

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

«Генератор событий однопионных каналов для
реакции электророждения на протоне»

Выполнил студент
413 группы
Давыдов Максим Михайлович

подпись студента

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., с.н.с. Исупов Евгений Леонидович

подпись научного руководителя

Допущена к защите

Зав. кафедрой

подпись зав. кафедрой

МОСКВА

2021

Содержание

1	Введение	2
1.1	Исследование возбужденных состояний нуклонов с CLAS12	5
1.2	Электророждение пионов на протоне	5
1.3	Описание эксклюзивных реакций электророждения мезонов на нуклоне	7
2	Цели работы	10
3	Генератор	11
3.1	Дифференциальное сечение	11
3.2	Интерполяция сечений	13
3.3	Методы генераций событий	13
3.4	Возможности генератора	15
4	Репрезентативные примеры работы генератора	16
4.1	Детектор CLAS	18
4.2	Сравнение с генератором, основанным на экспериментальных данных CLAS	20
4.3	Спиновые асимметрии пучка	21
5	Заключение	22

1 Введение

В 50-ые годы прошлого века на SLAC был проведен ряд значимых экспериментов по упругому рассеянию электронов. Возможность более детализированного изучения ядер обернулась для физики множеством громких открытий. Так, например, были получены зарядовые распределения различных ядер, электрические и магнитные форм-факторы нуклона. На тот момент было очевидно, что нуклоны не являются бесструктурными объектами. Было выдвинуто большое количество гипотез, описывающих структуру внутри нуклонов, но самая удачная интерпретация принадлежит Гелл-Манну и Цвейгу. Они предложили кварковую модель конститuentных частиц с дробным зарядом, базирующуюся на калибровочной группе $SU(3)$. Так зарождалась новая полевая теория, квантовая хромодинамика. Эта теория сильного взаимодействия описывает «цвет» как новое квантовое число, посредством которого объясняется взаимодействие между кварками внутри нуклона.

На данный момент известно, что пертурбативный подход в данной теории достаточно успешно применим при высоких энергиях, когда константа сильного взаимодействия мала. Тем не менее, результаты такого подхода не применимы в области малых энергий, сравнимых с массами нуклонов. В настоящее время даже самые современные компьютерные системы не в состоянии предсказать спектр возбужденных состояний этих частиц в рамках решёточной модели квантовой хромодинамики (КХД).

К этому моменту было выдвинуто множество многообещающих моделей нуклона, большая часть из которых основана на эффективных степенях свободы системы трех кварков.

Пролить свет на природу сильного взаимодействия может детальный анализ резонансных состояний - частиц с временем жизни $\tau \approx 10^{-24}$ сек. На данный момент известны следующие основные инструменты для изучения таких состояний:

1. Изучение спектра возбужденных состояний нуклона.
2. Изучение спектра инвариантных масс вторичных частиц реакций $e p$, $p p$, $\pi^+ \pi^-$ соударений или взаимодействия тяжелых ионов при больших энергиях.

Такие эксперименты позволяют посмотреть на множественность рождения резонансов при больших энергиях, изучить характеристики нуклонных состояний, выявить роль странности в формировании адронов. Такие результаты помогут существенно продвинуться в изучении сильного взаимодействия.

Тем не менее, с экспериментальной точки зрения анализ спектра возбужденных состояний не является простой задачей. Это в первую очередь связано с их временем жизни. В соответствии с распределением Брейта-Вигнера ширина распада таких состояний порядка 100 – 400 МэВ. Энергетическая разница между резонансами составит величину порядка 10 МэВ. В итоге получаем сильное перекрытие, что вызывает большие сложности для идентификации и исследования отдельных возбужденных состояний.

Инструменты исследования резонансов

Одна из основных идей исследования физики сильного взаимодействия в непертурбативном режиме состоит в изучении спектра возбужденных состояний нуклонов. В качестве первого инструмента можно рассмотреть электро- или фоторождение мезонов на протоне.

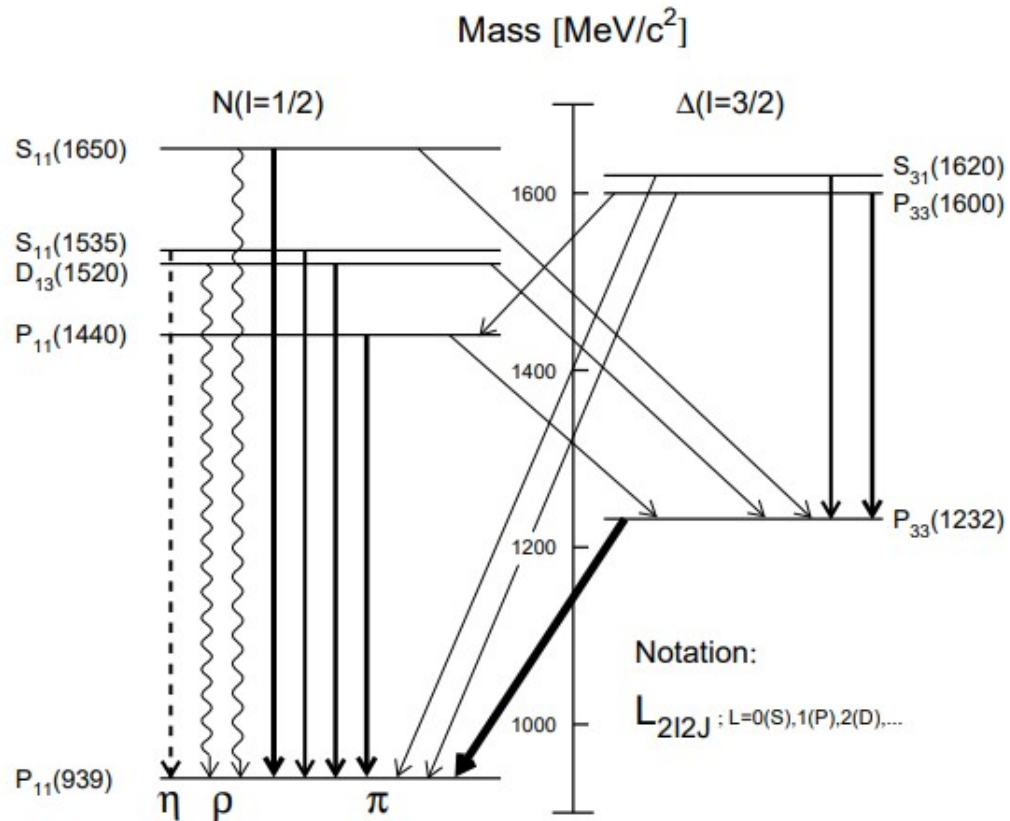


Рис. 1: Спектр возбужденных состояний нуклонов[1] с модами распада различных состояний

Как уже было отмечено ранее, резонансы сложно изолировать друг от друга. Например в реакции $e + p \rightarrow e + n + \pi^+$ можно увидеть только один изолированный пик, соответствующий $P_{33}(1232)$ резонансу (см. Рис.2), но уже начиная с пика в районе $W = 1.5$ ГэВ вклад в сечение вносят уже 3 резонанса $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$. В этом случае инклюзивные измерения фото- или электровозбуждения протона уже не смогут дать детальной информации о таких близрасположенных состояниях, и в ход пускаются более утонченные статистические методы, учитывающие физические особенности, присущие определенным возбужденным состояниям нуклона.

Также существуют эксперименты по исследованию структуры нуклонов с помощью барионных пучков (α - частицы, дейтроны, протоны). Однако интерпретация экспериментальных данных в таком случае усложняется, так как и начальное и конечное состояния участвуют в сильном взаимодействии.

Не менее важным инструментом исследования резонансов являются мезонные пучки. В частности, заряженные пионы широко используют в экспериментах по упругому рассеянию.

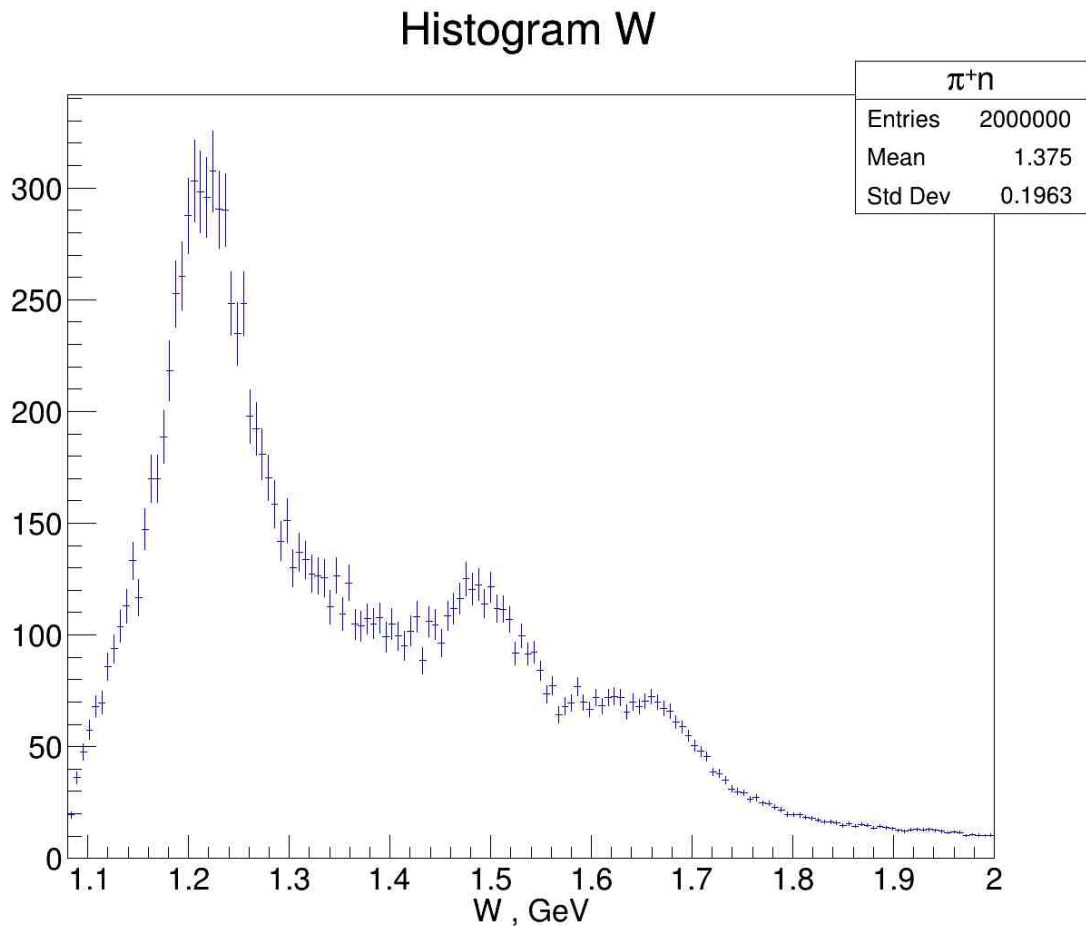


Рис. 2: Гистограмма распределения событий реакции $e + p \rightarrow e + n + \pi^+$ по инвариантной массе конечных адронов

Другим инструментом для изучения резонансов являются pp соударения при высоких энергиях. Множественность рождения адронов в таких реакциях зависит логарифмическим образом от энергии пучка. Свидетельством рождения резонансов в таких реакциях могут служить отчетливые пики в спектрах инвариантных масс различных конечных состояний. В частности по инвариантной массе $\gamma\gamma$ можно пронаблюдать η -мезон, а по $\pi^+\pi^-$ - ρ , $f^0(975)$, $f_2(1270)$ -резонансы. Более того, большие энергии пучков позволяют также исследовать странные адронные состояния:

- $K^{*0} \rightarrow K^+\pi^-$
- $\bar{K}^{*0} \rightarrow K^-\pi^+$
- $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$
- $\phi \rightarrow K^+K^-$

Таким образом, изучение роли странности в формировании масс адронов и адронных систем в целом может проводится по анализу конечных состояний реакции pp соударений с ненулевой странностью.

Основные задачи экспериментальных исследований структуры нуклонов сводятся к поиску физических наблюдаемых. Данные величины в дальнейшем сопоставляются с результатами численных вычислений моделей в рамках КХД.

1.1 Исследование возбужденных состояний нуклонов с CLAS12

Измерение наблюдаемых процессов электророжения на нуклонах является одной из основных задач экспериментальной физики элементарных частиц. Национальная лаборатория Джефферсона (JLab) [2] занимает лидирующие позиции по извлечению дифференциальных сечений, структурных функций и асимметрий реакций электророжения мезонов на протоне. Все полученные результаты доступны в базе данных CLAS [3]. Обработка и интерпретация этих экспериментальных данных позволяет продвинуться в решении проблемы формирования масс нуклонов.

Исследования спектра адронов и их структуры в экспериментах по процессам электророжения пионов дают уникальное представление о многих аспектах сильного взаимодействия в непертурбативном режиме КХД. На данный момент достигнут значительный прогресс в изучении нуклонных возбужденных состояний (N^*) с помощью данных по эксклюзивным каналам электророжения пионов на протоне [4].

Уже сейчас доступны данные по амплитудам электровозбуждения нуклонных резонансов в области виртуальности фотона $Q^2 < 5 \text{ ГэВ}^2$ и инвариантной массы системы конечных адронов $W < 1.7 \text{ ГэВ}$.

Эти исследования предоставляют уникальную информацию о динамике КХД, которая управляет генерацией состояний N^* с разными квантовыми числами и уникальными структурными особенностями.

Анализ резонансных вкладов в инклюзивное рассеяние электронов с амплитудами резонансного электровозбуждения по данным CLAS выявили явные различия в их эволюции с Q^2 для инвариантной массы W адронов в конечном состоянии в пределах первой, второй и третьей резонансных областей. Следовательно, амплитуды электровозбуждения всех заметных резонансов в широком диапазоне Q^2 имеют особое значение для исследования того, как структура различных состояний N^* возникает из КХД.

1.2 Электророжение пионов на протоне

Исследования эксклюзивного электророжения π^0 и π^+ мезонов представляют собой эффективный инструмент для исследования структуры возбужденных состояний нуклонов. Резонансы с массами $W < 1.7 \text{ ГэВ}$ распадаются преимущественно на однопионное состояние.

$$e + p \rightarrow e + \pi^+ + n$$

$$e + p \rightarrow e + \pi^0 + p$$

Известно, что для описания таких процессов в однофотонном приближении необходимо 5 независимых переменных. Традиционно используются следующие величины:

- W - инвариантная масса конечных адронов
- Q^2 - виртуальность фотона
- θ и φ - азимутальный и полярный углы пиона в системе центра масс виртуального фотона и начального бариона (см. Рис.4)
- θ_e - угол разлета электрона в лабораторной системе координат

Все приведенные выше кинематические переменные могут быть легко описаны в рамках формализма 4-векторов частиц в пространстве Минковского.

$$Q^2 = -q^2 = -(P_{e'} - P_e)^2$$

$$W = \sqrt{(q + P_p)^2}$$

где P_e и $P_{e'}$ - 4-вектора начального и конечного электронов P_p и q - 4-вектора начального нуклона и виртуального фотона.

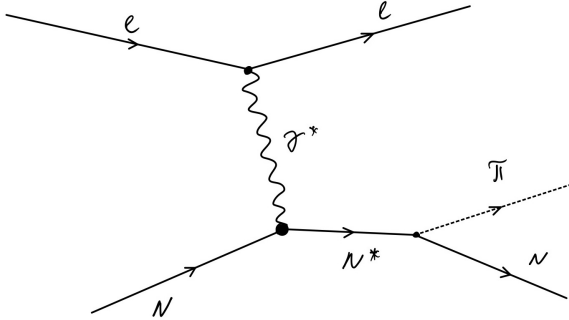


Рис. 3: Диаграмма Фейнмана для резонансного вклада $eN \rightarrow eN\pi$

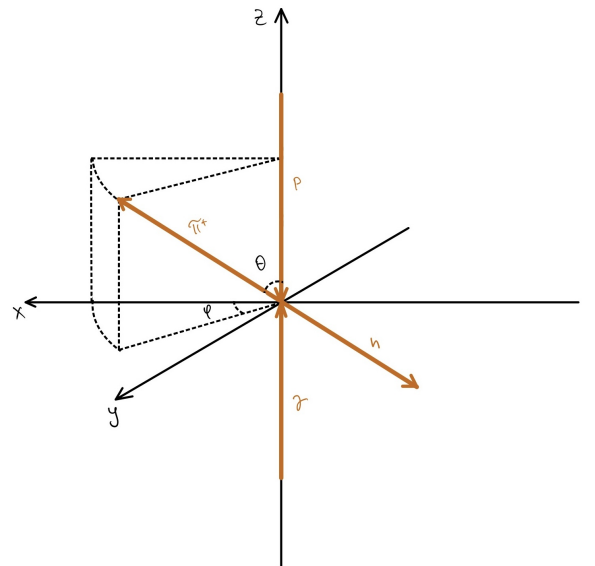


Рис. 4: Взаимодействие γ^*p в системе центра масс γ^*p

В то же время некоторые возбужденные состояния нуклона могут распадаться по различным каналам (см. Рис.1). Это обстоятельство дает дополнительное преимущество при анализе экспериментальных данных, так как позволяет не только сопоставить результаты исследований различных эксклюзивных каналов, но и иногда дополнить картину исследуемого объекта.

Помимо резонансного вклада $\gamma^* N \rightarrow N^*$ при исследовании реакций электророждения пионов, необходимо также учитывать нерезонансные процессы. В частном случае малых энергий достаточно рассматривать только борновское приближение: рождение одного пиона.

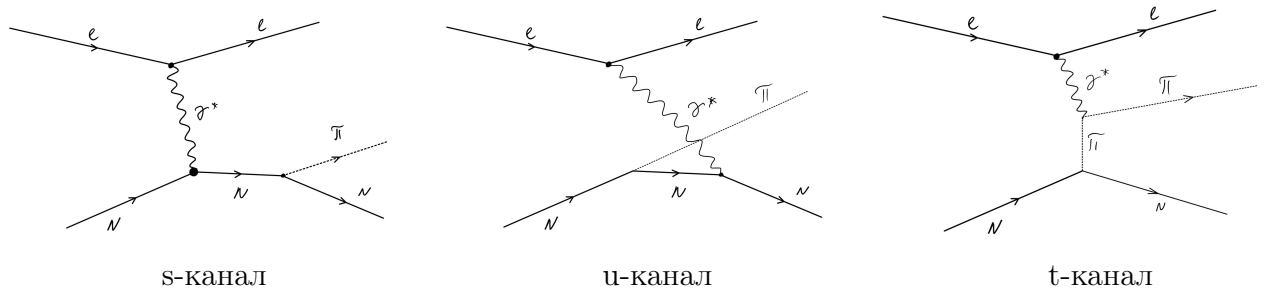


Рис. 5: Диаграммы Фейнмана для борновского приближения нерезонансных процессов

1.3 Описание эксклюзивных реакций электророждения мезонов на нуклоне

Для описания экспериментальных данных и их сопоставления удобно пользоваться такими наблюдаемыми величинами как дифференциальные сечения, асимметрии, структурные функции. С формальной точки зрения дифференциальное сечение вводится как произведение вероятности перехода, числа конечных состояний и обратной величины начальной плотности потока. В общем случае эта величина записывается как:

$$d\sigma = \frac{1}{4j \cdot (2S_A + 1) \cdot (2S_B + 1)} \cdot \sum_{S_A, S_B, S_f} |M|^2 \left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{2E_f (2\pi)^3} \right) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A + p_B - \sum_f p_f)$$

, где S_A, S_B - спиновые квантовые числа первичных частиц, S_f - спиновые квантовые числа вторичных частиц, j - инвариантный поток, $|M|^2$ - квадрат модуля инвариантной амплитуды процесса.

С физической точки зрения она является неким усреднением по спинам вероятности взаимодействия начальных частиц, с условием выполнения законов сохранения. Вся информация о динамике исследуемого процесса лежит в инвариантной амплитуде M . В случае неупругого рассеяния электрона на адроне $e + A \rightarrow e + F$ эту амплитуду можно представить через электромагнитные токи частиц, участвующих в процессе:

$$M = \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(P_{e'}) \gamma_\mu u(P_e) \langle F | J_\mu | A \rangle$$

- $e \langle F | J_\mu | A \rangle$ - матричный элемент оператора электромагнитного тока адронов между начальным адронным состоянием A и конечным адронным состоянием F .
- $e \bar{u}(P_{e'}) \gamma_\mu u(P_e)$ - электромагнитный ток электрона, связанный с переходом электрона из состояния с 4-импульсом P_e в состояние с 4-импульсом $P_{e'}$. Данные биспиноры $\bar{u}(P_{e'})$ и $u(P_e)$ удовлетворяют уравнению Дирака и нормированы на $2E$ (E - энергия электрона).

Таким образом, зная структуру матричного элемента, можно восстановить дифференциальное сечение.

На данный момент квантовая электродинамика (КЭД) дает хорошее представление о динамике электромагнитных процессов, что позволяет работать с электромагнитным током электрона. Другими словами, это значит, что подходов этой теории достаточно, чтобы решить любую задачу об упругом рассеянии бесструктурных заряженных частиц. В случае же электророждения мезонов необходимо знать механизмы сильного взаимодействия, что существенно усложняет описание взаимодействия в целом.

Существует большое множество разнообразных подходов описания оператора электромагнитного тока адронов. Различные формализмы отражают только определенные физические особенности рассматриваемых процессов. В частности, принято разбивать данное выражение на несколько независимых компонент, каждая из которых представляется в виде некоторой комбинации кинематических характеристик частиц, участвующих в процессе, таких как 4-импульсы и поляризации.

Наибольшим интересом на данный момент пользуются следующие подходы:

CGLN формализм

Данный подход был разработан для описания фоторождения мезонов в системе центра инерции (СЦИ) [5] в 1957 году и в дальнейшем дополнен для реакций электророждения [6]. В этом формализме исследуемая задача неупругого рассеяния с участием адрона рассматривается в импульсном представлении. Соответствующий матричный элемент представляется в виде $M(\gamma^* N \rightarrow \pi N) = \varphi_\pi^* \chi_2^+ F \chi_1$, где φ_π^* - волновая функция пиона, χ_1 и χ_2 - спиноры нуклонов в начальном и конечном состояниях, F - некоторая 2×2 матрица.

В общем виде матрица F представляется в виде суммы независимых комбинаций импульсов виртуального фотона и пиона, вектора поляризации фотона и матриц Паули. Так как пион является псевдоскалярной частицей, то учитываться должны только псевдоскалярные комбинации. Свободные множители при каждом из слагаемых называются скалярными амплитудами $F_i(W, Q^2, \cos \theta)$, $i \in \overline{1, 6}$

- F_1, F_2, F_3, F_4 - отвечают поглощению виртуальных фотонов с поперечной поляризацией
- F_5, F_6 - отвечают поглощению виртуальных фотонов с продольной поляризацией

Спиральные амплитуды

В данном формализме матричный элемент, характеризующий γ^*N взаимодействие, разбивается на сумму независимых спиральных амплитуд $f_{\lambda_2\lambda_1\lambda_\gamma}$. Каждая такая амплитуда соответствует определенной комбинации спиральностей частиц λ_i , участвующих во взаимодействии. λ_1 - спиральность начального нуклона, λ_2 - спиральность конечного нуклона, λ_γ - спиральность виртуального фотона.

$$f_{\lambda_2\lambda_1\lambda_\gamma} = \varepsilon_\mu(\lambda_\gamma)\langle N(\lambda_2)|J_\mu|N(\lambda_1)\rangle$$

Для описания процессов электророждения необходимо только 6 таких амплитуд: f_{+++} , f_{--+} , f_{+-+} , f_{-++} , f_{++0} , f_{+-0} .

На практике также удобно работать с другим определением спиральных амплитуд:

$$\begin{aligned} h_0^N &= f_{++0} \\ h_0^F &= f_{+-0} \\ h_\pm^N &= \frac{1}{\sqrt{2}}(f_{+++} \pm f_{--+}) \\ h_\pm^F &= \frac{1}{\sqrt{2}}(f_{+-+} \mp f_{-++}) \end{aligned}$$

, где амплитуды $h_+^{N,F}$ описывают поглощение поперечных виртуальных фотонов, вектор поляризации которых ортогонален плоскости реакции $\gamma^*N \rightarrow \pi N$, а амплитуды $h_-^{N,F}$ - поглощение поперечных виртуальных фотонов, вектор поляризации которых параллелен плоскости реакции. Индексы F и N показывают, что спин нуклона переворачивается или не переворачивается в результате реакции.

Мультипольные амплитуды

Этот подход удобен для описания процессов электророждения с определенным относительным орбитальным моментом пиона. Ввиду выполнения закона сохранения полного углового момента, вопрос сводится к изучению реакции $\gamma^*N \rightarrow \pi N$ в том случае, когда начальное и конечное состояния обладают определенным полным угловым моментом j .

Пусть полный момент конечной системы πN есть j . Тогда орбитальный момент пиона будет $l = j \pm \frac{1}{2}$, а полный момент фотона $j_\gamma = j \pm \frac{1}{2}$. Определенному значению момента фотона соответствует три состояния его поляризации. Каждому из состояний поляризации - две пространственные четности: $P_\gamma = (-1)^{j_\gamma+1}$ - магнитный тип, $P_\gamma = (-1)^{j_\gamma}$ -

электрический и скалярный типы.

Учет закона сохранения пространственной четности приводит к следующим возможным переходам:

- $M(j + \frac{1}{2}) \longrightarrow l_\pi = j + \frac{1}{2}; \quad M_{l-}$ - нуклон поглощает виртуальный фотон магнитного типа с полным угловым моментом $j + \frac{1}{2}$
- $M(j - \frac{1}{2}) \longrightarrow l_\pi = j - \frac{1}{2}; \quad M_{l+}$
- $E(j + \frac{1}{2}) \longrightarrow l_\pi = j - \frac{1}{2}; \quad E_{l+}$
- $E(j - \frac{1}{2}) \longrightarrow l_\pi = j + \frac{1}{2}; \quad E_{l-}$
- $S(j + \frac{1}{2}) \longrightarrow l_\pi = j - \frac{1}{2}; \quad S_{l+}$
- $S(j - \frac{1}{2}) \longrightarrow l_\pi = j + \frac{1}{2}; \quad S_{l-}$ - нуклон поглощает скалярный виртуальный фотон с полным угловым моментом $j - \frac{1}{2}$

Таким образом, любой процесс электророждения пиона с определенным значением полного момента конечной адронной системы описывается с помощью шести мультипольных амплитуд (мультиполей) E_{l+} , E_{l-} , M_{l+} , M_{l-} , S_{l+} , S_{l-} .

2 Цели работы

Основным источником информации о наблюдаемых процессах электророждения служит детектор CLAS12 национальной лаборатории Джефферсона. Специфика такого спектрометра позволяет исследовать особенности неупругого взаимодействия (e, p) в резонансной области. Нередко при работе с моделью данного детектора прибегают к использованию генераторов событий различных каналов.

Такие программы позволяют извлечь эффективность детектора и разработать критерии отбора событий, соответствующие особенностям поставленного эксперимента.

В рамках данной работы была поставлена задача разработать генератор событий однопсионных каналов π^+n и π^0p электророждения пионов на протоне.

$$e + p \rightarrow e + \pi^+ + n$$

$$e + p \rightarrow e + \pi^0 + p$$

Разработка данного генератора велась с опорой на модельные представления об исследуемых процессах. В частности, были использованы результаты вычисления наблюдаемых в резонансной области в рамках унитарной изобарной модели MAID [7].

3 Генератор

3.1 Дифференциальное сечение

Для расчета сечений исследуемых процессов используются значения мультиполей соответствующих каналов для орбитальных моментов пиона $l = \overline{0, 5}$. Данные по этим величинам были предоставлены JLab. Также их можно найти на сайте базы данных MAID [8].

Для описания процессов электро- и фоторождения в зависимости от выбранного формализма могут быть использованы различные варианты амплитуд: такие как спиральные, изоспиновые или, в случае этого генератора, CGLN - амплитуды. С помощью них можно выразить все наблюдаемые в сечении. Мультипольное разложение [5, 6, 7, 9] для амплитуд в этом формализме записывается как:

$$\begin{aligned}
F1 &= \sum_{l \geq 0} [(lM_{l+} + E_{l+})P'_{l+1}(\cos \theta) + ((l+1)M_{l-} + E_{l-})P'_{l-1}(\cos \theta)] \\
F2 &= \sum_{l \geq 1} [(l+1)M_{l+} + lM_{l-}] P'_l(\cos \theta) \\
F3 &= \sum_{l \geq 1} [(E_{l+} - M_{l+})P''_{l+1}(\cos \theta) + (E_{l-} + M_{l-})P''_{l-1}(\cos \theta)] \\
F4 &= \sum_{l \geq 2} [M_{l+} - E_{l-} - M_{l-} - E_{l-}] P''_l(\cos \theta) \\
F5 &= \sum_{l \geq 0} [(l+1)L_{l+}P'_{l+1}(\cos \theta) - lL_{l-}P'_{l-1}(\cos \theta)] \\
F6 &= \sum_{l \geq 1} [lL_{l-} - (l+1)L_{l+}] P'_l(\cos \theta),
\end{aligned} \tag{1}$$

где l - относительный орбитальный момент пиона, а полиномы Лежандра P_l используются как функции от $\cos \theta$. $E_{l\pm}$, $M_{l\pm}$, $L_{l\pm} = \frac{\omega}{|\vec{q}|} S_{l\pm}$ - электрические, магнитные и продольные мультиполи соответственно, зависящие от энергии W и величины переданного импульса Q^2 . ω , $|\vec{q}|$ - энергия и импульс виртуального фотона в системе центра инерции γ^*p .

Дифференциальное сечение электроорождения пиона можно записать в виде:

$$\frac{d^4\sigma_e}{dW dQ^2 d\Omega_\pi} = \Gamma_\gamma \frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_\pi}$$

$$\Gamma_\gamma(W, Q^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{E_0^2 m_p^2} \frac{W(W^2 - m_p^2)}{(1 - \varepsilon)Q^2}.$$

Здесь Γ_γ - поток виртуальных фотонов, α - постоянная тонкой структуры, E_0 - энергия пучка, ε - поляризация фотона.

$$\varepsilon = \left(1 + 2\left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) \tan^2 \frac{\theta_e}{2}\right)^{-1} \quad \nu = E'_e - E_0 = \frac{W^2 + Q^2 - M_p^2}{2M_p}$$

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_\pi} = \frac{d\sigma_t}{d\Omega_\pi} + \varepsilon \frac{d\sigma_l}{d\Omega_\pi} + \sqrt{2\varepsilon(1 + \varepsilon)} \frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_\pi} \cos \varphi + \varepsilon \frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_\pi} \cos 2\varphi + h\sqrt{2\varepsilon(1 - \varepsilon)} \frac{d\sigma_{lt'}}{d\Omega_\pi} \sin \varphi \quad (2)$$

Структурные функции $\frac{d\sigma_t}{d\Omega_\pi}$, $\frac{d\sigma_l}{d\Omega_\pi}$, $\frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_\pi}$, $\frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_\pi}$ и $\frac{d\sigma_{lt'}}{d\Omega_\pi}$ данного выражения выражаются через скалярные амплитуды:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_t}{d\Omega_\pi} &= \frac{|\vec{k}|}{k_0} \left(|F_1|^2 + |F_2|^2 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta (|F_3|^2 + |F_4|^2) - \operatorname{Re}(2 \cos \theta F_1^* F_2 - \right. \\ &\quad \left. - \sin^2 \theta (F_1^* F_4 + F_2^* F_3 + \cos \theta F_3^* F_4)) \right) \\ \frac{d\sigma_l}{d\Omega_\pi} &= \frac{|\vec{k}|}{k_0} \frac{Q}{\omega} (|F_5|^2 + |F_6|^2 + 2 \cos \theta \operatorname{Re}(F_5^* F_6)) \\ \frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_\pi} &= \frac{|\vec{k}|}{k_0} \sin^2 \theta \left(\frac{|F_3|^2 + |F_4|^2}{2} + \operatorname{Re}(F_1^* F_4 + F_2^* F_3 + \cos \theta F_3^* F_4) \right) \\ \frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_\pi} &= -\frac{|\vec{k}|}{k_0} \sqrt{\frac{Q}{\omega}} \sin \theta \operatorname{Re}((F_2^* + F_3^* + \cos \theta F_4^*) F_5 + (F_1^* + F_4^* + \cos \theta F_3^*) F_6) \\ \frac{d\sigma_{lt'}}{d\Omega_\pi} &= -\frac{|\vec{k}|}{k_0} \sqrt{\frac{Q}{\omega}} \sin \theta \operatorname{Im}((F_2^* + F_3^* + \cos \theta F_4^*) F_5 + (F_1^* + F_4^* + \cos \theta F_3^*) F_6), \end{aligned} \quad (3)$$

где $|\vec{k}|$ - модуль импульса пиона в системе центра масс $\gamma^* p$. k_0 - эквивалентная энергия реального фотона в системе центра масс $\gamma^* p$.

$$\begin{aligned} E_\pi &= \frac{W^2 + M_\pi^2 - M_p^2}{2W} & |\vec{k}| &= \sqrt{E_\pi^2 - M_\pi^2} \\ k_0 &= \frac{W^2 - M_p^2}{2W} & \omega &= \frac{W^2 - Q^2 - M_p^2}{2W} \end{aligned}$$

Таким образом, зная значения мультипольных амплитуд для определенной точки в пятимерном пространстве, можно восстановить в ней дифференциальное сечение процесса. База данных MAID предоставляет возможность работать с мультиполями вплоть до $l = 5$ значения относительного орбитального момента пиона.

Необходимо особенно выделить, что уже на этом этапе можно использовать произвольные значения углов разлета пиона, и дальнейшая интерполяция сечений будет проводиться

ся только по двум величинам W и Q^2 , что является неоспоримым преимуществом этого генератора.

3.2 Интерполяция сечений

Стоит отметить, что мультиполи были представлены только для определенных значений инвариантных величин и конечного числа орбитального момента пиона. Исходные данные с мультиполями представляют собой регулярную сетку в осях W , Q^2 и l для области $W \in [1.08, 2]$ ГэВ, $Q^2 \in [0, 5]$ ГэВ² и $l = \overline{0, 5}$. Учитывая, что величины $\cos \theta$ и φ явно присутствуют в выражениях (1), (2) и (3), значения дифференциального сечения могут быть вычислены для любых сгенерированных углов $\theta \in [0, \pi]$ и $\varphi \in [0, 2\pi]$ при определенных W и Q^2 из сетки.

Процедура генерации событий заключается в поиске сечения процесса для заданной точки в 5-мерном пространстве $(W, Q^2, \theta, \varphi, \varphi_e)$ и дальнейшем использовании его для набора статистики методом Монте-Карло.

Таким образом, интерполяция набора величин дифференциальных сечений для заданных значений углов θ и φ в ограниченной области W и Q^2 позволяет найти величину этого сечения для любой сгенерированной пары W_0 и Q_0^2 .

В данном генераторе были реализованы два метода интерполяции [10]:

- Билинейная: Требуется 4 бина (W, Q^2)
- Биквадратичная: Требуется 9 бинов (W, Q^2)

Суть этих методов заключается в последовательной линейной/квадратичной интерполяции значений дифференциального сечения сначала по одной оси W , а затем по другой Q^2 .

Как результат этой процедуры мы можем получить значение дифференциального сечения для любой точки выбранного пятимерного пространства.

От выбора метода будет зависеть время работы генератора. Из соотношения необходимого числа бинов можно сделать вывод, что биквадратичная интерполяция занимает примерно в 2 раза больше времени по сравнению с билинейной.

3.3 Методы генераций событий

Таким образом представленная процедура позволяет получить дифференциальное сечение рассеяния для любых значений кинематических величин, а учитывая энергетический масштаб рассматриваемого процесса, отпадает необходимость учитывать большие значения орбитальных моментов пиона. В дальнейшем эти рассчитанные величины используются при генерации событий. Для этой цели было реализовано 3 метода.

Метод Неймана (режекции)

Первый вариант данной процедуры заключается в генерации равномерно распределенных событий в пятимерном пространстве $(W, Q^2, \theta, \varphi, \varphi_e)$ и последующей их частичной отсечке, используя рассчитанные значения дифференциального сечения. Для каждого события генерируется случайное число из отрезка $[0, 1]$, которое сравнивается с рассчитанным ранее значением дифференциального сечения, нормированным на некое максимальное значение сечения процесса.

В дальнейшем производится отбор событий, для которых значение сгенерированного числа оказалось меньше рассчитанного значения сечения. Таким образом, происходит отсечка событий согласно распределению событий в пространстве кинематических переменных.

Данная процедура требует большого количества времени. В большинстве генератор отсекает большее число событий по сравнению с тем, что остается в выходном файле.

Метод Монте-Карло с Марковскими цепями

Данный вариант генерации событий заключается в применении метода Метрополиса-Гастингса [11]. Суть данной процедуры описывается как "блуждание" от одной точки кинематического пространства к другой, как по Марковской цепочке. Реализация алгоритма занимает 5 этапов:

1. Генерация базового события, то есть точки в пятимерном пространстве, и расчет для него дифференциального сечения S .
2. Генерация дополнительного события и расчет для него дифференциального сечения S_1 .
3. Расчет отношения сечений для дополнительного и базового событий S_1/S . Поиск вероятности перехода $P = \min(S_1/S, 1)$
4. Реализация алгоритма принятия решения: сравнение сгенерированного числа из отрезка $[0, 1]$ с вероятностью P . Если число меньше вероятности, то происходит переход к дополнительному событию, и в следующей итерации оно воспринимается как основное. В противном случае программа остается на базовом событии.
5. Повторить п.2 - п.4, пока не наберется достаточная статистика.

Каждый переход к следующей итерации приводит к записи базового события. Таким образом, время, затрачиваемое на набор статистики, значительно уменьшается по сравнению с предыдущим методом. Тем не менее, недостатком такого метода можно считать ограниченность в покрытии кинематической области сгенерированными событиями: "блуждания" событий редко заходят в область больших Q^2 , что делает итоговое распределение неэффективным.

Равномерное распределение событий с весами

Заключительный вариант набора статистики заключается в генерации равномерно распределенных событий в пятимерном пространстве $(W, Q^2, \theta, \varphi, \varphi_e)$ с весами.

Все события записываются в выходной файл. Каждому событию присваивается вес - значение дифференциального сечения. С помощью этого веса пользователь может сравнить вклад отдельного события с итоговым распределением. Таким образом пользователю генератора предоставляется возможность набрать большую статистику за меньшее время.

Преимущество этого метода заключается в полном покрытии доступной кинематической области событиями, что уже сейчас дает возможность сравнения их распределения в области высоких значений Q^2 с экспериментальными данными детектора CLAS и CLAS12.

3.4 Возможности генератора

Генератор представляет из себя программу, написанную на языке C++ с использованием специализированного пакета Root [12]. Работа с программой осуществляется при помощи текстового файла Input.txt, в котором записываются следующие входные параметры:

- энергия пучка E_0
- интересующая кинематическая область $\{(W, Q^2) : W \in [W_{min}, W_{max}], Q^2 \in [Q_{min}^2, Q_{max}^2]\}$
- спиральность начальных электронов $h = \pm 1$ для поляризованного пучка; $h = 0$ для неполяризованного пучка
- геометрические параметры мишени
- канал: $\pi^0 p, \pi^+ n, \pi^0 p \longrightarrow \gamma\gamma p$
- количество сгенерированных событий
- метод интерполяции
- распределение событий в выходном файле

Оптимальным выбором метода генерации событий является равномерное распределение событий с весами. В качестве весов записываются значения дифференциального сечения. Эта процедура подразумевает генерацию плоского распределения событий в 5-мерном пространстве $(W, Q^2, \cos \vartheta, \varphi, \varphi_e)$.

В результате работы программы создается выходной файл в формате lund [13]. Данный формат удобен при работе с моделью детектора CLAS12. Каждое событие в таком файле прописывается в отдельных блоках, кинематические характеристики для каждой частицы в таких блоках прописывается на отдельных строчках.


```

4 0 0 0 0 11 6.5 2212 0 0.
0 0 0 11 0 0 0.826464 -0.254854 4.61109 4.6915 0.0005 0 0 0
0 0 0 2212 0 0 0.0336969 0.334502 0.913891 1.35225 0.93827 0 0 0
0 0 0 22 0 0 0.464261 -0.282559 0.595707 0.806378 0 0 0 0
0 0 0 22 0 0 0.328506 -0.306797 0.379313 0.588148 0 0 0 0
    
```

4 Репрезентативные примеры работы генератора

Для сравнения представлены гистограммы, восстановленные из сгенерированных событий для каналов $\pi^0 p$ (слева) и $\pi^+ n$ (справа) при энергии неполяризованного пучка электронов $E_0 = 6.5$ ГэВ (Рис. 6).

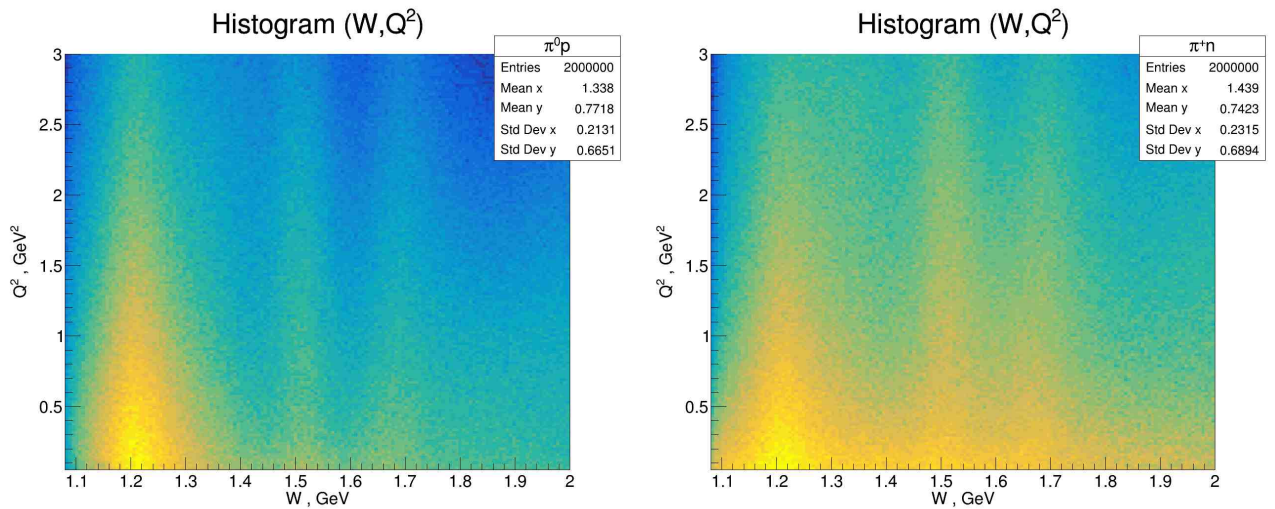


Рис. 6: Распределения событий по инвариантным величинам W и Q^2 : по оси абсцисс отложена инвариантная масса конечных адронов, по оси ординат виртуальность фотона.

На гистограммах выше показаны двумерные распределения для разных каналов. Третья ось показана цветом в логарифмическом масштабе. На гистограмме отчетливо видны резонансные структуры, соответствующие первой, второй и третьей резонансным областям.

На одномерных распределениях инвариантной массы (Рис. 7) отчетливо видны все три области:

1. Область 1.2 ГэВ: $P_{33}(1232)$ резонанс.
2. Область 1.5 ГэВ: Нуклонные резонансы $P_{11}(1440)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1535)$.
3. Область 1.7 ГэВ: Резонансы $P_{33}(1600)$, $S_{31}(1620)$, $S_{11}(1650)$.

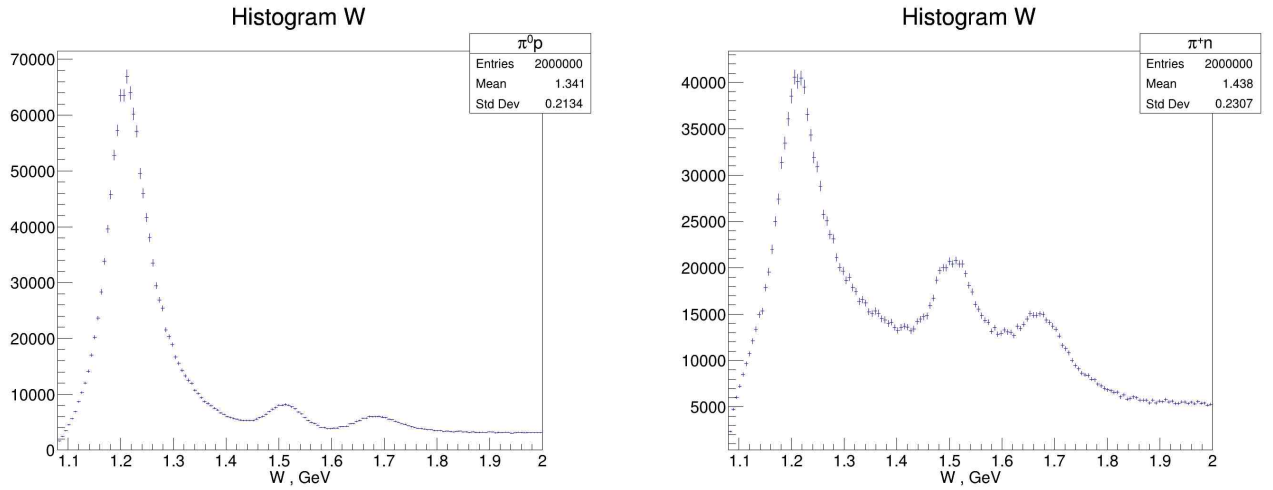


Рис. 7: Распределения событий по инвариантной массе W .

Гистограммы показывают, что $P_{33}(1232)$ резонанс вносит большой вклад в канал с нейтральным пионом, в то время как канал с заряженным пионом чувствителен как к $P_{33}(1232)$, так и к нуклонным резонансам. Более того на двумерных гистограммах можно увидеть, что вклад $P_{33}(1232)$ в канал с π^+ падает по сравнению с вкладами нуклонных резонансов с ростом переданного импульса Q^2 , что свидетельствует о согласованности модельных предсказаний с экспериментальными наблюдениями.

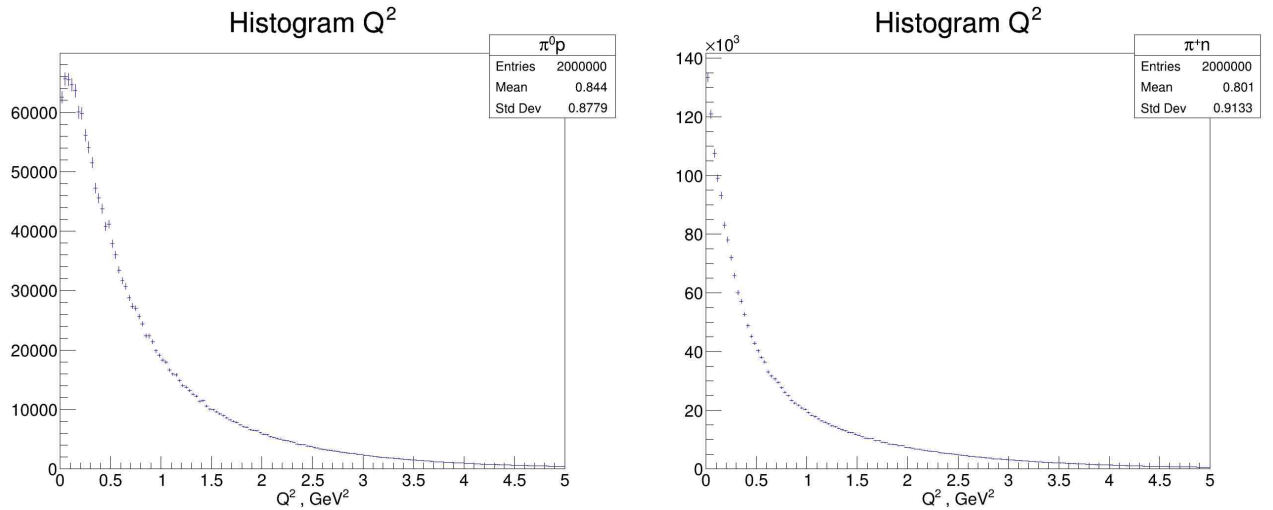


Рис. 8: Распределения событий по виртуальности фотона Q^2 .

Распределения по переданному импульсу соответствуют быстро убывающей функции. Как и следовало ожидать, события процесса будут преимущественно генерироваться для малых областей Q^2 . Этот факт повторно свидетельствует о преимуществе метода генерации событий с весами над другими, так как позволяет эффективно набрать статистику в большом диапазоне инвариантных величин, даже несмотря на колоссальную разницу в дифференциальном сечении.

4.1 Детектор CLAS

Для обоснованности полученных результатов было проведено сравнение с дифференциальными сечениями и структурными функциями, измеренными с помощью детектора CLAS. Все экспериментальные данные взяты из соответствующей базы данных. На данный момент она содержит обширную информацию о наблюдаемых исследуемого процесса и предоставляет доступ к дифференциальным сечениям, структурным функциям и асимметриям в широком диапазоне кинематических характеристик $\{W, Q^2, \cos \theta, \varphi\}$.

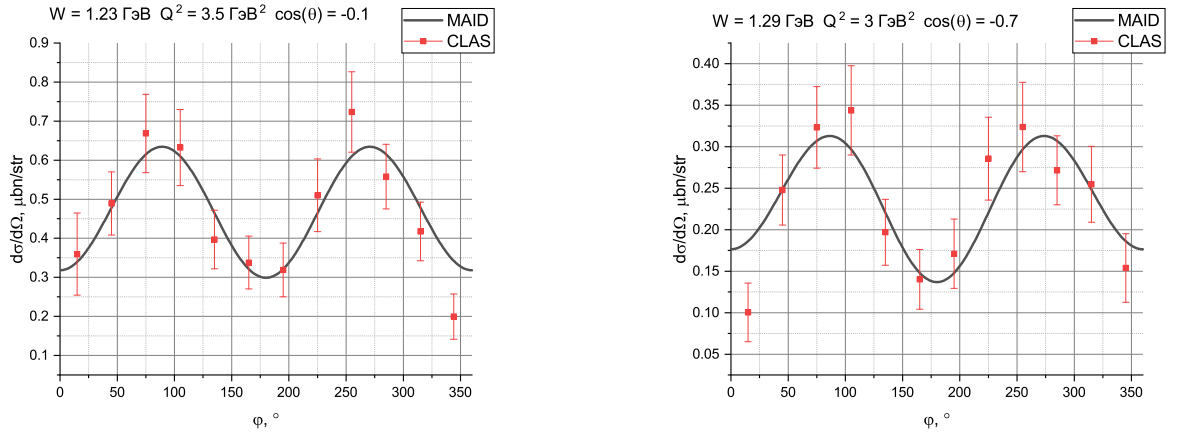


Рис. 9: Зависимость дифференциального сечения процесса γ^*p от азимутального угла пиона в системе центра масс γ^*p для канала π^0p с энергией неполяризованного пучка $E_0 = 5.75$ ГэВ.

На данных графиках показано сравнение дифференциальных сечений π^0p канала, извлеченных из базы данных CLAS и вычисленных генератором, для различных значений W , Q^2 , $\cos \theta$ и энергии пучка $E_0 = 5.75$ ГэВ. Стоит отметить, что для расчета выбранных наблюдаемых была использована встроенная в генератор процедура расчета дифференциального сечения. Зависимости представлены как функции от аргумента φ . Данные от генератора представлены в виде непрерывной функции.

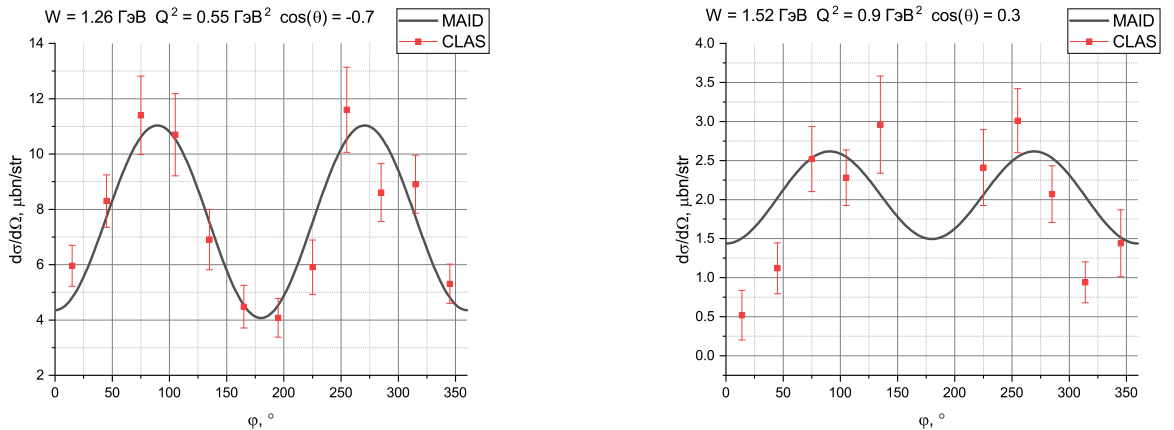


Рис. 10: Зависимость дифференциального сечения процесса γ^*p от азимутального угла пиона в системе центра масс γ^*p для канала π^0p с энергией неполяризованного пучка $E_0 = 6$ ГэВ.

Как видно из этих графиков, результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

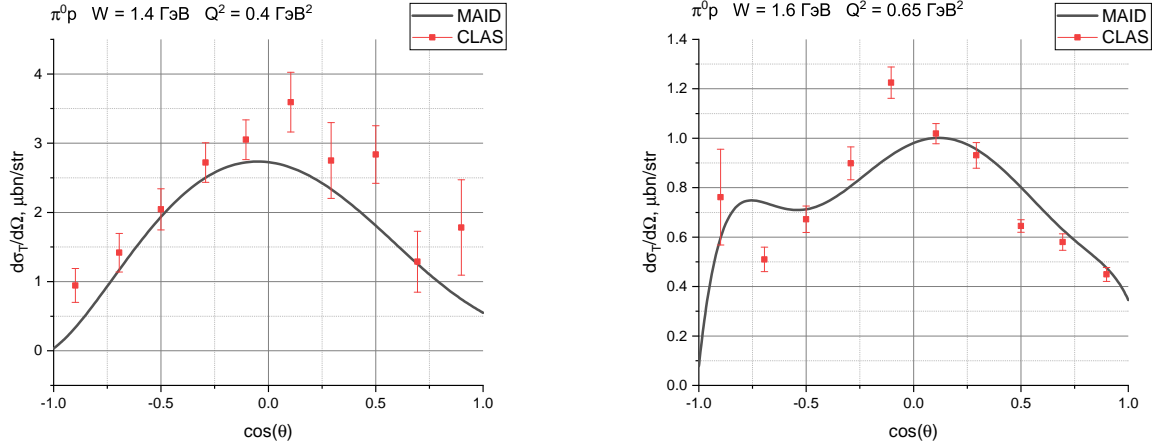


Рис. 11: Зависимость структурной функции $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$ от $\cos\theta$ для канала $\pi^0 p$ для различных значений W и Q^2 .

Эти графики представляют сравнение неполяризованных структурных функций в зависимости от $\cos\theta$. Соответствующие наблюдаемые были извлечены из дифференциальных сечений аппроксимацией экспериментальных данных непрерывной гладкой функцией [14].

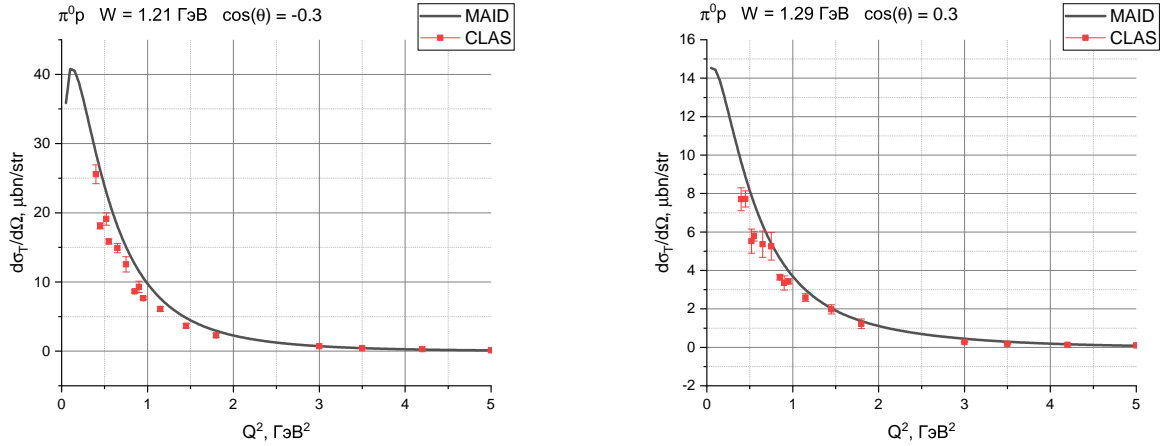


Рис. 12: Зависимость структурной функции $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$ от Q^2 для канала $\pi^0 p$ для различных значений W и $\cos\theta$.

Данные зависимости показывают поведение неполяризованных структурных функций от переданного импульса. Представленные графики демонстрируют особенности электромагнитного взаимодействия.

По аналогии с распределением на Рис. 8, неполяризованная часть дифференциального сечения исследуемого процесса быстро падает с ростом Q^2 .

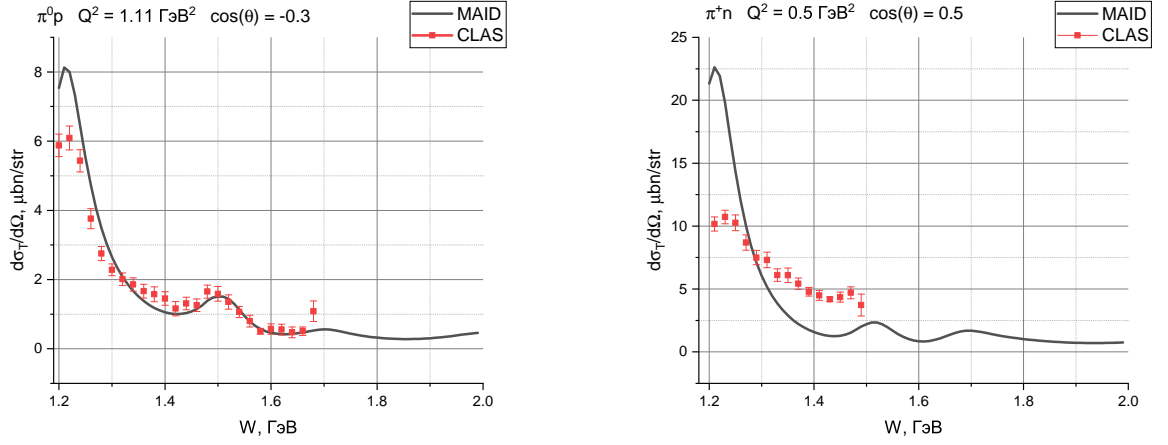


Рис. 13: Зависимость структурной функции $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$ от W для канала $\pi^0 p$ (слева), $\pi^+ n$ (справа) для различных значений Q^2 и $\cos\theta$.

Помимо дифференциального сечения, резонансные структуры будут также проявляться и в зависимостях поперечных структурных функций. Как видно из Рис. 13, основной вклад будет давать $P_{33}(1232)$ резонанс.

4.2 Сравнение с генератором, основанным на экспериментальных данных CLAS

Данный генератор не является единственным доступным инструментом для работы в резонансной области. В рамках этой работы было также проведено сравнение с генератором, основанным на экспериментальных данных CLAS (`genKYandOnePion`) [15]. На Рис. 14 приводится сравнение распределения для двух генераторов: описанного в данной работе (слева) и `genKYandOnePion` (справа). Программы генерируют очень близкие распределения.

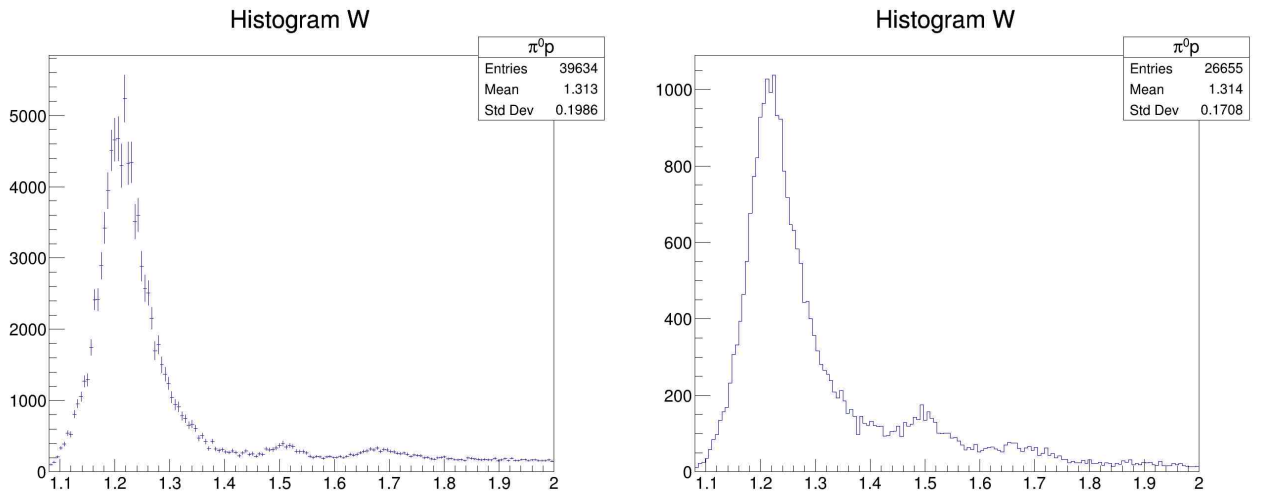


Рис. 14: Распределения событий по инвариантной массе W . Слева результат генерации на основе модели MAID, справа результат генерации `genKYandOnePion`.

4.3 Спиновые асимметрии пучка

Другой важной наблюдаемой для сравнения результатов генерации является спиновая асимметрия пучка. Специфика разработанной программы позволяет работать с определенными состояниями поляризаций пучка электронов. В данном случае процедура расчета дифференциального сечения (2) может быть использована для анализа асимметрий. Используя определение дифференциального сечения, получим:

$$\frac{\left. \frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_{\pi}} \right|_{h=+1} - \left. \frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_{\pi}} \right|_{h=-1}}{\left. \frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_{\pi}} \right|_{h=+1} + \left. \frac{d\sigma_{\gamma^*}}{d\Omega_{\pi}} \right|_{h=-1}} = \frac{\sqrt{2\varepsilon(1-\varepsilon)} \frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_{\pi}} \sin \varphi}{\frac{d\sigma_t}{d\Omega_{\pi}} + \varepsilon \frac{d\sigma_l}{d\Omega_{\pi}} + \sqrt{2\varepsilon(1+\varepsilon)} \frac{d\sigma_{lt}}{d\Omega_{\pi}} \cos \varphi + \varepsilon \frac{d\sigma_{tt}}{d\Omega_{\pi}} \cos 2\varphi}$$

Благодаря явной зависимости дифференциального сечения от азимутального угла пиона, генератор позволяет построить непрерывные зависимости.

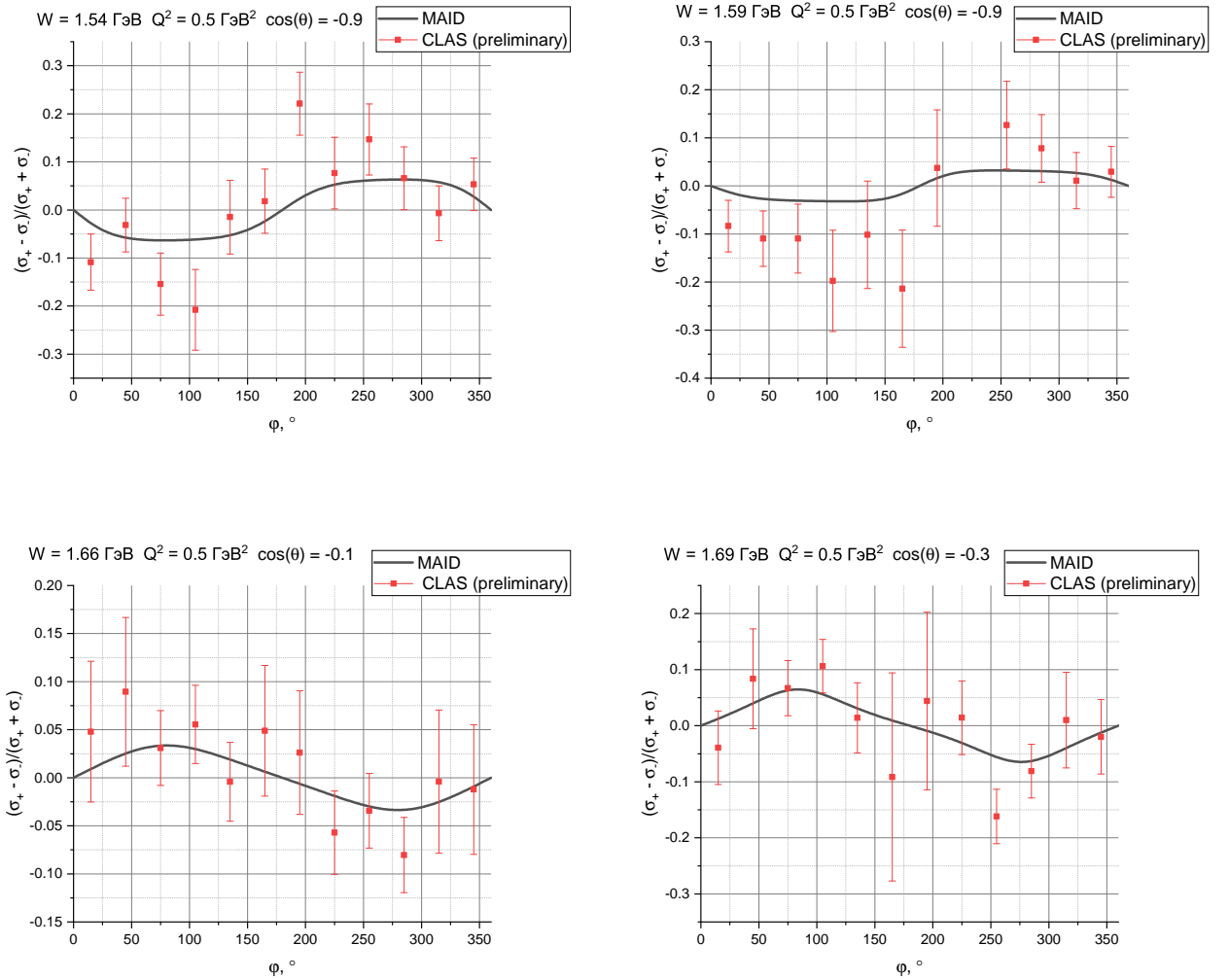


Рис. 15: Спиновые асимметрии пучка для различных значений W , Q^2 и $\cos \theta$ при энергии пучка электронов $E_0 = 2.036$ ГэВ.

5 Заключение

В рамках данной работы был разработан Монте-Карло генератор событий на основе модели MAID в области возбуждения нуклонных резонансов. Данный генератор позволяет формировать события однопионных каналов реакции электророждения на протоне. Преимущество такого подхода заключается в отличительном пространственном разрешении дифференциальных сечений. Интерполяция этих величин происходит только по переменным W и Q^2 . Программа позволяет использовать разные методы генерации событий, что значительно расширяет область ее применения.

Монте-Карло генераторы находят широкое практическое применение при работе с математическими моделями различных детекторов: при решении задач, связанных с извлечением эффективности, а также при разработке критериев отбора событий. В частности данный генератор будет привлечен для работы с детектором CLAS12 лаборатории им. Т. Джефферсона.

В настоящий момент генератор находится в общем доступе. Программу можно найти по ссылке <https://github.com/Maksaska/pi0p-pin-generator/tree/Project>

Список литературы

- [1] B. Krusche and S. Schadmand, “*Study of nonstrange baryon resonances with meson photoproduction,*” Prog. Part. Nucl. Phys. **51**, 399-485 (2003) doi:10.1016/S0146-6410(03)90005-6 [arXiv:nucl-ex/0306023 [nucl-ex]].
- [2] CLAS12 | Jefferson Lab <https://www.jlab.org/research/hall-b/clas12>
- [3] CLAS Physics Database, <https://clas.sinp.msu.ru/cgi-bin/jlab/db.cgi>
- [4] D. S. Carman, K. Joo and V. I. Mokeev, “*Strong QCD Insights from Excited Nucleon Structure Studies with CLAS and CLAS12,*” Few Body Syst. **61**, no.3, 29 (2020) doi:10.1007/s00601-020-01563-3 [arXiv:2006.15566 [nucl-ex]].
- [5] G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low and Y. Nambu, “Relativistic dispersion relation approach to photomeson production,” Phys. Rev. **106**, 1345-1355 (1957) doi:10.1103/PhysRev.106.1345
- [6] F. A. Berends, A. Donnachie and D. L. Weaver, “Photoproduction and electroproduction of pions. 1. Dispersion relation theory,” Nucl. Phys. B **4**, 1-53 (1967) doi:10.1016/0550-3213(67)90196-4
- [7] D. Drechsel, S. S. Kamalov and L. Tiator, “*Unitary Isobar Model - MAID2007,*” Eur. Phys. J. A **34**, 69-97 (2007) doi:10.1140/epja/i2007-10490-6 [arXiv:0710.0306 [nucl-th]].
- [8] MAID database, <https://maid.kph.uni-mainz.de/maid2007/mult.html>
- [9] Amaldi E., Fubini S. and Furlan G. 1979 *Pion Electroproduction* (Springer Tracts in Modern Physics **83**) (Berlin: Springer) p1
- [10] Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. 2013 *Численные методы* Кн. **1**. ”Численный анализ”
- [11] Пытьев Ю.П., Шишмарев И.А. 2010 *Теория вероятностей, математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков*
- [12] ROOT Data analysis framework, <https://root.cern/>
- [13] The LUND format description <https://gemc.jlab.org/gemc/html/documentation/generator/lund.html>
- [14] А. Д. Булгаков, А. А. Голубенко, М. М. Давыдов, Е. Л. Исупов, Б. С. Ишханов, В. И. Мокеев, А. Г. Насртдинов, В. В. Чесноков, “Структурные функции эксклюзивных каналов электророждения π^+n и π^0p из данных CLAS,” ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2021, том **85**, № 5, с. 627–633

- [15] В. Буркерт, Е. Н. Головач, Р. Готе, Е. Л. Исупов, Б. С. Ишханов, В. А. Клименко, В. И. Мокеев, Ю. А. Скородумина, Г. В. Федотов, “Оценка интегральных сечений реакций эксклюзивного электророждения пионов и каонов на протонах в резонансной области при виртуальностях фотонов от 5 до 12 ГэВ²,” ВМУ. Серия 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 2018. № 4. С. 3–11.