

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

«ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МАСС АТОМНЫХ ЯДЕР  
СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ »

Выполнил студент  
413 группы  
Мостаков Иван Алексеевич

\_\_\_\_\_

Научный руководитель:  
Третьякова Татьяна Юрьевна

\_\_\_\_\_

Допущена к защите  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

МОСКВА

2022

# Оглавление

Введение . . . . .	2
1. Метод локальных массовых соотношений . . . . .	3
2. Выбор аппроксимации . . . . .	6
3. Методика расчета . . . . .	11
4. Результаты . . . . .	15
4.1. Удельные энергии связи . . . . .	15
4.2. Характеристики альфа-распада . . . . .	17
Заключение . . . . .	22
Список использованных источников . . . . .	24

## ВВЕДЕНИЕ

За последние пятьдесят лет периодическая таблица Д.И. Менделеева пополнилась семнадцатью новыми элементами, последние из которых были утверждены в 2015 году: это были Нихоний (Nh)  $Z = 113$ , Московий (Mc)  $Z = 115$ , Теннессин (Ts)  $Z = 117$  и Оганесон (Og)  $Z = 118$  [1]. Но открытие новых элементов не является единственной целью работ в области сверхтяжелых ядер. Также важной задачей является синтез как можно большего числа изотопов этих химических элементов. Их синтез позволит подробнее изучить ядра с уникальным количеством и соотношением протонов и нейтронов, что в свою очередь продвинет понимание ядерной структуры. Изучение большего количества ядер в этой области даст информацию о существовании и расположении предполагаемого в области  $N = 184$  и  $Z = 114$  острова стабильности [2].

Преобладающей модой распада в области сверхтяжелых ядер является альфа-канал, и поэтому современные методы регистрации сверхтяжелых ядер основаны на измерении характеристик дочерних ядер и вылетающих  $\alpha$ -частиц [3]. Поэтому важно иметь точные оценки энергии и времени  $\alpha$ -распада. Для расчета характеристик  $\alpha$ -распада требуется знать массы материнского и дочернего ядра. Но в данной области невозможно провести расчеты масс стандартными способами, это не позволяет сделать малое время жизни ядер. Таким образом для большинства изотопов зачастую нет данных как для материнского, так и для дочернего ядра. В следствие этого возникает потребность разработки и улучшения методов расчета и предсказания энергии основного состояния ядра.

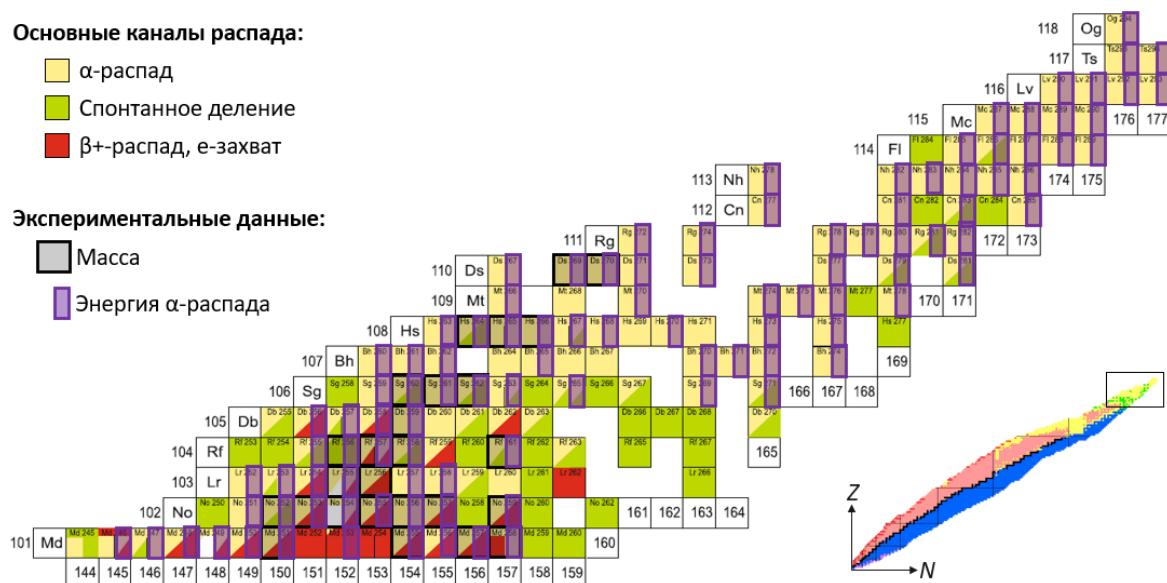


Рис. 0.1: Карта сверхтяжелых ядер

## 1. Метод локальных массовых соотношений

Для расчета энергии связи ядра используются различные подходы. В 1935 году К.Вайцеккером, в рамках жидкокапельной модели ядра, была предложена первая полуэмперическая формула [4]. В ней ядро рассматривается как сферическая несжимаемая капля заряженной ядерной жидкости. По заданным  $A$  и  $Z$  по формуле Вайцеккера можно вычислить энергию связи ядра с ошибкой примерно в 10 МэВ. Но в области легких ядер и в области магических чисел, ядра с  $Z$  или  $N$ , равными 2,8,20,28,56,82, точность данной формулы значительно падает, так как в капельной модели не учитываются неоднородности распределения ядерной материи, обусловленные оболочечной структурой ядра, а в области легких ядер происходит быстрый рост энергии связи. Учесть оболочечные эффекты, изоспиновую асимметрию удалось в объединении макроскопической модели конечной заряженной жидкой капли и микроскопических поправок. (FRDM) [6]. На данный момент это

формула является одной из основных для расчета энергий связи ядер в любой области [7].

Также развивались микроскопические глобальные методы. Они предсказывают магические числа путем расчета порядка заполнения оболочек, учитывая спин-орбитальное взаимодействие, что позволяет искать острова стабильности и другие возможные области локальной устойчивости. Такие подходы используют одно- и двухчастичные волновые функции, описывающие частицы в самосогласованном среднем поле, к примеру, вариационный метод Хартри-Фока-Боголюбова [8]. Помимо глобальных, используют совершенно другой подход — применение локальных массовых соотношений. Этот подход оправдывается тем, что массовая поверхность считается непрерывной, и поэтому появляется возможность объединить энергии связи близлежащих ядер в математическое соотношение. Одним из первых массовых соотношений было соотношение Гарви-Келсона [10]. Оно связывает массы шести близкорасположенных (на  $NZ$ -диаграмме) ядер:

$$a) \quad m(N + 2, Z - 2) - m(N, Z) + m(N, Z - 1) - m(N + 1, Z - 2) + \\ + m(N + 1, Z) - m(N + 2, Z - 1) = 0, \quad (1.1)$$

$$b) \quad m(N, Z - 2) - m(N + 2, Z) + m(N + 2, Z - 1) - m(N + 1, Z - 2) + \\ + m(N + 1, Z) - m(N, Z - 1) = 0, \quad (1.2)$$

Формулы 1.1 и 1.2 основаны на модели независимых частиц, движущихся в самосогласованном поле ядра. В формуле ядра подобраны так, чтобы сумма проекций их изоспинов была равна нулю. Это соотношение дает достаточно точные предсказания, для удельной энергии связи стандартное отклонение составляет от 60 до 300 КэВ, и, что важно, метод не использует сложные расчеты [7]. Однако в модели предполагается, что энергия нуклонов слабо меняется с ростом массового числа  $A$ . Вследствие этого в области легких ядер, где энергия связи быстро возрастает, или

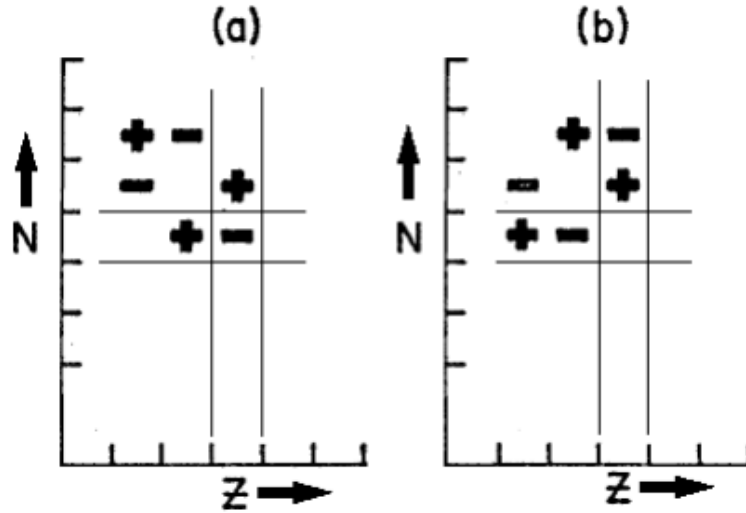


Рис. 1.1: Соотношения Гарви-Келсона на NZ-диаграмме: а) – поперечное, б) – продольное

при отдалении от экспериментальных данных, предсказания на основе массовых соотношений теряют точность.

В области сверхтяжелых элементов невелико количество известных энергий связи ядер, поэтому использование соотношения Гарви-Келсона для шести ядер затруднительно. Нужно использовать формулу, затрагивающую меньшее количество близлежащих ядер и не так отдаленных друг от друга. Поэтому мы используем формулу остаточного взаимодействия нейтрона и протона, находящихся на внешних нуклонных оболочках ядра  $\Delta_{np}$ , она связывает 4 ядра и достаточно монотонна относительно массового числа  $A$ :

$$\begin{aligned} \Delta_{np}(N, Z) &= S_{np}(N, Z) - [S_p(N - 1, Z) + S_n(N, Z - 1)] = \\ &= B(N, Z) + B(N - 1, Z - 1) - B(N, Z - 1) - B(N - 1, Z), \quad (1.3) \end{aligned}$$

где  $S_{np}$  – энергия отделения пары нейтрон-протон,  $S_p$  и  $S_n$  – энергии отделения протона и нейтрона,  $B()$  – энергия связи ядра. Зная три энергии связи, из включенных в формулу, и значение  $\Delta_{np}$  для определенного ядра, можно получить неизвестную энергию связи:

$$B(N, Z) = B(N, Z - 1) + B(N - 1, Z) - B(N - 1, Z - 1) + \Delta_{np}^{approx}(A) \quad (1.4)$$

Так как в формуле (1.3) используется четыре ядра, то формула (1.4) представлена в одном из четырех возможных вариантов.

Это соотношение позволило рассчитать массы изотопов с  $Z = 101 - 106$  и  $N = 140 - 156$ , однако продвинуться дальше этих ядер не позволило малое количество экспериментальных данных в совокупности со спецификой используемого метода. Этот подход был описан в работах [12, 13]. В данной работе показан возможный вариант улучшения этого метода.

## 2. Выбор аппроксимации

Локальные массовые соотношения плавно зависят от числа протонов  $Z$ , числа нейтронов  $N$  и массового числа  $A$ . Это позволяет подобрать достаточно точную аппроксимацию гладкой функцией [14]. Были рассмотрены различные варианты подбора и построения аппроксимации  $\Delta_{np}$ . В основу были взяты данные одной из крупнейших компиляций экспериментальных данных АМЕ2020 [15].

Выбранное соотношение довольно чувствительно к четности массового числа  $A$ , это показано в работе [14]. Поэтому при построении аппроксимации ядра разделяются на две группы по массовому числу: с четным  $A$  и с нечетным  $A$  (Рис.2.1 и Рис.2.2). Также исключаются ядра с равным количеством протонов и нейтронов  $N = Z$  и  $N = Z \pm 1$ . Для аппроксимации изначально была выбрана зависимость такого типа:

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C_1 + C_2 A^\gamma, \quad (2.1)$$

После рассмотрения различных вариантов с фиксированием параметров, было сделано решение перейти к зависимости типа:

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^\gamma, \quad (2.2)$$

Далее были рассмотрены различные варианты: фиксирования значения

степени данной функции, выбор интервала изначальных данных. Выбирались данные интервалы:  $A > 40$ ,  $A > 140$ ,  $A > 160$ ,  $A > 180$ .

При свободных параметрах  $C$  и  $\gamma$  для всех интервалов, кроме  $A > 40$ , ошибка определения данных параметров велика и может превышать само значение в несколько раз. Также для четных  $A$  все линии аппроксимаций ведут себя почти одинаково, и средне-квадратичные отклонения для всех аппроксимаций имеют близкие значения. Поэтому можно сделать вывод, что при свободных коэффициентах выбор интервала не так важен, но для минимизации ошибки определения коэффициентов был выбран интервал  $A > 40$ .

Таблица 2.1: Коэффициенты аппроксимаций с соотношением 2.1 для различных диапазонов массового числа  $A$

Диапазон		Значение	Ошибка	$\sigma$
Четное $A \geq 40$	a	28,21786	2,16879	0,0328
	b	-0,78911	0,01692	
Четное $A \geq 140$	a	54,34902	23,41679	0,01978
	b	-0,91468	0,08329	
Четное $A \geq 180$	a	8,77275	10,61928	0,02226
	b	-0,57166	0,22694	
Нечетное $A \geq 40$	a	17,27693	6,62816	0,02499
	b	-1,07622	0,08763	
Нечетное $A \geq 140$	a	0,0017	0,00366	0,01443
	b	0,73594	0,40953	
Нечетное $A \geq 180$	a	0,01198	0,04316	0,00923
	b	0,37639	0,67309	



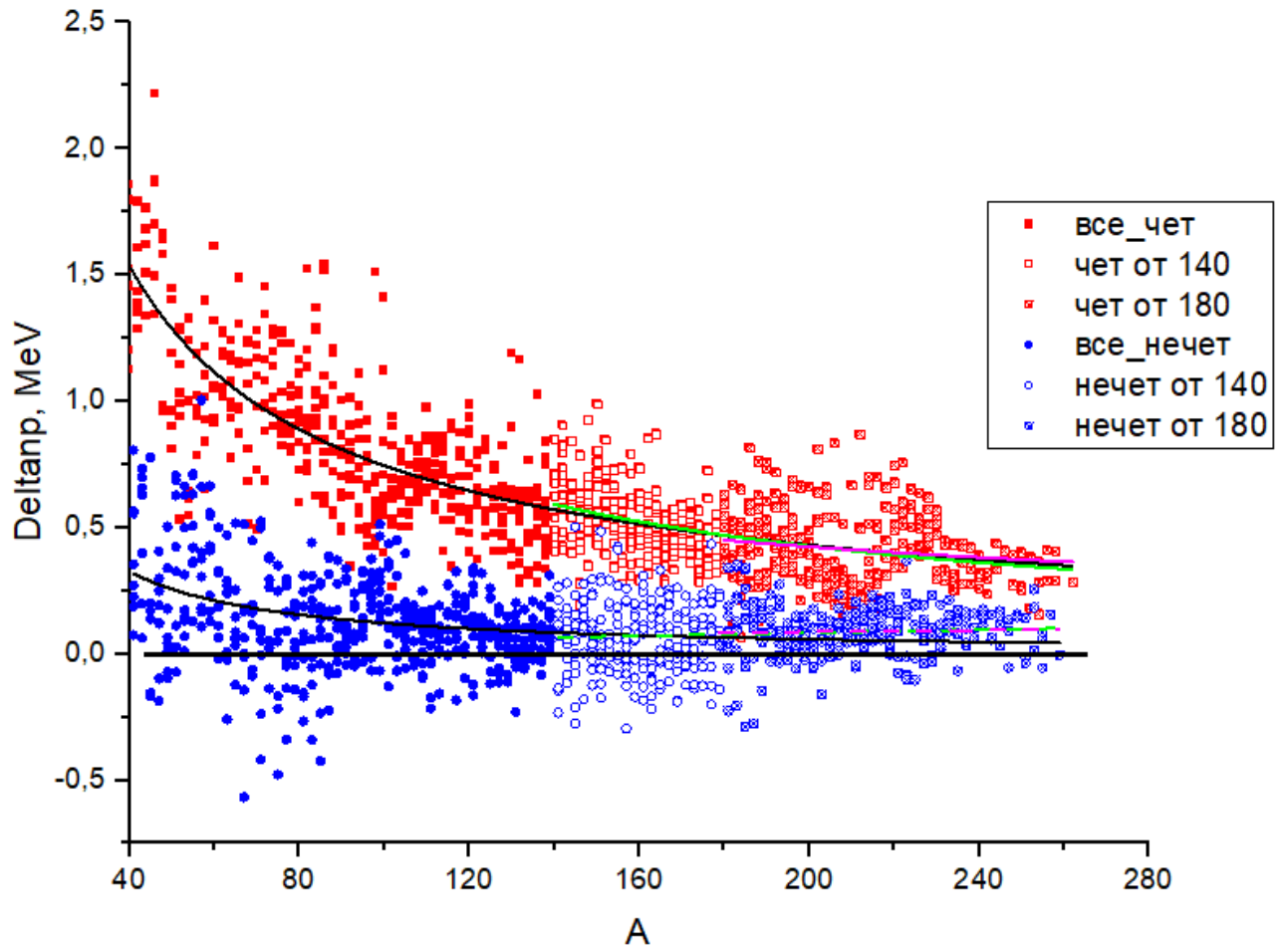


Рис. 2.1: Аппроксимации  $\Delta_{np}$  при  $A \geq 40, 140, 180$  для функции  $\Delta_{np}(A) = a * A^b$  со свободными параметрам, по четным и нечетным  $A$ .

Коэффициенты при интервале  $A > 40$  функции  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^\gamma$ :

	C	$\gamma$
Четное A	28,2	-0,789
Нечетное A	17,28	-1,076

Для интервалов  $A > 140, A > 180$  были проверены различные варианты функций:

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C_1 + C * A^\gamma$$

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^\gamma$$

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^{-1}$$

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C$$

Таблица 2.2: Коэффициенты для различных аппроксимаций и различных диапазонов массового числа  $A$

Четность	Диапазон	Формула	$C$	$S_C$	$C_1$	$S_{C_1}$	$\gamma$	$S_\gamma$	$\sigma, \text{MeV}$
Чет	$A > 180$	$C$	0,498	0,008					0,172
Чет	$A > 180$	$C * A^{-1}$	101,4	1,5					0,167
Чет	$A > 180$	$C * A^\gamma$	174,0	168,5			-1,10	0,18	0,167
Чет	$A > 180$	$C_1 + C * A^{-1}$	116,6	17,8	-0,075	0,088			0,167
Чет	$A > 140$	$C$	0,492	0,005					0,158
Чет	$A > 140$	$C * A^{-1}$	84,9	1,0					0,141
Чет	$A > 140$	$C * A^\gamma$	0,756	0,278			-0,08	0,07	0,155
Чет	$A > 140$	$C_1 + C * A^{-1}$	4,2	6,3	0,468	0,036			0,156
Нечет	$A > 180$	$C$	0,109	0,004					0,097
Нечет	$A > 180$	$C * A^{-1}$	22,2	0,8					0,098
Нечет	$A > 180$	$C * A^\gamma$	4,2	9,8			-0,69	0,43	0,098
Нечет	$A > 180$	$C_1 + C * A^{-1}$	15,1	9,7	0,035	0,048			0,098
Нечет	$A > 140$	$C$	0,121	0,004					0,127
Нечет	$A > 140$	$C * A^{-1}$	21,6	0,8					0,129
Нечет	$A > 140$	$C * A^\gamma$	6,2	8,8			-0,76	0,27	0,129
Нечет	$A > 140$	$C_1 + C * A^{-1}$	16,3	5,9	0,030	0,033			0,128

Аппроксимацией с лучшим показателем среднеквадратичного отклонения для четных является  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^{-1}$ . Для нечетных  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C$ . Поэтому выбор конечной аппроксимации отталкивался от этого. Далее было решено усреднить эти интервалы и выбрать  $A > 160$ . Для четных  $A$  была построена аппроксимация с фиксированным значением степени  $\gamma = -2/3$ . А для нечетных была выбрана аппроксимация  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C$ .

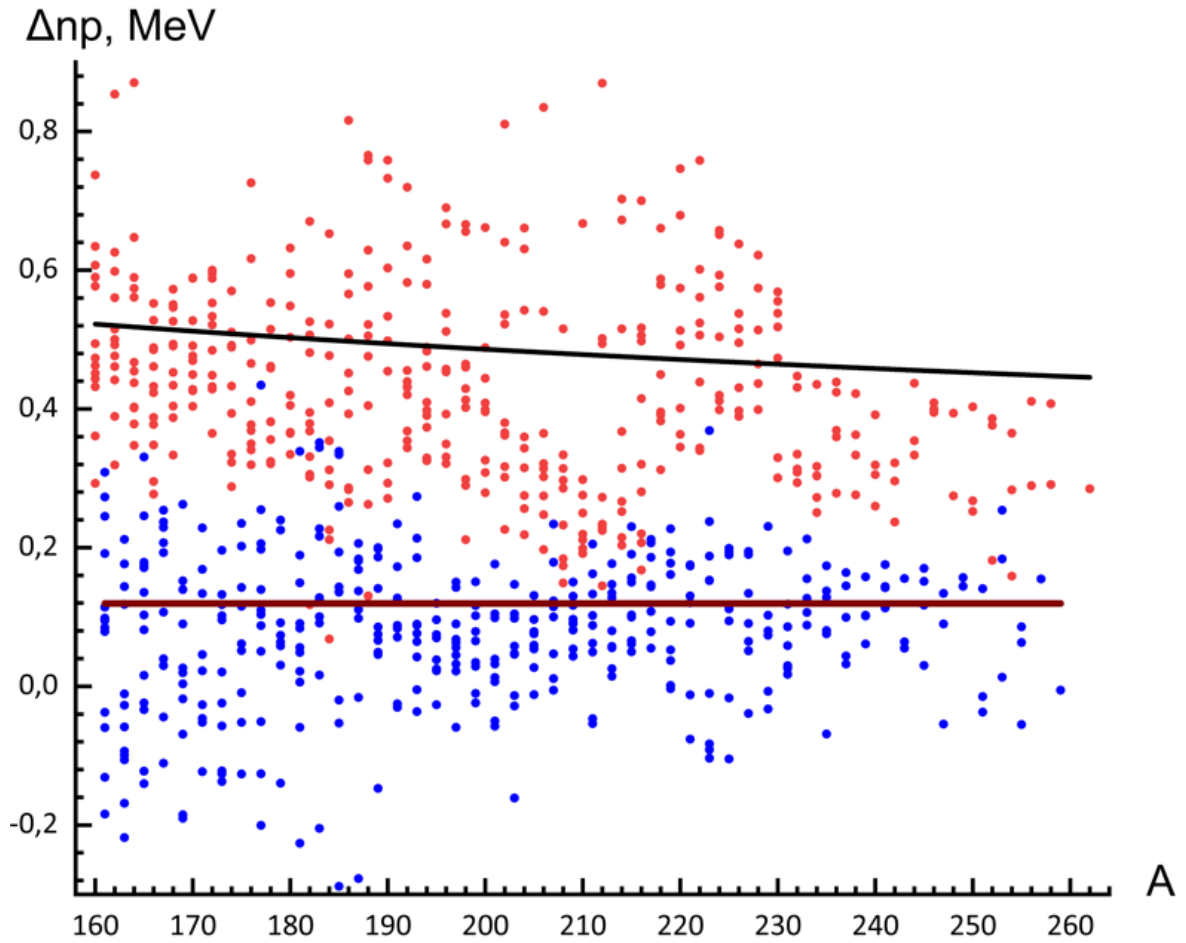


Рис. 2.2: Аппроксимации  $\Delta_{np}$  при  $A \geq 160$  для функции  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^{-1}$  для четных  $A$  и  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C$  для нечетных  $A$ .

	<b>A чет</b>	<b>A нечет</b>
$C_1, \text{ MeV}$	$14,52 \pm 0,23$	$0,081 \pm 0,006$
$\gamma$	$-2/3$	$0$
<b>RMSD, keV</b>	<b>138</b>	<b>110</b>
<span style="color: blue;">●</span> $\Delta_{np}$ эксперимент, нечет $A$ (AME2020)		
<span style="color: red;">●</span> $\Delta_{np}$ эксперимент, чет $A$ (AME2020)		
- $\Delta_{np}^{cal}(A)$		

Рис. 2.3: Коэффициенты для аппроксимации с 2.2

После этого было проведено сравнение для двух выбранных аппроксимаций. Для этого по каждой из них были посчитаны удельные энергии связи и энергии  $\alpha$ -распада. Для того, чтобы выбрать лучшую, они были сравнены с другими моделями :AME20 [15] и WS+RBF [16]. Из полученных результатов был сделан вывод, что для наших целей

лучшей является аппроксимация  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C * A^{-2/3}$  для четных  $A$  и  $\Delta_{np}^{approx}(A) = C$  для нечетных  $A$ , с коэффициентами из рисунка 2.3.

### 3. Методика расчета

Предсказания неизвестных энергий связи были сделаны при помощи программного комплекса MaRel [24], вычисления в котором, идут по такому алгоритму:

За один шаг проверяется каждое ядро, входящее в выбранный диапазон. Сначала проверяются 8 ядер соседних выбранному (на  $N$ - $Z$  диаграмме), есть ли экспериментальные данные об их энергии связи или полученные нами на предыдущих шагах. После, применяются все возможные варианты (от 0 до 4) подсчета энергии связи данного ядра по  $\Delta_{np}$ . Если вариант один, то для этого ядра присваивается получившееся значение, если вариантов несколько, то берется среднее значение по ним. Если вариантов нет, то начинается аналогичная проверка следующего ядра.

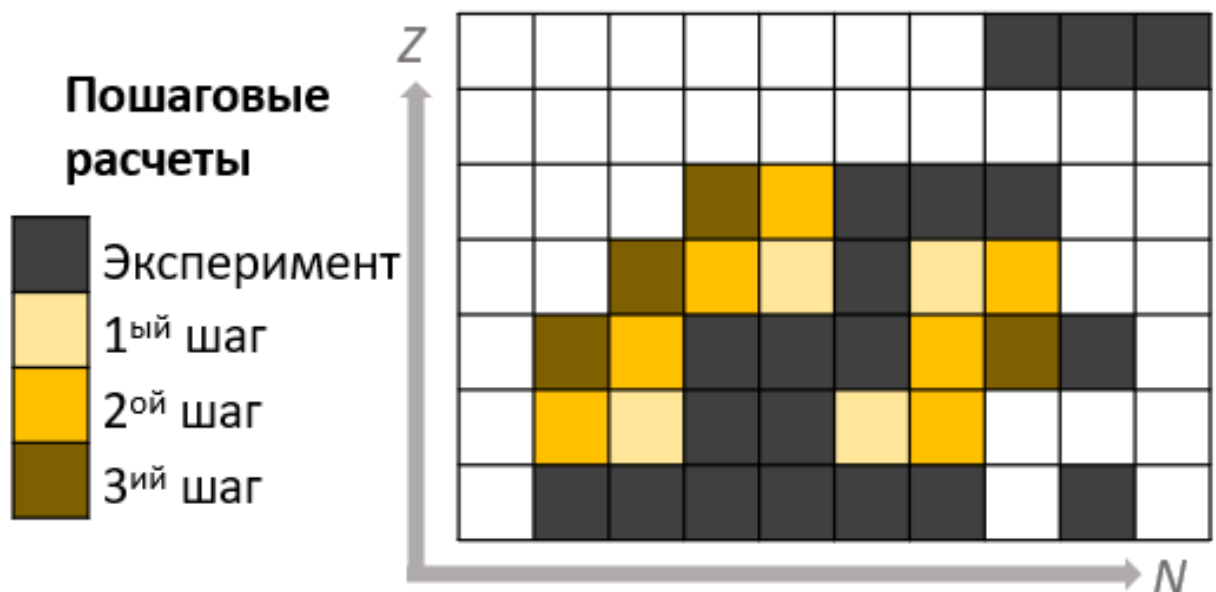


Рис. 3.1: Пошаговые расчеты энергий связи ядер по  $\Delta_{np}$

Используя такой метод, удалось продвинуться только до ядер с  $Z \leq$

106 и  $N \leq 157$ , эта граница определяется расположением ядер с известными энергиями связи на NZ-диаграмме. В этой работе для продвижения в область ядер  $Z > 106$  были использованы экспериментальные данные  $\alpha$ -распада Рис.3.2. То есть используя экспериментальную энергию  $\alpha$ -распада, и зная энергию связи дочернего ядра полученную из экспериментальных данных или рассчитанную через  $\Delta_{np}$ , то можно рассчитать энергию связи для данного ядра. После этого, все переходит на следующий шаг и цикл повторяется с уже полученными значениями.

$$B(N, Z) = B(N - 2, Z - 2) + B(2, 2) - Q_\alpha(N, Z) \quad (3.1)$$

Экспериментальные данные энергии  $\alpha$ -распада также брались из компиляций экспериментальных данных АМЕ2020 [15]. Дополнительно к этим данным были добавлены экспериментальные данные из статей [20–23], они представлены в Таблице.3.1:

Таблица 3.1: Добавленные экспериментальные энергии  $\alpha$ -распада

A	N	Z	$Q_\alpha$ (KeV)	ошибка $Q_\alpha$ (KeV)	Статья
245	145	100	8290	7	[20]
249	148	101	8157	10	[23]
256	155	101	7896	16	[22]
259	156	103	8577	30	[21]
271	165	106	8670	80	[21]
274	165	109	10200	1100	[21]
277	167	110	10710	40	[21]
279	169	110	9850	20	[21]
281	171	110	8850	30	[21]
281	170	111	9410	50	[21]
282	171	111	9160	30	[21]
283	171	112	9660	20	[21]
283	170	113	10380	10	[21]
285	173	112	9320	20	[21]

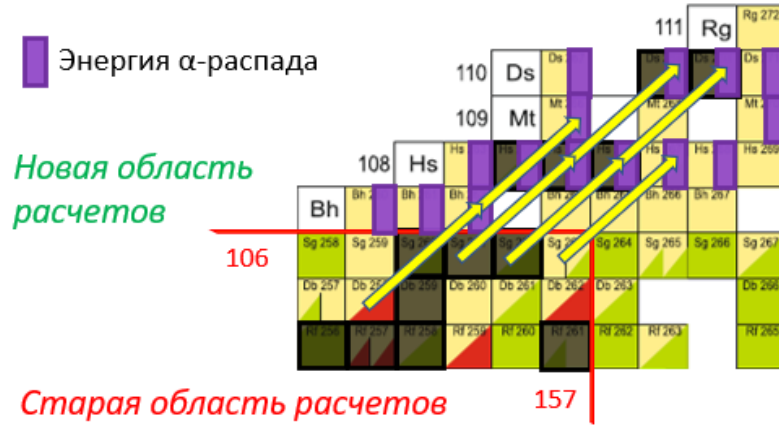


Рис. 3.2: Старая и новая область расчетов

В алгоритм расчета энергии связи был добавлен новый этап:

После прохождения всех ядер на одном шаге, начинается проверка по  $\alpha$ -распаду ядер, для которых по  $\Delta_{np}$  энергия связи не была рассчитана.

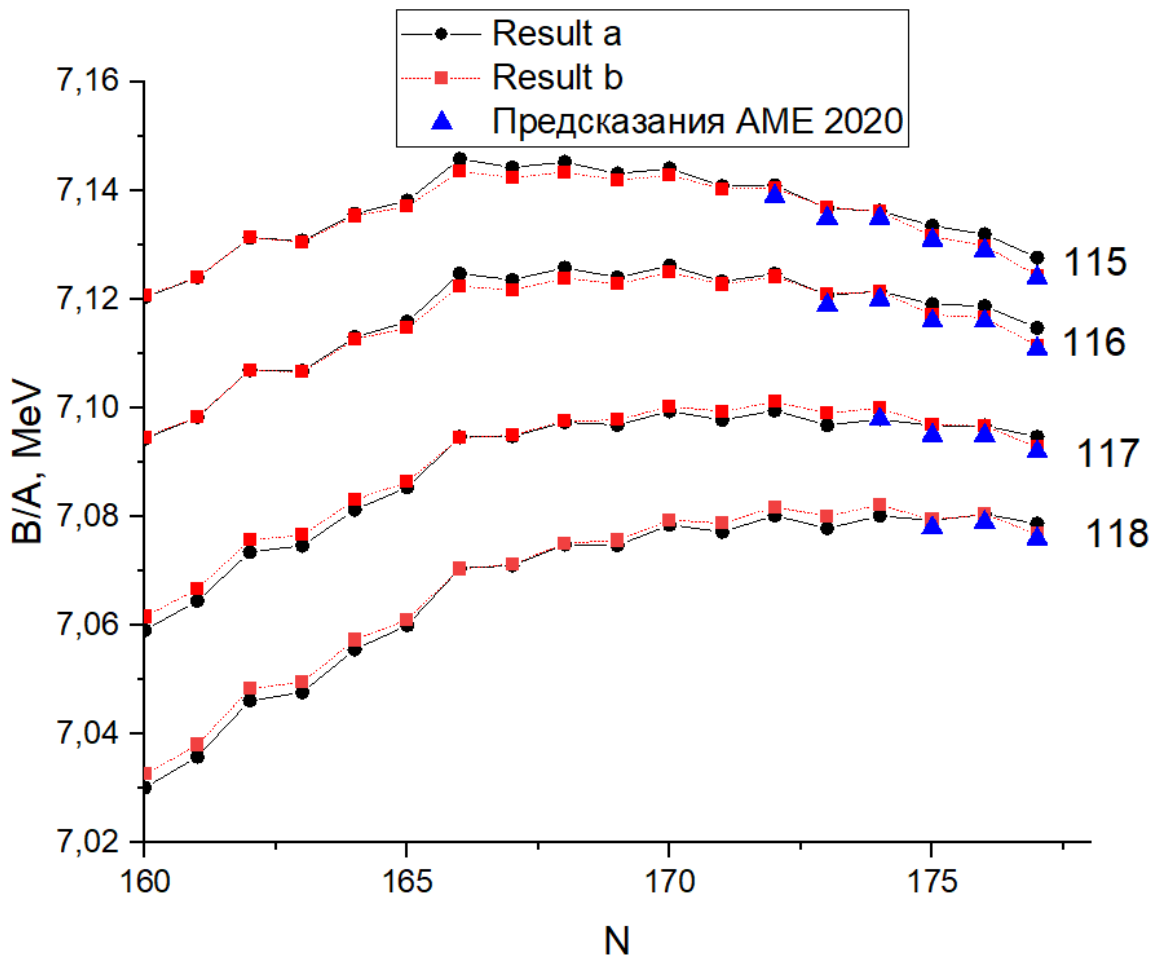


Рис. 3.3: Удельные энергии связи ядер  $Z = 115 - 118$ . а - расчет с  $\alpha$ -распадом в приоритете, б - расчет с  $\Delta_{np}$  в приоритете.

Если для определенного ядра, известна экспериментальные энергия  $\alpha$ -распада и энергия связи дочернего ядра, то подсчитывается энергия связи для данного ядра. После проверяется экспериментальная энергия  $\alpha$ -распада материнского ядра, если она известна и также известна энергия  $\alpha$ -распада, то подсчитывается энергия связи для данного ядра.

Порядок прохождения ядер за один шаг не важен, так как предсказанная на данном шаге энергия связи ядра будет задействоваться только на следующих шагах. Комбинация двух соотношений позволила достичь ядер с  $Z \leq 118$  и  $N \leq 177$ .

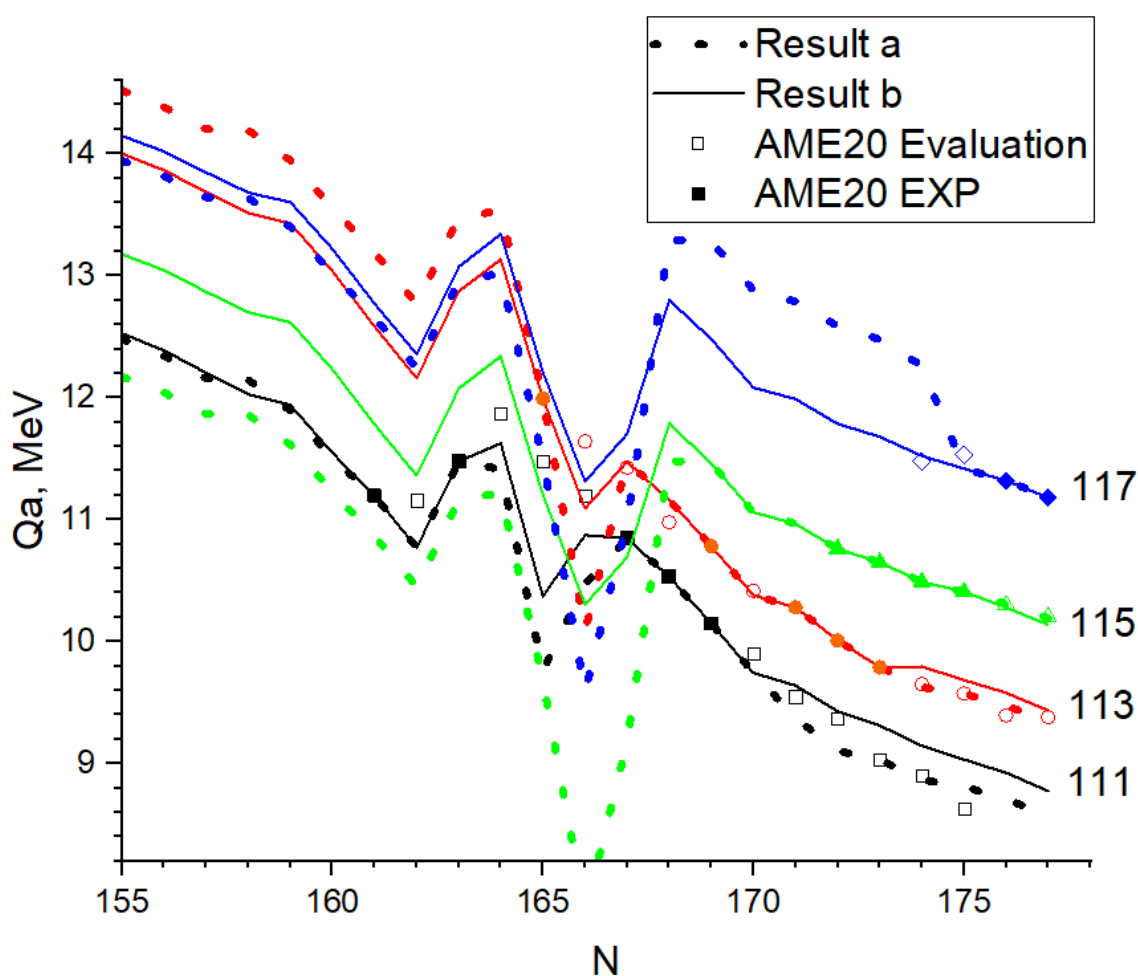


Рис. 3.4: Энергии  $\alpha$ -распада ядер  $Z = 111 - 117$ . а - расчет с  $\alpha$ -распадом в приоритете, б - расчет с  $\Delta_{np}$  в приоритете.

Были предприняты попытки изменить порядок логики метода: поставить расчет по  $\alpha$ -распаду в приоритет расчета по  $\Delta_{np}$ . По такому методу также были проведены расчеты энергий связи и энергий альфа-

распада. Результаты полученные по разным методикам сравнили между собой и с предсказаниями АМЕ2020 [15], Рисунки 3.3 и 3.4. По этому сравнению видно, что результаты расчета энергий связи по методу "а"немного сильнее отклоняются от предсказаний АМЕ2020 [15], для энергии  $\alpha$ -распада для метода "а"виден нефизичный выброс. Его можно объяснить тем, что в этой области мало экспериментальных данных и достаточно велика их погрешность, поэтому даже одно экспериментальное значение может сильно исказить расчеты для других ядер. Поэтому было решено отдать приоритет предсказаниям по  $\Delta_{np}$ .

## 4. Результаты

### 4.1. Удельные энергии связи

На основе выбранной аппроксимации с использованием вышеописанного метода по данным компиляции экспериментальных данных АМЕ2020 [15] были рассчитаны энергии связи всех доступных для этого метода ядер. Для проверки точности метода также были предсказаны энергии связи на основе данных компиляции АМЕ2016 [9]. И были сравнены отклонения полученных энергий связи от добавленных в АМЕ2020 [15] экспериментальных данных с отклонениями от этих экспериментальных данных других моделей. Результат сравнения показан на Рис.4.1, среднеквадратичные отклонения показаны в Таблице.4.1. По этим данным, можно сделать вывод, что выбранная методика имеет высокую точность, сравнимую, с другими моделями. Наиболее точными являются предсказания АМЕ и WS+RBF [16], поэтому дальнейшее сравнение результатов будет использовать эти модели.

По предсказанным энергиям связи рассчитываются удельные энергии связи  $E(Z, N) = B(Z, N)/A$  для каждого ядра . На графиках 4.2;4.3;4.4;4.5; представлены результаты этих расчетов для ядер с  $Z = 104-118$ , также



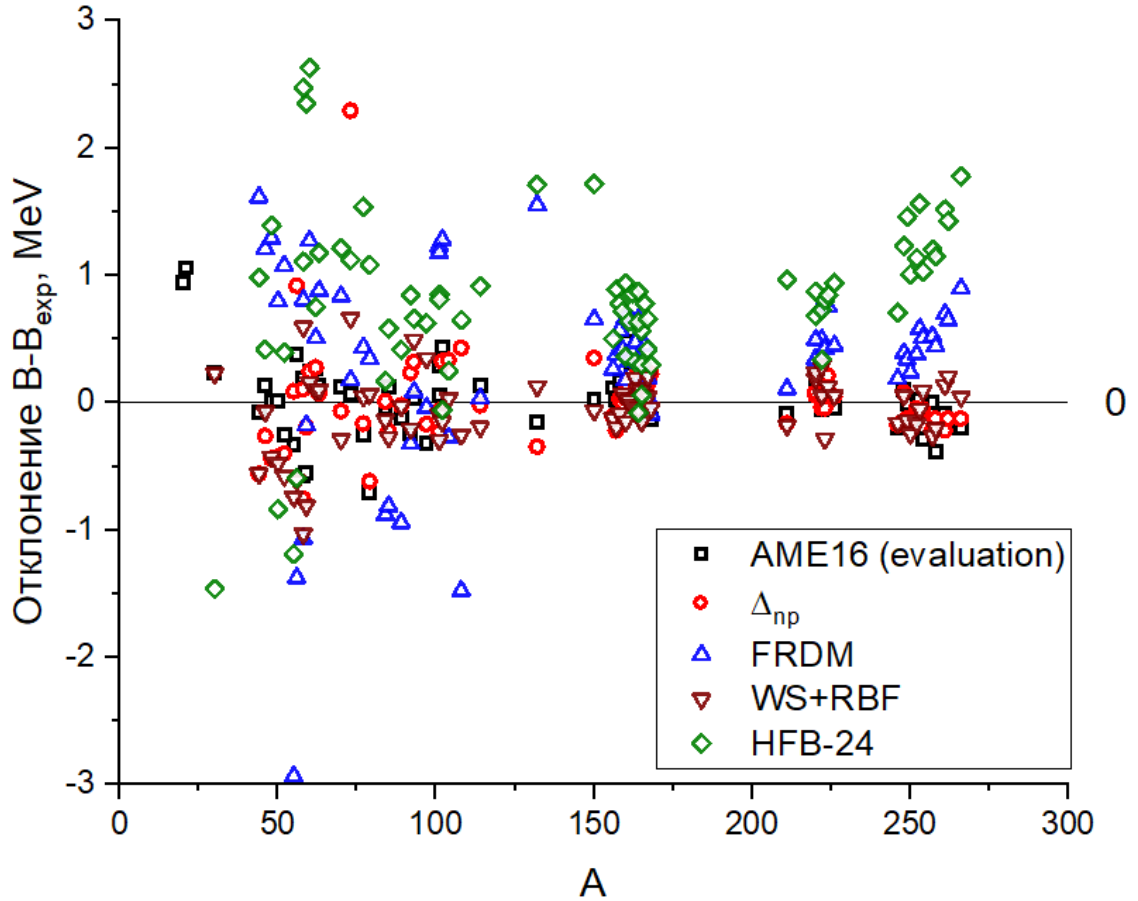


Рис. 4.1: Отклонение предсказанных энергий связи от новых экспериментальных данных AME2020 [15]

Таблица 4.1: Среднеквадратичное отклонение различных моделей с Рис.4.1

Модель	$\Delta_{np}$	FRDM	WS+RBF	AME16	HFB-24
Среднеквадратичное отклонение, KeV	377	729	294	276	697

на график нанесены экспериментальные точки, оценки AME2020 [15] и расчеты по модели WS+RBF [16].

Полученные значения хорошо согласуются с данными AME2020 [15], и близки к значениям методики WS+RBF [16], что подтверждает удовлетворительную точность метода для сверхтяжелых ядер. Но при отдалении от известных экспериментальных значений заметно расхождение. Его можно объяснить множеством итераций метода, ведь для оценки используются значения полученные на предыдущем шаге, что ведет к накоплению ошибки с каждым шагом. И также тем, что для ядер

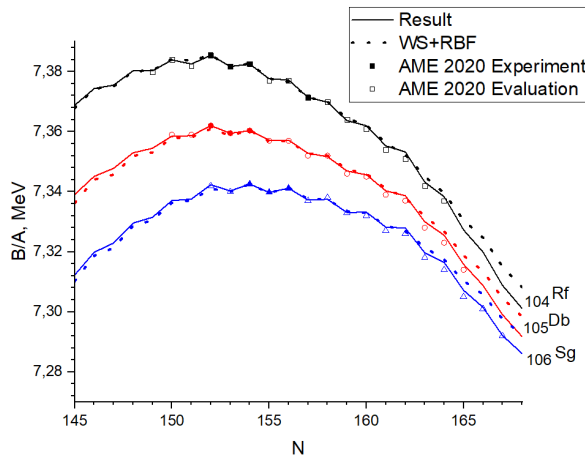


Рис. 4.2: Зависимость удельной энергии связи ядер  $Z = 104 - 106$  от числа нейтронов  $N$ .

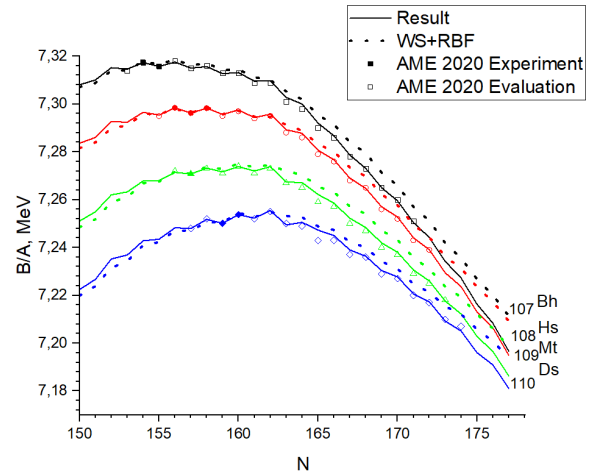


Рис. 4.3: Зависимость удельной энергии связи ядер  $Z = 107 - 110$  от числа нейтронов  $N$ .

вблизи экспериментальных данных значения энергии связи получаются усреднением нескольких расчетов, что повышает их точность.

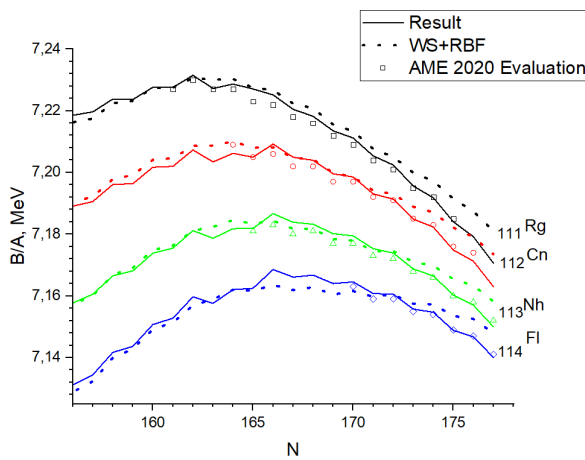


Рис. 4.4: Зависимость удельной энергии связи ядер  $Z = 111 - 114$  от числа нейтронов  $N$ .

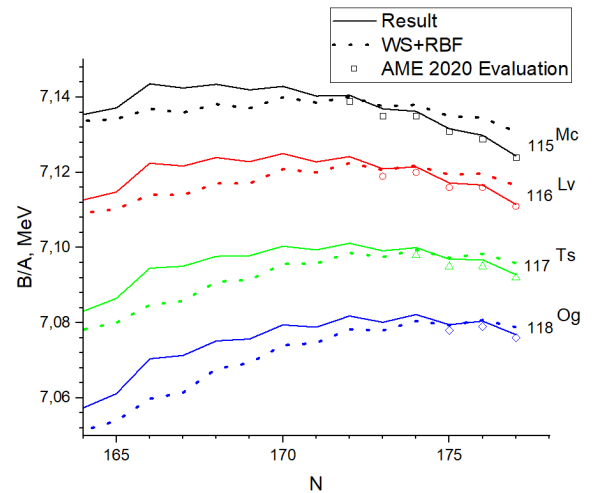


Рис. 4.5: Зависимость удельной энергии связи ядер  $Z = 115 - 118$  от числа нейтронов  $N$ .

#### 4.2. Характеристики альфа-распада

Полученные данные энергий связи были использованы для расчета характеристик  $\alpha$ -распада изотопов с  $Z = 104 - 118$  (Рис.4.6;4.7;4.8;4.9). Так как энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  включают две оценки (массы начального и

конечного ядер), то они характеризуются большим разбросом. Для оценки результатов на графике нанесены экспериментальные точки, оценки AME2020 [15] и расчеты по модели WS+RBF [16].

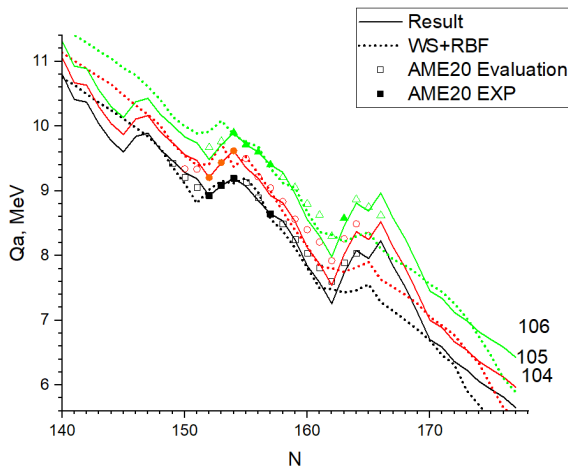


Рис. 4.6: Зависимость энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  ядер  $Z = 104 - 106$  от числа нейтронов  $N$ .

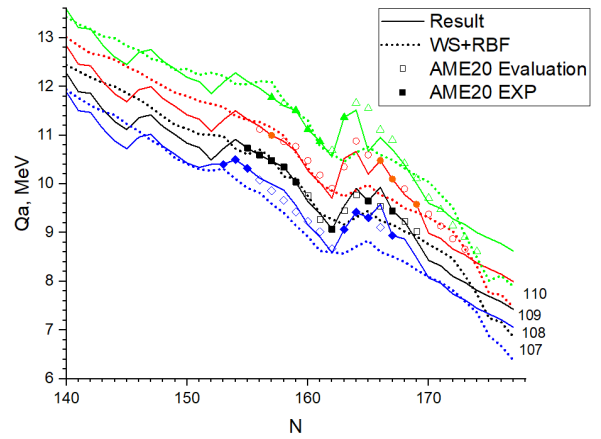


Рис. 4.7: Зависимость энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  ядер  $Z = 107 - 110$  от числа нейтронов  $N$ .

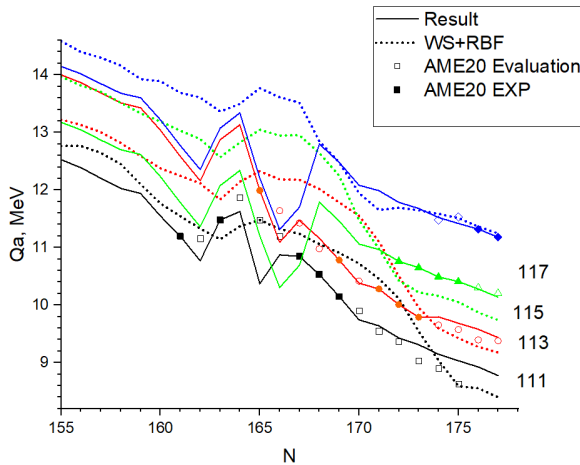


Рис. 4.8: Зависимость энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  ядер  $Z = 111 - 117$  от числа нейтронов  $N$ .

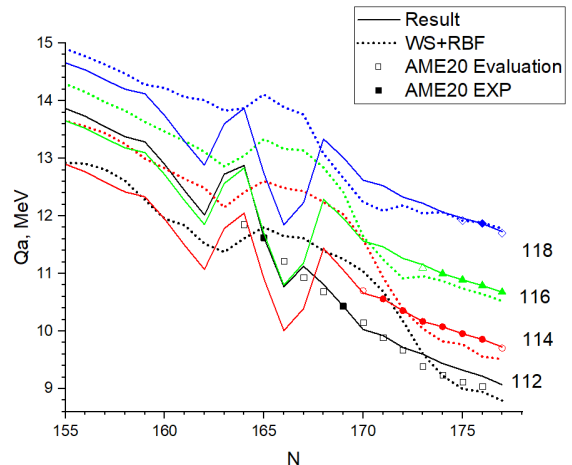


Рис. 4.9: Зависимость энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  ядер  $Z = 112 - 118$  от числа нейтронов  $N$ .

Не смотря на увеличение расхождения между нашими оценками и оценками других моделей, можно отметить, что качественное поведение зависимости воспроизводится правильно. Так для  $N = 154$  и  $N = 162$  можно

отметить пики вызванные возможным островом стабильности ( для  $N = 154$  ) и влиянием оболочных эффектов ( для  $N = 162$  ).

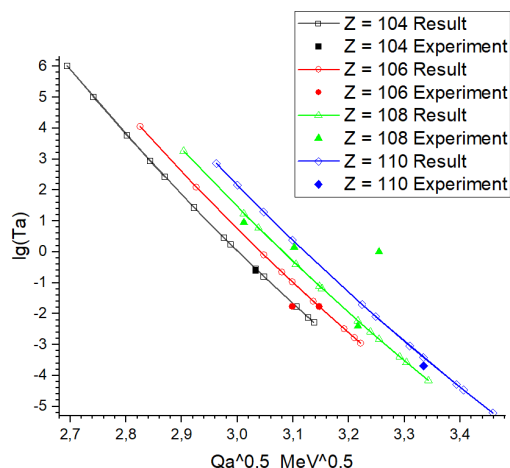


Рис. 4.10: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_{\alpha}}$  для четно-четных ядер  $Z = 104 - 110$

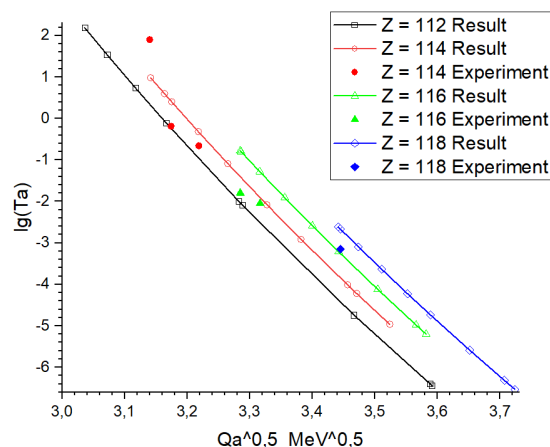


Рис. 4.11: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_{\alpha}}$  для четно-четных ядер  $Z = 112 - 118$

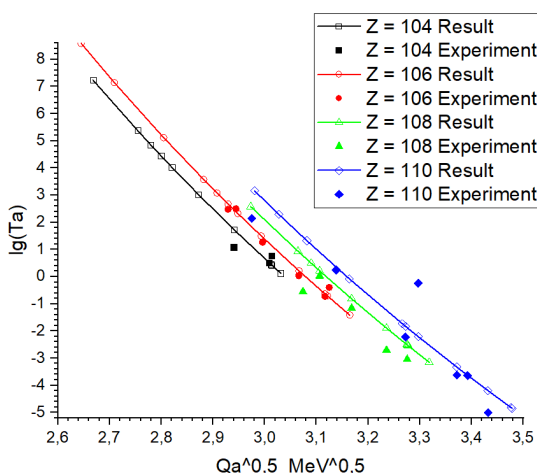


Рис. 4.12: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_{\alpha}}$  для четно-нечетных ядер  $Z = 104 - 110$

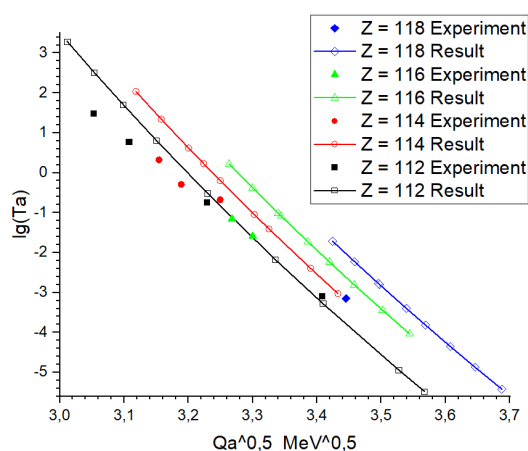


Рис. 4.13: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_{\alpha}}$  для четно-нечетных ядер  $Z = 112 - 118$

Но для  $N = 164$  у более тяжелых ядер виден пик, который не соответствует оценкам других моделей. Его можно объяснить тем, что ядро  $Z = 113 N = 165$  было посчитано на 5-ом шаге по известным энергиям

альфа-распада, а все остальные ядра с  $N = 165$  были получены на более поздних шагах (15 – 25), причем они были подсчитаны в основном с помощью  $\Delta_{np}$ . Поэтому этот пик возникает из-за несостыковки оценок двух моделей в этих точках.

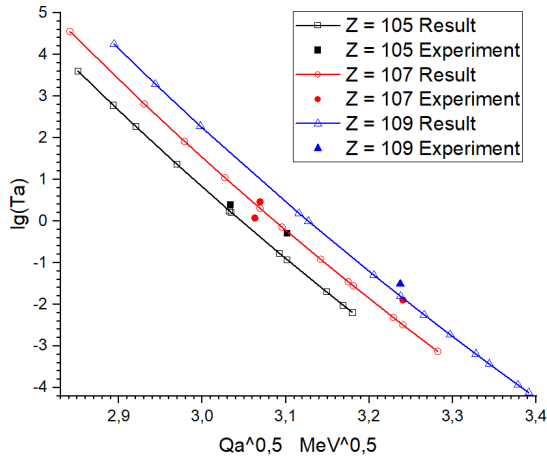


Рис. 4.14: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_\alpha}$  для нечетно-четных ядер  $Z = 105 - 109$

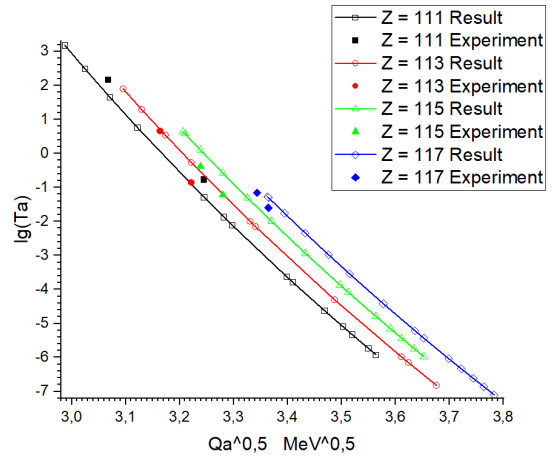


Рис. 4.15: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_\alpha}$  для нечетно-четных ядер  $Z = 111 - 117$

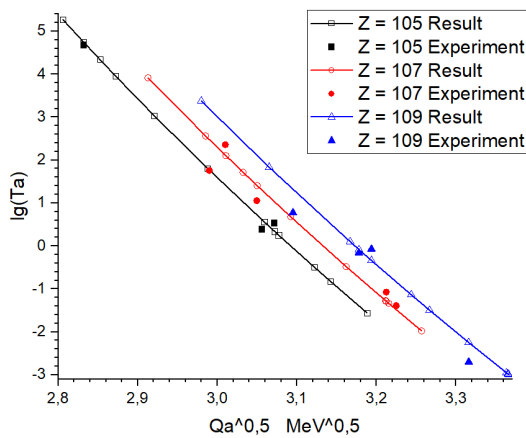


Рис. 4.16: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_\alpha}$  для нечетно-нечетных ядер  $Z = 105 - 109$

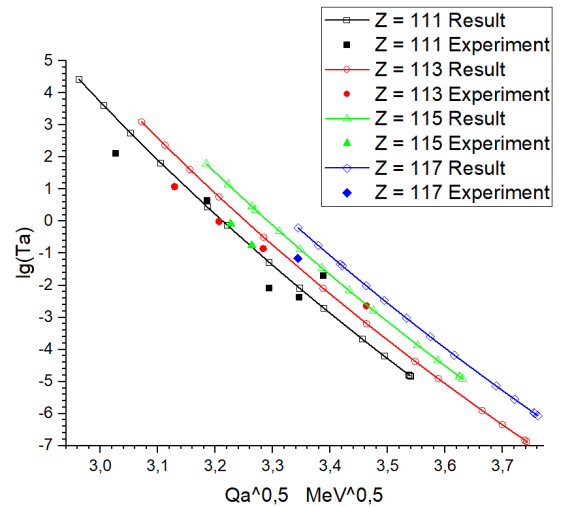


Рис. 4.17: Зависимость десятичного логарифма периода полураспада  $\lg T_{1/2}$  от квадратного корня энергии альфа-распада  $\sqrt{Q_\alpha}$  для нечетно-нечетных ядер  $Z = 111 - 117$

По полученным оценкам энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  выполнен расчет периода полураспада с использованием соотношения Виолы-Сиборга [17]:

$$\lg T_{1/2} = \frac{cZ + d}{\sqrt{Q_\alpha}} + (fZ + e) + h_{log} \quad (4.1)$$

Где параметры, имеют следующие значения  $a = 1,389$ ,  $b = 13,862$ ,  $c = -0,1086$  и  $d = -41,458$ , фактор  $h_{log}$  равен 0, 0.641, 0.437 и 1.024 для чётно-чётных, чётно-нечётных (чётных по  $Z$ ), нечётно-чётных и нечётно-нечётных ядер, соответственно [18]. На рисунке (6) приведено сравнение наших оценок периода полураспада с экспериментальными значениями.

Так как расчеты были сделаны по формуле 4.1, все результаты лежат на гладких кривых, в отличие от экспериментальных точек, которые имеют значительные отклонения от такой систематики. Важно учитывать, что оценки периода полураспада чувствительны к ошибкам, так как они сильно зависят от подсчитанных величин  $Q_\alpha$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В работе проведена проверка одного из методов предсказания масс атомных ядер в области сверхтяжелых элементов - метода локальных массовых соотношений на базе соотношения  $\Delta_{np}$ .
2. Подобрана аналитическая форма аппроксимации соотношения для остаточного пр-взаимодействия. На основе последней компиляции экспериментальных данных АМЕ 2020 [15] подобраны коэффициенты аппроксимации для  $\Delta_{np}$ . На базе компиляции АМЕ16 [9] рассчитаны энергии связи, подсчитаны их отклонения от экспериментальных данных, что показало хорошую предсказательную способность.
3. Метод использует достаточно простые вычисления при удовлетворительной точности в тех областях NZ-диаграммы, где имеется небольшой недостаток эмпирических данных.
4. Использование экспериментальных энергий  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  для области  $Z > 106$  позволило впервые в данной методике продвинуться в расчетах энергии связи за пределы границы  $Z = 106$ .
5. Предсказаны энергии связи ядер вплоть до изотопа Оганесона  $Z = 118$ . На основе полученных данных рассчитаны энергии  $\alpha$ -распадов, и предсказаны периодов полураспада по  $\alpha$ -каналу  $T_\alpha$  для ядер  $Z = 104 - 118$ ,  $N \leq 177$ .
6. Для оценки точности метода результаты были сопоставлены с экспериментальными значениями и результатами других методов. Сравнение показало удовлетворительную точность метода для большого числа сверхтяжелых ядер. Но при отдалении от известных экспериментальных значений возникает расхождение с другими

моделями. Это может быть связано с неточностью нашего метода, вызванной накоплением ошибок от нескольких итераций метода, или неточностью остальных методов.

Был представлен на конференции Ломоносов–2022, "Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине" и на LXXI международной конференции "Ядро-2021. Физика атомного ядра и элементарных частиц. Ядерно-физические технологии".

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Третьяковой Татьяне Юрьевне, Владимировой Елене Витальевне и Симонову Макару Валерьевичу за ценные обсуждения работы и полезные комментарии.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Lars Öhrström and Jan Reedijk.// Names and symbols of the elements with atomic numbers 113, 115, 117 and 118 (IUPAC Recommendations 2016). G: Pure and Applied Chemistry. 2016. 88(12): 1225–1229
2. Oganessian Yu. Ts., Sobiczewski A., and Ter-Akopian G.M. // Phys. Scr. 92 (2017) 02300
3. Hofmann S// Eur. Phys. J. G: Nucl. Part. Phys. 2015. 42, No11. P. 114001.
4. C.F.v. Weizsäcker. Zur Theorie der Kernmassen // Zeitschrift für Physik, 1935.V. 96, pp.
5. Liu M., Wang N., Deng Y., Wu X.// Phys. Rev. 2011. C 84. 014333.
6. Möller P., Sierk A. J., Ichikawa T., Sagawa H. At.// Data and Nucl. Data Tabl. 2016. 109–110, P. 1.
7. D. Lunney, J. M. Pearson, C. Thibault. Recent trends in the determination of nuclear masses // Reviews Of Modern Physics 2003. Vol.75, N3, p. 1021–1082
8. D. Vautherin and D.M. Brink. Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. I. Spherical Nuclei // Phys. Rev. C, 1972. 5, p. 626.
9. Huang W.J. G. Audi G., Wang M. et al. // Chin. Phys. C. 2017. 41, №3. P. 030002.
10. Garvey G. T., Kelson I.// Phys. Rev. Lett. 1966. 16. P. 197.
11. Kravtsov V.A. Sov.// Phys. JETP. 1959. 36(9). P. 871.
12. Владимирова Е. В., Ишханов Б. С., Симонов М. В. и др. // Ученые записки физ. ф-та Моск. ун-та. 2019. 2. С. 1920103.

13. Владимирова Е. В., Ишханов Б. С., Симонов М. В. и др. // Ученые записки физ. ф-та Моск. ун-та. 2019. 3. С. 1930409.
14. B.S. Ishkhanov et al. // Chinese Phys. vol. 43, № 1, с. 014104 (2019).
15. Meng Wang et al. // Chin. Phys. C, 2021. 45, art. № 030003.
16. Na-Na Ma et al// 2019 Chinese Phys. C 43 044105
17. V. E. Viola and G. T. Seaborg et al. // Nucl. Chem. 28, 741 (1966).
18. A. Parkhomenko, A. Sobiczewski // Acta Phys. Polonica B. vol. 36 № 10 (2005).
19. G.T. Garvey et al. Set of Nuclear-Mass relation and a Resultant Mass Table // Rev. Mod. Phys., 1969. V. 41, №4.
20. Khuyagbaatar, F. P. Hessberger, S. Hofmann, D. Ackermann, H. G. Burkhard, S. Heinz, B. Kindler, I. Kojouharov, B. Lommel, R. Mann, J. Maurer, and K. Nishio.  $\alpha$ -decay of  $^{243}\text{Fm}_{143}$  and  $^{246}\text{Fm}_{145}$ , and of their daughter nuclei //Phys. Rev. C 102, 044312 2020
21. Yu Ts Oganessian et al // 2017 Phys. Scr. 92 023003
22. K.J.MoodyR.Decay properties of heavy mendelevium isotopes//Nuclear Physics A563 (1993) 21-73
23. F. P. Hessberger, S. Hofmann, B. Streicher, B. Sulignano, S. Antalic, D. Ackermann, S. Heinz, B. Kindler, I. Kojouharov, P. Kuusiniemi, M. Leino, B. Lommel, R. Mann, A. G. Popeko, Š. Saro, J. Uusitalo A. V. Yeremin. Decay properties of neutron-deficient isotopes of elements from  $Z = 101$  to  $Z = 108$  //Eur . Phys . J. A41, 145-153 (2009)
24. Владимирова Е.В., Дашков И.Д., Ишханов Б.С., Третьякова Т.Ю. Что мы можем узнать о свойствах атомного ядра из таблицы масс атомных ядер?Научный и образовательный аспекты.