

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**“ЭФФЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕЙТРИНО С ВЕЩЕСТВОМ И
ИХ ВОЗМОЖНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ”**

Выполнил студент
413 группы
Левков Анатолий Александрович

Научный руководитель:
к.ф-м.н., доцент
Широков Евгений Вадимович

Допущена к защите
Зав.кафедрой

Москва
2020

Содержание	
Введение	3
1. Формализм масс нейтрино	4
2. Вероятности нейтринных осцилляций	11
3.1. Нейтринные осцилляции в вакууме	11
3.2 Нейтринные осцилляции в среде с постоянной плотностью	12
3.3 Осцилляции нейтрино в веществе с переменной плотностью	15
3. Моделирование эффекта Михеева-Смирнова-Вольфенштейна, расчет вероятности нейтринных осцилляций	17
4.1. Теоретическая модель земли PREM	17
4.2 Программный пакет GLoBES	17
4.3 Моделирование нейтринных осцилляций	18
Выводы	25
Список литературы	26

Введение

Существование нейтрино было предсказано в прошлом веке В.Паули. В своем письме Тюбингенскому научному обществу он писал, что существует частица с полужелтым спином и близкой к нулю массой. Такое предположение было сделано из-за того что не выполнялся закон сохранения энергии, импульса и углового момента в бета распаде ядер[1][2]. Позже эта частица была названа нейтрино.

Паули считал, что из-за малого сечения взаимодействия этой частицы с веществом ее не смогут обнаружить. Но в 1953-1956 гг. Райнес и Коуэн в своем эксперименте смогли зарегистрировать антинейтрино от реактора. В современной нейтринной физике данное нейтрино назвали бы электронным (ν_e). Позже были обнаружены и другие виды нейтрино.

Мюонное (ν_μ), экспериментально частица была обнаружена в 1962 году группой исследователей под руководством Леона Ледермана, Мелвина Шварца и Джека Стейнбергера, а также тау (ν_τ), об экспериментальном открытии которого было объявлено в июле 2000 года коллаборацией DONUT. Наблюдая за развитием нейтринной физики, можно с уверенностью сказать что интерес к этой частице будет сохраняться еще очень долгое время.

Тем не менее, число нерешенных вопросов нейтринной физики очень велико. Например, еще не известны многие параметры осцилляции нейтрино, также остается неизвестной точная иерархия масс нейтрино. Так же достоверно точно нам еще не удалось наблюдать нейтринные осцилляции, процесс, как считается, ответственный за дефицит солнечных нейтрино. Решение этих вопросов может понять нейтрино и эффекты связанные с ним лучше, а так же применить эти знания для решения практических задач. В данной работе будет рассмотрена одна из таких задач, а именно моделирование строения нашей планеты Земля.

Актуальность данной темы обусловлена тем, что на сегодняшний день, используя сейсмологические и другие методы исследования, мы однозначно не получили модель внутреннего строения Земли. Решением данной проблемы могут стать нейтрино из-за своего малого сечения взаимодействия они могут пройти всю планету Земля так, как если бы это было пустое пространство.

Поэтому, применяя знания о взаимодействии нейтрино с веществом, а именно эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна (МСВ) мы можем

получить информацию о том что происходило с нейтрино на пути через Землю, а следовательно и построить модель строения Земли.
Также будет смоделировано возможность применения МСВ эффекта в данной работе.....

1. Формализм масс нейтрино

Для описания нейтринной физики удобно работать в терминах общего нейтринного лагранжиана, в который входят дираковский, майорановский массовые члены, а также член слабого взаимодействия, он необходим для того чтобы нейтринные поколения были связаны с векторными бозонами. Первое, с чего нужно начать это преобразование симметрии, которое необходимо для построения лагранжиана, который описывает нейтринные поля.

Пространственно-временная симметрия

1. Однородное преобразование Лоренца, где преобразуются трехмерные координаты пространства-времени $x = x_\mu$ ($\mu = 1, 2, 3, 4$)

где преобразование

$$x'_\mu = L_{\mu\lambda} x_\lambda \quad (1)$$

сохраняет инвариантный интервал

$$x'_\mu x'_\mu = L_{\mu\lambda} x_\lambda L_{\eta\rho} x_\rho = \delta_{\lambda\rho} x_\lambda x_\rho = x_\lambda x_\lambda = inv \quad (2)$$

где матрица L удовлетворяет

1) Ортогональности

$$L_{\mu\lambda} x_\lambda L_{\eta\rho} = \delta_{\lambda\rho} \quad (3)$$

2) Унитарности

$$\det L = 1 \quad (4)$$

2. Дискретные преобразование, где мы будем использовать матрицы Дирака γ^μ

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \\ \gamma_5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где σ_i это матрицы Паули

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Дираковские матрицы удовлетворяют

$$\gamma^{\mu\lambda} + \gamma^{\lambda\mu} = 2g^{\mu\lambda}, \quad \mu, \lambda = 0, 1, 2, 3. \quad (7)$$

Зарядовое сопряжение

$$\Psi^C = \eta_C S \overline{\Psi^T} \quad (8)$$

Матрица C удовлетворяет условиям

$$C\bar{\gamma}C^{-1} = -\gamma^\mu \quad (9)$$

$$C^T = -C$$

Также унитарность

$$C^H = C^{-1} \quad (10)$$

Теперь рассмотрим лагранжиан свободного фермиона с массой m

$$L_\psi = \bar{\psi}(x)(\gamma^\mu i\partial_\mu - m)\psi(x) \quad (11)$$

Данный лагранжиан приводит к уравнению Дирака

$$\bar{\psi}(x)(\gamma^\mu i\partial_\mu + m)\psi(x) = 0 \quad (12)$$

Также комплексно сопряженный к нему

$$[-i(\gamma^\mu)^T \partial_\mu - m]\bar{\psi}^T(x) = 0 \quad (13)$$

Можно представить в виде

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi^C(x) = 0 \quad (14)$$

Где $\psi^C(x) = C\bar{\psi}(x)$ - поле, которое сопряжено по заряду по отношению к $\psi(x)$

Теперь введем операторы проектирования на спиральность частицы

$$P_L = \frac{1 + \gamma_5}{2}, \quad P_R = \frac{1 - \gamma_5}{2}, \quad (15)$$

Которые удовлетворяют условиям

$$P_L + P_R = 1, \quad P_{L,R}^2 = P_{L,R} \quad (16)$$

Для поля состоящего из фермионов общее решение уравнения Дирака является линейной комбинацией плоских волн с амплитудами $a(p,s)$ и $b^+(p,s)$:

$$\psi(x) = \sum_{p,s=\pm 1/2} \frac{1}{\sqrt{2k}} [a(p,s)u(p,s)\exp(-ipx) + b^+(p,s)u^C(p,s)\exp(ipx)]$$

(17)

в этом выражении суммирование идет по $p \in (-\infty, \infty)$ и по всем значениям s , $u(p, s)$ и $u^+(p, s) = \bar{C}u(p, s)$ это амплитуда разложения в ряд Фурье

$$u(p, s) = \begin{pmatrix} \sqrt{k+m} \chi(s) \\ \sqrt{k-m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \chi(s) \end{pmatrix} \quad (18)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$, а $\chi(s)$ - это двухкомпонентный спинор, спиральные состояния которого :

$$\chi\left(\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi\left(-\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

отвечают проекциям $s = +1/2$ и $-1/2$

Состояние свободного нейтрино можно определить, если подействовать оператором P_L (15) на волновую функцию

$v(x) = u(p, s) \exp(-ipx)$:

$$\begin{aligned} v_L &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} (\sqrt{k+m} - \sqrt{k-m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \chi(s) \\ -(\sqrt{k+m} + \sqrt{k-m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \chi(s) \end{array} \right\} \exp(-ipx) \simeq \\ &\simeq \sqrt{k} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1 - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}}{2} \chi(s) \\ -\frac{1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}}{2} \chi(s) \end{array} \right\} \exp(-ipx). \end{aligned} \quad (20)$$

Теперь поработаем с фермионным лагранжианом (11): подставим в него наши левокиральные и правокиральные нейтринные поля

$$v_{iL} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)v_i, \quad v_{iR} = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)v_i \quad (i = e, \mu, \tau) \quad (21)$$

Так же рассмотрим случай нулевой массы нейтрино, тогда лагранжиан преобразуется:

$$L_v = \sum_i^n (\bar{v}_{iL} \gamma^\mu i \partial_\mu v_{iL}) + \sum_i^n (\bar{v}_{iR} \gamma^\mu i \partial_\mu v_{iR}) \quad (22)$$

В этом случае возникает киральная симметрия относительно замены волновых функций:

$$v'(x) = \exp\left(-\frac{i\gamma_5 \omega}{2}\right) v(x), \quad \bar{v}'(x) = \bar{v}(x) \exp\left(-\frac{i\gamma_5 \omega}{2}\right) \quad (23)$$

где, ω число произвольное, и при этом лагранжиан, является кирально инвариантным. Но все меняется если учесть, что масса все таки есть. Введем в рассмотрение массовый член $m_v (\bar{v}v)$ тогда можно наблюдать, что симметрии лагранжиана нарушается, относительно киральных преобразований. Уравнения Дирака при этом сильно усложняются. Чтобы их решить вводят матрицы дираковского и майрановского типа, данные матрицы осуществляют связь между левокиральными и правокиральными компонентами поля и сопряженного поля. После преобразований, которые показаны в [3][4] можно получить, что левая компонента нейтрино может быть записана

$$(\nu_j)_L = \sum_i U_{ji} (\nu_i)_L, \quad (24)$$

в этой формуле интересна матрица U_{ij} - это унитарная матрица смешивания, ее можно привести к виду аналогичному матрице Кабибо-Кобаяши-Маскавы[5] для кварков:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & S_1 C_3 & S_1 S_3 \\ -S_1 C_2 & K_1 & K_2 \\ S_1 S_2 & K_3 & K_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix},$$

Где

$$S_i = \sin\theta_i, \quad C_i = \cos\theta_i, \quad K_1 = C_1 C_2 C_3 - S_1 S_3 \exp(i\varphi), \quad K_2 = C_1 C_2 S_3 - S_2 C_3 \exp(i\varphi), \\ K_3 = -C_1 S_2 C_3 - S_2 S_3 \exp(i\varphi), \quad K_4 = -C_1 S_2 S_3 + C_2 C_3 \exp(i\varphi), \quad i = 1, 2, 3.$$

Данная унитарная матрица смешивания также имеет название - матрица Понтекорво-Маки-Нагасава-Саката. Ее можно представить как

произведение трех унитарных матриц вращения [6] с помощью трех углов смешивания θ_{12} , θ_{23} , θ_{13} и комплексной CP-нарушающей фазой δ

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$

Если мы сможем наблюдать нейтринные осцилляции то мы с уверенностью можем сказать, что у нейтрино есть масса. Ведь для того чтобы были осцилляции требуется наличие массового состояния нейтрино. Разделение на такие части в матрице U_{ij} не просто так, они отражают различные области исследования осцилляций: атмосферные, реакторные, а также солнечные нейтрино.

К сожалению на данный момент мы не можем точно измерить массу нейтрино, но мы можем измерить разницу между квадратами масс $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ($i, j = 1, 2, 3$) эти дельты соответствуют различным собственным массовым состояниям. При более детальном рассмотрении модели нейтринных осцилляций можно выделить две независимые разности квадратов масс нейтрино:

1) $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{sol}^2 > 0$ данная разность квадрата масс вычисляется на экспериментах с длинной базой

2) Δm_{atm}^2 Она вычисляется на экспериментах, работающих с атмосферными нейтрино

Мы можем сделать вывод, что для определения Δm_{atm}^2 либо как Δm_{31}^2 либо как Δm_{32}^2 . А так как $|\Delta m_{sol}^2| \ll |\Delta m_{atm}^2|$ и это означает, что

$$\Delta m_{21}^2 \equiv \Delta m_{sol}^2 \ll |\Delta m_{31}^2| \simeq |\Delta m_{32}^2| \simeq \Delta m_{atm}^2$$

может существовать две возможные массовые иерархии

1) $m_1 < m_2 < m_3$ - нормальная иерархия

2) $m_3 < m_1 < m_2$ - инверсная иерархия

3) $m_1 < m_3 < m_2$ - данная иерархия запрещена

Далее приведено изображение, где показано, как массовые состояния распределены внутри смешанных состояний $(\nu_e \nu_\mu \nu_\tau)$ в случае нормально и инверсной иерархии.

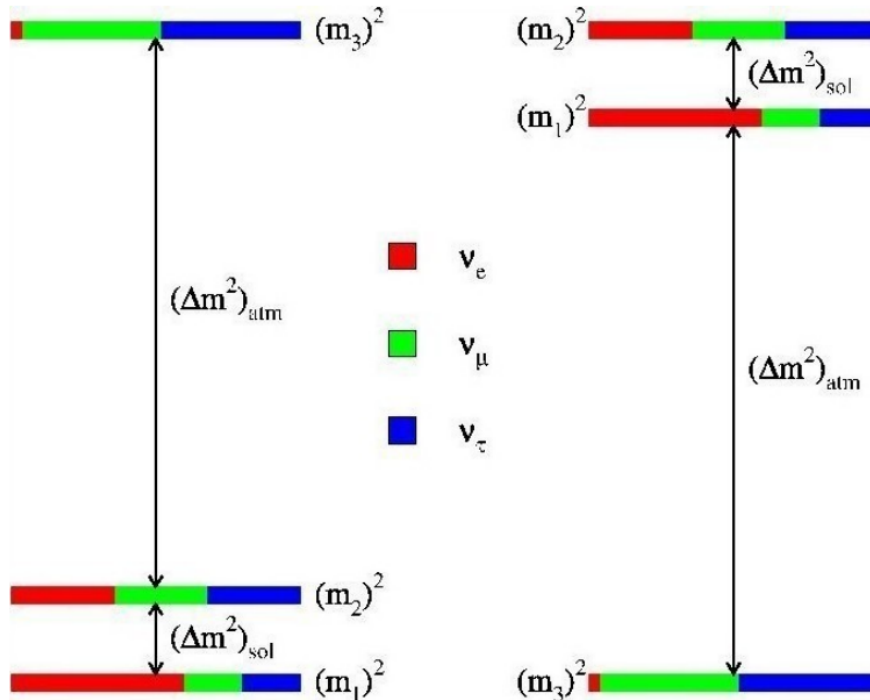


Рис.1 Возможные массовые иерархии.

Если ученые смогут узнать о массовой иерархии лучше, это поможет им понять механизм генерации масс, как смешиваются лептоны и как на это влияют разные симметрии. Однако на сегодняшний день ни один экспериментов не подтвердил одну из этих иерархий.

Изучение нарушения δ_{CP} у нейтрино могло бы дать ответ является ли эта частица ответственная за барионную асимметрию вещества.

2. Вероятности нейтринных осцилляций

Для того чтобы была понятна возможно ли с помощью нейтрино построить модель Земли нам необходимо понять как нейтрино взаимодействует с веществом не только на уровне теории, но и численно, поэтому нам необходимо научиться рассчитывать вероятности нейтринных осцилляций. Из параметров мы будем иметь: матрицу смешивания, которая является унитарной, энергию нейтрино и длину пролета. Но рассматривать нейтринные осцилляции в веществе пока далеко, нужно начать с малого, а именно с осцилляций в вакууме.

2.1. Нейтринные осцилляции в вакууме

Перепишем формулу (24) в более простом виде

$|\nu_i\rangle = U_{ij}^* |\nu_j\rangle$, где $\alpha = e, \mu, \tau$; $k = 1, 2, 3$.

Исходя из уравнения Шредингера - амплитуда волновых функций массового состояния осциллируют со временем.

$$i \frac{d}{dt} \nu = H \nu, \quad \nu = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (26)$$

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} \approx p + \frac{m_k^2}{2p} \approx E + \frac{m_k^2}{2E}. \quad (27)$$

Запишем зависимость волновой функции от времени

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k,\gamma} U_{\alpha k}^* U_{\gamma k} e^{-iE_k t} |\nu_\gamma\rangle \quad (28)$$

Если учесть, что $E \approx p$, $L = ct$ то матричные элементы при переходе одного аромата в другой получаются

$$A(\alpha \rightarrow \beta; t) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t} = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-i \frac{m_k^2}{2E} L}. \quad (29)$$

И, следовательно, вероятности перехода будут равны квадрату матричного элемента

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = |A(\alpha \rightarrow \beta; t)|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{i\Delta_{kj}}, \quad (30)$$

Мы получили значения для вероятности нейтринных осцилляций в вакууме, но как показывает практика этих знаний оказывается недостаточно, потому что данные выражения не учитывают, что нейтрино могут проходить сквозь среду. Например, солнечные нейтрино проходят через толщу Солнца, в нашем случае нейтрино проходящую через Землю.

2.2 Нейтринные осцилляции в среде с постоянной плотностью

Если на пути нейтрино стоит вещество, то картина нейтринных осцилляций сильно изменится. Виной тому преломление нейтрино при прохождении его через вещество. Применяя оптическую теорему для нейтрино можно определить коэффициент преломления n для нейтрино с ароматом l и импульсом :

$$p_v^2(n - 1) = 2\pi N f_l(0), \quad (31)$$

f - это амплитуда рассеяния вперед, возникающая благодаря слабому взаимодействию, N плотность рассеивающих центров.

Рассматривая амплитуду рассеяния подробнее, можно заметить, что эта амплитуда состоит из двух частей:

- 1) Общая для нейтрино всех ароматов и ее можно описать с помощью диаграммы Фейнмана.
- 2) Разная для нейтрино всех трех ароматов, которая связана с тем, что нейтрино по разному взаимодействуют с электронами среды за счет вклада заряженного тока в рассеяние.

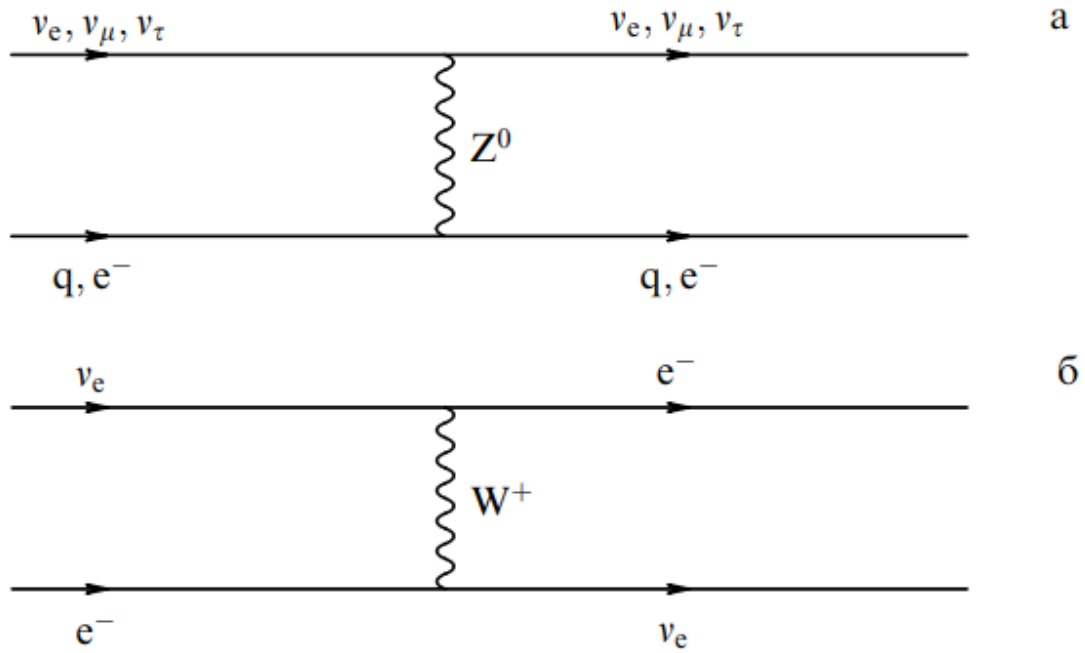


Рис 2. Диаграммы Фейнмана, описывающие взаимодействие нейтрино с веществом: (а) Вклад нейтрального тока; (б) Вклад заряженного тока

Из вычислений диаграмм можно получить, что амплитуда рассеяния на электронах среды у электронных нейтрино больше чем у мюонного и таонного на величину

$$\Delta f(0) = f_e(0) - f_{\mu, \tau}(0) = -\sqrt{2} \frac{G_F p_\nu}{2\pi}, \quad (32)$$

Где $G_F = 10^{-5} M_p^{-2}$ – константа Ферми, M_p – масса протона

Результаты впервые был получен Вольфенштейном, который показал, что осцилляции в веществе отличаются от осцилляций в вакууме.

Этот вклад в амплитуду рассеяния приводит к изменению W-оператора энергии, а именно добавка нового члена, который является потенциальной энергией взаимодействия электронного нейтрино с веществом.

$$E_i \simeq p_\nu + \frac{m^2}{2p_\nu} + W = p_\nu + \frac{m^2}{2p_\nu} + \sqrt{2} G_F N_e, \quad (33)$$

Где N_e - плотность электронов в среде.

$$W = -\frac{2\pi\Delta f(0)N_e}{p_\nu}. \quad (34)$$

Тогда эволюция волновой функции описывается вектором

$$|v_e(t)\rangle = \exp\left[-it\left(\frac{m^2}{2p_\nu} + \sqrt{2}G_F N_e\right)\right]|v_e(0)\rangle. \quad (35)$$

Теперь рассмотрим уравнение Шредингера, которые будут описывать осцилляции нейтрино от электронного в мюонное или таонное

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} v_e \\ v_{\nu,\tau} \end{pmatrix} = H\begin{pmatrix} v_e \\ v_{\nu,\tau} \end{pmatrix},$$

$$H \equiv E_i. \quad (36)$$

В прошлом пункте было показано, что решение уравнения Шредингера в вакууме приводит к собственным значениям энергии вида:

$$E_2 - E_1 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E_\nu} = \pm \frac{\Delta m^2}{2E_\nu}, \quad (37)$$

А в веществе:

$$E_2 - E_1 = \pm \left[\left(\pm \frac{\Delta m^2 \cos(2\theta)}{2E} - \sqrt{2}G_F N_e \right)^2 + \left(\pm \frac{\Delta m^2 \sin(2\theta)}{2E} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (38)$$

Введем величину характерного нейтрино-электронного взаимодействия

$$L_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}G_F N_e} \simeq \frac{1,6 \times 10^4 \text{ [км]}}{\rho}. \quad (39)$$

Данную величина называется длина Вольфенштейна

Теперь мы можем написать вероятность того, что нейтрино не будет осциллировать

$$P(\nu_e \leftrightarrow \nu_e) = 1 - \frac{\sin^2(2\theta)}{\omega^2} \sin^2\left(\frac{\omega\pi L}{L_{\text{vac}}}\right), \quad (40)$$

А также вероятность того, что нейтрино будет осциллировать

$$P(\nu_e \leftrightarrow \nu_{\mu,\tau}) = \frac{\sin^2(2\theta)}{\omega^2} \sin^2\left(\frac{\omega\pi L}{L_{\text{vac}}}\right), \quad (41)$$

Где

$$\omega = \left[1 - 2 \cos(2\theta) \frac{L_{\text{vac}}}{L_0(\rho)} + \left(\frac{L_{\text{vac}}}{L_0(\rho)} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (42)$$

2.3 Осцилляции нейтрино в веществе с переменной плотность

При проходе нейтрино через вещество с переменной плотностью можно наблюдать практически полный переход нейтрино одного аромата в другой.

Для того, чтобы описать осцилляции в веществе с переменной плотностью нужно внести изменение в уравнение Шредингера (34), а именно изменить оператор H :

$$H(\tau) = \omega(\tau) \cdot \sigma \quad (43)$$

Где $\tau = \pi L / L_{\text{vac}}$, $\omega(\tau) = (-\sin(2\theta), 0, \cos(2\theta) - L_{\text{vac}}/L_0(\tau))$, σ – матрицы Паули.

В явном виде:

$$H = \pi \begin{pmatrix} \frac{\cos(2\theta)}{L_{\text{vac}}} - \frac{1}{L_0(t)} & -\frac{\sin(2\theta)}{L_{\text{vac}}} \\ -\frac{\sin(2\theta)}{L_{\text{vac}}} & -\frac{\cos(2\theta)}{L_{\text{vac}}} + \frac{1}{L(t)} \end{pmatrix} \quad (44)$$

где $t=L/c=L$, тогда

$$\begin{pmatrix} |v_l(t)\rangle \\ |v_{l'}(t)\rangle \end{pmatrix} = T \exp \left[-i \int_0^t H(t) dt \right] \begin{pmatrix} |v_l(0)\rangle \\ |v_{l'}(0)\rangle \end{pmatrix} \quad (45)$$

Согласно [14] можно исключить компоненту $|v_l\rangle$ привести (43) к уравнению второго порядка для $|v_{l'}\rangle \equiv \xi$:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + f(t)\xi = 0,$$

$$f(t) = \pi^2 \left[\frac{1}{L_0^2(t)} - \frac{2 \cos(2\theta)}{L_{\text{vac}} L_0(t)} + \frac{1}{L_{\text{vac}}^2} \right] + i\pi \frac{d}{dt} \frac{1}{L_0(t)} \quad (46)$$

с начальными условиями:

$$\xi(0) = 0, \quad \frac{d\xi(0)}{dt} = i \sin(2\theta). \quad (47)$$

Решая уравнения (46), с начальными условиями (47), можно прийти к вероятности:

$$P(v_l \leftrightarrow v_{l'}) = |\xi(t)|^2 \quad (48)$$

В случае постоянной плотности $\rho(t) = \rho = \text{const}$, вероятность (48) будет равняться вероятности (41)

Хочется отметить, что амплитуды рассеяния $v_l l \leftrightarrow v_{l'} l$ противоположна по знаку амплитуде $\bar{v}_l l \leftrightarrow \bar{v}_{l'} l$, это равносильно замене знака характерной длины Вольфенштейна $L_0 \rightarrow -L_0$.

Следовательно резонансный эффект возможен как для антинейтрино так и для нейтрино, но не одновременно. Это означает, что при наблюдении осцилляции в веществе мы имеем возможность определить точный знак

$$L_{\text{vac}} \propto (|m_2^2 - m_1^2|)^{-1} \quad (49)$$

3. Моделирование эффекта Михеева-Смирнова-Вольфенштейна, расчет вероятности нейтринных осцилляций

3.1. Теоретическая модель земли PREM

Как отмечалось в предыдущих пунктах вероятность нейтринных осцилляций зависит от плотности вещества, а также от расстояния которое нейтрино проходит в веществе. В данной работе будет рассматриваться моделирование нейтринных осцилляций на примере уже существующей модели Земли PREM.

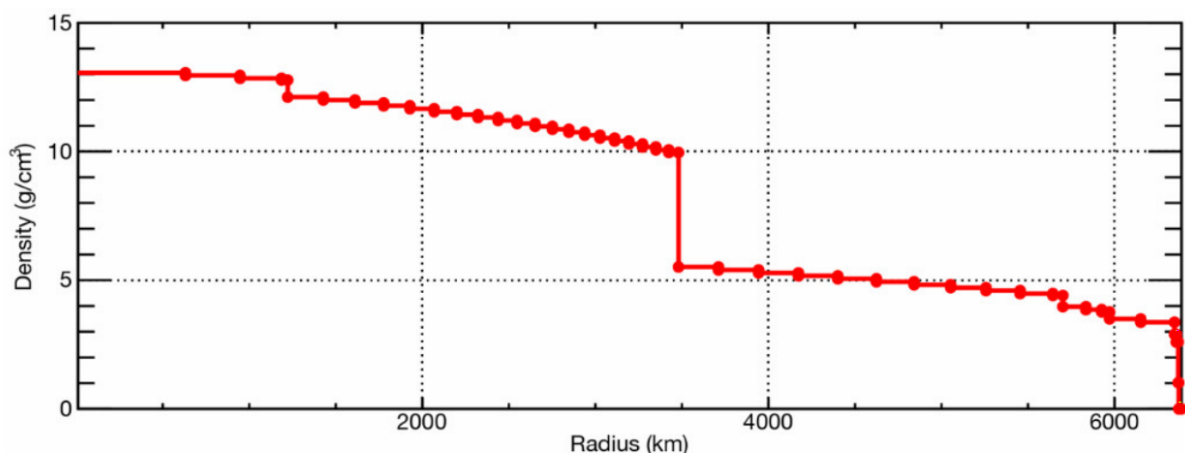


Рис.3 Распределение плотности вещества Земли в зависимости от радиуса, согласно модели PREM [6]

Данная модель представляет собой одномерную модель, представляющую средние свойства Земли в зависимости от радиуса планеты. Она включает в себя таблицу свойств Земли, такие как упругие свойства, затухание, плотность, давление и гравитацию, как функции от радиуса планеты.

3.2 Программный пакет GLOBES

GLOBES[10] - это свободный программный пакет для моделирования длиннобазных экспериментов по нейтринным осцилляциям. Этот программный пакет включает в себя:

- полное включение корреляций и вырождений в пространство параметров колебаний;
- усовершенствованные процедуры для обработки произвольных систематических ошибок;
- AEDL, абстрактный язык определения эксперимента обеспечивает простой способ определения экспериментальных установок;

- определяемые пользователем приоритеты позволяют включать произвольную внешнюю физическую информацию;
 - интерфейс для моделирования нестандартной физики;
 - предопределенные установки имеющиеся для много экспериментов: бета лучи, фабрики нейтрино, реакторы, различные технологии детектора и т.д.
- В данной работе все расчеты нейтринных осцилляций будут сделаны с помощью данного программного обеспечения.

3.3 Моделирование нейтринных осцилляций

В данной работе для дальнейших расчетов будут использоваться уже полученные параметры нейтринных осцилляций [13]. В таблице 1 приведены параметры нейтринных осцилляций в зависимости от типа иерархии. Значение $\Delta m^2 = \Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2/2$, становится положительное для нормальной иерархии и отрицательное для инверсной.

Parameter	Best fit
$\delta m^2/10^{-5} \text{ eV}^2 \text{ (NH or IH)}$	7.54
$\sin^2 \theta_{12}/10^{-1} \text{ (NH or IH)}$	3.08
$\Delta m^2/10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ (NH)}$	2.43
$\Delta m^2/10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ (IH)}$	2.38
$\sin^2 \theta_{13}/10^{-2} \text{ (NH)}$	2.34
$\sin^2 \theta_{13}/10^{-2} \text{ (IH)}$	2.40
$\sin^2 \theta_{23}/10^{-1} \text{ (NH)}$	4.37
$\sin^2 \theta_{23}/10^{-1} \text{ (IH)}$	4.55

Таблица 1: Значение параметров нейтринной осцилляции

Теперь рассмотрим вероятности нейтринных осцилляций посчитанные с помощью программного пакета GLoBES. Моделирование нейтринных осцилляций проводилось на пролетной базе 2595 км. Данная пролетная база выбрана не случайно. Она будет в будущем эксперименте P2O, также являться самой большой экспериментальной пролетной базой среди всех длиннобазных экспериментов [12].

На рисунках (4, 5, 6) представлены вероятности осцилляции мюонного нейтрино в электронное.

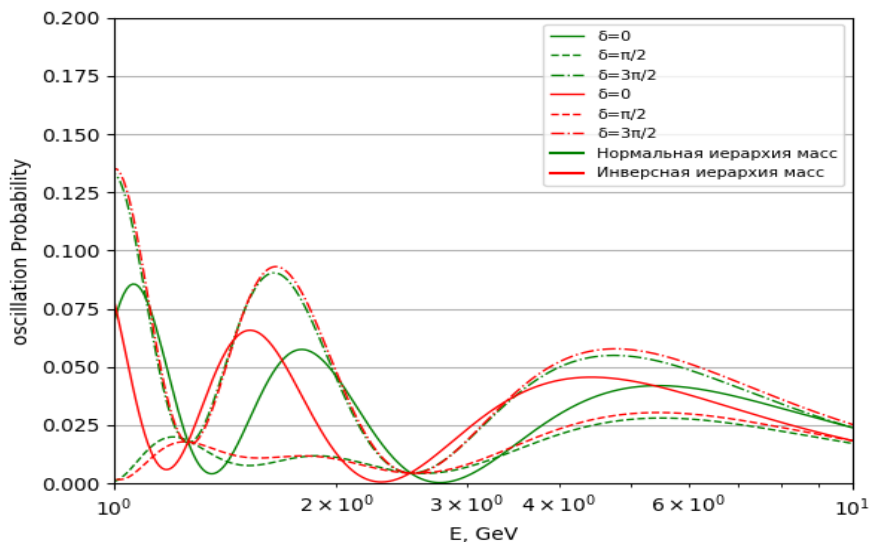


Рис 4. Вероятности осцилляций $\mu \rightarrow e$ в вакууме

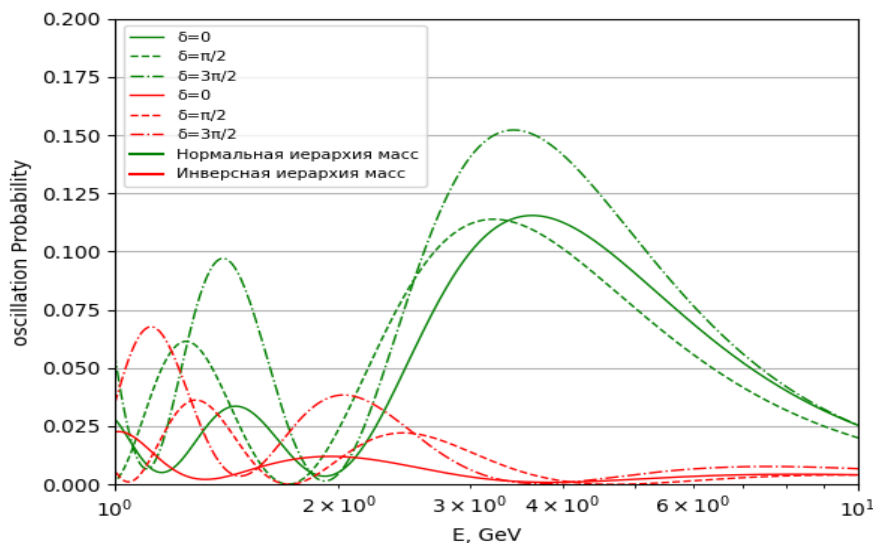


Рис. 5 Вероятности осцилляций $\mu \rightarrow e$ в веществе

на данных графиках можно наблюдать, что максимумы вероятности осцилляций приходятся на энергии примерно 1-2 ГэВ и 4 ГэВ.

Но при проведении эксперимента наибольший интерес представляет вероятности при энергиях больше 4 ГэВ, т.к. при таких энергиях преобладает неупругое рассеяние. Также проводились исследования коллаборации MINERvA [14] в которых описано, что при повышении

энергии уменьшается неопределенность. В исследовании представлены результаты для 2.5 ГэВ - неопределенность 10% и для 5 ГэВ - неопределенность 5%.

Также рассмотрены вероятности осцилляций в веществе с переменной плотностью.

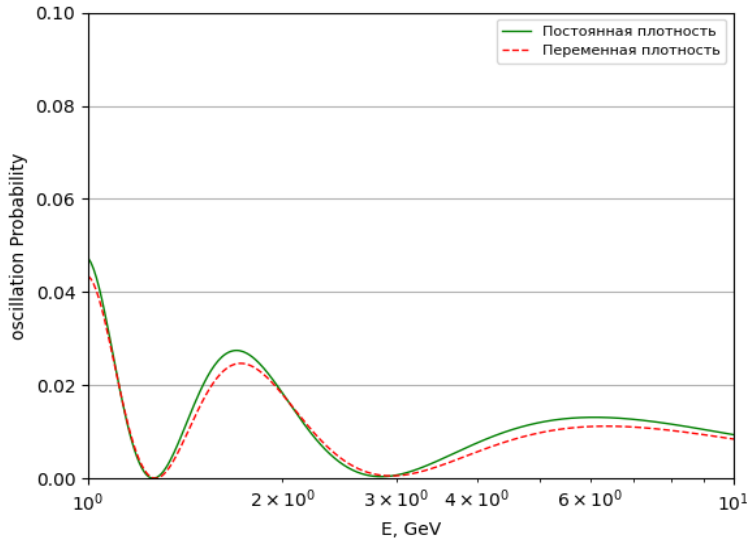


Рис. 6 Вероятности осцилляций $\mu \rightarrow e$ в веществе с переменной плотностью

Дальше в работе были рассмотрены осцилляции электронных нейтрино в мюонное (рис. 7, 8, 9).

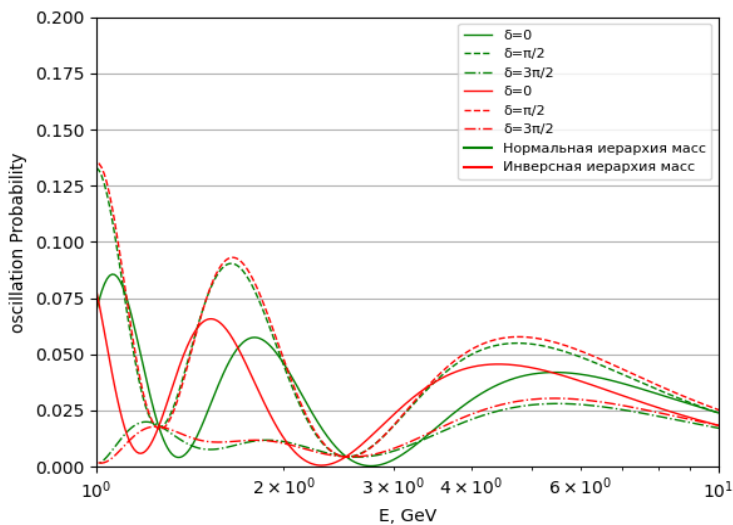


Рис.7 Вероятности осцилляций $e \rightarrow \mu$ в вакууме

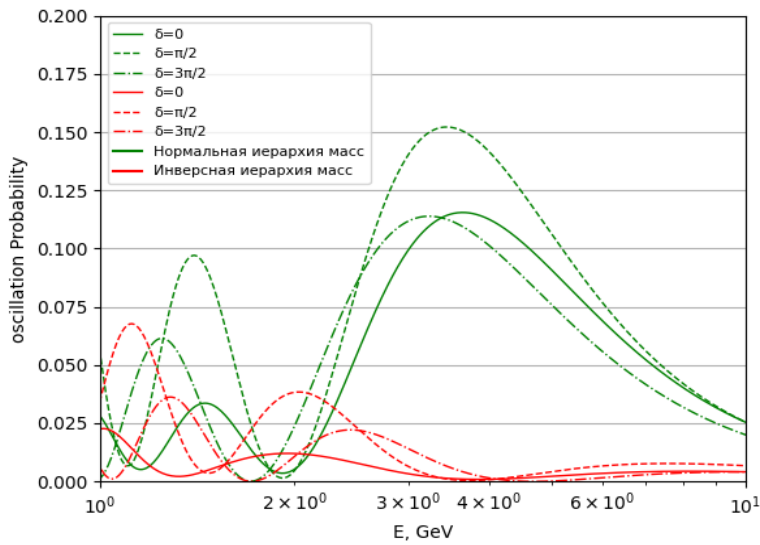


Рис.8 Вероятности осцилляций $e \rightarrow \mu$ в веществе

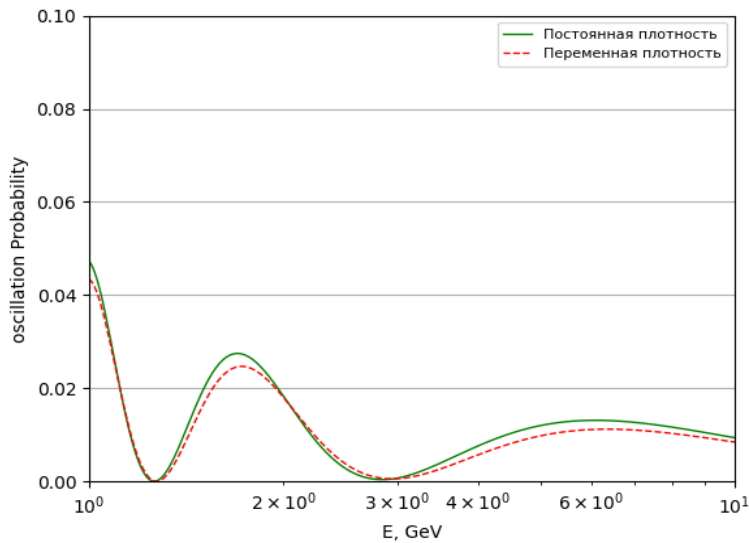


Рис.9 Вероятности осцилляций $e \rightarrow \mu$ в веществе с переменной плотностью.

При такой длине пролета у нейтрино наблюдаются явные проявления нарушение CP-симметрии, так же отчетливо проявляются различия массовых иерархий, что видно на рис. 5 и рис. 8.

Стоит отметить, что численно различия между вероятностью осцилляций $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ и $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ проявляются лишь для значения δ_{cp} в 90 и 270 градусов. При этом значения $P_{(e \rightarrow \mu)}(\delta_{cp} = 90^\circ) = P_{(\mu \rightarrow e)}(\delta_{cp} = 270^\circ)$ и

наоборот. Данная симметрия связана с тем, что данные вероятности пропорциональны $\sin(\delta_{CP})$.

Далее в работе рассмотрены осцилляции ароматов нейтрино в самих себя (рис. 10, 11, 12, 13)

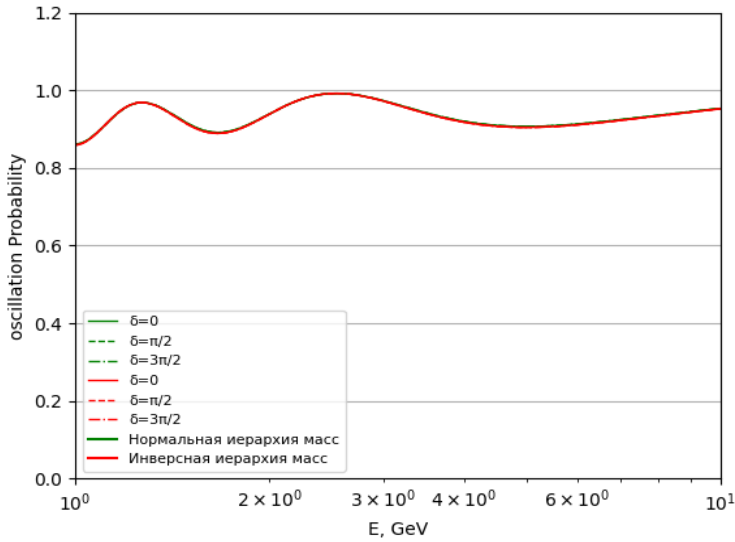


Рис.10 Вероятности осцилляций $e \rightarrow e$ в вакууме

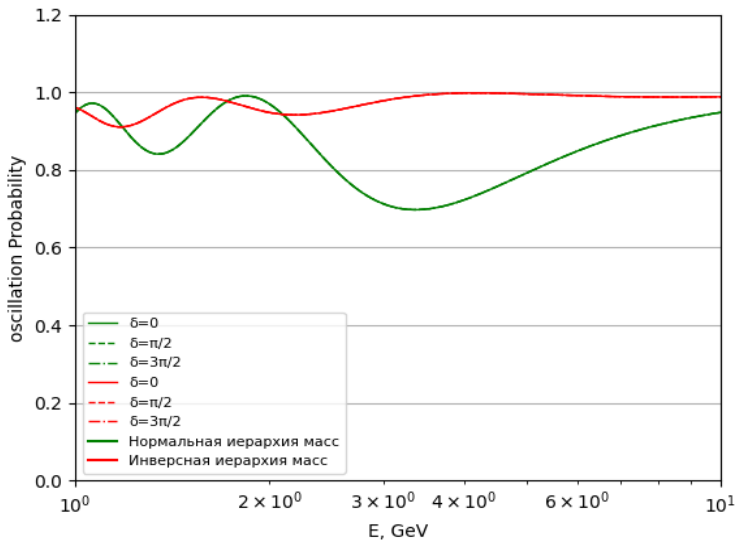


Рис.11 Вероятности осцилляций $e \rightarrow e$ в веществе.

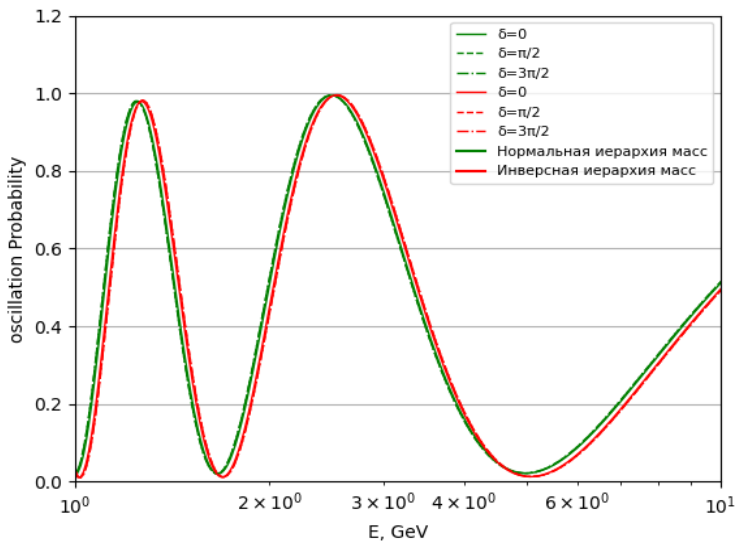


Рис.12 Вероятности осцилляций $\mu \rightarrow \mu$ в вакууме

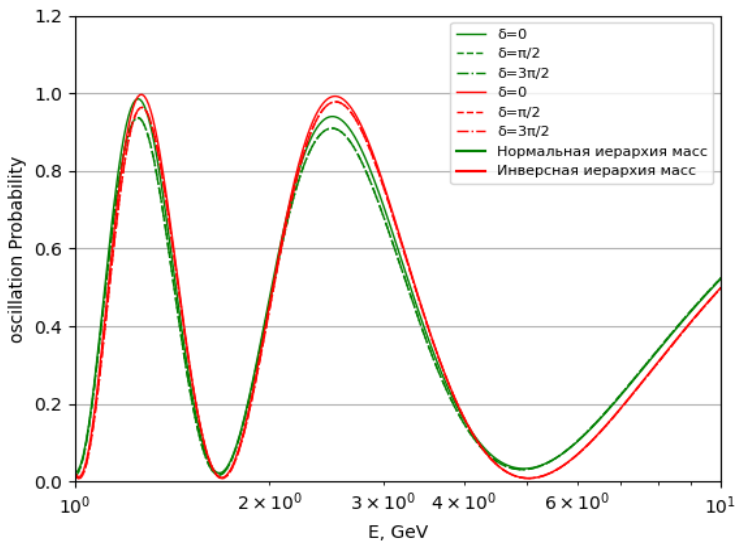


Рис. 13 Вероятности осцилляций $\mu \rightarrow \mu\nu$ в веществе.

У мюонных нейтрино при переходе в мюонное нейтрино нет различий при осцилляциях в веществе и осцилляциях в вакууме, это связано с тем что одно из слагаемое в выражении для вероятности осцилляции будет иметь явную зависимость от $\sin(2\theta_{13})$ в этом случае θ_{13} стремиться к нулю, поэтому это слагаемое не будет вносить значимый вклад в значение вероятности. Тоже самое происходит для зависимости от δ_{cp} , данная

особенность связана с тем, что имеет малое значение $\sin(2\theta_{13})$ и отношение квадрата массы.

Выводы

В ходе работы был изучен формализм нейтринных осцилляций, который дает понимание, какое состояние у нейтрино, если мы учитываем массу и если у нейтрино ее нет. Также было рассмотрено, как осциллируют массовые состояния в вакууме и в веществе. В ходе данной работы были получены оценки вероятности осцилляций нейтрино. Рассмотрено, как будут вести себя вероятности осцилляций при нарушении CP-инвариантности.

Данные результаты хорошо показывают особенности нейтринных осцилляций в вакууме и веществе, а также, что есть зависимость вероятности осцилляции от переменной плотности. Но для того, чтобы приблизить данные значения к практическим необходимо учитывать такие параметры как: чувствительность детектора, количество регистрируемых событий, точность измерений, интенсивности пучки и энергетическим спектром детектора и неопределенность в параметрах осцилляции. Для этого требуются или использовать более продвинутое программное обеспечение или улучшить уже существующие, а именно программный пакет GLoBES. Также необходимо учитывать тот факт что существуют нестандартные взаимодействия нейтрино, и существование стерильных нейтрино. Все эти факты необходимо учесть для получения точных значений вероятности осцилляций.

Но все же данные модели дают приближенное значение вероятности нейтрино и по ним можно проверить уже существующие модели Земли или предложить новые модели. Дальнейшее развитие работы будет зависеть от проверки данных моделей в будущих экспериментах, которые будут давать более точные данные вследствие увеличения энергии и интенсивности пучка нейтрино, а также улучшении метода моделировании путем того, что будут учтены экспериментальные параметры и параметры связанные с нестандартными явлениями.

Список литературы.

- [1]Б. Понтекорво. Обратные β -процессы и несохранение лептонного заряда //Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1958. - Т.34. - С.247 - 249
- [2]Б. Понтекорво. Мезоний и антимезоний //Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1957/ - Т.33/ - С.549-551
- [3]Ю.В. Козлов, В.П. Мартемьянов, К.Н. Мухин /“ Проблема массы нейтрино в современной нейтринной физике”, 1997
- [4]С.С, Герштейн, Е.П. Кузнецов, В.А. Рябов /”Природа масса нейтрино и нейтринные осцилляции”, 1997
- [5] Kobayashi M, Maskawa /T Progr. Theoret. Phys.49 652 ,1973
- [6] Neutrino oscillations and Non-Standard Interactions, 2018/ arXiv:1710.09360v2 [hep-ph]
- [7]Е. А. Куров Магистерская диссертация "Возможности нейтринного телескопа KM3NeT по изучению осцилляций ускорительных нейтрино", 2018
- [8]Dziewonski, Adam M.; Anderson, Don L. (June 1981). "Preliminary reference Earth model".// Physics of the Earth and Planetary Interiors. 25: 297–356. /doi:10.1016/0031-9201(81)90046-7
- [9]<https://root.cern/doc/master/index.html>
- [10]<https://www.mpi-hd.mpg.de/personalhomes/globes/documentation.html>
- [11] L. Ren et al. (The MINERvA Collaboration),/ "Measurement of the antineutrino to neutrino charged-current interaction cross section ratio in MINERvA" //Phys. Rev. D 95, 072009, 2017 /Phys. Rev. D 97, 019902(E)
- [12]"Letter of Interest for a Neutrino Beam from Protvino to KM3NeT/ORCA , 2019 /arXiv:1902.06083
- [13]F. Capozzi et al., "Status of three-neutrino oscillation parameters, circa", 2013. /Phys. Rev. D 89, 093018, 2014, [arXiv:1312.2878 [hep-ph]]
- [14]L. Ren et al. (The MINERvA Collaboration), "Measurement of the antineutrino to neutrino charged-current interaction cross section ratio in MINERvA" /Phys. Rev. D 95, 072009, 2017 //Phys. Rev. D 97, 019902(E), 2018.

[15]Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля.