

Моделирование излучения комптоновских источников с учётом нелинейных эффектов

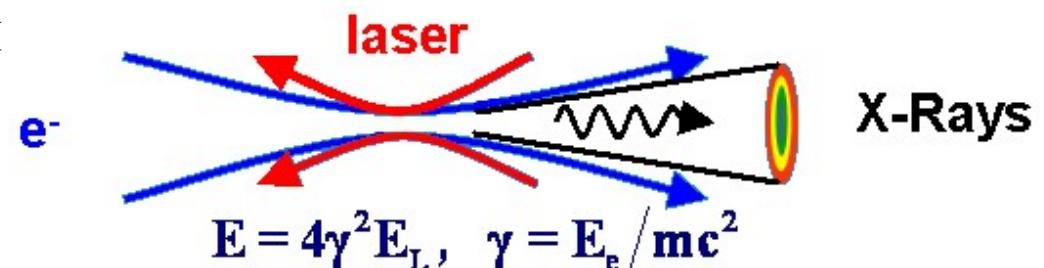
ФЕЩЕНКО Р.М., АРТЮКОВ И.А., ВИНОГРАДОВ А.В.

Семинар памяти Б.С. Ишханова
23 октября 2025

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

Лазеро-электронные источники

- Излучение формируется при взаимодействии распространяющихся навстречу друг другу электронного и лазерных пучков
- Энергия излучения и сечение рассеяния является функциями угла рассеяния



$$\frac{d\sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{3}{2\pi} \sigma_T \gamma^2 \delta(\omega - \omega') \frac{1 + \gamma^4 \theta^4}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4},$$

$$\omega' = \omega_l \frac{4\gamma^2}{1 + \gamma^2 \theta^2}, \quad N = N_e N_L \frac{\sigma_T}{s_e + s_L},$$

$$\sigma_T = 6.6 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2,$$

Историческая справка

- ❑ Впервые идея использовать обратное комптоновское рассеяние фотонов на релятивистских электронах для генерации гамма излучения возникла в 1963 (R. H. Milburn, Phys. Rev. Lett. 10(1963) 75)
- ❑ В 1970–80 годах было создано много источников гамма излучения ($0.03 < E < 3$ ГэВ) для нужд ядерной физики
- ❑ В 1990 годы появились высокоинтенсивные источники гамма излучения для исследования фотоядерных реакций

Применения жёсткого рентгеновского и гамма излучения

- Яркие гамма источники с энергией до 300 МэВ находят применения в прецизионной ядерной спектроскопии (гигантский дипольный и другие резонансы) и исследованиях фотоядерных реакций
- Источники жёсткого рентгеновского излучения с энергией 40–500 кэв могут использоваться в фазово-контрастной микроскопии и промышленной компьютерной томографии
- Их также можно использовать для EXAFS- и XANES-спектроскопии на краях поглощения сверхтяжелых элементов (U, Ru и т. д.)

Некоторые современные проекты ЛЭГ

- **ThomX**, Франция – до 50 кэв, достигнутый поток 10^{10} ф/с
- **New CLS source**, США, до 180 кэв (энергия электронов до 100 МэВ)
- **BriXS**, STAR и BoCXS, Италия, 40–880 кэв, поток до $2 \cdot 10^{10}$ ф/с
- СВЕТА (Cornell-BNL ERL Test Accelerator), США, до 400 кэв и 150 МэВ (линейный ускоритель с рекуперацией), поток до $3 \cdot 10^{10}$ ф/с и яркость – до 10^{12} $\text{мм}^{-2} \cdot \text{мрад}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot 0.1\%$
- **ELI-NP**, Румыния, до 19.5 МэВ и поток до $2 \cdot 10^8$ ф/с
- **SLEGS** в SSRF, Китай, 0.25–21.7 МэВ и поток до 10^7 ф/с
- Комптоновские источники на синхротроне СКИФ и в НЦФМ, Россия

Принципы расчёта ЛЭГ (линейный случай)

Вероятность взаимодействия двух пучков:

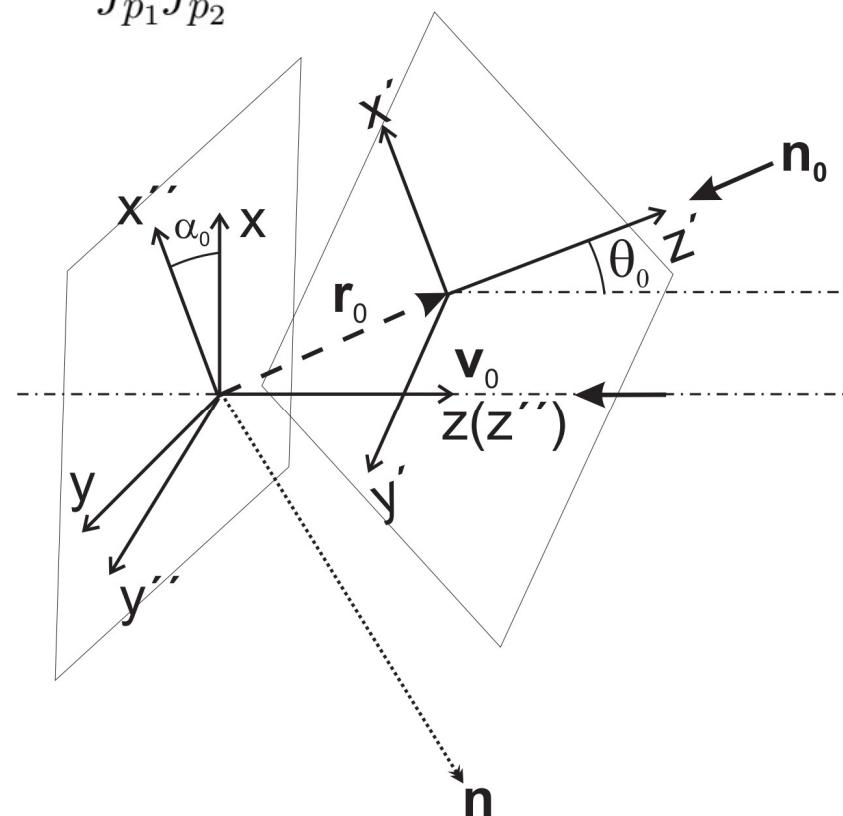
$$\frac{dN}{d\Omega dE dx^4 dp_1^3 dp_2^3} = D\sigma_E \sqrt{(j_{p_1}^k j_{k,p_2})^2 - j_{p_1}^2 j_{p_2}^2}$$

- Для фотонов и электронов:

$$\frac{dN}{d\Omega d\omega dx^4 dp^3 dk^3} = D\sigma j_{ph}^k j_{k,e}$$

- Дифференциальное сечение:

$$D\sigma(\mathbf{n}, \mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{E}_0) = \frac{d\sigma}{d\Omega d\omega}$$



Полный поток из единицы объёма

- Поток в единицу фазового пространства:

$$\frac{dN}{d\Omega d\omega dx^4 dp^3 dk^3} = D\sigma(1 - \mathbf{v}\mathbf{n}_l)n_e(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)n_{ph}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t), \quad \mathbf{n}_l = \frac{\mathbf{k}}{\omega_l}$$

- Поток на заданной частоте, в заданном направлении и элемента объёма источника:

$$I_{V,\Omega,\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega) = \nu \int_{V_{\mathbf{k}}} \int_{V_{\mathbf{p}}} \int_{-\infty}^{+\infty} D\sigma(1 - \mathbf{v}\mathbf{n}_l)n_e(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)n_{ph}(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) dt dp^3 dk^3$$

- Поток на заданной частоте и в заданном направлении проинтегрированный по объёму источника:

$$I_{\Omega,\omega} = \int_V I_{V,\Omega,\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \omega) dr^3$$

Спектральная яркость

- Спектральная яркость в заданном направлении:

$$B_{\mathbf{n},\omega} = \delta\omega \int_{-\infty}^{+\infty} I_{V,\Omega,\omega}(\mathbf{r}_0 + s\mathbf{n}, \mathbf{n}, \omega) ds.$$

- Интегрирование идёт вдоль прямой, задаваемой вектором \mathbf{n} и проходящей через точку \mathbf{r}_0
- Оценка яркости ЛЭГ:

$$B_0 = \frac{3 \cdot 10^{-15}}{2\pi^3} \sigma_T \nu \gamma^3 \frac{N_e N_{ph}}{\varepsilon^3 \beta} \quad \text{с}^{-1} \text{мм}^{-2} \text{мрад}^{-2} 0,1\%$$

Плотности электронов и фотонов

- Плотности электронного и фотонного пучков факторизуются на продольную и поперечную часть

$$n_e = N_e f_{e\parallel}(z - z_0 - t, \gamma) f_{e\perp}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0, z, \mathbf{p}_\perp),$$

$$n_{ph} = N_{ph} f_{ph\parallel}(z' - t - \Delta t, \omega_l) f_{ph\perp}(\boldsymbol{\rho}', z', \mathbf{k}_\perp)$$

Пучки предполагаются гауссовыми в поперечном направлении и распределёнными по гауссовому закону в продольном

Поперечные распределения

- В поперечном направлении – гауссовые пучки. По поперечному импульсу – гауссово распределение и дельта функцию:

$$f_{e\perp}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{p}_\perp) = \frac{1}{\pi^2 w_{e,x}(z - z_0) w_{e,y}(z - z_0) \Delta p_{\perp,x} p_{\perp,y}} \times \exp \left\{ - \left(\frac{x}{w_{e,x}(z - z_0)} \right)^2 - \left(\frac{y}{w_{e,y}(z - z_0)} \right)^2 \right\}$$

$$\times \exp \left\{ - \left(\frac{p_{\perp,x}}{\Delta p_{\perp,x}} \right)^2 - \left(\frac{p_{\perp,y}}{\Delta p_{\perp,y}} \right)^2 \right\},$$

$$f_{ph\perp}(\boldsymbol{\rho}', \mathbf{n}_l) = \frac{1}{\pi w_{ph}^2(z')} \exp \left\{ - \left(\frac{\boldsymbol{\rho}'}{w_{ph}(z')} \right)^2 \right\} \delta(\mathbf{n}_l - \mathbf{n}_0),$$

Эмиттанс, бета функция и рэллеевская длина

- Ширины распределений для электронного пучка выражаются через эмиттанс и бета функцию:

$$\Delta p_{\perp,x} = \left(\frac{\varepsilon_x}{\gamma \beta_x} \right)^{1/2} \quad w_{e,x(y)}^2(z) = \frac{\varepsilon}{\gamma} \left(\beta_{x(y)} + \frac{z^2}{\beta_{x(y)}} \right)$$
$$\Delta p_{\perp,y} = \left(\frac{\varepsilon_y}{\gamma \beta_y} \right)^{1/2}$$

- Ширины распределений для фотонного пучка выражаются через длину волны и рэллеевскую длину:

$$w_{ph}^2(z') = \frac{1}{\omega_l} \left(l_r + \frac{z'^2}{l_r} \right)$$

Продольные распределения

- В продольном направлении имеем гауссово распределение для обеих пучков, а также гауссово распределение по энергиям электронов:

$$f_{e\parallel}(z, \gamma) = \frac{1}{\pi l_e \Delta \gamma} \exp \left\{ - \left(\frac{z}{l_e} \right)^2 \right\} \exp \left\{ - \left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\Delta \gamma} \right)^2 \right\}$$

$$f_{ph\parallel}(z', \omega_l) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau} \exp \left\{ - \left(\frac{z'}{\tau} \right)^2 \right\} \delta(\omega_l - \omega_0)$$

- В линейном случае можно проинтегрировать аналитически:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_{e\parallel}(z - z_0 - t, \gamma) f_{ph\parallel}(z' - t - \Delta t, \omega_l) dt =$$
$$\frac{1}{\pi \Delta \gamma \sqrt{l_e^2 + \tau^2}} \exp \left\{ - \frac{(z - z' - z_0 + \Delta t)^2}{l_e^2 + \tau^2} \right\} \exp \left\{ - \left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\Delta \gamma} \right)^2 \right\} \delta(\omega_l - \omega_0)$$

ФУНКЦИЯ ПЛОТНОСТИ ИСТОЧНИКОВ

- Подставляя плотности в выражения для плотности источников имеем:

$$I_{V,\omega,\Omega} = \frac{N_e N_{ph}}{\pi^{7/2} \sqrt{l_e^2 + l_{ph}^2} \Delta\gamma \Delta p_{\perp,x} \Delta p_{\perp,y} w_{e,x}(z - z_0) w_{e,y}(z - z_0) w_{ph}^2(z')} \times$$
$$\exp \left[-\frac{(z + z' + z_0 - c\Delta t)^2}{l_e^2 + l_{ph}^2} - \left(\frac{x}{w_{e,x}(z - z_0)} \right)^2 - \left(\frac{y}{w_{e,y}(z - z_0)} \right)^2 - \frac{x'^2 + y'^2}{w_{ph}^2(z)} \right] \times$$
$$\int_{V_{p\perp}} D\sigma_\gamma(\mathbf{p}_\perp) \exp \left[-\left(\frac{p_{\perp,x}}{\Delta p_{\perp,x}} \right)^2 - \left(\frac{p_{\perp,y}}{\Delta p_{\perp,y}} \right)^2 \right] dp_\perp^2,$$

- Связь координатных систем фотонов и электронов:

$$z' = (\mathbf{v}_0 \mathbf{n}_0) z'' - \sqrt{1 - (\mathbf{v}_0 \mathbf{n}_0)^2} y'' = \cos \theta_0 z'' - \sin \theta_0 y'' \quad y'' = \cos \alpha_0 x - \sin \alpha_0 y$$
$$y' = \sqrt{1 - (\mathbf{v}_0 \mathbf{n}_0)^2} z'' + (\mathbf{v}_0 \mathbf{n}_0) y'' = \sin \theta_0 z'' + \cos \theta_0 y'' \quad x'' = \sin \alpha_0 x + \cos \alpha_0 y$$

Томсоновское дифференциальное сечение

- Предполагаем нулевой угол столкновения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{3}{8\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2} \delta(\omega - \omega') \frac{1}{(1 - v \cos \theta)^2} \left[1 - \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \alpha}{\gamma^2 (1 - v \cos \theta)^2} \right]$$
$$\frac{\omega'}{\omega_l} = \frac{1 + v}{1 - v \cos \theta}, \quad v = |\mathbf{v}|, \quad \mathbf{v}\mathbf{n} = v \cos \theta,$$

- Для неполяризованного или поляризованного по кругу излучения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{3}{8\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2} \delta(\omega - \omega') \frac{1}{(1 - v \cos \theta)^2} \left[1 - \frac{\sin^2 \theta}{2\gamma^2 (1 - v \cos \theta)^2} \right]$$

Дифференциальное сечение ультрарелятивистском случае

- В случае, если $\gamma \gg 1$ и $\theta \ll 1$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\omega} \approx \frac{3}{2\pi} \sigma_T \gamma^2 \delta(\omega - \omega') \frac{1 + \gamma^4 \theta^4}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4}$$
$$\frac{\omega'}{\omega_l} \approx \frac{4\gamma^2}{1 + \gamma^2 \theta^2}, \quad \theta^2 = 2(1 - \mathbf{n}\mathbf{v}).$$

- Излучение предполагается неполяризованным и поляризованном по кругу
- Для гамма излучения $E_e > 500$ МэВ надо использовать комптоновское сечение (формулу Клейна–Нишины)

Полный поток для гауссово распределённых пучков

$$I_{\omega, \Omega} = f \frac{N_e N_{ph}}{s} GF \int_{V_{p\perp}} D\sigma_\gamma(p_\perp) \exp \left[- \left(\frac{p_{\perp, x}}{\Delta p_{\perp, x}} \right)^2 - \left(\frac{p_{\perp, y}}{\Delta p_{\perp, y}} \right)^2 \right] \frac{dp_\perp^2}{\pi \Delta p_{\perp, x} \Delta p_{\perp, y}},$$

- Для геометрического фактора имеем:

$$GF = \frac{2}{\pi^{5/2}} \frac{s}{\sqrt{l_e^2 + l_{ph}^2}} \times \\ \int_V \exp \left[- \frac{(z + z' + z_0 - c\Delta t)^2}{l_e^2 + l_{ph}^2} - \left(\frac{x}{w_{e,x}(z - z_0)} \right)^2 - \left(\frac{y}{w_{e,y}(z - z_0)} \right)^2 - \frac{x'^2 + y'^2}{w_{ph}^2(z)} \right] \\ \frac{dxdydz}{w_{e,x}(z - z_0) w_{e,y}(z - z_0) w_{ph}^2(z')}.$$

Учет поляризации излучения

Поляризация может быть учтена переходом от скалярных величин к поляризационным матрицам 2×2

Матрицы поляризации эрмитовы и преобразуются с помощью вещественных матриц преобразования

$$\mathbf{I}_{V,\Omega,\omega} = \frac{I_{V,\Omega,\omega}}{2} \begin{pmatrix} 1 - \xi_3 & \xi_1 + i\xi_2 \\ \xi_1 - i\xi_2 & 1 + \xi_3 \end{pmatrix}$$

$$D\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{M}_\sigma^T \boldsymbol{\Xi} \mathbf{M}_\sigma$$
$$\boldsymbol{\Xi} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \xi_{L1} & \xi_{L2} + i\xi_{L3} \\ \xi_{L2} - i\xi_{L3} & 1 + \xi_{L1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_\sigma = \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{d\Omega d\omega} = \mathbf{O}^T \mathbf{M} \mathbf{O},$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sqrt{m_{11}} & 0 \\ 0 & \sqrt{m_{22}} \end{pmatrix}$$

Коэффициенты матрицы M

Коэффициенты равны значениям дифференциального сечения для двух ортогональных линейных поляризаций

$$m_{11} = \frac{3\sigma_T}{64\pi\sqrt{\pi}\Delta\gamma\omega_l} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_l}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega}{\omega_l} \frac{\theta^2}{4}}} e^{-K}$$

$$m_{22} = m_{11} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_l} \frac{\theta^2}{2}\right)^2.$$

$$D\sigma_\gamma = (m_{11} + m_{22})/2$$

Важность учёта нелинейных эффектов

- ❑ Современные проекты лазерно-электронных источников часто используют относительно высокие энергии электронов и линейные ускорители с низкой частотой повторения.
- ❑ Это означает, что энергия коротких лазерных импульсов должна быть достаточно большой – около 1 Дж или более.
- ❑ При таких высоких энергиях и длительностях импульсов в несколько пикосекунд нелинейные эффекты во взаимодействии электронов с пучком становятся существенными.

Нелинейная модель ЛЭГ

- ❑ Основана на использовании нелинейных томсоновских сечений вместо линейного сечения
- ❑ Модель учитывает реальную форму электронного и лазерного пучков, разброс электронов по импульсам (продольный и поперечный эмиттансы пучка), а также поляризацию лазерного излучения, но не электронов
- ❑ Модель позволяет рассчитать поток рентгеновских фотонов, спектральную яркость и полное состояние поляризации излучения

Движение частицы в поле плоской волны

Для координат имеем

$$x^i = \frac{u_0^i}{k_0 u_0} \tau + \frac{e k_0^i}{m (k_0 u_0)^2} u_0^l \int_0^\tau A_{0l}(\tau') d\tau' - \frac{e}{m (k_0 u_0)} \int_0^\tau A_{0l}(\tau') d\tau' - \frac{e^2 k_0^i}{2m^2 (k_0 u_0)^2} \int_0^\tau A_0^2(\tau') d\tau'$$

Сумма ортогональных двух поляризаций

$$A_{0i} = A^{(1)}_i \cos \tau + A^{(2)}_i \sin \tau \quad A^{(1)}_i A^{(2)i} = 0$$

$$(A^{(1)})^2 = -K_1 \quad (A^{(2)})^2 = -K_2$$

Выражение для Фурье гармоник тока

Для 4D гармоник четырёхтока

$$j^i(k^i) = \frac{e}{k_0 u_0} \int u^i(\tau) \exp(ik^i x_i(\tau)) d\tau$$

где

$$u^i = \frac{1}{k_0 u_0} \left[u_0^i + \frac{e^2(K_1 + K_2)k_0^i}{4m^2(k_0 u_0)} \right] + \frac{e}{m} \left[\frac{k_0^i}{(k_0 u_0)} u_0^l A^{(1)}_l - A^{(1)i} \right] \cos \tau + \frac{e}{m} \left[\frac{k_0^i}{(k_0 u_0)} u_0^l A^{(2)}_l - A^{(2)i} \right] \sin \tau - \frac{e^2(K_1 - K_2)k_0^i}{4m^2(k_0 u_0)} \cos 2\tau,$$
$$x^i = \left[u_0^i + \frac{e^2(K_1 + K_2)k_0^i}{4m^2(k_0 u_0)} \right] \tau + \frac{e}{m(k_0 u_0)} \left[\frac{k_0^i}{(k_0 u_0)} u_0^l A^{(1)}_l - A^{(1)i} \right] \sin \tau - \frac{e}{m(k_0 u_0)} \left[\frac{k_0^i}{(k_0 u_0)} u_0^l A^{(2)}_l - A^{(2)i} \right] \cos \tau - \frac{e^2(K_1 - K_2)k_0^i}{4m^2(k_0 u_0)^2} \sin 2\tau.$$

Поток в заданном направлении

Для потока в единицу телесного угла и частоты

$$\frac{dE}{d\Omega d\omega} = -\frac{\omega^2}{4\pi^2} j^i(k^i) j_i^*(k^i), \quad k^2 = 0$$

С учётом поляризации

$$\frac{dE_{\alpha\beta}}{d\Omega d\omega} = -\frac{\omega^2}{4\pi^2} j^\alpha j^{*\beta}, \quad j^1 = \mathbf{j}\mathbf{e}_1, \quad j^2 = \mathbf{j}\mathbf{e}_2$$

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{v}}{\sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{n}\mathbf{v})^2}} \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{v})}{\sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{n}\mathbf{v})^2}}$$

Поперечные компоненты тока

Для двух компонент тока:

$$\begin{aligned} j^1 &= -\frac{e^2}{m} \left[(\mathbf{A}^{(1)} \mathbf{e}_1) f_1(\mathbf{k}) + (\mathbf{A}^{(2)} \mathbf{e}_1) f_2(\mathbf{k}) \right], \\ j^2 &= \frac{e}{k_0 u_0} \left[\left(\gamma - \frac{e^2}{4m^2} \frac{K_1 + K_2 \omega_0}{k_0 u_0} \frac{v}{v} \right) \sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{n}\mathbf{v})^2} f_0(\mathbf{k}) \right. \\ &\quad + \frac{e}{m} \left((\mathbf{A}^{(1)} \mathbf{n}) f_1(\mathbf{k}) + (\mathbf{A}^{(2)} \mathbf{n}) f_2(\mathbf{k}) \right) \frac{\mathbf{v}\mathbf{n}}{\sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{n}\mathbf{v})^2}} \\ &\quad \left. - \frac{e^2}{4m^2} \frac{K_1 - K_2 \omega_0}{k_0 u_0} \frac{v}{v} \sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{n}\mathbf{v})^2} f_3(\mathbf{k}) \right], \end{aligned}$$

Необходимо повернуть на угол равный углу между плоскостями (\mathbf{n}, \mathbf{v}) и (x, z) .

Вспомогательные функции

$$f_0(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp [ia_0\tau + ia_1 \sin \tau - ia_2 \cos \tau + ia_3 \sin 2\tau] \ d\tau,$$

$$f_1(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \tau \exp [ia_0\tau + ia_1 \sin \tau - ia_2 \cos \tau + ia_3 \sin 2\tau] \ d\tau,$$

$$f_2(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \tau \exp [ia_0\tau + ia_1 \sin \tau - ia_2 \cos \tau + ia_3 \sin 2\tau] \ d\tau$$

$$f_3(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos 2\tau \exp [ia_0\tau + ia_1 \sin \tau - ia_2 \cos \tau + ia_3 \sin 2\tau] \ d\tau,$$

$$a_0 = \frac{ku_0}{k_0u_0} + \frac{e^2(kk_0)(K_1 + K_2)}{4m^2(k_0u_0)^2},$$

$$a_1 = \frac{e}{m(k_0u_0)} \left[\frac{ku_0}{k_0u_0} u_0^i A_i^{(1)} - k^i A_i^{(1)} \right]$$

$$a_2 = \frac{e}{m(k_0u_0)} \left[\frac{ku_0}{k_0u_0} u_0^i A_i^{(2)} - k^i A_i^{(2)} \right]$$

$$a_3 = \frac{e^2(kk_0)(K_1 - K_2)}{8m^2(k_0u_0)^2}.$$

Квазимонохроматическая модель

Пусть волна является локально монохроматической
и

$$f_0(\mathbf{k}) = 2\pi \sum_{s=1}^{+\infty} f_0^{(s)}(\mathbf{k}) \delta(a_0 - s)$$

Интегралы берутся в интервале $[0-2\pi]$

$$f_0^{(s)}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp [is\tau + ia_1 \sin \tau - ia_2 \cos \tau + ia_3 \sin 2\tau] d\tau$$

Для f_1, f_2 и f_3 – аналогичные выражения.

Частоты и сечения для гармоник

Для s -й гармоники

$$\omega_s = s\omega_0 \frac{1 - \mathbf{n}_0 \mathbf{v}}{1 - \mathbf{v} \mathbf{n} + \frac{e^2}{4m^2\gamma^2} \frac{1 - \mathbf{n} \mathbf{n}_0}{1 - \mathbf{v} \mathbf{n}_0} (K_1 + K_2)}$$

$$\Gamma \frac{d\sigma_{\alpha\beta}^{(s)}}{d\Omega d\omega} = \frac{I_{\alpha\beta}^{(s)}}{I_{L0}} \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{3}{2\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2(1 - \mathbf{n} \mathbf{v})^2} \frac{s}{(1 + M)^2} \frac{g_{\alpha}^{(s)}(\mathbf{k}) {g_{\beta}^{(s)}}^*(\mathbf{k})}{K_1 + K_2} \delta(\omega - \omega_s)$$

$$M = \frac{1 + \cos\theta}{4\gamma^2(1 + v)} \frac{K_1 + K_2}{(1 - v \cos\theta) A_s^2} \quad A_s = m/e$$

Полное сечение

Вычисляя след предыдущего выражения:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{(s)}}{d\Omega d\omega} &= \frac{3}{2\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2(1-\mathbf{nv})^2} \frac{s}{(1+M)^2} \frac{g_\alpha^{(s)}(\mathbf{k}) {g_\alpha^{(s)}}^*(\mathbf{k})}{K_1 + K_2} \delta(\omega - \omega') = \\ &= -\frac{3}{2\pi} \frac{\sigma_T}{\gamma^2(1-\mathbf{nv})^2 (K_1 + K_2)(1+M)^2} \left[\left| f_0^{(s)} \right|^2 (A_s^2 + (K_1 + K_2)/2) - \right. \\ &\quad \left. \left(\left| f_1^{(s)} \right|^2 K_1 + \left| f_2^{(s)} \right|^2 K_2 \right) + \operatorname{Re} \left(f_3^{(s)} {f_0^{(s)}}^* \right) (K_1 - K_2)/2 \right] \delta(\omega - \omega') \end{aligned}$$

$$g_1^{(s)}(\mathbf{k}) = -(\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{e}_1)f_1(\mathbf{k}) - (\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{e}_1)f_2(\mathbf{k}),$$

$$\begin{aligned} g_2^{(s)}(\mathbf{k}) &= \gamma A_s \left(1 - \frac{K_1 + K_2}{4A_s^2\gamma^2 v(1+v)} \right) \sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{nv})^2} f_0(\mathbf{k}) \\ &\quad + \left((\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{n})f_1(\mathbf{k}) + (\mathbf{A}^{(2)}\mathbf{n})f_2(\mathbf{k}) \right) \frac{\mathbf{nv}}{\sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{nv})^2}} \\ &\quad - \frac{K_1 - K_2}{4\gamma A_s v(1+v)} \sqrt{\mathbf{v}^2 - (\mathbf{nv})^2} f_3(\mathbf{k}), \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{\omega}{\omega_0 \gamma (1+v)} \frac{\mathbf{nA}^{(1)}}{A_s},$$

$$a_2 = \frac{\omega}{\omega_0 \gamma (1+v)} \frac{\mathbf{nA}^{(2)}}{A_s},$$

$$a_3 = \frac{1}{8} \frac{\omega}{\omega_0} \frac{v + \mathbf{nv}}{\gamma^2 v (1+v)^2} \frac{K_1 - K_2}{A_s^2}$$

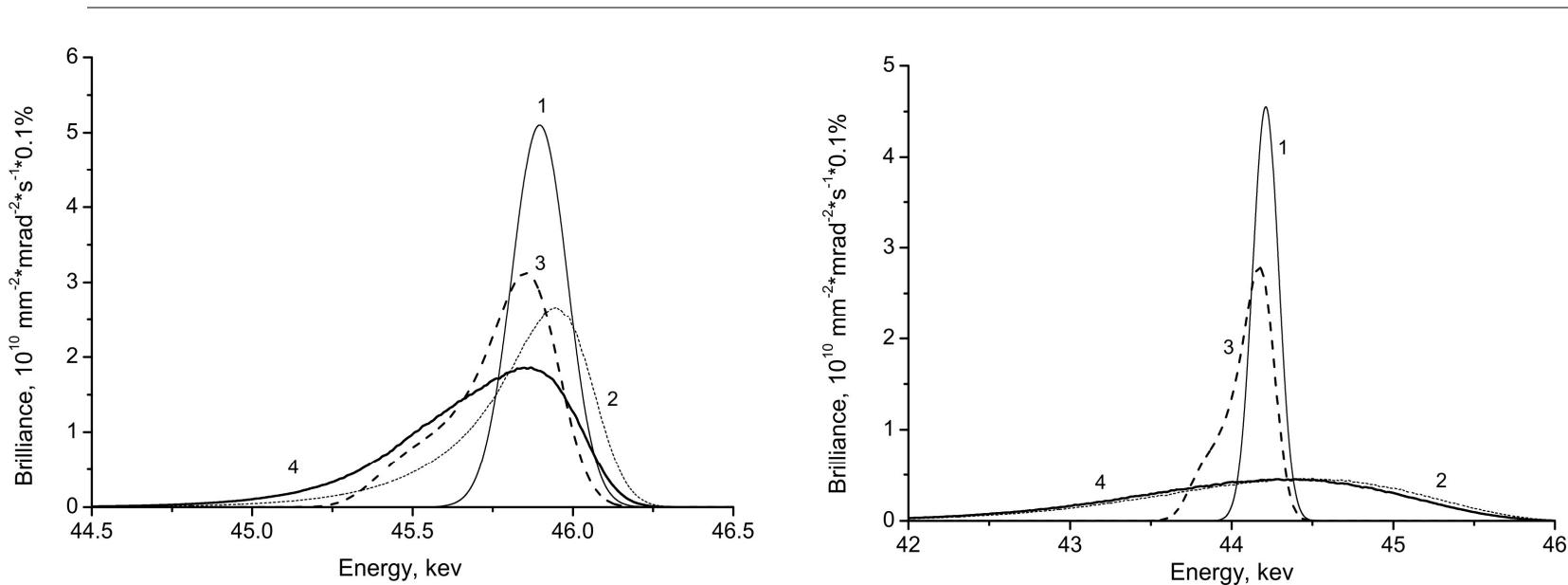
Программный код TSourceNXE

- ❑ Для практической реализации нелинейной математической модели на языке JAVA был создан программный код TsourceNXE
- ❑ Он даёт возможность рассчитать полный поток, спектральную яркость и поляризацию рентгеновского излучения в заданном направлении как функцию различных параметров для всех нелинейных гармоник
- ❑ Также возможно формирование массивов лучей для Shadow

Используемые параметры

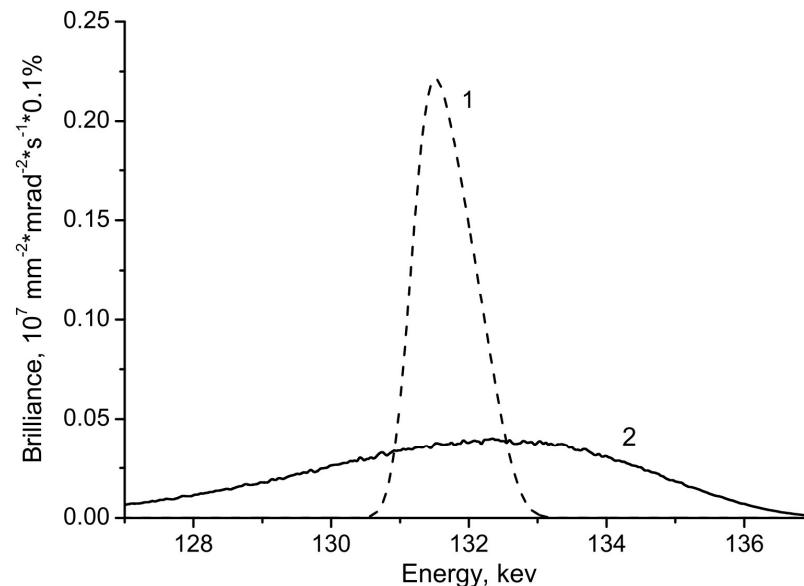
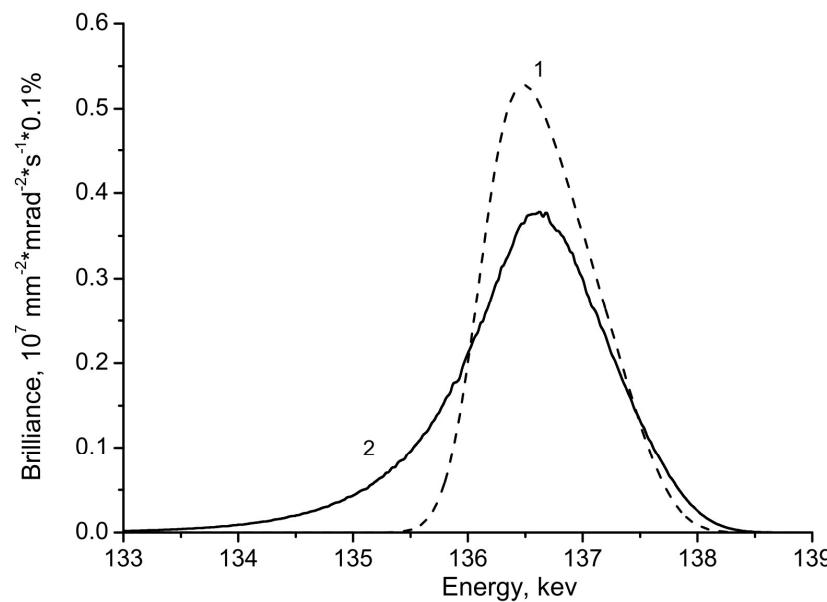
Parameter	Value
Энергия электронов	50–150 МэВ
Заряд сгустка	0.2 нКу
Разброс энергий	0.0025
Энергия лазерного импульса	100–500 мДж
Энергия лазерных фотонов	1.204 эВ (1.030 мкм) или 2.408 (515 мкм)
Частота импульсов	1000 Гц
Длина импульса/сгустка	10 пс
Поперечный эмиттанс	1 мм·мрад
Бета функция	20 мм
Рэлеевская длина	0.35 мм
Угол столкновения	52 мрад (3 градуса)

Яркость в основной гармонике



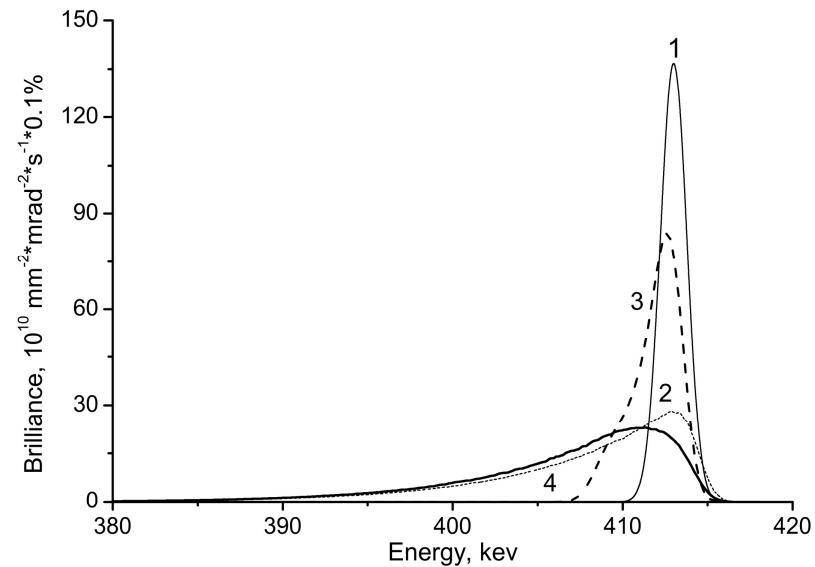
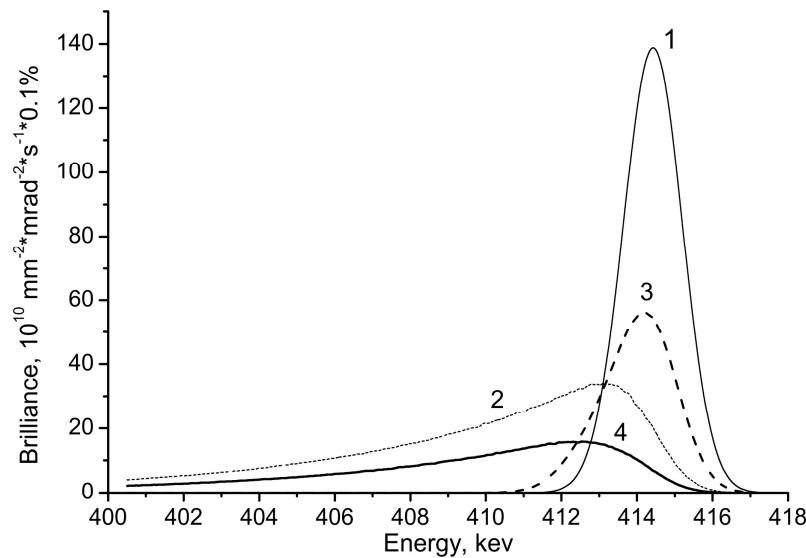
Длина волны лазера 1,03 мкм. Энергия электронов 50 МэВ. Слева — нулевой угол наблюдения, справа — 2 мрад. 1 — энергия лазера 100 мДж без учёта разброса поперечных импульсов электронов, 2 — 100 мДж с учётом разброса, 3 — 500 мДж без учёта разброса и 4 — 500 мДж с учётом разброса. Значения яркости для энергии 500 мДж поделены на 5.

Яркость в третьей гармонике



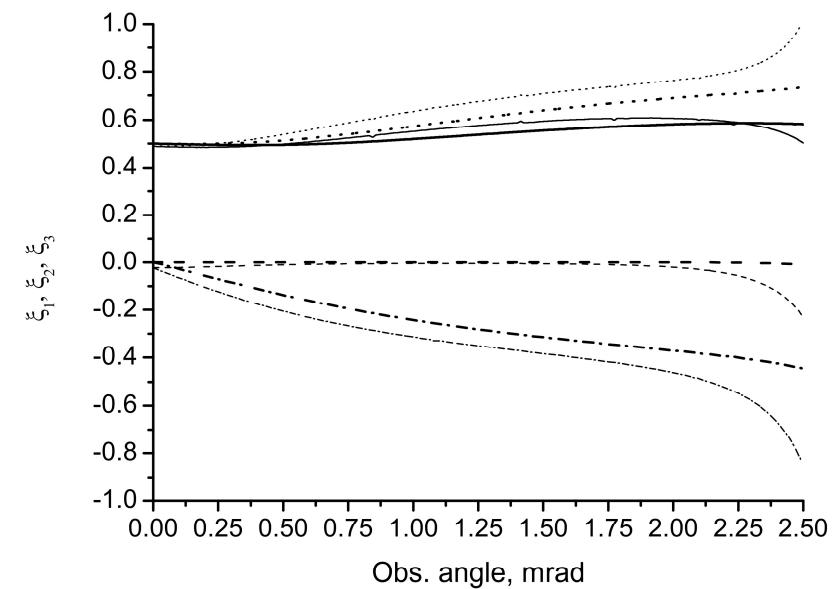
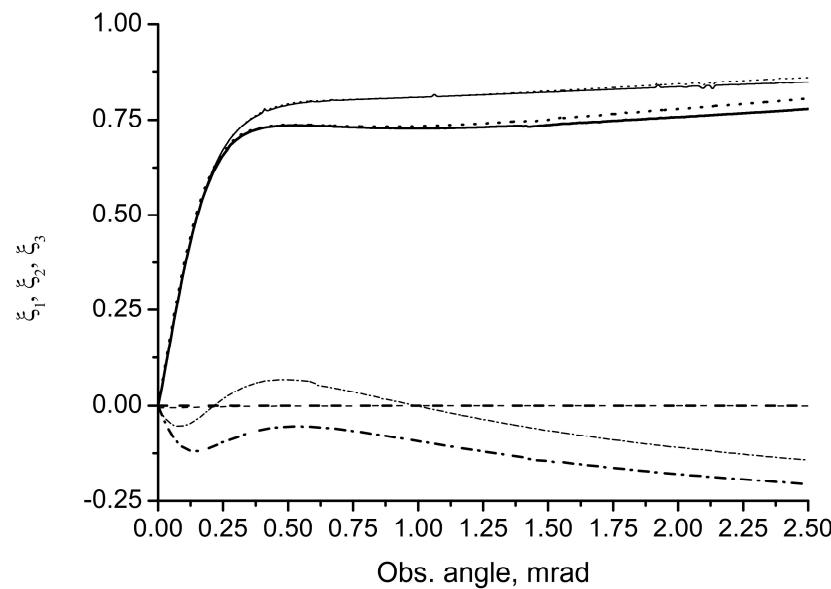
Длина волны лазера 1,03 мкм. Энергия электронов 50 МэВ. Слева — нулевой угол наблюдения, справа — 2 мрад. 1 — 500 мДж без учёта разброса поперечных импульсов и 2 — 500 мДж с учётом разброса поперечных импульсов.

Яркость в основной гармонике при 150 МэВ



Длина волны лазера 1,03 мкм. Энергия электронов 150 МэВ. Слева — нулевой угол наблюдения, справа — 2 мрад. 1 — энергия лазера 100 мДж без учёта разброса поперечных импульсов электронов, 2 — 100 мДж с учётом разброса, 3 — 500 мДж без учёта разброса и 4 — 500 мДж с учётом разброса. Значения яркости для энергии 500 мДж делятся на 5.

Параметры Стокса для первой и третьей гармоник



Длина волны лазера 1,03 мкДж. Энергия электронов 50 МэВ. Слева – вторая гармоника, справа – третья гармоника. Сплошная линия – ξ_1 , штриховая линия – ξ_2 , штрихпунктирная линия – ξ_3 , точки – степень поляризации p . Тонкие линии – 100 мДж, толстые линии – 500 мДж.

Выводы

- Разработан программный код TSourceNxE, который рассчитывает все параметры излучения лазерно-электронных рентгеновских и гамма-источников с учётом нелинейных эффектов.
- Он учитывает классическое томсоновское рассеяние электромагнитного излучения на ультраквантумистских электронах с учётом реалистичных форм электронного и лазерного пучков, а также разброса импульсов и энергий электронов.
- Для демонстрации возможностей разработанного кода проведено моделирование лазерно-электронных источников с реалистичными параметрами.
- Дальнейшее развитие кода возможно в направлении учёта квантовых эффектов.