ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА» ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

ИЗУЧЕНИЕ АЗИМУТАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ В СОУДАРЕНИЯХ РАЗЛИЧНЫХ ИОНОВ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ НҮДЈЕТ++ ПРИ ЭНЕРГИЯХ БОЛЬШОГО АДРОННОГО КОЛЛАЙДЕРА

Выполнил студент 213м группы Мягков Данила Александрович

Научный руководитель к.ф.-м.н., с.н.с. Петрушанко Сергей Владимирович

Допущен к защите

Зав.кафедрой

Москва 2025

Оглавление

Введение			3
1.	Экспериментальное и теоретическое исследование азиму-		
	тал	ьной анизотропии	5
	1.1	Экспериментальное изучение азимутальной анизотропии .	5
		1.1.1 Общая архитектура детектора CMS	8
		1.1.2 Трекинговая система CMS	10
		1.1.3 Реконструкция событий, их отбор и анализ	12
	1.2	Основы теоретического описания азимутальной анизотро-	
		пии заряженных частиц, рождаемых в столкновениях тя-	
		жёлых ионов	15
	1.3	Монте-Карло генератор HYDJET++	19
2.	Методы вычисления азимутальных потоков		27
	2.1	Метод плоскости реакции	28
	2.2	Метод кумулянтов	29
	2.3	Метод скалярного произведения	32
3.	Изу	чение азимутальной анизотропии в генераторе	
	HY	DJET++ при энергиях БАК	34
	3.1	Азимутальные потоки в столкновениях Xe–Xe и Pb–Pb	34
	3.2	Интегральные величины азимутальных потоков в столкно-	
		вениях Xe–Xe и Pb–Pb	54
	3.3	Предсказания для столкновений О–О при энергиях LHC .	65
	3.4	Планы по дальнейшему развитию генератора HYDJET++	71
Выводы		77	
Литература		80	

Введение

Одной из ключевых задач современных ядерной физики и физики высоких энергий является изучение свойств материи в экстремальном состоянии. Особый интерес представляют условия сверхвысоких плотностей энергии, в которых вещество переходит в новое фазовое состояние — так называемую кварк-глюонную плазму (КГП) [1]. На основе теории квантовой хромодинамики (КХД) было предсказано, что при достаточно высоких температуре и плотности вещества происходит её переход от адронной материи к состоянию, где партоны становятся несвязанными и свободно перемещаются в объёме материи [2]. Считается, что Вселенная существовала как КГП в первые микросекунды после Большого Взрыва, поэтому её исследование предоставляет уникальные возможности для понимания фундаментальных взаимодействий и эволюции ранней Вселенной.

Первые косвенные свидетельства существования КГП были получены в конце 1980-х годов в экспериментах по релятивистскому столкновению ионов кислорода на фиксированных урановых мишенях с пучками с энергией 158 ГэВ на нуклон, проведённых на ускорителе SPS (Super Proton Synchrotron) в CERN [3, 4]. Однако, результаты находились на ранней стадии и все ещё требовали дополнительных проверок. Только в последующих экспериментах на более мощных ускорителях, таких как RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) [5], были получены более убедительные подтверждения существования КГП [6,7]. А именно, в ходе экспериментов на коллайдере RHIC с ионами золота при энергиях на нуклонную пару $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [8].

С тех пор изучение КГП стало одним из приоритетных направлений в физике высоких энергий, как в теоретическом, так и в экспериментальном аспектах. Для экспериментального исследования КГП используются коллайдеры, способные ускорять и сталкивать тяжелые ионы на релятивистских скоростях, хотя в последнее время утверждается наличие КГП в столкноениях ионов и протонов с протонами при достаточно высоких энергиях. Так, изучением КГП занимались коллаборации STAR [9], PHENIX [10], PHOBOS [11], BRAHMS [12] на коллайдере RHIC [5] и

3

коллаборации ALICE [13], ATLAS [14] и CMS [15] на коллайдере LHC (Large Hadron Collider) [16]. В этой работе основной уклон будет сделан на результаты работы коллаборации CMS [15] (Компактный Мюонный Соленоид) за 2010–2025 годы.

Для анализа и интерпретации экспериментальных данных применяются различные теоретические модели и Монте-Карло генераторы, включая каскадные, например, DCM [17], фазовые, как UrQMD [18], гидродинамические, например, THERMINATOR [19] и гибридные, такие как HYDJET (HYDrodynamics plus JETs) и HYDJET++ [20–22]. В генераторные Монте-Карло модели можно закладывать различные реальные эффекты, рассчитывая их при этом с меньшими вычислительными затратами. Сравнение экспериментальных данных с результатами моделирования позволяет оценить адекватность различных теоретических описаний и уточнить параметры, характеризующие свойства КГП.

В данной работе приводится изучение азимутальной анизотропии заряженных частиц в столкновениях различных ионов при энергиях Большого Адронного Коллайдера с использованием модели HYDJET++. Целью исследования является анализ коэффициентов азимутальной анизотропии v_n , вычисленными в генераторе различными методами, их зависимости от параметров столкновений и сравнение с экспериментальными данными, полученными коллаборацией CMS [23, 24]. Также будет проведено обсуждение влияния начальной геометрии состояния на азимутальную анизотропию.

Как итог, изучение азимутальной анизотропии с использованием модели HYDJET++ позволит получить более глубокое понимание свойств кварк-глюонной плазмы, механизмов её образования и эволюции, а также проверить адекватность различных теоретических описаний и уточнить параметры, характеризующие свойства КГП. Это, в свою очередь, способствует формированию более полного представления о фундаментальных свойствах материи при экстремальных условиях и эволюции ранней Вселенной.

ГЛАВА 1.

Экспериментальное и теоретическое исследование азимутальной анизотропии

В данной главе представлены ключевые компоненты, лежащие в основе данной магистерской работы по изучению азимутальной анизотропии в столкновениях тяжелых ионов при энергиях Большого адронного коллайдера (БАК). Приводится подробное описание экспериментальной установки CMS [15] и особенностей генератора событий HYDJET++, которые будут задействованы в данной работе.

§ 1.1. Экспериментальное изучение азимутальной анизотропии

Как уже было сказано выше, убедительные аргументы в пользу существования КГП были получены в 90-х годах XX века на коллайдере RHIC [8]. Было обнаружено необычное поведение вылетающих от соударений тяжёлых ионов частиц. А именно, было замечено, что частицы имели значительно больший поперечный импульс p_T и распределены в пространстве более равномерно, чем ожидалось от привычных моделей ядерных столкновений. Частицы с высокими поперечными импульсами, такие как жёсткие кварки и глюоны, теряли энергию при прохождении через КГП, что приводило к уменьшению количества частиц с большим p_T и увеличению числа частиц с меньшим p_T [8]. Это косвенно указывало на образование нового состояния вещества, которое впоследствии было интерпретировано как КГП.

С тех пор изучение кварк-глюонной материи развернулось практически на всех ускорителях высоких энергий, где проводились эксперименты с тяжёлыми ионами (SPS, RHIC, LHC). На ускорителе SPS в ЦЕРНе эксперименты NA50 и NA57 зафиксировали первые признаки подавления выхода J/ψ -мезонов и усиления рождения странных частиц в столкновениях тяжелых ионов [25, 26]. Эти результаты стали важным подтверждением существования новой фазы материи при высоких температурах и плотностях. Дальнейший существенный прогресс был достигнут на коллайдере RHIC в Брукхейвенской национальной лаборатории. Эксперименты STAR и PHENIX показали, что создаваемая материя обладает свойствами почти идеальной жидкости с крайне малым отношением вязкости к энтропии [9, 10]. Одним из ключевых открытий на RHIC стало наблюдение сильной азимутальной анизотропии вылетающих частиц (эллиптического потока), что свидетельствовало о коллективной гидродинамической эволюции системы [9]. Кроме того, был зафиксирован эффект «гашения струй» (jet quenching), когда высокоэнергичные кварки и глюоны, порождающие адронные струи, теряли энергию при прохождении через плотную среду [27].

С началом работы Большого адронного коллайдера в ЦЕРНе исследования КГП вышли на новый уровень благодаря более высоким энергиям столкновений. Эксперименты ALICE, ATLAS и CMS подтвердили существование коллективных эффектов и обнаружили более сложные структуры в азимутальных корреляциях частиц, включая высшие гармоники потока v_3 , v_4 и т.д. [28]. Особенно важным стало открытие так называемого «ridge effect» в р–р и р–Рb столкновениях детектором CMS [29], что указывало на возможность образования малых капель КГП даже в столкновениях небольших ядерных систем. Эти результаты поставили новые вопросы о механизмах коллективного образования КГП и расширили рамки применения гидродинамических моделей для описания экспериментальных данных.

Работы современных коллабораций, изучающих кварк-глюонную плазму (КГП), неразрывно связаны между собой. Так, данные фемтоскопических экспериментов, полученные коллаборацией ALICE [13], используются в работах для определения конечных размеров сгустка материи в момент кинематического вымораживания КГП [30]. Данные RHIC [5] применяются для настройки Монте-Карло генераторов и проверки различных гипотез об эволюции горячей и плотной материи. А данные ALICE, ATLAS и CMS используются для развития новых подходов к изучению азимутальной анизотропии при эволюции КГП [24].

Экспериментальная установка, с результатами которой мы будем сверять результат генерации HYDJET++ — это CMS. CMS (Compact Muon Solenoid) — один из основных детекторов на Большом адронном коллайдере, предназначенный для изучения широкого спектра явлений в физике высоких энергий. Особое внимание в контексте задач по изучению КГП уделяется трековой системе CMS, которая обеспечивает высокоточное восстановление траекторий заряженных частиц. Трекер CMS состоит из кремниевых пиксельных и микростриповых детекторов, обеспечивающих пространственное разрешение порядка 10 мкм. Это позволяет эффективно реконструировать траектории частиц даже в условиях высокой плотности частиц, характерных для столкновений тяжелых ионов.

Выбор именно детектора CMS для задач по изучению азимутальной анизотропии обусловлен несколькими ключевыми факторами. Вопервых, трековая система CMS охватывает широкий диапазон по углу и обладает высокой эффективностью при детектировании частиц вплоть до центральных столкновений с высокой множественностью, что критически важно для измерения гармоник потока. Во-вторых, высокое магнитное поле соленоида (3.8 Тл) обеспечивает отличное разрешение по импульсу, что позволяет надежно различать эффекты, связанные с динамикой расширения КГП, от фоновых вкладов. Наконец, уникальное сочетание высокой статистики данных, собранных за периоды Run1, Run2 и Run3, и стабильности работы детектора делают CMS одним из лучших инструментов для систематического изучения азимутальной анизотропии и сравнения с предсказаниями гидродинамических моделей и Монте-Карло генераторов, таких как HYDJET++.

В данной работе будут использоваться результаты, полученные во время Run2 и Run3 на БАК. Первый набор экспериментальных данных во время длительного запуска ускорителя (так называемый «ран») на БАК производился в период 2009–2013 годы, второй ран (Run2) происходил в период 2015–2018 годов, а третий ран (Run3) начался в 2022 году и продолжается до сих пор. Нижеприведенное описание детектора CMS и его подсистем будет описывать в первую очередь конфигурацию на состояние Run2 и Run3. В отдельных местах, где это будет необходимо для отличия описаний конфигураций Run2 и Run3, будут приведены дополнительные комментарии.



Рисунок 1. Общий вид детектора CMS в разрезе. Рисунок взят из сервера документов ЦЕРН https://cds.cern.ch/record/2665537

1.1.1. Общая архитектура детектора CMS

СМЅ представляет собой цилиндрический детектор длиной 22 м и диаметром 15 м, масса установки составляет около 14 000 тонн [31], схематичное представление детектора СМЅ приводится на рис. 1. Детектор спроектирован так, чтобы эффективно идентифицировать электроны, мюоны, фотоны и заряженнные и нейтральные адроны. Центральной частью детектора является сверхпроводящий соленоид длиной 12.5 м и внутренним диаметром 6 м, создающий магнитное поле напряжённостью 3.8 Тл и запасающий энергию 2.2 ГДж. Соленоид, используемый в детекторе СМЅ, является самым большим и мощным из когда-либо созданных, что позволяет эффективно отклонять заряженные частицы даже с высоким импульсом. Это в свою очередь способствует их регистрации с особой точностью, что критично для измерения импульсов частиц.

Внутри магнитного объема расположены три основные подсистемы: трековая система (силовой скелет эксперимента для отслеживания частиц), электромагнитный калориметр (ECAL), выполненный из кристаллов $PbWO_4$ и адронный калориметр из латуни и сцинтиллятора (HCAL), каждый из которых состоит из центральной части и двух торцевых секций. Покрытие детектора по псевдобыстроте (η) расширяется за счет форвард-калориметров (HF). Мюоны измеряются с помощью газоионизационных детекторов, (дрейфовых трубок, катодных стриповых камер, резистивных пластинчатых камер и новых газовых электронных умножителей GEM), встроенных во внешнюю часть установки. Такая архитектура обеспечивает почти полную герметичность (4π , т. е. в полную сферу) в пространстве и высокую эффективность регистрации различных типов частиц.

Существенную роль в задачах по определению центральности и анализу азимутальной анизотропии в детекторе CMS играют передние калориметры, известные как HF-калориметры (Hadronic Forward calorimeters). Они расположены по обе стороны от точки взаимодействия, на расстоянии около 11 метров от неё, и охватывают диапазон псевдобыстроты $3.0 < |\eta| < 5.2$. Именно этот широкоугольный охват позволяет HF-калориметрам эффективно регистрировать остаточные фрагменты столкновений и энергию, уносимую частицами в форвардные области.

При изучении столкновений тяжелых ионов, НF-калориметры традиционно используются для определения центральности события. Это достигается путём измерения суммарной энергии, регистрируемой в HF. Чем выше энергия, зафиксированная в форвардной области, тем более центральным считается событие, поскольку в центральных столкновениях происходит максимальное высвобождение энергии и минимальное количество частиц-спектаторов. Такой метод классификации центральности был применён, в частности, в работе коллаборации CMS [32], где было показано соответствие измерений HF с другими подходами по вычислению центральности.

Кроме того, HF-калориметры активно используются при анализе азимутальной анизотропии потоков. Благодаря их расположению в области больших псевдобыстрот, измерения в HF позволяют минимизировать вклад короткодействующих непотоковых корреляций при вычислении коэффициентов v_n . В частности, при использовании метода скалярного произведения или многочастичных кумулянтов корреляции строятся между трековыми детекторами в центральной области ($|\eta| < 2.4$) и калориметрами HF ($|\eta| > 3$), что позволяет эффективно подавлять непотоковые эффекты за счёт большого разнесения по η .

Отбор событий осуществляется с помощью двухуровневой триггерной системы. Аппаратный триггер первого уровня (L1) обрабатывает данные с калориметров и мюонных детекторов и выбирает события с частотой около 100 кГц при задержке порядка 4 мкс [33]. Программный триггер высокого уровня (HLT), состоящий из кластера компьютерных процессоров, работающих под управлением версии программного обеспечения для полной реконструкции событий, оптимизированной для быстрой обработки. Изначально он был разработан для снижения частоты событий примерно до 1 кГц перед сохранением данных [34]. Во время Run3 триггер L1 и HLT работают с типичной выходной частотой 110 кГц и 5 кГц, соответственно.

1.1.2. Трекинговая система СМS

Система трекинга CMS обеспечивает точное измерение траекторий заряженных частиц, рождающихся в области столкновения. Она состоит из двух компонент: пиксельного трекера и силиконового микрострипового трекера. На рис. 2 представлена сравнительная общая схема внутреннего трекера установки CMS в конфигурациях для Run2 и Run3. Ближе всего к оси пучка расположен пиксельный детектор. Естественно, что в этой области будет самая большая концентрация потока частиц — порядка 10 млн. частиц в секунду на 1 см² площади трекера. Для работы в условиях высокой светимости HL-LHC, во время второго долгого закрытия коллайдера (LS2) в 2026 году планируется полная замена пиксельного детектора на более радиационно-стойкий, с увеличенной гранулярностью и способностью обрабатывать более высокие скорости данных и большую задержку триггера.

На данный момент, пиксельный трекер состоит из четырёх (в изначальном дизайне 2008 года — трёх) цилиндрических слоёв с радиусами 29, 68, 109 и 160 мм (44, 73 и 102 мм до Run3) и трёх дисков на каждом торце на расстояниях 291, 396 и 516 мм (345, 465 мм до Run3) от центра, соответственно. В первоначальном дизайне во время Run1 пиксельный трекер восстанавливал три пространственные точки для треков заря-



Рисунок 2. Продольный вид пиксельного детектора, модернизированного в Phase1, по сравнению с первоначальной компоновкой детектора. Рисунок взят из работы [31]

женных частиц. Однако, в связи с с увеличениями светимости и энергии столкновений частиц на БАК, произведенными уже к Run2, чтобы сохранить хорошую производительность трекинга, этот пиксельный детектор был заменен на более эффективную и надежную четырехточечную систему.

Трекер охватывает псевдобыстроты до $|\eta| \approx 2.5$ (после Phase1 улучшения в Run3 охват составляет $|\eta| \approx 3$) и имеет суммарно около 124 миллионов каналов считывания. Размер одного пикселя составляет 100×150 мкм². В трекере используется двухфазная система охлаждения на основе CO_2 для эффективного отвода тепла. Пиксельный трекер восстанавливает трёхмерные пространственные точки для начальной реконструкции вершин и треков с очень высоким разрешением порядка 10 мкм в направлении $r \times \varphi$.

Силиконовый микростриповый трекер содержит 10 цилиндрических слоёв в центральной области и по 9 дисков в каждом из двух торцевых направлений, использует длинные узкие стрипы для считывания сигналов, обеспечивая разрешение по положению около 20 мкм, обеспечивает трекинг в диапазоне псевдобыстрот $|\eta| < 2.5$. Трекер позволяет эффективно восстанавливать траектории частиц с поперечным импульсом от 300 МэВ/*c* до сотен ГэВ/*c* (после Phase1 улучшения минимальный порог по энергии для частицы снизился до 50 МэВ/c). Точность восстановления импульса заряженных частиц в центральной области при $p_T \approx 100 \ \Gamma$ эВ/c составляет около 1%.

Такое сочетание пиксельного и стрипового трекеров позволяет CMS достигать высоких характеристик трекинга: реконструкция первичных и вторичных вершин, эффективный поиск долгоживущих частиц и высокое разрешение по углу, что критически важно для анализа азимутальной анизотропии в ядро-ядерных столкновениях.

1.1.3. Реконструкция событий, их отбор и анализ

Один из важнейших этапов в анализе событий — это процесс реконструкции треков в CMS. Точная информация о траекториях заряженных частиц позволяет измерить их импульсы и определить распределение по азимутальному углу (φ) с высокой точностью.

Для реконструкции треков в CMS используется алгоритм, основанный на комбинаторном фильтре Калмана [35]. В Run3 был реализован новый подход: вместо многоэтапной реконструкции теперь используется единая глобальная итерация, что позволило существенно сократить вычислительные затраты без потери качества [31]. Первоначальное выделение кандидатов на треки (seeding) осуществляется с помощью алгоритма Patatrack [36], который строит треки на основе трёх или более пиксельных совпадений с минимальным поперечным импульсом $p_T > 0.3 \ \Gamma \Rightarrow B/c$. Отобранные трековые кандидаты затем используются для полной реконструкции треков в комбинированном пиксельном и микростриповом трекерах.

Азимутальный угол φ определяется как угол между проекцией импульса частицы на поперечную плоскость и фиксированной осью (обычно ось X). Поскольку система трекинга CMS обладает очень высоким разрешением, погрешность в измерении φ минимальна — на уровне нескольких тысячных радиан (мрад). Важным требованием является точная привязка трека к первичной вершине взаимодействия, чтобы исключить вклад вторичных частиц, например, от вторичных распадов или конверсий.

Эффективность реконструкции треков для $p_T > 0.7 \ \Gamma$ эB/c в центральной области ($|\eta| < 1.0$) составляет более 98%. Доля ложных треков («fake rate») была снижена по сравнению с Run 2, особенно в переходной зоне между циллиндрическим объемом и торцом трекера ($0.9 < |\eta| < 2.1$). Для анализа азимутальной анизотропии предпочтительно использовать треки с хорошим качеством реконструкции: высокое число пройденных пикселей, малый χ^2 , который является мерой ошибки при фитировании траектории, и совместимость с первичной вершиной.

Возможные смещения и неопределённости, связанные с недостаточной выравненностью модулей трекера, могут вносить систематические ошибки в распределение по азимуту φ . Для достижения высокой точности в измерении траекторий частиц критически важно, чтобы геометрия всей системы трекинга была известна. Даже небольшие смещения отдельных сенсоров могут привести к значительным ошибкам в измерении импульса частиц и, как следствие, в определении азимутальных углов, необходимых для изучения азимутальной анизотропии.

Время от времени на установке производится процедура выравнивания трекера, которая проводится на основе анализа треков от мюонов космических лучей и треков, полученных в протон-протонных столкновениях. При этом используются специальные алгоритмы, минимизирующие остаточные отклонения треков от ожидаемой траектории. Стандартная процедура этих алгоритмов включает в себя три основных этапа: глобальное выравнивание крупных структур (например, всей торцевой части), выравнивание подструктур (конкретных секторов или модулей) и итеративная локальная оптимизация положения отдельных сенсоров.

После подобной калибровки достигается точность порядка 3–4 мкм для пиксельного трекера и 3–14 мкм для микрострипового трекера. Систематические ошибки в определении азимутального угла φ , обусловленные остаточным несовершенством выравнивания, минимальны и оцениваются менее чем в 1 мрад, что значительно меньше характерной ширины распределения в анализах азимутальной анизотропии.

С точки зрения исследований азимутальной анизотропии, подобные калибровки важно проводить регулярно, ведь невыравненный или неправильно откалиброванный трекер может вносить искусственные модуляции в распределение частиц по азимутальному углу. Такие эффекты способны приводить к ложным значениям азимутальных коэффициентов v_n , особенно для высоких порядков. Таким образом, высокая точность реконструкции треков и измерения азимутальных углов в CMS позволяет уверенно анализировать такие тонкие эффекты, как азимутальная анизотропия в столкновениях тяжелых ионов.

Данные коллаборации CMS, с которыми пойдет сравнение с моделью HYDJET++ в дальнейшей части этой работы, можно условно разделить на две части: данные, полученные во время Run2, и данные, полученные во время Run3. Экспериментальная работа [23] основана на данных, собранных CMS во время сеансов работы коллайдера LHC со столкновениями Xe-Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB в 2017 году с интегральной светимостью $3.42 \ \mu b^{-1}$ и аналогичных данных работы со столкновениями Pb-Pb в 2015 при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TэB с интегральной светимостью $26 \ \mu b^{-1}$. В обоих случаях использовались только треки с $|\eta| < 2.4$ и $0.3 < p_T < 10.0$ ГэB/c.

В работе коллаборации CMS [23], основанной на данных Run2, для столкновений Xe–Xe триггер 1-го уровня, работающий на первичном уровне детекторов, требовал превышения порога как минимум одной башни адронного калориметра для максимизации количества событий с одновременным уменьшением шумовых помех от электромагнитного рассеяния. Триггер также требовал наличия обоих сталкивающихся пучков в точке взаимодействия. Кроме того, применялся триггер высокого уровня, который требовал наличия хотя бы одного трека в пиксельном детекторе. События затем дополнительно отбирались в автономном режиме так, чтобы было обнаружено не менее 3 ГэВ энергии в трех башнях обоих форвард-калориметров, а также, чтобы была восстановлена первичная вершина, содержащая как минимум два трека, расположенных в пределах 15 см от номинальной точки столкновения вдоль оси пучка и в пределах 0.2 см в поперечном направлении.

Для столкновений Pb–Pb, по сравнению с Xe–Xe, было дополнительное требование триггера 1-го уровня — наличие сигналов в форвардкалориметрах по обе стороны детектора [23].

Алгоритм реконструкции треков для событий Xe–Xe аналогичен подобному для соударений p–p и подробно описывается в работе [37].

Работа [24], выполненная по результатам, включающим также данные Run3, на которую мы также будет опираться в дальнейшем, состоит из анализа столкновений свинца при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ ТэВ на нуклонную пару и столкновений ксенона при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ, соответственно. Столкновения ксенона, так же как и для работы [23] были получены на сеансе в 2017 году (Run2). Что касается данных для свинца — они были получены во время Run3 в 2023 году с интегральной светимостью 2 nb^{-1} .

Для регистрации событий в Pb–Pb столкновениях применялись отборы с помощью L1 и HLT триггеров, которые требовали: наличия энергии более 4 ГэВ в трёх башнях HF-калориметра на каждой стороне детектора CMS, наличия реконструированной первичной вершины взаимодействия, содержащей как минимум два трека, ограничения расположения первичной вершины (не более 15 см вдоль оси пучка и не более 0.2 см в поперечном направлении). Кроме того, для событий с более чем 10 треками требовалось, чтобы хотя бы 25% треков соответствовали критериям «высокой чистоты». В Pb–Pb столкновениях применялся алгоритм реконструкции треков с использованием глубокой нейронной сети, где учитывались такие параметры, как χ^2 на число степеней свободы, разрешение p_T и количество взаимодействий в пиксельном и стриповом трекерах. Кроме того, в столкновениях и ксенона, и свинца для первичных заряженных частиц отбирались только треки с $|\eta| < 2.4$ и $0.3 < p_T < 10.0$ ГэВ/c.

§ 1.2. Основы теоретического описания азимутальной анизотропии заряженных частиц, рождаемых в столкновениях тяжёлых ионов

Кварк-глюонная плазма (КГП) — это состояние материи, которое, как уже отмечалось ранее, возникает при экстремально высоких температурах и плотностях энергии. Подобные условия достижимы экспериментально при релятивистских столкновениях ядерных систем. В этих столкновениях энергия на нуклон в системе центра масс достигает значений $\sqrt{s_{NN}} \sim 10 - 5000$ ГэВ, при которых плотность энергии превосходит порог ≈ 1 ГэВ/фм³ [38]. Этот порог соответствует фазовому переходу из ядерной материи в состояние деконфайнмента, при котором образуется кварк-глюонная плазма — среда из свободных кварков, антикварков и глюонов. О времени формирования КГП пока существуют лишь теоретические оценки, тогда как некоторые параметры перехода удаётся определять с помощью фемтоскопических исследований [30].

Первые теоретические представления рассматривали КГП как газ свободных частиц после деконфайнмента [39]. Однако экспериментальные данные, полученные в 2005 году на RHIC, показали, что КГП демонстрирует свойства почти идеальной жидкости с минимальной вязкостью [40]. Это открытие стало поворотным: вместо свободного газа кварков и глюонов оказалось, что они сильно взаимодействуют между собой, а скорость звука в этой среде близка к скорости света. Эти жидкостные свойства обосновали использование гидродинамических моделей для описания эволюции КГП.

Гидродинамические подходы позволяют описывать КГП как жидкость с определёнными термодинамическими характеристиками: температурой, вязкостью и плотностью [41]. Так, температура входит как свободный параметр в обобщённое уравнение состояния и вычисляется по данным по выходам различных частиц [42]. При этом большое количество вторичных частиц, образующихся при столкновениях тяжёлых ионов, делает оправданным статистический подход к описанию выхода адронов. Важно понимать, что гидродинамика не описывает непосредственно процесс адронизации — слияния кварков и глюонов в адроны но влияет на конечные распределения частиц по импульсам.

Современная теория КГП предполагает следующую последовательность стадий в эволюции системы: сначала при $\tau \leq 0.1 \text{ фм/}c$ образуется состояние глюонного насыщения — так называемый Color Glass Condensate (CGC). Далее, на интервале $0.1 \leq \tau \leq 1.0 \text{ фм/}c$, формируется промежуточная фаза глазмы (Glasma) [43]. Здесь τ — это время, прошедшее с момента соударения. С дальнейшим охлаждением глазма распадается, и система переходит в состояние КГП. По мере расширения КГП адронизация приводит к слиянию кварков в адроны, а последующее термализационное равновесие достигается до химического вымораживания. После кинематического вымораживания состав частиц и их импульсы фиксируются [39]. В дальнейшем анализ сосредоточен на этих адронах и их угловых распределениях в поперечной плоскости относительно плоскости реакции. Точное теоретическое описание всех стадий эволюции КГП остаётся сложной задачей из-за нелинейной природы уравнений КХД [44]. Несмотря на прогресс в численном моделировании, в практических расчетах применяются упрощённые подходы, включая методы Монте-Карло [45].

При адронизации КГП рождает тысячи, а порой и десятки тысяч частиц в одном событии. Изучение этих многочастичных систем даёт ключ к пониманию структуры начального состояния, механизмов эволюции и флуктуаций, характерных для квантовой материи. В частности, азимутальная анизотропия частиц — неравномерность их распределения по углу относительно плоскости реакции — является важным наблюдаемым. Она количественно описывается коэффициентами Фурье v_n из уравнения (1.1):

$$E\frac{d^{3}N}{d^{3}p} = \frac{d^{3}N}{p_{T}dp_{T}dyd\phi} = \frac{d^{2}N}{p_{T}dp_{T}dy}\frac{1}{2\pi} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_{n}\cos n(\phi - \Phi_{R})\right], \quad (1.1)$$

где N — общее число частиц, E — энергия, p_T — поперечный импульс, φ — азимутальный угол, а Φ_R — угол плоскости реакции. Упрощённая форма для углового распределения выглядит так:

$$\frac{2\pi}{N}\frac{dN}{d\phi} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos[n(\phi - \Phi_R)].$$
 (1.2)

Наибольшее внимание уделяется v_2 (эллиптическому потоку) и v_3 (триангулярному потоку), отражающим геометрию перекрытия ядер и начальные флуктуации плотности. Более высокие гармоники (v_4 , v_5 , v_6 и т.д.) связаны с нелинейными эффектами эволюции системы.

В дополнение к v_n , для изучения свойств КГП используются распределения по псевдобыстроте, множественности и поперечному импульсу [46,47]. Псевдобыстрота характеризует угол между направлением частицы и пучком, множественность — общее число вторичных частиц, а распределения по p_T отражают динамику движения частиц. Существенным наблюдаемым является также фактор ядерной модификации R_{AA} , который указывает на подавление частиц с высоким p_T , адронных строй, кваркониев и т.д. в ядро-ядерных столкновениях по сравнению с протонпротонными [48].



Рисунок 3. Схематическое изображение области взаимодействия, образующейся в первые мгновения после нецентрального ядро-ядерного столкновения.

Центральность столкновений — ключевая величина, определяющая степень перекрытия ядер. При центральных столкновениях образуется максимальное число вторичных частиц, тогда как при периферийных соударениях КГП формируется лишь из части нуклонов. В случае нецентральных столкновений область перекрытия ядер принимает миндалевидную форму, что иллюстрируется на рис. 3. Эта форма приводит к неравномерному расширению КГП — «файербола» [49] — за счёт градиентов давления, создавая азимутальную анизотропию [50]. Если представить КГП как почти идеальную жидкость, то эта капля стремится расширяться симметрично, однако анатомия перекрытия вызывает преимущественное растекание вдоль короткой оси, что и порождает эллиптический поток.

На практике параметр центральности напрямую через ударный параметр *b* определить нельзя, поскольку измерение *b* затруднено даже при хорошо сфокусированных пучках. В работе [24] центральность определяется через процентиль энергии, регистрируемой в HF-калориметрах CMS [32]. Дополнительно можно использовать число частиц-спектаторов для определения центральности. Так рассчитывали центральность на ускорителе RHIC [40]. Оба метода были признаны эквивалентными в эксперименте CMS, однако, на практике используется метод определения центральности по данным калориметров HF.

В генераторах событий, например HYDJET++, параметр удара bзадаётся явно. Для сопоставления b с процентной центральностью используется генерация событий с минимальным отбором (minimum bias) при b от 0 до $2R_A$. Далее события классифицируются по процентилям числа или энергии частиц. Это позволяет точно согласовать центральности, используемые в HYDJET++ и в данных CMS [51].

§ 1.3. Монте-Карло генератор HYDJET++

Монте-Карло генератор HYDJET++ — это гибридный генератор ядро-ядерных соударений, разработанная в НИИЯФ МГУ специально для моделирования релятивистских столкновений тяжёлых ионов при энергиях, достигаемых на ускорителях RHIC и LHC [20, 22], а также, в дальнейшем, на ускорителе NICA [52]. HYDJET++ сочетает в себе описание как мягких гидродинамических процессов, ответственных за коллективные эффекты в горячей и плотной ядерной материи, так и жёстких мультипартонных процессов, включающих струйные события и их взаимодействие со средой. Такой подход позволяет модели воспроизводить широкий спектр наблюдаемых характеристик столкновений: от спектров частиц и распределений по псевдобыстроте до коэффициентов азимутальной анизотропии и зарядовых корреляций.

Генератор HYDJET++ создан на основе своего предшественника HYDJET [21] и моделирует столкновение тяжёлых ионов как суперпозицию двух независимых компонент:

 Мягкая компонента отвечает за описание коллективных эффектов, таких как азимутальные потоки v_n, и включает распады резонансов и процессы, характерные для термализированной среды. • Жёсткая компонента моделирует процессы с высоким поперечным импульсом, включая образование струй и их взаимодействие с плотной средой (эффект «гашения струй», jet quenching).

HYDJET++ также учитывает важные эффекты, такие как рассеяние глюонов, образование и распад кварков и глюонов, а также распространение частиц в конечном состоянии. Всё это позволяет получить детальное представление о свойствах кварк-глюонной плазмы (КГП), которые могут быть проверены на эксперименте.

Модель HYDJET++ неоднократно проходила тестирование на точность воспроизведения экспериментальных данных. Генератор создавался, ориентируясь на результаты эксперимента RHIC, а данные генерации для настроек RHIC находились в хорошем согласии с экспериментом. Впоследствии, генератор был модифицирован для описания первых экспериментов с тяжелыми ионами на БАК. В частности, генератор успешно описывает распределения по псевдобыстроте и множественности для различных центральностей в столкновениях Pb–Pb при энергиях первых экспериментов с тяжелыми ионами на БАК, а также распределения по поперечному импульсу и фактор ядерной модификации R_{AA} для инклюзивных заряженных адронов [53]. Одним из ключевых достижений HYDJET++ является успешное моделирование распределений по поперечному импульсу для идентифицированных заряженных частиц, согласующееся с данными эксперимента [53].

Особое внимание в контексте данной работы уделено способности HYDJET++ воспроизводить коэффициенты азимутальной анизотропии v_n , включая их зависимость от поперечного импульса p_T , псевдобыстроты и центральности столкновений. В работе [53] HYDJET++ успешно описывает потоки v_2 в столкновениях Pb-Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TэB. В целом модель успешно описывает зависимости v_2 , v_3 и v_4 от p_T до значений порядка 5 ГэB/c и центральностей до 40% [54]. Это достигается за счёт включения параметризаций гиперповерхности вымораживания, влияния жёстких процессов на формирование анизотропии и учёта динамических флуктуаций потока, что особенно важно для точного моделирования экспериментальных наблюдаемых. Другие важные достижения генератора HYDJET++: описание эффекта гашения струй, описание ridge-эффекта и описание вылета заряженных пионов, описаны в работе [55].

В этой работе HYDJET++ будет использован для генерации событий, результаты которых сравниваются с экспериментальными данными, полученными детектором CMS, с целью тестирования различных методов анализа азимутальной анизотропии и изучения вклада флуктуационных эффектов при эволюции КГП.

Рассмотрим подробнее процесс генерации событий в HYDJET++. Мягкая компонента событий в генераторе моделирует «термическое» адронное состояние системы на гиперповерхностях химического и термического фризаута. Она основывается на параметризации решений релятивистской гидродинамики с заданными условиями фризаута, подробнее познакомиться с этой теорией можно в работах [56]. Формально, предполагается, что гидродинамическое расширение файербола прекращается при данной температатуре T^{ch} и химических потенциалах: μ_B, μ_S, μ_Q . Тогда импульсное распределение частиц в локальной системе отсчёта элемента жидкости подчиняется ур. (1.3).

$$f_i^{eq}(p^{*0}; T^{ch}, \mu_i, \gamma_s) = \frac{g_i}{\gamma_s^{-n_i^s} \exp\left([p^{*0} - \mu_i]/T^{ch}\right) \pm 1}$$
(1.3)

где p^{*0} — энергия частицы в системе отсчёта элемента жидкости, $g_i = 2J_i + 1$ — фактор вырождения по спину, n_{si} — число странных кварков в i—й частице, μ_i — химический потенциал, а γ_s (≤ 1) — фактор подавления странности. Знак \pm отражает расчет по статистике для фермионов или бозонов, соответственно. Тогда число частиц данного сорта определяется через плотность:

$$\rho_i^{eq}(T;\mu_i) = \frac{g_i}{2\pi^2} m_i^2 T \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mp^{k+1}}{k} \exp\left(\frac{k\mu_i}{T}\right) K_2(\frac{km_i}{T}), \qquad (1.4)$$

где K_2 — модифицированная функция Бесселя второго рода. Среднее число частиц порождается согласно:

$$\bar{N}_i = \rho_i^{eq}(T;\mu_i) V_{eff}, \qquad (1.5)$$

где V_{eff} — эффективный термический объём системы, связанный с интегралом по гиперповерхности фризаута. При этом переход от химического к термическому фризауту учитывается через сохранение относительных чисел частиц и введение эффективного химического потенциала пионов $\mu_\pi^{eff},$ который позволяет корректировать распределение при охлаждении системы.

При релятивистских энергиях, из-за преобладающего продольного движения, удобно параметризовать четырех-скорость потока жидкости $\{u^0(x), u(x)\} = \gamma\{1, v(x)\}$ в точке *x* с точки зрения продольной (*z*) и поперечной (*r* \perp) быстрот потока жидкости:

$$u^{\mu}(x) = (\cosh \rho^{u} \cosh \eta^{u}, \sinh \rho^{u} \cos \phi^{u}, \sinh \rho^{u} \sin \phi^{u}, \cosh \rho^{u} \sinh \eta^{u})$$
(1.6)

Используется линейный профиль поперечной быстроты и водится параметр импульсной анизотропии $\delta(b)$

$$\tilde{\rho}_u = \frac{r}{R_f(b)} \rho_u^{max}(b=0) \tag{1.7}$$

$$u^x = \sinh \tilde{\rho}_u \cos \phi \sqrt{1 + \delta(b)}, \qquad u^y = \sinh \tilde{\rho}_u \sin \phi \sqrt{1 - \delta(b)}$$
(1.8)

Здесь ϕ — пространственный азимутальный угол элемента жидкости, r — его радиальная координата, $\rho_u^{max}(b = 0)$ — максимальная поперечная скорость потока в центральных событиях, а $R_f(b)$ — это среднеквадратичный радиус области эмиссии адронов. С помощью последнего параметра $R_f(b)$ можно выразить поперечный радиус файербола в выделенном азимутальном направлении ϕ через параметр пространственной анизотропии $\epsilon(b)$:

$$R(b,\phi) = R_f(b) \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2(b)}}{\sqrt{1 + \epsilon(b)\cos 2\phi}}$$
(1.9)

С помощью такого выражения, возможно сразу вычислить эффективный объем гиперповерхности фризаута V_{eff} . В модели HYDJET++, однако, эффективный объем вычисляется только для центральных событий (b = 0), а для остальных случаев полагается, что он пропорционален среднему числу нуклонов-участников:

$$V_{eff}(b) = V_{eff}(b=0) \frac{\overline{N_{part}}(b)}{\overline{N_{part}}(b=0)}$$
(1.10)

Так, параметры пространственной ϵ и импульсной (δ) анизотропии связаны между собой через выражение для коэффициента v_2 в рамках гидродинамического подхода:

$$v_2 \propto \frac{2(\delta - \epsilon)}{(1 - \delta^2)(1 - \epsilon^2)} \tag{1.11}$$

Физические значения параметров фризаута (температура, химический потенциал, максимальная поперечная быстрота) подбираются для воспроизведения наблюдаемых распределений по импульсам, быстроте и коэффициентам потоков v_n .

Для генерации событий используется метод Монте-Карло, в котором производятся: генерация координаты выхода частицы на гиперповерхности фризаута, генерация импульса в системе отсчёта элемента жидкости с учётом равновесного распределения, перенос четырёхимпульса в лабораторную систему и симуляция распадов резонансов на стабильные частицы. Распады резонансов моделируются с помощью только двух- и трёх-частичных распадов с вероятностями, взятыми из таблицы частиц SHARE [57]. Массы резонансов флуктуируют в соответствии с распределениями Брейта–Вигнера.

Таким образом, гидродинамическая компонента HYDJET++ обеспечивает реалистичную имитацию коллективных эффектов в столкновениях тяжелых ионов и формирует основу для анализа множества наблюдаемых.

Что касается жесткой части генератора HYDJET++ — она моделирует процессы рождения струй и частиц с высокими поперечными импульсами, возникающих при твёрдом рассеянии в начальных стадиях столкновения тяжёлых ионов. Эта часть основана на подпрограмме PYQUEN [58], которая модифицирует события, сгенерированные стандартным генератором PYTHIA 6.4 [59], при учёте взаимодействия быстрых партонов с горячей и плотной средой — кварк-глюонной плазмой.

Генерация начинается с моделирования спектров начальных партонов с помощью РҮТНІА. Координаты вершин их рождения определяются согласно профилю наложения ядер на заданном параметре удара (b). Далее, путь каждого партона через среду моделируется как последовательность рассеяний, сопровождающихся радиационными потерями энергии и потерями за счет процессов столкновений.

Процесс рассеяния описывается с помощью кинетического интегрального уравнения для средней потери энергии $\Delta E(L,E)$ партона при прохождении длины L в среде:

$$\Delta E(L,E) = \int_0^L dl \frac{dP(l)}{dl} \lambda(l) \frac{dE(l,E)}{dl}, \qquad \frac{dP(l)}{dl} = \frac{1}{\lambda(l)} \exp\left(-l/\lambda(l)\right)$$
(1.12)

где $\lambda(l)$ — средний путь между рассеяниями, зависящий от плотности среды $\rho(l)$ и полного сечения рассеяния $\sigma(l)$ как $\lambda(l) = 1/(\sigma\rho)$. Плотность среды предполагается пропорциональной T^3 , где T — температура квазиидеальной кварк-глюонной жидкости.

В модели рассматриваются два основных механизма потери энергии: столкновительная и радиационная. Интенсивность потери энергии через упругие столкновения с термическими партонами среды описывается так:

$$\frac{dE_{col}}{dl} = \frac{1}{4T\lambda\sigma} \int_{\mu_D^2}^{t_{max}} dt \frac{d\sigma}{dt} t, \qquad (1.13)$$

где μ_D — дебаевская масса, регуляризующая инфракрасные расходимости, a $d\sigma/dt$ даётся для высокоэнергетического предела партон-партонных взаимодействий. Радиационные потеря энергии, эмиссией глюонов, описываются в рамках BDMSсвязанные с подхода (Baier-Dokshitzer-Mueller-Schiff), учитывающего когерентэффекты многократного рассеяния (аналог эффекта ные Ландау–Померанчука–Мигдала):

$$\frac{dE_{\rm rad}}{dl} = \frac{2\alpha_s(\mu_D^2)C_R}{\pi L} \int_{\omega_{\rm min}}^E d\omega \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) \ln\left|\cos(\omega_1 \tau_1)\right|, \quad \tau_1 = \frac{L}{2\lambda_g}$$
(1.14)

$$\omega_1 = \sqrt{i\left(1 - y + \frac{C_R}{3}y^2\right)\bar{\kappa}\ln\left(\frac{16}{\bar{\kappa}}\right)}, \quad \text{где} \quad \bar{\kappa} = \frac{\mu_D^2\lambda_g}{\omega(1 - y)}, \tag{1.15}$$

здесь: λ_g — средний свободный пробег глюона, $\alpha_s(\mu_D^2)$ — постоянная сильного взаимодействия на масштабе дебаевской массы, $y = \omega/E$ — доля энергии жесткого партона, унесенная излученным глюоном, L — длина пути партона в среде, $C_R = 4/3$ — фактор Казимира (цветовой фактор для глюона).

Движение партона через среду моделируется пошагово. На каждом шаге вычисляется вероятность очередного рассеяния, энергия, потерянная за счёт излучения и столкновений, а также угол отклонения от первоначальной траектории. После каждого рассеяния энергия партона уменьшается на величину $\Delta E_{tot} = \Delta E_{col} + \Delta E_{rad}$. Партоны считаются «термализованными» (thermalized) и исключаются из дальнейшего рассмотрения, если их поперечный импульс становится меньше 2T в соответствующей точке среды. По завершению прохождения среды остаточные партоны подвергаются адронной фрагментации по Лундовской модели струн, реализованной в РҮТНІА.

Дополнительно в модели учитывается влияние эффекта ядерного экранирования на спектры начальных партонов. Эффект реализован путём введения затухающего множителя $S(r1,r2,p_T,y)$ к числу событий твёрдого рассеяния, с использованием параметризаций, полученных в рамках теории Глаубера-Грибова.

В итоге, жёсткая компонента HYDJET++ через PYQUEN позволяет реалистично моделировать влияние среды на струйную активность и высокоэнергетическое рождение частиц, что критически важно для анализа эффектов подавления струй и последующего исследования свойств кварк-глюонной плазмы.

Таким образом, генератор событий HYDJET++ представляет собой мощный инструмент для моделирования столкновений тяжёлых ионов при ультрарелятивистских энергиях. Благодаря сочетанию гидродинамической модели мягкой компоненты и подробного учёта многократного рассеяния партонов с потерей энергии в жёсткой компоненте, HYDJET++ позволяет воспроизводить широкий спектр экспериментальных наблюдений: от распределений по импульсу до сложных корреляционных измерений.

Так, подход, сочетающий в себе две независимые компоненты, в HYDJET++ стал одним из стандартных инструментов для теоретического изучения азимутальной анизотропии в столкновениях тяжелых ионов, включая описание зависимостей коэффициентов v_n от импульса, центральности и типа частиц.

Поскольку ключевым аспектом данной работы является именно анализ азимутальной анизотропии, в следующем разделе будут подробно рассмотрены методы её экспериментального и теоретического изучения. Особое внимание будет уделено методам вычисления коэффициентов азимутального распределения, а также методам определения плоско-

25

сти реакции, которые позволяют наиболее полно охарактеризовать коллективное движение частиц в столкновениях тяжёлых ядер.

ГЛАВА 2.

Методы вычисления азимутальных потоков

В этой главе будут рассмотрены различные методы вычисления азимутальных гармоник v_n , которые несут информацию о характере азимутальной анизотропии в ядро-ядерных соударениях. На практике существуют разные методы определения этих коэффициентов, отличающиеся по чувствительности к флуктуациям начального состояния, неколлективным эффектам и разрешению плоскости реакции. В данной работе основное внимание уделено четырём подходам: метод истинной плоскости реакции (True Reaction Plane Method), метод с вычислением плоскости реакции на основе подгрупп событий (Event Plane Method) [60], метод кумулянтов двух и четырёх частиц (Cumulant Method) [61, 62], метод скалярного произведения (Scalar Product Method) [63].

Конечно, современные исследования не ограничиваются применением только этих четырех методов. Рассмотрение всех возможных методов изучения азимутальной анизотропии, к которым в числе прочих относятся методы нулей Ли-Янга [64], методы взвешенных или нормированных кумулянтов и подсобытийных кумулянтов [65], не является целью данной работы. Выбор конкретных четырех методов (кроме метода истинной плоскости реакции, используемый в генераторе по умолчанию) обусловлен попыткой сравнить результаты генерации в HYDJET++ теми же методами, что используются в результатах CMS. Ведь в работе [23] используются именно такие способы вычисления v_n .

Первыми будут рассмотрен метод, основанный на определении плоскости реакции. Этот методы опираются на предположение о наличии общей оси симметрии в пространстве столкновения, относительно которой можно измерять угловые распределения частиц. Далее будут изложены кумулянтные методы, которые позволяют устранять вклад неколлективных эффектов и получать более чистую информацию о флуктуациях и истинной величине азимутальных потоков. Завершит раздел описание метода скалярного произведения, являющегося обобщением концепции корреляции с плоскостью реакции.

Плоскость реакции в столкновениях тяжёлых ионов определяется двумя векторами: направлением пучка (ось z) и вектором параметра удара \vec{b} , соединяющим центры сталкивающихся ядер. Истинная плоскость реакции, соответственно, задаётся углом Ψ_R , который показывает ориентацию ударного параметра в поперечной плоскости. Тогда азимутальная анизотропия частиц относительно этой плоскости описывается через Фурье-разложение дифференциального распределения по азимутальному углу φ , как в ур. (1.2). В случае анализа с использованием истинной плоскости реакции коэффициенты v_n определяются сразу по формуле:

$$v_n = \cos\left[n(\varphi - \Psi_R)\right] \tag{2.1}$$

Поскольку в HYDJET++ угол истинной плоскости реакции известен изначально (он задаётся при генерации событий), метод с истинной плоскостью является эталонным. Это позволяет оценить качество других методов и откалибровать модель и ошибки, связанные с разрешением оценки плоскости реакции, если производится ее вычисление.

Преимущества метода истинной плоскости реакции заключаются в наиболее точном восстановление истинной величины азимутальной анизотропии, отсутствии погрешности, связанной с определением плоскости события и вычислительная скорость метода, которая позволяет использовать его как эталонный. Однако, есть и ограничения, например, в реальных экспериментах истинная плоскость реакции неизвестна, её необходимо рассчитывать с помощью измеренных треков, регистрации ядерных осколков (спектаторов) или калориметрических данных. Поэтому данный метод применим только в рамках Монте-Карло-моделирования для контроля качества и оценки систематических неопределённостей.

§ 2.1. Метод плоскости реакции

Логичным усовершенствованием метода истинной плоскости реакции для приближения к реальному эксперименту является метод с вычислением угла плоскости реакции с помощью подсобытий. Его суть заключается в реконструкции направления плоскости реакции (event plane) на основе наблюдаемых частиц в событии, с последующим измерением угловой корреляции вторичных частиц относительно этой восстановленной плоскости. Для определения оценённого угла плоскости события для n-й гармоники Ψ_n вычисляется вектор потока:

$$Q_n = (Q_{n,x}, Q_{n,y}), \qquad Q_{n,x} = \sum_i w_i \cos(n\varphi_i), \qquad Q_{n,y} = \sum_i w_i \sin(n\varphi_i),$$
(2.2)

где компоненты вычисляются суммированием по всем частицам в событии, а w_i отвечает весу частицы, если такой задаётся. Далее азимутальный угол плоскости реакции можно найти так:

$$\Psi_n = \frac{1}{n} \arctan\left(Q_n\right),\tag{2.3}$$

Поскольку оценённая плоскость события отличается от истинной плоскости реакции из-за конечного числа частиц и неидеальности измерений, введено понятие разрешения плоскости события. Истинное значение коэффициента v_n восстанавливается через:

$$v_n = \frac{v_n^{obs}}{\langle \cos\left[n(\Psi_n - \Psi_R)\right] \rangle},\tag{2.4}$$

где Ψ_R — истинный угол плоскости реакции, а знаменатель справа в (2.4) представляет собой фактор разрешения. Фактор разрешения в свою очередь оценивается через корреляции между независимыми подгруппами частиц (sub-events). Такими группами могут например служить группы частиц с псевдобыстротами из передней ($\eta > 0$) и задней ($\eta < 0$) полусферы «детектора». Такой пример разделения подсобытий позволяет несколько упросить формулу для фактора разрешения и перейти к симметричному случаю:

$$\langle \cos [n(\Psi_n - \Psi_R)] \rangle = \sqrt{\langle \cos [n(\Psi_a - \Psi_b)]}$$
 (2.5)

Этот метод является базовым стандартом в анализах азимутальной анизотропии и широко используется в экспериментах на SPS, RHIC и LHC. Чем больше число треков в событии, тем лучше разрешение плоскости, но при этом разные гармоники требуют отдельной реконструкции своих собственных плоскостей со своими углами.

§ 2.2. Метод кумулянтов

Более современный подход к анализу азимутальной анизотропии реализован в методе кумулянтов. Метод кумулянтов основывается на

анализе многочастичных корреляций. В отличие от традиционных методов, таких как метод плоскости события, метод кумулянтов позволяет эффективно устранять вклад непотоковых корреляций (например, от распадов резонансов или влияния частиц с высоким p_T), которые могут искажать измерения. В этой работе будут использовться методы двухи четырех-частичного кумулянта. Хотя теория и позволяет искать более высокие корреляции между частицами (6-й, 8-й и 10-й порядки), на практике это не дает большого вклада в точность измерения непотоковых явлений [66]. На данный момент утверждается, что для корректного рассчета корреляционных эффектов между частицами правильнее использовать методы смешанных или взвешенных кумулянтов [24]. Рассмотрение этих методов не входит в рамки данной работы, но обязательно планируется в дальнейшем в продолжении работы с генератором HYDJET++, как современное исследование азимутальной анизотропии.

Для оценки коэффициентов азимутальной анизотропии v_n методом кумулянтов используются многочастичные корреляции. Основная идея состоит в том, что корреляции между несколькими частицами могут быть выражены через их углы вылета, и что истинный поток проявляется как глобальная корреляция всех частиц в событии относительно плоскости реакции. Непотоковые эффекты в основном влияют на корреляции низкого порядка и в теории могут быть подавлены использованием кумулянтов более высокого порядка, однако на практике разница в значениях v_n (n = 2, 3) не превышает 2–3% для четырех-частичных, шести-частичных и т.д. методов [23], так что использовать кумулянты выше 4-го порядка является нецелесообразным с точки зрения вычислительных затрат.

Первым шагом является определение двухчастичных корреляций. Кумулянт второго порядка для гармоники *n* записывается как:

$$c_n\{2\} = \langle \langle \exp in(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle \rangle$$
(2.6)

где угловые скобки обозначают усреднение по парам частиц в событии, а двойные скобки означают последующее усреднение по множеству событий. После этого устанавливается связь между кумулянтом второго порядка и величиной потока для n-ой гармоники:

$$v_n\{2\} = \sqrt{c_n\{2\}} \tag{2.7}$$

Таким образом, двухчастичный кумулянт даёт прямую оценку величины потока, но всё ещё чувствителен к непотоковым явлениям, поскольку они также могут вносить вклад в двухчастичные корреляции.

Для более точного измерения вводится четырёх-частичный кумулянт, который позволяет лучше подавить непотоковые эффекты. Он определяется как:

$$c_n\{4\} = \langle \langle e^{in(\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4)} \rangle \rangle - 2 \langle \langle e^{in(\varphi_1 - \varphi_2)} \rangle \rangle^2, \qquad (2.8)$$

первая часть этого выражения представляет собой усреднённую четырёх-частичную корреляцию, а вторая часть вычитает вклад, который можно было бы ожидать от независимых двухчастичных корреляций. Таким образом, c_n {4} изолирует истинные многочастичные корреляции, связанные с коллективными эффектами. Коэффициент v_n на основе четырёх-частичного кумулянта определяется как:

$$v_n\{4\} = \sqrt[4]{-c_n\{4\}} \tag{2.9}$$

Здесь важно отметить, что $c_n\{4\}$ в случае доминирования коллективного эффекта имеет отрицательное значение. Знак минус под корнем критичен: положительное значение четырёх-частичного кумулянта может свидетельствовать о том, что в событии имеются непотоковые эффекты или статистические флуктуации (именно такое поведение наблюдается при расчете кумулянта в HYDJET++).

Таким образом, кумулянт четвёртого порядка гораздо надёжнее выделяет истинный поток, устраняя вклад неколлективных корреляций, поскольку такие эффекты редко проявляются в согласованной многочастичной структуре.

Для практического расчёта кумулянтов используется формализм многочастичных корреляционных функций. На практике корреляции всех порядков удобно выражаются через моменты *Q*-векторов потока:

$$Q_n = \sum_{j=1}^M e^{in\varphi_j},\tag{2.10}$$

где M — общее число частиц в событии, а φ_j — азимутальный угол *j*-й частицы. Этот вектор представляет собой сумму комплексных экспонент, отражающих угловое распределение частиц, и служит основой для вычисления многочастичных корреляций. Выражения для $c_n\{2\}$ и $c_n\{4\}$ через Q-вектора позволяют упростить вычисления и реализовать эффективные алгоритмы обработки больших объёмов данных.

Двухчастичный кумулянт выражается через *Q*-вектор следующим образом:

$$c_n\{2\} = \langle \frac{|Q_n|^2 - M}{M(M-1)} \rangle$$
 (2.11)

где $\langle \cdots \rangle$ обозначает усреднение по всем событиям. Здесь $|Q_n|^2$ представляет собой квадрат модуля Q-вектора, а вычитание M устраняет вклад автокорреляций частиц. Четырёх-частичный куммулянт через Q-вектор в свою очередь выражается так:

$$c_n\{4\} = \frac{\langle |Q_n|^4 \rangle + \langle |Q_n|^2 \rangle - 2\langle \operatorname{Re}(Q_{2n}Q_n^*Q_n^*) \rangle}{M(M-1)(M-2)(M-3)} - \frac{2(M-2)\langle |Q_n|^2 \rangle - M(M-3)}{M(M-1)(M-2)(M-3)}$$
(2.12)

где $Q_{2n} - Q$ -вектор для гармоники 2n, а Q_n^* — комплексно-сопряжённый Q-вектор.

Использование *Q*-векторов в вычислении кумулянтов даёт свои преимущества. Например, этот метод позволяет избежать перебора всех возможных комбинаций частиц и ускорить вычисления, что особенно важно при анализе больших объёмов данных.

§ 2.3. Метод скалярного произведения

Последний рассматриваемый в данной работе метод вычисления азимутальных потоков — метод скалярного произведения векторов потока (scalar product method).

Метод скалярного произведения является развитием метода плоскости события и представляет собой эффективный способ измерения коэффициентов азимутальной анизотропии, минимизирующий влияние конечного разрешения оценки плоскости реакции. В отличие от классического метода с вычислением плоскости события, где требуется прямая нормировка на фактор разрешения плоскости, метод скалярного произведения позволяет сразу строить наблюдаемую величину, пропорциональную истинному v_n . Идея метода состоит в том, чтобы измерять скалярное произведение векторов потока Q_n , построенных в независимых подвыборках события. Вектор потока для каждой подвыборки определяется также, как в ур. (2.2). Значение v_n определяется как нормированное скалярное произведение:

$$v_n\{SP\} = \frac{\langle \vec{Q}_n^A \cdot \vec{Q}_n^B \rangle}{\sqrt{\langle \vec{Q}_n^A \cdot \vec{Q}_n^A \rangle \langle \vec{Q}_n^B \cdot \vec{Q}_n^B \rangle}}$$
(2.13)

где A и B обозначают независимые подвыборки событий (например, разделённые по псевдобыстроте), а скобки означают усреднение по множеству событий. При этом числитель выражает корреляцию между векторами потока двух подвыборок, а знаменатель нормализует результат с учётом собственных флуктуаций каждой подвыборки, обеспечивая правильное масштабирование на эффективность реконструкции плоскости.

Можно понимать смысл этого скалярного произведения так: если потоковые эффекты велики, а обе подвыборки имеют одинаковую ориентацию, то скалярное произведение велико. И напротив, если потоковые явления отсутствуют или присутствуют случайные непотоковыекорреляции, то значение скалярного произведения будет малым.

Данный метод в отличеие от метода плоскости реакции устраняет необходимость явной коррекции на фактор разрешения плоскости. Однако, стоит учитывать, что несмотря на удобство и интуитивность разделения событий на подгруппы в данном методе, при малом числе частиц в событии метод становится неточным, как и все методы, основанные на корреляциях. Поэтому метод требует тщательного выбора подгрупп для минимизации остаточных непотоковых явлений.

Таким образом, в главе были рассмотрены классические подходы, основанные на определении плоскости реакции, и современные методы многочастичных кумулянтов и скалярных произведений, позволяющие минимизировать влияние непотоковых эффектов и флуктуаций. Мы заложили почти все экспериментальные, теоретические и методологические основы, необходимые для проведения дальнейшего анализа азимутальной анизотропии и сравнения результатов моделирования в генераторе HYDJET++ с экспериментальными данными коллаборации CMS.

33

ГЛАВА З.

Изучение азимутальной анизотропии в генераторе HYDJET++ при энергиях БАК

§ 3.1. Азимутальные потоки в столкновениях Xe–Xe и Pb–Pb

В этом разделе мы будем рассматривать и анализировать распределения величин азимутальных гармоник от поперечного импульса p_T для различных регионов центральности, полученных разными методами.

В данной работе использовался генератор HYDJET++ стандартной версии 2.4 [22] с комплектом специальных настроек под энергий ускорителя LHC, разработанных и применяемых в коллаборации эксперимента CMS. Генерация полной статистики событий для работы проводилась с помощью «батч»-системы распределенных вычислений HTCondor [67] на серверах LXPLUS [68] в ЦЕРНе (с применением GRID-технологий). Обработка полученных результатов производилась с помощью скриптов, написанных для библиотеки ROOT [69] на языке C++.

В проводимых ранее исследованиях [70–72] была показана применимость генератора HYDJET++ для описания азимутальных распределений в релятивистских соударениях тяжелых ионов для энергии Большого Адронного Коллайдера. Кроме прочего, было показано, что наилучшую описательную способность генератор демонстрирует в полуцентральных (15–40%) событиях. Для дальнейшего анализа будет удобно выделить три принципиально интересных региона центральности: центральные, полуцентральные и периферические события. Для удобства рассмотрения этих регионов, выберем области 5–10%, 20–25% и 40–50%.

Для начала, рассмотрим распределения эллиптического v_2 потока от поперечного импульса p_T для первого и самого очевидного усовершенствования метода вычисления v_n — метода плоскости реакции (см. раздел 2.1). Сравнение проведем с экспериментальными данными коллаборации CMS для соударений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ и Pb–Pb с энергией 5.02 ТэВ на пару нуклонов в системе центра масс из работы [23].



Рисунок 4. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TэB, вычисленного методами плоскости реакции (RPM) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом второго кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений

Результаты генерации и вычисления эллиптического v_2 потока для столкновений свинца и ксенона представлены для статистики по 1 миллиону событий для избранных регионов центральности в генераторе HYDJET++ и отображены на рис. 4 и рис. 5, соответственно.

Как видно по графикам, распределения эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T оказались нечувствительны к изменению указанных методов. Можно наблюдать минимальные расхождения в распределениях, наибольшая разница в которых достигается в «хвостах», т.е. при больших p_T .

Отдельно можно выделить поведение распределений в полуцентральных соударениях, подтверждающее выводы работ [70–72], которое удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. В случае столкновений свинца описание центральных соударений уступает по качеству аналогичному описанию столкновений ксенона. В случае же периферических столкновений ожидать от генератора точного описания



Рисунок 5. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ, вычисленного методами плоскости реакции (RPM) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом второго кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений
на данный момент не приходится. Гидродинамическая модель генератора плохо подходит для описания периферических соударений в виду особенностей модели генератора, некоторые детали которой описаны в разделе 1.3.

Более восприимчивым к изменению метода оказываются распределения триангулярного v_3 потока относительно поперечного импульса p_T . Это связано с тем, что для расчёта v_3 в генераторе реализован особый подход, задающий угол реакции Ψ_3 специально для третьей гармоники независимо от второй. Во время работы с методом для его верификации использовались распределения событий по углу Ψ_3 , разность которых с аналогичными распределений для стандартного метода давала гауссово распределение, точно также, как и для второй гармоники.

Результаты генерации и вычисления триангулярного v_3 потока для столкновений свинца и ксенона при статистике в 1 миллион событий для избранных регионов центральности в генераторе HYDJET++ в сравнении с данными CMS отображены на рис. 6 и рис. 7, соответственно.

Как видно из распределений, внедрение расчета угла плоскости реакции для вычисления триангулярных потоков во всех случаях занижает значения распределений. В случае столкновений свинца, такое занижение негативно влияет на сходимость данных генерации с экспериментальными значениями. Аналогичная ситуация наблюдается для распределений в столкновениях ксенона — занижение значений негативно влияет на сходимость данных в центральных и полуцентральных столкновениях. Однакно, в случае периферических соударений ксенона занижение значений позволяет более точно описывать экспериментальные распределения. Возможно, это связано с влиянием расчета угла Ψ_3 на флуктуационную компоненту триангулярного потока в периферических столкновениях относительно легких ядерных систем ксенона.

Следующий этап анализа вычисления гармоник методом плоскости реакции — это рассмотрение отношений $v_n[XeXe]/v_n[PbPb]$, которые являются чувствительными к флуктуациям [23]. В работе коллаборации CMS утверждается, что деформация ядер ксенона, которая должна влиять на начальную геометрию системы в столкновении, тем не менее, мало влияет на отношения гармоник. Проверка этого вывода может послужить метрикой качества гидродинамической модели HYDJET++, поэто-



Рисунок 6. Зависимость коэффициента триангулярного потока v_3 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэB, вычисленного методами плоскости реакции (RPM) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом второго кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений



Рисунок 7. Зависимость коэффициента триангулярного потока v_3 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ, вычисленного методами плоскости реакции (RPM) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом второго кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений



Рисунок 8. Зависимость отношений коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэB к коэффициенту эллиптического потока для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэB, рассчитанных методом истинной плоскости реакции и методом плоскости реакции в Монте-Карло генераторе HYDJET++ и аналогичных отношений, вычисленных методом второго кумулянта, из работы коллаборации CMS [23] для избранных областей центральности столкновений.

му отношениям гармоник будет посвящена существенная часть анализа в этой работе.

Рассмотрим распределения отношения эллиптических и триангулярных ($v_2[XeXe]/v_2[PbPb]$ и $v_3[XeXe]/v_3[PbPb]$) потоков в столкновениях ксенона и свинца в зависимости от поперечного импульса p_T , вычисленные в генераторе HYDJET++ двумя методами и сравним их с данными коллаборации CMS. Данные распределения отношений представлены на рис. 8 и рис. 9, соответственно.

Как видно из распределений, использование метода плоскости реакции практически не влияет на значения отношений эллиптических v_2 потоков в области значений по p_T от 0 до 6 ГэВ/с и незначительно (в пределах погрешности) увеличивает значения в «хвостах» распределений.



Рисунок 9. Зависимость отношений коэффициента триангулярных потоков v_3 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ к коэффициенту триангулярного потока для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ, рассчитанных методом истинной плоскости реакции и методом плоскости реакции в Монте-Карло генераторе HYDJET++ и аналогичных отношений, вычисленных методом второго кумулянта, из работы коллаборации CMS [23] для избранных областей центральности столкновений.

Так, вновь подтверждается сделанный ранее вывод о незначительности изменений, полученных от введения расчета угла плоскости реакции, для азимутальных потоков.

При рассмотрении распределений отношений триангулярных потоков, в области значений по p_T от 0 до 6 ГэВ/с наблюдается аналогичная картина незначительности изменений. Однако при увеличении поперечного импульса заряженных частиц, для этих данных наблюдается значительное расхождение в значениях, полученных различными методами. Это не связано с принципиальной физикой, стоящей за вычислением угла Ψ_3 , но связано со статистикой для частиц с большими рт. Иначе говоря, для отношений триангулярного потока в столкновениях со статистикой по 1 миллиону событий делать какие-либо выводы о поведении распределений при больших *р*_T не представляется возможным, из-за малой статистики и большой погрешности вычислений. Более детальное рассмотрение этого региона может быть произведено в дальнейшем, после улучшения и оптимизации генератора HYDJET++ для более быстрого моделирования событий или при введении в генератор улучшенного метода для расчета угла Ψ_3 , который влияет на триангулярный поток.

После рассмотрения метода плоскости реакции — простейшего улучшения для вычисления коэффициентов v_n , перейдем к рассмотрению кумулянтного метода. Метод двухчастичных корреляций (он же метод 2-го кумулянта) применялся в работе [23]. Поэтому сравнение результатов генерации и расчетов этим методом в HYDJET++ с коллаборацией CMS является наиболее релевантным и важным в этом разделе данной работы.

Рассмотрение и анализ метода второго кумулянта будем проводить по аналогии с вышеизложенным методом. Сперва, рассмотрим распределения эллиптического потока v_2 от поперечного импульса заряженных частиц в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TэB и столкновениях Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэB в избранных регионах центральности. Договоримся, что здесь и далее, до тех пор, пока не будет указано иное, на рисунках синим цветом будем обозначать стандартный метод HYDJET++, т.е. метод истинной плоскости реакции, красным цветом будем обозначать новый, рассматриваемый в данный момент време-



Рисунок 10. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэB, вычисленного методами второго куммулянта (2nd Cumulant) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом второго кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений.

ни метод, каким бы он ни был, а чёрным цветом будем обозначать данные эксперимента CMS из работы [23].

Результаты моделирования столкновений для статистики по 1 миллиону событий в генераторе HYDJET++ и данные CMS отображены на рис. 10 и рис. 11, соответственно.

При детальном рассмотрении видно, что значения эллиптических гармоник, вычисленные методом второго кумулянта, во всех областях центральности оказываются выше аналогичных значений, вычисленных методом истинной плоскости реакции. Такое повышение, позитивно сказывается на сходимость данных генератора с экспериментальными результатами в центральных и полуцентральных областях как для столкновений свинца, так и для столкновений ксенона. Видно, что распределения по данным генератора НYDJET++ в центральном и полуцентральном регионах практически идеально совпадают с экспериментальными



Рисунок 11. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ, вычисленного методами второго кумулянта (2nd Cumulant) и методом истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом второго кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений.

данными в диапазоне малых p_T для столкновений свинца, и немного хуже, но, тем не менее, достаточно хоршо для столкновений ксенона.

Что касается зоны периферических соударений (40–50% по центральности) — как уже было сказано выше, гидродинамическая модель генератора недостаточно хорошо описывает периферические соударения. Это связано с формализмом модели, который изначально настраивается на центральные и полуцентральные соударения и масштабируется по мере уменьшения области начального перекрытия ядер.

Важное замечание стоит сделать во время анализа этих распределений: так как мы наблюдаем практически идеальное описание столкновений Pb–Pb в области малых поперечных импульсов для центральных регионов, но не наблюдаем аналогичной ситуации для столкновений Xe– Xe, то можно сделать вывод о влиянии начальной геометрии на распределения v_2 . Ядра свинца являются дважды-магическими и в приближении представляют собой почти идеальную сферу. На описание именно таких сферических систем настраивался изначально HYDJET++ (см., например, одну из первых работ в разработке HYDJET [73]). Так что весьма логичным представляется хорошее описание моделью HYDJET++ распределений v_2 для свинца в области низких p_T . Что касается области больших поперечных импульсов, которая связана с жесткой компонентой, — возможно, требуется набор большей статистики для описания «хвостов» распределений, поэтому однозначные выводы про эту область делать рано.

В свою очередь, ядра ксенона представляются по последним данным [24] триаксиально симметричными. Они имеют ненулевые параметры деформации в представлении модифицированного потенциала Вудса-Саксона:

$$\rho(r,\theta) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[(r - R(\theta))/a_0\right]}$$
(3.1)

здесь $\rho(r,\theta)$ — радиальный профиль ядерной плотности, ρ_0 обозначает ядерную плотность в центре ядра, r — расстояние до центра ядра, $R(\theta)$ — ядерный радиус, как функция угла и a_0 — толщина скин-слоя. Для несферичных ядер $R(\theta)$ представляется разложением с точностью до второго порядка так:

$$R(\theta) = R_0 [1 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta)], \qquad (3.2)$$

где R_0 — константа, β_2 и β_4 представляют параметры квадрупольной и гексадекапольной деформации соответственно и Y_{lm} обозначает сферическую функцию в привычном понимании.

Таким образом, при рассмотрении начальной геометрии ядер ксенона стоит учитывать ненулевые параметры ядерной деформации, которые и могут вызывать отклонение описания моделью HYDJET++ распределений v_2 в области малых p_T в столкновениях Xe–Xe от идеальных. Планирование и схема внесения в генератор HYDJET++ изменений для учета такого рода деформаций будут рассмотрены в разделе 3.4.

Отдельное внимание в работе CMS [23] было уделено поведению распределений отношений $v_2[XeXe]/v_2[PbPb]$ для эллиптических потоков, рассчитанных кумулянтным методом. Аналогичные распределения, построенные с помощью генератора HYDJET++ приводятся на рис. 12.

В работе коллаборации CMS описывается следующее поведение отношений: «сначала распределения достигают максимума в районе по p_T между 1 и 2 ГэВ/c, затем спадают до значений $p_T = 6$ ГэВ/c и потом снова начинают возрастать; тренд к росту после значений $p_T = 6$ ГэВ/c, особенно заметный в распределениях v_2 , может быть вызван следствием взаимной корреляции диждетов, которая не может быть полностью устранена с помощью условия $|\eta| > 2$.»

В генераторе HYDJET++ для отношений наблюдается отличная от эксперимента картина. В полуцентральных соударениях, наприрмер, распределения достигают своего минимума в районе по p_T между 1 и 2 ГэB/c, затем начинают расти до значений $p_T = 6$ ГэB/c и потом снова начинают убывать. Можно было бы сказать, что отношения, построенные с помощью генератора. идут, как бы в «противофазе» по сравнению с эксперииментальными. На данный момент объяснение этому явлению заключается в недостаточно хорошем описании в HYDJET++ начальной геометрии сталкивающихся ядер без учёта их деформации.

Перейдем к следующему, заслуживающему рассмотрения, методу — методу четвертого кумулянта (он же метод четырех-частичных корреляций). Логично ожидать, что вычисленные методом значения эллиптического потока в генераторе HYDJET++, так же как и в эксперименте CMS, будут ниже аналогичных значений, вычисленных другими методами. Это связано с тем, что метод четвертого кумулянта больше



Рисунок 12. Зависимость отношений коэффициента эллиптического потока v_2 для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ к коэффициенту эллиптического потока для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ, от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц рассчитанных методом истинной плоскости реакции и методом второго кумулянта в Монте-Карло генераторе HYDJET++ и аналогичных отношений, вычисленных методом второго кумулянта, из работы коллаборации CMS [23] для избранных областей центральности столкновений.



Рисунок 13. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэB, вычисленного методами четвертого куммулянта (4th Cumulant) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) для избранных областей центральности столкновений.

всех других рассматриваемых методов подавляет непотоковые явления и уменьшает значения азимутальных гармоник.

В работе коллаборации CMS [23] не рассматриваются распредления v_2 от p_T , рассчитанные методом четвертого кумулянта для столкновений свинца при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ, поэтому сравнение с экспериментальными данными будет проведено только для столкновений ксенона при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ. Результаты генерации столкновений для статистики по 1 миллиону событий в генераторе HYDJET++ и данные CMS отображены на рис. 13 и рис. 14, соответственно.

По рассмотренным распределениям видно, что как и ожидалось, в генераторе HYDJET++ значения v_2 , вычисленные методом четвертого кумулянта, систематически ниже, чем аналогичные результаты, полученные методом истинной плоскости реакции. Это согласуется с теоретическими ожиданиями, так как метод четвёртого кумулянта эффективно подавляет как непотоковые корреляции, так и флуктуации плоскости ре-



Рисунок 14. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ, вычисленного методами четвертого кумулянта (4th Cumulant) и методом истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом четвертого кумулянта в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений.

акции, которые могут завышать измеренные значения в двухчастичных методах.

Рассмотрение распределений в зависимости от центральности показывает, что в центральных столкновениях (5–10%) и полуцентральных (20–25%) наблюдается хорошая сходимость между результатами, особенно в диапазоне поперечных импульсов до $p_T \sim 3 \ \Gamma \Rightarrow B/c$. По мере увеличения p_T различия между методами становятся более выраженными, что отражает усиливающееся влияние непотоковых эффектов в области больших поперечных импульсов.

На рис. 14 приведены распределения для столкновений Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB. Здесь, помимо результатов генератора HYDJET++, показаны экспериментальные данные коллаборации CMS, также полученные методом четвёртого кумулянта. Видно, что в центральных и полуцентральных соударениях (5–10%, 20–25%) модель HYDJET++ хорошо воспроизводит общий тренд экспериментальных данных в области малых и средних p_T . Однако в более периферических столкновениях (40–50%) наблюдается завышение модельных значений по сравнению с экспериментом, особенно в диапазоне $p_T \sim 1.5 - 5 \Gamma$ pB/c.

Такое поведение можно связать с особенностями реализации начальной геометрии в HYDJET++, которая, как уже отмечалось ранее, лучше оптимизирована для описания сферических систем, таких как Pb– Pb, чем для деформированных ядер, как Xe–Xe. В частности, при переходе к периферическим соударениям, где влияние начальной геометрии становится более критичным, возникает расхождение между моделью и экспериментом. Тем не менее, в центральных регионах наблюдается удовлетворительное согласие как по форме, так и по абсолютным значениям v_2 .

Важно подчеркнуть, что метод четвёртого кумулянта в HYDJET++ показывает более реалистичные значения потоков при сопоставлении с экспериментальными данными, чем метод истинной плоскости реакции. Это ещё раз подтверждает, что для точного анализа азимутальной анизотропии необходимы многочастичные методы, устойчивые к непотоковым эффектам и флуктуациям. Таким образом, результаты, полученные с помощью четвёртого кумулянта, можно считать наиболее надёжными в рамках данной работы для количествен-

ного сравнения с экспериментом и последующей калибровки модели HYDJET++.

После рассмотрения кумулянтных методов, перейдём к анализу результатов генерации эллиптического потока v_2 , полученных методом скалярного произведения. Сравнение этого метода с традиционным методом генератора позволит более глубоко понять особенности моделирования азимутальной анизотропии в HYDJET++, а также провести сопоставление с экспериментальными данными.

На рис. 15 представлены распределения v_2 в зависимости от поперечного импульса для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ. Синим цветом показаны результаты, полученные методом истинной плоскости реакции (TRPM), красным цветом — результаты, полученные методом скалярного произведения (SPM). Видно, что значения v_2 , вычисленные методом скалярного произведения, систематически ниже по сравнению с методом плоскости реакции в диапазоне малых р_T. Однако по мере увеличения поперечного импульса различия между методами уменьшаются, и распределения начинают сходиться в области $p_T > 5$ $\Gamma \Rightarrow B/c$. Такое поведение объясняется тем, что метод скалярного произведения частично подавляет вклад непотоковых корреляций, особенно выраженных в области низких импульсов, в отличие от метода истинной плоскости реакции, который чувствителен ко всем корреляциям в событии. В целом можно отметить, что полученные распределения показывают согласованное поведение между собой и соответствуют ожидаемому тренду роста v_2 с увеличением p_T до значений порядка 3–4 ГэВ/c, за которым следует постепенное насыщение.

На рис. 16 представлены аналогичные результаты для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ. Здесь дополнительно нанесены экспериментальные данные коллаборации CMS из работы [23], также полученные методом скалярного произведения. Видно, что результаты HYDJET++, полученные методом скалярного произведения, хорошо воспроизводят общий тренд экспериментальных данных в области малых и средних p_T . В центральной зоне (p_T от 1 до 3 ГэВ/c) наблюдается наилучшее совпадение модели с экспериментом, что подтверждает корректность параметризаций модели для описания коллективного движения частиц. Однако в области больших поперечных импульсов ($p_T > 5$



Рисунок 15. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TэB, вычисленного методами скалярного произведения (SPM) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) для избранных областей центральности столкновений



Рисунок 16. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений Хе–Хе при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ, вычисленного методами скалярного произведения (SPM) и истинной плоскости реакции (TRPM) в генераторе HYDJET++ (квадраты) и методом скалярного произведения (SPM) в работе CMS [23] (круги) для избранных областей центральности столкновений.

 Γ эB/c) появляется небольшое отклонение, что, вероятно, связано с ограничениями статистики в моделировании и частичным недоучётом эффектов, связанных с подавлением струй (jet quenching в жёсткой части генератора) при высоких импульсах. Метод истинной плоскости реакции снова показывает более высокие значения v_2 по сравнению с методом скалярного произведения, что согласуется с предыдущими наблюдениями для столкновений Pb–Pb.

Важно отметить, что общее поведение отношения между двумя методами сохраняется как для системы Pb–Pb, так и для системы Xe–Xe. Метод скалярного произведения демонстрирует более реалистичные значения v_2 при сопоставлении с экспериментальными данными, что обусловлено его большей устойчивостью к непотоковым эффектам и флуктуациям в событии. Это подчёркивает необходимость применения многочастичных методов или подходов типа метода скалярного произведения при сравнении модели HYDJET++ с данными LHC, особенно в задачах по воспроизведению точных значений коэффициентов азимутальной анизотропии.

Таким образом, результаты данного раздела демонстрируют, что HYDJET++ адекватно воспроизводит зависимость v_2 от p_T как в столкновениях Pb–Pb, так и в столкновениях Xe–Xe, при условии использования методов анализа, подавляющих вклад непотоковых явлений. Наблюдаемые расхождения в области высоких импульсов требуют дальнейшего изучения и, возможно, более точной настройки параметров модели в части жёстких процессов.

§ 3.2. Интегральные величины азимутальных потоков в столкновениях Xe–Xe и Pb–Pb

Рассмотренные в предыдущих разделах дифференциальные коэффициенты азимутальной анизотропии $v_n(p_T)$ несут важную информацию о динамике расширения системы в зависимости от поперечного импульса частиц. Однако для комплексной характеристики коллективных эффектов в столкновениях тяжелых ионов особый интерес представляют интегральные значения потоков, получаемые усреднением v_n по всему спектру поперечного импульса или в заданном диапазоне p_T . Именно такие интегральные величины используются в качестве основных обобщённых параметров анизотропии в большинстве феноменологических и теоретических моделей, включая гидродинамические описания и Монте-Карло генераторы, как HYDJET++.

Интегральные коэффициенты v_n отражают суммарную анизотропию в распределении частиц относительно плоскости реакции и зависят как от геометрии перекрытия ядер при соударении, так и от свойств образующейся в столкновении среды. В частности, интегральный поток v_2 является важным маркером давления, развивающегося в ранние моменты эволюции системы, и его значение тесно связано с вязкостью кваркглюонной плазмы. Как показали эксперименты на RHIC и LHC [74], именно интегральные величины v_n продемонстрировали чёткие зависимости от центральности столкновений, подтверждая роль гидродинамического расширения как доминирующего механизма формирования анизотропии.

Измерения интегральных потоков важны и с прикладной точки зрения. Именно они используются для калибровки и валидации гидродинамических моделей, позволяя устанавливать параметры вязкости, плотности энергии и начальной геометрии системы. Кроме того, интегральные значения потоков служат опорной базой для анализа нелинейных эффектов, таких как нелинейные вклады в высокие гармоники и корреляции между различными порядками потоков (v_2 , v_3 и т.д.). В экспериментах, таких как ALICE и CMS, интегральные значения v_n активно используются для сопоставления различных методов анализа — метода плоскости реакции, методов многочастичных кумулянтов и метода скалярного произведения [23, 28].

Для генератора HYDJET++ интегральные величины потоков представляют собой ключевой тест на согласованность модели с экспериментальными данными. В отличие от дифференциальных распределений, которые чувствительны к деталям флуктуаций и непотоковых эффектов, интегральные потоки более устойчивы и позволяют делать выводы о глобальных параметрах модели, таких как параметры фризаута, радиуса системы и центральности столкновений. Как показано в ряде работ [20, 54], HYDJET++ способен воспроизводить интегральные

значения v_2 и v_3 на уровне согласия с экспериментом для различных систем и энергий.

В данном разделе будут представлены результаты моделирования интегральных коэффициентов азимутальной анизотропии v_2 в столкновениях Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ и Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ ТэВ и $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ, соответственно, полученные с помощью генератора HYDJET++. Анализ будет проведён в зависимости от центральности столкновений с использованием различных методов вычисления потоков. В данной работе интегральными коэффициентами азимутального потока считаются усредненные по спектру значения v_2 в диапазоне $0.5 < p_T < 3.0$ ГэВ/c. Такой, казалось бы, узкий диапазон выбран для удовлетворения двух целей: набор наибольшей статистики и возможность напрямую сравниться с работами CMS. Сравнение полученных результатов проведем с данными из работ [23,24], что позволит оценить точность описания коллективных эффектов моделью HYDJET++ в интегральной постановке задачи.

На рис.17 представлены результаты генерации и вычисления значений интегрального коэффициента эллиптической анизотропии v_2 для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэВ с использованием генератора HYDJET++. Для анализа были применены четыре различных метода вычисления v_2 : метод истинной плоскости реакции (TRPM), метод скалярного произведения (SPM), а также методы второго и четвёртого кумулянтов. Для сопоставления также приведены экспериментальные данные коллаборации CMS, полученные методом второго кумулянта [23].

Из анализа графика видно, что значения v_2 , вычисленные методом второго кумулянта в HYDJET++, находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными результатами до полуцентральной области (до 30%).

В целом, видно, что генератор HYDJET++ удовлетворительно описывает интегральные распределения эллиптических потоков в столкновениях тяжелых ионов. Внедрение в генератор новых методов, скольнибудь учитывающих непотоковые явления, дают схожие с методом истинной реакции значения. С одной стороны, это может говорить о тождественности выбором в генераторе истинной плоскости реакции, с другой стороны, говорит о возможности использовать другие методы расчета



Рисунок 17. Интегральные распределения эллиптических потоков v_2 в зависимости от центральности в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TэB, вычисленные с помощью методов истинной плоскости реакции, скалярного произведение, 2-го и 4-го кумулянтов в HYDJET++ и методом второго кумулянта в эксперименте CMS [23]. В эксперименте и в генераторе приводятся условия по отбору частиц $0.5 < p_T < 3.0$ ГэB/c, а также $|\eta| < 2.4$.



Рисунок 18. Интегральные распределения эллиптических потоков v_2 в зависимости от центральности в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ TэB, вычисленные с помощью методов истинной плоскости реакции, скалярного произведение, 2-го и 4-го кумулянтов в HYDJET++.

азимутальных потоков для более глубокого изучения коллективных явлений.

В подтверждение к последнему высказыванию приведем еще два графика с распределениями интегральных величин v_2 от центральности для столкновений ксенона и столкновений свинца при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ ТэВ. Результаты генерации представлены на рис. 18 и рис. 19, соответственно. На этих распределениях также виден общий тренд к согласованию интегральных значений, рассчитанных коллективными методами со значениями рассчитанными методом истинной плоскости реакции. Кроме того, сохраняется взаимное расположение распределений интегральных эллиптических потоков рассчитанных различными методами. Так, во всех случаях $v_2{4} < v_2{TRPM} < v_2{2} < v_2{SP}$. Связано ли это с особенностями методов или особенностями генератора — вопрос, который представляет собой предмет дальнейших рассуждений.

На следующем этапе анализа были сопоставлены интегральные коэффициенты эллиптического потока v_2 , полученные для систем Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB и Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ TэB.



Рисунок 19. Интегральные распределения эллиптических потоков v_2 в зависимости от центральности в столкновениях Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB, вычисленные с помощью методов истинной плоскости реакции, скалярного произведение, 2-го и 4-го кумулянтов в HYDJET++.

Цель данного сравнения — оценить влияние начальной геометрии сталкивающихся ядер на величину интегрального потока и проверить способность модели HYDJET++ воспроизводить ожидаемые систематические различия между различными ядро-ядерными системами. На рис. 20 приводятся результаты генератора HYDJET++ (справа) и аналогичные результаты коллаборации CMS (слева).

Как видно из графиков сравнения, значения интегрального v_2 для столкновений Xe–Xe в HYDJET++ оказываются систематически выше по сравнению с аналогичными результатами для Pb–Pb при сходных значениях центральности. Такое поведение не согласуется с экспериментальными распределениями, где наблюдается явно выраженный переход в области $\approx 20\%$ центральности. До этой области выше лежат значения ксенона, а после — начинает преобладать свинец. Подтверждение можно видеть на графиках отношений XeXe/PbPb, изображенных ниже. Именно такое поведение, считается, следствием различия начальной геометрии ядерных систем в центральных соударения. Деформация начальной геометрии приводит к усилению давления в поперечном на-



Рисунок 20. Интегральные распределения эллиптических потоков v_2 в зависимости от центральности в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ TэB и Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB, вычисленные с помощью методов 2-го кумулянта в HYDJET++ (справа сверху), а также отношения интегральных эллиптических потоков для этих систем (справа снизу) и аналогичные распределения интегральных эллиптических потоков и их отношений, вычисленных в эксперименте CMS методом второго кумулянта [24] (слева). В эксперименте и в генераторе приводятся условия по отбору частиц 0.5 < p_T < 3.0 ГэB/c, а также $|\eta| < 2.4$.

правлении и, как следствие, к повышению анизотропии потока. Такое поведение подтверждено и экспериментальными измерениями, где отмечен прирост v_2 для Xe–Xe в центральных событиях по сравнению с Pb–Pb [24]. Напомним, что в отличие от почти сферических ядер свинца, ядра ксенона обладают триаксиальной деформацией, что приводит к усилению эллиптического потока даже при одинаковых условиях по энергии и центральности столкновения.

Однако при переходе к более периферическим столкновениям (центральности свыше 20%) наблюдается изменение картины: интегральные значения v_2 для Pb–Pb начинают превышать аналогичные значения для Xe–Xe. Такой переход хорошо виден в экспериментальных данных и связан с тем, что в периферической зоне анизотропия потока в основном определяется геометрией перекрытия ядер, а не их внутренней деформацией. В случае тяжёлого Pb–Pb столкновения более массивная система и больший размер области перекрытия дают более выраженный вклад в v_2 при больших центральностях.

Таким образом, полученные результаты демонстрируют чувствительность интегрального v_2 к начальному состоянию системы и подтверждают роль геометрических факторов как ключевых образующих коллективных эффектов в столкновениях тяжелых ионов.

Модель HYDJET++ в целом адекватно воспроизводит значения интегральных потоков в системах Xe-Xe и Pb-Pb в центральных и полуцентральных соударениях, однако, не полностью описывает переходный характер изменения соотношения v₂ между двумя системами в области до 20% центральности. HYDJET++ не воспроизводит ключевых различий и особенностей в этих распределениях для близких к центральным столкновениях. Это указывает на существующие ограничений в текущей версии HYDJET++ в учёте начальной геометрии деформации и свидетельствует о необходимости реализации в генераторе механизмов, ответственных за формирование интегральной анизотропии в деформированных ядерных системах.

Далее для полноты анализа будут приведены аналогичные сравнения интегральных значений v_2 , вычисленных методами четвёртого кумулянта и скалярного произведения. Эти методы обладают разной чувствительностью к непотоковым эффектам и флуктуациям плотности, а



Рисунок 21. Интегральные распределения эллиптических потоков v_2 в зависимости от центральности в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ TэB и Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB, вычисленные в HYDJET++ с помощью метода 4-го кумулянта (слева сверху) и метода скалярного произведения (справа сверху), а также отношения интегральных эллиптических потоков для этих систем (слева и справа снизу, соответственно). В генераторе приводятся условия по отбору частиц $0.5 < p_T < 3.0$ ГэB/c, а также $|\eta| < 2.4$.

значит с их помощью можно будет провалидировать результаты, полученные на предыдущем этапе. Это позволит более глубоко проанализировать вклад начальной геометрии в формирование эллиптической анизотропии.

На рис. 21 представлены результаты генерации и вычисления интегральных значений азимутальных потоков в HYDJET++ для столкновений Pb–Pb и Xe–Xe двумя методами — методом четвертого кумулянта (слева) и методом скалярного произведения (справа).

Из распределений видно, что смена метода не влияет на общее описание распределений генератором HYDJET++. Всё так же, как и в случае со вторым кумулянтом, генератор HYDJET++ воспроизводит значения интегральных потоков в системах Xe–Xe и Pb–Pb в центральных и полуцентральных соударениях, однако, не описывает переход в распределениях интегральных v_2 между двумя системами в области 20% центральности. В связи с индифферентностью такого поведения к выбору метода для вычисления азимутальных потоков (они, напомним, все имеют разную чувствительность к непотоковым корреляциям) можно сделать вывод о причине такого перехода — деформированность ядер Xe.

Последним шагом анализа интегральных эллиптических потоков является рассмотрение отношения интегральных коэффициентов эллиптической анизотропии, вычисленных различными методами, а именно $v_2\{4\}/v_2\{2\}$. Данная величина представляет особый интерес, поскольку она позволяет напрямую исследовать влияние начальных флуктуаций и непотоковых эффектов на вычисляемые значения азимутальной анизотропии. В отличие от абсолютных значений v_2 , которые чувствительны как к коллективным эффектам, так и к непотоковым, отношение $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ служит эффективным индикатором чистоты потока и масштабов флуктуаций в системе.

Метод второго кумулянта (двухчастичные корреляции) включает вклад как от истинного коллективного движения, так и от некоторых непотоковых явлений. В то время как метод четвёртого кумулянта сильнее подавляет вклад непотоковых корреляций и чувствителен только к истинным многочастичным эффектам, связанными с коллективной динамикой. Соответственно, отношение $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ всегда меньше единицы и его величина напрямую отражает амплитуду флуктуаций начальной плотности и геометрии системы. Более низкие значения этого отношения указывают на более сильные флуктуации начального состояния [61].

Сравнение $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ между различными системами, такими как Pb–Pb и Xe–Xe, позволяет выявить различия в структуре начального состояния, связанные, опять же, с деформацией ядер или размером системы. Рассмотрим отношения $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ для интегральных значений потока, полученных в генераторе HYDJET++ для систем Xe–Xe и Pb– Pb, и сравним их с экспериментом CMS. Такой подход позволит оценить, насколько корректно модель воспроизводит флуктуационные характеристики эллиптических потоков. Описываемые распределения представлены на рис. 22.



Рисунок 22. Распределения отношений интегральных эллиптических потоков $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ в зависимости от центральности в столкновениях Pb– Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ TэB и Xe–Xe при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TэB, вычисленные в HYDJET++ (справа сверху) и аналогичные распределения отношений вычисленные в эксперименте CMS (слева сверху), а также отношения этих распределений XeXe/PbPb (справа и слева снизу).

На графиках представлено поведение отношения интегральных коэффициентов эллиптической анизотропии $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ в зависимости от центральности для столкновений Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 5.36$ ТэВ и Xe–Xe при $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ.

Как видно из графика, отношение демонстрирует характерное возрастание по мере перехода от центральных к более периферическим столкновениям, что отражает увеличение роли флуктуаций начальной геометрии системы при увеличении области перекрытия ядер.

Для обеих систем — как Pb–Pb, так и Xe–Xe — наблюдается схожий тренд: значения отношений находятся ниже единицы по всему диапазону центральностей, что соответствует физическим ожиданиям и свидетельствует о наличии значительных флуктуаций потока. В эксперименте в центральных событиях (центральности до 20%) отношение возрастают по мере роста центральности, что указывает на преобладание коллективного гидродинамического движения. В области полуцентральных и периферических столкновений (центральности свыше 30%) наблюдается падение отношения, что связано с усилением флуктуаций плотности начального состояния и уменьшением размера взаимодействующей системы. Однако, в генераторе HYDJET++ наблюдается строго монотонный рост значений отношений $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ по мере роста центральности. Это может означать, что в генераторе роль флуктуационной компоненты падает все время по мере уменьшения размера площади перекрытия ядер, что не соответствует экспериментальным данным.

Интересно отметить, что в генераторе HYDJET++ систематическая разница между системами Xe–Xe и Pb–Pb по отношению $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ выражена незначительно, несмотря на различия в начальной деформации ядер. Это в очередной раз указывает на то, что в текущей реализации модели не учтено влияние деформации ядер. Совокупно эти результаты подтверждают, что HYDJET++ адекватно воспроизводит ключевые флуктуационные особенности азимутальной анизотропии в центральных и полуцентральных соударениях, однако, дальнейшее уточнение параметров начального состояния может потребоваться для более точного описания различий между различными ядро-ядерными системами.

§ 3.3. Предсказания для столкновений О–О при энергиях LHC

Планируемые столкновения ядер кислорода (O–O) на Большом адронном коллайдере представляют собой уникальную возможность для изучения переходного режима между малыми и большими системами в ядерных столкновениях. Система O–O, обладая относительно небольшим числом нуклонов, позволяет исследовать, как коллективные эффекты образования кварк-глюонной плазмы и азимутальной анизотропии проявляются в условиях, отличных от традиционных тяжёлых ионов, таких как Pb–Pb или протонных столкновений.

Кислород с атомной массой 16 (изотопная распространенность в природе 99.76%) является «дважды магическим» ядром с компактной структурой, что делает его особенно интересным для исследований. Кроме того, предполагается, что кислород может обладать кластерной структурой, основанной на альфа-кластерах, что может существенно влиять на начальные условия столкновений и, следовательно, на развитие коллективных эффектов в финальном состоянии.

Ряд недавних теоретических исследований уже дал предварительные предсказания для глобальных характеристик столкновений O–O при энергиях LHC. Например, в работе [75] многокомпонентная транспортная модель AMPT [76] была использована для вычисления спектров по псевдобыстроте, распределений по p_T , а также коэффициентов эллиптической анизотропии v_2 . Особое внимание в этих исследованиях уделяется влиянию различных моделей плотности ядра кислорода, включая традиционные распределения типа Вудса–Саксона и более сложные альфа-кластерные структуры, на предсказания модели. Выводы показывают, что выбор начальной геометрии системы оказывает значительное влияние на величину коллективных эффектов, включая коэффициенты азимутальных потоков.

Однако, несмотря на наличие предсказаний от моделей типа AMPT, на текущий момент отсутствуют систематические исследования по описанию столкновений О–О с использованием гибридных Монте-Карло моделей, сочетающих гидродинамическую фазу и описание жёстких процессов. В этой связи применение генератора HYDJET++ к задаче предсказания азимутальной анизотропии в столкновениях О–О является логичным и своевременным шагом. HYDJET++, успешно зарекомендовавший себя при моделировании Pb–Pb и Xe–Xe столкновений, позволяет проверить, насколько существующие параметры модели адекватно описывают переходный режим в более лёгкой системе, такой как кислород.

Цель настоящего раздела — представить предсказания интегральных и дифференциальных величин азимутальных потоков для системы O–O при энергиях LHC, полученные с использованием генератора HYDJET++. Особое внимание уделено сравнению результатов различных методов вычисления потоков (кумулянтные методы, метод скалярного произведения и метод истинной плоскости реакции), а также сопоставлению с трендами, ранее наблюдавшимися для систем Pb–Pb и Xe–Xe. Такой анализ позволяет оценить степень универсальности коллективных эффектов при переходе к более лёгким ядро-ядерным системам и проверить устойчивость модели HYDJET++ в новых условиях.



Рисунок 23. Зависимость коэффициента эллиптического потока v_2 от поперечного импульса p_T рождающихся заряженных частиц для столкновений О–О при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$ ТэВ, вычисленного методами истинной плоскости реакции (TRPM), скалярного произведения (SPM), 2-го и 4-го кумулянта (2nd, 4th Cumulant) в генераторе HYDJET++ для избранных областей центральности столкновений.

На рис. 23 представлены распределения эллиптического потока v_2 от поперечного импульса заряженных частиц, рассчитанные для системы O–O при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$ ТэВ с использованием генератора HYDJET++. Для анализа были применены несколько методов вычисления потоков: метод истинной плоскости реакции (TRPM), метод скалярного произведения (SPM), а также методы второго и четвёртого кумулянтов. Распределения показаны для трёх характерных областей центральности: 5–10%, 20–25% и 40–45%.

Из анализа графиков видно, что поведение v_2 для системы кислорода отличается от аналогичных распределений, полученных ранее для тяжёлых систем Pb–Pb и Xe–Xe. В области центральных столкновений (5–10%) значения v_2 демонстрируют относительно слабую зависимость от поперечного импульса в диапазоне малых и средних значений p_T , в то время как для тяжёлых ядер в тех же условиях наблюдался более выраженный рост v_2 с увеличением p_T . Это может свидетельствовать о более слабом гидродинамическом отклике системы О–О, что физически ожидаемо ввиду меньших размеров системы и меньшего числа участников в области перекрытия ядер.

Для полуцентральных столкновений (20–25%) и периферических (40–45%) наблюдается более выраженный рост v_2 с p_T , причём метод второго кумулянта систематически даёт более высокие значения по сравнению с методом четвёртого кумулянта и методом скалярного произведения. Эта иерархия методов аналогична наблюдавшейся для тяжёлых ионных систем, однако амплитуда различий между методами оказывается более выраженной в случае кислорода, особенно в области больших значений поперечного импульса. Такой эффект может быть связан с более значительным вкладом непотоковых корреляций и флуктуаций плотности в малой системе O–O, что усиливает расхождение между методами анализа.

Отдельно стоит отметить, что в периферической области (40–50%) значения v_2 для метода второго кумулянта достигают максимума в области p_T порядка 2–3 ГэВ/c, что напоминает поведение, ранее наблюдавшееся в столкновениях Pb–Pb и Xe–Xe. Однако общие значения потока оказываются ниже, что отражает ограниченную способность малой системы развивать значительные коллективные эффекты в условиях уменьшенного объёма взаимодействующей среды. В целом, полученные результаты демонстрируют как сходство с поведением тяжёлых систем (иерархия методов, форма распределений), так и отличия, связанные с особенностями системы малого размера.

По аналогии с тем, как мы рассматривали системы ксенона и свинца, изучим также распределения интегральных значений v_2 для кислорода. На рис. 24 представлены интегральные значения коэффициента эллиптического потока v_2 , вычисленные с использованием различных методов для системы О–О при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$ ТэВ. Как и в предыдущих разделах, для анализа применены метод истинной плоскости реакции (TRPM), метод скалярного произведения (SPM), а также методы второго и четвёртого кумулянтов. Распределения представлены в зависимости от центральности столкновений.

Анализ полученных интегральных величин показывает, что общее поведение v₂ для системы О–О демонстрирует характерные тренды, на-



Рисунок 24. Интегральные распределения эллиптических потоков v_2 в зависимости от центральности в столкновениях О–О при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$ ТэВ, вычисленные с помощью методов истинной плоскости реакции, скалярного произведение, 2-го и 4-го кумулянтов в HYDJET++.

блюдавшиеся и для более тяжёлых ядерных систем: возрастание значений потока в зависимости от центральности, а также взаимное расположение значений v_2 , вычисленного различными методами.

Однако важно отметить, что абсолютные значения интегрального v_2 для столкновений ядер кислорода оказываются заметно ниже по сравнению с аналогичными результатами для Pb–Pb и Xe–Xe при соответствующих центральностях. Это ожидаемо, поскольку меньший размер системы O–O приводит к меньшей длине пути частиц в среде и более короткому времени жизни образующейся системы, что ограничивает развитие коллективных эффектов. В частности, максимальные значения v_2 , достигаемые в полуцентральных столкновениях, уступают по амплитуде аналогичным максимумам в тяжёлых системах, что указывает на более слабый гидродинамический отклик малой системы.

Таким образом, полученные результаты подтверждают, что даже в малой системе О–О при моделировании сохраняются признаки коллективного движения, однако амплитуда эффекта и степень флуктуаций оказываются специфичными для системы малого размера.



Рисунок 25. Распределения отношений интегральных эллиптических потоков $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ в зависимости от центральности в столкновениях О–О при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$ ТэВ, вычисленные в HYDJET++.

Рассмотрим также и отношения $v_2\{4\}/v_2\{2\}$, которые могут дать информацию о флуктуационных компонентах в системах кислорода. На рис. 25 показано отношение интегральных коэффициентов эллиптической анизотропии v_2 , вычисленных методом четвёртого кумулянта, к значениям, полученным методом второго кумулянта, для системы O–O при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$ ТэВ.

Анализ полученных распределений показывает, что для системы кислорода отношение $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ демонстрирует монотонное поведение с переходом от центральных к периферическим столкновениям. В самых центральных столкновениях значение отношений минимально, что свидетельствует о доминировании флуктуационной компоненты в центральном соударении. Однако уже начиная со столкновений 10–15% центральности наблюдается выход отношения на плато, что указывает на усиление роли потоковых явлений.

Особенностью распределений для системы О–О является то, значения отношений не меняются при переходе от полуцентральных столкновений к периферическим. Рост, наблюдавшийся в тяжёлых системах Pb–Pb и Xe–Xe, здесь отсутствует. Это может указывать на то, что в малой системе О–О вклад истинного коллективного движения остаётся постоянным с ростом центральности, либо на то, что вклад непотоковых явлений в генерации систем меньшего размера не столь велик, как в тяжёлых системах, и поэтому не влияет на отношения нигде, кроме самых центральных распределений. Данный результат в целом соответствует физическим ожиданиям, что в малых системах механизм формирования потока может быть более «чистым» за счёт уменьшенного вклада непотоковых корреляций, но также требует дальнейшего сравнения с экспериментальными данными для окончательных выводов.

Таким образом, анализ отношения $v_2\{4\}/v_2\{2\}$ показывает, что система кислорода сохраняет характерные признаки коллективного движения на уровне интегральных потоков, несмотря на меньший размер системы по сравнению с тяжёлыми ионными столкновениями. Однако амплитуда флуктуаций и динамика их усиления с центральностью оказываются специфичными для системы малого размера и могут служить тестом для будущих уточнений моделей, таких как HYDJET++, AMPT и гидродинамических расчётов.

§ 3.4. Планы по дальнейшему развитию генератора HYDJET++

Генератор HYDJET++ зарекомендовал себя как эффективный инструмент моделирования релятивистских столкновений тяжёлых ионов в условиях, соответствующих энергиям коллайдеров RHIC и LHC. Он позволяет описывать широкий спектр наблюдаемых: от распределений по поперечному импульсу до коэффициентов азимутальной анизотропии высших порядков. Тем не менее, дальнейшее развитие модели остаётся актуальной задачей, продиктованной как потребностями новых экспериментальных программ (в том числе предстоящих О–О столкновений), так и необходимостью повышения точности описания флуктуационных и геометрических эффектов, особенно в контексте сравнения различных ионных систем.

Одним из наиболее приоритетных направлений развития HYDJET++ является реализация механизма учета ядерной деформации при генерации начальной геометрии. В текущей версии генератора ядра моделируются как сферически симметричные объекты, описываемые распределением Вудса–Саксона. Однако, как показала недавняя работа [24], деформация начального профиля плотности (в частности, квадрупольная и гексадекапольная компоненты) оказывает значительное влияние на развитие анизотропии, особенно в системах с умеренной массой, таких как Xe–Xe.

Для более реалистичного моделирования предлагается заменить сферическую форму ядра на обобщённое распределение плотности:

$$\rho(r,\theta) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left[(r - R(\theta))/a_0\right]}, \qquad R(\theta) = R_0 [1 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta)],$$
(3.3)

где β_2 и β_4 — параметры деформации, соответствующие квадрупольной и гексадекапольной модам. Их значения можно заимствовать из табличных данных по структуре ядер, как это было сделано, например, в работе [24]. Внедрение такой схемы позволит описывать начальные условия событий с учётом конкретной ядерной формы, а также флуктуаций, обусловленных вращением и ориентацией деформированного ядра относительно оси столкновения. Это должно существенно улучшить воспроизводимость v_n -коэффициентов в полуцентральных и периферических событиях. Уже сейчас проведена первичная работа по внедрению аппарата учета деформации ядер. Так, в предварительных тестах модифицированное версии генератора профиль ядра представляется, как изображенная на рис. 26 фигура. Предполагается также внесение изменений в интегрирование по поверхности перекрытия ядер. Сейчас с целью экономии вычислительных ресурсов интегрирование ведется в цилиндре с миндалевидным профилем перекрытия. Планируется внедрить корректное и полное интегрирование по сложной поверхности тела вращения профиля, представленного формулой 3.3. Схематичное изображения двух сталкивающихся деформированных ядер (параметры деформации взяты, как для ядра Хе из статьи [24]) показано на рис. 27.

Мягкая часть HYDJET++ отвечает за генерацию термализированной среды и моделирование коллективного выхода частиц из гидродинамически расширяющегося объёма. Однако реализация этой компоненты до сих пор базируется на параметризации гидродинамических уравнений. Одним из потенциальных направлений модернизации является


Рисунок 26. Схематичное изображение ядерного профиля при учете деформации в генераторе HYDJET++. Параметры деформации: $\beta_2 = 0.207$ и $\beta_4 = -0.003$, а также $R_0 = 5.601$, взяты из работы [24]

Столкновение деформированных ядер (тел вращения)



Рисунок 27. Схематичное представление нецентрального столкновения двух деформированных ядер в HYDJET++ после планируемого внедрения учета деформации. Параметры деформации: $\beta_2 = 0.207$ и $\beta_4 = -0.003$, а также $R_0 = 5.601$ взяты из работы [24]

переход от аналитических параметризаций к более гибким профилям, получаемым, например, из решений численной гидродинамики. Такой подход позволит уточнить решения, однако, будет более вычислительно затратным, что означает дополнительную работу по оптимизации.

Кроме того, в мягкой части генератора следует обновить использование таблиц термодинамических данных. HYDJET++ в текущей версии использует данные, основанные на устаревших версиях библиотеки SHARE [57]. Планируется интеграция актуальных таблиц SHARE, где представлены обновлённые массы, ширины и распады резонансов, соответствующие последней версии PDG [77]. Это позволит более точно моделировать выход идентифицированных частиц, включая странные и короткоживущие резонансы, и даст лучшее согласие с экспериментом при анализе барионных и мезонных спектров.

Жёсткая компонента HYDJET++ реализована через модифицированную схему PYQUEN, построенную на основе PYTHIA 6.4. Это накладывает серьёзные ограничения, поскольку современная физика струй развивается в рамках PYTHIA 8.3. Перевод жёсткой части на современную версию PYTHIA позволит интегрировать последние разработки по многокомпонентному взаимодействию, распределениям импульса, а также использовать улучшенные функции распределения частиц и структуры рассеяния.

Кроме того, обновление структуры PYQUEN также предполагает улучшение модели эффекта гашения струй (jet quenching), включая возможность выбора между радиационными и коллизионными потерями, параметризацию $\hat{q}(T)$ и зависимость длины пробега от плотности среды.

Важной задачей остаётся переход HYDJET++ на более современную структуру кода. Актуальные версии ROOT и C++ требуют адаптации генератора к стандартам C++17/20, модульной компоновке и унификации входных параметров. Переход к конфигурации на базе YAML или JSON вместо устаревших текстовых карт-файлов повысит читаемость, прозрачность и воспроизводимость результатов. Это особенно важно в условиях использования HYDJET++ в больших вычислительных кластерах и цепочках анализа данных с автоматической обработкой результатов.

75

Хочется выразить надежду, что учёт деформационных особенности различных ядер и внесение вышеуказанных изменений в генератор HYDJET++ позволит в ближайшее время с помощью этой модели выйти на новый уровень более точного описания существующих и будущих экспериментальных данных по азимутальной анизотропии на коллайдерах LHC, RHIC и NICA.

Выводы

- 1. С помощью Монте-Карло генератора HYDJET++ было проведено моделирование рождения частиц в соударениях Xe–Xe и Pb–Pb в рамках изучения азимутальной анизотропии при энергиях коллайдера LHC и осуществлено их сравнение с экспериментальными данными эксперимента CMS. Использовано четыре метода вычисления дифференциальных и интегральных значений азимутальных потоков: метод плоскости реакции (истинной и вычисленной), второго и четвертого кумулянтов, скалярного произведения.
- 2. Проведен анализ отличия и согласия указанных методов между собой на уровне сгенерированных событий модели HYDJET++, а также при сравнении с экспериментальными данными. Выявлены области наилучшего описания для каждого метода, а также их взаимная иерархия при вычислении дифференциальных и интегральных значений азимутальных потоков.
- 3. Было показано, что HYDJET++ хорошо описывает поведение эллиптического и триангулярного азимутальных потоков в столкновениях тяжелых ионов в полуцентральных соударениях. В то же время периферические взаимодействия описываются недостаточно хорошо из-за известной ограниченности их описания в рамках гидродинамической модели.
- 4. Для соударений, близким к центральным, отличие результатов моделирования азимутальной анизотропии в модели HYDJET++ от экспериментальных данных вызвано, по всей видимости, влиянием существенной деформированности ядер ксенона по сравнению с почтисферичными ядрами свинца.
- 5. Также с помощью генератора HYDJET++ было проведено моделирование событий О–О как предсказание для будущих данных на коллайдере LHC. Для столкновений О–О выявлен ряд особенностей по сравнению с системами Xe–Xe и Pb–Pb, которые могут объяснять-

ся спецификой моделирования малых систем в гидродинамической модели.

6. Был разработан план по дальнейшей модификации генератора HYDJET++, в которой будет учтены деформационные особенности различных ядер для более точного описания существующих и будущих экспериментальных данных на коллайдерах LHC, RHIC и NICA.

По результатам проведенной работы по изучению азимутальной анизотропии в соударениях различных ионов при энергиях БАК в генераторе HYDJET++ были подготовлены к публикации несколько статей, которые либо уже были опубликованы, либо были приняты в печать, в журналах: Ученые записки физического факультета Московского Университета, Physics of Atomic Nuclei, Moscow University Physics Bulletin, Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei Letters.

Кроме публикаций были представлены около пятнадцати докладов на различных, в том числе международных, конференциях: Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Всероссийская научная конференция МФТИ, Научная конференция «ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ», межвузовская молодежная научная школа-конференция имени Б. С. Ишханова «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине», International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists, International Conference on Particle Physics and Astrophysics, международная конференция «ЯДРО: Фундаментальные вопросы и приложения», Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics.

Благодарности

Автор данной магистерской диссертации выражает искренние благодарности своему научному руководителю, старшему научному сотруднику ЛСВ ОЭФВЭ НИИЯФ МГУ, к.ф.-м.н. Петрушанко Сергею Владимировичу за неоценимый вклад в выполнение этой работы, цельные указания и помошь с генерацией данных; коллаборации CMS за предоставленные экспериментальные данные; коллективу Лаборатории сильных взаимодействий ОЭФВЭ НИИЯФ МГУ, в частности, профессору РАН, д. ф.-м.н. Лохтину Игорю Петровичу и д.ф.-м.н. Снигиреву Александру Михайловичу за ценные советы и наставления и помощь с теоретической частью работы, а также к. ф.-м.н. Эйюбовой Гюльнаре Ханларовне за предоставленную помощь с кодом для обработки и генерации данных, заведующему ЛСВ ОЭФВЭ д.ф.-м.н. Демьянову Андрею Ивановичу за грамотное административное руководство. А также всему коллективу кафедры ОЯФ за предоставленную возможность сделать данную работу.

Литература

- Satz H. Statistical Mechanics of Quarks and Hadrons: Proceedings of an International Symposium Held at the University of Bielefeld, F.R.G., August 24-31, 1980. — North-Holland, 1981. — ISBN: 9780444862273.
- [2] Shuryak Edward V. Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter // Physics Reports. 1980. May. Vol. 61, no. 2. P. 71-158. Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(80)90105-2.
- [3] Study of relativistic nucleus-nucleus reactions induced by ¹⁶O beams of 9-13 GeV per nucleon at the CERN PS : Rep. / CERN. — Geneva : 1982. — Access mode: https://cds.cern.ch/record/725513.
- [4] CERN-Council met at Geneva (Switzerland). 1986. Issued on 19
 December 1986. Access mode: https://cds.cern.ch/record/883692.
- [5] Harrison M., Ludlam T., and Ozaki S. RHIC project overview // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2003. – Mar. – Vol. 499, no. 2–3. – P. 235–244. – Access mode: http://dx.doi.org/ 10.1016/s0168-9002(02)01937-x.
- [6] Soff Sven, Bass Steffen A., Bleicher Marcus, Stoecker Horst, and Greiner Walter. Directed and Elliptic Flow. — 1999. — Access mode: https://arxiv.org/abs/nucl-th/9903061.
- [7] Stöcker H, Bratkovskaya E L, Bleicher M, Soff S, and Zhu X. Nonequilibrium models of relativistic heavy-ion collisions // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. — 2005. — May. — Vol. 31, no. 6. — P. S929–S942. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1088/ 0954-3899/31/6/037.
- [8] RHIC Scientists Serve Up 'Perfect' Liquid. 2005. Access mode: https://www.bnl.gov/newsroom/news.php?a=110303.
- [9] Adams J. et al. Experimental and theoretical challenges in the search for the quark–gluon plasma: The STAR Collaboration's critical assessment

of the evidence from RHIC collisions // Nuclear Physics A. - 2005. - Aug. - Vol. 757, no. 1-2. - P. 102-183. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03.085.

- [10] Adcox K. et al. Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nuclear Physics A. 2005. Aug. Vol. 757, no. 1-2. P. 184-283. Access mode: http://dx.doi.org/10. 1016/j.nuclphysa.2005.03.086.
- [11] Back B.B. et al. The PHOBOS perspective on discoveries at RHIC // Nuclear Physics A. - 2005. - Aug. - Vol. 757, no. 1-2. - P. 28-101. -Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.03. 084.
- [12] Arsene I. et al. Quark–gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment // Nuclear Physics A. – 2005. – Aug. – Vol. 757, no. 1–2. – P. 1–27. – Access mode: http://dx. doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.02.130.
- [13] The ALICE Collaboration et al. The ALICE experiment at the CERN LHC // Journal of Instrumentation. - 2008. - Aug. - Vol. 3, no. 08. - P. S08002-S08002. - Access mode: http://dx.doi.org/10. 1088/1748-0221/3/08/S08002.
- [14] The ATLAS Collaboration et al. The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider // Journal of Instrumentation. - 2008. - Aug. -Vol. 3, no. 08. - P. S08003-S08003. - Access mode: http://dx.doi. org/10.1088/1748-0221/3/08/S08003.
- [15] The CMS Collaboration et al. The CMS experiment at the CERN LHC // Journal of Instrumentation. 2008. Aug. Vol. 3, no. 08. P. S08004-S08004. Access mode: http://dx.doi.org/10.1088/ 1748-0221/3/08/S08004.
- [16] The Large Hadron Collider. Access mode: https://home.cern/ science/accelerators/large-hadron-collider.
- [17] Baznat M., Botvina A., Musulmanbekov G., Toneev V., and Zhezher V. Monte-Carlo Generator of Heavy Ion Collisions DCM-SMM //

Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2020. — May. — Vol. 17, no. 3. — P. 303–324. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1134/s1547477120030024.

- [18] UrQMD. Access mode: https://urqmd.org/.
- [19] Kisiel Adam. Tałuć Tomasz, Broniowski Wojciech, and Wojciech. THERMINATOR: Florkowski THERMal heavy-IoN generATOR // Computer Physics Communications. — 2006. - Apr. - Vol. 174, no. 8. - P. 669-687. - Access mode:http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2005.11.010.
- [20] Lokhtin I.P., Malinina L.V., Petrushanko S.V., Snigirev A.M., Arsene I., and Tywoniuk K. Heavy ion event generator HYDJET++ (HYDrodynamics plus JETs) // Computer Physics Communications. – 2009. – May. – Vol. 180, no. 5. – P. 779–799. – Access mode: http: //dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2008.11.015.
- [21] HYDJET event generator. Access mode: http://lav01.sinp.msu. ru/~igor/hydro/hydjet.html.
- [22] HYDJET++ event generator. Access mode: http://lav01.sinp. msu.ru/~igor/hydjet++/.
- [23] Sirunyan A. M. et al. Charged-particle angular correlations in XeXe collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV // Physical Review C. $-2019. O_{\rm KT.} Vol. 100$, no. 4. Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/ PhysRevC.100.044902.
- [24] Characterizing the Initial State in XeXe and PbPb Collisions using Multiparticle Cumulants : Rep. / CERN. – Geneva : 2025. – Access mode: https://cds.cern.ch/record/2925389.
- [25] Gonin Michel et al. Anomalous suppression in Pb+Pb collisions at 158×A GeV/c // Nuclear Physics A. - 1996. - Dec. - Vol. 610. - P. 404-417. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/ S0375-9474(96)00373-9.
- [26] Dainese A. Results from NA57 // Nuclear Physics A. 2006. Aug. Vol. 774. P. 51-58. Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j. nuclphysa.2006.06.028.

- [27] Adler S. S. et al. High- p_T charged hadron suppression in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // Physical Review C. -2004. Mar. Vol. 69, no. 3. Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/ PhysRevC.69.034910.
- [28] Aamodt K. et al. Higher Harmonic Anisotropic Flow Measurements of Charged Particles in Pb-Pb Collisions at √s_{NN} = 2.76 TeV // Physical Review Letters. - 2011. - July. - Vol. 107, no. 3. - Access mode: http: //dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.032301.
- [29] Khachatryan V. et al. Observation of long-range, near-side angular correlations in proton-proton collisions at the LHC // Journal of High Energy Physics. - 2010. - Sep. - Vol. 2010, no. 9. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1007/JHEP09(2010)091.
- [30] Aamodt K. et al. Two-pion Bose-Einstein correlations in central Pb-Pb collisions at √s_{NN} = 2.76 TeV // Physics Letters B. 2011. Feb. Vol. 696, no. 4. P. 328-337. Access mode: http://dx.doi.org/10. 1016/j.physletb.2010.12.053.
- [31] Hayrapetyan A. et al. Development of the CMS detector for the CERN LHC Run 3 // Journal of Instrumentation. 2024. May. Vol. 19, no. 05. P. P05064. Access mode: http://dx.doi.org/10.1088/ 1748-0221/19/05/P05064.
- [32] Chatrchyan S. et al. Measurement of the Pseudorapidity and Centrality Dependence of the Transverse Energy Density in Pb-Pb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV // Physical Review Letters. $-2012. - O_{\rm KT.} - Vol. 109$, no. 15. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/ physrevlett.109.152303.
- [33] Sirunyan A.M. et al. Performance of the CMS Level-1 trigger in protonproton collisions at s = 13 TeV // Journal of Instrumentation. - 2020. -OKT. - Vol. 15, no. 10. - P. P10017-P10017. - Access mode: http:// dx.doi.org/10.1088/1748-0221/15/10/P10017.
- [34] Khachatryan V. et al. The CMS trigger system // Journal of Instrumentation. 2017. Jan. Vol. 12, no. 01. P. P01020–P01020. Access mode: http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/12/01/P01020.

- [35] Summers Sioni and Rose Andrew. Kalman Filter track reconstruction on FPGAs for acceleration of the High Level Trigger of the CMS experiment at the HL-LHC // EPJ Web of Conferences. - 2019. -Vol. 214. - P. 01003. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1051/ epjconf/201921401003.
- [36] Patatrack. 2019. Access mode: https://patatrack.web.cern.ch/ patatrack/.
- [37] The CMS Collaboration. Description and performance of track and primary-vertex reconstruction with the CMS tracker // Journal of Instrumentation. - 2014. - OKT. - Vol. 9, no. 10. -P. P10009-P10009. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1088/ 1748-0221/9/10/P10009.
- [38] Karsch F. Lattice results on QCD thermodynamics // Nuclear Physics
 A. 2002. Feb. Vol. 698, no. 1-4. P. 199-208. Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9474(01)01365-3.
- [39] Коротких В.Л. Кварк-глюонная плазма в столкновениях релятивистских ионов. — 2018. — Access mode: http://nuclphys.sinp.msu. ru/qgp/.
- [40] Brown Gerald E., Lee Chang-Hwan, and Rho Mannque. The Ideal Liquid Discovered by RHIC, Infrared Slavery Above and Hadronic Freedom Below T_c. - 2005. - Access mode: https://arxiv.org/abs/nucl-th/ 0507011.
- [41] Bratkovskaya E. L., Cassing W., Moreau P., and Song T. Review of the theoretical heavy-ion physics. - 2017. - Access mode: https://arxiv. org/abs/1711.01976.
- [42] Fodor Z. Recent Result in QCD Thermodynamics from the Lattice. 2007. – Access mode: https://arxiv.org/abs/0712.2930.
- [43] Schenke Björn, Tribedy Prithwish, and Venugopalan Raju. Eventby-event gluon multiplicity, energy density, and eccentricities in ultrarelativistic heavy-ion collisions // Physical Review C. - 2012. -Sep. - Vol. 86, no. 3. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/ PhysRevC.86.034908.

- [44] Creutz Michael. Confinement, chiral symmetry, and the lattice // Acta Physica Slovaca. Reviews and Tutorials. - 2011. - Feb. - Vol. 61, no. 1. - P. 1-127. - Access mode: http://dx.doi.org/10.2478/ v10155-011-0001-y.
- [45] Kutak K., Płaczek W., and Straka R. Solutions of evolution equations for medium-induced QCD cascades // The European Physical Journal C. – 2019. – Apr. – Vol. 79, no. 4. – Access mode: http://dx.doi.org/10. 1140/epjc/s10052-019-6838-9.
- [46] Aamodt K. et al. Centrality Dependence of the Charged-Particle Multiplicity Density at Midrapidity in Pb-Pb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} =$ 2.76 TeV // Physical Review Letters. - 2011. - Jan. - Vol. 106, no. 3. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett. 106.032301.
- [47] Aamodt K. et al. Suppression of charged particle production at large transverse momentum in central Pb–Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV // Physics Letters B. -2011. Jan. Vol. 696, no. 1-2. P. 30-39. Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb. 2010.12.020.
- [48] Chatrchyan S. et al. Study of high- p_T charged particle suppression in PbPb compared to pp collisions at $\sqrt{s_{\rm NN}} = 2.76$ TeV // The European Physical Journal C. -2012. - Mar. - Vol. 72, no. 3. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-1945-x.
- [49] Huovinen Pasi. Anisotropy of flow and the order of phase transition in relativistic heavy ion collisions // Nuclear Physics A. 2005. Nov. Vol. 761, no. 3-4. P. 296-312. Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2005.07.016.
- [50] Nagamiya S., Lemaire M. C., Moeller E., Schnetzer S., Shapiro G., Steiner H., and Tanihata I. Production of pions and light fragments at large angles in high-energy nuclear collisions // Physical Review C. - 1981. - Sep. - Vol. 24, no. 3. - P. 971-1009. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.24.971.
- [51] Chatrchyan S. et al. Dependence on pseudorapidity and on centrality of charged hadron production in PbPb collisions at $\sqrt{s_{\rm NN}} = 2.76$ TeV //

Journal of High Energy Physics. -2011. -Aug. -Vol. 2011, no. 8. -Access mode: http://dx.doi.org/10.1007/JHEP08(2011)141.

- [52] Kostromin S. and Sidorin A. Heavy ion collider NICA at JINR // Journal of Instrumentation. — 2021. — Mar. — Vol. 16, no. 03. — P. T03003. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/ 16/03/T03003.
- [53] Lokhtin I. P., Belyaev A. V., Malinina L. V., Petrushanko S. V., Rogochaya E. P., and Snigirev A. M. Hadron spectra, flow and correlations in PbPb collisions at the LHC: interplay between soft and hard physics // The European Physical Journal C. - 2012. - June. -Vol. 72, no. 6. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/ s10052-012-2045-7.
- [54] Bravina L. V., Brusheim Johansson B. H., Eyyubova G. Kh., Korotkikh V. L., Lokhtin I. P., Malinina L. V., Petrushanko S. V., Snigirev A. M., and Zabrodin E. E. Higher harmonics of azimuthal anisotropy in relativistic heavy-ion collisions in HYDJET++ model // The European Physical Journal C. - 2014. - Mar. -Vol. 74, no. 3. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/ s10052-014-2807-5.
- [55] Belyaev A V, Bravina L V, Chernyshov A S, Eyyubova G Kh, Korotkikh V L, Lokhtin I P, Malinina L V, Petrushanko S V, Snigirev A M, and Zabrodin E E. 12 years of HYDJET++ generator: history and the latest results // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Dec. — Vol. 1690, no. 1. — P. 012117. — Access mode: http: //dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1690/1/012117.
- [56] Amelin N. S., Lednicky R., Pocheptsov T. A., Lokhtin I. P., Malinina L. V., Snigirev A. M., Karpenko Iu. A., and Sinyukov Yu. M. Fast hadron freeze-out generator // Physical Review C. - 2006. -Dec. - Vol. 74, no. 6. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/ physrevc.74.064901.
- [57] Torrieri G., Steinke S., Broniowski W., Florkowski W., Letessier J., and Rafelski J. SHARE: Statistical hadronization with resonances // Computer Physics Communications. - 2005. - May. - Vol. 167, no. 3. -

P. 229-251. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc. 2005.01.004.

- [58] PYQUEN event generator. Access mode: http://lav01.sinp.msu. ru/~igor/pyquen/.
- [59] PYTHIA event generator. Access mode: https://pythia.org/.
- [60] Poskanzer A. M. and Voloshin S. A. Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions // Physical Review C. - 1998. -Sep. - Vol. 58, no. 3. - P. 1671-1678. - Access mode: http://dx.doi. org/10.1103/physrevc.58.1671.
- [61] Borghini Nicolas, Dinh Phuong Mai, and Ollitrault Jean-Yves. Flow analysis from multiparticle azimuthal correlations // Physical Review C. - 2001. - Sep. - Vol. 64, no. 5. - Access mode: http://dx.doi.org/ 10.1103/physrevc.64.054901.
- [62] Bilandzic Ante, Snellings Raimond, and Voloshin Sergei. Flow analysis with cumulants: Direct calculations // Physical Review C. - 2011. -Apr. - Vol. 83, no. 4. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/ physrevc.83.044913.
- [63] Sirunyan A. M. et al. Pseudorapidity and transverse momentum dependence of flow harmonics in pPb and PbPb collisions // Physical Review C. - 2018. - OKT. - Vol. 98, no. 4. - Access mode: http: //dx.doi.org/10.1103/physrevc.98.044902.
- [64] Bhalerao R. S., Borghini N., and Ollitrault J. Y. Analysis of anisotropic flow with Lee-Yang zeroes. - 2003. - Access mode: https://arxiv. org/abs/nucl-th/0310016.
- [65] Aaboud M. et al. Fluctuations of anisotropic flow in Pb+Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV with the ATLAS detector // Journal of High Energy Physics. -2020. - Jan. - Vol. 2020, no. 1. - Access mode: http: //dx.doi.org/10.1007/JHEP01(2020)051.
- [66] Tumasyan A. et al. Higher-order moments of the elliptic flow distribution in PbPb collisions at √s_{NN} = 5.02 TeV // Journal of High Energy Physics. - 2024. - Feb. - Vol. 2024, no. 2. - Access mode: http://dx. doi.org/10.1007/JHEP02(2024)106.

- [67] HTCondor Software Suite (HTCSS). Access mode: https:// htcondor.org/.
- [68] LXPLUS. Access mode: https://lxplusdoc.web.cern.ch/.
- [69] ROOT Data Analysis Framework. Access mode: https://root. cern/.
- [70] Мягков Д. А. и Петрушанко С. В. Эллиптический и триангулярный потоки заряженных частиц в релятивистских столкновениях ядер Хе и Рb в модели HYDJET++ и эксперименте CMS (LHC) // Ученые записки физического факультета Московского Университета. — 2023. — № 3. — С. 2330205.
- [71] Мягков Д А. и Петрушанко С В. Эллиптический и триангулярный азимутальные потоки частиц в столкновениях ядер Хе–Хе и Рb–Рb в Монте-Карло модели HYDJET++ и эксперименте CMS на коллайдере LHC (CERN) // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. — 2023. — № 4.
- [72] Myagkov D. A. and Petrushanko S. V. Azimuthal Anisotropy in Xe-Xe and Pb-Pb Collisions with the Monte Carlo Model HYDJET++ and the CMS Detector at Energies of the LHC // Moscow University Physics Bulletin. - 2024. - Vol. 79, suppl. 1. - P. S81-S84.
- [73] Lokhtin I.P. and Snigirev A.M. Nuclear geometry of jet quenching // The European Physical Journal C. - 2000. - Sep. - Vol. 16, no. 3. - P. 527-536. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1007/ s100520000437.
- [74] Aad G. et al. Measurement of the centrality and pseudorapidity dependence of the integrated elliptic flow in lead-lead collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV with the ATLAS detector // The European Physical Journal C. -2014. Aug. Vol. 74, no. 8. Access mode: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-2982-4.
- [75] Behera Debadatta, Mallick Neelkamal, Tripathy Sushanta, Prasad Suraj, Mishra Aditya Nath, and Sahoo Raghunath. Predictions on global properties in O+O collisions at the Large Hadron Collider using a multiphase transport model // The European Physical Journal A. -2022. -

Sep. - Vol. 58, no. 9. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1140/ epja/s10050-022-00823-6.

- [76] Lin Zi-Wei, Ko Che Ming, Li Bao-An, Zhang Bin, and Pal Subrata. Multiphase transport model for relativistic heavy ion collisions // Physical Review C. - 2005. - Dec. - Vol. 72, no. 6. - Access mode: http://dx.doi.org/10.1103/physrevc.72.064901.
- [77] Navas S. et al. Review of particle physics // Phys. Rev. D. 2024. Vol. 110, no. 3. P. 030001.