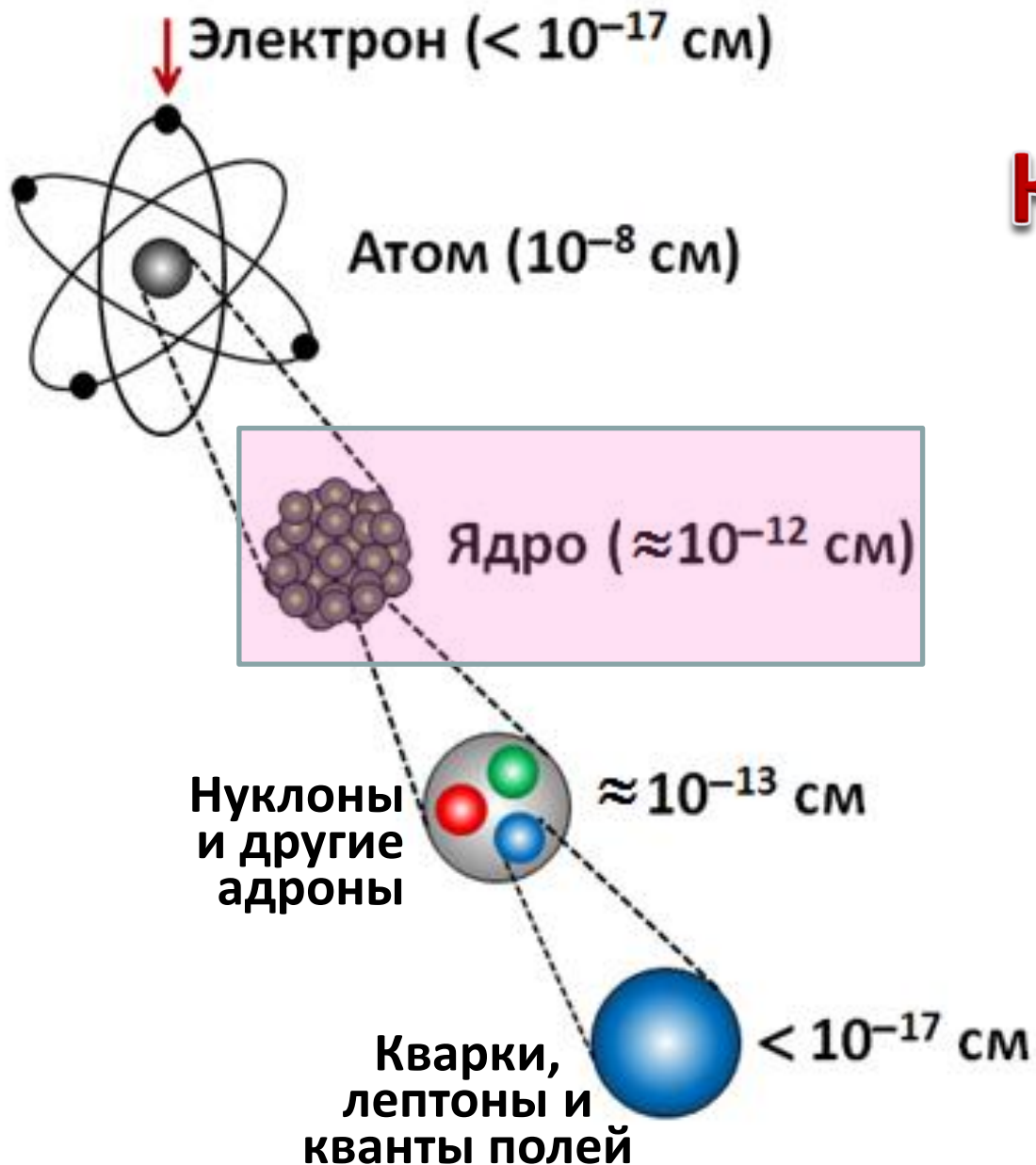


Физика атомного ядра

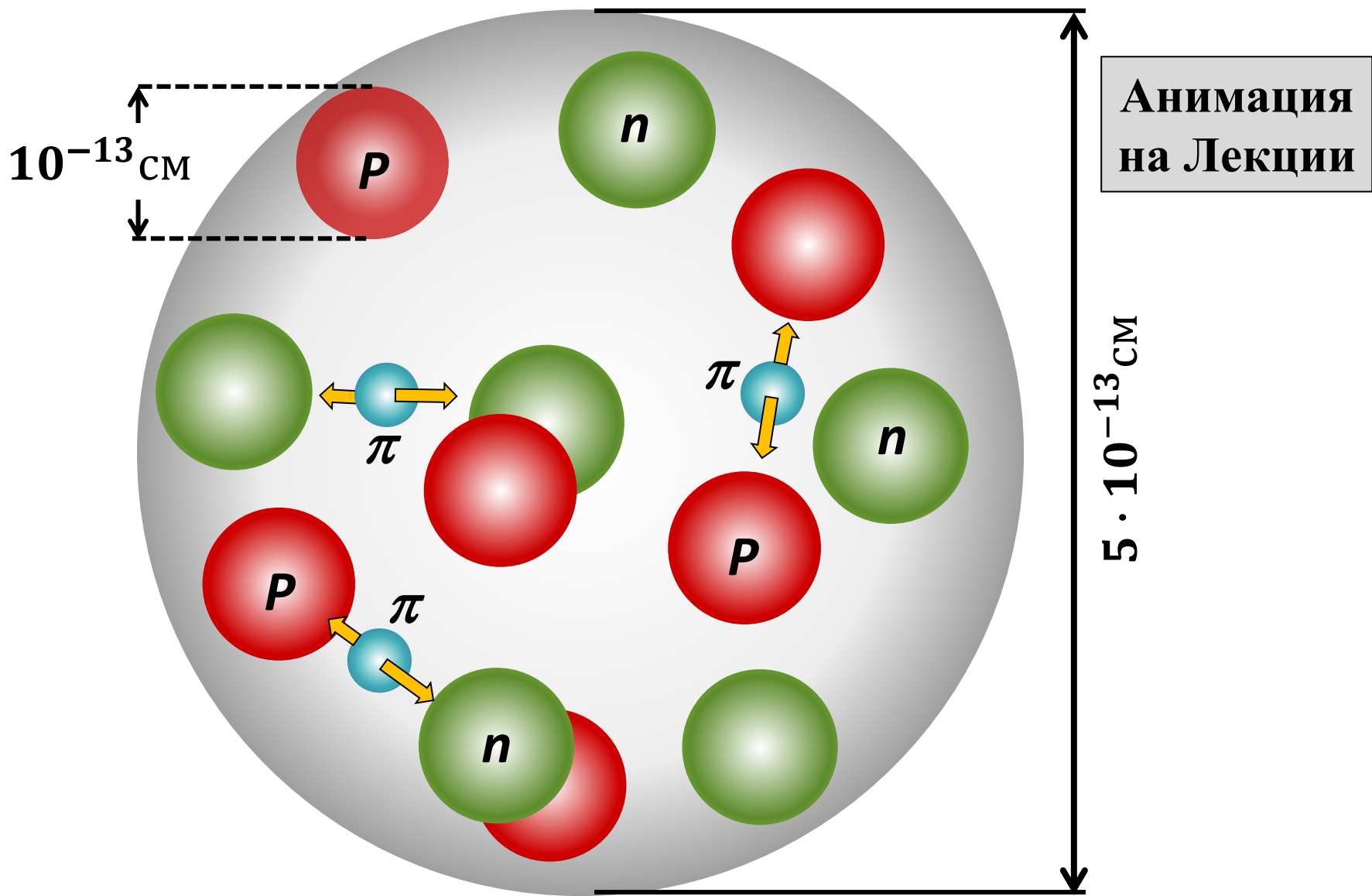




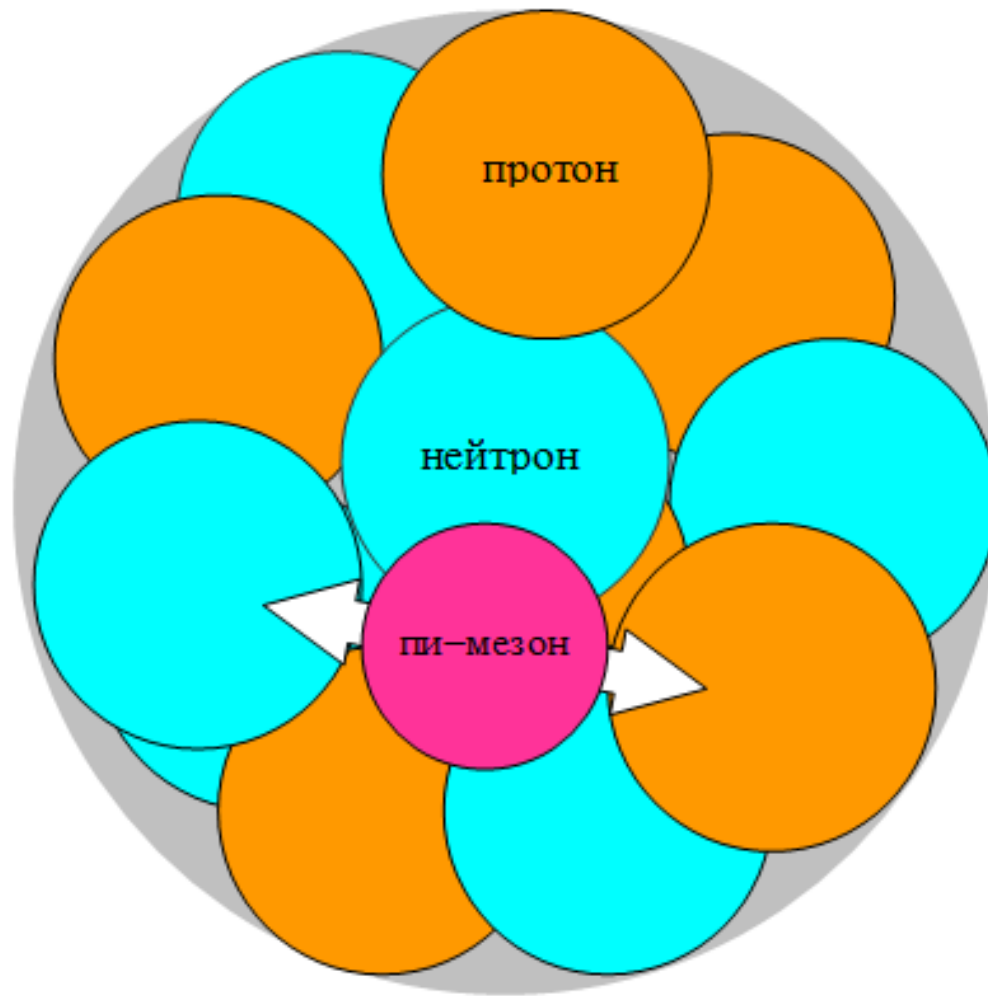
Квантовая лестница

Темы лекции

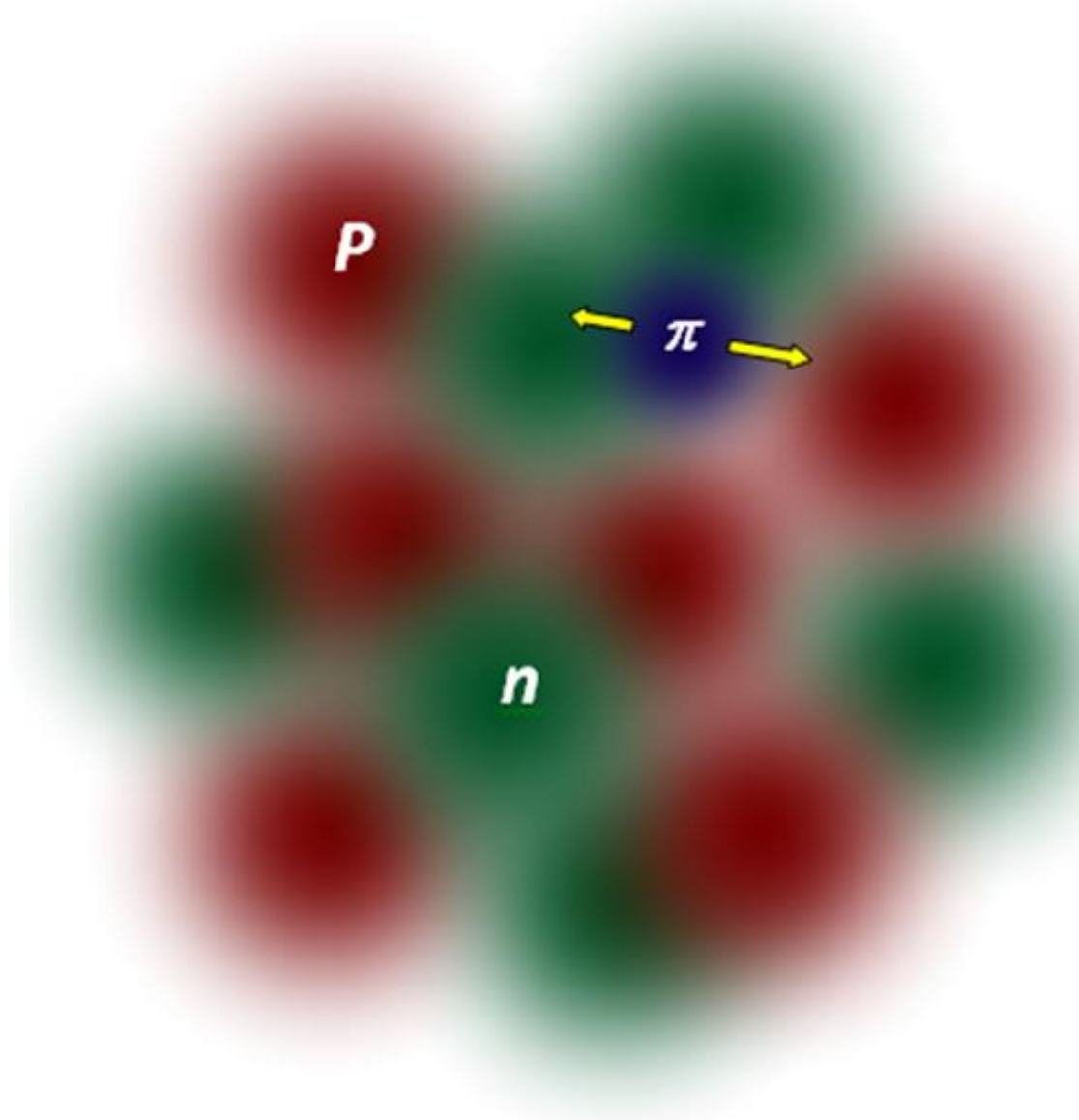
1. Строение ядра. Кварки в ядре.
2. Нуклон-нуклонное взаимодействие.
Распределение заряда и вещества в ядре.
3. Атомное ядро как нерелятивистская квантовая система.
4. Масса и энергия связи ядра.
5. Диаграмма ядерных уровней.
6. Ядерный парк. NZ -диаграмма ядер.
7. Синтезированные сверхтяжёлые ядра.
8. Энергия отделения нуклона. Удельная энергия связи ядра.
9. Источники ядерной энергии.
10. Основные свойства ядерного взаимодействия.
11. Ядро как капля заряженной жидкости.
Формула Вайцзеккера.



Ядро ^{12}C . Как его представляли в 1950-1960 гг.



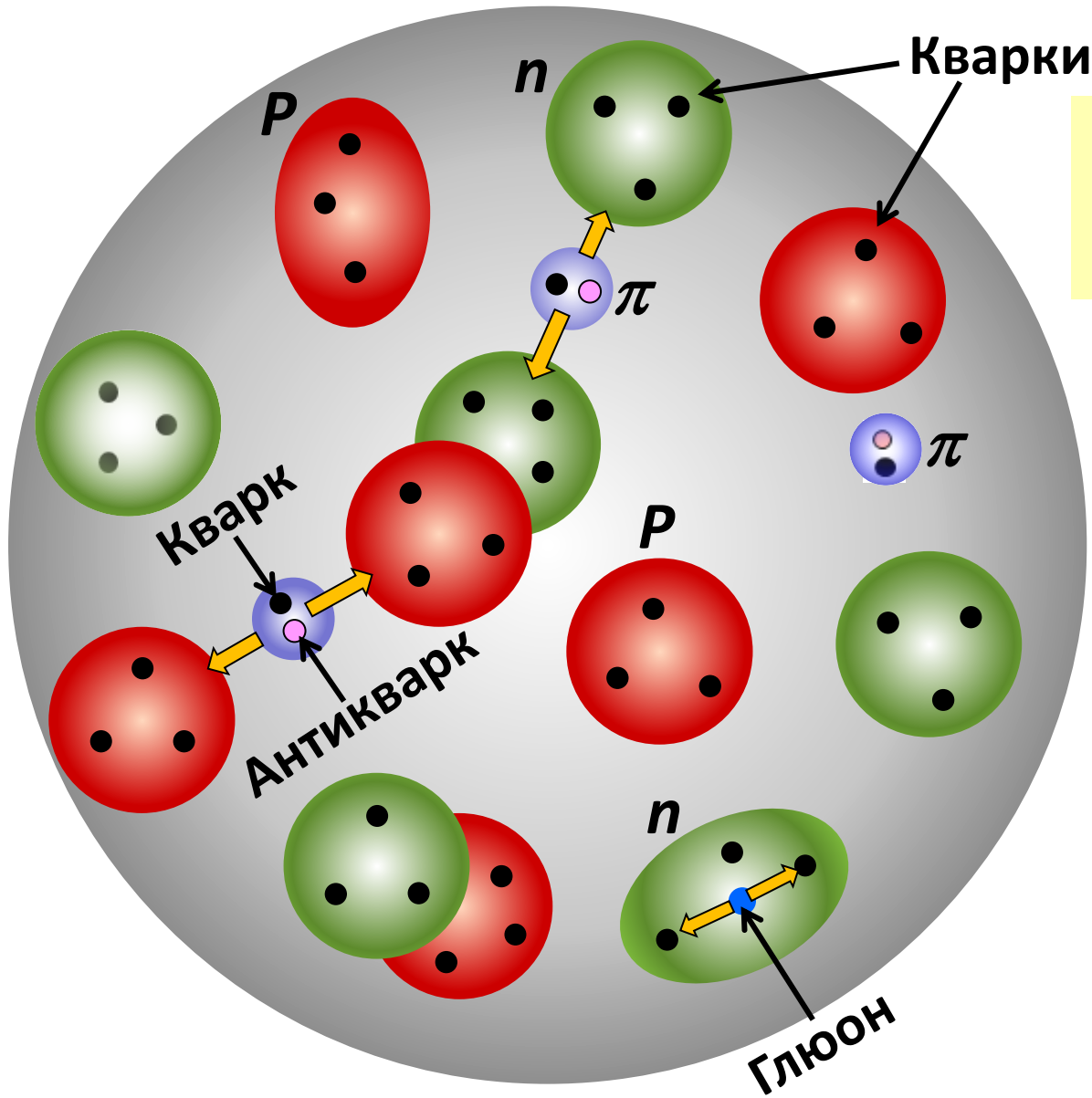
Ядро ^{12}C
Соблюдены относительные размеры частиц



Нуклоны
двигаются в ядре
хаотически
со средней скоростью
 $\approx 0,2 \text{ c}$

Ядро ^{12}C

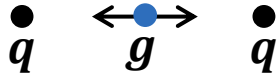
Соблюдены
относительные
размеры частиц и
условно показана
их размазанность



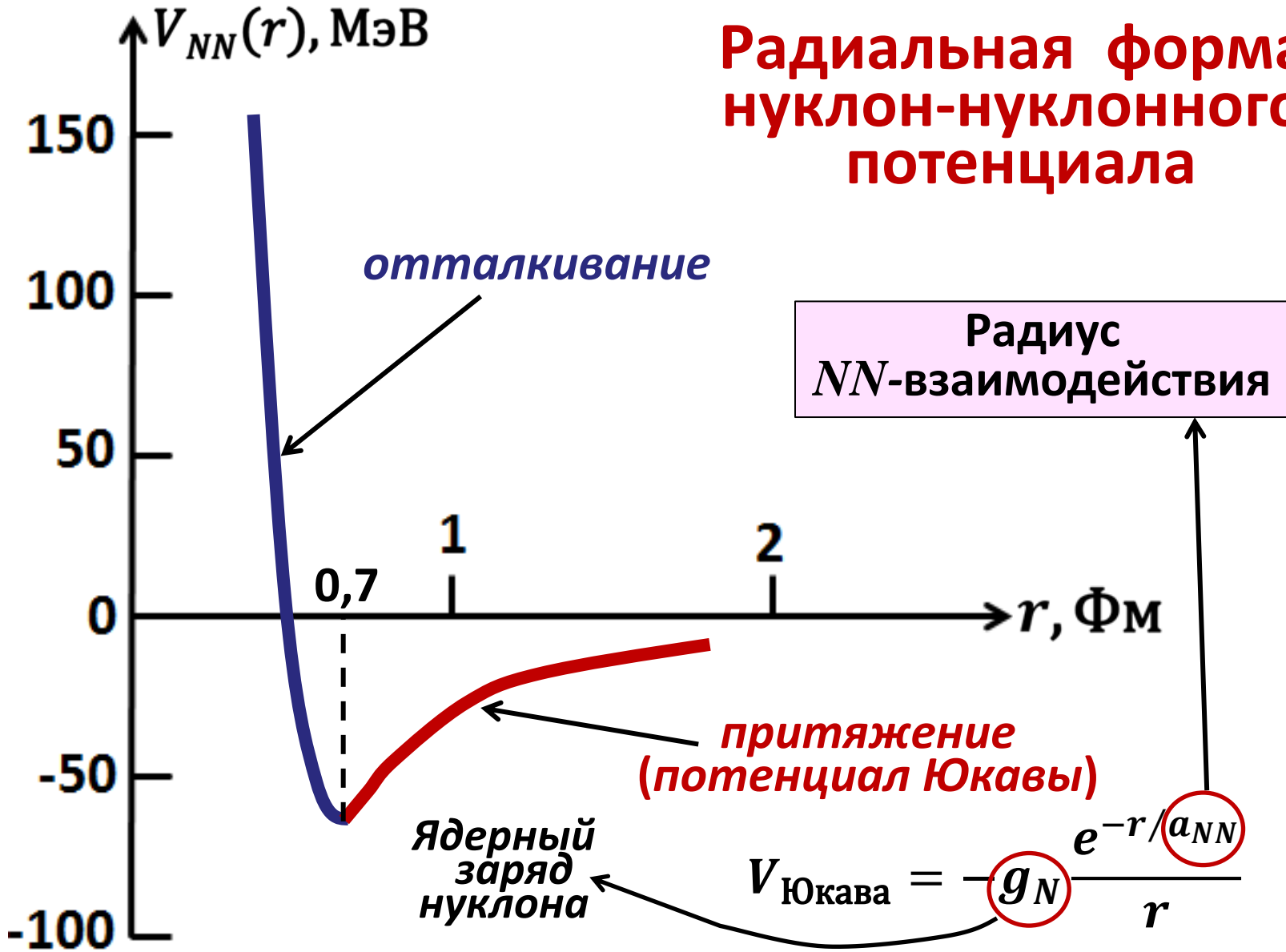
Ядро ^{12}C
Современное
представление

Анимация
на Лекции

Взаимодействие
кварков
обменом глюоном



Радиальная форма нуклон-нуклонного потенциала



Квант ядерного поля. Теория Юкавы

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$



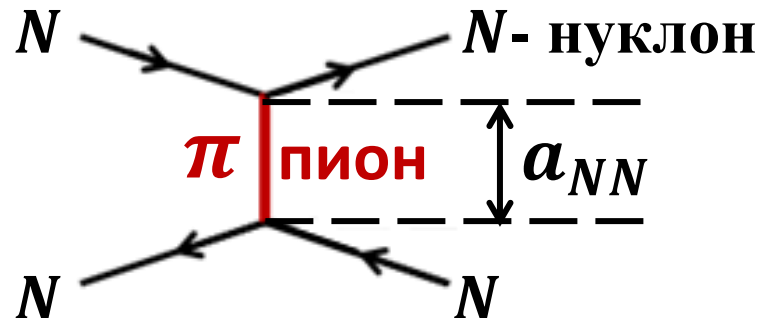
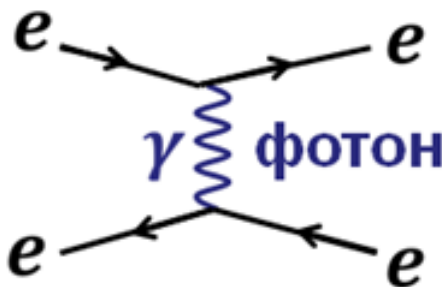
$$m_\pi c^2 \cdot \frac{a_{NN}}{c} \approx \hbar$$



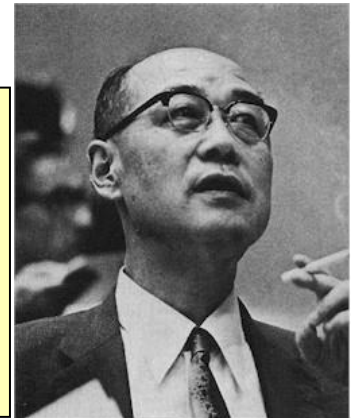
$$a_{NN} \approx \frac{\hbar c}{m_\pi c^2} \approx 1,5 \text{ ФМ}$$

Откуда $m_\pi c^2 \approx 130 \text{ МэВ}$

Электрон

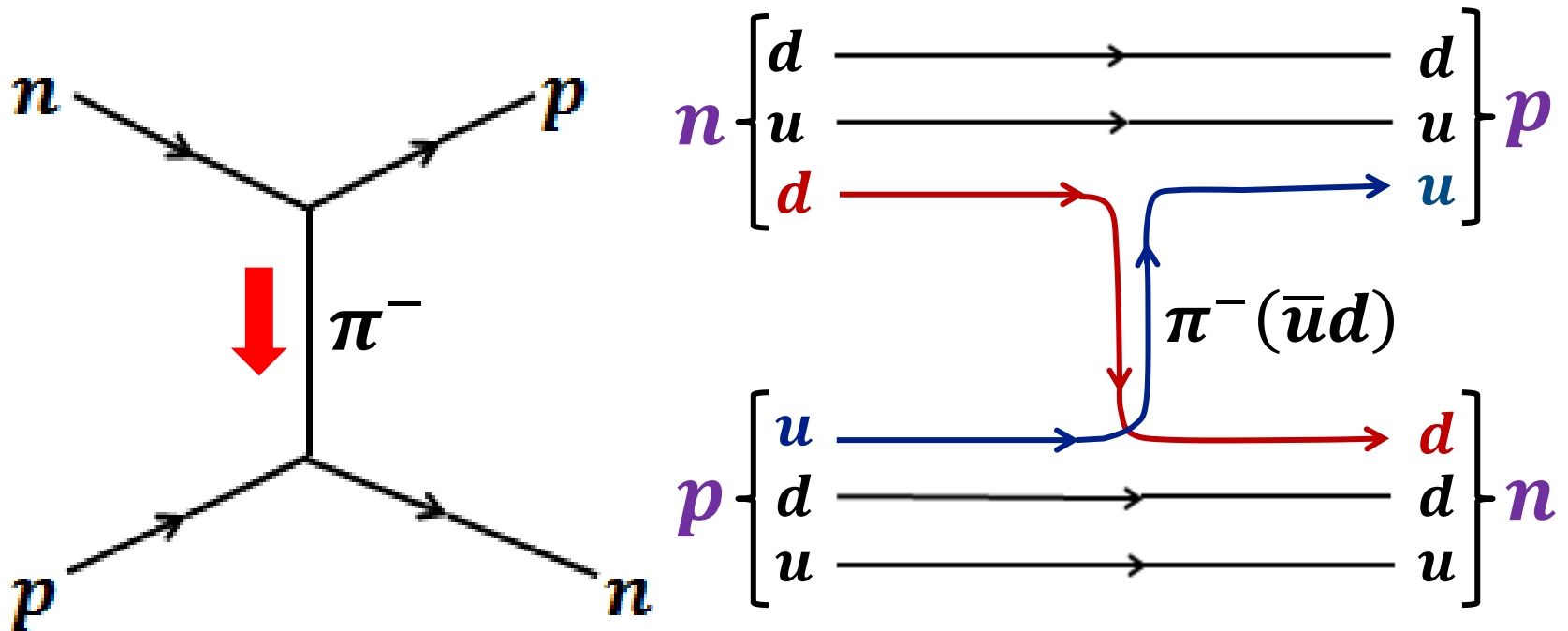


1935 г.
Гипотеза Юкавы
о кванте
ядерного поля
Nobel Prize 1949 г.

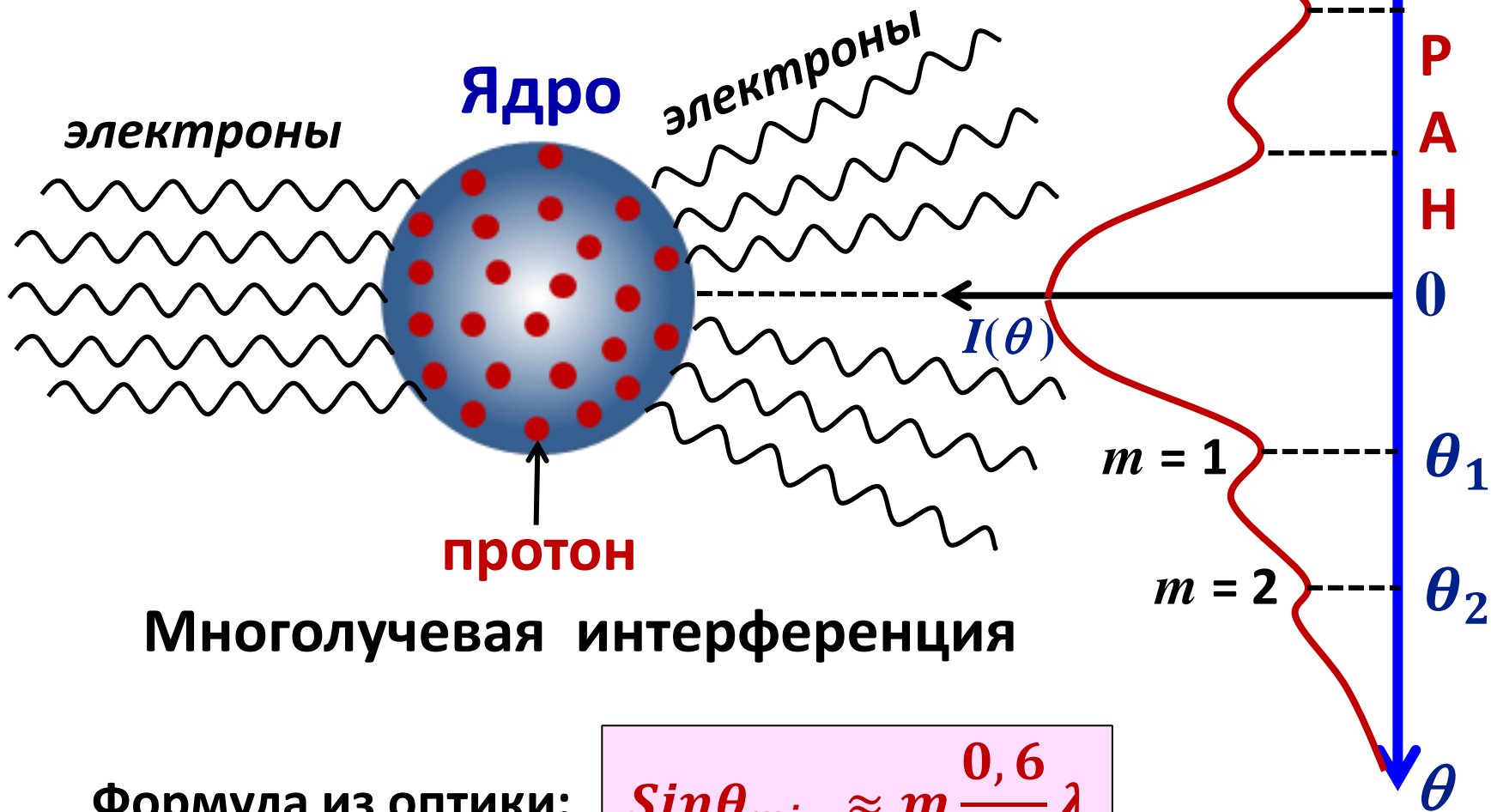


Основная идея:
нуклон-нуклонное (NN)
взаимодействие
осуществляется, как и
электромагнитное, обменом
соответствующей частицей
— квантом поля

Ядерное (межнуклонное) взаимодействие как остаток сильного



Рассеяние электронов на ядре как на системе протонов

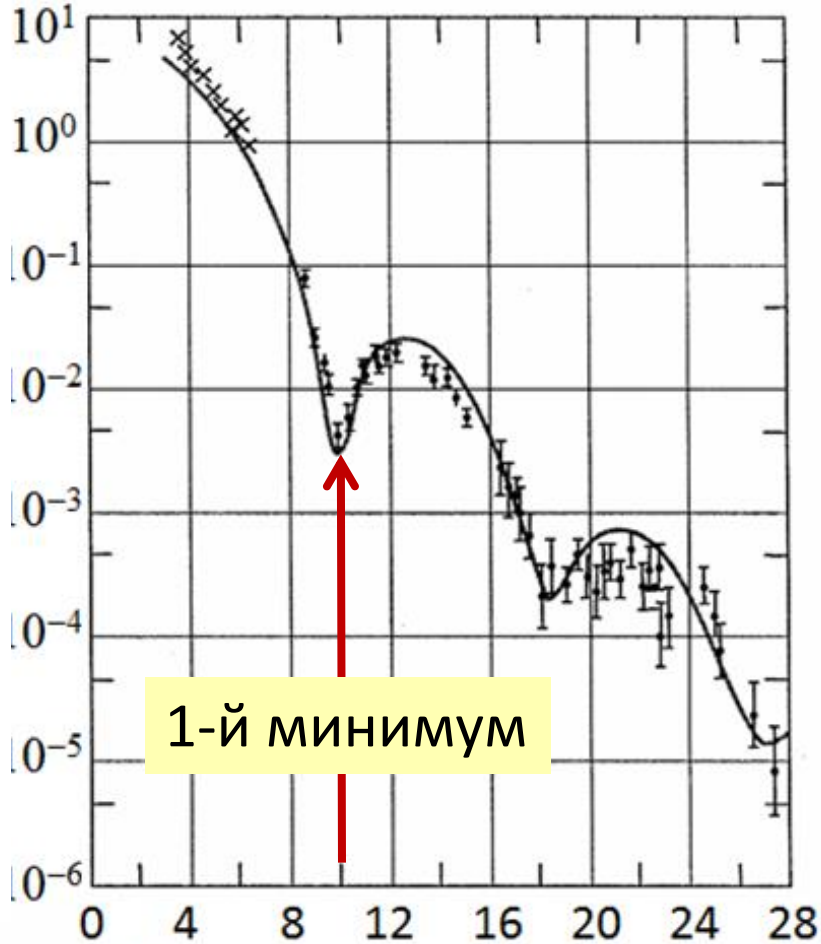


Многолучевая интерференция

Формула из оптики:

$$\sin \theta_{\min} \approx m \frac{0,6}{R} \lambda$$

$I(\theta)$



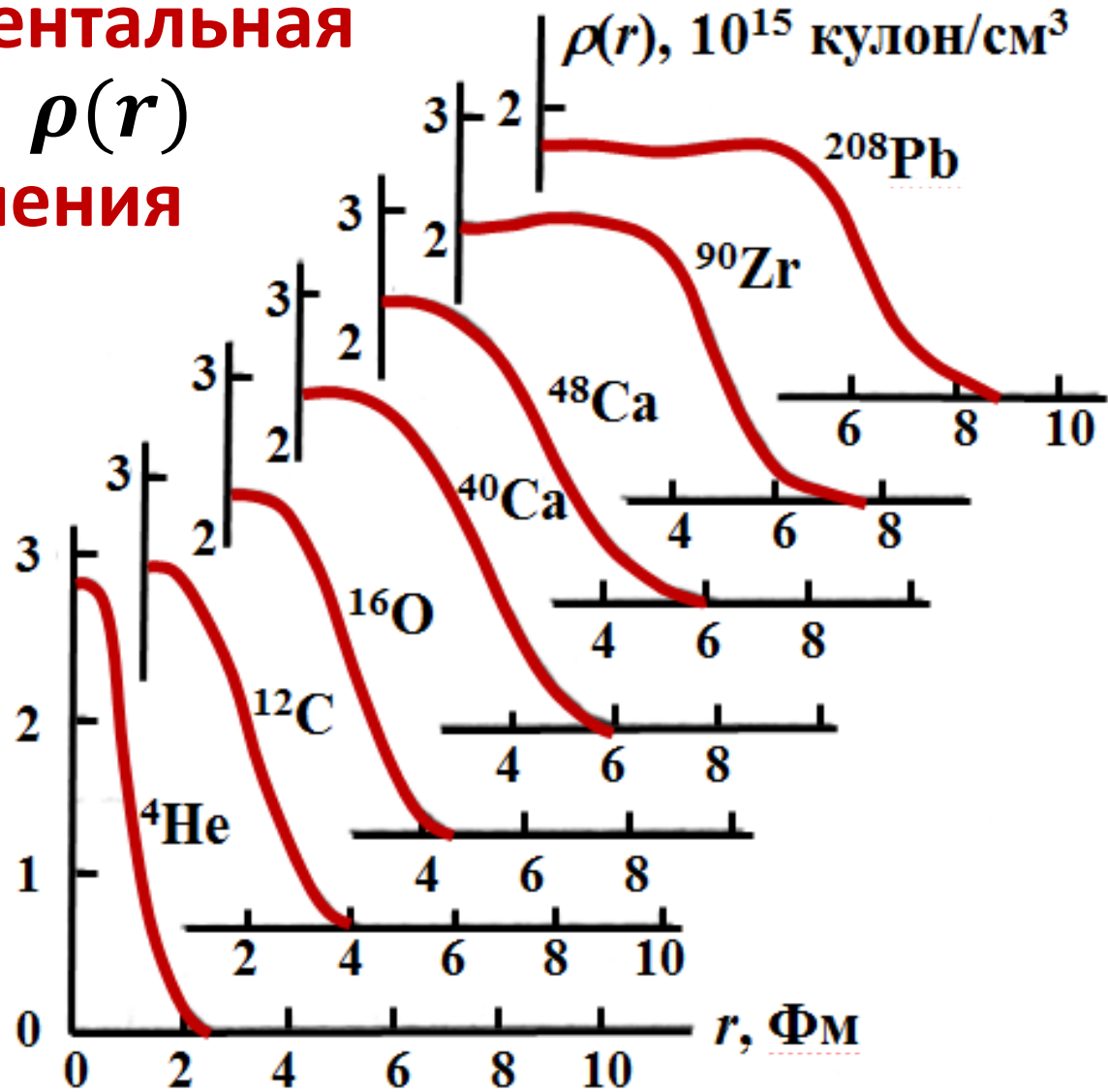
Рассеяние протонов
с энергией **1 ГэВ**
на ядре кислорода.
Длина волны протона
0,73 Фм.

1-й минимум
при $\theta = 10^\circ$,
откуда радиус
ядра кислорода

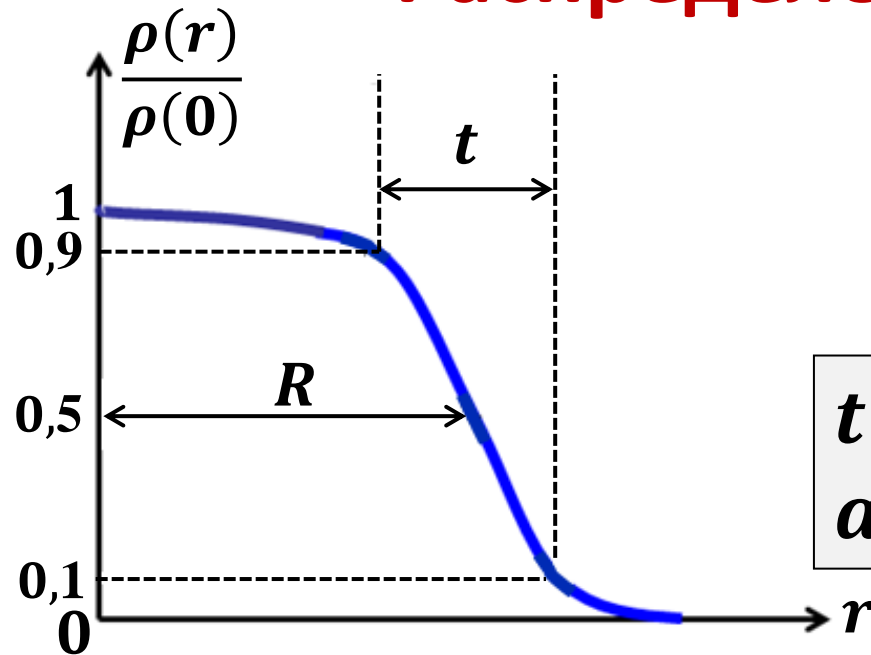
$$R = \frac{0,6 \cdot 0,73 \text{ Фм}}{\text{Sin}10^\circ} = 2,5 \text{ Фм}$$

θ

Экспериментальная
плотность $\rho(r)$
распределения
заряда
в ядре



Распределение Ферми:



$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$t = (4 \cdot \ln 3)a \approx 2,4 \Phi_M,$$
$$a \approx 0,55 \Phi_M.$$

Эмпирические соотношения:

$R \approx 1,1 \cdot A^{1/3} \Phi_M$, Распределение Ферми

$R = 1,2 \cdot A^{1/3} \Phi_M$ Ядро как однородная сфера

Обозначение ядра: ${}^A_Z\text{S} \rightarrow {}^{27}_{13}\text{Al}$

Z – число протонов

N – число нейтронов

$A = Z + N$ – массовое число или число нуклонов

В качестве международной единицы массы используется

атомная единица массы:

($1u = 1a.e.m.$), равная **$1/12$** массы атома ${}^{12}\text{C}$

$$1u = 1a.e.m. \approx 931,494 \frac{\text{МэВ}}{c^2} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Атомное ядро как нерелятивистская квантовая система

Атомное ядро –
система с фиксированной полной энергией.
Состояния таких систем
называются стационарными.

Для них имеет место
стационарное уравнение Шредингера:

$$\hat{H}\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = E\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$$

\hat{H} – гамильтониан (оператор полной энергии системы частиц), E – полная энергия системы, $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$ – волновая функция системы. Волновая функция системы и её энергия полностью определяются видом гамильтониана.

Гамильтониан (оператор энергии) атомного ядра:

$$\hat{H}_{\text{ядро}} = \underbrace{\sum_{\alpha=1}^A \hat{T}_{\alpha}}_{\text{Оператор кинетической энергии нуклонов}} + \underbrace{\sum_{i=1}^Z \sum_{i < k}^Z \frac{Ze^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|}}_{\text{Потенциал кулоновского отталкивания протонов}} + \underbrace{\sum_{\alpha}^A \sum_{\alpha < \beta}^A V(|\vec{r}_{\alpha} - \vec{r}_{\beta}|)}_{\text{Потенциал ядерного взаимодействия нуклонов}}$$

$$\hat{T}_{\alpha} = (\hat{\vec{p}}_{\alpha})^2 / 2m_N$$

Уравнение Шредингера для ядра:

$$\hat{H}\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = E\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$$

Энергия ядра

Гамильтониан

Волновая функция ядра

Масса и энергия связи ядра

Энергия связи ядра $W(A, Z)$ это минимальная энергия, необходимая для деления ядра на составляющие его нуклоны (протоны и нейтроны):

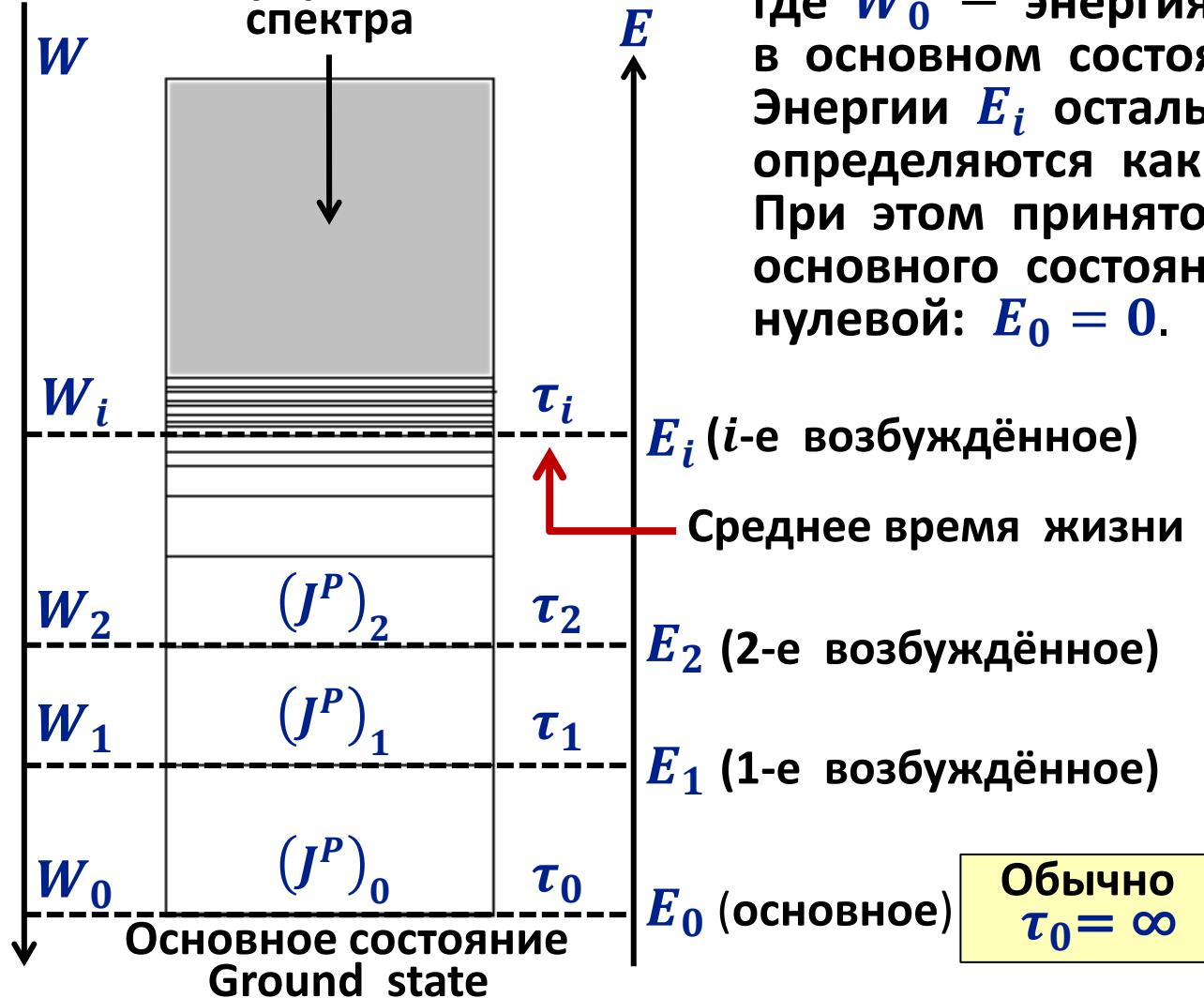
$$W(A, Z) = (Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2) - M(A, Z) c^2,$$

где $M(A, Z)$ – масса ядра.

Диаграмма ядерных уровней:

Энергия связи

Область непрерывного спектра

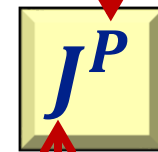


Энергия основного состояния ядра:

$$E_0 \rightarrow Mc^2 = (Zm_p + Nm_n)c^2 - W_0,$$

где W_0 — энергия связи ядра в основном состоянии.
 Энергии E_i остальных состояний определяются как $E_i = W_0 - W_i$.
 При этом принято энергию основного состояния полагать нулевой: $E_0 = 0$.

Чётность состояния

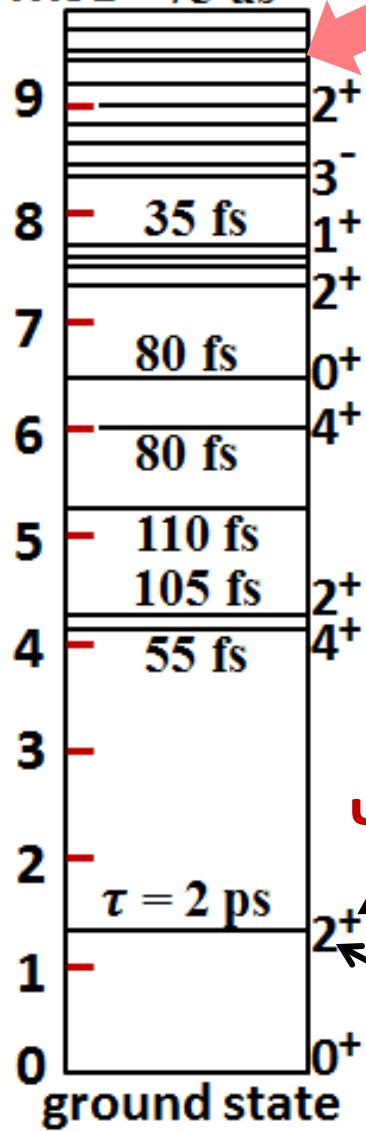


Спин (момент количества движения) состояния

10 МэВ 75 as

Уровни ядра $^{24}_{12}\text{Mg}$

Энергия возбуждения ядра



τ – время жизни
 1 ps = 10^{-12} сек,
 1 fs = 10^{-15} сек,
 1 as = 10^{-18} сек.

Чётность P
 Спин J

Спин ядра:

$$\vec{J} = \sum_{\alpha=1}^A (\vec{l}_{\alpha} + \vec{s}_{\alpha})$$



Ядро неподвижно!

Спин атомного ядра

Спин ядра $\vec{J}_{\text{ядра}}$ это полный момент количества движения покоящегося ядра.

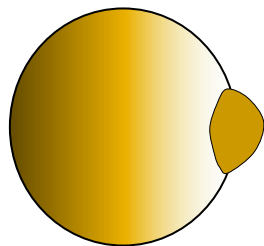
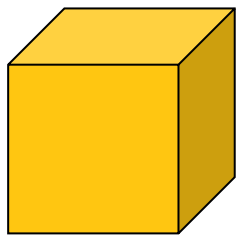
Он является результатом векторного сложения спинов \vec{s}_{α} нуклонов ядра и их орбитальных (угловых) моментов \vec{l}_{α} внутри ядра:

$$\vec{J}_{\text{ядра}} = \sum_{\alpha=1}^A (\vec{l}_{\alpha} + \vec{s}_{\alpha})$$

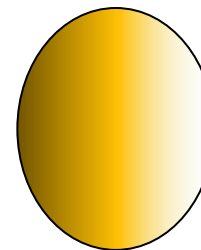
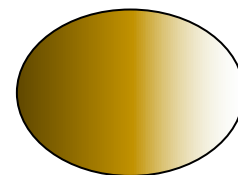
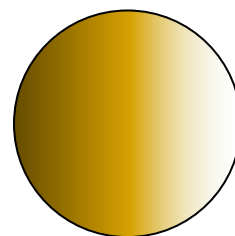
То, что атомные ядра характеризуются определённой чётностью, означает, что они имеют центр симметрии.

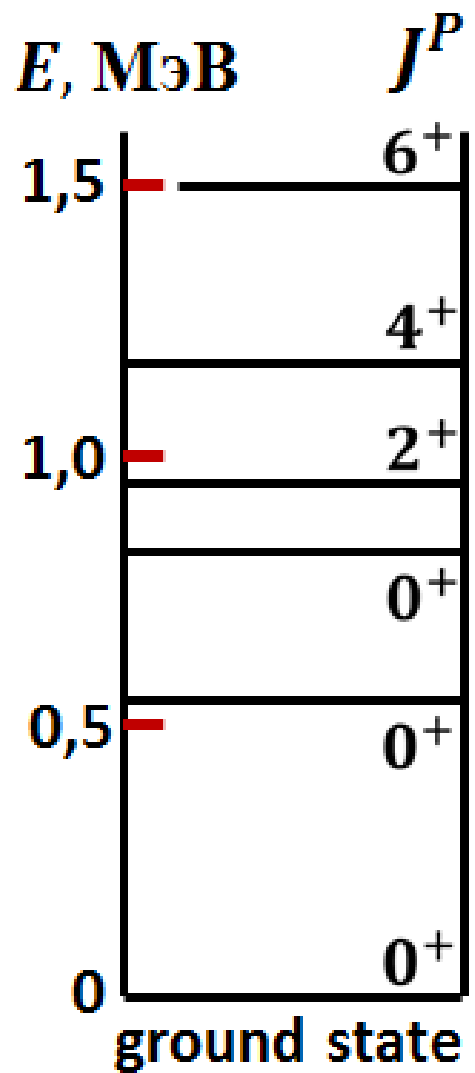
Это позволяет понять форму, которую может иметь атомное ядро. При этом нужно учесть также несжимаемость и поверхностное натяжение, присущие ядру как капле ядерной жидкости. Поверхностное натяжение минимизирует площадь ядерной поверхности при сохранении объёма, оставляя возможными либо сферические ядра, либо не очень сильно от них отличающиеся – аксиально симметричные, слегка вытянутые или сплюснутые (эллипсоидальные).

Такие ядра невозможны

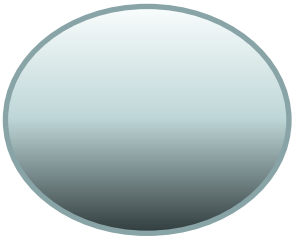
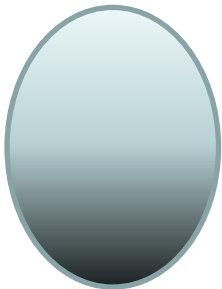


Такие ядра возможны





Пример:
 Форма ядра $^{186}_{82}\text{Pb}$



В соответствии с зарядовой независимостью ядерных сил нейтрон и протон можно рассматривать как два зарядовых состояния нуклона. Этой (зарядовой) симметрии отвечает квантовое число **ИЗОСПИН**, которым наделена любая сильно взаимодействующая частица (кварк или адрон). Так протон и нейтрон, из которых состоит ядро, наделены изоспином $I = 1/2$, причём протону (по договоренности) отвечает проекция изоспина $I_3 = +1/2$, а нейтрону – проекция $I_3 = -1/2$. Так как ядро состоит из протонов и нейтронов, то изоспином наделено и ядро в целом в любом энергетическом состоянии.

Ядерный парк

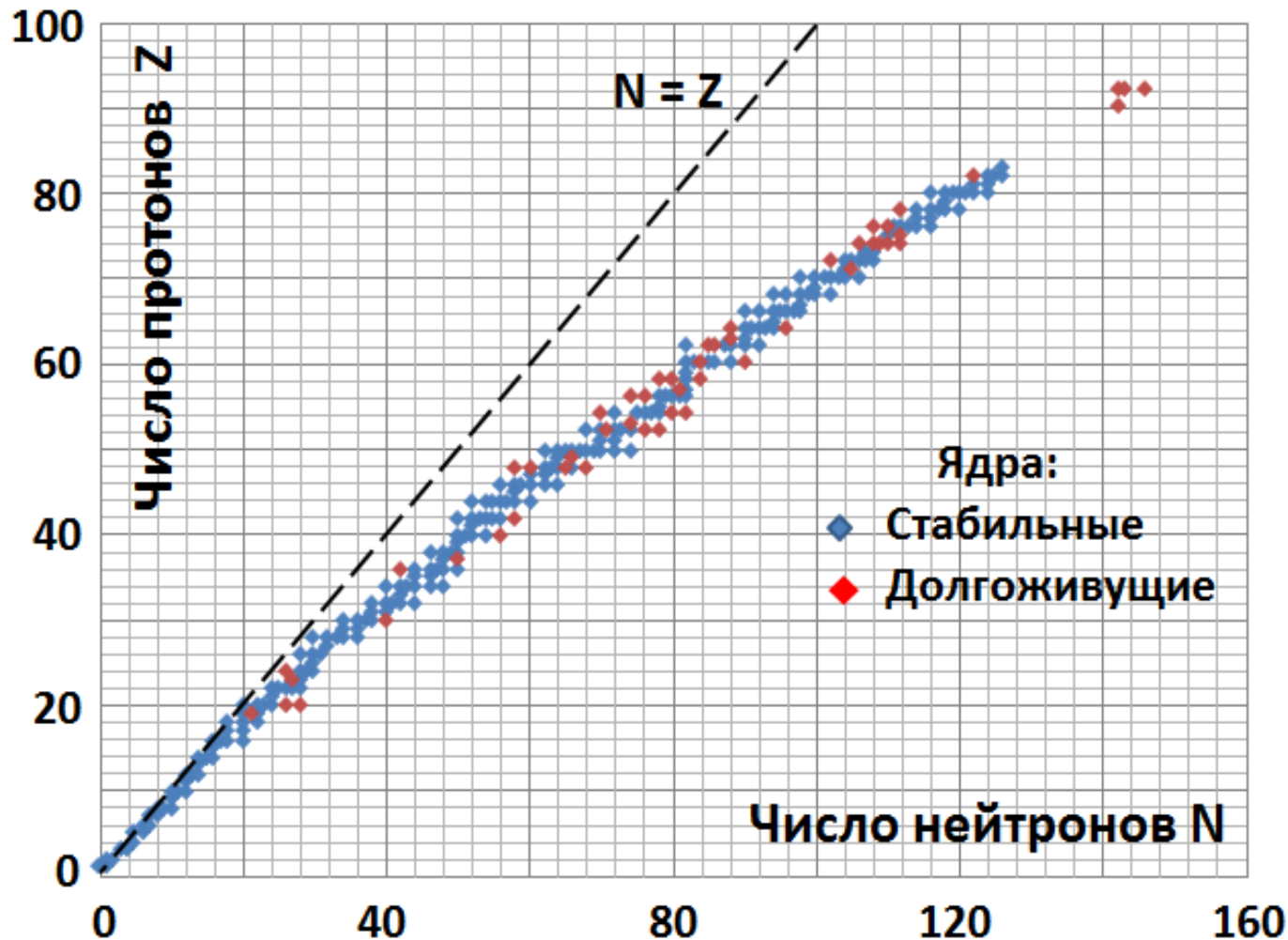
Нуклид это ядро с определенным числом протонов (Z) и нейтронов (N)

В природе существует и искусственно получено большое число нуклидов – ядер с различными Z и $A = Z + N$. Диапазон изменений Z и A для известных ядер соответственно $1\div 118$ и $1\div 295$. Всего известно около **4500** нуклидов, т.е. ядерный мир значительно богаче мира химических элементов (атомов).

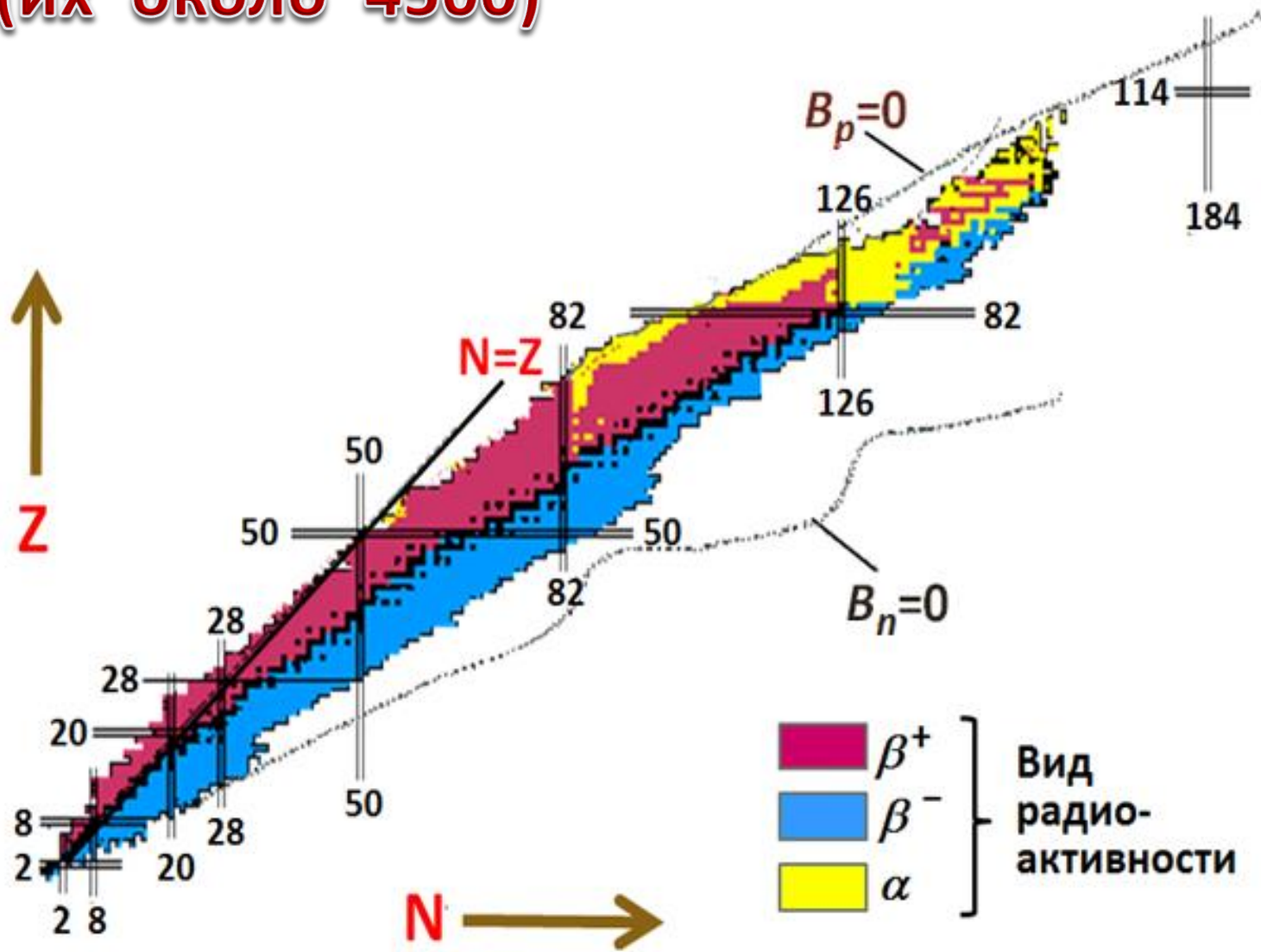
Все известные ядра можно разделить на 2 группы:

1. **Стабильные** (их **262**).
2. **Радиоактивные** (их более **4000**).

Нейтрон-Протонная (NZ) диаграмма
стабильных и долгоживущих
(с периодом полураспада $t_{1/2} > 5 \cdot 10^8$ лет) ядер.
Их **287** и все они присутствуют в природе.



NZ-диаграмма всех известных ядер (их около 4500)



Синтезированные сверхтяжёлые элементы

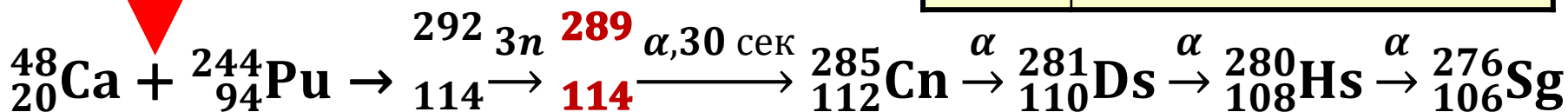
Открыты элементы
с Z вплоть до **118**.

Все химические элементы
тяжелее урана ($Z = 92$) открыты
физиками-ядерщиками.

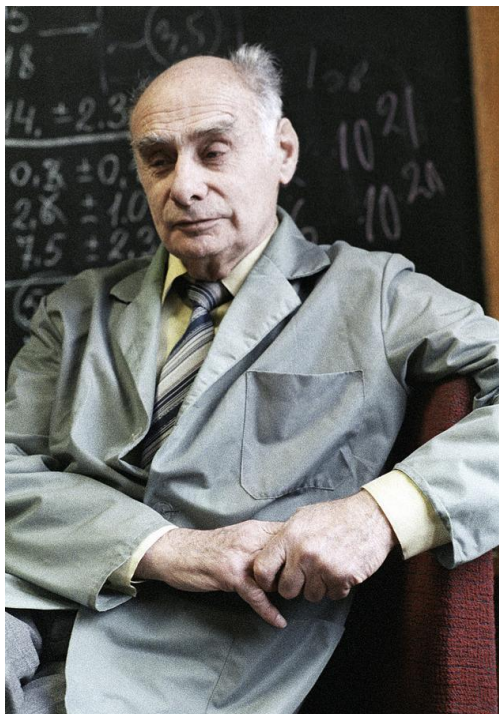
Благодаря их исследованиям
границы периодической
системы элементов
расширены почти на **30%**.

Названия элементов
с $Z = 101, 105, 114, 115, 118$
связаны с нашей страной

Открытие **114**-го элемента в
г. Дубне (ОИЯИ, Россия),
декабрь 1998 г.



| Z | Название |
|-----|--------------------|
| 100 | Fermium (Fm) |
| 101 | Mendelevium (Md) |
| 102 | Nobelium (No) |
| 103 | Lawrencium (Lr) |
| 104 | Rutherfordium (Rf) |
| 105 | Dubnium (Db) |
| 106 | Seaborgium (Sg) |
| 107 | Bohrium (Bh) |
| 108 | Hassium (Hs) |
| 109 | Meitnerium (Mt) |
| 110 | Darmstadtium (Ds) |
| 111 | Roentgenium (Rg) |
| 112 | Copernicium (Cn) |
| 113 | Nihonium (Nh) |
| 114 | Flerovium (Fl) |
| 115 | Moscovium (Mc) |
| 116 | Livermorium (Lv) |
| 117 | Tennessine (Ts) |
| 118 | Oganesson (Og) |



**Георгий
Николаевич
Флёров
(1913-1990)**

Z=114
Flerovium,
Флеровий



Z=118
Oganesson,
Оганесон

**Объединённый
Институт
Ядерных
Исследований,
Дубна
(СССР-Россия)**

**Юрий
Цалакович
Оганесян
(род. 1933)**



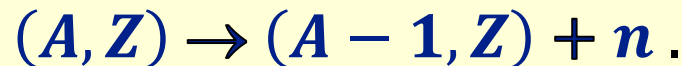
Энергия отделения нуклона

Энергия отделения нуклона B_N (B_n или B_p)

– это минимальная энергия, необходимая для вырывания нуклона из ядра. Это энергия наиболее слабо связанного нуклона (сидящего наиболее высоко в ядерной потенциальной яме).

Найдём энергию отделения нейтрона B_n .

Отделению нейтрона отвечает процесс



Энергия, необходимая для такого процесса, определяется разностью масс системы (в энергетических единицах) после и до процесса, т. е. энергия отделения нейтрона

$$B_n = M(A - 1, Z)c^2 + m_n c^2 - M(A, Z)c^2 =$$

(переходя от масс к энергиям связи W)

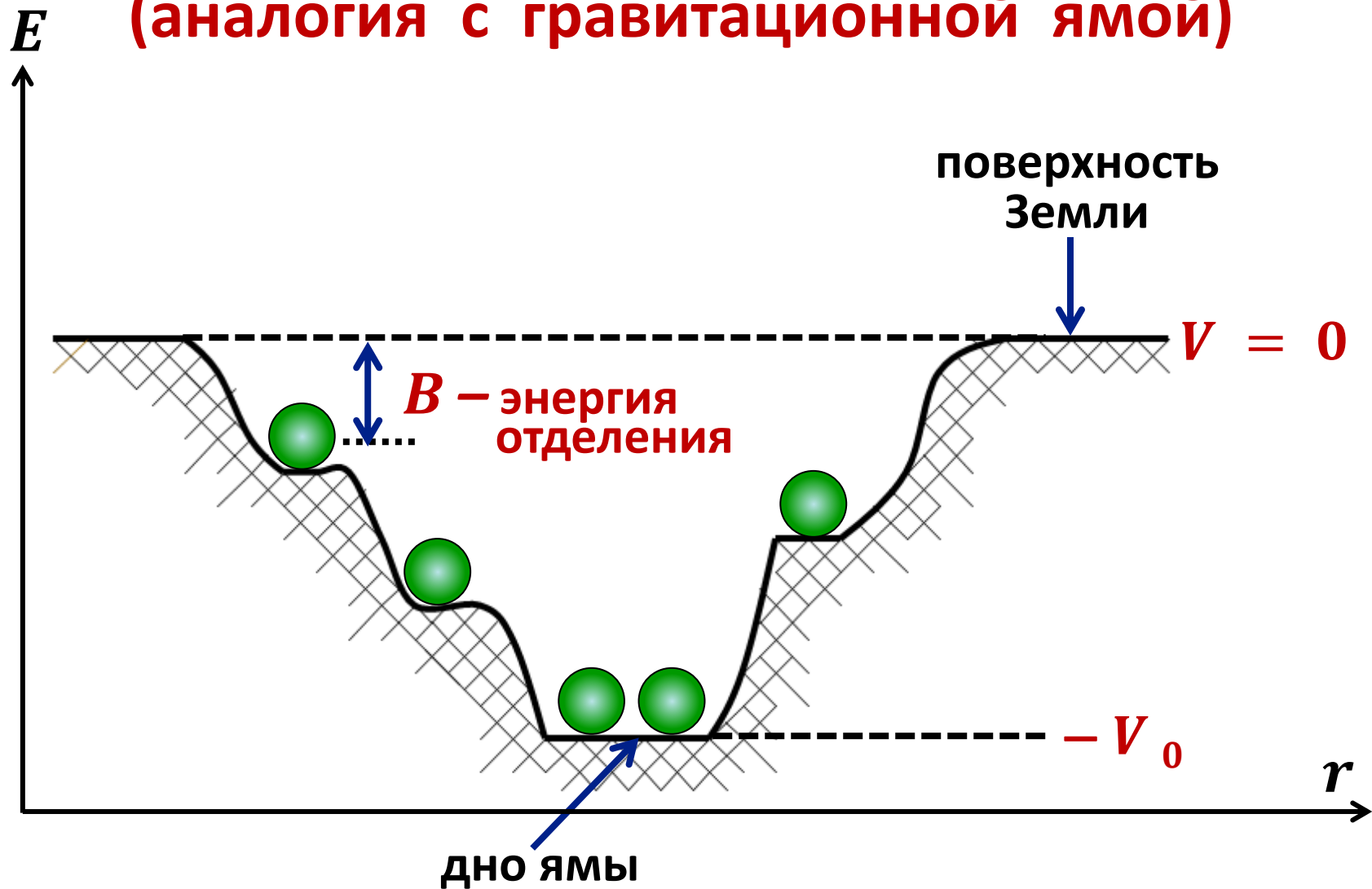
$$= W(A, Z) - W(A - 1, Z) - \cancel{W(1, 0)} =$$

$$= W(A, Z) - W(A - 1, Z). \quad 0$$

Аналогично, энергия отделения протона

$$B_p = W(A, Z) - W(A - 1, Z - 1).$$

Ядерная потенциальная яма (аналогия с гравитационной ямой)



Удельная энергия связи. Источники ядерной энергии

$W(A,Z)$ тем больше, чем больше A . Удобно иметь дело с так называемой **удельной энергией связи ε** (средней энергией связи на один нуклон): $\varepsilon = W(A,Z)/A$



Ядерную энергию можно получить двумя способами:

1. **Синтезом (слиянием) лёгких ядер (Fusion).**
2. **Делением тяжёлых ядер (Fission).**

В обоих процессах (показанных стрелками на рисунке) совершается переход к ядрам, в которых нуклоны связаны сильнее, и часть энергии высвобождается.

Ядерная энергия. Как её извлечь?

Энергия связи на один нуклон

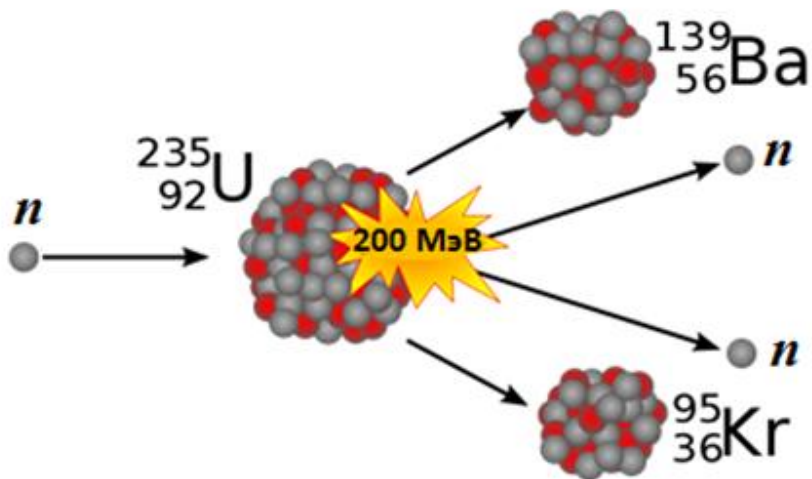


При делении **1-го** тяжёлого ядра выделяется энергия $\approx 200 \cdot 1 \text{ МэВ} = 200 \text{ МэВ}$

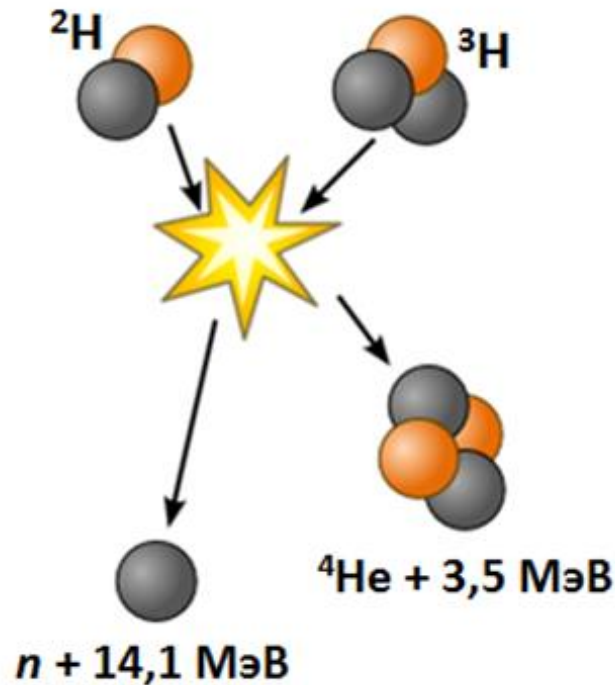
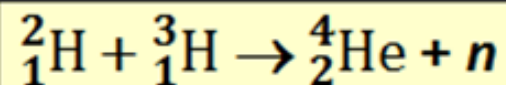
1 г ядерного топлива ≈ 20 тонн тринитротолуола

Примеры реакций деления и синтеза

Наиболее вероятное деление ядра урана-235 нейтроном:



Наиболее эффективная реакция синтеза:



Некоторые очевидные свойства ядерного взаимодействия:

1. Притяжение.
2. Короткодействие (≈ 1 Фм).
3. Большая величина (интенсивность).
4. Насыщение.

Для ядер с $A > 20$ удельная энергия связи $\varepsilon \approx 8$ МэВ и слабо меняется с ростом A , т.е. *насыщается*.

Поэтому энергия связи таких ядер $W \approx \varepsilon A$,
т.е. пропорциональна A .

Такое поведение W означает, что каждый нуклон внутри ядра взаимодействует не со всеми остальными, а лишь с ближайшими нуклонами.

Если бы нуклон в ядре одинаково взаимодействовал со всеми другими, то энергия связи ядра была бы пропорциональна A^2 , а не A .

Действительно, в этом случае энергия связи была бы пропорциональна числу двухнуклонных связей, т.е. числу сочетаний из A по 2, которое, как известно, равно $A(A - 1)/2 \sim A^2$ (при $A \gg 1$).

Обсуждая свойство насыщения ядерных сил, начнем с утверждения, что, исключая самые легкие ядра, нуклоны внутри ядра распределены почти равномерно со средним межнуклонным расстоянием $\approx 2 \Phi_M$, практически не зависящим от массы ядра

Действительно, для радиуса ядра имеем

$$R_{\text{я}} \approx 1,2 \cdot A^{1/3} \Phi_M.$$

И объем ядра

$$V_{\text{я}} = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{я}})^3 = \frac{4}{3} \pi (1,2 \cdot A^{1/3} \Phi_M)^3 \approx (2 \Phi_M)^3 \cdot A.$$

Таким образом,

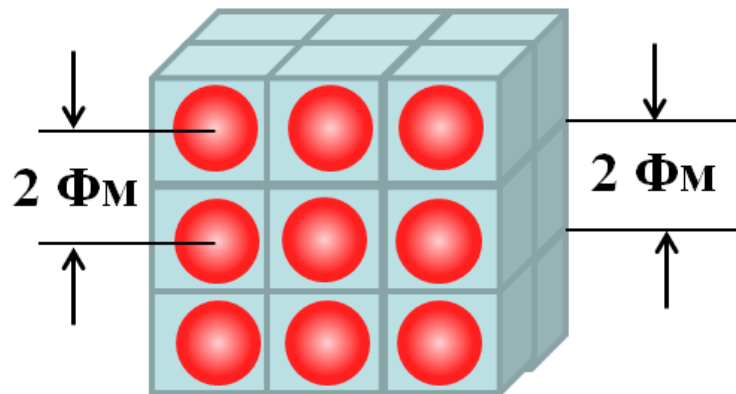
на каждый нуклон приходится одинаковый объём ядра

$$V_{\text{нуклон}} = \frac{V_{\text{я}}}{A} \approx (2 \Phi_M)^3$$

и среднее расстояние

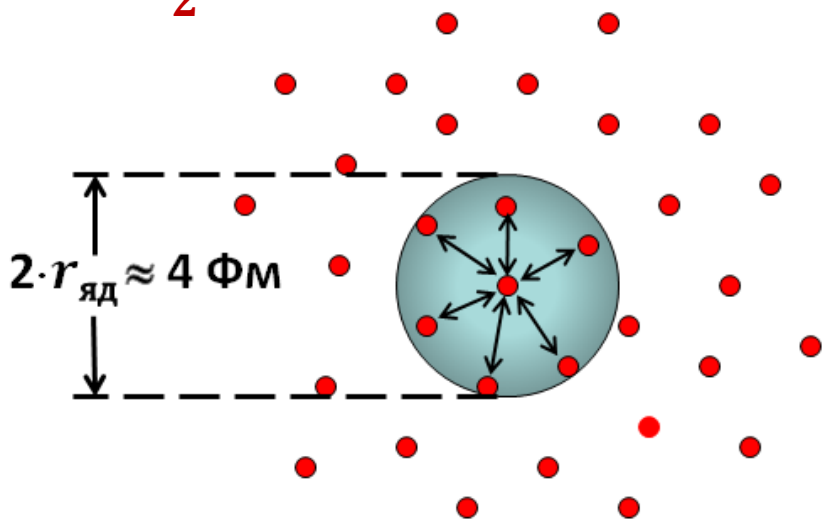
между нуклонами почти константа

$$r_{NN} \approx (V_{\text{нуклон}})^{1/3} \approx 2 \Phi_M.$$



Природа насыщения ядерных сил в их короткодействии. Радиус действия ядерных сил $r_{\text{яд}} \approx 2 \text{ Фм}$. В системе нуклонов каждый нуклон взаимодействует лишь с теми, которые удалены от него не дальше чем на $r_{NN} \approx 2 \text{ Фм}$ и полная энергия E его взаимодействия фиксирована и равна $E = (n - 1) \cdot e$, где n – число нуклонов внутри сферы радиуса $r_{\text{яд}}$, а e – энергия одного двухнуклонного взаимодействия. При этом полная энергия системы A связанных нуклонов, т.е. её энергия связи:

$$W = \frac{1}{2} A \cdot (n - 1) \cdot e \sim A.$$



Ядро как капля заряженной жидкости

Свойство насыщения ядерных сил, вытекающее в свою очередь из их короткодействия и отталкивания на малых расстояниях, делает ядро

похожим на жидкость.

Силы, связывающие молекулы жидкости, тоже насыщаются, а энергия испарения линейно растёт с увеличением массы жидкости.

На этой основе был создан способ описания ядра

в *модели жидкой капли* (Вайцзеккер, 1935 г.).



Carl von Weizsäcker

Формула Вайцзеккера для энергии связи ядра (1935 г.)

Эта формула основана
на модели жидкой капли
и содержит ряд членов:

Объёмная энергия,
Поверхностная энергия,
Кулоновская энергия,
Энергия симметрии,
Энергия спаривания.

Объёмная энергия:

$E_{об} = a_v A$, где $a_v > 0$ – константа

Поверхностная энергия:

$$E_{\text{пов}} = a_s A^{2/3}, \text{ где } a_s > 0 \text{ — константа}$$

В бесконечной ядерной материи выделим ограниченное по поверхности ядро и разорвем связи с внешними нуклонами. Число потерянных связей пропорционально числу нуклонов на поверхности ядра, т.е. площади S его поверхности, которая равна

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 1,44 \cdot A^{2/3} \text{ фм}^2,$$

так как радиус ядра

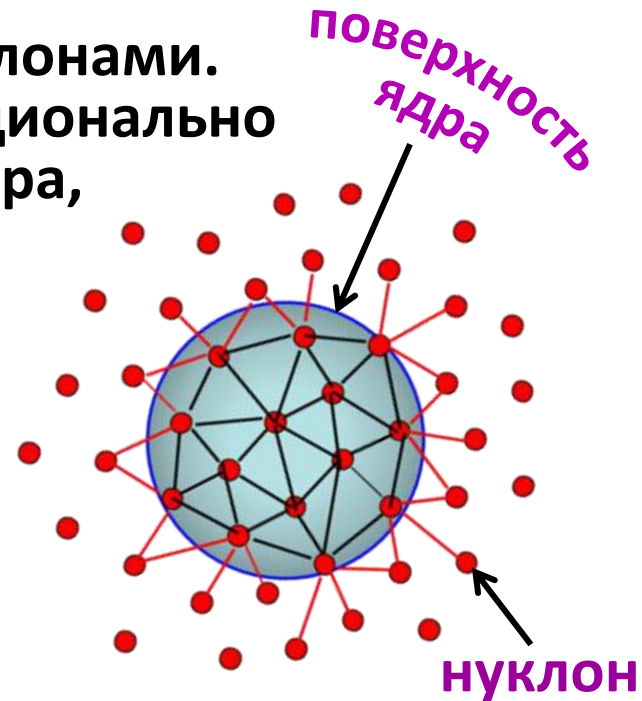
$$R \approx 1,2 \cdot A^{1/3} \text{ фм}.$$

Итак, за счёт поверхности энергия связи ядра уменьшается

на величину $\sim A^{2/3}$

и в формулу для энергии связи ядра необходимо добавить

со знаком минус слагаемое пропорциональное $A^{2/3}$.



В ядре как и в капле жидкости есть поверхностное натяжение

Кулоновская энергия:

Энергия кулоновского отталкивания, уменьшающая энергию связи ядра, даётся классической электростатической энергией однородного сферического распределения Z элементарных зарядов e :

$$E_{\text{кул}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{Z(Z-1)}{R} e^2 = a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}},$$

где

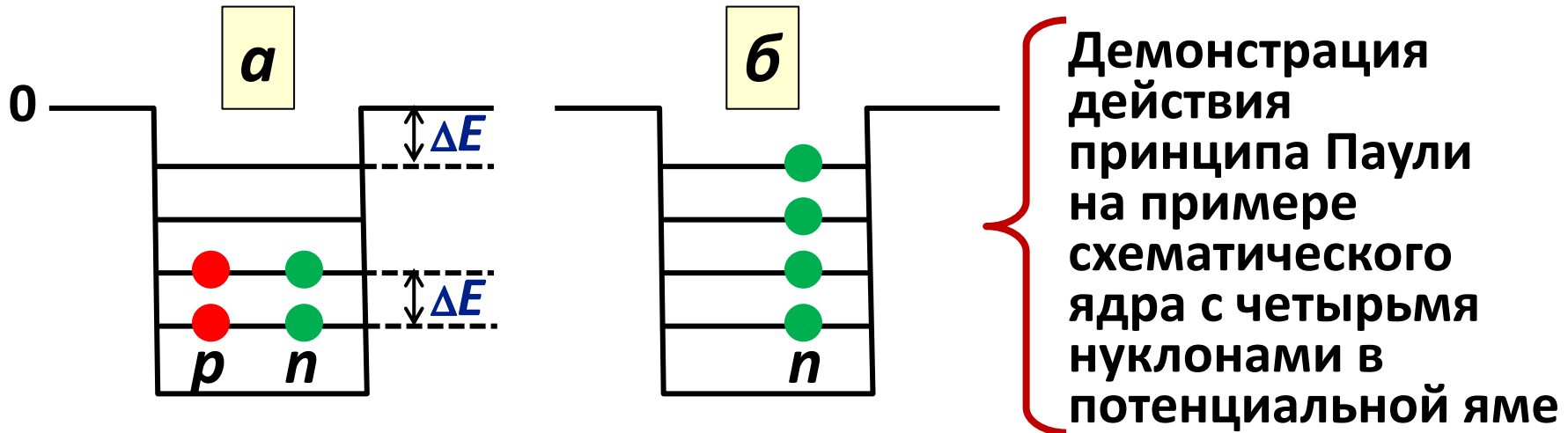
$$a_c = \frac{3 e^2}{5 r_0} = \frac{3 e^2}{5 \hbar c} \cdot \frac{\hbar c}{r_0} \approx \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{137} \cdot \frac{197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{1,2 \text{ Фм}} = 0,72 \text{ Фм}$$

$$R = r_0 \cdot A^{1/3} = 1,2 \cdot A^{1/3} \text{ Фм}$$

$$\frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}, \quad \hbar c = 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \approx 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}$$

Энергия симметрии:

Необходимо учесть квантовую природу ядерной капли: ядро состоит из фермионов (протонов и нейтронов), подчиняющихся **принципу запрета Паули**.



Энергии связи систем **а** и **б**:

$$W_a = 14 \cdot \Delta E, \quad W_b = 10 \cdot \Delta E, \quad \text{т.е. } W_a > W_b$$

$$E_{\text{симм}} = a_{\text{сим}} \frac{(N - Z)^2}{A} = a_{\text{сим}} \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$

Итак, для формулы Вайцзеккера
имеем:

$$W(A, Z) = E_{\text{об}} - E_{\text{пов}} - E_{\text{кул}} - E_{\text{симм}} =$$
$$= a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(A-2Z)^2}{A}$$

Хорошую подгонку ($\approx 1\%$) под эксперимент
даёт следующий набор констант:

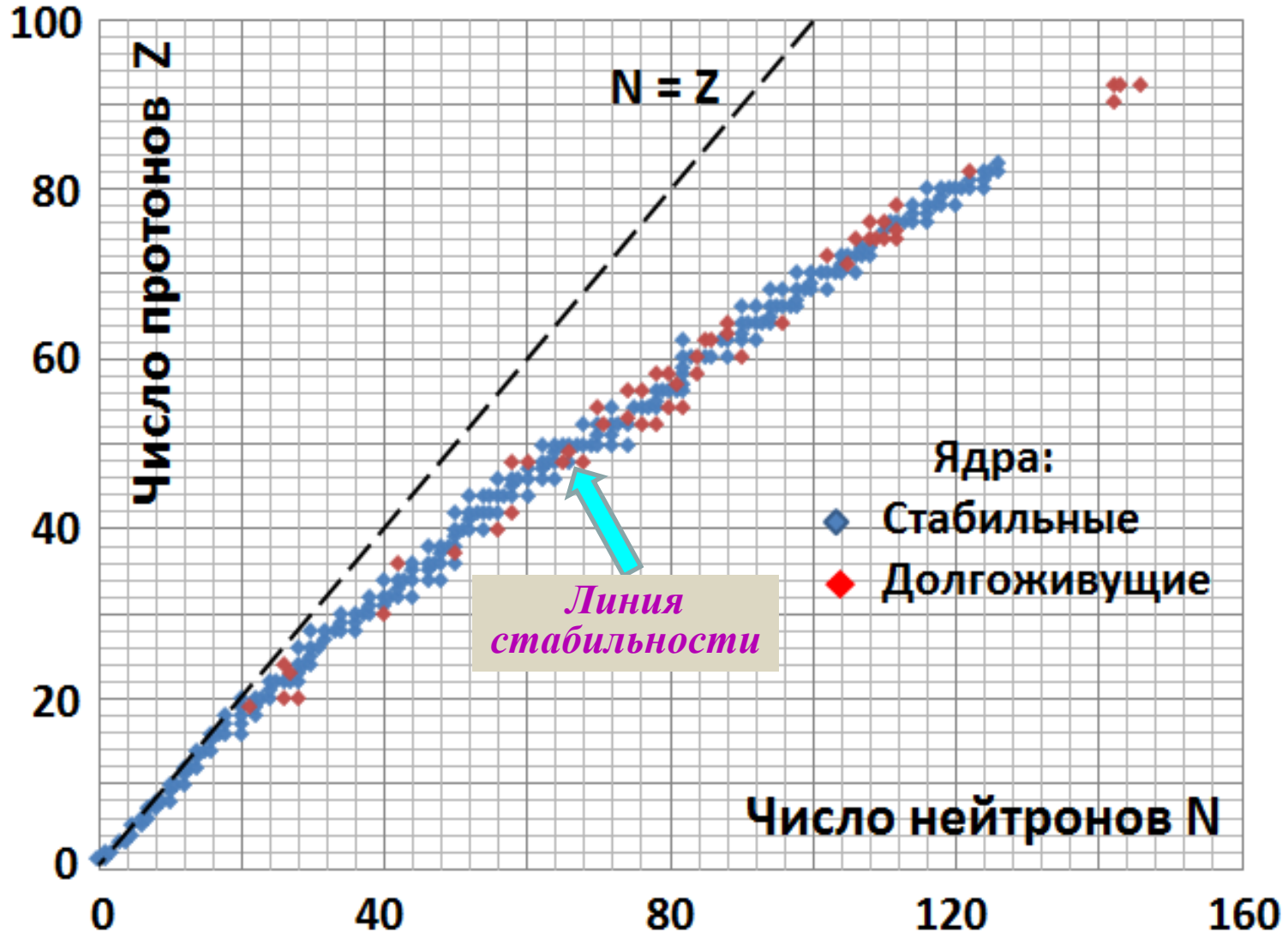
$$a_v = 15,6 \text{ МэВ},$$
$$a_s = 17,2 \text{ МэВ},$$
$$a_c = 0,72 \text{ МэВ},$$
$$a_{\text{sym}} = 23,6 \text{ МэВ}.$$

Равновесное число протонов $Z_{\text{равн}}$ в ядре при фиксированном A определяется минимумом по Z суммы кулоновской энергии ($E_{\text{кул}}$) и энергии симметрии ($E_{\text{симм}}$). Откуда легко получить линию стабильности на NZ -диаграмме атомных ядер:

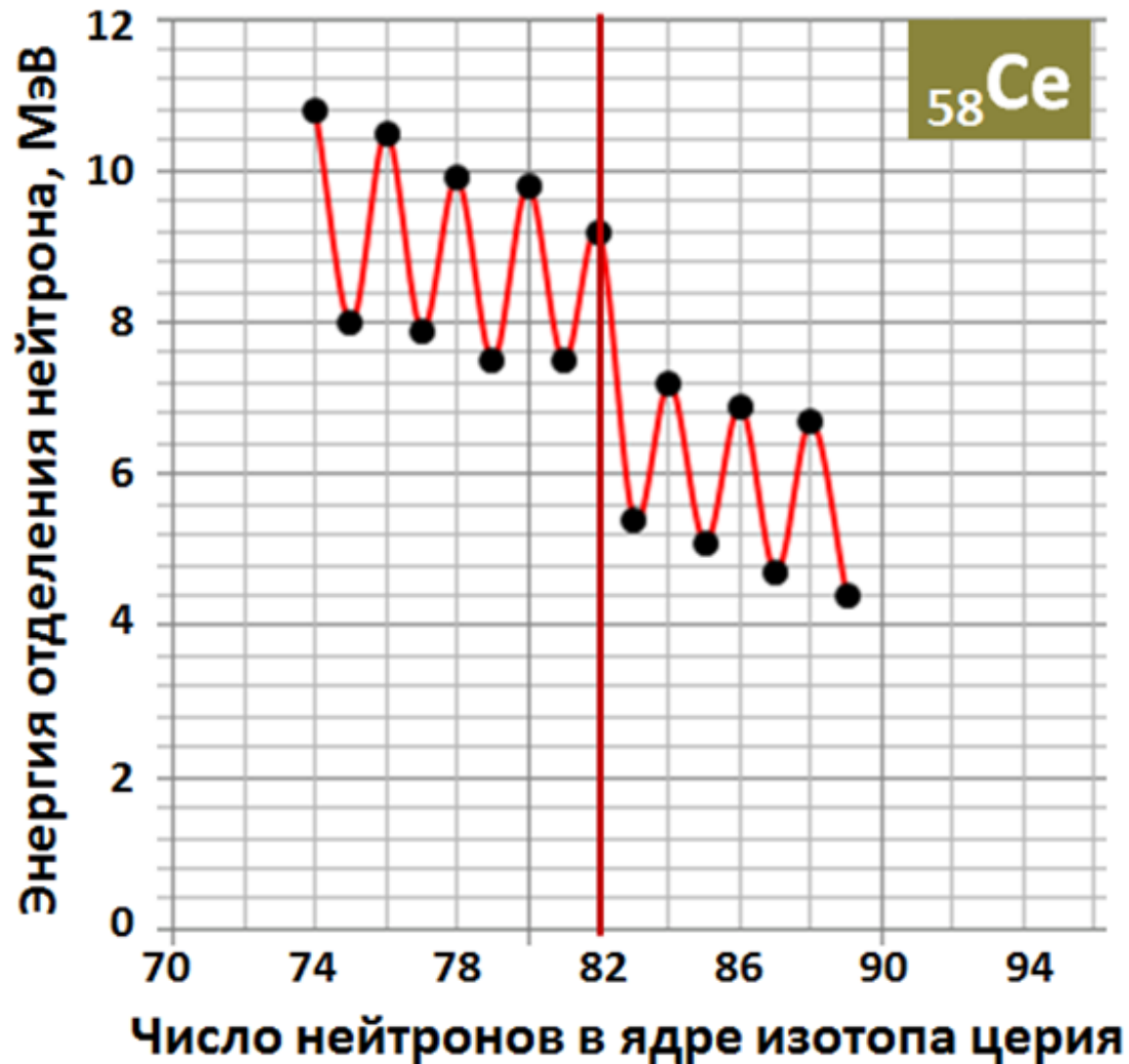
$$Z_{\text{равн}} = \frac{2a_{\text{sym}}A}{a_c A^{2/3} + 4a_{\text{sym}}} \approx \frac{A}{0,015 \cdot A^{2/3} + 2}$$

Если пренебречь кулоновской энергией (лёгкие ядра), то $Z_{\text{равн}} = A/2$. При учёте кулоновской энергии (средние и тяжёлые ядра) $Z_{\text{равн}} < A/2$ и линия стабильности с ростом Z всё более смещается в сторону большего числа нейтронов.

Нейтрон-Протонная (NZ) диаграмма
стабильных и долгоживущих ядер
(их 287 и все они присутствуют в природе)



Эффект нейтронного спаривания в изотопах церия

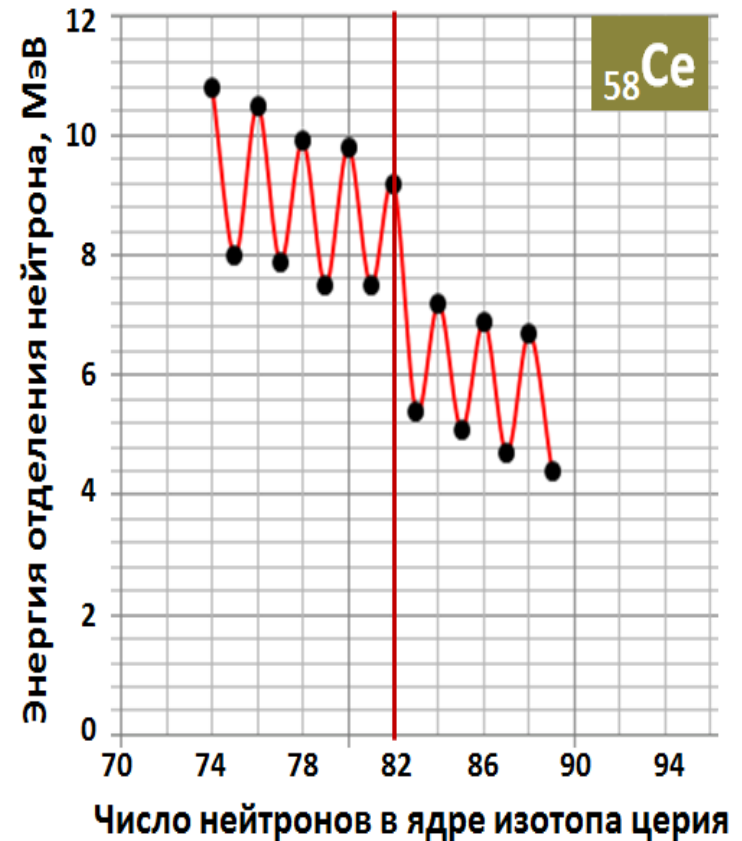


Уточнение формулы Вайцзеккера. Эффект спаривания

С точки зрения эффекта (сил) спаривания все ядра в основном состоянии разбиваются на три группы:

- **чётно-чётные** (все нуклоны спарены),
- **нечётно-нечётные** (неспарены по одному протону и нейтрону),
- **нечётные ядра** (неспарен либо один протон, либо один нейтрон).

Эффект нейтронного спаривания в изотопах церия



В основном состоянии ядра возникает дополнительная связь (притяжение) между двумя нуклонами одного типа (двумя протонами или двумя нейтронами), находящимися на одном энергетическом уровне.

Необходимо в формулу Вайцзеккера
добавить слагаемое:

Его эмпирический вид: $E_{\text{сп}} = \frac{\delta}{A^{3/4}}$, где

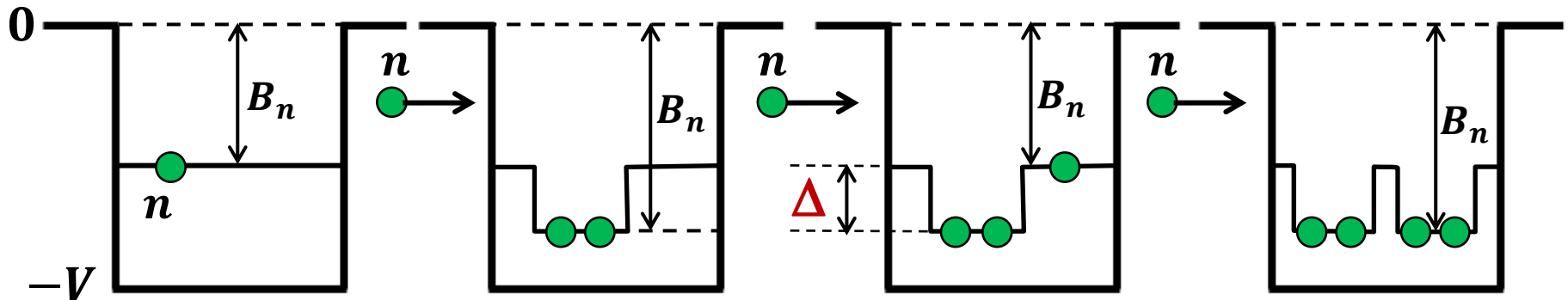
$\delta = +34$ МэВ (ядро чётно-чётное),

$\delta = 0$ (ядро нечётное),

$\delta = -34$ МэВ (ядро нечётно-нечётное).

Анимация
на Лекции

Ниже даётся схематическая картина
спаривания нейтронов в ядре.
Энергия спаривания $\Delta \approx 1 \div 3$ МэВ.
Глубина ядерного потенциала $V \approx 50$ МэВ:



Итоговое выражение для формулы Вайцзеккера:

$W(A, Z)$ в МэВ =

$$= \left[15,6 \cdot A - 17,2 \cdot A^{2/3} - 0,72 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - 23,6 \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{3/4}} \right]$$

$\delta = +34$ (ядро чётно-чётное),

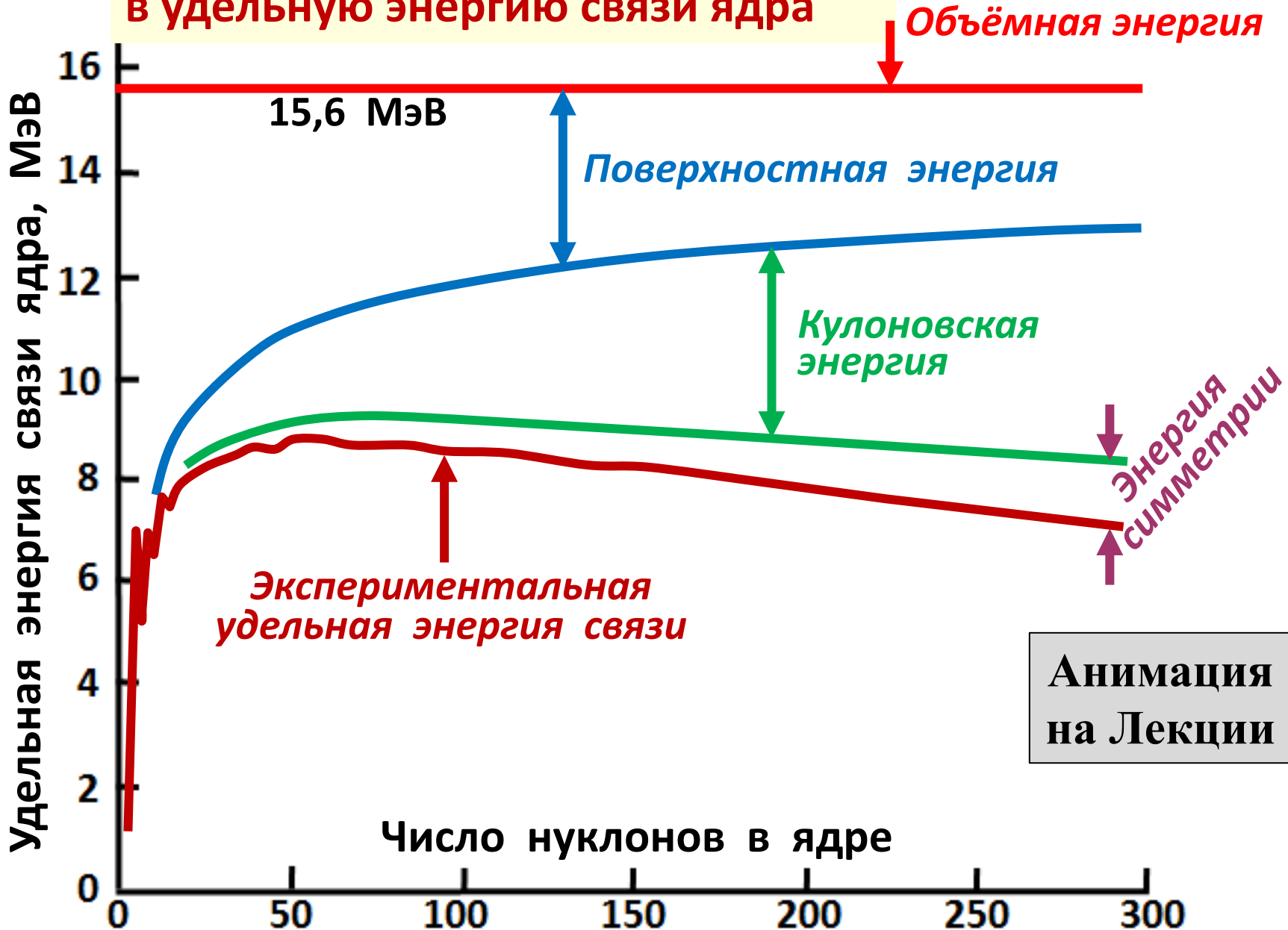
$\delta = 0$ (ядро нечётное),

$\delta = -34$ (ядро нечётно-нечётное).

*Распределение 287 стабильных и долгоживущих
ядер категориям:*

| Z | N | A | Число ядер |
|----------|----------|----------|-------------------|
| Чётное | Чётное | Чётное | 168 |
| Нечётное | Чётное | Нечётное | 52 |
| Чётное | Нечётное | Нечётное | 59 |
| Нечётное | Нечётное | Чётное | 8 |

**Вклад различных видов энергий
в удельную энергию связи ядра**



**Анимация
на Лекции**