# ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

# ИЗУЧЕНИЕ АЗИМУТАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ В СОУДАРЕНИЯХ ХЕ-ХЕ И РВ-РВ В МОНТЕ-КАРЛО МОДЕЛИ НУДЈЕТ++ И НА УСТАНОВКЕ «КОМПАКТНЫЙ МЮОННЫЙ СОЛЕНОИД» (СМЅ) ПРИ ЭНЕРГИЯХ БОЛЬШОГО АДРОННОГО КОЛЛАЙДЕРА (LHC)

Выполнил студент 413 группы Мякгов Данила Александрович

Научный руководитель

К.ф.-м.н. с.н.с. Лаборатории сильных взаимодействий ОЭФВЭ НИИЯФ МГУ

Петрушанко Сергей Владимирович

Допущена к защите \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_(подпись)

Москва 2023

# Оглавление

Введение		
1	Ядро-ядерные соударения высоких энергий: теория, моделирование	
	и эксперимент	5
	1.1 Ядро-ядерные соударения высоких энергий	5
	1.2 Методы вычисления азимутальных потоков	10
	1.3 Монте-Карло модели ядро-ядерных соударений	12
	1.4 Эксперимент CMS на коллайдере LHC	13
	1.4.1 Экспериментальная установка	14
	1.4.2 Трекер CMS и восстановление треков событий	14
	1.4.3 Выбор событий для анализа	17
2	Азимутальные потоки в ядро-ядерных столкновениях: моделирова-	
	ние в генераторе HYDJET++ и сравнение с экспериментом CMS	19
	2.1 Потоки азимутальных гармоник в столкновениях Xe-Xe и Pb-Pb	19
	2.2 Отношения азимутальных гармоник в столкновениях Хе-Хе и Рb-Рb	29
	2.3 Метод попарных корреляций	37
	2.4 Предсказания для столкновений О-О при энергиях LHC	41
Выводы		
Л	итература	46
Π	риложения	51
	А Часть кода Монте-Карло генератора HYDJET++, использующаяся	
	для расчета азимутальных гармоник с помощью метода попарных	
	корреляций	51
	Б Пример скрипта в генераторе HYDJET++ для построения отноше-	
	ний потоков для столкновений Xe–Xe и Pb–Pb	53

## Введение

На фоне общего развития гипотезы Большого взрыва в конце 70-х — начале 80 годов прошлого века были впервые выдвинуты теоретические предположения о существовании нового состояния вещества [1] — кварк-глюонной плазмы (КГП) [2]. На основе квантовой хромодинамики (КХД) — теории взаимодействия между кварками и глюонами, было предсказано, что при достаточно высокой энергии взаимодействующие кварки и глюоны должны становиться свободными, а не оставаться в виде связанных частей нуклона [3]. Однако, с помощью ускорительной техники того времени экспериментальное подтверждение было невозможно — для него требовались коллайдерные установки нового поколения, которые смогли бы достичь необходимо выскоких энергий при столкновениях ядер.

В конце 80-х годов 20 века были получены первые косвенные свидетельства существования кварк-глюонной плазмы в экспериментах по релятивистскому столкновению ионов кислорода при фиксированных мишенях с энергией 158 ГэВ/А, проведенных на ускорителе SPS (Super Proton Synchrotron) в Европейской организации ядерных исследований (CERN) в Женеве, Швейцария. В 1986 году эксперименты на этом ускорителе с ионами кислорода и урановыми мишенями дали первые признаки возможного образования кварк-глюонной плазмы [4]. Однако, эти результаты были неоднозначными и требовали дополнительных исследований и подтверждений. И только в последующих экспериментах на более мощных ускорителях, таких как RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) [5] и LHC (Large Hadron Collider), были получены более убедительные подтверждения существования кварк-глюонной плазмы [6; 7].

В ходе первых экспериментов на коллайдере RHIC с ионами золота при энергиях на пару нуклон-нуклон  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  ГэВ было обнаружено необычное поведение вылетающих от соударений тяжелых ионов частиц. В частности, было замечено, что частицы имели много больший поперечный импульс  $p_T$  (то есть двигались в направлении, перпендикулярном к оси столкновения) и распределены в пространстве более равномерно, чем ожидалось от модели ядерных столкновений. Это указывало на то, что в процессе столкновений может образовываться необычное состояние вещества. Дополнительные эксперименты под-

твердили эту гипотезу и показали, что это новое состояние вещества может быть интерпретировано как кварк-глюонная плазма. Также было обнаружено, что частицы со значительными поперечными импульсами, такие как жесткие кварки и глюоны, «тормозятся» в кварк-глюонной плазме, что приводит к уменьшению количества частиц с большим поперечным импульсом, и к увеличению числа частиц с меньшим поперечным импульсом [8]. Кроме того экспериментальным подтверждением существования КГП являлось также рождение частиц со значительными, до нескольких ГэВ/c, импульсами, что свидетельствует о возникновении сверхвысоких температур и давлений и, как следствие, образовании КГП.

Изначально теоретическое описание предписывало КГП свойства газа, так как считалось, что после деконфайнмента кварки и глюоны в сталкивающихся ядрах должны вести себя как свободные частицы, подобно частицам обычного газа [9]. Но после экспериментов, проведенных в 2005 году на вышеупомянутом ускорителе RHIC, стало ясно, что КГП проявляет жидкостные свойства [10]. Более того, она является почти идеальной жидкостью — это означает, что ее вязкость близка к нулю, а скорости звука в ней приближаются к предельной скорости, которая равна скорости света.

Именно понимание и изучение таких особенностей кварк-глюонной плазмы может дать представление о фундаментальных свойствах элементарных частиц и их взаимодействий. Кроме того, это дает возможность подробнее заглянуть в первые моменты после Большого взрыва, когда современная Вселенная только зарождалась. В космической физике часто приходится иметь дело с высокими плотностями энергий и температур, так что изучение КГП способствует также формированию детального понимания космических явлений или процессов внутри нейтронных звезд.

Конечно, не существует конкретной наблюдаемой величины для определения «жидкостности» КГП [11]. Все выводы о фундаментальных свойствах и характеристиках этого агрегатного состояния основываются на совокупности косвенных факторов, получаемых экспериментально. Так, для анализа используются различные распределения, как то: по псевдобыстроте, множественности [12], поперечному импульсу [13]. Псевдобыстрота — это безразмерная величина, которая показывает, насколько направление движения элементарной частицы отличается от направления пучка, а множественность показывает число вторичных адронов.

Псевдобыстроту  $\eta$  в эксперименте можно определить так:

$$\eta = -\ln\left[ \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \right],\tag{1}$$

здесь  $\theta$  — это угол между направлением импульса частицы и осью пучка. Кроме того, используются сложные наблюдаемые, например  $R_{AA}$  — фактор ядерной модификации [14]. Получается, что по сути для современной физики кваркглюонная плазма предстает в виде некоторого «черного ящика», который поддается лишь теоретическим предположениям, но не имеет четко определенного формализма.

Для изучения таких систем часто применяются методы физического моделирования. Параметры таких искусственных моделей нуждаются в уточнении на основе экспериментальных данных.

# Глава 1. Ядро-ядерные соударения высоких энергий: теория, моделирование и эксперимент

В этой главе приводятся основные определения, используемые в работе, а также некоторые свойства кварк-глюонной плазмы. Описываются процессы, порождающие КГП и следующие за её адронизацией. Описываются методы расчетов и способы моделирования, используемые для изучения азимутальной анизотропии в релятивистских соударениях тяжелых ионов. Дается описание Монте-Карло модели HYDJET++, а также описание экспериментальной установки CMS (Compact Muon Solenoid, "Компактный мюонный соленоид"), с результатами работы которой в дальнейшем пойдет сравнение.

## 1.1 Ядро-ядерные соударения высоких энергий

Образование интересующей нас кварк-глюонной плазмы, как уже было сказано, возможно при достижении сверхвысоких температур и плотностей энергии. Экспериментально такие условия вполне достижимы, например, при релятивистских столкновениях ядерных систем (Pb-Pb, Xe-Xe, p-Pb и т.д.). В подобных столкновениях энергия на нуклон в системе центра масс составляет  $\sqrt{s_{NN}} \sim 10 - 10000$  ГэВ. Таким образом плотность энергии превышает пороговое значение  $\approx 1 \, \Gamma_{3} B/\phi M^{3}$  [15] после чего, как считалось ранее, происходит фазовый переход, означающий деконфайнмент ядерной материи. Образуется кваркглюонная плазма, состоящая из кварков, антикварков и глюонов. О конечных размерах сгустка материи в момент кинематического вымораживания на сегодняшний день известно достаточно много благодаря методам фемтоскопии [16]. Но о времени формирования новой материи и КГП на сегодняшний день имеются только теоретические представления. Наиболее принятой идеей считается предположение об образовании состояния глюонного насыщения (Color Glass Condensat, СGС) при  $\tau < 0.1 \, \phi_{\rm M}/c$ . Затем при  $0.1 < \tau < 1.0 \, \phi_{\rm M}/c$  образуется так называемая «глазма» (Glasma) [17]. Здесь  $\tau$  – это время формирования новой материи. При дальнейшем остывании цветовые трубки глазмы разрушаются, и материя переходит в КГП. Она расширяется, происходит адронизация (кварки слипаются в адроны), наступает термализация и устанавливается статистическое равновесие частиц до момента химического вымораживания. Когда адроны перестают взаимодействовать, наступает кинематическое вымораживание (состав

адронов и их импульсы не меняются) [9]. В дальнейшем нас будут интересовать только адроны, образовавшиеся в результате вымораживания КГП, а вернее их азимутальные (в плоскости, перпендикулярной плоскости реакции) распределения.

В процессе своей адронизации КГП порождает тысячи и даже десятки тысяч элементарных частиц. Изучение множественного рождения этих частиц и свойства таких многочастичных систем, как было сказано выше, даёт некоторое представление о фундаментальных процессах, происходящих в критических условиях. Для анализа продуктов столкновений важно, насколько перекрываются сталкивающиеся ядра. Для этого вводится параметр центральности столкновения b (см рис. 1.1) [18].

Центральность является, пожалуй, самым простым и наглядным параметром в физике столкновений тяжелых ионов. Этот параметр по аналогии с простыми динамическими системами показывает, как сильно перекрываются сталкивающиеся системы (в нашем случае — ядра). Известно, что при центральном столкновении число образующихся вторичных частиц максимально. Если столкновение нецентральное, то кварк-глюонную плазму порождают только часть протонов и нейтронов из каждого ядра. Сечение перекрытия ядер в таком случае образует эллипс, наглядно изображенный на рис. 1.2. «Файербол» КГП, как его называют [19], в процессе своей эволюции неравномерно расширяется во все стороны, образуя анизотропию в распределении вторичных частиц [20]. Неравномерность расширения очень просто объяснить, если вспомнить, что КГП представляется как почти идеальная жидкость. Эллиптическая капля жидкости стремится принять сферическую форму. В направлении малой оси эллипсоида давление будет больше, чем в направлении большой оси, т.е. в КГП возникает несимметричный поток — эллиптический поток. Это приведёт к тому, что частицы будут иметь анизотропное распределение относительно плоскости реакции Ф<sub>R</sub> за счёт градиентов давления. Наблюдение эллиптического потока при нецентральном соударении тяжелых ядер свидетельствует о том, что при столкновении действительно образуется состояние кварк-глюонной плазмы, которое характеризуется тем, что в нем частицы неоднократно сталкиваются друг с другом.

В жидкостной модели такого состояния вещества можно ввести понятия температуры, вязкости и других термодинамических величин. Так, вязкость обычно характеризует силы трения между частицами в жидкости и определяет ее способность к течению [21]. Плотность указывает на количество частиц в



Рис. 1.1: Схематическое изображение столкновения двух ядер и определение параметра центральности соударения *b*.



Рис. 1.2: Схематическое изображение области взаимодействия, образующейся в первые мгновения после нецентрального ядро-ядерного столкновения.

единице объема. Температура используется как свободный параметр в обобщенном уравнении состояния и позволяет подгонкой под экспериментальные данные получить интенсивности выхода различных частиц [22]. В этих терминах можно описывать и изучать явления, происходящие при остывании кварк-глюонной плазмы. А так как при столкновениях тяжелых ионов число вторичных частиц достаточно велико, то считается вполне оправданным статистический подход для определения выхода отдельных адронов. Стоит также отметить, что гидродинамика и термодинамика не претендуют на объяснение стадии объединения кварков и глюонов в адроны, но непосредственно влияют на адронные распределения.

Поперечное импульсное распределение частиц можно разложить на гармоники с помощью преобразования Фурье (см. например [23]), так:

$$E\frac{d^{3}N}{d^{3}p} = \frac{d^{3}N}{p_{T}dp_{T}dyd\phi} = \frac{d^{2}N}{p_{T}dp_{T}dy}\frac{1}{2\pi}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_{n}\cos n(\phi - \Phi_{R})\right]$$
(1.1)

где N — общее число рождающихся частиц, E — энергия соударения,  $p_T$  — поперечный импульс частицы,  $\phi$  — азимутальный угол частицы. Откуда:

$$\frac{2\pi}{N}\frac{dN}{d\phi} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} 2v_n \cos\left[n(\phi - \Phi_R)\right]$$
(1.2)

здесь:  $dN/d\phi$  — азимутальная плотность частиц,  $\Phi_R$  — азимутальный угол плоскости реакции *n*-ой гармоники  $v_n$ . Вторая компонента Фурье разложения  $v_2$ , называемая эллиптическим потоком, в этом случае доминирует. Стоит отметить, что области перекрытия сталкивающихся ядер, могут принимать не только форму эллипса, как это происходит в случае столкновения сферических ядер, но и более сложные формы, которые будут соответствовать другим гармоникам, например триангулярному и квадрупольному потокам.

При изучении азимутальных, в частности, эллиптических потоков можно выделить две независимые компоненты адронных пучков. Мягкая гидродинамическая часть включает в себя адроны с малыми поперечными импульсами, рожденными в эллипсоиде КГП. Жесткая компонента представляет собой партонную часть, полученную в результате фрагментации кварк-глюонных струй (см. например [24]). Свойства каждой компоненты в моделях определяются отдельно вследствие их независимости. Изучение параметров этих компонент, позволит сделать выводы о КГП в целом.

## 1.2 Методы вычисления азимутальных потоков

В экспериментальной физике высоких энергий существует целый ряд методов вычисления азимутальных потоков: метод с использованием плоскости реакции, метод многочастичных корреляций [23], метод кумулянтов различного порядка [25], метод «нулей» Ли-Янг [26] и т.п.

В данной работе будут использоваться два способа вычисления азимутальных потоков: метод расчета этих величин относительно истинной плоскости реакции [24] и метод попарных корреляций [23].

Метод истинной плоскости реакции заключается в следующем: азимутальный угол плоскости реакции для эллиптического и триангулярного потоков нам известен заранее — он задается внутренним кодом Монте-Карло генератора HYDJET++, т.е. вычислить Фурье-коэффициенты рождающихся частиц возможно сразу с помощью формулы:

$$v_n = \cos n(\varphi - \Psi_n^{true}) \tag{1.3}$$

где  $\Psi_n^{true}$  — азимутальный угол истинной плоскости реакции *n*-ой гармоники.

Расчеты эллиптических и триангулярных потоков методом попарных корреляций [23], который также использовался в работе, могут быть представлены формулами:

$$v_2^2 = \langle \cos\left[2(\phi_1 - \phi_2]\right\rangle \tag{1.4}$$

$$v_3^2 = \langle \cos\left[3(\phi_1 - \phi_2)\right] \rangle \tag{1.5}$$

где  $\phi_1$  и  $\phi_2$  — это азимутальные углы для первой (основной) и второй (референсной) частицы соответственно. Усреднение в данном случае ведется по всем референсным частицам. Таким образом в расчетах могут появиться отрицательные суммы, которые вызывают трудности при дальнейшем извлечении корня. Поэтому, если сумма для частицы отрицательна, то следует взять корень из модуля этой суммы, а результат домножить на -1. Т.е. в методе могут возникать отрицательные значения  $v_2$  Так:

$$v_{2} = \begin{cases} \sqrt{\langle \cos\left[2(\phi_{1} - \phi_{2})\right] \rangle} & \sum_{i=2}^{N} \cos\left[2(\phi_{1} - \phi_{i})\right] > 0\\ (-1) * \sqrt{|\langle \cos\left[2(\phi_{1} - \phi_{2}] \right\rangle|} & \sum_{i=2}^{N} \cos\left[2(\phi_{1} - \phi_{i})\right] < 0 \end{cases}$$
(1.6)

Часть модифицированного кода генератора, который использовался в расчете потоков методом попарных корреляций, может быть найдена в Приложении А. Корректным замечанием будет уточнение, что метод попарных корреляций и метод двухчастичных корреляций на основе второго куммулянта, который использовался в работах [23; 27] — это два разных метода.

Так, в экспериментальных работах, для вычисления эллиптического и триангулярного потоков использовался метод попарных двухчастичных корреляций на основе куммулянтов 2-го порядка. Идея метода состоит в том, что, если частицы коррелированы с плоскостью реакции, то между ними также существуют корреляции. Ссылку на работу с подробным описанием метода, также можно найти в работе [23].

Опуская математические подробности и принципы мультичастичных корреляций, которые могут быть найдены в работе [25], кратко опишем основные положения метода двухчастичных корреляций, для рассчета гармоник интегрированного потока.

Корреляции между k + l частицами обычно можно разложить на сумму слагаемых, включающих корреляции между меньшим числом частиц. Так, например, азимутальная корреляция двух частиц:

$$\langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle = \langle e^{in\phi_1} \rangle \langle e^{in\phi_2} \rangle + \langle \langle e^{in(\phi_1 - \phi_2)} \rangle \rangle, \qquad (1.7)$$

где последнее слагаемое по определению — куммулянт второго порядка, вклад в который дают потоковые и непотоковые корреляции.

Для идеального детектора куммулянты для описания корреляций k + l частиц, где  $l \neq k$ , зануляются. Так, нас будут интересовать диагональные куммулянты, где k = l, переопределим их как:

$$c_n\{2k\} \equiv \langle \langle e^{in(\phi_1 + \dots + \phi_k - \phi_{k-1} - \dots - \phi_{2k})} \rangle \rangle$$
(1.8)

Теперь для вычисления гармоники порядка *n* достаточно воспользоваться формулой:

$$v_n\{2\}^2 \equiv c_n\{2\},\tag{1.9}$$

где:

$$v_n \{2k\}^{2k} - v_n^{2k} = \mathcal{O}(M^{1-2k}),$$
 (1.10)

здесь M — множественность, а обозначение  $\mathcal{O}$  говорит о том, что левая часть равенства ограничена сверху функцией  $M^{1-2k}$  асимптотически.

Далее для вычисления дифференцированного потока, т.е. в более узком окошке пространства-времени, стоит скоррелировать азимутальный угол интересующей частицы с азимутальным углом частицы, использованной в вычислении интегрального потока. Для определения подобной корреляции между интегральным и дифференциальным потоком потребуется введение для обоих случаев производящих функций и нахождения их отношения.

## 1.3 Монте-Карло модели ядро-ядерных соударений

Невозможно переоценить вклад Монте-Карло моделей в развитие современной теории кварк-глюонной плазмы. Различные генераторы и математические методы используются для моделирования релятивистских столкновений тяжелых ионов и интерпретации их результатов. Монте-Карло генераторы позволяют уточнить наши знания о свойствах КГП и предсказать результаты экспериментов, которые могут быть использованы для проверки теоретических моделей.

В основе моделей лежит статистический метод Монте-Карло, который используется для моделирования случайных процессов. В соответствии с вероятностными распределениями, генерируется начальные условия столкновения тяжелых ионов, которые могут быть заданы различными способами в зависимости от используемой физической модели. Затем с помощью генератора описывается эволюция КГП. Это включает моделирование взаимодействия частиц в КГП, фазового перехода, происходящего при охлаждении и расширении КГП. Кроме того, с помощью методов Монте-Карло генерируется распределение частиц в конечном состоянии, в соответствии с начальными условиями и процессами эволюции.

На сегодняшний день существует множество различных Монте-Карло генераторов для описания процессов физики высоких энергий. Один из таких генераторов, созданный в НИИЯФ МГУ и широко применяемый для изучения релятивистских соударений тяжелых ионов при энергиях ускорителя LHC — Монте-Карло генератор HYDJET++ [24; 28]. Этот генератор создан на основе своего предшественника — генератора событий HYDJET [29], моделирующего столкновения тяжелых ионов как смесь двух независимых компонент: мягкой гидродинамической части и жесткой части с мультипартонными процессами. Во время разработки генератора HYDJET преследовалась мотивация создать такой Монте-Карло генератор, в котором присутствовала бы одновременная обработка эффектов коллективного потока для мягкого рождения адронов и жесткого многопартонного рождения в среде (индуцированное средой партонное перерассеяние и потеря энергии, так называемое «гашение струй» — jet quenching). HYDJET++ также учитывает важные эффекты, такие как рассеяние глюонов, образование и

распад кварков и глюонов, и распространение частиц в конечном состоянии. Это позволяет получить детальное представление о свойствах КГП, которые могут быть проверены экспериментально.

Монте-Карло генератор HYDJET++ неоднократно подвергался проверке на точность моделирования событий, а его результаты сравнивали с экспериментальными данными. Так, например, генератор хорошо описывает распределения по псевдобыстротам и множественности для различных центральностей в столкновениях Pb–Pb при энергиях LHC; с высокой точностью моделируются распределения по поперечному импульсу и фактору ядерной модификации для инклюзивных заряженных адронов [30]. Одним из важных достижений можно выделить полностью согласующееся с экспериментальными данными моделирование распределения по поперечному импульсу для идентифицированных заряженных частиц [30].

Более детально с принципами работы HYDJET++ можно ознакомиться на официальном сайте [28]. Генератор имеет открытый исходный код, который может быть адаптирован под различные цели. Пакет программ для моделирования мягкой компоненты реализован на языке С++, а также использует библиотеки программной среды ROOT [31]. Генерация происходит на основе уравнений релятивистской гидродинамики. Множественность адронов в событиях определяется распределением Пуассона. Для моделирования жесткой компоненты используется пакет программ PYQUEN [32], написанный на языке Fortran. Компонента содержит три файла: РҮТНІА – модель адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях [33], PYQUEN — модель перерассеяния и потерь жестких партонов в плотной среде, а также модифицирующая струйные события РҮТНІА для каждого соударения. Генерирование события включает в себя: генерация начального спектра партонов и пространственной вершины жесткого соударения; моделирование длины свободного пробега партона в плотной среде и его потери в каждом рассеянии; адронизация партонов в соответствии с лундовской струнной теорией и других шагов [24].

## 1.4 Эксперимент CMS на коллайдере LHC

В дальнейшей работе результаты моделирования генератора HYDJET++ будут сравниваться с результатами эксперимента CMS на коллайдере LHC. Приведем краткое описание установки, а также некоторые важные аспекты отбора событий и используемых методов и триггеров.

#### 1.4.1 Экспериментальная установка

Установка CMS [34] на коллайдере LHC — один из экспериментальных детекторов, который позволяет изучать рождение и эволюцию КГП в ядро-ядерных соударениях. На рис. 1.3 представлено схематичное изображение установки с сохранением масштабов.

Основной компонент установки CMS - сверхпроводящий соленоид диаметром 6 метров, создающий магнитное поле с интенсивностью 3.8 Тл. Внутри объема соленоида расположены силиконовый трекер, состоящий из пиксельных и стриповых детекторов, электромагнитный калориметр из кристаллов PbWO<sub>4</sub> (ECAL) и калориметр для измерения энергии адронов из латуни и сцинтилляционного материала (HCAL), каждый из которых состоит из бочкообразной и двух торцевых секций. Передние калориметры расширяют покрытие по псевдобыстротам, обеспеченное бочкообразными и торцевыми детекторами. Мюоны регистрируются в газо-ионизационных камерах, встроенных в стальную оболочку, закрывающую соленоид. Форвард-калориметр (HF) использует сталь в качестве абсорбера и кварцевые волокна в качестве чувствительного материала. Два передних адронных калориметра расположены на расстоянии 11.2 м от точки столкновения, один на каждом конце, и вместе они обеспечивают покрытие в диапазоне  $3.0 < |\eta| < 5.2$ . Эти калориметры служат для измерения светимости, определения центральности столкновения и дают информацию о плоскости реакции. Калориметры HF разделены по азимуту на 20-градусные модульные клинья и дополнительно разбиты на  $0.175 \times 10^{\circ} (\eta \times \phi)$  башни. Силиконовый трекер измеряет заряженные частицы в диапазоне псевдобыстрот  $|\eta| < 2.5$  [23].

#### 1.4.2 Трекер CMS и восстановление треков событий

На рис. 1.4 представлена общая схема внутреннего трекера установки CMS. Ближе всего к оси пучка расположен пиксельный детектор. Естественно, что в этой области будет самый большой поток частиц — порядка 10 млн. частиц в секунду на 1 см<sup>2</sup> площади трекера. Он состоит из трех цилиндрических слоев с радиусами 4, 7 и 11 см и содержит 65 млн.  $100 \times 150$  мкм пикселей. Далее за пиксельным детектором, вплоть до 130 см от оси пучка, расположены десять слоев кремниевого полоскового детектора. Первые четыре слоя содержат полоски (стрипы) 10 см × 180 мкм, затем еще 6 слоев со стрипами 25 см × 180 мкм. Всего в полосковом детекторе около 10 миллионов стрипов, информация с которых считывается 80 тысячами каналов сбора данных [34].



Рис. 1.3: Общий вид детектора CMS в разрезе. Рисунок взят с сайта https: //home.cern/resources/image/experiments/cms-images-gallery



Рис. 1.4: Азимутальная схема расположения отдельных модулей трековых детекторов CMS. Рисунок взят с сайта cms-project-cmsinfo.web.cern.ch

Первый этап процесса реконструкции называется локальной реконструкцией. Он состоит из кластеризации сигналов с нулевым подавлением выше заданных порогов в пиксельных и полосовых каналах в совпадения, а затем оценки положений кластеров и их неопределённостей, определенных в локальной ортогональной системе координат (u, v) в плоскости каждого датчика, где ось и ориентирована параллельно короткому краю пикселя.

В результате локальной реконструкции на основе определения местоположения попаданий, происходит процесс реконструкции трека для получения оценок параметров импульса и положения заряженных частиц, ответственных за попадания (треки). В рамках этого процесса необходим перевод между локальной системой координат хитов и глобальной системой координат дорожки. Этот перевод учитывает несоответствия между предполагаемым и фактическим расположением и поверхностной деформацией элементов детектора, обнаруженные в процессе выравнивания. Кроме того, неопределенность положения элемента детектора добавляется к внутренней неопределенности положения локального попадания.

Затем из данных полученных в результате реконструкции вычисляется первичная вершина протон-протонного взаимодействия.

Для реконструкции треков ядро-ядерных событий Pb–Pb применялись те же алгоритмы, но в две итерации. Чтобы облегчить вычислительную нагрузку для центральных столкновений с высокой множественностью, первая итерация восстанавливала треки по сигналам («попаданиям») в кремниевых пиксельных и полосковых детекторах. Эти треки были сопоставимы с траекторией частиц с  $p_T > 0.9 \ \Gamma \Rightarrow B/c$ . Вторая итерация восстанавливала треки, сопоставимые с траекторией частиц с  $p_T > 0.2 \ \Gamma \Rightarrow B/c$ , используя только пиксельный детектор. При окончательном анализе треки первой итерации для частиц с  $p_T > 1.0 \ \Gamma \Rightarrow B/c$  объединяются с треками только для пиксельных детекторов от частиц с  $p_T < 2.4 \ \Gamma \Rightarrow B/c$  после удаления дублирующих треков [23].

#### 1.4.3 Выбор событий для анализа

К настоящему моменту коллаборацией эксперимента CMS получено множество интересных данных, позволяющих подтвердить факт рождения КГП в столкновениях тяжелых ионов при энергиях LHC. Со всеми опубликованными статьями коллаборации эксперимента CMS по изучению столкновений тяжелых ионов можно свободно ознакомиться по ссылке [35].

Экспериментальная работа [23] основана на данных, собранных СМS во время сеансов работы коллайдера LHC со столкновениями Xe–Xe при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  TэB в 2017 году с интегральной светимостью  $3.42 \ \mu b^{-1}$  и аналогичных данных работы со столкновениями Pb–Pb в 2015 при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ ТэB с интегральной светимостью  $26 \ \mu b^{-1}$ . В обоих случаях использовались только треки с  $|\eta| < 2.4$  и  $0.3 < p_T < 10.0$  ГэB/c.

Для столкновений Хе–Хе триггер 1-го уровня, работающий на первичном уровне детекторов, требовал превышения порога как минимум одной башни адронного калориметра для максимизации количества событий с одновременным уменьшением шумовых помех от электромагнитного рассеяния. Триггер также требовал наличия обоих сталкивающихся пучков в точке взаимодействия. Кроме того, применялся триггер высокого уровня, который требовал наличия хотя бы одного трека в пиксельном детекторе. События затем дополнительно отбирались в автономном режиме так, чтобы было обнаружено не менее 3 ГэВ энергии в трех башнях обоих форвард-калориметров, а также чтобы была восстановлена первичная вершина, содержащая как минимум два трека, расположенных в пределах 15 см от номинальной точки столкновения вдоль оси пучка и в пределах 0.2 см в поперечном направлении. Для столкновений Pb–Pb, по сравнению с Xe–Xe, было дополнительное требование триггера 1-го уровня — совпадение сигналов в форвард-калориметрах по обе стороны детектора [23].

Алгоритм реконструкции треков для событий Хе–Хе аналогичен подобному для соударений р–р и подробно описывается в работе [36].

# Глава 2. Азимутальные потоки в ядро-ядерных столкновениях: моделирование в генераторе HYDJET++ и сравнение с экспериментом CMS

Один из основных способов изучения фундаментальных свойств КГП, а также пространственно-временной эволюции ядерной материи и флуктуаций ее начального состояния, который рассматривается в данной работе, — это исследование азимутальной анизотропии рождающихся частиц. В данном методе важнейшими наблюдаемыми величинами являются эллиптический  $v_2$  и триангулярный  $v_3$  азимутальные потоки. Изучая их, мы можем определить свойства начального состояния КГП и особенности ее эволюции.

В данной работе использовался генератор HYDJET++ последней на момент подготовки этой работы версии 2.4.3 [28] с комплектом специальных настроек под энергий ускорителя LHC, разработанных и применяемых в коллаборации эксперимента CMS. Генерация полной статистики событий для данной работы проводилась с помощью «батч»-системы распределенных вычислений HTCondor [37] на серверах LXPLUS [38] в ЦЕРНе (с применением GRIDтехнологий).

# 2.1 Потоки азимутальных гармоник в столкновениях Xe–Xe и Pb–Pb

Коллаборацией эксперимента CMS было проведено тщательной исследование анизотропии рождающихся частиц в соударениях Xe–Xe при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ и Pb–Pb с энергией 5.02 ТэВ на пару нуклонов в системе центра масс. Целью этой дипломной работы было, в числе прочего, сравнение полученных в эксперименте CMS данных для этих двух типов ядерных систем с результатами моделирования в генераторе HYDJET++.

Одна из важных характеристик свойств азимутальных потоков — зависимость эллиптического  $v_2$  и триангулярного  $v_3$  потоков от поперечного импульса  $p_T$ . На рис. 2.1, взятого из работы [23], приведено сравнение зависимостей эллиптического потока зарегистрированных частиц для столкновений ядер Xe–Xe и Pb–Pb близких энергий в 11 областях центральности (от 0–5% до 60–70%) от поперечного импульса  $p_T$ . Также были выявлены интересные особенности этих распределений.



Рис. 2.1: Сравнение эллиптического потока  $v_2$ , измеренного с помощью двухчастичных корреляций для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ (кружки) и Pb–Pb 5.02 ТэВ (квадраты), в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в эксперименте CMS [23]. Бары (меньше размера маркера) и заштрихованные прямоугольники представляют статистическую и систематическую погрешности соответственно.

Приведем аналогичное сравнение зависимостей для триангулярного  $v_3$  и квадрупольного  $v_4$  потоков для столкновений тех же ядро-ядерных систем при тех же энергиях из [23]. Соответствующие сравнения для столкновений систем свинец–свинец и ксенон–ксенон представлены соответственно на рис. 2.2 и рис. 2.3.

Столкновения Xe–Xe и Pb–Pb при заданных тюнах LHC были смоделированы в генераторе HYDJET++ (статистика составила по 1 млн. событий для каждой центральности двух типов ядер) и построены те же зависимости.

На рис. 2.4 представлены распределения эллиптического потока  $v_2$  от величины поперечного импульса  $p_T$  в модели HYDJET++ для различных центральностей: от 0–5% до 60–70% для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ ТэВ и Pb–Pb 5.02 ТэВ на пару нуклонов в системе центра масс.

Как в экспериментальной работе, так и на распределениях, полученных в генераторе HYDJET++, видно, что массовое число ядра (ксенон Xe или свинец Pb) практически не влияет на порядок величины потока  $v_2$ . И в эксперименте, и в модели HYDJET++ использовались ионы свинца с атомным номером 208 и ионы ксенона с атомным номером 129. Важным замечанием стало то, что для систем с разными массовыми чисел сохраняется и форма распределения для всего исследуемого диапазона поперечного импульса  $0 < p_T < 10 \ \Gamma$ эB/c.

Сравнивая результаты генерации HYDJET++ со схожими экспериментальными данными, можно сделать вывод о том, что для эллиптического потока модель хорошо описывает все распределения, кроме самых центральных — от 0% до 10% центральности. Возможная причина отличия данных генератора от эксперимента для наиболее центральных столкновений — наличие большей флуктуационной компоненты начальных условий образования КГП в более легкой системе ксенона по сравнению с более тяжелым свинцом.

Другой фактор, который может оказывать влияние на поведение распределений в самых центральных столкновениях, — несферичность ядра ксенона. Напомним, что ядро свинца, будучи дважды магическим, имеет сферическую форму в отличии от ядра ксенона. Стоит также отметить, что на первый взгляд, деформированность ядер не должна влиять на конечный результат в виду усреднения по большому количеству событий. На самом деле в генераторе HYDJET++ каждое столкновение рассматривается пособытийно, из-за чего в конечном итоге несферичность ядер и влияет на результат.



Рис. 2.2: Сравнение триангулярного потока  $v_3$ , измеренного с помощью двухчастичных корреляций для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ (кружки) и Pb–Pb 5.02 ТэВ (квадраты), в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в эксперименте CMS [23]. Бары (меньше размера маркера) и заштрихованные прямоугольники представляют статистическую и систематическую погрешности соответственно.



Рис. 2.3: Сравнение квадрупольного потока  $v_4$ , измеренного с помощью двухчастичных корреляций для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ (кружки) и Pb–Pb 5.02 ТэВ (квадраты), в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в эксперименте CMS [23]. Бары и заштрихованные прямоугольники представляют статистическую и систематическую погрешности соответственно.



Рис. 2.4: Сравнение эллиптического потока  $v_2$ , измеренного методом истинной плоскости реакции, для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ (кружки) и Pb–Pb 5.02 ТэВ (квадраты) в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++.

Заметим, что в эксперименте CMS получены более высокие значения эллиптического потока по сравнению с генератором HYDJET++. Это может быть связано с недостаточным отсечением непотоковых вкладов в методе двухчастичных корреляций в эксперименте, в котором неизвестен азимутальный угол истинной плоскости реакции.

Аналогичным образом рассмотрим представленные на рис. 2.5 распределения триангулярного  $v_3$  потока, от величины поперечного импульса  $p_T$  для тех же центральностей: от 0–5% до 60–70% и при тех же энергиях на пару нуклонов в системе центра масс. В эксперименте CMS для соударений с области центральностей 0–30% зависимость  $v_3$  для столкновений Xe–Xe выше, чем для Pb–Pb, что хорошо воспроизводится в генераторе HYDJET++. Однако, для больших центральностей в эксперименте ситуация меняется, что расходится с предсказаниями генератора.

Связано это может быть с тем, что гидродинамические модели, заложенные в генератор HYDJET++, не предназначены для описания периферических ядроядерных соударений.

Кроме того, отметим взаимное расположение распределений у ксенона и свинца для эллиптических и триангулярных потоков. Для эллиптического потока распределение ксенона оказывается выше распределения свинца только в экспериментальных данных и только в самых центральных соударениях. Для триангулярного же потока дело обстоит иначе: в эксперименте распределения гармоник ксенона оказываются ниже только в периферических (40–70% по центральности) столкновениях, а в генераторе — выше всюду, для всех центральностей.

Подтверждение сказанного выше, может быть найдено в анализе построенных отношениях гармоник для азимутальных потоков, которые будут подробно рассмотрены далее (см. раздел 2.2).

Дополнительным этапом работы стало построение распределений квадрупольных потоков  $v_4$  от величины поперечного импульса в тех же диапазонах центральностей, которые приводятся на рис. 2.6 при энергии для столкновений Xe–Xe  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ и Pb–Pb 5.02 ТэВ на пару нуклонов в системе центра масс. Стоит отметить, что в генераторе HYDJET++ не реализовано введение квадрупольного потока отдельно каким бы то ни было методом. Он вычисляется на основе уже имеющегося потока  $v_2$ .

Таким образом, квадрупольный поток  $v_4$  не закладывался в модель генератора отдельно, как это было с  $v_2$  и  $v_3$ , а наводился от эллиптического. До текущего



Рис. 2.5: Сравнение триангулярного потока  $v_3$ , измеренного методом истинной плоскости реакции, для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ (кружки) и Pb–Pb 5.02 ТэВ (квадраты) в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++.



Рис. 2.6: Сравнение квадрупольного потока  $v_4$ , измеренного методом истинной плоскости реакции, для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ (кружки) и Pb–Pb 5.02 ТэВ (квадраты) в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++.

момента модель HYDJET++ не претендует на количественное описание потоков гармоник порядка выше третьего. Поэтому построение и анализ таких распределений актуализируют работу по дополнению модели таким образом, чтобы она могла правильно генерировать и интерпретировать результаты для потоков гармоник более высоких порядков.

# 2.2 Отношения азимутальных гармоник в столкновениях Xe–Xe и Pb–Pb

Сравнивая дальнейшие результаты обработки данных в HYDJET++ с работой [23] следует привести ещё одну зависимость, представленную в этой работе — зависимость отношений азимутальных потоков для столкновений Хе–Хе к потокам для столкновений Pb–Pb в эксперименте CMS [23], представленную на рис. 2.7.

Демонстрация области применимости генератора HYDJET++ фактически является ключевой задачей этой дипломной работы. Для более детальной настройки требуется уточнение поведения конкретных компонент в конкретных диапазонах центральности. С этой целью были рассчитаны отношения эллиптического, триангулярного и квадрупольного потоков:  $\frac{v_n[XeXe]}{v_n[PbPb]}$  и были построены распределения этих отношений от поперечного импульса. Часть кода (скрипта) для построения данных отношений по данным генератора, может быть найдена в Приложении Б.

На рис. 2.8 представлены отношения компонент эллиптического (синие кружки), триангулярного (зеленые квадраты) и квадрупольного (красные звезды) потоков в соударениях Хе–Хе к соударениям Pb–Pb, в зависимости от поперечного импульса, который находится в диапазоне  $0 < p_T < 7$  ГэВ/с. Все результаты относятся к модели HYDJET++ для различных центральностей: от 0–5% до 60–70% для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ и Pb–Pb 5.02 ТэВ на пару нуклонов в системе центра масс.

Отметим некоторые общие свойства, наглядно представленные на этом рисунке. Во-первых, для всех гармоник, включая даже четвертую, форма зависимости выглядит схоже и сохраняется для различных центральностей. Во-вторых, во всех диапазонах центральностей взаимное расположение распределений сохраняется. Из этого, например, можно видеть, что отношение эллиптических потоков всегда оказывается меньше отношения триангулярных, что, отчасти, подтверждает высказанное в предыдущем разделе утверждение о взаимном расположении распределений гармоник в соударениях Xe–Xe и Pb–Pb.

Для осуществления дальнейшего анализа и составлении соответствующих выводов необходимо более детально рассмотреть отношение каждой компоненты азимутального потока и наглядно сравнить с результатами эксперимента коллаборации CMS.



Рис. 2.7: Сравнение отношений эллиптического (круги), триангулярного (квадраты) и квадрупольного (звезды) потоков для столкновений Хе–Хе к аналогичным потокам для столкновений Pb–Pb в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в эксперименте CMS [23]. Бары и заштрихованные прямоугольники представляют статистическую и систематическую погрешности соответственно.



Рис. 2.8: Сравнение отношений эллиптического (круги), триангулярного (квадраты) и квадрупольного (звезды) потоков для столкновений Хе–Хе к аналогичным потокам для столкновений Pb–Pb в зависимости от поперечного импульса  $p_T$ рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++.

На рис. 2.9 приведено сравнение отношений эллиптических потоков для столкновений Хе–Хе и для Pb–Pb из данных генератора HYDJET++ и эксперимента CMS. Диапазоны центральностей, а также энергии соударяющихся систем те же.

Данные распределения наглядно демонстрируют вышеизложенные утверждения о том, что генератор HYDJET++ недостаточно хорошо описывает эллиптический поток в самых центральных соударениях. Видно, что в эксперименте в центральных столкновениях наблюдается значительный выброс для отношений потоков (вспомним также, что в самых центральных столкновениях  $v_2$  для соударений Xe-Xe оказывается выше, чем для соударений Pb-Pb). Это объясняет возникающий «горб» в распределении. Интерпретация этого явления, а вернее, расхождения результатов генератора с экспериментальными данными в этой области возлагается на три причины. Первые две из них были описаны ранее и представляют из себя большую флуктуационную компоненту ксенона и деформацию ядерных систем. Третья возможная причина возникновения этого расхождения — большая систематическая погрешность эксперимента. Действительно в работе [23] можно найти подтверждение тому, что события с малыми  $p_T$  обладают большой погрешностью измерения.

Помимо подтверждения расхождения в центральных соударениях, можно выделить соответствие данных по  $v_2$  в области полуцентральных столкновений (15–40% по центральности). Модель HYDJET++ хорошо согласуется с экспериментальными данными в этой области по величине, тем не менее форма зависимостей отличается, что может быть связано с различными методами расчета эллиптических потоков.

Похожие выводы можно сделать касательно распределений отношений триангулярных потоков, представленных на рис. 2.10.

Здесь также, как и в случае с эллиптическими потоками, наблюдается расхождение экспериментальных данных с результатами моделирования в области наиболее центральных соударений. С другой стороны, неплохо согласуются данные, полученные в областях центральности 10–25%.

В отличии от отношений эллиптических потоков, здесь для  $v_3$  наблюдается серьезное расхождение результатов генерации модели HYDJET++ и экспериментальных данных в областях периферических столкновений (50–70%). Это является наглядной демонстрацией непригодности гидродинамической модели генератора для описания периферических соударений.



Рис. 2.9: Сравнение отношений эллиптических потоков для столкновений Xe–Xe к эллиптическим потокам для столкновений Pb–Pb в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++ (пустые круги) и эксперименте CMS (заполненные круги).



Рис. 2.10: Сравнение отношений триангулярных потоков для столкновений Xe– Хе к триангулярным потокам для столкновений Pb–Pb в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++ (пустые квадраты) и эксперименте CMS (заполненные квадраты).

Совсем иная картина представляется для распределения отношений квадрупольных потоков. Распределения продемонстрированы на рис. 2.11. Как и ожидалось, наблюдается сильное расхождение экспериментальных данных и результатов моделирования для всех центральностей, о чём уже было сказано ранее.



Рис. 2.11: Сравнение отношений квадрупольных потоков для столкновений Xe– Хе к квадрупольным потокам для столкновений Pb–Pb в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++ (пустые квадраты) и эксперименте CMS (заполненные квадраты).

## 2.3 Метод попарных корреляций

После получения и обработки результатов генерации распределений азимутальных потоков в модели HYDJET++ и сравнении их с экспериментальными данными коллаборации CMS, было решено попробовать использовать ещё один метод расчета азимутальных потоков — метод попарных корреляций [39]. Не следует путать метод двухчастичных корреляций и метод попарных корреляций. В виду сложности метода двухчастичных корреляций, который был использован в работе коллаборации CMS, в данной дипломной работе был выбран его более простой аналог — метод попарных корреляций. Несмотря на его простоту и отличие от метода двухчастичных корреляций, он все же позволяет сделать некоторые качественные выводы.

Ограничим свое рассмотрение этого метода только гармониками  $v_2$ . Рассмотрим по отдельности распределения эллиптических потоков от поперечного импульса для ксенона на рис. 2.12 и для свинца на рис. 2.13. На каждом из графиков изображены три зависимости, отражающие три различных метода: метод истинной плоскости реакции и метод попарных корреляций, которые были использованы в генераторе HYDJET++, и метод двухчастичных корреляций, который был использован в работе CMS.

Видно, что и в случае со столкновениями Pb–Pb, и в случае со столкновениями Xe–Xe метод не удовлетворяет описанию формы зависимости распределений, но претендует на верный расчет порядка величины эллиптических потоков. В этом методе величины потока для частиц с малыми поперечными импульсами плохо согласуются с экспериментом и методом истинной плоскости реакции, хотя в области средних ( $1 < p_T < 4 \Gamma$ эB/c) поперечных импульсов наблюдаются сходства между ним и методом истинной плоскости реакции.

Тем не менее упомянем распределение отношений эллиптических потоков частиц в соударениях Хе–Хе к потокам частиц в соударениях Pb–Pb, которые показаны на рис. 2.14. Несмотря на неудовлетворительное описание зависимостей потоков в отдельности, метод неплохо описывает поведение их отношений. В области полуцентральных соударений (10–25%) он дает лучшее согласование с экспериментом, чем метод истинной плоскости реакции, что является интересным результатом, в особенности с точки зрения теории модели HYDJET++.



Рис. 2.12: Сравнение эллиптического потока  $v_2$  для столкновений Хе–Хе при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэВ, измеренного методами истинной плоскости реакции (красные квадраты) и попарных корреляций (синие квадраты) в Монте-Карло генераторе HYDJET++ и методом двухчастичных корреляций (пустые черные квадраты) в эксперименте CMS [23] в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%).



Рис. 2.13: Сравнение эллиптического потока  $v_2$  для столкновений Pb–Pb при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  ТэВ, измеренного методами истинной плоскости реакции (красные квадраты) и попарных корреляций (синие квадраты) в Монте-Карло генераторе HYDJET++ и методом двухчастичных корреляций (пустые черные квадраты) в эксперименте CMS [23] в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%).



Рис. 2.14: Сравнение отношений эллиптических потоков  $v_2$  для столкновений Xe–Xe при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$  ТэB и столкновений Pb–Pb при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  ТэB, измеренных методами истинной плоскости реакции (синие заполненные круги) и попарных корреляций (синие пустые круги) в Монте-Карло генераторе HYDJET++ и методом двухчастичных корреляций (круги) в эксперименте CMS [23] в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%).

## 2.4 Предсказания для столкновений О-О при энергиях LHC

На основе существующих данных о ядро-ядерных столкновениях с помощью модели HYDJET++ можно выполнить оценки некоторых распределений, которые ещё не были измерены экспериментально. Для этой дипломной работы был выбран кислород с массовым числом 16, так как планируется провести серию экспериментов с ним на коллайдере LHC. На текущий момент нет никаких экспериментальных данных, с которыми можно было бы сравнить эти предсказания.

Для ядро-ядерных соударений О–О был выполнен ряд настроек различных параметров HYDJET++. После этого была произведена генерация данных и построение нижеизложенных зависимостей — представленные на рис. 2.15 и рис. 2.16 распределения эллиптического и триангулярного потоков в зависимости от поперечного импульса соответственно при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$  ТэВ на пару нуклонов в системе центра масс. Именно при такой энергии планируется проведение столкновений О–О на коллайдере LHC, предположительно, в 2023–25 годах.

На первый взгляд, распределения схожи с подобными для столкновений Xe–Xe и Pb–Pb, но если сравнивать их более детально, становятся заметны некоторые различия. Во-первых, максимум в распределении для кислорода смещен в область больших поперечных импульсов до  $p_T$  около 1.5 ГэB/c. Во-вторых, исключительным отличием является абсолютная величина триангулярного потока. Для столкновений систем ксенона и свинца величина триангулярного потока не превышала значения 0.12 для самых периферических столкновений (60–70% по центральности), тогда как для систем кислорода значения доходят до 0.2 в аналогичных условиях.

Причины таких отличий, по-видимому, связаны с особенностями работы генератора HYDJET++ при моделировании соударений легких ядер, и будут рассматриваться в дальнейшей работе.



Рис. 2.15: Распределение эллиптического потока  $v_2$ , измеренного методом истинной плоскости реакции, для столкновений О–О при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$  ТэВ в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++.



Рис. 2.16: Распределение триангулярного потока  $v_3$ , измеренного методом истинной плоскости реакции, для столкновений О–О при энергии  $\sqrt{s_{NN}} = 6.8$  ТэВ в зависимости от поперечного импульса  $p_T$  рождающихся заряженных частиц для 11 областей центральности столкновений (от 0–5% до 60–70%) в Монте-Карло генераторе HYDJET++.

## Выводы

- 1. В рамках Монте-Карло модели HYDJET++ было проведено моделирование рождения частиц в соударениях Xe-Xe и Pb-Pb при энергиях коллайдера LHC.
- 2. Проведено сравнение результатов для эллиптического, триангулярного и квадрупольного потоков частиц по экспериментальным данным установки CMS с результатами моделирования с помощью генератора HYDJET++.
- 3. Генератор НҮДЈЕТ++ хорошо описывает отличия потоков Хе–Хе и Pb–Pb в диапазонах центральностей 10–50% для v<sub>2</sub>, 0–30% для v<sub>3</sub> и периферических 50–70% столкновений для v<sub>4</sub>. Отклонение экспериментальных данных для центральных соударений от гидродинамической модели, возможно, вызвано большей флуктуационной компонентой в столкновениях ядер более легкого ксенона, по отношению к столкновениям тяжелого свинца. Также влияние может оказывать существенная деформированность ядра ксенона по сравнению с почти-сферичным ядром свинца.
- 4. Были построены отношения эллиптических, триангулярных и квадрупольных потоков для столкновений систем Xe–Xe и Pb–Pb в модели HYDJET++. На основе сравнения отношений потоков с экспериментальными данными было дано подтверждение корректной работы генератора HYDJET++ в диапазонах центральностей 10–50% для v<sub>2</sub>, 0–30% для v<sub>3</sub> и периферических 50–70% столкновений для v<sub>4</sub>.
- 5. Метод попарных корреляций был применен для изучения азимутального потока в соударениях Xe–Xe и Pb–Pb в модели HYDJET++. Было выяснено, что метод попарных корреляций недостаточно хорошо подходит для описания распределений азимутальных потоков столкновений систем Xe–Xe и Pb–Pb при энергиях LHC. Однако он может быть использован для оценки отношений величин данных азимутальных потоков.
- 6. В рамках Монте-Карло модели HYDJET++ было проведено моделирование рождения частиц в соударениях О–О при предполагаемых энергиях коллайдера LHC в 2023-25 годах. В рамках модели HYDJET++ для столкновений

О-О наблюдаются определенные различия по сравнению с системами Xe-Xe и Pb-Pb.

7. Необходима дальнейшая настройка модели HYDJET++ для описания особенностей поведения потоков центральностей 0–10% для v<sub>2</sub> и 30–50% для v<sub>3</sub> различных видов ядер, а также разработка методов работы с гармониками высших порядков. Кроме того, возможна дальнейшая модификация кода генератора для расчета потоков различными методами.

Результаты, полученные при выполнении данной дипломной работы, были представлены в виде устных докладов на научных конференциях: XXIII межвузовская молодежная научная школа-конференция имени Б. С. Ишханова «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине», ICPPA 2022: The 6th International Conference on Particle Physics and Astrophysics, Ломоносовские чтения 2023 (Секция ядерной физики), XXX Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2023». Результаты также опубликованы в журнале Ученые записки физического факультета Московского Университета, номер 3, 2023 год и отправлены для публикации в журнале Ядерная физика. Еще один доклад одобрен для представления на 21-й Международной Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц.

## Благодарности

Автор данной дипломной работы выражает искренние благодарности своему научному руководителю Петрушанко Сергею Владимировичу за неоценимый вклад в выполнение этой работы; рецензенту Эйюбовой Гюльнаре Ханларовне за ценные указания и замечания; коллаборации CMS за предоставленные экспериментальные данные; коллективу Лаборатории сильных взаимодействий ОЭФ-ВЭ НИИЯФ МГУ за ценные советы и наставления; Милану Стояновичу (Milan Stojanovic), коллаборация CMS, за важные уточнения и помощь в работе с экспериментальными данными.

## Литература

- Satz H. Statistical mechanics of quarks and hadrons: Proceedings of an international symposium, held at the University of Bielefeld, F.R.G., August 24-31, 1980 / edited by Helmut Satz. — Amsterdam, Oxford : North-Holland, 1981. — ISBN 978-0-444-86227-3.
- Shuryak E. V. Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter // Physics Reports. - 1980. - T. 61, № 2. - C. 71-158. - ISSN 03701573. - DOI: 10.1016/0370-1573(80)90105-2.
- C. Patrignani et al. Review of Particle Physics // Chinese Physics C. 2016. T. 40, № 10. – C. 100001. – ISSN 1674-1137. – DOI: 10.1088/1674-1137/ 40/10/100001.
- CERN-Council met at Geneva (Switzerland). 1986. URL: https://cds. cern.ch/record/883692; Issued on 19 December 1986.
- Luo X. Exploring the QCD Phase Structure with Beam Energy Scan in Heavyion Collisions // Nuclear Physics A. – 2016. – T. 956. – C. 75–82. – ISSN 03759474. – DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2016.03.025.
- 6. Directed and Elliptic Flow / S. Soff [и др.]. 1999. DOI: 10.48550/arXiv. nucl-th/9903061.
- Nonequilibrium models of relativistic heavy-ion collisions / H. St cker [и др.] // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. – 2005. – Т. 31, № 6. – S929–S942. – ISSN 0954-3899. – DOI: 10.1088/0954-3899/31/6/037.
- RHIC Scientists Serve Up 'Perfect' Liquid. 2005. URL: https://www. bnl.gov/newsroom/news.php?a=110303.
- 9. Коротких В. Кварк-глюонная плазма в столкновениях релятивистских ионов. 2018. URL: http://nuclphys.sinp.msu.ru/qgp/.
- Heinz U., Kolb P. Early thermalization at RHIC // Nuclear Physics A. 2002. T. 702, № 1-4. C. 269-280. ISSN 03759474. DOI: 10.1016/S0375-9474(02)00714-5nuclphysa.2016.03.025.

- 11. Policastro G., Son D. T., Starinets A. O. Shear Viscosity of Strongly Coupled N = 4 Supersymmetric Yang-Mills Plasma // Phys. Rev. Lett. 2001. Авг. Т. 87, вып. 8. С. 081601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.081601.
- 12. Centrality dependence of the charged-particle multiplicity density at midrapidity in Pb–Pb collisions at √s<sub>NN</sub> = 2.76 TeV / K. Aamodt [и др.] // Physical review letters. 2011. Т. 106, № 3. С. 032301. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 106.032301.
- 13. Suppression of charged particle production at large transverse momentum in central Pb-Pb collisions at √s<sub>NN</sub> = 2.76 TeV / K. Aamodt [и др.] // Physics Letters B. 2011. T. 696, № 1/2. C. 30-39. ISSN 03702693. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.12.020.
- 14. Study of high-*p<sub>T</sub>* charged particle suppression in PbPb compared to pp collisions at √*s*<sub>NN</sub> = 2.76 TeV / S. Chatrchyan [и др.] // The European Physical Journal C. 2012. T. 72, № 3. ISSN 1434-6044. DOI: 10.1140/epjc/s10052-012-1945-x.
- Karsch F. Lattice results on QCD thermodynamics // Nuclear Physics A. –
   2002. T. 698, № 1–4. C. 199–208. ISSN 03759474. DOI: 10.48550/ arXiv.hep-ph/0103314.
- 16. Two-pion Bose-Einstein correlations in central Pb-Pb collisions at sNN=2.76TeV / K. Aamodt [и др.] // Physics Letters B. 2011. Т. 696, № 4. С. 328–337. ISSN 03702693. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.12.053.
- Schenke B., Tribedy P., Venugopalan R. Event-by-event gluon multiplicity, energy density, and eccentricities in ultrarelativistic heavy-ion collisions // Physical Review C. 2012. T. 86, № 3. ISSN 0556-2813. DOI: 10.1103 / PhysRevC.86.034908.
- 18. Tannenbaum M. J. Recent results in relativistic heavy ion collisions: from 'a new state of matter' to 'the perfect fluid' // Reports on Progress in Physics. 2006. T. 69, № 7. C. 2005–2059. ISSN 0034-4885. DOI: 10.1088/0034-4885/69/7/R01.
- Huovinen P. Anisotropy of flow and the order of phase transition in relativistic heavy ion collisions // Nuclear Physics A. - 2005. - T. 761, № 3/4. - C. 296-312. - ISSN 03759474. - DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.07.016.

- 20. Production of pions and light fragments at large angles in high-energy nuclear collisions / S. Nagamiya [и др.] // Physical Review C. 1981. T. 24, № 3. C. 971–1009. ISSN 0556-2813. DOI: 10.1103/PhysRevC.24.971.
- 21. Review of the theoretical heavy-ion physics / E. L. Bratkovskaya [и др.]. 2017. DOI: 10.48550/arXiv.1711.01976.
- 22. Fodor Z. Recent Result in QCD Thermodynamics from the Lattice. 2007. DOI: 10.48550/arXiv.0712.2930.
- 23. Charged-particle angular correlations in XeXe collisions at √s<sub>NN</sub> = 5.44 TeV / A. M. Sirunyan [и др.] // Physical Review C. 2019. T. 100, № 4. ISSN 0556-2813. DOI: 10.1103/PhysRevC.100.044902.
- 24. Heavy ion event generator HYDJET++ (HYDrodynamics plus JETs) / I. P. Lokhtin [и др.] // Computer Physics Communications. 2009. Т. 180, № 5. С. 779–799. ISSN 00104655. DOI: 10.1016/j.cpc.2008.11.015.
- Borghini N., Dinh P. M., Ollitrault J.-Y. Flow analysis from multiparticle azimuthal correlations // Physical Review C. 2001. T. 64, № 5. ISSN 0556-2813. DOI: 10.1103/PhysRevC.64.054901.
- 26. Bhalerao R. S., Borghini N., Ollitrault J.-Y. Analysis of anisotropic flow with Lee-Yang zeroes. 2003. DOI: 10.48550/arXiv.nucl-th/0310016.
- 27. Measurement of higher-order harmonic azimuthal anisotropy in PbPb collisions at √s<sub>NN</sub> = 2.76 TeV / S. Chatrchyan [и др.] // Physical Review C. 2014. Т. 89, № 4. ISSN 0556-2813. DOI: 10.1103/PhysRevC.89.044906.
- 28. HYDJET++ event generator. URL: http://lokhtin.web.cern.ch/ lokhtin/hydjet++/.
- 29. HYDJET event generator. URL: https://lokhtin.web.cern.ch/lokhtin/ hydro/hydjet.html.
- 30. Hadron spectra, flow and correlations in PbPb collisions at the LHC: interplay between soft and hard physics / I. P. Lokhtin [и др.] // The European Physical Journal C. 2012. Т. 72, № 6. ISSN 1434-6044. DOI: 10.1140/epjc/s10052-012-2045-7.
- 31. ROOT Data Analysis Framework. URL: https://root.cern/.
- 32. PYQUEN event generator. URL: https://lokhtin.web.cern.ch/ lokhtin/pyquen/.
- 33. PYTHIA event generator. URL: https://pythia.org/.

- 34. The CMS experiment at the CERN LHC. The Compact Muon Solenoid experiment / S. Chatrchyan [и др.] // JINST. – 2008. – Т. 3. – S08004. – DOI: 10.1088/1748-0221/3/08/S08004. – URL: https://cds.cern.ch/ record/1129810.
- 35. CMS Heavy-Ion Physics Publications. URL: http://cms-results.web. cern.ch/cms-results/public-results/publications/HIN/.
- 36. The CMS Collaboration. Description and performance of track and primaryvertex reconstruction with the CMS tracker // Journal of Instrumentation. – 2014. – T. 9, № 10. – P10009–P10009. – DOI: 10.1088/1748-0221/9/ 10/P10009.
- 37. HTCondor Software Suite (HTCSS). URL: https://htcondor.org/.
- 38. LXPLUS. URL: https://lxplusdoc.web.cern.ch/.
- 39. Measurement of collective flow in heavy-ion collisions using particle-pair correlations / S. Wang [и др.] // Physical Review C. 1991. Т. 44, № 3. C. 1091–1095. ISSN 0556-2813. DOI: 10.1103/PhysRevC.44.1091.

## Приложения

А Часть кода Монте-Карло генератора HYDJET++, использующаяся для расчета азимутальных гармоник с помощью метода попарных корреляций

```
for (int it = 0; it < (hj2->GetPdg()).size(); it++) {
    if ( (hj2->GetFinal().at(it)) == 1 &&
    (hj2->GetPdg().at(it))== 211 &&
    TMath::Abs(0.5 * log(((hj2->GetE().at(it)) +
    (hj2->GetPz().at(it))) / ((hj2->GetE().at(it)) -
    (hj2->GetPz().at(it))))) < 1.) {
       hpt1->Fill(sqrt((hj2->GetPx().at(it)) *
        (hj2->GetPx().at(it)) + (hj2->GetPy().at(it)) *
        (hj2->GetPy().at(it))), 1. / sqrt((hj2->GetPx().at(it)) *
        (hj2->GetPx().at(it)) + (hj2->GetPy().at(it)) *
        (hj2->GetPy().at(it))));
    }
    double etaeta = 0.5 * TMath::Log(
    (sqrt((hj2->GetPx().at(it)) * (hj2->GetPx().at(it))
    + (hj2->GetPy().at(it)) * (hj2->GetPy().at(it))
    + (hj2->GetPz().at(it)) * (hj2->GetPz().at(it)))
    + (hj2->GetPz().at(it))) /
    (sqrt((hj2->GetPx().at(it)) * (hj2->GetPx().at(it))
    + (hj2->GetPy().at(it)) * (hj2->GetPy().at(it))
    + (hj2->GetPz().at(it)) * (hj2->GetPz().at(it)))
    - (hj2->GetPz().at(it))));
    if ((hj2->GetFinal().at(it)) == 1 &&
    ((TMath::Abs(hj2->GetPdg().at(it)) == 211) ||
    (TMath::Abs(hj2->GetPdg().at(it)) == 321) ||
    (TMath::Abs(hj2->GetPdg().at(it)) == 2212))) {
```

```
51
```

pt = TMath::Sqrt((hj2->GetPx().at(it)) \*

```
(hj2->GetPx().at(it)) + (hj2->GetPy().at(it)) *
(hj2->GetPy().at(it)));
phi = TMath::ATan2((hj2->GetPy().at(it)),
(hj2->GetPx().at(it)));
sum = 0;
num ev = 0;
for (int it2 = 0; (it2 < (hj2->GetPdg()).size()) &&
(it2 != it); it2++) {
  double etaeta2 = 0.5 *
  TMath::Log((sqrt((hj2->GetPx().at(it2)) *
  (hj2->GetPx().at(it2)) + (hj2->GetPy().at(it2)) *
  (hj2->GetPy().at(it2)) + (hj2->GetPz().at(it2)) *
  (hj2->GetPz().at(it2))) + (hj2->GetPz().at(it2))) /
  (sqrt((hj2->GetPx().at(it2)) * (hj2->GetPx().at(it2)) +
  (hj2->GetPy().at(it2)) * (hj2->GetPy().at(it2)) +
  (hj2->GetPz().at(it2)) * (hj2->GetPz().at(it2))) -
  (hj2->GetPz().at(it2))));
```

```
if ((hj2->GetFinal().at(it2)) == 1 &&
((TMath::Abs(hj2->GetPdg().at(it2)) == 211) ||
(TMath::Abs(hj2->GetPdg().at(it2)) == 321) ||
(TMath::Abs(hj2->GetPdg().at(it2)) == 2212)) &&
(TMath::Sqrt((hj2->GetPx().at(it2)) *
(hj2->GetPx().at(it2)) + (hj2->GetPy().at(it2)) *
(hj2->GetPy().at(it2))) > 0.3) &&
(TMath::Abs(etaeta2) < 2.4)) {
    phi2 = TMath::ATan2((hj2->GetPy().at(it2)),
        (hj2->GetPx().at(it2)));
```

```
if (phi2>3.14159) phi2 = phi2 - 3.14159;
if (phi2<-3.14159) phi2 = phi2 + 3.14159;</pre>
```

```
if (phi>3.14159) phi1 = phi1 - 3.14159;
if (phi<-3.14159) phi1 = phi1 + 3.14159;
func = TMath::Cos(2*(phi1 - phi2));
sum = sum + func;
num_ev++;
}
}
if (sum<0) v2met = -1. * TMath::Sqrt(-1.*sum / num_ev);
if (sum>0) v2met = TMath::Sqrt(sum / num_ev);
if (sum>0) v2met = 0.;
hv2met->Fill(pt, v2met);
}
```

# Б Пример скрипта в генераторе HYDJET++ для построения отношений потоков для столкновений Xe-Xe и Pb-Pb

#include "stdio.h"
#include "stdlib.h"
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <TFile.h>
#include <TH1D.h>
#include <TGraphErrors.h>
#include <TGraph.h>
#include <TGraph.h>
#include "TLegend.h"
#include "TStyle.h"

```
void v2 div() {
gStyle -> SetOptStat(0);
TFile *cms = TFile::Open("~/results/HepDataV2.root");
TDirectory* dir = (TDirectory*)cms -> Get("Figure 9a");
TCanvas *c2 = new TCanvas ("c2", "c2", 0, 0, 2000, 1200);
c2 -> Divide(4,3);
c2 \rightarrow cd(1);
c2 -> SetFillColor(10);
c2 -> SetFillStyle(4000);
c2 -> SetBorderSize(0);
c2 -> SetFrameFillColor(0);
c2 -> SetFrameFillStyle(0);
TFile *f1 = new TFile("~/results/PbPb0005 1m.root");
TH1D *hv2f1 = (TH1D*)f1 \rightarrow Get("hv2");
TH1D *hv0f1 = (TH1D*)f1 \rightarrow Get("hv0");
TH1D *hv2resf1 = new TH1D ("hv2resf", "", 40, 0.1, 7.);
hv2resf1 -> GetXaxis() -> SetRangeUser(0.,7.);
hv2resf1 -> Divide(hv2f1, hv0f1, 1., 1.);
TFile *t1 = new TFile("~/results/XeXe0005 1m.root");
TH1D *hv2t1 = (TH1D*)t1 -> Get("hv2"):
TH1D *hv0t1 = (TH1D*)t1 \rightarrow Get("hv0");
TH1D *hv2rest1 = new TH1D ("hv2rest", "", 40, 0.1, 7.);
hv2rest1 -> GetXaxis() -> SetRangeUser(0.,7.);
hv2rest1 -> Divide(hv2t1, hv0t1, 1., 1.);
```

```
TGraphAsymmErrors *hv2cms05 =
(TGraphAsymmErrors*)dir -> Get("Graph1D y1");
TH1D *hv2resft1 = new TH1D ("hv2res", "", 40, 0.1, 7.);
hv2resft1 -> Divide(hv2rest1, hv2resf1, 1., 1.);
hv2resft1 -> SetLineColor(kBlack);
hv2resft1 -> Draw("PE1");
hv2cms05 \rightarrow Draw("P");
hv2cms05 -> SetMarkerStyle(kFullCircle);
hv2cms05 -> SetMarkerSize(1);
hv2cms05 -> SetMarkerColor(kBlue);
hv2resft1 -> SetMarkerStyle (kOpenCircle);
hv2resft1 -> SetMarkerSize (1);
hv2resft1 -> SetMarkerColor (kBlue);
hv2resft1 -> GetYaxis() -> SetRangeUser(0.4,1.6);
TLatex latex1;
latex1.SetTextSize(0.08);
latex1.SetTextAlign(13);
latex1.DrawLatex(0.9,1.55,"Centrality: 0-5%");
TLine *11 = new TLine(0.,1.,7.,1.);
11 -> SetLineStyle(2);
11 -> SetLineWidth(2);
11 -> Draw();
hv2resft1 -> GetXaxis() -> SetTitleSize(0.06);
hv2resft1 -> GetYaxis() -> SetTitleSize(0.07);
hv2resft1 -> GetXaxis() -> SetTitleOffset(0.7);
hv2resft1 -> GetYaxis() -> SetTitleOffset(0.9);
hv2resft1 -> GetYaxis() -> SetLabelOffset(0.015);
hv2resft1 -> GetYaxis() -> SetLabelSize(0.06);
```

```
hv2resft1 -> GetXaxis() -> SetLabelSize(0.0);
hv2resft1 -> GetXaxis() -> SetLabelOffset(0.015);
c2 \rightarrow cd(2);
 . . .
 . . .
 . . .
    c2 \rightarrow cd(12);
TLegend *legenddiv = new TLegend(0.1 ,0.1,0.9,.9);
legenddiv -> SetTextSize(0.08);
legenddiv ->
AddEntry((TObject*)0, "v_{2}[XeXe]#sqrt{s_{NN}}=5.44 TeV", "");
legenddiv ->
AddEntry((TObject*)0, "v {2}[PbPb]#sqrt{s {NN}}=5.02 TeV", "");
legenddiv -> AddEntry(hv2resft11, "HYDJET++", "P");
legenddiv -> AddEntry(hv2cms6070, "CMS Results", "P");
legenddiv -> Draw();
}
```