

Лекции 9,10: Спонтанное нарушение глобальных и локальных симметрий.

*”Скрытая гармония сильнее явной... подобен
беспорядочно рассыпанному сору самый
прекрасный космос.”*

(Гераклит, ”О природе”)

Исследование свойств фундаментальных взаимодействий в предыдущих лекциях в значительной мере опиралось на изучение их симметрий, некоторые из которых предполагались точными, а другие – приближенными. Наличие точной симметрии динамики квантовопольевых систем приводит к существованию вырождения в спектрах частиц (квантов полей). Например, если бы киральная симметрия сильных взаимодействий, появляющаяся в модели независимых безмассовых кварков, была точной, то наряду со стандартными унитарными мультиплетами адронов должны были бы существовать мультиплеты частиц с тем же спином, но противоположной четностью. В действительности мы не наблюдаем подобного ”удвоения” мультиплетов, и поэтому следует считать, что эта симметрия каким-то образом нарушается. Каков механизм этого нарушения? Одним из возможных вариантов является *спонтанное нарушение симметрии*, которое происходит вследствие неинвариантности основного состояния системы относительно преобразований симметрии динамики даже при отсутствии в гамильтониане системы слагаемых, нарушающих симметрию. Можно указать целый ряд примеров, иллюстрирующих это явление: нарушение аксиальной симметрии при скатывании шара с вершины осесимметричной горки, нарушение ротационной симметрии при образовании спонтанной намагниченности в ферромагнетике и другие. Спонтанное нарушение симметрии в квантовопольевой системе удобно рассмотреть на примере модели, содержащей комплексное скалярное поле $\Phi = \pi + i\sigma$ с самодействием:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi - V(|\Phi|^2),$$

$$V(|\Phi|^2) = -\mu^2 |\Phi|^2 + \lambda |\Phi|^4.$$

Отметим, что квадратичный член в V имеет знак ”минус”, что не позволяет интерпретировать его как массовое слагаемое для полей дублета.

Как нетрудно видеть, лагранжиан инвариантен относительно глобальных преобразований группы $U(1)$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \hat{U}(\alpha)\Phi = e^{-i\alpha}\Phi,$$

однако инвариантный относительно этих преобразований локальный минимум потенциала $\Phi = 0$ не отвечает основному состоянию системы: абсолютный минимум потенциальной энергии соответствует ненулевому значению поля

$$|\Phi|_0^2 = \frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2},$$

которое определяет целое семейство возможных основных состояний, связанных преобразованиями $\hat{U}(\alpha)$. С точки зрения КТП основное состояние есть вакуум соответствующего поля, т.е. в данном случае вакуумное среднее полевого оператора Φ отлично от нуля. Результаты измерений мы интерпретируем в терминах переменных частиц – рассматриваемых по теории возмущений полевых возбуждений на фоне вакуумного состояния. При этом выбор того или иного из состояний с $|\Phi| = \frac{v^2}{2}$ в качестве вакуума является совершенно случайным. Пусть

$$\Phi_0 = \pi_0 + i\sigma_0 = i\frac{v}{\sqrt{2}}.$$

Для описания полевых возбуждений вблизи этого вакуума введем поле

$$\Psi \equiv \Phi - \Phi_0 = \pi + i\left(\sigma - \frac{v}{\sqrt{2}}\right) \equiv \pi + i\eta,$$

для которых лагранжиан имеет вид

$$L = \frac{1}{2} [\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta] - V'(\pi, \eta),$$

$$V'(\pi, \eta) = 2\mu^2 \eta^2 + 2\sqrt{2}\lambda v \eta (\pi^2 + \eta^2) + \lambda(\eta^2 + \pi^2)^2,$$

т.е. кванты поля η – частицы с массой 2μ , а кванты поля π – безмассовые частицы. Наличие в спектре возбуждений одной массивной и одной безмассовой частицы очевидно, если принять во внимание поведение потенциала V вблизи минимума Φ_0 , более того – ясно, что при наличии семейства минимумов, связанных преобразованием симметрии одна из мод колебаний поля вблизи минимума всегда будет отвечать полю, квадратичное слагаемое для которого в лагранжиане отсутствует, и поэтому спонтанное нарушение глобальной симметрии всегда приводит к появлению безмассовых частиц – *голдстоуновских бозонов* (это утверждение носит название теоремы Голдстоуна).

Спонтанное нарушение симметрии играет важную роль при построении теорий взаимодействия элементарных частиц, которые, по существующему на сегодняшний день убеждению, являются *квантовыми калибровочными теориями*, т.е. основаны на идее локальности симметрий динамики. Как известно, общая схема калибровочного подхода состоит в следующем: если для лагранжиана материальных полей,

инвариантного относительно глобальных преобразований некоторой группы G , потребовать расширения симметрии до соответствующей группы локальных – калибровочных – преобразований (в этом случае параметры группы должны рассматриваться как функции пространственно-временных переменных), то мы должны будем ввести в теорию дополнительные векторные – калибровочные – поля с заданными трансформационными свойствами по отношению к преобразованием симметрии, причем условие калибровочной инвариантности определяет также и вид лагранжиана взаимодействия между материальными и калибровочными полями.

Калибровочно-инвариантный лагранжиан безмассового спинорного материального поля с локальной группой симметрии G имеет вид

$$L = \bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu \Psi - \frac{1}{4} F^a{}_{\mu\nu} F^{a\mu\nu},$$

в котором ковариантная производная D_μ и тензор напряжений $F^a{}_{\mu\nu}$ определяются выражениями

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig \hat{T}_a A_\mu^a,$$

$$F^a{}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g C^{abc} A_\mu^b A_\nu^c.$$

Константу g называют калибровочной константой связи, \hat{T}_a – генераторы группы G , а C^{abc} – структурные константы этой группы. Спонтанное нарушение симметрии обеспечивается путем введения мультиплетов скалярных полей с самодействием, вакуумное среднее которых отлично от нуля.

Изучим возникающие в этом случае эффекты на примере рассмотренной выше простой модели с абелевой группой симметрии $U(1)$, параметр которой становится зависящим от координат пространства-времени: $\alpha = \alpha(x)$. Расширенный лагранжиан

$$L = \frac{1}{2} (D_\mu \Phi)^* D^\mu \Phi - V(|\Phi|^2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu},$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig A_\mu, F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

инвариантен относительно калибровочных преобразований

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\alpha(x)} \Phi$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha(x),$$

но вакуумное состояние неинвариантно, что приводит к спонтанному нарушению симметрии. После перехода к новой полевой переменной $\Psi = \Phi - \Phi_0$ в лагранжиане появятся квадратичные по A_μ слагаемые – калибровочное поле приобретает массу.

При этом, однако, не все фигурирующие в L полевые переменные являются независимыми. Это становится ясно после подсчета числа степеней свободы: исходная теория содержала четыре независимые полевые переменные (две компоненты комплексного скалярного поля и две компоненты безмассового векторного поля), а после выделения ненулевого вакуумного среднего скалярного поля в L оказалось пять переменных, так как векторное поле теперь массивно и содержит три компоненты. Поэтому одна из этих переменных должна быть зависимой от остальных и может быть исключена калибровочным преобразованием. Соответствующая калибровка получила название унитарной – в ней вводятся полевые переменные η, ξ, B_μ

$$\Phi \equiv \frac{v + \eta}{\sqrt{2}} e^{-i\xi/v},$$

$$B_\mu \equiv A_\mu - \frac{1}{gv} \partial_\mu \xi,$$

причем поле ξ выпадает из лагранжиана, т.е. не является самостоятельной динамической переменной:

$$L = \frac{1}{2} [\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \mu^2 \eta^2] - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} + \frac{1}{2} (gv)^2 B_\mu B^\mu + \\ + \frac{1}{2} g^2 B_\mu B^\mu \eta (2v + \eta) - \lambda v^2 \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4, \\ G_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu.$$

Таким образом, векторное калибровочное поле ”поглостило” одну из степеней свободы скалярного поля (точнее говоря – голдстоуновскую степень свободы, так как безмассовая скалярная частица после спонтанного нарушения локальной симметрии не появилась!) и стало при этом массивным. Поле ξ называют ”несостоявшимся голдстоуновским бозоном”, а генерация масс у калибровочных и материальных полей при спонтанном нарушении симметрии получило название ”*механизм Хиггса*”.

Интерес к теориям такого типа резко возрос, когда удалось доказать, что калибровочные теории со спонтанно-нарушенной симметрией *перенормируемы*. Тем самым решалась проблема описания слабого взаимодействия – в ранних моделях с массивными промежуточными векторными бозонами, предсказания которых в низших порядках теории возмущений хорошо согласовывались с экспериментом, приходилось закрывать глаза на явную перенормируемость диаграмм, содержащих пропагаторы массивных векторных частиц в петлевых интегралах. Механизм Хиггса позволяет включить промежуточные бозоны в теорию перенормируемым образом. Более того, в рамках *модели Салама – Вайнберга* удалось с единых позиций описать

не только слабое, но и электромагнитное взаимодействие. В подобной ”электрослабой” теории должно содержаться четыре калибровочных поля (два взаимодействуют с заряженными слабыми токами, одно – с нейтральными слабыми токами, и одно – с электромагнитными), поэтому калибровочная группа G_{SW} должна иметь размерность 4. Промежуточные бозоны слабого взаимодействия связаны только с левыми компонентами материальных – кварковых и лептонных – полей, которые объединены в изотопические дублеты. Поэтому G_{SW} должна содержать трехмерную группу изоспина $SU(2)$ в качестве подгруппы. Оставшееся измерение можно связать с унитарной подгруппой $U(1)$, и в итоге приходим к модели с калибровочной группой $G_{SW} = SU(2) \otimes U(1)$. Рассмотрим поля материи, соответствующие одному поколению кварков и лептонов. Так как нейтрино участвует только в слабом взаимодействии, то (если оно безмассовое) правая компонента нейтринного поля не входит в лагранжиан и ее можно не рассматривать вовсе. Поэтому остаются два изотопических дублета левых двухкомпонентных фермионных полей

$$l_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \quad q_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$$

и три правых изотопических синглета

$$e_R, \quad u_R, \quad d_R$$

(кварковые поля несут также цветовой индекс, пробегающий три значения). Всего в первое поколение фермионов входит 15 независимых двухкомпонентных полей.

Изотопическая симметрия приводит к существованию сохраняющихся нетеровских зарядов

$$\begin{aligned} T_a &= \int d\vec{r} \sum_k \bar{\psi}_k \gamma^0 (1 + \gamma^5) \frac{\hat{\tau}_a}{2} \psi_k = \\ &= \int d\vec{r} [l_L^\dagger \frac{\hat{\tau}_a}{2} l_L + q_L^\dagger \frac{\hat{\tau}_a}{2} q_L], \quad a = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

С заряженными слабыми токами ассоциируются заряды T_\pm

$$T_+ = \int d\vec{r} [\nu_{eL}^\dagger e_L + u_L^\dagger d_L], \quad T_- = (T_+)^+,$$

а электрический заряд

$$Q = \int d\vec{r} [-e^+ e + \frac{2}{3} u^+ u - \frac{1}{3} d^+ d]$$

должен являться комбинацией T_3 и четвертого генератора калибровочной группы, который коммутирует со всеми T_i , вследствие чего его собственные значения вырождены по T_3 – поля одного изотопического мультиплетта должны иметь одинаковые

значения "четвертого заряда". Среди линейных комбинаций Q и T_3 таким свойством обладает только $Q - T_3$, и можно выбрать в качестве четвертого генератора оператор гиперзаряда

$$Y = 2(Q - T_3) = \int d\vec{r} [-(\nu_e^\dagger + e_L^\dagger e_L) + \frac{1}{3}(u_L^\dagger u_L + d_L^\dagger d_L) - 2e_R^\dagger e_R + \frac{4}{3}u_R^\dagger u_R - \frac{2}{3}d_R^\dagger d_R].$$

Гиперзаряд компонент изотопического дублета равен сумме их электрических зарядов, а гиперзаряд изотопического синглета – удвоенному значению электрического заряда. Отметим, что коэффициент 2 здесь введен только из желания сохранить вид соотношения Гелл-Манна - Нишиджимы ($Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$), в действительности его можно выбирать совершенно произвольно, т.е. соотношение зарядов материальных полей по отношению к калибровочным полям подгрупп $SU(2)_T$ и $U(1)_Y$ в теории может быть любым и подбирается на основе экспериментальных данных.

Калибровочно-инвариантный лагранжиан имеет вид

$$L = i \sum_k \bar{\psi}_k \gamma^\mu D_\mu \psi_k - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\ \mu\nu},$$

$$G_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu,$$

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g \varepsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$$D_\mu \psi \equiv (\partial_\mu - ig \hat{T}_a A_\mu^a - i \frac{g'}{2} \hat{Y} b_\mu) \psi.$$

Спонтанное нарушение обеспечивается введением скалярных полей с ненулевым вакуумным средним, после чего исходная симметрия $SU(2) \otimes U(1)$ понижается до точной электромагнитной симметрии $U(1)_{em}$, и три из четырех калибровочных полей приобретают массу. Последнее обстоятельство указывает на то, что в теории должно присутствовать не менее трех скалярных полевых степеней свободы, а безмассовость электромагнитного поля может быть обеспечена только если существуют электрически нейтральные скалярные поля. Таким образом, самая простая возможность состоит во введении изотопического дублета скалярных полей

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi^C = i \hat{\tau}_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}$$

(гиперзаряд скалярного поля равен 1). При этом в L добавляются слагаемые

$$L_H = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$$

и калибровочно-инвариантное взаимодействие материальных полей со скалярами

$$L_{HF} = f^{(e)} \bar{l}_L \Phi e_R + f^{(u)} \bar{q}_L \Phi^C u_R + f^{(d)} \bar{q}_L \Phi d_R + h.c. \ .$$

Выбирая вакуумное среднее скалярных полей

$$\langle 0|\Phi|0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

и переходя к унитарной калибровке

$$\Phi = e^{-i\frac{\hat{\tau}_a \xi^a}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ (v + \eta)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

получим аналогично примеру с абелевой симметрией

$$L'_H = (D_\mu \Phi')^\dagger D^\mu \Phi' - \mu^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 \quad (\Phi' = \begin{pmatrix} 0 \\ (v + \eta)/\sqrt{2} \end{pmatrix}),$$

а

$$L'_{HF} = \frac{v + \eta}{2} [f^{(\epsilon)} e_L^\dagger e'_R + f^{(u)} u_L^\dagger u_R + \dots].$$

Как нетрудно видеть, масса Хиггсовского поля $m_H = \sqrt{2}\mu$, а массы материальных полей $m_k = f^{(k)} \frac{v}{\sqrt{2}}$. Квадратичное по калибровочным полям слагаемое в L имеет вид

$$\frac{v^2}{8} \{g^2 [(A_\mu^1)^2 + (A_\mu^2)^2] + [gA_\mu^3 - g'B'_\mu]^2\}.$$

Из компонент A_μ^1 и A_μ^2 составляются два заряженных векторных поля

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp A_\mu^2)$$

с массой $M_W = \frac{gv}{2}$, а квадратичная форма $[gA_\mu^3 - g'B'_\mu]^2$ диагонализуется преобразованием поворота на угол Вайнберга $\theta_W = \arctg(\frac{g'}{g})$

$$Z_\mu = \cos\theta_W A_\mu^3 - \sin\theta_W B'_\mu$$

$$A_\mu = \sin\theta_W A_\mu^3 + \cos\theta_W B'_\mu$$

$$[gA_\mu^3 - g'B'_\mu]^2 = (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu,$$

и после спонтанного нарушения симметрии у нас появляется одно нейтральное векторное массивное поле ($M_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}$) и одно безмассовое (фотонное).

Таким образом, модель Салама - Вайнберга корректно описывает наблюдаемые материальные поля и их взаимодействия. Эта модель содержит (в случае одного поколения фермионов) 7 свободных параметров (μ , λ , $f^{(\epsilon)}$, $f^{(u)}$, $f^{(d)}$, g , g'), которые могут быть выражены через наблюдаемые величины. Например, эффективная константа низкоэнергетического четырехфермионного слабого взаимодействия через заряженные токи

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{1}{2v^2},$$

что позволяет определить вакуумное среднее скалярного поля:

$$v = [G\sqrt{2}]^{-\frac{1}{2}} \simeq 250 \text{ ГэВ}.$$

С другой стороны, выделяя из полного лагранжиана слагаемые, отвечающие взаимодействию фермионов с электромагнитным полем

$$gJ^{3\mu} A'_\mu + \frac{1}{2} g' J^{Y\mu} B'_\mu \rightarrow g \sin\theta_W J_{em}^\mu A_\mu$$

замечаем, что константа электромагнитного взаимодействия

$$e = g \sin\theta_W.$$

Замечательной особенностью этой модели является существование Z^0 – нейтрального массивного переносчика слабого взаимодействия, который взаимодействует со *слабыми нейтральными токами* фермионов:

$$L_{NC} = \frac{g}{\cos\theta_W} J_\mu^0 \cdot Z^\mu,$$

записывающимися в виде

$$J_\mu^0 = \sum_f [g_L^{(f)} \bar{f}_L \gamma_\mu f_L + g_R^{(f)} \bar{f}_R \gamma_\mu f_R],$$

$$g_{L,R}^{(f)} = T_3(f_{L,R}) - Q(f_{L,R}) \sin^2\theta_W.$$

В области низких энергий слабые взаимодействия нейтральных токов описываются эффективным четырехфермионным лагранжианом

$$L_{NC}^{eff} \simeq - \frac{g^2}{2\cos^2\theta_W M_Z^2} J_\mu^0 J^{0\mu} = -4 \frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu^0 J^{0\mu}.$$

Существенно, что происходит разделение векторной и аксиальной частей в амплитуде слабых процессов – это позволяет определить $\sin\theta_W$. Например, для нейтрино-электронного рассеяния матричный элемент в низшем (втором) порядке по g, g' определяется суммой диаграмм с обменом W^- - или Z^0 - бозоном, а в случае электронного нейтрино – также и вкладом диаграммы с образованием виртуального W^- - бозона. В области низких энергий, учитывая явный вид вершинных факторов $\bar{\nu}\nu Z$ - и $\bar{e}\nu W$ - взаимодействий и выражение g, g' через G , получим

$$L_{int} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \{ [\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \nu_e] + [\bar{\nu}_e \gamma^\mu \nu_e + \bar{\nu}_\mu \gamma^\mu \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau \gamma^\mu \nu_\tau] [4\sin^2\theta_W \bar{e}_R \gamma_\mu e_R - 2\cos 2\theta_W \bar{e}_L \gamma_\mu e_L] \}.$$

Спинорные конструкции в первом слагаемом с помощью преобразования Фирца приводятся к виду $[\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_e] [\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) e]$, после чего амплитуда νe - рассеяния записывается в виде

$$T = \frac{G}{\sqrt{2}} \{ [\bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu] [\bar{e} \gamma_\mu (c_V - c_A \gamma^5) e],$$

в котором константы c_V, c_A выражаются через $\sin \theta_W$: например, для электронного нейтрино

$$c_V = 2 \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2}, \quad c_A = \frac{1}{2}.$$

Экспериментальные данные по $\nu_e e$ - рассеянию хорошо описываются этим выражением для значения $\sin^2 \theta_W \simeq 0.22$. Близкие значения угла Вайнберга получаются и из данных по рассеянию мюонных нейтрино на электронах и нейтрино - нуклонным реакциям. Знание e, G и θ_W позволяет предсказать массы промежуточных векторных бозонов: $M_W = e(4G\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}}/\sin \theta_W \simeq 82 \text{ ГэВ}$, $M_Z = M_W/\cos \theta_W \simeq 91 \text{ ГэВ}$, что было сделано задолго до их экспериментального открытия в 1983 году, ставшего поэтому впечатляющим подтверждением модели Салама - Вайнберга. К тому же правильность построения лагранжиана теории подтверждалась и поведением W - бозонов, рождающихся на протон-антипротонном коллайдере. В этом случае, в соответствии со структурой лагранжиана взаимодействия калибровочных полей с полями материи, W^+ рождаются левым u - кварком (из p) и правым \bar{d} - кварком (из \bar{p}). При энергиях рождения векторных бозонов массами кварков можно пренебречь и поэтому спиральность кварков совпадает с их киральностью, а спиральность антикварков противоположна их киральности, и поэтому проекция полного спина пары $u_L \bar{d}_R$ на направление движения протона равна $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$. Из закона сохранения момента импульса следует, что такова же должна быть и проекция спина векторного бозона. При последующем распаде W^+ на два фермиона e^+ и ν_e тот же закон сохранения фиксирует проекции их спинов на направление первоначального движения протона $-1 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$. Однако в этой паре нейтрино всегда левое, и поэтому (с учетом устройства вершины взаимодействия W - бозона с лептонным током) позитрон – всегда правый, и если рожденные частицы движутся по направлениям, близким к оси взаимодействия протон-антипротонных пучков, позитрон обязан вылетать против направления первоначального движения протона – ток электрического заряда ”отражается” и меняет свое направление на обратное! Естественно, что аналогичная асимметрия характерна и для распадов W^- - бозонов, рожденных на $p\bar{p}$ - коллайдере.

Знание масс фермионов (для кварков мы должны брать их ”токовые” массы) дает возможность определить константы связи f^i , а измерение массы хиггсовского бозона

(если он будет найден) позволит определить μ и тем самым завершить определение констант модели Салама-Вайнберга. Однако именно обнаружение бозона Хиггса представляет наиболее серьезную проблему – он весьма слабо взаимодействует с частицами материи, и к тому же мы почти никак не можем ограничить область поиска – допустимые пределы значений m_H весьма широки. Хотя Линде и Вайнберг в рамках предположения об отсутствии сверхтяжелых фермионов с массами $m \sim M_W$ показали, что малые значения параметра λ приводят к тому, что разность энергий состояний с $|\langle \Phi \rangle| = 0$ и $|\langle \Phi \rangle| = \mu/\sqrt{2\lambda}$ $\Delta V = \lambda v^4/4$ становится мала и радиационные поправки, увеличивающие энергию состояния с ненулевым вакуумным средним скалярного поля, уничтожают спонтанное нарушение симметрии и получили ограничение снизу на λ , приводящее к требованию $m_H > 7.9 \text{ ТэВ}$, большое значение массы t - кварка заметно снижает эту границу. С другой стороны, большие значения λ и m_H приводят к появлению больших непертурбативных вкладов в амплитуды наблюдаемых процессов, однако вычисления показывают, что существующие экспериментальные данные требуют лишь, чтобы m_H не превосходило нескольких ТэВ, да и то только при предположении, что не существует других скалярных частиц – модификация модели с введением большего числа скалярных полей позволяет описать наблюдаемые электрослабые взаимодействия и при этом существенно поднять верхнее ограничение на массу хиггсовских частиц.

При введении в теорию нескольких поколений фермионов следует обратить внимание на то обстоятельство, что массовые слагаемые для фермионов появляются только после спонтанного нарушения симметрии и определяются видом калибровочно-инвариантного скалярно-фермионного взаимодействия $f_{ab}^{(i)} \bar{\Psi}_a^{(i)} \Phi \psi_b^{(i)}$, в котором $\Psi_a^{(i)}$ – дублет левых фермионов типа i в a -ом поколении, а $\psi_b^{(i)}$ – соответствующий правый синглет в b -ом поколении. Как видно, это выражение допускает перемешивание поколений – собственные состояния возникающей массовой матрицы не будут совпадать с собственными состояниями калибровочных взаимодействий, и в слабом адронном токе естественным образом возникнет структура типа матрицы Кобаяси - Маскава. Полный набор свободных параметров в модели с тремя поколениями довольно широк: в него входят величины μ и λ , калибровочные константы g и g' , и константы $f_{ab}^{(i)}$, которые в конечном лагранжиане заменяются на фермионные массы (12) и параметры матрицы смешивания (3 угла и одна CP - нарушающая фаза) – всего 20 свободных параметров! Такое многообразие считается недостатком модели, и предлагается много ее модификаций, призванных уменьшить это число. Для этого предлагается рассматривать теории с полупростой калибровочной группой (при этом

будет только одна калибровочная константа), теории с динамическим нарушением симметрии, в которых вместо скалярных полей вводится некоторое самодействие полей материи, обеспечивающее образование конденсата связанных фермионных пар, играющих роль поля с ненулевым вакуумным средним (в этом случае μ , λ и $f_{ab}^{(i)}$ должны выражаться через константы этого фермионного самодействия) и ряд других концепций. На этом этапе ограничимся замечанием, что в основном эти концепции строятся как Теории Великого Объединения (ТВО) – помимо электрослабых взаимодействий они призваны описывать также и сильные.

Задачи к лекциям 9,10:

1. В низкоэнергетическом пределе в физике адронов можно рассматривать в основном нуклонные и пионные степени свободы. Рассмотреть генерацию масс нуклонов за счет спонтанного нарушения симметрии в модели с исходным лагранжианом

$$L = \frac{1}{2}[\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \vec{\pi} \partial^\mu \vec{\pi}] + i\bar{N}\gamma^\mu \partial_\mu N + \\ + g\bar{N}(\sigma + i\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}\gamma^5)N + \frac{\mu^2}{2}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) - \frac{\lambda}{4}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2)^2$$

(в котором N – изодублет нуклонов, $\vec{\pi}$ – изотриплет пионов, σ – изотопический скаляр, а $\tau_i, i = 1, 2, 3$ – матрицы изоспина), инвариантный относительно преобразований киральной $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ группы симметрии. Какой выбор вакуумной плотности бозонных полей обеспечит сужение симметрии до изотопической $SU(2)$ и приведет к появлению большой массы у изоскалярного и малой (нулевой) массы у изовекторного поля? Какую массу при этом приобретают нуклоны?

2. Сечение νe - рассеяния при $|q^2| \ll m_W^2$ можно записать в виде:

$$\sigma^{\nu e} = \frac{8G^2}{\pi} m_e E_\nu (g_L^\nu)^2 \cdot S(\nu).$$

Определить в рамках модели Салама - Вайнберга $S(\nu)$ для $\nu = \nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$.

3. Какие каналы распада W^+ - бозона (на кварк - лептонном уровне) разрешены законами сохранения? Оценить полную ширину распада.
4. Вычислить ширину распада $W^- \rightarrow e\nu_e$.
5. Записать лагранжиан взаимодействия нейтрального массивного калибровочного бозона (Z^0) с фермионами (для случая одного поколения) и хиггсовскими бозонами. Найти отношение ширин $\Gamma(Z^0 \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e) : \Gamma(Z^0 \rightarrow e e^+) : \Gamma(Z^0 \rightarrow \text{адроны}) : \Gamma(Z^0 \rightarrow \phi^0 \phi^0)$.
6. Рассмотреть распад тяжелого кваркония ($Q = q\bar{q}$) $Q \rightarrow \phi^0 \gamma$. Какие диаграммы отвечают ему на кварковом уровне? Из каких состояний кваркония возможен этот распад? Чему равна энергия испускаемого фотона?