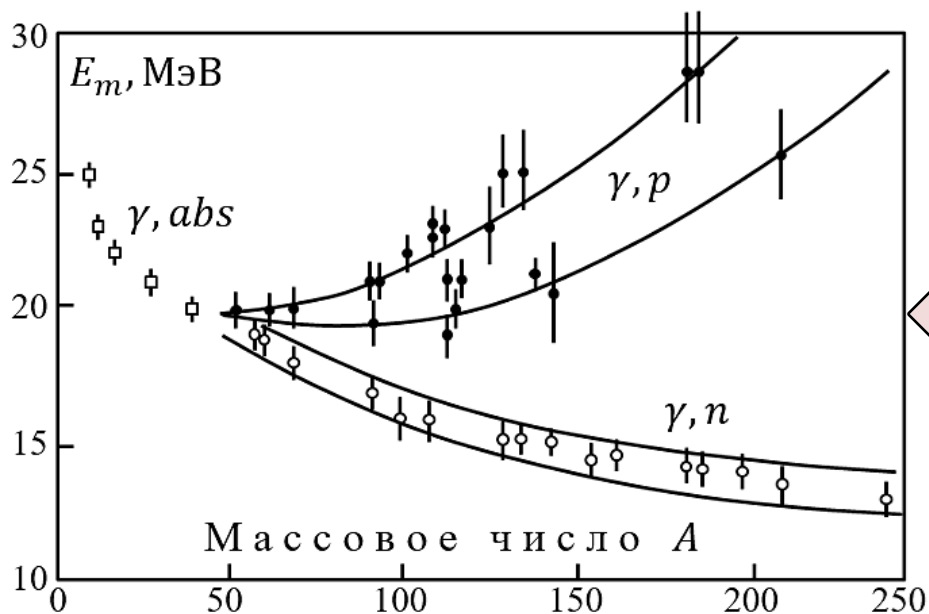
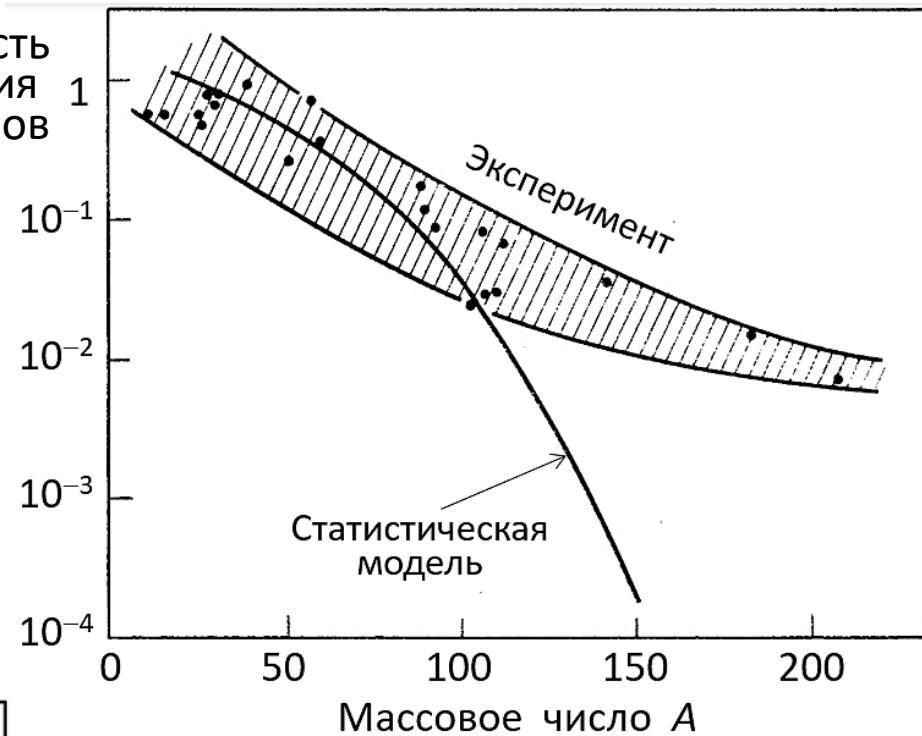


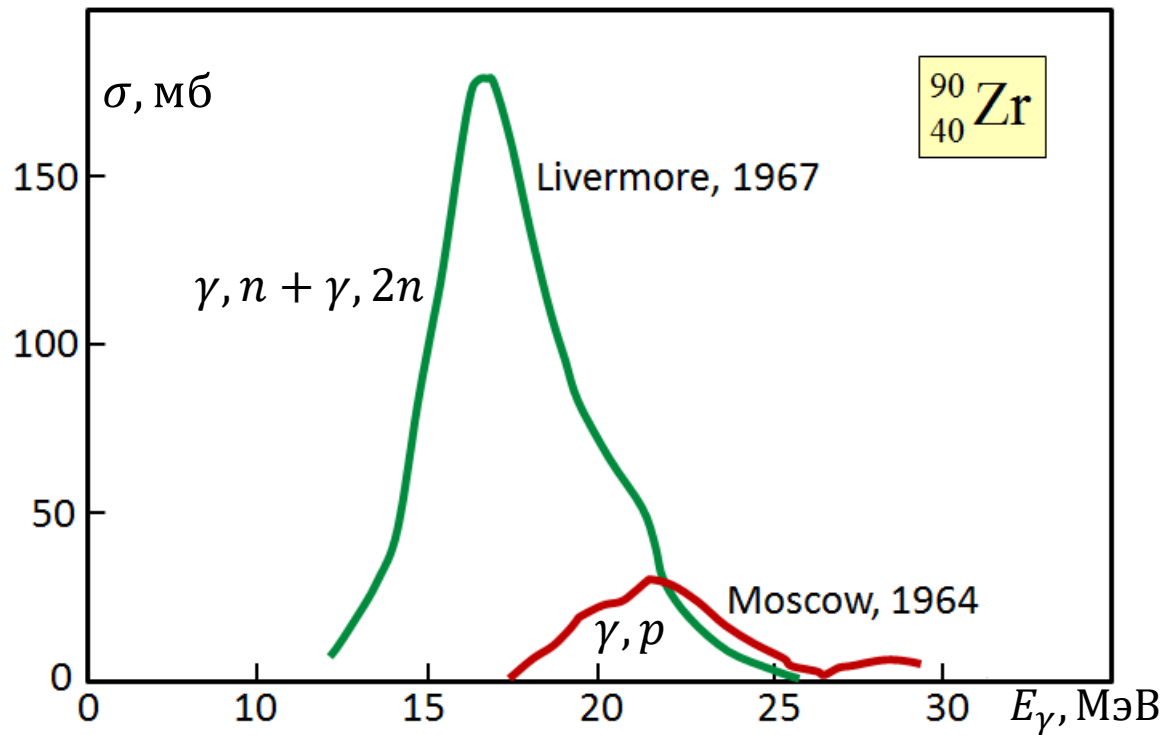
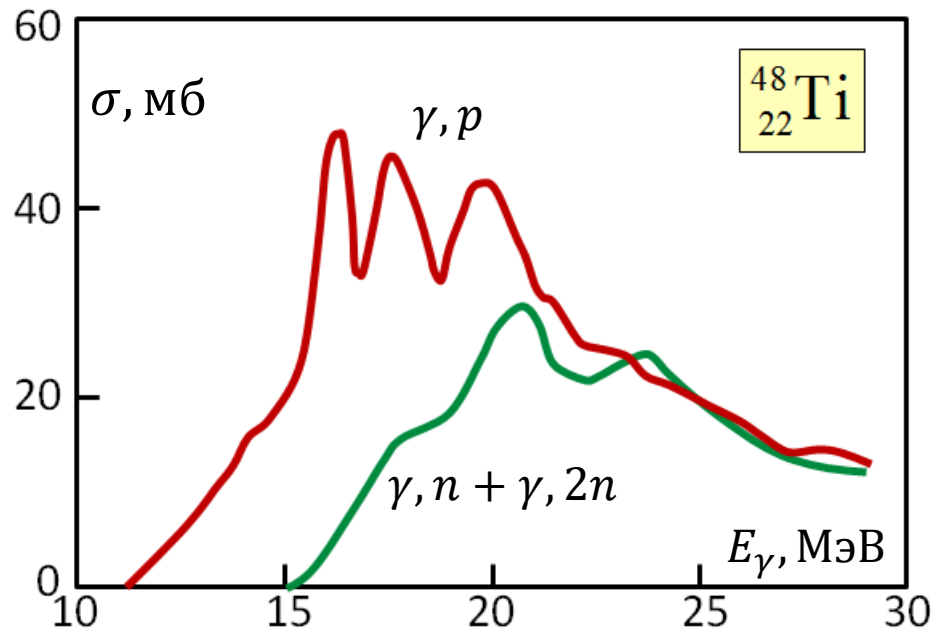
Изоспиновое расщепление Гигантского Дипольного Резонанса

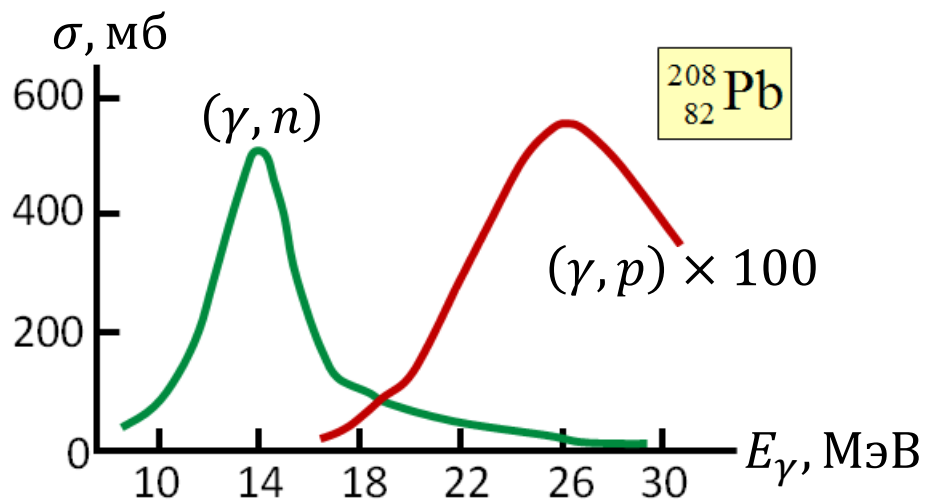
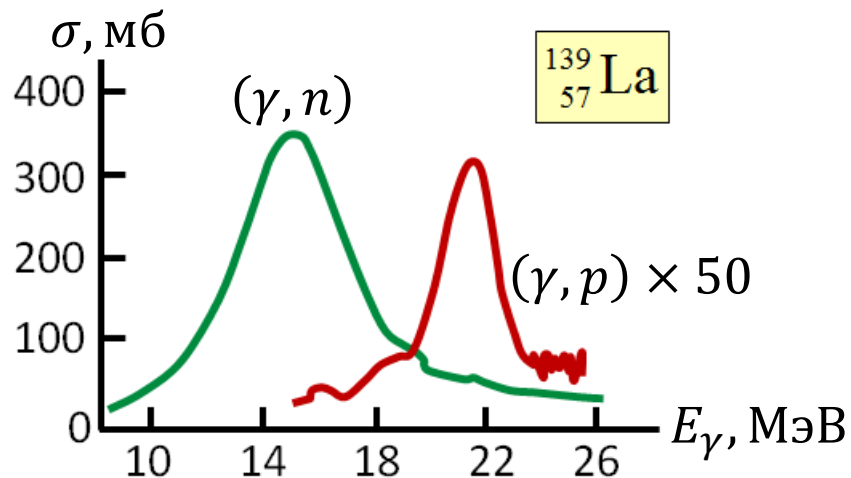
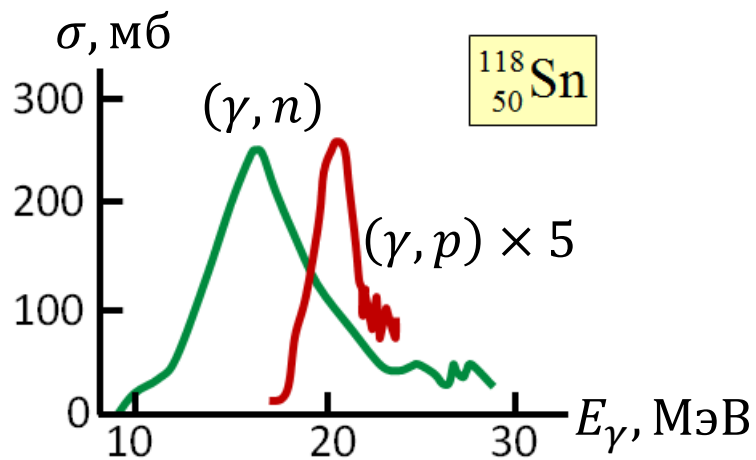
Вероятность
испускания
фотопротонов

Без учёта специфики
квантового числа изоспина
нельзя объяснить
наблюдаемой вероятности
испускания фотопротонов
для средних и тяжёлых ядер



Без учёта специфики
квантового числа изоспина
нельзя объяснить сдвига к более
высоким энергиям максимума
фотопротонного сечения $\sigma(\gamma, p)$
относительно максимума
фотонейтронного сечения $\sigma(\gamma, n)$
с ростом массового числа A





Формализм изоспина

$$|\text{нуклон}\rangle \equiv |N\rangle = |t_N, (t_3)_N\rangle.$$

$$|n\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle; |p\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

$$\hat{t}_3 |n\rangle = (t_3)_n |n\rangle = +\frac{1}{2} |n\rangle; \hat{t}_3 |p\rangle = (t_3)_p |p\rangle = -\frac{1}{2} |p\rangle.$$

$$\hat{t}^2 |n\rangle = t(t+1) |n\rangle; \hat{t}^2 |p\rangle = t(t+1) |p\rangle; t(t+1) = 3/4.$$

$$\text{Заряд нуклона: } q_N = e \left[\frac{1}{2} - (t_3)_N \right].$$

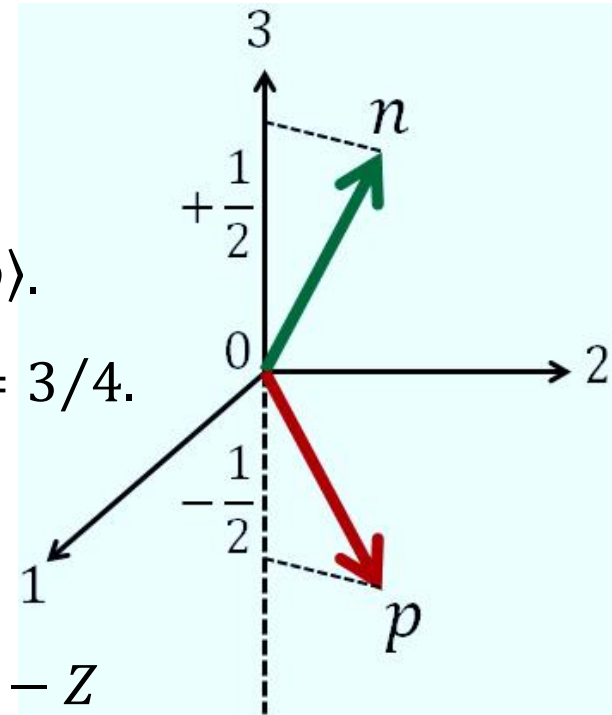
Изоспин ядра и его проекция:

$$\vec{T} = \sum_{\alpha=1}^A \vec{t}_\alpha; \quad T_3 = \sum_{\alpha=1}^A (t_3)_\alpha = N \left(+\frac{1}{2} \right) + Z \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{N - Z}{2}.$$

$$\left| \frac{N - Z}{2} \right| \leq T \leq \frac{A}{2}.$$

Изоспин основного состояния ядра:

$$T_0 \equiv |T_3| = \left| \frac{N - Z}{2} \right|$$



Доказательство в учебнике И.М. Капитонова
«Введение в физику ядра и частиц», Приложение 9

\hat{H} – гамильтониан ядра – с точностью до кулоновских сил инвариантен к поворотам в изопространстве, т. е. последовательной замене нейтрона на протон и наоборот. Этому отвечают приближенные коммутационные соотношения:

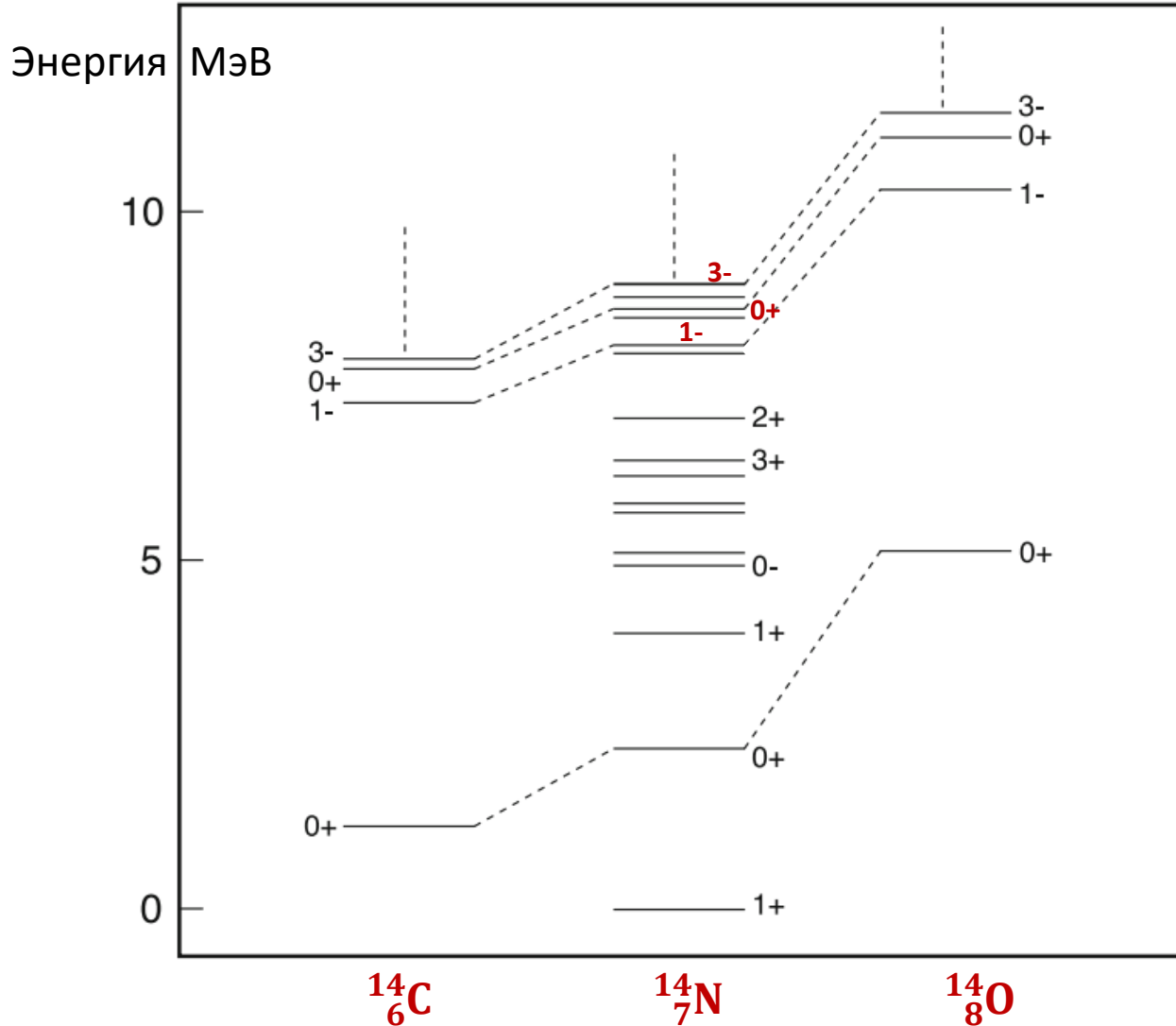
$$[\hat{H}, \hat{T}^2] \approx 0 \quad \text{и} \quad [\hat{H}, \hat{T}_3] \approx 0.$$

Нуклон-нуклонное взаимодействие – скаляр в изопространстве, т.е. изоскаляр, и простейший потенциал взаимодействия между двумя нуклонами α и β , отвечающий изоскаляру, может быть представлен в виде:

$$v_{\alpha\beta} \approx v_0 + v_1(\vec{t}_\alpha \cdot \vec{t}_\beta).$$

Ряд свойств ядер с данным A , но разными T_3 могут совпадать. Так, у них должны быть уровни одинаковой физической природы -

Аналоговые уровни.

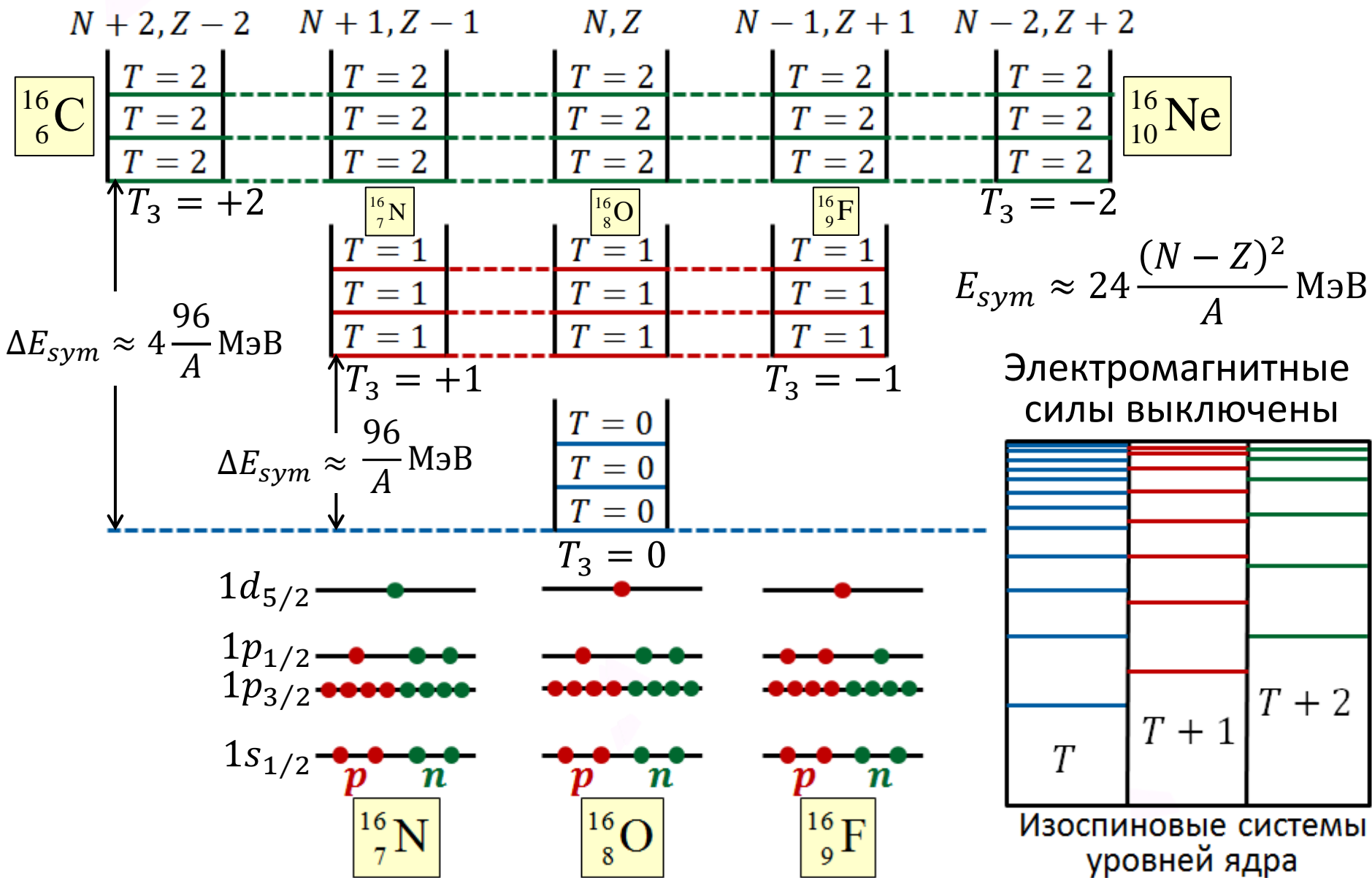


Низколежащие энергетические уровни трех наиболее устойчивых ядер-изобар с числом нуклонов $A = 14$. Спин и чётность показаны для аналоговых уровней.

Аналоговые уровни (состояния) трех ядер соединены пунктирными линиями.

Ноль шкалы энергии привязан к основному состоянию ядра $^{14}_7\text{N}$

Пример квинтета ядер с 16-ю нуклонами $^{16}_6\text{C}$, $^{16}_7\text{N}$, $^{16}_8\text{O}$, $^{16}_9\text{F}$, $^{16}_{10}\text{Ne}$:



Оболочечная структура нижайшего состояния с $T = 1$

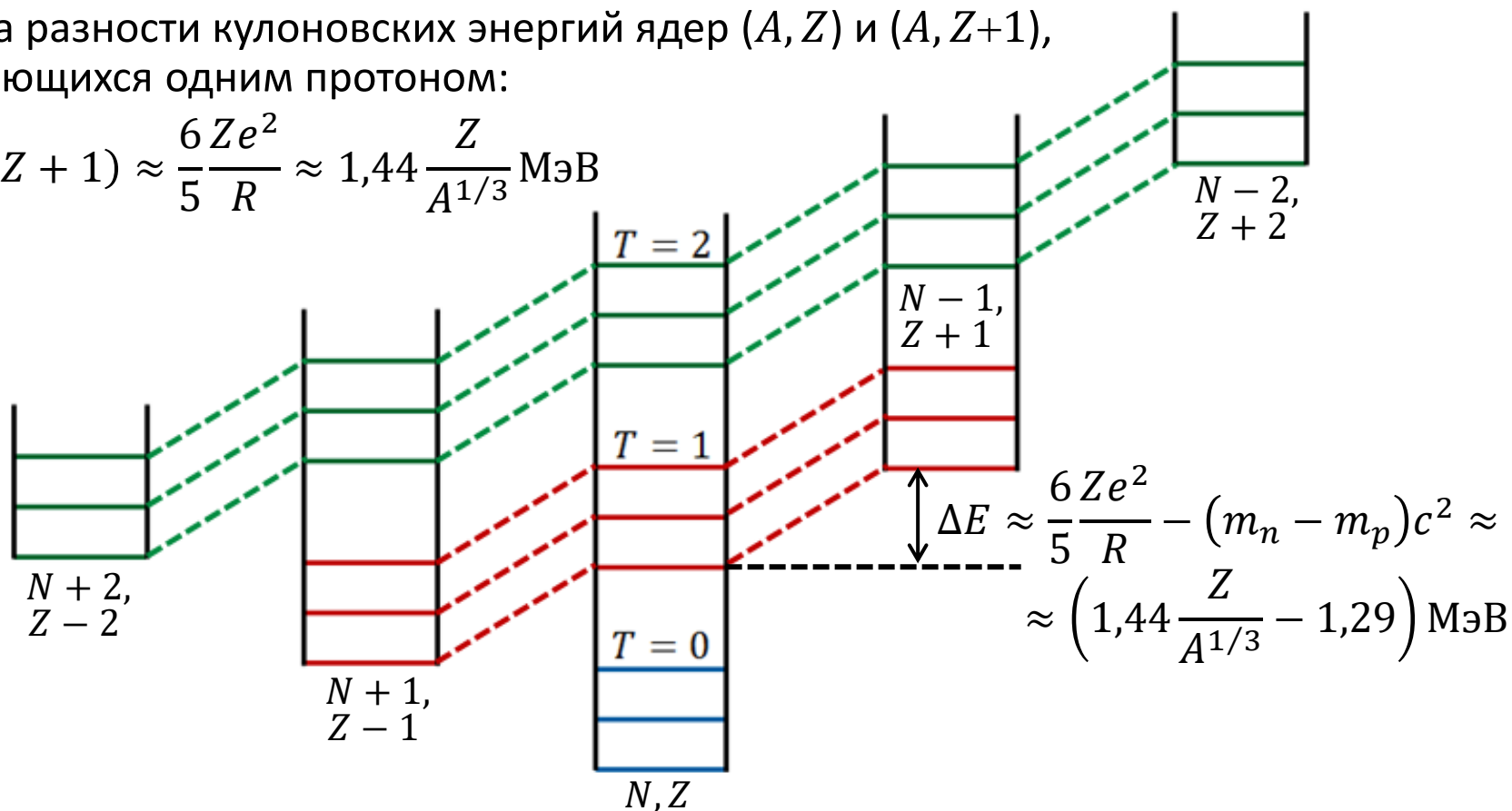
Электромагнитные силы включены

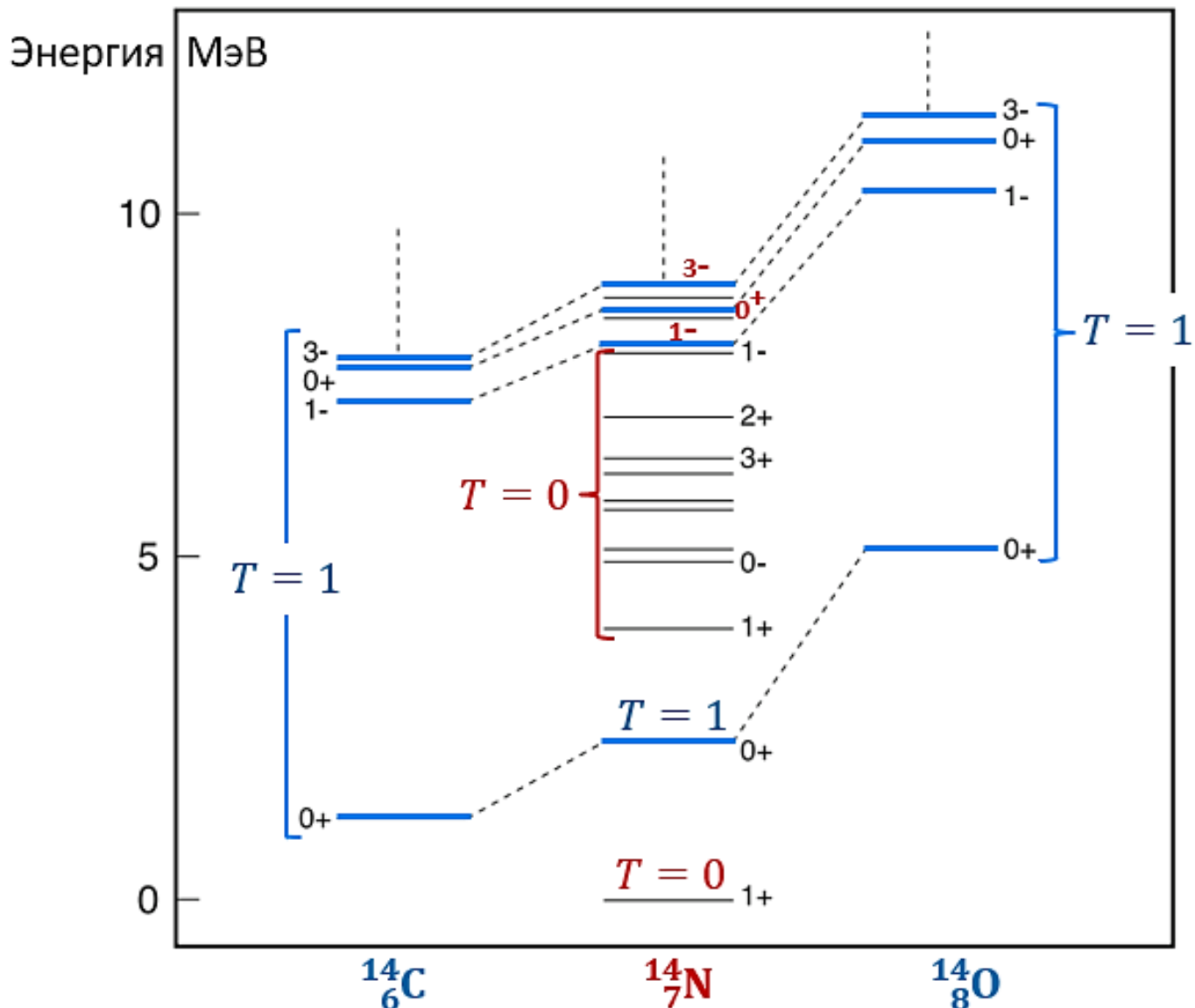
Возникает сдвиг уровней ядер с разным числом протонов за счёт кулоновских сил. Кроме того, при замене нейтрона на протон (или наоборот) возникает сдвиг энергии ядра за счёт разных масс протона и нейтрона.

Кулоновская энергия однородного шара с Z элементарными зарядами: $E_{\text{кул}} = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R}$

Оценка разности кулоновских энергий ядер (A, Z) и $(A, Z+1)$, отличающихся одним протоном:

$$\Delta E_{\text{кул}}(Z, Z+1) \approx \frac{6Ze^2}{5R} \approx 1,44 \frac{Z}{A^{1/3}} \text{ МэВ}$$

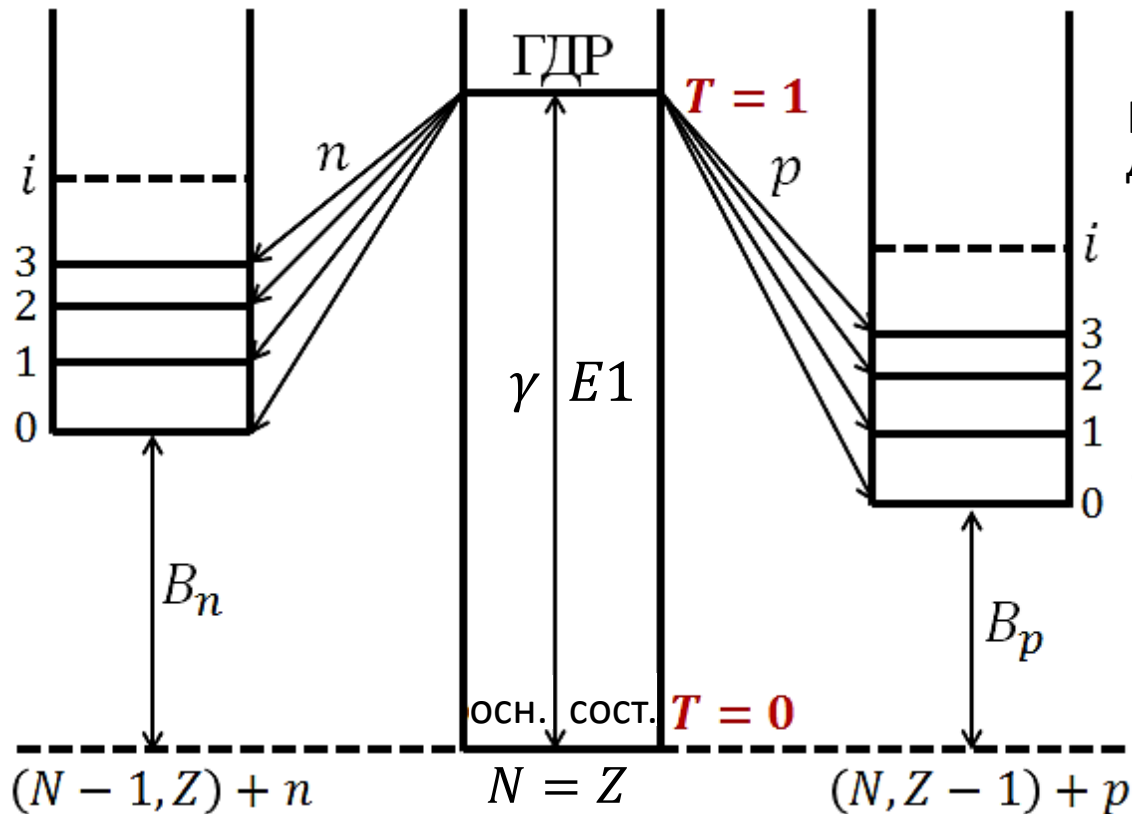




Низколежащие энергетические уровни трех наиболее устойчивых ядер-изобар с числом нуклонов $A = 14$. Спин и чётность показаны для аналоговых уровней. Аналоговые уровни (состояния) трех ядер соединены пунктирными линиями. Нуль шкалы энергии привязан к основному состоянию ядра $^{14}_7\text{N}$

Чистота ядерных состояний по изоспину

Изоспин основного состояния ядра $T_0 = \left| \frac{N-Z}{2} \right|$. Низколежащие состояния (до нескольких МэВ) также обычно имеют изоспин T_0 , т. е. являются весьма чистыми по изоспину (примесь другого изоспина $< 10^{-4}$). По мере роста энергии к состояниям с изоспином T_0 все сильнее примешиваются состояния с изоспином $T_0 + 1$ и чистота состояний по изоспину ухудшается. Состояния гигантского резонанса лежат в той области энергий, где происходит смешивание состояний с T_0 и $T_0 + 1$ и волновые функции этих состояний имеют структуру $\psi = \alpha_0 \psi_{T_0} + \alpha_1 \psi_{T_0+1} = \alpha_0 \psi_0 + \alpha_1 \psi_1$.



Самосопряжённые ($N = Z$) ядра, у которых состояния гигантского резонанса имеют изоспин 1, удобны для проверки чистоты изоспина этих состояний. Сравнение парциальных фотонуклонных сечений $\sigma(\gamma, p_i)$ и $\sigma(\gamma, n_i)$ с заселением одних и тех же (зеркальных) уровней конечных ядер позволяет найти отношение коэффициентов α_0 и α_1 . Для этого используют формулу

$$\frac{\sigma(\gamma, p_i)}{\sigma(\gamma, n_i)} = \frac{P_p}{P_n} \sqrt{\frac{E_p}{E_n}} \left| \frac{\alpha_0 + \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_1} \right|^2,$$

где P_p, P_n и E_p, E_n – проницаемости барьеров и энергии протонов и нейтронов.

Вероятность $|\alpha_0/\alpha_1|^2$ примеси состояний с $T = 0$
 к состояниям с $T = 1$, полученная из сечений реакций (γ, p_i) и (γ, n_i)
 для ядер с $N = Z$

Ядро	Номер i заселяемого состояния	E_γ , МэВ	$\sigma(\gamma, p_i)/\sigma(\gamma, n_i)$	$ \alpha_0/\alpha_1 ^2$, %
^{12}C	0	22,5	$2,0 \pm 0,3$	$< 1,3$
	1	23,0	$2,5 \pm 0,7$	$< 1,0$
	1	27,0	$1,3 \pm 0,5$	$< 0,2$
^{16}O	0	22,2	$1,6 \pm 0,15$	$< 1,0$
	1, 2	22,8	$1,1 \pm 0,3$	$< 2,1$
	3	23,0	$2,9 \pm 0,5$	$4,4 \pm 1,7$
	4	23,5	$1,3 \pm 0,2$	$< 1,3$
^{28}Si	0	19,9	$2,0 \pm 0,4$	$< 2,0$
^{32}S	0	19,8	$0,57 \pm 0,1$	$2,9 \pm 1,4$
		21,8	$0,50 \pm 0,1$	$3,6 \pm 1,9$
^{40}Ca	0	19,5	$2,2 \pm 0,2$	$1,0 \pm 0,6$
	1	19,0	$2,2 \pm 0,8$	$< 1,7$

$i = 0$ отвечает основному состоянию конечного ядра

Правила отбора по изоспину для $E1$ -переходов получают анализируя оператор электрического дипольного момента системы с введенным в него квантовым числом изоспином

Оператор электрического дипольного момента:

$$\vec{D} = \sum_{\alpha=1}^A q_{\alpha} \vec{r}_{\alpha} = \sum_{\alpha}^A e \left[\frac{1}{2} - (t_3)_{\alpha} \right] \cdot \vec{r}_{\alpha} = \underbrace{\frac{e}{2} \sum_{\alpha=1}^A \vec{r}_{\alpha}}_{\vec{D}_0} - \underbrace{e \sum_{\alpha=1}^A (t_3)_{\alpha} \vec{r}_{\alpha}}_{\vec{D}_1} = \vec{D}_0 + \vec{D}_1$$

В системе центра инерции координата центра инерции: $\vec{R} = \frac{1}{A} \sum_{\alpha=1}^A \vec{r}_{\alpha} = 0$ и $\vec{D}_0 = 0$, т. е.


$$\vec{D}(\text{сци}) = \vec{D}_1 = -e \sum_{\alpha=1}^A (t_3)_{\alpha} \vec{r}_{\alpha},$$

или $D_z(\text{сци}) = -e \sum_{\alpha=1}^A (t_3)_{\alpha} z_{\alpha}$

В системе центра инерции это оператор электрического дипольного момента ядра при направлении вектора поляризации эл.-магн. волны вдоль оси z

Компоненты векторов в изопространстве и в обычном пространстве входят в это соотношение симметрично!

Правила отбора по изоспину для $E1$ -переходов получаем по аналогии с правилами отбора по угловому моменту для этих же переходов:

$J_f = J_i, J_i \pm 1$ $(J_z)_f = (J_z)_i$ $0 \nrightarrow 0$		$T_f = T_i, T_i \pm 1$ $(T_3)_f = (T_3)_i$ $0 \nrightarrow 0$
---	--	---

То же следует из теоремы Вигнера-Эккарта.

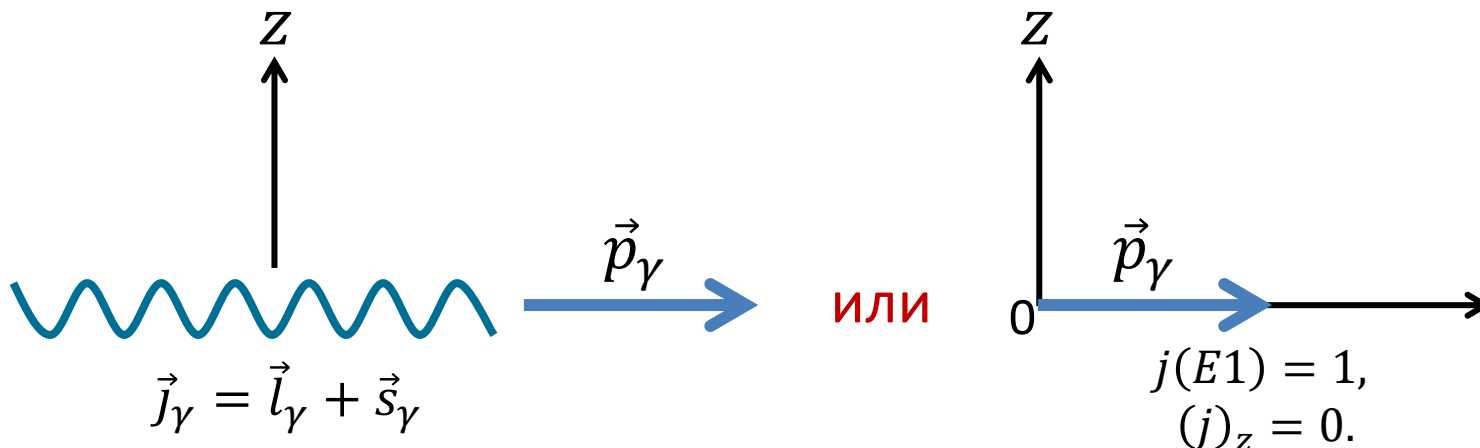
$E1$ -фотон эквивалентен частице с изоспином $t = 1$ и $t_3 = 0$.

$$\vec{T}_f = \vec{T}_i + \vec{t}$$

Если вектор поляризации электромагнитной волны (фотона) направлен вдоль оси z , то оператор $E1$ -излучения (фотона) имеет вид

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_z = \sum_{\alpha} e_{\alpha} z_{\alpha}$$

При этом вектор импульса $E1$ -фотон следующим образом ориентирован относительно оси z



Для $E1$ -фотона $l_{\gamma} = 0$ и $j_{\gamma}(E1) \equiv s_{\gamma} = 1$.
 Полный момент $E1$ -фотона целиком создаётся его спином и ориентирован так же, как и спин, т.е. по линии движения фотона.

Итак, $E1$ -фотон при выбранной ориентации оси z отвечает частице с $j = 1$ и $j_z = 0$.

Поглощение системой (ядром) такого фотона не меняет J_z этой системы,

$$\text{т. е. } (J_z)_f = (J_z)_i$$

Аналогично:

$$t_{\gamma}(E1) = 1,$$

$$(t_{\gamma})_3 = 0$$

Неприводимым тензорным оператором (неприводимым тензором) называется совокупность $2s+1$ величин θ_{sp} , где

$$p = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s,$$

которая при повороте системы координат преобразуется как сферические функции Y_{lm} .

Для неприводимых тензоров справедлива теорема Вигнера-Эккарта, которая применительно к Y_{lm} имеет вид:

$$\langle J_f M_f | Y_{lm} | J_i M_i \rangle = (J_f M_f l m | J_i M_i) \langle J_f || Y_l || J_i \rangle,$$

где $(J_f M_f l m | J_i M_i)$ - коэффициент Клебша-Гордана, а $\langle J_f || Y_l || J_i \rangle$ - приведённый матричный элемент, не зависящий от проекций M и m .

Из этой теоремы следуют правила отбора для переходов, диктуемых неприводимыми тензорными операторами, к которым относятся и операторы электромагнитных переходов, а именно:

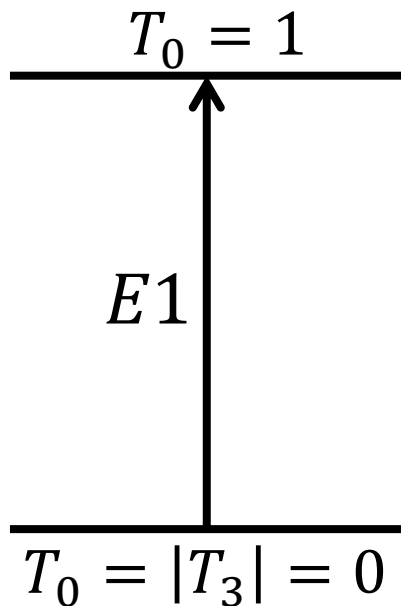
коэффициенты Клебша-Гордана $(\dots | \dots) \neq 0$ лишь при следующих условиях:

$$M_f = M_i + m \quad \text{и} \quad |J_i - l| \leq J_f \leq J_i + l,$$

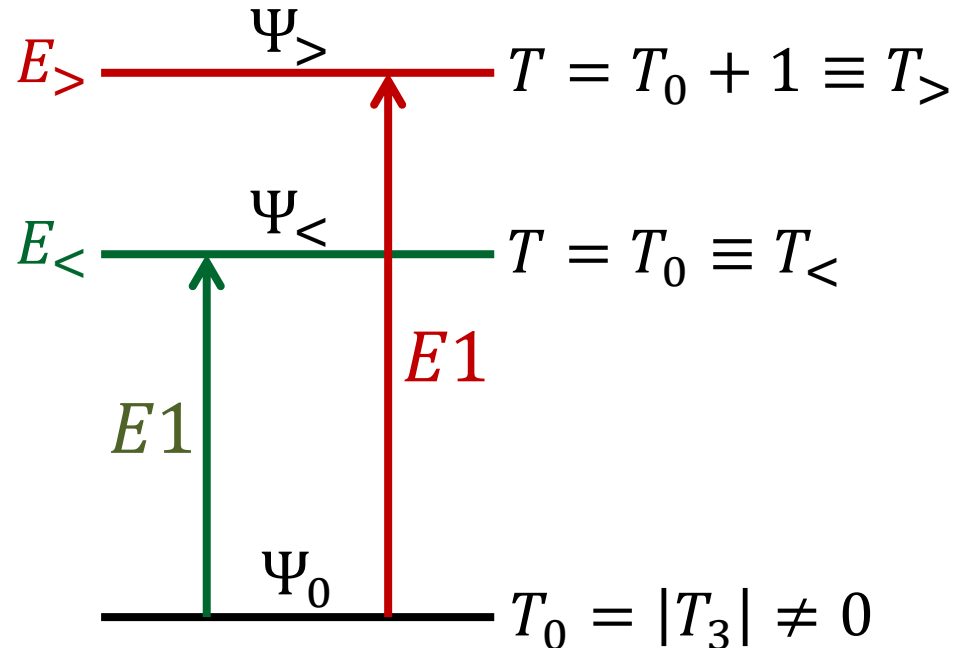
которые и являются правилами отбора.

Изоспиновые ветви $E1$ -переходов

Самосопряжённые
ядра ($N = Z$)



Несамосопряжённые
ядра ($N \neq Z$)



Центры тяжести компонент гигантского резонанса с $T_<$ и $T_>$ в несамосопряженных ядрах могут лежать при разных энергиях.

Для оценки величины их расщепления по энергии и отношения вероятностей возбуждения будем использовать концепцию формирования коллективного дипольного состояния.

Оценка вероятности возбуждения состояний гигантского резонанса с разным изоспином в несамосопряженных ($N \neq Z$) ядрах

Для упрощения рассматриваем одно коллективное дипольное Состояние Ψ_{dip} , в котором смешаны обе изоспиновые компоненты:

$$\Psi_{dip} = c_{<} \Psi_{<} + c_{>} \Psi_{>}; \quad c_{<}^2 + c_{>}^2 = 1.$$

(по прежнему полагаем поляризацию э.м. волны вдоль оси z)

$$\Psi_{dip} = \mathcal{D}_z |\Psi_0\rangle; \quad c_{<} = \langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle; \quad c_{>} = \langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle.$$

$$\Psi_{dip} = c_{<} \Psi_{<} + c_{>} \Psi_{>} .$$

$$\langle \Psi_{<} | \Psi_{dip} \rangle = c_{<} \underbrace{\langle \Psi_{<} | \Psi_{<} \rangle}_1 + c_{>} \underbrace{\langle \Psi_{<} | \Psi_{>} \rangle}_0$$

$$c_{<} = \langle \Psi_{<} | \Psi_{dip} \rangle = \langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle.$$

$$c_{>} = \langle \Psi_{>} | \Psi_{dip} \rangle = \langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle.$$

По теореме Вигнера-Эккарта:

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle &= (T_f(T_0)_f t t_3 | T_i(T_0)_i) \langle \Psi_{<} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle = \\
 &= \underbrace{(T_{<} T_{<} t_\gamma(t_3)_\gamma | T_{<} T_{<})}_{\text{Коэффициент Клебша-Гордана}} \langle \Psi_{<} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle = (T_0 T_0 1 0 | T_0 T_0) \langle \Psi_{<} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle = \\
 &= \sqrt{\frac{T_0}{T_0 + 1}} \langle \Psi_{<} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle &= \underbrace{(T_{>} T_{<} t_\gamma(t_3)_\gamma | T_{<} T_{<})}_{\text{Коэффициент Клебша-Гордана}} \langle \Psi_{>} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle = \\
 &= (T_0 + 1, T_0 1 0 | T_0 T_0) \langle \Psi_{>} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{T_0 + 1}} \langle \Psi_{>} || \mathcal{D}_z || \Psi_0 \rangle
 \end{aligned}$$

Используем (см Лекцию 2) выражение

$$\int_0^\infty \sigma_{E1} dE = \frac{4\pi^2}{c} \sum_f^{\text{всё}} \omega_{fi} |\langle f | \mathcal{D}_z | i \rangle|^2, \text{ где } \omega_{fi} = \frac{E_f - E_i}{\hbar}. \text{ Тогда}$$

$$\int_0^\infty \sigma_{>} dE = \frac{4\pi^2}{c} \omega_{>} |\langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2; \quad \int_0^\infty \sigma_{<} dE = \frac{4\pi^2}{c} \omega_{<} |\langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2,$$

а значит

$$\frac{\int \frac{\sigma_{>}}{E_{>}} dE}{\int \frac{\sigma_{<}}{E_{<}} dE} = \frac{c_{>}^2}{c_{<}^2} = \frac{1}{T_0} \frac{|\langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2}{|\langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2} = \frac{1}{T_0} b(T_0), \text{ где } b(T_0) = \frac{|\langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2}{|\langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2}$$

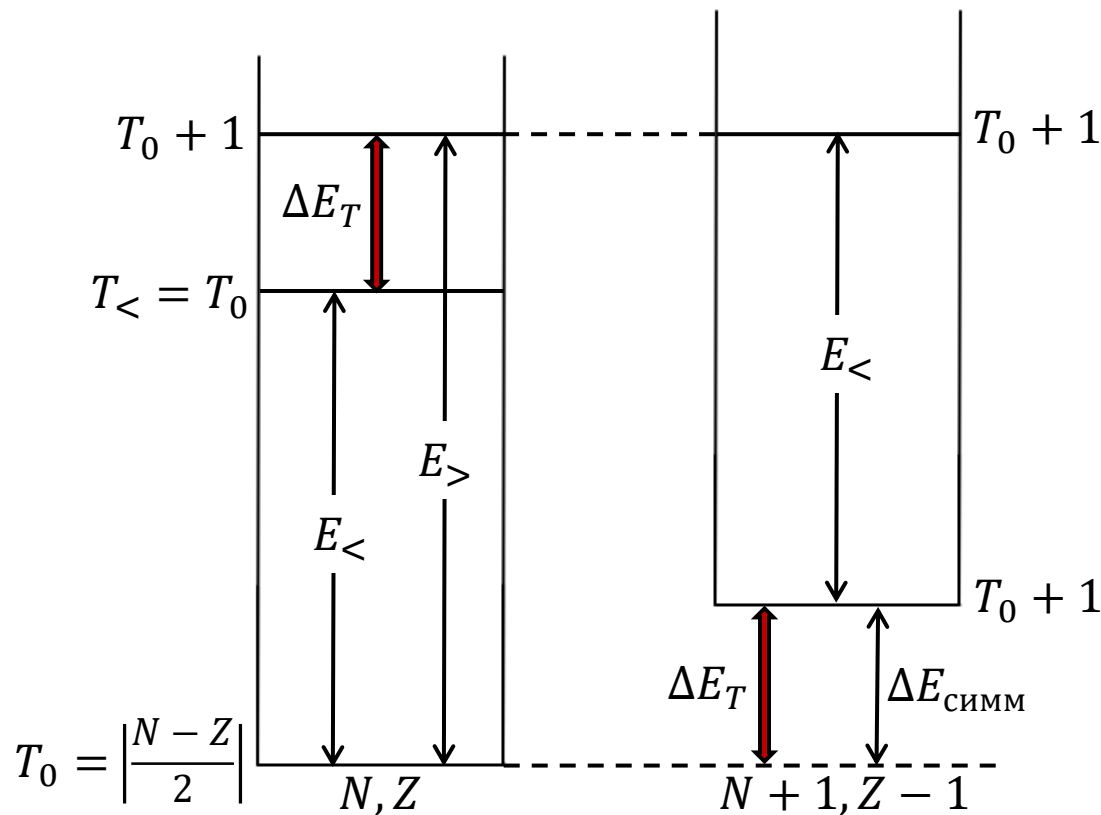
Для $b(T_3)$ в работе В. Goulard, S. Fallieros. Can. J. Phys. v. 45, p. 3221 (1967)

$$\text{было получено: } b(T_3) = \frac{1 - \frac{3}{2} T_0 A^{-2/3}}{1 + \frac{3}{2} T_0 A^{-2/3}}.$$

При $|\langle \Psi_{>} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2 \approx |\langle \Psi_{<} | \mathcal{D}_z | \Psi_0 \rangle|^2$ и учитывая, что в нашем схематическом рассмотрении есть единственное дипольное состояние, т.е. $\omega_{>} = \omega_{<}$ (или $E_{>} = E_{<}$), получаем

$$\boxed{\frac{\int \sigma_{>} dE}{\int \sigma_{<} dE} \approx \frac{1}{T_0'}} \quad \text{где } T_0 = \left| \frac{N-Z}{2} \right|.$$

Полуколичественная оценка относительного расщепления по энергии состояний гигантского резонанса с различным изоспином



Слева для ядра с $N \neq Z$ показана оценка величины ΔE_T искомого изоспинового расщепления гигантского резонанса, равная $E_{>} - E_{<}$. Состояние с $T_{>} = T_0 + 1$ в ядре (N, Z) имеет изобар-аналог в ядре $(N + 1, Z - 1)$, который в этом ядре является уже $T_{<}$ -состоянием (правая часть рисунка), и энергия возбуждения этого изобар-аналога должна быть близкой к энергии $T_{<}$ -состояния в ядре (N, Z) .

Если пренебречь кулоновскими силами и разницей в массах протона и нейтрона, то из формулы Вайцзеккера для энергии связи ядра следует, что энергии состояний ядра $(N + 1, Z - 1)$ будут сдвинуты вверх относительно состояний ядра (N, Z) за счёт возрастания энергии симметрии $E_{\text{симм}} \approx 24 \frac{(N-Z)^2}{A}$ МэВ. При переходе от ядра (N, Z) к ядру $(N + 1, Z - 1)$ это увеличение энергии симметрии составит

$$\Delta E_{\text{симм}} = 24 \cdot 4 \frac{[(N - Z) + 1]}{A} \text{ МэВ} \approx \frac{100}{A} (2T_0 + 1) \text{ МэВ.}$$

И эту же величину будем пока рассматривать как предварительную оценку масштаба изоспинового расщепления гигантского резонанса ΔE_T , т.е.

$$\Delta E_T \approx \frac{100}{A} (2T_0 + 1) \text{ МэВ.}$$