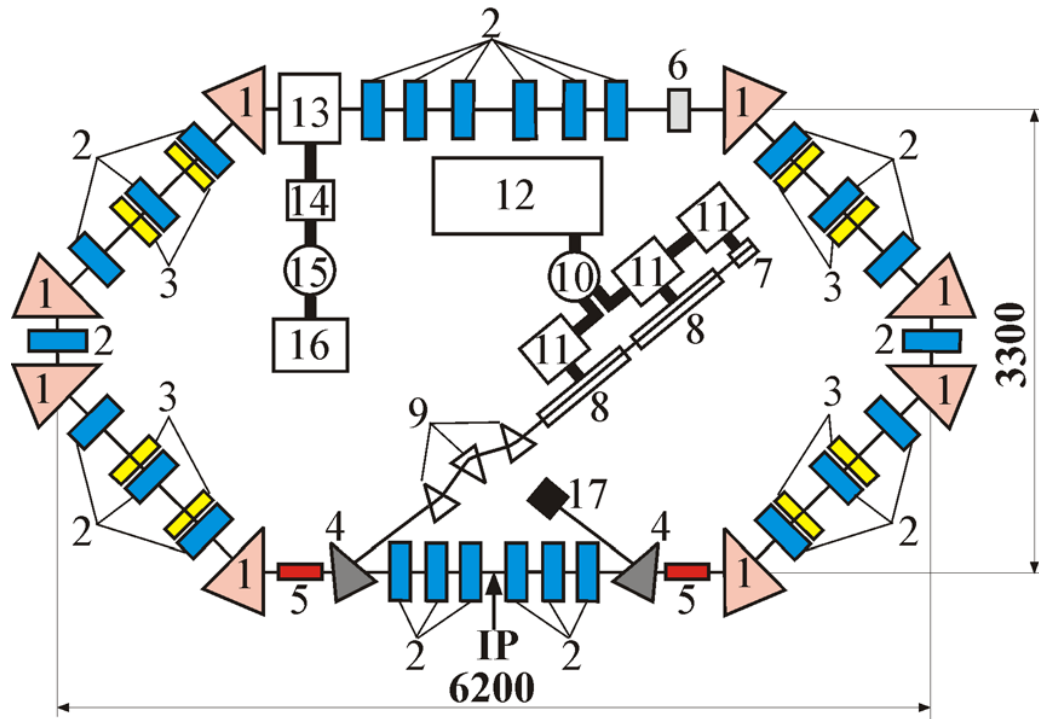
Обратное комптоновское рассеяние



$$E_\gamma = \frac{E_L(1 - \beta \cos \theta_1)}{(1 - \beta \cos \theta_2) + \frac{E_L}{E_e}(1 - \cos(\theta_2 - \theta_1))}$$



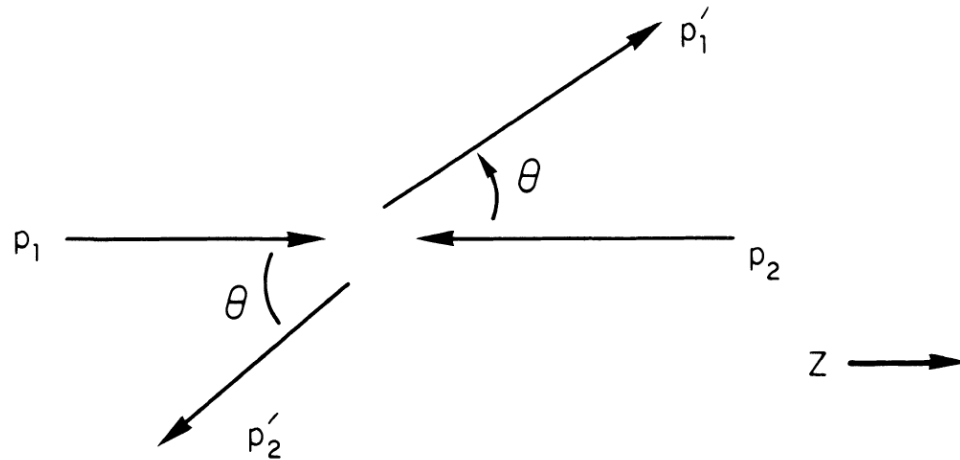
Пример накопительного кольца источника рентгеновского излучения



Посеряев А., Расчёт динамики и оптимизация параметров ускорительных комплексов различного назначения.

Внутрипучковое рассеяние (ВПР)

Столкновения между частицами сгустка приводят к перераспределению импульса внутри него, что может вызывать рост эмиттанса во всех направлениях.



Scattering between two beam particles in their center-of-mass system.

Внутрипучковое рассеяние

- Если в результате столкновения импульс частицы изменился настолько сильно, что превысил энергетический аксептанс машины, то частица будет потеряна в дальнейшем. Это эффект Тушека.
- Внутрипучковое рассеяние — это увеличение эмиттанса из-за множественных столкновений частиц, в каждом из которых импульс меняется слабо и частица не теряется.

Внутрипучковое рассеяние в накопительных кольцах источников рентгеновского излучения

Внутрипучковое рассеяние может приводить к:

- 1) Превышению аксептанса и потерям частиц при длительном нахождении пучка в кольце.
- 2) Увеличению поперечных размеров пучка пучка с течением времени → уменьшению выхода комптоновского излучения.
- 3) Уширению энергетического спектра пучка и, соответственно, спектра рентгеновского излучения.

По этой причине пучок требуется периодически заменять.

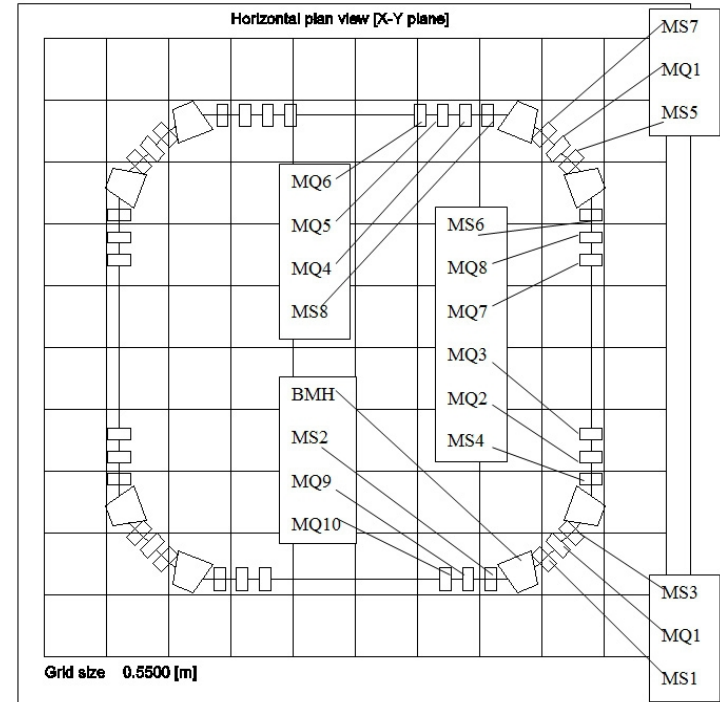
Существует потребность максимально ослабить эффект внутрипучкового рассеяния.

Цель работы

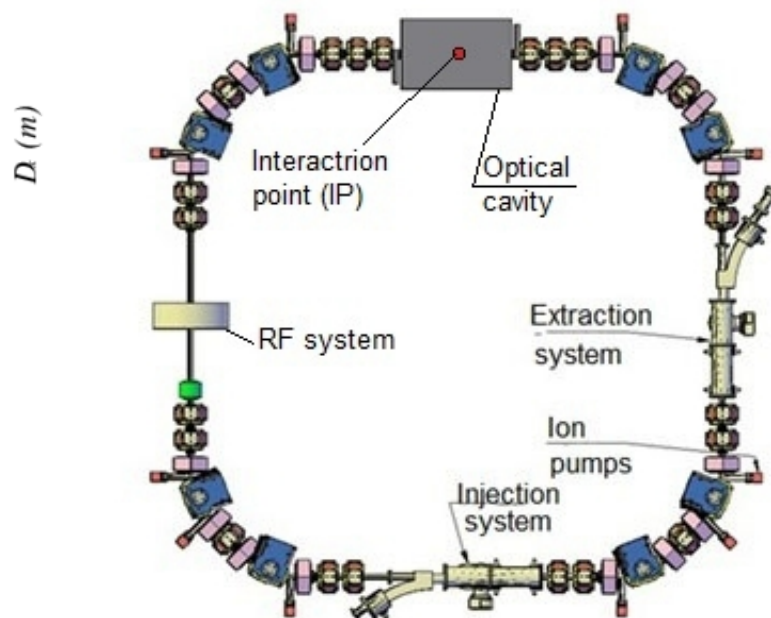
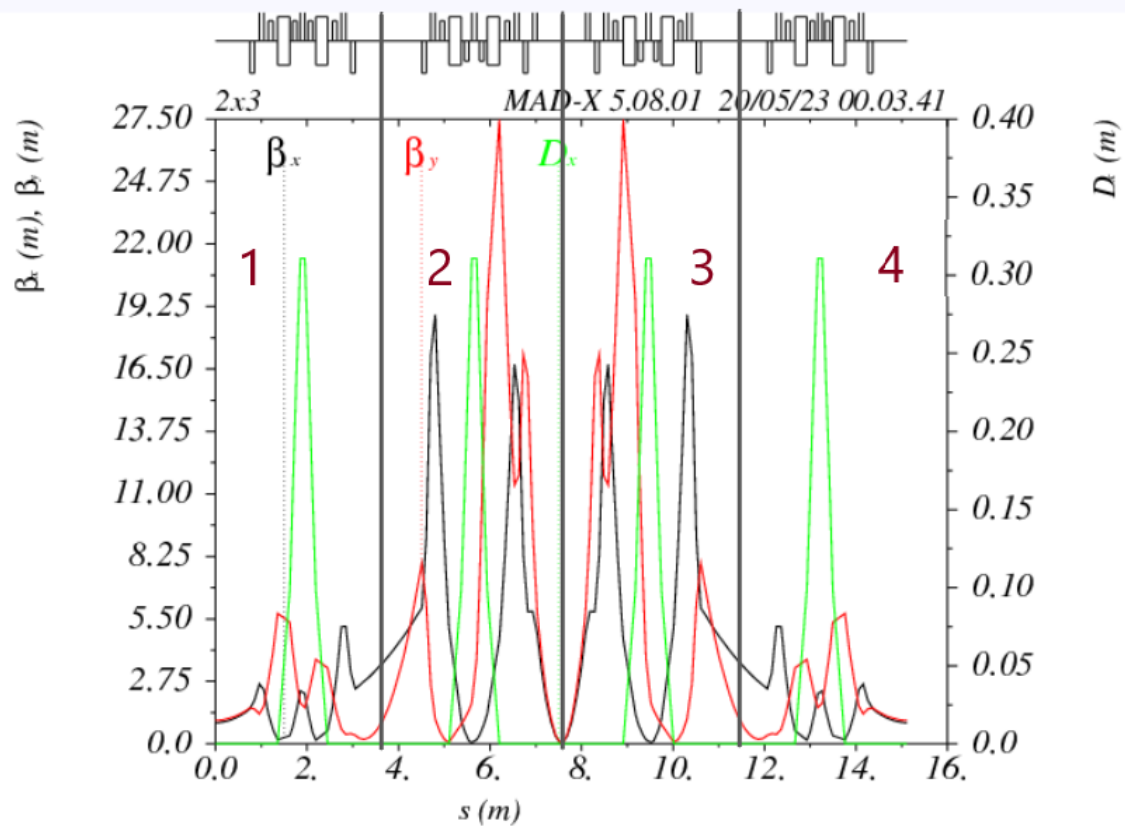
- В данной работе исследуется возможность уменьшить эффект ВПР путём подбора определённого порядка следования элементов кольца: поворотных магнитов, квадруполей, участков свободного полета.
- За основу взяты кольцо из работы Бьёркена и Мтингвы (протонное, $\gamma=9.53$) и кольцо из проекта LEXG (электронное, $\gamma \approx 100$).

Кольцо LEXG

- Энергия электронов — 50 МэВ,
- Геометрические эмиттансы $\epsilon_x = \epsilon_z = 0.16 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$,
- Энергетический разброс $\sigma_\delta = 0.003$,
- Ток пучка 20 мА,
- Заряд одного сгустка — 1 нКл,
- Длина кольца 15.1153 м,
- Кольцо состоит из:
 - 1) восьми 45-градусных секторных магнитов,
 - 2) 22 квадрупольей,
 - 3) 16 секступолей и корректоров



Кольцо LEXG



Внутрипучковое рассеяние

- Существует несколько подходов к расчёту скорости роста эмиттансов из-за внутрипучкового рассеяния.
- Один из самых распространённых — теория Бьёркена и Мтингвы (Bjorken и Mtingwa).

- В теории Бьёркена и Мтингвы выражения для скорости роста продольного и поперечного эмиттансов имеют похожий вид:

$$\frac{1}{\tau_l} = \frac{\pi^2 \alpha^2 M N (\log)}{\lambda \tilde{\Gamma}} \left[\frac{m\gamma^2}{\sigma_\eta^2} \right] \int_0^\infty \frac{d\lambda \sqrt{\lambda} [2a\lambda + b]}{\{\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c\}^{3/2}},$$

$$\frac{1}{\tau_x} = \frac{\pi^2 \alpha^2 M N (\log)}{\gamma \tilde{\Gamma}} \left[\frac{\gamma^2 \eta^2}{\epsilon_x \beta_x} + \frac{\beta_x}{\epsilon_x} \gamma^2 \phi^2 \right] \int_0^\infty \frac{d\lambda \sqrt{\lambda} [2a\lambda + b]}{\{\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c\}^{3/2}},$$

$$\Gamma_{\text{unbunched}} = \frac{(2\pi)^{5/2}}{\sqrt{2}} \beta^3 \gamma^3 M^3 \epsilon_x \epsilon_z \sigma_\eta C,$$

$$a = \frac{\gamma^2 \eta^2}{\epsilon_x \beta_x} + \frac{\beta_x}{\epsilon_x} \gamma^2 \phi^2 + \frac{m\gamma^2}{\sigma_\eta^2},$$

$$b = \left[\left(\frac{\beta_x}{\epsilon_x} + \frac{\beta_z}{\epsilon_z} \right) \left(\frac{\gamma^2 \eta^2}{\epsilon_x \beta_x} + \frac{m\gamma^2}{\sigma_\eta^2} \right) + \frac{\beta_x \beta_z}{\epsilon_x \epsilon_z} \gamma^2 \phi^2 \right],$$

$$\phi = \eta' - \frac{\beta_x' \eta}{2\beta_x}.$$

$$c = \frac{\beta_x \beta_z}{\epsilon_x \epsilon_z} \left(\frac{\gamma^2 \eta^2}{\epsilon_x \beta_x} + \frac{m\gamma^2}{\sigma_\eta^2} \right).$$

□

Скорости роста эмиттансов в теории Бьёркена-Мтингвы

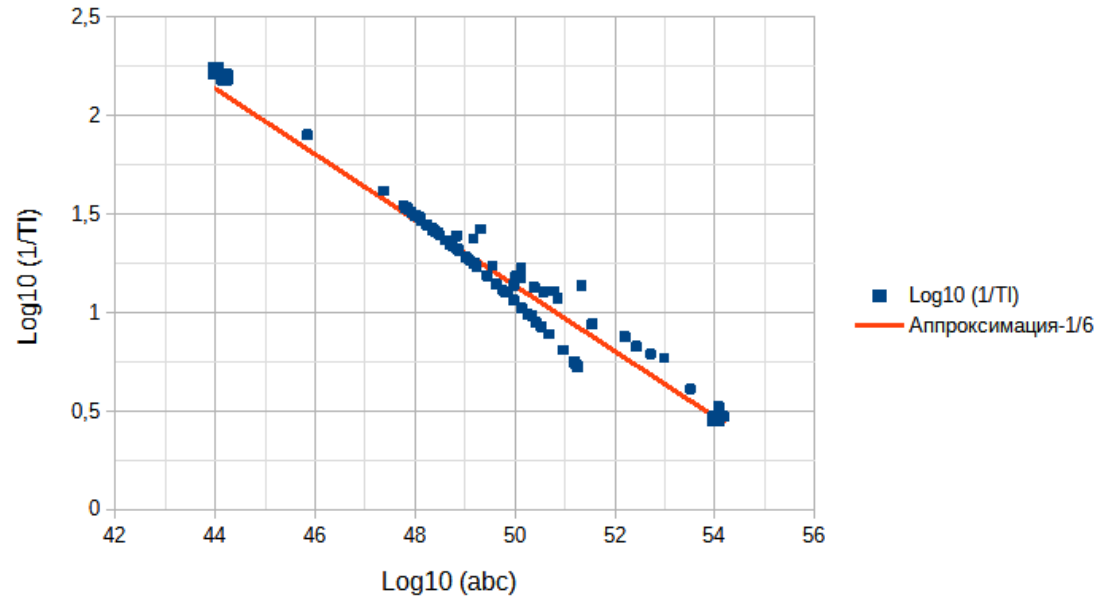
β_x , β_z , β_x' , β_z' – горизонтальная и вертикальная бета-функции и их производные соответственно,
 η и η' — дисперсия в плоскости кольца и её производная соответственно (в приближении Бьёркена-Мтингвы дисперсия в вертикальной плоскости считается равной нулю),
 ϵ_x и ϵ_z – горизонтальный и вертикальный среднеквадратичные эмиттансы,
 γ — лоренц-фактор электронов,
 σ_η — относительный разброс по импульсу,
 β — скорость пучка в скоростях света,
 σ_s – среднеквадратичная длина сгустка электронов,
 M –масса электрона,
 α — постоянная тонкой структуры,
 N — число частиц в сгустке,
 (\log) — т. н. Кулоновский логарифм, обычно равный 15-20,
 Γ — 6-мерный среднеквадратичный фазовый объём.
 C — длина кольца

Интеграл Бьёркена-Мтингвы

- Нами было замечено, что логарифм интеграла Бьёркена-Мтингвы линейно связан с логарифмом произведения abc :

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\lambda}(2a\lambda+b)d\lambda}{(\lambda^3+a\lambda^2+b\lambda+c)^{3/2}} \sim C(abc)^n$$

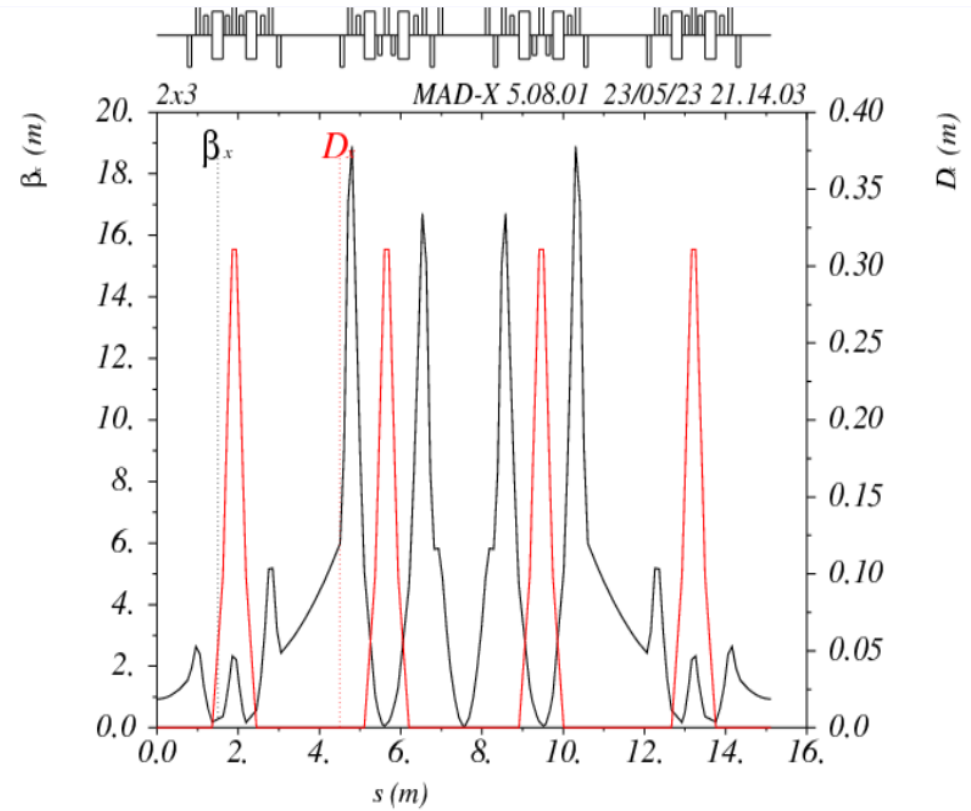
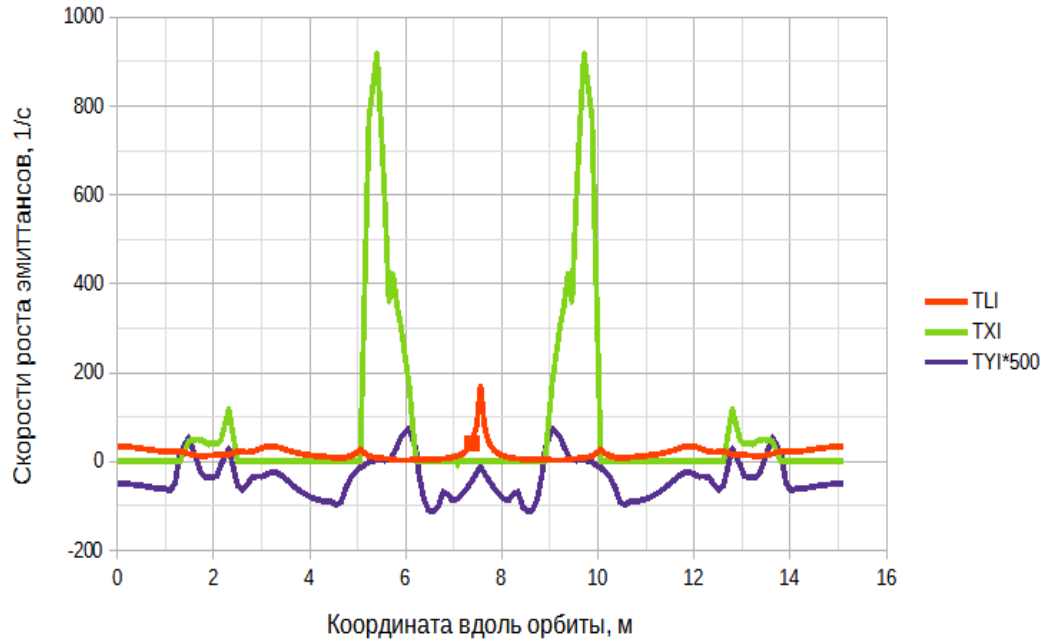
где $n \sim -1/6$, $C \sim (0.5-3.6)$



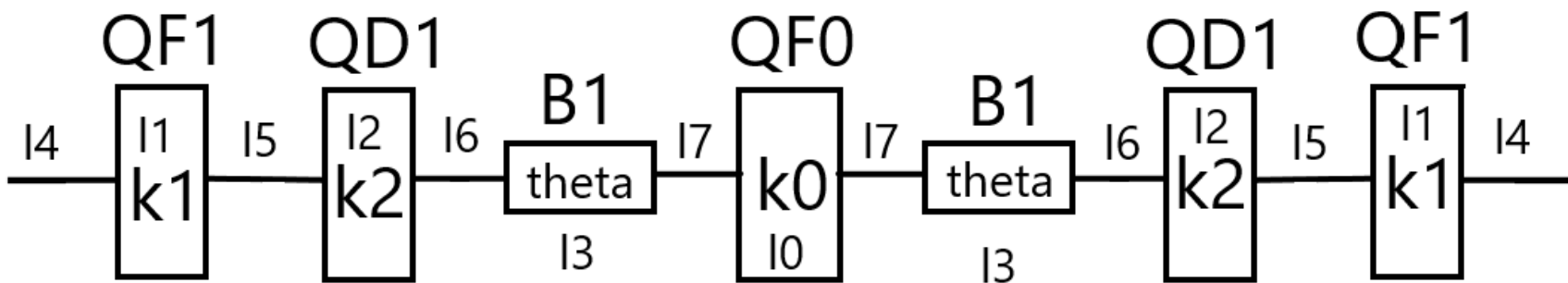
ПРАВИЛА МИНИМАЛЬНОГО ВПР

- 1) Минимальная дисперсия в областях ненулевой дисперсии.
 - 2) Максимальная бета-функция в данных областях.
 - 3) Синхронное изменение дисперсии и бета-функции в данных областях.
- В кольце LEXG не выполняются правила 2 и 3, поэтому эффект ВПР в нём достаточно велик.

Скорости роста эмиттансов в кольце LEXG

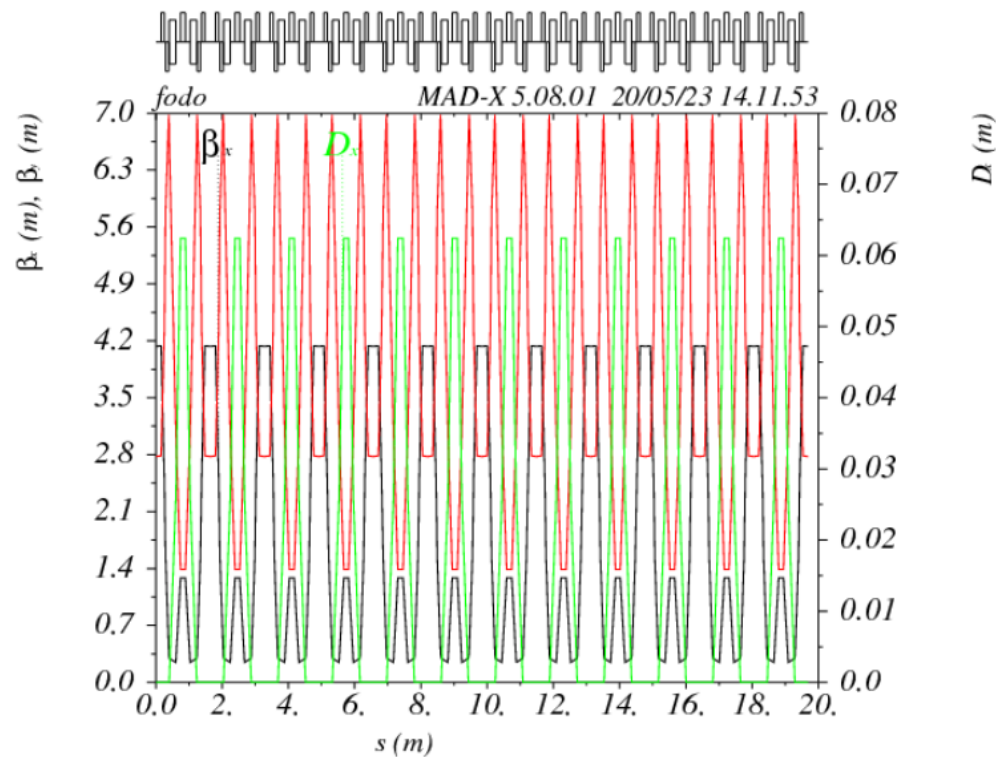
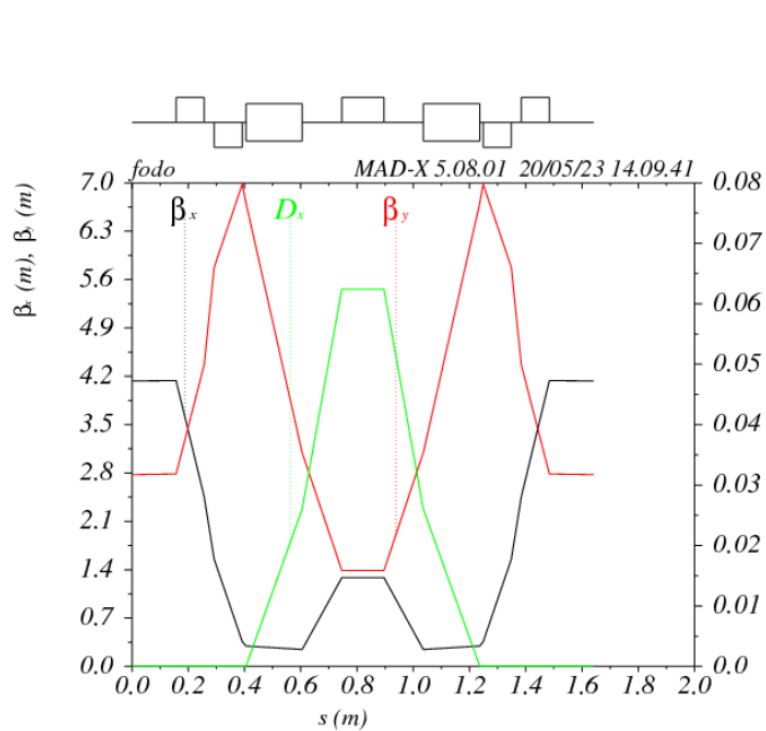


Элементарная ячейка, используемая в работе



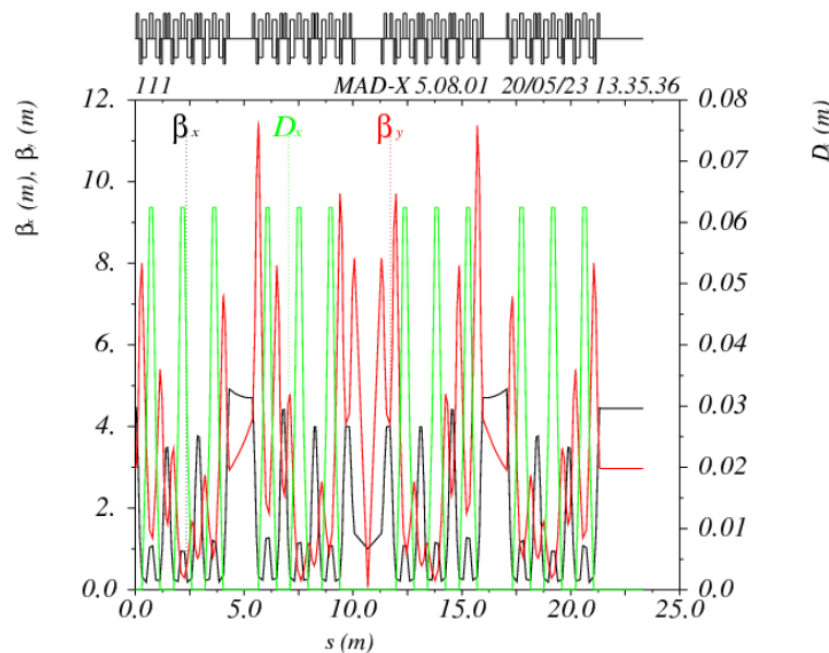
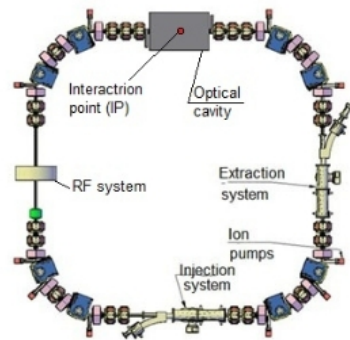
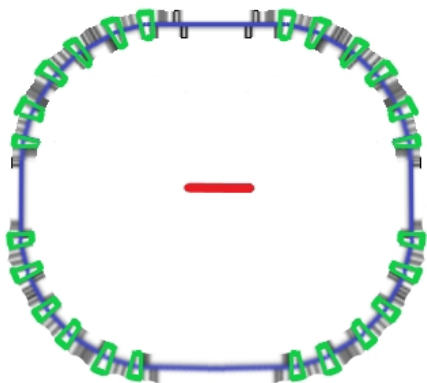
Была написана программа для поиска такого набора параметров ячейки (k_1 , k_2 , l_4 , l_5 , l_6), при котором правила 1-3 выполняются максимально точно и скорость роста поперечного и полного эмиттанса минимальна.

Типичный результат работы программы

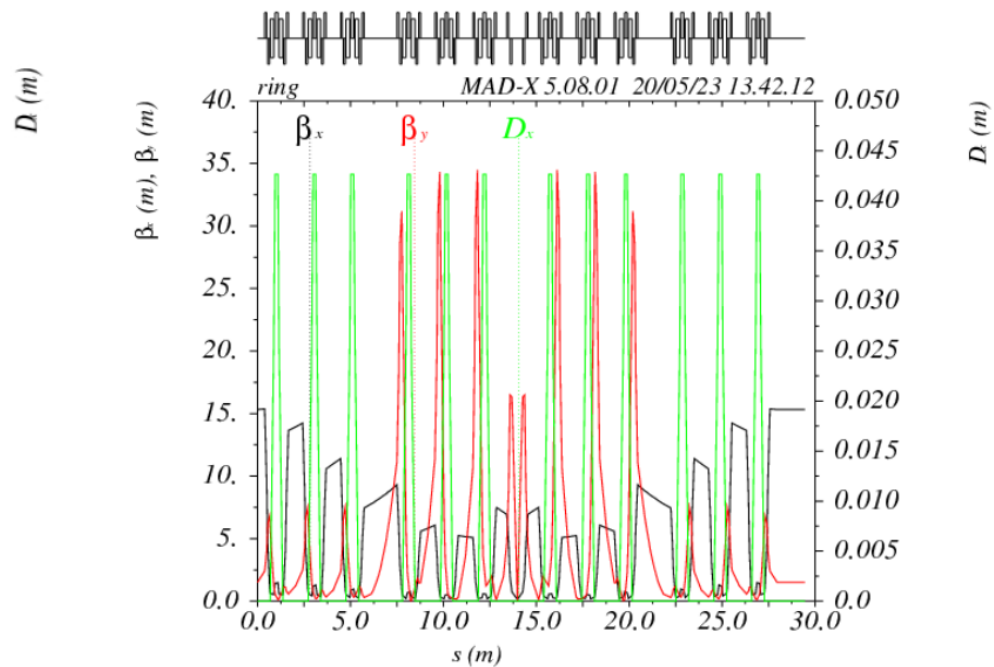
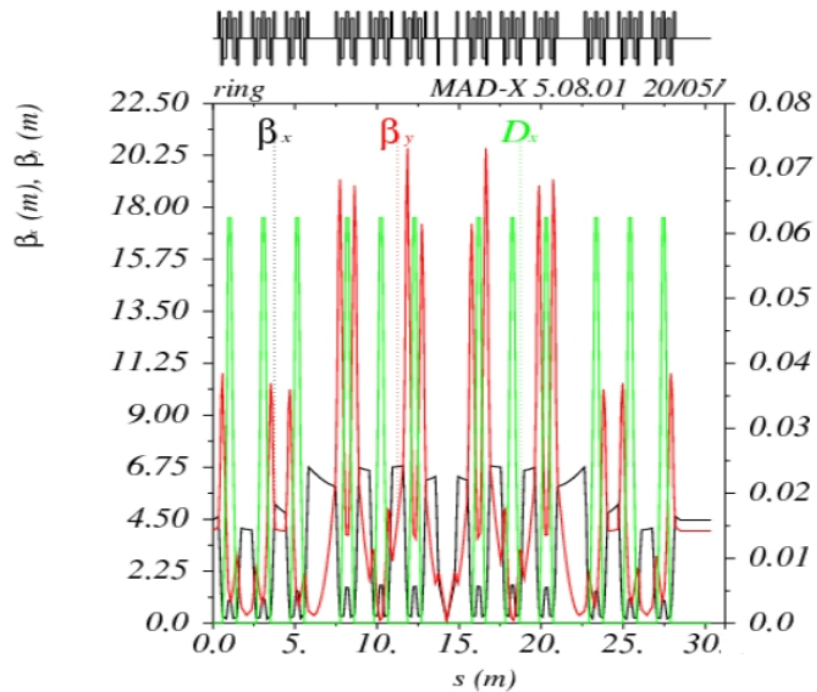


Модификация программы

- Программа поиска ячейки была модифицирована: в кольцо были добавлены два дуплета квадруполь, которые сжимают бета-функции в точке взаимодействия.
- В качестве примера результатов, выданных модифицированной программой, приведём три кольца:
- Кольцо 1:



Кольцо 2 и Кольцо 3



Сравнение предложенных колец с кольцами, описанными в литературе

Параметр	Кольцо 1	Кольцо 2	Кольцо 3	Кольцо LEXG	Кольцо [1]	Кольца [2]
Периметр, м	23.32	30.35	29.45	15.1153	15.546	15.1-18.9
Энергия, МэВ	50	50	50	50	45	35-50
Максимальная β_x , м	4.915	6.826	15.366	18,9	~4	5.3-16.6
Максимальная β_z , м	11.377	20.555	34.482	27.5	~4	6.5-21.6
β_x в точке взаимодействия, см	100.03	14.25	14.19	5.82	4.6	3-10

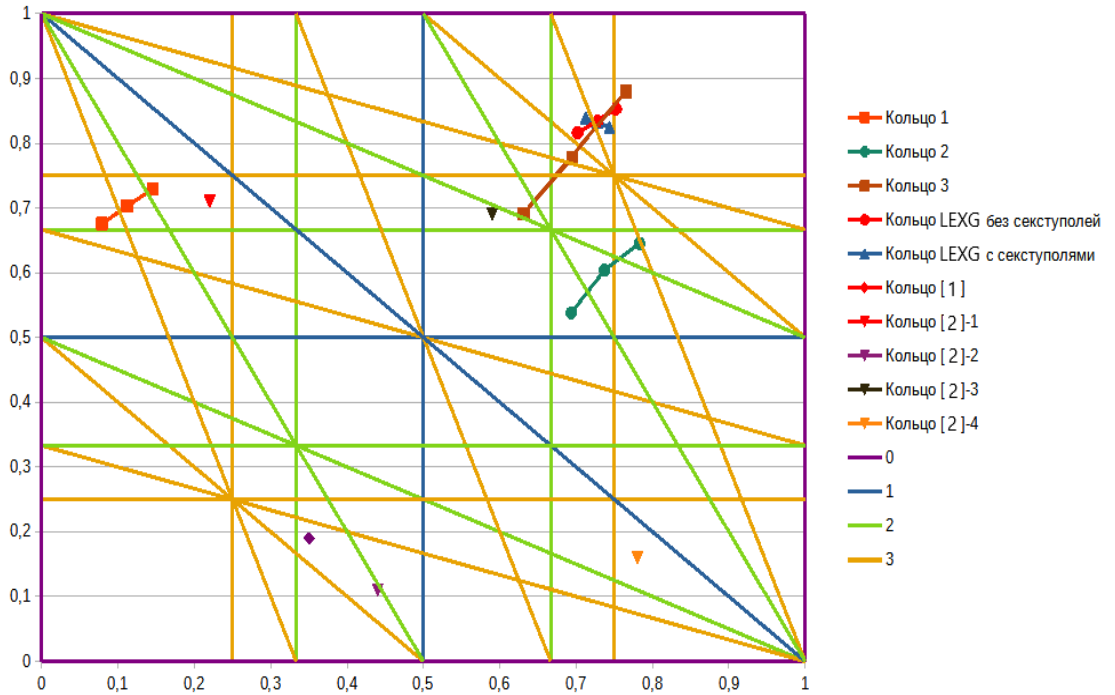
Параметр	Кольцо 1	Кольцо 2	Кольцо 3	Кольцо LEXG	Кольцо [1]	Кольца [2]
β_z в точке взаимодействия, см	4.72	10.64	0.51	4.88	8.2	4-10
Максимальная дисперсия, м	0.0624	0.0624	0.0426	0.311	~1.7	0.38-1.96
Дисперсия в точке взаимодействия, м	$1.25 \cdot 10^{-8}$	$-8.3 \cdot 10^{-9}$	$-1.4 \cdot 10^{-8}$	0 (заявлено) , $-7.9 \cdot 10^{-8}$ (реально)	Не указана	Не указана
Коэффициент уплотнения орбит	0.002343	0.001801	0.001855	0.01396	-0.0065	0.013-0.1

[1] — Посеряев А., Расчёт динамики и оптимизация параметров ускорительных комплексов различного назначения.

[2] — Ovchinnikova L., Shvedunov V., A comparative study of low energy compact rings for a Thomson scattering X-ray source.

Сравнение предложенных колец с кольцами, описанными в литературе

Параметр	Кольцо 1	Кольцо 2	Кольцо 3	Кольцо LEXG	Кольцо [1]	Кольца [2]
Бетатронная частота Q_x	11.11179	11.73708	6.77727	3.73	4.35	3.22, 3.44, 2.59, 3.78
Бетатронная частота Q_z	2.70318	3.60396	11.69477	2.83	4.19	1.71, 3.11, 1.69, 2.16
Натуральная хроматичность ξ_x при $dr/p=0$	-33.27	-44.49	-65.95	-20.77 (заявлено) -20.91 (реально)	-11.907	-9.8 — - 12.9
Натуральная хроматичность ξ_z при $dr/p=0$	-29.94	-47.26	-88.18	-37.186 (заявлено) -36.25 (реально)	-11.023	-4.6 — - 11.2



[1] — Посеряев А., Расчёт динамики и оптимизация параметров ускорительных комплексов различного назначения.

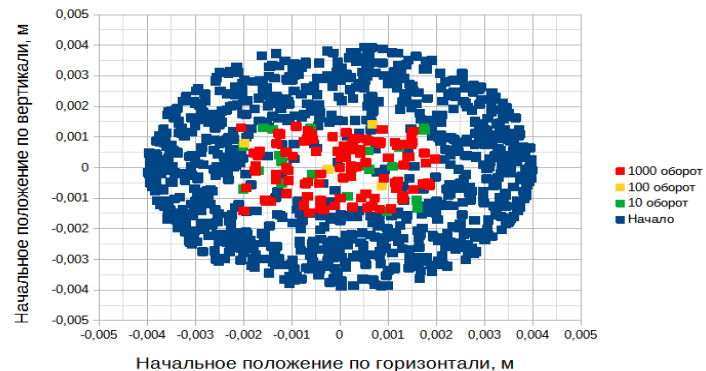
[2] — Ovchinnikova L., Shvedunov V., A comparative study of low energy compact rings for a Thomson scattering X-ray source.

Сравнение предложенных колец с кольцами, описанными в литературе

Кольцо 1



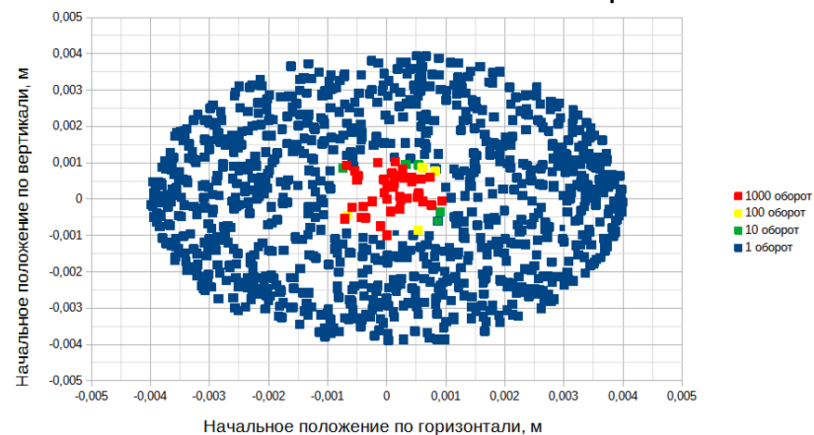
Кольцо 2



Кольцо 3



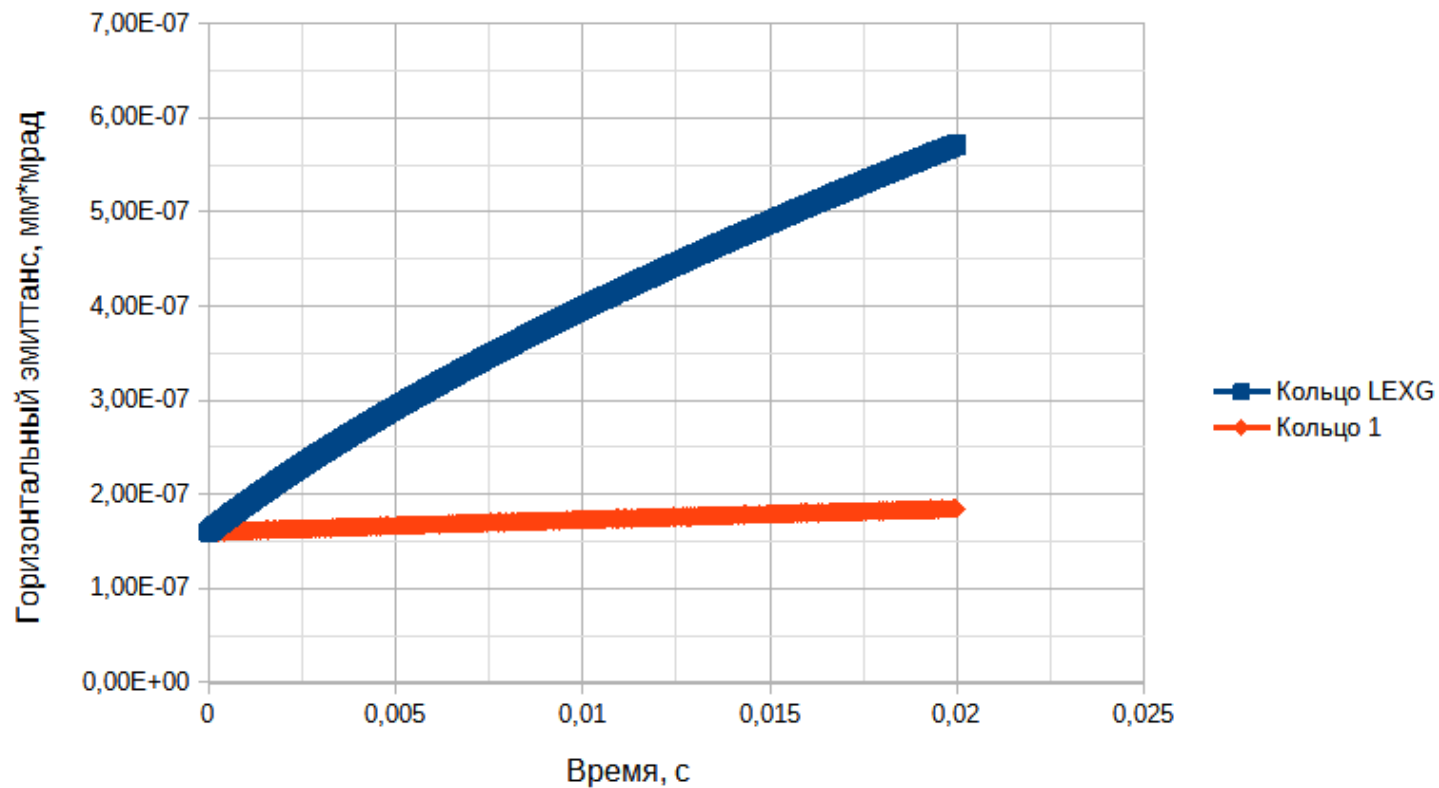
Кольцо LEXG



Сравнение предложенных колец с кольцами, описанными в литературе

Скорость роста эммитанса, 1/с	Кольцо 1	Кольцо 2	Кольцо 3	Кольцо LEXG
1/T ₁ — продольная	29.28	23.67	24.33	22.54
1/T _x — горизонтальная	4.32	2.67	3.22	97.35
1/T _z — вертикальная	$8.56 \cdot 10^{-2}$	$-6.87 \cdot 10^{-2}$	$-5.15 \cdot 10^{-2}$	$-8.63 \cdot 10^{-2}$
Сумма	33.69	26.27	27,5	119.8

Сравнение предложенных колец с кольцами, описанными в литературе



Выводы

В данной работе нами:

- Получено приближённое выражение для интеграла Бьёркена-Мтингвы и определены примерные границы применимости данного приближения.
- Данное приближение строго выведено для одного частного случая.
- Определено, как в данном приближении возможно уменьшить скорость роста горизонтального и полного эмиттанса и как при этом изменится скорость роста продольного эмиттанса.
- Получены три правила, которым нужно следовать для минимизации эффекта внутривпучкового рассеяния в накопительном кольце.
- Показано, что кольцо LEXG не удовлетворяет данным правилам, что приводит к высокой скорости роста горизонтального и полного эмиттансов.

Выводы

- Предложена определённая ячейка, в которой эффект ВПР достаточно мал. Определено условие нулевой дисперсии вне данной ячейки.
- Получена связь скоростей роста эмиттансов в кольце, собранном из данных ячеек от длины кольца и числа ячеек в нём. Теоретически обоснована зависимость от числа ячеек.
- Написана программа для поиска параметров элементов ячейки для минимизации эффекта ВПР.
- Данная программа модифицирована для поиска параметров ячейки в кольце, включающем систему фокусировки пучка в точке взаимодействия с лазерным излучением.

Выводы

- Сделан вывод о том, что замена дуплета квадрупольей в системе фокусировки триплетом не даёт особой пользы.
- Приведены в качестве примера несколько накопительных колец, параметры которых были выданы данной программой. Проведено сравнение таких параметров данных колец, как минимальные бета-функции, натуральные хроматичности, коэффициенты расширения орбит, положения на карте резонансов, динамические апертуры и другие с кольцами, известными из литературы.
- Проведено сравнение скоростей роста эмиттансов в найденных кольцах с кольцами, известными из литературы.