Лекции 1,2: Стандартная модель (основные выводы и возможности развития).

"Всему свое время, и время всякой вещи под небом ...
время разбрасывать камни и время собирать камни."
(Книга Экклесиаста, или Проповедника)

В предшествующих лекциях мы рассмотрели построение Стандартной Модели (СМ) – теории, описывающей три из четырех известных типов фундаментальных взаимодействий и участвующие в них частицы в терминах калибровочной квантовой теории поля с группой симметрии $SU(3)_c \otimes SU(2)_T \otimes U(1)_Y$, спонтанно нарушаемой за счет присутствия скалярного (Хиггсова) поля с ненулевым вакуумным средним до $SU(3)_c \otimes U(1)_e m$. Материальные поля включают три поколения фермионов, содержащих по 15 двухкомпонентных спинорных полей – бесцветные ($SU(3)$ - синглеты) лептоны и цветовые триплеты кварков, причем левые компоненты спинорных полей объединены в изотопические дублеты

$$\begin{pmatrix} \nu_A \\ l_A \end{pmatrix}_L , \qquad \begin{pmatrix} p_A^{r,y,g} \\ n_A^{r,y,g} \end{pmatrix}_L$$

(здесь A - индекс поколения: $l_A = e, \mu, \tau, ...$, $p_A = u, c, t, ...$, $n_A = d, s, b, ...$), а правые – в изотопические синглеты

$$l_{AL} \ , \quad p_{AR}^{r,y,g} \ , \quad n_{AR}^{r,y,g} \ .$$

После спонтанного нарушения симметрии фермионы (кроме нейтрино) и три из четырех калибровочных бозонов группы $SU(2)_T \otimes U(1)_Y$ (кроме фотона) приобретают массу. Переносчики сильного взаимодействия – глюоны – остаются безмассовыми, т.к. цветовая симметрия не нарушена.

Напомним, что эмпирическую базу для создания СМ составили: симметрии, обнаруженные в спектре адронных состояний (позволившие построить кварковую модель адронов), полученные при изучении процессов глубоконеупругого рассеяния данные о партонной структуре нуклонов и закономерности протекания слабых процессов с заряженными токами. Какие же предсказания и выводы СМ удалось проверить <u>после</u> ее построения, которое в основном было завершено в начале семидесятых годов (в то время рассматривалось только два поколения фермионов)? Последовавшее вслед за этим десятилетие (1973 – 1983 гг.) оказалось необычайно плодотворным для экспериментальной физики элементарных частиц и по существу и превратило квантовую хромодинамику и модель Салама-Вайнберга-Глэшоу из рассматриваемых наряду с многими другими гипотез в "Стандартную Модель": на этот период пришлись открытие и изучение свойств тяжелых кваркониев, идентифицированных как связанные состояния c- и b- кварков, открытие τ- лептона, обнаружение и исследование слабых процессов с нейтральными токами, многочисленные эксперименты, подтвердившие правильность предсказаний кварк-партонной модели, наблюдение кварковых и глюооных "струй" в высокоэнергетичных адронных процессах и, наконец, самым ярким подтверждением правильности СМ в электрослабом секторе стало открытие промежуточных векторных бозонов $W^{\pm}$ и Z^0 с заранее предсказанными свойствами.

Такое предсказание оказалось возможным именно в рамках калибровочной спонтанно-нарушенной модели электрослабого взаимодействия. Действительно, с учетом знания низкоэнергетических констант взаимодействия G и e для вычисления масс векторных бозонов достаточно определить только один из свободных параметров СМ – угол Вайнберга:

$$M_W \;=\; \frac{e}{2^{5/4}\,\sqrt{G}}\,\frac{1}{sin\theta_W}\;,\quad M_Z \;=\; \frac{M_W}{cos\theta_W}\;,$$

а информацию о его величине можно извлечь из экспериментов, проводимых при низких ($E \ll M_W$) энергиях – как было показано в лекции I.9, константы взаимодействия слабых нейтральных токов зависят от θ_W:

$$L_{NC}^{eff} \;\simeq\; -\,\frac{g^2}{2cos^2\theta_W M_Z^2}\,J_\mu^0 J^{0\mu} \;=\; -4\,\frac{G}{\sqrt{2}}\,J_\mu^0 J^{0\mu},$$

$$J_\mu^0 \;=\; \sum_f [g_L^{(f)}\bar{f}_L\gamma_\mu f_L \;+\; g_R^{(f)}\bar{f}_R\gamma_\mu f_R],$$

$$g_{L,R}^{(f)} \;=\; T_3(f_{L,R}) \;-\; Q(f_{L,R})\;sin^2\theta_W.$$

Отметим, что большая часть данных по нейтральным токам была получена в экспериментах по инклюзивному рассеянию нейтрино на нуклонной мишени. Рассмотрим такие процессы более подробно.

Использование нейтрино для исследования структуры элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий удобно по многим причинам: они участвуют только в слабом взаимодействии, имеют малую длину волны и всегда поляризованы. Единственный "недостаток" нейтринного зондирования – малая величина сечения. Впрочем, при $E_\nu \ll M_W$ сечения линейно растут с ростом энергии, и при $E_\nu \sim 1 ГэВ$ и использовании массивных ($M \sim 1 - 10^3$ т) мишеней можно достаточно быстро набрать большое число событий. Пучки нейтрино высокой энергии формируются за счет лептонных и полулептонных распадов в пучках пионов и каонов, рожденных в мишени протонного ускорителя. Пучки мезонов, отсортированные и сфокусированные желаемым образом, направляются в распадный туннель, заканчивающийся фильтром – толстым слоем поглотителя, задерживающего уцелевшие адроны. Нейтрино, прошедшие через фильтр, направляются на детектор, в котором регистрируются заряженные частицы, появившиеся в результате взаимодействия нейтрино с нуклонами рабочего вещества детектора. При изучении реакций νN- рассеяния за счет нейтральных токов дополнительную проблему составляет то, что динамические характеристики начального нейтрино могут быть известны весьма приблизительно, а конечное нейтринное состояние вообще не фиксируется: вся экспериментальная информация – это характеристики конечного адронного состояния. Поэтому параллельно проводится регистрация событий неупругого рассеяния за счет заряженных токов ($\nu_l N \to lX$), позволяющих провести калибровку нейтринного пучка, т.е. восстановить распределение налетающих нейтрино по импульсам.

Проводя вычисления аналогично тому, как это делалось при рассмотрении глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния в лекции I.7, получим для процессов $\nu(\bar\nu)N \to \nu'(\bar\nu')X$

$$\frac{d^2\sigma^{\nu,\bar\nu}}{d\Omega dE'} \;=\; \frac{G^2}{2\pi^2}\;E'^2\;\Big[\;2sin^2(\frac{\theta}{2})\;W_1^{\nu,\bar\nu}\;+\;cos^2(\frac{\theta}{2})\;W_2^{\nu,\bar\nu}\;\mp\;\frac{E+E'}{M}sin^2(\frac{\theta}{2})\;W_3^{\nu,\bar\nu}\;\Big].$$

Здесь W_i – структурные функции, определяющие вид "адронного тензора"

$$H_{\alpha\beta}\;\equiv\;\frac{1}{4M}\int\frac{d^4x}{2\pi}\;e^{iqx}\;<p,\sigma|[J_\beta^{(h)}(x),J_\alpha^{(h)+}(0)]|p,\sigma>\;\equiv$$

$$\equiv\;-W_1\;g_{\alpha\beta}\;+\;W_2\;\frac{P_\alpha P_\beta}{M^2}\;-\;iW_3\;\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\;\frac{P^\gamma q^\delta}{M^2}\;+\ldots$$

(отброшенные слагаемые не дают вклада в сечение). Структурные функции зависят от инвариантных переменных $\nu \equiv Pq/M$ (равная $E-E'$ в ЛС) и q^2 и обладают свойством скейлинга: при $|q^2|\to\infty$, $x\equiv -q^2/2M\nu = const$

$$M\;W_1(q^2,\nu)\to F_1(x)$$

$$\nu\;W_2(q^2,\nu)\to F_2(x)$$

$$\nu\;W_3(q^2,\nu)\to F_3(x).$$

Удобно ввести безразмерную переменную $y\equiv \nu/E$ и спиральные скейлинговые функции $F_S\equiv\frac{1}{x}F_2-2F_1$, $F_{L,R}\equiv F_1\mp\frac{1}{2}F_3$. Тогда выражения для дифференциальных сечений запишутся в виде

$$\frac{d^2\sigma^\nu}{dxdy}\;=\;\frac{G^2MEx}{\pi}\;[\;(1-y)\;F_S^{(\nu)}\;+\;F_L^\nu\;+\;(1-y)^2\;F_R^{(\nu)}\;],$$

$$\frac{d^2\sigma^{\bar\nu}}{dxdy}\;=\;\frac{G^2MEx}{\pi}\;[\;(1-y)\;F_S^{(\bar\nu)}\;+\;F_L^{\bar\nu}\;+\;(1-y)^2\;F_R^{(\bar\nu)}\;].$$

В рамках партонной модели скейлинговые структурные функции определяются функциями кварковых распределений в адроне. Пренебрегая вкладом тяжелых кварков и учитывая вид констант взаимодействия киральных компонент кварковых полей с Z^0- бозоном

$$g^q_{L,R} \;=\; T_3(q_{L,R}) \;-\; Q(q_{L,R})\; sin^2\theta_W$$

получим для рассеяния нейтрино за счет нейтральных токов

$$\frac{d^2\sigma^\nu}{dxdy} \;=\; \frac{2G^2MEx}{\pi}\,\{\;(1-y)^2\;[(g^u_L)^2\bar{u}+(g^u_R)^2u+(g^d_L)^2(\bar{d}+\bar{s})+(g^d_R)^2(d+s)\;]\;+$$

$$+\;[\;(g^u_L)^2u+(g^u_R)^2\bar{u}+(g^d_L)^2(d+s)+(g^d_R)^2(\bar{d}+\bar{s})\;]\;\},$$

а для перехода к случаю антинейтрино надо произвести замену $q \leftrightarrow \bar{q}$. Заметим, что в случае рассеяния на изоскалярной (т.е. составленной из равного количества нейтронов и протонов) мишени в разности нейтринного и антинейтринного сечений вклад морских кварков полностью сокращается, и

$$\Delta^{\nu\bar{\nu}}_{NC} \;\equiv\; \frac{d^2\sigma^\nu}{dxdy} \;-\; \frac{d^2\sigma^{\bar{\nu}}}{dxdy} \;=$$

$$=\;\frac{G^2MEx}{\pi}\;q_v\cdot[\;(g^u_L)^2\;+\;(g^d_L)^2\;-\;(g^u_R)^2\;-\;(g^d_R)^2\;]\;[\;1\;-\;(1-y)^2\;]$$

($q_v = u_v = d_v$ описывает распределение по импульсам валентных кварков в "усредненном" нуклоне). Сравнивая это выражение с аналогичным, получаемым для заряженных кварков

$$\Delta^{\nu\bar{\nu}}_{CC} \;=\; \frac{G^2MEx}{\pi}\;q_v\cdot[1\;-\;(1-y)^2\;],$$

получим *соотношение Пашоса – Вольфенштейна*

$$\frac{\Delta^{\nu\bar{\nu}}_{NC}}{\Delta^{\nu\bar{\nu}}_{CC}} \;=\; (g^u_L)^2\;+\;(g^d_L)^2\;-\;(g^u_R)^2\;-\;(g^d_R)^2\;=\;\frac{1}{2}\;-\;sin^2\theta_W,$$

которое в рамках стандартной модели должно быть справедливо независимо от вида кварковых распределений в нуклоне и было использовано для определения $sin^2\theta_W$. В частности, экспериментальные данные коллаборации CHARM (ЦЕРН - Гамбург - Амстердам - Рим - Москва) соответствуют

$$sin^2\theta_W \;\simeq\; 0.230\;\pm\;0.023. \qquad (1)$$

Пренебрегая влиянием морских кварков и эффектами, связанными с нарушением скейлинга, можно получить целый ряд соотношений и для полных сечений, которые также были использованы для определения констант взаимодействия кварков с нейтральными токами. При этом было бы весьма интересно изучать вклады в рассеяние от кварков разных ароматов *по отдельности*, однако это весьма затруднительно, так как в каждом акте соударения может рождаться множество адронов, часть из которых действительно связана с кварком, испытавшим взаимодействие с нейтрино (их называют "токовыми фрагментами"), а другие представляют из себя "осколки" оставшегося нуклона или целого ядра, вовлеченные в реакцию за счет сильного взаимодействия в конечном состоянии ("фрагменты мишени"). Для их разделения обычно рассматривают распределение адронов ливня по $z \equiv E_h/(M+\nu) \simeq E_h/\nu$. В рамках предположения, что нейтрино передает энергию ν только одному из кварков мишени, естественно ожидать больших значений z для токовых фрагментов и малых – для фрагментов мишени. В экспериментах по глубоконеупругому рассеянию принято (на основании обобщения эмпирического материала) считать, что токовые фрагменты отвечают $z > 0.2$. По суммарным значениям квантовых чисел адронов в этой области можно судить о том, с каким кварком (u или d) провзаимодействовало нейтрино.

Более простой – с точки зрения теоретика – способ определения θ_W состоит в изучении вклада нейтральных токов в чисто лептонных процессах: νe- рассеянии и e^+e^-- аннигиляции в мюоны. Конечно, набор статистики νe- взаимодействий представляет определенную проблему из-за чрезвычайной малости сечения, а вклад от Z^0- бозона в процесс электрон-позитронной аннигиляции приходится выделять на фоне значительно более существенного электромагнитного канала, однако экспериментаторам все же удалось преодолеть эти трудности и получить значения констант $g^{e,\mu}_{L,R}$. Все они достаточно хорошо согласуются со значением угла Вайнберга из (1).

Весьма характерной особенностью мира элементарных частиц является нарушение некоторых дискретных симметрий (см. лекцию I.2). Нарушение зеркальной симметрии в слабом взаимодействии обеспечивается различным статусом левых и правых киральных компонент фермионов. А каким образом возникает CP - нарушение, обнаруженное в динамике систем нейтральных каонов и почему оно оказывается столь малым? Для ответа на этот вопрос следует рассмотреть в рамках СМ переходы $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, в которых изменение странности $|\Delta S| = 2$. Основной вклад в амплитуду таких процессов дают диаграммы с обменом двумя W- бозонами

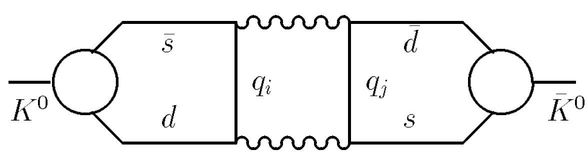

Рис. 1a

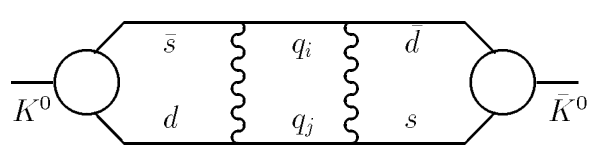

Рис. 1b

Вершины взаимодействий токовых кварков с калибровочными бозонами содержат соответствующие элементы унитарной матрицы смешивания ККМ (U_{ij}). В системе покоя K- мезона импульсы, текущие по "внешним" линиям кварковой части диаграммы, можно считать малыми, и в этом случае импульсы всех линий петли будут примерно равны. Амплитуда кваркового перехода $\bar{s}d \;\to\; s\bar{d}$ определяются интегрированием по импульсу петли, причем обе диаграммы рис.1 дают одинаковые вклады:

$$T \;=\; -i\;2\;\frac{g^4}{4}\;\sum_{i,j}\xi_i\xi_j\;\int\;\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\;\Big(\;\frac{-i}{k^2-M_W^2}\;\Big)^2\;[\bar{d}_L\gamma^\mu D_i(k)\gamma^\nu s_L]\;[\bar{d}_L\gamma_\nu D_j(k)\gamma_\mu s_L],$$

После приведения произведений трех γ- матриц и вычисления интегралов выражение для амплитуды приводится к виду

$$T \;=\; -\;\frac{G^2M_W^2}{\pi^2}\;\Big(\;\sum_{ij}C^{ij}\xi_i\xi_j\;\Big)\;[\bar{d}_L\gamma^\mu s_L][\bar{d}_L\gamma_m us_L], \tag{2}$$

$$C^{ij}\;\equiv\;\frac{I_i-I_j}{x_i-x_j},\quad I_i\equiv\;\frac{1}{1-x_i}+\frac{x_i^2lnx_i}{(1-x_i)^2},\quad x_i\;\equiv\;(\frac{m_i}{M_W})^2.$$

CP - нечетные эффекты в системе нейтральных каонов определяются именно величиной недиагонального матричного элемента эффективного гамильтониана $H_{K\bar{K}}$ (см. лекцию I.2), который с учетом амплитуд переходов $K\to\bar{s}d$, $\bar{d}s\to\bar{K}$, выражающихся через константу каонного распада $f_K\simeq 117 M\text{э}B$

$$<K|[\bar{d}(1-\gamma^5)\gamma^\mu s][\bar{d}(1-\gamma^5)\gamma_m us]|\bar{K}>\;\simeq\;m_Kf_K^2$$

равен

$$H_{K\bar{K}}\;\simeq\;\frac{G^2M_W^2m_Kf_K^2}{16\pi^2}\;\Big(\;\sum_{ij}C^{ij}\xi_i\xi_j\;\Big) \tag{3}$$

(дополнительный множитель $\frac{1}{4}$ учитывает тот факт, что при переходе от эффективного гамильтониана к амплитуде (2) необходимо выполнить $4\;=\;2!\cdot 2!$ виковских спариваний). На первый взгляд, CP - нарушение оказывается слишком сильным, т.к. $H_{K\bar{K}}\sim G^2$, но на самом деле (3) демонстрирует связь малости этого нарушения с подавлением меняющих ароматы нейтральных токов в механизме ГИМ. Действительно, малость амплитуд соответствующих переходов обеспечивается требованием унитарности матрицы ККМ

$$\sum_i\;\xi_i\;=\;\sum_i\;U_{is}U_{id}^*\;=\;0,$$

которое <u>одновременно</u> обеспечивает малость величины $\lambda\equiv\sum C^{ij}\xi_i\xi_j$ при малых $x_{i,j}$:

$$C^{ij}|_{x_{i,j}\ll 1}\;\simeq\;1\;+\;(x_i+x_j)\;+\;\frac{x_i^2lnx_i-x_j^2lnx_j}{x_i-x_j}\;+\;o(x)\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lambda|_{x\ll 1}\;\simeq\;\sum_i\xi_i^2x_i\;+\;\sum_{i\neq j}\xi_i\xi_j\;\frac{x_ix_jln(x_i/x_j)}{x_i-x_j}.$$

В этих выражениях $i, j = u, c, t, ...etc.$. Вклад u- кварка мал из-за малой величины m_u, а вклад $t, ...etc.$ – из-за малости углов смешивания, поэтому основной вклад в λ дает c- кварк. Для оценки можно положить

$$\lambda \ \simeq \ \xi_c^2 x_c \ = \ sin^2\theta_C cos^2\theta_C (\frac{m_c}{M_W})^2,$$

(θ_C- угол Кабибо) и очевидно, что это очень малая величина. Любопытно, что на практике именно из анализа наблюдаемой величины CP - нарушения Гайяр и Ли еще до открытия мезона со скрытым очарованием (J/ψ- частицы) предсказали значение массы c- кварка.

В лекции I.2 подчеркивалась идеологическая и методологическая связь рассмотрения нарушения симметрии комбинированной инверсии и введения в теорию нейтринных масс. Не будем отступать от этого и сейчас, хотя в СМ нейтрино оказались безмассовыми. Это связано с отсутствием в фермионном секторе теории правого нейтрино (по этой причине не могут возникнуть дираковские массовые члены у нейтринного поля) и с отсутствием в скалярном секторе полей, для которых можно построить калибровочно-инвариантные юкавовские взаимодействия с билинейной конструкцией из левых лептонных дублетов (не могут возникнуть и майорановские массовые члены типа $m_L\bar{\nu}_L^c\nu_L$). Следовательно, для обеспечения массивности нейтрино надо расширить набор фундаментальных частиц. Простейший способ – ввести правое нейтрино (нейтральный изотопический синглет) и юкавовское взаимодействие с полем Хиггса $f^{(\nu)}\ \bar{l}_L\nu_R\Phi^*$, которое после спонтанного нарушения симметрии приведет к появлению у нейтрино дираковской массы $m_D = f^{(\nu)}v/\sqrt{2}$. Однако в этом случае малость массы нейтрино "неестественна" – она попросту постулируется путем выбора нужного значения $f^{(\nu)}$. Можно ли такой неестественности избежать? Для этого было предложено несколько различных подходов. Во-первых, малая масса может появиться как результат радиационных поправок к нейтринному пропагатору в теории, где в нулевом порядке $m_\nu = 0$ и есть правое нейтрино, взаимодействующее с калибровочными бозонами (т.е. оно не должно быть синглетом по отношению к калибровочной группе! – часто для этого в теорию вводится целый класс новых – "зеркальных" – фермионов, слабо взаимодействующих с наблюдаемыми частицами). Во-вторых, она может быть результатом интерференции массовых слагаемых различной природы – например, если наряду со СНС за счет поля Φ, приводящим к "естественному" значению $m_D \sim m_e$ в теории присутствует СНС более широкой, чем $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)$, калибровочной группы при значительно больших энергиях, которое приведет к возникновению майорановского слагаемого $m_R\bar{\nu}_R^c\nu_R$ (это допустимо, когда ν_R – синглет

СМ) с $m_R \gg m_D$. Такая возможность реализуется в Теориях Великого Объединения (ТВО), основанных (в отличие от СМ) на простой калибровочной группе. В-третьих, можно просто не вводить правое нейтрино, но расширить скалярный сектор теории – ввести новые легкие скаляры с ненулевым полевым вакуумным средним (они тоже могут появляться в теориях с более широкой исходной группой симметрии – например, как псевдоголдстоуновские бозоны). Так как билинейная комбинация $\bar{l}_L^c l_L$ преобразуется по представлению (1,-2)+(3,-2) группы $SU(2) \otimes U(1)$, то для записи калибровочно-инвариантного юкавовского взаимодействия подойдут либо изотопический триплет полей Хиггса с $Y = 2$, либо заряженный изотопический синглет $(Y = 2, Q = +1)$. В любом случае после СНС возникнет левая майорановская масса нейтрино, малость которой связана с малостью массового параметра в эффективном потенциале самодействия нового хиггсовского поля.

В заключение отметим все же, что проверка экспериментальных предсказаний СМ не всегда проходит гладко. Например, в последние годы много внимания уделяется проблеме "экзотических" адронов – бесцветных связанных состояний кварк-глюонных систем, отличающихся от стандартных (qqq) и $(\bar{q}q)$. Это могут быть, например, системы (qqg) или $(\bar{q}qqq)$. Конечно, такие конфигурации могут быть (и по видимому являются) крайне нестабильными, но они обязаны появляться в соответствии с принципами СМ. Между тем наиболее серьезным и по сути единственным успехом на этом пути остается регистрация в ИФВЭ (Протвино) мезонов, идентифицированных как состояния *глюбола* – связанной системы из одних глюонов (ввиду неабелевости КХД переносчики взаимодействия обладают самодействием). Вычисления, проводимые в рамках КХД "на решетке" позволяют предсказать характеристики низших состояний (qqg), однако их экспериментальный поиск не привел пока к успеху, несмотря на весьма обширную статистику реакций, в которых они должны были бы рождаться.

Задачи к лекции 1:

1. Дифференциальное сечение процесса $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ с учетом слабых нейтральных токов имеет вид
$$\frac{d\sigma}{d(cos\theta)} \;=\; \frac{\pi\alpha^2}{2E^2_{СЦИ}}\Big[\; A\;(1\;+\;cos^2\theta)\;+\;B\;cos\theta\;\Big].$$
Определить значения A и B в СМ, найти величину асимметрии "вперед - назад" $\Delta \equiv (\int\limits_0^{\pi/2} d\sigma \;-\; \int\limits_{\pi/2}^{\pi} d\sigma)\;/\;\sigma$.

2. В рамках СМ связать матричный элемент U_{bc} матрицы ККМ с массой и шириной распада b-кварка ($b \to c + ...$) .

3. С помощью эффективного гамильтониана системы нейтральных каонов и соотношений, полученных в лекции 2 (1-й семестр) вычислить Δm – разность масс долгоживущей и короткоживущей компонент каонного поля. Считать, что θ_2 и θ_3 в матрице ККМ пренебрежимо малы.

4. В рамках тех же предположений вычислить $|\varepsilon|$- параметр нарушения CP- инвариантности.

5. При введении в СМ правого нейтрино (нейтрального синглета по слабому изоспину) после спонтанного нарушения симметрии можно получить массовые слагаемые вида :
$$L_m \;=\; m_D\bar{\nu}_L\nu_R \;+\; m_R\bar{\nu}^c_R\nu_R \;+\; h.c..$$
Предполагая, что $m_D/m_R \equiv \epsilon \sim 10^{-15}$, найти собственные значения массовой матрицы и состояния нейтринного поля с определенной массой.