

Лекция 2: Дискретные симметрии и фундаментальные взаимодействия.

”...не знаю, можно ли пить зазеркальное
молоко? Не повредит ли оно тебе...?”

(Л.Кэрролл, ”Алиса в Зазеркалье”)

В квантовой теории важной характеристикой состояний являются значения наблюдаемых, сохранение которых в физических процессах связано – в силу теоремы Нетер – с дискретными симметриями динамики, т.е. с инвариантностью динамических уравнений относительно операций пространственной инверсии ($\hat{P} : \vec{r} \rightarrow -\vec{r}$), зарядового сопряжения (\hat{C} : замена частиц на античастицы) и обращения времени ($\hat{T} : t \rightarrow -t$). Наличие подобных симметрий накладывает определенные ограничения на свойства элементарных частиц и амплитуды процессов с их участием. Так, например, наличие P - или T - инвариантности запрещает существование у частиц ”собственного” дипольного момента, связанного со спином. В самом деле, наличие такого момента \vec{d} означало бы присутствие в гамильтониане частицы во внешнем электрическом поле \vec{E} слагаемого

$$\hat{V}_{dE} = -\vec{d} \cdot \vec{E} = -\alpha \hat{s} \cdot \vec{E},$$

которое меняет знак при этих преобразованиях: т.к. \hat{s} – псевдовектор, а \vec{E} – истинный вектор, то при пространственном отражении $\hat{s} \rightarrow \hat{s}$, $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$; а при обращении времени $\hat{s} \rightarrow -\hat{s}$ (как и для всякого момента импульса), $\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ (электрическое поле порождается покоящимися зарядами). P - инвариантность динамики (зеркальная симметрия) приводит также к сохранению пространственной четности – мультипликативного квантового числа, характеризующего поведение волновой функции системы по отношению к \hat{P} (в этом случае можно ввести еще одну характеристику элементарных частиц – внутреннюю (собственную) четность), и, кроме того, запрещает присутствие псевдоскалярных слагаемых в выражениях для амплитуд физических процессов. При рассмотрении реакций с участием частиц, асимптотические состояния которых характеризуются значениями импульсов \vec{p} и векторов поляризации $\vec{\xi}$, последнее требование означает, что амплитуда не должна содержать спин-импульсных корреляций типа $\vec{p} \cdot \vec{\xi}$.

Как показали наблюдения, сильное и электромагнитное взаимодействие являются зеркально симметричными, в то время как слабое взаимодействие таким свойством не обладает. К примеру, во всех сильных и электромагнитных процессах K -мезоны и π -мезоны ведут себя как псевдоскалярные частицы (т.е. их внутренняя четность равна -1), и в то же время наблюдаются слабые распады $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$, $K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, $\pi^+ \pi^-$

наряду с распадами $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0, \pi^\pm \pi^+ \pi^-, K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0, K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ (заметим, что в системе покоя распавшегося каона пионы будут иметь нулевой орбитальный момент). Ясно, что двухпионные распады идут с изменением пространственной четности: $P(K) = -1, P(2\pi) = (-1)(-1)(-1)^L = +1$. Другой пример нарушения симметрии между "правым" и "левым" – спин-импульсные корреляции в угловом распределении электронов при β -распаде поляризованных ядер, обнаруженные в 1957 г. в эксперименте группы Ву Дзяньсун по изучению распада ядер ^{60}Co , поляризованных магнитным полем при низкой температуре (напряженность магнитного поля \vec{H} – псевдовектор, так что при пространственном отражении $\vec{H} \rightarrow \vec{H}$). Оказалось, что большая часть электронов вылетает против направления спина ядра. Последующие детальные исследования обнаружили P -нечетные эффекты практически во всех процессах, обусловленных слабым взаимодействием, что позволило сделать вывод: несохранение пространственной четности – фундаментальное свойство слабого взаимодействия.

Особенно ярко это проявляется в свойствах нейтрино – частицы, которая участвует практически только в слабом взаимодействии (гравитацию мы пока оставляем за рамками обсуждения). Было обнаружено, что во всех изученных процессах участвуют только нейтрино с отрицательной и антинейтрино с положительной спиральностью, а их "зеркальные партнеры" – нейтрино с положительной и антинейтрино с отрицательной спиральностью не детектируются. Приходится признать, что они либо не участвуют даже в слабом взаимодействии, либо вообще не существуют. Последнее вполне допустимо, если нейтрино не имеют массы покоя. В самом деле, нейтрино, как частицы спина $\frac{1}{2}$, описываются уравнением Дирака, которое в случае нулевой массы принимает вид

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi = 0 \Rightarrow i\partial_0 \Psi = -i\vec{\alpha} \cdot \vec{\partial} \Psi \quad (1)$$

(в дальнейшем будем пользоваться "естественной" системой единиц, в которой $\hbar \equiv c \equiv 1$). Будем рассматривать γ^5 как оператор новой наблюдаемой – киральности. Отметим, что он коммутирует с гамильтонианом:

$$[\gamma^5, \vec{\alpha}] = 0,$$

и поэтому все состояния безмассового дираковского поля можно универсальным образом разделить по значениям киральности, которые могут быть равны ± 1 . Кроме того, для решений с определенным импульсом \vec{p} и энергией $E = \pm |\vec{p}|$ (т.е. для

$\Psi = \phi_\epsilon(\vec{p}) \cdot \exp(-i\epsilon|\vec{p}|t + i\vec{p}\vec{r})$, из (1) легко получить:

$$\gamma^5 \phi_\epsilon(\vec{p}) = \epsilon \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \phi_\epsilon(\vec{p}) \equiv \epsilon \hat{\Lambda} \phi_\epsilon(\vec{p}),$$

и, как нетрудно заметить, киральность совпадает со спиральностью для решений с положительной энергией и противоположна ей для решений с отрицательной энергией. Таким образом, подпространство состояний с киральностью -1 можно рассматривать как пространство состояний безмассового спинорного поля, у которого частицы имеют только спиральность -1 ("левополяризованы"), а античастицы – только спиральность +1 ("правополяризованы"). Естественно, что дополнительное условие, выделяющее "физические" состояния ($\gamma^5\Psi = -\Psi$) позволяет выразить две из компонент дираковского спинора через две другие, т.е. состояния нейтрино в такой теории можно описывать двухкомпонентными спинорами: если четырехкомпонентный спинор Ψ представить в виде

$$\Psi = \begin{pmatrix} \phi + \chi \\ \phi - \chi \end{pmatrix},$$

то из (1) следуют независимые уравнения для ϕ и χ

$$\begin{cases} i\partial_0\phi = \hat{\sigma}\vec{p}\phi \\ i\partial_0\chi = -\hat{\sigma}\vec{p}\chi \end{cases}$$

и при этом состояния с определенной киральностью описываются спинорами

$$\Psi_R \equiv \Psi_+ = \frac{1 + \gamma^5}{2} \Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \phi \end{pmatrix},$$

$$\Psi_L \equiv \Psi_- = \frac{1 - \gamma^5}{2} \Psi = \begin{pmatrix} \chi \\ -\chi \end{pmatrix}.$$

(любопытно, что теорию двухкомпонентного безмассового спинорного поля с такими динамическими уравнениями была построена Вейлем еще в 30-е годы, но тогда ее посчитали нефизичной именно из-за нарушения зеркальной симметрии). В теории двухкомпонентного нейтрино операция пространственного отражения, изменяющая знак спиральности и не изменяющая знак энергии, переводит физические состояния с отрицательной киральностью в несуществующие – с положительной. Заметим, что то же самое относится и к операции зарядового сопряжения – изменяя знак энергии при неизменной спиральности, она также переводит друг в друга состояния с разной киральностью. Следовательно, комбинированная операция $\hat{C}\hat{P}$ не выводит нас из пространства физических состояний и может в принципе являться симметрией динамики систем, содержащих двухкомпонентное нейтрино.

Анализ экспериментальных данных показал, что с довольно хорошей степенью точности слабое взаимодействие действительно обладает свойством комбинированной CP -симметрии, и можно ввести сохраняющееся в слабых процессах квантовое число – комбинированную четность. Именно оно является ”хорошо определенным” квантовым числом для нейтрино (P - четность не имеет четкого физического смысла – вектор состояния двухкомпонентного нейтрино вообще не может быть собственным вектором \hat{P}). Так как нарушение зеркальной симметрии является фундаментальным свойством слабого взаимодействия, то это относится, вообще говоря, и к другим слабовзаимодействующим частицам. В случае адронов такая разница в свойствах симметрии двух характерных для них взаимодействий приводит к возникновению весьма своеобразной ситуации. В зеркально-симметричных процессах сильного взаимодействия адроны могут рождаться в состояниях с определенной P -четностью, однако при учете слабого взаимодействия эти состояния уже не являются стационарными и, если слабое взаимодействие нарушает также и зарядовую симметрию (т.е. если существует слабый процесс, переводящий частицы в античастицы без нарушения универсальных законов сохранения электрического и барионного зарядов), то в CP -симметричных процессах слабого взаимодействия этот адрон будет участвовать уже в состояниях с определенной комбинированной четностью. Оказалось, что действительно существуют частицы, для которых указанный переход возможен – это нейтральные мезоны с неравным нулю значением какого-либо из квантовых чисел S, C, b, t , например – K^0 -мезоны ($S = +1$). Переходы $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ происходят во втором порядке по слабому взаимодействию ($|\Delta S| = 2$). Так как пространственная четность $P(K^0) = P(\bar{K}^0) = -1$ и действие операции зарядового сопряжения на состояния каонов, участвующие в сильном взаимодействии, можно записать как $\hat{C}(K^0) = -\bar{K}^0, \hat{C}(\bar{K}^0) = -K^0$, то состояния каонного поля с определенной CP -четностью – это

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle], \quad CP(K_1^0) = +1 \quad (2)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle], \quad CP(K_2^0) = -1.$$

Рассмотрим теперь слабые распады K^0 на пионы. У пионов $P(\pi) = -1$, а зарядовая четность систем $\pi^0\pi^0, \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0\pi^0, \pi^0\pi^+\pi^-$ положительна (триплет пионов содержит π^0 – истинно нейтральную частицу, совпадающую со своей античастицей, а π^+ и π^- являются античастицами по отношению друг к другу), и поэтому комбинированная четность у двухпионных систем с нулевым орбитальным моментом

положительна, а у трехпионных – отрицательна. Следовательно, в процессах с сохраняющейся CP -четностью K_1^0 может распадаться только на два пиона, а K_2^0 – только на три. Поскольку вероятность трехчастичного распада существенно меньше, чем у обусловленного тем же взаимодействием двухчастичного, то K_2^0 будет обладать существенно большим временем жизни, чем K_1^0 . Пучок K^0 -мезонов, рожденных в процессе, обусловленном сильным взаимодействием, можно рассматривать как смесь компонент K_1^0 и K_2^0 с равными весами, первая из которых быстро распадается, и на некотором расстоянии от точки рождения пучок состоит практически только из K_2^0 – смеси K^0 и \bar{K}^0 , т.е. содержит значительную примесь античастиц и может вызывать реакции, характерные для \bar{K}^0 (это явление носит название ”эффект Пайса-Пиччони”). С другой стороны, при прохождении через вещество, за счет сильного взаимодействия, в котором \bar{K}^0 и K^0 ведут себя по-разному, компонента K_2^0 преобразуется и в пучке вновь появляется примесь K_1^0 – происходит ”регенерация” короткоживущих нейтральных каонов.

Динамика систем нейтральных каонов изучалась весьма пристально, и первоначально полученные результаты подтверждали гипотезу о CP -симметричности слабого взаимодействия. Однако в 1964 г. было обнаружено, что примерно в 0.2% всех распадов долгоживущего нейтрального каона в вакууме рождается не три, а два π -мезона! Это свидетельствует о том, что в слабом взаимодействии все же происходит – хоть и весьма малое – нарушение закона сохранения комбинированной четности. Рассмотрим эту ситуацию более подробно. С учетом смешивания $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ состояние каонного поля будет представляться вектором

$$|\Psi\rangle = \cos\alpha |K^0\rangle + \sin\alpha |\bar{K}^0\rangle \rightarrow \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

и его эволюция (в системе покоя частицы) будет описываться уравнением

$$i\frac{\partial}{\partial\tau}|\Psi\rangle = \hat{H}_{ef}|\Psi\rangle = [m\hat{I}_2 + \hat{W}]|\Psi\rangle,$$

в котором эффективный гамильтониан системы нейтральных каонов состоит из $\sim \hat{I}_2$ вклада сильного и электромагнитного взаимодействий (по отношению к ним K^0 и \bar{K}^0 – стационарные состояния с массой m) и недиагонального оператора слабого взаимодействия. Так как при учете последнего возможны распады каона на другие частицы, то \hat{W} содержит антиэрмитову (”распадную”) часть, и \hat{H}_{ef} можно представить в виде

$$\hat{H}_{ef} = \hat{M} - \frac{i}{2}\hat{\Gamma}, \quad \hat{M} = \hat{M}^+, \quad \hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}^+,$$

а матрицы $\hat{A} = \hat{M}, \hat{\Gamma}$ можно разложить по базису в пространстве двухрядных матриц: $\hat{A} = A_0\hat{I}_2 + \vec{A} \cdot \vec{\sigma}$, причем $A_n (n = 0, 1, 2, 3)$ вещественны. Как известно, в КТП

доказана теорема Людерса-Паули, по которой тройное преобразование CPT должно быть симметрией динамики любой Лоренц-инвариантной локальной теории поля с полиномиальным взаимодействием, что накладывает некоторое ограничение на вид $\hat{M}, \hat{\Gamma}$:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \langle K^0 | \hat{A} | K^0 \rangle = \langle K^0 | \hat{U}_{CPT}^+ \hat{A} \hat{U}_{CPT} | K^0 \rangle = \\ &= \langle \bar{K}^0 | \hat{A} | \bar{K}^0 \rangle = A_{22} \Rightarrow M_3 = \Gamma_3 = 0. \end{aligned}$$

В случае CP -симметричности теории аналогичным образом можно получить, что $A_{12} = A_{21}$ и, следовательно, $M_2 = \Gamma_2 = 0$. В этом случае (2) являются собственными векторами \hat{H}_{ef} . Для описания небольшого несохранения комбинированной четности введем в гамильтониан CP -нечетное слагаемое $(M_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2) \cdot \hat{\sigma}_2$ с $|M_2|, |\Gamma_2| \ll |M_1|, |\Gamma_1|$. Тогда новые собственные вектора – состояния каонного поля в вакууме, отвечающие короткоживущей (K_S^0) и долгоживущей (K_L^0) компонентам, немного отличаются от K_1^0 и K_2^0 : решение задачи на собственные значения

$$\hat{H}_{ef} |K_{L,S}^0\rangle = \lambda_{L,S} |K_{L,S}^0\rangle \equiv (m_{L,S} - \frac{i}{2}\gamma_{L,S}) |K_{L,S}^0\rangle$$

есть

$$\begin{aligned} \lambda_{L,S} &= H_{11} \mp \sqrt{H_{12}H_{21}}, \\ |K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} [(1+\varepsilon)|K^0\rangle + (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle] \\ |K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} [(1+\varepsilon)|K^0\rangle - (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varepsilon = (\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}}) / (\sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_{21}})$ – параметр, являющийся мерой нарушения CP -инвариантности в физических состояниях нейтральных каонов. С учетом малости нарушающих слагаемых

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{H_{12} - H_{21}}{4\sqrt{H_{12}H_{21}} + (\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}})^2} \simeq -\frac{2iM_2 + \Gamma_2}{2(\lambda_S - \lambda_L)} = \\ &= \frac{2iM_2 + \Gamma_2}{2\Delta m + i\Delta\gamma}, \end{aligned}$$

а разности масс и скоростей распада

$$\Delta m \equiv m_L - m_S = \text{Re}[\lambda_L - \lambda_S] \simeq -2M_1,$$

$$\Delta\gamma \equiv \gamma_S - \gamma_L = 2\text{Im}[\lambda_L - \lambda_S] \simeq 2\Gamma_1.$$

Наблюдаемые значения этих величин $\Delta m \simeq 3 \cdot 10^{-6} \text{эВ}$, $\gamma_S \simeq 7.4 \cdot 10^{-6} \text{эВ} \simeq 576\gamma_L$ (то есть $\Delta m \sim \gamma_S$).

Информацию о величине параметра ε можно извлечь из экспериментально определяемых отношений амплитуд

$$\eta_{+-} \equiv \langle \pi^+ \pi^- | \hat{W} | K_L^0 \rangle / \langle \pi^+ \pi^- | \hat{W} | K_S^0 \rangle$$

$$\eta_{00} \equiv \langle \pi^0 \pi^0 | \hat{W} | K_L^0 \rangle / \langle \pi^0 \pi^0 | \hat{W} | K_S^0 \rangle .$$

В самом деле, раскладывая конечное двухпионное состояние по состояниям с определенным изоспином ($I = 0, 2$)

$$\langle \pi^+ \pi^- | = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle I = 2 | + \sqrt{\frac{2}{3}} \langle I = 0 |$$

$$\langle \pi^0 \pi^0 | = \sqrt{\frac{2}{3}} \langle I = 2 | - \frac{1}{\sqrt{3}} \langle I = 0 |$$

и обозначая амплитуды рассеяния в этих состояниях с учетом дополнительного фазового сдвига из-за сильного взаимодействия пионов в конечном состоянии

$$\langle I = n | \hat{W} | K^0 \rangle \equiv A_n \cdot e^{i\delta_n}$$

(заметим, что $|A_2| \ll |A_0|$, так как переход в состояние с $I = 2$ идет с большим изменением изоспина $-I_K = \frac{1}{2}$), можно получить

$$\eta_{+-} = \varepsilon + \varepsilon', \quad \eta_{00} = \varepsilon - 2\varepsilon', \quad (4)$$

$$\varepsilon' \equiv \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i(\delta_0 - \delta_2)} \text{Im} \left[\frac{A_2}{A_0} \right].$$

При вычислениях мы воспользовались тем, что

$$\langle I = n | \hat{W} | \bar{K}^0 \rangle = \langle I = n | \hat{U}_{CP}^+ \hat{W} \hat{U}_{CP} | \bar{K}^0 \rangle = - \langle K^0 | \hat{W} | I = n \rangle = -A_n^* \cdot e^{i\delta_n}.$$

Любопытно, что двухпионные распады долгоживущей компоненты оказываются возможны даже при отсутствии CP -нарушения ($\varepsilon = 0$) – за счет ε' , но их вероятность оказывается недостаточной для описания наблюдаемой частоты распадов. Экспериментально подобранные значения $\varepsilon \simeq 2 \cdot 10^{-3} \cdot e^{i\pi/4}$, $|\varepsilon'/\varepsilon| \simeq 0.02$.

Несколько позднее были найдены и другие CP -нечетные эффекты. Например, в CP -инвариантной теории вероятности распадов долгоживущего каона на $\pi^- e^+ (\mu^+) \nu_e (\nu_\mu)$ и на $\pi^+ e (\mu) \bar{\nu}_e (\bar{\nu}_\mu)$ должны быть равны, в то время как на самом деле вероятность первого оказалась больше на величину $\sim 0.1\%$.

Разность масс долгоживущей и короткоживущей компонент приводит к интересному явлению – ”осцилляциям” $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$. Рассмотрим K^0 -мезон, рожденный при $t = 0$, в системе покоя частицы:

$$|\Psi(0)\rangle = |K^0\rangle = \frac{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}}{(1 + \varepsilon)\sqrt{2}} [|K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |\Psi(t)\rangle &= \frac{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}{(1+\varepsilon)\sqrt{2}} [|K_S^0\rangle \cdot e^{-i\lambda_S\tau} + |K_L^0\rangle \cdot e^{-i\lambda_L\tau}] = \\ &= |K^0\rangle \frac{1}{2}(e^{-i\lambda_S\tau} + e^{-i\lambda_L\tau}) + |\bar{K}^0\rangle \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \frac{1}{2}(e^{-i\lambda_S\tau} - e^{-i\lambda_L\tau}), \end{aligned}$$

то есть доля частицы и античастицы в его состоянии осциллирует с частотой Δm на фоне общего убывания интенсивности пучка за счет распада:

$$\begin{aligned} P(K^0) &= \frac{1}{4}(e^{-\gamma_S\tau} + e^{-\gamma_L\tau} + 2e^{-\frac{\gamma_S+\gamma_L}{2}\tau} \cos[\Delta m\tau]), \\ P(\bar{K}^0) &= \frac{|1-\varepsilon|^2}{4|1+\varepsilon|^2}(e^{-\gamma_S\tau} + e^{-\gamma_L\tau} - 2e^{-\frac{\gamma_S+\gamma_L}{2}\tau} \cos[\Delta m\tau]). \end{aligned}$$

Открытие несохранения комбинированной четности необычайно стимулировало интерес к роли дискретных симметрий в физике элементарных частиц и последствиям их нарушений. В первую очередь возобновилось обсуждение возможности существования зеркальных партнеров нейтрино и антинейтрино, которые должны были бы взаимодействовать с обычными частицами "сверхслабым" образом – только за счет CP -нечетных членов в гамильтониане взаимодействия. Высказывались даже предположения, что наряду с зеркальными нейтрино могут существовать и другие зеркальные частицы, образующие некий мир, "параллельный" наблюдаемому. Нарушение комбинированной симметрии с этой точки зрения свидетельствует о том, что на уровне элементарных частиц эти два мира все же влияют друг на друга не только за счет гравитации – "дверь в Зазеркалье не только не заперта, но и слегка приоткрыта".

Одновременно активизировались и исследования, направленные на обнаружение массы покоя у нейтрино – хотя между массивностью нейтрино и CP -нарушением и нет жесткой связи, очень часто они рассматриваются как взаимосвязанные явления. С чисто теоретической точки зрения существуют две возможности для введения m_ν в наши модели. Во-первых, можно считать нейтрино обычной массивной частицей Дирака с четырехкомпонентной волновой функцией. В этом случае киральность перестает быть интегралом движения, и в вакууме возможны переходы между состояниями с разной киральностью, вероятность которых $\sim (m_\nu/E_\nu)^2$ (нарушающий сохранение киральности "дираковский" массовый член в лагранжиане спинорного поля записывается в виде $-m_D\bar{\Psi}\Psi = -m[\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L]$). При таких переходах обычные нейтрино и антинейтрино "стерилизуются" – почти перестают взаимодействовать с частицами вещества, а зеркальные нейтрино и антинейтрино, напротив, "иницируются". Впрочем, малость m_ν делает подобные процессы чрезвычайно труднонаблюдаемыми. Во-вторых, можно предположить, что нейтрино и

антинейтрино, оставаясь двухкомпонентными, есть в действительности разные составляющие одного четырехкомпонентного поля (правые антинейтрино и есть "недостающие" в двухкомпонентной теории состояния нейтрино со спиральностью +1). Для этого достаточно подчинить поле Дирака дополнительному условию "нейтральности" : $\Psi^c = \hat{C}\bar{\Psi}^T = \Psi$ (матрица зарядового сопряжения в стандартном представлении имеет вид $\hat{C} = i\gamma^2\gamma^0$) – в этом случае нейтринные и антинейтринные состояния отличаются только значением спиральности, а введение массы можно описать, добавляя в лагранжиан слагаемые (называемые "майорановскими")

$$- m_L [\bar{\Psi}_L^c \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_L^c] = - m_L \bar{\Phi}_L \Phi_L, \quad \Phi_L \equiv \Psi_L + \Psi_L^c \quad (\Phi_L = \Phi_L^c)$$

или

$$- m_R [\bar{\Psi}_R^c \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_R^c] = - m_R \bar{\Phi}_R \Phi_R, \quad \Phi_R \equiv \Psi_R + \Psi_R^c \quad (\Phi_R = \Phi_R^c).$$

Тогда в вакууме оказываются возможны переходы (с вероятностью того же порядка) $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$, при которых нарушается закон сохранения лептонного заряда. При этом могут оказаться возможными процессы типа:

$$nn \rightarrow nre\bar{\nu}_e \rightarrow n\nu_e re \rightarrow rere,$$

$$n \rightarrow \Delta^+ e \bar{\nu}_e \rightarrow \Delta^+ \nu_e e \rightarrow \Delta^{++} ee,$$

(с последующим $\Delta^{++}n \rightarrow pp$), т.е. в ядрах может происходить двойной безнейтринный β -распад. В ряде экспериментальных работ удалось даже зарегистрировать подобные процессы в ядрах ^{128}Te и, оценив период полураспада по геологическим данным, получить значение массы "истинно нейтрального" нейтрино $m_\nu \sim 30$ эВ.

Если нейтрино имеет ненулевую массу покоя и лептонный заряд при этом не сохраняется строго, то оказываются возможны переходы в вакууме между различными нейтринными состояниями – такие, как $\nu_{e,\mu,\tau} \leftrightarrow \bar{\nu}_{e,\mu,\tau}$ или $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ и, аналогично случаю нейтральных каонов, могут возникнуть нейтринные осцилляции – часть пучка наиболее доступных для регистрации электронных нейтрино может "превращаться" в значительно более труднорегистрируемые мюонные или даже в практически не регистрируемые "зеркальные" нейтрино. Пусть, например, электронное нейтрино, рожденное в β -процессе, является суперпозицией двух стационарных состояний нейтрино $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ с массами $m_1 \neq m_2$. Тогда на расстоянии x от точки рождения состояние нейтрино будет описываться суперпозицией плоских волн

$$|\nu(x)\rangle = \cos\alpha \cdot e^{ip_1 x} |\nu_1\rangle + \sin\alpha \cdot e^{ip_2 x} |\nu_2\rangle$$

где $p_k = \sqrt{E^2 - m_k^2} \simeq E - \frac{m_k^2}{2E}$ и вероятность регистрации электронного нейтрино

$$P(x) = |\langle \nu(0) | \nu(x) \rangle|^2 \simeq 1 - \sin^2(2\alpha) \cdot \sin^2\left[\frac{m_1^2 - m_2^2}{4E}x\right],$$

т.е. мы будем наблюдать осцилляции потока нейтрино с длиной (полупериодом по x) $L = 4\pi E / |m_1^2 - m_2^2|$.

Другим свидетельством наличия у нейтрино массы может служить сдвиг верхней границы энергетического спектра электронов, образующихся при β -распаде легкого ядра (например, трития: $T \rightarrow {}^3\text{He} e \bar{\nu}_e$) – максимальная энергия электронов равна $E_{max}^\beta = \Delta M - m_\nu$, а не просто ΔM – разности масс начального и конечного ядер. Такой эксперимент связан с целым комплексом технических сложностей, но в ряде лабораторий его все же произвели. Результаты экспериментов оказались весьма неоднозначными, ибо только одной из групп (в ИТЭФ) удалось получить положительную нижнюю границу доверительного интервала для массы электронного нейтрино: по их данным, $17 \text{ эВ} < m_{\nu_e} < 30 \text{ эВ}$ (одна из альтернативных групп получила оценку $m_{\nu_e} < 18 \text{ эВ}$).

Есть также ряд косвенных соображений, по которым ненулевая масса нейтрино является не только приемлемой, но даже ”желательной” для теоретиков. Здесь можно отметить, что массивные нейтрино естественным образом возникают в теориях, в которых описание элементарных частиц и их взаимодействий унифицировано, т.е. базируется на введении некоторых более фундаментальных ”первочастиц” с единым универсальным взаимодействием – во многих таких теориях при достаточно высоких энергиях нивелируется различие между разными типами взаимодействий (что отчасти оправдывается не только теоретическими соображениями – эффективные константы связи сильного, слабого и электромагнитного взаимодействий, столь различающиеся при низких энергиях, имеют устойчивую тенденцию к сближению при повышении энергий взаимодействующих частиц) и разными типами частиц (например, между разными лептонами). К тому же масса нейтрино может помочь в решении космологической проблемы ”скрытой массы” во Вселенной – как известно, плотность ”видимого” вещества в ней явно мала для объяснения наблюдаемого характера эволюции как Вселенной в целом, так и отдельных галактических систем.

Вслед за изучением CP -нарушения и обсуждения возможности несохранения лептонных зарядов, были выдвинуты также: идеи о допустимости нарушения закона сохранения барионного числа (это позволило бы объяснить барионную асимметрию нашего мира, т.е. факт наличия в нем столь большого числа барионов и столь малого – антибарионов); о нарушении симметрии относительно обращения време-

ни – в силу теоремы Людерса-Паули T -неинвариантность слабого взаимодействия есть следствие несохранения комбинированной четности в нем; идеи о возможном нарушении и симметрии взаимодействий относительно преобразования CPT . К последним теоретики относятся весьма настороженно – отказ от любого из положений, входящих в условие теоремы CPT требует слишком радикального пересмотра современных теоретических представлений. Однако экспериментаторов это не останавливает, и поиск CPT -нечетных эффектов (например, различия масс, гиромагнитных отношений (g -факторов) или времен жизни частиц и античастиц) ведется достаточно настойчиво.

Задачи к лекции 2:

1. Чему равна пространственная и зарядовая четность фотона?
2. На сколько γ -квантов могут распадаться:
 - а) нейтральный пион,
 - б) парaposитроний (связанное состояние e^- и e^+ с полным спином 0) и ортопозитроний ($S = 1$) из основных состояний.
3. Чему равна CP -четность системы $p\bar{p}\pi^0$ в состоянии с нулевыми орбитальными моментами?
4. Доказать, что в CP -симметричной теории угловая асимметрия вылета электронов в распаде поляризованного мюона $\mu \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\mu$ и угловая асимметрия вылета позитронов в аналогичном распаде $\mu^+ \rightarrow e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$ равны по величине и противоположны по знаку.
5. О нарушении каких дискретных симметрий свидетельствовало бы обнаружение ненулевой средней проекции спина электронов, рожденных в распаде $\mu \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\mu$, на направление, перпендикулярное плоскости, определяемой векторами импульса электрона и спина мюона ($\langle \vec{s}_e \cdot [\vec{s}_\mu \vec{p}_e] \rangle \neq 0$)?
6. Доказать равенство масс, гиромагнитных отношений и времен жизни частицы и античастицы в CPT -симметричной теории.
7. * Выразить через параметр CP -нарушения ε величину зарядовой асимметрии распадов нейтрального каона $\delta \equiv (\Gamma_a - \Gamma_b)/(\Gamma_a + \Gamma_b)$, где $a : K_L^0 \rightarrow \pi^+e\bar{\nu}_e$, $b : K_L^0 \rightarrow \pi^-e^+\nu_e$.
8. Вычислить 4-вектор тока майорановских нейтрино $j^\mu \equiv \bar{\Phi}\gamma^\mu\Phi$, ($\Phi = \hat{C}\bar{\Phi}^T$).
9. Наиболее общий вид массового слагаемого в лагранжиане нейтринного поля имеет вид:

$$L_m = -m_D(\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L) - m_L(\bar{\Psi}_L^c\Psi_L + \bar{\Psi}_L\Psi_L^c) - m_R(\bar{\Psi}_R^c\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_R^c).$$

Найти состояния нейтрино с определенной массой и соответствующие им значения масс.