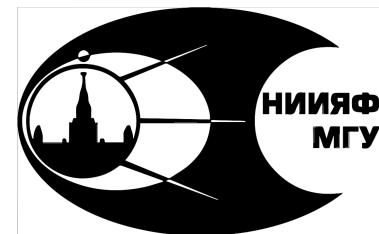


Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына
Физический факультет



Определение асимптотических
нормировочных коэффициентов в модели
среднего поля с дисперсионным оптическим
потенциалом для ядер ^{48}Ca и ^{208}Pb

О.В. Беспалова, Л.Д. Блохинцев,
А.А. Климочкина, Д.А. Савин, М.М. Мосунов
Научная конференция "Ломоносовские чтения-2026."

1. Введение
2. Общий формализм
3. Дисперсионная оптическая модель
4. Описание сечений
5. Результаты
 - $^{49}\text{Ca} \Rightarrow ^{48}\text{Ca} + \text{n}$
 - $^{49}\text{Sc} \Rightarrow ^{48}\text{Ca} + \text{p}$
 - $^{209}\text{Pb} \Rightarrow ^{208}\text{Pb} + \text{n}$
 - $^{209}\text{Bi} \Rightarrow ^{208}\text{Pb} + \text{p}$
6. Заключение

- **Асимптотические нормировочные коэффициенты (АНК)** определяют асимптотику ядерных волновых функций в бинарных каналах.
- АНК для канала $a \rightarrow b + c$ – определяет вероятность конфигурации $b + c$ в ядре a на расстояниях, превышающих радиус ядерного взаимодействия.
- АНК для ядер среднего и тяжелого атомного веса могут быть важны для определения сечений r - и p -процессов нуклеосинтеза в звездах.

В настоящей работе мы отрабатываем методику извлечения АНК на примере дважды магических ядер ^{48}Ca и ^{208}Pb , используя подход, основанный на модели среднего поля с дисперсионным оптическим потенциалом.

Общий формализм

Составная связанная система: $a \rightarrow b + c$

Функция перекрытия:

$$I_{abc}(\mathbf{r}) = \int \psi_b^+(\tau_b) \psi_c^+(\tau_c) \psi_a(\tau_b, \tau_c, \mathbf{r}) d\tau_b d\tau_c$$

Нормировка радиальной функции перекрытия $I_{abc}(ls; r)$:

$$\int_0^\infty |I_{abc}(ls; r)|^2 r^2 dr = S_{abc}(ls)$$

$S_{abc}(ls)$ – спектроскопический фактор

Для короткодействующих ядерных сил:

в случае нейтрона:

$$I_{abc}(ls; r)|_{r>R_N} = C_{abc}(ls) \sqrt{\frac{2\kappa}{\pi r}} K_{l+1/2}(\kappa r)$$

в случае протона:

$$I_l(r)|_{r>R_N} = C_l \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2\kappa r)}{r}$$

$C_{abc}(ls)$ – асимптотический нормировочный коэффициент

Общий формализм. Вывод АНК

При описании данных о реакциях передачи в рамках DWBA в случае магических ядер функции перекрытия заменяются одночастичными волновыми функциями связанного состояния, которые являются решениями уравнения Шредингера с оптическим потенциалом.

$$\int_0^{\infty} |\bar{u}_{nlj}(r)|^2 dr = 1$$

$$I_j(r) = S_j^{1/2} \bar{u}_j / r$$

При радиусе $r > R_N$: $\bar{u}_j(r) \longrightarrow b_j \sqrt{\frac{2kr}{\pi}} K_{l+1/2}(kr)$ – для нейтронов

$\bar{u}_j(r) \longrightarrow b_j W_{-\eta, l+1/2}(2kr)$ – для протонов

b_j – одночастичный АНК

S_j – спектроскопический фактор

$$C_j = S_j^{1/2} b_j$$

Дисперсионная оптическая модель

Спектроскопический фактор S_j можно найти эмпирически, используя экспериментальные данные о сечениях захвата нуклонов.

[1] *J.T. Huang, C.A. Bertulani, V. Guimarães, Atomic Data and Nuclear Data Tables 96 (2010) 824–847*

Дисперсионная оптическая модель (ДОМ), в отличие от традиционной, позволяет находить не только волновые функции, но и соответствующие спектроскопические факторы.

Центральная действительная часть дисперсионного оптического потенциала для нейтронов:

$$V(r, E) = -V_{\text{HF}}(E)f(r, r_{\text{HF}}, a_{\text{HF}}) - \Delta V_s(E)f(r, r_s, a_s) + 4a_d\Delta V_d(E)\frac{d}{dr}f(r, r_d, a_d)$$

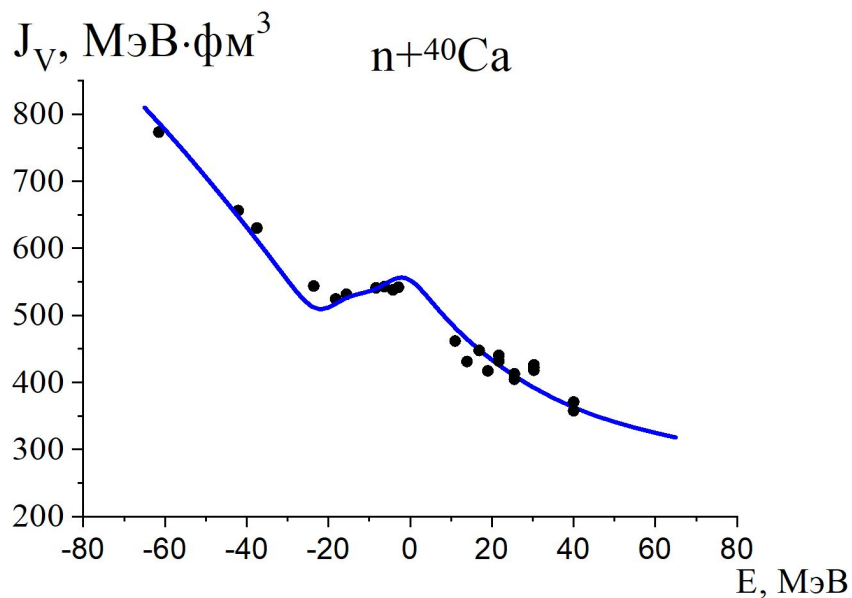
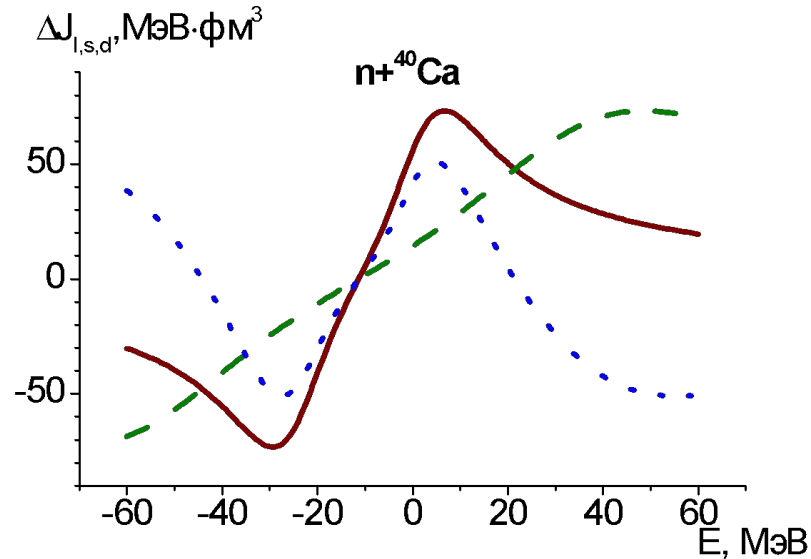
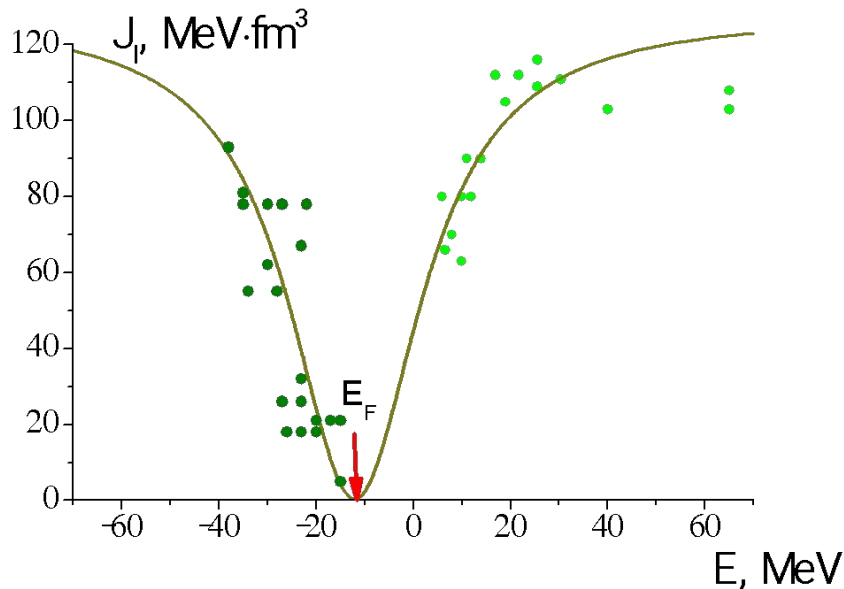
Дисперсионное соотношение:

$$\Delta V_{s(d)}(E) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W_{s(d)}(E')}{(E' - E)} dE'$$

$$W_s(E) = \begin{cases} 0 & E_F \leq E < E_p \\ w_1 \frac{(E-E_p)^2}{(E-E_p)^2 + (w_2)^2} & E \geq E_p, \end{cases}$$

$$W_d(E) = \begin{cases} 0 & E_F \leq E < E_p \\ d_1 \frac{(E-E_p)^2 \exp(-d_2(E-E_p))}{(E-E_p)^2 + (d_3)^2} & E \geq E_p. \end{cases}$$

Дисперсионная оптическая модель



Дисперсионная оптическая модель. Спектроскопический фактор

Энергия Ферми: $E_F = -\frac{1}{2}(S_{n(p)}(A) + S_{n(p)}(A + 1))$

Одночастичная волновая функция:

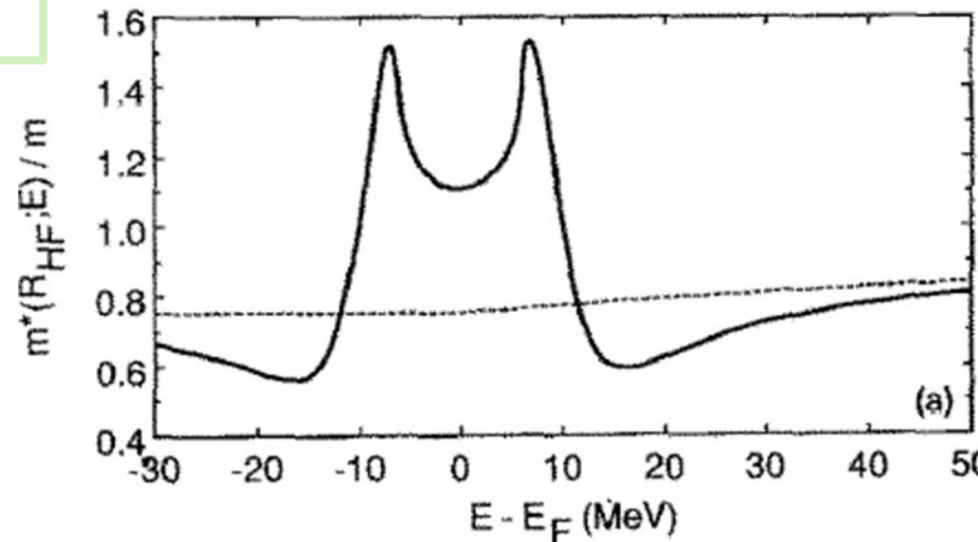
$$\bar{u}_{nlj} = c_{nlj} (m_{\text{HF}}^*(r, E)/m)^{1/2} u_{nlj}(r)$$

$$m_{\text{HF}}^*(r, E)/m = 1 - \frac{d}{dE} V_{\text{HF}}(r, E)$$

Спектроскопический фактор:

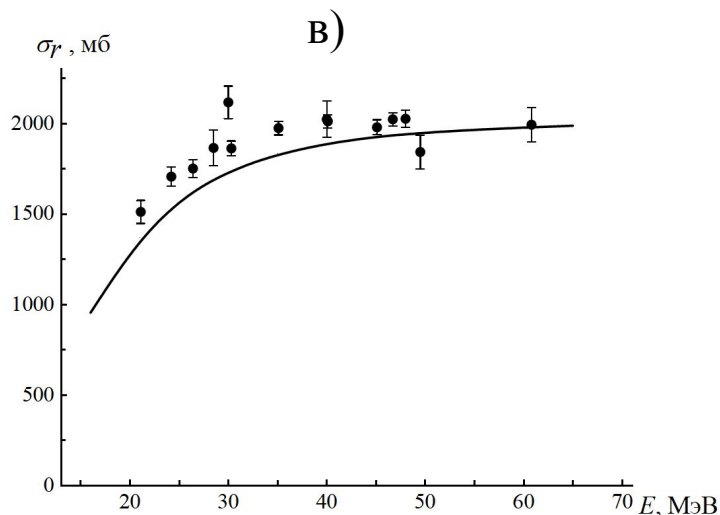
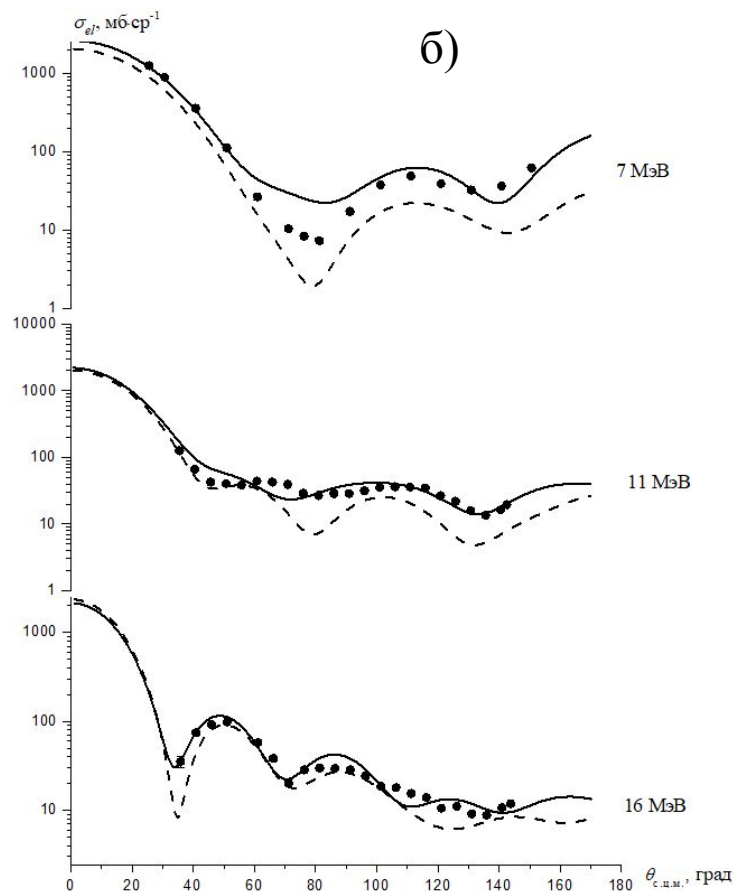
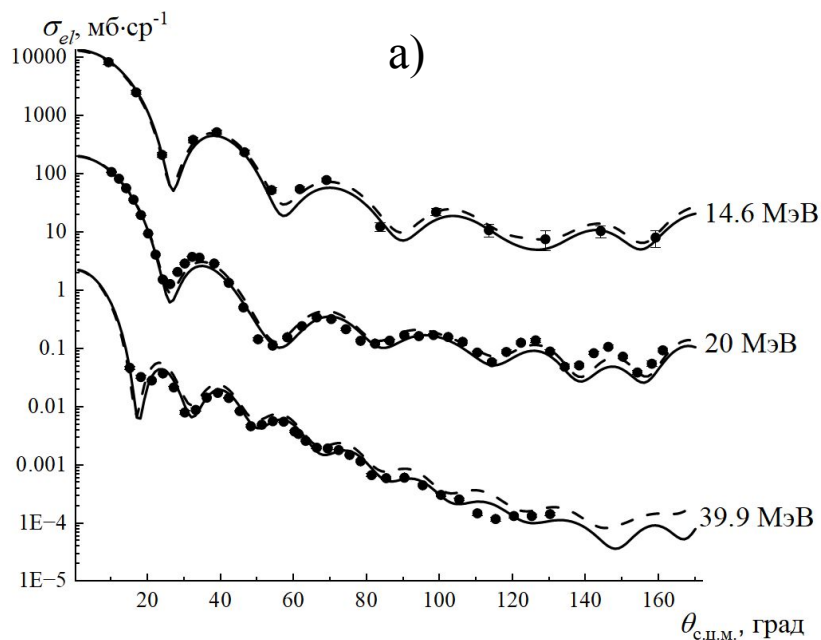
$$S_{nlj} = \int_0^\infty \bar{u}_{nlj}^2(r) \left[\frac{m}{\bar{m}(r, E_{nlj})} \right] dr$$

$$\frac{\bar{m}(r, E_{nlj})}{m} = 1 - \left[\frac{m}{m_{\text{HF}}^*(r, E)} \right] \frac{d}{dE} \Delta V(r, E)$$



- Расчеты АНК были выполнены в рамках описанного подхода для ядер ^{48}Ca и ^{208}Pb .
- Все рассмотренные процессы относятся к типу $(A + 1) \rightarrow A + n (p)$, где ядро A находится в основном состоянии.
- Чтобы определить АНК, было необходимо, чтобы расчетная одночастичная энергия связанных состояний нуклонов в точности совпадала с экспериментальной энергией отделения (с противоположным знаком) для основного состояния рассматриваемых ядер.

Описание сечений



Сечения упругого рассеяния нейтронов на ядрах ^{208}Pb (рис. а), ^{48}Ca (рис. б). Полное сечение реакции для протонов на ^{208}Pb (рис. в)
Точки - экспериментальные данные. Сплошная линия - расчет с подобранными параметрами.

Результаты для ^{48}Ca

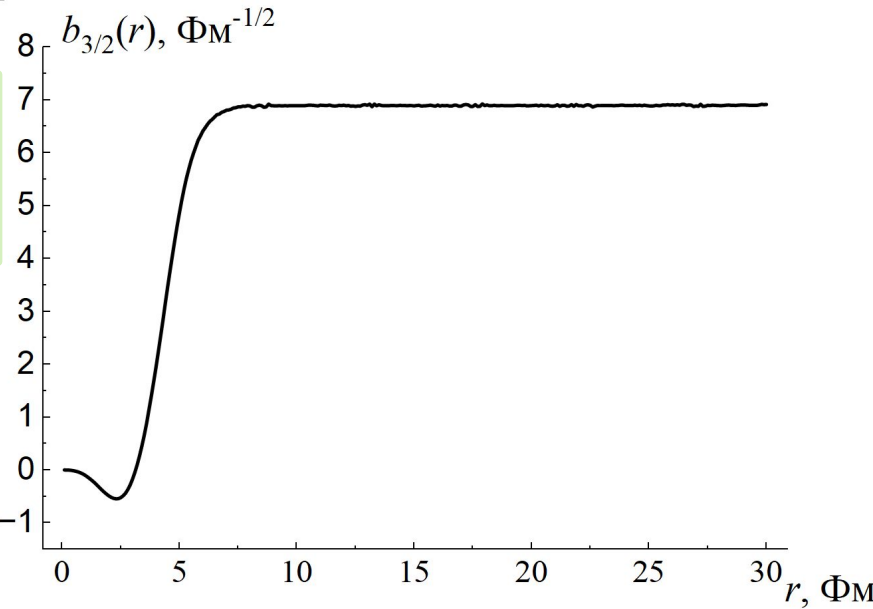
Ядро $^{49}\text{Ca} \Rightarrow ^{48}\text{Ca} + n$:

$$-E_{3/2} = 5.146 \text{ МэВ}$$
$$b_{3/2} = 6.894 \text{ ФМ}^{-1/2}$$

$$S_{3/2} = 0.851$$
$$C_{3/2} = 6.36 \text{ ФМ}^{-1/2}$$

$$[2] \quad S_{3/2} = 0.67$$
$$C_{3/2} = 3.89 \text{ ФМ}^{-1/2}$$

$$[3] \quad S_{3/2} = 0.73-0.96$$
$$C_{3/2} = 4.754-5.983 \text{ ФМ}^{-1/2}$$



Ядро $^{49}\text{Sc} \Rightarrow ^{48}\text{Ca} + p$:

$$-E_{7/2} = 9.627 \text{ МэВ}$$
$$b_{7/2} = 43.187 \text{ ФМ}^{-1/2}$$

$$S_{7/2} = 0.734$$
$$C_{7/2} = 37 \text{ ФМ}^{-1/2}$$

$$[2] \quad S_{7/2} = 0.49$$
$$C_{7/2} = 36.8 \text{ ФМ}^{-1/2}$$

[2] N. K. Timofeyuk, *Phys. Rev. C* 84, 054313 (2011), Table II

[3] N. B. Nguyen et al., *Phys. Rev. C* 84, 044611 (2011).

Результаты для ^{208}Pb

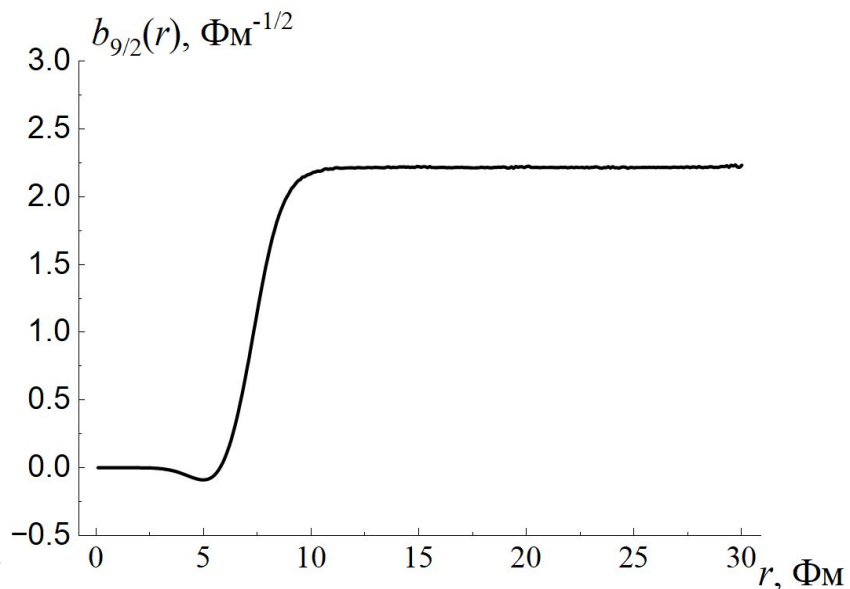
Ядро $^{209}\text{Pb} \Rightarrow ^{208}\text{Pb} + n$:

$$\begin{aligned} -E_{9/2} &= 3.934 \text{ МэВ} \\ b_{9/2} &= 2.217 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{9/2} &= 0.643 \\ C_{9/2} &= 1.78 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2] \quad S_{9/2} &= 0.64 \\ C_{9/2} &= 1.404 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [3] \quad S_{9/2} &= 0.51-1.7 \\ C_{9/2} &= 1.304-2.121 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$



Ядро $^{209}\text{Bi} \Rightarrow ^{208}\text{Pb} + p$:

$$\begin{aligned} -E_{9/2} &= 3.798 \text{ МэВ} \\ b_{9/2} &= 2.491 \cdot 10^7 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{9/2} &= 0.489 \\ C_{9/2} &= 1.742 \cdot 10^7 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [2] \quad S_{9/2} &= 0.50 \\ C_{9/2} &= 1.96 \cdot 10^7 \Phi_{\text{M}}^{-1/2} \end{aligned}$$

[2] N. K. Timofeyuk, *Phys. Rev. C* 84, 054313 (2011), Table II

[3] N. B. Nguyen et al., *Phys. Rev. C* 84, 044611 (2011).

Заключение

- Представлена методика нахождения асимптотических нормировочных коэффициентов для процессов типа $(A + 1) \rightarrow A + n$ (p) в рамках дисперсионной оптической модели.
- Получены спектроскопические факторы и АНК для ядер ^{48}Ca и ^{208}Pb

Канал	S_j	$C_j, \Phi_M^{-1/2}$
$^{49}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ca} + n$	0.851	6.36
$^{49}\text{Sc} \rightarrow ^{48}\text{Ca} + p$	0.734	37
$^{209}\text{Pb} \rightarrow ^{208}\text{Pb} + n$	0.643	1.7775
$^{209}\text{Bi} \rightarrow ^{208}\text{Pb} + p$	0.489	$1.742 \cdot 10^7$

- В дальнейшем планируется применить эту методику на другие ядра с магическими числами нуклонов, а также на ядра, близкие к магическим.

Спасибо за внимание!