

# Глава 6

## Двухчастичные распады

Из уже изложенного материала должно быть вполне очевидным, что двухчастичные реакции типа  $a + b \rightarrow c + d$  и двухчастичные распады типа  $0 \rightarrow 1 + 2$  кинематически эквивалентны, если речь идет о конечных состояниях этих процессов. Действительно, бинарную реакцию можно мысленно представить себе как "слияние" системы  $(a + b)$  в некую промежуточную частицу  $0$  с массой  $M_0 = \sqrt{s}$ , которая движется относительно лабораторной системы координат со скоростью центра масс системы  $(a + b)$ , имеет 4-импульс  $p_0 = p_a + p_b$  (рис. 6.1) и затем распадается на  $c \equiv 1$  и  $d \equiv 2$ .

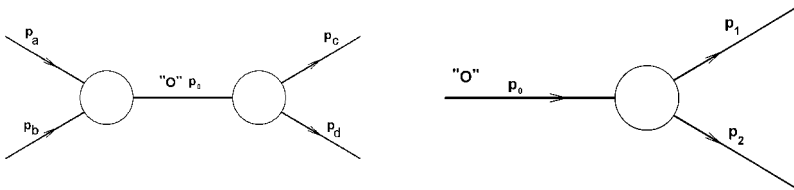


Рис. 6.1. Кинематические диаграммы бинарной реакции  $a + b \rightarrow c + d$  (слева) и распада  $0 \rightarrow 1 + 2$  (справа).

Поэтому легко ответить на вопрос о том, чему равны энергии и импульсы продуктов распада в системе покоя частицы  $0$ : нужные формулы уже обсуждались. Следует только заменить в них величину  $s$  на  $M_0^2$ . То же самое можно сказать и по отношению к энергиям

и импульсам частиц-продуктов распада, взятым в лабораторной системе, где распадающаяся частица движется с некоторым импульсом  $\mathbf{p}_0$ . Тем не менее, полезно специально рассмотреть некоторые частные случаи кинематики двухчастичных распадов.

## 6.1 Нерелятивистский случай (распад в системе покоя).

Имея в виду нерелятивистский случай, используем понятие кинетической энергии  $T$  частиц. Нерелятивистский случай реализуется, когда масса распадающейся частицы,  $M_0$ , лишь ненамного превышает сумму масс продуктов распада. В этом случае говорят об *энерговыведении*  $T_0$  при распаде:

$$T_0 = M_0 - m_1 - m_2 , \quad (6.1)$$

которое много меньше массы  $M_0$ .

Используя формулы предыдущих лекций с заменой  $s \rightarrow M_0$  нетрудно увидеть, что

$$\begin{aligned} E_1^* &= \frac{M_0^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M_0} \\ T_1^* &= E_1^* - m_1 = \frac{(M_0 - m_1)^2 - m_2^2}{2M_0} = \\ &= T_0 \frac{m_2}{M_0} + O(T_0^2/M_0) \\ T_2^* &= E_2^* - m_2 \approx T_0 \frac{m_1}{M_0} . \end{aligned} \quad (6.2)$$

Иными словами, энергии распадных частиц, почерпнутые из полного энерговыведения, обратно пропорциональны их массам:

$$\frac{T_1^*}{T_2^*} = \frac{m_2}{m_1} .$$

Ясно, что в распаде  $0 \rightarrow 1+2$ , рассмотренном в системе покоя  $M_0$ , величины импульсов продуктов распада не зависят от их направления и равны

$$p_1^* = \sqrt{\frac{2m_1 m_2}{M_0}} T_0 . \quad (6.3)$$

Теперь рассмотрим распад "на лету" и обратим внимание на зависимость импульса распадающей частицы от угла ее вылета.

## 6.2 Углы вылета.

Итак, пусть "родительская" частица 0 имеет 4-импульс  $\mathcal{P}_0 = (E_0, \mathbf{p}_0)$  (выберем направление оси  $Z$  системы координат по направлению импульса  $\mathbf{p}_0$ ). После ее распада частица-продукт 1 имеет некоторый 4-импульс  $\mathcal{P}_1 = (E_1, \mathbf{p}_1)$ . Под углом вылета распадающей частицы будем понимать угол между  $\mathbf{p}_1$  и направлением оси  $Z$ . Чтобы его найти, вычислим инвариант  $(\mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{P}_1)$  в системе покоя распадающейся частицы и в лабораторной системе:

$$(\mathcal{P}_0 \cdot \mathcal{P}_1) = E_0 E_1 - \mathbf{p}_0 \mathbf{p}_1 = E_0 E_1 - p_0 p_1 \cos \theta_1 = E_0^* E_1^* . \quad (6.4)$$

Поскольку энергия и импульс распадающейся частицы известны, а энергия распадающей частицы связана с ее импульсом и массой, то соотношение (6.4) можно считать уравнением, связывающим импульс распадающей частицы с ее углом вылета. Решая это уравнение имеем:

$$p_1 = \frac{M_0 E_1^* p_0 \cos \theta_1 \pm E_0 \sqrt{D_1}}{E_0^2 - p_0^2 \cos^2 \theta_1} , \quad (6.5)$$

где

$$D_1 = M_0^2 p_1^{*2} - m_1^2 p_0^2 \sin^2 \theta_1 . \quad (6.6)$$

Решение (6.5) существует, если

$$\sin \theta_1 \leq \frac{M_0 p_1^*}{m_1 p_0} . \quad (6.7)$$

Полезно поразмыслить над этой формулой, "повертев" ее в руках.

1.  $\frac{M_0 p_1^*}{m_1 p_0} > 1$ . Тогда возможны любые значения угла вылета (от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ ), т. е. угол вылета никак не ограничен.
2.  $\frac{M_0 p_1^*}{m_1 p_0} \leq 1$ . В этом случае, очевидно, есть ограничение на угол вылета. Если  $\frac{M_0 p_1^*}{m_1 p_0} = 1$ , то он не может быть больше  $90^\circ$ , если же  $\frac{M_0 p_1^*}{m_1 p_0} < 1$ , то есть максимально возможный (**предельный**) угол вылета:

$$\theta_{1, \max} = \arcsin \left( \frac{M_0 p_1^*}{m_1 p_0} \right) = \arcsin \left( \frac{\gamma_1^* \beta_1^*}{\gamma_0 \beta_0} \right) \quad (6.8)$$

Проанализируем эти варианты (результаты полезно сравнить с материалом параграфа 3.2.5).

1. Если распадная частица "легкая", например – фотон или нейтрино (т. е. ее масса стремится к нулю или строго равна ему), то угол вылета такой частицы не ограничен (кроме как углом  $180^\circ$ , разумеется). То есть, безмассовая распадная частица всегда может вылететь в направлении, противоположном направлению импульса распадающейся частицы.
2. Если распад происходит на частицы, имеющие ненулевую массу, то при любом соотношении между  $M_0$  и  $m_1$  и, соответственно, любом (но, разумеется, фиксированном!) энерговыделении  $T_0$ , всегда найдется такой (большой) импульс  $p_0$  распадающейся частицы, что продукты распада будут иметь предельный угол вылета. Для этого нужно, чтобы выполнялось условие

$$p_0 \geq p_1^* \cdot \frac{M_0}{m_1}, \quad \gamma_0 \beta_0 > \gamma_1^* \beta_1^*. \quad (6.9)$$

Иными словами, при достаточно большом начальном импульсе распадающейся частицы все продукты ее распада улетают "вперед". Здесь уместна цитата из книги Копылова [2]: "Причина этого – превосходство в скорости распадающейся частицы над скоростью распадной, взятой в системе покоя распадающейся. Даже если распадная частица летит "назад" в системе покоя распадающейся, последняя летит "вперед" столь стремительно, что продукту распада ничего больше не остается делать, как тоже лететь "вперед"." При этом из (6.9) видно, что чем легче продукт распада, тем выше импульс  $p_0$ , при котором появляется предельный угол.

3. В том же случае распада на частицы, имеющие ненулевую массу, при любом соотношении между  $M_0$  и  $m_1$  и, соответственно, любом фиксированном импульсе  $p_0$ , многое зависит от энерговыделения: если оно таково, что выполняется условие

$$p_1^* < p_0 \cdot \frac{m_1}{M_0}, \quad (6.10)$$

то продукты распада будут иметь предельный угол вылета.

### 6.3 Углы разлета.

Рассмотрим теперь другую тему, а именно – вопрос об углах разлета распадных частиц в том же двухчастичном распаде  $0 \rightarrow 1 + 2$ , понимая под углом разлета  $\psi(E_1)$  угол между импульсами  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$  при энергии распадной частицы 1 равной  $E_1$ . Разобраться в этом вопросе поможет эллипс импульсов для распадных частиц (рис. 6.2).

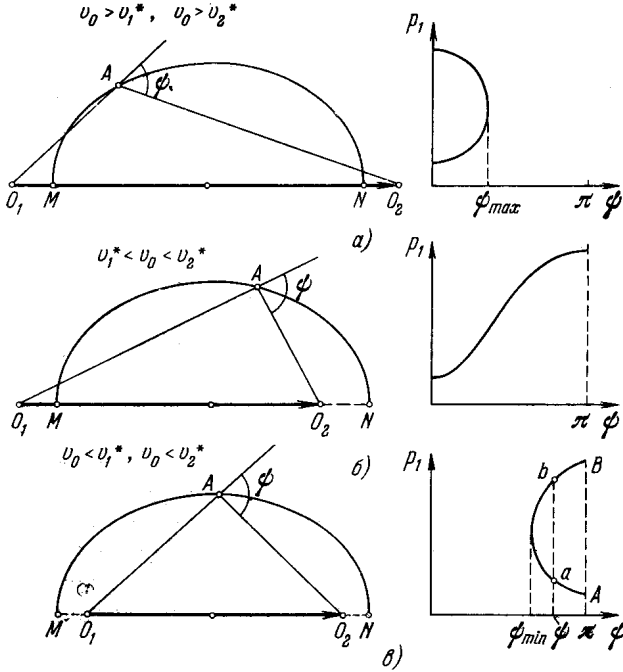


Рис. 6.2. Эллипсы импульсов распадных частиц и пояснение к определению угла разлета (слева); справа – связь между углом разлета и импульсом распадной частицы [2].

Опять воспользуемся инвариантами, на этот раз следующими:

$$(\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = \mathcal{P}_0^2; \quad q^2 = \frac{1}{2} (M_0^2 - m_1^2 - m_2^2). \quad (6.11)$$

Из первого уравнения формулы (6.11) легко получить, выполнив воз-

ведение в квадрат и все остальное, что

$$\cos \psi = \frac{E_1 E_2 - q^2}{p_1 p_2} . \quad (6.12)$$

Осталось теперь выразить  $E_2$  и  $p_2$  через  $E_1$ ; после необходимых выкладок получим:

$$\cos \psi = \frac{E_1 (E_0 - E_1) - q^2}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2} \sqrt{(E_0 - E_1)^2 - m_2^2}} , \quad (6.13)$$

причем предельные значения  $E_1$ , очевидно, отвечают вылету частицы 1 в системе покоя 0 "назад" ( $E_{1, \min}$ ) и "вперед" ( $E_{1, \max}$ ). Соответственно,

$$E_{1, \min/\max} = \frac{E_0 E_1^* \mp p_0 p_1^*}{M_0} , \quad E_{1, \min} \leq E_1 \leq E_{1, \max} . \quad (6.14)$$

Большой практический интерес имеет случай распада на два фотона. Стартовав от выписанных в формуле (6.11) инвариантов и замечая, что

$$E_1 E_2 = \frac{M_0^2}{2(1 - \cos \psi)} , \quad (6.15)$$

можно сразу увидеть, что угол разлета фотонов не может быть равным нулю, а затем выразить энергии фотонов через массу распадающейся частицы и ее энергию:

$$E_1 = \frac{E_0}{2} \pm \sqrt{\frac{E_0^2}{4} - \frac{M_0^2}{2(1 - \cos \psi)}} , \quad (6.16)$$

$$E_2 = \frac{E_0}{2} \mp \sqrt{\frac{E_0^2}{4} - \frac{M_0^2}{2(1 - \cos \psi)}} , \quad (6.17)$$

откуда видно, что наименьший угол разлета отвечает симметричной конфигурации, когда

$$\sin \left( \frac{\psi_{\min}}{2} \right) = \frac{M_0}{E_0} = \frac{1}{\gamma_0} \quad (6.18)$$

или

$$\cos \left( \frac{\psi_{\min}}{2} \right) = \beta_0 , \quad (6.19)$$

поскольку это соответствует обращению в нуль подкоренного выражения в (6.16) и (6.17):

$$\frac{E_0^2}{4} = \frac{M_0^2}{2(1 - \cos \psi)} . \quad (6.20)$$

Следствия соотношений (6.16)-(6.20):

1. с ростом энергии распадающейся частицы угол разлета распадающихся частиц уменьшается;
2. измерение величины минимального угла разлета дает возможность либо измерить энергию распадающейся частицы (если ее масса известна) либо массу (если известна ее энергия).