Лекции 5,6: **Симметрии, токи и взаимодействия.**

"Произведем все это систематически, не отступая, но и не увлекаясь; соблюдем необходимую для общего плана симметрию и не предадимся при сем никаким мечтаниям, кроме тех, кои всякому усердному и ревностному исполнителю свойственны."

(М.Е.Салтыков – Щедрин, "Помпадуры и помпадурши")

Какова может быть структура лагранжиана взаимодействия кварковых и лептонных полей V? Имеющаяся в нашем распоряжении экспериментальная информация позволяет сделать вывод о наличии у V определенных симметрий, которые – в силу теоремы Нетер – связаны с законами сохранения: из инвариантности лагранжиана с плотностью

$$L \ = \ L(\psi, \partial_\mu \psi)$$

относительно инфитезимальных преобразований вида

$$\psi \to \psi' \ \simeq \ \psi + \delta\psi \ = \ \psi + i\epsilon^a \hat{t}^a \psi, \tag{1}$$

(где $|\epsilon^a| \ll 1$, а матрицы t^a удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры Ли группы симметрии

$$[\hat{t}^a, \hat{t}^b] \ = \ i \ C^{abc} \ \hat{t}^c \quad)$$

следует существование сохраняющегося тока

$$\hat{J}^a_\mu \ = \ -i \ \frac{\delta L}{\delta(\partial^\mu \psi)} \ \hat{t}^a \ \psi; \qquad \partial^\mu \hat{J}^a_\mu \ = \ 0. \tag{2}$$

Операторы зарядов $\hat{Q}^a \equiv \int d^3\vec{r} \ \hat{J}^a_0$ воспроизводят алгебру генераторов группы симметрии

$$[\hat{Q}^a, \hat{Q}^b] \ = \ i \ C^{abc} \ \hat{Q}^c. \tag{3}$$

Например: лагранжиан свободного спинорного поля

$$L \ = \ -\frac{i}{2} \ [\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi \ - \ \partial_\mu \bar{\psi}\gamma^\mu \psi] \ - \ m\bar{\psi}\psi \tag{4}$$

инвариантен относительно преобразования

$$\psi \to \psi' \ = \ e^{i\epsilon}\psi \ \simeq \ \psi + i\epsilon\psi,$$

что приводит к сохранению векторного тока (в соответствии с (2)) $J^\mu_V \ = \ \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$. Для кварковых и лептонных полей его можно связать с барионным и лептонными зарядами. Отметим, что при $m = 0$ (4) инвариантен также относительно

$$\psi \to \psi' \ = \ e^{i\epsilon\gamma^5}\psi \ \simeq \ \psi + i\epsilon\gamma^5\psi$$

(γ^5 коммутирует с $\gamma^0\gamma^\mu$ при любом μ). Поэтому в этом случае сохраняется также аксиальный ток $J_A^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$ – группой симметрии лагранжиана (4) при нулевой массе в действительности является группа $U^{(V)}(1) \otimes U^{(A)}(1)$. Массовое слагаемое нарушает эту симметрию, понижая ее до $U^{(V)}(1)$.

При наличии нескольких спинорных полей с одинаковой массой (например, в модели свободных кварков с N ароматами при высоких энергиях, когда можно пренебречь различием их масс) лагранжиан обладает $SU(N)$ -симметрией: фундаментальные поля можно объединить в N -компонентный мультиплет (изотопический – при $N = 2$, унитарный – при $N = 3$ и т.д.), а инфитезимальные преобразования симметрии запишутся в виде (1) через генераторы $SU(N)$ (при $N = 2$ $\hat{t}^a = \frac{\hat{\sigma}^a}{2}$, $a = 1, 2, 3$, при $N = 3$ $\hat{t}^a = \frac{\hat{\lambda}^a}{2}$, $a = \overline{1,8}$ – см. материал лекции 3). В этом случае имеется $N^2 - 1$ сохраняющихся векторных токов $\hat{J}_V^{a\ \mu} = \bar{\psi}\gamma^\mu\hat{t}^a\psi$, а при нулевых массах фермионов еще столько же сохраняющихся аксиальных токов $\hat{J}_A^{a\ \mu} = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\hat{t}^a\psi$. И векторные ($\hat{Q}_V^a$), и аксиальные ($\hat{Q}_A^a$) заряды удовлетворяют коммутационным соотношениям (3); кроме того,

$$[\hat{Q}_V^a, \hat{Q}_A^b] = i\, C^{abc}\, \hat{Q}_A^c.$$

Вводя новые генераторы групповых преобразований

$$\hat{Q}_L^a \equiv \frac{1}{2}\,(\hat{Q}_V^a - \hat{Q}_A^a)$$

$$\hat{Q}_R^a \equiv \frac{1}{2}\,(\hat{Q}_V^a + \hat{Q}_A^a)$$

(как нетрудно заметить, соответствующие токи будут составлены из компонент спинорных полей с определенной киральностью), находим, что алгебра Ли полной группы симметрии – <u>алгебра зарядов</u> – определяется коммутационными соотношениями

$$[\hat{Q}_{L,R}^a, \hat{Q}_{L,R}^b] = i\, C^{abc}\, \hat{Q}_{L,R}^c\,, \qquad [\hat{Q}_L^a, \hat{Q}_R^b] = 0, \tag{5}$$

т.е. это – группа $SU(N)_L \otimes SU(N)_R$. Такая симметрия получила название <u>киральной</u>.

При наличии слагаемых, нарушающих симметрию, заряды перестают быть интегралами движения: $\hat{Q} \to \hat{Q}(t)$, но коммутационные соотношения при совпадающих временах все равно будут иметь вид (5), т.к. при их вычислении возникают только одновременные канонические коммутаторы компонент полей и сопряженных полевых импульсов:

$$\pi_i \equiv \frac{\delta L}{\delta(\partial^0\psi_i)},\ [\pi_i(t,\vec{r}), \psi_j(t,\vec{r}\,')] = -i\ \delta_{ij}\ \delta(\vec{r} - \vec{r}\,') \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ [\hat{J}_{V\ 0}^a(t,\vec{r}), \hat{J}_{V\ 0}^b(t,\vec{r}\,')] = -\,[\pi\hat{t}^a\psi, \pi\hat{t}^b\psi] =$$

$$= \; -i \; \delta(\vec r - \vec r\,') \; \pi \; [\hat t^a, \hat t^b] \; \psi \; = \; i \; C^{abc} \; \delta(\vec r - \vec r\,') \; \hat J^c_{V\;0}(t, \vec r) \tag{6}$$

Интегрирование этого соотношения по $\vec r\,'$ дает

$$[\hat J^a_{V\;0}(t, \vec r), \hat Q^b_V(t)] \; = \; i \; C^{abc} \; \hat J^c_{V\;0}(t, \vec r),$$

и с учетом Лоренц - инвариантности легко обобщить этот результат для всех μ

$$[\hat J^a_{V\;\mu}(t, \vec r), \hat Q^b_V(t)] \; = \; i \; C^{abc} \; \hat J^c_{V\;\mu}(t, \vec r). \tag{7}$$

"Пространственные" ($\mu = i \equiv 1, 2, 3$) компоненты (7) должны получаться в результате интегрирования коммутатора токов

$$[\hat J^a_{V\;i}(t, \vec r), \hat J^b_{V\;0}(t)] \; = \; i \; \delta(\vec r - \vec r\,') \; C^{abc} \; \hat J^c_{V\;i}(t, \vec r) \; + \; \Delta^{ab}_i(\vec r - \vec r\,'), \tag{8}$$

в котором дополнительное ("швингеровское") слагаемое отлично от нуля только при $\vec r = \vec r\,'$ и зануляется при интегрировании. Поэтому его можно представить в виде $\Delta^{ab}_i \equiv S^{ab}_{ij} \cdot \frac{\partial}{\partial x'_j} \; \delta(\vec r - \vec r\,')$; вообще говоря, швингеровские члены должны быть отличны от нуля.

Соотношения (6 – 8) и аналогичные соотношения для аксиальных токов обычно называют алгеброй токов. Как мы впоследствии увидим, они могут быть использованы для получения целого ряда интересных соотношений между экспериментально наблюдаемыми величинами.

Отметим, что, с точки зрения теории групп, токи – билинейные комбинации фундаментальных спинорных полей – должны преобразовываться по неприводимым представлениям группы симметрии, появляющимся в прямом произведении фундаментального и сопряженного к нему представлений. Для $SU(N)$ это присоединенное и тривиальное представления (укажем для примера на соотношение $3^* \otimes 3 = 8 \oplus 1$ для $SU(3)$). Базис первого из них как раз и образуют $N^2 - 1$ независимых (векторных или аксиальных) токов, а сохранение токов, отвечающих тривиальному представлению $J^\mu_{V(A)} \; = \; \bar\psi \gamma^\mu (\gamma^5) \psi$ связано с инвариантностью L по отношению к преобразованиям групп $U(1)_{V,A}$. Например, в модели свободных кварков векторный синглетный по аромату ток записывается через компонетные кварковые поля как

$$J^\mu_V \; = \; \sum_{i=1}^{6} \bar q_i \gamma^\mu q_i,$$

и с точностью до множителя $\frac{1}{3}$ совпадает с током барионного заряда. Аналогичные рассуждения можно провести и для цветовой $SU(3)$ -симметрии – токи кварков оказываются компонентами цветового октета и цветового синглета. На первом этапе ограничимся рассмотрением только синглетных по цвету токов, ибо все наблюдаемые экспериментально кварковые системы бесцветны.

Таким образом, в кварковой модели с шестью ароматами можно построить $2\cdot(6^2-1)+2=72$ независимых бесцветных векторных и аксиальных тока. Различие масс кварков и взаимодействие между ними нарушают симметрии, обеспечивающие их сохранение, однако некоторые токи все же остаются строго сохраняющимися. Примером может служить строгое сохранение электрического заряда – соответствующий электромагнитный кварковый ток

$$J^{q\ \mu}_{(em)} \ = \ \sum_{i=1}^{6} Q_i \bar{q}_i \gamma^\mu q_i \ =$$

$$= \ \frac{2}{3}\ \bar{u}\gamma^\mu u \ - \ \frac{1}{3}\ \bar{d}\gamma^\mu d \ + \ \frac{2}{3}\ \bar{c}\gamma^\mu c \ - \ \frac{1}{3}\ \bar{s}\gamma^\mu s \ + \ \frac{2}{3}\ \bar{t}\gamma^\mu t \ - \ \frac{1}{3}\ \bar{b}\gamma^\mu b$$

удовлетворяет соотношению $\partial_\mu J^{q\ \mu}_{(em)} \ = \ 0$. Однако соответствие токов симметриям свободного лагранжиана – не единственная причина, обуславливающая важность их изучения, так как именно с их помощью можно построить Пуанкаре - инвариантные лагранжианы взаимодействия спинорных ("материальных") полей с векторными и псевдовекторными полями частиц-переносчиков фундаментальных взаимодействий, и в этом смысле токи доступны для экспериментального исследования. В частности, введенный выше кварковый электромагнитный ток наряду с лептонным электромагнитным током

$$J^{l\ \mu}_{(em)} \ = \ - \ \bar{e}\gamma^\mu e \ - \ \bar{\mu}\gamma^\mu \mu \ - \ \bar{\tau}\gamma^\mu \tau$$

взаимодействует с фотонами – квантами электромагнитного поля

$$L_{(em)} \ = \ e\ (J^{l\ \mu}_{(em)} \ + \ J^{q\ \mu}_{(em)}) \cdot A_\mu \ \equiv \ e\ J^\mu_{(em)} \cdot A_\mu. \qquad (9)$$

Матричные элементы электромагнитного тока между одночастичными состояниями с определенными импульсом и поляризацией $< \vec{r}|p\sigma >= u(p,\sigma)\cdot e^{-ip_\mu x^\mu}$ с учетом ограничений, накладываемых Лоренц-инвариантностью, имеют вид:

$$< p'\sigma'|\hat{J}^\mu_{(em)}|p\sigma > = \ e^{iq_\mu x^\mu}\cdot \bar{u}(p',\sigma')\{\ F_1(q^2)\gamma^\mu \ + \ iF_2(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu \ + \ F_3(q^2)q^\mu\ \}u(p,\sigma)$$

где $q_\mu \equiv p'_\mu - p_\mu$, $q^2 \equiv q_\mu q^\mu$, $\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}\ [\gamma^\mu,\gamma^\nu]$. Сохранение тока $\partial_\mu J^\mu_{(em)} \ = \ 0$ приводит еще к одному ограничению на электромагнитные формфакторы F_i:

$$0 \ = \ \bar{u}(p',\sigma')\{\ F_1(q^2)q_\mu\gamma^\mu \ + \ iF_2(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\mu q_\nu \ + \ F_3(q^2)q^2\ \}u(p,\sigma).$$

Но $\sigma^{\mu\nu}q_\mu q_\nu = \frac{1}{2}q_\mu q_\nu(\sigma^{\mu\nu}+\sigma^{\nu\mu}) = 0$, и в силу уравнения Дирака $\bar{u}p'_\mu\gamma^\mu u \ = \ \bar{u}p_\mu\gamma^\mu u \ = \ = \ m\bar{u}u$, поэтому $F_3(q^2) \equiv 0$. Разлагая $F_{1,2}(q^2)$ в ряд по степеням аргумента, обнаруживаем, что коэффициенты разложения связаны с мультипольными моментами частицы:

$$Q \;=\; \int d\vec{r} J^0_{(em)} \;=\; \bar{u}(p,\sigma)\gamma^0 u(p,\sigma)\; F_1(0) \;=\; F_1(0),$$

$$\mu \;=\; \frac{1}{2}\,|\int d\vec{r}[\vec{r}\vec{J}_{(em)}]| \;=\; \frac{1}{2m}\;(F_1(0)+F_2(0)),$$

и т.д. . Здесь необходимо отметить важное различие между лептонными и кварковыми токами: мы имеем возможность непосредственно изучать асимтотические "однолептонные" состояния, и проводить вычисления матричных элементов электромагнитных процессов с участием лептонов по теории возмущений, выражая их таким образом через электромагнитные лептонные формфакторы – матричные элементы лептонных токов. Кварки мы наблюдаем только в связанном виде в составе адронов, и поэтому в эксперименте мы в действительности исследуем структуру адронных токов. Кроме того, установить непосредственную связь между адронными и кварковыми токами весьма затруднительно – при вычислениях амплитуд процессов в терминах кварковых полей необходимо учитывать непертурбативные (по крайней мере, при низких энергиях) вклады сильного взаимодействия кварков.

Аналогично (9) строится лагранжиан взаимодействия спинорных полей с массивными векторными бозонами – переносчиками слабого взаимодействия $W^{\pm}$ и Z^0

$$L_{(w)} \;=\; g\; J^{\mu}_{(w)}\cdot W_{\mu} \;+\; g' J'^{\;\mu}_{(w)})\cdot Z_{\mu} \;+\; h.c., \tag{10}$$

в котором $J^{\mu}_{(w)}$ и $J'^{\;\mu}_{(w)}$ – заряженный и нейтральный слабые токи, содержащие билинейные комбинации кварковых и лептонных полей. Так как масса $W^{\pm}$ и Z^0 велика ($\sim 10^2$ ГэВ), то при низких энергиях взаимодействие посредством обмена промежуточными бозонами можно свести к эффективному короткодействующему ток-токовому (четырехфермионному) взаимодействию

$$g\; J^+_{\mu}\;\; \frac{g^{\mu\nu}}{q^2 - m_W^2}\;\; gJ_{\nu} \;\simeq\; -\;\frac{g^2}{m_W^2}\; J^+_{\mu}J^{\mu} \;\equiv\; -\;\frac{G}{\sqrt{2}}\; J^+_{\mu}J^{\mu}.$$

Последнее выражение соответствует феноменологической модели Ферми, использовавшейся первоначально для описания слабого взаимодействия.

Как отмечалось ранее (см. лекцию 2) универсальным свойством слабого взаимодействия является нарушение зеркальной симметрии – в нем участвуют только "левые" компоненты фермионных полей, которые и входят в слабые токи: например, заряженный лептонный ток определяется выражением

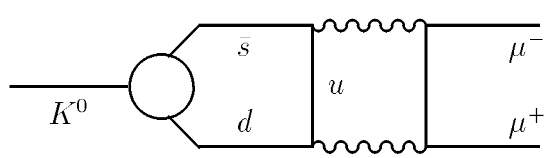
$$J^{l\;\mu}_{(w)} \;=\; \sum_{l=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_l \gamma^{\mu}(1-\gamma^5) l,$$

т.е. представляет из себя разность векторного и аксиального токов, поэтому в модели Ферми подобное определение слабого тока получило название "$V-A$-варианта". Эмпирические правила отбора для слабых адронных переходов ($|\Delta S| \leq 1$, $\Delta S = \Delta Q$ при $|\Delta S| = 1$) позволяют фиксировать вид слабых кварковых токов: например, в модели с тремя ароматами кварков в заряженный ток могут входить слагаемые $\bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)d$ и $\bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)s$ и эрмитово сопряженные к ним. Соответствующие низкоэнергетические константы связи с заряженным лептонным током можно записать как $\frac{G}{\sqrt{2}}\, cos\theta_C$ и $\frac{G}{\sqrt{2}}\, sin\theta_C$ (феноменологический параметр $\theta_C \simeq 0.25$ называют углом Кабибо), и в этом случае эффективный четырехфермионный лагранжиан слабого взаимодействия примет вид

$$
\begin{aligned}
L_{(w)} \;&=\; -\,\frac{G}{\sqrt{2}}\,[J^{+}_{(w)\;\mu} J^{\mu}_{(w)} \;+\; h.c.],\\
J^{\mu}_{(w)} \;&=\; J^{l\;\mu}_{(w)} \;+\; J^{q\;\mu}_{(w)},\\
J^{q\;\mu}_{(w)} \;&=\; \bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)(dcos\theta_C + ssin\theta_C) \;\equiv\; \bar{u}_L\gamma^\mu d^{(C)}_L,
\end{aligned}
$$

что позволяет интерпретировать угол Кабибо как угол "смешивания" кварковых поколений в слабом взаимодействии.

Нейтральные слабые кварковые токи должны состоять из выражений $\bar{q}_L\gamma^\mu q_L$ – эмпирическое правило $\Delta S = \Delta Q_h$ при $|\Delta S| = 1$ указывает на отсутствие меняющих странность нейтральных токов типа $\bar{d}_L\gamma^\mu s_L$. Заметим, однако, что в трехкварковой модели исключение перехода $d \to s$ в первом порядке по слабому взаимодействию не решает проблемы, так как для многих процессов с нарушением этого правила существуют дающие недопустимо большой вклад диаграммы второго порядка. Например, амплитуда редкого распада $K^0_L \to \mu^+\mu^-$ (напомним, что он происходит с относительной вероятностью $\sim 9 \cdot 10^{-9}$, в то время как идущий через заряженные токи распад $K^+ \to \mu^+\nu_\mu$ имеет относительную вероятность 0.63) содержит вклад второго порядка от диаграммы



в котором интеграл по импульсу петли расходится на верхнем пределе:

$$M_1 \;\sim\; g^4\; cos\theta_C\; sin\theta_C \int d^4q f(q, m_s), \quad f(q, m_s)|_{|q| \gg m_s} \sim |q|^{-2}$$

Даже учет того обстоятельства, что теория с массивными векторными частицами может быть сделана перенормируемой за счет добавления скалярных полей (как мы впоследствии увидим, эта идея реализуется в теориях со спонтанно-нарушенной калибровочной симметрией), все равно при всех разумных предположениях об их массе вероятность этого процесса в модели с тремя кварками оказывается слишком большой. Ситуация нормализуется при введении четвертого (c) кварка, если ввести его в слабый заряженный ток в связи с комбинацией $s^{(C)} = -d sin\theta_C + s cos\theta_C$:

$$J^{q\ \mu}_{(w)} \ = \ \bar{u}_L \gamma^\mu d^{(C)}_L \ + \ \bar{c}_L \gamma^\mu s^{(C)}_L,$$

и в этом случае в матричный элемент процесса $K^0_L \to \mu^+\mu^-$ необходимо добавить вклад от диаграммы, содержащей c- кварк

$$M_2 \ \sim \ -g^4 \ cos\theta_C \ sin\theta_C \int d^4 q f(q, m_c), \quad f(q, m_c)|_{|q| \gg m_c} \sim |q|^{-2}$$

Таким образом, вклады от интегрирования по области $|q| \gg m_c$ взаимно сокращаются, и амплитуда двухмюонного распада нейтрального каона $\sim g^4 m_W^{-4} m_c^2 \sim G^2 m_c^2$, что в действительности по порядку величины соответствует наблюдаемому значению относительной вероятности.

Существование очарованного кварка было впервые предсказано именно таким образом Глэшоу, Иллиопулосом и Майани (подавление меняющих странность нейтральных токов с помощью "симметризации" схемы смешивания кварковых поколений получило название "механизм ГИМ"), и только потом были найдены содержащие его адроны. Отметим, что входящие в слабый кварковый ток комбинации $d^{(C)}$ и $s^{(C)}$ получаются "вращением" на угол Кабибо в пространстве состояний "нижних" кварков двух первых поколений, участвующих в сильном взаимодействии. Ситуация здесь во многом аналогична той, что уже обсуждалась в лекции 2 в связи с динамикой систем нейтральных каонов – смешивание появляется из-за того, что собственные состояния гамильтониана слабого взаимодействия кварковых полей отличаются от собственных состояний гамильтониана модели свободных кварков (т.е. состояний с определенной массой). Рассмотрим случай произвольного числа (N) кварковых поколений. В терминах киральных компонент массовые слагаемые "свободного" гамильтониана имеют вид

$$H_M \ = \ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=u,d} m_i^j \ [\bar{q}_i^j{}_L q_R^j \ + \ \bar{q}_i^j{}_R q_L^j] \ \equiv \ \sum_{j=u,d} \bar{\Psi}^j \ \hat{M}^j \ \Psi^j$$

(индекс i нумерует поколения, а j – верхний и нижний кварк в каждом поколении, Ψ^j – N- компонентный спинор). В слабом взаимодействии левые и правые компоненты участвуют по-разному; собственные состояния гамильтониана слабого взаимодействия q' можно связать с q унитарными преобразованиями

$$\Psi'^j_L \ = \ \hat{S}_j \Psi^j_L \ ; \quad \Psi'^j_R \ = \ \hat{T}_j \Psi^j_R.$$

Нетрудно видеть, что массовая матрица в терминах слабовзаимодействующих полей получается из диагональной матрицы $\hat{M}$ с помощью двойного унитарного преобразования типа $\hat{M} \to \hat{M}' = \hat{S}\hat{M}\hat{T}^+$ и поэтому может быть практически произвольной (в частности, она не обязана быть симметричной или эрмитовой). Слабый заряженный ток связывает верхние и нижние левые компоненты кварковых полей одного поколения

$$J^\mu \ = \ \bar{\Psi}'^u_L \ \gamma^\mu \Psi'^d_L \ = \ \bar{\Psi}^u_L \gamma^\mu \hat{S}^+_u \hat{S}_d \Psi^d_L \ \equiv \bar{\Psi}^u_L \gamma^\mu \tilde{\Psi}^d_L,$$

т.е. в терминах состояний с определенной массой компоненты спинора верхний состояний связаны с компонентами "смешанного" спинора нижних состояний $\tilde{\Psi}^d_L = \hat{U}\Psi^d_L$, $\hat{U} \ \equiv \ \hat{S}^+_u \hat{S}_d$ – унитарная матрица смешивания $N \times N$. Комплексная матрица такой размерности задается $2N^2$ вещественными параметрами, условие унитарности оставляет независимыми N^2 из них. Вращения в пространстве кварковых состояний (типа поворота Кабибо) образуют подгруппу ортогональных преобразований с размерностью $N(N-1)/2$ (именно столько угловых переменных необходимо для описания произвольного N- мерного вращения). Произвол в выборе начальной фазы $2N$ кварковых состояний позволяет устранить $2N-1$ параметр (гамильтониан слабого взаимодействия, а вместе с ним и матрица смешивания не изменяются при одновременном одинаковом изменении фаз всех кварковых полей, поэтому среди начальных фаз одна не является независимой), после чего остается еще $N^2 - (2N-1) - N(N-1)/2 \ = \ (N-1)(N-2)/2$ нетривиальных фазовых параметров. Таким образом, при $N = 2$ имеется 1 угол смешивания и 0 смешивающих фаз, и схема Кабибо для двух поколений в действительности является максимально общей. Для трех поколений мы должны будем ввести 3 угловых и 1 фазовый параметр; обычно используется конструкция, введенная Кобаяси и Маскава:

$$\hat{U} \ = \ \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 - s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix},$$

в которой $c_i \equiv cos\theta_i$, $s_i \equiv sin\theta_i$, $0 \leq \theta_i \leq \pi/2$, $\ -\pi \leq \delta \leq \pi$. Так как углы θ_i непосредственно входят в константы связи различных кварковых состояний в заряженном слабом токе, их можно определить, изучая соотношения вероятностей соответствующих процессов. В параметризации КМ угол θ_1 близок к углу Кабибо, остальные углы также оказываются острыми ($|s_2|$, $|s_3| \leq 0.3$), поэтому слабые переходы внутри одного поколения (константа связи $\sim c_i$) более вероятны, чем переходы между поколениями ($\sim s_i$). Фаза δ оказывается связана с параметром CP- нарушения (см. лекцию 2): $\epsilon \sim s_1 s_2 s_3 sin\delta$.

Можно поставить вопрос: а почему мы не используем смешивание поколений при записи лептонного слабого тока? Теоретически такую возможность исключить нельзя, но ясно, что такое смешивание приведет к появлению процессов с изменением лептонных чисел (экспериментально пока не наблюдаемых). Кроме того, как видно из общей конструкции смешивания, его можно "приписать" к любому из фермионных полей поколения, и в случае лептонов его можно рассматривать как смешивание нейтринных состояний. Если считать нейтрино безмассовыми и не учатсвующими в сильных и электромагнитных взаимодействиях, то такое смешивание на практике оказывается ненаблюдаемым – мы имеем дело только с нейтрино, участвующими в слабом взаимодействии (ни массового слагаемого, ни гамильтонианов других взаимодействий в гамильтониане нейтринного поля нет). Так что если эффекты лептонного смешивания и существуют, обнаружить их так же сложно, как и эффекты, связанные с массой нейтрино.

В заключение обратим внимание на следующее обстоятельство: свойства кварков u и d очень похожи – их можно рассматривать как изотопический дублет Φ, поэтому в сохраняющем странность заряженном слабом векторном токе можно выделить изовекторную часть:

$$J^\mu_+ \ = \ cos\theta_C \bar{u}\gamma^\mu d \ = \ 2cos\theta_c\ \bar{\Phi}\gamma^\mu \hat{I}_+\Phi = 2(J^\mu_1 + iJ^\mu_2),$$

$$J^\mu_- \ = \ cos\theta_C \bar{d}\gamma^\mu u \ = \ 2cos\theta_c\ \bar{\Phi}\gamma^\mu \hat{I}_-\Phi = 2(J^\mu_1 - iJ^\mu_2),$$

причем с точки зрения $SU(3)$- симметрии эти токи являются компонентами октета векторных токов вместе с электромагнитным током. Электромагнитный ток представляет из себя линейную комбинацию третьей компоненты изовекторного тока и изоскалярного тока, отвечающего гиперзаряду

$$J^\mu_{em} \ = \ J^\mu_3 + \frac{1}{2}J^\mu_Y,$$

Операторы $\hat{I}_1$, $\hat{I}_2$, $\hat{I}_3$ являются генераторами изоспиновой подгруппы $SU(2)$ группы унитарной симметрии, поэтому эти токи можно считать компонентами одного "изотриплета", и на этом основании считать, что формфакторы этих токов между адронными состояниями с довольно хорошей точностью должны совпадать (здесь существенно то, что изоспин сохраняется в сильных взаимодействиях – поэтому этот вывод остается справедлив даже после учета вклада сильного взаимодействия при сопоставлении матричных элементов токов с амплитудами процессов с участием "реальных" составных адронов). Данное утверждение принято называть "*гипотезой о сохранении векторного тока*" (СВТ – на векторную часть слабого тока переносятся многие из свойств электромагнитного тока, выводимые из его сохранения – например, равенство нулю формфактора F_3). Аналогично можно получить и соотношения между формфакторами нейтральных токов, используя идеи унитарной симметрии.

По отношению к аксиальной части слабого тока подобных рассуждений привести нельзя – в нашем распоряжении нет строго сохраняющегося аксиального тока. Отметим, однако, что аксиальные токи должны сохраняться в пределе нулевой массы кварков, когда восстанавливается киральная симметрия в модели свободных кварков. Если эта симметрии хотя бы в какой-то мере характерна для сильного взаимодействия, то – по крайней мере в рамках физики легких кварков – аксиальный ток может приближенно сохраняться. Эти рассуждения создают почву для "*гипотезы о частичном сохранении аксиального тока*"(ЧСАТ). Матричные элементы аксиального тока удобно исследовать в распадах псевдоскалярных частиц – например, пионов. В самом деле, для процесса $\pi^- \to e\bar{\nu}_e$ амплитуда в низкоэнергетическом приближении имеет вид

$$M \;=\; \frac{G}{\sqrt{2}}\;\bar{e}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\nu_e \cdot [-\sqrt{2E_\pi}\; <0|J^+_\mu|\pi^- >].$$

Матричный элемент адронного тока должен быть комбинацией векторных и псевдовекторных величин и являться функцией кинематических переменных. Но здесь в нашем распоряжении имеется только одна векторная переменная – импульс пиона q_μ, так что, учитывая пространственно-временную зависимость волновых функций асимптотических состояний:

$$<0|J^+_\mu|\pi^- > = \; if_\pi q_\mu \cdot e^{-iq^\nu x_\nu}$$

(f_π – вещественная константа, характеризующая эффекты сильных взаимодействий и называемая константой пионного распада). Так как пион – псевдоскаляр, а в сильных взаимодействиях пространсвенная четность сохраняется, то в этот матричный элемент дает вклад только аксиальная часть тока:

$$<0|J^+_{A\;\mu}(x)|\pi^- > = \; if_\pi q_\mu \cdot e^{-iq^\nu x_\nu}.$$

Взяв дивергенцию от этого соотношения, получаем

$$<0|\partial^\mu J^+_{A\;\mu}(x)|\pi^- > = \; f_\pi m_\pi^2 \cdot e^{-iq^\nu x_\nu}.$$

Гипотеза ЧСАТ состоит в предположении о справедливости соответствующего операторного тождества

$$\partial^\mu J^+_{A\;\mu}(x) \;=\; f_\pi m_\pi^2 \cdot \phi_\pi,$$

в котором ϕ_π – оператор пионного поля. С помощью этой гипотезы и некоторых дополнительных предположений о степени гладкости поведения вершинных функций сильного взаимодействия адронов можно получать разнообразные соотношения между экспериментально измеряемыми величинами.

Задачи к лекциям 5,6:

1. Лагранжиан скалярного поля с самодействием имеет вид $L = \partial_\mu \phi^+ \partial^\mu \phi - \mu^2 \phi^+ \phi - \frac{\lambda}{2}(\phi^+ \phi)^2$, в котором ϕ – изотопический триплет. Построить нетеровские токи и заряды, соответствующие изотопической симметрии.

2. Определить низкоэнергетическую константу связи четырехфермионного слабого взаимодействия G, исходя из значения времени жизни мюона $\tau_\mu = 2.15 \cdot 10^{-6} c$.

3. Как выглядят кварковые диаграммы распадов $\pi^\pm \to l^\pm \nu(\bar{\nu})_l$, $K^\pm \to l^\pm \nu(\bar{\nu})_l$, $n \to p e \bar{\nu}_e$?

4. Вычислить вероятность распада $\pi^+ \to e^+ \nu_e$.

5. Матричный элемент низкоэнергетического β- распада в терминах нуклонных полей имеет вид

$$M \simeq -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{p} \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) n \cdot \bar{\nu}_e (1 - \gamma^5) e.$$

   В рамках гипотезы СВТ найти C_V.

6. Отношение вероятностей каких распадов можно использовать для определения углов в матрице КМ ?

7. * Предполагая, что вершинная функция пион-нуклонного взаимодействия $g_{\pi NN}(q^2)$ медленно меняется в интервале значений $0 \le q^2 \le m_\pi^2$ и используя гипотезу ЧСАТ, получить соотношение между f_π, $g_{\pi NN}(m_\pi^2)$ и C_A. Вычислить C_A, подставив экспериментальные значения $g_{\pi NN}/4\pi \simeq 14.6$, $f_\pi \simeq 93$ МэВ.