

Глава 8

Сечения реакций рассеяния

Основным экспериментальным методом изучения взаимодействий элементарных частиц и ядер со времен Резерфорда является их рассеяние друг на друге¹. Информация о свойствах частиц и их взаимодействиях извлекается, в первую очередь, из данных о вероятностях тех или других процессов, происходящих при столкновении этих частиц. Эта вероятность, в свою очередь, определяется величиной т. н. "поперечного сечения" данной реакции, связанного непосредственно с квадратом модуля амплитуды ее вероятности и "размером" той области в т. н. "фазовом пространстве", в которой могут оказаться конечные продукты реакции. Границы этой области однозначно определяются законами сохранения энергии-импульса, т. е. кинематикой рассматриваемой реакции. Некоторые зоны в разрешенной области могут оказаться недоступными, образуя "каверны" [2] (или наоборот, предпочтительными, т. е. "зонами концентрации", или "аттракторами") для конечных продуктов из-за запретов или других требований, накладываемых на конечные состояния законами сохранения квантовых чисел (спина, четности, изоспина) или

¹ В классической физике этот метод широко использовался во многих дисциплинах задолго до появления атомной и ядерной физики.

следствиями статистики Ферми или Бозе-Эйнштейна и т. д. Все это тоже является предметом рассмотрения кинематики.

Перед обсуждением этих и подобных им вопросов, представляется естественным вначале напомнить, что такое поперечное сечение реакции и как эта величина измеряется экспериментально. Для этого взят пример полных сечений рассеяния (энергозависимость которых была показана в Части I) и уделено внимание ряду деталей, нечасто упоминаемых в учебниках или специальных обзорах, но важных для знакомства с методикой измерений.

8.1 Сечения реакций.

8.1.1 Определение сечения рассеяния.

Напомним определение поперечного сечения рассеяния. Пусть сталкиваются два пучка частиц с плотностями n_a , n_b и скоростями v_a , v_b (не обязательно коллинеарными). В системе покоя частиц b скорость частиц a есть $v_{rel}^{(b)}$; далее просто v_{rel} . Число столкновений $d\nu$ в объеме dV за время dt есть, очевидно,

$$d\nu = n_b dV n_a \cdot v_{rel} \cdot dt \cdot \sigma, \quad (8.1)$$

где σ – поперечное сечение рассеяния.

Иными словами: в трубке длиной $v_{rel}dt$ имеется $n_a \cdot v_{rel} \cdot dt$ частиц пучка a . Площадь, перекрытая в этой трубке частицами мишени b , равна $n_b \cdot \sigma$. Здесь смысл коэффициента пропорциональности σ легко понять на примере столкновений классических материальных точек (частицы сорта a) с абсолютно твердыми шарами (частицы сорта b): все частицы сорта a , попавшие в перекрытую шарами область, непременно испытают столкновения с ними. В результате, для числа столкновений получим формулу (8.1). В таком рассуждении **предполагается**, что плотность частиц настолько мала, что тройными столкновениями и соударениями более высокой кратности, равно как и экранировкой частицами пучка (или мишени) друг друга можно пренебречь. Если речь идет о столкновениях частиц с ядрами, об этом предположении полезно вспоминать, когда рассмотрение ведется на уровне взаимодействия частиц пучка с нуклонами ядра, например, в рамках модели Глаубера–Ситенко.

До этого момента неявно считалось, что скорости частиц невелики и все величины являются нерелятивистскими. Заменяем время t на ct , где c - скорость света в пустоте. На первый взгляд, формула (8.1) по своему виду фактически не изменится. Однако смысл некоторых величин теперь можно изменить так, что эта формула будет справедлива и в релятивистском случае. Здесь поможет использование **понятия 4-скорости**, обсужденное в разделе 3.2.3.

Учитывая, что число столкновений должно оставаться инвариантным, можно убедиться, что запись формулы (8.1) в виде

$$d\nu = n_b^{(0)} dV n_a^{(0)} \cdot | \mathbf{u}_{ab} | \cdot c dt \cdot \sigma \quad (8.2)$$

справедлива и в релятивистском, и в нерелятивистском случае. В этой формуле плотности помечены индексом (0) чтобы подчеркнуть, что они берутся в системе покоя соответствующих частиц (полезно помнить, что плотность частиц есть их число в единице объема). Существенное изменение в формуле (8.2) состоит в том, что величина \mathbf{u}_{ab} есть **пространственная компонента относительной 4-скорости частиц a и b** .

В литературе существуют другие, более традиционные, формы записи, в которых единство нерелятивистской и релятивистской записи выражения для числа столкновений увидеть сложнее. Релятивистское обобщение формулы (8.1) обычно делается с помощью введения понятия т. н. Мёллеровского инвариантного потока, который, если привлечь понятие относительной 4-скорости, может быть записан как

$$InvFlux = \sqrt{((\mathcal{P}_a \cdot \mathcal{P}_b))^2 - m_a^2 m_b^2} = m_a m_b \cdot | \mathbf{u}_{ab} | . \quad (8.3)$$

(Здесь \mathcal{P}_i - 4-импульс частицы i , m_i - ее масса.)

Мёллеровский инвариантный поток можно представить в иной форме, используя только инвариант s_{ab} - квадрат полной энергии в системе центра масс частиц a и b и определение (3.29) треугольной функции:

$$InvFlux = \frac{1}{2} \cdot \lambda^{1/2} (s_{ab}, m_a^2, m_b^2) = p^* \sqrt{s_{ab}} , \quad (8.4)$$

где p^* есть импульс частицы a или b в их системе центра масс; для получения последнего равенства использовано соотношение (3.29). Формула (8.4) пригодится в дальнейшем, а последнее равенство в ней особенно удобно при рассмотрении экспериментов на коллайдерах,

когда лабораторный импульс частиц каждого из сталкивающихся встречных пучков (при угле встречи 0°) есть просто p^* .

8.1.2 Как измерять поперечные сечения?

Ответ на этот вопрос прост: в формулах (8.1) или (8.2) спрятано не только определение сечения рассеяния, но и идея метода его экспериментального измерения. Действительно, пусть мишень b в лабораторной системе отсчета покоится. Тогда $n_b^{(0)} dV = \rho \cdot l \cdot dS \cdot N_A/A$ есть число частиц мишени в трубке длиной l с поперечным сечением dS , а $n_a^{(0)} c dt |\mathbf{u}_{ab}|$ – число частиц пучка, упавших на единицу площади мишени за время dt . Обычно поперечное сечение пучка меньше мишени (т. к. мишень, как правило, полностью перехватывает пучок); поэтому множитель dS можно перебросить в часть, относящуюся к пучку. Тогда за время T облучения мишени пучком с поперечным размером S число столкновений, зарегистрированных детектором, будет равно

$$\begin{aligned} \nu &= \sigma \cdot \rho l_{targ} \cdot \frac{N_A}{A_{targ}} \cdot \left\{ |\mathbf{u}_{ab}| \cdot c \int dS dt \cdot n_a^0 \right\} = \\ &= \sigma \cdot \rho l_{targ} \cdot \frac{N_A}{A_{targ}} \cdot \frac{I}{\tau} \cdot \delta \cdot N_{cycl} , \end{aligned} \quad (8.5)$$

где N_{cycl} – число циклов ускорителя за время T , δ – "duty factor" (скважность), τ – длительность импульса излучения, I – число частиц в импульсе излучения. Эту формулу можно переписать в ином виде, введя понятие *светимости* L

$$\nu = \sigma \cdot L , \quad L = \rho l_{targ} \cdot \frac{N_A}{A_{targ}} \cdot \frac{I}{\tau} \cdot \delta \cdot N_{cycl} . \quad (8.6)$$

В формуле (8.6) светимость записана для случая т. н. "экспериментов с неподвижной мишенью" (мишень покоится в лабораторной системе). Однако это понятие чаще используется для экспериментов на коллайдерах, когда встречаются два пучка частиц и между ними происходят столкновения. Вид формулы для светимости в этом случае иной.

Дальше все зависит от того, как детектор регистрирует сам факт столкновения и какого типа столкновения он "умеет" распознавать. Зная светимость и подсчитав число зарегистрированных столкновений нужного типа, легко найти сечение соответствующих реакций.

Одна из важных экспериментально наблюдаемых характеристик реакций рассеяния – полное сечение рассеяния, которое определяет вероятность того, что произойдет какое бы то ни было взаимодействие снаряда и мишени: упругое рассеяние, неупругое взаимодействие с возбуждением любой из взаимодействующих частиц, неупругое рассеяние (с рождением любого числа частиц, допустимого законами сохранения и возможного при данной энергии снаряда).

8.2 Обобщенная схема измерений.

Чтобы понять, как можно измерить полное сечение рассеяния, найдем сначала ответ на следующий вопрос. Пусть параллельный монохроматический пучок падает нормально на плоскопараллельную пластинку толщины x по направлению пучка. Какова вероятность $P_0(x)$ того, что частица пучка пройдет через вещество пластинки не испытав ни одного столкновения со структурными единицами (например, ядрами атомов) ее вещества?

Очевидно, что число рассеивающих ядер на пути пучка, взятое на единицу площади пластинки (число рассеивающих центров), есть

$$N_{centers}(x) = x \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{M} \times n_{mol} , \quad (8.7)$$

где ρ – плотность вещества пластинки, M – молекулярный вес ее вещества, N_A – число Авогадро, n_{mol} – число атомов, содержащих эти ядра, в молекуле вещества мишени. При полном сечении рассеяния σ_{tot} суммарная площадь, перекрытая рассеивающими центрами на пути пучка, есть $N_{centers}(x) \cdot \sigma_{tot}$. Интенсивность пучка I_0 , то есть число частиц, падающих на мишень в единицу времени, известна. Интенсивность пучка, прошедшего через пластинку, не испытав ни одного взаимодействия, есть, очевидно, $I(x) = I_0 \cdot P_0(x)$. Найдем ее, проведя следующее рассуждение.

Увеличим толщину пластинки на бесконечно малую величину dx . То, что и после этого какая-то из частиц пучка по-прежнему не испытала ни одного столкновения, означает, что случилось событие, состоящее из двух следующих последовательных частных событий: (1) не было ни одного столкновения при прохождении слоя x , (2) не было ни одного столкновения при прохождении добавочного слоя dx . Вероятность первого частного события есть $P_0(x)$. Какова же

вероятность второго частного события? Очевидно, что раз слой бесконечно тонок, то могут быть только 2 взаимоисключающих исхода: либо ничего не случится (вероятность чего и надо найти), либо случится одно столкновение, вероятность чего есть $N_{centers}(dx) \cdot \sigma_{tot}$ в соответствии с определением сечения рассеяния. Сумма вероятностей этих событий есть 1, а значит, $P_0(dx) = 1 - N_{centers}(dx) \cdot \sigma_{tot}$. То есть,

$$P_0(x + dx) = P_0(x) \cdot P_0(dx) = P_0(x) \left(1 - dx \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \cdot n_{mol} \cdot \sigma_{tot}\right). \quad (8.8)$$

Но это означает, что

$$\frac{dP_0(x)}{dx} = -P_0(x) \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \cdot n_{mol} \cdot \sigma_{tot}. \quad (8.9)$$

Общее решение этого уравнения хорошо известно; вспоминая очевидное граничное условие $P_0(0) = 1$ (т. е. при нулевой толщине пластинки с вероятностью 1 рассеяния не будет), приходим к знакомому из оптики (и других разделов классической физики) закону:

$$P_0(x) = e^{-x \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{\mathcal{M}} \cdot n_{mol} \cdot \sigma_{tot}} = e^{-x \cdot \sigma_{tot} \cdot n_{centers}}, \quad (8.10)$$

где $n_{centers}$ – число рассеивающих центров на единицу толщины пластинки. Соответственно,

$$I(x) = I_0 \cdot P_0(x) = I_0 \cdot \exp(-x \cdot \sigma_{tot} \cdot n_{centers}). \quad (8.11)$$

Формула (8.11) лежит в основе одного из широко распространенных способов экспериментального измерения полных сечений рассеяния. В этом способе сравниваются интенсивности падающего пучка и пучка, прошедшего через пластинку-мишень **без взаимодействия**. Такой метод называется **трансмиссионным**. Реализовать его в реальном мире не так уж и просто, особенно если речь идет о точных измерениях: пучки никогда не бывают идеальными, сосчитать число упавших на мишень частиц не всегда легко, и того сложнее определить, прошла ли частица через мишень без взаимодействия или же оно имело место. Обобщенная схема измерений полных сечений рассеяния методом измерения коэффициента трансмиссии $\mathcal{R}(x)$ (8.12) показана на рис. 8.1.

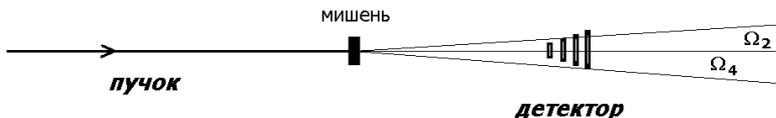


Рис. 8.1. Обобщенная схема измерений полных сечений трансмиссионным методом (вверху) и типичная схема реального эксперимента в условиях "хорошей геометрии" (внизу).

8.3 Трансмиссионный метод: детали.

В этом методе основная экспериментальная проблема – нахождение интенсивности **нерассеянного** пучка. Информация о величине полного сечения рассеяния скрыта в *коэффициенте трансмиссии* \mathcal{R} :

$$\mathcal{R}(x) = \frac{I(x)}{I_0} = \frac{N(x)}{M} = \exp(-x \cdot \sigma_{tot} \cdot n_{centers}), \quad (8.12)$$

где $N(x) = I(x) \cdot T_{measur}$, $M = I_0 \cdot T_{measur}$, T_{measur} – время измерения.

Главные трудности, особенно существенные при стремлении достичь малых (проценты или доли процентов от измеряемой величины) **систематических** погрешностей, связаны с тем, что:

1. пучки всегда имеют конечные линейные размеры в поперечном сечении; они также всегда имеют конечную (ненулевую) угловую расходимость;
2. применяемые детекторы определяют позиции (координаты) или углы с конечной точностью;
3. кроме вещества мишени есть "фоновое" (окружающее ее) вещество: окна ионопроводов, вещество детекторов, регистрирующих рассеянные (и падающие на мишень) частицы и т. д.;

4. любой детектор не обладает 100% эффективностью регистрации; однако, ее надо знать (измерить) и учесть.
5. Первые два из приведенных выше обстоятельств неизбежно заставляют проводить измерения всегда внутри некоторого телесного угла Ω вблизи нулевого угла рассеяния. Подробнее это будет обсуждено дальше, но важно подчеркнуть уже здесь, что в итоге возникает необходимость проведения экстраполяции к нулевому углу рассеяния. Закон экстраполяции должен быть обоснован, а сама процедура экстраполяции – уже по этой причине – также привносит в результат измерений дополнительные погрешности: как статистические, так и систематические.

Итак, рассмотрим упрощенную схему измерений, показанную на рис. 8.1. Будем считать мишень "тонкой", т. е. вероятностью ядерного рассеяния кратности выше 1 можно пренебречь по сравнению с другими источниками погрешностей. Количественно, это означает, что показатель экспоненты в формуле (8.12) мал (см. также задачи 58-54 в Части X). Будем предполагать, что пучок аксиально симметричен, его линейные размеры в поперечном сечении малы и угловая расходимость также невелика (то есть, поперечные размеры пучка в районе мишени и на выходе из экспериментальной установки почти не различаются). Наконец, примем на время, что частица считается "не рассеянной", если она зарегистрирована детектором i , перекрывающим некоторый телесный угол Ω_i .

В этих предположениях, (см. также задачу 58 Части X), число частиц, зарегистрированных детектором, перекрывающим телесный угол Ω после мишени, в отсутствии многократного кулоновского рассеяния можно записать как

$$\begin{aligned}
 N(x, \Omega) &= N(x, 0) + N(x, 0) \cdot x \cdot n_{centers} \cdot \int_0^{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega'} d\Omega' = \\
 &= M \cdot e^{-\sigma_{tot} \cdot x \cdot n_{centers}} \left[1 + \right. \\
 &\quad \left. + x \cdot n_{centers} \int_0^{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega'} d\Omega' \right] \tag{8.13}
 \end{aligned}$$

Если же телесный угол Ω в формуле (8.13) выбран столь малым, что даже многократное кулоновское (мольеровское) рассеяние может вывести из него проходящую через мишень частицу, то эта

формула примет иной вид:

$$N(x, \Omega) = M \cdot e^{-\sigma_{tot} \cdot x \cdot n_{centers}} \left[\int_0^\theta f(\theta') \sin \theta' d\theta' + \right. \\ \left. + x \cdot n_{centers} \int_0^\theta \int_0^{4\pi} f(\theta'') \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega'}(\theta' - \theta'') d\Omega' d\Omega'' \right]. \quad (8.14)$$

Здесь под $f(\theta)$ понимается плотность вероятности того, что частица, не испытавшая никакого ядерного рассеяния, окажется зарегистрированной при угле θ в интервале телесных углов $(\Omega, \Omega + d\Omega)$; далее будем называть ее "аппаратурной функцией". Она может включать в себя эффекты мольеровского рассеяния², аппаратурное угловое разрешение, эффекты конечных линейных и угловых параметров пучка. Под обозначениями θ'' и θ' понимается, что последовательное действие мольеровского рассеяния на угол θ'' и ядерного рассеяния на угол $\theta' - \theta''$ оставит частицу в телесном угле с раствором θ . Конечно, здесь всюду пока подразумевается, что поперечный размер пучка бесконечно мал и его расходимость также бесконечно мала. Можно модифицировать эту формулу так, чтобы включить и учет размеров реального пучка, но для понимания основных моментов реализации трансмиссионного метода эти детали несущественны (однако, при выполнении конкретного эксперимента о них нельзя забывать).

Формула (8.14) достаточно реалистична несмотря на то, что в ней не учтено присутствие фонового вещества. Она позволяет провести обсуждение вопросов о выборе величины захватываемых счетчиками угловых интервалов и проблемы экстраполяции.

Первое важное для практики следствие формулы (8.14): метод оправдан, если дифференциальное сечение зависит от угла много медленнее, чем аппаратурная функция $f(\theta)$, то есть, существует область углов $\theta > \theta_0$, где $d\sigma/d\Omega$ еще достаточно велико и меняется с изменением угла захвата (Ω на рис. 8.1), но первый интеграл в формуле (8.14) уже равен 1. В противном случае, чтобы измерить полное сечение рассеяния, необходимо знать также и поведение дифференциального сечения.

² То есть, многократного кулоновского рассеяния, теория которого была дана Мольер, см. университетские курсы о прохождении заряженных частиц через вещество, а также обзоры [62].

8.4 Характерные области углов рассеяния.

Проведенное обсуждение уже позволяет выделить *первую характерную область углов рассеяния*, совершенно непригодную для нахождения полного сечения ядерного рассеяния: это область очень малых углов, где отклонение частицы после прохождения слоя вещества от ее первоначального направления обусловлено рассеянием на электронах многих атомов этого вещества: т. н. многократным кулоновским рассеянием. Характерный пространственный угол многократного рассеяния, как известно, есть

$$\theta_{moliere} = \sqrt{2} \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \cdot z \cdot \sqrt{\frac{x}{X_0}} \cdot \left[1 + 0.038 \cdot \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right], \quad (8.15)$$

где p , β и z есть импульс (в МэВ/с), скорость и заряд частицы соответственно, x и X_0 – толщина слоя вещества и его радиационная длина. При углах рассеяния $\theta \geq (3 \div 4) \theta_{moliere}$ уже преобладает кратное и однократное кулоновское рассеяние частицы на ядрах атомов вещества. Дифференциальное сечение кулоновского рассеяния спадает с дальнейшим ростом угла много быстрее, чем дифференциальное сечение ядерного рассеяния (по крайней мере в рассеянии заряженных частиц протонами и легкими ядрами), а именно – пропорционально $|t|^{-2}$, и при типичных (например, в рассеянии пионов протонами) значениях $t \sim 10^{-3} \text{ ГэВ}^2 c^{-2}$ становится сравнимым с последним. Эта область называется *областью кулон-ядерной интерференции*. При дальнейшем увеличении угла рассеяние происходит практически целиком за счет сильного взаимодействия. Поэтому минимальная величина телесного угла Ω (в схеме рис. 8.1 он определяется размером самого малого детектора) должна выбираться так, чтобы области кулон-ядерной интерференции и многократного кулоновского рассеяния были внутри этого телесного угла.

Однако, на величину телесного угла Ω существует и ограничение сверху. Это связано с тем, что при достаточно большой передаче $|t|$ в рассеянии начинают "чувствоваться" детали внутренней структуры рассеивающего объекта (ядра или частицы), поскольку пространственное разрешение в поперечном направлении обратно пропорционально переданному поперечному импульсу. Из-за этого меняются механизмы рассеяния, характер угловой зависимости диф-

дифференциального сечения рассеяния, и, соответственно, усложняется зависимость "парциальных интегральных сечений" (второй член в квадратных скобках в выражении (8.13)). Это особенно хорошо видно на примере упругого рассеяния частиц и легких ядер на ядрах (рис. 8.4). Поэтому для корректной экстраполяции к "нулевому" углу рассеяния надо иметь больше измерений парциальных интегральных сечений (т. е. перейти, фактически, уже к измерениям дифференциальных сечений рассеяния), а это уже другая задача, для которой трансмиссионная схема рис. 8.1 непригодна.

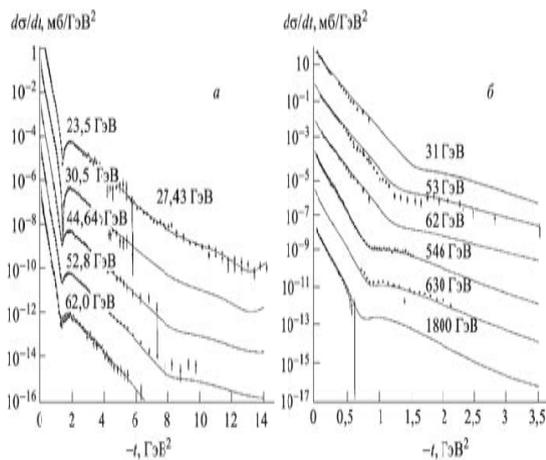


Рис. 8.2. Дифракционное упругое рассеяние протонов (слева) и антипротонов (справа), [79].

Итак, планируя трансмиссионные измерения полных сечений следует выбирать интервал углов **вне** области кулон-ядерной интерференции с одной стороны, но оставаться **в пределах т. н. "дифракционного конуса"** с другой (рис. 8.2-8.4).

Область дифракционного конуса отвечает углам рассеяния (или передачам $|t|$) от самых малых (начиная с тех, где кулоновские эффекты уже несущественны) до области первого дифракционного минимума в дифференциальных сечениях.

Теперь, понимая, что такое поперечное сечение рассеяния и как оно измеряется, можно перейти к рассмотрению его связи с матричным элементом той или иной реакции.

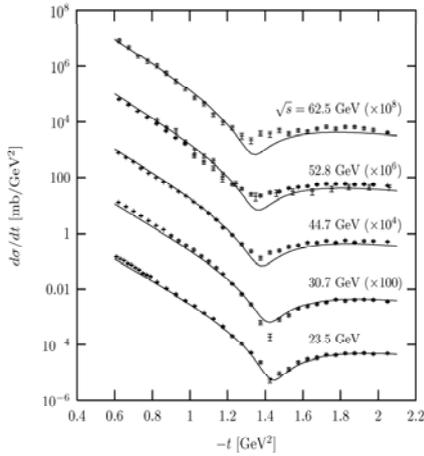


Рис. 8.3. Дифракционное упругое рассеяние протонов еще раз (из работы [80]).

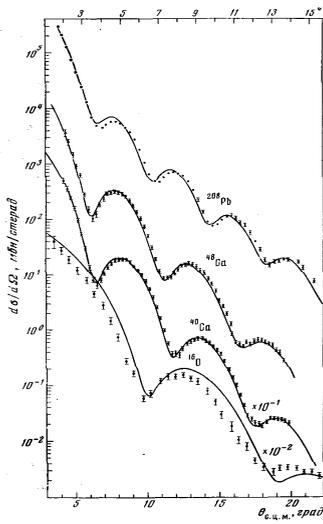


Рис. 2. Дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов на ядрах ^{208}Pb ($E_p=1 \text{ ГэВ}$), ^{84}Pb и ^{40}Ca ($E_p=1.04 \text{ ГэВ}$) и ^{16}O ($E_p=1.04 \text{ ГэВ}$). Экспериментальные данные (точки) взяты из работ [*, **, **]. Кривые — теории. Верхняя шкала углов — для ^{208}Pb , нижняя — для остальных ядер

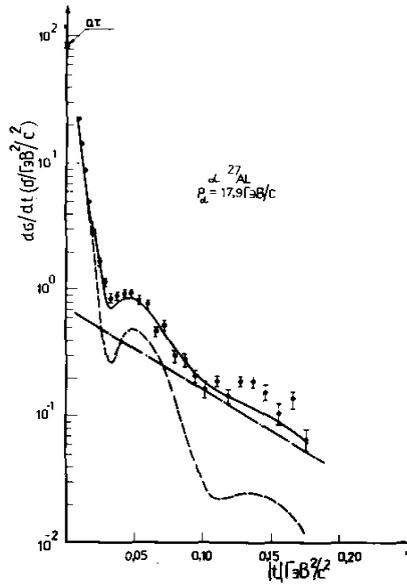


Рис. 8.4. Слева: дифференциальные сечения упругого дифракционного рассеяния протонов с $T_{kin} \sim 1 \text{ ГэВ}$ на ядрах от кислорода до свинца, данные ПИЯФ [81]. Справа: дифференциальные сечения упругого дифракционного рассеяния релятивистских ядер гелия-4 на ядрах алюминия; данные ОИЯИ [82].