

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени
М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«Одночастичные характеристики ядер $1d_{2s}$ оболочки на основе данных
по однонуклонному срыву и подхвату»**

Выполнила студентка
413 группы
Васильева П. Ф.

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. Третьякова Т.Ю.

Допущена к защите _____

Заведующий кафедрой

Чл.-корр. РАН Э. Э. Боос

Москва
2022

Оглавление

Введение.....	3
Область исследований	4
Структура стабильных изотопов	7
Реакции срыва и подхвата	10
Отбор спектроскопических данных	17
Метод нормировки	19
Результаты.....	20
Заключение	24
Список используемых материалов	25
Приложение	26

Введение

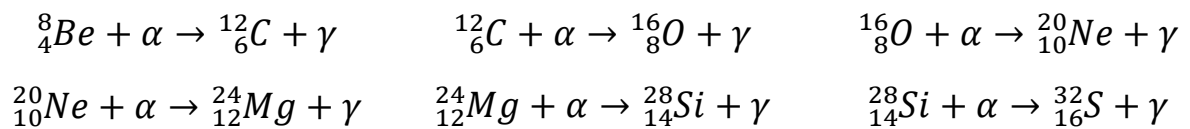
Современные ядерные модели и теоретические подходы достаточно хорошо описывают стабильные изотопы и ядра вблизи линии стабильности. Одной из наиболее удачных моделей для описания атомного ядра стала оболочечная модель, учитывающая спин-орбитальное взаимодействие нуклонов. [1]. Она пролила свет на многие экспериментальные факты, связанные со строением ядер. Например, с помощью этой модели было объяснено существование магических чисел, предсказаны спин и четность основного и возбужденного состояний многих ядер, интерпретированы магнитные моменты ядер. Несмотря на некоторые ограничения оболочечной модели, ее можно достаточно успешно модифицировать для описания широкого круга ядер с различными свойствами.

Согласно модели оболочек нуклоны в атомном ядре движутся независимо друг от друга в центральном самосогласованном потенциале, возникающего из взаимодействия нуклонов (NN-взаимодействия). При этом частицы, составляющие ядро, находятся в разных состояниях, характеризующихся несколькими квантовыми числами: главным квантовым числом n , орбитальным моментом l , полным моментом j . Нуклоны с одинаковыми квантовыми числами nlj образуют подоболочку. Исследование характеристик этих подоболочек, таких как одночастичные энергии нуклонов, заселённости, даёт информацию о свойствах NN-взаимодействия и структуре атомного ядра.

Область исследований

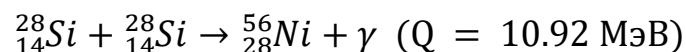
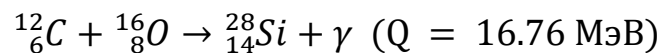
Для исследования были выбраны ядра с заполненной $1d2s$ оболочкой. В более лёгких ядрах существенную роль играют кластерные эффекты, в то время как подход самосогласованного поля уже не столь эффективен. Оболочка $1d2s$ по-своему проста в рассмотрении, а ядра, находящиеся в области её заполнения, позволяют изучать различные эффекты, такие как: деформацию атомного ядра, формирование магических чисел, смешивание конфигураций.

Изотопы кремния и серы представляют особый интерес среди ядер, у которых заполняется $1d2s$ оболочка. Эти ядерные цепочки важны для исследований в области астрофизики. В процессе термоядерных реакций в звезде образуются альфа-кратные ядра [2]:



В их число попадают рассматриваемые: ${}^{28}_{14}\text{Si}$, ${}^{32}_{16}\text{S}$. При этом изотоп ${}^{28}_{14}\text{Si}$ кремния накапливается в звёздах из-за своей устойчивости, а также множества путей получения. Изучение структуры данных изотопов позволит точнее описать жизненный цикл звёздных тел.

Также, рассматриваемые в данной работе элементы играют важную роль в нуклеосинтезе сверхновых звезд. Обычно говорят о двух типах сверхновых звезд, различающихся спадом кривой светимости. В образовании звезд первого типа светимости одну из основных ролей играет кремний:



При взрывном горении кремния в оболочке сверхновой вне коллапсирующего ядра, но в непосредственной близости от него в основном образуется радиоактивный изотоп ${}^{56}_{28}\text{Ni}$. Далее e -захват приводит к образованию ядра ${}^{56}_{27}\text{Co}$ преимущественно в возбужденном состоянии с энергией 1.72 МэВ с последующим переходом в основное состояние и

испусканием каскада γ -квантов с энергиями от 0.163 МэВ до 1.56 МэВ. Кривые светимости сверхновых I-го типа определяются в значительной степени свойствами цепочки распадов ${}^{56}_{28}\text{Ni} \rightarrow {}^{56}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\text{Fe}$. (рис 1)

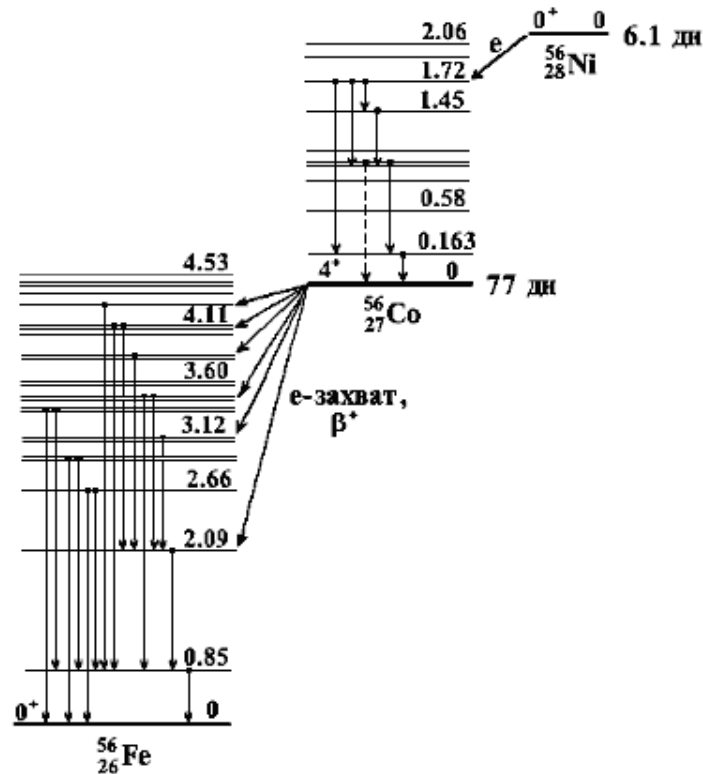


Рис. 1. Схема β - и γ -переходов в цепочке ${}^{56}_{28}\text{Ni} \rightarrow {}^{56}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{56}_{26}\text{Fe}$. Справа над уровнем указана энергия возбуждения ядра в МэВ. Для основных состояний указаны спины, четности и периоды полураспада.

Анализ спектров γ -квантов мог бы дать важную информацию о динамике сверхновых. В частности, наблюдение γ -квантов от распада ${}^{56}_{28}\text{Ni}$ позволяет оценить размер взрывающейся оболочки и скорость выброса вещества. Наблюдение линий от ${}^{56}_{27}\text{Co}$ позволяет понять динамику механизма взрыва. Относительные интенсивности линий от ${}^{56}_{28}\text{Ni}$ и ${}^{56}_{27}\text{Co}$ позволяют оценить длительность вспышки и время прекращения взрывного синтеза.

В образовании звезд второго типа светимости играют роль оба интересующих нас элемента. Кремний и сера входят в основной состав звезд второго типа, но далеко не все изотопы. Ниже приведена таблица нахождения этих элементов в звездах.

Таблица 1. Предельные массы изотопов, находящихся в звездах.

Z	Элементы	A_{\min}	A_{\max}
14	Si	27	31
16	S	31	37

Из таблицы 1 видно, что в состав элементов, учитываемых в расчетах эволюции сверхновых II-го типа, входят изотопы наиболее близкие к линии стабильности.

Таким образом, можно сделать обоснованный вывод, что кремний и сера играют неотъемлемую роль в нуклеосинтезе звезд, а также в образовании вселенной.

Также описание одночастичной структуры изотопов кремния и серы важно для исследования островов инверсии. Остров инверсии – это области N–Z диаграммы, которые содержат изотопы с нестандартным порядком одночастичных уровней модели ядерных оболочек [3]. Исследуемые цепочки изотопов пересекают один из островов при $N = 28$, а также ядра кремния проходят на границе острова с $N = 20$. (рис. 2)

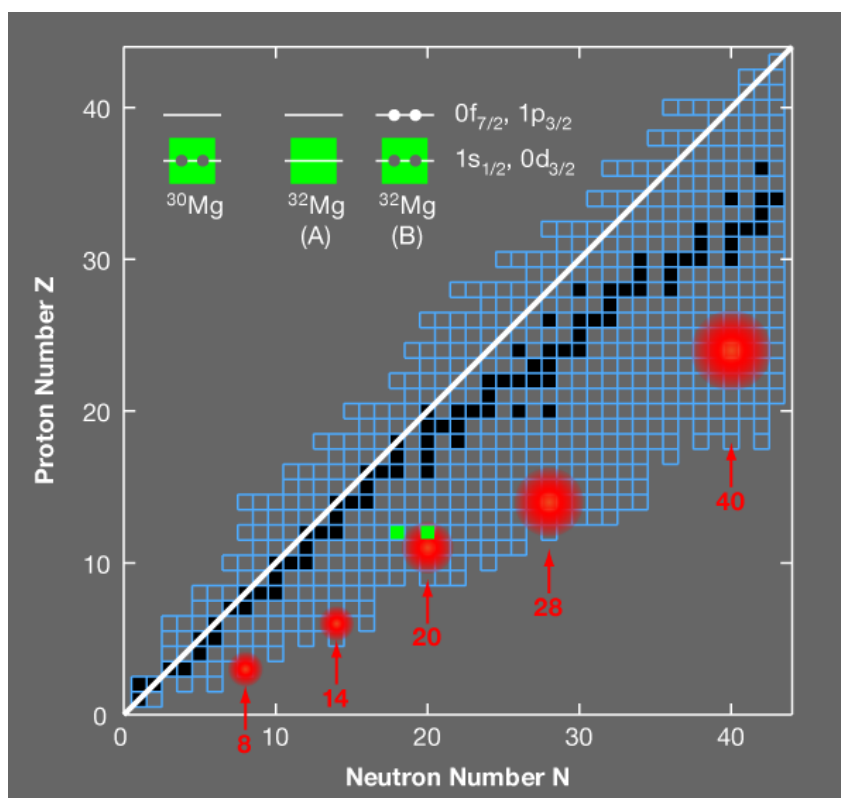


Рис. 2. Расположение островов инверсии на карте атомных ядер.

Структура стабильных изотопов

В данном разделе мы более подробно рассмотрим структуру стабильных изотопов серы и кремния. В таблице 2 показана структура стабильных изотопов серы и кремния. Можно сделать вывод, что первые 5 подболочек в стабильных ядрах серы полностью заполнены нуклонами. Все эти изотопы встречаются в природе: ${}^{32}_{16}\text{S}$ (95,02 %), ${}^{33}_{16}\text{S}$ (0,75 %), ${}^{34}_{16}\text{S}$ (4,21 %), ${}^{36}_{16}\text{S}$ (0,02 %). Аналогичная ситуация и для кремния, однако в данном случае заполнены только первые 4 подболочки. Распространенность кремния в природе: ${}^{28}_{14}\text{Si}$ (92,23 %), ${}^{29}_{14}\text{Si}$ (4,67 %) и ${}^{30}_{14}\text{Si}$ (3,10 %) [4]. Важно отметить, что наиболее часто встречающиеся изотоп серы ${}^{32}_{16}\text{S}$ и изотоп кремния ${}^{28}_{14}\text{Si}$ являются ядрами, у которых число нейтронов N равно числу протонов Z . В области легких и среднетяжелых ядер, подобные ядра проявляют наибольшую стабильность и распространенность.

Таблица 2. Распределение нуклонов по подболочкам рассматриваемых элементов.

Ядро	Спин	Конфигурация основных состояний
${}^{28}\text{Si}$	0	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})$
${}^{29}\text{Si}$	1/2	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})(2s_{1/2}^1)_n$
${}^{30}\text{Si}$	0	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})(2s_{1/2}^2)_n$
${}^{32}\text{S}$	0	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})(2s_{1/2}^4)$
${}^{33}\text{S}$	3/2	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})(2s_{1/2}^4)(1d_{3/2}^1)_n$
${}^{34}\text{S}$	0	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})(2s_{1/2}^4)(1d_{3/2}^2)_n$
${}^{36}\text{S}$	0	$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^{12})(2s_{1/2}^4)(1d_{3/2}^4)_n$

Также, можно определить спин-четности всех стабильных ядер. Так как у изотопов ${}^{32}_{16}\text{S}$, ${}^{34}_{16}\text{S}$, ${}^{36}_{16}\text{S}$, ${}^{28}_{14}\text{Si}$, ${}^{30}_{14}\text{Si}$ нет неспаренных нуклонов, то их спин-четность равна 0^+ , в то время как у ядра ${}^{33}_{16}\text{S}$ есть один неспаренный нуклон на последнем уровне, и его спин-четность равна $3/2^+$, а у ядра ${}^{29}_{14}\text{Si}$ спин-четность равна $1/2^+$.

На рис. 3 изображены зависимости энергий первого возбужденного уровня со спин-чётностью $J^P=2^+$ ($E(2^+)$) для чётно-чётных ядер кремния, кальция, серы в зависимости от числа нейтронов. На рис. 4 построена зависимость энергии отделения нейтронов B_n и протонов B_p от числа нейтронов для ядер кремния и серы.

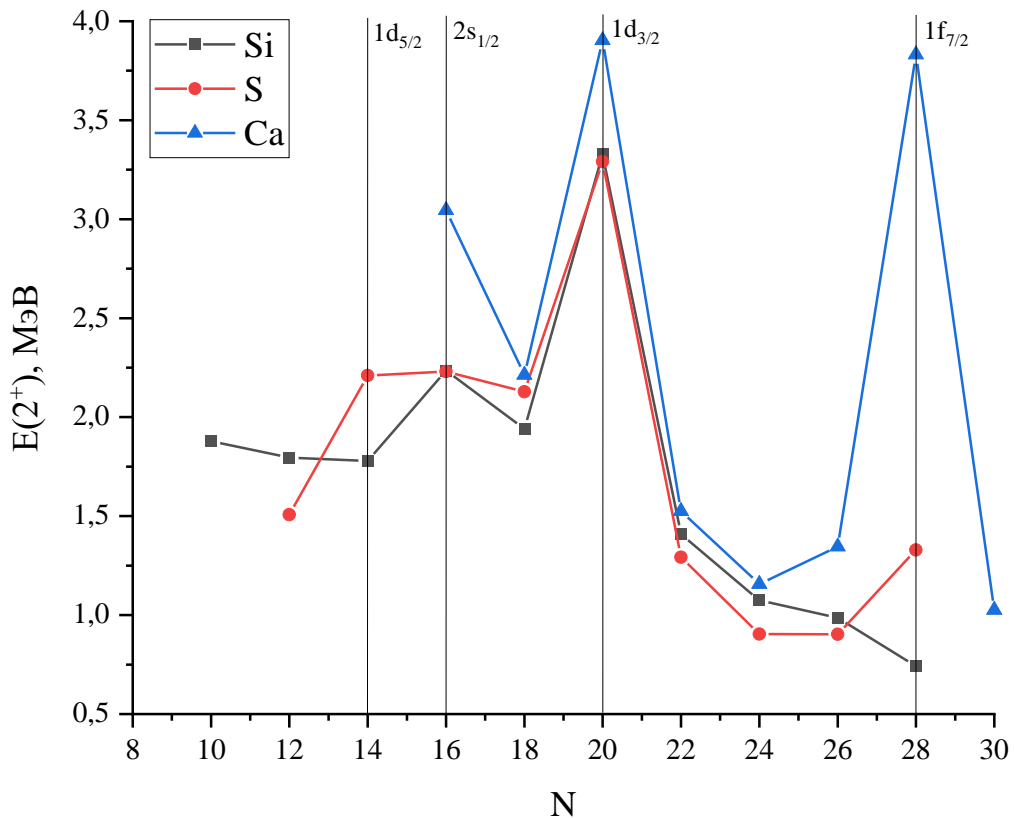


Рис. 3. Зависимость энергии $E(2^+)$ от количества нейтронов для чётно-чётных изотопов кремния, серы и кальция.

Для начала рассмотрим подробнее рисунок 3. На нем изображена зависимость $E(2^+)$ для интересующих нас серы и кремния и для кальция, как дважды магического ядра в основном состоянии. Вертикальные полосы показывают границы подоболочек в ядрах. Можно проследить достаточно яркую зависимость энергии от смены оболочки и от магических чисел (“магичность” для Si и S прослеживается при $N=20$). На границах подоболочек ($2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1f_{7/2}$) прослеживаются всплески энергии, которые объясняются оболочечной моделью строения ядра.

При рассмотрении зависимости энергий отделения нуклонов от числа нейтрона в изотопах ядра серы (рис. 4, справа) и изотопах ядра кремния (рис.

4, слева) можно проследить, что энергия отделения протона почти не зависит от смены подоболочки. Единственный “серьезный” скачок энергии на графике для серы прослеживается при $N=16$, когда число протонов в ядре равно числу нейтронов (в данном случае говорится об изотопе $^{32}_{16}S$). Для кремния аналогично, наибольший скачок прослеживается при $N=14$, когда число протонов равно числу нейтронов ($^{28}_{14}Si$).

В то время, как энергия отделения протона ядра всегда возрастает с числом нейтронов, энергия отделения нейтрона меняется скачкообразно от четно-четного ядра к нечетному. Наблюдается изменение скорости падения энергии отделения нейтрона при переходе на следующую подоболочку заполнения. Таким образом, величина энергии отделения реагирует как на четность ядра, так и на смену подоболочки заполнения. Скачки в энергии отделения между подоболочками выражены слабее, чем, например, в магических ядрах, что объясняется квантовыми эффектами. Из-за этого в формулу Вайцеккера приходится вводить специальные члены для описания всевозможных скачков, поскольку они отражают квантовые эффекты, которые в модели Жидкой капли не заложены.

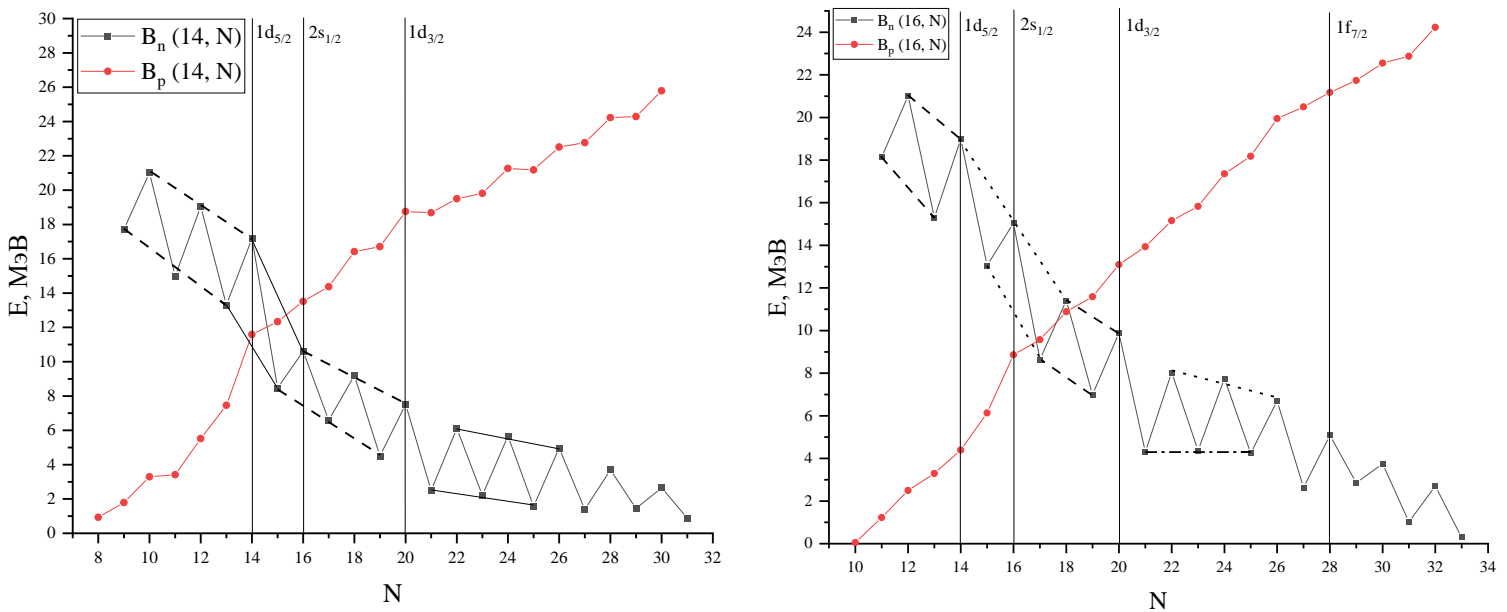


Рис. 4. Зависимость энергии отделения нейтронов B_n и протонов B_p от числа нейтронов N для изотопов кремния (слева) и изотопов серы (справа).

Реакции срыва и подхвата

Используя в качестве основы одночастичную модель оболочек, можно оценить одночастичную энергию нуклона на подоболочках близких к поверхности Ферми. Учтем, что нуклоны атомного ядра являются независимыми частицами в центральном потенциале в рамках одночастичной оболочечной модели. Тогда полная энергия связи ядра равна сумме вкладов отдельных нуклонов W_i :

$$W(A, Z) = \sum_i^{A+1} W_i$$

Рассмотрим исходное чётно-чётное ядро с A нуклонами и его нечётных соседей с $A \pm 1$, полученных из исходного добавлением или отрывом нуклона. Если увеличится число нуклонов, добавляемая частица займёт первую незаполненную подоболочку начального ядра. Если число нуклонов уменьшится, то образуется дырка на ближайшей к поверхности Ферми подоболочке. Зная состояния конечных ядер, можно оценить энергии частицы или вакансии в начальном ядре. Одночастичную энергию частицы E_{nlj}^+ и вакансии E_{nlj}^- можно оценить как разность энергий связи начального и конечного ядер, равная энергии отделения нуклона $B_{(p,n)}$:

$$E_{nlj}^+(A) = \sum_i^{A+1} W_i - \sum_i^A W_i = -B_{p,n}(A + 1) \quad (1)$$

$$E_{nlj}^-(A) = \sum_i^A W_i - \sum_i^{A-1} W_i = -B_{p,n}(A)$$

Важно учитывать, что нуклон может оказаться на более высокой подоболочке, чем первая незаполненная подоболочка. Кроме того, уносимый нуклон может быть вырван из подоболочки, которая имеет меньшую энергию, чем последняя заселенная. В подобных случаях конечное ядро будет возбуждено, при этом свойства его возбуждённого состояния можно объяснить однонуклонным переходом. Учтем это обстоятельство, введя энергию возбуждения E_{nlj}^* конечного ядра в оценки одночастичных состояний вакансии и частицы:

$$E_{nlj}^+(A) = -B_{p,n}(A + 1) + E_{nlj}^*(A + 1) \quad (2)$$

$$E_{nlj}^-(A) = -B_{p,n}(A) - E_{nlj}^*(A - 1)$$

Реакции передачи одного нуклона часто используются для изучения оболочечной структуры стабильных изотопов. Такие реакции делятся на два типа: реакции срыва и реакции подхвата. В ходе реакции срыва легкая частица сталкивается с ядром-мишенью и передает свой нуклон на одну из его свободных одночастичных подоболочек. В реакции подхвата ядро теряет нуклон одной из своих одночастичных подоболочек, который уносится легкой частицей. Энергетические и угловые распределения конечных частиц, полученные при реакциях однонуклонных передач, позволяют получить численные энергетические оценки конечных состояний изучаемых ядер, что было показано Батлером в 1951 г. [5]

Благодаря борновскому приближению искаженных волн (DWBA) можно выделить множитель из экспериментального углового распределения – спектроскопическую силу:

$$\frac{d\sigma_i^\pm}{d\Omega}(l, j, \theta)_{exp} = N G_{nlj}^\pm \frac{d\sigma}{d\Omega}(l, \theta)_{DWBA}$$

где N – нормализующий фактор, G_{nlj}^\pm – спектроскопическая сила срыва (+) или подхвата (–).

Спектроскопическая сила в случае реакции срыва определяет вероятность перехода нуклона с налетающей частицы на определенную одночастичную орбиту ядра A . В случае подхвата же определяет вероятность перехода нуклона с орбиты ядра к частице (рис. 5).

Обычно в экспериментальных результатах указывают связанную со спектроскопической силой величину – спектроскопический фактор S_{nlj}^+ :

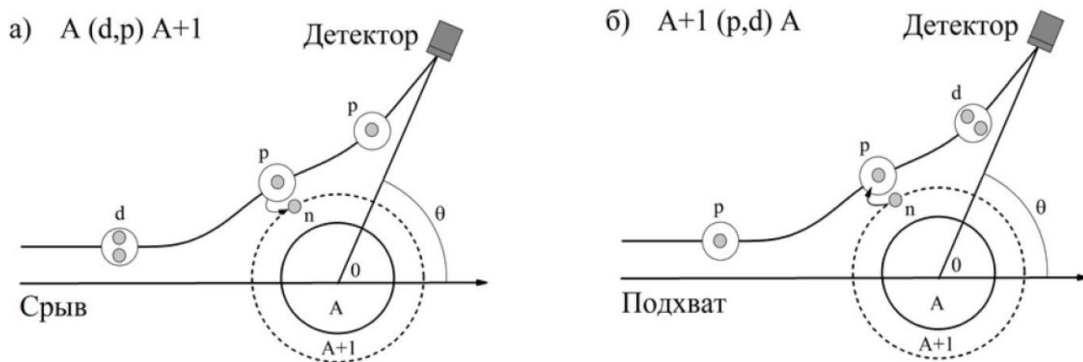


Рис. 5. Схемы экспериментов реакции: а) – срыва, б) – подхвата нейтрона.

$$G_{nlj}^+(i) = \frac{2J_f+1}{2J_a+1} C^2 S_{nlj}^+(i) \quad (3)$$

$$G_{nlj}^-(i) = C^2 S_{nlj}^-(i)$$

где J_f – спин конечного ядра, J_a – спин ядра-мишени, C^2 – квадрат изоспинного коэффициента Клебша-Гордана.

Сумма всех спектроскопических сил по подболочке для реакции срыва соответствует числу вакансий на ней N_h :

$$G_{nlj}^+ = \sum_i G_{nlj}^+(i) = N_h \quad (4)$$

Для реакции подхвата, аналогично срыву, спектроскопическая сила подболочки должна быть равна полному числу частиц на ней N_p :

$$G_{nlj}^- = \sum_i G_{nlj}^-(i) = N_p \quad (5)$$

В итоге, мы получаем правило сумм для подболочки с полным моментом j :

$$G_{nlj}^+ + G_{nlj}^- = N_h + N_p = 2j + 1 \quad (6)$$

Или в более развернутой форме:

$$\sum_i \frac{2J_f+1}{2J_a+1} C^2 S_{nlj}^+(i) + \sum_i C^2 S_{nlj}^-(i) = 2j + 1 \quad (7)$$

За весь период применения реакций однонуклонных передач для изучения структуры стабильных ядер накопилось значительное количество работ. Количество проанализированных работ, из которых были получены данные по изотопам кремния и серы, приведено в таблице 3. Полный список рассмотренных экспериментов по интересующим нас ядрам приведен в

Приложении. Из-за невозможности обнаружения экспериментов по подхвату нейтрона и срыву протона для ядра ${}^{36}_{16}\text{S}$, дальше мы его не рассматриваем. С учетом количества данных, были введены некоторые критерии для нахождения наиболее удачной пары экспериментов, которая давала бы достоверную картину строения ядра.

Таблица 3. Число рассмотренных статей для реакций однонуклонных передач на стабильных четно-четных ядрах серы и кремния.

Ядро	Перенос нейтрона		Перенос протона	
	Срыв	Подхват	Срыв	Подхват
${}^{28}_{14}\text{Si}$	6	8	8	5
${}^{30}_{14}\text{Si}$	9	9	10	7
${}^{32}_{16}\text{S}$	3	11	6	5
${}^{34}_{16}\text{S}$	6	3	4	4
${}^{36}_{16}\text{S}$	3	–	–	2

На основании соотношений (4-6) можно сформулировать критерии отбора работ с данными о реакциях однонуклонных передач. При выборе экспериментов и их пар мы стремились последовательно выполнять следующие условия:

- Полученная в работе сумма спектроскопических сил даёт близкое к простейшей оболочечной модели число частиц (дырок) на $1d2s$ оболочке.
- Комплементарная пара работ даёт близкую к $2j + 1$ сумму частиц и дырок для каждой подоболочки.

Ранее изучалась структура кремния на основе однонуклонных передачах в работе [6]. Используемые в этой работе критерии включали в себя несколько дополнительных, помимо упомянутых выше, связанных с аппроксимацией заполнения подоболочек БКШ-функцией. В качестве одного из дополнений, учитывалось соответствие энергии Ферми и качество аппроксимации, полученной из фитирования, грубой оценке:

$$E_F(A) = \frac{B_{p,n}(A) + B_{p,n}(A+1)}{2} \quad (8)$$

Из выбранных пар экспериментов реакций срыва и подхвата протона и нейтрона для $^{28}_{14}\text{Si}$ получены спектроскопические силы, представленные на рис. 6. Исходя из того, что в данном ядре число протонов и нейтронов совпадает, можно сделать вывод, что спектроскопические картины для реакций срыва разных нуклонов и их подхвата должны быть похожи. Действительно, в области низких энергий картины спектроскопических сил имеют схожий вид.

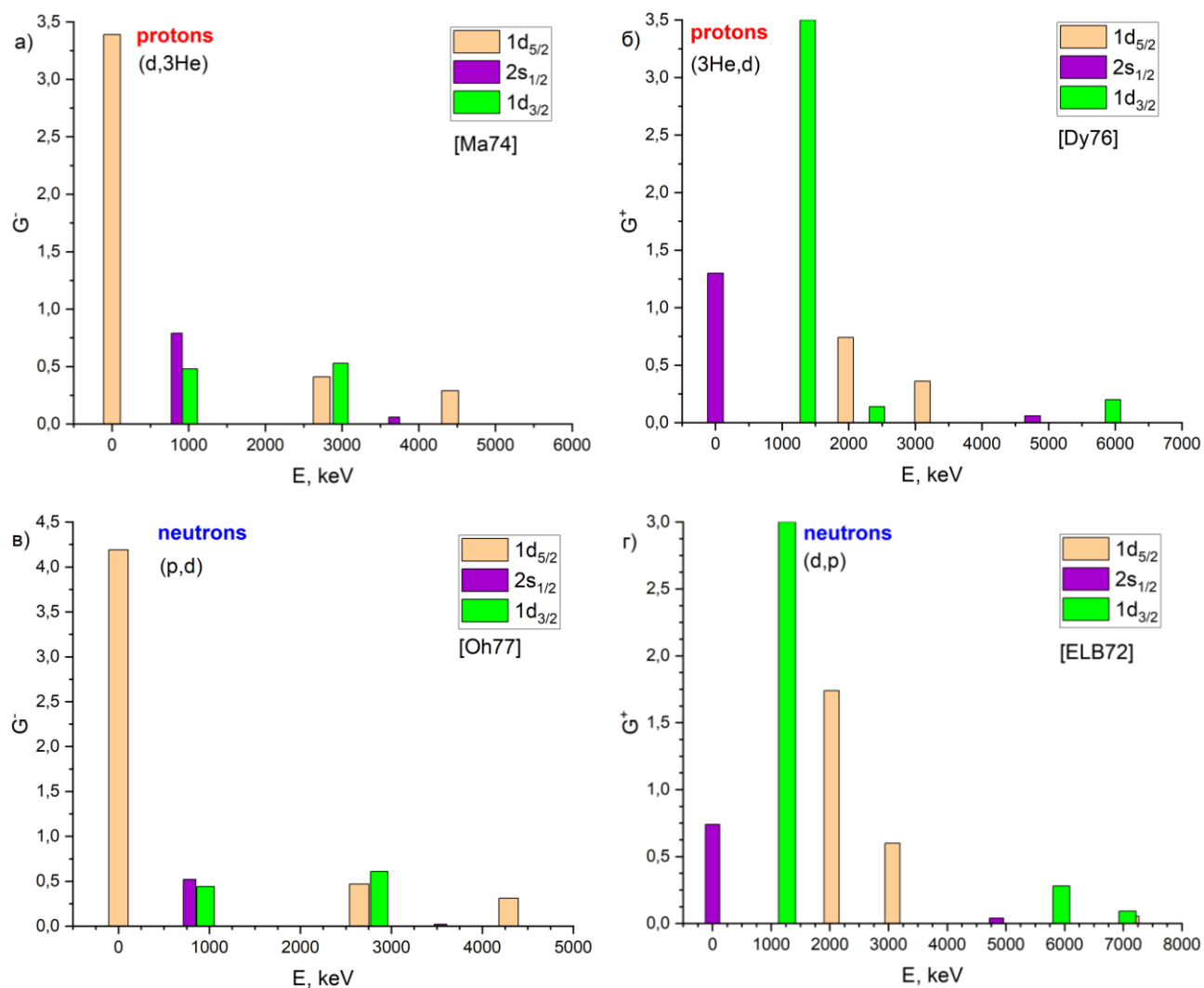


Рис. 6. Спектроскопические силы подхвата протона (а)[7] и срыва протона (б)[8], подхвата нейтрона (в)[9] и срыва нейтрона (г)[10] для $^{28}_{14}\text{Si}$.

Спектроскопические силы для $^{32}_{16}\text{S}$ должны так же, как в случае с $^{28}_{14}\text{Si}$, давать схожие картины для протонов и нейтронов, так как в этом ядре $N=Z=16$

и нуклоны занимают оболочки примерно одинаково. Полученную картину для спектроскопических сил можно наблюдать на рис. 8 (см. Приложение).

Суммы спектроскопических сил для реакций срыва и подхвата для ядер $^{28}_{14}\text{Si}$, $^{30}_{14}\text{Si}$, $^{32}_{16}\text{S}$, $^{34}_{16}\text{S}$ в целом близки к ожидаемым в рамках оболочечной модели числам частиц и дырок на $1d2s$ оболочке (см приложение, табл. 8, 9).

Уровни ядра могут быть значительно фрагментированы [11], поэтому необходимо использовать некоторое усреднение для положения энергии возбуждения конечного ядра, которое соответствует подоболочке с квантовыми числами nlj .

С помощью спектроскопических сил можно рассчитать энергетический центроид подоболочки для случая срыва и подхвата нуклона:

$$C_{nlj}^{\pm} = \sum_i \frac{E_{nlj}^{\pm}(i)G_{nlj}^{\pm}(i)}{G_{nlj}^{\pm}(i)} \quad (9)$$

Если использовать центроиды, как поправки для энергии отделения нуклонов, то можно оценить одночастичные энергии частиц и дырок на этой подоболочке:

$$E_{nlj}^{+} = -B_p(N, Z + 1) + C_{nlj}^{+} \quad (10)$$

$$E_{nlj}^{-} = -B_p(N, Z) - C_{nlj}^{-}$$

а из согласования E_{nlj}^{\pm} возможно получение оценки энергетического положения подоболочки nlj :

$$\langle E_{nlj} \rangle = \frac{G_{nlj}^{+}E_{nlj}^{+} + G_{nlj}^{-}E_{nlj}^{-}}{G_{nlj}^{+} + G_{nlj}^{-}} \quad (11)$$

Также на основе спектроскопических сил можно получить оценку заселенности подоболочки nlj :

$$v_{nlj}^2 = \frac{G_{nlj}^{-}(2j+1 - G_{nlj}^{+})}{2(2j+1)} \quad (12)$$

В рассматриваемом случае заселенность является нормированной на полное число частиц на подоболочке величиной, принимающей максимальное

значение 1 в случае полностью заполненной подболочки, минимальное значение 0 – в пустой подболочке. Чтобы проверить согласованность результатов экспериментов срыва и подхвата полученных значений одночастичных энергий $\langle E_{nlj} \rangle$ и заселенностей v_{nlj}^2 может быть использована БКШ-функция для заселенности подболочки:

$$v_{nlj}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\langle E_{nlj} \rangle - E_F}{\sqrt{(\langle E_{nlj} \rangle - E_F)^2 + \Delta^2}} \right) \quad (13)$$

на основании которой можно также получить энергию Ферми для исследуемого ядра E_F и параметр щели Δ , характеризующий масштаб частично-дырочных возбуждений. Ещё в качестве способа оценки E_F и Δ для проверки справедливости полученных результатов можно использовать их определения для соответствующих нуклонов от ядер A , $A \pm 1$:

$$E_F(A) = \frac{B_{p,n}(A) + B_{p,n}(A+1)}{2} \quad (14)$$

$$\Delta_{p,n} = -\frac{1}{4} \left(B_{p,n}(A+1) - 2B_{p,n}(A) + B_{p,n}(A-1) \right) \quad (15)$$

Так как по отдельности для реакций срыва и подхвата величины E_{nlj}^+ , E_{nlj}^- , N_p и $2j + 1 - N_h$ принимают различные значения, их совместное рассмотрение позволяет увеличить точность оценок E_{nlj} и v_{nlj}^2 . В сущности, реакции срыва и подхвата нуклона действуют взаимодополняющим образом, позволяя получить наиболее полную информацию об исследуемой подболочке за счет учета остаточных взаимодействий и минимизации допускаемой ошибки.

Отбор спектроскопических данных

Из-за количества экспериментов (см. табл. 3) по интересующим нас изотопам были введены критерии отбора наиболее подходящих пар экспериментов. Мы уже рассмотрели бóльшую часть из них:

- Суммарное значение спектроскопических сил для подболочек $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ для выбранных нами изотопов ядер должно быть максимально близко к значениям, которые предполагает одночастичная модель оболочек.
- Наилучшее выполнение правила сумм $G_{nlj}^+ + G_{nlj}^- = 2j + 1$ для каждой подболочки в отдельности.
- Соответствие полученных из экстраполяции экспериментальных значений E_f грубым оценкам, полученным на основании энергий отделения нуклонов B_n от ядер A и $A + 1$ (см. пред. раздел).
- Широкий энергетический охват, высокое разрешение по энергии.

Опираясь на вышесказанные критерии, вводится “штрафная функция”, для отбора наиболее согласованной пары экспериментов:

$$p_k = \frac{1}{5} \left(\langle a_k \rangle + \frac{N_{max}^+ - N_k^+}{N_{max}^+} + \frac{N_{max}^- - N_k^-}{N_{max}^-} + \frac{\sigma_k(E_F)}{\sigma_{max}(E_F)} + \frac{\sigma_k(\Delta^2)}{\sigma_{max}(\Delta^2)} \right)$$

где k – индекс пары экспериментов, $\langle a_k \rangle$ – усредненное значение a_j по исследуемым подболочкам для k -й пары экспериментов, второй член суммы – отклонение числа состояний, полученных в реакции срыва для k -й пары от максимального значения, третий член – аналогичное отклонение, но для реакции подхвата k -й пары, четвертый и пятый члены ответственны за минимизацию ошибки определения E_F и Δ посредством экстраполяции эксперимента.

В ОЭПВАЯ НИИЯФ МГУ для оптимизации процесса отбора наиболее подходящих пар экспериментов создана программа «SNTRA», которая позволяет рассчитывать спектроскопические силы G_{nlj}^\pm , заселенности v_{nlj}^2 , энергию Ферми E_F и параметр щели Δ . В последнюю версию программы

введена процедура перенормировки спектроскопической силы, описание процедуры приведено ниже.

На рис. 7 приведен пример результатов работы программы на примере $^{28}_{14}\text{Si}$ реакций срыва и подхвата нейтрона. Программа выдает готовые графики со спектроскопическими силами для подболочек (слева сверху и снизу), строит и аппроксимирует функцию БКШ (сверху по центру), строит штрафную функцию (справа сверху), уровни энергии подболочек (снизу по центру) и таблицу, в которой выводит значения энергии Ферми (E_F), параметра щели Δ , значение штрафной функции (penalty), значения заселенностей для подболочек (ОСС) и соответствие правилу сумм для спектроскопических сил $(\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j+1})$. В последней версии программы в этой таблице также представлены коэффициенты нормировки (n+, n-).

Значения спектроскопических факторов SNTRA берет из входных файлов, в которых находятся значения из статей или же из базы ENSDF.

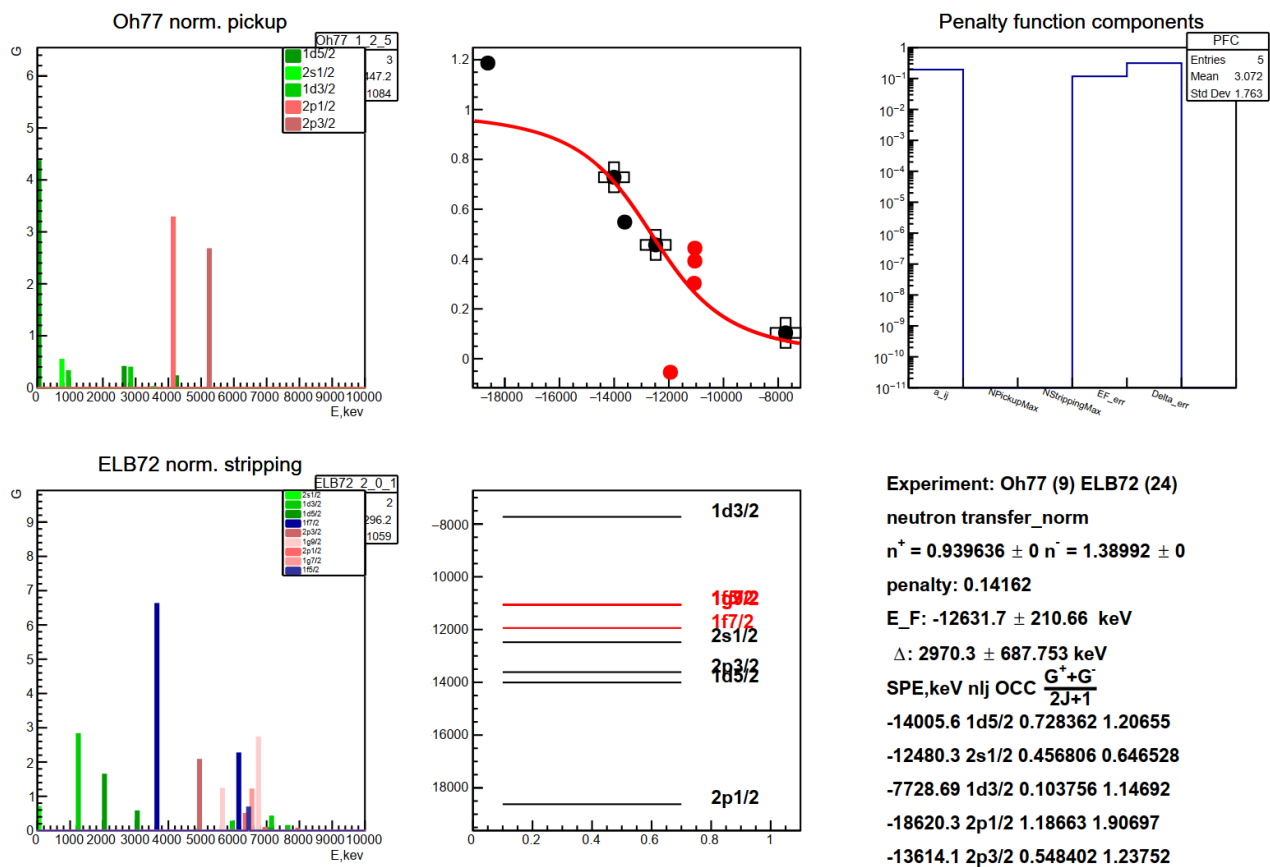


Рис. 7. Пример результатов работы программы для $^{28}_{14}\text{Si}$ для реакций срыва и подхвата нейтрона.

Метод нормировки

Метод нормировки, представленный в данной работе, базируется на основе метода, изложенного в [19]. Этот метод был использован для более тяжёлых элементов, мы же его пробуем применить для рассматриваемых элементов. Он представляет собой решение системы:

$$\begin{cases} n^- G^-(j_{1d_{5/2}}) + n^+ G^+(j_{1d_{5/2}}) = 2j_{1d_{5/2}} + 1 \\ n^- G^-(j_{2s_{1/2}}) + n^+ G^+(j_{2s_{1/2}}) = 2j_{2s_{1/2}} + 1 \\ n^- G^-(j_{1d_{3/2}}) + n^+ G^+(j_{1d_{3/2}}) = 2j_{1d_{3/2}} + 1 \end{cases}$$

Необходимо найти n^\pm – нормировочные коэффициенты для реакций срыва и подхвата. Значения сумм спектроскопических сил G_{nlj}^\pm берутся из статей с экспериментами. Значения полных моментов мы берем из предположений одночастичной модели оболочек.

Посредством подставки коэффициентов G_{nlj}^\pm из экспериментальных данных находим коэффициенты n^\pm и подставляем полученные данные в программный код, использующий пакет программ CERN ROOT для выполнения нормировки по методу наименьших квадратов (МНК). МНК выбран как наиболее простой метод нормировки линейной зависимости, представленной в системе. С помощью полученных коэффициентов n^\pm получаем новые значения одночастичной энергии и заселенности.

В следующей главе мы рассмотрим результаты работы программы, как изменились результаты экспериментов и улучшает ли нормировка соответствие экспериментальных данных ОМО для ядер $1d2s$ оболочки.

Результаты

Рассмотрим результаты изотопа кремния $^{28}_{14}\text{Si}$, в котором $N=Z$:

Таблица 4. Результаты работы программы для изотопа кремния $^{28}_{14}\text{Si}$ для протонов.

$^{28}_{14}\text{Si}_{\text{pr}}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Ma74 Dy76	$1d_{5/2}$	-9,68	0,75	0,87	0,07	-7,46	3,83
	$2s_{1/2}$	-6,42	0,37	1,11			
	$1d_{3/2}$	-3,7	0,15	1,21			
$n^+=0,7$ $n^-=1,27$	$1d_{5/2}$	<i>-10,66</i>	<i>0,87</i>	<i>0,99</i>	0,16	-7,15	4,34
	$2s_{1/2}$	<i>-7,91</i>	<i>0,53</i>	<i>1,01</i>			
	$1d_{3/2}$	<i>-5,15</i>	<i>0,33</i>	<i>0,99</i>			
Wi68 Dy76	$1d_{5/2}$	-10,01	0,79	0,94	0,1	-7,29	3,84
	$2s_{1/2}$	-5,8	0,33	1,01			
	$1d_{3/2}$	-3,74	0,15	1,23			
$n^+=0,87$ $n^-=1,1$	$1d_{5/2}$	-10,42	0,85	1,03	0,1	-6,87	3,72
	$2s_{1/2}$	-5,75	0,34	0,87			
	$1d_{3/2}$	-4,05	0,21	1,1			

В первой и третьей объединенных строках указаны сокращенные названия статей с экспериментальными данными, во второй и четвертой объединенных строках эти же эксперименты, но уже после процедуры нормировки. Экспериментальные данные, прошедшие процедуру нормировки, выделены курсивом для удобства прочтения таблицы. Представлены две пары наборов экспериментов, так как первая пара оказалась наилучшей без нормировки, вторая – с нормировкой.

После проведения нормировки в большинстве подболочек сумма частиц и дырок приблизилась к $2j + 1$, на чем и основывается предложенная

нами процедура нормировки. Однако, можно заметить, что для некоторых подболочек значения суммы частиц и дырок на подболочке стали сильнее отклоняться от $2j + 1$. Это связано с тем, что перенормировка дает нормировочные коэффициенты для всех оболочки и “улучшает” значения также относительно оболочки, а не отдельных подболочек. Пересчитаны значения одночастичных энергий (E_{nlj}), заселенностей (ОСС), энергии Ферми и параметра щели. Как раз в этих значениях мы можем наблюдать значительные изменения, например, в энергиях. Аналогичная процедура нормировки была произведена для нейтронов в ядре $^{28}_{14}\text{Si}$. Результаты приведены в Таблица 5.

Таблица 5. Результаты работы программы для изотопа кремния $^{28}_{14}\text{Si}$ для нейтронов.

$^{28}_{14}\text{Si_neu}$	nlj	E_{nlj} , MeV	ОСС	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Oh77 ELB72	$1d_{5/2}$	-13,92	0,71	1,23	0,067	-12,55	3,07
	$2s_{1/2}$	-12,26	0,44	0,66			
	$1d_{3/2}$	-8,4	0,12	1,29			
$n^+=0,94$ $n^-=1,39$	$1d_{5/2}$	-14,01	0,73	1,21	0,142	-12,63	2,97
	$2s_{1/2}$	-12,48	0,46	0,65			
	$1d_{3/2}$	-7,73	0,1	1,15			
Oh77 Me71	$1d_{5/2}$	-15,63	0,82	1,01	0,107	-12,33	3,88
	$2s_{1/2}$	-11,04	0,34	0,86			
	$1d_{3/2}$	-9,34	0,2	1,14			
$n^+=1,03$ $n^-=1,42$	$1d_{5/2}$	-15,52	0,83	1,03	0,135	-12,31	3,66
	$2s_{1/2}$	-11,08	0,34	0,89			
	$1d_{3/2}$	-8,51	0,14	1,08			

Просмотрев результаты до и после нормировки, делаем вывод, что наша процедура сработала в явном виде только для подболочки $1d_{3/2}$, привнеся незначительные изменения на остальных. Возможно, это связано с тем, что авторы работ, где приведены данные по экспериментам срыва/подхвата нейтронов, выполняли свою собственную нормировку, которая была похожа на нашу.

Рассмотрим теперь подобным образом изотоп серы $^{32}_{16}\text{S}$, протоны (см. табл. 6). Значения энергий и заселенностей изменились не значительно, лишь на сотые доли или несколько десятых. Из этого можно сделать вывод, что перенормировка почти не повлияла на рассчитываемы величины.

Таблица 6. Результаты работы программы для изотопа серы $^{32}_{16}\text{S}$ для протонов.

$^{32}_{16}\text{S}_{\text{pr}}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Ma74 Kozub1972	$1d_{5/2}$	-12,46	0,97	0,98	0,04	-6,02	2,72
	$2s_{1/2}$	-7,46	0,73	1,2			
	$1d_{3/2}$	-5,1	0,34	1,06			
$n^+=0,87$ $n^-=0,95$	$1d_{5/2}$	-12,48	0,95	0,93	0,06	-6,04	3
	$2s_{1/2}$	-7,62	0,74	1,12			
	$1d_{3/2}$	-5,28	0,38	0,96			
Ar86 Kozub1972	$1d_{5/2}$	-12,3	0,86	0,76	0,14	-6,04	3,94
	$2s_{1/2}$	-7,02	0,65	1,04			
	$1d_{3/2}$	-4,21	0,27	0,91			
$n^+=0,99$ $n^-=1,18$	$1d_{5/2}$	-12,35	0,93	0,89	0,13	-5,93	3,14
	$2s_{1/2}$	-7,36	0,71	1,16			
	$1d_{3/2}$	-4,51	0,29	0,95			

При рассмотрении результатов для нейтронов ${}^{32}_{16}\text{S}$ (табл. 7) можно сделать обратный вывод относительно результатов для кремния – на нейтроны перенормировка повлияла сильнее, чем на протоны. Наиболее это заметно, опять же, на $1d_{3/2}$ подболочке. Также, достаточно сильно увеличились все заселенности.

Таблица 7. Результаты работы программы для изотопа серы ${}^{32}_{16}\text{S}$ для нейтронов.

${}^{32}_{16}\text{S_neu}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Ka75 Me71+Li75	$1d_{5/2}$	-17,87	0,95	1,01	0,08	-12,65	2,46
	$2s_{1/2}$	-13,49	0,66	0,96			
	$1d_{3/2}$	-9,71	0,12	1,39			
$n^+=0,65$ $n^-=1,08$	$1d_{5/2}$	-18,12	1	1,06	0,38	-12,06	3,58
	$2s_{1/2}$	-14,34	0,74	0,9			
	$1d_{3/2}$	-10,54	0,32	1,04			
Ma07+Ka75 Me71+Li75	$1d_{5/2}$	-18,02	0,96	1,02	0,11	-12,84	2,6
	$2s_{1/2}$	-13,84	0,68	1			
	$1d_{3/2}$	-9,9	0,13	1,42			
$n^+=0,63$ $n^-=1,05$	$1d_{5/2}$	-18,28	1	1,06	0,37	-12,17	3,68
	$2s_{1/2}$	-14,75	0,76	0,91			
	$1d_{3/2}$	-10,84	0,34	1,03			

Похожие картины наблюдаются и для изотопов ${}^{30}_{14}\text{Si}$ и ${}^{34}_{16}\text{S}$, как для протонов, так и для нейтронов (см. Приложение), хотя для этих ядер перенормировка изменила результаты как для протонов, так и для нейтронов.

Заключение

Исследование структуры атомных ядер все еще остается достаточно трудоемким и сложным процессом. Однако, в результате данной работы, можно сделать заключение о практической применимости одночастичной модели оболочек и спектроскопических факторов для ограниченного изучения структуры атомных. Не смотря на относительную простоту теории, ОМО позволяет описать и изучить многие характеристики ядра.

Для реакций однонуклонных передач введена процедура перенормировки экспериментальных данных, которая показала неоднозначные результаты и требует улучшения самой процедуры. Возможно, в дальнейшем, получится улучшить перенормировку путем рассмотрения отдельных систем, подобных рассмотренной в работе, для получения нормировочных коэффициентов для каждой из подоболочек.

Вероятно, для получения более корректного результата проведенной работы требуется расширить, или даже обновить, экспериментальную базу, ввести единую процедуру нормировки результатов.

Благодарности

Автор выражает благодарность Т. Ю. Третьяковой, Н. А Федорову и И. Д. Дашкову за неоценимую помощь в выполнении данной работы и моральную поддержку в особенно трудные для автора времена.

Список используемых материалов

1. М. Гоепперт-Майер. // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 75. — P. 1464.
2. Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов. Нуклеосинтез во вселенной. — Издательство Московского университета, М. 1998.
3. В. А. Brown. Islands of insight in the nuclear chart // Physics. — 2010. — Vol. 104, no. 3.
4. URL.: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/> (база ядерных данных BNL).
5. С. Батлер. Ядерные реакции срыва. — Издательство ин. лит., М. 1960.
6. O. V. Bespalova, et al. Evolution of single-particle structure of silicon isotopes // The European Physical Journal A. — 2018. — Vol. 54, no. 1. — P. 2.
7. H. Mackh, G. Mairle and G. J. Wagner // Z. Phys A, Vol. 269. P. 353, 1974.
8. W.W. Dykoski and D. Dehnhard // Phys. Rev. C, Vol. 13, P. 80, 1976.
9. H. Ohnuma et al // J. Phys. Soc. Japan, Vol. 42, P. 382, 1977.
10. F. El-Bedewi and M. Shalaby // J. Phys. A: Gen. Phys., Vol. 5, P. 1624, 1972.
11. I. N. Boboshin, et al. // Nucl. Phys. A, Vol. 496, P. 93, 1989.
12. R. L. Kozub, D. H. Youngblood. Single-Particle Strengths for Quasibound Levels in ^{33}Cl // Phys. Rev. C. — 1972. — Vol. 5.
13. J. Källne and B. Fagerström // Phys. Scr. 11, 79, 1975.
14. R. Liljestränd et al // Phys. Rev. C, 11(5), P. 1570–1577, 1975.
15. M. C. Mermaz, et al. // Phys. Rev. C, Vol. 4, P. 1778, 1971.
16. V. Vernotte et al. // Phys. Rev. C, Vol. 2, P. 41, 1990.
17. R.C. Haight et al. // Nucl. Phys. A, Vol. 241, P. 285, 1975.
18. S. Piskoi, J. Novak // Nucl. Phys. A, Vol. 662, P. 112, 2000.
19. S. Khan, et al. // Nucl. Phys. A, Vol. 481, P. 253, 1988.
20. A. Graue, et al. // Nucl. Phys. A, Vol. 136, P. 513–531, 1969.
21. S. A. Gillespie et al // Phys. Rev. C, 96(2), 2017.
22. R. Abegg, S.K.Datta // Nucl. Phys. A, Vol. 287, Issue 1, p. 94-108, 1977.
23. И. Д. Дашков, Т. Ю. Третьякова, Н. А. Федоров // УЗФФ №4, 1940302, 2019.
24. Валантэн Л. Субатомная физика: ядра и частицы. -М.: Мир, 1986.

Приложение

Таблица 8. Сумма спектроскопических сил G_{nlj}^{\pm} , полученных из реакций срыва и подхвата для подоболочек $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ ядер $^{28}_{14}\text{Si}$, $^{30}_{14}\text{Si}$, полученная сумма сил и ожидаемое в ОМО число дырок и частиц на $1d2s$ оболочке.

	Срыв				Подхват			
	$^{28}_{14}\text{Si}$		$^{30}_{14}\text{Si}$		$^{28}_{14}\text{Si}$		$^{30}_{14}\text{Si}$	
	р	п	р	п	р	п	р	п
$1d_{5/2}$	1,10	2,39	1,21	0,61	4,09	4,97	5,28	5,98
$2s_{1/2}$	1,36	0,78	1,67	0,73	0,85	0,54	0,81	1,13
$1d_{3/2}$	3,64	3,37	4,00	3,18	1,01	1,05	1,21	0,92
$1d2s$	6,10	6,55	6,87	4,52	5,95	6,56	7,30	8,03
Shell Model	6	6	6	4	6	6	6	8

Таблица 9. Сумма спектроскопических сил G_{nlj}^{\pm} , полученных из реакций срыва и подхвата для подоболочек $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ ядер $^{32}_{16}\text{S}$, $^{34}_{16}\text{S}$, полученная сумма сил и ожидаемое в ОМО число дырок и частиц на $1d2s$ оболочке.

	Срыв				Подхват			
	$^{32}_{16}\text{S}$		$^{34}_{16}\text{S}$		$^{32}_{16}\text{S}$		$^{34}_{16}\text{S}$	
	р	п	р	п	р	п	р	п
$1d_{5/2}$	0,12	0,62	0,22	0,23	5,73	5,75	6,12	5,56
$2s_{1/2}$	0,74	0,64	0,32	0,28	1,67	1,28	1,44	1,51
$1d_{3/2}$	2,76	4,11	3,41	1,48	1,49	1,25	0,81	3,17
$1d2s$	3,62	5,37	3,95	1,99	8,89	8,28	8,37	10,24
Shell Model	4	4	4	2	8	8	8	10

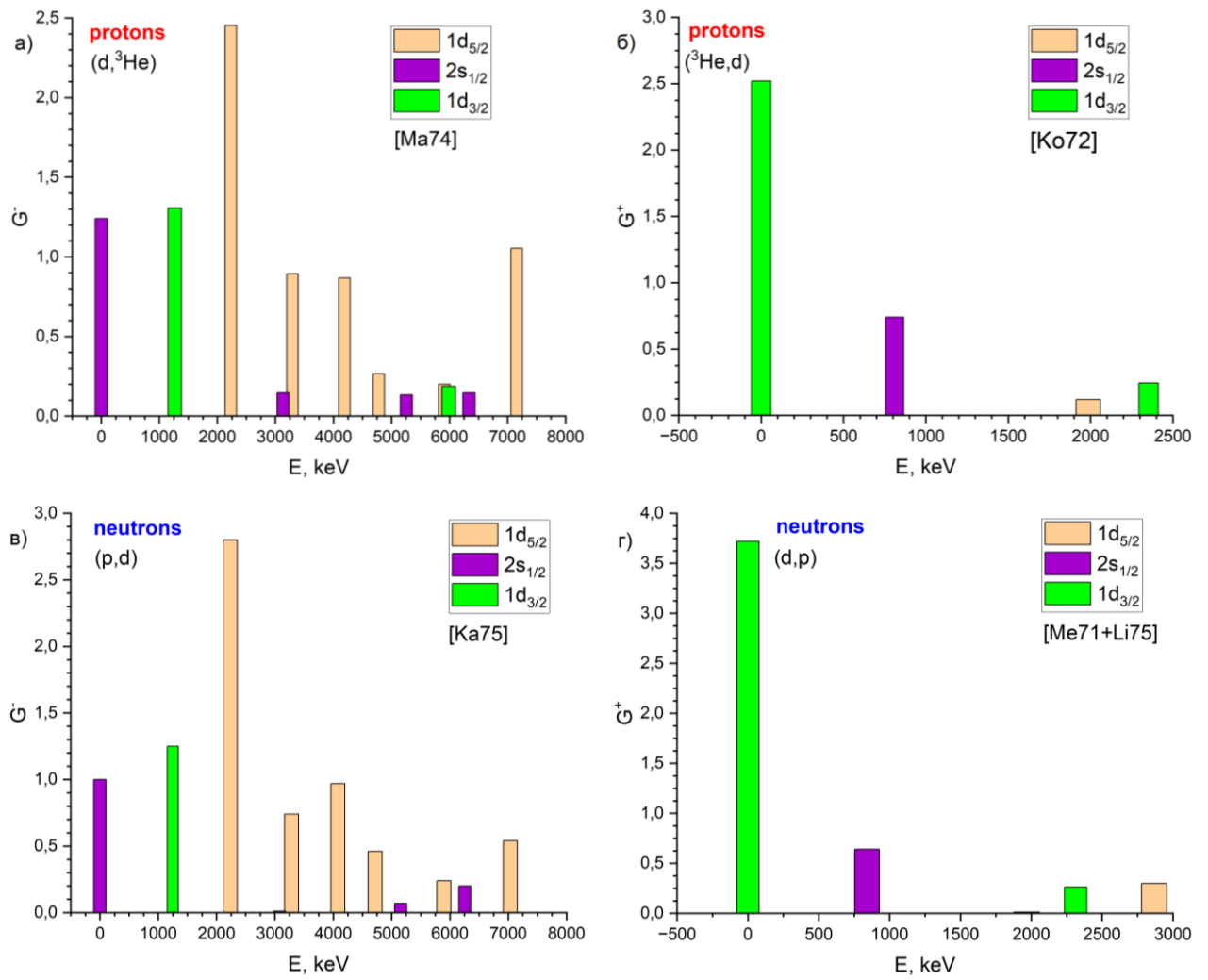


Рис. 8. Спектроскопические силы подхвата протона (а)[7] и срыва протона (б)[12], подхвата нейтрона (в)[13] и срыва нейтрона (г)[14, 15] для $^{32}_{16}\text{S}$.

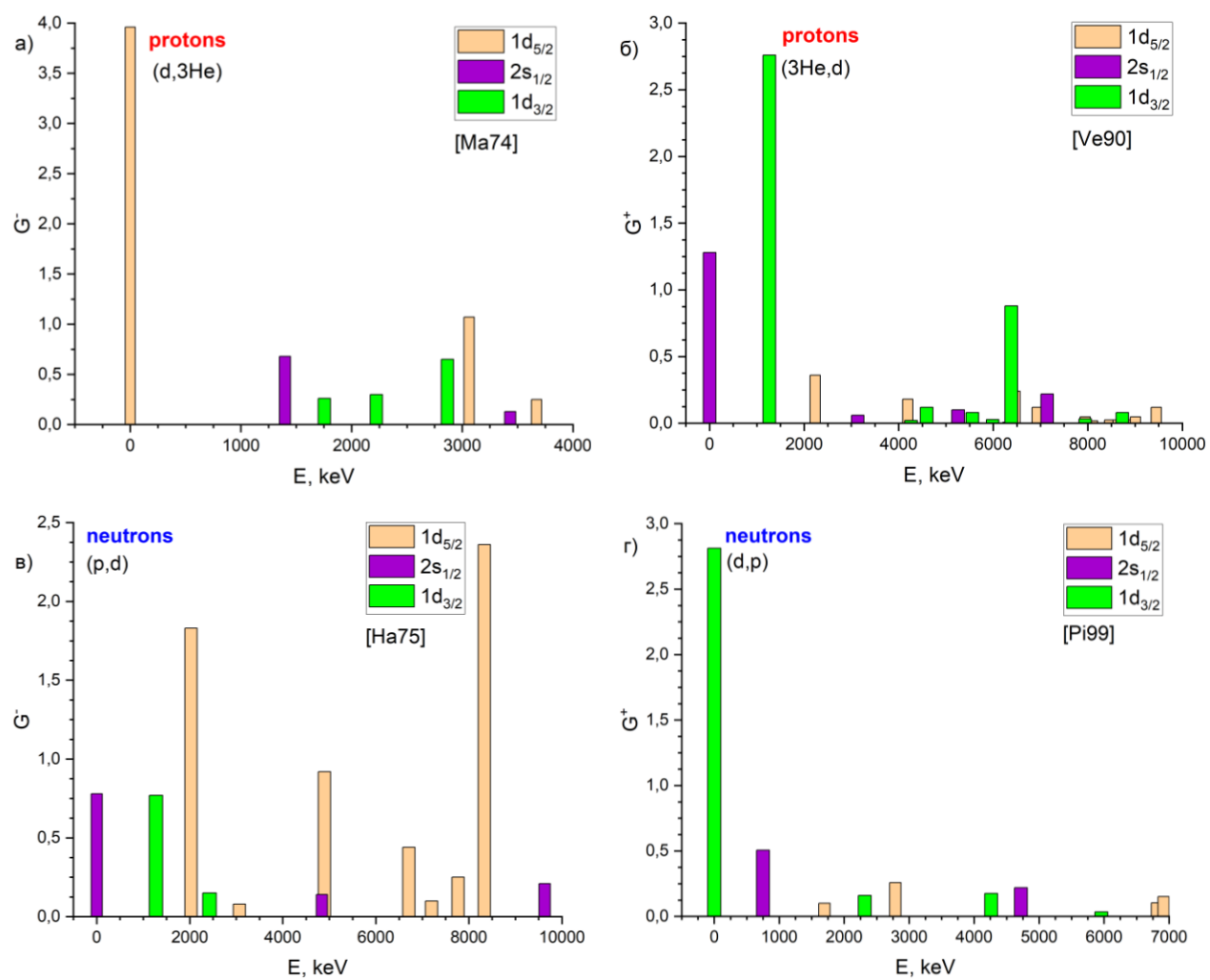


Рис. 9. Спектроскопические силы подхвата протона (а)[7] и срыва протона (б)[16], подхвата нейтрона (в)[17] и срыва нейтрона (г)[18] для $^{30}_{14}\text{Si}$.

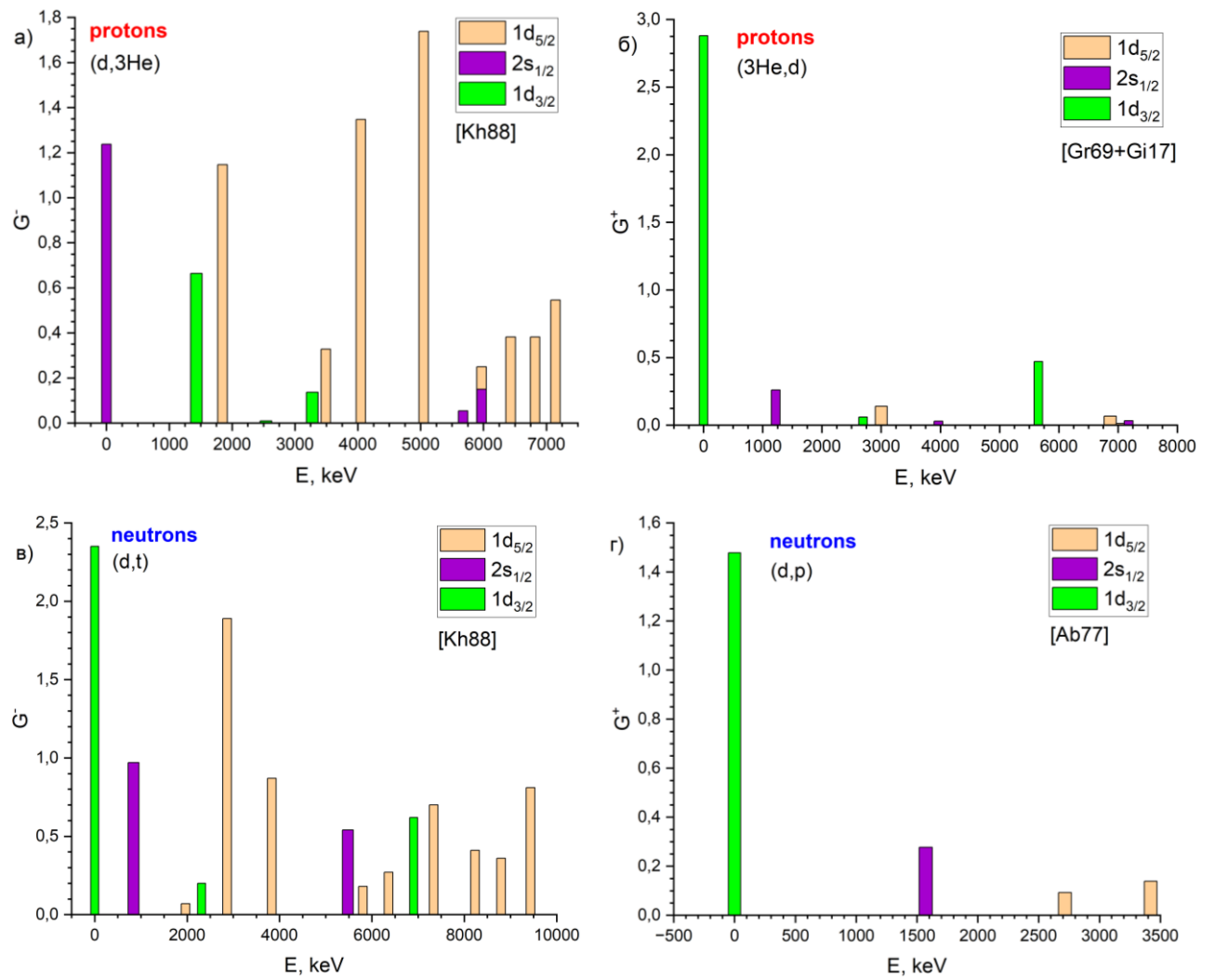


Рис. 10. Спектроскопические силы подхвата протона (а)[19] и срыва протона (б)[20, 21], подхвата нейтрона (в)[19] и срыва нейтрона (г)[22] для $^{34}_{16}\text{S}$.

Таблица 10. Результаты работы программы для изотопа серы $^{30}_{14}\text{Si}$ для протонов.

$^{30}_{14}\text{Si_pr}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Ma74 Ve90	$1d_{5/2}$	-12,07	0,84	1,07	0,17	-9,97	2,38
	$2s_{1/2}$	-8,95	0,29	1,24			
	$1d_{3/2}$	-7,14	0,15	1,3			
$n^+=0,71$ $n^-=0,98$	$1d_{5/2}$	-12,61	0,86	1	0,21	-9,91	3,28
	$2s_{1/2}$	-9,65	0,4	0,99			
	$1d_{3/2}$	-7,87	0,29	1,01			
Jo69 Ve90	$1d_{5/2}$	-12,26	0,82	1,03	0,18	-10,02	2,62
	$2s_{1/2}$	-7,82	0,19	1,04			
	$1d_{3/2}$	-5,36	0,04	1,08			
$n^+=0,93$ $n^-=0,98$	$1d_{5/2}$	-12,36	0,82	1	0,13	-9,93	2,88
	$2s_{1/2}$	-7,9	0,21	0,98			
	$1d_{3/2}$	-5,4	0,07	1,01			

Таблица 11. Результаты работы программы для изотопа серы $^{30}_{14}\text{Si}$ для нейтронов.

$^{30}_{14}\text{Si_neu}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Ha75 Pi99	$1d_{5/2}$	-14,95	0,95	1,1	0,07	-9,21	2,54
	$2s_{1/2}$	-9,73	0,6	0,93			
	$1d_{3/2}$	-7,49	0,22	1,03			
$n^+=1,04$ $n^-=0,94$	$1d_{5/2}$	-14,83	0,92	1,05	0,12	-9,19	2,49
	$2s_{1/2}$	-9,54	0,58	0,91			
	$1d_{3/2}$	-7,4	0,2	1,04			
De70+67 Pi99	$1d_{5/2}$	-14,6	0,9	1,01	0,08	-9,7	3,5
	$2s_{1/2}$	-10,35	0,59	0,91			
	$1d_{3/2}$	-7,98	0,28	1,15			
$n^+=0,86$ $n^-=1,06$	$1d_{5/2}$	-14,85	0,94	1,05	0,14	-9,58	3,79
	$2s_{1/2}$	-10,82	0,64	0,89			
	$1d_{3/2}$	-8,25	0,35	1,05			

Таблица 12. Результаты работы программы для изотопа серы $^{34}_{16}\text{S}$ для нейтронов.

$^{34}_{16}\text{S}_{\text{pr}}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Kh88 Gr69+Gi17	$1d_{5/2}$	-14,99	0,99	1,06	0,09	-8,64	2,01
	$2s_{1/2}$	-9,76	0,74	0,81			
	$1d_{3/2}$	-6,91	0,17	1,05			
$n^+=0,98$ $n^-=1,05$	$1d_{5/2}$	-15,02	1,02	1,11	0,12	-8,59	1,98
	$2s_{1/2}$	-9,84	0,76	0,84			
	$1d_{3/2}$	-6,86	0,19	1,05			
Kh88 Mo70+Gi17	$1d_{5/2}$	-14,95	0,99	1,06	0,11	-7,95	0,45
	$2s_{1/2}$	-8,07	0,63	1,03			
	$1d_{3/2}$	-7,55	0,17	1,07			
$n^+=0,94$ $n^-=0,96$	$1d_{5/2}$	-14,96	0,97	1,01	0,14	-7,98	0,51
	$2s_{1/2}$	-8,11	0,63	0,98			
	$1d_{3/2}$	-7,57	0,19	1,01			

Таблица 13. Результаты работы программы для изотопа серы $^{34}_{16}\text{S}$ для нейтронов

$^{34}_{16}\text{S}_{\text{neu}}$	nlj	E_{nlj} , MeV	OCC	$\frac{G_{nlj}^- + G_{nlj}^+}{2j + 1}$	penalty	E_F	Δ
Kh88 Ab77	$1d_{5/2}$	-16,46	0,94	0,97	0,16	-9,1	4,24
	$2s_{1/2}$	-12,6	0,81	0,89			
	$1d_{3/2}$	-11,03	0,71	1,16			
$n^+=0,64$ $n^-=1,07$	$1d_{5/2}$	-16,67	0,98	1,02	0,21	-9,19	3,28
	$2s_{1/2}$	-13,08	0,86	0,9			
	$1d_{3/2}$	-11,62	0,81	1,09			