

# «Влияние скоростных слагаемых функционала плотности энергии Скирма на барьер слияния ядер»

М.С. Косарев<sup>1,2</sup>, Н.В. Антоненко<sup>1</sup>, Н.Н. Арсеньев<sup>1</sup>, А.П. Северюхин<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Лаборатория теоретической физики имени Н.Н.Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская область

<sup>2</sup> Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в г. Сарове, Саров

<sup>3</sup> Государственный университет «Дубна», Дубна, Московская область

Семинар памяти Б.С. Ишханова

«Фотоядерные исследования. Состояния и перспективы»

23 октября 2025

# Мотивация

Потенциал ядро-ядерного взаимодействия является важным компонентом теоретических подходов, используемых для описания потенциальной энергии между двумя сталкивающимися ядрами, и необходим для синтеза новых изотопов. Этот потенциал находится в центре интенсивных исследований в течение последних нескольких десятилетий и продолжает оставаться одной из наиболее активно изучаемых тем в ядерной физике низких энергий, особенно в контексте синтеза сверхтяжелых элементов и экзотических ядер, далеких от линии  $\beta$ -стабильности. Это подчеркивает важность понимания природы потенциала ядро-ядерного взаимодействия параллельно с прогрессом в открытии новых изотопов и элементов в области тяжелых ядер.

# Силы Скирма

Эффективное взаимодействие типа Скирма представляется в виде суммы

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}) && \text{Центральное} \\ & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_\sigma) [\mathbf{k}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}^2] \\ & + t_2(1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{k}' \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k} && \text{Нелокальное} \\ & + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_\sigma) [\rho(\mathbf{R})]^\alpha \delta(\mathbf{r}) && \text{Плотностно зависимое} \\ & + i W_0 \boldsymbol{\sigma} [\mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{k}] && \text{Спин-орбитальное} \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\sigma}$  – матрица Паули,  $P_\sigma$  – спин-обменный оператор,  $\mathbf{k}', \mathbf{k}$  – относительные волновые вектора,  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, W_0, \alpha$  – параметры ФПЭ Скирма

# Функционал плотности энергии Скирма

$$E_0 = \langle \phi | (T + V) | \phi \rangle = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad \text{Среднее значение энергии}$$

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} t_0 [(2 + x_0) \rho^2 - (2x_0 + 1)(\rho_n^2 + \rho_p^2)] \\ + \frac{1}{24} t_3 \rho^3 [(2 + x_3) \rho^2 - (2x_3 + 1)(\rho_n^2 + \rho_p^2)]$$

$$+ \frac{1}{8} [t_1(2 + x_1) + t_2(2 + x_2)] \tau \rho + \frac{1}{8} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)] (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p)$$

$$+ \frac{1}{32} [3t_1(2 + x_1) - t_2(2 + x_2)] (\nabla \rho)^2 - \frac{1}{32} [3t_1(2x_1 + 1) + t_2(2x_2 + 1)] [(\nabla \rho_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2]$$

$$+ \frac{1}{2} W_0 [\mathbf{J} \nabla \rho + \mathbf{J}_n \nabla \rho_n + \mathbf{J}_p \nabla \rho_p] - \frac{1}{16} (t_1 x_1 + t_2 x_2) \mathbf{J}^2 + \frac{1}{16} (t_1 - t_2) [\mathbf{J}_n^2 + \mathbf{J}_p^2]$$

$$\rho_q(\mathbf{r}) = \sum_{i,\sigma} |\phi_i(\mathbf{r}, \sigma, q)|^2$$

$$\tau_q(\mathbf{r}) = \sum_{i,\sigma} |\nabla \phi_i(\mathbf{r}, \sigma, q)|^2$$

$$\mathbf{J}_q(\mathbf{r}) = (-i) \sum_{i,\sigma,\sigma'} \phi_i^* [\nabla \phi_i(\mathbf{r}, \sigma', q) \times \langle \sigma | \boldsymbol{\sigma} | \sigma' \rangle]$$

# Уравнения Хартри-Фока

$$\left[ -\vec{\nabla}^2 \frac{\hbar^2}{2m_q^*(\vec{r})} + U_q(\vec{r}) + \vec{W}_q(\vec{r}) \cdot (-i)(\vec{\nabla} \times \vec{\sigma}) \right] \phi_i = e_i \phi_i$$

$$\frac{\hbar^2}{2m_q^*(\vec{r})} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{8} [t_1(2 + x_1) + t_2(2 + x_2)]\rho + \frac{1}{8} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)]\rho_q$$

Эффективная масса

$$\begin{aligned} U_q(\vec{r}) = & \frac{1}{2} t_0 [(2 + x_0)\rho - (2x_0 + 1)\rho_q] \\ & + \frac{1}{24} t_3 \left[ (\alpha + 2)(2 + x_3)\rho^{\alpha+1} - (2x_3 + 1) \left( 2\rho^\alpha \rho_q + \alpha \rho^{\alpha-1} (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right) \right] \\ & - \frac{1}{16} [3t_1(2 + x_1) - t_2(2 + x_2)]\nabla^2 \rho + \frac{1}{16} [3t_1(2x_1 + 1) + t_2(2x_2 + 1)]\nabla^2 \rho_q \\ & + \frac{1}{8} [t_1(2 + x_1) + t_2(2 + x_2)]\tau + \frac{1}{8} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)]\tau_q \\ & - \frac{1}{2} W_0 (\nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \mathbf{J}_q) \end{aligned}$$

Ядерный  
центральный  
потенциал

$$\vec{W}_q(\vec{r}) = \frac{1}{2} W_0 (\nabla \rho + \nabla \rho_q) + \frac{1}{8} (t_1 - t_2) \mathbf{J}_q - \frac{1}{8} (t_1 x_1 + t_2 x_2) \mathbf{J}$$

Одночастичный спин-  
орбитальный потенциал

# Силы Ландау-Мигдала

Частично-дырочное взаимодействие получается за счет второй вариационной производной ФПЭ

$$\frac{\delta^2 \mathcal{H}(\mathbf{r})}{\delta \rho_1 \delta \rho_2} = \sum_{\sigma, \tau, \sigma', \tau'} \frac{(1 + (-1)^{\sigma - \sigma'} \boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2)}{4} \frac{(1 + (-1)^{\tau - \tau'} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2)}{4} \frac{\delta^2 \mathcal{H}(\mathbf{r})}{\delta \rho_{\sigma\tau} \delta \rho_{\sigma'\tau'}} \quad N_0 = \frac{2k_F m^*}{\pi^2 \hbar^2}$$

Взаимодействие представляем в виде Ландау-Мигдала  $V_{ph}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = N_0^{-1} F_0(r'_1) \delta(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)$

$$F_0(r) = N_0 \left( \frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{16} t_3 \rho^\alpha(r) (\alpha + 1)(\alpha + 2) + \frac{1}{8} k_F^2 \theta_s \right)$$

где  $\theta_s = [3t_1 + (5 + 4x_2)t_2]$ , где в свою очередь параметры  $t_1, t_2, x_2$  параметры скоростных слагаемых

# Ядро-ядерный потенциал

Ядро-ядерный потенциал представляется в виде суммы:

$$V(R) = V_C(R) + V_N(R) + V_r(R)$$

$$V_C(R) = e^2 Z_1 Z_2 \int \frac{\rho_1^Z(\mathbf{r}_1) \rho_2^Z(\mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

$$V_r(R) = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2(j_1 + j_2 + \mu R^2)}$$

$$V_N(R) = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) V_{ph}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 + \mathbf{R})$$

G. R. Satchler and W.G. Love  
Phys. Rep. 55 (1979) 183.

N. V. Antonenko, G. G. Adamian, V. V. Sargsyan, H. Lenske,  
Eur. Phys. J. A 58, 211 (2022)

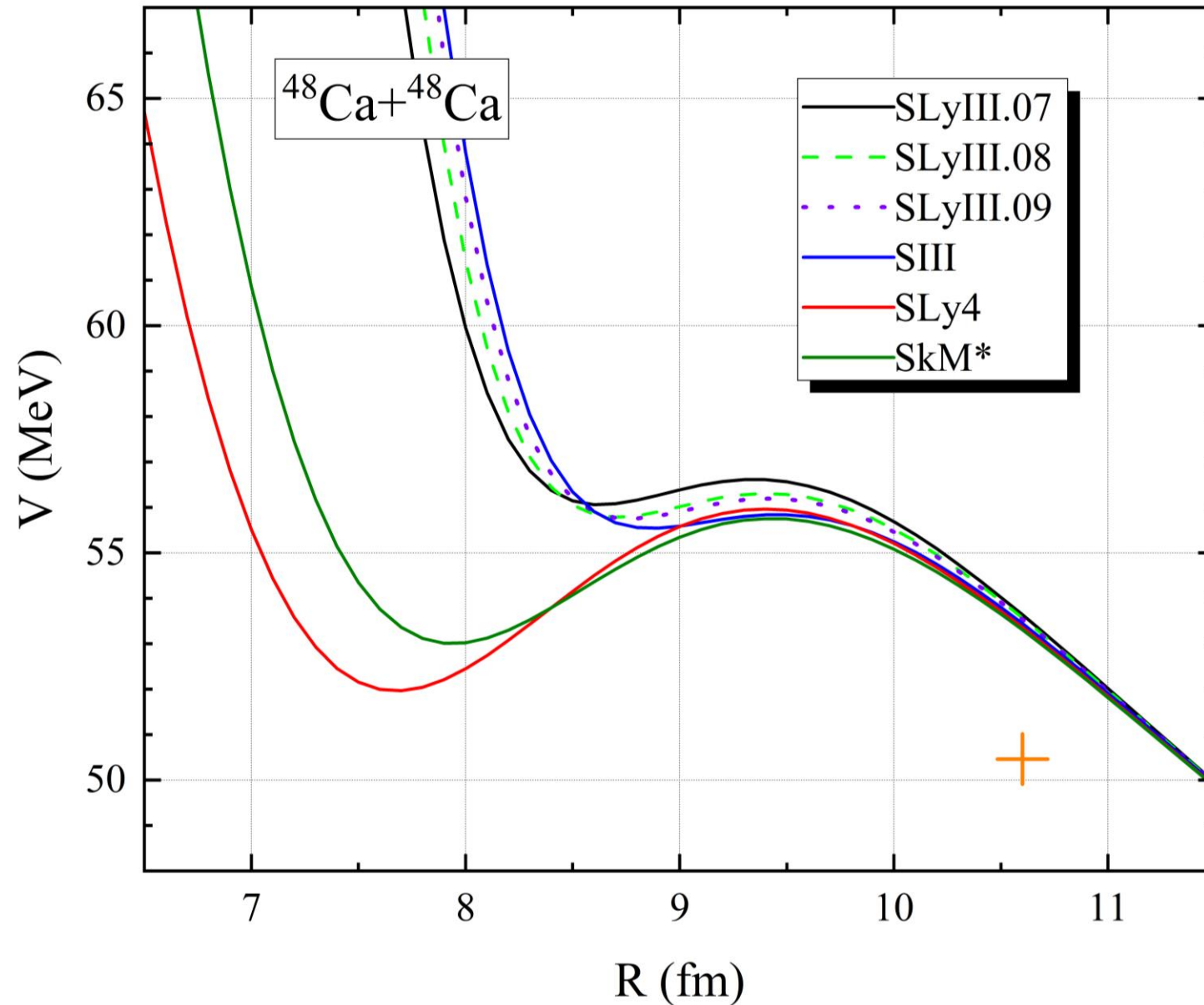
$$V_N(R) = \left( \frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{8} k_F^2 \theta_s \right) \int d\mathbf{r} \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) + \\ + \frac{1}{16} t_3 (\alpha + 1)(\alpha + 2) \int d\mathbf{r} [\rho_1(\mathbf{r}) + \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R})]^2 \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R})$$

Некоторые параметры ФПЭ Скирма, использованные в расчетах.  
 Для ФПЭ также приведены значения  $\theta_s$  и параметра Ландау  $F_0$ .

Parameters	SkM*	SIII	SLyIII.0.7	SLyIII.0.8	SLyIII.0.9	SLy4	SLy4B
	[23]	[29]		[30]		[31]	
$t_0$ (MeV fm <sup>3</sup> )	-2645.00	-1128.75	-1122.408	-1100.272	-1082.609	-2488.91	-2569.54
$t_1$ (MeV fm <sup>5</sup> )	410.00	395.00	440.572	359.568	295.999	486.82	648.80
$\alpha$	1/6	1	1	1	1	1/6	1/6
$\theta_s$ (MeV fm <sup>5</sup> )	555.0	710.9	928.8	543.2	242.4	914.1	1400.0
$F_0$	-0.23	0.30	0.19	0.39	0.58	-0.28	-0.28



# Потенциал ядро-ядерного взаимодействия с ФПЭ Скирма



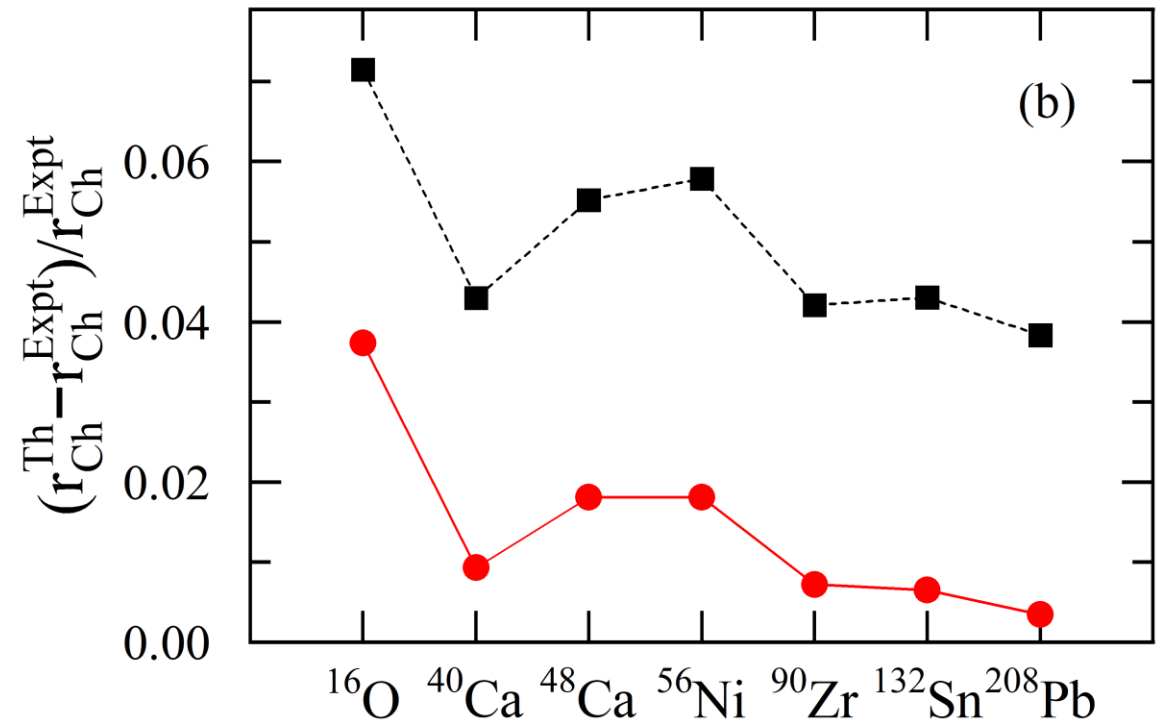
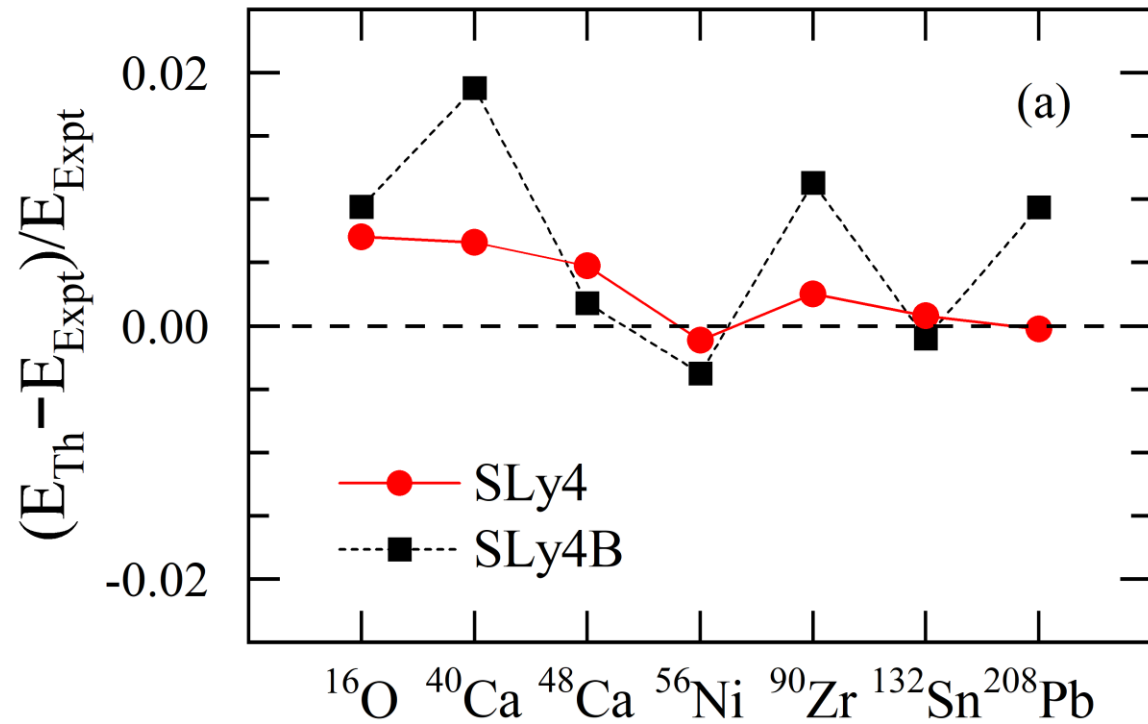
# Масштабирование скоростных слагаемых

$$V_N(R) = \left( \frac{3}{4} t_0 + \frac{1}{8} k_F^2 \theta_s \right) \int d\mathbf{r} \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) + \\ + \frac{1}{16} t_3 (\alpha + 1) (\alpha + 2) \int d\mathbf{r} [\rho_1(\mathbf{r}) + \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R})]^2 \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R})$$

Согласованное изменение  $\theta_s$   
за счет изменения параметра  
 $t_1$ , а также  $t_0$ , чтобы вернуть  
обратно значения энергии  
связи ядра

Parameters	SLy4	SLy4B
	[31]	
$t_0$ (MeV fm <sup>3</sup> )	-2488.91	-2569.54
$t_1$ (MeV fm <sup>5</sup> )	486.82	648.80
$\alpha$	1/6	1/6
$\theta_s$ (MeV fm <sup>5</sup> )	914.1	1400.0
$F_0$	-0.28	-0.28

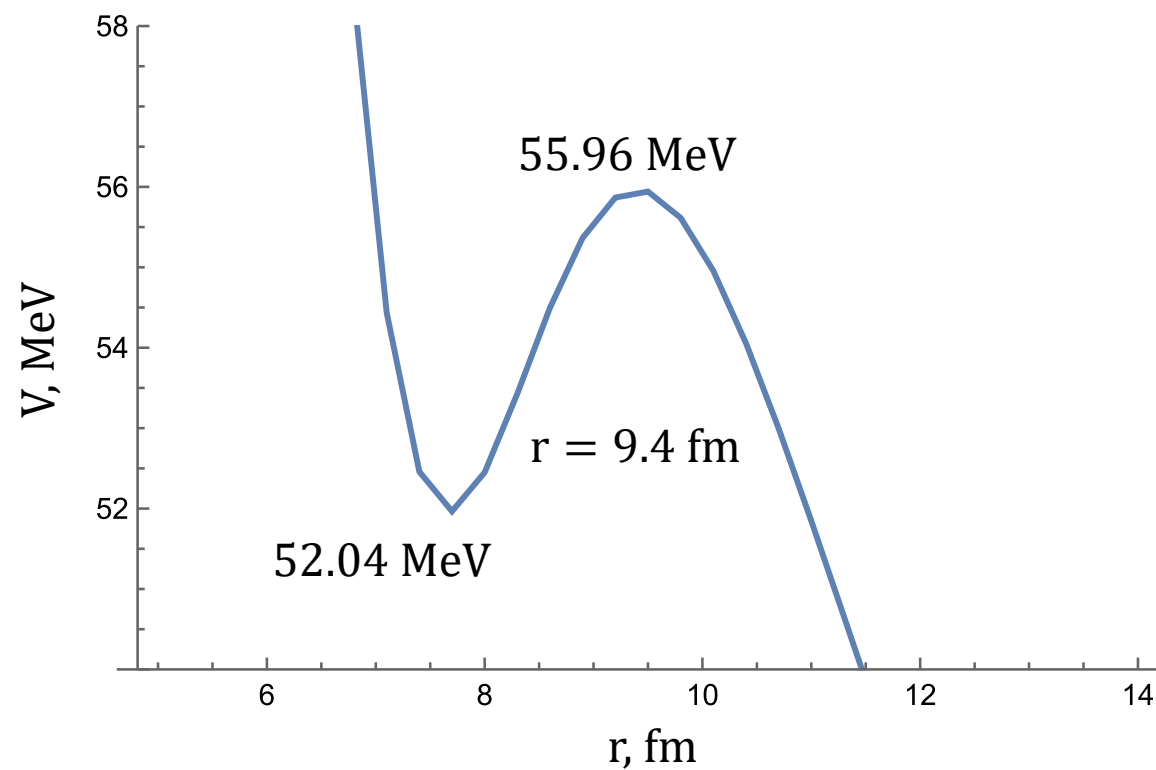
# Относительные ошибки в оценке энергии связи и зарядового радиуса в магических ядрах



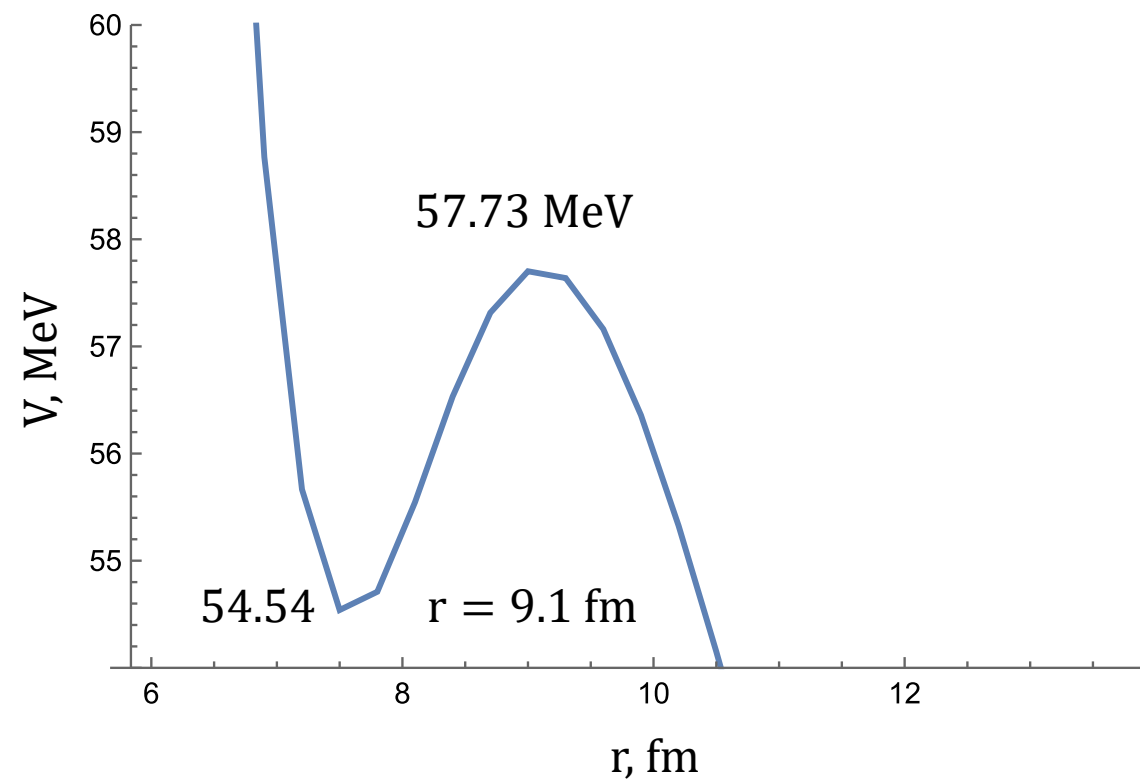
$$r_{exp} = 10.58 \text{ fm}, V_{exp} = 50.46 \text{ MeV}$$

SLy4  $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$

$\theta_s = 906 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^5$ , (original)

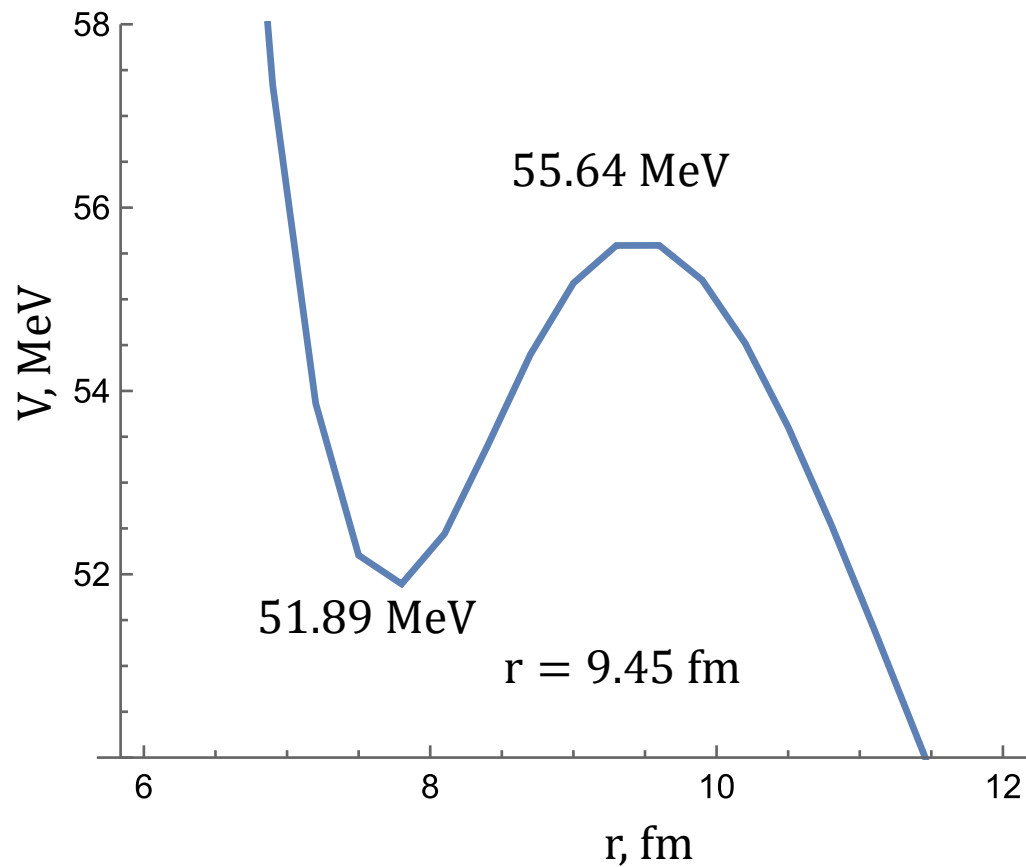


$\theta_s = 600 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^5$

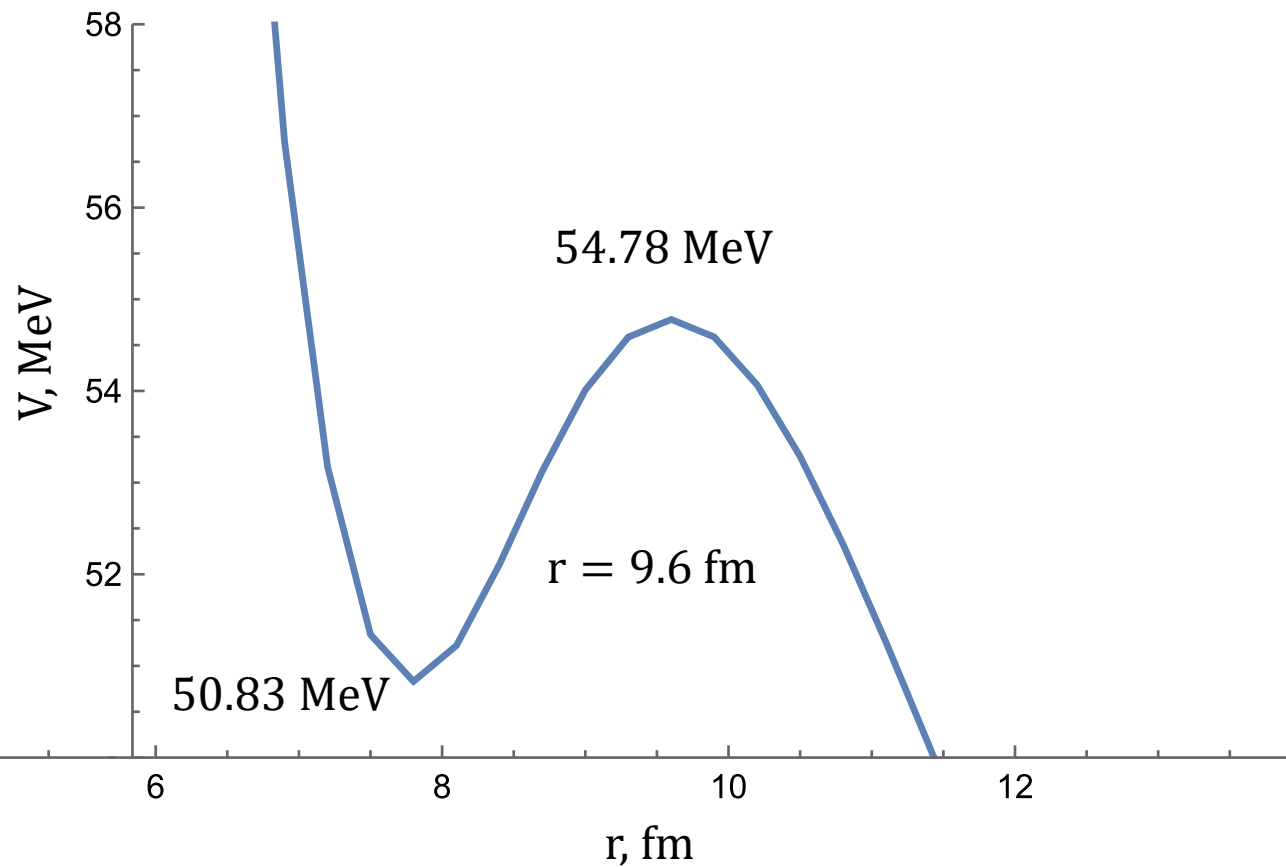


$$r_{exp} = 10.58 \text{ fm}, V_{exp} = 50.46 \text{ MeV} \quad {}^{48}\text{Ca} + {}^{48}\text{Ca}$$

$$\theta_s = 1000 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^5$$

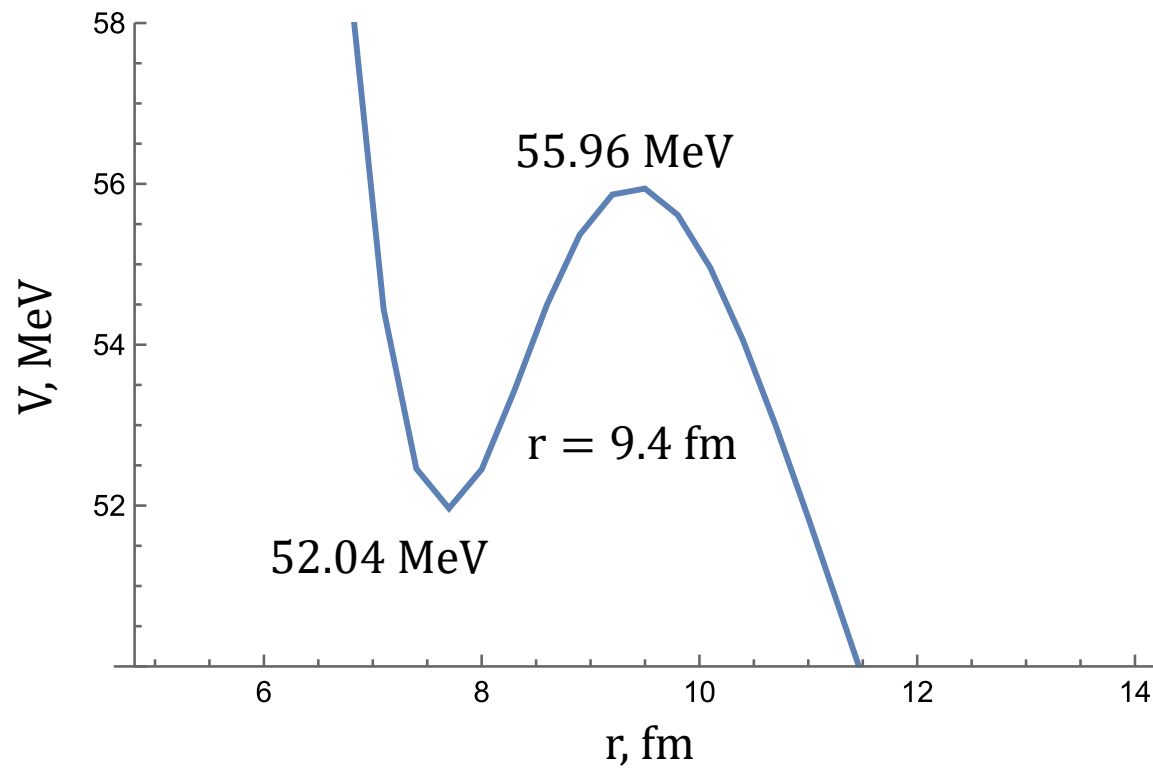


$$\theta_s = 1200 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^5$$

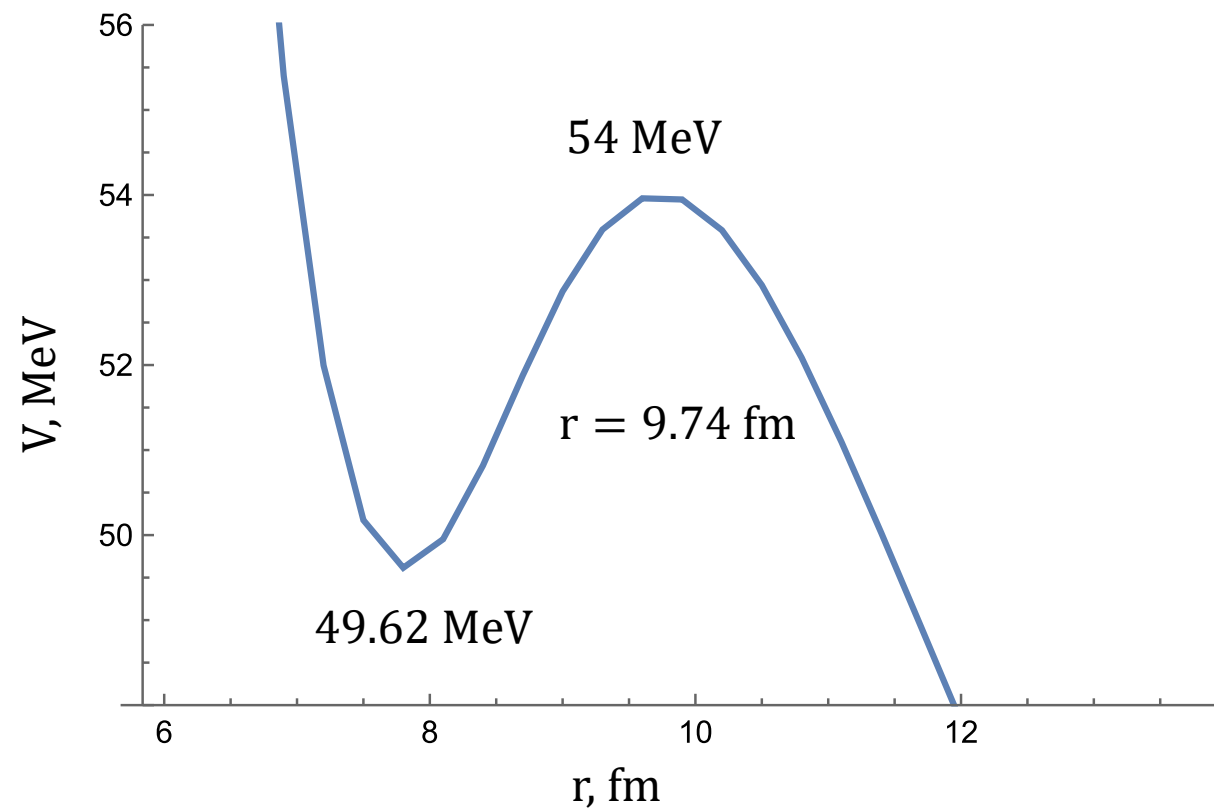


$$r_{phen} = 10.58 \text{ fm}, V_{phen} = 50.46 \text{ MeV} \quad {}^{48}\text{Ca} + {}^{48}\text{Ca}$$

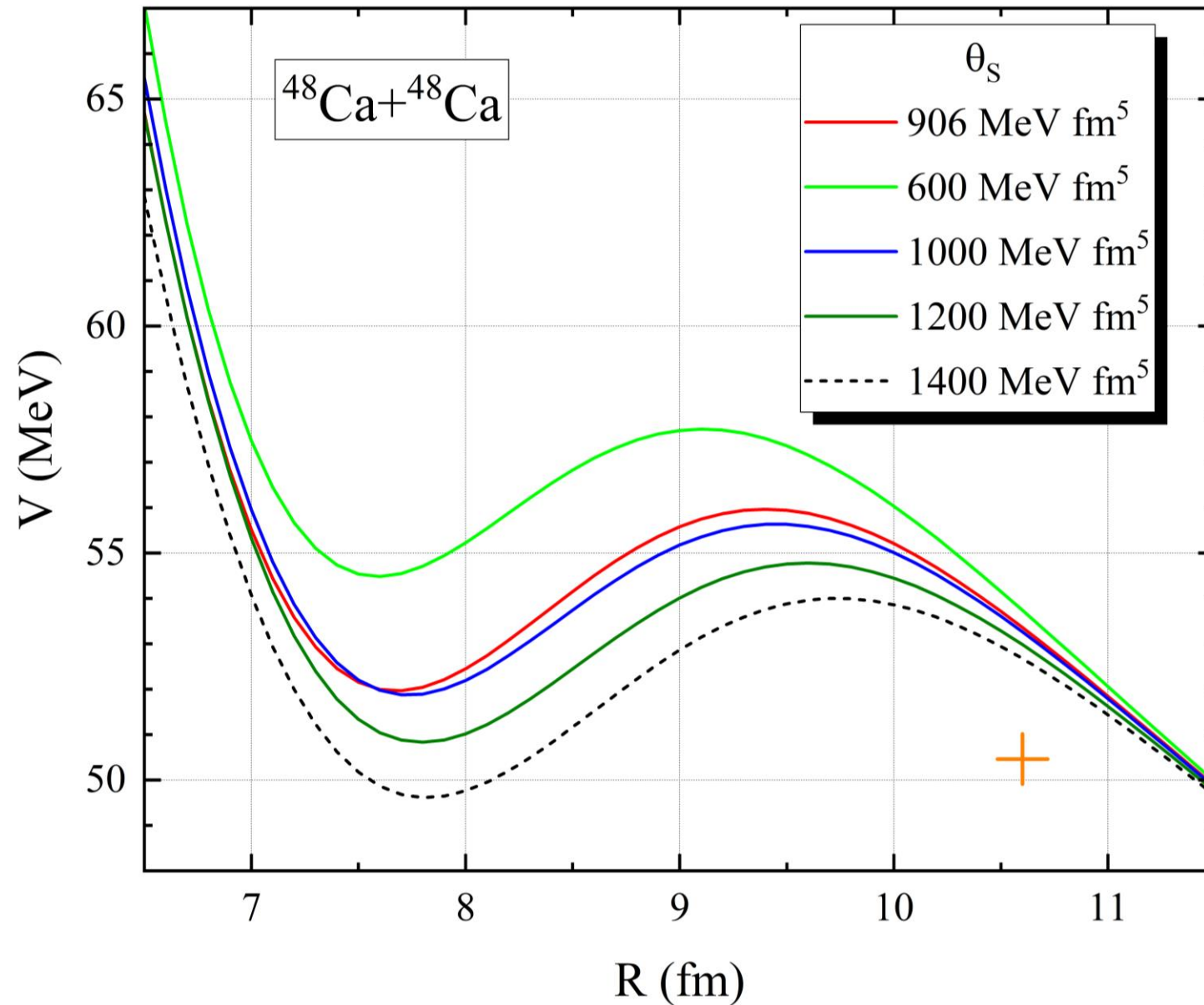
$\theta_s = 906 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^5$ , (original)

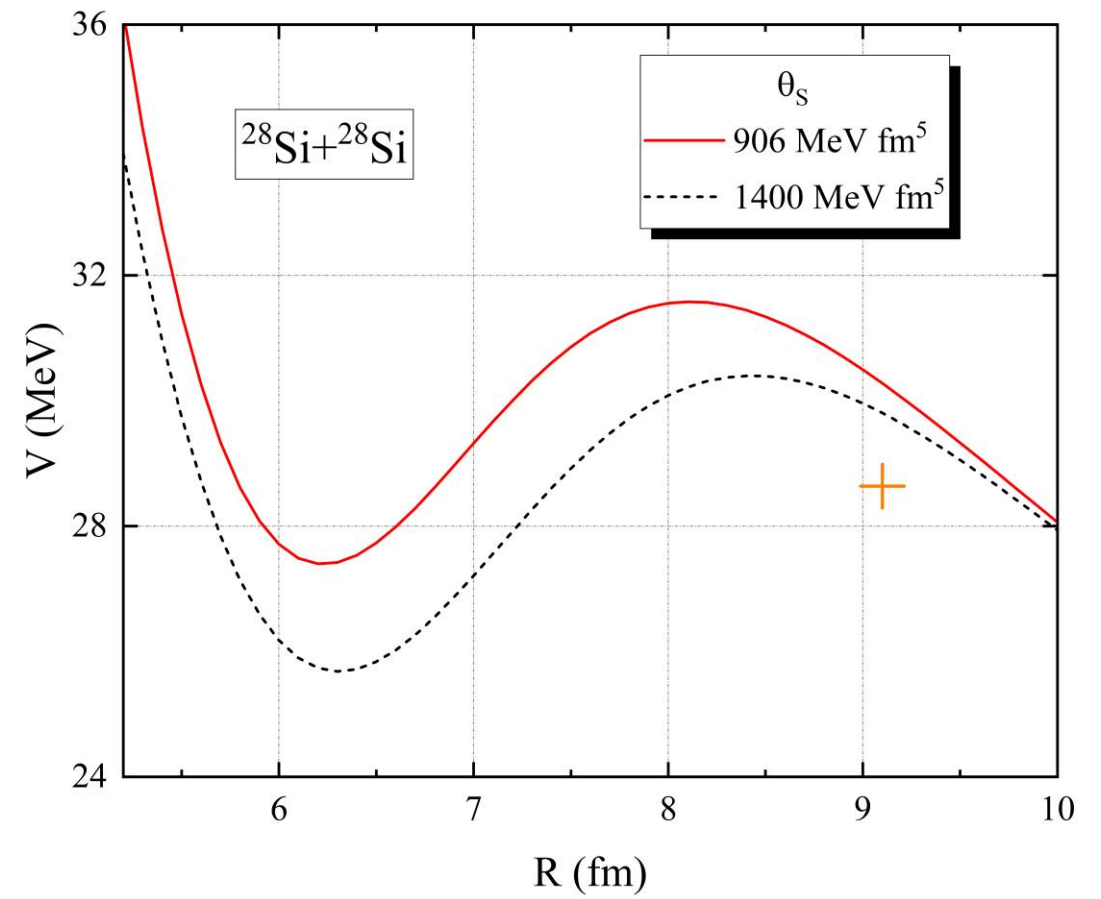
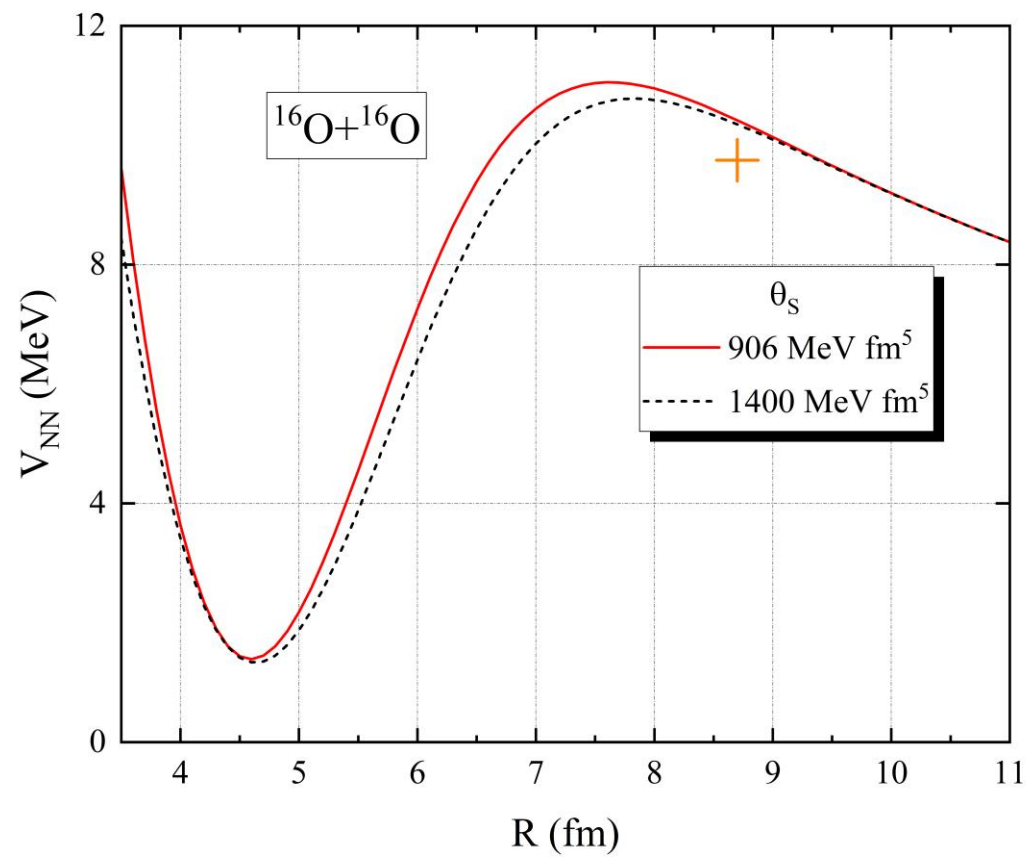


$\theta_s = 1400 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^5$

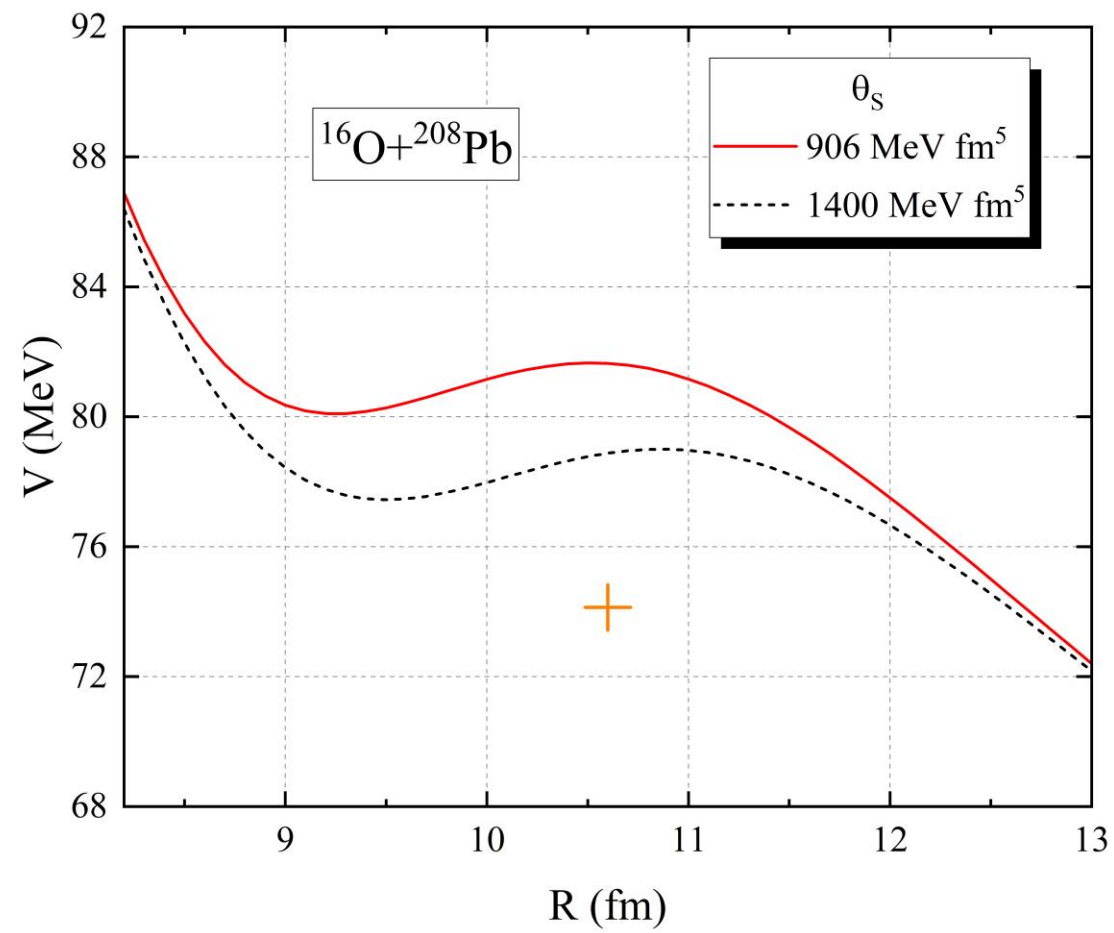
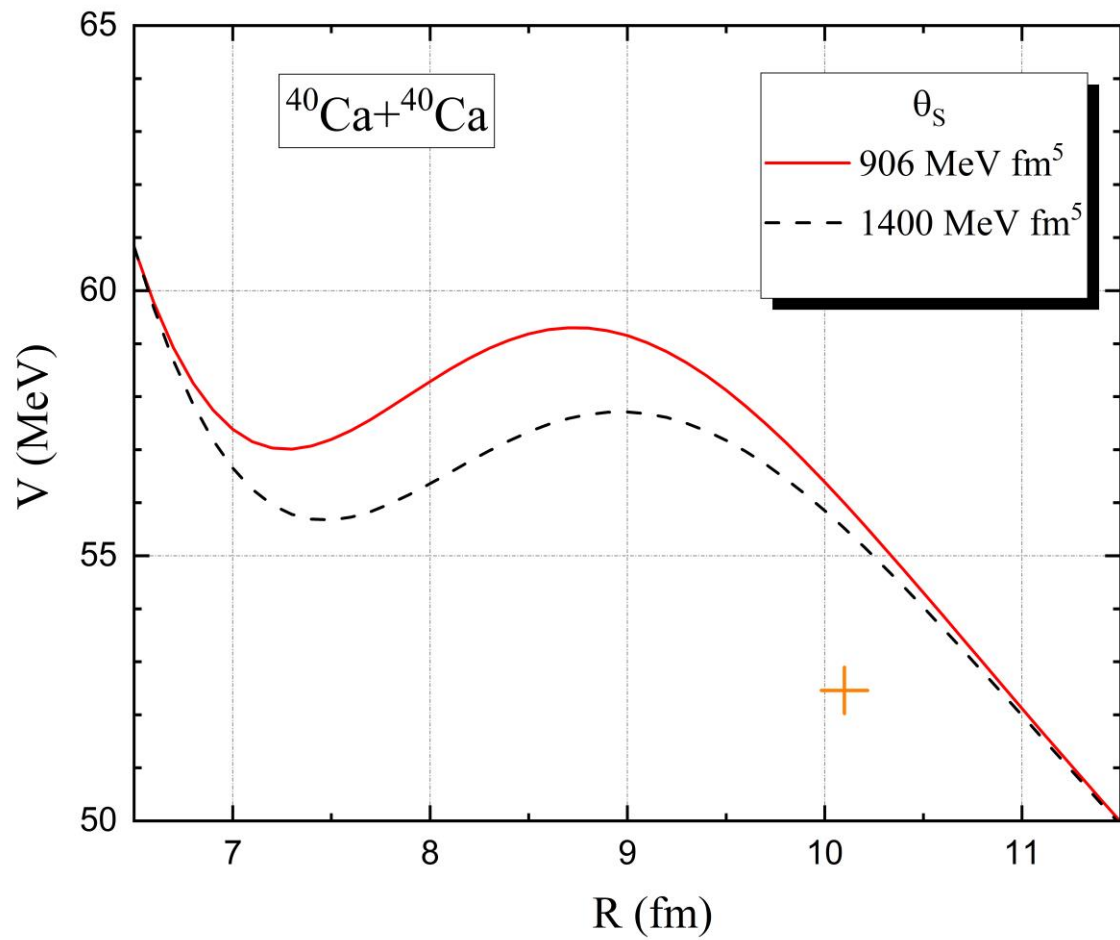


# Динамика масштабирования скоростных слагаемых









# Заключение

- Функционал плотности энергии Скирма был применён для расчёта потенциалов ядро-ядерного взаимодействия для подбарьерных реакций слияния в рамках модели двойной свертки. Показано, что расчётный потенциал чувствителен к членам, зависящим от скорости, в функции распределения энергии Скирма. Для точного определения высоты кулоновского барьера необходимо усилить вклад членов, зависящих от скорости. Предложен новый набор параметров функционала Скирма, который значительно улучшает описание как высоты, так и положения кулоновского барьера. Новый набор также обеспечивает надёжное представление свойств основного состояния ядра, включая энергии связи и зарядовые радиусы

