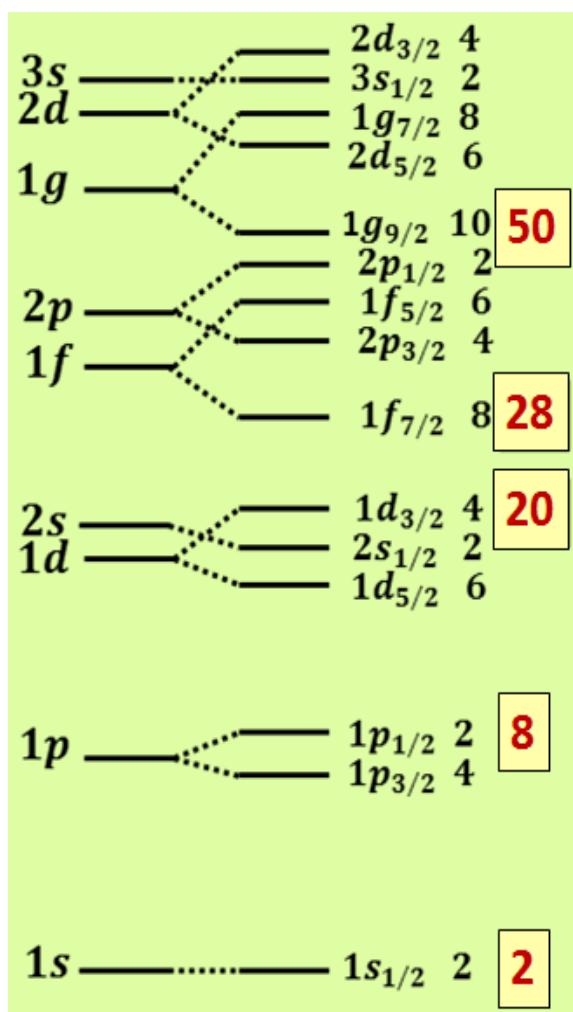


СЕМИНАР 12

Модель ядерных оболочек



Одночастичная модель ядерных оболочек:

Слева показана схема одночастичных ядерных уровней (подоболочек), подтверждённая экспериментом. Каждый одночастичный уровень обозначается тройным индексом nl_j , где n – число, показывающее, какой раз при движении снизу вверх встречается уровень с определённым значением орбитального момента l . При этом сами орбитальные моменты l даются английскими буквами s ($l = 0$), p ($l = 1$), d ($l = 2$), f ($l = 3$), g ($l = 4$) и так далее. Правый полуцелый нижний индекс j – это полный угловой момент нуклона одного типа (протона или нейтрона) на подоболочке. Максимальное число $\nu_{n,p}$ нуклонов одного типа на подоболочке даётся выражением $\nu_{n,p} = 2j + 1$, т.е. числом проекций вектора \vec{j} на выделенную ось (z). Это число даётся цифрой справа от индекса подоболочки. Красным цветом показаны магические числа.

В основном состоянии ядра нуклоны занимают самые нижние подоболочки. Расположение нуклонов по подоболочкам в основном состоянии называют «конфигурацией» и обозначают перечислением индексов заполненных подоболочек, начиная с самых нижних, используя при этом в качестве правого верхнего индекса число нуклонов на подоболочке, а в качестве нижнего – тип нуклона (протон или нейтрон). Если нижний индекс не указан, то верхний индекс – число нуклонов обоого типа на подоболочке. Например, конфигурацию основного состояния ядра $^{16}_8\text{O}$ записывают либо $(1s_{1/2}^2)_p(1s_{1/2}^2)_n(1p_{3/2}^4)_p(1p_{3/2}^4)_n(1p_{1/2}^2)_p(1p_{1/2}^2)_n$, либо, не указывая тип нуклона, $(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)$.

1. Определить из сферической одночастичной модели оболочек возможные состояния дейтрона (${}^2_1\text{H}$). Написать его конфигурацию.

Решение: Дейтрон это связанная система нейтрон-протон. В основном состоянии оба нуклона находятся на подоболочке $1s_{1/2}$. У нуклонов этой подоболочки $l = 0$ и полный момент дейтрона определяется только векторной суммой спинов нуклонов:

$$\vec{J}({}^2_1\text{H}) = \vec{s}_p + \vec{s}_n = \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} = \vec{0} \text{ или } \vec{1}.$$

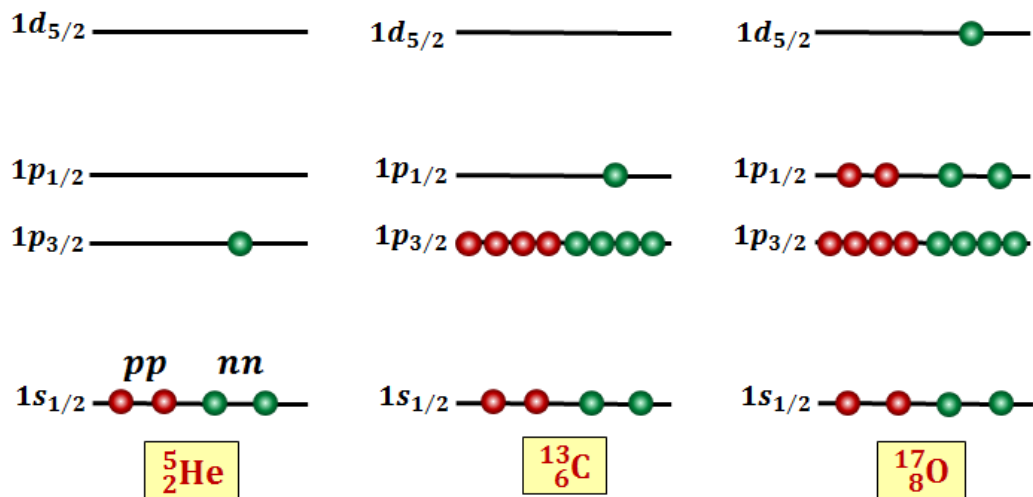
Чётность дейтрона

$$P({}^2_1\text{H}) = \pi_p \cdot \pi_n \cdot (-1)^{l_p+l_n} = (+1)(+1)(-1)^{0+0} = +1.$$

Итак, $J^P({}^2_1\text{H}) = 0^+$ или 1^+ . Последнее значение подтверждено экспериментом. Конфигурация дейтрона $(1s_{1/2})_p(1s_{1/2})_n$ или $(1s_{1/2})^2$.

2. Определить спины и чётности J^P и конфигурации основных состояний ядер ${}^5_2\text{He}$, ${}^{13}_6\text{C}$ и ${}^{17}_8\text{O}$.

Решение: Это ядра с одним нуклоном сверх замкнутых подоболочек. Для них расположение нуклонов на подоболочках выглядит следующим образом:



J^P в основном состоянии определяется спин-чётностью j^P единственного нуклона сверх замкнутых подоболочек, для которых $J^P_{\text{замкн}} = 0^+$. Получаем:

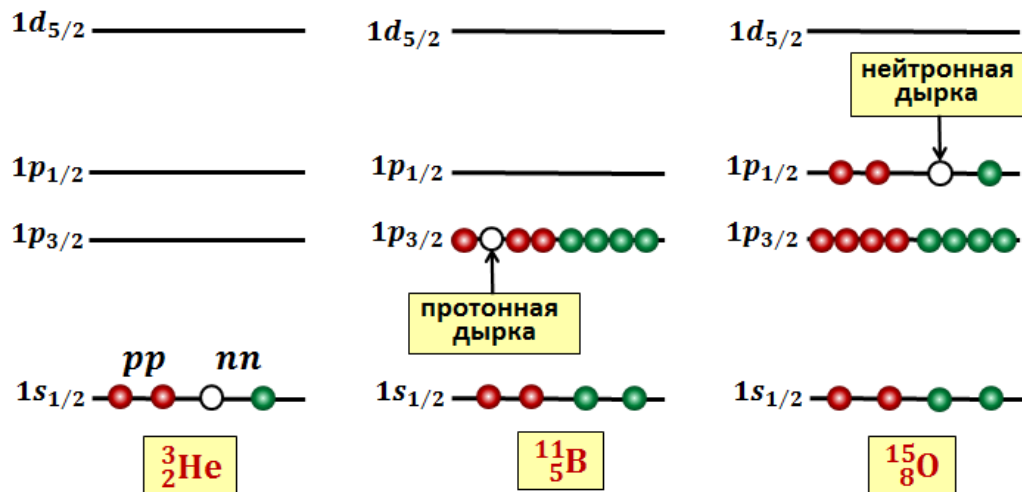
Ядро ${}^5_2\text{He}$, $J^P = 3/2^-$, конфигурация $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})_n^1$,

Ядро ${}^{13}_6\text{C}$, $J^P = 1/2^-$, конфигурация $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})^8(1p_{1/2})_n^1$,

Ядро ${}^{17}_8\text{O}$, $J^P = 5/2^+$, конфигурация $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})^8(1p_{1/2})^4(1d_{5/2})_n^1$.

3. Определить спины и чётности J^P и конфигурации основных состояний ядер ${}^3_2\text{He}$, ${}^{11}_5\text{B}$ и ${}^{15}_8\text{O}$.

Решение: Это ядра с одной нуклонной дыркой во внешней подоболочке. Для них расположение нуклонов на подоболочках выглядит следующим образом:



J^P в основном состоянии ядра с нуклонной (нейтронной или протонной) дыркой во внешней подоболочке равна спин-чётности j^P нуклона на этой подоболочке. Получаем:

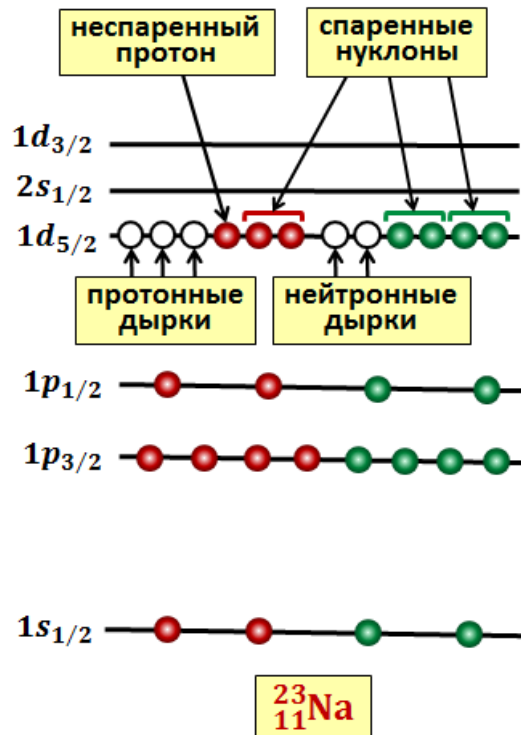
Ядро ${}^3_2\text{He}$, $J^P = 1/2^+$, конфигурация $(1s_{1/2}^2)_p (1s_{1/2}^1)_n$,

Ядро ${}^{11}_5\text{B}$, $J^P = 3/2^-$, конфигурация $(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^3)_p (1p_{3/2}^4)_n$,

Ядро ${}^{15}_8\text{O}$, $J^P = 1/2^-$, конфигурация $(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^2)_p (1p_{1/2}^1)_n$.

4. Найти спин-чётность J^P и конфигурацию ядра ${}^{23}_{11}\text{Na}$ в основном состоянии.

Решение: Ядро ${}^{23}_{11}\text{Na}$ имеет в основном состоянии частично заполненную подоболочку $1d_{5/2}$ и не относится к уже рассмотренным ядрам с заполненными подоболочками, с одним нуклоном сверх заполненных подоболочек и с одной дыркой во внешней подоболочке. Ядра типа ${}^{23}_{11}\text{Na}$ – эта наиболее распространённая категория атомных ядер. Для нахождения их J^P в основном состоянии нужно использовать эффект спаривания нуклонов, т.е. свойство двух нуклонов одного типа на одной и той же подоболочке связываться в пару со спин-чётностью 0^+ . Поэтому J^P ядер подобных ${}^{23}_{11}\text{Na}$ определяется неспаренным нуклоном на внешней подоболочке. Обратимся теперь к схеме расположения нуклонов в основном состоянии ядра ${}^{23}_{11}\text{Na}$ в сферической модели оболочек:



Четыре нейтрона и два протона на внешней подоболочке $1d_{5/2}$ связаны в пары со спин-чётностью 0^+ . Поэтому J^P ядра $^{23}_{11}\text{Na}$ в основном состоянии определяется единственным неспаренным протоном на внешней подоболочке и, следовательно, $J^P(^{23}_{11}\text{Na})_{\text{осн.сост.}} = 5/2^+$. На самом деле спин-чётность основного состояния $^{23}_{11}\text{Na}$ равна $3/2^+$, что связано с его несферичностью. Конфигурация основного состояния $^{23}_{11}\text{Na}$:

$$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4)(1d_{5/2}^3)_p(1d_{5/2}^4)_n$$

5. Найти орбитальный момент нейтрона в реакции $\gamma + {}^{12}_6\text{C} \rightarrow {}^{11}_6\text{C} + n$, вызванной электрическим квадрупольным ($E2$) фотоном. Ядра углерода до и после реакции находятся в основном состоянии.

Решение: Начнём со спинов-чётностей ядер углерода. Из модели оболочек следует, что $J^P({}^{12}_6\text{C})_{\text{осн.сост.}} = 0^+$, $J^P({}^{11}_6\text{C})_{\text{осн.сост.}} = 3/2^-$. Далее используем законы сохранения полного углового момента и чётности. Имеем из баланса угловых моментов:

$$\vec{J}_\gamma + \vec{J}({}^{12}_6\text{C})_{\text{осн.сост.}} = \vec{J}({}^{11}_6\text{C})_{\text{осн.сост.}} + \vec{J}_n + \vec{L}_n.$$

Здесь учтено то, что угловой момент фотона относительно ядра автоматически входит в полный угловой момент (мультипольность J_γ) фотона. Поэтому в числовом выражении баланс угловых моментов рассматриваемой реакции выглядит так:

$$\vec{2} + \vec{0} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \vec{L}_n.$$

Откуда $L_n = 0, 1, 2, 3, 4$.

Используем далее закон сохранения чётности:

$$P_\gamma(E2) \cdot \pi(^{12}_6\text{C})_{\text{осн.сост.}} = \pi(^{11}_6\text{C})_{\text{осн.сост.}} \cdot \pi_n \cdot (-1)^{L_n}$$

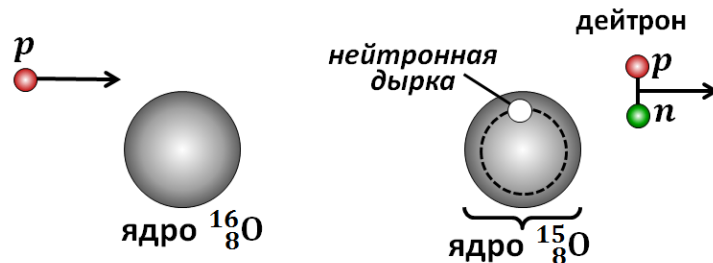
Или в числовом выражении:

$$(+1)(+1) = (-1)(+1)(-1)^{L_n},$$

что ограничивает относительные орбитальные моменты нейтрона значениями $L_n = 1, 3$.

6. Оценить исходя из модели оболочек отношение сечений (вероятностей) реакций подхвата $^{16}_8\text{O}(p, d)^{15}_8\text{O}^*(3/2^-)$ и $^{16}_8\text{O}(p, d)^{15}_8\text{O}_{\text{осн.сост.}}$. Начальное ядро находится в основном состоянии.

Решение: Реакция $p + ^{16}_8\text{O} \rightarrow ^{15}_8\text{O} + d$ сводится к подхвату протоном ядерного нейтрона и образованием дейтрона $d \equiv {}^2_1\text{H}$:



В рассматриваемой реакции возбуждаются те состояния, которые являются нейтронными дырками в замкнутых оболочках начального ядра $^{16}_8\text{O}$. Конфигурация основного состояния ядра $^{16}_8\text{O}$ следующая:

$$(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^8)(1p_{1/2}^4).$$

Глубокие дырки (в подоболочке $1s_{1/2}$) при не очень высоких энергиях налетающего протона не возбуждаются. Реакция идёт по следующим двум каналам:

$$^{16}_8\text{O}(p, d) \begin{cases} ^{15}_8\text{O}_{\text{осн.сост.}}(1/2^-), \\ ^{15}_8\text{O}^*(3/2^-). \end{cases}$$

Если нейтрон подхватывается с самой внешней $1p_{1/2}$ –подоболочки ядра $^{16}_8\text{O}$, то конечное ядро $^{15}_8\text{O}$ окажется в основном состоянии с $J^P = 1/2^-$. Это отвечает верхнему варианту в фигурных скобках. Если же нейтрон подхватывается из внутренней $1p_{3/2}$ –подоболочки, то конечное ядро окажется в возбужденном состоянии с $J^P = 3/2^-$ (нижний вариант в фигурных скобках). Таким образом, сечения этих двух рассматриваемых

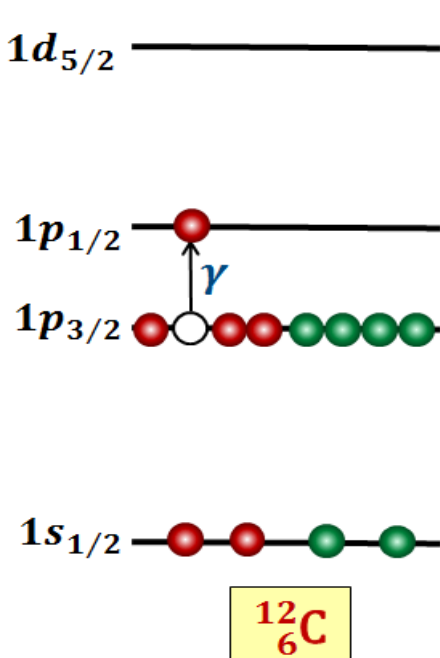
процессов пропорциональны вероятностям подхвата нейтрона из упомянутых подболочек ($1p_{1/2}$ и $1p_{3/2}$), т.е., в первую очередь, - числом нейтронов на этих подболочках. Итак, можем записать

$$\frac{\sigma(p, d)_{3/2^-}}{\sigma(p, d)_{1/2^-}} \approx \frac{\nu_n(1p_{3/2})}{\nu_n(1p_{1/2})} = \frac{2 \cdot \frac{3}{2} + 1}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \frac{4}{2} = 2.$$

Эксперимент даёт для этого отношения диапазон 1,7-2,1.

7. Фотон, попав в ядро $^{12}_6\text{C}$, находящееся в основном состоянии, вызвал в нём переход нуклона из подболочки $1p_{3/2}$ в подболочку $1p_{1/2}$. Определить тип и мультипольность фотона и спин-чётность получившегося возбуждённого состояния ядра $^{12}_6\text{C}$.

Решение: Рассматривается реакция $\gamma + ^{12}_6\text{C} \rightarrow ^{12}_6\text{C}^*$, в которой совершается нуклонный (например, протонный) переход $1p_{3/2} \rightarrow 1p_{1/2}$. Этот процесс изображён на рисунке:



Спин-чётность ядра $^{12}_6\text{C}$ до поглощения им фотона равны 0^+ , так как это ядро с заполненными подболочками ($1s_{1/2}$ и $1p_{3/2}$). Возбуждённое (после поглощения фотона) ядро $^{12}_6\text{C}^*$ имеет дырку в подболочке $1p_{3/2}$ и один нуклон в подболочке $1p_{1/2}$. Спин-чётность дырки j^p (дырка) = $3/2^-$. Спин-чётность нуклона на $1p_{1/2}$ -подболочке j^p (нуклон) = $1/2^-$. Поэтому спин \vec{J} возбуждённого состояния определяется соотношением

$$\vec{J} = \vec{j}(\text{дырка}) + \vec{j}(\text{нуклон}).$$

Или в цифровом выражении $\vec{J} = \vec{\frac{3}{2}} + \vec{\frac{1}{2}} = \vec{1}, \vec{2}$. Т.е. $J = 1$ или 2 .

Чётность P возбуждённого состояния определяем из чётности оболочечной конфигурации $(1s_{1/2}^4)(1p_{3/2}^3)_p(1p_{3/2}^4)_n(1p_{1/2}^1)_p$, изображённой на рисунке, и равной произведению чётностей дырки в подболочке $1p_{3/2}$ и частицы (нуклона) в подболочке $1p_{1/2}$ (чётность замкнутой подболочки $1s_{1/2}$ положительна), т.е. $P = (-1)(-1) = +1$.

Итак, спин-чётность возбуждённого состояния $J^P = 1^+, 2^+$. Те же спин-чётности имеют и поглощённые ядром $^{12}_6\text{C}$ фотоны, которые следует классифицировать как $M1, E2$.