

ГОРИС 2015



G O R I S 2 0 1 5

PUBLICATIONS  
INTERNATIONAL  
SCIENTIFIC CONFERENCE

ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ  
НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

I

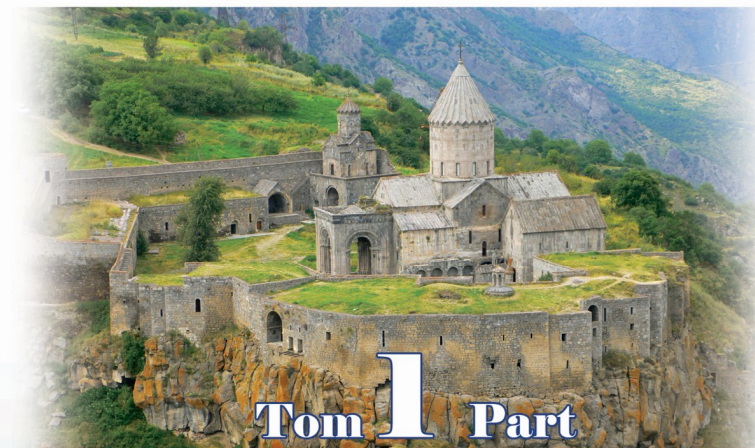


ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ  
НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

28 сентября - 2 октября 2015

PUBLICATIONS  
INTERNATIONAL  
SCIENTIFIC CONFERENCE

28 September - 2 October 2015



Tom I Part

“Образование, наука и экономика в вузах и школах.  
Интеграция в международное образовательное пространство”

“Education, science and economics at universities and schools.  
Integration to international educational area”

ГОРИС 2015 GORIS

УДК  
ББК

**Б-53 Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство: ТРУДЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ 28 сентября- 2 октября 2015, Том I, Армения, Горис, Москва, РУДН**

В сборнике представлены статьи по докладам, содержащим результаты научных исследований области математики, физики, информатики, экономики, истории математики и естествознания, педагогики, в том числе методики преподавания математики в школах и вузах. Намечены пути повышения мотивации к изучению математики в современном обществе.

The collection includes articles on the reports containing the results of scientific research, mathematics, physics, computer science, economics, history mathematics and natural sciences, pedagogy, including methods of teaching mathematics in schools and universities. Ways to increase motivation to study mathematics in modern society.

**ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
28 сентября- 2 октября 2015**

**Том I**

**PUBLICATIONS  
INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE  
28 September – 2 October 2015**

**Part I**

**«Образование, наука и экономика в вузах и школах.  
Интеграция в международное образовательное пространство»**

**“Education, science and economics at universities and schools.  
Integration to international educational area”**

**Горис 2015  
Goris 2015**

Министерство образования и науки Республики Армения; Госкомитет по науке при МинОН Республики Армения; Национальная Академия Наук Республики Армения; Горисский педагогический университет (ГПУ); Центр оценки и тестирования Республики Армения (ЦОТ); “Педагогическая Инициатива” Армянская Ассоциация (ПИАА); Национальный Институт Образования Республики Армения (НИО); Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки РФ (НМС);

Российский университет дружбы народов (РУДН), г. Москва; Московский государственный институт информационных технологий, радиотехники и электроники (МГТУ МИРЭА-МУПИ); Московский педагогический государственный университет (МПГУ); Академия труда и социальных отношений (АТиСО), г. Москва; Ярославский государственный педагогический университет (ЯрГПУ); Елецкий государственный университет им. И.А.Бунина (ЕГУ); Ульяновский государственный технический университет (УлГТУ);

Высшая школа им. Павла Влодковица (ВШ ПВ), г. Плоцк, Польша; Варненский свободный университет (ВСУ), г. Варна, Болгария; Международное образовательное учреждение, г. Кошице, Словакия; Центр современного образования (ЦСО), г. Москва.

\* \* \*

Ministry of Education and Science, RA (MOES); State Committee of Science, RA (SCS); National Academy of Science, RA (NAS); Goris Pedagogical University (GPU); Assessment and Testing Center, RA (ATC); “Pedagogic initiative” Armenian Association; National Institute of Education (NIE);

Council on Mathematics Education of Ministry of Science and Education of Russian Federation, Moscow, Russia, (CME MSE RF); Russian People’s Friendship University, Moscow, Russia (MSI REA); Moscow State Institute of Radioengineering, Electronics and Automation, Moscow, Russia (MSI REA); Moscow State Pedagogic University (MSPU); Academy of Labour and Social Affairs, Moscow, Russia (ALaSA); Yaroslav State Pedagogic University (YSPU); Eletski State University after I.A. Bunin, Yelets, Russia, (ESU); Ulyanovsk State Technical University (ULSTU)

Pavel Wlodkowic University College in Plock, Poland (PWUC); Varna Free University (VFU), Varna, Bulgaria; International Educational Institution, Slovakia, Kosice, (IEI); Center of Modern Education, Moscow, Russia (CME)



## Международный организационный комитет

*Сопредседатели:* С.В. Емельянов, академик РАН, председатель НМС по математике (Россия); В.С. Закарян, академик НАН РА (Армения);

*Заместители председателей:* П.С. Геворкян, проректор МПГУ (Россия), М.А. Мкртчян, зам. Министра образования и науки Республики Армения (Армения); С.А. Розанова, вице-президент ЦСО, проф. МИРЭА, ученый секретарь НМС по математике (Россия); Е.И.Смирнов, зам. Председателя регионального отделения, профессор ЯрГПУ, А.Г. Ягола, зам. Председателя НМС по математике, профессор МГУ (Россия).

*Члены Международного Оргкомитета:*

С.Арутюнян (Армения); В.С. Карапетян, профессор (Армения); В. Дорнич, профессор (Словакия); А.И. Кириллов, профессор РФФИ (Россия); Н.М. Кожевников, профессор С.-П.ГПУ (Россия); З. Крушевский, ректор ВШ ПВ (Польша); В.А. Зернов, ректор РосНОУ (Россия); П. Павлов, проректор ВСУ (Болгария); Н.Х. Розов, член-корреспондент РАО, декан МГУ (Россия); А.С. Сигов, академик РАН, президент МИРЭА (Россия); В.И. Смирнов, профессор МПГУ (Россия); В.В. Тихомиров, профессор МГУ (Россия); А.М. Шелехов, профессор ТвГУ (Россия); Н.Г. Ярушкина, проректор УлГТУ (Россия).

*Международный Программный комитет:*

*Сопредседатели:* В.В. Афанасьев, ректор ЯрГПУ (Россия); Н. Гукасян, директор НИО (Армения); Э. М. Казарян, академик НАН РА, доктор физ.-мат. наук, профессор, директор Института математики и высоких технологий (РАУ) (Армения); А.И.Кибзун, профессор МАИ (Россия); М. Клякля, профессор ВШ ПВ(Польша); А.Л. Сафонов, проректор АТиСО, (Россия); Г. Меликян, директор ЦОТ (Армения); В.М. Тихомиров, профессор МГУ (Россия);

*Члены Международного Программного комитета:*

А. Багдасарян, доктор физ.-мат. наук, профессор, зам. директора ЦОТ (Армения), П.А. Вельмисов, профессор УлГТУ (Россия); П. Галайда, профессор МОУ (Словакия). Ю. Жабовски, профессор ВШ ПВ (Польша); С.П. Грушевский, профессор КубГУ (Россия); С.С. Демидов, профессор МГУ (Россия); А. Недялкова, ректор ВСУ (Болгария); В.Ю. Попов, профессор Финансовой академии (Россия); В.С. Сенашенко, профессор РУДН (Россия); В.А. Соколов, профессор ЯрГУ; Ю.И. Худак, профессор МИРЭА (Россия); Н.С. Чекалкин, профессор МИРЭА (Россия).

## Международный локальный комитет

*Сопредседатели:* А.С. Испирян, заведующий отделом внешнего сотрудничества ЦОТ (Армения); В.А. Лазарев, директор ЦСО (Россия)

*Члены Международного Локального комитета в Армении:*

Т. В. Вандунц, зам. декана (ГГУ), Е.Ф. Арутюнян, зав. хозяйственным отделом (ЦОТ). Г. Чалумян, ведущий специалист отдела внешнего сотрудничества ЦОТ; Н. Степанян, ведущий специалист отдела внешнего сотрудничества (ЦОТ), В. С. Испирян ведущий специалист хозяйственным отделом (ЦОТ).

*в России:*

В.И. Анфиногентов, профессор НИУ-КАИ; Т.В. Силаева, бухгалтер ЦСО, А.Б. Будак, доцент МГУ; С.Н. Дворяткина, доцент ЕГУ, М.А. Зироян, профессор РГСУ; Т.А. Кузнецова, доцент МИРЭА; А.Б. Ольнева, профессор АГТУ ; С.О. Собченко, доцент ЕГУ.

*в Польше:*

П.Насядко, профессор ВШ ПВ, Т. Крушевский, профессор ВШ ПВ, Ю. Мянцка, профессор ВШ ПВ.

*в Украине:*

В.С.Герасимчук, профессор КПИ; Е.И. Казакова, профессор ДТУ.

*в Белоруссии:*

Л.И. Майсеня, профессор БГУИР.

Работа конференции будет проходить на пленарных заседаниях и в следующих секциях:

- **СЕКЦИЯ 1. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ**  
*Сопредседатели: Геворкян П.С., проректор МПГУ (Россия); Зироян М.А., профессор РГСУ (Россия).*
- **СЕКЦИЯ 2. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ**  
*Сопредседатели: Ягола А.Г., зам. Председателя НМС по математике, профессор МГУ (Россия). Сафарян Ю., ректор ГГУ (Горис), доктор физико-математических наук, профессор (Армения).*
- **СЕКЦИЯ 3. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ В ВУЗАХ И ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ**  
*Сопредседатели: Кожевников Н.М., ученый секретарь НМС по физике, профессор С.-П.ГПУ (Россия); Сенашенко В.С., профессор РУДН (Россия); Лерник Петросян, НПУА директор Капанского филиала (Армения).*
- **СЕКЦИЯ 4. НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ В ВУЗАХ**  
*Сопредседатели: Кириллов А.И., профессор МЭИ (Россия); Тихомиров В.В., ученый секретарь НМС по информатике, профессор МГУ (Россия).*
- **СЕКЦИЯ 5. ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Сопредседатели: Розанова С.А., уч.секретарь НМС по математике, профессор МИРЭА,(Россия); Дворяткина С.Н., профессор ЕГУ им. И.А. Бунина (Россия); Микаелян Г., исполняющий обязанности руководителя кафедры методики преподавания математики, факультет физики, математики и информатики АГПУ(Армения).*

- **СЕКЦИЯ 6. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Сопредседатели: Гусев В.А., профессор МПГУ (Россия); Клякля М., профессор ВШ ПВ (Польша); Атоян К., руководитель кафедры общеобразовательных предметов (Армения).*
- **СЕКЦИЯ 7. ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ**  
*Сопредседатели: Демидов С.С., профессор МГУ (Россия); Петрова С.С., профессор МГУ (Россия); Доморадский С., профессор (Польша); Рафаелян С. профессор ЕГУ (Армения).*
- **СЕКЦИЯ 8. ПРОБЛЕМЫ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Сопредседатели: Лазарев В.А., директор ЦСО, профессор (Россия); Штанов С.Н., директор НАМТ (Россия).*
- **СЕКЦИЯ 9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ**  
*Сопредседатели: Кибзун А.И., профессор МАИ (Россия); Пултужижский Ю., декан ВШПВ, профессор (Польша).*
- **СЕКЦИЯ 10. РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО**  
*Сопредседатели: Карапетян В.С., профессор АГПУ (Армения); Розанова С.А., уч. секретарь НМС по математике, профессор МИРЭА, (Россия); Смирнов Е.И., профессор ЯрГУ (Россия).*
- **СЕКЦИИ 11 И 12. ЭКОНОМИКА В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ В ФИНАНСОВОЙ ЭКОНОМИКЕ**  
*Сопредседатели: Гриценко Н.Н., президент АТиСО, . Денежкина И.Е., профессор Финансового университета при Правительстве РФ (Россия); Маркосян А., Зам. начальник ведомства управления государственным имуществом при правительстве РА.*

**КРУГЛЫЙ СТОЛ.** Вопросы для обсуждения:

**1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНТЕГРАЦИИ ГУМАНИТАРНОГО, МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В КОНТЕКСТЕ ДИАЛОГА КУЛЬТУР**

*Сопредседатели: З. Крушевский, ректор ВШ ПВ (Польша); М.А. Мкртчян зам. Министра образования и науки Республики Армения (Армения); С.А. Розанова, вице-президент ЦСО, проф. МИРЭА, ученый секретарь НМС по математике (Россия); Е.И.Смирнов, зам. Председателя регионального отделения, профессор ЯрГПУ, (Россия).*

**2. РЕАЛИЗАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

*Сопредседатели: В.С. Карапетян, профессор (Армения); А.Л. Семенов, академик РАН (Россия), Н.Х. Розов, член-корреспондент РАО, декан МГУ (Россия), А.Г. Ягола, зам. Председателя НМС по математике, профессор МГУ (Россия).*

## Введение

Уважаемые участники и гости Международной конференции «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство»!

Настоящая конференция является продолжением серии конференций, стартовавших в Словакии на рубеже веков в 1999 году. В течение 16 лет конференция поэтапно переходила из Словакии в Россию, Польшу, Армению. Надеемся, что подобную эстафету подхватят и другие дружественные нам страны.

Эти научные форумы собирают ученых и преподавателей из разных стран: Армении, Белоруссии, Болгарии, Греции, Грузии, Италии, Казахстана, Латвии, Литвы, Польши, России, Словакии и Украины.

Целью конференции является обсуждение вопросов развития международного образовательного пространства, обмен достижениями в различных отраслях вузовской и школьной науки в современных экономических условиях, установление новых и укрепление старых контактов между участниками конференции как представителями суверенных государств.

Инициировал серию конференций Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки РФ, а ее основоположниками по праву считаются профессор из Словакии П. Галайда и профессора из России Л.Д. Кудрявцев, первый заместитель НМС по математике, С.А. Розанова, ученый секретарь НМС по математике.

Значительный вклад в организацию серии конференций внесли С.В.Емельянов, председатель НМС по математике и ее учредители в лице В.М.Филиппова, ректора РУДН, А.С.Сигова, президента МИРЭА и С.А. Куджа, ректора МИРЭА, З. Крушевского, ректора Высшей школы им. Павла Влодковица (Польша).

В Армении конференция этой серии проходит в третий раз при неизменной поддержке Правительства РА.

Существенную поддержку в организации и проведении конференций в Армении оказывают М.Мкртчян, заместитель министра образования и науки РА, профессора А.Ягола, заместитель председателя НМС по математике и П.Геворкян, проректор МПГУ (Россия).

С приветственным словом откроет конференцию Премьер-министр РА Овик Абраамян. С пленарными докладами традиционно выступят известные ученые и педагоги разных стран, в том числе руководители образовательных учреждений.

Большинство сообщений на конференции будет сделано докладчиками, активно работающими в различных областях науки и образования.

Тематика конференций вызывает интерес у студенческой молодежи, аспирантов и молодых ученых, о чем свидетельствует рост числа докладов, представляемых ими.

Работа конференции будет проходить в 12 секциях, тематика докладов свидетельствует о широте охвата конференцией достижений исследователей - ее участников, в актуальных вопросах науки и образования.

Все, принятые организационным и программным комитетами, доклады включены в Сборник трудов конференции.

Благодарим авторов статей, докладчиков и всех участников конференции за вклад в организацию нашей международной научной конференции. Ее успешному проведению будет способствовать ваше активное участие в ее заседаниях, обсуждениях и круглых столах.

*Оргкомитет*

# СОДЕРЖАНИЕ

## ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

<b>Розанова С.А., Карапетян В.С.</b> О совместном Российско-Армянском проекте «Развитие мотивации к изучению математики в условиях реформирования образования: школы, вузы, общество .....	15
<b>Демидов С.С.</b> Первая мировая война и математика в “РУССКОМ МИРЕ” .....	25
<b>Сенашенко В.С., Ткач Г.Ф.</b> Болонский процесс: Эволюция приоритетов и промежуточные итоги .....	41
<b>Zbigniew Kruszewski</b> The design and functioning of an internal system of the quality of education at Pawel Wlodkowic University College in Płock .....	50
<b>Аветисян П.С.</b> Система управления сферой высшего образования: Философо-методологические, экономико-управленческие и политические аспекты .....	59
<b>Кожевников Н.М.</b> Российское образование под прессом международных рейтингов ...	63
<b>Афанасьев В.В., Абатурова В.С., Ням Нгок Тан, Смирнов Е.И.</b> Фундирование модуля развития мотивационного компонента познавательной самостоятельности будущих гуманитариев в контексте диалога культур .....	70
<b>Мкртчян М.А.</b> Конец "Великой дидактики" великого Яна Амоса Коменского .....	78

## СЕКЦИЯ 1

### НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ В ВУЗАХ

<b>Балыко И.А., Балыко Т.А., Балыко А.К.</b> Плотности распределения вероятности модуля радиус - вектора со случайными координатами в пространствах различной размерности .....	79
<b>Брайчев Г.Г.</b> Точные оценки нижнего типа целой функции с нулями заданных усредненных плотностей .....	83
<b>Буркин И.М., Буркина Л.И.</b> Скрытые аттракторы одной трехмерной системы с полиномиальной нелинейностью .....	89
<b>Овакимян А.С., Саркисян С.Г., Зироян М.А., Тинякова В.И.</b> Нейросетевое прогнозирование временных рядов .....	93
<b>Хачатрян С.А., Габриелян Л.А.</b> Об одном уравнении радиоактивного распада .....	97
<b>Чекмарев Д.Т., Крутова К.А.</b> Об одном свойстве гексаэдральных сеток как графов ...	98
<b>Филимоненкова Н.В., Бакусов П.А.</b> Новые алгебраические и геометрические понятия, порожденные теорией полностью нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных .....	102



## **СЕКЦИЯ 2**

### **ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ**

<b>Агранович Ю.Я., Хацкевич В.Л., Чернова А.С.</b> Субтангенциальный подход к анализу динамических моделей макроэкономики .....	<b>106</b>
<b>Асхабов С.Н.</b> Обобщенный оператор типа потенциала в пространстве лебега .....	<b>110</b>
<b>Budochkina S.A.</b> On some algebraic structures in the mechanics of infinite-dimensional systems .....	<b>118</b>
<b>Вельмисов П.А., Корнеев А.В.</b> Математическое моделирование в задачах о динамической устойчивости трубопровода .....	<b>121</b>
<b>Даник Ю.Э.</b> Конструирование нелинейных стабилизирующих регуляторов .....	<b>127</b>
<b>Иванкова Г.В., Мочалина Е.П., Маслякова И.Н., Татарников О.В</b> Модель обучения как Марковский процесс .....	<b>132</b>
<b>Крамер Я.С., Зироян А.А, Лаптева Н.А., Сулян Г.С.</b> Информационно-энтропийный анализ оригинальной прогностической модели социальной напряженности .....	<b>135</b>
<b>Крамер Я. С., Киреева О.И., Лебедева М.В., Володин Ю.В.</b> Оригинальная модификация алгоритма составления матрицы парных сравнений в задаче выявления приоритетов в иерархии ценностей .....	<b>139</b>
<b>Максименко М. Н.</b> О коротких решениях уравнения на словах с одной переменной ...	<b>143</b>
<b>Мочалина Е.П., Иванкова Г.В., Маслякова И.Н., Татарников О.В.</b> Совместное оценивание уровня подготовки и сложности задания .....	<b>147</b>
<b>Пушкарь Е.А., Донской Д.В.</b> Моделирование с помощью решения задачи римана в магнитной гидродинамике влияния межпланетного магнитного поля на околоземную головную ударную волну при резких изменениях динамического давления в солнечном ветре .....	<b>152</b>
<b>Сафарян Ю.С., Карапетян Д.Р.</b> Применение метода нелинейной волновой динамики для исследования стохастических процессов в экономике .....	<b>158</b>

## **СЕКЦИЯ 3**

### **НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ В ВУЗАХ И ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ**

<b>Арутюнян Н.П., Агабабян Э.В.</b> Лабораторные исследования некоторых магнитных характеристик редкоземельных соединений на основе гадолиния .....	<b>162</b>
<b>Бабаева М.А.</b> Студенческие научные конференции в обучении студентов-гуманитариев технического университета основам естествознания .....	<b>166</b>

<b>Балыко И.А., Балыко Т.А., Балыко А.К.</b> Вывод уравнений электродинамики из законов механики .....	<b>170</b>
<b>Балыко И.А., Балыко Т.А., Балыко А.К.</b> Колебательное движение электрона в кулоновском поле протона .....	<b>174</b>
<b>Голубев Е.Б.</b> Столетие метода: от талгенизма к коллективному взаимообучению .....	<b>178</b>
<b>Дрмеян Г.Р.</b> Рентгеноинтерферометрическое исследование полей деформаций в монокристаллах SI .....	<b>181</b>
<b>Ильин Н. П.</b> Физикализм и современная научная картина мира .....	<b>186</b>
<b>Кожевников Н.М.</b> Феноменология и моделирование в современном курсе общей Физики .....	<b>190</b>
<b>Леонова Н.А.</b> Стратегия формирования преемственного содержания курса физики по направлению “Техносферная безопасность” .....	<b>196</b>

## **СЕКЦИЯ 5**

### **ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

<b>Алавердян Э.С., Багдагюлян Н.Р.</b> Проблемы высшего педагогического образования .....	<b>200</b>
<b>Амирян Дж.Г.</b> Гуманизация педагогического образования как гарантия подготовки педагога-гуманиста .....	<b>203</b>
<b>Антонов В.И.</b> Вэб-сайт кафедры высшей математики как источник учебной информации .....	<b>208</b>
<b>Анфиногентов В. И., Дараган М.А., Дорофеева С.И.</b> Значение прикладных задач математики и математического моделирования в технических университетах .....	<b>211</b>
<b>Арутюнян А. А.</b> Некоторые вопросы профессиональной подготовки учителя для обучения математике младших школьников .....	<b>214</b>
<b>Артюхин О.И.</b> Организация самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде .....	<b>218</b>
<b>Артюхина М.С.</b> Самоактуализация личности обучающихся в процессе обучения в вузе .....	<b>221</b>
<b>Атанасян С. Л., Чуйкова Н. В.</b> О магистерской программе по педагогическому образованию кафедры геометрии МПГУ .....	<b>225</b>
<b>Багдагюлян Н.Р., Алавердян Э.С.</b> Современные проблемы студентов педагогического вуза .....	<b>233</b>

<b>Белецкая Н.В.</b> Применение некоторых свойств определенного интеграла к решению задач студенческих математических олимпиад .....	<b>236</b>
<b>Боровик О.Г., Грушевский С.П., Колчанов А.В.</b> О математическом факультете кубанского госуниверситета (заметки к истории математического образования на Кубани) .....	<b>239</b>
<b>Бочаров А.В., Грушевский С.П.</b> О системе дополнительной математической подготовки абитуриентов на факультете математики и компьютерных наук “КУБГУ” .....	<b>245</b>
<b>Дворяткина С. Н., Кузнецова Т. И.</b> Фрактальный подход в педагогике: границы применимости .....	<b>248</b>
<b>Дворяткина С. Н., Лопухин А. М.</b> Логико–математический анализ понятия азартная игра по законодательствам республики Армения и Российской Федерации .....	<b>254</b>
<b>Денежкина И.Е., Посашков С.А.</b> Взаимозависимость вузов и работодателей как стратегия развития .....	<b>259</b>
<b>Евдокимов А.А., Жаринова Т.А., Захарова В.И., Соболева И.В.</b> От интеллектуального потенциала школы – к инновационному потенциалу общества .....	<b>266</b>
<b>Зироян М. А., Тинякова В. И., Потехина Е.В., Орлик Л.К.</b> Факторно-рейтинговый анализ эффективности деятельности российских университетов .....	<b>270</b>
<b>Karakhanyan S.Y.</b> The armenian higher education: post-soviet legacy, peculiarities and challenges .....	<b>276</b>
<b>Кацуба В.С., Лазарева И.М., Скрябин А.В.</b> Анализ эффективности интерактивного обучения и контроля .....	<b>284</b>
<b>Коршунов Ю. С.</b> Мировоззренческие вопросы преподавания математики .....	<b>287</b>
<b>Костин С.В.</b> О необходимости обучения школьников и студентов различным формам метода математической индукции .....	<b>291</b>
<b>Назиев А.Х.</b> О системе математических дисциплин для подготовки учителя Математики .....	<b>296</b>
<b>Пунтус А.А.</b> Возможные пути совершенствования взаимодействия учебного и научного процессов во вузе .....	<b>302</b>
<b>Сафуанов И.С.</b> Алгебраическая подготовка магистрантов, обучающихся по направлению “Преподавание математики в основной и старшей школах” .....	<b>307</b>
<b>Тестов В.А., Голубев О.Б.</b> Информационные технологии в обучении: проблема понимания .....	<b>310</b>
<b>Хаймина Л.Э., Хаймин Е.С.</b> Подготовка высококвалифицированных специалистов для арктического региона .....	<b>314</b>

<b>Халафян А.А., Ракачева Я.В.</b> Использование статистических пакетов при проведении занятий по учебному курсу “Демография” .....	<b>316</b>
<b>Черняева С.В., Володко И.М., Эглите И.В.</b> Улучшение знаний элементарной математики – путь к успешному освоению курса высшей математики .....	<b>320</b>
<b>Яремко Н.Н., Гаврилова М.А.</b> Критериально-корректностная компетентность бакалавров и ее формирование при обучении математике в вузе .....	<b>324</b>

## **СЕКЦИЯ 6**

### **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

<b>Абрамова О.М.</b> Как помочь школьнику обратить математическую задачу .....	<b>329</b>
<b>Арутюнян А.А., Аракелян Л.Р.</b> Неравенство Йенсена и панорамное видение в курсах по выбору физикоматематического профиля старшей школы .....	<b>333</b>
<b>Будак А.Б.</b> О корректирующем курсе элементарной математики для студентов первого курса в 2013/14 учебном году и подготовительных занятиях по элементарной математике в 2014 и 2015 годах для абитуриентов филиала мгу в г. Севастополе .....	<b>338</b>
<b>Гусев В.А., Браницкая Г.А.</b> Изучение свойств и признаков различных математических понятий - один из путей повышения мотивации к обучению математики в школе .....	<b>341</b>
<b>Далингер В.А.</b> Геометрическое образование в российской школе: состояние и перспективы .....	<b>346</b>
<b>Евдокимов А.А., Сагадеева Г.А.</b> Курс внеурочной деятельности “Альтернативные источники энергии” .....	<b>351</b>
<b>Коновалова Л.И.</b> Ученик – читатель (Нomo legens – комплексная проблема школы и библиотеки) .....	<b>354</b>
<b>Лобанова Н.И.</b> Реализации принципа непрерывности обучения математике в системе «МАН – ВУЗ» .....	<b>357</b>
<b>Лоскутов С.И.</b> Организация шахматного образования как способ развития познавательного интереса школьников к изучению учебных предметов .....	<b>361</b>
<b>Назиев А.Х.</b> Решение уравнений и принцип предметности .....	<b>365</b>
<b>Никогосян Г.С., Манукян В.Ф., Серобян Е.С.</b> Об одном аспекте к исследованию задачи в процессе преподавания физики .....	<b>368</b>
<b>Подаева Н.Г., Подаев М.В.</b> Формирование деятельности младших подростков по освоению понятий на уроках геометрии .....	<b>372</b>

<b>Рябова Т.Ю.</b> Некоторые проблемы конструирования урока математики в профильных классах в условиях реализации ФГОС .....	<b>375</b>
<b>Текучева И.В., Громова Л.Ю.</b> Обучение чтению: исторический аспект проблемы .....	<b>381</b>
<b>Удовенко Л.Н.</b> Формирование универсальных учебных действий через освоение алгоритмических действий .....	<b>385</b>
<b>Форкунова Л.В.</b> Практико-ориентированные математические задачи как одно из средств повышения уровня финансовой грамотности учащихся .....	<b>390</b>
<b>Шабанова М.В., Ястребов А.В., Безумова О.Л., Котова С.Н.</b> Экспериментальная математика как содержательно-методическая линия школьного курса математики .....	<b>395</b>
<b>Ястребов А.В., Шабанова М. В.</b> О типологии результатов компьютерных экспериментов в обучении школьников .....	<b>400</b>

## **СЕКЦИЯ 7**

### **ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ**

<b>Великоруссов П.В.</b> От рабфака к физико-математическим школам (история подготовительного образования) .....	<b>404</b>
<b>Воронина М.М., Коновалова Л.В.</b> Малоизвестные сведения о педагогической деятельности О.И. Сомова в высшей технической школе (к 200-летию со дня рождения) .....	<b>407</b>
<b>Галанова З.С., Репникова Н.М.</b> У истоков высшего женского образования в России К 150-летию со дня рождения Ариян П.Н. ....	<b>412</b>
<b>Голубев Е.Б.</b> Столетие метода: от талгенизма к коллективному взаимообучению .....	<b>416</b>
<b>Назиев А. Х.</b> Примеры из истории математики, наглядно демонстрирующие ее единство .....	<b>419</b>
<b>Ольнева А.Б.</b> Математическое образование в зеркале времени .....	<b>424</b>
<b>Петрова С.С.</b> Марк Яковлевич Выгодский как историк математики (к 50-летию со дня смерти) .....	<b>429</b>
<b>Синкевич Г.И.</b> Колин Маклорен (1698-1746) и метод сходящихся последовательностей в его “Трактате о флюксиях” 1742 года .....	<b>434</b>



## **СЕКЦИЯ 9**

### **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ**

- Грушевский С. П., Князева Е. В.** Конструирование обучающих систем в информационно-математическом цикле дисциплин профессиональной подготовки бакалавров лингвистики ..... 441
- Каракозов С.Д., Уваров А.Ю.** Электронные учебники и учебный процесс в икт-насыщенной образовательной среде ..... 445
- Карасев В.А.** Опыт использования информационных технологий для организации информационно-образовательной среды при изучении курса “Теория вероятностей и математическая статистика” в техническом университете ..... 451
- Кибзун А.И., Мхитарян Г.А., Наумов А.В.** Проблемы дистанционного электронного обучения в вузах по математическим курсам ..... 454
- Кольцов Ю.В., Добровольская Н.Ю., Харченко А.В.** Конструирование учебных задач на основе вычисляемых шаблонов ..... 458
- Костенко Ю.К., Недогреева Н.Г., Нурлыгаянова М.Н.** Дистанционный урок как форма реализации средового подхода в образовании через продуктивное сотрудничество ..... 462
- Лёвшина Г.Д.** Опыт использования информационных технологий для организации информационно-образовательной среды при изучении курса “Математический анализ” в техническом университете ..... 467
- Уварова А.В., Кольцов Ю.В., Подколзин В.В.** Адаптивное обучение на основе функциональных положительно определенных моделей предметной области ..... 470
- Пушкарь Е.А., Берков Н.А.** Обучение математике студентов технических высших учебных заведений с использованием пакетов компьютерной алгебры ..... 474
- Щербатых С. В., Рогачёва А. Ю.** WEBINAR как необходимый компонент дистанционного образования (на примере обучения элементам теории вероятностей в общеобразовательной школе) ..... 480

## **СЕКЦИЯ 10**

### **РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО**

- Арутюнян А.А., Оганисян К.А.** К вопросу о методе обучения математике с целью повышения учебной мотивации учащихся ..... 485
- Арутюнян А.А., Оганисян К.А.** Об одном методе обучения математике для повышения учебной мотивации учащихся ..... 488

<b>Благовещенская Е.А.</b> Алгебраические структуры и теория музыки .....	<b>491</b>
<b>Богун В.В.</b> Развитие мотивации учащихся различных учебных заведений к изучению математики при использовании информационно-коммуникационных технологий .....	<b>493</b>
<b>Вельмисов П.А., Дегтярева Н.А.</b> Организация исследовательской деятельности обучающихся .....	<b>498</b>
<b>Грецова А.П., Недогреева Н.Г.</b> Мотивация развития познавательных способностей старшеклассника средствами педагогического дизайна .....	<b>500</b>
<b>Дегтярева Н.А., Нехожина Е.П.</b> Применение интерактивного метода “Квест” в школе .....	<b>505</b>
<b>Карапетян В.С., Макичян С.А.</b> Оценка деятельности начинающего учителя математики на уровне эмпирических исследований .....	<b>509</b>
<b>Лазарев В.А., Кузнецова О.К.</b> Альтернативные формы обучения как средство вовлечения семьи и бизнес-структур в систему образования.....	<b>516</b>
<b>Лазарев В.А.</b> О развитии интереса к математике при решении нестандартных задач в нестандартных условиях .....	<b>522</b>
<b>Прокофьева С.И.</b> Разработка учебной игры по теме “Теория вероятностей” для студентов технического вуза .....	<b>528</b>
<b>Ракачев В.Н., Халафян И.С.</b> Ретроспективное вероятностно-статистическое моделирование – как способ мотивации к познанию прикладных математических знаний студентами гуманитарных специальностей .....	<b>532</b>
<b>Розанова С.А., Кузнецова Т.А.</b> Особенности курсов повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы .....	<b>535</b>
<b>Розанова С.А., Кузнецова Т.А.</b> Проблемы развития мотивации к изучению математики в инженерно-технических и естественнонаучных профильных классах средней школы .....	<b>539</b>
<b>Розанова С.А., Смирнов Е.И.</b> Психолого-педагогические проблемы преподавания математики студентам-гуманитариям и в школах с профильными гуманитарными классами .....	<b>544</b>
<b>Секованов В. С., Смирнов Е.И., Уваров А.Д., Елкин Д.В.</b> Изучение голоморфной динамики как средство развития креативности и компетентности студентов .....	<b>550</b>

## **СЕКЦИИ 11 И 12**

### **ЭКОНОМИКА В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ В ФИНАНСОВОЙ ЭКОНОМИКЕ**

<b>Геворкян Н. П.</b> Экономика образования .....	<b>555</b>
---	------------

### О РОССИЙСКО-АРМЯНСКОМ ПРОЕКТЕ «РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО»

Розанова С.А.

*Московский институт информационных технологий, радиотехники и  
электроники*

*Москва, пр Вернадского, 78*

*e-mail srozanova@mail.ru*

Карапетян В.С.

*Армянский государственный педагогический университет им. Х. Абовяна,*

*Ереван, Тигран Меци 17,*

*e-mail vskarapetyan@mail.ru*

**Аннотация** Изложены основные результаты исследований, полученные в ходе выполнения Российско-Армянского проекта в 2014 – 2015 годах. Одним из основных результатов является концепция развития мотивации к изучению математики в современном мире.

*Ключевые слова: проект, развитие мотивации, математика, концепция, школы, вузы, общество, государство, СМИ, бизнес, семья, комплексный подход, шахматы*

**Abstract** The main results of the research presented, which were obtained in the course of the Russian-Armenian project in 2014 - 2015 years. One of the main results of this is the concept of development of motivation to study mathematics in the modern world.

*Keywords: the project, development of motivation, mathematics, concept, schools, universities, society, the state, the media, business, family, integrated approach, chess*

В Концепции развития математического образования, утвержденной Правительством РФ 24 декабря 2013 г., среди отмеченных в ней проблем на первом месте стоит проблема мотивационного характера: «Низкая учебная мотивация школьников и студентов связана с общественной недооценкой значимости математического образования...» [1]. Действительно, среди ряда разнообразных причин возникновения этой проблемы, в дополнение к [1], можно отметить следующие:

1. Сложность математики как учебного предмета и трудность ее усвоения массовым школьником и студентом. Красиво подчеркнул это качество математики Б. Рассел: «Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой – красотой холодной и суровой, подобной красоте скульптуры, возвышенно чистая, способная к такому строгому совершенству, которое доступно только величайшему искусству»;
2. Не всегда удовлетворительное качество преподавания математики в школах и вузах по причине отсутствия новейших технологий преподавания;
3. Предметное содержание учебного материала бывает неадекватно сложившимся социальным реалиям;
4. Качество подготовки учителей и преподавателей нуждается в совершенствовании. Видимо, основная причина в том, что математические дисциплины преподаются на разных факультетах в большинстве случаев без учета специфики специальности /на примере армянский вузов/.

Необходимость исследования вызвана сложившимся в последнее время негативным отношением к математике в современном обществе не только в России, но и в ряде других стран.

В связи с этим Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки РФ выступил с инициативой провести совместные исследования по данной проблеме с представителями научно-педагогической общественности Армении, учитывая исторически сложившиеся научно-образовательные, культурные отношения и интеграционные процессы обеих стран. Так при поддержке РГНФ и Комитета по науке РА возник совместный Российско-Армянский проект 2014-2015 годов.

**Актуальность проблемы обусловлена:** возрастанием роли математики в естествознании, компьютерных и гуманитарных науках; падением интереса к получению математических знаний в молодежной среде России, Армении, Польше и др. странах. Уровень фундаментальности обусловлен тем, что эта проблема, как и сама математика, является важнейшим приоритетом существования и процветания государства и общества, а также научно-технического прогресса.

**Научная новизна определяется** предлагаемым комплексным подходом к решению поставленной задачи:

- формулированием концептуальных положений развития мотивации к изучению математики и создание методик их реализации, направленных на приоритетное отношение общества и государства к математике;
- рассмотрением развития мотивации к изучению математики школьников и студентов вузов различных профилей;
- рассмотрением проблемы для общества в целом (государственные структуры, средства массовой информации, бизнес, семья и пр.).

**Практическая значимость:** Полученные результаты могут быть использованы школами, вузами и обществом в целом (государство, СМИ, бизнес, семья) в обеих странах.

Какие результаты были получены совместными исследованиями за истекший период?

**1) Определена общетеоретическая и практическая направленность подходов к решению проблемы исследования мотивации изучения математики в условиях модернизации образования.**

На современном этапе развития системы образования /общеобразовательной и профессиональной/ возникают многочисленные проблемы обеспечения качества образования, которые в разных странах решаются по-разному (соответственно их финансовым возможностям). Помимо этого очень важна заинтересованность общества в понимании роли и значения образования для обеспечения конкурентоспособности данной страны. Стратегический план реформирования образования имеет много направлений; среди них особое место занимает изучение особенностей становления будущего специалиста. В этом контексте ключевая роль принадлежит исследованию мотивации к обучению школьников и студентов. Без понимания мотивационного аспекта обучения и учения невозможно модернизировать всю систему образования, особенно в трансформирующемся обществе. Несмотря на все усилия по исследованию и внедрению результатов в области мотивации, до сих пор в практике они малоэффективны; особенно трудно у школьников и студентов идет изучение математических и естественных дисциплин. Об этом свидетельствует ряд публикаций о малой эффективности и отсутствии полноценной мотивации к учению школьных предметов (Маркова А.К., Орлов А.Б., Фридман Л.М. и другие)[7],[8],[14]-[19]. Отсюда вытекает необходимость доработать теоретические подходы, специальные приемы, способы повышения познавательного интереса, как у школьников, так и у студентов, обобщенные приемы и способы действий по компонентам оценки и контроля приобретенных знаний.

Проблему исследования развития мотивации к обучению математике в принципе можно рассматривать как локальную задачу в общем контексте мотивации учения вообще. Принимая во внимание, что мотивационный аспект учения представляет особый интерес для понимания ценностных ориентаций субъектов деятельности, исследовательские группы из России и Армении акцентировали внимание на выяснении мотивационного аспекта учения вообще. Поэтому были изучены существующие практические подходы в разных странах, повышающие учебную мотивацию. Изучение их опыта и анализ практических психолого-педагогических источников и учебников показал:

а/ В некоторых развитых странах особое место уделяется отбору содержания учебных задач. Почти во всех учебниках учебные задачи отобраны по принципу соответствия реалиям жизни ребенка, иногда даже бытовым, ежедневным нуждам и заботам. Это является эффективным механизмом повышения интереса к изучаемому предмету.

б/ Школьники максимально готовят к самостоятельной жизни так, чтобы ребенок понимал необходимость изучения конкретной темы.

Развитие мотивационной линии показывает, что в первую очередь школьники заинтересованы усваивать различные способы решения учебных задач, а потом возникает второй мотивационный аспект развития - понимание того, что необходимо теоретизировать ряд учебных задач (т.е. прийти к обобщенным умениям). Несмотря на спорность вопроса существующих подходов изучения мотивации, мы мотивационный аспект учения рассматриваем с точки зрения процессуальной стороны. Концептуальная ориентация была представлена по следующей схеме. Предполагалось, что организация совместной деятельности „школьник-учитель-школьник”, „школьник-родители” является первым источником пробуждающегося мотива, который в дальнейшем развертывается за счет активизации самостоятельной деятельности ребенка. Включение школьника в систему совместной исследовательской деятельности является началом обеспечения внешне контролирующего мотива. Второй шаг – усиление и поощрение самостоятельных действий школьников в совместной деятельности, т.е. распределение познавательных ролей в деятельности по ее отдельным компонентам. Третий шаг – завершающий этап, становление самостоятельности и постепенного сокращения роли совместной деятельности. Именно на этом этапе на основе организации самостоятельной деятельности ребенка полноценно можно судить о возникновении внутреннего мотива.

Исследование мотивов изучения школьного курса математики было рассмотрено с точки зрения обеспечения дополнительных интеллектуальных ресурсов. И поэтому выделены, по крайней мере, 2 условия. Первое условие – стабильность концентрации внимания, которая необходима для организации процесса учения. Второе условие - активизация визуальным образом, продвижение образом фигур (геометрических, предметных, перцептивных и т.д.). Третье условие - усиление рефлексии учения, и четвертое – прогнозирование ходов мыслительных, перцептивных и предметных действий, запись ходов процесса познания с целью оценки и контроля последовательности действий. Совместная исследовательская группа пришла к выводу, что для слабо- и среднеуспевающих школьников математические объекты трудно воспринимаемы, поэтому возникла необходимость расширить игровую ситуацию, выбрать специальную модель познания, которая отражает и включает в себя специфические элементы активизации психической деятельности школьников. Учитывая глобальный опыт по введению с 2011 года в школьное образование Армении предмет «Шахматы» и локальный опыт шахматных кружков в России, в качестве такой модели выбрали шахматную игру. Шахматы включают все перечисленные психологические качества, необходимые для формирования соответствующих компонентов учебной деятельности (мотивации, цели, операциональный состав действия, контроль и оценка) [2]-[6].



Исследователи совместного проекта исходили из того, что математическое и шахматное мышление имеют некоторые сходные черты (логическое и алгоритмическое мышление, хорошую память, развитую интуицию). К различию можно отнести следующее: математика построена на знаково-символической деятельности, а шахматное мышление включает в себя особую концентрацию внимания, визуальную ориентацию, постоянный анализ ситуации, оценку и контроль действия, а также непрерывную обратную связь. Конечно, эти перечисленные действия в какой-то мере есть и в процессе изучения математики и поэтому, как показывают сравнения школьной успеваемости по математике и шахматам, школьные оценки по этим предметам в основном совпадают. Видимо, общая линия интеллектуального развития гарантирует успешность приобретения новых знаний за счет обеспечения адекватного восприятия и усвоения скрытых познавательных действий и приводит к взаимному обогащению интеллектуальной сферы школьников. Эта часть исследования была представлена на международных конференциях в Бразилии (2013), в Греции (2015), а также в журнале «Семья и школа» РА (2015). Все это является теоретико-практическим ориентиром для постановки и решения проблемы мотивации к изучению математики, как в школах, так и в вузах. В этом русле возникает проблема организации математического образования, на котором особенно в технологическую эпоху уделяется особое внимание во всем мире.

2) **Проведенное изучение мировых рейтингов образовательных систем и анализ состояния образования** в ряде стран (Армения, Россия, Япония, Китай, Сингапур, США, Германия, Финляндия и др.), позволяют отметить следующее:

1. Рост интереса к математике как к учебному предмету наблюдается в системах образования, в которых:

- государство и общество в целом признают социальную ценность математики для прогресса страны;

- максимально снижены или полностью преодолены учебные трудности. Переход от одной темы к другой считается недопустимым, пока предыдущий материал не усвоен на соответствующем уровне.

2. Постановка предмета «Математика», образовательные условия, созданные в странах – лидерах образовательных систем (Южная Корея, Япония, Сингапур, Китай, Финляндия, Великобритания и др.), предъявляемые требования, теоретико-методологические и психологические подходы преподавателей (используемые методы, средства и формы представления информации, психолого-педагогические условия) достойны более глубокого изучения.

3. Во всех странах для повышения мотивации к изучению математики кроме обязательного достойного финансирования, важна еще «культура образования», стимулирующая желание учиться, вера общества в важность образования и его высокую моральную ценность.

4. Для повышения мотивации к изучению математики в обществах России и Армении необходимо:

- Проанализировать возможности совершенствования подходов к преподаванию математики, как в школах, так и в вузах с учетом их профилей, выделив лучшие в образовательных системах обеих стран;
- Выделить те базовые идеи и методы в математике, овладеть которыми необходимо каждому образованному человеку;
- Исследовать возможности создания соответствующих примерных программ; инновационных пособий по математике, обеспечивающих наглядность математических

идей и их приложений, содержащих исторические факты, задачи практического характера, занимательные задачи, повышающие мотивацию.

- Получить результат исследования в виде концепции развития мотивации к изучению математики и механизмов ее реализации.

### **3) Намечены некоторые пути решения проблемы:**

1. Поддержка решения проблемы на государственном уровне.

В ряде развитых стран за последние годы значительно увеличился интерес к изучению математики, благодаря определенной, часто жесткой, политике государств, понимающих важность развития фундаментальных наук для своих стран. Например, в Европейском союзе, который является одним из богатых регионов в мире, поддержка науки и образования, в том числе и математического, осуществляется через важнейшие инструменты региональной политики – структурные фонды (Европейский фонд регионального развития, Европейский социальный фонд и др.). Европейский социальный фонд разработал оперативную программу «Человеческий капитал». В этой программе выделены 9 приоритетов, из которых важное место занимают высокое качество системы образования, высшее образование и наука.

В США еще при Буше-младшем по результатам работы экспертной комиссии принята программа приоритетных направлений, в которой важнейшее место занимает повышение качества математического образования. Такие меры на государственном уровне дают мощный импульс для развития научных и психолого-педагогических исследований.

Другим примером может служить выставка Гете-Института «Ощути математику», которая проходила в феврале 2013 г. в Политехническом музее Москвы под девизом «Делай сам и думай сам».

Президент России В.В. Путин 7 мая 2012 года подписал Указ «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки». В нем, в частности, поручается Правительству Российской Федерации разработать и утвердить в декабре 2013 г. Концепцию математического образования в Российской Федерации на основе аналитических данных о состоянии математического образования на различных уровнях образования.

В 2012 г. в Доме Учителя г. Москвы под руководством министра образования г. Москвы, начальника Московского Департамента образования И.И. Калины проведено совещание о проблемах математического образования. В работе совещания приняли участие представители Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ (НМС). Кроме того присутствовали директор ряда физико-математических школ, директор ЦНМО И.В. Яценко и др. В результате 2-х часовой беседы и обмена мнениями участники совещания пришли к выводу о необходимости разработки ряда предложений и мер по повышению мотивации к изучению математики в современном обществе [10].

Большой вклад в решение обозначенной проблемы будет внесен при выполнении плана реализации концепции математического образования [9].

Весь мир ищет пути, формы и методы развития мотивации к изучению математики в быстро меняющихся условиях существования человечества.

2. Роль государственно-общественной организации «Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки» (НМС) в решении проблемы.

НМС ставит перед собой цель по разработке и внедрению научно-учебно-методического комплекса, организационных и научно-практических мероприятий, обеспечивающих повышение качества математического образования учащихся средней школы, НПО, СПО и студентов ВПО нематематических специальностей.

НМС сформулировал предварительный план и некоторые направления работ по повышению мотивации к изучению математики учащимися и студентами.

- Создание научно-учебно-методического комплекса по математике (НУМКМ), направленного на повышение мотивации к изучению математики, базовым в этом комплексе является сборник программ по математике для всех образовательных направлений [11].

- Обобщение опыта преподавания курса «Математика и информатика» студентам гуманитарных специальностей и экспертиза существующих ГОС последнего поколения и на этой основе:

- выделение тех базовых идей и методов математики, овладеть которыми необходимо всем (концептуальные положения);
- создание соответствующих примерных программ;
- создание инновационных пособий по математике, в том числе и электронных, обеспечивающих наглядность математических идей и их приложений, содержащих исторические факты, задачи практического содержания, занимательные задачи и т.п. и повышающих мотивацию;
- разработка методических материалов для повышения научного уровня учебников, учебных пособий и методических рекомендаций учителям математики [13].

- Разработка и апробация организационных и научно-практических мероприятий по внедрению НУМКМ:

- проведение творческих семинаров для преподавателей средних школ, НПО, СПО и ВПО на базе НМС (МИРЭА и РУДН);
- создание лектория для родителей, школьников и студентов для формирования правильных представлений о сути математики, её роли в обычной жизни, её значения при выборе будущей профессии. С этой целью использовать средства массовой информации, в том числе, и телепрограмму «Академия» на канале «Культура», и привлекать членов НМС для реализации планов;
- привлечение преподавателей математики и талантливых учеников физико-математических школ (и, возможно, других школ) к участию в школах молодых учёных, российских и международных конференциях, ежегодно проводимых НМС, с публикацией научных и научно-методических результатов;
- приглашение ведущих учителей математики школ к участию в работе секции средних школ, секции средних технических учебных заведений, секции компьютерной поддержки математического образования;
- проведение соревновательных мероприятий по математике для массового участия школьников и студентов с целью воспитания их успешности (пилотный проект на инновационных площадках НМС);
- создание программ с включением мотивационной составляющей и организация курсов повышения квалификации педагогов высших школ [12].

3. Объединение усилий научно-педагогической общественности на мировом уровне, направленных на повышение мотивации к изучению математики в современном обществе,

через серию международных научных конференций, семинаров, научно-исследовательских проектов и публикаций.

#### **4) Разработана концепция развития мотивации к изучению математики**

**Теоретическая часть концепции** - концептуальные положения и их классификация.

1. Комплексное решение проблемы позволяет выделить универсальные и специфические концептуальные положения. Их классификация проведена с учетом особенностей средней и высшей школ; государства, СМИ и бизнеса; семей учащихся и студентов.
2. Главная методологическая идея универсальных положений для средней и высшей школ - оптимальное развитие мотивационной сферы личности обучаемого. Она должна включать в себя интегративное взаимодействие триады компонентов внешней и внутренней мотиваций: мотивации достижения, самоопределения и интеллектуального напряжения в изучении математики на основе дифференциации и сложности взаимодействия когнитивных и личностных подсистем.
3. Основная методологическая идея для высшей профессиональной школы – развитие профессиональной мотивации с использованием математических моделей и методов, а также компьютерных технологий.
4. Концептуальные положения, специфические для высшей школы: учет профилей, направлений и специальностей вузов (педагогические, инженерно-технические, естественнонаучные, социально-экономические, гуманитарные) в учебном процессе по математике.
5. Концептуальные положения, специфические для средней школы, – непрерывное развитие интереса к математике от начальных до выпускных классов включительно; в профильных классах – с учетом их профилей.
6. Ведущая идея концептуальных положений для общества, государства, СМИ, бизнеса - их поддержка (политическая, организационная и материальная) - основа развития мотивации к изучению математики в современном обществе.
7. Ведущая идея для семей учащейся молодежи – их моральная, психологическая, материальная поддержка развития мотивации детей к изучению математики в неразрывной взаимосвязи с развитием их эмоционально-волевой сферы и творческой самостоятельности.

#### **Концептуальные положения для общества в целом:**

1. Социально значимый уровень понимания обществом в целом (государство, СМИ, семья, бизнес) роли математики и математического образования в современном мире - залог развития мотивации к изучению математики в образовательных структурах.
2. Необходимость владения специалистами любого профиля математической культурой (на разных уровнях) – ответ на вызов современного состояния общества в его синергетических и технологических проявлениях.
3. Развитие мотивации к изучению математики с раннего детства на основе развертывания фундирующих иерархических структур обобщенных математических знаний и актуализации личностных предпочтений.
4. Непрерывность и преемственность развития математической культуры и мотивации к изучению математики в школе и в вузе в неразрывной взаимосвязи с развитием эмоционально-волевой сферы и творческой самостоятельности обучаемых.

5. Интегративный рост компонентов триады внешней и внутренней мотивации к изучению математики – одно из основных условий оптимального развития мотивационной сферы личности.
6. Актуализация выраженности индивидуального стиля как ответ на изменчивость, вариативность и открытость образовательных ситуаций, необходимость использования «мягких» моделей образования и развития мотивационной сферы изучения математики.
7. Повышение требований к профессиональным стандартам педагогической деятельности (школы, СПО, высшая школа) на основе системогенеза психологической системы деятельности, профессиональной идентичности требованиям профессии и высокой степени актуализации профессиональной мотивации.
8. Использование информационно-коммуникационных технологий и дистанционного обучения как эффективного механизма повышения мотивации к изучению математики и роста информационной культуры педагога и ученика на основе коммуникаций.
9. Адаптация современных достижений математики и ее приложений в экономике, науке, технике и производственной сфере к содержанию и инструментализации математического образования на различных уровнях.
10. Проектирование и реализация исследовательского поведения школьников (студентов) в условиях актуализации наглядного моделирования в развертывании фундирующих конструкторов математического знания, инсайтов и рефлексии при активном взаимодействии учебных предметов и интеграции математических, информационных, гуманитарных и естественнонаучных знаний создает атмосферу повышения мотивации к изучению учебного материала;
11. Развитие технологии внедрения оснащенных спиралей фундирования математических знаний в процесс обучения математике студентов различных направлений и специальностей университетов ведет к активизации мотивационных и когнитивных структур в процессе изучения математики. Это способствует положительным изменениям в личностном развитии и успешности освоения математической деятельности студентов.
12. Формирование и развитие интегративных конструкторов интеллектуальных операций (моделирование, понимание, планирование, прогнозирование, принятие решения) как механизмов развития практического мышления эффективно реализуются в ходе ресурсного взаимодействия математических, информационных, гуманитарных (естественнонаучных) знаний. Это ведет к повышению самостоятельности, ответственности за принимаемые решения (включая волевой и нравственный аспекты) в переходе от размышления к действиям;
13. Разработка требований, критериев, параметров и показателей оценки учебно-методических материалов нового поколения для обеспечения мотивирующего изучения математики на основе процессов интеграции профессионально важных знаний и наглядного моделирования учебных элементов. Разработка экспертных таблиц и оценочных показателей требований к учебно-методическим материалам нового поколения.
14. Приоритет в создании насыщенной информационной среды: диалог культур, полифункциональная деятельность, интеграция предметных, информационных, гуманитарных и естественнонаучных знаний,



экспериментальная и поисковая активность с реальными предметами, использование информационно-коммуникационных технологий.

15. Поддержка и развитие доминантной модальности восприятия (диагностика модальностей восприятия, построение индивидуальных образовательных траекторий, вариативность и технологическая поддержка средствами обучения, оптимизация функционирования других модальностей (знаково-символической, вербальной, образно-геометрической и конкретно-деятельностной) за счет диалога культур и работы в малых группах, переход процессов развития в процессы саморазвития).
16. Математика и шахматы как образовательная ценность, формирующая логическое мышление и волевую доминанту личности.

### **Механизмы реализации концепции**

1. Государственные нормативные документы, поддерживающие концепцию (политически, финансово и организационно) и контролирующие ход ее реализации.
2. Соответствующие министерства обеих стран, государственно-общественные организации (такие, как например, Научно-методический совет по математике)
3. СМИ, бизнес, семья
4. Администрация и коллективы школ и вузов.
5. Активная часть научно-педагогической общественности.
6. ИКТ - мощный механизм в руках заинтересованного преподавателя
7. Международные научно-практические конференции, семинары, публицистическая деятельность выдающихся ученых и педагогов, лекторий для родителей, популяризация математики через книги и кино.

#### **4) Организационные мероприятия**

За 2014 и 2015 годы проведены 3 Международные конференции (1 в России и 2 в Армении).

#### **5) Публикации**

Подготовлено и выпущено 5 коллективных монографий в виде Трудов и Сборников статей этих конференций, опубликовано и подготовлено к печати более 30 статей, готовится монография «Развитие мотивации к изучению математики в современном мире»

Полученные результаты будут способствовать повышению качества математического образования и всего образования в целом, а также интеграции образования обеих стран в мировое образовательное пространство.

**Работа выполнена в рамках проектов РГНФ 14-26-20004 и 13RF-015 (Государственный комитет по науке Министерства науки и образования РА, Русско-армянское научное сотрудничество) ՀՀ ՇԳՆ ԳՊՇ – ՌՀԳՀ**

### **Литература**

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013г. №2506-р, Москва.
2. Карапетян В.С. Целенаправленное изучение стратегических программ шахматной деятельности как профессиональная исследовательская платформа динамических развитий системы мотиваций освоения математики в общеобразовательной сфере, Тезисы и тексты докладов международной конференции 15-18 декабря 2014 года, «Бесконечномерный анализ, стохастика, Математическое моделирование: новые задачи

- и методы, проблемы, Труды Международной конференции, Армения, Цахкадзор, март 2014г., с. 319-326
3. Карапетян В.С. Вебинары как инновационное средство развития профессионального мышления студентов, сетевое взаимодействие как форма реализации государственной политики в образовании, Сборник. Всероссийская научно-практическая конференция, 18-19 февраля 2015 Челябинск – Екатеринбург, с.. 349-352
  4. Карапетян В.С. К вопросу о качестве профессионального образования и системным подходам его оценки, ŠVIETIMAS: POLITIKA, VADYBA, KOKYBĖ , On the problem of professional education quality and systemic approach to it, 2014; 6(2 (17)) с. 34–43
  5. Karapetyan V.S. Target-oriented research of the strategic programmes on chess activities as specialized experimental platform for dynamic development of public education, 7 th World Conference on Educational Sciences (WCES-2015) 05-07 February 2015, Novotel Conference Center, Athens – Greece, с.143
  6. Karapetyan V.S. The potential of chess in the educational system of the Republic of Armenia, Journal of Science Education, vol. 15, 2014, p. 57-59
  7. Маркова А.К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте: пособие для учителя: М., Просвещение, 1983.- 96с.
  8. Маркова А.К., Орлов А.Б., Фридман Л.М. Мотивация учения и ее воспитание у школьников. М.: Педагогика, 1983. — 64 с.
  9. Об утверждении плана мероприятий Министерства образования и науки РФ по реализации Концепции развития математического образования в РФ, Приказ Министерства образования и науки РФ №265 от 3 апреля 2014г.
  10. Розанова С.А. О проблеме повышения мотивации к изучению математики в современном обществе, Труды Международной конференции, Армения, Цахкадзор, март 2014г., стр.50-54.
  11. Розанова С.А., Кузнецова Т.А. и др. Сборник примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения. Москва, РУДН, 2009,с. 1-166.
  12. Розанова С.А., Кузнецова Т.А. Проект программы повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы. Труды Международной конференции, Армения, Цахкадзор, март 2014г., стр. 554-561.
  13. Смирнов Е.И. Единство математики в задачах на основе фундирования опыта наглядного моделирования будущего педагога. Proceedings of Global International Scientific Analytical Project “ Subject and object of cognition in a projection of educational technologies and psychological concepts”, 2014, London.-pp.34-41
  14. Возняк, Г.М. Прикладные задачи в мотивации обучения. // Математика в школе. №2, 1990г.
  15. Дробышева, И.В. Мотивация: дифференцированный подход. // Математика в школе. № 4, 2001г.
  16. Маркова А.К., Т.А. Матис, А.Б. Орлов. Формирование мотивации учения, М. Просвещение, 1990.
  17. Таймасханов, У.Д. Создание проблемных ситуаций. // Математика в школе. №5, 1994г.
  18. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике. Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. М. Издательство «Флинта», 1998г.
-

# ПЕРВАЯ МИРОВАЯ ВОЙНА И МАТЕМАТИКА В «РУССКОМ МИРЕ»

Демидов С.С.

*Институт истории естествознания и техники  
им. С.И. Вавилова РАН, Москва, Россия,  
serd42@mail.ru*

**Аннотация.** Первая мировая война стала поворотным пунктом в истории России: она вошла в неё в ранге империи, пережила в её ходе две революции и гражданскую войну и вышла из неё, по существу, только в 1923 году как Союз Советских Социалистических Республик. Рассматривается эволюция математического сообщества, математических исследований и математического образования в «русском мире» в ходе Первой мировой войны.

*Ключевые слова:* школа П.Л. Чебышева Московская школа теории функций Лузитания университеты Императорская Академия наук эвакуация

**Abstract.** The First World War was a turning point in the history of Russia: the country entered into it in the rank of the Empire, survived in its course two revolutions and a civil war and came out of it essentially only in 1923 as the Union of Soviet Socialist Republics. The report discusses the evolution of the mathematical community, mathematical research and mathematical education in the «Russian world» during the First World War.

*Key words:* P.L. Chebyshev school Moscow school of functions theory Luzitaniya universities Imperial Academy of Sciences evacuation

19 июля (1 августа) 1914 года Германия объявила войну России и казавшаяся конфликтом местного значения война Австро-Венгрии с Сербией превратилась в мировую, как оказалось впоследствии – Первую мировую. Официальное её завершение 28 июня 1919 года – дата подписания Версальского договора, который подвёл её предварительные итоги. Одним из результатов стало крушение четырёх империй – Российской, Германской, Османской и Австро-Венгерской, кардинальным образом изменившее политическую карту мира. Полностью сменился расклад мировых сил и, что может быть самое главное, дух международных отношений. Сами способы ведения войны обозначили небывалое прежде значение технологического фактора, технического оснащения войск, основанного на передовых технологиях, определяемых научно-техническим уровнем противников. Наука и техника, которые, как казалось на рубеже двух веков<sup>1</sup>, должны были стать основой будущего прогресса человечества, оказались источниками военной мощи, нацеленной на уничтожение врага и достижение победы, сулящей господство.

Россия вступила в Первую мировую войну в ранге империи, а к дате её формального завершения числилась уже республикой – Российской Социалистической Федеративной Советской Республикой. За это время она пережила две революции – Февральскую 1917 года и Октябрьскую 1917 года, а также братоубийственную Гражданскую войну, продолжавшуюся до 1923 года. Только её окончание стало для России фактическим завершением Первой мировой войны. В очередную свою мирную передышку между Первой и Второй мировыми войнами страна вступила уже в виде Союза Советских Социалистических Республик. Этот Союз, основанный 29 декабря 1922 года, провозглашался государством нового типа – республикой рабочих и крестьян, построенной на идеологическом фундаменте марксизма, власть в котором фактически

---

<sup>1</sup> Вспомним энтузиазм организаторов и участников Международной выставки в Париже в 1900 году и пафос произнесённого Д. Гильбертом на 2-ом Международном конгрессе математиков, проходившем в рамках этого конгресса, доклада «Математические проблемы»

осуществляла партия большевиков (ВКП(б) – Всесоюзная Коммунистическая Партия большевиков) во главе с В.И. Лениным.

Задача нашего доклада – попытаться проследить эволюцию математики (то есть математического сообщества, математических исследований и математического образования) в ходе этих событий в «русском мире»<sup>2</sup>. Попробовать ответить на вопрос – какую роль сыграла эта война в её развитии? Разумеется, как всякая война, она несла смерть и разруху – мы знаем о трагедиях, которые она принесла в жизнь конкретных российских математиков (многие из них, оказавшись в сложных жизненных условиях военного времени, рано ушли из жизни, некоторые погибли на поле брани), об эвакуации на восток учебных заведений, о сложностях в осуществлении многих проектов (так, например, замедлился выход изданий, например, приостановилась публикация журнала «Математический сборник»). Но одновременно катастрофа, которой каждая война оборачивается для вовлечённых в неё народов, меняет приоритеты, открывает возможности, которые в мирное время кажутся мало реальными, неизмеримо убыстряет процессы социальных преобразований в обществе, которые при нормальном течении событий вряд ли могли быть осуществлены в достаточно короткое время. Так вынужденная эвакуация учебных заведений из зоны боевых действий активизировала естественный, но в мирное время неторопливый процесс расширения географии научных учреждений на бескрайних российских просторах. Голод на научную периодику, спровоцированный войной и послевоенной разрухой, стал причиной преобразования упомянутого нами «Математического сборника» из чисто российского в международное издание такая трансформация вряд ли могла совершиться в 20-е годы при естественном развитии событий. А обретение в итоге войны независимости Польшей привело к рождению одной из самых славных математических школ XX века. Изменившийся в результате революции социальный строй открыл двери учебных заведений целым социальным классам и национальностям, путь которых в образование и науку в царской России был практически закрыт. Конечно, всё это могло бы быть рано или поздно достигнуто (и, конечно, было бы достигнуто) в ходе естественной исторической эволюции, но ждать этого пришлось бы достаточно долго. Для того, чтобы понять и оценить масштаб свершившихся перемен, попробуем для начала взглянуть на российскую математику весны 1914 года: какой она встретила начало войны? Вернёмся в май – начало июня того далёкого уже года – в конец последнего мирного семестра в истории высшей школы Российской империи.

## **Математика в Российской империи к лету 1914 года**

Основными центрами математической жизни Империи были её столицы – Санкт-Петербург и Москва. В Петербурге её средоточием стала Императорская Академия наук и Петербургский университет. С этими двумя учреждениями связана деятельность школы, известной в истории как Петербургская математическая школа или школа П.Л. Чебышева. Для этой школы, как известно, характерны ярко выраженный прикладной характер (исключением служила лишь теория чисел – область традиционная для петербуржцев со времён Л. Эйлера), постоянное стремление к строгому и одновременно эффективному решению математических задач, к построению алгоритмов, позволяющих доводить решение задачи либо до числового ответа, либо до пригодного приближённого решения, стремление к простоте и элементарности используемых средств. Такая направленность деятельности школы определяла известное недоверие к новомодным направлениям

---

<sup>2</sup> Так как меняло название само государство, в котором жили россияне в рассматриваемый период, да и многие вчерашние жители Империи оказались за его пределами, мы были вынуждены для обозначения народа (народов), встретивших войну её гражданами, избрать термин «русский мир», который кажется нам наиболее подходящим для наших целей.

западной математики (в частности, новаторские идеи Римана оценивались как математический декаданс), к новым веяниям в основаниях математики. При этом общее осмысление математики и её места в мире носило позитивистский характер. «Строгими методами (строгость понималась в смысле возможно точного установления пределов погрешностей используемых методов) мы решаем конкретные задачи и никакого философского тумана (скажем, в стиле Георга Кантора) мы не потерпим». В петербургских математических кругах конца XIX – начала XX века доминировали прозападные устремления, активное неприятие монархии и воинствующий атеизм.

В наиболее концентрированной форме эти черты были присущи тогдашними лидеру петербуржцев академику А.А. Марков (1856 – 1922) – выдающемуся математику, прославившемуся в мире своими результатами в теории вероятностей, теории приближения функций многочленами, теории чисел и в математическом анализе. Не столь политизированным как Марков, но разделявшим те же убеждения, был другой академик – А.М. Ляпунов (1857 – 1918), автор классических результатов в качественной теории дифференциальных уравнений, математической физике и теории вероятностей. Их идейным единомышленником выступал более молодой академик, также начавший приобретать известность в мире своими достижениями в области математической физики, В.А. Стеклов (1864 – 1926). Все трое – замечательные педагоги, читавшие лекции в университете и других учебных заведениях Петербурга. Если к ним ещё добавить таких замечательных учёных и педагогов как Ю.В. Сохоцкий (1842 – 1927), К.А. Поссе (1847 – 1928) Д.Ф. Селиванов (1855 – 1932), И.И. Иванов (1862 – 1939), Н.М. Гюнтер (1871 – 1941), Я.В. Успенский (1883 – 1947), то не приходится удивляться, что Петербург той поры позиционировался в математическом мире как один из важнейших не только научных, но и образовательных центров. Ведущая роль в воспитании нового поколения математиков принадлежит Стеклову, создавшему одну из наиболее ярких математических школ первой трети XX столетия. Вот наиболее известные её представители – Я.А. Шохат (1884 – 1944), М.Ф. Петелин (1886 – 1921), А.Ф. Гаврилов (1887 – 1961), В.И. Смирнов (1887 – 1974), В.В. Булыгин (1888 – 1918), Я.Д. Тамаркин (1888 – 1945), А.А. Фридман (1888 – 1925). Все они в 1910 – 1912 гг. были оставлены при университете для подготовки к профессорскому званию. В те же годы при университете был оставлен ученик А.А. Маркова А.С. Безикович (1891 – 1970). Взрыв математической активности петербургской молодёжи был во многом подготовлен той работой, которую петербургские математики проводили среди учащейся молодёжи. Успешно работал общегородской математический семинар для гимназистов, в котором занятия проводили университетские профессора. Наиболее талантливым участникам семинара (а большинство молодых учёных из приведённого только что списка принимали активное участие в его работе) уделял своё время даже сам Марков (см. [1 – 3]).

Разумеется, Петербург как магнит притягивал к себе талантливую молодёжь. Старалась не отставать от него и старая столица. Так Москва накануне событий начала 2-й Мировой войны также отметилась необычайным взрывом активности, которую возглавил ординарный профессор чистой математики Д.Ф. Егоров (1869 – 1931) и его молодой ученик приват-доцент Н.Н. Лузин (1883 – 1950).

Средоточием математической жизни в Москве был Московский университет и действовавшее при нём Московское математическое общество. К концу XIX века деятельность этого общества, основанного в 1864 году, приняла общероссийский характер. Как писал А.П. Юшкевич [1, с. 317], по своему значению для развития математики в стране «Московское математическое общество уступало только Академии наук». С 1866 года Общество начало издавать журнал «Математический сборник», ставший трибуной для зарождающегося российского математического сообщества. На заседаниях Общества и на страницах его журнала ставились и обсуждались стоявшие перед сообществом важнейшие проблемы, в том числе, задачи школьного математического образования, создания российской физико-математической

библиографии, разрешались острые конфликтные ситуации. Для понимания масштабов деятельности приведём некоторые статистические данные [1, с. 317]: если в 1867 году общество насчитывало 14 членов, из которых только один – П.Л. Чебышев – был иногородним, то в 1913 их было уже 112, притом что большинство из них (78) составляли не москвичи – 57 жили в других городах Империи, а 21 за её границами. «Математический сборник» доставлялся не только во все значимые города России, но и в ведущие мировые математические центры [4, с. 136].

Важно заметить, что математика в первопрестольной развивалась в иной отличной от петербургской парадигме. И хотя москвичам, как и петербуржцам, был присущ интерес к прикладной тематике (в этом проявлялась общая для всей тогдашней России тяга к развитию интеллектуальных и промышленных сил Империи), во всём остальном их математические вкусы кардинально расходились: москвичи испытывали особый интерес к геометрическим исследованиям, отличались склонностью к построению изящных геометрических по духу контр-примеров, интересом к философии. Последнее дало основание назвать московскую школу той поры философско-математической. В Москве был в большой моде Лейбниц, идеалистическая и даже религиозная философия. Наиболее влиятельный московский математик конца XIX – начала XX века Н.В. Бугаев (1837 – 1903) сам был философом, автором оригинальной системы – эволюционной монадологии. Его философские взгляды преломлялись в математике особым интересом к разрывным функциям, в разработке теории которых он видел важнейшую задачу современной математики<sup>3</sup>. Соответственно с такими мировоззренческими склонностями формировались и их математические привязанности. Москвичи избрали основными направлениями своих занятий дифференциальную геометрию (основание Московской школы теории поверхностей заложил ученик Ф. Миндинга К.М. Петерсон, идеи которого получили развитие в трудах Б.К. Млодзеевского и Егорова), а также аналитическую механику и прикладную математику (Н.Е. Жуковский, А.С. Чаплыгин). Ну а так как в общем мировоззренческом плане они в корне расходились с петербуржцами, то вполне заслужили и их неприязненное отношение. Даже успехи москвичей в прикладной тематике (теория гидравлического удара Жуковского или его же достижения в области аэро- и гидромеханики) не стали основанием для их одобрения – на результаты «московской знаменитости» в Петербурге было принято смотреть свысока [4, с. 25]. Это, по своей природе, мировоззренческое расхождение<sup>4</sup> стало основанием для конфронтационных взаимоотношений математиков двух столиц, приводивших к взаимному отчуждению и разнообразным конфликтным ситуациям, разбирательство по которым нередко занималось Московское математическое общество. Оказавшись в положении стороны третируемой академическим Петербургом, Москва, ущемлённая в своём самолюбии, искала возможности вырваться на передовые позиции современной математики. И такие возможности предоставила им новая, не приветствуемая в Петербурге, тематика теории функций действительного переменного, в которой москвичи открыли чаемую их учителем Бугаевым теорию разрывных функций. В этом контексте следует рассматривать появление в 1911 году в *Comptes Rendus* Парижской академии наук статьи Егорова «О последовательности измеримых функций», содержавшей известную теорему, носящую его имя, и публикацию в 1912 в том же журнале заметки его ученика Лузина о «С-свойстве» измеримых функций. С этих событий началась история одной из влиятельнейших математических школ XX столетия – Московской школы теории функций.

К весне 1914 года тон в московских математических кругах задавали в части, касающейся прикладной математики, Жуковский и его школа (Чаплыгин и др.), в части

<sup>3</sup> Решая которую, он вместе со своими учениками строил новую математическую дисциплину – аритмологию, которая, однако, серьёзного развития не получила.

<sup>4</sup> Которое следует рассматривать и в контексте общего культурного противостояния двух столиц.

же дифференциально-геометрической (а именно эти два направления, как мы уже говорили, определяли лицо московской математики начала века) Млодзеевский и Егоров. Над своими магистерскими диссертациями по теории изгиба на главном основании – тематике, которую к московскому стволу привил ещё К.М. Петерсон – начали трудиться С.С. Бюшгенс (1882 – 1963) и С.П. Фиников (1883 – 1964), над различными вопросам теории функций В.В. Голубев (1884 – 1954), В.В. Степанов (1889 – 1950) и И.И. Привалов (1891 – 1941). Но главным событием лета 1914 года стало возвращение из длительной командировки в Гёттинген и Париж Лузина. В осеннем семестре он объявил в университете курс по теории функций действительного переменного и организовал параллельный ему семинар. Из этого семинара в первые годы его существования выросло первое поколение знаменитой Лузитании – Д.Е. Меньшов (1892 - 1988), М.Я. Суслин (1894 – 1919), А.Я. Хинчин (1894 – 1959), П.С. Александров (1896 – 1982).

Резкий подъём математических исследований наметился в конце XIX – начале XX столетия и в провинции. И хотя традиционно вся общественная жизнь Российской империи была жёстко централизована, хотя властная вертикаль пронизывала все сферы деятельности, тем не менее по мере удаления от столиц влияние управляющей длани становилось заметно слабее. В частности, оказывалось возможным свободно разрабатывать идеи, приходившие с Запада и не находившие поддержки у столичных математиков. Так в Казанском университете кроме традиционной со времён Н.И. Лобачевского геометрической тематики (А.В. Васильев (1853 – 1929), А.П. Котельников (1865 – 1944) и др. ) появились авангардные исследования по математической логике П.С. Порецкого (1846 – 1907), по воображаемой логике Н.А. Васильева (1880 – 1940). Математической логикой начали заниматься и в молодом Новороссийском университете в Одессе: И.В. Слешинский (1854 – 1931), С.И. Шатуновский (1859 - 1929). Здесь же с вопросов неевклидовой геометрии и оснований геометрии начал свои геометрические изыскания В.Ф. Каган (1869 – 1953). Вообще на рубеже веков заметно оживилась математическая жизнь на юге Российской империи – в одном из старейших в стране Харьковском университете, высокий уровень преподавания, который был установлен усилиями Ляпунова и Стеклова, в предвоенные годы работали такие математики как Д.М. Синцов (1867 – 1946), Н.Н. Салтыков (1870 – 1961), А.Б. Пшеборский (1871 – 1941), наконец, один из крупнейших математиков XX века С.Н. Бернштейн (1880 – 1968).

Киевский университет, отмеченный весьма умеренными математическими достижениями в XIX веке, благодаря усилиям переехавшего туда в 1901 году замечательного представителя Петербургской школы Д.А. Граве, резко поднял свой математический уровень. Усилиями Граве в 1908 – 1914 гг. была создана известная школа, носившая преимущественно алгебраический характер. Из неё в эти годы вышли такие известные математики как Б.Н. Делоне (1890 – 1980), О.Ю. Шмидт (1891 – 1956), Н.Г. Чеботарёв (1894 – 1947), положившие начало советской алгебраической школе, а также М.Ф. Кравчук (1892 – 1942) и переселившийся на Запад А.М. Островский (1893 – 1986).

Из математиков Варшавского университета, в котором ранее работали такие известные учёные как Н.Я. Сонин, В.А. Анисимов и Г.Ф. Вороной, назовём двух воспитанников Петербургской математической школы Д.Д. Мордухай-Болтовского (1876 – 1952) и В.И. Романовского (1879 – 1954). Хотя Юрьевский (бывший Дерптский) университет и переживал в ту пору далеко не лучшие времена, однако, среди его профессоров в 1914 году мы видим таких известных учёных как выходцы из Московского университета математик В.Г. Алексеев (1866 – 1943) и механик Л.С. Лейбензон (1879 – 1951). Из выдающихся математиков, работавших в те годы в других учебных заведениях Российской империи назовём знаменитого алгебраиста профессора Томского технологического института Ф. Э. Молина (1861 – 1941) и одного из пионеров разработки качественных методов математического анализа профессора Рижского политехнического института П. Г. Боля (1865 – 1921).

Перечисленные имена первоклассных математиков, широта диапазона их исследований, значимость названных школ в науке XX века свидетельствуют о том, что математика накануне событий Первой мировой войны переживала в Российской империи период бурного роста. В чрезвычайном темпе развивалось и российское математическое сообщество. Активно работали математические общества: рядом со старейшим Московским – Математическое отделение Новороссийского общества естествоиспытателей (основано в 1876 г.), Харьковское математическое (основано в 1879 г.), Казанское физико-математическое (с 1880 существовало как физико-математическая секция Общества естествоиспытателей, а с 1890 как независимое общество), Киевское физико-математическое (основано в 1889). Большое количество участников собирала математическая секция Всероссийских съездов естествоиспытателей и врачей, первый из которых прошёл в январе 1868 года в Петербурге, а последний 13-й в июне 1913 года в Тифлисе. Если на Первом съезде было всего лишь шесть математических докладов, то на 13-ом их число возросло до 31. Если на первых съездах число участников математической секции было где-то около 50, то на последних оно поднималось до 500. На этих съездах ставились и активно обсуждались проблемы школьного математического образования. В этих обсуждениях принимали участие ведущие российские учёные и преподаватели средней школы, которые на съездах составляли большинство. Острота этих проблемы стала причиной организации специальных всероссийских съездов преподавателей математики. Первый такой съезд был проведён в Петербурге в январе 1912 года, второй в Москве уже в январе 1915. Одной из центральных тем этих съездов была реформа преподавания – движение за которую, возглавленное Ф. Клейном, было горячо поддержано в российском математическом сообществе. Задачей этой реформы стало воспитание у школьников функционального мышления, а также введение в школьную программу элементов «высшей математики». Россия приняла активное участие в работе созданной в 1908 году Международной комиссии по преподаванию математики. Председателем её русской секции (подкомиссии) выступил Н.Я. Сонин.

Вообще русские математики выступали активными участниками всех международных начинаний конца XIX – начала XX века – международных конгрессов математиков, начиная с первого 1897 года в Цюрихе, затем в Париже (1900), в Гейдельберге (1904), в Риме (1908), наконец, последнего довоенного конгресса 1912 года в Кембридже. Они с энтузиазмом восприняли начало первого крупного реферативного проекта, осуществлённого берлинским математиком К. Ортманом – «Книги успехов математики за год» (*Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*), первый том которого, охватывавший работы вышедшие в 1868 году, увидел свет в 1871 – и приняли в нём деятельное участие. В этом ежегоднике, начиная со второго тома, вышедшего в 1873 году, сотрудничали А.Н. Коркин, Е.И. Золотарёв, К.А. Поссе, Д.М. Синцов. Как писал Васильев (цит. по [1, с. 323]): «Трудно, думаю, оценить ту громадную пользу, которое оно принесло; в частности, конечно, особенно обязана ему русская наука. При поразительном незнании нашего языка иностранцами ... только благодаря этому *Jahrbuch*'у русская математическая литература могла сделаться известной математикам других стран». Они приняли участие в осуществлении организованного в Германии международного проекта (одним из инициаторов которого выступил Ф. Клейн) «*Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften*» – Д.Ф. Селиванов написал раздел по исчислению конечных разностей (1901), А.Н. Крылов в сотрудничестве с К. Мюллером (C. Müller) по теории корабля (1906 – 1907), Т.А. Афонасьева-Эренфест в соавторстве со своим мужем П. Эренфестом по статистической механике (1909 – 1911). Можно сказать, что российская математика стала неотъемлемой частью европейского математического мира. И хотя она не входила в число его лидеров, которыми по-прежнему оставались французы и немцы, в спину которым дышали итальянцы, тем не менее они были одним из самых динамично развивавшихся его отрядов.



Русские математики стали частыми гостями в Париже и Гёттингене и активно печатались во французских, немецких и итальянских математических журналах. Обычной практикой русской системы математического образования стали длительные командировки «приготавливаемых к профессорскому званию» в ведущие европейские математические центры. Уже упомянутый Лузин, будучи ещё студентом, в конце 1905 года был отправлен в Германию и Францию, откуда вернулся летом следующего года. А работая над своей магистерской диссертацией, он находился в этих странах с конца 1910 до начала лета 1914 года. Значительное место проводили на Западе многие ведущие университетские российские профессора. В подобных командировках некоторых из них застало начало мировой войны. Замечательно, что война для многих из них оказалась некоторой неожиданностью. Так, читая переписку Лузина, вовремя – к началу лета – возвратившегося поездом в Москву из Парижа, мы не находим в ней никаких следов ощущения её близости. Стеклова война застала в Великобритании, куда он был командирован Академией наук на празднование 300-летия открытия Непером логарифмов. «Уже проезжая через Берлин, - писал он в своих воспоминаниях [4, с. 278], – я заметил, что немцы несколько изменили прежнее радушное и предупредительное отношение к нам, русским. Сделались много суше и менее услужливыми. Но я не обратил на это внимания». Это происходило в июне месяце. Затем через Париж, Булонь-сюр-Мер, Фолкстон Стеклов с супругой прибыли в Лондон, в котором провели 10 дней. Отсюда они перебрались на остров Уайт в проливе Ла-Манш, где отдыхали до 15 июля<sup>5</sup> И лишь затем двинулись в Эдинбург, где проходили торжества. За время их пребывания в Великобритании международная обстановка накалилась. И хотя теперь уже стало ясно, что «война на носу», я, писал Стеклов [4, с. 280], «всё ещё рассчитывал, уезжая из Edinburgh'a, прожить хоть с неделю на White'e. Оказалось, ошибся». В непростых условиях начавшихся военных действий их возвращение в Петербург оказалось предприятием не таким уж простым : на «каком-то скверном шведском пароходике» до Бергена, затем по железной дороге до Христиании, из Христиании опять же поездом до Стокгольма, откуда снова на «плохоньком пароходике» до Рауме, и уже отсюда поездом через Хельсингфорс до самого Питера, который уже в августе на антигерманской волне был переименован в Петроград. Все эти трудности , как показали дальнейшие события, оказались ничем по сравнению с тем, что готовили надвигавшиеся события стране и тому кругу, которому принадлежал академик Стеклов: покончит счёты с жизнью его обожаемый учитель и друг А.М. Ляпунов (1918), не выдержит тягот лихого времени его уважаемый коллега А.А. Марков (1856 – 1922), наконец, не станет и его преданной супруги Ольги Николаевны (1920).

### **Математика и математики в первые годы войны (до Февральской революции 1917 года)**

Когда в ходе военных действий появилась реальная опасность вступления германских войск на территорию Российской Империи, российским правительством было принято решение об эвакуации с западных территорий высших учебных заведений. Так в 1915 году Киевский университет был эвакуирован в Саратов, а Варшавский в Ростов-на-Дону. Лишь в 1918 нашёл пристанище в Нижнем Новгороде Варшавский политехнический институт , в Воронеже – Юрьевский (до 1893 Дерптский) университет, в Иваново-Вознесенске – Рижский политехнический. Киевляне вернулись домой уже осенью 1916 года. Позднее в свои уже независимые государства вернулись Варшавский и Рижский политехнические институты, а также Юрьевский университет, ставший Тартуским.

---

<sup>5</sup> «На White мы остановились в одной из лучших гостиниц и прекрасно провели время, совершая прогулки во время отлива по морскому пляжу за несколько вёрст (часто до соседнего города Sunday) или по крутому берегу вёрст за 5 до какого-то уютного местечка, где наслаждались в чисто сельской обстановке чаепитием с «джинжибрендом», попросту, нашей медовой коврижкой. Чувствовалось, совсем как во время оно в нашей деревенской России» [4, с. 277].

Последние добрались до Варшавы, Риги и Тарту уже не в полном составе: русские профессора за небольшими исключениями предпочли остаться. Так варшавяне влились в состав Нижегородского университета, а рижане и юрьевцы положили начало Иваново-Вознесенскому политехникуму и Воронежскому университету, соответственно. Варшавскому же университету была отныне определена судьба остаться Ростовским на Дону.

Пожалуй лишь в этих школах, располагавшихся на западных рубежах Империи, война серьёзным образом нарушила нормальный ход педагогического процесса и научных исследований. Во всех прочих – в Петроградском, Московском, Казанском, и даже Харьковском университетах – течение жизни продолжалось в привычном ритме. Читались лекции, велись семинары (в моду уже начали входить научно-исследовательские семинары: в Москве такие семинары вели, например, Егоров и Лузин), готовились и защищались диссертации. Важно было то, что учившаяся в высшей школе молодёжь, лица, оставленные в университетах «для приготовления к профессорскому званию», приват-доценты и профессора по действующему законодательству Российской Империи не подлежали призыву в действующую армию. Это создавало необходимые условия для сохранения научного потенциала страны.

В первопрестольной успешно работал Н.Е. Жуковский со своими учениками (С.А. Чаплыгиным и др.). Их труды по аэродинамике приобретали особую ценность в виду открывавшихся войной перспектив использования воздухоплавательной техники. Млодзеевский и, особенно, Егоров с учениками продолжали развивать ставшие традиционными для Москвы направления в дифференциальной геометрии и геометрической теории уравнений с частными производными. В весеннем семестре 1914 года Егоров объявил семинар по теории функций. Тогда, как вспоминал Меньшов [5, с. 188], «только что появился ... интеграл Лебега и так называемая метрическая теория функций». Вскоре должен был появиться из зарубежной командировки Лузин и Егоров готовил для него аудиторию. И к лету он приехал. И уже осенью он начал читать факультативный курс по теории функций действительного переменного. «Именно этот читаемый из года в год специальный курс и сопровождающий его семинар ... явились центром, из которого выросла Московская школа теории функций – замечательный памятник научной деятельности Н.Н. Лузина» [6, с. 475]. Сам Лузин готовил к защите магистерскую диссертацию, которую он назвал «Интеграл и тригонометрический ряд», опубликовал в 1915 и защитил в мае 1916 года. Труд оказался столь успешным, что Учёный Совет постановил в порядке исключения присвоить диссертанту сразу, минуя степень магистра, степень доктора чистой математики. В диссертацию был включён и результат его ученика А.Я. Хинчина, который ввёл понятие асимптотической производной. На основе этого понятия Хинчин сумел вскоре обобщить понятие интеграла Данжуа, что стало содержанием заметки, опубликованной в *Comptes Rendus* Академии наук Франции в 1916 году. В том же году другой ученик Лузина Д.Е. Меньшов опубликовал в *Математическом сборнике* работу посвящённую тому же интегралу Данжуа, а в *Comptes Rendus* ставший сенсацией пример тригонометрического ряда, имевшего отличные от нуля коэффициенты и почти всюду сходящегося к нулю. Ещё один ученик Лузина студент 3-го курса П.С. Александров в 1915 году доказал, что всякое бесконечное несчётное борелевское множество (В-множество) имеет мощность континуума. Эта работа, опубликованная в тех же парижских *Comptes Rendus* в том же 1916 году, даже рассматривалась как решение проблемы континуума, так как математики того времени полагали, что В-множествами исчерпывается весь запас множеств, реально используемых в математике. Тем более сенсационным выглядел полученный в 1916 году результат другого студента третьего курса М.Я. Суслина, сумевшего, использовав некоторую операцию (А-операцию), изобретённую Александровым, построить пример плоского В-множества, проекция которого на прямую не является В-множеством. Таким образом в математику был введён новый тип множеств, получивших наименование

суслинских или А-множеств, или аналитических множеств. Статья была опубликована в *Comptes Rendus* Академии наук Франции за 8 января 1917 года. (По ходу дела заметим, что Россия и Франция выступали в начавшейся войне союзниками, поэтому публикациям русских во французских журналах была открыта зелёная улица !) Этот класс множеств на многие годы превратился в основной объект исследований по дескриптивной теории множеств, ставших визитной карточкой лужинской школы. Москва стала одним из ведущих центров математических исследований в Европе.

Признанный европейский математический центр – Санкт-Петербург – сохранял свои позиции. Активно трудились академики Марков, Ляпунов, Стеклов, зрели исследовательские таланты Н.М. Гюнтера и Я.В. Успенского, продолжали свою научную и педагогическую деятельность Ю.В. Сохоцкий, К.А. Поссе, И.Л. Пташицкий, Д.Ф. Селиванов, И.И. Иванов, наконец, выросла целая когорта замечательных учеников Стеклова – готовили свои магистерские диссертации Смирнов, Тамаркин, Фридман. Заявили о себе первоклассными результатами А.С. Безикович и И.М. Виноградов. Война сказывалась на активности петербургской школы разве только в некотором замедлении издательской деятельности и в затягивании сроков защиты диссертаций. Непосредственно в военные действия оказался вовлечённым лишь Фридман, который ушёл на фронт добровольцем и в 1914 – 1916 годах служил в авиационных частях.

Продолжалась нормальная деятельность и в других российских учебных заведениях, расположенных на территориях не затронутых военными действиями.

### **Математика и математики в эпоху развала Российской Империи**

Ситуация начала резко меняться в эпоху революционных событий 1917 года, особенно после Октябрьской революции, которая привела к кардинальной смене строя государственной жизни, к слому старого государственного аппарата, установлению новых неведомых доселе порядков и за которой последовала братоубийственная гражданская война. Запылала вся территория бывшей Империи. И, конечно, такие события в высшей степени негативно отразились на жизни научных и образовательных учреждений. Прекращение нормального функционирования институтов власти, бедственная ситуация с продовольствием и топливом поставили университетскую профессуру на грань выживания. Старые и больные быстро сошли в могилу. В 1918 году покончил жизнь самоубийством А.М. Ляпунов, в 1921 году не стало Н.Е. Жуковского, а в 1922 А.А. Маркова. Для более молодых и энергичных наступило время поиска хлеба насущного. Особенно тяжёлая ситуация сложилась в обеих столицах. Лужин с учениками (Меньшовым, Суслиным, Хинчиным) перебрались в Иваново-Вознесенск, где в 1918 году, как мы уже говорили, был организован Политехнический институт, петроградцы (Тамаркин, Фридман, Безикович, Виноградов) спасались в Перми, где в 1916 году открылся филиал Петроградского университета, в 1917 ставший самостоятельным Пермским университетом.

События на юге европейской части Империи разворачивались непредсказуемо и с необычайной скоростью – там действовали отряды белой гвардии, красногвардейцы, части регулярной немецкой армии, войска неожиданно появившихся и также быстро исчезавших государственных образований, наконец, многочисленные банды, самую известную из которых возглавил легендарный батька Махно. Несмотря на весь творившийся там беспредел именно в этот период Д.А. Граве, осевший в Киеве ещё в 1899 году, создал свою знаменитую школу, с которой связано, прежде всего, начало отечественных исследований по новой алгебре – Б.Н. Делоне, О.Ю. Шмидт, Н.Г. Чеботарёв. Его учениками стали такие известные математики как А.М. Островский, а позднее М.Ф. Кравчук, Н.И. Ахиезер и М.Г. Крейн. В Харькове также продолжали свою деятельность и высшая школа и математическое общество. Её высокий научный уровень сохраняли и поддерживали такие математики как Д.М. Синцов, Н.Н. Салтыков, С.Н. Бернштейн.

Тяжёлые условия жизни в стране вздыбленной революцией усугублялись неопределённостью отношения новых властей к различным государственным институтам, в частности, что особенно важно для нас, к научным и образовательным. Нежелание мириться с таким положением и жить в мире, управляемом новой советской властью, подтолкнула многих, в том числе и математиков, к эмиграции на Запад. Так из Петрограда в 1922 году уехал в Польшу и затем через год в США Я.А. Шохат<sup>6</sup>, в том же году на знаменитом «философском пароходе» был выслан Д.Ф. Селиванов<sup>7</sup>, в 1924 году убежали (перейдя границу в Прибалтике) А.С. Безикович<sup>8</sup> и Я.Д. Тамаркин<sup>9</sup>, а в 1929 году решил не возвращаться на родину находившийся в командировке академик Я.В. Успенский<sup>10</sup>. Уехал ряд математиков из университетов юга Империи. Так в 1919 из Харькова сначала в Тифлис, а когда в 1921 году к власти в Тифлисе пришли большевики, в Белград уехал Н.Н. Салтыков<sup>11</sup>, в том же году покинул Харьков и переехал в Польшу молодой статистик Ю.Ч. Нейман<sup>12</sup>. В 1922 покинул Харьков и переселился в Польшу А.П. Пшеборский<sup>13</sup>. В 1920 из Одессы в Белград переехал А.Д. Билимович<sup>14</sup>, а в 1922 из Одессы сначала в Белград, а затем в Прагу<sup>15</sup> Е.Л. Буницкий.

События революции и последовавшей за ней гражданской войны стало временем коренной ломки и старых институтов, и прежнего менталитета. Общественная жизнь менялась стремительно. То, на что при обычном течении дел уходили годы, в такие периоды могло совершаться почти мгновенно. Так учреждённый в 1878 году Гомский университет долгое время имел в своём составе единственный факультет – медицинский. Потребовались многие годы настойчивых усилий общественности прежде чем, наконец, в 1917 году был открыт физико-математический факультет. Основанный в 1909 году Саратовский университет лишь в 1917 обрёл, наконец, физико-математический факультет. В 1918 появились университеты в Симферополе (Таврический), Тифлисе и Ташкенте (Туркестанский), в 1919 в Баку и Ереване, в 1920 в Екатеринбурге и во Владивостоке (Дальневосточный университет), в 1921 в Минске. В эти годы началась история многих высших учебных заведений, в том числе педагогические и институты технического профиля. Начали выстраиваться новые формы научной деятельности. Так в 1918 году в Киеве была создана Всеукраинская Академия наук, первым президентом которой был избран В.И. Вернадский. В феврале 1922 года по инициативе Стеклова организован Физико-математический институт Российской академии наук, получивший в 1926 году его имя (именно из этого Института в 1934 был выделен Математический институт им. В.А. Стеклова). В том же 1922 году в Московском университете начал действовать ряд научно-исследовательских институтов, в их числе Научно-исследовательский институт математики и механики, первым директором которого стал Млодзеевский, которого в следующем году сменил Егоров.

---

<sup>6</sup> J.A. Shohat (1866 – 1944). Долгие годы состоял профессором Пенсильванского университета.

<sup>7</sup> D.F. Selivanoff (1855 – 1932). Жил и работал в Праге.

<sup>8</sup> A.S. Besicovitch (1891 – 1970). Вначале работал у Х. Бора в Копенгагене, впоследствии профессор в Кембридже и член Лондонского королевского общества.

<sup>9</sup> J.D. Tamarkin (1888 – 1945). Обосновался в США, с 1929 года профессор Брауновского университета, в 1942 – 43 гг. вице-президент Американского математического общества.

<sup>10</sup> J.V. Uspensky (1883 – 1947). С 1929 года и до самой смерти в 1947 году работал в Стэнфордском университете.

<sup>11</sup> Н.Н. Салтыков (1872 – 1961). Работал в Белградском университете, действительный член Сербской академии наук.

<sup>12</sup> Jerzy Neyman (1894 – 1981). В 1938 году был приглашён в Калифорнийский университет в Беркли, с которым была связана вся его дальнейшая деятельность.

<sup>13</sup> А.В. Przeborski (1871 – 1941). Проработав несколько месяцев в Виленском университете, переехал в Варшаву, где трудился в тамошнем университете.

<sup>14</sup> А.Д. Билимович (1879 – 1970). Работал в Белградском университете, действительный член Сербской академии наук и в 1936 – 1940 гг. секретарь Отделения естественно-математических наук Академии.

<sup>15</sup> E.L. Bunitzky (1874 – 1952). Работал в Карловом университете.

Первое послереволюционное десятилетие стало временем невиданной прежде миграции педагогических и научных кадров. Основной точкой притяжения стала Москва, которая в 1918 году приобрела статус столицы государства. Сюда из Одессы в 1923 году переехал В.Ф. Каган, из Киева в 1920 О.Ю. Шмидт, в 1924 А.П. Котельников, а в 1926 Е.Е. Слуцкий. Некоторые математики переселялись в Петроград: ещё в самом начале войны сюда переехал из Одессы Г.М. Фихтенгольц, а в 1922 году из Киева Б.Н. Делоне. Университетские центры (прежде всего Москва и Петроград) притягивала к себе учащаяся молодёжь, социальный и национальный состав, которой кардинально изменился: в высшую школу пришли люди рабоче-крестьянского происхождения, а также многочисленная еврейская молодёжь, для которых получение высшего образования в царской России было чрезвычайно затруднено.

Российская Академия в первые послереволюционные годы переживала самый драматический период в своей почти уже двухсотлетней истории. Математический её класс к 1923 году съёжился до трёх действительных членов: Стеклова, Крылова и Успенского<sup>16</sup>. Наркомат просвещения, в ведении которого она оказалась, не числил её в своих приоритетах. Более того, многие из большевистского руководства рассматривали её как отжившее свой век наследие старого режима. По их мнению место старой Академии, «забытой» в старой столице, должна была занять созданная в 1918 году в Москве новая Социалистическая Академия. Возвращение Академии наук в число государственно образующих институтов страны, в значительной мере, заслуга Стеклова, в 1919 году избранного её вице-президентом. Человек левых убеждений, принявший большевистскую революцию и установивший хорошие отношения с наркомом просвещения А.В. Луначарским, а также с самим В.И. Лениным, он добился того, что Академия наук приобрела статус головного научного учреждения СССР. Но этот статус получил воплощение лишь во второй половине 20-ых годов. В 1923 же году страна лишь начинала приходить в себя после окончания длительной гражданской междоусобицы. Начиналась эпоха советского государственного строительства. Одним из приоритетов стала система народного образования – от школьного до высшего. В части, касающейся школьного образования ситуация выглядела плачевно. Увлечения идеей построения новой единой трудовой школы выродились в цепочку разного рода диких экспериментов («метод проектов», «бригадный метод» и т.д. [7, 8]), постепенно разваливавших школьное математическое образование. В отношении математического образования в высшей школе ситуация была более предпочтительной. Конечно, общий уровень студентов зримо упал, однако, старый преподавательский контингент продолжал делать своё дело: приноравливаясь к уровню «нового студенчества», педагоги старой школы продолжали преподавать по тем же программам, изменяя и совершенствуя их в соответствии с требованиями времени. Конечно, атмосфера в высшей школе становилась всё более идеологизированной: обязательное изучение марксизма студентами и аспирантами (а со временем и профессорско-преподавательским составом), идеологический контроль со стороны «пролетарского студенчества», комсомольских и партийных организаций, чистки студенческих рядов от проникших в них выходцев из эксплуататорских классов и т.д. Однако, (и это главное !) начал меняться сам вектор общественного развития. Уходили в прошлое мечтания совершивших революцию большевистских идеологов о мировой революции, на подготовку к которой этот вектор был направлен в первые послереволюционные годы<sup>17</sup>. Становилось очевидным, что страна обречена была строить

<sup>16</sup> А после кончины Стеклова в 1926 году до двух, один из которых Успенский находился в командировке в США, из которой в итоге в СССР не вернулся.

<sup>17</sup> В 1918 году В.И. Ленин писал [9, с. 185]: «... Международная революция приблизилась ... на такое расстояние, что с ней надо считаться как с событием дней ближайших». В Конституции СССР 1924 года ещё читаем: «новое союзное государство ... послужит верным оплотом против мирового капитализма и новым решительным шагом на пути объединения трудящихся в Мировую Социалистическую Советскую республику». Но уже сталинская Конституция 1936 года не содержит об этой республике даже упоминания.

новое общество, живя во враждебном окружении. Предстояло осуществить коллективизацию и индустриализацию страны. Для всего этого нужны были образованные кадры, для воспитания которых была необходима эффективно работающая школа – начальная, средняя и высшая. Образовательная система, существовавшая в Империи, за десять лет советской власти пришла в совершенный упадок. А для решения стоявших перед СССР задач нужно было решать куда более амбициозную задачу – нужно было строить массовую школу, которой в царской России не было, необходимо было создать разветвлённую систему политехнического образования, строительство которой до революции только начиналось. Осуществлять всё это нужно было в мобилизационном порядке: дыхание приближающейся войны уже ощущалось.

Для выстраивания всего этого комплекса нужна была, в частности, большая математика: высоко профессиональное математическое сообщество и хорошо выстроенное математическое образование. Возможно ли было решить такую задачу в обозримом будущем? Для ответа на этот вопрос рассмотрим ситуацию, сложившуюся в советском математическом сообществе в 1923 – 1927 гг.

### **Математика в СССР за 10 лет**

Как мы уже говорили, математические исследования в стране ко времени революционных событий 1917 года находились в состоянии подъёма. Их уровень был таков, что даже тяготы десятилетия, на которое пришлось испытание опустошительными войнами (одна из которых была гражданской) и кровавой революцией, не остановили её поступательного развития. Как писал в статье, посвящённой развитию математики в стране за десять лет советской власти, Хинчин [10, с. 41]: «Может быть, в эти первые тяжёлые годы революции математика, по чисто внешним причинам, оказалась поставленной в несколько особые условия, позволившие ей развиваться интенсивнее других точных наук: математику не нужно ни лабораторий, ни реактивов; бумага, карандаш и творческие силы – вот предпосылки его научной работы; а если к этому присоединить возможность пользоваться более или менее солидной библиотекой и некоторую долю научного энтузиазма (а это есть почти у каждого математика), то никакая разруха не может остановить его творческой работы. Недостаток текущей литературы в известной степени возмещался неустанным научным общением, которое в эти годы удалось организовать и поддерживать».

Математическая Москва, громко заявившая о себе в 1911 – 1916 гг. сумела в основном благополучно переплыть через бурные воды истории: единственной страшной потерей стала смерть в 1919 от сыпного тифа гениального Суслина. Уже в 1922 году в Москву вернулся Лузин и возобновились регулярные заседания его семинара, в работе которого наряду с преподавателями (Степановым, Александровым и Урысоном) участвовали также студенты – Н.К. Бари, В.И. Гливленко, Л.Г. Шнирельман, затем – А.Н. Колмогоров, чуть позднее – М.А. Лаврентьев, Л.В. Келдыш, Е.А. Леонтович, П.С. Новиков и Г.А. Селивёрстов. Вернулись в Москву и включились в работу «старики» – Привалов, Меньшов и Хинчин [11]. Успешно продолжались исследования по тематике теории множеств и теории функций. Внимание при этом было сосредоточено на проблемах теории аналитических множеств. Однако, уже в это время в школе Егорова-Лузина отчётливо проявилась тенденция к расширению тематики исследований. Как писал впоследствии Степанов [12, с. 51]: «Всякой научной школе со специализированной тематикой в процессе её развития угрожает опасность эпигонства ... после того как основные проблемы разрешены и исчерпаны трудами ряда талантливых учёных, эти же учёные и их ученики добывают оставшиеся крохи. Московская школа в целом преодолела эту опасность расширением области исследования и применением методов теории функций и теории множеств к другим отраслям математики». Отправной точкой для работы в новых направлениях стали собственные достижения школы в метрической

теории функций, которая во многом определила и используемые в новых областях методы.

Ещё в годы революции Лузин и его ученики (Привалов, Голубев, Меньшов, Хинчин) начали исследовать проблемы теории функций комплексного переменного. В 1925 к ним присоединился М.А. Лаврентьев, воспитавший замечательного ученика – М.В. Келдыша.

Достижениями Александрова и Урысона 1921 – 1924 гг. были отмечены первые шаги советской топологической школы. В 1925 под руководством Александрова начал работать семинар по топологии, на котором выросли такие выдающиеся математики как А.Н. Тихонов и Л.С. Понтрягин.

В 1923 году появились первые важные результаты Хинчина по теории вероятностей, а в конце 20-ых к разработке этой дисциплины приступил один из крупнейших математиков XX века Колмогоров.

В 1922 – 23 гг. Хинчин приступил также к разработке проблем теории чисел. В 1925/26 учебном году он организовал по этой тематике специальный семинар, в котором приняли участие А.О. Гельфонд и Шнирельман.

Продолжались исследования в традиционных для Москвы направлениях – дифференциальной геометрии (Егоров, С.П. Фиников), теории дифференциальных уравнений с частными производными (Егоров), прикладной математике (С.А. Чаплыгин). Если к этому добавить работы по тензорной дифференциальной геометрии Кагана и его учеников, по теории интегральных уравнений Егорова и В.А. Костицына, по теории почти периодических функций Степанова, по теории вероятностей и статистике Е.Е. Слуцкого, наконец, по теории групп О.Ю. Шмидта, то можно говорить что к середине 20-ых годов Москва стала важным и быстро развивающимся центром математических исследований. Центр этот формировался вокруг университетского Научно-исследовательского института математики и механики и Московского математического общества. Во главе обоих институтов стоял Егоров, который пытался делать всё для возрождения нормальной жизни отечественного математического сообщества. Было возобновлено издание «Математического сборника» теперь уже как общесоюзного и даже международного математического журнала – журнал начал печатать статьи не только на русском, но и на немецком, французском и итальянском языках<sup>18</sup>. Москвичи приступили к работе над изданием Полного собрания сочинений Н.И. Лобачевского. Наконец, ими был подготовлен и с 27 апреля по 4 мая 1927 года проведён Всероссийский математический съезд, возродивший регулярную деятельность математического сообщества в стране, теперь уже в СССР – на съезде было принято решение о проведении в 1930 году Первого Всесоюзного съезда математиков в Харькове.

Таким образом центром жизни отечественного математического сообщества де-факто и де-юре стала Москва. Но в Петрограде, переименованном в 1924 году в Ленинград, оставалась Российская Академия наук, которая с 1925 года стала именоваться Академией наук СССР. Как мы уже говорили ранее, от Академии потребовались немалые усилия, чтобы отстоять своё место среди отечественных государственных институтов. Выдающуюся роль в этом сыграл Стеклов. Именно под его началом был создан текст нового устава академии, принятый в 1927 году, согласно которому Академия заняла положение головной научной организации Советского Союза. Но это произошло уже после его смерти, случившейся в 1926 году. А весь период от 1917 до середины 20-ых математическое сообщество старой столицы переживало очень тяжело. Мы уже говорили о том, что ушли из жизни академики Ляпунов и Марков, ряд ведущих достаточно молодых и просто молодых талантливых математиков – Успенский, Тамаркин, Шохат, Безикович – эмигрировали на Запад. Трагически – от сыпного тифа – ушёл из жизни блистательный Фридман. Положение стало выправляться лишь к середине 20-ых годов.

---

<sup>18</sup> В итоге в журнале начали активно печататься зарубежные авторы, в том числе, Э. Картан, М. Фреше, Б. Гамбье, Ж. Адамар, Х. Хопф, С. Лефшец, Р. Мизес, Э. Нетер, В. Серпинский, Л. Тонелли [13].

Существенную роль начал играть уже упоминавшийся академический Физико-математический институт. Этот Институт и университет стали центрами, вокруг которых стало возрождаться городское математическое сообщество. Наиболее важными направлениями исследований ленинградцев стали математическая физика (Стеклов, Гюнтер, Смирнов), теория дифференциальных уравнений – обыкновенных (Крылов, Смирнов, И.А. Лаппо-Данилевский) и с частными производными (Стеклов, Гюнтер), теория чисел (И.И. Иванов, Б.Н. Делоне, И.М. Виноградов, Р.О. Кузьмин, Б.А. Венков). Заметим, что молодые петроградские математики занимались и вопросами теории функций действительного переменного (Безикович, Г.М. Фихтенгольц) – темой абсолютно запрещённой лидерами старой петербургской школы. В конце 20-ых годов появятся и первые исследования С.Л. Соболева и Л.В. Канторовича. Так что к середине 20-ых годов математический Ленинград обладал серьёзным творческим потенциалом.

Из других точек творческого роста следует выделить, прежде всего, города Украины: Киев, Харьков и Одессу. Выдающиеся результаты по теории дифференциальных уравнений, конструктивной теории функций и теории вероятностей продолжал публиковать Бернштейн. Успешно работали ученики Граве (Кравчук, Н.И. Ахиезер, М.Г. Крейн). Разворачивалась деятельность школы по нелинейным колебаниям Н.М. Крылова – Н.Н. Боголюбова. Продолжал свои геометрические исследования Д.М. Синцов.

Важным центром математических исследований оставалась Казань, где со времён Лобачевского успешно велись работы в области геометрии, и куда в 1928 году переехал из Одессы выдающийся алгебраист Чеботарёв. Новым пунктом на математической карте страны стал Тифлис (Г.Н. Николадзе, А.М. Размадзе, Н.И. Мухелишвили), где в январе 1918 года был открыт университет. Важные результаты в области теории вероятностей и математической статистики были получены застрявшим в Ташкенте профессором Варшавского – Ростовского-на-Дону университета и одним из основателей Туркестанского университета (1918) В.И. Романовским.

Подводя итоги успехам математики в СССР к концу первого десятилетия советской власти, Егоров писал[14, с. 231 – 232]: «...работы математиков СССР занимают достойное место среди работ европейских учёных и вносят свою долю участия в развитие и совершенствование различных математических дисциплин».

В итоге отечественная математика вышла из военного десятилетия на подъёме. Понеся известные потери – некоторые математики, не перенеся тягот военного времени, рано ушли из жизни, ряд учёных эмигрировали из страны, многие проекты оказались надолго замороженными и даже вообще прекратили своё развитие, некоторые институты и университеты вообще оказались за пределами страны – в целом отечественная математика к середине 20-ых годов стала заметным в мире явлением и, как об этом свидетельствуют последующие события, готовилась к мощному рывку вперёд. Его осуществлению способствовал случившееся в 1934 году «путешествие из Петербурга в Москву» президиума Академии наук и Математического института им. В.А. Стеклова. Этим переездом был положен конец конфликту математиков двух столиц, державшему в напряжении отечественное математическое сообщество и положено начало процессу формирования Советской математической школы. Но это уже предмет другого исследования.

#### Выводы

Разумеется, любая война наносит значительный ущерб обществу, особенно, если речь идёт о войне мировой – миллионы погибших и увечных, страдания мирного населения и т.д. Велик урон и развитию науки и научному сообществу, в частности, математике и математическому сообществу. Не вынеся тяжёлых условий жизни, сложившихся в этот период, преждевременно ушли из жизни старые и больные, некоторые одарённые молодые люди, которые могли бы стать серьёзными исследователями, погибли на фронтах (к счастью, по российскому законодательству учащиеся высших учебных заведений, лица, оставленные при университете для подготовки к профессорскому



званию, а также приват-доценты и профессора призыву в армию не подлежали. Учебные заведения, располагавшиеся на Западе Империи, были эвакуированы на Восток и их нормальная деятельность была нарушена. В результате сокращения финансирования были заторможены многие проекты. Например, приостановилось издание «Математического сборника» Подробнее. Но человечество не научилось пока решать многие стоящие перед обществом проблемы не прибегая к такому хирургическому инструменту как война. При всей своей тяжести война помогает в решении некоторых общественных проблем. Так Первая мировая война помогла и в решении некоторых проблем, стоявших перед российским научным сообществом. Скажем так, их можно было решить и в мирной обстановке и наверняка бы и решили, но время на это ушло бы значительно большее. Первая мировая война с ещё большей наглядностью, чем когда либо ранее, раскрыла те возможности, которые может предоставить для успеха в её ходе военная промышленность, опирающаяся на передовые технологии, которые, в свою очередь, основываются на последних научных достижениях. Так использование в военных действиях воздухоплавательной техники продемонстрировало важность аэродинамических исследований, которые успешно велись в Москве группой Н.Е. Жуковского. В итоге уже Советским правительством в Москве 1 декабря 1918 года под его руководством создаётся специальный институт - Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ), деятельность которого составила эпоху в развитии российского самолётостроения. Непреложной стала важность задач механики. Отсюда и появление в Московском университете в 1922 Научно-исследовательского института математики и механики, а уже в 1933 и Механико-математического факультета, ставшего одним из центральных институтов страны и мира в развитии механики полёта и теоретической космонавтики. Создание таких институтов уже к концу 19 века стояло в повестке дня. Так уже в 1901 году в своём имении Кучино под Москвой миллионер Д.П. Рябушинский создал под руководством Жуковского Аэродинамическую лабораторию. Однако лишь война подвигла государство (уже Советское государство !) к организации большого государственного института. Создание научно-исследовательских институтов в рамках университетов и академий наук стало острой необходимостью ещё в мирное время. Но организации учреждений совершенно нового типа в обычной рутине государственных дел превращается в чрезвычайно медленный процесс всякого рода согласований многочисленных ведомств, изыскания свободных ресурсов и т.д. Обстановка военного времени меняет всё. То, на организацию чего нужны десятилетия, делается в несколько дней. Так, организация новых университетов, новых факультетов в уже существующих университетах, которая тянулась годы и годы, в период войны и развернувшихся на её фоне революции и гражданской войны, была осуществлена чрезвычайно быстро. Помогла в этом даже вынужденная эвакуация вузов.

Для решения проблем нарождавшегося индустриального общества нужны были кадры. Нужно было менять всю систему образования, сделав его массовым. Нужна была новая массовая (а не элитарная, как это было ранее) школа, нужно было расширять систему образовательных учреждений, готовящих кадры различной квалификации для развивающейся промышленности. Нужно было открыть двери учебных заведений для широких масс, а не только для представителей высших слоёв общества. Всё это было сделано в СССР в конце 10-х – 30-е годы. Были сняты и всякого рода религиозные ограничения. В результате в университеты пришла молодёжь из рабочей и крестьянской среды и многочисленная молодёжь из еврейских местечек. Всё это, учитывая высокий стартовый уровень, на котором находилась математика в Российской империи в начале Первой мировой войны, создало предпосылки к подлинному взрыву научной активности в области математики, случившемуся в 30-е – 40-е годы.

## Литература

1. *Юшкевич А.П.* История математики в России до 1917 года. М.: Наука, 1968.
  2. *Тропп Э.А., Френкель В.Я., Чернин А.Д.* Александр Александрович Фридман. М.: Наука. 1968.
  3. *Ермолаева Н.С.* Яков Давыдович Тамаркин: материалы к биографии // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 1 (36). № 2. 1996. С. 100 – 108.
  4. *Стеклов В.А.* Переписка с отечественными математиками. Воспоминания // Научное наследство. Т. 17 / Отв. редактор *В.С. Владимиров.* Ленинград: Наука. 1991.
  5. Дмитрий Евгеньевич Меньшов. Вторая беседа (2 мая 1975 года) // Математики рассказывают. Из собрания фонодокументов имени В.В. Дувакина. М. 2005. С. 180 – 195.
  6. *Бари Н.К., Голубев В.В.* Биография Н.Н. Лузина // *Лузин Н.Н.* Собр. сочин. Т. 3. М.: Изд-во АН СССР. 1959. С. 468 – 483.
  7. *Бусев В.М.* Школьная математика в системе общего образования 1918 – 1931 гг. // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 12 (47). 2007. С. 68 – 97.
  8. *Бусев В.М.* Реформа школьного математического образования в СССР в 1930-е гг. // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 13 (48). 2009. С. 154 – 184.
  9. *Ленин В.И.* Полное собрание сочинений. Изд. 5-е. М.: Политиздат. 1970.
  10. *Хинчин А.Я.* Математика // Десять лет советской науке. Сборник статей / Под общ. ред. Ф.Н. Петрова. М.-Л. 1927. С. 39 – 51.
  11. *Демидов С.С., Токарева Т.А.* Формирование Советской математической школы // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 10 (45). 2005. С. 142 – 159.
  12. *Степанов В.В.* Московская школа теории функций // Учёные записки МГУ. 1947. Вып. 91. С.47 – 52.
  13. *Демидов С.С.* «Математический сборник» в 1866 – 1935 гг. // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 1 (36). № 2. 1996. С. 127 – 145.
  14. *Егоров Д.Ф.* Математика в СССР // Наука и техника в СССР. 1917 – 1927 / Под ред. *А.Ф. Иоффе, Г.М. Кржижановского, М.Я. Лапирова-Скобло, А.Е. Ферсмана.* М., 1927. С. 223 – 232
-

# БОЛОНСКИЙ ПРОЦЕСС: ЭВОЛЮЦИЯ ПРИОРИТЕТОВ И ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ИТОГИ

Сенашенко В.С., Ткач Г.Ф.

*Российский университет дружбы народов,  
Москва, Россия*

## THE BOLOGNA PROCESS: EVOLUTION OF PRIORITIES AND INTERIM RESULTS

Senashenko V.S., Tkach G.F.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow,  
Russia, vsenashenko@mail.ru*

**Аннотация.** Обсуждается процесс эволюции образовательных и социальных приоритетов в ходе формирования Европейского пространства высшего образования. Анализируются промежуточные итоги преобразований образовательных систем стран-участниц Болонского процесса.

*Ключевые слова.* Болонский процесс, конференции ответственных за высшее образование министров, Европейское пространство высшего образования, системы переводных зачетных единиц (кредитов), качество образования, мобильность студентов и преподавателей.

### **Abstract.**

We discuss the evolution of the educational and social priorities during the formation of the European Higher Education Area. Analyzes intermediate results of transformation of educational systems of the countries participating in the Bologna process.

*Keywords.* The Bologna process, the Conference of responsible for Higher Education Ministers, the European space of higher education, the system of transferable credits, the quality of education, mobility of students and teachers.

В Ереване 14-15 мая 2015г. состоялась Конференция ответственных за высшее образование министров стран-участниц Болонского процесса, что явилось основанием для анализа эволюции приоритетов и промежуточных итогов Болонского процесса.

Принимаемые по завершении каждой из таких конференций коммюнике содержат в себе обобщенную оценку результатов очередного этапа Болонского процесса, рекомендации и приоритеты для последующего этапа, а также сформулированные в декларативной форме от имени министров стран-участниц обязательства и обращения к заинтересованным субъектам.

Конференция в Ереване прошла уже после того, как истекло «время действия» Болонского процесса, отводившееся вначале его инициаторами, и как были подведены его итоги и провозглашено выполнение главной задачи - формирования единого Европейского пространства высшего образования (ЕПВО). В этой связи правомерно рассматривать конференцию в Ереване вместе с предшествовавшей ей конференцией в Бухаресте в качестве начала новой фазы Болонского процесса. При таком подходе правомерно рассмотреть вопрос переосмысления и даже реформатирования программных положений Болонского процесса, выявить и более четко разграничить текущие и стратегические цели и задачи.

Как бы то ни было, Болонский процесс, пройдя свою «рубежную аттестацию», сейчас находится в переходном состоянии. Для придания ему действенных импульсов

развития необходимо, чтобы его наиболее влиятельные кураторы и участники определили для него новые ориентиры, отнеся вопросы введения многоуровневой структуры, сопоставимости уровней и признания квалификаций к разряду технических проблем. Для формирования обновленной «повестки дня» Болонского процесса необходимы активные и согласованные действия его участников. Однако, нынешняя политическая и финансово-экономическая ситуация в Европе не дает уверенности в скором осуществлении таких действий. Поэтому представляется вероятным, что нынешнее переходное состояние Болонского процесса затянется на длительное время.

Возникшая в сложившихся условиях пауза в активном международном образовательном сотрудничестве РФ с западными странами дает возможность более отстраненно рассмотреть различные аспекты Болонского процесса и его влияния на направленность и содержание преобразований, проводившихся в последнее десятилетие в высшей школе России. В качестве одной из основ такого рассмотрения может стать приводимый ниже обзор эволюции приоритетов Болонского процесса.

Практически все более или менее существенные преобразования, происходящие в течение последних 10-15 лет в странах Европы в области высшего образования, осуществляются с учетом положений подписанной 19 июня 1999 г. Болонской декларации, реализация которых и составляет основное содержание Болонского процесса.

Выполнение глобальной задачи формирования ЕПВО предполагалось осуществить в результате проведения странами-участницами скоординированной образовательной политики по реализации в течение 10-летнего периода основных положений Болонской декларации, за которыми утвердился статус универсально признанных ориентиров развития высшего образования не только в европейском регионе. Создание ЕПВО, по замыслу инициаторов Болонского процесса, должно было устранить существующие национальные ограничения, препятствующие оптимальному использованию совокупного образовательного и научного потенциала высшей школы стран-участниц. В перспективе ЕПВО должно было стать решающим фактором инновационного технологического развития Европейского союза с привлечением потенциала других стран, включая страны постсоветского пространства.

За истекший период почти во всех странах, относящих себя к региону Европы, осуществлялись структурные и качественные преобразования образовательных систем, концептуальная и практическая направленность которых связывается с Болонским процессом. В России также уделялось этой теме большое внимание, отражая глубокую заинтересованность академической общественности и руководства Минобрнауки РФ в поиске наиболее эффективных путей дальнейшего развития российской высшей школы, наиболее оптимальных условий и возможностей ее интеграции в европейское образовательное пространство.

Фактически происходило глобальное распространение, в том числе далеко за пределами европейского региона принципов и практических установок Болонской декларации. Действительно, известные документы ООН, как правило, ограничиваются общими декларациями о праве на образование и о недопустимости дискриминации любого рода при доступе к образованию. Принятая в 1997 году Лиссабонская конвенция регулирует хотя и очень важный, но все же частный аспект - вопросы международного признания академических квалификаций. Болонская же декларация затрагивает едва ли не все аспекты высшего образования, включая его квалификационную структуру, назначение и качество, а также предписывает использование конкретных механизмов содействия академической мобильности и признанию иностранных квалификаций.

Поскольку 19 сентября 2003 года на Берлинской конференции министров европейских стран, ответственных за высшее образование, состоялось присоединение Российской Федерации к Болонской декларации, все ее положения приняли для нашей страны форму признанных на международном уровне целевых установок с обязательствами периодической отчетности и оценки их выполнения. Тем самым для

российской системы образования, как и для систем образования других стран-участниц Болонского процесса, было установлены внешние программно-целевые рамки, в пределах которых рекомендуется проводить изменения в образовательных системах, которые, так или иначе, соотносятся с положениями Болонской декларации.

Деятельность по созданию ЕПВО сопровождалась интенсивной адаптацией образовательного законодательства европейских стран к принятым параметрам его функционирования.

В Болонской декларации содержится шесть следующих приоритетных направлений на пути формирования Европейского пространства высшего образования, основная конструкция которого должна была быть завершена к 2010 году:

5. обеспечение сопоставимости национальных систем высшего образования посредством утверждения в них трех последовательных уровней с сопоставимыми сроками и содержанием подготовки;
- введение системы переводных зачетных единиц (кредитов);
- обеспечение качества образования;
- расширение мобильности студентов и преподавателей;
- содействие трудоустройству студентов и увеличение конкурентоспособности европейского образования (в частности, за счет введения единого Европейского приложения к диплому – DiplomaSupplement);
- формирование и утверждение европейского подхода к основным ценностным установкам и организационно-содержательным принципам высшего образования («европейское измерение»).

Очевидно, что Болонская декларация, с одной стороны, подвела черту под предпринимавшимися на протяжении последних 50-ти лет усилиями, направленными на консолидацию европейской сферы образования, а с другой стороны, стала катализатором энергичных действий по строительству ЕПВО. Среди целей Болонского процесса выделяются обще-региональные и институциональные цели. Так, главной общей стратегической целью Болонского процесса является создание в Европе «самой конкурентоспособной и динамичной экономики в мире, основанной на знаниях и способной обеспечить устойчивый экономический рост, большее количество и лучшее качество рабочих мест и большую социальную сплоченность». Решение этой задачи не может быть достигнуто без улучшения качества образования, повышения мобильности и конкурентоспособности выпускников. Это требует проведения целого ряда институциональных (внутрисистемных) преобразований, к которым, по мнению участников Болонского процесса, относятся:

- формирование трехуровневой системы образовательных программ высшего образования таким образом, чтобы квалификации как первого, так и второго уровня могли обеспечивать не только разнообразные индивидуальные и академические нужды, но и потребности трудового рынка;
- упрощение сопоставимости национальных образовательных систем путем усовершенствования процедур признания квалификаций и периодов обучения, выработки единого определения квалификаций, учитывающего показатели объема академической нагрузки, уровня и результатов учебного процесса, компетенций и профиля образовательных программ;
- обеспечение качества высшего образования путем развития эффективных систем качества на уровне вузов, на национальном и общеевропейском уровнях, рационального сочетания академического и прикладного характера образовательных программ;
- развитие системы переводных и накопительных кредитов и ее последовательное применение в рамках растущего общеевропейского пространства высшего образования.

Естественно, что для решения перечисленных выше задач необходимо было разработать соответствующие механизмы. Это, прежде всего, создание единых

общеевропейских структур как источника норм, правил и процедур развития Болонского процесса. Были разработаны обучающие программы, такие как: «Настройка образовательных структур», «Создание совместных (двойных) дипломов», «Формирование культуры качества», для приобщения к которым в разных странах регулярно проводились методические семинары. Была создана общеевропейская информационная сеть EURYDICE, аккумулирующая актуальную статистику о состоянии образования в странах Европы. Изначально большая часть мероприятий в рамках Болонского процесса происходит при поддержке ЮНЕСКО, Совета Европы и Еврокомиссии с широким вовлечением университетской общественности и конструктивным участием студенческих организаций.

Установление общеевропейской системы однозначно воспринимаемых и сопоставимых квалификаций в интересах содействия трудоустройству европейских граждан и повышения международной конкурентоспособности европейской системы высшего образования рассматривалось как ключевая задача болонских реформ. В качестве конкретных механизмов достижения этой цели, а также облегчения признания дипломов и содействия академической и профессиональной мобильности предписывалось повсеместное использование единого Приложения к диплому и введение Европейской системы переводных зачетных единиц (кредитов) (ECTS).

На всех этапах Болонского процесса использованию этих механизмов уделялось значительное внимание, при этом особое значение придавалось повсеместному введению ECTS, основанной на философии взаимного доверия, совместимых образовательных программ как на национальном, так и на международном уровнях. Речь идет о выражении результатов обучения не в виде временных затрат, требующихся на освоение той или иной учебной дисциплины, а в терминах кредитов (зачетных единиц), привязанных к достигнутым результатам в форме перечня компетенций, формирующихся на основе соответствующей образовательной программы. Для этого к результатам обучения необходимо применять общие требования в виде набора единых согласованных компетенций, а также разработать и ввести в действие универсальную систему прозрачных индикаторов уровня подготовки, как основу сопоставимости образовательных программ, академических и профессиональных квалификаций (степеней).

На проводившихся после подписания Болонской декларации общеевропейских образовательных форумах ее целевые установки подвергались всестороннему обсуждению и получали дальнейшее развитие.

Так, в марте 2001 года в Саламанке (Испания) представители более 300 европейских высших учебных заведений учредили Европейскую ассоциацию университетов, призванную вырабатывать и доводить до сведения общества и правительств консолидированную позицию европейских вузов относительно создания ЕПВО. Принятый в Саламанке итоговый документ, озаглавленный «Формирование будущего», и в дальнейшем называемый Конвенцией высших учебных заведений, содержит в себе тезисные формулировки основных принципов и направлений предстоящих преобразований.

В заявлении, принятом 19 мая 2001 года по итогам состоявшейся в Праге второй конференции министров образования европейских стран, содержится призыв облегчать академическое и профессиональное признание отдельных курсов, степеней и других академических достижений, чтобы граждане могли эффективно применять свои квалификации, знания и навыки во всем странах-участницах ЕПВО. Для этого предлагалось использовать все возможности национального законодательства и международных европейских правовых механизмов. При этом подчеркивалась необходимость обоснованного и справедливого подхода к признанию, учитывающего все многообразие существующих квалификаций.

Очередная конференция министров образования стран, участвующих в Болонском процессе, количество которых к тому времени достигало 40, прошла 18–19 сентября 2003 года в Берлине. Она наполнила дополнительным содержанием исходные позиции Болонской декларации и уточнила приоритеты ее осуществления. На конференции в Берлине было принято Коммюнике под названием «Создание общеевропейского пространства высшего образования», в котором европейские страны подтвердили следующие основополагающие принципы социальной направленности, на которых должно основываться функционирование создаваемого единого Европейского пространства высшего образования:

- отношение к образованию как к общественному благу и общественной ответственности;
  - необходимость придания приоритетного значения академическим ценностям при осуществлении международного академического сотрудничества в программах обменов;
  - обеспечение более тесных связей между собственно высшим образованием и научно-исследовательскими структурами в каждой из стран-участниц;
  - сохранение европейского культурного богатства и языкового разнообразия;
  - признание роли вузов и студенческих организаций в развитии пространства высшего образования;
  - обязательство сделать высшее образование доступным для всех, используя все возможности и соответствующие средства;
8. активизация усилий, направленных на развитие эффективных систем обеспечения качества высшего образования.

Наиболее существенным дополнением к первоначальным установкам Декларации относительно структуры квалификаций высшего образования можно считать принятое в Берлине решение о включении в круг проблем, подлежащих согласованному регулированию в ходе Болонского процесса, подготовку в докторантуре как третью ступень высшего образования. Это было обусловлено осознанием внутреннего единства всех ступеней высшего образования и особой значимости исследовательской составляющей для полноценного функционирования высшей школы.

В каждом из документов, принятых по итогам официальных мероприятий, проводившихся в рамках Болонского процесса (Прага, Саламанка, Берлин, Берген, Лондон), задача достижения сопоставимости квалификаций конкретизировалась и актуализировалась. Однако ни в одном из них, включая сам текст Болонской декларации, не содержится предписаний относительно введения конкретных квалификаций, поскольку этот вопрос отнесён к компетенции каждой страны. Везде речь идет о системе двух (после Берлина – трех) ступеней (уровней, циклов) высшего образования. Первая ступень длительностью 3–4 года должна завершаться получением квалификации, востребованной европейским рынком труда, а вторая ступень после 5 лет обучения должна приводить к получению квалификации магистра («мастера» - Master. И наконец, третья ступень – степень доктора со сроком обучения 3 года, с большей практической направленностью, чем это было ранее, должна завершать единую общую структуру европейских квалификаций высшего образования.

Первая качественная оценка хода выполнения странами-участницами Болонского процесса, его концептуальных и структурно-организационных установок была проведена в

2003 году при подготовке к Берлинской конференции министров образования европейских стран на основе отчетов, представленных странами-участницами. Инструментом оценки стало ранжирование стран по пяти позициям, в том числе: введение 2-уровневой структуры образовательных программ высшего образования, введение ECTS, а также единого Приложения к диплому<sup>1</sup>. В результате было установлено, что хотя 2-уровневая структура во многих европейских странах была традиционной, но даже в них возникла необходимость в её адаптации к положениям Болонской декларации. Было также отмечено, что четкое правовое и институциональное разделение двух уровней высшего образования распространяется в основном на традиционные университетские направления и специальности, тогда как для прикладных направлений и специальностей ситуация изменяется медленнее. Для некоторых направлений (в первую очередь, медицина и смежные специальности) преобладает тенденция к сохранению непрерывной (без деления на уровни) подготовки.

Дальнейшее развитие Болонский процесс получает в Бергене (Норвегия), где 19–20 мая 2005 года состоялась 4-я конференция министров европейских государств, ответственных за высшее образование, на которой были проведены промежуточные итоги хода выполнения Декларации и сформулированы приоритеты дальнейшего развития к 2007 и 2010 гг. В принятом в Бергене Коммюнике было подчеркнуто особое значение высших учебных заведений, а также преподавателей и студентов как партнеров в реализации целей Болонского процесса. Была отмечена также необходимость участия организаций, представляющих бизнес и социальных партнеров.

При обсуждении вопросов, связанных с практической отдачей принятых реформ, было отмечено, что основная проблема выпускников со степенью бакалавра связана с неопределенностью их трудоустройства. В большинстве европейских стран работодатели были не готовы, как не готовы и в настоящее время, к приему их на работу. В этой связи в Бергенском коммюнике была сформулирована рекомендация о налаживании широкого диалога на уровне правительства, вузов и рынка труда. Было рекомендовано создать к 2010 году национальные структуры (рамки) квалификаций, совместимые с единой структурой (рамкой) квалификаций для ЕПВО.

Были одобрены стандарты и руководство по обеспечению качества, предложенное Европейской сетью оценки качества высшего образования (ENQA), и было поддержано предложение о создании Европейского регистра агентств обеспечения качества на базе национальной экспертизы.

В процессе подготовки Конференции в Бергене специальная Рабочая группа экспертов на основе данных, приведенных в национальных докладах стран-участниц, провела анализ реализации названных выше приоритетных направлений Болонской декларации с проставлением каждой стране – участнице оценок по 5-балльной шкале с выведением общей оценки по нескольким направлениям.

Оценка для каждого направления (в диапазоне от «1» до «5») проставлялась согласно критериям, отражавшим степень «продвинутости» системы образования данной страны в реализации конкретной позиции Болонской декларации. При этом решающее значение придавалось нормативному правовому обеспечению соответствующей позиции, в частности, более высокие оценки (от «3» до «5») проставлялись в зависимости от того, на каком правовом уровне регулируется та или иная позиция для рассматриваемой страны. По общему итогу РФ, получившая 3,11 балла из 5 при средней оценке в 3,78 для 48 стран-участниц, оказалась во второй половине оценочной таблицы

Состоявшаяся 17–18 мая 2007 года в Лондоне конференция министров европейских стран, ответственных за высшее образование, приняла Коммюнике, озаглавленное «На

---

<sup>1</sup> По понятным причинам Российская Федерация, которая на конференции в Берлине присоединилась к Болонскому процессу, свой отчет не представляла.



пути к европейскому пространству высшего образования: ответы на вызовы глобализованного мира». В отличие от более кратких документов, принимавшихся на предшествующих конференциях, Лондонское коммюнике представляет собой более масштабный документ, в котором в тезисной форме:

10. подведены предварительные итоги Болонского процесса за период 1999–2007 гг. (Раздел 2. «Прогресс в формировании Европейского пространства высшего образования» – 20 пунктов);
12. намечены приоритетные направления на предстоящий 2х-летний период (Раздел 3. «Приоритеты на 2009 год» – 7 пунктов);
17. сформулированы в общей форме основные цели развития высшего образования в Европе (Раздел 4. «Размышляя о 2010 годе и последующем периоде» – 6 пунктов).

Наиболее развернутым является 2-ой раздел Коммюнике, в котором были не только перечислены достижения за истекший период, но и обозначены трудности и препятствия на пути окончательного выполнения намеченных установок. Утверждалось, что в результате преобразований, осуществляемых в ходе Болонского процесса, созданы предпосылки для того, чтобы начать переход от высшего образования, «в центре которого находится преподаватель», к высшему образованию, «ориентированному на студента».

Было отмечено, что проведенная европейскими странами работа по переходу к единой системе трех уровней высшего образования с сопоставимыми квалификациями для каждого уровня создает задел для формирования к 2010 году общей Рамки квалификаций ЕПВО, относительно которой будут сертифицированы национальные рамки квалификаций отдельных стран.

В заключительном разделе Лондонского коммюнике была выражена решимость после 2010 года «продолжить развитие ЕПВО» и заявлено намерение «превратить 2010 год в год возможностей для «перенаведения» национальных систем высшего образования на курс, выходящий за рамки текущих задач и ориентированный на вызовы, которые несет нам будущее».

В аналитическом материале, подготовленном группой экспертов к Лондонской конференции на основе изучения национальных отчетов, представленных странами – участницами, были сделаны выводы о дальнейшем продвижении отдельных стран по основным направлениям Болонского процесса. Было признано, что, несмотря на определенный прогресс, в большинстве европейских стран к 2007 г. все еще не была завершена работа по некоторым позициям, в частности, по введению 3-уровневой структуры высшего образования.

Очередная Конференция европейских министров, ответственных за высшее образование (28-29 апреля 2009 г., Бельгия, г. Лувен-ля Неф) проходила в период острого финансово-экономического кризиса, особенно болезненно затронувшего страны Европы. Этот негативный фон в полной мере отразился на содержании итогового Коммюнике, озаглавленного «Европейское пространство высшего образования в новом десятилетии». В отличие от предшествующих подобных документов, ориентированных на решение конкретных задач формирования ЕПВО, в данном Коммюнике большое внимание уделяется «социальному параметру» высшего образования, под которым понимается «равноправный доступ» и «обеспечение адекватных условий для завершения обучения». Отмечаются не столько достижения в создании ЕПВО, сколько проблемы, обусловленные «последствиями глобального кризиса». Указывается, что «полное и надлежащее выполнение целей Болонской Декларации на европейском и институциональном уровне потребует увеличения прилагаемых усилий и увеличения обязательств после 2010».

В качестве первоочередных в этой связи в документе сформулированы задачи всестороннего развития «обучения в течение всей жизни» и расширения «возможностей трудоустройства». Указывается, что «пожизненное обучение должно быть неотъемлемой частью систем образования». Для этого необходимо вводить гибкие траектории обучения, принимающие в расчет профессиональный опыт; расширять диапазон присваиваемых квалификаций, включая промежуточные квалификации на уровне первой ступени высшего образования; развивать многосторонние партнерские отношения между органами власти, вузами, студентами и работодателями. Что касается трудоустройства выпускников, то основные усилия предлагается сосредоточить на совершенствовании учебных планов и программ, чтобы при сохранении качества в соответствии с европейскими Стандартами и Руководящими принципами обеспечения качества подготовка выпускников, особенно на уровне первой ступени, соответствовала запросам рынка труда и была достаточной для последующего продолжения образования. Для реализации этой цели необходимо перейти к обучению и преподаванию, более четко ориентированных на студента.

Поскольку согласно первоначальному замыслу Болонский процесс был рассчитан на 10-летний период, формально завершившийся в 2009г., то все три последующие Конференции министров были посвящены в основном подведению итогов работы по формированию ЕПВО и составлению планов на будущее. На проходившей 11-12 марта 2010г. (Будапешт-Вена) внеочередной встрече была принята Декларация о ЕПВО, провозгласившая его «открытым». Тем самым все стороны, непосредственно ответственные как на международном, так и на национальном уровнях за организацию и проведение мероприятий Болонского процесса, согласились считать основные задачи Болонской Декларации выполненными. Вместе с тем в принятом документе было отмечено, «что ряд действий по формированию ЕПВО, таких как реформа учебного плана и степеней, обеспечение качества, признание дипломов, мобильность и социальное измерение, реализованы в разной степени». Было отмечено также, «что некоторые направления Болонского процесса не были реализованы и объяснены должным образом,... что необходима дальнейшая работа, в том числе с участием сотрудников и студентов, на европейском, национальном и особенно институциональном уровнях для реализации задачи по созданию ЕПВО». То есть, было признано, что основные задачи Болонского процесса еще не решены в полной мере и что ЕПВО создано еще не полностью. Это дало основание, опираясь на поддержку международных организаций и национальных институтов, объективно заинтересованных в сохранении созданных в ходе Болонского процесса механизмов анализа и сотрудничества в области высшего образования, заявить о необходимости дальнейшего развития и совершенствования ЕПВО и усилении его взаимодействия с Европейским научно-исследовательским пространством.

Основные направления и перспективы дальнейшего развития ЕПВО были обсуждены на Конференции министров 47 стран, ответственных за высшее образование, которая проходила 26-27 апреля 2012 года в Бухаресте. Принятое итоговое Коммюнике начинается с неутешительной констатации: «Европа переживает экономический и финансовый кризис с негативными социальными последствиями. В области высшего образования кризис влияет как на доступность соответствующего финансирования, так и на будущее выпускников». Между тем, «высшее образование является важной частью решения наших нынешних трудностей. Сильные и прозрачные системы высшего образования создают основу для процветающего интеллектуального общества. Высшее образование должно быть главной целью наших усилий по преодолению кризиса - теперь более чем когда-либо». В этих условиях на первый план выдвигается задача обеспечения соответствующего финансирования высшего образования, что должно рассматриваться как «инвестиции в наше будущее».

Основное внимание в Бухарестском Коммюнике уделено вопросам расширения доступа к высшему образованию, обеспечения качества и повышения трудоустройства молодежи. Для обеспечения справедливого, социально обоснованного доступа необходимо расширять меры поддержки студентов, развивать применение гибких образовательных траекторий и альтернативных способов поступления в вуз. Рекомендуется широко внедрять в высшем образовании «личностно-ориентированное обучение», предусматривающее включение студентов в процесс обучения в качестве его активных участников. По вопросу обеспечения качества высшего образования акцент делается на необходимости применения "Европейских стандартов и руководящих принципов по обеспечению качества" (ESG), которые в целях большей понятности и удобства использования будут пересмотрены. Что касается повышения занятости и трудоустройства молодежи, то высшее образование может внести существенный вклад в решение этой проблемы, прежде всего, за счет всестороннего развития и расширения сферы непрерывного образования. Это обуславливает необходимость разработки и введения широкого спектра программ профессионального образования разных уровней. Результатом освоения этих программ должно быть приобретение «трансверсальных, междисциплинарных и инновационных навыков и компетенций». Согласно Коммюнике, важная роль в решении обозначенных проблем отводится повсеместному введению национальных квалификационных рамок, совместимых с квалификационной рамкой ЕПВО (QF-EHEA).

В заключительной части Бухарестского Коммюнике были сформулированы приоритетные направления деятельности ЕПВО на ближайшие годы (более 20), которые в основном носят декларативный характер или повторяют рекомендации предыдущих Коммюнике по практическим аспектам создания ЕПВО.

Анализ Ереванского коммюнике и сформулированных в нем направлений дальнейшей деятельности ЕПВО требует отдельного рассмотрения.

Таким образом, в большинстве европейских стран, вовлеченных в Болонский процесс, просматриваются общие тенденции в реализации образовательных реформ. Главными из них являются:

- децентрализация и демократизация управления;
- расширение автономии высших учебных заведений с одновременным усилением их подотчетности перед обществом;
- движение в сторону рыночных моделей организации, управления и финансирования образования с учетом вызовов XXI века.

С повышением роли образования в обеспечении устойчивого развития и конкурентоспособности государств на мировых рынках усиливается роль общегосударственных органов управления в выработке стратегии и политики развития образования, координации усилий и ресурсов, необходимых для функционирования образовательных систем. Все другие управленческие функции делегируются низшим эшелонам.

Для Болонского процесса остается неизменной сформулированная в Декларации сверхзадача поддержания высокого качества европейского высшего образования, продукция которого была бы востребована рынком труда. Все остальные направления преобразований, которые периодически уточняются и дополняются, являются подчиненными по отношению к указанной сверхзадаче. Данный подход позволяет понять сложную, на первый взгляд, эволюцию приоритетов развития высшего образования, выдвигаемых на каждом этапе Болонского процесса.

# THE DESIGN AND FUNCTIONING OF AN INTERNAL SYSTEM OF THE QUALITY OF EDUCATION AT PAWEL WLODKOWIC UNIVERSITY COLLEGE IN PŁOCK

Zbigniew Kruszewski

*Pawel Wlodkowic University College in Plock (Poland)*

*zkruszewski@wlodkowic.pl*

**Summary.** The main objective of a system of the quality of education is to gather information which is useful for pro-quality activities. The system involves all stages and aspects of the education process concerning its efficiency and evaluation of educational outcomes. An analysis of the gathered information aims at formulating practical conclusions, resulting in improving the teaching process.

*Key words: problems of Polish higher education, national framework of qualifications, system of quality of education.*

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СИСТЕМЫ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ В ВЫШЕЙ ШКОЛЕ ИМ. ПАВЛА ВЛОДКОВИЦА В ПЛОЦКЕ

Збигнев Крушевски

*Высшая школа им. Павла Влодковица в Плоцке (Польша)*

*zkruszewski@wlodkowic.pl*

**Аннотация.** Основной целью системы качества образования в вузах является сбор полезных информации для повышения качества образования. Система охватывает все этапы и аспекты процесса образования с точки зрения его эффективности и верификации достижения результатов обучения. Анализ собранной информации нацелен на формулировку практических выводов, дающих возможность улучшения процесса обучения.

*Ключевые слова: проблемы польского высшего образования, национальной рамки квалификаций, система качества образования.*

The notion of the quality of higher education is an extremely complex concept. This notion can be fully described only with the use of numerous indicators<sup>1</sup>. The said indicators apply to curricula and contents of university courses (e.g. the number and type of subjects, the number of hours, relevance of information taught and the like), as well as to competences of university teachers (scientific and teaching competences), the teaching-learning process itself (e.g. the form and methods of education, availability of university information sources, libraries and the like), and finally also to administrative and organizational activities, including the form and criteria of enrollment<sup>2</sup>. In pedagogy *education* is understood as a total of activities (internal and external ones) allowing people to acquaint themselves with nature, society and culture as well as to contribute to their development, and also to achieve a possibly versatile development of skills, abilities, talents, interests, hobbies, convictions and attitudes, and also to acquire

---

<sup>1</sup> Z. Kruszewski (red.), *The quality of education in the perspective of Poland's accession to the European Union*, Wyd. Naukowe Novum, Płock 2000.

<sup>2</sup> F. Szlosek, *The quality of higher education in the context of the Bologna Process*, [in:] *The quality of academic education in the world of risk mobility*, (edit.) H. Kwiatkowska, R. Stępień, Wyd. Akademia Humanistyczna, Pułtusk 2011, p. 51.

necessary vocational qualifications<sup>3</sup>. Education involves the teaching process and the learning process, thus it may be assumed that education is a process of developing competences, which is determined by the teacher's actions and the attitude of students. The definition of the concept of *quality* is significantly more difficult. Quality has been defined as "quality of something, usually of a product, is properties determining how good it is"<sup>4</sup>. However, the quality of higher education needs to be described with the use of numerous indicators since it is evaluation of a process. The quality of this process depends of teaching and scientific activities as well as on the organization of a university. The quality of education is a variable depending on many mutually related and interactive factors. The most important ones include:

- scientific, didactic and pedagogical competences of academic teachers<sup>5</sup>,
- meeting internal and external expectations (these of students and employers), in accordance with accepted standards,
- requirements concerning the process of acquiring knowledge, competences and skills,
- understanding and meeting students' needs,
- attitude of university staff towards (all) students,
- access to information sources (the Internet, computers, the library),
- procedures for relations student - school.

The aforementioned elements of the quality of higher education do not exhaust a catalog of factors affecting the said quality. Generally speaking, it is possible to state that "a system of the quality of teaching must include teaching conditions at a given department and university as well as it must motivate teachers and students to make every effort to teach more effectively and to develop their vocational competences"<sup>6</sup>. Thus it may be assumed that "the quality of higher education is a multidimensional, multi-faceted and dynamic concept connected with a functioning manner of a university from the perspective of its approved missions and planned targets as well as meeting currently binding systemic, institutional and curricular standards"<sup>7</sup>.

Pursuant to the guidelines included in the basic document of the Bologna Process<sup>8</sup> in Poland higher schools have been obliged to create internal systems ensuring the quality of education. "A sudden increase in the number of higher schools in Poland, and consequently the number of students, resulted in the necessity of introducing mechanisms allowing them to control the quality of education - the first step of fundamental significance was the Act on Higher Education sanctioning the establishment of the State Accreditation Committee, which started its activities on 1 January 2002. The Committee started examining the quality of education at all universities, and the results of the said evaluations provided the minister supervising higher education with detailed data concerning this dynamically developing area, including non-public education"<sup>9</sup>. New tasks, competences and amendment to the name of the Committee to the Polish Accreditation Commission were introduced by the Act of 18 March 2011 an amendment to the Act – law on higher education, acts on scientific degrees and scientific titles, as well as degrees and titles in arts and amendments to other acts<sup>10</sup>.

---

<sup>3</sup> W. Okoń, *Introduction to general didactics*, Wyd. Akademicki „Żak”, Warsaw 1995, p. 57.

<sup>4</sup> M. Banko (edit.), *Dictionary of the Polish language*, v.2, Wyd. Naukowe PWN, Warsaw 2007, p. 155.

<sup>5</sup> K. Jankowski, B. Sitarska, C. Tkaczuk (edit.), *Academic teacher as a link in the quality of education*, Wyd. Akademia Podlaska, Siedlce 2003.

<sup>6</sup> J. Górniewicz, *Quality of higher education. Introduction to these issues* [in:] *Development of a system ensuring quality of higher education...*, (edit.) J. Górniewicz, Wyd. Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego, Olsztyn 2002, p. 47.

<sup>7</sup> D. Wosik (edit.), *A system of ensuring quality of higher education - practical aspects*, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2007, p. 36.

<sup>8</sup> A. Kraśniewski, *The Bologna Process – ideas, documents, implementation*, [in:] *Quality of higher education*, (edit.) T. Szulc, Wyd. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007, p. 52-57.

<sup>9</sup> *Activities of the State Accreditation Committee in the years 2008-2011, III Term*, (edit.) B. Wojciechowska, Wyd. PKA, Warsaw 2012, p. 7.

<sup>10</sup> Journal of Laws no. 84, item 455 of 2011.

Pursuant to the Ordinance of the Ministry of Science and Higher Education as well as guidelines of the Polish Accreditation Commission, Pawel Wlodkowic University College in Płock (SWPW) has elaborated its internal system ensuring the quality of education. This system is one of the prerequisites for a proper performance of the University's tasks, mission and strategy. It includes the entire education process concerning all its aspects. It is being implemented at the level of departments and the level of university.

The university system of the quality of education functions on the basis of a specific catalog of external and internal normative acts. These are the following documents:

- Act of 27 July 2005 – Law on Higher Education (with numerous amendments);
- The Ordinance of the Ministry of Science and Higher Education executing instructions included in the Act - Law on Higher Education;
- Resolutions and guidelines of the Polish Accreditation Commission:
- Constitution of Pawel Wlodkowic University College in Płock of 15 November 2012;
- Resolutions of the SWPW Senate, including the resolution determining main areas of the University's activities, a resolution on the SWPW Mission and Development Strategy, a resolution on guidelines for councils of basic organizational units of the University within curricula and teaching programs, a resolution determining a description of teaching outcomes for particular courses;
- University regulations, including Regulations of Studies, Regulations preventing plagiarism, University Regulations of Vocational Practice;
- Instructions of the Rector concerning the following issues: including implementation of the Quality Management System at SWPW, appointment of the University Commission for the Quality Management System at SWPW, duties of deans as well as academic teachers resulting from conducting diploma seminars, organization of lessons, evaluation of scientific workers and teachers, general terms and conditions for diploma examinations at SWPW, credit points complying with the ECTS credit system adopted by the school, supervision of diploma projects, preparing documents for teaching programs, implementing curricula of general university subjects as well as subjects not related to majors, conducting lessons with the use of methods and techniques of remote learning, organizing and conducting class inspections, participation of internal stakeholders in the form of lessons, assessing realization of classes by students, assessment of administrative workers carried out by students, monitoring of professional careers of graduates.

The aforementioned legal tools of the university's education quality system at SWPW in Płock indicate its several components, such as:

1. Curricula, including teaching programs, which include, among others:
  - 1) preparing educational concepts for particular majors taking into consideration the level and form of education (e.g. general academic profile or practical profile conducted as full courses or extramural courses), the number of semesters necessary for obtaining qualifications equivalent to this level (first degree courses - six semesters in the case of BA courses or seven semesters in the case of BS courses, whereas second degree courses - four semesters), modules of classes or groups of classes along with corresponding teaching outcomes, practical modules, laboratories, workshops and projects - including materials which are equally divided into semesters;
  - 2) including in schedules of particular majors all principal subjects of a given field of study, group of subjects which students can choose from the offer provided each semester on the university's Internet platform (up to 30% of ECTS points for a given major), subjects conducted at different majors, general academic subjects (e.g. a foreign language, information technology or physical education) as well as basic subjects typical of a given major that teaching outcomes for a specific major,

level and profile refer to - appropriately to requirements determined in this respect by the Ministry of Science and Higher Education;

- 3) preparing teaching outcomes for a given subject by academic teachers conducting classes in this subject, based on guidelines of the university senate. They have been described in detail and refer to particular expectations concerning knowledge, skills and social competences which students should acquire; additionally they have measurable criteria for their evaluation since outcomes have been described with the use of active verbs. They also reflect real chances of these outcomes being achieved by the weakest student that should pass a given subject. The outcomes are possible to be achieved in a period of time defined by the curriculum, i.e. within one semester;
  - 4) development of the ECTS credit system considering a principle that the number of credits ascribed to particular subjects should take into account the number of hours scheduled for students to perform all the tasks necessary for achieving the assumed educational outcomes, including familiarizing with a subject's literature, preparing for classes, revising for tests, participating in didactic classes, doing homework and given tasks, preparing laboratory reports, preparing projects, preparing and participating in exams/tests;
  - 5) organization of vocational practice for students as an integral part of their curriculum (ECTS credits are given for the said practice - at first degree courses - 7 ECTS credits whereas at second degree courses - 4 ECTS credits); the aim of vocational practice is to deepen the knowledge acquired while studying, comparing the practice with theoretical knowledge, gaining organizational experience by students with individual work, with teamwork, time management, punctuality, activeness and professionalism in the workplace as well as developing social competences by means of taking responsibility for delegated tasks, triggering creativity in new situations and understanding the need of self-education at work.
  - 6) participation of internal and external stakeholders in the development process of curricula who, through their opinions, contribute greatly to improving and specifying teaching outcomes of particular majors.
2. Human resources, including:
- 1) meeting the requirements for a minimum number and qualifications of teachers constituting the staff minimum at a given major, taking into account a principle that the staff minimum is comprised only of academic teachers for whom the university where they work is their primary place of employment, if their scientific achievements allow them to realize the curriculum of a given major, their knowledge in the field of study to which the teaching outcomes refer ensures proper realization of the curriculum<sup>11</sup>;
  - 2) meeting the requirement for employing academic teachers who have significant vocational experience acquired outside the university in the fields related to skills indicated in the description of teaching outcomes for a given major if the profile of the said major is practical<sup>12</sup>;
  - 3) following the principle that each area of education to which a major is assigned should be represented in the staff minimum by at least one academic teacher having scientific achievements in the field corresponding to this field of study;
  - 4) having didactic classes conducted by academic teachers who are not included in the staff minimum if their scientific or artistic achievements in the field of knowledge corresponding to the field of study indicated for a given major, which ensures the

---

<sup>11</sup> Ordinance of the Minister of Science and Higher Education of 3 October 2014 on the conditions for conducting university courses (Journal of Laws 2014, item 1370).

<sup>12</sup> Ibid.

realization of the curriculum, within one field of science or arts that teaching outcomes determined for the said major refer to, or have professional experience acquired outside the university, connected to the skills indicated in the description of this major;

- 5) meeting the requirements concerning the proportion of the number of academic teachers included in the staff minimum to the number of students at a given major, determined by national regulations;
  - 6) carrying out periodical assessments of academic teachers, particularly within proper performance of their duties defined by the provisions of the University's Constitution as well as complying with copyright and related rights, including industrial property right. The said assessments are conducted with the use of the following criteria: 1) the level and relevance of teaching contents; 2) diligence in performing didactic duties; 3) the ability to establish relations with students and individual support for them; 4) contribution to the development of the didactic process; 5) authorship or joint authorship of scientific publications; 6) authorship or joint authorship of textbooks, course books as well as other teaching prompts; 7) participation in scientific projects, research grants, expert analysis and other scientific and expert works; 8) activeness at congresses, conferences, symposia and seminars; 9) development of their own competences; 10) outcomes achieved while training junior didactic staff provided this belongs to the duties of the person being assessed. Assessments are carried out by the dean of the department where an academic teacher is employed at least once every two years. Assessments of academic teachers holding positions of deans are conducted by a three-person committee appointed by the rector. Every academic teachers being assessed should be presented with the dean's assessment results and justification in writing. Two consecutive negative assessments of an academic teacher constitute grounds to terminate their employment.
3. Realization of the teaching process and assessment of assumed educational outcomes including:
- 1) monitoring the quality of the didactic process involving:
    - ensuring the correctness of curricular documentation (e.g.. the use of a standardized specimen for describing teaching programs);
    - monitoring and analysis of the organization of didactic classes aimed at defining and understanding by all the workers of the University processes and issues connected with the organization of classes at SWPW in the same manner (including the process of preparing documents for particular subjects determining teaching outcomes, a description of the form of didactic classes, a manner of verification and assessment of teaching outcomes achieved by students, duties of academic teachers resulting from their realization of curricula or preparing a schedule of didactic classes);
    - monitoring didactic, scientific and organizational activities of the University's employees as well as their professional development aimed at improving the quality of education, identifying strong and weak points of the University as well as implementing an HR policy;
    - inspecting classes conducted by all academic teachers at least once during the first two semesters of employment – in the case of academic teachers taking jobs at the University and at least once in a period of three years – in the case of academic teachers employed for more than a year provided that the results of the inspection of their classes in a given year are positive. Analysis of comments after class inspections is at deans' discretion; they are obliged to discuss the results during meetings of department councils and to take action aimed at improving the quality of the education process. Class inspection results are taken



- into consideration while carrying out periodical assessments of academic teachers and can also be used as a personnel management tool;
- monitoring of group sizes of students attending particular forms of classes, (including lectures, seminars, exercise groups as well as foreign language classes, information technology, project teams, laboratory and seminar groups);
  - assessment analysis of didactic classes carried out by students, which is aimed at monitoring the quality of classes conducted at the university. Deans of all the departments receive individual reports concerning each academic teacher being assessed. Deans are obliged to present teachers with said reports. Each assessed teacher has the right to take a stance on the assessment results in writing. Moreover, deans formulate their own conclusions in the reports referring to academic teachers being assessed and takes decisions regarding their further evaluation. On the basis of their conclusions deans may replace academic teachers conducting classes in a given subject or petition to the rector for taking other decisions;
  - determining thematic scopes of diploma seminars for each academic year, verifying conformity of scientific specialty of supervisor with topics of diploma projects, appointing reviewers of projects along with reference to the reviewer's scientific specialty which must comply with the contents of the diploma project;
    - checking students' diploma projects with System Platiag.pl in order to prevent plagiarism; positive verification results of diploma projects with the aforementioned system is a condition for admitting projects to diploma exams;
- 2) monitoring participation of internal stakeholders in the process of improving teaching programs, including:
- improving teaching programs through gathering opinions from all groups of internal stakeholders (students) about these programs as well as assessments of all their components;
  - validation of teaching outcomes including assessment of the degree to which the assumed teaching outcomes have been achieved, accessibility assessment of assumed teaching outcomes, assessment of the number of teaching outcomes, assessment of didactic methods used by teachers as well as assessment of grading methods of students and crediting forms of subjects. At least two subjects chosen by deans and representatives of student self-government are controlled each semester. Validation of teaching outcomes is carried out with the use of a diagnostic questionnaire among students who attended classes in a given subject;
  - validation of students' own work through checking each semester all the subjects from the curriculum, with corresponding numbers of hours and ECTS credits, decreased by the number of hours that students realized with an academic teacher; validation of students' own work is performed with the use of a diagnostic questionnaire among students who participated in didactic classes in a given subject; surveys are carried out using a module for questionnaires included in the Uczelnia.XP system. Survey forms are filled in by students online with the use of the system Wirtualna Uczelnia, yet the gathered data do not include students' personal data. Reports along with students' comments and opinions are forwarded to deans within one month from the last day of availability of questionnaire forms. Then each of the deans conducts analysis of results taking into consideration also other data regarding the realization of curricula, e.g. distribution of grades in particular subjects, the number of people repeating the semester or those who received conditional credits. Conclusions resulting from said analysis are used to take decisions regarding the improvement of the quality of education, they are also an element of periodical reviews of curricula. On this basis deans and academic teachers conducting classes may decide to modify teaching outcomes assigned to

- subjects, to change the number of ECTS credits, to alter teaching and grading methods, to change teaching contents, to change the realization order of subjects in a curriculum or other changes contributing to the improvement of teaching programs;
- 3) monitoring participation of internal stakeholders in the process of improving teaching programs occurs on several planes, including:
    - giving opinions about curricula, particularly within assumed teaching outcomes to be achieved;
    - advising department and University organs on developing a practical part of the teaching process, particularly by means of providing "case studies" and shaping desired social competences;
    - conducting classes by practitioners, i.e. people who are professionally and socially involved in performing tasks and duties concurrent with teaching contents in a specific major;
    - running "Meetings with a leader" within other forms of general academic classes as cyclical meetings organized with participation of people who have significant professional experience acquired outside the university at companies, government units and public administration, local government units as well as other institutions and organizations;
    - organization of vocational practices and verification of their schedules;
    - suggesting topics of diploma projects;
    - participation of external stakeholders (e.g. employers, committees giving opinions about curricula; representatives of social and economic organizations) in open diploma examinations;
    - formulating opinions about graduates in the context of their preparation for holding particular professional roles complying with their personal profiles, determining their strengths and weaknesses, market needs in relation to new employees, features expected from graduates;
    - recommending changes in teaching programs;
  - 4) monitoring professional careers of graduates, which is used as a tool for evaluating teaching outcomes assumed by the university as well as adjusting educational contents to social and economic development as well as labor market requirements. Monitoring involves the process of obtaining and processing data concerning strengths and weaknesses of the University in the context of its graduates careers, including the University's general evaluation (carried out at the moment of submitting diploma projects) as well as examining professional positions and further educational plans of graduates (made while collecting university diplomas). Both surveys are conducted by means of a diagnostic questionnaire using standardized forms. Gathered data constitute a basis of knowledge concerning the current status of alumni in the labor market and will be used as comparative materials for future analyses. Additionally, examining professional careers of alumni is based on a CAWI quantitative survey, which involves uploading a questionnaire form on a website and sending it to graduates who have agreed on a personalized hyperlink for preparing the website.
4. Organizational and administrative activities, including:
- 1) providing infrastructure necessary for obtaining teaching outcomes, including proper classroom conditions for conducting didactic classes (among others by means of equipping the said classrooms with modern audio-video devices), laboratories and workshops;
  - 2) ensuring access to library assets including literature recommended for a given major;
  - 3) providing access to three scientific databases within the Virtual Scientific Library: Elsevier, Springer, and Web of Science, including full magazine texts or abstracts and quotations (all of them in English). These databases are useful for people working on

their diploma projects, they are helpful with scientific work, they are sources of numerous research inspirations;

- 4) carrying out periodical assessments of the University's IT infrastructure, modernization and renewal of IT assets required for the teaching process as well as performing scientific activities;
- 5) adjusting the teaching infrastructure to the needs of persons with various special needs through facilitating their access to classrooms equipped with devices for students with musculoskeletal dysfunctions, with hearing impairment (e-book readers) as well as people with sight problems (specially prepared computers, magnifying glasses for visually impaired people as well as e-book readers);
- 6) monitoring of the quality of administrative service, in this case groups of employees are assessed by all students of the fourth semester of the first and second degree courses. Reports of conducted surveys are prepared for each center and for each group of workers separately and forwarded to the chancellor who is obliged to present said reports to administrative staff. After familiarizing with the results, representatives of particular groups of administrative workers may take a position on the said results in writing. Then the chancellor formulate his conclusions in a report concerning particular groups of workers and takes decisions regarding their further evaluation.

The internal management system of the quality of education at Pawel Wlodkowic University College in Plock presented in this paper has been adjusted to the University's needs in compliance with the requirements determined by the National Framework of Qualifications. The basis of this system is academic values respected and accepted by the academic community, included in the University's Mission and Development Strategy. The system is a guarantee for transferring knowledge and developing features and attitudes as well as skills which will make it possible for students to adapt to changing requirements of the labor market. It is not a static system. New elements are systematically introduced and the functioning of particular components is verified. The functioning system provides a possibility for evaluating management processes of particular majors, thus developing the existing instruments and implementing new ones, making it possible to use the obtained results to improve the entire teaching process. A comprehensive analysis of the functioning of the entire system will be carried out after completing the first full cycle of educating students who began their courses in the academic year 2012/2013.

## Bibliography

1. M. Banko (edit.), *Słownik języka polskiego*, t.2, Wyd. Naukowe PWN, Warsaw 2007.
  2. *Działalność Państwowej Komisji Akredytacyjnej w latach 2008-2011, III Kadencja*, (edit.) B. Wojciechowska, Wyd. PKA, Warsaw 2012.
  3. Górniewicz J., *Jakość kształcenia w szkole Wyższej. Wprowadzenie do problematyki*, [in:] *Konstruowanie systemu zapewnienia jakości kształcenia w szkole wyższej...*, (edit.) J. Górniewicz, Wyd. Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego, Olsztyn 2002.
  4. Jankowski K., Sitarska B., Tkaczuk C.(edit.), *Nauczyciel akademicki jako ogniwo jakości kształcenia*, Wyd. Akademia Podlaska, Siedlce 2003.
  5. Kraśniewski A., *Proces Boloński – idea, dokumenty, realizacja*, [in:] *Jakość kształcenia w szkołach wyższych*, (edit.) T. Szulc, Wyd. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.
  6. Kruszewski Z. (edit.), *Jakość kształcenia w perspektywie wejścia Polski do Unii Europejskiej*, Wyd. Naukowe Novum, Płock 2000.
  7. Okoń W., *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Wyd. Akademicki „Żak”, Warsaw 1995.
  8. Szlosek F., *Jakość kształcenia w szkolnictwie wyższym w kontekście Procesu Bolońskiego*, [in:] *Jakość kształcenia akademickiego w świecie mobilności ryzyka*, (edit.) H. Kwiatkowska, R. Stępień, Wyd. Akademia Humanistyczna, Pułtusk 2011.
  9. Wosik D.(edit.), *System zapewnienia jakości w szkolnictwie wyższym-aspekty praktyczne*, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2007.
  10. Act of 27 July 2005 – Law on Higher Education (consolidated text – Journal of Laws of 2012, item 572 as amended).
  11. Act of 18 March 2011 aa amendment to the Acts – law on higher education, the act on scientific degrees and scientific titles, as well as degrees and titles in arts and amendments to other acts (Journal of Laws no. 84, item 455).
  12. Ordinance of the Minister of Science and Higher Education of 3 October 2014 on the conditions for conducting university courses (Journal of Laws 2014, item 1370).
-

# СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СФЕРОЙ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ: ФИЛОСОФО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ, ЭКОНОМИКО-УПРАВЛЕНЧЕСКИЕ И ПОЛИТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Аветисян П.С.

*к.физ-мат.н., д.филос.н., проф. Российско-Армянский университет, Ереван, Армения,  
pavetisyan@rau.am*

**Аннотация.** Статья посвящена актуальным проблемам модернизации сферы высшего образования в контексте интеграционных процессов и современные подходы к системе управления этой сферой. Обосновывается необходимость развития системной модели управления ВПО. Предлагаются к рассмотрению ключевые задачи в деле реформирования высшего образования в Армении.

*Ключевые слова.* Управление системой образования, модернизация, системная модель, реформирование, интеграционные процессы.

**Abstract.** The article is devoted to actual problems of modernization of higher education in the context of integration processes and modern approaches to the management of this area. In the article substantiates the necessity of development of system model of higher education management. There are offering for consideration the key problems in the sphere of reform of higher education in Armenia.

*Keywords.* The education system, modernization, system model, reform, integration processes.

Совершенствование управления должно явиться важным элементом модернизации системы образования в РА. Основными ее направлениями должны быть изменения организационной структуры, перераспределение функций управления между ее элементами, развития самостоятельности и расширение разнообразия образовательных учреждений. Государство выступает инициатором и основным субъектом реализации процесса совершенствования управления образованием. При этом надо отметить, что методологическая основа для успешной реализации процесса недостаточно разработана, в частности, не разработана методология оценки состояния системы образования относительно поставленных целей, а также нет четкой стратегии реализации мероприятий в рамках модернизационной политики их эффективности.

Изучение опыта совершенствования управления образованием как в зарубежных странах, так и РФ показывает, что не существует образцовых примеров, которые можно было бы использовать для применения у нас в стране.

В настоящее время система образования претерпевает серьезные изменения как на содержательном уровне, так и на организационном, в контексте происходящих интеграционных процессов. В связи с этим, растут требования к процессу управления образованием, требуются новые модели, учитывающие эти изменения на всех этапах происходящего. Предложенные сегодня модели управления, на наш взгляд, как правило, не вполне адекватны требованиям времени.

При этом надо отметить, что фактор влияния современных интеграционных процессов на систему и модели управления образованием мало учтен или вовсе отсутствует. Одним из подходов к решению этих проблем, как нам видится, является применение принципа системности – необходимо говорить о системной модели управления сферой образования, в частности, ВПО, которая основывается на философско-методологическом анализе процессов, происходящих в обществе, касающихся как сферы образования (интеграция и глобализация, информационно-технологическая революция в образовании, с концепцией электронного образования), так и сферы экономики (концепция экономики знаний, информационного общества и качества человеческого капитала).

Говоря о системной модели управления сферой ВПО, необходимо учитывать и оптимально сочетать новые управленческие подходы, возникшие в связи с особенностями модернизации экономики и, прежде всего, ее переходом на инновационную социально-ориентированную модель развития. Кроме того, новая системная модель управления ВПО требует правильной комбинации таких видов управления, как:

- административного (командного) и мотивационного управления (управление, побуждающее участников образовательного процесса совершать необходимые действия, например, через формы материального и морального поощрения);
- проектного управления (управление в “динамике” – управление изменениями в системе, инновационной деятельностью и т.д.) и процессного управления (управление функционированием – “в статике” – регулярной, повторяющейся деятельностью при неизменных внешних условиях).

Для развития системной модели управления ВПО следует опираться также на стратегии развития новой экономики, которые должны явиться основой реформирования ВО. Причем здесь необходимо исходить из интегрированной модернизации, сочетающей различные стратегии развития: стратегия «интерактивной модернизации», предложенная В.М. Полтеровичем, главным ориентиром которой является заимствование передовых технологий; стратегия С.Ю. Глазьева - опережающего развития экономики в условиях глобального кризиса; стратегия Нигматулина о сбалансировании экономики и стимулировании внутреннего спроса; «Новая стратегия-2020» группы Мау и Кузьмина в части новой социальной политики и институциональной модернизации; стратегия инновационно-технологического прорыва (см. В.И. Подлесных, А.С. Гончаров - Трансформация высшего образования на основе замещения технологического уклада, Москва, 2013. 290 с. Изд. Lambert Academic Publishing).

В этой связи нужен серьезный пересмотр роли университетов как основных центров инноваций. Университет должен полномасштабно обеспечивать взаимосвязь между наукой, образованием и бизнесом. Следовательно, системная модель управления

сферой ВПО должна обеспечить интеграцию образовательного, исследовательского и производственного процессов для получения синергетического эффекта. Последнее задает новую концепцию развития сферы ВПО.

Учитывая, что университет стоит перед глобальными вызовами современности, среди которых, в первую очередь, отмечают резкое сокращение государственного финансирования и массификацию высшего образования, мы ставили перед собой задачу разработки соответствующей времени институциональной структуры управления университетом на основе новой модели функционирования и развития. Можно констатировать, что общеуниверситетская система управления остается в значительной мере традиционной, что объясняется как трудностями перестройки всей управленческой системы, так и давлением укоренившихся организационных принципов и норм.

В наших исследованиях мы исходили из того, что новая модель университета должна будет совместить академические ценности, традиционно присущие университету (критическое мышление, интеллектуальную свободу, не прикладную науку) с требованиями современного общества. Безусловно, коммерциализация знания, реинтерпретация образовательных услуг как индивидуальных благ для частного инвестирования и потребления и ставка на профессионально-прикладное образование ставят эти ценности под угрозу. Желание вжиться в современные тренды в сфере высшего образования чревато последствиями (присущими большинству постсоветских стран) охарактеризованными как “адаптация без реструктуризации”.

Этот процесс присущ и большинству армянских вузов, к тому же не вовлеченных в реальные научные исследования. Как следствие их “образовательный портфель” составляют в основном программы бакалавриата. В тоже время, как показали наши исследования, из реализуемых функций (исследование, преподавание, администрирование) наиболее быстро расширятся администрирование. Под этим, в основном, подразумевается создание дополнительных бюрократических структур в вузовском управлении, но не внедрение эффективного менеджмента и инновационность, связанная со способностью вуза находить внегосударственные источники финансирования.

В рамках эффективного менеджмента вузы начинают приспосабливаться к новому контексту, где понятие “общественное благо”, традиционно связанное с деятельностью университета, не обязательно важнее личного. Ценность университетского образования определяется теперь по его внешним качествам. Все это стало определяющим для внедрения рейтинговой оценки вузов для повышения конкурентоспособности. Однако, как показывает практика, это ведет к тенденции следовать примерам лучших университетов. Но такая попытка “клонирования” не является лучшим подходом.

В конечном счете, новая модель университета должна обеспечить баланс между экономическими функциями высшего образования и его широкими социальными и культурными задачами.

Мы предлагаем рассматривать решения нижеперечисленных задач как ключевых в деле реформирования высшего образования в Армении.

- Построение новой системной модели управления образованием должно явиться как синергетический результат философско-методологического, экономико-управленческого и политологического подходов.
- Уделение особого внимания исследовательской функции в деятельности университета, поощрение научной работы и, главное, возможности для преподавателя выбирать различные формы соотношения преподавательской и исследовательской деятельности.
- Упразднение барьеров на пути участия профессорско-преподавательского состава в управлении университетом и проявление инициативы (последнее, на наш взгляд, является главным препятствием на пути совершенствования системы и оказывает гораздо более сильное влияние, чем недостаточное финансирование или какое-либо иное обстоятельство).
- Необходимость перемен в области внутренней организации вузов – дополнение схем организации академической деятельности новыми формами (междисциплинарные исследовательские институты, кафедры непрерывного образования и повышения квалификации и т.д.).
- Отказ от “внедрения чистой модели Университета” как предпринимательской организации, реализация которого может привести к стиранию различий между академическими институтами и другими типами рыночных организаций в условиях наукоемкой экономики.
- Привлечение интеллектуального потенциала армянской диаспоры в деле институциональных преобразований в сфере высшего образования.
- Наделение вузов правами для самоуправляемого развития в условиях рыночной экономики (при законодательном расширении прав и форм контроля общества за качеством работы университета).
- Полная интеграция учебных и научных подразделений вуза, развитие программ послевузовского образования.
- Раскрытие сущности образовательной политики как инструмента «мягкой силы» в контексте современных геополитических трансформаций (принимая во внимание традиционность в системе образования РА, вопросы национальной идентичности, принципы выживания и развития Армении, фактор диаспоры и т.д.).

Таким образом, с учетом наметившихся основных тенденций в сфере высшего образования, нами определена основная канва необходимых преобразований в деле выработки современной системной модели управления сферой ВПО с учетом как социально-экономических факторов, так и интеграционных процессов в глобальном масштабе. При этом, мы исходили из того, что новая образовательная доктрина лежит в основе стратегического развития страны и способствует обеспечению ее национальной безопасности.



# РОССИЙСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ ПОД ПРЕССОМ МЕЖДУНАРОДНЫХ РЕЙТИНГОВ

Кожевников Н. М.

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия  
nkozhevni@mail.ru*

Обсуждается деятельность законодательной и исполнительной государственной власти по повышению конкурентоспособности российских университетов и их роли в реализации стратегии интеграции науки и образования. Показано, что привлечение международных рейтингов (QS, THE, ARWU) к этой задаче может привести к потере самостоятельности в управлении научно-образовательной системы. Министерство образования и науки, занятое обновлением образовательных стандартов и структуры направлений подготовки специалистов, углубилось в разработку компетентностной модели, все дальше отстоящей от реального учебного процесса. В этих условиях профессорско-преподавательский состав университетов вынужден самостоятельно решать многочисленные проблемы организационного и методологического характера.

*Ключевые слова:* конкурентоспособность университетов, интеграция науки и образования, публикационная активность, государственные образовательные стандарты, координационные советы по областям образования.

The state legislative and executive power activity in Russian universities competitiveness increase and their role in science-education integration is discussed. It is shown that international ratings such as QS, THE, ARWU, used for this purpose could be resulted in independence loss in education system control. The Ministry for science and education concentrates its efforts on new standards and education directions structure modernization which is more and more removed from teaching reality. In These conditions the universities teachers are forced to solve organization and methodological problems independently.

*Key-words:* universities competitiveness, science-education integration, publication activity, state education standards, coordination councils on education branches.

*«Делай, что должен, и будь, что будет»  
Древний афоризм-наставление*

## Введение

Среди самых обсуждаемых тем в российских средствах массовой информации можно отметить необходимость повышения конкурентоспособности российских университетов и их роли в реализации стратегии интеграции науки и образования. В дискуссиях по этим вопросам участвуют не только представители научной и педагогической общественности, но и крупные организаторы производства, предприниматели разного уровня, являющиеся непосредственными потребителями «продукции» университетов. Не скрывают своего мнения и чиновники, управляющие образовательной системой страны. К сожалению, отсутствие единства в оценках современного состояния российского образования часто приводит к пессимистическим выводам о перспективах его модернизации.

В настоящей статье делается попытка кратко проанализировать деятельность российских властных структур по выполнению государственных решений в области высшего образования с тем, чтобы понять, насколько адекватны стратегия и тактика в этой важной социальной сфере. Это позволит дифференцировать зоны их ответственности и более четко определить векторы их влияния на преодоление негативных тенденций в

образовании. При этом, возможно, станут неактуальными претензии к одним субъектам системы образования и, наоборот, усилятся к другим, например, к профессорско-преподавательскому составу российских университетов.

### **Законодательная власть выбирает международные рейтинги**

Роль государства, в первую очередь, заключается в формировании и организации системы образования путем создания оптимальной структуры, нормативно - правовой базы и материального обеспечения. Формально все это у нас в России имеет место: принят и функционирует с 01.09.2013 г. Федеральный закон «Об образовании» (273-ФЗ), многочисленные подзаконные акты, Указы и т. п.

Однако, острой проблемой на этом уровне было и остается взаимоотношение науки и образования, о чем много говорится в последнее время. В недавнем интервью газете «Аргументы Недели» [1] Нобелевский лауреат академик РАН Ж. И. Алферов так высказался по этому поводу: «Основная проблема отечественной науки – отнюдь не низкое финансирование, а невостребованность научных результатов, и обществом в частности. Будет наука востребована экономикой – средства найдутся. Причем финансирование научных учреждений должно быть базовым, гранты – лишь как дополнение».

С Алферовым солидарен О. И. Губин (МГУ) [3]: «Минобрнауки подсаживает всех и вся на «грантовую иглу», когда достойный прожиточный минимум осуществляется не за счет базовой контрактной зарплаты, а за счет грантов. В университетах Нового Света зарплатная часть грантов практически равна нулю, так как грант дается на исследование, а не на улучшение финансового положения грантополучателя».

Далее Алферов продолжает [2]: «в прежние времена, при наличии целенаправленной государственной политики помешать ее воплощению практически никто не мог. А сейчас, когда в стране существуют большие частные компании, рынок высоких технологий захвачен западными фирмами. Тем не менее, проблему решить можно, но только на основе собственных научных разработок и собственных высоких технологий». Ж. И. Алферов не впервые основной упор в развитии научно-образовательной системы делает именно на необходимость создания собственной науки, востребованной обществом и экономикой. Только так можно поднять отечественное образование, которое в противном случае превращается, с одной стороны, в очень дорогостоящую национальную программу поддержания массового высокого образовательного уровня населения, а с другой – в решение амбициозных задач по вхождению на вершины мировых университетских рейтингов. Считается, что сделав университеты центрами научно-технического прогресса, мы поднимем и науку, и образование.

В качестве примера такой государственной деятельности рассмотрим один из конкретных тактических шагов по реализации положений Указа Президента России «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки» (№599 от 7 мая 2013 г.), каковым является программа «5-100-2020», стартовавшая летом 2013 года ([www.pravo.gov.ru](http://www.pravo.gov.ru)). Эта программа, инициированная правительством Российской Федерации, предусматривает, что к 2020 году в сотню ведущих мировых университетов должны войти не менее 5 российских вузов. Были определены 15 вузов-победителей, которым предоставлена значительная материальная и финансовая поддержка для того, чтобы занять достойное место в международных рейтингах, в первую очередь, Quacquarelli Symonds (QS), Times High Education (THE) и Academic Ranking of World Universities (ARWU). Основным считается QS-рейтинг ([www.topuniversities.com](http://www.topuniversities.com)), в котором место учебного заведения в мировой образовательной системе выбирается по шести критериям: репутация в академической среде (40 % - процентный вклад в рейтинг), цитируемость публикаций сотрудников вуза (20 %), соотношение числа преподавателей и

студентов (20 %), репутация среди работодателей (10 %), относительная численность иностранных преподавателей (5 %) и студентов (5 %). Если применить этот рейтинг к российским университетам, то на первое место следует поставить МГУ (120 место в QS-2013). Далее идут СПбГУ (240 место), МГТУ (334), Новосибирский ГУ (352), МГИМО (386), МФТИ (441 – 450). На седьмом месте Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого СПбПУ (451-460 место в QS-2013).

Чтобы сравнить наши университеты с ведущими мировыми университетами, достаточно взять хотя бы один показатель – публикационную активность. В 2013 году у СПбПУ в базе Scopus было представлено 9411 статей. Это почти в два раза превышает начальные требования к вузу-участнику конкурса «5-100-2020». Правда, большинство научно-педагогических работников вуза за год не опубликовало ни одной статьи, которую индексируют международные базы. А вот сотый вуз в QS-рейтинге – University of California, Davis – имеет 107000 публикаций в базе Scopus, что превышает показатели СПбПУ более чем в 11 раз. За 7 лет, выделенных на выполнение этой программы, этот разрыв вряд ли можно ликвидировать. Поэтому основное внимание стали обращать на рейтинг QS в отдельных областях знаний (так называемые Subject Area), где положение наших вузов чуть лучше. Например, СПбПУ занимает ~ 250 место в области Физики и Астрономии. Чтобы исправить ситуацию, нужны какие-то радикальные меры, например, регистрация российских вузовских изданий, индексируемых в Scopus и Web of Science. Но лучше всего было бы создать собственный российский национальный рейтинг, который был бы признан в мире. Именно такое срочное поручение дал В. В. Путин Министерству образования и науки и Российскому совету ректоров. К сожалению, из-за низкого авторитета российских научных журналов сделать это становится трудновыполнимой задачей.

После запуска программы «5-100-2020» как-то сразу оказались в тени бурные дискуссии о плюсах и минусах вхождения российского образования в Болонскую систему, о переходе на непонятную многим компетентностную модель образовательных стандартов 3-го поколения, о других инновационных образовательных технологиях – все сейчас подчинено выполнению программы «5-100-2020». Иногда кажется, что основным назначением вузов стала не подготовка высококвалифицированных специалистов для науки и промышленности, а настоящая спортивная гонка с выбыванием.

Тем не менее, реализация программы «5-100» имеет определенное значение для повышения конкурентоспособности российских университетов и для реализации стратегии интеграции науки и образования в рамках крупных университетов. Тенденции, складывающиеся в мире, диктуют необходимость серьезных качественных изменений в системе российского образования, которая заметно запаздывает в сравнении с динамикой процессов в мировой образовательной системе. Существует опасность, что если российская высшая школа не займет активной позиции, она будет встроена в мировой образовательный рынок в качестве периферии. Чтобы этого не произошло, ведущим российским вузам необходимо кардинально пересмотреть приоритеты направлений деятельности и определить наиболее перспективные из них, способные дать результат в ближайшем будущем.

### **Исполнительная власть определяет образовательные нормативы**

Одной из важнейших задач Министерства образования и науки является разработка государственных образовательных стандартов и примерных основных образовательных программ в рамках специальностей и направлений подготовки, а также примерных программ дисциплин, подготовленными рабочими группами только что созданных Координационных советов (КС) по областям образования [3, 4]. Напомним, что за последние 10 лет произошел переход от концепции «знания-умения-навыки» (ГОСы 2-го поколения) к компетентностной модели (ФГОС, ФГОС-3, ФГОС-3+ и

последующие). Критика этих стандартов, являющаяся сейчас повсеместной, основана на том, что, во-первых, большинство преподавателей так и не понимает, что такое «компетенция» и в чем преимущество перехода на эту концепцию. Существуют десятки определений и разъяснений этого и подобных ему терминов, но ясности это не прибавляет. В результате каждый понимает их по-своему, и эта разногласия хорошо заметна при сопоставлении рабочих учебных планов и экзаменационных вопросов в разных вузах и даже у разных преподавателей.

Во-вторых, трудоемкость дисциплин естественнонаучного цикла, в частности, «Физики» сократилась за последние годы в 2,5 – 3 раза. Если полвека назад в серьезных физических и инженерных вузах физика изучалась 4 – 6 семестров, а недельная нагрузка составляла до 10 академических часов (4 часа лекций, 2-3 часа – упражнений, 3-4 часа лаборатория физического практикума), то сейчас повсеместно происходит переход на двухсеместровый курс с 4-х часовой недельной нагрузкой (2-1-1). В ряде направлений естественнонаучного профиля физика вообще исключена из учебных программ. Еще печальнее судьба замечательного курса «Концепции современного естествознания», который остался только в программах считанных гуманитарных направлений.

Сокращение трудоемкости курса физики автоматически приводит к тому, что его содержательный компонент катастрофически сжимается и фактически приближается по объему к школьному курсу. Вузская физика все больше ориентируется на закрепление школьной программы. Попытки заложить в этот курс более серьезный материал обычно заканчиваются неудачей, так как наталкиваются на неспособность нынешних абитуриентов освоить вузовскую программу 20 – 30 летней давности. В этих условиях заказчики курса физики (деканаты, выпускающие кафедры) все больше уделяют внимание не целостному курсу физики, а избранным, наиболее важным для своей специальности, разделам, исключая из программы «непрофильные» вопросы. Так появляются «физика для электриков», «физика для строителей» и т. п. При этом в дипломах бакалавров, магистров, специалистов, по-прежнему, указывается «общая физика».

В-третьих, негативную роль играет исчезновение дидактических единиц из нормативных документов, определяющих требования к содержанию и уровню усвоения общих курсов. Раньше эти требования входили в примерные программы дисциплин. Сейчас можно только удивляться анархии в рабочих учебных программах курса физики на разных кафедрах в разных университетах. Именно отсутствие рекомендованных примерных программ, содержащих дидактические единицы, позволяет заказчикам варьировать в широких пределах содержание курсов. Сейчас единственные примерные программы трех уровней, рекомендованные Научно-методическим советом по физике Минобрнауки, можно найти в Бюллетене № 4 НМС [5].

В-четвертых, Министерство полностью «отвернулось» от научно-педагогической общественности, реализующей образовательные технологии преподавания естественнонаучных дисциплин. В связи с этим можно вспомнить, что в 2002 году были созданы Научно-методические советы по общим дисциплинам (математика, физика, химия, биология, информатика и другие), которые осуществляли координацию образовательного процесса как бы «по горизонтали», т. е. определяли, трудоемкость, уровни усвоения для разных областей естествознания, для разных направлений подготовки [5, 6]. Этим они отличались от Учебно-методических объединений (УМО) вузов по направлениям, которые отвечали за процесс обучения «по вертикали», от поступления студентов на ту или иную специальность (направление) до окончания вуза. К сожалению, в 2004 году формально эти советы перестали существовать, так как не было издано Приказа об их переподчинении Министерству, сменившему в этом году свое название (было Министерство образования, стало Министерство образования и науки). Реально деятельность некоторых НМС (математика, физика, информатика) продолжается. Среди конкретных дел, которыми занимаются НМС, можно назвать подготовку и проведение крупных конференций по проблемам преподавания, рецензирование и

присвоение грифов учебным изданиям, координация деятельности издательств и другие. Преподаватели вузов с большим уважением относятся к этим государственно-общественным органам, надеясь на них, как на своих представителей и защитников.

В декабре 2014 года Приказом Министра образования и науки РФ Д. В. Ливанова (1605 от 22.12.2014 г.) были образованы новые Координационные советы по областям образования (Математика и естественные науки, Инженерное дело, технологии и технические науки; Здравоохранение и медицинские науки и другие, всего - 9), которые должны заменить старые НМС и УМО [4]. Главное направление работы КС до середины 2015 года – это создание новых УМО, формирование стратегий в соответствующих образовательных областях, проработка политики модернизации образования и другие. Легко спрогнозировать в будущем еще больший хаос в содержании и методике преподавания отдельных дисциплин. Удивляет, что все эти разработки рождаются, зреют и появляются на свет в недрах Министерства и соответствующих Департаментов без подключения широкой научно-педагогической общественности, которой предстоит реализовать все эти новации. Огромному социальному капиталу, накопившему бесценный опыт преподавания, остается лишь наблюдать за тем, как их родной и любимый предмет превращается в нечто, для них незнакомое.

Еще одним важным событием, определяющим деятельность исполнительной власти, является утверждение Правительством России (№ 2765-р от 29.12.2014) Федеральной целевой программы (ФЦП) развития образования на 2016 – 2020 гг. Программа инициирована Минэкономразвития, ее координатором является Минобрнауки. Основная задача – создание и распространение структурных и технологических инноваций в профессиональном образовании. В отличие от предыдущей программы (ФЦП 2011-2015), новая программа предусматривает проектно-целевой, а не программно-целевой, подход к реализации. В соответствии с заданием этой программы следует сформировать сеть вузов (60), ориентирующиеся на ключевые отрасли региональных экономик. Не о корпоративных ли университетах идет здесь речь? В этом случае можно говорить о серьезном изменении в стратегии развития образовательного сектора страны.

### **Преподаватели остаются наедине со своими проблемами**

Касаясь проблем российского образования, нельзя не остановиться на роли и ответственности тех, кто непосредственно работает с молодым поколением будущих специалистов. Именно от них – профессоров и преподавателей различных дисциплин – исходит наиболее жесткая критика современного состояния в системе образования. Мы рассмотрим эту проблему на примере дисциплины «Физика. Основные стрелы направлены как на верхние этажи системы образования (снижение трудоемкости дисциплины, маленькая зарплата, воспринимаемая как неадекватная оценка значимости преподавательского труда, требование освоить новые образовательные технологии и т. д.), так и на объекты образовательного процесса – студентов (слабая школьная подготовка, инертность, инфантильность и т. д.), Самокритика на этом уровне практически отсутствует, хотя именно с критического анализа эффективности преподавательского труда, на наш взгляд, следовало бы начать реформирование всей системы преподавания.

Прежде всего, нужно обратить внимание на продолжающую уже несколько десятилетий теоретизацию курса общей физики [7, 8]. Дедуктивный анализ математических моделей почти полностью заменил феноменологический разговор о физической картине реального мира. Как результат, все чаще появляются уродливые курсы, где механика начинается со специальной теории относительности, термодинамика – с распределения Гиббса, электромагнетизм – с уравнений Максвелла и т. д. Первичное, экспериментальное ознакомление с явлениями заменяется развлекательным шоу физических опытов в конце прохождения темы, а в отсутствие кабинета физики – компьютерными демонстрациями. Но чаще лекции проводятся вообще без демонстраций.

То же самое происходит и с лабораторным физическим практикумом, который сжимается до трех четырех работ по основным темам курса.

Стоит ли в этой ситуации удивляться тому, что, согласно опросам студентов, они в своей массе любят математику и не любят физику, считая, что это схоластическая дисциплина, занимающаяся вещами, далекими от того, что их окружает. И таким образом, мы, преподаватели физики, теряем самых главных союзников в борьбе за сохранение высокого уровня преподавания физики – студентов.

Сказанное в полной мере относится и к учебной литературе по физике. Большинство так называемых учебных пособий фактически являются словарями-справочниками, имеющими практически нулевую методическую ценность. Не следует забывать, что сейчас вся информация о физических законах, явлениях и т. д. находится у студентов на расстоянии «вытянутой руки», т. е. в памяти айфонов и других гаджетов. Диктовать эту информацию на лекциях – значит совершенно бесполезно тратить драгоценное время. В связи с этим преподавателям нужно срочно овладеть современными образовательными технологиями, основанными не на монологах, а на свободных диалогических дискуссиях со студентами. В то же время ИТ технологии для многих преподавателей до сих пор являются *terra incognita*.

Приведенные примеры показывают, что современная методика преподавания физики нуждается в немедленном радикальном изменении, когда во главу угла ставится не усвоение как можно большего объема фактической информации, а формирование критического мышления, способность к оценке не только физической, но и метафизической информации, а также других компетенций, перечисленных в государственных стандартах.

В связи с этим обратимся к интересной публикации [9], показывающей, как решают проблемы преподавания физики в авторитетных западных университетах, например, в Кембриджском университете. Прежде всего, констатируется, что «наибольшее воздействие и результаты учеников имеют не столько органы управления системой образования, сколько повседневная работа самого учителя, направленная на воспитание и развитие учащихся. Стержневой фигурой в совершенствовании учебного заведения и обеспечении успешности обучения является учитель. Важным аспектом деятельности учителя является стремление понять, как отдельными учащимися постигается тема, осознать необходимость работы с учеником в целях улучшения или реконструкции их понимания, а также осознание того, что отдельными учениками восприятие темы может происходить довольно уникальным способом».

Важнейшим фактором повышения эффективности в западных университетах является приоритет метода так называемого «обучения тому, как обучаться» или развитие метасознания. Такой инновационный подход направлен на оказание помощи учащимся в понимании и принятии ответственности за собственное обучение таким образом, чтобы в дальнейшем продолжить учиться самостоятельно.

Поэтому одной из основных целей обучения в западных университетах является формирование критического мышления, под которым понимается способность к непредвзятому суждению о достоверности и относительной важности полученной информации, умение делать самостоятельный выбор в отношении своего обучения и ставить под сомнение идеи других [9]. Студентам следует учиться ставить вопросы вместо того, чтобы искать категоричные ответы, опираться на причину, а не на эмоции, рассматривать и признавать множество возможных точек зрения, стремиться оставаться открытыми для альтернативных интерпретаций.

Согласитесь, что эти вопросы, частично затронутые в формулировках общекультурных и профессиональных компетенций, включенных в ФГОСы, занимают у нас одно из последних мест. Не с этим ли связана тенденция к дистанционному обучению, которое обеспечивается минимальным человеческим контактом преподавателя со студентами, сводящему процесс обучения к формальному контролю его итогов. В таких

условиях трудно ожидать от студентов любви к обучению ради самого обучения и в качестве способа самопознания.

## Выводы

Подводя итог, отметим, что в государственном управлении российским высшим образованием имеются серьезные проблемы, связанные с реальным разрывом науки и образования (несмотря на декларируемую интеграцию). Вместо решения этой проблемы путем приоритетного развития наукоемкой экономики, государство обращается к формальным критериям конкурентоспособности университетов и, таким образом, сводит проблему к статистической обработке данных с прогнозируемым положительным результатом. В результате фактическое управление развитием научно-образовательной среды оказывается в руках западных структур, определяющих, что считать «хорошо», а что «плохо». Очевидно, такой путь ведет в тупик. Попытка сформировать собственный национальный рейтинг, который пользовался бы авторитетом в мире, в настоящее время выглядит весьма проблематично.

Исполнительная власть в лице Минобрнауки занята в основном перманентной модернизацией структуры и нормативной базы системы образования, в которой слабо учитываются требования заказчиков и методические проблемы преподавания. Создание все новых и новых советов, формирующих государственные стандарты, насыщенные абстрактными инновациями и далекие от конкретики, ведет к хаосу в содержании и критериям качества преподавания общих и специальных дисциплин.

Что касается состояния дел непосредственно на фронтах учебного процесса, то, очевидно, следует усилить ответственность преподавательского корпуса за качество преподавания физики. Не нужно связывать проблемы на верхних уровнях управления образованием с профессиональным долгом учителя, с необходимостью каждодневной, кропотливой работы по формированию образованного, активного специалиста, гражданина России. На этом уровне слишком много проблем, которые можно и нужно решать, не обращая за помощью или поддержкой в министерство. И, наконец, необходимо принимать во внимание особенности отношения к жизни, к получению знаний у нового поколения учащихся. Их неподготовленность к эффективной работе могут свести к нулю самые благие намерения и планы в области образования.

Только принимая во внимание ответственность всех участников образовательного процесса, можно направить их усилия по сохранению уровня преподавания в нужном направлении и координировать эту трудную, но необходимую работу на важнейшем участке социальных преобразований в стране.

## Литература

1. Алферов Ж. И. Наука, поверженная политикой. // Аргументы недели, 2015, №14(455), с. 3.
2. Губин О. И. Рейтинговый капкан Минобрнауки: есть ли выход? // Известия, 2015, № 95(2931), с. 6
3. Соболев А. Б. О задачах учебно-методических объединений по разработке примерных основных образовательных программ. - <http://fgosvo.ru/changefgos/52/52/2>.
4. Соболев А. Б. О роли Координационных советов в развитии и научно-методическом обеспечении содержания профессионального образования. <http://fgosvo.ru/changefgos/52/52/2>.
5. Бюллетень научно-методического совета по физике. // 2012. № 4 / Сост. Н.М.Кожевников.— СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.— 84 с.

6. *Кожевников Н. М.* Организационно-методическая деятельность СПбГПУ по повышению качества преподавания физики. // Научно-технические ведомости СПбГПУ, 2014, Т. 190, № 1. С. 236 - 242.
  7. *Кожевников Н. М.* Неклассические идеи в современном курсе общей физики. // Научно-технические ведомости СПбГПУ, 2013, Т. 183, № 4-1. С. 11 – 19.
  8. *Кожевников Н.М.* Эволюция курса общей физики от Хвольсона до наших дней // «Физическое образование в вузах». – 2013. Т. 19, № 3. С. 46-51.
  9. *Сергеева Н. Л.* Внедрение семи моделей программы Кембриджского университета в преподавании физики. – [videouroki.net/file.com.php](http://videouroki.net/file.com.php).
- 

## **ФУНДИРОВАНИЕ МОДУСА РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИОННОГО КОМПОНЕНТА ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ БУДУЩИХ ГУМАНИТАРИЕВ В КОНТЕКСТЕ ДИАЛОГА КУЛЬТУР**

Афанасьев В.В., Абатурова В.С., Ням Нгок Тан, Смирнов Е.И.

*Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д.Ушинского,  
Ярославль, Россия*

*Южный математический институт ВНЦ РАН, Владикавказ, Россия  
Институт Тханг Лонг, Вьетнам, [e.smirnov@yspu.org](mailto:e.smirnov@yspu.org)*

**Аннотация.** В статье приведены результаты исследования мотивационной сферы студентов-гуманитариев в ходе актуализации познавательной самостоятельности по изучению математического знания в контексте диалога культур. Методологической основой для развития теоретических положений являются разработанные Е.И.Смирновым концепции наглядного моделирования объектов, явлений, процессов и развертывание фундирующих конструкторов модусов развития личностных подструктур.

*Ключевые слова:* студенты-гуманитарии, наглядное моделирование, фундирование, познавательная самостоятельность, учебная мотивация.

**Abstract.** The results of investigation of student's motivation in cognitive self activity of mathematical knowledge in context of culture dialogue are presented. Visual modeling of objects, appearances, processes and founding moduces of person's structures development are basic methodology, created by Eugeny Smirnov.

*Key words:* visual modeling, founding, self activity of students, motivation.

**Введение.** Актуализация профессионально-ориентированных интегративных связей между математикой и гуманитарными науками как предметов, лежащих в основании профессионального образования студентов, ответственна за усиление гуманитарного потенциала будущего педагога, так же как и стимулирующего гармоничное развитие интеллектуальных сил и личных качеств студентов. Гуманитарные науки всегда стремятся решать свои проблемы с помощью представления вербальной информации, широких социальных взаимодействий и приоритета практической реализации теоретических построений при опоре на познавательную самостоятельность студентов. Математика же хочет достигнуть логической завершенности в теории и конкретной деятельности, стремится оперировать математическими знаниями, основанными на моделях и целостности, которые служили бы инструментом для решения



проблем и объяснения социально-гуманитарных процессов и явлений. Содержание математического образования студентов гуманитарных направлений и специальностей (как правило) состоит на теории множеств, дискретной математики, элементов математической логики и анализа, теории вероятностей и математической статистики. При этом у студентов-гуманитариев существуют определенные трудности в изучении и освоении математики: они не усматривают реальных связей между математикой и специальными предметами, диагностируется слабая способность к пониманию математических идей, слабая мотивация к изучению математики. Намечается некоторый разрыв между направленностью личности к самореализации и целями математического образования, тенденциями к комфортному восприятию вербальных и наглядных конструктов и слабым уровнем и способностями к математическим обобщениям и восприятию теоретических конструкций, явно проявляющимися тенденциями избегать деятельности с математическими объектами и процедурами. *Возможность самостоятельного интерактивного взаимодействия с учебным предметом и внедрение современных научных достижений в учебный процесс усиливает развивающий эффект и повышает учебную мотивацию и связь с реальной жизнью и практикой.* Именно эти направления предоставляют уникальную возможность мотивированного вовлечения интеллектуальных операций мышления обучающихся в процесс анализа математического содержания на основе управляющего воздействия актуализированной исследовательской деятельности студентов [1]. Именно эти направления предоставляют уникальную возможность мотивированного вовлечения интеллектуальных операций мышления обучающихся в процесс анализа предметного содержания, прогноза предстоящей когнитивной деятельности, сравнения и различения познавательных ситуаций, оценки и динамики текущего состояния личностных изменений, развития надситуационной активности и наглядного моделирования как в учебной, так и в проектной деятельности. Прежде всего, возрастает потребность в актуализации обобщенных конструкций и отношений в предметном содержании профессионального образования. Как отмечал С.Л. Рубинштейн, «...генерализация отношений предметного содержания выступает затем и осознается как генерализация операций, производимых над обобщенным предметным содержанием; генерализация и закрепление в индивиде этих генерализованных операций ведут к формированию у индивида соответствующих способностей» [2]. Данный подход особенно важен для математического образования, где естественным образом возникающие многоступенчатые абстракции предметного содержания создают условия для таких обобщений как фундирующих конструктов личностного опыта [3].

В свете нашей концепции фундирования [3] влияние гуманитарных наук и математики на формирование познавательной самостоятельности будущего педагога будет особенно сильным, если процесс их освоения и изучения (так же как и выбор соответствующего содержания) будет интегрирован и взаимоувязан на уровне диалога культур и коммуникативной деятельности. При этом необходимо максимально способствовать актуализации личностного опыта студентов насколько это возможно для повышения эффективности образовательного процесса. В области гуманитарного образования математизация ориентирована не только на развитие математического мышления, но и на становление с помощью математики самого профессионального мышления гуманитариев, включая владение универсальным языком науки, способность к моделированию реальных гуманитарных процессов и явлений, выявлению сущности и закономерностей профессиональной деятельности, диалогу культур и современному мировоззрению, равно как и развитию интеллектуальных операций мышления, необходимого для полноценного функционирования человека в современном обществе.

В ходе психолого-педагогического и эмпирического анализа нами выявлены следующие проблемные направления в математическом образовании студентов-гуманитариев: - студенты-гуманитарии часто имеют “недостаточно” высокую мотивацию к изучению математики, потому что математика не является профессионально-

ориентированной дисциплиной и, следовательно, не расценивается ими как необходимый элемент образовательного процесса;

- в традиционных математических учебниках для студентов-гуманитариев содержание, продолжающее эту линию «развивающих задач», недостаточно;

- отмечается недостаточная разработанность вопросов реализации профессиональной направленности обучения математике на гуманитарных специальностях, а также отсутствие целостного исследования по построению профессионально-направленного обучения математике обучающихся гуманитариев;

- традиционные методы обучения математике, не позволяют обучать решению задач в должной степени; так же можно сказать про обучение решению математических задач студентов-гуманитариев, где ситуация еще хуже;

- методическое обеспечение не всегда обосновывает мировоззренческое значение математики; функции и роль математики в гуманитарной науке и реальной жизни; не всегда прослеживается аксиоматическое построение математики как науки и значимость логической и информационной культуры; не обосновывается необходимость актуализации обобщенных конструкций в математике, важности количественных оценок, правильном употреблении общенаучных терминов;

- инновационные и информационные технологии обучения в преподавании математике студентов гуманитарных специальностей недостаточно используются. Необходима четкая нацеленность на активное освоение содержания учебного курса с профессиональной направленностью.

**Методология, модели и методы.** Отражая подходы Г.В.Гегеля, М.Хайдегера, Э.Эриксона, М. Фрома, В.И.Слободчикова и др. о сущности модусов бытия и обладания, времени и служения, сознания и ментальности и их роли в развитии личности, выделим педагогический аспект данной категории. Именно, будем считать, что *фундирующие конструкты модуса развития личности – это способы проявления и выраженности поэтапного становления сущности личностных качеств в результате взаимодействия внешней управляющей среды и внутреннего состояния личности.* Предметом настоящего исследования является состояние мотивационной сферы учебной деятельности обучающегося в ходе формирования и развития познавательной самостоятельности как педагогического феномена. Анализ различных работ [4-6] позволяет сформулировать сущность *мотивационного компонента познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев* в коммуникативной деятельности как направленность личности, которая проявляется в потребности и умении без посторонней помощи приобретать, применять и преобразовывать различные знания личностной значимости на основе обобщающего раскрытия их сущности в ходе интерактивной коммуникации с реальной жизнью и сообществом в направлении самоактуализации и творческого раскрытия личностного гуманитарного потенциала.

Нами выделяется следующая структурная характеристика мотивационного компонента познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике: побуждение к познавательной самостоятельности в контексте интерактивного общения, возникающее на основе осознания противоречия между познавательной гуманитарной потребностью с возможностью ее удовлетворения своими силами и необходимостью коммуникации с другими участниками решения познавательных задач на основе фундаментальности и практико-ориентуемости. Данный компонент познавательной самостоятельности включает мотивы достижения (Дж.Аткинсон, Г.Мюррей, К.Левин, Г.Олпорт, В.Д.Шадриков и др.), самоопределения (А.Маслоу, Ю.П.Поваренков, Д.А.Леонтьев, К.А.Абульханова-Славская и др.) и интеллектуальной напряженности в обучении математике (А.К.Маркова, Х.Хекхаузен, Дж.Роттер и др.) и актуализируется посредством раскрытия личностного смысла когнитивной деятельности как трехкомпонентный вектор интереса [7]:

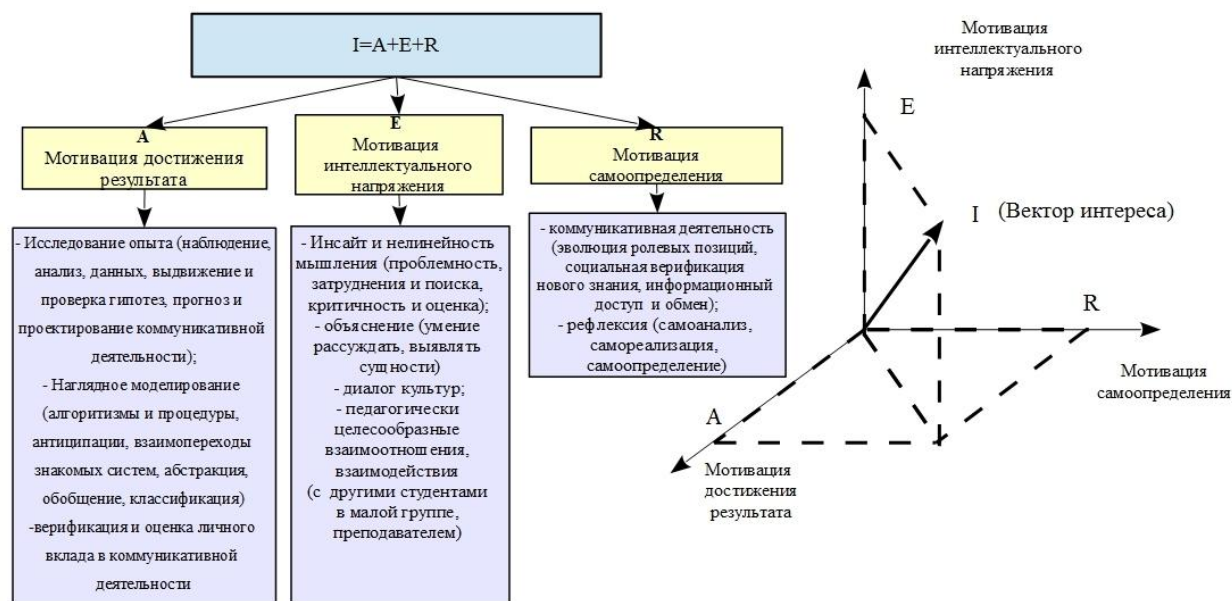


Рис. 1. Трехкомпонентный вектор интереса и его характеристики

Критерии для определения уровней развития познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике:

- самостоятельная активность - требует активности студентов в обучении математике на основе коммуникаций, желание самостоятельно решать поставленные задачи в русле общей проблемы, стремления к выяснению личного смысла содержания высшей математики;

- самоорганизация требует достаточно высокой мотивации к познавательной самостоятельности, осознанного принятия цели и направлена на решение учебных задач. Студенты не просто самостоятельно решают поставленную учебную задачу, они самостоятельно планируют свою работу по достижению поставленной цели с учетом социального взаимодействия, умеют вести целенаправленный поиск и отбор информации, чтобы решить учебную задачу как часть общей. Используя свободно поисковые и исследовательские методы, студенты - гуманитария совместно находят эффективное решение стоящей задачи при эффективной актуализации самостоятельности. Характерным показателем этого критерия является высокая устойчивость волевых усилий, проявляющаяся в стремлении студентов самостоятельно довести до конечного результата выделенный фрагмент общей проблемы, при возникновении затруднений они совместно ищут другие пути решения. Консультативная деятельность преподавателя носит характер рекомендаций по использованию различных источников информации;

- самоопределение требует того, чтобы студенты самостоятельно ставили цель деятельности по решению учебной задачи, разрабатывали план, проникали глубоко в сущность явлений и их взаимосвязей, находили новые способы действий, создали новые, оригинальные продукты деятельности. Основными методами решения учебных задач в этом случае выступают поисковые и исследовательские. Показателями данного критерия студентов-гуманитариев являются теоретическое осмысление изучаемого учебного материала, интерес к процессу решения задачи, умение провести презентацию полученного результата или выполненного задания. Студенты отстаивают собственную точку зрения или предложенный вариант решения учебной задачи, проводят рефлексию образовательного процесса и результата познавательной самостоятельности и в соответствии с этим планирует самостоятельной деятельности, помогают в организации познавательной самостоятельности другим студентам. Деятельность преподавателя заключается в сотрудничестве со студентом на отдельных этапах решения учебной задачи

или выполнения задания.

На основе теоретического анализа сущности познавательной самостоятельности и ее структуры, выделяем ее четыре уровня: воспроизводящая деятельность; вариативная деятельность; частично-поисковая деятельность; творческая деятельность, которая дифференцируется с учетом познавательных интересов и потребностей и профессиональной ориентации каждого [8].

При этом отметим, что фундирование опыта личности становится особенно актуальным в современный период, когда возрастают тенденции к развитию мотивационной сферы, метакогнитивного опыта, процессов самоактуализации и самореализации личности на фоне развертывания адекватных педагогических условий, предметного содержания, средств, форм и технологий обучения предметам естественнонаучного и гуманитарного циклов. Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности и ее актуального представления к обобщенному потенциальному развитию сущности в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей элементов, образуя фундирующие модусы развития. При этом процедуры перехода в зонах ближайшего развития будут более выраженными и направленными, если ориентировочная и информационная основы учебной деятельности обучаемых цементируются специально проектируемым содержанием обучения, наглядно моделируемым в форме оснащенных спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов диалогом культур в контексте интеграции математических, естественнонаучных и информационных знаний. Выделим ряд этапов развертывания фундирующих процедур:

– *мотивационный* (актуализация ценностных и личностно-смысловых характеристик познавательной деятельности обучаемых и результатов диагностических процедур на: значимость, раскрытие внутренней сущности, красоты и единства учебного предмета; поиск и анализ выявления этапов научного познания, методов исследования и механизмов осуществления внутрипредметных и межпредметных связей на основе профессионально-ориентированного и исследовательского подходов; настрой личности на самоопределение и самоактуализацию, освоение принципов и стилей научного мышления: индукции, дедукции, инсайта, аналогии, инверсии и антиципации;

– *ориентировочно-информационной насыщенности* (проектирование наглядных моделей фундирующих процедур представления учебных элементов, действий, компетенций, характеристик личностных качеств на основе выявления существенных связей и преемственности обобщений (эмпирических и теоретических), адекватности и эффективности соотнесения направленности «цель-результат», базовости и интегративности проектируемых конструктов как ориентировочной и информационной основы целенаправленной и вариативной учебной деятельности;

– *процессуально-деятельностный* (проектирование и организация технологических процедур освоения обучаемыми предметного содержания в ходе развертывания этапов и приемов познавательной деятельности на основе актуализации спиралей и кластеров фундирования наличного состояния опыта (характеристик личностных качеств). При этом разрабатываются и реализуются формы, методы и средства освоения учебного предмета, адекватные своим локальным, модульным и глобальным проявлениям развертывания фундирующих процедур на основе познавательной самостоятельности и творческой активности обучаемых;

– *контрольно-коррекционный* (проектирование функций и этапов мониторинга и диагностических процедур измерения состояния и расширения опыта, развития психических функций и характеристик личностных качеств обучаемых; определение и оптимизация технологических процедур и предметного содержания образования, уровня освоения сущности и этапов развертывания спиралей и кластеров фундирования;

определение целостного комплекса спиралей и кластеров фундирования опыта личности в ходе освоения учебного предмета как необходимого компонента дидактического поля и основы вариативности содержания профессионально- ориентированного обучения.

Анализ результатов внедрения оснащенных спиралей фундирования в процесс обучения математике студентов-гуманитариев заставил нас убедиться, что гипотеза относительно возможности повышения интереса к изучению математики на основе интеграции учебной и исследовательской деятельности с математическим знанием и личным гуманитарным опытом студента последовательна, логична и подтверждается экспериментальными данными. Это может быть достигнуто посредством развития комплексов ресурсных занятий и развертывания фундирующих процедур на фоне актуализации познавательной и творческой деятельности студентов.

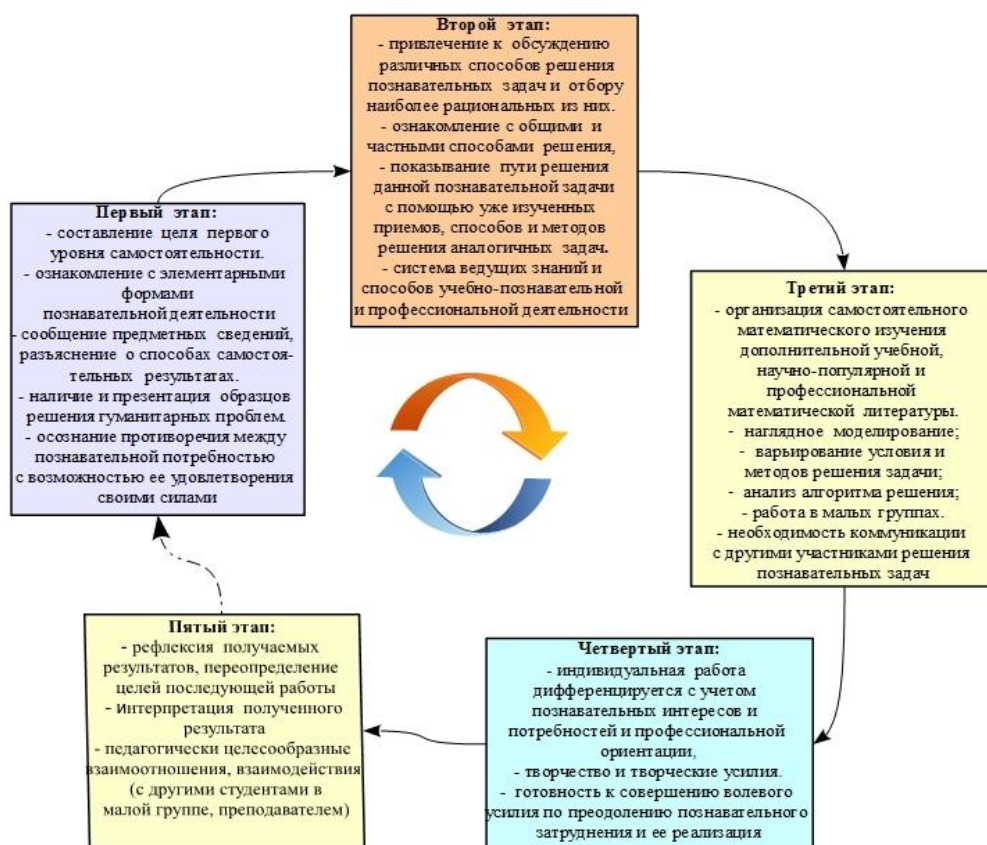


Рис. 2. Спираль фундирования модуса развития мотивационного компонента познавательной самостоятельности

Совершенствование учебных действий студентов в ходе познавательной самостоятельности включает : самостоятельное определение цели на базе коллективных установок; поиск и хранение необходимой информации, в том числе с помощью компьютерных средств; структурирование знаний; осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме на основе диалога культур; выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий коммуникативной деятельности. Средствами познавательной самостоятельности студентов выступают интерактивные средства, коммуникативные технологии, проектные, информационно-коммуникационные среды обучения, работа в малых группах, наглядное моделирование.

Ниже представлена дидактическая модель обучения математике, направленная на развитие мотивационного компонента познавательной самостоятельности студентов – гуманитариев в коммуникативной деятельности (рис. 3).

Проводимое исследование показало также важность выбранной тематики и частично подтвердило выдвинутую гипотезу о значении комплексного подхода во взаимодействии гуманитарных наук и математики. Исследование результатов наглядного моделирования гуманитарных и математических процессов на основе интеграции фундирующих процедур и личного гуманитарного опыта студентов, активизация мотивационных и когнитивных структур в процессе изучения математики способствовала положительным изменениям в личностном развитии и успешности освоения математической деятельности студентами-гуманитариями. Рекомендуется развивать технологию внедрения оснащенных спиралей фундирования математических знаний в процесс обучения математике студентов гуманитарных направлений и специальностей университетов на основе обоснованного отбора обобщенных математических конструктов и дидактического анализа выполнимости и адекватности технологических новшеств в актуальном поле гуманитарного знания.

**Заключение.** Развитие познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев на основе наглядного моделирования в коммуникативной деятельности позволяет осуществлять интеграцию математических и методологических знаний средствами знаково-символической и коммуникативной деятельности. Особое значение для формирования методологической и научной культуры студентов-гуманитариев имеет самостоятельное и совместное освоение математического моделирования в курсе теории вероятностей и математической статистики. При этом обучающиеся проявляют высокий уровень развития научного мышления и результативность в совместном решении различных научно-исследовательских и проектных задач. Усвоенная в коммуникативной деятельности информация и приобретенные способы познавательной самостоятельности становятся не только предметом осознания на основе наглядного моделирования и развертывания фундирующих процедур, но и инструментом для самостоятельного приобретения и освоения нового знания на основе самопознания, что позволяет говорить о развивающем характере самостоятельной деятельности.



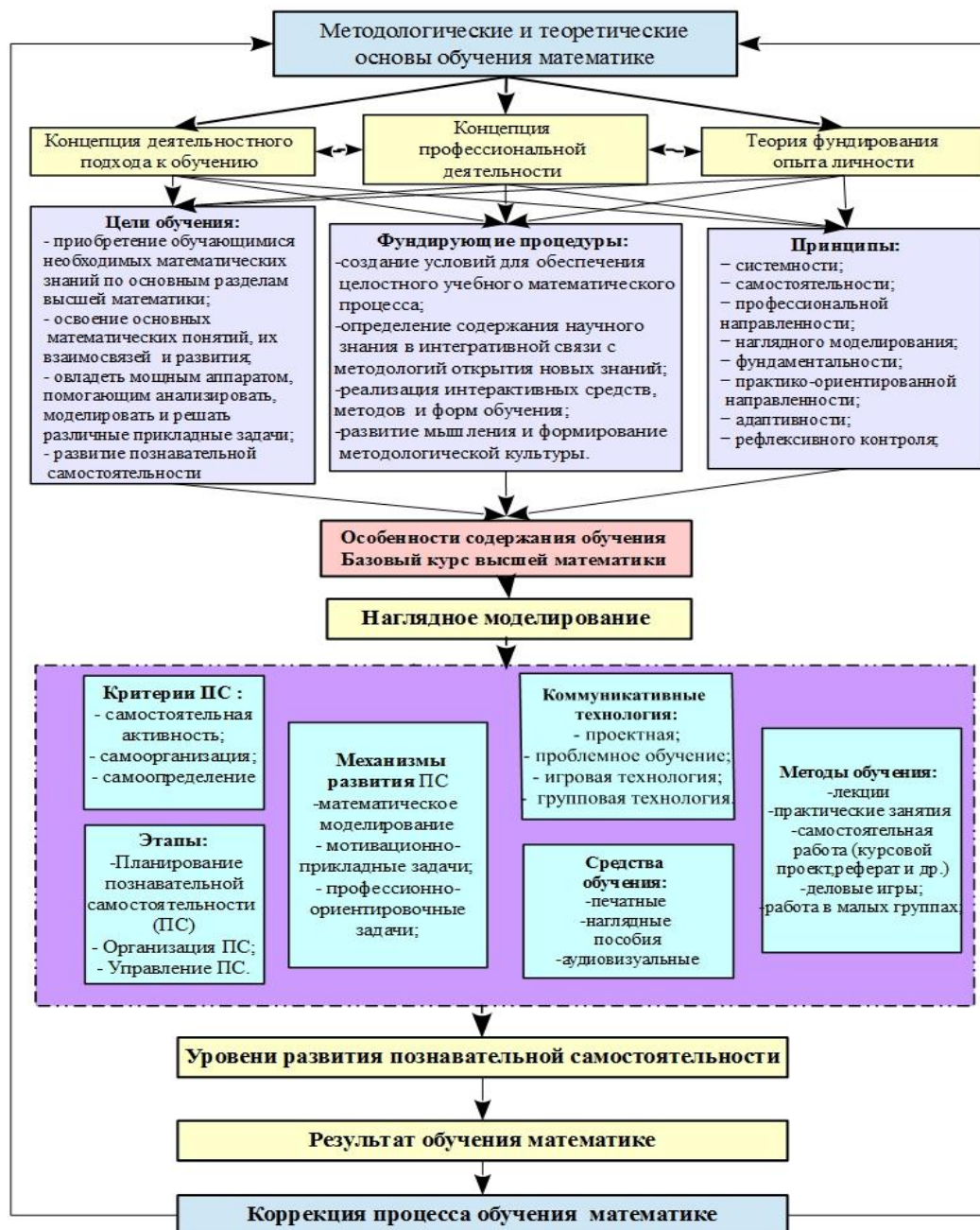


Рис.3. Дидактическая модель формирования познавательной самостоятельности в коммуникациях

## Литература

- [1] Смирнов Е.И., Афанасьев В.В. Экспериментальное исследование творческой активности студентов в процессе обучения математике // Ярославский педагогический вестник.-1996.-№3.-С.110-115
- [2] Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. М.: АН СССР, 1958
- [3] Смирнов, Е. И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: монография / Е. И. Смирнов. – Ярославль, 2012. – 646с.
- [4] Абатурова, В. С. Формирование познавательной самостоятельности учащихся старших классов средствами математического моделирования / В. С. Абатурова//

Ярославский педагогический вестник – 2013 – № 1 – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 108-116 .

[5] Монахов, В.М. Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса. Волгоград: Перемена, 1995.- 152 с.

[6] Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под ред. Е. И. Смирнова. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. -454 с.

[7] Смирнов Е.И., Ням Н.Т. Наглядное моделирование как средство развития познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев при изучении математики / Е.И.Смирнов, Н.Т.Ням // Ярославский педагогический вестник – 2014 – № 4 – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 90-97 .

[8] Ням Н.Т. Развитие познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике средствами наглядного моделирования. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук // Ярославль, 2015

---

## КОНЕЦ "ВЕЛИКОЙ ДИДАКТИКИ" ВЕЛИКОГО ЯНА АМОСА КОМЕНСКОГО

Мкртчян М. А.

*Заместитель министра Министерство образования и науки РА*  
*acf2004@yandex.ru*

### План доклада<sup>1</sup>

1. Предисловие.
2. Социокультурная ситуация эпохи Я. А. Коменского.
3. “Великая дидактика” Я. А. Коменского как концептуальная основа организации обучения в школах и вузах.
4. Характерные особенности нынешней социокультурной ситуации.
5. Проблемы становления новой дидактики, как концептуальной основы будущей образовательной практики.
6. Заключение.

Исходная идея доклада следующая: «Великая дидактика» Я.А. Коменского по сути дела есть изложение концептуальных представлений вполне определенного способа организации обучения, который совсем не случайно стал впоследствии общепринятым повсеместно и исторически проявился как общечеловеческий способ организации обучения. Эта концепция была разработана и реализована как ответ на призыв общества той эпохи. В этом плане, современная дидактика должна быть противоположна дидактике Коменского, поскольку и задача, и ситуация сегодняшнего дня противоположны временам Коменского.

В докладе, через сопоставления разных положений из трудов Я. А. Коменского, а также других авторов (приводится большой список литературы), дается обоснование вышеуказанной идеи. Рассматривается, также, вопрос о перспективах становления новой дидактики, как концептуальной основы будущей образовательной практики.

---

<sup>1</sup>

Текст доклада будет опубликован во втором томе.



## ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ МОДУЛЯ РАДИУС - ВЕКТОРА СО СЛУЧАЙНЫМИ КООРДИНАТАМИ В ПРОСТРАНСТВАХ РАЗЛИЧНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Балыко И.А., Балыко Т.А., Балыко А.К.

*АО «НПП «Исток» им. Шокина», Московская область, г. Фрязино, Россия  
Московский государственный технический университет радиотехники, автоматике и  
электроники, balyko1985@mail.ru*

**Аннотация.** В статье получены выражения для плотностей распределения вероятности модуля вектора, у координаты которого в пространствах различной размерности распределены по нормальному закону.

*Ключевые слова:* плотность распределения вероятности, закон Рэлея.

**Abstract.** In the article, the expressions for the densities of the probability distribution of the module of the vector, whose coordinates in spaces of different dimensions are normally distributed.

*Keywords:* density of the probability distribution, the Rayleigh law.

В конце XIX – ого века английским ученым лордом Рэлеем был получен закон для плотности вероятности модуля двумерного радиус - вектора со случайными координатами, каждая с нормальным законом распределения. Поскольку двумерный радиус - вектор на плоскости описывается так же, как и комплексное число, то закон Рэлея оказался применим для комплексного радиолокационного сигнала со случайными амплитудой и фазой. Таким образом, этот закон сыграл и продолжает играть важную роль при решении радиолокационных задач, в том числе, для выделения и обнаружения полезных сигналов на фоне помех, а также для измерения параметров сигналов [1, 2].

В настоящей статье приведены результаты дальнейшего обобщения закона Рэлея на случай трехмерного пространства и пространств больших размерностей.

1. Случайная положительная величина  $x$  имеет нормальный закон распределения со средним значением –  $a$  и дисперсией -  $\sigma^2$ . Плотность распределения вероятности модуля этой величины  $r = |x|$  имеет вид

$$W_1(r) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{r^2+a^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{r \cdot \alpha_1}{\sigma^2}}, \text{ где } \alpha_1 = a.$$

2. Две случайные величины  $x$  и  $y$  независимы и каждая имеет нормальный закон распределения со средними значениями  $a$  и  $b$  соответственно и одинаковой дисперсией  $\sigma^2$ . Интерпретация на плоскости:  $x$  и  $y$  – компоненты вектора с модулем  $r$  и углом  $\varphi$ :  $x = r \cdot \cos \varphi$ ,  $y = r \cdot \sin \varphi$ .

В результате преобразования декартовых координат в полярные двумерная плотность распределения  $w_2(x, y) = w_1(x) w_1(y)$  преобразуется в двумерную функцию по правилу  $W_2(r, \varphi) = Q_2 w_2(x, y)$ , где  $Q_2 = \frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \varphi)}$  якобиан двумерного преобразования.

Поскольку  $Q_2 = r$ , то имеем

$$W_2(r, \varphi) = \frac{r}{(\sqrt{2 \cdot \pi})^2 \cdot \sigma^2} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2} - \frac{(y-b)^2}{2 \cdot \sigma^2}} = \frac{r}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_2^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{r \cdot (a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi)}{\sigma^2}}, \text{ где } \alpha_2^2 = a^2 + b^2.$$

Плотность распределения модуля радиус – вектора  $r$  находится из  $W_2(r, \varphi)$  интегрированием по углу  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2 \cdot \pi$

$$W_2(r) = \frac{r}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_2^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} e^{-\frac{r \cdot (a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi)}{\sigma^2}} \cdot d\varphi, \quad \text{Интеграл} = 2 \cdot \pi \cdot I_0\left(\frac{r \cdot \alpha_2}{\sigma^2}\right), \quad \text{где}$$

цилиндрическая функция Бесселя нулевого порядка. Окончательно получаем

$$W_2(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_2^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot I_0\left(\frac{r \cdot \alpha_2}{\sigma^2}\right).$$

Формула для  $W_2$  – это обобщенный закон распределения Релея, который при  $\alpha_2 = 0$  преобразуется в закон распределения Рэлея.

3. Рассмотрим три случайные величины  $x$ ,  $y$  и  $z$ , которые также независимы, каждая из них имеет нормальный закон распределения со средними значениями  $a$ ,  $b$  и  $c$  соответственно и одинаковой дисперсией  $\sigma^2$ .

Геометрическая интерпретация в пространстве:  $x$ ,  $y$  и  $z$  – компоненты радиус – вектора с модулем  $r$  и углами  $\varphi$  и  $\theta$ , которые связаны известными соотношениями:  $x = r \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi$ ,  $y = r \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi$ ,  $z = r \cdot \cos \theta$ .

В результате преобразования пространственных декартовых координат в сферические трехмерная плотность распределения независимых случайных величин  $w_3(x, y, z) = w_1(x) \cdot w_1(y) \cdot w_1(z)$  преобразуется в трехмерную функцию по тому же правилу

$$W_3(r, \varphi, \theta) = Q_3 \cdot w_3(x, y, z), \quad \text{где } Q_3 = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \varphi)} \text{ якобиан трехмерного преобразования.}$$

Так как  $Q_3 = r^2 \cdot \sin \theta$ , то

$$W_3(r, \varphi, \theta) = \frac{1}{(\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma)^3} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_3^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{r \cdot [c \cdot \cos \theta + \sin \theta \cdot (a \cdot \cos \varphi + b \cdot \sin \varphi)]}{\sigma^2}} \cdot r^2 \cdot \sin \theta,$$

$$\text{где } \alpha_3^2 = \alpha_2^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$

Плотность распределения радиус – вектора  $r$  находится из  $W_3(r, \varphi, \theta)$  интегрированием по углу  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2 \cdot \pi$  и по углу  $\theta$  в пределах от 0 до  $\pi$ . При первом интегрировании, по аналогии с п.2, получаем выражение  $2 \cdot \pi \cdot I_0\left(\frac{r \cdot \alpha_2 \cdot \sin \theta}{\sigma^2}\right)$ ,

поэтому

$$W_3(r) = \frac{r^2}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma^3} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_3^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot c \cdot \cos \theta}{\sigma^2}} \cdot I_0\left(\frac{r \cdot \alpha_2 \cdot \sin \theta}{\sigma^2}\right) \cdot \sin \theta \cdot d\theta.$$

Обозначим  $u = r \cdot \alpha_2 / \sigma^2$ ,  $v = r \cdot c / \sigma^2$  и введем новую переменную  $t = \cos \theta$ , тогда интеграл преобразуется к виду  $R_3 = 2 \cdot \int_0^1 e^{v \cdot t} \cdot I_0(u \cdot \sqrt{1 - t^2}) \cdot dt$  и приводится к табличному

$$[3, \text{ формула 6.677}]. \text{ В результате находим } R_3 = 2 \cdot \frac{\text{sh} \sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{u^2 + v^2}}.$$

Подставляя в  $R_3$  выражения для  $u$  и  $v$ , получим формулу для плотности распределения вероятности модуля радиус – вектора в трехмерном пространстве

$$W_3(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{r^2}{\sigma^3} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_3^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{r \cdot \alpha_3}{\sigma^2}\right)}{\frac{r \cdot \alpha_3}{\sigma^2}}.$$

4. Начиная с четырехмерного пространства введем обозначения для обобщенных углов  $\varphi_0 = \varphi$ ,  $\varphi_1 = \theta$ ,  $\varphi_2 = \psi$ , координат  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ,  $x_4 = v$  и средних значений  $a_1 = a$ ,  $a_2 = b$ ,  $a_3 = c$ ,  $a_4 = d$ .

Для преобразования координат четырехмерного евклидового пространства в четырехмерное сферическое используем соотношения [4]

$$x_1 = r \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_0, \quad x_2 = r \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_0, \quad x_3 = r \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1, \quad x_4 = r \cdot \cos \varphi_2.$$

Якобиан этого преобразования равен  $Q_4 = r^3 \cdot \sin^2 \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1$ .

Плотность распределения модуля радиус – вектора получается из формулы

$$W_4(r) = \frac{r^3}{(\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma)^4} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_4^2}{2\sigma^2}} \cdot \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot a_4 \cdot \cos \varphi_2}{\sigma^2}} \sin^2 \varphi_2 \cdot d\varphi_2 \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot a_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sigma^2}} \sin \varphi_1 \cdot d\varphi_1 \int_0^{2\pi} e^{-\frac{r \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot (a_1 \cdot \cos \varphi_0 + a_2 \cdot \sin \varphi_0)}{\sigma^2}} d\varphi_0$$

где  $\alpha_4^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2$ . Поскольку интегрирование по  $\varphi_0$  дает

$$2 \cdot \pi \cdot I_0\left(\frac{r \cdot \alpha_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sigma^2}\right), \quad \text{интегрирование по } \varphi_1 - 2 \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{r \cdot \alpha_3 \cdot \sin \varphi_2}{\sigma^2}\right)}{\frac{r \cdot \alpha_3 \cdot \sin \varphi_2}{\sigma^2}}, \quad \text{то}$$

$$W(r) = \frac{r^3}{(\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma)^4} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_4^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \sigma^2}{r \cdot \alpha_3} \cdot \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot a_4 \cdot \cos \varphi_2}{\sigma^2}} \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{r \cdot \alpha_3 \cdot \sin \varphi_2}{\sigma^2}\right) \cdot \sin \varphi_2 \cdot d\varphi_2.$$

Интеграл приводится к табличному [4, формула 3.711]

$$R_4 = \int_{-1}^1 e^{-\frac{r \cdot a_4 \cdot t}{\sigma^2}} \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{r \cdot \alpha_3 \cdot \sqrt{1-t^2}}{\sigma^2}\right) \cdot dt = \frac{\pi \cdot \alpha_3}{\alpha_4} I_1\left(\frac{r \cdot \alpha_4}{\sigma^2}\right), \quad \text{Окончательно получим выражение для}$$

плотности распределения модуля радиус - вектора

$$W_4(r) = \frac{r^3}{2 \cdot \sigma^4} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_4^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{2 \cdot I_1\left(\frac{r \cdot \alpha_4}{\sigma^2}\right)}{\frac{r \cdot \alpha_4}{\sigma^2}}.$$

5. По аналогии в рассмотренными пространствами, введем преобразование координат пятимерного евклидового в пятимерное сферическое с помощью соотношений [4]

$$x_1 = r \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_0, \quad x_2 = r \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_0,$$

$$x_3 = r \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1, \quad x_4 = r \cdot \sin \varphi_3 \cdot \cos \varphi_2, \quad x_5 = r \cdot \cos \varphi_3.$$

Якобиан этого преобразования равен  $Q_5 = r^4 \cdot \sin^3 \varphi_3 \cdot \sin^2 \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1$ .

Плотность распределения модуля радиус – вектора получается из формулы

$$W_5(r) = \frac{r^4}{(\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sigma)^5} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_5^2}{2\sigma^2}} \cdot R_5, \quad \text{где } \alpha_5^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2,$$

$$R_5 = \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot a_5 \cdot \cos \varphi_3}{\sigma^2}} \sin^3 \varphi_3 \cdot d\varphi_3 \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot a_4 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \cos \varphi_2}{\sigma^2}} \sin^2 \varphi_2 \cdot d\varphi_2 \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot a_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sigma^2}} \sin \varphi_1 \cdot d\varphi_1 \int_0^{2\pi} e^{-\frac{r \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot (a_1 \cdot \cos \varphi_0 + a_2 \cdot \sin \varphi_0)}{\sigma^2}} d\varphi_0$$

Первое интегрирование по  $\varphi_0$  дает  $2 \cdot \pi \cdot I_0\left(\frac{r \cdot \alpha_2 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sigma^2}\right)$ , второе по

$\varphi_1 - 2 \cdot \frac{sh(\frac{r \cdot \alpha_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2}{\sigma^2})}{\frac{r \cdot \alpha_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot \sin \varphi_2}{\sigma^2}}$ , третье по  $\varphi_2 - 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{I_1(\frac{r \cdot \alpha_4 \cdot \sin \varphi_3}{\sigma^2})}{\frac{r \cdot \alpha_4 \cdot \sin \varphi_3}{\sigma^2}}$ , то приходим к

формуле

$$W(r) = \frac{r^4}{(\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma)^5} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_5^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \sigma^2}{r \cdot \alpha_4} \cdot \int_0^\pi e^{-\frac{r \cdot \alpha_5 \cdot \cos \varphi_3}{\sigma^2}} \cdot I_1\left(\frac{r \cdot \alpha_4 \cdot \sin \varphi_3}{\sigma^2}\right) \cdot \sin^2 \varphi_3 \cdot d\varphi_3.$$

Интеграл приводится к табличному [3, формула 6.689]

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \cdot ch(v \cdot \cos t) \cdot I_1(u \cdot \sin t) \cdot dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot u \cdot (u^2 + v^2)^{-\frac{3}{4}} \cdot I_{\frac{3}{2}}(\sqrt{u^2 + v^2}),$$

где  $u = r \cdot \alpha_4 / \sigma^2$ ,  $v = r \cdot \alpha_5 / \sigma^2$

Окончательно получим выражение для плотности распределения модуля радиус - вектора в пятимерном пространстве

$$W_5(r) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{r^4}{\sigma^5} \cdot e^{-\frac{r^2 + \alpha_5^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot \frac{I_{\frac{3}{2}}\left(\frac{r \cdot \alpha_5}{\sigma^2}\right)}{\left(\frac{r \cdot \alpha_5}{\sigma^2}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Получены выражения для плотностей распределения вероятности модуля радиус - вектора для трех, четырех и пятимерных пространств.

## Литература

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. Радио. 1966.
2. Большаков И.А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. М.: Сов. радио. 1969.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ. 1963.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 4. М.: ГИТТЛ. 1953.

# ТОЧНЫЕ ОЦЕНКИ НИЖНЕГО ТИПА ЦЕЛОЙ ФУНКЦИИ С НУЛЯМИ ЗАДАНЫХ УСРЕДНЕННЫХ ПЛОТНОСТЕЙ

Брайчев Г.Г.

*Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия*

*e-mail: braichev@mail.ru*

**Аннотация** Приводятся точные оценки нижнего типа целых функций с нулями, расположенными либо на одном луче, либо произвольно в комплексной плоскости и имеющими заданные нижнюю и верхнюю усредненные плотности.

*Ключевые слова:* Тип, нижний тип целой функции при заданном порядке, нижняя и верхняя усредненные плотности.

**Abstract.** We give accurate estimates of the lower type of entire functions with zeros, located either on the ray or arbitrarily in the complex plane, and have set the upper and lower average density.

*Key words:* Type, lower type of an entire function for a given order, the lower and upper averaged density.

Исследование зависимости роста целой функции от распределения ее нулей на комплексной плоскости имеет важное значение как в самой теории целых функций, так и во многих ее приложениях (теория интерполяции и аппроксимации экспонентами, проблема нахождения радиусов полноты систем экспонент и общих функциональных систем, спектральная теория операторов, теория вероятностей, негармонический анализ, вопросы аналитического продолжения сумм рядов степенных рядов и рядов Дирихле). Достаточно полно эта зависимость была изучена уже к середине прошлого века в случае "регулярно" растущих функций с "правильно" распределенными нулями (см. работы Б. Я. Левина [1], А. Пфлюгера [2]). Здесь асимптотические формулы для целой функции и ее нулей взаимно определяют друг друга. При отсутствии подобной регулярности асимптотические законы перестают действовать, и на первый план выходят задачи определения точных границ изменения характеристик роста функции в зависимости от границ скорости изменения нулей. Классическими характеристиками роста целых функций являются тип и нижний тип, а скорость изменения нулей измеряется плотностями их распределения. Приведем точные определения.

Пусть  $\Lambda = (\lambda_n)_{n=1}^{\infty}$  — последовательность комплексных чисел, стремящаяся к бесконечности и выписанная в порядке неубывания модулей. Пусть далее  $n_{\Lambda}(r) = \sum_{|\lambda_n| \leq r} 1$  — считающая функция (с учетом кратностей) этой последовательности, а  $N_{\Lambda}(r) := \int_0^r \frac{n_{\Lambda}(t)}{t} dt$  — ее усредненная, считающая функция. Без

ущерба для общности мы предполагаем, что  $0 \notin \Lambda$ .

Зададим  $\rho > 0$ . Верхняя и нижняя плотности при показателе  $\rho$  ( $\rho$ -плотности) последовательности  $\Lambda$ , а также верхняя и нижняя усредненные  $\rho$ -плотности

последовательности  $\Lambda$  определяют равенствами соответственно

$$\begin{aligned}\overline{\Delta}_\rho(\Lambda) &:= \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{n_\Lambda(r)}{r^\rho}, & \underline{\Delta}_\rho(\Lambda) &:= \underline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{n_\Lambda(r)}{r^\rho}. \\ \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) &:= \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{N_\Lambda(r)}{r^\rho}, & \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) &:= \underline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{N_\Lambda(r)}{r^\rho}.\end{aligned}$$

Типом и нижним типом целой функции  $f(z)$  при порядке  $\rho$  (коротко,  $\rho$ -типом) называют величины

$$\begin{aligned}\sigma_\rho(f) &:= \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} r^{-\rho} \ln \max_{|z|=r} |f(z)|, \\ \underline{\sigma}_\rho(f) &:= \underline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} r^{-\rho} \ln \max_{|z|=r} |f(z)|.\end{aligned}$$

Хорошо известны следующие точные оценки (см., например, [1] гл. 4, §1):

$$\frac{\overline{\Delta}_\rho(\Lambda)}{\rho e} \leq \sigma_\rho(f) \leq \frac{\pi}{\sin \pi \rho} \overline{\Delta}_\rho(\Lambda), \quad (1)$$

$$\overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \leq \sigma_\rho(f) \leq \frac{\pi \rho}{\sin \pi \rho} \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda). \quad (2)$$

Оценки сверху в (1), (2) справедливы при  $\rho \in (0, 1)$ , причем достигаются в случае, когда все нули функции расположены на одном луче и для них в определении  $\rho$ -плотностей существуют обычные пределы (такие последовательности называют измеримыми). Оценки же снизу действуют при любом  $\rho > 0$  и достигаются на довольно сложно устроенной последовательности комплексных чисел с равномерно распределенными на  $[0, 2\pi]$  аргументами.

Если учитывать не только верхнюю, но и нижнюю  $\rho$ -плотности ее нулей, то нижняя граница для  $\rho$ -типа целой функции увеличится, (см. [3]):

$$\sigma_\rho(f) \geq \frac{\overline{\Delta}_\rho(\Lambda)}{\rho} \exp \left\{ \frac{\underline{\Delta}_\rho(\Lambda)}{\overline{\Delta}_\rho(\Lambda)} - 1 \right\}. \quad (3)$$

А. Ю. Попов построил пример (см. [4] теорема 2.1), обеспечивающий в (3) равенство и показывающий к тому же, что нижняя оценка (2) не может быть улучшена за счет учета нижней усредненной  $\rho$ -плотности нулей. Сказанное позволяет представить ответы к следующим экстремальным задачам.

Зафиксируем числа  $\rho > 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $\alpha \in [0, \beta]$ ,  $\beta^* > 0$ ,  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$ . Тогда справедливы равенства

$$s_{\mathbb{C}}(\beta; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta \} = \frac{\beta}{\rho e}, \quad (4)$$

$$s_{\mathbb{C}}^*(\beta^*; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \beta^* \} = \beta^*, \quad (5)$$

$$s_{\mathbb{C}}(\alpha, \beta; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta, \underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha \} = \frac{\beta}{\rho e} e^{\frac{\alpha}{\beta}}, \quad (6)$$

$$s_{\mathbb{C}}^*(\alpha^*, \beta^*; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \beta^*, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \geq \alpha^* \} = \beta^*. \quad (7)$$

Как отмечалось выше, оценки сверху в (1), (2) достигаются для целых функций с измеримыми нулями, расположенными на одном луче. Насколько уточняются оценки снизу в (1) — (3), если корни целой функции также лежат на одном луче? Именно, для фиксированных чисел  $\rho \in (0, 1)$ ,  $\beta > 0$ ,  $\alpha \in [0, \beta]$ ,  $\beta^* > 0$ ,  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$  требуется вычислить величины

$$s_{\mathbb{R}_+}(\beta; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta \}, \quad (8)$$

$$s_{\mathbb{R}_+}(\alpha, \beta; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha, \overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta \}, \quad (9)$$

$$s_{\mathbb{R}_+}^*(\beta^*; \rho) := \inf \{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \beta^* \}, \quad (10)$$

$$s_{\mathbb{R}_+}^*(\alpha^*, \beta^*; \rho) := \inf \left\{ \sigma_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \geq \alpha^*, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \beta^* \right\}. \quad (11)$$

Экстремальные задачи (8) — (11) решены совсем недавно.

**Теорема А** (А. Ю. Попов [5]). *При любых  $\rho \in (0, 1)$  и  $\beta > 0$  справедливо равенство*

$$s_{\mathbb{R}_+}(\beta; \rho) = \beta C(\rho),$$

где  $C(\rho) = \max_{a>0} \frac{\ln(1+a)}{a^\rho}$ . Нижняя грань  $s_{\mathbb{R}_+}(\beta; \rho)$  достигается на некоторой возрастающей последовательности положительных чисел.

**Теорема В** (В. Б. Шерстюков [6]). *Для произвольного  $\rho \in (0, 1)$  и любых чисел  $\beta > 0$  и  $\alpha \in [0, \beta]$  имеет место равенство*

$$s_{\mathbb{R}_+}(\alpha, \beta; \rho) = \frac{\pi\alpha}{\sin \pi\rho} + \max_{a>0} \int_{a(\alpha/\beta)^{1/\rho}}^a \frac{\beta a^{-\rho} - \alpha \tau^{-\rho}}{\tau + 1} d\tau.$$

Нижняя грань  $s_{\mathbb{R}_+}(\alpha, \beta; \rho)$  достигается на некоторой возрастающей последовательности  $\tilde{\Lambda} \subset \mathbb{R}_+$ , у которой  $\underline{\Delta}_\rho(\tilde{\Lambda}) = \alpha$  и  $\overline{\Delta}_\rho(\tilde{\Lambda}) = \beta$ .

Переход от обычных плотностей к усредненным потребовал привлечения результатов тауберова типа, что вызвало появление корней некоторого трансцендентного уравнения (см. [7]).

**Теорема С** (Г. Г. Браичев [8]).

**I.** *При фиксированных  $\rho \in (0, 1)$  и  $\beta^* > 0$  экстремальная величина (10) находится по формуле*

$$s_{\mathbb{R}_+}^*(\beta^*; \rho) = C(\rho)\rho\beta^*,$$

где функция  $C(\rho)$  определена в теореме А.

**II.** *При заданных  $\rho \in (0, 1)$ ,  $\beta^* > 0$ ,  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$  экстремальная величина (11) вычисляется по формуле*

$$s_{\mathbb{R}_+}^*(\alpha^*, \beta^*; \rho) = \rho \left( \frac{\pi\alpha^*}{\sin \pi\rho} + \max_{a>0} \int_{aa_1^{1/\rho}}^{aa_2^{1/\rho}} \frac{\beta^* a^{-\rho} - \alpha^* \tau^{-\rho}}{\tau + 1} d\tau \right), \quad (12)$$

где  $a_1 = a_1(\alpha^*, \beta^*)$  и  $a_2 = a_2(\alpha^*, \beta^*)$ ,  $a_1 \leq 1 \leq a_2$ , — корни уравнения

$$a \ln \frac{e}{a} = \alpha^* / \beta^*. \quad (13)$$

Величина  $s_{\mathbb{R}_+}^*(\alpha^*, \beta^*; \rho)$  достигается для некоторой целой функции с нулями  $\Lambda_f = \tilde{\Lambda}$  такими, что  $\underline{\Delta}_\rho^*(\tilde{\Lambda}) = \alpha^*$  и  $\overline{\Delta}_\rho^*(\tilde{\Lambda}) = \beta^*$ .

Обратим внимание на то, что в отличие от случая общего расположения нулей  $\Lambda \subset \mathbb{C}$ , учет нижней усредненной  $\rho$ -плотности существенно изменяет величину минимально возможного  $\rho$ -типа целых функций, когда  $\Lambda \subset \mathbb{R}_+$ .

Можно сказать, что влияние основных плотностных характеристик последовательности нулей  $\Lambda_f$  из  $\mathbb{C}$  или из  $\mathbb{R}_+$  целой функции  $f(z)$  на величину ее типа к настоящему времени полностью изучено. С другой стороны, как показано в статье В. С. Азарина [9], целая функция с измеримой последовательностью нулей может не иметь совершенно регулярного роста модуля, т. е. величины ее типа и нижнего типа могут не совпадать. Для полноценного описания поведения даже таких функций  $f(z)$  с известной плотностью нулей требуется знать точный диапазон изменения не только типа  $\sigma_\rho(f)$ , но и нижнего типа  $\underline{\sigma}_\rho(f)$ . Исследованию экстремальных задач, включающих нижний индикатор и нижний тип целых функций при заданном диапазоне изменения плотностных характеристик нулей, посвящены работы А. А. Гольдберга [10], А. А. Кондратюка [11]. Однако, самым естественным задачам, связанным с нижним типом при фиксированных значениях плотностей, уделялось гораздо меньше внимания.

В докладе приводятся точные двусторонние оценки нижнего типа целой функции с положительными или произвольно расположенными на плоскости нулями заданных усредненных плотностей. Приведем вначале известное соотношение

$$\underline{\sigma}_\rho(f) \geq \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \geq \frac{\underline{\Delta}_\rho(\Lambda)}{\rho}, \quad (14)$$

которое вытекает непосредственно из формулы Иенсена и неравенств, связывающих обычные и усредненные плотности. Оценки сверху нижнего  $\rho$ -типа через нижние  $\rho$ -плотности, подобные верхним оценкам из (1), (2), в математической литературе вообще отсутствуют. В работе [12] найдено объяснение этому факту. Именно, доказана принципиальная невозможность оценки сверху нижнего типа только через нижнюю плотность. Тем не менее, оценки нижнего  $\rho$ -типа сверху, учитывающие обе  $\rho$ -плотности, возможны, и в [12] доказан такой точный результат, утверждающий дополнительно, что наибольшая возможная величина нижнего  $\rho$ -типа не зависит от расположения нулей целой функции на плоскости.

**Теорема D** (Г. Г. Брайчев, О. В. Шерстюкова [12]). *Для произвольного порядка  $\rho \in (0, 1)$  и любых чисел  $\alpha \geq 0$  и  $\beta > 0$  ( $\alpha \leq \beta$ ) справедливы равенства I.*

$$\begin{aligned} & \sup \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha, \overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta \} = \\ & = \sup \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \underline{\Delta}_\rho(\Lambda) \geq \alpha, \overline{\Delta}_\rho(\Lambda) = \beta \} =: \underline{S}(\alpha, \beta; \rho). \end{aligned}$$



## II.

$$\underline{S}(\alpha, \beta; \rho) = \beta \left( \frac{\pi}{\sin \pi \rho} - \sup_{a>0} \int_a^{ak^{-1/\rho}} \frac{\tau^{-\rho} - ka^{-\rho}}{\tau + 1} d\tau \right),$$

где обозначено  $k = \alpha / \beta$ . Верхняя грань  $\underline{S}(\alpha, \beta; \rho)$  достигается на некоторой возрастающей последовательности  $\tilde{\Lambda}$ , у которой  $\underline{\Delta}_\rho(\tilde{\Lambda}) = \alpha$  и  $\overline{\Delta}_\rho(\tilde{\Lambda}) = \beta$ .

Продолжая заполнять вакуум в информации о величине нижнего  $\rho$ -типа целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$  с нерегулярным поведением нулей, мы приводим неуклучшаемые оценки нижнего  $\rho$ -типа и снизу и сверху через усредненные  $\rho$ -плотности корней. Эти результаты получены путем решения экстремальных задач в двух принципиальных случаях: корни функции лежат на одном луче; корни функции произвольно распределены на плоскости. Речь идет о следующих экстремальных задачах.

Пусть заданы числа  $\rho \in (0, 1)$ ,  $\beta^* > 0$  и  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$ . Требуется вычислить экстремальные величины:

$$\underline{s}^*_\mathbb{C}(\alpha^*; \rho) := \inf \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \alpha^* \}, \quad (15)$$

$$\underline{s}^*_\mathbb{C}(\alpha^*, \beta^*; \rho) := \inf \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \alpha^*, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \leq \beta^* \}, \quad (16)$$

$$\underline{s}^*_{\mathbb{R}_+}(\alpha^*; \rho) := \inf \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \alpha^* \}, \quad (17)$$

$$\underline{s}^*_{\mathbb{R}_+}(\alpha^*, \beta^*; \rho) := \inf \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \alpha^*, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \leq \beta^* \}, \quad (18)$$

$$\underline{S}^*_\mathbb{C}(\alpha^*, \beta^*; \rho) := \sup \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{C}, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \alpha^*, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \leq \beta^* \}, \quad (19)$$

$$\underline{S}^*_{\mathbb{R}_+}(\alpha^*, \beta^*; \rho) := \sup \{ \underline{\sigma}_\rho(f) : \Lambda_f = \Lambda \subset \mathbb{R}_+, \underline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) = \alpha^*, \overline{\Delta}_\rho^*(\Lambda) \leq \beta^* \}. \quad (20)$$

**Теорема 1** Пусть  $\rho > 0$ . Для любых фиксированных чисел  $\beta^* > 0$  и  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$  справедливы равенства

$$\underline{s}^*_\mathbb{C}(\alpha^*; \rho) = \underline{s}^*_\mathbb{C}(\alpha^*, \beta^*; \rho) = \alpha^*.$$

Нижние грани достигаются на некоторой последовательности  $\tilde{\Lambda} \subset \mathbb{C}$ , у которой  $\underline{\Delta}_\rho^*(\tilde{\Lambda}) = \alpha^*$  и  $\overline{\Delta}_\rho^*(\tilde{\Lambda}) = \beta^*$ .

**Теорема 2** Пусть  $\rho \in (0, 1)$ . Для любых фиксированных чисел  $\beta^* > 0$  и  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$  справедливы равенства

$$\underline{s}^*_{\mathbb{R}_+}(\alpha^*; \rho) = \underline{s}^*_{\mathbb{R}_+}(\alpha^*, \beta^*; \rho) = \frac{\pi \rho}{\sin \pi \rho} \alpha^*.$$

Нижние грани достигаются на некоторой возрастающей последовательности  $\tilde{\Lambda} \subset \mathbb{R}_+$  с усредненными  $\rho$ -плотностями  $\underline{\Delta}_\rho^*(\tilde{\Lambda}) = \alpha^*$  и  $\overline{\Delta}_\rho^*(\tilde{\Lambda}) = \beta^*$ .

Следующая теорема показывает, что наибольший возможный нижний  $\rho$ -тип целой функции, как и в случае обычных  $\rho$ -плотностей, не зависит от расположения нулей на плоскости, но зависит от обеих усредненных  $\rho$ -плотностей.

**Теорема 3** Для любого  $\rho \in (0, 1)$  и любых фиксированных чисел  $\beta^* > 0$  и  $\alpha^* \in [0, \beta^*]$  справедливы равенства

$$\begin{aligned} \underline{S}^*_\mathbb{C}(\alpha^*, \beta^*; \rho) &= \underline{S}^*_{\mathbb{R}_+}(\alpha^*, \beta^*; \rho) = \\ &= \rho \beta^* \left( \frac{\pi}{\sin \pi \rho} - \sup_{b>0} \left\{ \int_{ba_2^{-1/\rho}}^b \frac{\tau^{-\rho} - a_2 b^{-\rho}}{\tau + 1} d\tau + \int_b^{ba_1^{-1/\rho}} \frac{\tau^{-\rho} - a_1 b^{-\rho}}{\tau + 1} d\tau \right\} \right), \end{aligned}$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — корни уравнения  $a \ln \frac{e}{a} = \alpha^* / \beta^*$  ( $a_1 \leq 1 \leq a_2$ ). Верхние грани достигаются на некоторой возрастающей последовательности  $\tilde{\Lambda}$ , у которой  $\underline{\Delta}^*_\rho(\tilde{\Lambda}) = \alpha^*$  и  $\overline{\Delta}^*_\rho(\tilde{\Lambda}) = \beta^*$ .

### Литература

1. Б.Я. Левин. Распределение корней целых функций. М. Гостехиздат. 1956
2. A. Pfluger. Распределение корней целых функций. М. Гостехиздат. 1956
3. Ph. Voas, jr. Entire functions. New York. Academic Press, 954
4. А. Ю. Попов Развитие теоремы Валирона-Левина о наименьшем возможном типе целой функции с заданной верхней  $\rho$ -плотностью корней, СМФН, 49, с. 132-164, 2013
5. А. Ю. Попов Наименьший возможный тип при порядке  $\rho < 1$  канонических произведений с положительными нулями заданной верхней  $\rho$ -плотности. Вестник Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика, 131-36, 2005
6. Г. Г. Брайчев, В. Б. Шерстюков О наименьшем возможном типе целых функций порядка  $\rho \in (0, 1)$  с положительными нулями. Изв. РАН. Сер. матем. 75, 1, 3-28, 2011
7. Г. Г. Брайчев. Введение в теорию роста выпуклых и целых функций. М. Прометей, 2005
8. Г. Г. Брайчев. Наименьший тип целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$  с положительными корнями заданных усредненных плотностей. Матем. сб. 203, 7, 31-56, 2012
9. В. С. Азарин/ на целых функциях. Сб. „Теория функций, функциональный анализ и их прил.“, Харьков, 16, с.109-137, 1972
10. А. А. Гольдберг. Интеграл по полуаддитивной мере и его приложения к теории целых функций. III, Матем. сб. 65(107), 3, с.414-453, 1964
11. А. А. Кондратюк. Об экстремальном индикаторе целых функций с положительными нулями. Сиб. матем. журн. 11 (5), с.1084-1092, 1970
12. Г. Г. Брайчев, О. В. Шерстюкова. Наибольший возможный нижний тип целой функции порядка  $\rho \in (0, 1)$  с нулями фиксированных  $\rho$ -плотностей. Матем. заметки, 90, 2, с.199-215, 2011
13. Г. Г. Брайчев. Точные оценки типов целых функций с нулями на лучах. Матем. заметки. 97, 4, с. 503-515, 2015

# СКРЫТЫЕ АТТРАКТОРЫ ОДНОЙ ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЫ С ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ<sup>1</sup>

Буркин И.М., Буркина Л.И.

*Тульский государственный университет,  
Тула, Россия, i-burkin@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье предлагаются аналитико-численные методы поиска скрытых аттракторов многомерных динамических систем. С использованием предложенных методов найден минимальный глобальный аттрактор трехмерной системы с полиномиальной нелинейностью – полиномом пятой степени, содержащий три хаотических аттрактора, один орбитально устойчивый и два неустойчивых цикла.

*Ключевые слова:* многомерная система, скрытые колебания, глобальный аттрактор, полиномиальная нелинейность.

**Abstract.** Analytical-numerical method of search of hidden attractors of multidimensional dynamic systems was proposed. With the use of this method a minimal global attractor of three-dimensional system with polynomial nonlinearity of the degree 5, containing 3 chaotic attractors, 1 stable and 2 unstable cycles was found.

*Key words:* multidimensional system, hidden oscillations, global attractor, polynomial nonlinearity.

Задача исследования структуры притягивающих множеств многомерных динамических систем является одной из традиционно трудных задач качественной теории дифференциальных уравнений. Исторически эта задача восходит к известной шестнадцатой проблеме Гильберта о нахождении максимального числа и взаимного расположения предельных циклов систем второго порядка с полиномиальными правыми частями. Благодаря усилиям нескольких поколений математиков во второй половине XX века в решении этой проблемы был достигнут существенный прогресс [1]. Новые аспекты этой проблемы наиболее рельефно проявились после работ С.Смейла [2], показавшего, что глобальный аттрактор динамической системы порядка выше второго, имеющей даже весьма простую структуру, может содержать бесконечное число неустойчивых циклов или странный аттрактор.

Следует подчеркнуть, что большинство конкретных математических моделей динамических систем не допускает "качественного интегрирования" с помощью чисто математического анализа. Поэтому многие результаты, касающиеся механизмов возникновения аттракторов, их локализации в фазовом пространстве и вычисления их характеристик были получены с помощью компьютерного моделирования. При этом существенную роль играл тот факт, что исследуемые аттракторы содержат в своей области притяжения сколь угодно малые окрестности неустойчивых состояний равновесия. Такие аттракторы являются *самовозбуждающимися* в том смысле, что вычислительная процедура, "стартующая" из любой точки неустойчивого многообразия в окрестности состояния равновесия, "выходит" на аттрактор и рассчитывает его. В отличие от самовозбуждающихся, *скрытые* аттракторы не содержат в своей области притяжения окрестностей состояния равновесия, поэтому для их обнаружения численными методами требуется разработка специальных вычислительных процедур.

---

<sup>1</sup> This work was supported by Russian Scientific Foundation (project 14-21-00041), Saint-Petersburg State University and Tula State University.

Такая процедура поиска скрытых аттракторов динамических систем  $\dot{x} = f(x)$  в  $R^n$  была предложена в [3]. Эта процедура основана на использовании идеи гомотопии и состоит в следующем. Рассматривается однопараметрическое семейство систем

$$\dot{x} = \varphi(x, \varepsilon), \varepsilon \in [0, 1] \quad (1)$$

такое, что  $\varphi(x, 1) = f(x)$ , и при малых  $\varepsilon > 0$  система (1) имеет легко обнаруживаемый самовозбуждающийся орбитально асимптотически устойчивый цикл. Численно отслеживается эволюция этого цикла при возрастании  $\varepsilon$  до 1. Возможна следующая альтернатива: либо при некотором  $\varepsilon \in (0, 1)$  происходит бифуркация исчезновения аттрактора, либо при  $\varepsilon = 1$  обнаруживается скрытый аттрактор исследуемой динамической системы. Ясно, что ключевым моментом в приведенном алгоритме является построение функции  $\varphi(x, \varepsilon)$ , обладающей перечисленными выше свойствами. Метод построения функции  $\varphi(x, \varepsilon)$  для многомерных моделей систем автоматического регулирования подробно описан в [3] и использован в данной работе.

Минимальный глобальный аттрактор динамической системы может содержать также орбитально неустойчивые циклы, которые не могут быть найдены с использованием описанных выше приемов. Для поиска неустойчивых циклов можно использовать, например, численные алгоритмы, предложенные в работах [4-6]. В настоящей работе для поиска неустойчивых циклов применяется "метод стрельбы" [7].

Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = x_3, \quad \dot{x}_3 = -8.6x_2 - x_3 + \varphi(\sigma), \\ \varphi(\sigma) &= 7.5\sigma - 0.81\sigma^3 + 0.0215\sigma^5, \quad \sigma = -18x_1 - x_2 - x_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Система (2) имеет устойчивое в малом состояние равновесия  $(0, 0, 0)$ , и 4 неустойчивых состояния равновесия типа седло-фокус:  $(\pm 0.2182928, 0, 0)$ ,  $(\pm 0.2672004, 0, 0)$ .

Используя методы поиска скрытых аттракторов, предложенные в работе [3], удается найти скрытый хаотический аттрактор системы (2) и скрытый цикл этой системы, изображенные на рисунках 1 и 2 (проекция на плоскость  $(x_2, x_3)$ ).

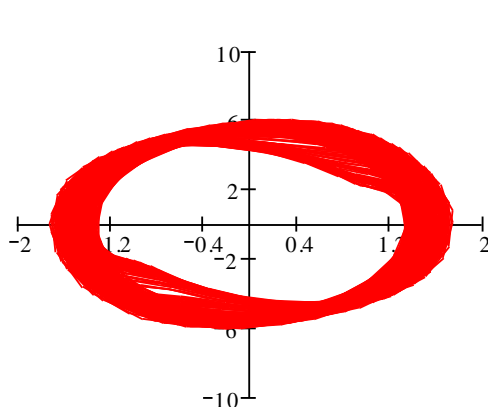


Рис.1

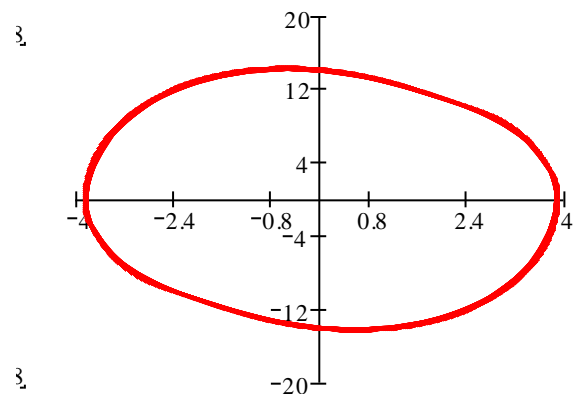


Рис.2

В окрестности состояний равновесия  $(\pm 0.2672004, 0, 0)$  удается найти два хаотических самовозбуждающихся аттрактора, изображенных на рисунках 3 и 4 (проекция на плоскость  $(x_1, x_2)$ ).

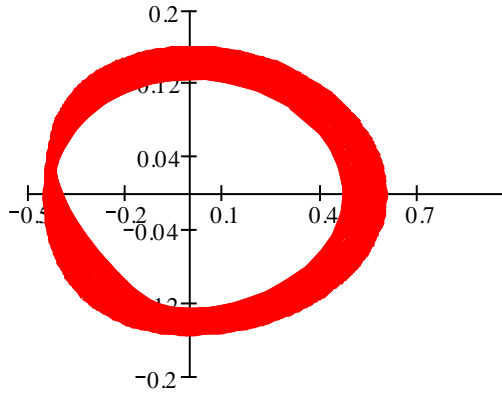


Рис.3

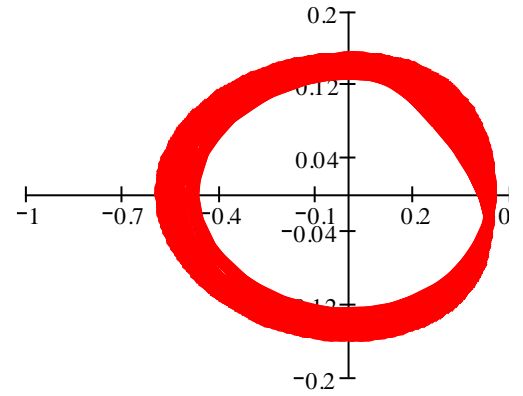
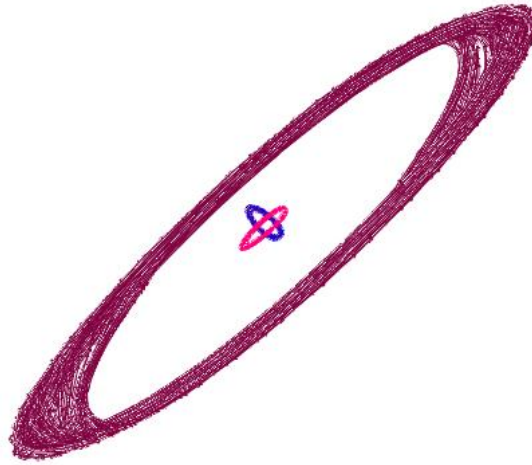


Рис.4

На рисунке 5 все три хаотических аттрактора рассматриваемой системы изображены в  $R^3$ .



С

Рис.5

использованием "метода стрельбы" найдены два орбитально неустойчивых цикла системы (2) изображенные на рисунках 6 и 7.

На рисунке 8 приведена проекция минимального глобального аттрактора системы (2) на плоскость  $(x_1, x_2)$ .

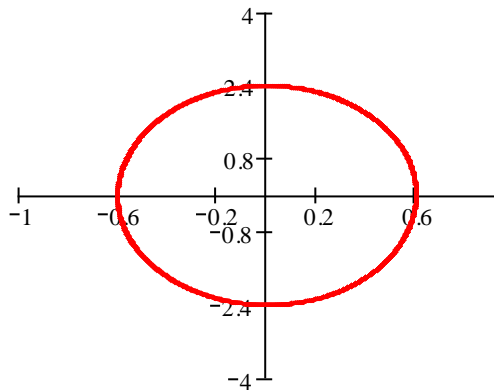


Рис.6

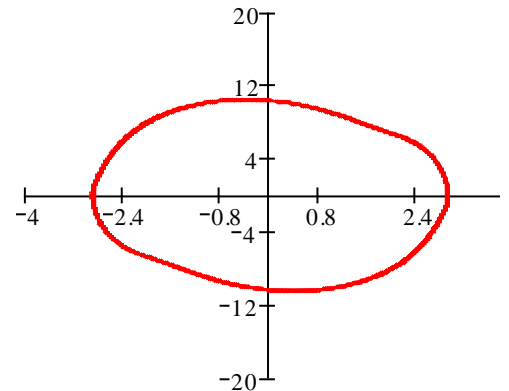


Рис.7

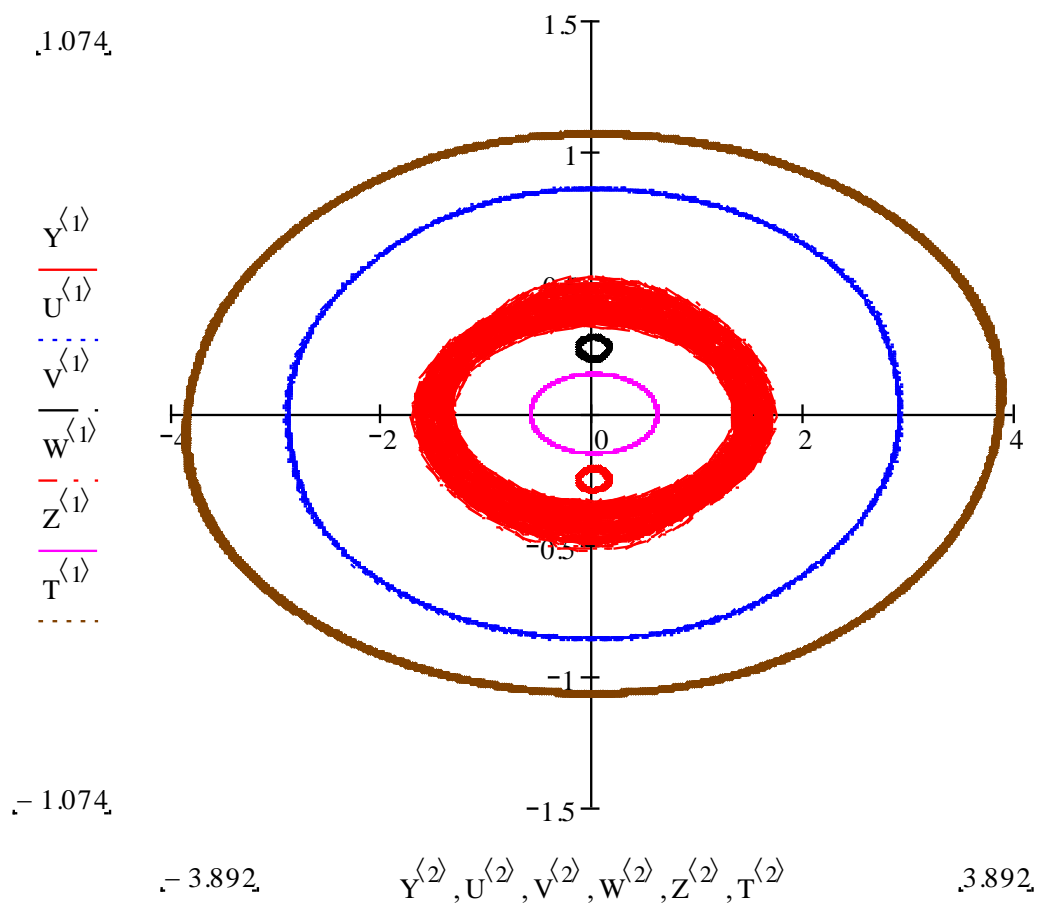


Рис.8

### Литература

1. Ильяшенко Ю.С. Столетняя история 16-й проблемы Гильберта. Фундаментальная математика сегодня.// М. НЦМО.2003. – с. 135-212.
2. Смейл С. Дифференцируемые динамические системы.// Успехи мат. наук. 1970. т. 25, № 1, с. 113-185.
3. Burkin I. M., Nguen N. K. Analytical-Numerical Methods of Finding Hidden Oscillations in Multidimensional Dynamical Systems. //Differential Equations, 2014, vol. 50, no. 13, pp. 1695–1717.
4. Бобылев Н.А, Коровин С.К. Итерационный алгоритм приближенного построения циклов автономных систем.// Дифференциальные уравнения, 1996, т.32, №3, с 301-306.
5. И. Г. Исмаилов, “Итерационный алгоритм построения циклов нелинейных автономных систем. Ч. 1. "Сходимость””.// Проблемы управления, 2005, № 3, с.10–12 .
6. И. Г. Исмаилов, Итерационный алгоритм построения циклов нелинейных автономных систем. Ч. 2. "Оценки параметров" . //Проблемы управления., 2005, № 4, с.30–32.
7. М. Холодниок, А. Клич, М. Кубичек, М. Марек. Методы анализа нелинейных динамических моделей. М., Мир, 1991.- 364 с.

# НЕЙРОСЕТЕВОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Овакимян А.С.

*Ереванский государственный университет, Ереван, Армения, ahovakimyan@ysu.am*

Саркисян С.Г.

*Ереванский государственный университет, Ереван, Армения, siranushs@ysu.am*

Зироян М.А.

*Российский государственный социальный университет, zirmanya@mail.ru*

Тинякова В.И.

*Российский государственный социальный университет, tviktoriya@yandex.ru*

**Аннотация.** В работе рассматривается задача прогнозирования временных рядов средствами нейронных сетей. Этот подход целесообразен в случаях, когда необходимо преодолевать трудности, связанные с нестационарностью, неполнотой, неизвестным распределением данных, или когда статистические методы оказываются не вполне удовлетворительными.

Нейронная сеть построена в среде RStudio. Выполнен сравнительный анализ результатов, полученных с помощью нейронной сети и реализованными в RStudio статистическими методами прогнозирования.

*Ключевые слова:* временной ряд, прогнозирование, нейронная сеть, предварительное обработка данных, обучающая и контрольная выборки.

**Abstract.** The problem of time series prediction by means of neural networks is considered. This approach is appropriate in cases where it is necessary to overcome the difficulties associated with nonstationarity, incompleteness, anonymous data distribution, or when the statistical methods are not entirely satisfactory.

A neural network is built in the package RStudio. A comparative analysis of the results obtained by the neural network and via implemented in RStudio statistical forecasting methods is performed.

*Key words:* time series, prediction, neural network, data preprocessing, training and control samples.

Задача прогнозирования временных рядов (ВР) была и остается актуальной, особенно в последнее время, когда стали доступны мощные средства сбора и обработки информации. Прогнозирование временных рядов является важной научно-технической проблемой, так как позволяет предсказать поведение различных факторов в экологических, экономических, социальных и иных системах.

Развитие прогностики как науки в последние десятилетия привело к созданию множества моделей и методов, процедур, приемов прогнозирования, неравноценных по своему значению. По оценкам зарубежных и отечественных специалистов по прогностике уже насчитывается свыше ста методов прогнозирования, в связи с чем встает задача выбора методов, которые давали бы адекватные прогнозы для изучаемых процессов или систем. Жесткие статистические предположения о свойствах временных рядов зачастую ограничивают возможности классических методов прогнозирования. Применение нейронных сетей (НС) в данной задаче обусловлено наличием в большинстве ВР сложных закономерностей, не обнаруживаемых известными линейными методами.

Нейросетевые методы обработки информации стали использоваться несколько десятилетий назад. С течением времени интерес к нейросетевым технологиям то ослабевал, то вновь возрождался. Такое непостоянство напрямую связано с практическими результатами проводимых исследований. На сегодняшний день возможности нейросетевых технологий используются во многих отраслях науки, начиная от медицины и астрономии, заканчивая информатикой и экономикой. Способность нейронной сети к разносторонней обработке информации следует из ее способности к обобщению и выделению скрытых зависимостей между входными и выходными данными. Большим преимуществом нейронных сетей является то, что они способны к обучению и обобщению накопленных знаний.

В данной работе рассматривается задача прогнозирования временного ряда средствами нейронных сетей и выполнения сравнительного анализа с результатами, полученными с помощью реализованных в среде RStudio методов прогнозирования.

Целью любого прогнозирования является создание модели, которая позволяет заглянуть в будущее и оценить тенденции в изменениях того или иного фактора. Качество прогноза в таком случае зависит от наличия предыстории изменяемого фактора, погрешностей измерения рассматриваемой величины и других факторов. Формально задача прогнозирования формулируется следующим образом: найти функцию  $f$ , позволяющую оценить значение переменной  $x$  в момент времени  $(t + d)$  по ее  $N$  предыдущим значениям, так чтобы

$$x(t + d) = f(x(t), x(t - 1), \dots, x(t - N + 1)),$$

Обычно  $d$  берется равным единице, то есть функция  $f$  прогнозирует следующее значение  $x$ .

Временной ряд представляет собой последовательность наблюдаемых значений какого-либо признака, упорядоченных в неслучайные моменты времени. Отличием анализа временных рядов от анализа случайных выборок является предположение о равных промежутках времени между наблюдениями и их хронологический порядок [1].

При решении задачи прогнозирования необходимо идентифицировать переменные, которые будут прогнозироваться, временные параметры и степень точности прогноза. Часто при решении задач прогнозирования возникает необходимость предсказания не самой переменной, а изменений ее значений. Точность прогноза, требуемая для решения конкретной задачи, оказывает большое влияние на прогнозирующую систему. Ошибка прогноза зависит от используемой системы прогноза. Чем больше ресурсов имеет такая система, тем больше шансов получить более точный прогноз. Однако прогнозирование не может полностью уничтожить риски при принятии решений. Поэтому всегда учитывается возможная ошибка прогнозирования. Точность прогноза характеризуется ошибкой прогноза.

При решении задач прогнозирования аналитику приходится принять решения относительно таких характеристик временного ряда как тренд, сезонная и циклическая компоненты, делать предположения о модели временного ряда – аддитивной, мультипликативной и др. Автоматического способа обнаружения трендов во временных рядах не существует. В то же время при изучении кривой, отражающей результаты наблюдений, аналитику трудно делать предположения относительно повторяемости формы кривой через равные промежутки времени [1]. Общим недостатком статистических моделей является сложность выбора типа модели и подбора ее параметров. Все это существенно увеличивает субъективный вклад участников процесса анализа и прогнозирования ВР. Таким образом, результат анализа и прогнозирования ВР зависит как от квалификации аналитика в предметной отрасли, так и от его квалификации в методах анализа.

Аппарат НС подразумевает минимальное участие аналитика в формировании модели временного ряда, так как способность нейросетевых моделей к обучению позволяет выявить скрытые взаимосвязи и закономерности между данными, а алгоритмы обучения



адаптируют весовые коэффициенты в соответствии со структурой данных, представленных для обучения [2,3, 4].

Использование аппарата НС для прогнозирования ВР заключается в формировании НС определенной структуры, в ее параметрической настройке на основе поведения исследуемой системы в заранее известные моменты времени, в предсказании будущего поведения системы по ее предыстории. Выбор структуры нейронной сети обуславливается спецификой и сложностью решаемой задачи. Для решения некоторых типов задач разработаны оптимальные конфигурации [5, 6].

Параметрическая настройка НС происходит на основе обучения сети на выделенной из множества исходных данных обучающей выборке (ОВ). При обучении с учителем для каждого обучающего входного примера требуется знание правильного ответа. Нейронной сети предъявляются значения входных и выходных сигналов, а она по определенному алгоритму подстраивает веса синаптических связей. В процессе обучения производится корректировка весов сети по результатам сравнения фактических выходных значений с известными заранее и ожидаемыми выходными значениями. При обучении НС происходит изменение весовых коэффициентов сети на основании изменения фактической погрешности на итерациях обучения.

Качество обученной НС оценивается на контрольной выборке (КВ), также выделенной из множества исходных данных. ОВ и КВ не пересекаются и, как правило, в множестве исходных данных хронологически следуют друг за другом. Если на КВ значение ошибки находится в допустимых пределах, то настройка НС считается завершенной, а нейронная сеть готовой для решения задачи прогнозирования.

При построении модели прогнозирования часто приходится выполнять некоторое предварительное преобразование данных с целью удовлетворения ряду известных требований. Это касается как прогнозируемой величины (ПВ), так и обучающей и контрольной выборок.

Основное требование к ПВ заключается в том, чтобы было возможно прогнозировать будущие значения временного ряда. Как правило, в зависимости от задачи, приходится прибегать к таким методам по преобразованию входных данных, которые позволяют правильно судить о закономерностях и особенностях в данных, отражающих их качественные характеристики. Часто встает задача отображения данных в пространство меньшей размерности. Такая свертка данных приводит к устранению избыточности в данных и сокращению времени обучения НС.

Одним из главных требований в временном ряду является его стационарность, состоящая в том, что распределение его значений является инвариантным относительно момента времени, для которого оно построено. Для характеристики стационарности используется то, что для двух выборок, построенных в разные моменты времени, закон распределения должен оставаться тем же. Если элемент рассматриваемых временных рядов многомерен, следует анализировать каждый компонент  $x_i$  элемента временного ряда и проверить, что он имеет равномерное распределение на отрезке  $[m_i - \sigma_i, m_i + \sigma_i]$ , где  $m_i$  - математическое ожидание признака  $x_i$ ,  $\sigma_i$  - ее дисперсия [5,6].

Важной предпосылкой для правильного восстановления интерполируемой функции нейронной сетью является то, чтобы наборы, входящие в ОВ и КВ не противоречили друг другу. Это означает, что для двух близких векторов выборки значения прогнозируемой величины также близки. На практике применяется подход, состоящий в том, что два вектора считаются близкими, если один находится в некоторой окрестности другого. Границы окрестности выбирают так, чтобы условие имело место для 50-100% наборов из ОВ или КВ. Таким образом, для обеспечения качества построенной нейронной сети следует соответствующим образом выбрать как данные для обучения, так и данные для ее оценки.

От обучающей выборки зависит также время, требуемое для обучения сети. Обучающая выборка должна быть представительной. Существуют разные эвристики по

выбору “скользящего окна”, обзорающего участок временного ряда, используемый как вход нейронной сети [5,6]. Поскольку нейронная сеть работает только с числовыми входными данными, важным этапом при подготовке данных является преобразование и кодирование данных. Данные, предназначенные для обучения, должны быть нормализованы и их значения должны быть распределены в определенном диапазоне [6].

В среде RStudio с помощью встроенных модулей поддержки механизма нейронных сетей были построены нейронные сети с разными параметрами. Эксперименты были проведены с использованием временного ряда, содержащего историческую информацию о землетрясениях в разных регионах земного шара за период с 01.01.1990г. по 31.10.2007г. Ряд содержит данные о координатах региона, глубине эпицентра и магнитуде землетрясения. Ряд изучен на удовлетворение условию стационарности, обучающая и контрольная выборки проверены на соответствие критериям качества.

На рис. 1 изображена обученная нейронная сеть, где использованы данные о координатах региона, глубине эпицентра и магнитуде землетрясения.

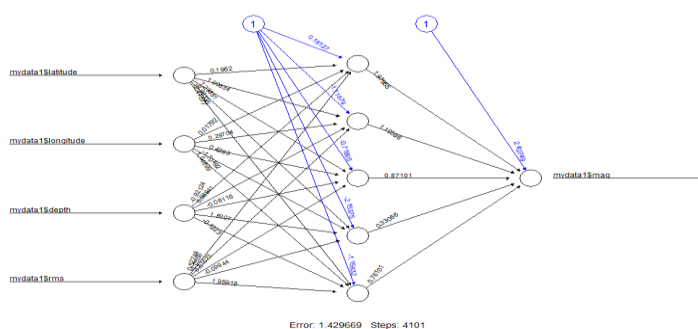


Рис. 1. Обученная нейронная сеть.

Качество обученной сети оценено по результатам ее работы на контрольной выборке (рис. 2). Степень близости графиков свидетельствует об удовлетворительной настройке сети.

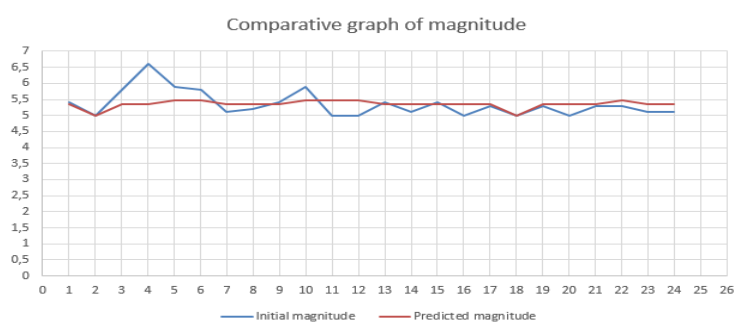


Рис.8 Результат работы НС на контрольной выборке.

С помощью построенных нейронных сетей было проведено прогнозирование магнитуды и глубины эпицентра землетрясения в разных регионах.

Сравнительный анализ реальных данных и результатов, полученных с помощью встроенных в среду RStudio стандартных методов прогнозирования и с помощью нейронных сетей, свидетельствует о том, что метод нейросетевого прогнозирования может беспроблемно конкурировать со стандартными статистическими методами прогнозирования.

## Литература

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. *Анализ временных рядов*. Прогноз и управление: М. Мир, 1974.
  2. Bishop С.М. *Neural Networks for Pattern Recognition*. Oxford University Press, 2003
  3. Солдатова О.П., Семенов В.В. // Применение нейронных сетей для решения задач прогнозирования. Электронный научный журнал «Исследовано в России» <http://zhurnal.gpi.ru/articles/2006/136.pdf>
  4. Шитиков В.К., Розенберг Г.С., Зинченко Т.Д. // Нейросетевое моделирование: многослойный перцептрон. [www.ievbran.ru/kiril/Library/Book1/content394/content394.htm](http://www.ievbran.ru/kiril/Library/Book1/content394/content394.htm)
  5. Laura E. Carter-Greaves. Time Series prediction with Feed-Forward Neural Networks, <http://neuroph.sourceforge.net>
  6. Iffat A. Gheyas, Leslie S. Smith. Smith. A Neural Network Approach to Time Series Forecasting. // Proceedings of the World Congress on Engineering, Vol II, WCE 2009, July 1 - 3, 2009, London, U.K
- 

## ОБ ОДНОМ УРАВНЕНИИ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

Хачатрян С.А., Габриелян Л.А

АГПУ им. Х. Абовяна, Ереван, Армения, [kanushavan@gmail.com](mailto:kanushavan@gmail.com)

**Անոտացիա.** Դիտարկվում է ռադիոակտիվ քայքայման մի հավասարում: Կառուցվել է լուծումը աստիճանային շարժի միջոցով, երբ  $b \in (0;1)$ :

*Բանալի բաներ:* քայքայում, հավասարում, աստիճանային շարք

В монографии [1] предложено изучить уравнение радиоактивного распада следующего вида

$$\begin{aligned} M'(t) &= \lambda M(t) + \lambda b M(bt) \\ M_0 &= M_0 \end{aligned} \quad (1)$$

Второе слагаемое в (1) означает, что скорость распада зависит не только от массы вещества в момент времени  $t$ , но и от  $b$ -ой части вещества в момент времени  $bt$ . Наша задача заключается в исследовании условий, при которых задача (1) имеет решение, а также разработке способов построения этого решения.

При  $b > 1$  задача (1) теряет физический смысл, потому что скорость распада  $M'(t)$  в момент времени  $t$  будет зависеть от массы вещества в момент времени  $bt > t$ .

При  $b = 1$ , получаем  $M(t) = M_0$ , которое не описывает данное явление.

При  $b = 0$  получается классическая задача радиоактивного распада, которому посвящены многочисленные работы, изучающие эту задачу в разных аспектах [2].

А если  $b < 0$  задача снова теряет физический смысл.

Так что, в задаче (1) представляет физический интерес лишь случай  $b \in (0;1)$ .

Отметим, что параметры  $\lambda > 0$  зависят только от типа радиоактивного вещества.

В работе, для решения задачи (1), получено представление в виде степенного ряда

$$M(t) = M_0 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\lambda^n}{n!} \cdot \prod_{i=1}^n (1-b^i) \cdot t^n \quad (2)$$

При этом предполагается выполнение условий  $M(bt) > M(t)$  и  $M(t) > bM(bt)$ , которые естественны с физической точки зрения.

Нетрудно доказать, что

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} M(t) = 0$$

### Литература

1. Р. Беллман, К. Кук, Дифференциально – разностное уравнение, М. Наука 1967
2. Ю. М. Широков, Н. П. Юдин, Ядерная физика, М. Наука 1980

## ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ГЕКСАЭДРАЛЬНЫХ СЕТОК КАК ГРАФОВ

Чекмарев Д.Т., Крутова К.А.

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Россия, 4ekm@mt.unn.ru*

Рассматриваются свойства нерегулярных шестигранных сеток с точки зрения теории графов. Доказывается, что сетка из гексаэдральных ячеек, покрывающая односвязную область, представляет из себя двудольный граф. Данное свойство весьма актуально в вычислительной механике при построении ажурных сеток конечных элементов [1].

*Ключевые слова: двудольный граф, трехмерная сетка, ажурная сетка конечных элементов*

The properties of the irregular hexahedral grids in terms of graph theory are considered. It is proved that a grid of hexahedral cells covering a 3D area homeomorphic orb is a bipartite graph. This property is very important in computational mechanics in the construction of rare meshes of finite elements [1].

*Keywords: bipartite graph, three-dimensional grid, rare mesh of finite elements*

Связь между свойствами графа как отношения на множестве и как геометрического объекта достаточно хорошо изучена в двумерном пространстве для планарных графов. В работе рассматривается одно свойство графов в трехмерном пространстве. При этом оказывается, что свойства графа нетривиальным образом зависят от топологии трехмерного геометрического объекта.

Рассмотрим односвязную (гомеоморфную шару) область  $\Omega \subset R^3$  с кусочно-гладкой границей, покрытую сеткой из гексаэдральных ячеек. Данная сетка представляет из себя граф. Для определенности и однозначности толкования дадим точное определение гексаэдральной сетки и соответствующего ей графа. Под гексаэдральной ячейкой будем понимать диффеоморфный образ единичного куба. Соответственно гранями ячейки будем называть диффеоморфные образы граней куба, ребрами – диффеоморфные образы ребер

куба, вершинами – образы вершин куба. Будем считать, что между различными ячейками могут иметь место следующие случаи взаимного расположения:

- 1) ячейки не имеют общих точек;
- 2) ячейки имеют одну общую вершину;
- 3) ячейки имеют общее ребро, соединяющее две общих вершины;
- 4) ячейки имеют общую грань, содержащую 4 общих ребра и 4 общих вершины.

Другие случаи взаимного расположения различных ячеек не допускаются. Во всех случаях считается, что любые две ячейки не имеют общих внутренних точек. Будем считать, что область  $\Omega$  является объединением множества гексаэдральных ячеек. Графом  $H$  назовем следующее отношение на множестве  $V$  вершин гексаэдральной сетки: пара вершин  $\langle v_i, v_j \rangle \in H$  тогда и только тогда, когда она принадлежит ребру одной или нескольких гексаэдральных ячеек.

Покажем, что данный граф является двудольным, т.е. его множество вершин можно разбить на 2 класса таким образом, что любая вершина из 1-го класса может быть смежной только с вершинами 2-го класса и наоборот. В основу доказательства положим известную **теорему Кенига**[2]: Граф является двудольным тогда и только тогда, когда все его циклы имеют четную длину. Отметим, что в теореме Кенига можно ограничиться рассмотрением простых циклов.

Сначала докажем теорему о двудольности сетки, покрывающей двумерную область.

**Теорема 1** Если односвязная область в  $R^2$  покрыта сеткой из четырехугольных ячеек, то эта сетка представляет из себя двудольный граф.

**Доказательство** Пусть дана односвязная область, покрытая сеткой из четырехугольных ячеек. Данная сетка представляет из себя планарный граф. Рассмотрим произвольный простой цикл, принадлежащий данному графу. Пусть цикл охватывает область из  $n$  ячеек сетки, число граничных ребер области равно  $k$ , число внутренних ребер области равно  $m$ . Тогда  $4n=2m+k$ . Действительно,  $n$  ячеек содержат всего  $4n$  ребер, из них каждое внутреннее ребро принадлежит двум ячейкам, граничное – одной. Таким образом, получаем, что длина цикла  $k=4n-2m$  – четное число. Из этого по теореме Кенига следует утверждение теоремы.

Перейдем к рассмотрению трехмерного случая. Рассмотрим описанную выше односвязную (гомеоморфную шару) трехмерную область, покрытую сеткой из шестигранных ячеек. Будем считать, что область с построенной на ней сеткой обладает следующим свойством:

**Свойство 1:** Данную область (а также любую ее подобласть, гомеоморфную шару, являющуюся объединением некоторого множества из не менее двух ячеек) можно разбить на две подобласти, гомеоморфных шару, таким образом, что граница раздела проходит по граням ячеек.

**Теорема 2** Если односвязная область в  $R^3$  покрыта сеткой из гексаэдральных ячеек и удовлетворяет свойству 1, то данная сетка представляет из себя двудольный граф.

**Доказательство** проводится методом математической индукции по числу ячеек  $n$ .

**База индукции.** При  $n=2$  сетка является планарным графом (рис. 1) и по теореме 1 сетка представляет из себя двудольный граф.

**Индукционный переход.** Допустим, что утверждение справедливо для любой сетки из  $n$  ячеек. Рассмотрим односвязную область, покрытую сеткой из  $n+1$  ячеек. Предположим, что граф не двудольный, следовательно, по теореме Кенига существует простой цикл  $G$  нечетной длины. Согласно свойству 1 разобьем область на 2 части  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , каждая из которых содержит  $\leq n$  ячеек (рис. 2). Граница раздела  $S$  представляет собой односвязную двумерную поверхность, или планарный граф, покрытый четырехугольными ячейками. Рассмотрим проекцию простого цикла  $G$  на  $S$  (рис. 2). Это несвязный граф, в противном случае цикл  $G$  принадлежит либо области  $\Omega_1$ , либо области  $\Omega_2$ , а следовательно не может иметь нечетную длину по предположению индукции. Соединим две вершины из разных

компонент связности проекции цикла  $G$  на  $S$  простым путем, принадлежащим  $S$ . Тогда цикл  $G$  разобьется на два простых цикла  $G_1$  и  $H_1$  (см. рис. 3), причем один из них имеет нечетную длину. Пусть это будет цикл  $G_1$ . Проекция простого цикла нечетной длины  $G_1$  на  $S$  имеет меньшее число компонент связности, чем проекция цикла  $G$  на  $S$ . Повторим операцию соединения вершин с графом  $G_1$  и получим цикл нечетной длины  $G_2$ , затем  $G_3$ , и так далее, при этом число компонент связности пересечения графа  $G_i$  с границей раздела  $S$  будет каждый раз уменьшаться, пока не станет равным 1. Тогда получим цикл нечетной длины, полностью принадлежащий одной из частей области  $\Omega$ . Получаем противоречие предположению индукции, а значит циклов нечетной длины

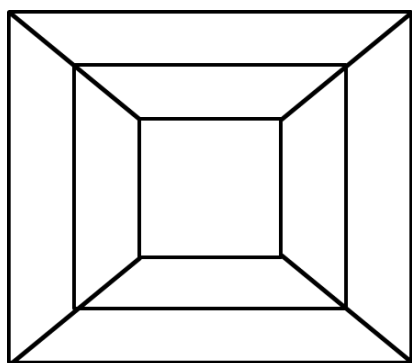


Рис. 1. Плоская карта сетки из двух гексаэдральных ячеек

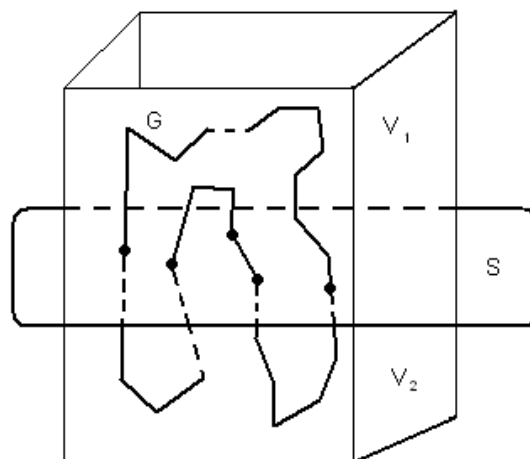


Рис. 2.

нет и исходная сетка является двудольным графом. Теорема доказана.

*Замечание.* Для многосвязной области доказательство не применимо, так как граница раздела  $S$  может быть несвязной и нельзя соединить точки из разных компонент связности путем, принадлежащим  $S$  (рис. 4).



Рис. 3.

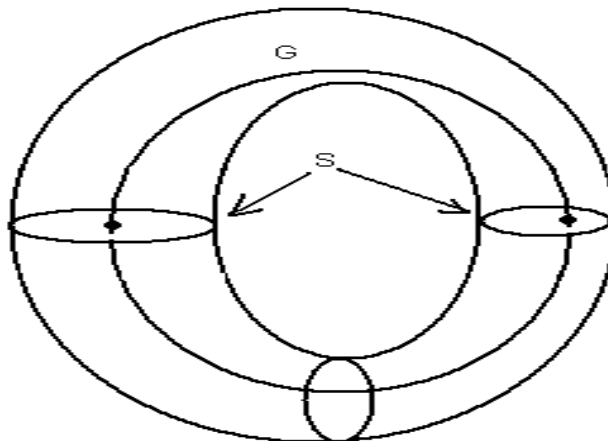


Рис. 4.

Пример двусвязной области, покрытой сеткой из четырехугольных ячеек и не являющейся двудольным графом, приведен на рис. 5.

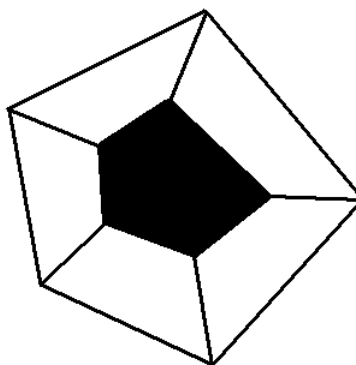


Рис.5

Рассмотренное в работе свойство двудольности гексаэдральных сеток весьма актуально для вычислительной механики. Полученный результат гарантирует возможность построения ажурных сеток конечных элементов из имеющихся гексаэдральных сеток в большинстве практически важных случаев. Это в свою очередь позволяет использовать при их построении существующие коммерческие и свободно распространяемые сеточные генераторы. При этом проблема построения ажурных сеток сводится к выделению долей графов исходных гексаэдральных сеток. Актуальность данной проблемы и алгоритмы для ее решения приводятся в [3-6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-01-00660 а).

### Литература

1. Чекмарев Д.Т. Численные схемы метода конечного элемента на «ажурных» сетках // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2009. Вып. 2. С. 49-54.
2. Харрари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973.
3. Жидков А.В., Зефиоров С.В., Кастальская К.А. Спирина С.В., Чекмарев Д.Т. Ажурная схема численного решения трехмерных динамических задач теории упругости и пластичности// Вестник ННГУ. Н. Новгород: Изд-во ННГУ. 2011. № 4, часть 4. С. 1480-1482.
4. Жидков А.В., Спирина С.В., Чекмарев Д.Т. Ажурная схема метода конечных элементов решения статических задач теории упругости // Учен. зап. Казан. Ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2012.- Т. 154, Кн. 4.- С. 26-32
5. Кастальская К.А., Чекмарев Д.Т. О построении трехмерных ажурных сеток. Труды XII Межд. семинара «Супервычисления и математическое моделирование». г. Саров. 2011. – с.374-381.
6. Крутова К.А., Чекмарев Д.Т., Благовещенская Е.А. Об одном приложении теории графов к вычислительной механике // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС-2015). 24-31 мая 2015 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2015. С. 148-149.

# НОВЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ПОРОЖДЕННЫЕ ТЕОРИЕЙ ПОЛНОСТЬЮ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

*Филимоненкова Н. В., Бакусов П. А.*

Санкт-Петербургский государственный политехнический  
университет, Санкт-Петербург, Россия

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный  
университет, Санкт-Петербург, Россия

e-mail: nf33@yandex.ru

**Аннотация.** Доклад посвящен новым понятиям в алгебре матриц и в геометрии поверхностей, которые порождены теорией полностью нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных.

*Ключевые слова:* полностью нелинейные уравнения,  $m$ -след,  $m$ -положительная матрица,  $k$ -кривизна поверхности, матрица кривизны,  $p$ -выпуклая гиперповерхность.

**Abstract.** The report focuses on new concepts in matrix algebra and geometry of surfaces, which are generated by the theory of fully nonlinear partial differential equations.

*Key words:* fully nonlinear equations,  $m$ -trace,  $m$ -positive matrix,  $k$ -curvature, curvature matrix,  $p$ -convex hypersurface.

Активное развитие теории полностью нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных продуцирует новые алгебро-геометрические понятия и делает все более актуальной задачу их систематизации и популяризации. Например, появились обобщения для понятия положительно определенной матрицы и для понятия выпуклой поверхности, появились новые инструменты анализа искривленности поверхностей.

Тема доклада – сравнительный анализ классических и новых конструкций в алгебре матриц и геометрии поверхностей: положительно определенная матрица и  $m$ -положительная матрица; первая, вторая формы поверхности, главные кривизны и матрица кривизны,  $p$ -кривизны поверхности; выпуклая поверхность и  $p$ -выпуклая поверхность.

Чтобы указать конкретные истоки перечисленных понятий, рассмотрим



уравнение Монжа – Ампера:

$$\det(u_{xx}) = f, \quad u \in C^2(\Omega), \quad \Omega \subset R^n. \quad (1)$$

В 80-х годах 20 века его стали трактовать как частный случай в классе  $m$ -гессиановских уравнений (в зарубежной литературе  $k$ -Hessian equation):

$$F_m(u_{xx}) = f, \quad 1 \leq m \leq n. \quad (2)$$

Зарубежные авторы L. Caffarelli, L. Nirenberg, J. Spruck, N. S. Trudinger, X.-J. Wang определяют  $F_m$  как элементарную симметрическую функцию порядка  $m$  от собственных чисел матрицы Гессе  $u_{xx}$  (см., например, [1]). Представители Санкт-Петербургской математической школы определяют  $F_m$  как сумму главных миноров порядка  $m$  симметричной матрицы  $u_{xx}$  и считают такой подход более естественным и удобным, чем обращение к собственным числам. Систематическое исследование суммы главных миноров в рамках полностью нелинейных дифференциальных уравнений впервые предпринято в работах 80-х годов Н. М. Ивочкиной. В 90-е годы эта матричная операция приобрела название “след порядка  $m$ ”, и, начиная с 2006 года, данный алгебраический термин регулярно используется для исследования  $m$ -гессиановских уравнений и родственных задач (см., например, [2], [3], [4]).

Класс уравнений (2) примечателен тем, что он соединяет классическое линейное уравнение с классическим представителем нелинейной теории: при  $m = 1$  имеем уравнение Пуассона, при  $m = n$  уравнение Монжа-Ампера.

Изучение уравнений (2) развивалось по образцу уравнения Монжа – Ампера (1). Известно, что для разрешимости (1) требуется положительная определенность матрицы  $u_{xx}$ . Исследование уравнений (2) при  $m < n$  было направлено на выявление аналогичных требований для матрицы  $u_{xx}$ . В результате были построены специальные конусы в пространстве симметричных матриц, более широкие, чем конус положительно определенных матриц. В статье [5] 1983 года эти конусы впервые описаны конструктивно. В последние годы Н. М. Ивочкина предложила название для матриц из этих конусов – так появилось понятие  $m$ -положительной матрицы (см. [2], [3]), которое еще не успело распространиться в математической литературе. В статье [4] 2013 года показано, что теория  $m$ -положительных матриц восходит к теории  $a$ -гиперболических многочленов Ларса Гординга.

Понятие  $m$ -положительной матрицы является обобщением понятия симметричной положительно определенной матрицы (совпадает с ним при

$m = n$ ). Совсем недавно доказан аналог критерия Сильвестра для  $m$ -положительных матриц [6], который сразу нашел применение при изучении эволюционных  $m$ -гессиановских уравнений, родственных уравнению (2).

В отличие от линейной теории, классическая разрешимость краевых задач для полностью нелинейных уравнений при фиксированном знаке правой части зависит от геометрических свойств границы области.

Принципиальное влияние границы области  $\Omega$  на разрешимость задачи Дирихле для уравнения (2) было впервые отмечено в фундаментальной работе [7], причем необходимое условие разрешимости поначалу было выражено в классических терминах, а именно: в терминах элементарных симметрических функций от главных кривизн  $\partial\Omega$ . Последующий пересмотр классических представлений был мотивирован желанием получить геометрические характеристики, которые были бы гладкими для достаточно гладких гиперповерхностей, чего нельзя сказать об условии из работы [7].

На этом пути было введено понятие матрицы кривизны,  $p$ -выпуклой гиперповерхности и  $p$ -кривизн поверхности, которые являются абсолютными геометрическими инвариантами и  $C^l$ -гладкими функциями точки для  $C^{l+2}$ -гладких гиперповерхностей (см., например, работу [3]). Таким образом, на современном языке необходимым условием разрешимости задачи Дирихле для уравнения (2) является  $(m - 1)$ -выпуклость гиперповерхности  $\partial\Omega$ . Это означает, что матрица кривизны этой поверхности должна быть  $(m - 1)$ -положительной в каждой точке, а для замкнутой гиперповерхности это равносильно требованию положительности ее  $(m - 1)$ -кривизны. Остается пока нерешенной проблема распространения этих характеристик на негладкие гиперповерхности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты № 15-01-07650 а, № 15-31-20600 мол-а-вед.

## Литература

- [1] Wang X.-J. The k-hessian equation// Lecture Notes in Mathematics, 1977 (2009), 177–252.
  - [2] Ivochkina N. M., Yakunina G. V., Prokof'eva S. I. The Garding cones in the modern theory of fully nonlin-ear second order differential equations// Journal of Mathematical Sciences, 184 (2012), 295–315.
  - [3] Ивочкина Н. М. От конусов Гординга к  $p$ -выпуклым гипербоповерхностям // Современная математика. Фундаментальные направления, 45 (2012), 94–104.
  - [4] Ivochkina N. M., Filimonenkova N.V. On the bakgrounds of the theory of m-Hessian equations// Communications on Pure and Applied Analysis, 12 (2013), 1687–1703.
  - [5] Ивочкина Н. М., Описание конусов устойчивости, порождаемых дифференциальными операторами типа Монжа-Ампера// Математический сборник, 22 (1983), 265–275.
  - [6] Филимоненкова Н. В., Критерий Сильвестра для  $m$ -положительных матриц, Препринт Санкт-Петербургского математического общества, 7 (2014).
  - [7] Caffarely L., Nirenberg L., Spruck J. The Dirichlet problem for nonlinear second order elliptic equations III. Functions of the eigenvalues of the Hessian// Acta Math.– 1985. – Vol. 155. – P. 261–301.
-

## СЕКЦИЯ 2

### ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ

---

#### СУБТАНГЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МАКРОЭКОНОМИКИ

Агранович Ю.Я., Хацкевич В.Л., Чернова А.С.

Воронежский государственный университет,  
Воронеж, Россия, *agranovichyu@yandex.ru, Alexandra151@yandex.ru*  
Воронежский государственный университет, Воронеж,  
Россия, *vlkhats@mail.ru*

**Аннотация:** метод минимизации подкасательной применяется к траектории, описывающей во времени отношение цен на рынке двух товаров.

**Abstract:** subtangent minimization method is applied to the trajectory, that describes the time-price ratio on the market of two products.

*Ключевые слова:* конкурентный рынок, динамическая модель, субтангенциальный подход.

*Key words:* competitive market, dynamic model, subtangent method

Рассматривается рынок  $n$  различных товаров, на котором имеется  $m$  участников рынка. Цена  $i$ -того товара обозначается  $p_i$ . Они образуют вектор цен  $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ . Пусть в начальный момент  $k$ -тый участник рынка обладает набором товаров  $\vec{y}^k = (y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k)$ , а желает иметь  $\vec{x}^k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)$ . Модель Эрроу-Дебрэ конкурентного рынка основывается на следующих предположениях:

1) Предполагается, что рынок закрытого типа. Так что стоимость набора товаров у всякого участника рынка в любой момент времени сохраняется, то есть

$$(\vec{p}, \vec{x}^k) = (\vec{p}, \vec{y}^k) \quad (k = 1, 2, \dots, m),$$

где скобки  $(\cdot, \cdot)$  обозначают скалярное произведение в евклидовом пространстве  $R^n$ .

2) Считается, что  $k$ -тый участник рынка при выборе желаемого набора товаров исходит из соображений, связанных с максимизацией своей функции полезности  $u^k(\vec{x})$ . Она достигает максимума в точке  $\vec{x}^k$  при выполнении бюджетного ограничения (1) и условия  $\vec{x}^k \geq 0$  (это неравенство понимается покоординатно).

Определим вектор избыточного спроса  $\vec{z} = \sum_{k=1}^m \vec{x}^k - \sum_{k=1}^m \vec{y}^k$ .

Согласно предположению 1) выполнен закон Вальраса

$$(\vec{z}, \vec{p}) = 0. \tag{1}$$

Динамическая модель конкурентного рынка имеет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{z}(\vec{p}). \tag{2}$$

В силу закона Вальраса (1) для любого решения  $\bar{p}(t)$  уравнения (2) имеем  $\sum_{i=1}^n p_i \frac{dp_i}{dt} = 0$ .

Следовательно,

$$\sum_{i=1}^n p_i^2(t) = \sum_{i=1}^n p_i^2(0) \quad (\forall t > 0). \quad (3)$$

Исследованию модели (2) посвящено значительное число работ. При этом основное внимание уделялось установлению устойчивости равновесных состояний системы (2) (устойчивости рынка) при различных предположениях на функцию избыточного спроса  $\bar{z}(\bar{p})$  (см. [1]).

Одно из основных предположений состоит в том, что функция  $\bar{z}$  положительно однородна нулевой степени, то есть

$$\bar{z}(c\bar{p}) = \bar{z}(\bar{p}) \quad (\forall c > 0). \quad (4)$$

Это условие означает, что спрос зависит только от соотношения цен, но не от их абсолютных значений. Другие условия типа «валовой заменимости» в нашем исследовании не используются.

В настоящей работе рассмотрен вопрос, в какой момент времени соотношение цен в соответствии с моделью (2) изменяется наиболее быстро. При этом использован субтангенциальный подход. Чтобы выявить существо вопроса рассмотрим случай наличия на рынке двух товаров. Мы будем опираться на изложение [2] результатов из [3].

Согласно (4) функция избыточного спроса  $\bar{z}$  зависит только от соотношения цен, поэтому введем новую переменную по формуле  $r = \frac{p_2}{p_1}$ .

Тогда, в частности, вторая координата вектора  $\bar{z}$  есть некоторая функция от  $r$ , т.е.  $\bar{z}_2(\bar{p}) = f(r)$ . При этом на основании закона Вальраса (1) получим  $z_1(\bar{p}) = -rf(r)$ . Следовательно, справедливо

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{p_1^2} \left( p_1 \frac{dp_2}{dt} - p_2 \frac{dp_1}{dt} \right) = \frac{1}{p_1} (f(r) + r^2 f'(r)).$$

Кроме того, на основании (3)  $p_1^2(t) + p_2^2(t) = p_1^2(0) + p_2^2(0) := c$ . Тогда получаем задачу

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{c} (1 + r^2)^{3/2} f(r), \quad r(0) = \frac{p_2(0)}{p_1(0)} = r_0. \quad (5)$$

Рассмотрим график решения задачи (5) в координатах  $(t, r)$ . Обозначим правую часть уравнения (5) через  $g(r)$ . Зафиксируем точку  $t$  и предположим, что касательная к графику траектории (5) в заданной точке  $t$  пересекает ось времени в момент времени  $t_1$ . Тогда уравнение касательной имеет вид

$$t_1 - t = \frac{r(t)}{r'(t)} = \frac{r}{g(r)}. \quad (6)$$

Таким образом, интересующий нас вопрос сводится к минимизации правой части (6) по  $r$ , а затем к отысканию искомого момента времени  $t$ . При этом, если  $r_*$  - точка минимума, то искомым моментом времени  $t_*$ , согласно (5), отыскивается по формуле

$$t_* = c \int_{r_0}^{r_*} \frac{dr}{(1 + r^2)^{3/2} f(r)}.$$

Поясним указанную схему на конкретном примере, рассмотренном в [2] для иллюстрации устойчивости рынка. Как и выше будем считать, что на рынке имеется два товара. Предположим, что  $k$ -тый участник рынка имеет функцию полезности вида

$$u^k(x_1, x_2) = \alpha_k \ln x_1 + (1 - \alpha_k) \ln x_2, \quad \alpha_k \in (0, 1). \quad (7)$$

Будем считать, что  $k$ -тый участник рынка выбирает набор товаров  $\vec{x}^k = (x_1^k, x_2^k)$ , максимизирующий (7) при ограничениях  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$  и

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 y_1^k + p_2 y_2^k := M^k, \quad (8)$$

где  $\vec{y}^k = (y_1^k, y_2^k)$  - его начальный вклад.

Решая задачу на условный экстремум (7), (8), найдем функцию обобщенного спроса  $\vec{z}(\vec{p}) = \left( Ar - B, \frac{B}{r} - A \right)$ , где  $r = p_2 / p_1$  и

$$A = \sum_{k=1}^n \alpha_k y_2^k > 0, \quad B = \sum_{k=1}^n (1 - \alpha_k) y_1^k > 0.$$

Таким образом, функция  $f(r)$ , выражающая ранее связь  $z_2(\vec{p}) = f(r)$ , в нашем примере задается формулой  $f(r) = \frac{B}{r} - A$ . Тогда уравнение (5) принимает вид

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{c} (1 + r^2)^{3/2} \left( \frac{B}{r} - A \right). \quad (9)$$

Исследуем поведение траекторий уравнения (9). Обратим внимание, что  $r_0 = \frac{B}{A}$  - стационарное решение уравнения (9), соответствующее равновесному состоянию рынка.

Если начальное условие  $0 < r(0) < \frac{B}{A}$ , то правая часть (9) в начальный момент положительна. Тогда  $\left. \frac{dr}{dt} \right|_{t=0} > 0$  и решение  $r(t)$  в начальный момент возрастает. Более того, возрастает оно при всех  $t > 0$ , поскольку принять значение  $r_0$  оно не может в силу единственности решения задачи Коши.

Если же в начальный момент  $r_0 > \frac{B}{A}$ , то аналогично предыдущему  $\frac{dr}{dt} < 0$  при всех  $t > 0$ .

Рассмотрим для определенности случай  $0 < r(0) < \frac{B}{A}$ . Так как  $\frac{dr}{dt}$  - тангенс угла наклона касательной, а в случае  $\frac{dr}{dt} > 0$  угол острый, то

$$\frac{1}{c} (t - t_1) = \frac{r}{(1 + r^2)^{3/2} \left( \frac{B}{r} - A \right)} > 0. \quad (10)$$

Отыскание момента времени  $t$ , минимизирующего длину подкасательной  $t - t_1$  сводится к отысканию минимума по  $r$  выражения, стоящего в правой части последнего уравнения. Приравнявая производную дроби, стоящей в правой части (10) к нулю, получим кубическое уравнение относительно  $r$  вида

$$2r^3 - \frac{B}{A} r^2 - r + 2 \frac{B}{A} = 0. \quad (11)$$

Таким образом, точка минимума определяется отношением  $\frac{B}{A}$ .

Нас интересует положительный корень уравнения (11), гарантирующий точку минимума. Заметим, что согласно теореме Виета этот случай не реализуется при наличии

одного вещественного и двух комплексно сопряженных корней уравнения (11), так как в этом случае вещественный корень отрицателен. Кроме того, он не реализуется и в случае кратных вещественных корней. Таким образом, необходимо требовать чтобы дискриминант уравнения (11) был отрицателен.

Условие отрицательности дискриминанта уравнения (11) имеет вид

$z\left(11-\frac{z}{9}\right)^2 - \frac{1}{9^2}(6+z)^3 < 0$ , где  $z = \left(\frac{A}{B}\right)^2$ . Преобразуя это неравенство получим  $8z^2 - 259z + 8 \geq 0$ . Корни соответствующего уравнения определяются формулой  $z_{\pm} = \frac{259 \pm 45\sqrt{33}}{16}$ . Следовательно,

$$\left(\frac{B}{A}\right)^2 \in (0, z_-) \cup (z_+, +\infty) \text{ или } \frac{B}{A} \in (0, \sqrt{z_-}) \cup (\sqrt{z_+}, +\infty). \quad (12)$$

Отметим, что приближенно  $z_+ \approx 32,36$ ;  $z_- \approx 0,03$ .

Итак, в случае выполнения (12) имеется три различных вещественных корня  $r_1 < r_2 < r_3$  уравнения (11). Согласно теореме Виета  $r_1 < 0$  и  $0 < r_2 < r_3$ . В силу представления  $2r^3 - \frac{B}{A}r^2 - r + 2\frac{B}{A} = 2(r-r_1)(r-r_2)(r-r_3)$  нетрудно видеть, что при переходе через корень  $r_2$  данное выражение меняет знак с «+» на «-». Следовательно,  $r_2$  - точка максимума. При переходе через точку  $r_3$  знак меняется с «-» на «+». Следовательно,  $r_3$  - точка минимума, т.е. искомый корень.

Если начальное условие  $r(0) > \frac{B}{A}$ , то  $\frac{dr}{dt} < 0$  ( $\forall t > 0$ ) и решение уравнения (9) монотонно убывает, оставаясь больше  $\frac{B}{A}$ . В этом случае  $t_1 > t$  и для определения минимума подкасательной имеет место равенство

$$\frac{1}{c}(t_1 - t) = -\frac{r}{(1+r^2)^{3/2}\left(\frac{B}{r} - A\right)} > 0. \quad (13)$$

Тогда минимум достигается в точке  $r_2$ .

Пусть  $r_*$  - решение уравнения (11), дающее минимум функции (10) или (13). Тогда необходимый момент времени  $t_*$  определяется формулой

$$t_* = c \int_{r_0}^{r_*} \frac{dr}{(1+r^2)^{3/2}\left(\frac{B}{r} - A\right)}, \quad (14)$$

вытекающей из (9).

Как известно, темпом роста дифференцируемой функции  $r(t)$  в момент  $t$  называют значение логарифмической производной функции в этой точке, а именно,  $(\ln r(t))' = \frac{r'(t)}{r(t)}$ . Согласно (6) мы установили, что в точке  $t_*$  определяемой формулой (14),

наблюдается наибольший темп роста отношения цен нашей модели рынка.

Близкие по тематике вопросы исследованы в работах [4], [5].

### Литература:

1. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. Пер с англ. М.: Мир, 1972 – 544 с.

2. Кемини Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. Некоторые приложения. Пер с англ. М.: Советское радио, 1972 – 192 с.
  3. Arrow K.J., Hurwitz L. On the Stability of the Competitive Equilibrium I. *Econometrica*, October, 1958, v.26, p.522-552.
  4. Агранович Ю.Я., Концевая Н.В. Субтангенциальный анализ модели Самуэльсона-Хикса. Системы управления и информационные технологии. 2014. Т.57. № 3.1. С.195-196
  5. Хацкевич В.Л. Об устойчивости конкурентного рыночного равновесия. *Эконом.матем.методы*, 2005, т.41, №4, с. 103-107.
- 

## ОБОБЩЕННЫЙ ОПЕРАТОР ТИПА ПОТЕНЦИАЛА В ПРОСТРАНСТВЕ ЛЕБЕГА

Асхабов С.Н.

*Чеченский государственный университет,  
Грозный, Россия, askhabov@yandex.ru*

**Аннотация:** Найдены условия, при которых обобщенный оператор типа потенциала действует непрерывно из пространства  $L_p(0,1)$ ,  $1 < p < \infty$ , в сопряженное с ним пространство  $L_{p'}(0,1)$ ,  $p' = p/(p-1)$ , и является положительным по Бохнеру.

*Ключевые слова:* оператор типа потенциала, положительный оператор.

**Abstract:** We find the conditions under which the generalized operator of potential type acts continuously from the space  $L_p(0,1)$ ,  $1 < p < \infty$ , in the dual space  $L_{p'}(0,1)$ ,  $p' = p/(p-1)$ , and it is Bochner-positive.

*Keywords:* potential-type operator, positive operator.

### 1. Введение

Известно какое важное значение играют положительно-определенные функции (по Бохнеру) в гармоническом анализе и других разделах современной математики [11, с. 176]. С понятием положительно-определенной функции тесно связано определение положительного оператора, играющего важную роль в математической физике, теории дифференциальных и интегральных уравнений [7]–[9].

В данной работе изучается вопрос о положительности обобщенного оператора типа потенциала, частными случаями которого являются потенциал Рисса и логарифмический потенциал, в пространствах Лебега  $L_p(0,1)$  при любых  $p \in (1, \infty)$ . Положительность оператора типа потенциала (риссова потенциала) в некоторых специальных частных случаях в пространстве  $L_2(a,b)$  была установлена С. Геллерстедтом и Ф. Трикоми (см., например, [8, с. 38 и 41]). Обобщение этих результатов различными методами дано в монографиях [8] и [9], где также доказана положительность оператора типа логарифмического потенциала, причем в [8] установлена положительность и обобщенного



оператора типа потенциала в пространстве  $L_2(0,1)$ . В работах [1]–[6] аналогичные результаты были получены в случае пространств  $L_p(\Gamma)$  при  $p \in (1, 2]$ , где  $\Gamma$  есть либо вся действительная ось, либо некоторая его часть (положительная полуось или отрезок). В настоящей работе доказано (см. Теорема 3.1), что в случае, когда  $\Gamma$  есть отрезок  $[0,1]$ , обобщенный оператор типа потенциала является положительным в пространствах  $L_p(\Gamma)$  при любых  $p \in (1, \infty)$ , а не только при  $p \in (1, 2]$ . При этом существенно используется свойство положительности коэффициентов Фурье  $a_n$  (см. Лемма 2.1) непрерывной невозрастающей выпуклой вниз на отрезке  $\Gamma = [0,1]$  функции, продолженной четным образом на отрезок  $[-1,1]$ . Доказательство этого свойства также представляет самостоятельный интерес, поскольку в отличие от других работ (см., например, [8, с. 40]), оно не использует различные представления коэффициентов  $a_n$  в зависимости от того является  $n \in \mathbf{N}$  четным или нечетным числом ( $\mathbf{N}$  – множество всех натуральных чисел).

## 2. Условия положительности коэффициентов Фурье

В монографиях [8, с. 39] и [10, с. 46] различными методами получены результаты о неотрицательности коэффициентов Фурье функций специальных типов, заданных на отрезке  $[0,1]$  и интервале  $(0, 2\pi)$ , соответственно. В этой связи представляет интерес следующая

**Лемма 2.1.** *Если  $f(x) \in C[0,1]$  невозрастающая выпуклая вниз функция, то  $\forall n \in \mathbf{N}$  выполняется неравенство*

$$a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos(\pi n x) dx \geq 0, \quad (2.1)$$

причем  $a_n > 0$ , если  $f(x)$  строго выпуклая вниз убывающая функция.

**Доказательство.** Пусть  $n = 2m + j$ , где  $j = 0$ , если  $n$  четно и  $j = 1$ , если  $n$  нечетно. Тогда

$$\begin{aligned} a_n &= 2 \int_0^1 f(x) \cos(n \pi x) dx = 2 \int_0^1 f(x) \cos([2m + j] \pi x) dx = \\ &= \frac{2}{n \pi} \int_0^{(2m+j)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx = \frac{2}{n \pi} \int_0^{2m\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx + \frac{2}{n \pi} \int_{2m\pi}^{(2m+j)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx = \\ &= \frac{2}{n \pi} \sum_{k=0}^{m-1} \int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx + \frac{2}{n \pi} \int_{2m\pi}^{(2m+j)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$a_n = \frac{2}{n \pi} \sum_{k=0}^{m-1} \int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx + \frac{2}{n \pi} \int_{2m\pi}^{(2m+j)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx. \quad (2.2)$$

Сделав в первом интеграле замену  $x = t + 2k\pi$ , а во втором интеграле замену  $x = t + 2m\pi$ , имеем

$$\int_{2k\pi}^{2(k+1)\pi} f\left(\frac{x}{n \pi}\right) \cos x dx = \int_0^{2\pi} f\left(\frac{x + 2k\pi}{n \pi}\right) \cos x dx \quad (2.3)$$

и

$$\int_{2m\pi}^{(2m+j)\pi} f\left(\frac{x}{n\pi}\right) \cos x dx = \int_0^{j\pi} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx. \quad (2.4)$$

Подставив (2.3) и (2.4) в (2.2), получим

$$a_n = \frac{2}{n\pi} \sum_{k=0}^{m-1} \int_0^{2\pi} f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx + \frac{2}{n\pi} \int_0^{j\pi} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx. \quad (2.5)$$

Так как

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx &= \int_0^{\pi} f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx + \int_{\pi}^{2\pi} f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx = \\ &= \int_0^{\pi} f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx - \int_0^{\pi} f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx, \end{aligned}$$

то

$$\int_0^{2\pi} f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) \cos x dx = \int_0^{\pi} \left[ f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx. \quad (2.6)$$

Так как

$$\int_0^{j\pi} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx = \int_0^{\frac{j\pi}{2}} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx + \int_{\frac{j\pi}{2}}^{j\pi} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx$$

и

$$\begin{aligned} \int_{\frac{j\pi}{2}}^{j\pi} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx &= - \int_{\pi-j\pi}^{\pi-\frac{j\pi}{2}} f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx = \\ &= - \int_{\pi-j\pi+\frac{j\pi}{2}}^{\pi-\frac{j\pi}{2}+j\pi-\pi} f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx = - \int_0^{\frac{j\pi}{2}} f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx, \end{aligned}$$

то

$$\int_0^{j\pi} f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) \cos x dx = \int_0^{\frac{j\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx. \quad (2.7)$$

Подставляя (2.6) и (2.7) в (2.5), получаем

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{n\pi} \sum_{k=0}^{m-1} \int_0^{\pi} \left[ f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx + \\ &+ \frac{2}{n\pi} \int_0^{\frac{j\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Так как

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[ f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx &= \\ &= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{2\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx, \end{aligned}$$

то

$$\int_0^{\pi} \left[ f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) + f\left(\frac{2\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx.$$

Подставляя это выражение в (2.8) окончательно получаем

$$a_n = \frac{2}{n\pi} \sum_{k=0}^{m-1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) + f\left(\frac{2\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx +$$

$$+ \frac{2}{n\pi} \int_0^{\frac{j\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx. \quad (2.9)$$

Покажем, что выражение под знаком суммы в (2.9) неотрицательно (положительно, если  $f(x)$  строго выпуклая вниз функция) при любом  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ . В

самом деле, так как  $f(x)$  выпуклая вниз функция, то разность  $f(x+h) - f(x)$  возрастает вместе с  $x$  при каждом  $h > 0$  (см. [10, с. 46]). Следовательно,

$$f(x_2+h) - f(x_2) \geq f(x_1+h) - f(x_1) \quad \text{при } x_2 > x_1. \quad (2.10)$$

Выбрав в (2.10) следующие значения  $h$ ,  $x_2$  и  $x_1$  (с учетом, что при  $x \leq \pi/2$  имеем  $\pi - x \geq x$ )

$$h = \frac{1}{n} = \frac{\pi}{n\pi}, \quad x_2 = \frac{\pi-x+2k\pi}{n\pi} \geq \frac{x+2k\pi}{n\pi} = x_1$$

получаем

$$f\left(\frac{2\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2k\pi}{n\pi}\right) \geq f\left(\frac{x+\pi+2k\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{x+2k\pi}{n\pi}\right). \quad (2.11)$$

Поскольку  $\cos x \geq 0$  при  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ , то, в силу неравенства (2.11), выражение под знаком суммы в (2.9) неотрицательно (положительно, если  $f(x)$  строго выпуклая вниз функция).

Таким образом, первое слагаемое в правой части (2.9) неотрицательно и поэтому справедливо неравенство:

$$a_n \geq \frac{2}{n\pi} \int_0^{\frac{j\pi}{2}} \left[ f\left(\frac{x+2m\pi}{n\pi}\right) - f\left(\frac{\pi-x+2m\pi}{n\pi}\right) \right] \cos x dx, \quad \forall n \in \mathbf{N}, \quad (2.12)$$

причем (2.12) выполняется со знаком строгого неравенства, если  $f(x)$  строго выпуклая вниз функция.

Из неравенства (2.12) вытекают все утверждения леммы.

Действительно, если  $n$  четно, т.е.  $j=0$ , то интеграл в (2.12) равен нулю и для неотрицательности (положительности)  $a_n$  достаточно выпуклости (строгой выпуклости) вниз функции  $f(x)$ .

Если же  $n$  нечетно, т.е.  $j=1$ , то выражение в правой части неравенства (2.12) неотрицательно, в силу невозрастания функции  $f(x)$ .

Итак, неравенство (2.1) установлено как для четных, так и для нечетных  $n \in \mathbf{N}$ .

Лемма 2.1 полностью доказана.

Следует отметить, что при дополнительных ограничениях (неотрицательность и непрерывная дифференцируемость функции  $f(x)$ ) лемма 2.1, в связи с приложениями в дробном (интегральном и дифференциальном) исчислении, была доказана другим путем в монографии [8, с. 39], где для четных и нечетных  $n$  получены различные представления коэффициентов  $a_n$ , в отличие от формулы (2.9), охватывающей одновременно четные и нечетные  $n$ .

### 3. Условия положительности обобщенного оператора типа потенциала

В монографии [8, с. 39] доказано, что оператор

$$(P_{01}^{\varphi}u)(x) = \int_0^1 \varphi(|x-t|)u(t)dt \quad (3.1)$$

с ядром  $\varphi(x)$ , удовлетворяющим условию монотонности **M**, т.е.  $\varphi(x) \in C^1(0,1]$ ,  $\varphi(x) \geq 0$ ,  $\int_0^1 \varphi(x)dx < \infty$ ,  $\varphi(x_1) \geq \varphi(x_2)$  и  $\varphi'(x_1) < \varphi'(x_2)$ ,  $\forall x_1 < x_2$ , является строго положительным в пространстве  $L_2(0,1)$ . Ниже доказывается положительность оператора  $P_{01}^{\varphi}$  с ядром  $\varphi(x)$ , удовлетворяющим менее жестким условиям леммы 2.1 (т.е. без предположения о неотрицательности и непрерывной дифференцируемости функции  $\varphi(x)$ ) в более широких пространствах Лебега  $L_p(0,1)$ ,  $1 < p < \infty$ .

Поскольку функции  $\varphi(x) = x^{\alpha-1}$ ,  $0 < \alpha < 1$ , и  $\varphi(x) = -\ln x$  удовлетворяют условию монотонности **M**, то оператор типа потенциала (риссов потенциал)  $(I^{\alpha}u)(x) = \int_0^1 \frac{u(t)dt}{|x-t|^{1-\alpha}}$  и

оператор типа логарифмического потенциала  $(Lu)(x) = -\int_0^1 \ln|x-t|u(t)dt$  являются

частными случаями оператора (3.1). Поэтому оператор  $P_{01}^{\varphi}$  будем называть *обобщенным оператором типа потенциала*.

Для упрощения записей введем следующие обозначения:

$$\|f\|_p = \left( \int_0^1 |f(x)|^p dx \right)^{1/p}, \quad 1 < p < \infty, \quad p' = \frac{p}{p-1}, \quad \langle u, v \rangle = \int_0^1 u(x)v(x)dx.$$

**Определение 3.1.** Скажем, что  $\varphi(x) \in \Omega(0,1]$ , если  $\varphi(x)$  непрерывная невозрастающая выпуклая вниз в промежутке  $(0,1]$  функция такая, что  $\int_0^1 \varphi(x)dx \geq 0$ .

Напомним [2, с. 14], что оператор  $A$ , действующий из банахова пространства  $X$  в сопряженное с ним пространство  $X^*$  называется *потенциальным*, если он является градиентом некоторого функционала, определенного на  $X$ .

**Теорема 3.1.** Пусть  $1 < p < \infty$  и ядро  $\varphi(x)$  удовлетворяет условию

$$\begin{cases} \varphi(x) \in L_{p'/2}(0,1) \cap \Omega(0,1], & \text{если } 1 < p \leq 2, \\ \varphi(x) \in L_1(0,1) \cap \Omega(0,1], & \text{если } 2 < p < \infty. \end{cases} \quad (3.2)$$

Тогда обобщенный оператор типа потенциала  $P_{01}^{\varphi}$  действует непрерывно из пространства  $L_p(0,1)$  в сопряженное с ним пространство  $L_{p'}(0,1)$ , положителен и потенциален, причем

$$\|P_{01}^\varphi u\|_p \leq c(\varphi) \cdot \|u\|_p, \quad (3.3)$$

$$\langle P_{01}^\varphi u, u \rangle = \frac{a_0}{2} \left( \int_0^1 u(x) dx \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left| \int_0^1 u(x) \cdot e^{in\pi x} dx \right|^2 \geq 0, \quad (3.4)$$

где

$$a_n = 2 \int_0^1 \varphi(x) \cos(\pi n x) dx \geq 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$c(\varphi) = \begin{cases} 2^{2/p'} \|\varphi\|_{p'/2}, & \text{если } 1 < p \leq 2, \\ 2\|\varphi\|_1, & \text{если } 2 < p < \infty. \end{cases} \quad (3.5)$$

**Доказательство. 1.** Рассмотрим сначала случай  $1 < p \leq 2$ . В силу неравенства Гельдера, имеем

$$|(P_{01}^\varphi u)(x)| \leq \left( \int_0^1 |\varphi(x-t)|^{p'/2} dt \right)^{1/p'} \left( \int_0^1 |\varphi(x-t)|^{p'/2} |u(t)|^p dt \right)^{1/p}.$$

Так как

$$\int_0^1 |\varphi(x-t)|^{p'/2} dt = \int_0^x |\varphi(x-t)|^{p'/2} dt + \int_x^1 |\varphi(t-x)|^{p'/2} dt = \int_0^x |\varphi(s)|^{p'/2} ds + \int_0^{1-x} |\varphi(s)|^{p'/2} ds \leq 2 \int_0^1 |\varphi(s)|^{p'/2} ds$$

то

$$|(P_{01}^\varphi u)(x)| \leq 2^{1/p'} \|\varphi\|_{p'/2}^{1/2} \left( \int_0^1 |\varphi(x-t)|^{p'/2} |u(t)|^p dt \right)^{1/p}.$$

Поэтому, применяя обобщенное интегральное неравенство Минковского [2, с. 19], получаем

$$\|P_{01}^\varphi u\|_p \leq 2^{1/p'} \|\varphi\|_{p'/2}^{1/2} \left[ \left( \int_0^1 \left( \int_0^1 |\varphi(x-t)|^{p'/2} |u(t)|^p dt \right)^{p'/p} dx \right)^{p/p'} \right]^{1/p} \leq$$

$$\leq 2^{1/p'} \|\varphi\|_{p'/2}^{1/2} \left[ \int_0^1 \left( \int_0^1 (|\varphi(x-t)|^{p'/2} |u(t)|^p)^{p'/p} dx \right)^{p/p'} dt \right]^{1/p} \leq 2^{2/p'} \|\varphi\|_{p'/2} \|u\|_p,$$

поскольку (см. выше)  $\int_0^1 |\varphi(x-t)|^{p'/2} dx \leq 2 \int_0^1 |\varphi(s)|^{p'/2} ds = 2 \|\varphi\|_{p'/2}^{p'/2}$ .

Значит, оператор  $P_{01}^\varphi$  действует непрерывно из  $L_p(0,1)$  в  $L_p(0,1)$ , причем справедливо неравенство (3.3) при любом  $p \in (1, 2]$ .

Докажем положительность оператора  $P_{01}^\varphi$  (ср. [8, с. 41]). Положим

$$f_\varepsilon(x) = \begin{cases} \varphi(x+\varepsilon) & \text{при } 0 \leq x \leq 1-\varepsilon \\ \varphi(1) & \text{при } 1-\varepsilon < x \leq 1 \end{cases}, \quad (3.6)$$

где  $\varepsilon \in (0,1)$  достаточно малое число. Очевидно, что функция  $f_\varepsilon(x)$  удовлетворяет всем требованиям леммы 2.1 и  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f_\varepsilon(x) = \varphi(x)$ . Продолжим функцию  $f_\varepsilon(x)$  на отрезок  $[-1,0]$  четным образом. По теореме Дирихле имеем

$$f_\varepsilon(x) = \frac{a_0^\varepsilon}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^\varepsilon \cos(\pi n x), \quad 0 < x < 1, \quad (3.7)$$

где

$$a_n^\varepsilon = 2 \int_0^1 f_\varepsilon(x) \cos(\pi n x) dx.$$

Так как  $\varphi(x) \in \Omega(0,1]$ , то

$$a_0^0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} a_0^\varepsilon = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} 2 \int_0^1 f_\varepsilon(x) dx = 2 \int_0^1 \varphi(x) dx \geq 0$$

и, в силу неравенства (2.1),  $a_n^0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} a_n^\varepsilon \geq 0$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}$ . Поэтому  $\forall u(x) \in L_p(0,1)$ , с учетом равенства (3.7), имеем

$$\begin{aligned} \langle P_{01}^\varphi u, u \rangle &= \int_0^1 \left( \int_0^1 \varphi(|x-t|) u(t) dt \right) u(x) dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^1 \left( \int_0^1 f_\varepsilon(|x-t|) u(t) dt \right) u(x) dx = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^1 \left( \frac{a_0^\varepsilon}{2} \int_0^1 u(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^\varepsilon \int_0^1 \cos(\pi n [x-t]) u(t) dt \right) u(x) dx = \\ &= \frac{a_0^0}{2} \left( \int_0^1 u(x) dx \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^0 \left[ \left( \int_0^1 u(x) \cos(\pi n x) dx \right)^2 + \left( \int_0^1 u(x) \sin(\pi n x) dx \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\langle P_{01}^\varphi u, u \rangle = \frac{a_0^0}{2} \left( \int_0^1 u(x) dx \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^0 \left| \int_0^1 u(x) \cdot e^{i\pi n x} dx \right|^2 \geq 0,$$

т.е. оператор  $P_{01}^\varphi$  является положительным и выполнено неравенство (3.4).

Осталось доказать потенциальность оператора  $P_{01}^\varphi$ . В самом деле, так как  $\varphi(|x-t|) = \varphi(|t-x|)$ , то оператор  $P_{01}^\varphi$  является симметрическим. Следовательно (см., например, [2, с. 14]), оператор  $P_{01}^\varphi$  является потенциальным и его потенциал  $\mathcal{G}$  вычисляется по формуле  $\mathcal{G}(u) = \frac{1}{2} \langle P_{01}^\varphi u, u \rangle$ .

**2.** Пусть теперь  $2 < p < \infty$ . Тогда справедливы непрерывные плотные вложения

$$L_p(0,1) \subset L_2(0,1) \subset L_{p'}(0,1),$$

причем

$$\|u\|_{p'} \leq \|u\|_2 \leq \|u\|_p \quad \text{для любого } u(x) \in L_p(0,1). \quad (3.8)$$

Из неравенства (3.3), доказанного выше для всех  $p \in (1, 2]$ , следует (при  $p = 2$ ), что

$$\|P_{01}^\varphi u\|_{p'} \leq 2 \|\varphi\|_1 \cdot \|u\|_2 \quad \text{для любого } u(x) \in L_2(0,1). \quad (3.9)$$

Поэтому для любой функции  $u(x) \in L_p(0,1)$ ,  $2 < p < \infty$ , в силу неравенств (3.8) и (3.9), имеем

$$\|P_{01}^\varphi u\|_{p'} \leq \|P_{01}^\varphi u\|_2 \leq 2 \|\varphi\|_1 \|u\|_2 \leq 2 \|\varphi\|_1 \|u\|_p, \quad (3.10)$$

т.е. доказываемое неравенство (3.3) справедливо и для всех  $p \in (2, \infty)$ .

Далее, с учетом вложения  $L_p(0,1) \subset L_2(0,1)$ , неравенства (3.9) и доказанного в предыдущем пункте **1** свойства положительности оператора  $P_{01}^\varphi$  в  $L_2(0,1)$  получаем

$$\langle P_{01}^\varphi u, u \rangle = (P_{01}^\varphi u, u) \geq 0 \quad \text{для всех } u(x) \in L_p(0,1),$$

где круглые скобки означают скалярное произведение в пространстве  $L_2(0,1)$ .

Потенциальность оператор  $P_{01}^p$  в пространстве  $L_p(0,1)$  при  $p \in (2, \infty)$  устанавливается точно так же, как и в пункте 1.

Теорема 3.1 полностью доказана.

Заметим, что функция  $f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{при } 0 \leq x \leq 1/2 \\ 1/2-x & \text{при } 1/2 < x \leq 1 \end{cases}$  удовлетворяет всем

требованиям леммы 2.1 и теоремы 3.1, в которой роль  $f(x)$  играет  $\varphi(x)$ , но не удовлетворяет условию монотонности  $M$ , поскольку она меняет знак, т.е. не является неотрицательной, и не дифференцируема в точке  $x = 1/2$ .

Используя теорему 3.1, следуя работам [1]–[6], можно доказать теоремы о существовании, единственности, оценках и способах нахождения решений для различных классов нелинейных интегральных уравнений, содержащих обобщенный оператор типа потенциала  $P_{01}^p$ . В частности, справедливы следующие утверждения.

**Следствие 3.1.** Пусть ядро  $\varphi(x) \in L_2(0,1) \cap \Omega(0,1]$ . Тогда при любых  $\lambda > 0$  и  $f(x) \in L_4(0,1)$  уравнение

$$\lambda \cdot u^{1/3}(x) + \int_0^1 \varphi(|x-t|)u(t)dt = f(x)$$

имеет единственное решение  $u^*(x) \in L_{4/3}(0,1)$ , причем  $\|u^*\|_{4/3} \leq (\lambda^{-1}\|f\|_4)^3$ .

**Следствие 3.2.** Пусть ядро  $\varphi(x) \in L_2(0,1) \cap \Omega(0,1]$ . Тогда при любых  $\lambda \geq 0$  и  $f(x) \in L_4(0,1)$  уравнение

$$u(x) + \lambda \cdot \int_0^1 \varphi(|x-t|)u^3(t)dt = f(x)$$

имеет единственное решение  $u^*(x) \in L_4(0,1)$ , причем  $\|u^*\|_4 \leq \|f\|_4$ .

**Следствие 3.3.** Пусть ядро  $\varphi(x) \in L_2(0,1) \cap \Omega(0,1]$ . Тогда при любых  $\lambda \geq 0$  и  $f(x) \in L_{4/3}(0,1)$  уравнение

$$u(x) + \lambda \cdot \left( \int_0^1 \varphi(|x-t|)u(t)dt \right)^3 = f(x)$$

имеет единственное решение  $u^*(x) \in L_{4/3}(0,1)$ , причем

$$\|u^* - f\|_{4/3} \leq 2^{3/2} \lambda \cdot \|\varphi\|_2^3 \|f\|_{4/3}^3.$$

Из приведенных в следствиях 3.1–3.3 оценок для норм, вытекает, что указанные в них нелинейные интегральные уравнения при  $f(x) = 0$  имеют лишь тривиальное решение  $u^*(x) = 0$  в соответствующих пространствах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 13–01–00422–а.

## Литература

1. *Асхабов С.Н.* Нелинейные интегральные уравнения типа свертки на отрезке // Известия ВУЗов. Сев.-Кав. регион. Естеств. науки. 2007, №1. С. 3–5.
  2. *Асхабов С.Н.* Нелинейные уравнения типа свертки. М.: Физматлит, 2009. – 304 с.
  3. *Асхабов С.Н.* Сингулярные интегральные уравнения и уравнения типа свертки с монотонной нелинейностью // Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-матем. наук. Грозный: ЧГУ, 2009. – 294 с.
  4. *Асхабов С.Н.* Нелинейные уравнения с обобщенными операторами типа потенциала в пространствах Лебега // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2014. Т. 14, №1. С. 28–34.
  5. *Асхабов С.Н.* Нелинейные уравнения типа свертки в пространствах Лебега // Математические заметки. 2015. Т. 97. Вып. 5. С. 643–654.
  6. *Асхабов С.Н., Джабраилов А.Л.* Приближенное решение нелинейных уравнений типа свертки на отрезке // Уфимский математический журнал. 2013. Т. 5, №2. С. 3–11.
  7. *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. – 512 с.
  8. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.
  9. *Porter D., Stirling D.* Integral equations. A practical treatment, from spectral theory to applications. Cambr. Univ. Press. 1990. – 382 p.
  10. *Харди Г.Х., Рогозинский В.В.* Ряды Фурье. М.: Физматгиз, 1959. – 156 с.
  11. *Эдвардс Р.* Ряды Фурье в современном изложении. Том 1. М.: Мир, 1985. – 264 с.
- 

## ON SOME ALGEBRAIC STRUCTURES IN THE MECHANICS OF INFINITE-DIMENSIONAL SYSTEMS

Budochkina S.A.

*Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia  
e-mail: sbudochkina@yandex.ru*

**Abstract.** Connection between symmetries of the given operator equation and the corresponding Hamilton action with Lie algebras and Lie-admissible algebras is established.

*Key words:* symmetry, commutator of generators,  $G$  - commutator,  $(\tilde{S}, T)$  - product, Lie algebra, Lie-admissible algebra, recursion operator.

### 1. Symmetries of the operator equation and associated algebraic structures.

Consider the following operator equation

$$N(u) = 0, \quad u \in D(N), \quad (1)$$

where  $N : D(N) \subseteq U \rightarrow V$  is a Gâteaux differentiable operator,  $U, V$  are linear normed spaces over the field of real numbers  $R$ ,  $D(N)$  is the domain of the operator  $N$ . Suppose that  $D(N)$  is a convex set.

In the paper we will use notations and notions of [1-5].

Let us consider an infinitesimal transformation

$$\bar{u} = u + \varepsilon S(u), \quad (2)$$



where  $S : D(N) \rightarrow D(N'_u)$  is a generator of the transformation,  $N'_u$  is the Gâteaux derivative of the operator  $N$  at the point  $u \in D(N)$ .

If  $S_1, S_2$  are generators of transformation (2), then their  $(\tilde{S}, T)$ -product can be defined as

$$(S_1, S_2)(u) = S'_{1u} \tilde{S}_u S_2(u) - S'_{2u} T_u S_1(u), \quad (3)$$

the corresponding  $G$ -commutator is given by

$$[S_1, S_2]_G(u) = S'_{1u} G_u S_2(u) - S'_{2u} G_u S_1(u) \quad (4)$$

and the commutator is

$$[S_1, S_2](u) = S'_{1u} S_2(u) - S'_{2u} S_1(u). \quad (5)$$

**Definition 1.1.** Transformation (2) is called a symmetry of equation (1), if for any sufficiently small  $\varepsilon$  and any solution  $u$  of this equation function  $\bar{u}$  (2) is also a solution of this equation.

In this case the operator  $S$  is also called a generator of the symmetry of equation (1).

**Theorem 1.1.** If  $\tilde{S}_u, T_u$  are recursion operators and  $\forall u \in D(N), \forall h, v \in D(N'_u)$

$$\begin{aligned} N''_u(h, \tilde{S}_u v) &= N''_u(v, T_u h), \\ G'_u(h; G_u v) &= G'_u(v; G_u h), \end{aligned}$$

where  $G_u \equiv \tilde{S}_u + T_u$ , then generators of symmetries of equation (1) form a Lie-admissible algebra under  $(\tilde{S}, T)$ -product (3).

**Theorem 1.2.** If  $G_u$  is a recursion operator and  $\forall u \in D(N), \forall h, v \in D(N'_u)$

$$\begin{aligned} N''_u(h, G_u v) &= N''_u(v, G_u h), \\ G'_u(h; G_u v) &= G'_u(v; G_u h), \end{aligned}$$

then generators of symmetries of equation (1) form a Lie algebra under  $G$ -commutator (4).

**Theorem 1.3.** Generators of symmetries of equation (1) form a Lie algebra under commutator (5).

## 2. Variational symmetries and associated algebraic structures.

Let

$$\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times U \rightarrow R \quad (6)$$

be a nondegenerate continuous bilinear form.

**Definition 2.1 [1].** Operator  $N$  is called potential on the domain  $D(N)$  relative to bilinear form (6), if there exists a functional (Hamilton action)  $F_N : D(F_N) = D(N) \rightarrow R$  such that

$$\delta F_N[u, h] = \langle N(u), h \rangle \quad \forall u \in D(N), \quad \forall h \in D(N'_u).$$

The functional  $F_N$  is called a potential of the operator  $N$ , and in turn  $N$  is called a gradient of the functional  $F_N$ .

Suppose that operator  $N$  (1) is potential on the domain  $D(N)$  relative to bilinear form (6). Then the corresponding Hamilton action is represented in the form [1]

$$F_N[u] = \int_0^1 \langle N(\tilde{u}(\lambda)), u - u_0 \rangle d\lambda, \quad (7)$$

where  $\tilde{u}(\lambda) = u_0 + \lambda(u - u_0)$ ,  $u_0$  is a fixed element of  $D(N)$ .

**Definition 2.2.** Transformation (2) is called a symmetry of functional (7) on  $D(N)$ , if

$$F_N[u + \varepsilon S(u)] = F_N[u] + r(u, \varepsilon S(u)) \quad \forall u \in D(N),$$

where  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{r(u, \varepsilon S(u))}{\varepsilon} = 0$ .

In this case the operator  $S$  is also called a generator of the symmetry of functional (7).

Symmetries of functionals are called variational symmetries.

**Theorem 2.1.** If there exist operators  $\tilde{S}_u, T_u : D(N'_u) \rightarrow D(N'_u)$  such that  $\forall u \in D(N), \forall h, v \in D(N'_u)$

$$\langle N'_u \tilde{S}_u v, h \rangle = \langle N'_u T_u h, v \rangle,$$

$$G'_u(h; G'_u v) = G'_u(v; G'_u h),$$

where  $G_u \equiv \tilde{S}_u + T_u$ , then generators of symmetries of functional (7) form a Lie-admissible algebra under  $(\tilde{S}, T)$ -product (3).

**Theorem 2.2.** If there exists an operator  $G_u : D(N'_u) \rightarrow D(N'_u)$  such that  $\forall u \in D(N), \forall h, v \in D(N'_u)$

$$\langle N'_u G_u h, v \rangle = \langle N'_u G_u v, h \rangle,$$

$$G'_u(h; G'_u v) = G'_u(v; G'_u h),$$

then generators of symmetries of functional (7) form a Lie algebra under  $G$ -commutator (4).

**Theorem 2.3.** Generators of symmetries of functional (7) form a Lie algebra under commutator (5).

### 3. On connection between symmetries of functionals and equations.

**Definition 3.1.** Operator  $N$  (1) is called quasi- $B_u$ -potential on the set  $D(N)$  relative to bilinear form (6), if there exists a linear operator  $B_u : D(B_u) \subset V \rightarrow V$ , a Gâteaux differentiable functional  $F : D(F) = D(N) \rightarrow R$  and a non- $B_u$ -potential force density  $\Lambda(u)$  such that

$$\delta F[u, h] + \langle \Lambda(u), B_u h \rangle = \langle N(u), B_u h \rangle \quad \forall u \in D(N), \quad \forall h \in D(N'_u, B_u).$$

In this case the functional  $F$  is given by

$$F[u] = \int_0^1 \langle N(\tilde{u}(\lambda)) - \Lambda(\tilde{u}(\lambda)), B_{\tilde{u}(\lambda)}(u - u_0) \rangle d\lambda, \quad (8)$$

where  $\tilde{u}(\lambda) = u_0 + \lambda(u - u_0)$ ,  $u_0$  is a fixed element of  $D(N)$ .

Denote by  $(...)^*$  an operator adjoint to the operator  $(...)$ .

**Theorem 3.1.** If operator  $N$  (1) is quasi- $B_u$ -potential on  $D(N)$  relative to bilinear form (6),  $\exists (B_u^*)^{-1}$ ,  $S$  is a generator of a symmetry of functional (8) and

$$B_u^* \Lambda'_u S(u) + [B'_u(\cdot; S(u))]^* \Lambda(u) + S_u^* B_u^* \Lambda(u) \stackrel{(1)}{=} 0,$$

then  $S$  is also a generator of a symmetry of equation (1).

**Theorem 3.2.** If operator  $N$  (1) is potential on  $D(N)$  relative to bilinear form (6), then any symmetry of functional (7) is also a symmetry of equation (1).

### Bibliography

1. Savchin V.M. Mathematical methods of the mechanics of infinite-dimensional nonpotential systems. M.: PFU, 1991. – 237 p. (in Russian).
2. Savchin V.M., Budochkina S.A. Symmetries and first integrals in the mechanics of infinite-dimensional systems // Doklady Mathematics, 2009, Vol. 79, No. 2, pp. 189-190.
3. Budochkina S.A., Savchin V.M. Variational symmetries of Euler and non-Euler functionals // Differential Equations, 2011, Vol. 47, No. 6, pp. 814-821.
4. Budochkina S.A. Symmetries and first integrals of a second order evolutionary operator equation // Eurasian Mathematical Journal, 2012, Vol. 3, No. 1, pp. 18-28.
5. Savchin V.M., Budochkina S.A. On connection between symmetries of functionals and equations // Doklady Mathematics, 2014, Vol. 90, No. 2, pp. 626-627.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ О ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТРУБОПРОВОДА

Вельмисов П.А., Корнеев А.В.

*Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск, Россия  
e-mail: velmisov@ulstu.ru*

**Аннотация.** В работе предложены математические модели динамики упругого трубопровода, и на их основе рассмотрены задачи динамической устойчивости трубопровода. Для решения задач разработан программный комплекс, позволяющий численно находить решение дифференциальных уравнений, описывающих колебания трубопровода, и проводить численный эксперимент для построения областей устойчивости на плоскости двух параметров механической системы.

*Ключевые слова:* упругий трубопровод, динамика, устойчивость, уравнения с частными производными, численные методы, метод Галеркина.

**Abstract.** The paper presents a mathematical models of an elastic pipeline. The article devoted to the problem of the dynamic stability of a pipeline. A mathematical software package was developed to find approximate solution for differential equations, that describe a pipeline, and plot a stability region on plane of two parameters of the mechanical system.

*Key words:* elastic pipeline, dynamics, stability, partial differential equations, numerical methods, galerkin method.

## Введение

При исследовании колебаний деформируемых тел, взаимодействующих с потоком жидкости или газа, одним из важнейших является вопрос об устойчивости этих колебаний. Поток, действуя на тело, может не только возбуждать колебания, но и приводить к увеличению амплитуды, скорости или частоты колебаний до значений, нарушающих надежность эксплуатации, вплоть до разрушения конструкции или ее элементов.

Составными элементами широкого класса конструкций, приборов, аппаратов, установок, устройств, систем и т. д. являются трубопроводы, по которым протекает жидкость или газ. При проектировании таких конструкций возникают вопросы надежности, которые заключаются в определении параметров механической системы, соответствующих нормальной работе конструкции и не приводящих к разрушению или возникновению аварийной ситуации.

Задача об исследовании динамической устойчивости (иначе – устойчивости по начальным данным, или устойчивости по Ляпунову) может быть сформулирована так: при каких значениях параметров, характеризующих систему «жидкость–тело» (основными параметрами являются скорость потока, прочностные и инерционные характеристики тела, сжимающие усилия), малым отклонениям прогибов (деформаций) тел от положения равновесия в начальный момент времени  $t = 0$  будут соответствовать малые прогибы и в любой момент времени  $t > 0$ . Такая постановка вопроса является актуальной для многих задач, где в первую очередь важен характер поведения решений уравнения при изменении аргумента, в частности, при его неограниченном возрастании.

Задачи динамической устойчивости трубопровода рассматривались в работах Зефинова В.Н., Колесова В.В., Милославского А.И., Светлицкого В.А., Челомея С.В., Феодосьева В.И., Казакевича М.И., Мовчана А.А., Нгуена В.Л., Томпсона Дж. М.Т., Болотина В.В., Paidoussis M. P., Issid N. T. и др.

## 1. Постановка задачи

В работе исследуется динамика и динамическая устойчивость трубопровода (полого стержня при протекании внутри него жидкости). На плоскости  $xOy$  недеформированному стержню соответствует на оси  $Ox$  отрезок  $(0, l)$ . Скорость жидкости равна  $U$  и имеет направление, совпадающее с направлением оси  $Ox$ .

Для описания динамики трубопровода предлагается уравнение [8], дополнительно учитывающее сжимающее (растягивающее) усилие

$$(m_0 + m_*) \ddot{w} + \left[ EJw'' \left( 1 - \frac{3}{2}(w')^2 \right) \right]'' + m_* U^2 w'' \left[ 1 - \frac{3}{2}(w')^2 \right] + Nw'' \left( 1 + \frac{1}{2}(w')^2 \right) + 2m_* U \dot{w}' \left[ 1 + \frac{1}{2}(w')^2 \right] + \alpha \dot{w}'''' - \beta \ddot{w}'' + f(x, t, w, \dot{w}) = 0 \quad (1)$$

где коэффициенты  $m_*$ ,  $m_0$ ,  $J$ ,  $F$ , вычисляются по формулам:

$$m_0 = \rho_0 \pi (R_*^2 - R_0^2), \quad m_* = \rho_* \pi R_0^2, \quad J = \frac{\pi}{4} (R_*^4 - R_0^4), \quad F = \pi (R_*^2 - R_0^2).$$

Штрих и точка сверху обозначают частные производные по координате  $x$  и времени  $t$  соответственно. В уравнении (1)  $w(x, t)$  – деформация (прогиб) в сечении  $x$  в момент времени  $t$ ;  $E$  – модуль упругости;  $U$ ,  $m_*$ ,  $\rho_*$  – скорость, масса жидкости (газа) на единицу длины и плотность жидкости (газа);  $l$  – длина трубы между опорами;  $R_*$ ,  $R_0$  – внешний и внутренний радиусы трубопровода;  $m_0$ ,  $\rho_0$  – масса металла на единицу длины трубы и плотность металла;  $N$  – сжимающая ( $N > 0$ ) или растягивающая ( $N < 0$ ) сила;  $\alpha$  – коэффициент внутреннего демпфирования; коэффициент  $\beta$  учитывает инерцию вращения сечений; функция  $f(x, t, w, \dot{w})$  определяет внешнее воздействие, например, управляющее воздействие, влияние упрочняющего слоя, и т.д.. Все коэффициенты, входящие в уравнение – положительные постоянные (за исключением  $N$ ).

В зависимости от включения в (1) или исключения из (1) различных слагаемых будем получать различные модели. В частности при отбрасывании кубических членов и линейной зависимости функции  $f$  от  $w$  и  $\dot{w}$  получим линейное уравнение.

Для определения неизвестной функции  $w(x, t)$  уравнение (1) необходимо дополнить граничными и начальными условиями. Предполагаются граничные условия следующего типа:

- а) шарнирное закрепление концов:  $w(0, t) = w''(0, t) = 0$ ,  $w(l, t) = w''(l, t) = 0$ ;
- б) жесткое защемление концов:  $w(0, t) = w'(0, t) = 0$ ,  $w(l, t) = w'(l, t) = 0$ ;
- в) жесткое защемление одного конца и шарнирное закрепление другого:  
 $w(0, t) = w'(0, t) = 0$ ,  $w(l, t) = w''(l, t) = 0$ ;  
 $w(0, t) = w''(0, t) = 0$ ,  $w(l, t) = w'(l, t) = 0$ .

Начальные условия для функции  $w(x, t)$  задаются в виде:

$$w(x, 0) = F(x), \quad w'(x, 0) = G(x). \quad (2)$$

## 2. Исследование устойчивости

Исследование устойчивости проводилось двумя методами. Первый метод основан на составлении функционалов типа Ляпунова для уравнения (1) в некоторых частных случаях. Так, для линейной модели

$$EJw'''' + (m_0 + m_*)\ddot{w} + (N + m_*U^2)w'' + 2m_*U\dot{w}' + \xi\dot{w} + \mu w + \alpha\dot{w}'''' - \beta\ddot{w}'' = 0, \quad (3)$$

где  $\xi, \mu$  – коэффициенты демпфирования и жесткости упрочняющего слоя, построен функционал

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} \int_0^l [EJw''^2 + (m_0 + m_*)\dot{w}^2 - (N + m_*U^2)w'^2 + \beta\dot{w}'^2 + \mu w^2] dx, \quad (4)$$

на основе которого получено аналитическое условие устойчивости

$$N \leq \lambda_1 EJ - m_*U^2. \quad (5)$$

где  $\lambda_1$  – наименьшее собственное значение краевых задач для уравнения  $\psi'''' + \lambda\psi'' = 0$  с граничными условиями а)–с). Например, для шарнирного закрепления  $\lambda_1 = \frac{\pi^2}{l^2}$ .

На основе анализа функционала (4) доказана теорема:

**Теорема:** Если  $N \leq \lambda_1 EJ - m_*U^2$  и на концах трубопровода выполнено одно из граничных условий а)–в), то малым значениям начальных данных  $w_0, \dot{w}_0, w'_0, w''_0, \dot{w}'_0$  (деформации, скорости, угла поворота, кривизны, угловой скорости) будут соответствовать малые значения деформации  $w(x, t)$  в любой момент времени  $t > 0$ .

Можно показать, что условие (5) имеет место также для уравнения (3), в которое добавлены интегральные члены

$$EJw'''' + (m_0 + m_*)\ddot{w} + (N + m_*U^2)w'' + 2m_*U\dot{w}' + \xi\dot{w} + \mu w + \alpha\dot{w}'''' - \beta\ddot{w}'' - \frac{1}{2}\Theta_0 w'' \int_0^l (w')^2 dx - \Theta_* w'' \int_0^l w'\dot{w}' dx = 0, \quad (6)$$

где  $\Theta_0 = \frac{EF}{l}$ ,  $\Theta_*$  – коэффициент внутреннего демпфирования, возникающего за счет удлинения трубопровода.

Получены также условия устойчивости решений уравнения (6) в случае запаздывания внешнего воздействия [5] (управляющего воздействия, реакции основания, и т.д.) вида  $\theta w(x, t - \tau)$ , включенного в левую часть уравнения (6) вместо слагаемого  $\mu w(x, t)$ :  $\xi - \theta\tau + \alpha\mu_1 \geq 0$ ,  $N \leq \lambda_1 EJ - m_*U^2$ , где  $\mu_1$  – наименьшее собственное значение краевых задач для уравнения  $\psi'''' = \mu\psi$  с граничными условиями а)–в).

Второй метод предполагает построение решения уравнений (1), (3) методом Галеркина, в этом случае  $w(x, t)$  задается в виде  $w_M(x, t) = \sum_{k=1}^M w_k(t)g_k(x)$ , где  $\{g_k(x)\}_1^\infty$  – полная на  $[0, l]$  система базисных функций, соответствующих условиям закрепления концов трубопровода.

Ниже приведены результаты исследования для уравнения (1) и уравнения (3) при шарнирном закреплении обоих концов, в этом случае можно выбрать  $g_k(x) = \sin \lambda_k x$ , где  $\lambda_k = \frac{k\pi}{l}$ ,  $k = \overline{1, \infty}$ . На основе процедуры метода Галеркина получим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений для функций  $w_k(t)$ ,  $k = \overline{1, M}$ .

С помощью разработанного комплекса программ исследовалась динамическая устойчивость в зависимости от сжимающего воздействия  $N$  и скорости потока жидкости (газа)  $U$ . Параметры исследуемой механической системы были выбраны следующим образом:  $E = 210 \cdot 10^9$  – модуль упругости стали,  $\rho_* = 1000$  – плотность воды;  $\rho_0 = 7000$  – плотность стали;  $l = 1$ ,  $R_* = 0,05$ ,  $R_0 = 0,046$ ,  $\Theta_* = 0,6$ ,  $\alpha = 0,2$ ,  $\beta = 0,5$ . Функция  $f$  в (1) была представлена выражением:  $f(x, t, w, \dot{w}) = \xi \dot{w} + \mu w$ , где  $\xi = 2$  – коэффициент демпфирования и  $\mu = 40$  – коэффициент жесткости упрочняющего слоя (основания). Все величины приведены в системе СИ.

Проведенные расчеты показали, что различие результатов для двух и большего числа приближений (например  $M = 20$ ) в методе Галеркина незначительно, примеры соответствующих графиков приведены на рис. 1. Поэтому при расчетах можно ограничиться двумя приближениями.

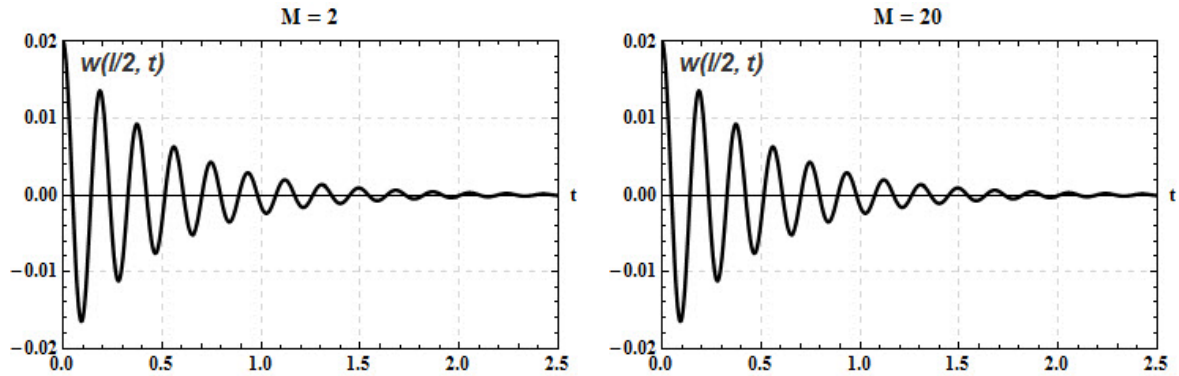


Рис. 1: Пример вычисления колебаний точки  $x_0 = l/2$  с разным количеством приближений  $M$  в методе Галеркина

При помощи разработанного комплекса программ на плоскости  $(U, N)$  построены области устойчивости и неустойчивости колебаний. Критерий неустойчивости механической системы при заданных параметрах – неограниченное возрастание амплитуды колебаний с течением времени. Результат исследования изображен на рис. 2: серыми символами ‘x’ показаны точки, в которых наблюдается возрастание амплитуды колебаний; черные круги на рисунке соответствуют точкам, в которых амплитуда колебаний с течением времени стремится к нулю; на рисунке также изображена теоретическая граница области устойчивости, соответствующая параболе (5).

Согласно рис. 2, наблюдается хорошее соответствие теоретических результатов и численного эксперимента. Полученная в результате численного эксперимента область устойчивости незначительно шире, чем рассчитанная по формуле (5). Также из рисунка видно, что линейная модель (3) по точности описания физического процесса адекватна нелинейной модели (1).

На рис. 3 изображена зависимость амплитуды колебаний точки  $x_0 = l/2$  при различных значениях параметра демпфирования основания  $\xi$ . Из рисунка видно, что при увеличении этого параметра амплитуда колебаний затухает быстрее, а следовательно и расширяется область устойчивости.

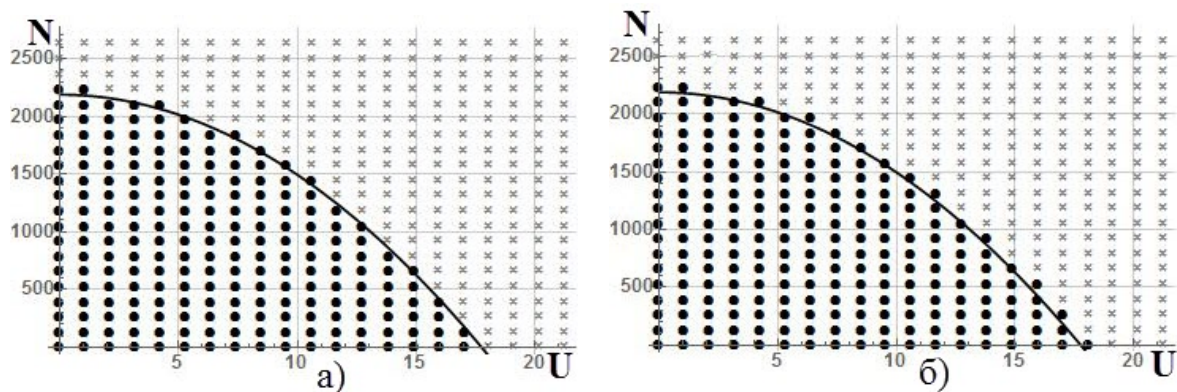


Рис. 2: Область устойчивости на плоскости  $(U, N)$  а) линейная модель (3) б) нелинейная модель (1)

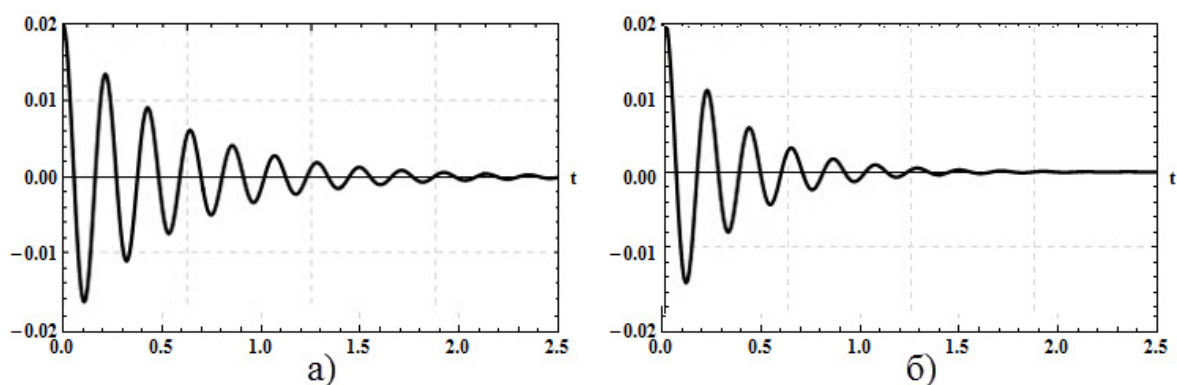


Рис. 3: Пример вычисления колебаний точки  $x_0 = l/2$  с разными значениями параметра демпфирования а)  $\xi = 2$  б)  $\xi = 20$

### Заключение

В ходе исследования разработан комплекс программных средств для численного моделирования динамики трубопровода с учетом взаимодействия с потоком жидкости (газа), упругим основанием (упрочняющим слоем) и влияния продольного сжимающего (растягивающего) усилия. Для двух моделей построены функционалы и на их основе получены в аналитической форме достаточные условия динамической устойчивости, налагающие ограничения на значение сжимающего усилия  $N$ , скорости потока жидкости (газа)  $U$  и другие параметры модели. Программный комплекс позволяет определять тип колебаний и строить области устойчивости и неустойчивости.

Работа выполнена в рамках государственного задания №2014/232 Минобрнауки России и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-41-02455-р-поволжье-а).

## Литература

1. Paidoussis M.P. Dynamic stability of piped conveying fluid / M.P. Paidoussis, N.T. Issid // *J.Sound and Vibr.*, 1974. – 33. – pp. 267–268.
2. Анкилов А.В. О динамической устойчивости трубопровода / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Математические методы и модели в науке, технике, естествознании и экономике: Труды международной «Конференции по логике, информатике, науковедению – КЛИН-2007» (г. Ульяновск, 17–18 мая 2007 г.). – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 4. – С. 10–14.
3. Анкилов А.В. Исследование динамической устойчивости трубопровода с учетом запаздывания внешних воздействий / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, А.В. Корнеев // Вестник Ульяновского государственного технического университета. – Ульяновск : УлГТУ, 2014. – № 4. – С. 29–36.
4. Анкилов А.В. О динамической устойчивости трубопровода / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов // Математические методы и модели в науке, технике, естествознании и экономике: Труды международной «Конференции по логике, информатике, науковедению – КЛИН-2007»(г. Ульяновск, 17-18 мая 2007 г.). – Ульяновск: УлГТУ, 2007. –Т. 4. – С. 10–14.
5. Анкилов А.В. Исследование динамической устойчивости трубопровода с учётом запаздывания внешних воздействий / А.В. Анкилов, П.А. Вельмисов, А.В. Корнеев // Вестник Ульяновского государственного технического университета. – Ульяновск: УлГТУ, 2014. – № 4. – С. 29-36.
6. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости / В.В. Болотин. – М.: Физматгиз, 1961. – 339 с.
7. Вельмисов П.А. Математическое моделирование динамики упругих элементов при аэрогидродинамическом воздействии / П.А. Вельмисов, А.А. Васильева, Е.П. Семенова // Труды 7 Международной конференции «Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов (2-5 февраля 2009г., г. Ульяновск)». – Ульяновск: УлГУ, 2009. – С. 68–70.
8. Вельмисов П.А. О динамической устойчивости трубопровода / П.А. Вельмисов, А.В. Корнеев //Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования. Тезисы и тексты докладов международной конференции.. – М: РУДН, 2014. – С. 199-200.
9. Казакевич М.И. Аэродинамическая устойчивость надземных и висячих трубопроводов / М.И. Казакевич. – М.: Недра, 1977. – 200 с.
10. Коллатц, Л. Задачи на собственные значения / Л. Коллатц. – М. : Наука, 1968. – 503 с.
11. Томпсон Дж.М.Т., Неустойчивости и катастрофы в науке и технике : пер. с англ / Дж.М.Т. Томпсон, – М. : Мир, 1985. – 254 с.



# КОНСТРУИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СТАБИЛИЗИРУЮЩИХ РЕГУЛЯТОРОВ

Даник Ю.Э

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук», Москва, Россия,  
yuliadanik@gmail.com

**Аннотация.** В статье описан алгоритм построения стабилизирующего нелинейного субоптимального управления для нелинейной дискретной системы управления с коэффициентами, зависящими от состояния. Приводятся результаты конкретных численных экспериментов.

*Ключевые слова:* дискретное алгебраическое уравнение Риккати, нелинейная дискретная система управления с коэффициентами, зависящими от состояния, стабилизирующий нелинейный регулятор.

**Abstract.** This article describes an algorithm for the construction of stabilizing nonlinear suboptimal controllers for nonlinear discrete control systems with state dependent coefficients. Several numerical examples are given to illustrate the results obtained.

*Key words:* discrete algebraic Riccati equation, nonlinear discrete control system with state dependent coefficients, nonlinear stabilizing regulator.

В настоящее время значительное внимание в теории управления уделяется анализу дискретных задач оптимального управления, которые часто возникают в математике, экономике и других науках, а также в технике. Большой интерес в связи со своей сложностью представляет управление нелинейными дискретными системами. Это могут быть дискретные задачи управления с очень большим или бесконечным числом шагов, задачи с параметром (который в частности может быть и малым), с ограничениями и т.д. В виду большой вычислительной сложности задач поиска оптимального стабилизирующего управления популярностью пользуются методы конструирования субоптимальных регуляторов, в частности, основанных на решении дискретных уравнений Риккати с зависимыми от состояния коэффициентами, D-SDRE (Discrete-Time State Dependent Riccati Equation) [1-3]. В настоящей статье описывается алгоритм построения нелинейного стабилизирующего субоптимального управления для нелинейной дискретной системы управления с параметром и с коэффициентами, зависящими от состояния на основе решения дискретных уравнений Риккати.

Рассмотрим нелинейную дискретную управляемую систему

$$x(t+1) = f(x(t)) + g(x(t))u, \quad x(0) = x^0, \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Предположим, что входящие в (1) нелинейные функции  $f(x(t))$ ,  $g(x(t))$  раскладываются на коэффициенты, нелинейные по состоянию и зависящие от некоторого положительного параметра  $\mu$

$$x(t+1) = A(x(t), \mu)x(t) + B(x(t), \mu)u(t) = (A_0 + \mu A_1(x(t)))x(t) + (B_0 + \mu B_1(x(t)))u(t), \quad (2)$$

$$x(0) = x_0, \quad x(t) \in X \in R^n, \quad u \in R^r, \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 < \mu \leq \mu_0,$$

где  $\mu_0$  – некоторое заданное число, не обязательно малое,  $A_0, B_0$  – некоторые постоянные матрицы,  $A_0, A_1(x) \in R^{n \times n}$ ,  $B_0, B_1(x) \in R^{n \times r}$ ,  $X \subset R^n$  – некоторое заданное ограниченное множество пространства состояний. Определение матриц  $A_0, B_0, A_1(x), B_1(x)$ , а также выделение параметра  $\mu$  из исходного представление системы (1) является эвристической

процедурой, от которой зависит существование нелинейного регулятора и устойчивости получающейся замкнутой системы.

Требуется найти такое управление  $u(x, \mu)$  в (2) для некоторой области изменения  $0 < \mu \leq \mu_0$ , чтобы положение равновесия в замкнутой системе было равномерно асимптотически устойчиво по Ляпунову. Будем искать управления в форме нелинейной обратной связи по состоянию. Матрицу коэффициентов усиления делим на постоянную часть  $K_0$  и переменную  $K_1(x)$ , входящую линейно по параметру  $\mu$

$$u(x, \mu) = K(x, \mu)x = (K_0 + \mu K_1(x))x, \quad (3)$$

где  $K_0, K_1(x)$  - квадратные матрицы.

Назначение матрицы  $K_1(x)$  состоит в учете возмущений  $A_1(x), B_1(x)$  в коэффициентах системы (2). Будем выбирать  $K_0, K_1(x)$  так, чтобы итоговый регулятор (3) был стабилизирующим в задаче управления (2) с возможной субоптимальностью по критерию качества

$$I(u) = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} (x^T (Q_0 + \mu Q_1(x))x + u^T R_0 u) \rightarrow \min \quad (4)$$

где  $Q_0, R_0$  - постоянные матрицы, и при этом  $Q_0 \geq 0, R_0 > 0$ , а  $Q_1(x) \geq 0$  и строится особым образом, чтобы существовало (3).

Предлагаемый алгоритм построения нелинейных стабилизирующих регуляторов для (2), (4) основан на формальном решении дискретного матричного алгебраического уравнения Риккати

$$A^T(x, \mu)PA(x, \mu) - P - A^T(x, \mu)PB(x, \mu)(R_0 + B^T(x, \mu)PB(x, \mu))^{-1}B^T(x, \mu)PA(x, \mu) + Q(x, \mu) = 0 \quad (5)$$

Уравнение **Error! Reference source not found.** связано с условиями оптимальности в стационарной линейно квадратичной задаче оптимального управления, но здесь мы его используем как базовую эвристическую конструкцию. Решение уравнения Риккати (5) будем искать в виде линейной функции параметра  $\mu$ , то есть

$$P(x, \mu) = P_0 + \mu P_1(x), \quad (6)$$

а искомый регулятор для задачи (2) - в виде, аналогичном оптимальному регулятору в стационарной ЛК-задаче оптимального управления

$$u(x, \mu) = - \left[ R_0 + (B_0 + \mu B_1(x))^T (P_0 + \mu P_1(x)) (B_0 + \mu B_1(x)) \right]^{-1} \times \\ \times (B_0 + \mu B_1(x))^T (P_0 + \mu P_1(x)) (A_0 + \mu A_1(x))x \quad (7)$$

Далее используется схема, аналогичная подходу, предложенному для непрерывного случая в работе [4]. Подставляя представление для  $P$  (6) в (5) и формально считая параметр  $\mu$  малым, раскладываем левую часть (5) в ряд для каждого  $x$ , а затем приравниваем в полученном разложении члены при одинаковых степенях  $\mu$ , чтобы получить систему матричных уравнений для определения членов представления **Error! Reference source not found.** Так как мы ищем только первые два члена разложения  $P$  по параметру  $\mu$ , достаточно рассмотреть члены при  $\mu^0, \mu^1$ . Введем матрицу  $\tilde{R}_0 = R_0 + B_0^T P_0 B_0$ , тогда получаем следующие уравнения для  $P_0, P_1(x)$

$$A_0^T P_0 A_0 - P_0 - A_0^T P_0 B_0 (R_0 + B_0^T P_0 B_0)^{-1} B_0^T P_0 A_0 + Q_0 = 0 \quad (8)$$

$$A_{cl,0}^T P_1(x) A_{cl,0} - P_1(x) = -C(x) \quad (9)$$

где  $A_{cl,0} = A_0 - B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0$ ,  $C(x) = A_0^T P_0 A_1(x) + A_1^T(x) P_0 A_0 - A_0^T P_0 B_1(x) \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0 -$

$$-A_0^T P_0 B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_1^T(x) P_0 A_0 - A_1^T(x) P_0 B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0 - A_0^T P_0 B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_1(x) + \\ + A_0^T P_0 B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 B_1(x) \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0 + A_0^T P_0 B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_1^T(x) P_0 B_0 \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0 + Q_1(x)$$

Теперь, предполагая формально параметр  $\mu$  малым, представим (7) в виде

$$u(x, \mu) = u_0(x) + \mu \cdot u_1(x) = K_0 x + \mu K_1(x) x, \quad (10)$$

где

$$K_0 = -\tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0 \quad (11)$$

$$K_1(x) = \tilde{R}_0^{-1} \{ [B_0^T P_1(x) B_0 - B_0^T P_0 B_1(x) - B_1^T(x) P_0 B_0] \tilde{R}_0^{-1} B_0^T P_0 A_0 - \\ - [B_0^T P_0 A_1(x) + B_1^T(x) P_0 A_0 + B_0^T P_1(x) A_0] \}, \quad (12)$$

ограничиваясь для упрощения только первыми двумя членами разложения (10) по  $\mu$ .

В итоге получаем выражение для нелинейного регулятора (10) и соответствующую матрицу замкнутой системы (2). Можно выделить класс задач, для которого регуляторы такого рода являются стабилизирующими и обеспечивают робастную устойчивость. Для иллюстрации представленного алгоритма рассмотрим задачу о стабилизации дискретной модели перевернутого маятника [2]. Для сравнения будем также строить линейное управление  $u_0(x) = K_0 x$ .

**Пример 1.** Уравнение динамики для перевернутого маятника имеет вид

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ \frac{T_s g \sin(x_1)}{Lx_1} & 1 - \frac{T_s \gamma}{ML} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad x(0) = \begin{pmatrix} 2.75 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \quad \text{где первая координата}$$

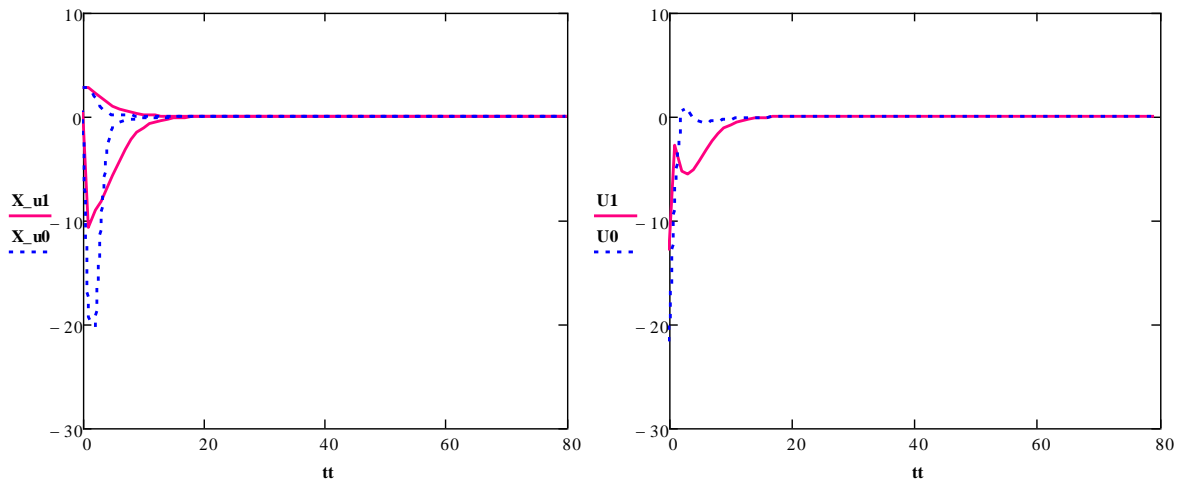
соответствует углу отклонения маятника, а вторая – угловой скорости,  $u(t)$  – скалярное управление. Параметры модели:  $T_s = 0.05$ ,  $M = 0.1$ ,  $L = 0.1$ ,  $g = 9.8$ ,  $\gamma = 0.05$ . В качестве

$\mu$  используем параметр  $T_s$ . Выберем матрицы  $A_0, A_1, B_0, B_1$  в виде  $A_0 = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ \frac{T_s g}{L} & 1 - \frac{T_s \gamma}{ML} \end{bmatrix}$ ,

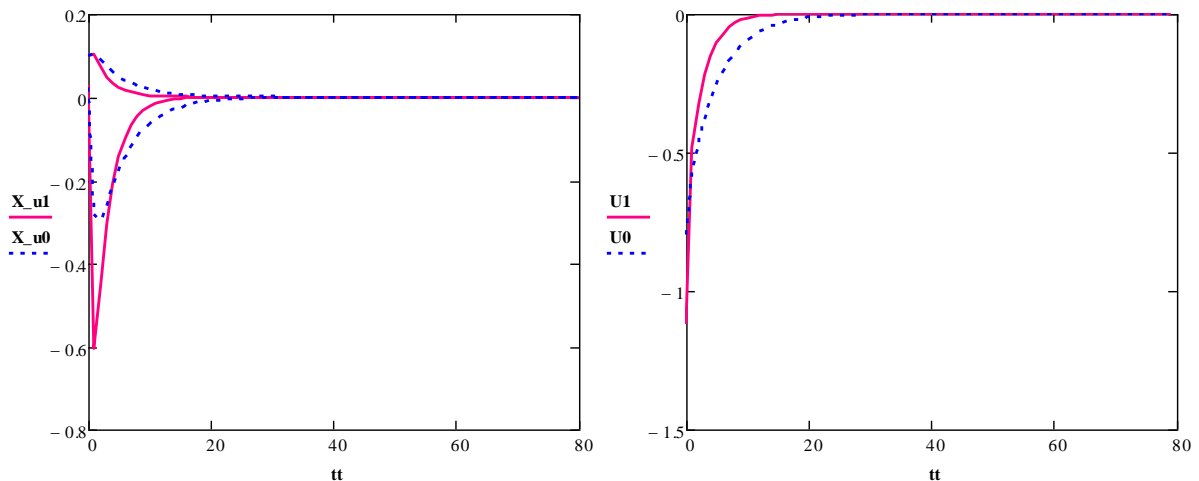
$$A_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{g \sin(x_1)}{Lx_1} - \frac{g}{L} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad \text{В критерии качества зададим } Q_0, Q_1(x), R_0$$

в виде  $Q_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $Q_1(x) = \begin{bmatrix} 1500 + 0.1x_1^2 & 0 \\ 0 & 30 + 0.1x_2^2 \end{bmatrix}$ ,  $R_0 = 1$ . Вдоль  $u(x, \mu)$ ,  $u_0(x)$  имеем

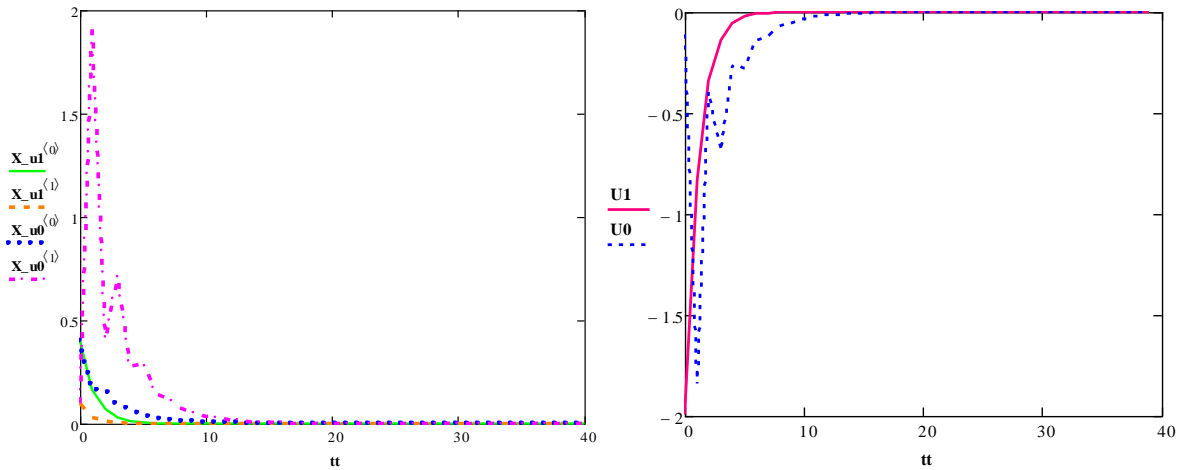
следующие значения построенного нелинейного критерия при числе шагов  $N = 40$   $I(u(x, \mu)) = 1.748 \cdot 10^3$ ,  $I(u_0(x)) = 2.912 \cdot 10^3$ , т.е. построенный регулятор эффективнее линейного на 70%. Лучшая эффективность нелинейного регулятора достигается настройкой параметров, связанной с выбором коэффициентов матриц  $A_0, A_1(x), B_0, B_1(x), Q_0, Q_1(x), R_0$ . На графиках можно видеть, что  $x(t) \rightarrow 0, u(t) \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow \infty$ .



Конечно, различие по критерию качества между регуляторами нивелируется, если начальное условие находится вблизи положения равновесия  $x(t) \equiv 0$ . Так при  $x_0 = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.03 \end{pmatrix}$  значение функционала  $I(u(x, \mu)) = 2.909$ , а  $I(u_0(x)) = 2.947$ . С ростом начальных возмущений, нелинейный регулятор демонстрирует лучшие результаты, чем линейный, что подчеркивает преимущество нелинейного регулятора в большей окрестности положения равновесия.



**Пример 2.** Приведем другой пример:  $\mu = 0.05$ ,  
 $A_0 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $A_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{100 \sin(x_1)}{x_1} & -5 \end{bmatrix}$ ,  $B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $B_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $Q_0 = \begin{bmatrix} 25 & 2 \\ 2 & 25 \end{bmatrix}$ ,  
 $Q_1(x) = \begin{bmatrix} 150 + x_1^2 & 5 \\ 5 & 150 + x_2^2 \end{bmatrix}$ ,  $R_0 = 1$ . При числе шагов  $N = 40$  и  $x(0) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{pmatrix}$  имеем  
 $I(u(x, \mu)) = 5.816$ ,  $I(u_0(x)) = 81.313$ , т.е. построенный регулятор эффективнее линейного примерно на 1200%.

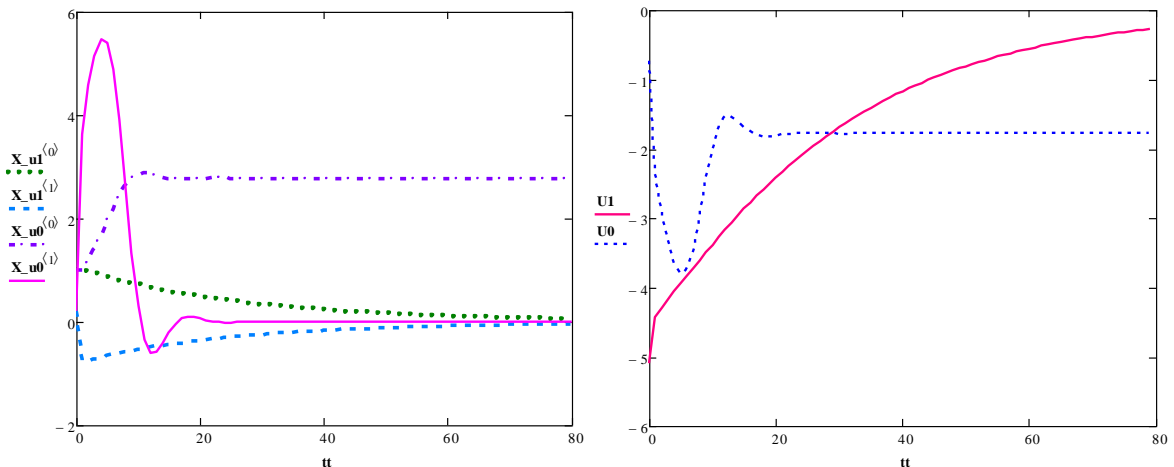


**Пример 3.** Рассмотрим еще один пример:  $\mu = 0.05$ ,

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0.05 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix}, A_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{100 \sin(x_1)}{x_1} & 0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_1(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Q_1(x) = \begin{bmatrix} 20 + x_1^2 & 2 \\ 2 & 20 + x_2^2 \end{bmatrix}, R_0 = 1. \text{ При } N = 80 \text{ и } x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.2 \end{pmatrix} \text{ имеем } I(u(x, \mu)) = 190.184,$$

$I(u_0(x)) = 1.13 \cdot 10^3$  (больше на 494%). В этом примере система вдоль линейного регулятора является неустойчивой, а при нелинейном – устойчивой.



### Литература

1. *Chang I., Bentsman J.* Constrained discrete-time state-dependent Riccati equation technique: A model predictive control approach // 52nd IEEE Conference on Decision and Control. December 10-13, 2013, Florence, Italy. 2013. Pp. 5125-5130.
2. *Dutka A.S., Ordys A.W., Grimble M.J.* Optimized discrete-time state dependent Riccati equation regulator // Proceedings of the American Control Conference (ACC 2005). IEEE, 2005. Pp. 2293-2298.
3. *Zhang Y. et al.* Composite control of a class of nonlinear singularly perturbed discrete-time systems via D-SDRE // International Journal of Systems Science. 2015. <http://dx.doi.org/10.1080/00207721.2015.1006710>. Pp. 1-10.
4. *Дмитриев М.Г., Макаров Д.А.* Гладкий нелинейный регулятор в нелинейной системе управления с коэффициентами, зависящими от состояния // Труды ИСА РАН. 2014. Т. 64. №4. С. 53-58.

# МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ КАК МАРКОВСКИЙ ПРОЦЕСС

Иванкова Г.В., Мочалина Е.П.,  
Маслякова И.Н., Татарников О.В.

ФГБОУ ВПО «РЭУ им. Г. В. Плеханова»,  
Москва, Россия, [mochalina77@yandex.ru](mailto:mochalina77@yandex.ru)

**Аннотация.** Эта работа представляет собой формализованную модель учебного процесса, что позволяет связать показатели обучаемости и характеристики учебного процесса с параметрами, которые определяют качество процесса обучения. Модель построена на описании процесса обучения как Марковского процесса перехода из состояния с низким уровнем подготовки в состояние с высоким уровнем подготовки.

*Ключевые слова:* процесс обучения, уровень подготовки, Марковский процесс, интенсивность обучения, количественные характеристики способности к обучению.

**Abstract.** This work presents a formalized model of the learning process, which allows to link the indicators of learning ability and characteristics of learning process with the parameters that determine the quality of the learning process. The model based on the description of the learning process as a Markov transition process from the state with the low level of training to the state with high level of training.

*Keywords:* learning process, level of training, Markov process, intensity of training, quantitative characteristics of the learning ability.

При обучении специалиста постоянно возникает вопрос о необходимости повышения уровня подготовленности того или иного специалиста, требованиях к интенсивности процесса обучения, его длительности, оценки его эффективности [1, 2]. В настоящей работе предлагается формализованная модель процесса обучения, которая позволяет связать показатели обучаемости специалиста, характеристики процесса обучения (такие как его интенсивность) с показателями, определяющими качество процесса обучения. Модель основана на описании процесса обучения как марковского процесса перехода обучаемого из состояния с низким уровнем подготовленности в состояние с высоким уровнем.

Будем предполагать, что уровень подготовленности обучаемого характеризует его способность решать определенный круг задач. Обучаемый может находиться в двух состояниях:  $S_0$  – неподготовлен и  $S_1$  – подготовлен. В состоянии  $S_0$  он может решить возникающие перед ним задачи с вероятностью  $q_0$ , а в состоянии  $S_1$  – с вероятностью  $q_1 > q_0$ . В процессе его повседневной деятельности задачи, требующие решения, возникают с интенсивностью  $v(t)$ .

Задача обучения состоит в том, чтобы обучаемого перевести из состояния  $S_0$  в состояние  $S_1$ . При этом процесс обучения состоит в том, что обучаемому с некоторой интенсивностью  $\mu(t)$  предъявляются задачи из числа тех, с которыми ему предстоит столкнуться в его повседневной деятельности.

В случае успешного решения задачи обучаемый с вероятностью  $p_1$  переходит из состояния  $S_0$  в состояние  $S_1$ , а в случае, если ему не удалось решить поставленную задачу, такой переход возможен с вероятностью  $p_0$ . Возможность перехода в состояние  $S_1$  в случае неудачного исхода учитывает возможность обучения на отрицательном опыте. Вероятности  $p_0$  и  $p_1$  являются частными количественными характеристиками способности к обучению.

Таким образом, вероятность  $r$  перехода обучаемого из состояния  $S_0$  в состояние

$S_1$  после решения задачи из допустимого множества задач равна

$$r = q_0 p_1 + (1 - q_0) p_0 = p_0 + q_0 (p_1 - p_0). \quad (1)$$

Вероятность  $r$  можно рассматривать как интегральную характеристику способности к обучению. Отметим, что в общем случае вероятность перехода обучаемого из состояния  $S_0$  в состояние  $S_1$  следует рассматривать как функцию интенсивности обучения, т.е.  $r(\mu)$ .

Учтем также, что в случае, когда обучаемый не выполняет определенный круг задач, его навыки утрачиваются, происходит процесс забывания и он может перейти из состояния  $S_1$  в состояние  $S_0$ . Интенсивность этого процесса будем характеризовать показателем  $\lambda(t)$ .

Таким образом, вводя в рассмотрение вероятность  $\pi(t)$  того, что обучаемый в момент времени  $t$  находится в состоянии  $S_1$ , можем записать для нее дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d\pi(t)}{dt} = r \cdot \mu(t) - (\lambda(t) + r \cdot \mu(t)) \pi(t). \quad (2)$$

Если интенсивности не зависят от времени, то решение уравнения (2) имеет вид

$$\pi(t) = \frac{r\mu}{\lambda + r\mu} + \left( \pi_0 - \frac{r\mu}{\lambda + r\mu} \right) \cdot e^{-(\lambda + r\mu)t}, \quad (3)$$

где  $\pi_0$  - вероятность того, что в начале обучения обучаемый находился в состоянии  $S_1$ . Анализ выражения (3) показывает, что предельное значение  $\pi(t)$  равно

$$\pi_{\lim} = \lim_{t \rightarrow \infty} \pi(t) = \frac{r\mu}{\lambda + r\mu}. \quad (4)$$

Следовательно, вероятность того, что специалист в результате обучения будет подготовлен, определяется как способностью его к обучению, так и интенсивностью процесса обучения и не зависит от начального уровня его подготовленности, которая определяется вероятностью  $\pi_0$ . Однако уровень начальной подготовленности влияет на требуемую длительность процесса обучения.

Определим длительность процесса обучения как такой интервал времени  $T$ , в течение которого специалист достигнет уровня  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$  своей максимальной готовности:

$$\alpha = \frac{\pi(T)}{\pi_{\lim}}. \quad (5)$$

Из соотношений (3) – (5) находим

$$T = T(\alpha) = \frac{1}{\lambda + r\mu} \cdot \left( \ln \left( 1 - \frac{\pi_0}{\pi_{\lim}} \right) - \ln(1 - \alpha) \right), \quad (6)$$

где мы учли тот факт, что обучение целесообразно только в том случае, если  $\pi_0 < \alpha \pi_{\lim}$ .

Рассмотрим теперь вопрос об оптимальной длительности процесса обучения  $T$ . Очевидно, что после окончания процесса обучения вероятность нахождения в состоянии  $S_1$  определяется уравнением вида (2), в котором интенсивность обучения  $\mu(t)$  заменена на интенсивность повседневной деятельности  $\nu(t)$ , и, соответственно, вероятность  $\pi(t)$  нахождения в состоянии  $S_1$  после завершения обучения имеет вид

$$\pi(t) = \frac{rv}{\lambda + rv} + \left( \pi_T - \frac{rv}{\lambda + rv} \right) \cdot e^{-(\lambda + rv)(t-T)}, \quad (7)$$

где  $\pi_T$  – вероятность того, что в конце обучения обучаемый находится в состоянии  $S_1$ , определяемая соотношением (3).

Эффективность повседневной деятельности определяется вероятностью  $p(t)$  успешного решения возникающих задач, которая в рамках принятых предположений будет равна  $p(t) = q_0 + (q_1 - q_0)\pi(t)$ .

Таким образом, за время  $\Theta$  после обучения доля задач, с которой успешно справится выпускник, составит

$$k = q_0 + \frac{q_1 - q_0}{\Theta} \cdot \int_T^{T+\Theta} \pi(t) dt. \quad (8)$$

Принимая во внимание выражение (7), для вероятности соотношение (8) можно переписать в виде

$$k = q_0 + (q_1 - q_0) \cdot \frac{rv}{\lambda + rv} + \left( \pi_T - \frac{rv}{\lambda + rv} \right) \cdot \frac{q_1 - q_0}{\lambda + rv} \cdot \frac{1 - e^{-(\lambda + rv)\Theta}}{\Theta}. \quad (9)$$

На начальном этапе повседневной деятельности, когда время  $\Theta$ , прошедшее после обучения, мало, соотношение (9) для показателя  $k$ , учитывая асимптотическое выражение

$$e^{-(\lambda + rv)\Theta} = 1 - (\lambda + rv)\Theta + \bar{o}(\Theta),$$

можно представить в виде

$$k = q_0 + \pi_T \cdot (q_1 - q_0),$$

т.е. эффективность деятельности специалиста, прошедшего обучение, целиком определяется достигнутым им уровнем подготовки.

Вместе с тем, при  $\Theta \rightarrow \infty$ , из соотношения (9) следует, что

$$k \rightarrow q_0 + (q_1 - q_0) \cdot \frac{rv}{\lambda + rv}.$$

т.е. целиком определяется интенсивностью его повседневной деятельности и не зависит от эффективности обучения. Функция

$$f(\Theta) = \frac{1 - e^{-(\lambda + rv)\Theta}}{\Theta}$$

является монотонно убывающей, поэтому если

$$\pi_T > \frac{rv}{\lambda + rv}, \quad (10)$$

то можно говорить о том, что обучение имело положительный эффект и обеспечен уровень подготовленности специалиста выше, чем это было возможно при его повседневной деятельности. Однако, в этом случае функция  $k(\Theta)$  является убывающей и постепенно положительный эффект обучения будет утерян.

В случае, если соотношение (10) не выполнено, то можно говорить о том, что обучение является неэффективным и в процессе повседневной деятельности специалист совершенствует свой уровень подготовленности с большей эффективностью, поскольку функция  $k(\Theta)$  в этом случае является возрастающей.

Из условия (10) и выражения (7), получаем соотношение, определяющее требуемое время обучения специалиста

$$T > -\frac{1}{\lambda + rv} \cdot \ln \left( \frac{1}{r\mu(1 - \pi_0) - \pi_0\lambda} \cdot \frac{\lambda r(\mu - v(\lambda + r\mu))}{\lambda + rv} \right). \quad (11)$$

Анализ соотношения (11) показывает, что интенсивность обучения должна превышать интенсивность повседневной деятельности специалиста

$$\mu > v.$$

Если начальный уровень специалиста таков, что



$$\frac{r\mu}{\lambda + r\mu} < \pi_0,$$

то обучение такого специалиста нецелесообразно.

В заключение заметим, что определение характеристик процесса обучения, в частности, его длительности может быть без труда связано с экономическими показателями такими, как стоимость обучения и прибыль компании от эффективного решения специалистом возлагаемых на него задач.

### Литература

1. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research. 1960. Chapters V-VII, X.
2. Rasch G. An item analysis which takes individual differences into account. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology. 1966, 19, Part 1, 49-57.

---

## ИНФОРМАЦИОННО-ЭНТРОПИЙНЫЙ АНАЛИЗ ОРИГИНАЛЬНОЙ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ

Крамер Я.С., Зироян А.А., Лаптева Н.А., Сулян Г.С.

*Российский государственный социальный университет,  
Москва, Россия*

**Аннотация.** В статье найдена энтропия прогноза агрессивного отклика студентов двух вузов на относительную депривацию и фрустрацию. Выявлены те категории ценностей, по которым прогнозирование может быть наиболее эффективно.

*Ключевые слова:* энтропия, количество информации, относительная депривация, фрустрация.

**Abstract.** Entropy of the forecast of an aggressive response of students of two higher education institutions to a relative deprivation and frustration is found in article. Those categories of values on which forecasting can be most effective are revealed.

*Key words:* entropy, amount of information, relative deprivation, frustration.

На основе качественных идей теории относительной депривации Т. Гарра [1] и социального поля К. Левина [2] разработана базовая математическая модель «*RDF* - эффекта» [3,4,5,6,7]. Она позволяет прогнозировать вероятность появления эффектов массовой агрессии не ниже заданного уровня, индуцированных «канальными факторами» в социальном поле: относительной депривацией (*RD –Relative Deprivation*) и фрустрацией (*F–Frustration*). Так, фрустрация определяется как расхождение между уровнем притязаний и уровнем ожиданий («хочу» выше, чем «могу») и обозначается  $F = F_{aspir} - F_{expect}$ . Относительная депривация – как расхождение между уровнем притязаний и уровнем достижений («хочу» выше, чем «имею») и обозначается  $RD = RD_{aspir} - RD_{fact}$ . Вероятностная интерпретация количественной меры информации составляет основу теории информации. Исходным пониманием это теории является

неопределенность, в качестве меры которой была принята энтропия. Мера неопределенности, связанная с распределением вероятностей, не зависит от того, в какой шкале измеряются реализации случайного объекта или явления. Полная энтропия  $H$  для случайной величины  $F$ -уровня фрустрации вычисляется по формуле:

$$H(F) = H(p_1, p_2, \dots, p_n) = -\sum_{i=1}^n p(F_i) \ln p(F_i),$$

где  $p_1, p_2, \dots, p_n$  - вероятности соответствующих значений  $F_1, F_2, \dots, F_n$  случайной величины  $F$ .

При этом

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1, \lim_{p \rightarrow 0} (-p(F_i) \ln p(F_i)) = 0, \lim_{p \rightarrow 1} (-p(F_i) \ln p(F_i)) = 0.$$

Энтропия  $H(F)$  является как мерой неопределенности, так и мерой разнообразия. Это означает, что чем сложнее, чем разнообразнее объект или явление, тем большей неопределенностью он обладает, или, другими словами, тем менее прогнозируемыми становятся объекты или явления. Аналогично вычисляется энтропия  $H(RD)$  для случайной величины  $RD$ -уровня относительной депривации.

В рамках социально-психологического эксперимента было проведено анкетирование студентов РГСУ.

Респонденты оценивали  $RD$  - уровень относительной депривации и  $F$  - уровень фрустрации. Использована шкала от 1 до 10 для каждой из категорий ценностных потребностей: самореализация, межнациональные отношения, свобода слова, учёба (как социальная деятельность), финансовое положение, межличностные отношения [8].

В таблицах 1–2 и рисунках 1–2 приведены данные сравнительного анализа энтропии относительной депривации и фрустрации по указанным шести категориям ценностей.

Таблица 1. Энтропия относительной депривации и фрустрации для РГСУ

Категории ценностей	H(RD)	H(F)	H(RD)-H(F)	H(RD)+H(F)
учеба	1,64	1,71	-0,07	3,35
межнациональные отношения	1,81	3,04	-1,23	4,85
финансовое положение	1,66	1,74	-0,08	3,40
личностная самореализация	1,60	1,77	-0,17	3,37
личные отношения	1,80	1,72	0,08	3,52
свобода слова	1,66	1,74	-0,08	3,40

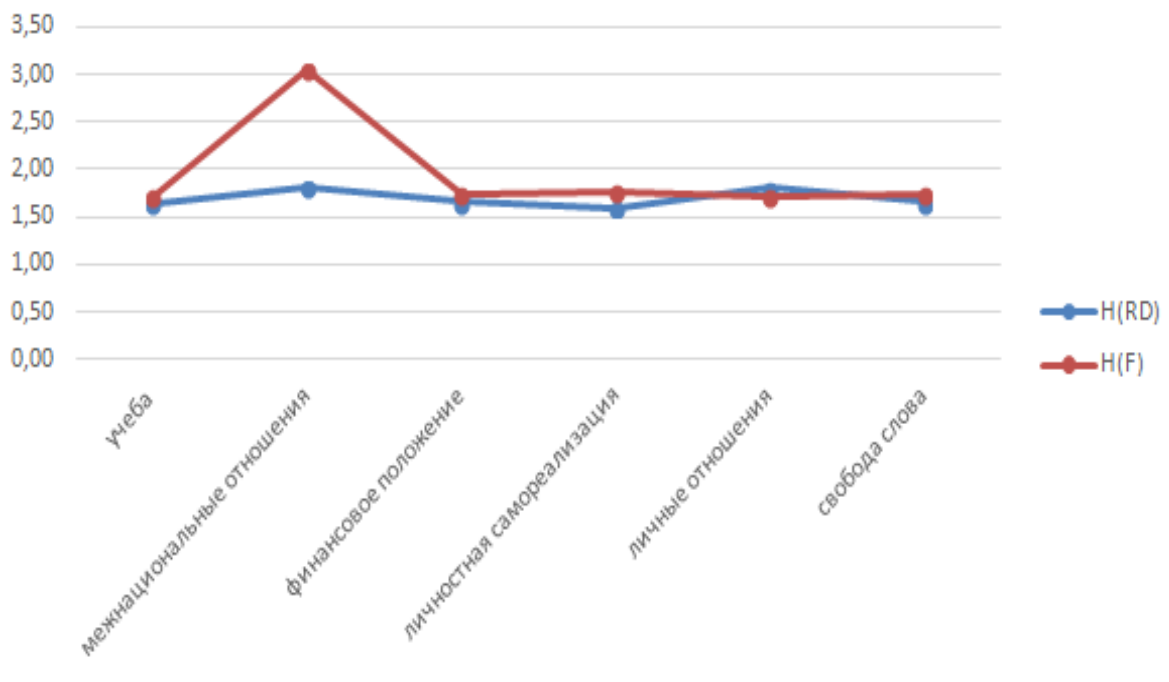


Рис.1 Энтропия прогноза агрессивного отклика на RD и F

Таблица 2.Количество информации, содержащееся в прогнозе для РГСУ

Категории ценностей	H(RD)	H*(RD)	I(RD)	H(F)	H*(F)	I(F)
учеба	2,303	1,64	0,663	2,303	1,71	0,593
межнациональные отношения	2,303	1,81	0,493	2,303	3,04	-0,737
финансовое положение	2,303	1,66	0,643	2,303	1,74	0,563
личностная самореализация	2,303	1,60	0,703	2,303	1,77	0,533
личные отношения	2,303	1,80	0,503	2,303	1,72	0,583
свобода слова	2,303	1,66	0,643	2,303	1,74	0,563

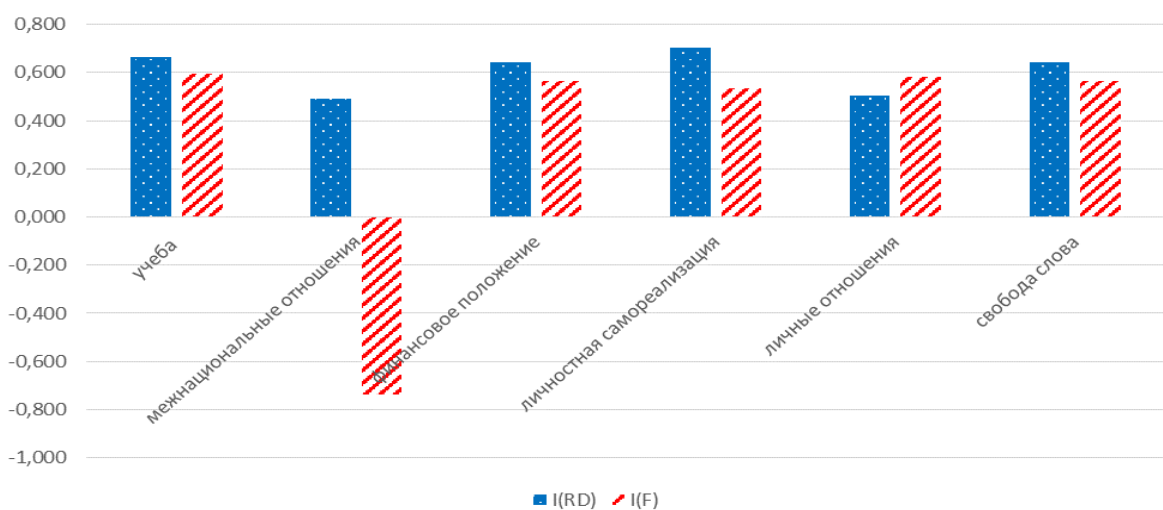


Рис.2 Количество информации, содержащееся в прогнозе для РГСУ

В рамках энтропийно - информационного анализа прогноза агрессивного отклика студенчества на относительную депривацию и фрустрацию по шести категориям ценностей можно сделать следующий вывод.

Из табл. 1, 2 следует, что энтропия фрустрации больше энтропии относительной депривации. В этой связи следует отметить, что анкетизируемые без затруднений заполняют позиции по относительной депривации, а для соответствующих позиций по фрустрации требуется больше времени и необходимость пояснений. Категории ценностей оказывают значимо различное влияние на уровни  $RD$  и  $F$ . В этом смысле определяющими являются три из них: учеба, финансовое положение и свобода слова. Они имеют наименьшую меру неопределённости, поскольку существуют количественные оценки успеваемости, стипендий/зарплат и акций по демонстрации своей гражданской позиции. На рис. 1, 2 наблюдается заметное расхождение данных по уровням  $RD$  и  $F$  для категории – межнациональные отношения. Так как условная энтропия, в теории передачи информации характеризует шум в канале, то в случае фрустрации количество шума превосходит в полтора раза её энтропию. Фиксируется наименьшая энтропия в аддитивном случае по двум категориям ценностей: учебе и финансовому положению. Наибольшая неопределённость наблюдается для категории – межнациональные отношения. Неопределённость прогноза растёт в следующей последовательности категорий ценностей: учеба, свобода слова и финансовое положение, личностная самореализация, личные отношения, межнациональные отношения. Данные таблиц и рисунков получены в условиях априорной гипотезы о равномерном влиянии уровней  $RD$  и  $F$  по всем шести категориям ценностей на возможность агрессивного отклика в студенческой среде. Апостериорные данные свидетельствуют о неоправданности такой гипотезы, что согласуется с приведённым выводом о неодинаковом влиянии уровней  $RD$  и  $F$  по различным категориям ценностей.

Применение разработанной математической модели может быть эффективно при прогнозировании, а значит, и регулировании « $RDF$  - эффекта» по таким категориям ценностей как учеба, финансовое положение и свобода слова. Менее эффективно по таким как межнациональные отношения, личные отношения и личностная самореализация.

## Литература

1. Гарт Т.Р. Почему люди бунтуют. – СПб.: Питер, 2005. – 461 с.
2. Левин К. Теория поля в социальных науках. – СПб.: Сенсор, 2000.-368с.
3. Орлик Л.К. Вероятностная мультипликативная модель агрессивного отклика на фрустрацию и относительную депривацию//Учёные записки РГСУ, 2008. №6. - С.159-167
4. Орлик Л.К. Модифицированная математическая модель дихотомии «фрустрация-агрессия» //Учёные записки РГСУ,2010. – №8(84). –С.115–119
5. Orlik L.K., Lazareva N.M. Forecasting of social tension in the student environment// Социальная политика и социология – 2012. –№ 12(90). – С.159 – 171.
6. Орлик Л.К., Лазарева Н.М. Прогностическая модель социальной напряженности в студенческой среде//Учёные записки РГСУ,2013. –т.2, №5 (120). –С.51–57.
7. Орлик Л.К. Математическое моделирование фрустрационных процессов в диаде «элита-массы» //Ученые записки РГСУ, 2009. – № 7-2. . – С. 240-244
8. Kramer Y.S., Semenovikh D.N., Lapteva N.A. Priorities in the value hierarchy among youth//Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования: Тезисы и тексты докладов международной конференции, Москва, РУДН,15-18 декабря 2014г.-М.РУДН, 2014. –С.246. –247

# ОРИГИНАЛЬНАЯ МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА СОСТАВЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ВЫЯВЛЕНИЯ ПРИОРИТЕТОВ В ИЕРАРХИИ ЦЕННОСТЕЙ

Крамер Я. С., Киреева О.И., Лебедева М.В., Володин Ю.В.

*Российский Государственный Социальный Университет, Москва, Россия ,  
yari.kramer@gmail.com, elengapotechina@mail.ru*

**Аннотация.** В статье приведен алгоритм, существенно упрощающий стандартную процедуру составления матрицы парных сравнений в программе MPRIORITY. Обработка эмпирических данных осуществляется для выявления приоритетов в иерархии ценностей в студенческой среде.

*Ключевые слова:* алгоритм, модификация, матрица парных сравнений, иерархия ценностей

**Abstract.** The algorithm significantly simplifying standard procedure of drawing up a matrix of pair comparisons in the MPRIORITY program is given in article. Processing of empirical data is carried out for identification of priorities in hierarchy of values in the student's environment.

*Key words:* algorithm, modification, matrix of pair comparisons, hierarchy of values

Ценности играют важную роль в регулировании отношений индивидуумов и общества. Важнейшей задачей современного социума является осознание такой системы жизненных ценностей каждой личностью, которая способствует его устойчивому развитию. Политическая и экономическая нестабильность в сочетании с резким ухудшением уровня жизни усиливает социальную напряженность в молодежной среде. Анализ динамики социальной напряженности необходим для разработки эффективных технологий управления, организации мероприятий профилактического характера по предотвращению массовых беспорядков. В рамках депривационно-фрустрационного подхода разработана математическая модель «RD-эффекта», позволяющая прогнозировать вероятность появления эффектов индивидуального и массового отклика политической активности не ниже заданного уровня [1,2,3,4,5].

Для диагностики возможной индивидуальной агрессии на базе этой модели необходимо выявление приоритетов в иерархии ценностей молодежи. С этой целью было проведено анкетирование студентов двух вузов: Российского Государственного Социального Университета (РГСУ) и Московского Института (МИ). Для обработки эмпирических данных была использована программа MPRIORITY. На втором этапе алгоритма, при вводе промежуточных данных приоритетов в каждой из двух групп студентов использован алгоритм, существенно упрощающий стандартную процедуру. Приведем реализацию всего алгоритма.

## I. Обработка анкет

- 1) Создали в Microsoft Excel новую книгу с поддержкой макросов.
- 2) Ввели данные в ячейки:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1																												
2	1.Учеба	2	0	5	1	5	5	2	0	4	4	3	10	4	5	7	3	5	5	3	2	4	4	2	2	2	0	0
3	2.Межнациональные отношения	6	9	10	5	5	8	6	0	5	5	8	3	5	7	10	5	3	8	4	1	1	5	5	5	6	0	0
4	3.Финансовое положение	5	2	1	2	8	5	3	2	2	1	2	9	2	6	8	4	6	5	1	4	9	2	3	3	4	5	0
5	4.Личностная самореализация	1	0	3	3	5	8	1	3	3	3	5	9	1	3	8	2	4	9	2	4	7	3	4	4	1	7	0
6	5.Личные отношения	3	1	4	4	5	5	4	1	0	2	1	1	3	3	9	1	8	10	5	3	6	1	1	1	3	8	0
7	6.Свобода слова	4	0	0	6	5	5	5	0	0	6	2	3	6	3	4	6	5	5	6	2	4	6	2	2	5	0	0
8																												
9		S	P		S	P			S	P																		
10	1.Учеба	47	3,1		41	2,7			78	5,2																		
11	2.Межнациональные отношения	73	4,9		61	4,1			74	4,9																		
12	3.Финансовое положение	44	2,9		67	4,5			88	5,9																		
13	4.Личностная самореализация	31	2,1		61	4,1			90	6																		
14	5.Личные отношения	40	2,7		63	4,2			71	4,7																		
15	6.Свобода слова	80	5,3		28	1,9			34	2,3																		

Для каждой анкеты отведены три столбца. В них введены данные из анкет. (Соответственно: приоритеты, фрустрация, относительная депривация)

3) Далее в ячейках (10,2) - (15,2) подсчитана сумма значений с помощью макроса код которого представлен ниже.

«Sub summ()

n = 15

For j = 0 To 5 For i = 0 To n - 1

S = S + Cells(2 + j, 2 + 3 \* i)

Next i

Cells(10 + j, 2) = S

S = 0

Next j

End Sub»

Где n – кол-во анкет. (Во всех кодах)

4) В столбце (10,3) - (15,3) введена формула «=RC[-1]/15», которая делит значение соседней ячейки на кол-во анкет. Получены средние значения.

5) Присвоены средним значениям порядковые номера по возрастанию от 1 до 6.

(Пример: 3,1 – 4; 4,9 – 5; 2,9 – 3; 2,1 – 1; 2,7 – 2; 5,3 – 6)

6) Далее в ячейках (10,5) - (15,5) подсчитана сумма значений с помощью макроса код которого представлен ниже.

«Sub summ2()

n = 15

For j = 0 To 5 For i = 0 To n - 1

S = S + Cells(2 + j, 3 + 3 \* i)

Next i

Cells(10 + j, 5) = S

S = 0

Next j

End Sub»

7) В столбце (10,5) - (15,5) введена формула «=RC[-1]/15» которая делит значение соседней ячейки на кол-во анкет. Получены средние значения.

8) Присвоены средним значениям порядковые номера по убыванию от 1 до 6.

9) Операции со столбцом (10,9) - (15,9) подобны пунктам 6-8. Код макроса частично отличается:

«Sub summ3()

n = 15

For j = 0 To 5 For i = 0 To n - 1

S = S + Cells(2 + j, 4 + 3 \* i)

Next i

```

Cells(10 + j, 9) = S
S = 0
Next j
End Sub»

```

## II. Построение матрицы и введение в программу MPRIORITY 1.0.

Для построения иерархии в программе использованы 3 уровня иерархии с максимальным числом элементов равным 6.

- 1) Далее именуем ячейки первого уровня в соответствии с названиями ценностей
- 2) Количество ячеек второго уровня сокращаем до двух и именуем их в соответствии с названиями университетов
- 3) Переходим в режим эксперта и включаем матрицу нужного университета

Для более удобного заполнения матрицы сравнений мы используем упрощенное структурирование данных.

Ниже приведена иллюстрация упрощения ввода промежуточных данных, представленных в таблице 1.

Таблица 1

1.Учеба	4
2.Межнац. отношения	5
3.Финансовое положение	3
4.Личностная самореализация	1
5.Личные отношения	2
6.Свобода слова	6

Составим таблицу 2, в которой категории ценностей расположены сверху вниз начиная с самой значимой. Дальше строим соответствующую нижнюю диагональную матрицу:

Таблица 2

4.Личностная самореализация	1					
5.Личные отношения	2	1				
3.Финансовое положение	3	2	1			
1.Учеба	4	3	2	1		
2.Межнац. отношения	5	4	3	2	1	
6.Свобода слова	6	5	4	3	2	1

Далее в окне «Работа эксперта» мы видим единичную матрицу, в которой главная диагональ неизменна.

В строке «Личностная самореализация» мы поочередно ставим значение, соответствующее номеру в столбце таблицы 2.

То есть, выбрав первую ячейку в строке мы откроем окно, в котором объект А имеет название «Личностная самореализация» и объект В в какой-либо другой категории ценностей. Если объект В – «Учеба», то выставляем значение 4; если «Личные отношения», то значение 2 и т.д. с каждой следующей строкой.

Дробные значения программа ставит сама. Наша задача избавиться от всех ячеек со значением 1, кроме главной диагонали.

Таким образом заполняем обе матрицы университетов и выводим итоговый результат.



### Литература

1. Орлик Л.К. Вероятностная мультипликативная модель агрессивного отклика на фрустрацию и относительную депривацию//Учёные записки РГСУ, 2008. №6. - С.159-167
2. Орлик Л.К. Модифицированная математическая модель дихотомии «фрустрация-агрессия» //Учёные записки РГСУ,2010. – №8(84). –С.115–119
3. Orlik L.K., Lazareva N.M. Forecasting of social tension in the student environment// Социальная политика и социология – 2012. –№ 12(90). – С.159 – 171.
4. Орлик Л.К., Лазарева Н.М. Прогностическая модель социальной напряженности в студенческой среде//Учёные записки РГСУ,2013. –т.2, №5 (120). –С.51–57.
5. Орлик Л.К. Математическое моделирование фрустрационных процессов в диаде «элита-массы» //Ученые записки Российского государственного социального университета. 2009. № 7-2. С. 240-244



# О КОРОТКИХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ НА СЛОВАХ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

## ABOUT SHORT SOLUTIONS OF ONE VARIABLE WORD EQUATION

Максименко М. Н.

*Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики  
Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова,  
marynmax@mail.ru*

**Аннотация.** Понятие «уравнения на словах» является родственным понятию кода. В этой статье обсуждаются проблемы, связанные как с поиском, так «называемых» коротких решений уравнения на словах с одной переменной, так и с конструированием подобных уравнений. В статье объясняется алгоритм решения уравнения на словах с одной переменной и особенности «коротких» решений, сформулированы небольшие задачи, которые могут вызвать интерес у студентов, а также обозначены пути их решения.

*Ключевые слова:* уравнение на словах-1; префикс-2; суффикс-3, граница слова-4, период слова-5, квазипериодическое слово-6, степень слова-7, сопряженные слова-8

**Abstract.** The concept of "equation" is related to the notion of code. This article discusses the problems associated with search, so-called "short solutions" of the equation in words in one variable, and with the construction of such equations. It explains the algorithm for solving equations on words with one variable and characteristics of short-term challenges of small tasks that can arouse the interest by students of Department of mathematical Economics and Informatics, as well as the ways of their solution.

*Key words:* word equation-1, prefix-2, suffix-3, word bound-4, word period-5, quasiperiodic-6, word degree-7, conjugate words-8.

### 1. ВВОДНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Пусть  $C = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$  — конечный алфавит постоянных, т.е. букв. Любая последовательность букв этого алфавита называется словом.

Говорят, что два слова равны в лексикографическом смысле, если их длины совпадают и  $i$ -я буква первого слова равна  $i$ -й букве второго слова. Лексикографическое равенство слов  $P$  и  $S$  обозначается как  $P \equiv S$ .

Множество всех слов в алфавите  $C$  обозначается как  $C^*$ .

Уравнение на словах с одной переменной  $x$  определено следующим равенством:

$$\varphi(x, a_1, a_2, \dots, a_p) = \psi(x, a_1, a_2, \dots, a_p). \quad (1)$$

Здесь слова  $\varphi(x, a_1, a_2, \dots, a_p)$  и  $\psi(x, a_1, a_2, \dots, a_p)$  суть слова в алфавите  $\{x\} \cup C$ .

Слово  $X$  в алфавите  $C$  называется *решением* уравнения (1), если при его подстановке в уравнение получается лексикографическое равенство, т.е. слова  $\varphi(X, a_1, a_2, \dots, a_p)$  и  $\psi(X, a_1, a_2, \dots, a_p)$  в алфавите  $C$  совпадают.

Описание всех решений в алфавите  $C$  называется *общим решением* уравнения с одной переменной.

**Пример 1.** Пусть  $C = \{a, b\}$ . Тогда уравнение  $xbabax = abbxaab$  имеет решение  $X = ab$ , т.к. при подстановке  $X$  в уравнение имеем лексикографическое равенство  $abbabaab \equiv abbabaab$ .

Уравнение на словах является:

— *тривиальным*, если его левая и правая части суть пустые слова;

— *несократимым*, если первые буквы обеих частей уравнения различны.

— *противоречивым*, если первые буквы или последние буквы левой и правой части различны и принадлежат алфавиту  $C$

## 2. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФАКТЫ ПРО СЛОВА И УРАВНЕНИЯ

Говорят, что слово  $A$  является *префиксом* слова  $C$ , если существует слово  $B$ , такое что  $AB \equiv C$ .

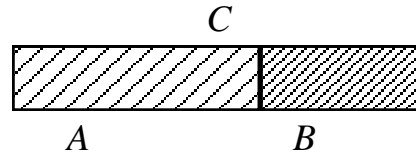


Рисунок 1

**Пример 3.** Слово  $abba$  является префиксом слова  $abbabbaaba$ .

Аналогично, слово  $B$  является *суффиксом* слова  $C$ , если существует слово  $A$ , такое что  $AB \equiv C$ . (см. Рис. 1).

*Степенью* слова  $A$  называется слово  $A^m$ : при  $m > 0$ , это слово вида  $A \dots A$ , в данном случае берётся  $m$  раз конкатенация слова  $A$  (написали слово  $A$   $m$  раз подряд), при  $m=0$  слово  $A^m$  есть пустое слово, при  $m=1$  слово  $A^m$  есть само слово  $A$ .

Слово  $P$  называется *сложным или периодическим словом*, если существует число  $m > 1$  и слово  $A$ , такое что  $P \equiv A^m$  (см. Рис. 2).

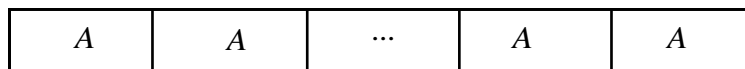


Рисунок 2

Слово  $P$  называется *простым*, если ни для какого слова  $A$  и ни для какого числа  $m > 1$ , не выполняется лексикографическое равенство:  $P \equiv A^m$ .

Слово  $A$  есть *корень* слова  $P$ , если существует число  $m > 1$ , такое что  $P \equiv A^m$  (см. Рис. 2). Если  $A$  является самым коротким корнем слова  $P$ , то говорят,  $A$  является *простым корнем* слова  $P$ , а его длина называется *периодом*.

Два слова называются *сопряжёнными*, если они имеют вид  $QS$  и  $SQ$  (см. Рис. 3). Если ни одно из слов  $Q$  или  $S$  не является пустым, то говорят, что  $QS$  и  $SQ$  являются *собственными сопряжёнными*.

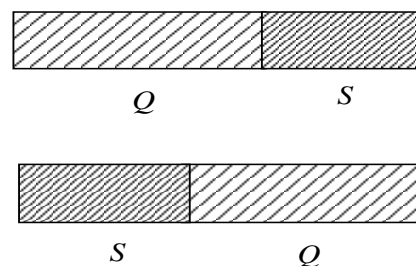


Рисунок 3

Говорят, что слово  $P$  называется *почти степенью* слова  $A$  или *квазипериодическим*, если существует число  $m > 1$  и слово  $B$ , такие что  $P \equiv A^m B$ , где  $B$  есть префикс слова  $A$ , т.е.  $P \equiv (BC)^m B$ . Число  $l$ , равное длине слова  $A$ , называется в этом случае *периодом* слова  $P$ .

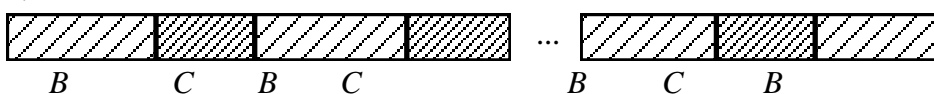


Рисунок 4

Слова данного вида играют большую роль в уравнениях на словах, т.к. «длинные» решения имеют именно такой вид.

Назовем решение уравнения «длинным», если оно является периодическим или квазипериодическим, в противном случае уравнение называется «коротким».

Пример 4. Рассмотрим уравнение (2):

$$aabbxbbaabbbx = xbbxbbaabbbaab \quad (2)$$

Общее решение этого уравнения описывается формулой  $X=(aabb)^n aab$ , где  $n \geq 0$  и при этом других решений нет.

Заметим, что поиск «длинных» решений осуществляется значительно легче, чем поиск «коротких». При этом если уравнение имеет «длинные» решения, то найден их вид [7], и решение находится однозначно по достаточно простой формуле. А вот в уравнениях с «короткими» решениями возникают любопытные вопросы, которые будут сформулированы ниже после очередной порции определений. Подробнее о «длинных» решениях можно прочесть в работах [7] и [4].

Если подслово  $B$  является одновременно префиксом и суффиксом некоторого слова  $P$ , то оно называется его *границей*.

Пример 5. Слово  $P = aabbbaab$  имеет границу  $aab$ .

Говорят, что слово  $P$  является *самопересекающимся*, если множество всех его границ содержит другие слова, кроме самого слова  $P$  и пустого слова.

Множество всех непустых префиксов слова  $P$  обозначим  $Prefix(P)$ .

Множество всех непустых суффиксов слова  $P$  обозначим  $Suffix(P)$ .

Тогда множество  $Prefix(P) \cap Suffix(P)$  является множеством всех границ  $P$ .

Если исходное уравнение вида (1) является непротиворечивым и нетривиальным, то после сокращения общих суффиксов и префиксов получается несократимое уравнение одного из двух следующих видов:

$$u_1 x u_2 x \dots u_r x = x w_1 x w_2 \dots x w_m \quad (3)$$

$$u_1 x u_2 x \dots u_r x u_{r+1} = x w_1 x w_2 \dots x w_{m-1} x, \quad (4)$$

где  $u_1$  не является пустым словом,  $w_m$  не является пустым словом в (3) и  $u_{r+1}$  не является пустым словом в (4).

Если число вхождений переменной  $x$  в левой части не равно числу вхождений в правой части уравнения, то можно найти длину возможного решения или доказать отсутствие решений. Поэтому, интерес представляют уравнения с одинаковым вхождений переменной  $x$  в левую и правую части.

Рассматривая только префиксы левой и правой частей, мы видим, что они одинаковы у уравнений вида (3) и вида (4). Выражение вида

$$u_1 x u_2 x \dots = x w_1 x w_2 \dots \quad (5)$$

назовем префикс-уравнением.

Очевидно, что если  $X$  не длиннее, чем  $u_1$ , то  $X = Prefix(u_1)$ , а если  $X$  длиннее, чем  $u_1$ , то  $X$  –самопересекающееся. Следовательно,  $X = u_1 Prefix(u_1) = u^n Prefix(u) = (z_1 z_2)^n z_1$ , где  $u = \text{корень } u_1$ , и  $u = z_1 z_2$ , т.е.  $z_1 = Prefix(u_1)$ . Получаем, что в любом случае решение уравнения с одной переменной имеет вид:

$$X = (z_1 z_2)^n z_1. \quad (6)$$

Это также было показано Ю.И. Хмелевским в его работе [7], а также им было доказано, что в случае «длинных» решений других решений нет. Этот факт вытекает из того, что любое квазипериодическое слово имеет ровно один период.

Таким образом, если уравнение не имеет длинных решений, то  $X = z_1 z_2 z_1$  или  $X = z_1$ , где  $z_1 \in Prefix(u_1) \cap Suffix(w_m)$  в случае вида (3) или  $z_1 \in Prefix(u_1) \cap Suffix(u_{r+1})$  в случае вида (4). Задача сводится к нахождению общих префиксов и суффиксов этих слов. А это возможно сделать с помощью алгоритма Кнута-Морриса-Практа [6].

При этом, если «длинных» решений может быть бесконечно много, то число «коротких» решений ограничено, хотя бы длиной  $u_1$ . Встает вопрос: сколько «коротких» решений может иметь уравнение? По аналогии с алгебраическими уравнениями напрашивается ответ, что решение в этом случае единственно. На самом деле это не так. Приведу единственный пример, известный до настоящего времени уравнения, имеющего два «коротких» решения.

Пример 6. Имеем алфавит

$$xcxdxcX_2 = X_2cxdxcx \quad (7)$$

где  $X_2 = X_1cX_1dX_1cX_1$ , а  $X_1 = aba$ .

$Prefix(A) \cap Suffix(C) = \{a, X_1, X_2\}$ , следовательно, можно искать непустые решения, поскольку пустое слово решением не является.

Если длинное решение  $X$  существует, то  $X = (X_2c)^n X_2$ , но это не решение, поскольку, подставив в уравнении (7) это параметрическое слово вместо  $x$ , получим противоречие.

Среди коротких решений имеем следующих кандидатов:  $X = a$ , (не является решением),  $X = X_1$ ,  $X = X_2$ . Оба они являются решениями. Общее решение — это объединение этих двух решений.

В качестве задач предлагаю: найти уравнение, имеющее ровно три решения или доказать, что таких нет, найти другое уравнение, имеющее ровно два решения или составить алгоритм, порождающий такого рода уравнения.

## Литература

1. Duval J.-P. Contribution à la combinatoire du monoïde libre. Thèse, Université de Rouen, 1980.
2. Fine N.J. and Wilf H.S. Uniqueness Theorem for Periodic Function, *Proc. Am. Math. Soc.*, 1965, 16.
3. Локуцкий В.О., Максименко М.Н., Шеметкова О.Л., Ерохина Т.А., Известия Рос. Экон. Ун-та, №2 (7) Электронный научный журнал ISSN 2221-9463, Москва, 2012
4. Максименко М.Н. Алгоритм квадратичной сложности вычисления общего решения уравнения на словах с одной переменной (на фр. яз.). *RAIRO Informatique Theorique*, т. 29, №4, Париж, 1995 г. Франция
5. Марков А.А. Теория алгорифмов. *Труды Математического института АН СССР*, 1954, 42.
6. Morris J.H. and Pratt V.R. *A Linear Pattern Matching Algorithm*, Technical Report N°40, Computing Center, University of California, Berkeley, 1970.
7. Хмелевский Ю.И. Уравнения в свободной полугруппе. *Труды Математического института АН СССР*, 1971, 107, 288 с.

# СОВМЕСТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ ПОДГОТОВКИ И СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ

Мочалина Е.П., Иванкова Г.В., Маслякова И.Н., Татарников О.В.

ФГБОУ ВПО «РЭУ им. Г. В. Плеханова»,  
Москва, Россия, mochalina77@yandex.ru

**Аннотация.** В работе представлен метод совместного оценивания уровня знаний студента и сложности тестового задания. Показана его быстрая сходимость, а также возможность рекуррентного применения при последовательном тестировании студентов.

*Ключевые слова:* модель Бирнбаума, ядро Фредгольма, последовательные приближения

**Abstract.** This paper presents a method for joint estimation of the level of knowledge of the student and the complexity of the test task. Showed it's fast convergence, and the possibility of recurrent application of sequential testing of students.

*Keywords:* Model Birnbaum, Fredholm kernel, step-by-step approach

Будем рассматривать процедуру оценивания уровня знаний студента как процесс косвенных измерений некоторой величины. *Измерением* является выполнение студентом некоторого тестового задания, а *результатом измерений* – качество выполнения этого тестового задания. Задача состоит в том, чтобы по результатам измерения, т.е. имея оценку качества выполнения тестовых заданий, определить величину уровня знаний обучаемого. Считая, что результат выполнения задания является случайным, будем предполагать, что уровень знаний, определяемый по результату выполнения задания, также является случайной величиной, которая характеризуется некоторой плотностью распределения.

В дальнейшем будем обозначать величину уровня знаний обучаемого через  $\theta$ , сложность выполняемого задания – через  $\omega$ , а значение показателя качества выполнения задания – через  $w$ . Будем также предполагать, что все эти величины принимают значение из отрезка  $[0, 1]$ . В соответствии с теорией байесовского оценивания апостериорная оценка плотности распределения уровня знаний обучаемого по результату выполнения задания, уровень сложности которого известен, определяется соотношением вида

$$\varphi(\theta|w, \omega) = \varphi_0(\theta)\pi(w|\theta, \omega)/\pi(w|\omega), \quad (1)$$

при условии, что качество выполнения задания равно  $w$ . Здесь  $\varphi_0(\theta)$  - априорная плотность распределения уровня знаний обучаемого перед началом выполнения задания,  $\pi(w|\theta, \omega)$  - условная вероятность результата  $w$  выполнения задания с уровнем сложности  $\omega$  при условии, что уровень знаний обучаемого равен  $\theta$ ,  $\pi(w|\omega)$  - априорная вероятность того, что качество выполнения задания с уровнем сложности  $\omega$  будет равно  $w$ . В соответствии с формулой полной вероятности

$$\pi(w|\omega) = \int_0^1 \pi(w|\theta, \omega)\varphi_0(\theta)d\theta. \quad (2)$$

С другой стороны, если уровень сложности задания неизвестен, но известен уровень знаний студента, то апостериорная оценка плотности распределения уровня сложности задания будет определяться аналогичным соотношением

$$\psi(\omega|w, \theta) = \psi_0(\omega)\pi(w|\theta, \omega)/\nu(w|\theta), \quad (3)$$

где  $\psi_0(\omega)$  - априорная плотность распределения уровня сложности задания,  $\nu(w|\theta)$  - априорная вероятность результата  $w$  задания с уровнем сложности  $\omega$ . В соответствие с формулой полной вероятности

$$\nu(w|\theta) = \int_0^1 \pi(w|\theta, \omega) \psi_0(\omega) d\omega. \quad (4)$$

Если ни уровень знаний студента, ни уровень сложности задания неизвестны, то для апостериорных плотностей распределения этих показателей можем записать в соответствии с формулой полной вероятности

$$\varphi(\theta|w) = \int_0^1 \varphi(\theta|w, \omega) \nu(\omega|w) d\omega, \quad (5)$$

$$\psi(\omega|w) = \int_0^1 \psi(\omega|w, \theta) \varphi(\theta|w) d\theta. \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) для апостериорной плотности распределения уровня сложности задания в правую часть соотношения (5), получаем

$$\varphi(\theta|w) = \int_0^1 \varphi(\theta|w, \omega) \left( \int_0^1 \psi(\omega|w, \xi) \varphi(\xi|w) d\xi \right) d\omega. \quad (7)$$

Меняя в правой части соотношения (7) порядок интегрирования, после преобразований получаем

$$\varphi(\theta|w) = \int_0^1 \left( \int_0^1 \varphi(\theta|w, \omega) \nu(\omega|w, \xi) d\omega \right) \varphi(\xi|w) d\xi. \quad (8)$$

Аналогично, подставляя выражение (5) для апостериорной плотности распределения уровня знаний обучаемого в соотношение (6) и меняя порядок интегрирования, получим

$$\psi(\omega|w) = \int_0^1 \left( \int_0^1 \varphi(\theta|w, \zeta) \nu(\omega|w, \theta) d\theta \right) \psi(\zeta|w) d\zeta. \quad (9)$$

Уравнения (8) и (9) представляют собой два однородных интегральных уравнения Фредгольма II рода относительно неизвестных условных апостериорных плотностей распределения уровня знаний студента  $\varphi(\theta|w)$  и уровня сложности задания  $\psi(\omega|w)$ , при условии, что качество выполнения этого задания равно  $w$ . Ядро первого интегрального

уравнения (8) имеет вид  $M(\theta, \xi) = \int_0^1 \varphi(\theta|w, \omega) \nu(\omega|w, \xi) d\omega$ , а ядро интегрального уравнения

(9), соответственно,  $N(\omega, \zeta) = \int_0^1 \varphi(\theta|w, \zeta) \nu(\omega|w, \theta) d\theta$ . С учетом введенных обозначений

интегральные уравнения (8), (9) можно записать следующим образом:

$$\varphi(\theta|w) = \int_0^1 M(\theta, \xi) \varphi(\xi|w) d\xi, \quad \psi(\omega|w) = \int_0^1 N(\omega, \zeta) \psi(\zeta|w) d\zeta$$

В общем виде уравнения (8), (9) можно записать следующим образом:  $y(x) = \int_0^1 K(x, s) y(s) ds$ ,

где  $y(x)$  - неизвестная плотность распределения ( $\varphi(\theta|w)$  или  $\psi(\omega|w)$ ), а  $K(x, s)$  - ядро соответствующего интегрального уравнения. С учетом соотношений (1) – (4) интегральное ядро  $M(\theta, \xi)$  можно представить в виде:

$$M(\theta, \xi) = \varphi_0(\theta) / \nu(w|\xi) \cdot \int_0^1 \psi_0(\omega) \cdot \pi(w|\theta, \omega) \pi(w|\xi, \omega) / \pi(w|\omega) d\omega, \quad (10)$$

а интегральное ядро  $N(\omega, \zeta)$  в виде:

$$N(\omega, \zeta) = \psi_0(\omega) / \pi(w|\zeta) \cdot \int_0^1 \varphi_0(\theta) \cdot \pi(w|\theta, \zeta) \pi(w|\theta, \omega) / \nu(w|\theta) d\theta. \quad (11)$$

Напомним, что входящие в соотношения (10), (11) для интегральных ядер функции  $\varphi_0(\theta)$  и  $\psi_0(\omega)$  являются априорными распределениями соответствующих показателей и предполагаются известными, а функции  $\pi(w|\omega)$  и  $\nu(w|\theta)$  определяются соотношениями (2) и (3) соответственно. Таким образом, для вычисления интегральных ядер (10), (11) необходимо определить условные вероятности  $\pi(w|\theta, \omega)$  выполнения задания с уровнем качества  $w$  при условии, что уровень сложности задания равен  $\omega$ , а уровень знаний обучаемого равен  $\theta$ . **В дальнейшем будем предполагать, что качество выполнения задания оценивается бинарным показателем качества: «выполнено – не выполнено», т.е. величина  $w$  принимает два значения: 0 или 1. Это допущение позволяет воспользоваться результатами современной теории тестирования.** Будем предполагать, что вероятность правильного выполнения одного задания описывается двухпараметрической моделью Бирнбаума:  $P(a, b) = \exp(\alpha(a - b)) / (1 + \exp(\alpha(a - b)))$ , где  $a$  – уровень знаний обучаемого,  $b$  – сложность задания,  $\alpha$  – параметр модели [1, 2], который называется разрешающей способностью задания. В этой модели величины  $a, b$  принадлежат интервалу  $[0, \infty)$ . Чтобы воспользоваться этой моделью, сделаем замену переменных:  $a = -\ln(1 - \theta)$ ,  $b = -\ln(1 - \omega)$ . Получаем

$$p(\omega, \theta) = \frac{\exp\{\alpha[-\ln(1 - \theta) + \ln(1 - \omega)]\}}{1 + \exp\{\alpha[-\ln(1 - \theta) + \ln(1 - \omega)]\}} = \frac{(1 - \theta)^{-\alpha} (1 - \omega)^\alpha}{1 + (1 - \theta)^{-\alpha} (1 - \omega)^\alpha} = \frac{(1 - \omega)^\alpha}{(1 - \theta)^\alpha + (1 - \omega)^\alpha}.$$

Таким образом, условные вероятности  $\pi(w|\theta, \omega)$ , входящие в соотношения для интегральных ядер уравнений Фредгольма относительно апостериорных плотностей распределения неизвестных уровня сложности задания и уровня знаний обучаемого, имеют вид

$$\pi(1|\theta, \omega) = (1 - \omega)^\alpha / ((1 - \omega)^\alpha + (1 - \theta)^\alpha), \quad \pi(0|\theta, \omega) = (1 - \theta)^\alpha / ((1 - \omega)^\alpha + (1 - \theta)^\alpha).$$

Для решения интегральных уравнений (8), (9) воспользуемся методом последовательных приближений, согласно которому решение строится на основе итерационной процедуры

$$\text{вида} \quad y^{(i)}(x) = \int_0^1 K(x, s) y^{(i-1)}(s) ds.$$

В качестве примера на рис. 1, 2 показаны результаты выполнения итерационной процедуры для случая, когда априорная информация о значениях уровня знаний студента и уровне сложности задания отсутствует. **В этом случае предполагалось, что эти показатели имеют априорное равномерное распределение.** Результаты представлены для случая, когда студент дал правильный ответ. Пунктирной линией показана априорная плотность распределения. Можно видеть, что итерационная процедура сходится очень быстро, достаточно 4-5 итераций, чтобы получить апостериорные плотности распределения. На рис. 1, 2 показаны результаты выполнения итерационных циклов при вычислении апостериорных плотностей распределения уровня сложности задания (рис. 1) и уровня знаний студента (рис. 2) для случая, когда известны априорные распределения этих показателей (показанные пунктирной линией), а студент неправильно выполнил предложенное задание. *Скорость сходимости итерационных процедур остается такой же высокой.* На основании разработанного метода совместного определения апостериорных плотностей распределения уровней знаний студента и сложности задания был проведен анализ изменения апостериорных плотностей распределения по результатам выполнения студентом серии однотипных заданий.

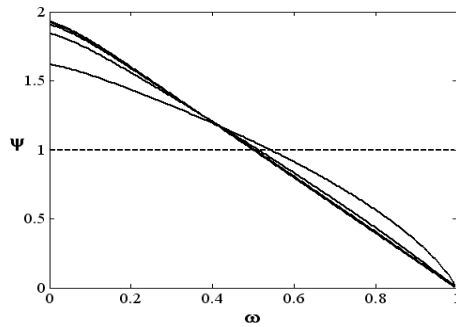


Рис. 1- Последовательные приближения плотности распределения уровня сложности задания при заданной априорной равномерной плотности распределения

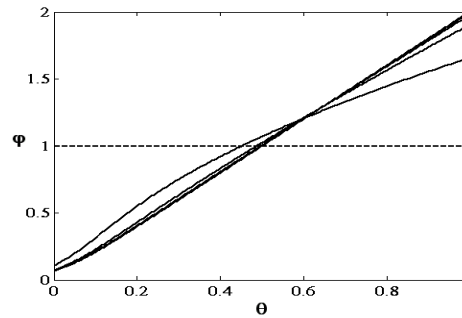


Рис. 2 - Последовательные приближения плотности распределения уровня знаний студента при заданной априорной равномерной плотности распределения

Определение апостериорных плотностей распределения осуществлялось после каждого выполненного задания. Апостериорные плотности распределения, определенные после выполнения предыдущего задания принимались в качестве априорных после выполнения следующего задания. Точнее, пусть студент выполнил  $j$ -е задание. Результат выполнения этого задания заложены в  $w_j$ . После выполнения предыдущего, ( $j-1$ )-го задания были вычислены апостериорные плотности распределения уровня сложности задания и уровня знаний обучаемого:  $\varphi_{j-1}(\theta|w_{j-1}, \omega)$ ,  $\psi_{j-1}(\omega|w_{j-1}, \theta)$  на основе решения интегральных уравнений (8), (9). Плотности распределения  $\varphi_{j-1}(\theta|w_{j-1}, \omega)$ ,  $\psi_{j-1}(\omega|w_{j-1}, \theta)$  принимаются в качестве априорных при вычислений интегральных ядер (10), (11) в интегральных уравнениях вида (8), (9) для вычисления апостериорных плотностей распределения  $\varphi_j(\theta|w_j, \omega)$ ,  $\psi_j(\omega|w_j, \theta)$  после выполнения  $j$ -го задания. Таким образом, последовательность вычислений апостериорных плотностей распределения после выполнения обучаемым  $j$ -го задания представляется в следующем виде:

- **вычисляются функции**

$$\pi(w_j|\omega) = \int_0^1 \varphi_{j-1}(\theta|w_{j-1}, \omega) \pi(w_j|\theta, \omega) d\theta, \quad \varphi_j(\theta|w_j, \omega) = \varphi_{j-1}(\theta|w_{j-1}, \omega) \pi(w_j|\theta, \omega) / \pi(w_j|\omega),$$

$$\nu(w_j|\theta) = \int_0^1 \psi_{j-1}(\omega|w_{j-1}, \theta) \pi(w_j|\omega, \theta) d\omega, \quad \psi_j(\omega|w_j, \theta) = \psi_{j-1}(\omega|w_{j-1}, \theta) \pi(w_j|\omega, \theta) / \nu(w_j|\theta);$$

- **вычисляются интегральные ядра**

$$M_j(\theta, \xi) = \int_0^1 \varphi_j(\theta|w_j, \omega) \nu_j(\omega|w_j, \xi) d\omega, \quad N_j(\omega, \zeta) = \int_0^1 \varphi_j(\theta|w_j, \zeta) \psi_j(\omega|w_j, \theta) d\theta;$$

- **методом последовательных приближений решаются интегральные уравнения вида**

$$\varphi_j(\theta|w_j, \omega) = \int_0^1 M_j(\theta, \xi) \varphi_j(\xi|w_j, \omega) \varphi(\xi|w) d\xi, \quad \psi_j(\omega|w_j, \theta) = \int_0^1 N_j(\omega, \zeta) \psi_j(\omega|w_j, \theta) d\zeta. \quad (12)$$

В качестве начального приближения при решении уравнений (12) используются апостериорные плотности распределения  $\varphi_{j-1}(\theta|w_{j-1}, \omega)$ ,  $\psi_{j-1}(\omega|w_{j-1}, \theta)$ , рассчитанные после выполнения предыдущего задания. Результаты последовательного вычисления апостериорных плотностей распределения после каждого задания представлены на рисунках 3, 4. Предполагалось, что априорная плотность распределения показателей сложности задания и уровня знаний студента неизвестны. Поэтому они были приняты равномерными. Студент выполнял 10 однотипных заданий, 6 из которых он выполнил правильно. Правильность выполнения заданий характеризуется вектором  $\{1, 0, 1, 0, 0, 0,$



1, 1, 1, 1}. Анализ представленных на рисунках 5, 6 результатов последовательного оценивания уровня знаний студента и уровня сложности задания показывает, что независимо от результата выполнения задания дисперсия оценки будет уменьшаться («ширина» графика плотности распределения каждого показателя уменьшается). Однако в зависимости от правильности ответа происходит смещение положения точки максимума плотности распределения, что соответствует смещению математического ожидания соответствующего показателя. Эти качественные выводы подтверждают зависимости, описывающие изменение оценки математического ожидания уровня знаний обучаемого и среднеквадратического отклонения этой оценки, представленные на рисунке 7.

Получение оценок уровня знаний студента и уровня сложности задания в виде апостериорных плотностей распределения позволяет получить как точечные, так и интервальные оценки этих показателей. *Таким образом, в данной работе предложен метод совместного оценивания уровня сложности заданий и уровня знаний обучаемого по результатам выполнения тестовых задач. Показана его быстрая сходимость, а также возможность рекуррентного применения при последовательном тестировании студента.*

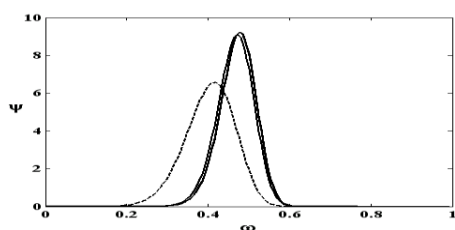


Рис. 3- Последовательные приближения плотности распределения уровня сложности задания при заданной априорной плотности распределения

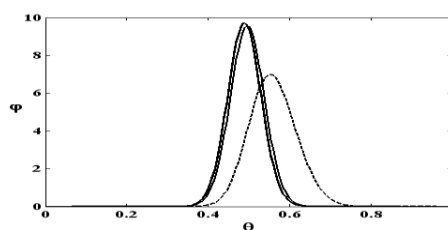


Рис. 4 - Последовательные приближения плотности распределения уровня знаний студента при заданной априорной плотности распределения

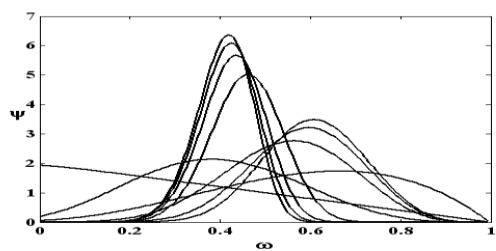


Рис. 5 - Изменение апостериорной плотности распределения уровня сложности задания после выполнения серии заданий одного уровня сложности

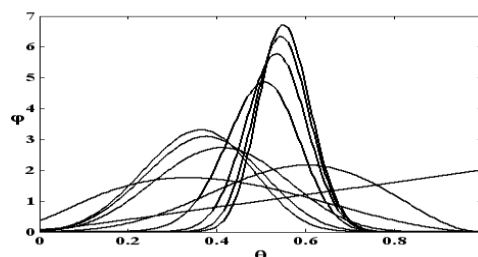


Рис. 6 - Изменение апостериорной плотности распределения уровня знаний обучаемого после выполнения серии заданий одного уровня сложности

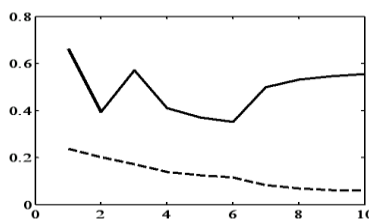


Рис. 7- Изменение математического ожидания (сплошная линия) и среднеквадратического отклонения (пунктирная линия) уровня знаний студента после выполнения серии заданий одного уровня сложности

## Литература

1. Нейман Ю.М., Хлебников В.А. Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов. М.: Прометей, 2000.
2. Сейдж Э., Мелса Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. /Пер. с англ. Под ред. Б.Р. Левина. М.: Радио и связь, 1982.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РИМАНА В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ ВЛИЯНИЯ МЕЖПЛАНЕТНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОКОЛОЗЕМНУЮ ГОЛОВНУЮ УДАРНУЮ ВОЛНУ ПРИ РЕЗКИХ ИЗМЕНЕНИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В СОЛНЕЧНОМ ВЕТРЕ

Пушкарь Е.А., Донской Д.В.

*ФГБОУ ВПО Московский государственный индустриальный университет, Москва, Россия, pushkar@msiu.ru*

**Аннотация.** Трансформация и распад околоземной головной ударной волны на систему МГД разрывов и волн под воздействием изменений динамического давления в солнечном ветре моделируется решением МГД задачи Римана о распаде разрыва. Явление возникает, когда контактный разрыв, на котором плотность солнечного ветра изменяется, сталкивается с околоземной головной ударной волной. Глобальная картина течения строится как мозаика точных решений с помощью оригинального МГД Riemann solver'a.

*Ключевые слова:* динамическое давление в солнечном ветре, резкие изменения плотности солнечного ветра, головная ударная волна, межпланетное магнитное поле.

**Abstract.** Transformation of the Earth's bow shock into a system of MHD discontinuities and waves initiated by abrupt variations in the solar wind dynamic pressure is simulated by solving the MHD Riemann problem of breakdown of an arbitrary discontinuity. This occurs when a contact discontinuity with sudden changes in the solar wind density, which propagates together with the solar wind, impinges on the Earth's bow shock. The global flow pattern is composed as a mosaic of exact solutions obtained by an original MHD Riemann solver.

*Key words:* solar wind dynamic pressure, sharp variations in the solar wind density, Earth's bow shock, 3D interaction, interplanetary magnetic field.

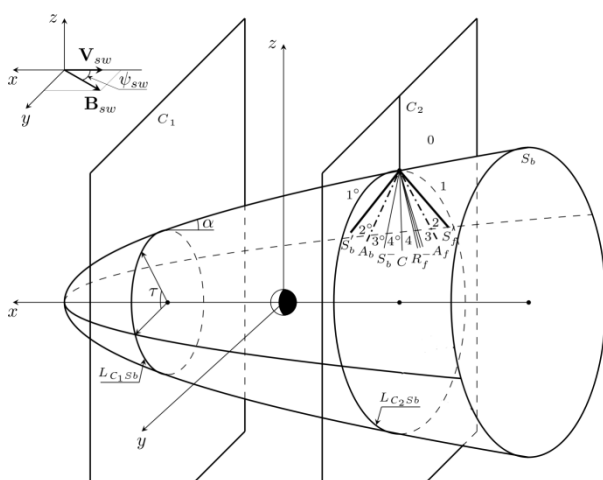
В настоящее время космические аппараты (Wind, SOHO, ACE) в солнечном ветре и группы спутников (THEMIS, Cluster, Double Star) в окрестности околоземной головной ударной волны и во внешней магнитосфере измеряют состояние межпланетной среды и магнитного поля. Данные используются для идентификации резких скачкообразных изменений в солнечном ветре, связанных с ударными волнами, вращательными, тангенциальными и контактными разрывами, и их проявлениями, которые наблюдаются на спутниках вблизи магнитосферы Земли, с целью предсказания космической погоды [1, 2].

Превосходя газокINETическое и магнитное давления (на орбите Земли они примерно равны) более чем в сто раз, динамическое давление солнечного ветра вносит решающий вклад в обтекание магнитосферы. Однако пренебрегать межпланетным магнитным полем нельзя. Как показывают точные решения двумерных и трехмерных задач о падении межпланетной ударной волны или альфвеновского разрыва на головную ударную волну [3-8], особенности взаимодействия в первую очередь обусловлены магнитным полем и его ориентацией относительно возникающих волн. Влияние резких и больших по амплитуде изменений динамического давления солнечного ветра на геомагнитное поле Земли при отсутствии вариаций напряженности межпланетного магнитного поля было установлено измерениями на космических аппаратах [9, 10].

Для правильной интерпретации измерений необходимо использовать точные решения задачи о взаимодействии разрыва солнечного ветра и околоземной головной ударной волны  $S_b$  [3-8]. В настоящей работе изменение динамического давления солнечного ветра моделируется скачком плотности на контактном разрыве, движущегося

вместе с солнечным ветром по линии Солнце-Земля. Полученные решения могут служить граничными условиями для расчета последующего воздействия на магнитосферу Земли.

**1. Постановка задачи.** В рамках идеальной магнитной гидродинамики в трехмерной постановке исследуем воздействие на  $S_b$  и магнитослой плоского фронта контактного разрыва  $C$  (рис.1). Выберем характерные параметры солнечного ветра на орбите Земли и межпланетного магнитного поля  $\mathbf{B}_{sw}$ , лежащего в плоскости эклиптики: газодинамическое число Маха  $M_{sw}=V_{sw}/a_0=8$ , газокINETическое и магнитное давления равны ( $\beta=8\pi r/B_{sw}^2 \approx 1$ ), угол  $\psi_{sw}$  между  $\mathbf{V}_{sw}$  и  $\mathbf{B}_{sw}$  равен  $45^\circ$ . Отношение плотностей на контактном разрыве  $\Delta\rho=\rho_{sw}/\rho'$  задается так, что при  $\Delta\rho < 1$  плотность на  $C$  растет в  $1/\Delta\rho$  раз, а при  $\Delta\rho > 1$  падает в  $\Delta\rho$  раз. Отношение плотностей варьировалось в широких пределах:  $\Delta\rho$  изменялось от 0.25 (плотность и динамическое давление возрастают в 4 раза) до 4 (плотность и динамическое давление уменьшаются в 4 раза).



Глобальная картина течения в окрестности  $S_b$  составлялась как мозаика точных регулярных решений с учетом магнитного поля (рис. 1), полученных на компьютере при помощи оригинального 3D MHD Riemann solver'a [3]. Волновая картина течения есть функция широты  $\alpha$  (угол наклона элемента поверхности  $S_b$  к  $\mathbf{V}_{sw}$ ) и долготы  $\tau$  (меридианный угол) на  $S_b$  [3-8].

Рис. 1. Положения фронта контактного разрыва  $C_i$  ( $i=1,2$ ) и линии  $L_{CiSb}$  пересечения  $C$  с поверхностью головной ударной волны  $S_b$  при перемещении контактного разрыва вместе с солнечным ветром.

**2. Волновая структура взаимодействия.** Волновая картина взаимодействия, в которой каждая волна выделена отдельно и вычисляется с заданной точностью, найдена в зависимости от  $\alpha$  и  $\tau$  (в градусах) как точное решение задачи о распаде произвольного МГД разрыва между состояниями за  $C$  и  $S_b$  на линии  $L_{CSb}$  (рис. 1). Линия  $L_{CSb}$  движется со сверхзвуковой скоростью, поэтому взаимодействие можно рассматривать локально.

Изображения соответствуют виду на  $S_b$  от Солнца. Начало координат находится в вершине поверхности  $S_b$  (подсолнечная точка, широта  $\alpha=90^\circ$ ). Окружности с центрами в начале координат соответствуют широтам  $\alpha=\text{const}$ , полярный угол соответствует долготе  $\tau=\text{const}$  и задает меридианы - радиусы, исходящие из начала координат. Волновая картина задана комбинацией букв  $S$  (ударная волна),  $A$  (альфвеновский разрыв) и  $R$  (волна разрежения). Нижние индексы  $f$  и  $b$  обозначают волны, идущие в магнитослой (forward) и в солнечный ветер (backward), верхние индексы  $+$  и  $-$  обозначают быстрые и медленные волны, соответственно. Трансформированная головная ударная волна обозначена  $S_b'$ . Преломленный и отраженный альфвеновские разрывы показаны всюду, хотя есть линии и области, где их интенсивности равны нулю, и они фактически отсутствуют.

Из диаграмм на рис. 2 видна симметрия взаимодействия относительно плоскости эклиптики (меридианы  $\tau=0^\circ$  и  $\tau=180^\circ$ ): волновые картины течения идентичны в северной и южной частях поверхности  $S_b$ . Имеется существенная асимметрия течения по отношению к флангам «утро-вечер» («заря-сумерки»), обусловленная различным наклоном вектора  $\mathbf{V}_{sw}$  к поверхности  $S_b$ . На фланге «заря» (левая часть диаграмм на рис. 2) головная ударная волна - квазипараллельная, а на фланге «сумерки» (правая часть) - квазиперпендикулярная (по углу между  $\mathbf{V}_{sw}$  и нормалью к поверхности  $S_b$ ). Регулярное решение существует не на всей поверхности  $S_b$  (рис. 2): область регулярного решения простирается от  $\alpha=90^\circ$  до значений широты  $\alpha \approx 35-55^\circ$  в зависимости от  $\Delta\rho$ . Уменьшение области существования

регулярного решения при падении плотности на  $C$  обусловлено уменьшением числа Маха, которое пропорционально  $\Delta_p^{-1/2}$ , в солнечном ветре за  $C$ .

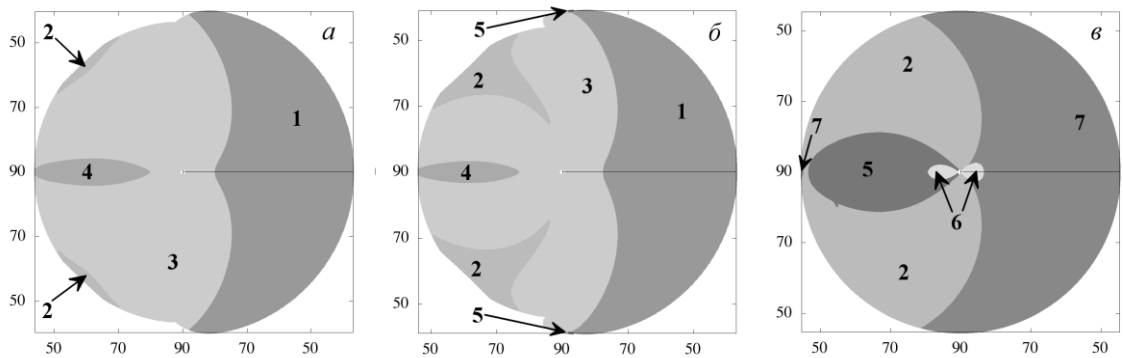


Рис. 2. Волновые картины течения при  $\Delta_p = 1.5$ ,  $N=1.1$  (а),  $\Delta_p = 1.5$ ,  $N=1.4$  (б),  $\Delta_p = 0.417$ ,  $N=1.1$  (в). Цифрами обозначены течения: 1 –  $R_f^+ A_f S_f^- C S_b^- A_b S_b'$ , 2 –  $S_f^+ A_f R_f^- C S_b^- A_b S_b'$ , 3 –  $R_f^+ A_f R_f^- C S_b^- A_b S_b'$ , 4 –  $R_f^+ A_f R_f^- C R_b^- A_b S_b'$ , 5 –  $S_f^+ A_f S_f^- C S_b^- A_b S_b'$ , 6 –  $S_f^+ A_f S_f^- C R_b^- A_b S_b'$ , 7 –  $S_f^+ A_f R_f^- C R_b^- A_b S_b'$ .

При росте динамического давления солнечного ветра ( $\Delta_p < 1$ ) всегда генерируется быстрая ударная волна  $S_f^+$ , которая первой проникает в магнитослой (рис. 2,в). Она оказывает сжимающее влияние на магнитопаузу и магнитосферу Земли. Однако влияние межпланетного магнитного поля приводит к тому, что даже при падении динамического давления солнечного ветра ( $\Delta_p > 1$ ) в определенных областях на  $S_b$  также может возникать быстрая ударная волна, как это происходит, например, при  $\Delta_p = 1.5$ ,  $N=1.4$  (рис. 2,б). Аналогичная картина имеет место при  $\Delta_p = 1.25$ ,  $N=1.1$ . При меньшей напряженности межпланетного поля или большем уменьшении плотности на  $C$  ( $\Delta_p > 1.5$ ) области с  $S_f^+$  исчезают, в магнитослой первой всегда проникает быстрая волна разрежения  $R_f^+$  (рис. 2,а).

**3. Интенсивности волн, возникающих при взаимодействии.** Волны, возникающие при взаимодействии  $C$  и  $S_b$ , по-разному воздействуют на проводящую среду и магнитное поле. В ударных волнах давление и плотность возрастают, а напряженность магнитного поля растет (в  $S^+$ ) или падает (в  $S^-$ ), в волнах разрежения  $R^\pm$  положение прямо противоположное. Среда может ускоряться (тормозиться) по газодинамическим причинам или за счет воздействия пондеромоторных сил магнитного поля. В зависимости от направления магнитное поле может усиливать или ослаблять сжатие (разрежение) среды. В альфвеновских разрывах плотность, давление и нормальные компоненты скорости и магнитного поля не изменяются, но из-за поворота магнитного поля касательная компонента скорости меняется из-за влияния силы Лоренца ( $\mathbf{j}_A \times \mathbf{B}$ )/ $c$  (здесь  $\mathbf{j}_A$  – ток, текущий по фронту альфвеновского разрыва) и таким образом происходит воздействие на среду. Суммарное динамическое воздействие на среду складывается из этих факторов. Будем оценивать динамическое воздействие  $I_{\text{dyn}}$  на среду по формулам [4, 6]:

$$I_{\text{dyn}} = k \ln(1 + F_N(P_1, P_0, |\mathbf{B}|_1, |\mathbf{B}|_0) + F_\tau(\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_0)),$$

$$F_N(P_1, P_0, |\mathbf{B}|_1, |\mathbf{B}|_0) = |P_1 - P_0| + \gamma N^2 (|\mathbf{B}|_1^2 - |\mathbf{B}|_0^2),$$

$$F_\tau(\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_0) = \gamma N^2 |\mathbf{B}_0 \times \mathbf{B}_1|,$$

где индексы 0 и 1 обозначают состояния перед и за волной или разрывом,  $P$  и  $\mathbf{B}$  – безразмерные давление и магнитное поле, отнесенные к начальному состоянию среды,  $k$  – некоторый безразмерный коэффициент, выбираемый так, чтобы величина  $I_{\text{dyn}}$  не превосходила 50;  $F_N$  определяется силами по нормали к волне или разрыву и связано с

изменением полного давления,  $F_\tau$  зависит от касательной силы;  $\gamma$  – отношение удельных теплоемкостей и  $N$  – число Альфвена в солнечном ветре (в спокойном солнечном ветре  $N=1.1$ ; возможны отклонения от этого значения в ту и другую сторону, значение  $N=1.4$  соответствует магнитному давлению, вдвое превосходящему газодинамическое).

На рис. 3, 4 представлены интенсивности волн, рассчитанных по этим формулам при  $k=5$  в единицах, общих для всех волн, для значений  $\Delta_p=1.5$ ,  $N=1.4$  и  $\Delta_p=0.417$ ,  $N=1.1$ . Диаграммы построены как функции широты  $\alpha$  (указаны в градусах у каждой диаграммы по вертикали и горизонтали) и долготы  $\tau$  и представляют собой проекции поверхности  $S_b$  на плоскость  $YZ$  (рис. 1), перпендикулярную оси Солнце-Земля (вид со стороны Солнца).

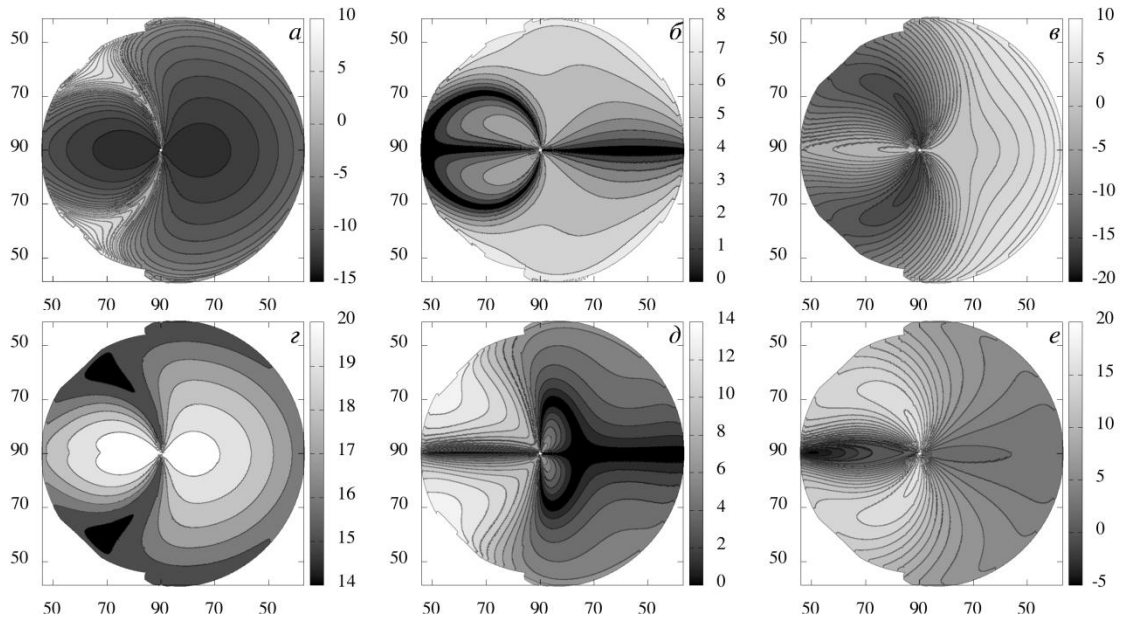


Рис. 3. Интенсивности волн, возникающих при падении  $C$  на  $S_b$  при  $\Delta_p=1.5$ ,  $N=1.4$ : прошедших в магнитослой (преломленных на  $S_b$ ) быстрых ударных волн  $S_f^+$  или волн разрежения  $R_f^+$  (а), альфвеновского разрыва  $A_f$  (б) и медленных волн  $S_f^-$  и  $R_f^-$  (в); трансформированной головной ударной волны  $S_b'$  (г), отраженного альфвеновского разрыва  $A_b$  (д) и медленных волн  $S_b^-$  и  $R_b^-$  (е).

Подсолнечная точка проектируется в начало координат  $\alpha=90^\circ$ . Линии равной широты (параллели) – концентрические окружности с центром в начале координат и радиусами  $90^\circ - \alpha$ . Меридианам соответствуют радиусы  $\tau=\text{const}$ ,  $\tau$  отсчитывается от оси абсцисс (ось  $y$  на рис. 1). Шкалы интенсивностей даны у каждой диаграммы. Для быстрых и медленных волн положительные значения интенсивностей отвечают ударным волнам, отрицательные – волнам разрежения. Для альфвеновских разрывов нуль соответствует отсутствию воздействия на среду (ток, текущий по  $A_f$  или  $A_b$ , равен нулю). При своем продвижении фронт  $C$  пересекает  $S_b$  по расширяющимся концентрическим окружностям  $\alpha=\text{const}$ , радиусы которых монотонно растут от нуля в подсолнечной точке  $S_b$  до максимума на границе решения (рис. 2-4).

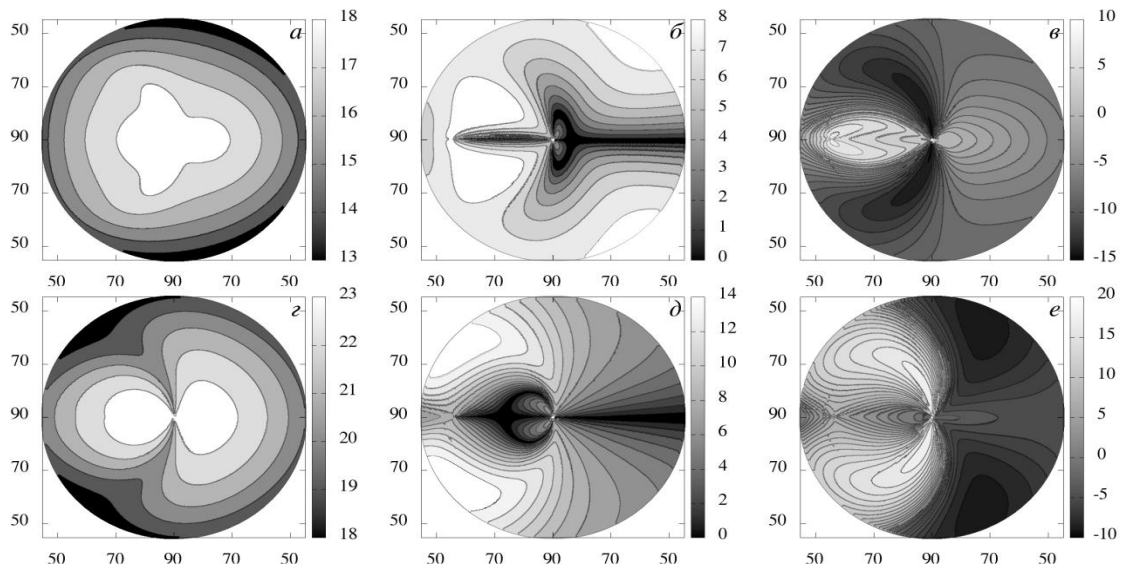


Рис. 4. Интенсивности волн, возникающих при падении  $C$  на  $S_b$  при  $\Delta\rho = 0.417$ ,  $N=1.1$ . Обозначения те же, что и на рис. 3.

Рассматриваемая задача представляет собой яркий пример нелинейного распада и трансформации криволинейной головной ударной волны, которая представляет собой быструю МГД ударную волну с системой электрических токов, генерирующих изменения магнитного поля в соответствии с соотношениями на сильных МГД разрывах [3], под воздействием чисто газодинамического возмущения среды, каким является контактный разрыв, на котором магнитное поле не меняется, и электрические токи отсутствуют [9,10]. Приведенные решения для интенсивностей возникающих волн (рис. 3, 4) показывают, насколько сложной является система электрических токов в результирующем течении.

Динамическое воздействие  $S_b$  на солнечный ветер плавно изменяется от  $I_{\text{dyn}} = 21$  до  $\approx 14$  (при  $N=1.1$ ) на границе регулярного течения. Трансформированная головная ударная волна  $S_b'$  ослабляется при уменьшении напряженности магнитного поля и падении плотности на  $C$  ( $I_{\text{dyn}} = 20$  при  $\alpha=90^\circ$ ,  $\Delta\rho = 1.5$ ,  $N=1.4$ ) и усиливается при росте плотности и магнитного поля ( $I_{\text{dyn}} = 23$  при  $\alpha=90^\circ$ ,  $\Delta\rho = 0.417$ ,  $N=1.1$ ). На распределении  $I_{\text{dyn}}(\alpha, \tau)$  в  $S_b'$  (рис. 3г, 4г) появляются характерные дугообразные "долины" (понижения интенсивности) к западу от полуденного меридиана  $\tau=90^\circ$  и  $270^\circ$ , начинающиеся в подсолнечной точке и тесно связанные с изменением величин во всех остальных волнах (рис. 3, 4).

Быстрые волны ( $S_f^+$  или  $R_f^+$ ) первыми проникают в магнитослой и оказывают наибольшее влияние на него и магнитосферу Земли (рис. 3а, 4а). На рис. 3а видны две области, в которых, хотя динамическое давление в солнечном ветре падает ( $\Delta\rho=1.5$ ), возникают быстрые ударные волны  $S_f^+$ . Эти области соответствуют зонам уменьшения интенсивности  $S_b'$  (рис. 3г). При  $\Delta\rho < 1$  (плотность на  $C$  растет) всегда возникают  $S_f^+$ , их интенсивность может превосходить  $I_{\text{dyn}}$  в  $S_b$  ( $I_{\text{dyn}}=22$  при  $\Delta\rho=0.25$ ). Области с наибольшим значениями  $I_{\text{dyn}}$  в  $S_f^+$  отвечают понижениям  $I_{\text{dyn}}$  в  $S_b'$  (рис. 4а,  $\Delta\rho=0.417$ ).

Альфвеновские разрывы  $A_f$  и  $A_b$  принадлежат разным группам волн (проникающим в магнитослой за  $S_f^+$  и движущимся за  $S_b'$  в возмущенный солнечный ветер). Их удобно рассмотреть совместно для понимания тонкой структуры течения. Отметим "взаимность" распределений  $I_{\text{dyn}}(\alpha, \tau)$  в  $A_f$  и  $A_b$  при  $\Delta\rho > 1$  (рис. 3б, 3д) и  $\Delta\rho < 1$  (рис. 4б, 4д): распределение  $I_{\text{dyn}}(\alpha, \tau)$  в отраженных  $A_b$  при  $\Delta\rho > 1$  (рис. 3д) имеет некоторое сходство по форме с  $I_{\text{dyn}}(\alpha, \tau)$  в  $A_f$ , прошедших в магнитослой, (рис. 4б) при  $\Delta\rho < 1$ , но максимальная интенсивность последних меньше почти в 2 раза.

Как и при падении межпланетной ударной волны [4, 6, 7], характерным свойством распределения  $I_{\text{dyn}}(\alpha, \tau)$  в  $A_f$  и  $A_b$  является близость к нулю  $|A_f|$  и  $|A_b|$  почти всюду на меридианах  $\tau=0^\circ$  и  $180^\circ$ , за исключением, может быть, узкой области на фланге заря (нетёмные области слева на рис. 4б, 4д). С точки зрения МГД-модели эта особенность

течения связана с тем, что при  $\tau=0^\circ$  и  $180^\circ$  взаимодействие плоскополяризованное и в случае возникновения альфвеновского разрыва ( $A_f$  или  $A_b$ ) магнитное поле в нем должно повернуться вокруг нормали ровно на  $180^\circ$ , чтобы остаться в плоскости течения. Электрические токи, необходимые для такого поворота, должны быть очень большими, что влечет за собой большие изменения касательных скоростей. Поэтому альфвеновские разрывы могут возникнуть двумя способами: или скачкообразно отщепляясь от выключающей медленной ударной волны  $S^{-*}$  (катастрофы  $K_{L\pm}$ ,  $|A| \neq 0$ ), или непрерывно отслаиваясь от медленной волны разрежения  $R^-$  (катастрофа  $K_{L0}$ ,  $|A| = 0$ ) [3]. Первая ситуация дважды реализуется при увеличении динамического давления ( $\Delta_p=0.417$ ,  $N=1.1$ ):  $A_f$ , отсутствовавший при  $\alpha > 58^\circ$  ( $\tau=180^\circ$ ), достигает максимальной интенсивности при  $\alpha \approx 58^\circ$  скачком (рис. 4б), и почти одновременно  $A_b$  отслаивается от  $S^{-*}$  меньшей интенсивности (рис. 4д), что соответствует течению  $S_f^+ A_f S_f^- S_b^- A S_b'$  на рис. 2, в. Следует отметить, что наиболее сильные токи в  $A_f$  и  $A_b$  образуются вне плоскости эклиптики (светлые области на рис. 3б, 4б, 3д, 4д).

*Медленные прошедшие волны  $S(R)_f^-$ .* Видно, что их поведение сходно на фланге заря при  $\Delta_p=1.5$  и  $\Delta_p=0.417$  (рис. 3в, 4в) и наблюдается формирование сильных волн разрежения  $R_f^-$  ( $I_{dyn} \approx -15$ ) в тех зонах, где  $S_b'$  имеет пониженную интенсивность (рис. 3в, 4в). Поведение *медленных отраженных волн  $S(R)_b^-$*  противоположное: в зонах, где имеются сильные волны разрежения  $R_f^-$ , генерируются сильные ударные волны  $S_b^-$  (рис. 3е, 4е). На фланге сумерки магнитное поле квазипараллельно  $S_b$ , и при  $\Delta_p=1.5$  формируются  $S_b^-$  небольшой интенсивности (рис. 3е). При  $\Delta_p < 1$  образуются  $R_b^-$ , усиливающиеся с ростом динамического давления до  $I_{dyn} = -10$  (рис. 4е). Отметим, что при сильном росте динамического давления ( $\Delta_p=0.25$ ) возникающие волны существенно отличаются от волн при его небольшом и умеренном увеличении ( $\Delta_p=0.417$ , рис. 4).

**4. Выводы.** В случае резких изменений динамического давления в солнечном ветре влияние межпланетного магнитного поля весьма существенно и асимметрично на флангах заря-сумерки, что обусловлено различной ориентацией магнитного поля по отношению к головной ударной волне. При росте динамического давления в магнитослой первой всегда проникает быстрая ударная волна, ее интенсивность может очень большой и достигать интенсивности головной ударной волны. Найдено, что в случае снижения динамического давления на 25-50% на головной ударной волне имеются характерные дугообразные зоны на фланге заря, в которых лидирующая быстрая волна является МГД ударной волной, что может приводит к неоднородной деформации (местному ударному сжатию) магнитопаузы. Показано, что для этого межпланетное магнитное поле должно быть достаточно сильным, но такое явление может реализоваться при типичных условиях на орбите Земли.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-01-00335) и гранта РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-3530.2014.1).

## Литература

1. Pallochchia, G., Samsonov A. A., Bavassano Cattaneo M. B., Marcucci M. F., Rème H., Carr C. M., and Cao J. B. Interplanetary shock transmitted into the Earth's magnetosheath: Cluster and Double Star observations, *Ann. Geophys.*, 2010, Vol. 28, 1141–1156, doi:10.5194/angeo-28-1141-2010.
2. Samsonov A. A., Sibeck D. G., Zolotova N. V., Biernat H. K., Chen S.-H., Rastaetter L., Singer H. J., and Baumjohann W., Propagation of a sudden impulse through the magnetosphere initiating magnetospheric Pc5 pulsations, *J. Geophys. Res.*, 2011, Vol. 116, A10216, doi:10.1029/2011JA016706.
3. Бармин А.А., Пушкарь Е.А. Магнитогидродинамическое описание процесса столкновения ударного возмущения солнечного ветра и головной ударной волны // Изв. РАН, МЖГ, 1992, № 4, С. 140-155.

4. Пушкарь Е.А. Трехмерное магнитогидродинамическое описание процесса столкновения ударной волны солнечного ветра и околоземной головной ударной волны // Изв. РАН, МЖГ, 2009, № 6, С. 139-156.
  5. Пушкарь Е.А. Трехмерное магнитогидродинамическое описание процесса падения вращательного разрыва солнечного ветра на околоземную головную ударную волну // Изв. РАН, МЖГ, 2011, № 2, С. 155-176.
  6. Пушкарь Е.А., Королев А.С. Столкновение ударной волны солнечного ветра с околоземной головной ударной волной. Волновая структура течения // Тр. Мат. ин-та им. В.А. Стеклова, 2013, Т.281, С. 199-214.
  7. Королев А.С., Пушкарь Е.А. Столкновение ударной волны солнечного ветра с околоземной головной ударной волной. Гидродинамические параметры и магнитное поле // Изв. РАН, МЖГ, 2014, № 2, С.148-166.
  8. Пушкарь Е.А. Столкновение межпланетного вращательного разрыва с околоземной головной ударной волной. Гидродинамические параметры и магнитное поле // Изв. РАН, МЖГ, 2015, № 1, С.152-169.
  9. Borodkova N., Zastenker G., Riazantseva M., Richardson J. Large and sharp solar wind dynamic pressure variations as a source of geomagnetic field disturbances at the geosynchronous orbit // Planet. Space Sci., 2005, V.53, №1-3, P. 25-32.
  10. Сайбек Д.Г., Бородкова Н.Л., Застенкер Г.Н. Вариации параметров солнечного ветра как источник кратковременных возмущений магнитного поля в дневной магнитосфере // Космические исследования, 1996, т.34, №3, С.248-263.
- 

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НЕЛИНЕЙНОЙ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭКОНОМИКЕ**

Сафарян Ю.С., Карапетян Д.Р.

*Горисский государственный университет, Горис, Армения*

**Аннотация:** В статье методами нелинейной волновой динамики исследуются области больших изменений параметров стохастических процессов. Дается применение общего метода нелинейных волн к выводу нелинейного уравнения для опционов, обобщающего линейное уравнение Black–Sholes для задачи динамики ценных бумаг, дается его решение и получена таблица для опционов. Эти исследования позволяют описать процессы более точно, чем с помощью линейной теории особенно в экстренных областях.

**Ключевые слова:** Нелинейная теория, нелинейные волны, опцион, нелинейные уравнения, диффузия, вероятность, ценные бумаги, стохастические процессы, Марковские процессы.

**Abstract:** In present paper by the methods of nonlinear waves dynamics the regions of large variations of parameters of stochastic processes are investigated. We solved nonlinear variant of known linear equation “Black- Sholes” for options on market and obtained analytical and numerical solutions for them in cases of pure shock waves, neglecting term with volatility, as well as, for full nonlinear diffusion mentioned equation and constructed tables for options.



These investigations allow describe mentioned processes more accurately than by linear theory, essentially in extremely regions.

*Key words:* Nonlinear theory, nonlinear waves, option, nonlinear equations, diffusion, probability, stock, stochastic processes, Markov processes.

Статистическая обработка экспериментальных данных различных стохастических процессов в экономике, является бурно развивающейся наиболее важной современной наукой и практической дисциплиной, которой посвящаются многочисленные конференции [1–3]. Вместе с тем имеется много работ, где проводится уточнение и даже отказ от нормального распределения. Это связано с тем, что при весьма больших размерах и скоростях изменения параметров процесса нормальное распределение удовлетворяющее линейным уравнениям диффузии для вероятности, которое годится для плавных медленных изменений случайных параметров, должно замениться нелинейными уравнениями в разных вариантах [7,8,5].

В статьях [9,10,] дается новый подход к этой проблеме нелинеаризации, который основан на методах нелинейной волновой динамики сплошных сред. В газовой динамике и нелинейной теории упругости показано, что даже для слабых возмущений в окрестности волны следует учитывать нелинейность. В стохастических задачах средние кривые процесса можно считать фронтами волн для линейных уравнений диффузии, где коэффициент сноса представляет скорость волны, сглаженной диффузионным слагаемым. Эти уточненные нелинейные уравнения диффузии для вероятности написаны и решены в [9], в случае изучения областей больших изменений кривых параметров экономических процессов, а также при построении модели предсказания экономического кризиса, первого сейсмического толчка и распространения пандемий.

В данном докладе дается решение известного уравнения динамики ценных бумаг Black–Sholes для опционов, в котором нами, по аналогии с волновой динамикой добавлено [4,9] нелинейное слагаемое в скорость волны или в скорость риска, т.е. коэффициент при первой производной от искомой функции, опциона, или в терминах [4,9] в линейную скорость волны, что согласно нелинейной волновой динамике необходимо делать для значительных значений опционов, и даже и для малых их значений, но при исследовании решения в окрестности волны. В статьях [4,9] дается учет нелинейности в известном уравнении динамики опционов и сделаны расчеты ударных волн в рассмотренной в [9] задаче о конечных условиях для опционов.

Уравнение Black–Sholes в линейной задаче для опционов  $u(x, t)$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = ru - rx \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} v^2 x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

где  $u(x, t)$  есть возможность покупки из запасов  $x$  или опционы, что аналогично в диффузионных уравнениях функции вероятности  $P(x, t)$ ,  $r$  – скорость возвращения запасов в сдвинутую позицию или скорость риска [18],  $v^2 = b$  скорость возвращения запасов в общую совокупность  $x$ . Сделав замену [19]  $u = V e^z$ ,  $\frac{x}{c} = e^z$ , где  $c$  – постоянная, задающая минимальное  $x$  в конечном условии по  $t$ , можно получить уравнение

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -a_0 \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}, \quad a_0 = r + \frac{1}{2} b \quad (2)$$

что по форме совпадает с переменной знака  $t$  и  $a_0$  с линейными уравнениями диффузии для марковских процессов [14,15] с прямым трендом. Как и в [4,9,] можно учесть нелинейность скорости волны и записать уравнение (2) для обратного времени  $t' = t^* - t$ ,  $t' > 0$  [18]

$$\frac{\partial V}{\partial t'} = \frac{\partial V}{\partial z} (a_0 - \gamma N) + \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (3)$$

где  $\gamma$  есть коэффициент нелинейности, который, как и  $a_0$  можно найти из кривых  $\bar{x}(t)$  для конкретных задач динамики цен. Сделав замены в (3), аналогично соответствующим акустическим задачам из (3) получим  $Z = z + a_0 t'$ ,  $Z = -a_0 \tau$  (4)

$$\left. \frac{\partial V}{\partial t'} \right|_z + \gamma V \frac{\partial V}{\partial Z} = \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \quad (5)$$

Решение уравнения (5) известно  $\gamma N = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \Phi}{\partial t'} = \frac{\gamma^2 V^2}{2} - \frac{1}{2} b \gamma \frac{\partial V}{\partial z}$

$$\Phi = \gamma \int_z^\infty V dZ, \quad \Phi = b \ln \Psi, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t'} = \frac{1}{2} b \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2}, \quad \Psi = \exp\left(\frac{\gamma}{b} \int_z^\infty V dZ\right) \quad (6)$$

Поскольку можно записать решение задачи о начальных, или в данном случае, конечных (matured time  $t^*$ ,  $t = t^*$ ) условиях [18], [4,9],  $u(x, t') = x - c$ ,  $x > c$ ,  $u(x, t) = 0$ ,  $x < c$ ;

$$u(x, 0) = 0, \quad z < 0, \quad V(z, 0) = c(1 - e^{-z}), \quad z > 0 \quad (7)$$

в виде известного решения уравнения для  $\Psi$ , и  $\Omega = \exp\left\{\int_Y^\infty \frac{\gamma}{b} V(Y', 0) dY' - \frac{(Z - Y)^2}{2bt'}\right\}$

$$-\gamma V(Z, t') = \int_{-\infty}^\infty \frac{Z - Y}{t'} \Omega dY \Big/ \int_{-\infty}^\infty \Omega dY \quad (8)$$

Из этого решения при  $b = 0$  получится решение ударных волн.

Из (8), подставляя  $V(Y', 0)$ , из (7), вычисляя интеграл по  $Y'$  можно получить, введя обозначения  $Z/\sqrt{bt'} = \chi$ ,  $Y/\sqrt{bt'} = \xi$ ,

$$-\frac{\gamma}{b} V(z, t') = \frac{e^{-\frac{\chi^2}{2}} + \int_0^\infty (\chi - \xi) \exp\left\{\frac{c\gamma}{b}(-\sqrt{bt'}\xi + 1 - e^{-\sqrt{bt'}\xi}) - \frac{(\chi - \xi)^2}{2}\right\} d\xi}{\int_z^\infty e^{-\frac{z'^2}{2}} dz' + \int_0^\infty \exp\left\{\frac{c\gamma}{b}(-\sqrt{bt'}\xi + 1 - e^{-\sqrt{bt'}\xi}) - \frac{(\chi - \xi)^2}{2}\right\} d\xi} \quad (9)$$

В ходе расчетов следует задавать значения  $bt' = 1/10, 1/3, 2/3, 1, 5$

$$z/\sqrt{bt'} = \square 5, \square 1, \square 2/3, \square 1/3, 0, \quad c = z/\sqrt{bt'} + a_0/\sqrt{bt'}$$

и составлять таблицу левой части (9).

$\frac{z}{\sqrt{bt'}}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	5
-5	0.0015	0.0264	0.0829	0.0388	0.036
-1	0.144	0.195	0.021	0.0589	0.0275
$-\frac{2}{3}$	0.159	0.094	0.073	0.0602	0.0277
$-\frac{1}{3}$	0.174	0.103	0.074	0.0645	0.0285
0	0.186	0.107	0.077	0.0628	0.0293
$\frac{1}{3}$	0.199	0.111	0.078	0.064	0.0284

$\frac{2}{3}$	0.210	0.144	0.075	0.065	0.0287
1	0.221	0.117	0.085	0.076	0.0289
5	0.288	0.135	0.092	0.085	0.0315

Следует отметить, что при получении таблицы считалось  $c\gamma/b=1$ , тогда получается, что  $V/c < 0$ , т.е., в отличие от решения [9] для случая отсутствия диффузии, где  $b=0$ , и было взято  $c\gamma/a_0 = -1$ , и получалось  $V/c > 0$ , что соответствовало [9] ударной волне сжатия для газовой динамики [13], здесь уже имеет место, сглаженная за счет диффузии [19], ударная волна разрежения,  $V/c < 0$ , как и в теории упругости, причем, поменяв знаки  $\gamma, V/c$  на обратные, и уменьшив  $b/a_0$  примерно в сто раз, можно заметить согласие численных значений таблиц данной работы и статьи [9], в особенности, для малых  $V/c$ , что соответствует дефолту [4,9].

### Литература

1. Багдоев А.Г., Мартиросян Х.А., Сафарян Ю.С., Карапетян Д.Р. Аналитические и численные исследования динамических процессов в экономике, информатике, биологии, генетике, сейсмологии, социологии методами нелинейной волновой динамики. //VII-ая международная школа-семинар „Многомерный статистический анализ и эконометрика” Труды. Пос. Цахкадзор (Республика Армения) Москва. 2008. с.46-48.
2. Багдоев А.Г., Сафарян Ю.С., Карапетян Д.Р., Багдасарян Е.Г., Сафарян А.С. Применение метода нелинейной волновой динамики к стохастическим процессам экономики, биологии, звездной динамики, психологии, сейсмологии // Материалы XVI международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. 2009. Алушта. С.91-94.
3. Мазур И.И., Молдавинов О.И. Введение в инженерную экологию М.: Наука, 1989.
4. Baehr Christophe and Pannekucke Olivier Some issues and results on the EnKF and Particle Filters for meteorological models //II Int. Conf. „Chaos 2009”, Chainia, Grete, Greece.
5. Atsalakis George, TsakalakiKaterina, Skiadas Christos Forecasting Chaotic time series by simulating annealing //II Int. Conf. „Chaos 2009”, Chainia, Grete, Greece.
6. БагдоевА.Г., Варданян С.В., КарапетянД.Р.,Мартиросян Г.А. Аналитические и численные исследования динамических процессов в экономике методами волновой динамики // Прикладная эконометрика. №1. (13). 2009.
7. Martirosyan G.A., Bagdoyev A.G. The investigation of stochastic processes in biology by methods of nonlinear wave dynamics // Doklady of National Academy of Sciences of RA. №4. 2008.
8. Fisher Black and Sholes Myron The pricing of options and corporate liabilities. The Journal of political Economy. 1973. N 8. (3).
9. LighthillM.J. Viscosityeffectsinsoundwavesoffiniteamplitudes. // SurveysinMechanics. 1956. p.p.250-351.
10. Бурда М., Виплош Ч. Макроэкономика. Европейский текст. СПб. 1998.

**СЕКЦИЯ 3**  
**НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ В ВУЗАХ И**  
**ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ**

---

**ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ МАГНИТНЫХ**  
**ХАРАКТЕРИСТИК РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ НА**  
**ОСНОВЕ ГАДОЛИНИЯ**

Арутюнян Н.П., Агабабян Э.В.

*Ереванский государственный университет,  
Армения, harnorik@rambler.ru*

**Аннотация.** Исследована намагниченность магнитоупорядоченных соединений в системе  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  с частичным замещением атомов кремния и германия изовалентными атомами олова. Из температурных и полевых зависимостей намагниченности сплавов  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  с  $2x = 0 - 0.1$  определены максимальные изменения магнитной части энтропии ( $\Delta S_M^{max}$ ) сплавов. Установлено, что при легировании сплавов оловом значения температуры Кюри  $T_C$  и  $\Delta S_M^{max}$  сплавов возрастают. Наблюдается почти двухкратное увеличение  $\Delta S_M^{max}$  при увеличении  $T_C$  на  $\Delta T_C \approx 15$  К. Полученные данные свидетельствуют о том, что вышеуказанные соединения обладают высоким магнитокалорическим эффектом и перспективны для использования их в качестве рабочего вещества магнитных рефрижераторов.

*Ключевые слова:* гадолиний, намагниченность, энтропия, магнитокалорический эффект.

**Abstract.** Magnetization of magnetically ordered system  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  compounds with partial substitution atoms Si and Ge for isovalent Sn atoms has been investigated. From temperature and field dependences of  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  alloys with  $2x = 0 - 0.1$  changes of the magnetic part of entropy ( $\Delta S_M^{max}$ ) of alloys are determined. It is established that Sn – doping in  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  lead to increasing of values  $T_C$  and  $\Delta S_M^{max}$  of alloys. There are double increase of  $\Delta S_M^{max}$  at the increase of  $T_C$  ( $\Delta T_C \approx 15$  K). The obtained data allow to conclude that the above mentioned compounds have high magnetocaloric effect and are promising for their using as a working body of magnetic refrigerators.

*Key words:* gadolinium, magnetization, entropy, magnetocaloric effect.

## 1. Введение

Магнитокалорический эффект (МКЭ) в магнитоупорядоченных материалах (ферро- и антиферромагнетиках) обусловлен максимальным изменением магнитной части энтропии ( $\Delta S_M^{max}$ ) рабочего тела, возникающего при изменении внешнего магнитного поля в рабочем диапазоне температур. Благодаря обнаружению значительных величин калорических эффектов в области фазовых переходов типа порядок-беспорядок, методы охлаждения на основе МКЭ в настоящее время рассматриваются в качестве конкурентоспособных в широком интервале температур по отношению к традиционным методам охлаждения. Известно, что максимум величины ферромагнетиков достигается в окрестности температуры перехода ферромагнетизм – парамагнетизм. Следовательно, точка Кюри ( $T_C$ ) материалов, из которых изготовлено рабочее тело холодильника, работающего, например, в области комнатных температур, должна лежать вблизи  $T_C = 293$  К. Такими свойствами обладают сплавы тяжелых редкоземельных металлов на основе гадолиния [1-3].

В работе [4] показано, что эффективным магнитокалорическим материалом, по сравнению с Gd, является соединение  $Gd_5Si_2Ge_2$  с гигантским МКЭ при  $T_C = 262$  К. Отметим, что  $\Delta S_M^{max}$  вышеуказанного соединения значительно превышает  $\Delta S_M^{max}$  в Gd. Так, например, в магнитном поле 0 – 1.0 Т  $\Delta S_M^{max}$  в Gd ( $T_C = 293$  К) составляет 3.2 Дж/кг·К, в то время как в  $Gd_5Si_2Ge_2$  – 8.1 Дж/кг·К. Использование только чистого  $Gd_5Si_2Ge_2$  в качестве хладагента в области температур  $T \geq 262$  К недостаточно эффективно, так как максимум температурной зависимости  $\Delta S_M^{max}(T)$  должен находиться в интервале температур выше точки Кюри вышеуказанного соединения.

Исследования динамической магнитной восприимчивости магнитоупорядоченных соединений в системе  $Gd_5Si_xGe_{4-x}$  показали [5], что частичное замещение атомов кремния и германия изовалентными атомами олова повышает  $T_C$  сплавов  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  (в пределах стехиометрии  $Gd_5Si_2Ge_2$ ) на  $\Delta T_C \approx 15$  К, где  $2x = 0, 0.01, 0.03, 0.05$  и  $0.1$ .

В настоящей работе была изучена намагниченность соединений в системе  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  и определены, в рамках термодинамической теории магнетиков, величины скачков магнитной части энтропии. В литературе сведения по данному вопросу отсутствуют. Наиболее простым методом определения скачка  $\Delta S_M$  является расчет, исходящий из известных полевых и температурных зависимостей намагниченности данного соединения. При этом МКЭ определяется на основании уравнения Максвелла [6]

$$\left(\frac{\partial S_M}{\partial H}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H,$$

откуда можно вычислить изотермическое изменение энтропии в исследуемом интервале магнитного поля:

$$\Delta S_M = \int_0^H \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_{H'} dH' \quad (1)$$

Так как намагниченность измеряется при дискретных значениях магнитного поля, то выражение (1) может быть аппроксимировано формулой [7]

$$\Delta S_M = \sum \frac{1}{T_{i+1} - T_i} (M_i - M_{i+1}) \Delta H_i \quad (2)$$

где  $M_i$  и  $M_{i+1}$  – значения намагниченностей, измеренные в полях  $H$  при температурах  $T_i$  и  $T_{i+1}$ , соответственно.

## 2. Методика эксперимента

Поликристаллические образцы соединений  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  с  $2x = 0, 0.01, 0.03, 0.05$  и  $0.1$  были синтезированы в индукционной печи и рентгенографически идентифицированы на дифрактометре Дрон – 2 по методике, описанной в [5].

Намагниченность соединений измерялась методом Фонера [8] путем регистрации э.д.с. разбаланса, возникающей в системе из двух измерительных катушек, включенных навстречу друг другу при вибрировании образца в однородном магнитном поле. Вибратором служил акустический динамик, подключенный к генератору низкочастотных колебаний.

Измерения намагниченности образцов проводились в постоянном поле, которое менялось в пределах 0 – 1.0 Т. Температура образцов менялась в интервале 250 – 300 К.

## 3. Результаты и их обсуждение

На рис. 1 приведены изотермы намагниченности образцов  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  с  $2x = 0, 0.01, 0.03, 0.05$  и  $0.1$ , измеренные в интервале магнитного поля 0 – 1.0 Т.

На кривых  $M(T)$  наблюдается резкий спад в области температуры фазового перехода, свидетельствующий о типичном ферромагнитном поведении исследуемых соединений.

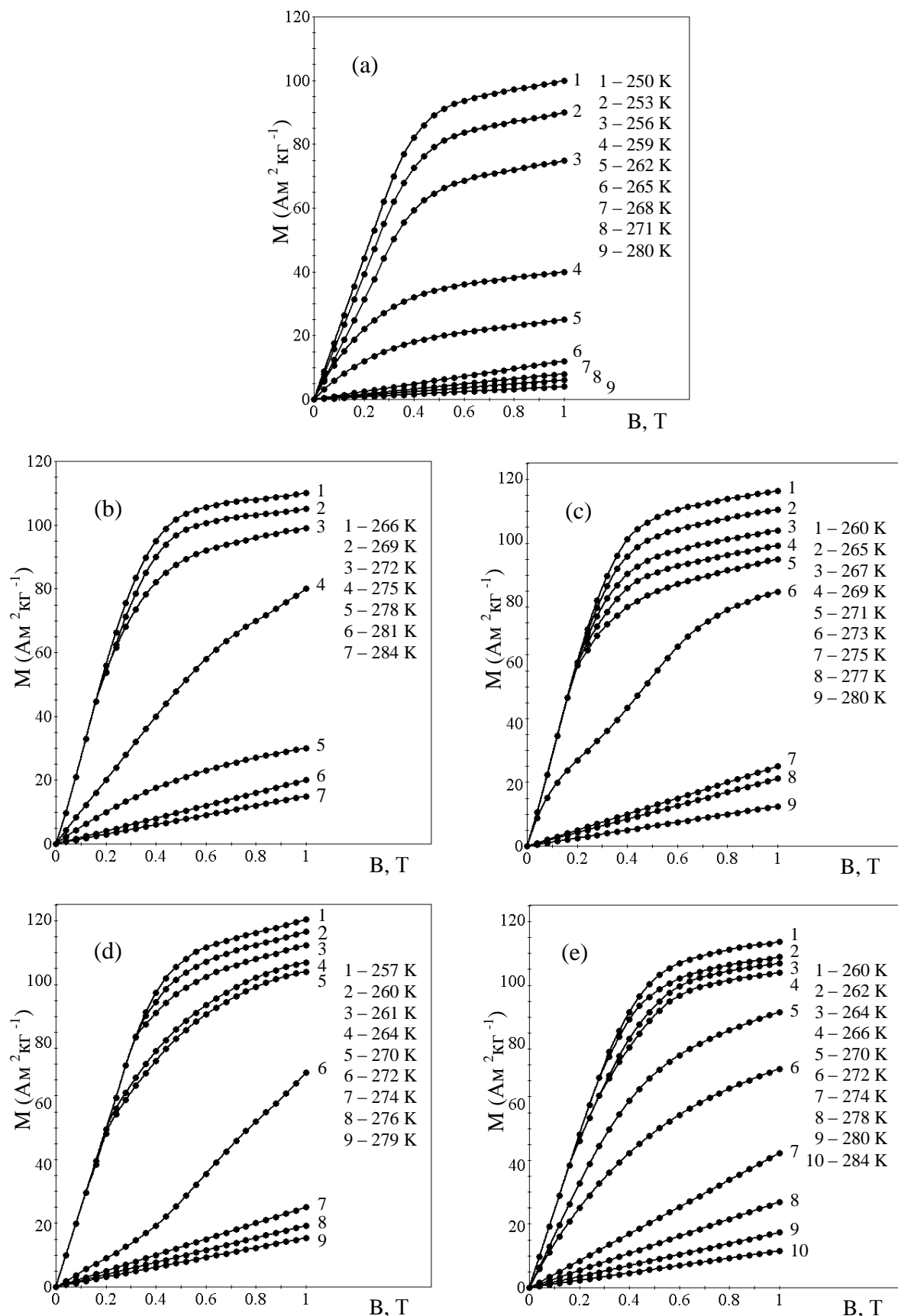


Рис. 1. Изотермы кривых намагниченности соединений  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  с  $2x = 0$  (a), 0.01 (b), 0.03 (c), 0.05 (d) и 0.1 (e) при изменении внешнего магнитного поля от 0 до 1.0 Т.

Для определения численных значений производной намагниченности по температуре при постоянном магнитном поле, использовались кривые  $M(T)$ . В соответствии с формулой (2) суммирование по магнитному полю производилось с

помощью серии кривых полевой зависимости намагниченности  $M(H)$  при постоянных температурах.

Результаты расчета температурной зависимости изменения магнитной части энтропии в магнитных полях 0 – 1.0 Т для различных сплавов представлены на рис. 2.

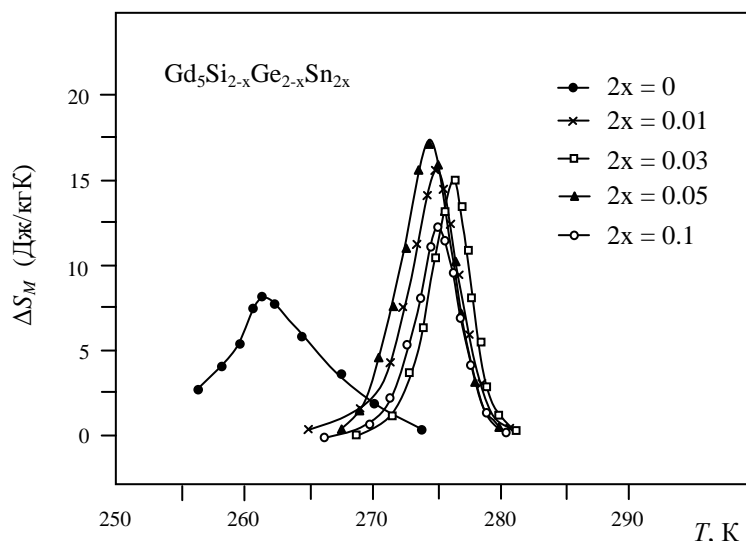


Рис. 2. Температурные зависимости изменения магнитной части энтропии в магнитных полях 0 – 1.0 Т для соединений  $Gd_5Si_{2-x}Ge_{2-x}Sn_{2x}$  с  $2x = 0, 0.01, 0.03, 0.05$  и  $0.1$ .

По максимальным значениям  $\Delta S_M^{max}$  были определены соответствующие температуры Кюри сплавов. В таблице 1 обобщены данные по  $T_C$  и  $\Delta S_M^{max}$  исследуемых соединений.

Табл. 1. Состав, температура Кюри и  $\Delta S_M^{max}$ .

Состав	$T_C$ , К	$\Delta S_M^{max}$ , Дж/кг·К
$Gd_5Si_2Ge_2$	262	8.1
$Gd_5Si_{1.995}Ge_{1.995}Sn_{0.01}$	275	15.8
$Gd_5Si_{1.985}Ge_{1.985}Sn_{0.03}$	276	14.8
$Gd_5Si_{1.975}Ge_{1.975}Sn_{0.05}$	274	17.2
$Gd_5Si_{1.95}Ge_{1.95}Sn_{0.1}$	275	12.5

Как видно, частичное замещение кремния и германия оловом приводит к возрастанию  $T_C$  ( $\Delta T_C \approx 15$  К), и почти двухкратному увеличению  $\Delta S_M^{max}$ . Значительный рост  $\Delta S_M^{max}$  для легированных сплавов, по сравнению с  $Gd_5Si_2Ge_2$ , можно объяснить уменьшением длины свободного пробега электронов, связанного с увеличением эффективного сечения рассеяния электронов на ионах  $Sn^{4+}$ , имеющих больший ионный радиус, чем  $Si^{4+}$  и  $Ge^{4+}$ . Как следствие, это обстоятельство приводит к усилению s – f обменного взаимодействия между магнитоактивными ионами гадолиния, подобно изложенному в [9]. В заключение следует отметить, что легированные оловом соединения обладают высоким МКЭ и перспективны для использования их в качестве хладагента бытовых магнитных рефрижераторов.

## Литература

1. G.V. Brown, J. Appl. Phys., 47, 3673 (1976).
  2. А.М. Tishin. Cryogenics, 30, 720 (1990).
  3. С.А. Никитин. Магнитные свойства редкоземельных металлов и их сплавов. М., изд. МГУ, 1989.
  4. V.K. Pecharsky, K.A. Gschneidner. Phys. Rev. Lett., 78, (N 23), 4494 (1997).
  5. Э.В. Агабабян, Н.П. Арутюнян. Изв. НАН Армении, Физика, 44, 294 (2009).
  6. X.Bohigas, E. del Barco, M.Sales, J.Tejada. J. Magn. Magn. Mater., 196-197, 455 (1999).
  7. R.D. McMichael, J.J. Ritter, R.D. Shull. J. Appl. Phys., 73, 6946 (1993).
  8. В.И. Чечерников. Магнитные измерения. М., изд. МГУ, 1963.
  9. В.Е. Адамян, Э.Г. Шароян. Изв. НАН Армении, Физика, 36, 94 (2001).
- 

## СТУДЕНЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ КОНФЕРЕНЦИИ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ-ГУМАНИТАРИЕВ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ОСНОВАМ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Бабаева М.А.

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Санкт-Петербург, Россия, maalba@list.ru*

**Аннотация.** В статье обсуждаются проблемы повышения качества подготовки выпускников технического университета. В базовое образование студентов гуманитарных направлений включена дисциплина «Концепции современного естествознания». Обсуждаются резервы повышения мотивации студентов-гуманитариев к изучению естествознания. Рассмотрена одна из форм самостоятельной творческой работы студентов – их участие в научно-практических конференциях вуза. Представлен многолетний опыт Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

*Ключевые слова: качество образования, естествознание, студенты-гуманитарии, мотивация к обучению, интерактивные методы, самостоятельная творческая работа, научно-практические конференции.*

**Abstract.** In the article the problems of increasing quality of training of technical university's graduates are discussed. In the basic education of students of humanitarian directions the discipline of "The concepts of modern natural sciences" is included. Reserves of increasing motivation of humanities students to study natural sciences are discussed. One of the forms of independent creative work of students such as their participation in university conferences is considered. Long experience of Saint-Petersburg State Polytechnic University is presented.

*Key words: quality of education; natural sciences; humanities students; motivation to study; interactive methods; independent creative work; scientific-practical conferences*

То, что я слышу, я забываю  
То, что я вижу, я запоминаю  
То, что я делаю сам, я понимаю  
Конфуций



Требования, которые предъявляет современный рынок труда к молодым специалистам - выпускникам технических университетов, неизбежно инициируют качественные изменения в процессе их подготовки, кардинально меняя весь процесс обучения. Одной из главных задач высшей школы становится повышение качества подготовки выпускников, которое естественно оценивается по уровню конкурентоспособности на рынке труда как отдельного специалиста-выпускника, так и вуза в целом. Решение этой задачи, очевидно, опирается на резервы внутри вуза и прорабатывается по двум направлениям: 1) совершенствование содержания обучения и 2) оптимизация самого процесса обучения.

В рамках первого направления заметны усилия вузов по совершенствованию не только профессионального, но и его основы - базового образования, которое становится более фундаментальным и универсальным, устремляясь к идеалу базового образования классических университетов, оптимально сочетающего гуманитарные и естественнонаучные аспекты. Очевидно, поэтому в технических университетах, ориентированных на подготовку инженерного корпуса, в том числе инженеров-экономистов, управленцев, - возрождается традиция обучения студентов-гуманитариев всех специальностей основам естествознания. Сегодня ответ на вопрос: «нужно ли гуманитариям знать основы естествознания?» однозначен и не вызывает споров. В образовательные программы подготовки управленцев, экономистов, менеджеров, выпускаемых техническим университетом, вновь уверенно вошла такая универсальная дисциплина как «Концепции современного естествознания». Задачи, решаемые этой дисциплиной, поистине фундаментальны. Это не просто освоение обязательного для любого современного культурного человека минимума естественнонаучных знаний, но и ознакомление с целым пластом, важнейшей частью духовной культуры – естественнонаучными знаниями, фундаментом практически-преобразующей деятельности современного человека; формирование научного мировоззрения; целостного материалистического взгляда на природные явления; ознакомление с принятой естественнонаучной картиной мира; с естественнонаучной базой современных технологий; с естественнонаучной методологией, категориальным аппаратом, со спецификой и способами постановки и решения научных проблем; формирование системного, инновационно-технологического мышления будущих специалистов и др.

Современные ФГОСы смещают акценты от «знаниевой» парадигмы в сторону системно-деятельностного подхода. Поэтому в фокусе системы обучения, нацеленной на подготовку конкурентоспособного специалиста, - уже не только содержание отдельных дисциплин, предложенных будущему инженеру, но и результаты, которые студент должен демонстрировать после успешного усвоения содержания той или иной дисциплины. Как обеспечить усвоение предложенных знаний? Как оптимизировать процесс обучения? Как сделать так, чтобы полученные знания адекватно проявились, «заработали»? Как сформировать творческую личность выпускника, способного не просто «удержать» знания в голове до экзамена, диплома, но использовать знания и методологию получения новых знаний в своей профессиональной деятельности? Как сформировать личность специалиста, обладающего не только хорошо усвоенными фундаментальными знаниями, но и профессиональными умениями и навыками, опытом творческой и инновационной деятельности, способного к самообразованию, саморазвитию, реализации собственного творческого потенциала. Бесспорно, что подготовка будущих грамотных специалистов, выпускаемых техническим университетом, в которых так заинтересована современная экономика, должна сочетать освоение мощной базы фундаментальных естественнонаучных знаний с воспитанием творческих начал - развитием умений и навыков самостоятельной творческой работы.

Очевидно, что решение таких масштабных и ясных задач по подготовке техническим университетом специалистов-гуманитариев, наталкивается на определенные трудности. Основные из них связаны с весьма невысоким уровнем математической и

естественнонаучной школьной подготовки будущих специалистов. Причем недостаток естественнонаучных знаний неприятно и очевидно сочетается с низкой изначальной мотивацией студентов-гуманитариев к изучению естественнонаучных дисциплин. Кроме того, в последнее время значительно возросло число первокурсников с низким уровнем самостоятельности, креативности, не умеющих и не желающих подумать, придумать, решить, сделать (появился даже специальный термин: «студент-соучастник», «синдром соучастия»[1]). Все это заметно снижает качество обучения студентов и эффективность функционирования всей педагогической системы вуза.

Каким же образом повысить качество подготовки специалистов-гуманитариев, успешно преодолев вышеназванные препятствия? Одно из наиболее эффективных направлений в решении этого вопроса, как показывает наш опыт [2, 3], – это грамотно организованная самостоятельная творческая работа обучаемых, призванная активизировать их мышление, выработать его системность, повысить творческий потенциал. Это подтверждают исследования психологов [4], которые давно установили, что человек в среднем способен помнить около 10% из того, что он прочитал, 20% – из того, что услышал, 30% – из того, что увидел и услышал, 80% – из того, что сказал сам, и 90% – из того, что открыл в ходе самостоятельной деятельности. Именно самостоятельную деятельность студентов и надо развивать, стимулировать, активизировать всеми доступными средствами. Поэтому в современной высшей школе фокус процесса обучения заметно смещается от преподавателя к студенту, а акценты – от монологических форм обучения к интерактивным. Каждый преподаватель (уже не авторитарная «говорящая голова», а педагог-менеджер) должен разрабатывать и активно внедрять такие формы, приемы и методы обучения, которые способствуют повышению интереса, самостоятельности, творческой активности каждого студента – так, чтобы обучаемые не были пассивными слушателями, а могли творчески, активно, эмоционально участвовать в образовательном процессе.

На самостоятельную работу студентов в современном процессе обучения отведены немалые часы. Каким образом и чем они заполняются? Обычно, говоря о самостоятельной работе студентов в вузе, принято выделять три взаимосвязанные формы организации самостоятельной работы: 1) аудиторная самостоятельная работа; 2) внеаудиторная самостоятельная работа; 3) творческая, научно-исследовательская самостоятельная работа. В настоящей работе мы остановимся на третьей форме – творческой. В Санкт-Петербургском государственном политехническом университете накоплен богатый многолетний опыт организации такой творческой самостоятельной работы. Мы считаем наиболее эффективным для решения большинства вышеназванных задач участие студентов-гуманитариев в студенческих научных конференциях с докладами на естественнонаучные темы. В нашем вузе ежегодно проводятся научно-практические конференции «Неделя Науки СПбГПУ». В течение многих лет кафедра экспериментальной физики СПбГПУ организует межфакультетскую секцию по тематике естествознания на таких конференциях – специально для студентов-гуманитариев, изучающих естествознание – будущих управленцев, экономистов, юристов, менеджеров. С докладами на этой секции с удовольствием выступают не только студенты-гуманитарии, но и интересующиеся естествознанием школьники, а также студенты первых двух курсов технических и естественных факультетов СПбГПУ, и других вузов технического профиля.

Темы докладов, с которыми выступают студенты, обязательно связаны с естествознанием, но могут быть разнообразны, затрагивая вопросы профессиональной компетенции обучаемых («Код да Винчи в экономике», «Может ли биология объяснить мировой кризис?», «Сила и правда статистики», «Голография на муаре» и др.), вопросы, связанные с переосмыслением уже накопленных студентами естественнонаучных знаний и опыта («Электрические явления в атмосфере Земли», «Гравитация – великая и удивительная», «Физика на кухне» и др.), вопросы «переднего края» науки («Будущее

Вселенной», «Нанооптика фотонных кристаллов», «Нобелевский бозон» и др.), вопросы, заинтересовавшие студентов в процессе ознакомления с основами естествознания («Почему пространство трехмерно?», «Скорости и энергетика космических полетов», «Почему  $36,6^{\circ}\text{C}$ ?», «Когда и почему мы умрем?», «Электричество внутри нас» и др.).

В число докладчиков попадают не все желающие студенты – право выступить с докладом на конференции надо заслужить. Не каждому студенту удается успешно пройти и все этапы большой работы по подготовке доклада. Каждая ступень сложна и требует внимания, сил, времени и желания ее преодолеть. Действительно, студент, руководимый преподавателем, вынужден самостоятельно совершить набор обязательных действий: попасть в число докладчиков; выбрать тему работы, обосновав свой выбор; сформулировать тему; наметить и обсудить цели и задачи работы; составить план собственных действий по их осуществлению; подобрать и структурировать информацию по теме; дать оценку информации; выделить проблемы; проанализировать пути решения проблем; предложить собственное решение проблемы или взгляд на проблему в целом; кратко изложить материал в письменной форме; подготовить презентацию; подготовить демонстрацию серии опытов; подготовить устное выступление с учетом временного регламента; выступить с докладом; ответить на вопросы оппонентов; подготовить материал к печати и пр. Результирующую работу студента, представленную в письменной форме, учитывая все пройденные им этапы подготовки, можно рассматривать как альтернативу традиционному зачету, или даже экзамену [5].

При подготовке материалов доклада студенты добывают естественнонаучные знания самостоятельно в творческом процессе, а не потребляют знания в виде готовых блоков, как на традиционной лекции. Поэтому происходит внутреннее усвоение знаний, их интериоризация (а не заучка!), знания приобретают характер личного опыта. Фактически можно говорить об индивидуальной работе студентов под руководством преподавателя. Преподаватель умело направляет и контролирует действия студентов, предоставляет консультативную помощь (а значит, должен быть в курсе материалов каждой темы), поддерживает дух соревновательности в участниках конференции, продумывает и реализует систему поощрений. Ясно, что физическая и эмоциональная нагрузка на преподавателя при такой форме организации самостоятельной работы значительно возрастает. Меняются и его функции: преподаватель все дальше уходит от простого информатора к психологу, управленцу, организатору учебной деятельности студентов.

Как оценить эффективность самостоятельной творческой работы студентов в такой форме? Результат работы всегда выражен в ее материальных продуктах. Это и сделанные презентации, и видео продемонстрированных опытов, и публикации (почти всегда – первые) в материалах конференции. Все это отражает значительный творческий рост студентов-участников, появившиеся у них умения и навыки творческой работы. Об этом же говорят и дальнейшие учебные вехи студентов-докладчиков: все студенты-докладчики в дальнейшем занимаются научно-исследовательской работой; учатся с интересом, без троек; все студенты-стипендиаты – из числа докладчиков; все магистранты, аспиранты – из числа докладчиков. Это свидетельствует о том, что, такая форма творческой самостоятельной работы как участие студентов в научно-практических конференциях, позволяет уже на первых курсах не только выявить самую талантливую молодежь, но и, наделив ее внутренне усвоенными фундаментальными естественнонаучными знаниями и методами работы, опытом самостоятельного труда, увлечь научным творчеством, развить любознательность, оригинальность мышления, креативность, воспитать культуру системного мышления, которые будут основой для грамотного решения исследовательских, инженерных, технологических задач будущими выпускниками.

## Литература

1. Баранов А.М. Физика, системное мышление и синдром соучастия. Материалы XIII Международной научной конференции «Физика в системе современного образования (ФССО-2015)». – СПб.: Изд-во ООО «Фора-принт», 2015, т.1, с.42-45.
  2. Бабаева М.А. Инновационные формы организации обучения естествознанию студентов-гуманитариев технического университета. Материалы международной научно-методической конференции «Высокие интеллектуальные технологии и инновации в национальных исследовательских университетах». – СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2013, т.2, с.124-125
  3. Бабаева М.А. Организация самостоятельной творческой работы первокурсников-гуманитариев технического университета, изучающих естествознание. Материалы XII Международной научной конференции «Физика в системе современного образования (ФССО-2013)». – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013, т.2, с.253-255.
  4. Karnikau R, McElroy F. Communication for the Safety Professional.- Chicago, 1975
  5. Larkin T.L. Breaking with Tradition: Using the Conference Paper as a Case for Alternative Assessment in Physics. – In International Conference on Interactive Collaborative Learning, ICL,2013, p/769-776
- 

## ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ИЗ ЗАКОНОВ МЕХАНИКИ

Балыко И.А., Балыко Т.А., Балыко А.К.

*АО «НПП «Исток» им. Шокина», Московская область, г. Фрязино, Россия  
Московский государственный технический университет радиотехники, автоматизации и  
электроники, balyko1985@mail.ru*

**Аннотация.** Из уравнения движения И. Ньютона, без использования каких – либо дополнительных физических результатов, а путем применения только математического аппарата векторного исчисления, получены уравнения, которые совпадают с основными уравнениями современной электродинамики.

*Ключевые слова: уравнения Ньютона, уравнения Максвелла, формулы Лоренца и Эйнштейна*

**Abstract.** From the equation of motion I. Newton, without the use of any additional physical results, and by applying only the mathematical apparatus of vector calculus, equations are obtained, which at least looks the same with the basic equations of modern electrodynamics..

*Keywords: Newton's equations, Maxwell's equations, the equations of Lorentz and Einstein*

Рассмотрим движение частицы с постоянными массой  $m$  и зарядом  $e$ . Второй закон Ньютона утверждает, что если на частицу действует сила  $\vec{F}(x, y, z, t)$ , то частица будет двигаться со скоростью  $\vec{V}(x, y, z, t)$ . Согласно третьему закону Ньютона можно считать, что если частица движется с переменной во времени скоростью, то она создаст вокруг

себя некоторое силовое поле. У силы в этом случае знак будет противоположным

$$\vec{F} = -m \frac{d\vec{V}}{dt}.$$

В основу преобразований положим выражение для полной производной по времени функции  $f(x, y, z, t)$ , зависящей от координат и времени  $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})f$ , где  $\vec{\nabla}$  - векторный оператор частных производных по координатам [1]. Применим эту формулу к вектору скорости  $\vec{V}(x, y, z, t)$ .

В результате получим  $\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V}$ . С учетом этого соотношения, запишем выражение для силы в виде  $\vec{F} = -m \frac{d\vec{V}}{dt} = -m \cdot [\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V}]$ .

Поскольку  $(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \text{grad}(0,5 \cdot V^2) - \vec{V} \times \text{rot}\vec{V}$  [1], то, обозначая величину энергии  $W = m \cdot V^2 / 2$ , получаем

$$\vec{F} = -m \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} - \text{grad}W + m \cdot \vec{V} \times \text{rot}\vec{V}.$$

Вводя обозначения для составляющих этого выражения  $\vec{E} = -\frac{m}{e} \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} - \text{grad}(\frac{W}{e})$  и

$$\vec{B} = \frac{m}{e} \cdot \text{rot}\vec{V},$$

получим формулу

$$\vec{F} = e \cdot (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}),$$

которая известна как уравнение Лоренца [2].

Из выражения для  $\vec{E}$  с учетом векторного тождества  $\text{rot}(\text{grad}(\frac{W}{e})) = 0$  [2] находим

$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial(\frac{m}{e} \text{rot}\vec{V})}{\partial t}$ . Выражение в скобках совпадает с формулой для  $\vec{B}$ . В результате получаем первое уравнение Максвелла [2].

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Поскольку для любого вектора  $\text{div}(\text{rot}\vec{V}) = 0$ , то приходим к четвертому уравнению Максвелла [2].

$$\text{div}\vec{B} = 0$$

Обозначим  $\varphi = \frac{W}{e}$ ,  $\vec{A} = \frac{m}{e} \vec{V}$ .

Тогда  $\operatorname{div} \vec{E} = -\frac{\partial(\operatorname{div} \vec{A})}{\partial t} - \operatorname{div} \operatorname{grad}(\varphi) = -\frac{\partial(\operatorname{div} \vec{A})}{\partial t} - \Delta(\varphi)$ , где  $\Delta$  - лапласиан. Добавим

и вычтем из правой части этого уравнения выражение  $\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$ , где  $c$  - скорость света, в результате получим

$$\operatorname{div} \vec{E} = -\frac{\partial(\operatorname{div} \vec{A})}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \left\{ \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \Delta \varphi \right\}.$$

Поскольку  $\varphi = \varphi(x, y, z, t)$ , то выражение в фигурных скобках) представляет собой функцию от тех же переменных, которую обозначим как  $\frac{\rho(x, y, z, t)}{\varepsilon_0}$ , где  $\varepsilon_0$  - постоянная величина.

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Тогда уравнение преобразуется к виду  $\operatorname{div} \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}) + \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ . Выражение в скобках - калибровка Лоренца для свободного пространства

$$\operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

С учетом этих выражений получаем

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Это - третье уравнение Максвелла [2].

Поскольку

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A},$$

то  $\operatorname{rot} \vec{B} = \operatorname{rot}(\frac{m}{e} \cdot \operatorname{rot} \vec{V}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$  [2].

Так как  $\operatorname{div} \vec{A} = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ , то  $\operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial(\operatorname{grad} \varphi)}{\partial t}$ .

Поскольку  $\vec{E} = -\frac{m}{e} \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} - \operatorname{grad}(\frac{W}{e})$ , то  $\operatorname{grad} \varphi = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{E}$  и тогда

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \left\{ \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \Delta \vec{A} \right\} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Выражение в скобках обозначим как вектор  $\frac{\vec{j}(x, y, z, t)}{c^2 \cdot \varepsilon_0}$ . Тогда

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{\vec{j}}{c^2 \cdot \varepsilon_0}.$$

Из последних двух уравнений получим второе уравнение Максвелла [2]

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{c^2 \cdot \varepsilon_0}.$$

Далее можно показать, что

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\} - \varepsilon_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right\}.$$

Выражения в фигурных скобках в соответствии с калибровкой Лоренца равны 0, поэтому

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Подставляя в калибровку Лоренца выражения для скалярного и векторного потенциалов  $\varphi = \frac{W}{e}$ ,  $\vec{A} = \frac{m}{e} \vec{V}$ , получим уравнение

$$m \cdot c^2 \cdot \operatorname{div} \vec{V} + \frac{\partial W}{\partial t} = 0.$$

Используя «принцип размерности» слагаемых, приходим к известной формуле, связывающей энергию и массу [3]

$$E_0 = m \cdot c^2.$$

В заключении отметим, что Д. Максвелл получил уравнения электродинамики, имея перед собой пять эмпирических законов, открытых и сформулированных Г. Эрстедом, Ж. Био, Ф. Савара, А. Ампером, М. Фарадеем и Э. Ленцем. В настоящей работе ни один из этих законов не потребовался. Тот же результат, даже еще более полный (ток смещения  $\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , введенный Максвеллом, и формула Эйнштейна для энергии  $E_0 = m \cdot c^2$ ) в настоящей работе был получен путем чисто математических преобразований.

## Литература

1. Лагалли М. Векторное исчисление. ОНТИ. М,-Л.:1936.
2. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. - М.: Наука, 1978.
3. Эйнштейн А. Зависит ли инерция тела от содержащейся в ней энергии? В кн. Собрание научных трудов. Т. 1. – М.: Наука, 1965.

# КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ ПРОТОНА

Балыко И.А., Балыко Т.А., Балыко А.К.

АО «НПП «Исток» им. Шокина», Московская область, г. Фрязино, Россия  
Московский государственный технический университет радиотехники, автоматики и  
электроники, balyko1985@mail.ru

**Аннотация.** В статье получены уравнения колебательного движения электрона вдоль силовых линий кулоновского поля протона. Показано, что амплитуда и период колебаний подчиняются третьему закону Кеплера, описывающему вращательное движение электрона в планетарной модели атома. При квантовании этих колебаний получено выражение для энергии, совпадающее с таковым для планетарной модели.

*Ключевые слова:* планетарная модель атома, закон Кеплера, квантовая механика, колебательное движение

**Abstract.** In the article the equations of vibrational motion of the electron along the lines of positive Coulomb field of the nucleus. It is shown that the amplitude and period of oscillations obey the third law of Kepler describing the rotational motion of an electron in the planetary model of the atom. The quantization of these oscillations obtained an expression for the energy coinciding with that of the planetary model.

*Key words:* planetary model of the atom, Kepler's laws, quantum mechanics, oscillatory motion

В классической планетарной модели атома считается, что электрон с массой покоя  $m_0$  и зарядом  $-e$  движется вокруг неподвижного протона с массой  $m_p$  и зарядом  $+e$  по кругу (или эллипсу) радиусом  $R$  с постоянной скоростью  $u$  и постоянным ускорением

$a = \frac{u^2}{R}$ . Уравнение движения электрона имеет вид  $m_0 \cdot a = \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R^2}$ , где,

$\varepsilon_0 = (4 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^9)^{-1} = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Вводя обозначение для классического радиуса

электрона [1]  $r_0 = \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c^2 \cdot m_0}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме, уравнение движения

преобразуется к виду  $R \cdot u^2 = r_0 \cdot c^2$ , из которого, в частности, следует, что если приближать  $R$  к  $r_0$ , то скорость электрон будет приближаться к скорости света. Для релятивистского

случая ( $m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ ) имеем  $R \cdot u^2 \cdot (1 - \frac{u^2}{c^2})^{-\frac{3}{2}} = r_0 \cdot c^2$ , так что при  $R \rightarrow r_0$   $u \rightarrow 0,55 \cdot c$ .

В квантовой механике широко используется постоянная тонкой структуры  $\alpha = \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \hbar \cdot c} = \frac{m_0 \cdot c \cdot r_0}{\hbar}$ , где  $R_\infty$  – постоянная Ритберга,  $h = 6,62618 \cdot 10^{-34}$  Дж·с –

постоянная Планка,  $\hbar = \frac{h}{2 \cdot \pi}$ . При этом [1]  $r_0 = \frac{\alpha^3}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty}$ .

Интересно отметить, что у величины произведения  $k \cdot e \cdot c = 6,63142 \cdot 10^{-34}$  Дж·Кл·м/(с·град), где  $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$  Дж/град – постоянная Больцмана,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с и постоянной Планка порядка совпадают, значимые цифры отличаются на 0,08 %, но разнятся размерности.



Для вращательного движения электрона с частотой  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$  и скоростью  $u = \omega R$  уравнение  $u^2 \cdot R = c^2 \cdot r_0$  есть третий закон Кеплера для атома водорода  $\frac{R^3}{T^2} = \frac{r_0 \cdot c^2}{(2 \cdot \pi)^2} = const$ ,  $\omega^2 \cdot R^3 = r_0 \cdot c^2$ ,  $\omega = \frac{c}{R} \cdot \sqrt{\frac{r_0}{R}} = \sqrt{\frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m_0 \cdot R^3}}$ .

В квантовой механике считается, что момент импульса  $m_0 \cdot u \cdot R = n \cdot \hbar$ . где  $n$  – целое положительное число, и выводится формула для энергии электрона

$$E_n = \frac{m_0 \cdot u_n^2}{2} = \frac{m_0^3 \cdot r_0^2 \cdot c^4}{2 \cdot \hbar^2 \cdot n^2} = \frac{m_0 \cdot c^2}{2 \cdot n^2} \cdot \left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot \frac{\alpha^2}{2 \cdot n^2}. \quad (1)$$

где комптоновская длина волны электрона  $\lambda = \frac{\hbar}{m_0 \cdot c}$ . Классический радиус протона

$$r_p = \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot c^2 \cdot m_p}, \text{ комптоновская длина волны } \lambda_p = \frac{\hbar}{m_p \cdot c}.$$

Рассмотрим систему, содержащую тонкую трубку из диэлектрика длиной  $L$  и диаметром  $d$ . Посередине трубки внутри ее разместим и закрепим металлический шарик с зарядом  $+Q$ . На одном конце трубки разместим полый металлический шар массы  $M$  и диаметром  $D$ , на порядок превышающим  $d$ , со сквозным отверстием в шаре диаметром  $d$ . Шар изолирован изнутри и имеет заряд  $-Q$ . Будем считать, что трение между трубкой и шаром отсутствует. На шар со стороны шарика будет действовать сила Кулона и он, ускоряясь, начнет двигаться вдоль трубки. Пролетая над шариком, где сила Кулона обнуляется, шар будет двигаться равномерно с той скоростью, какую имел в момент подлета к шару. Пролетев шарик, шар будет двигаться по инерции, но на него будет действовать сила Кулона, направленная уже против движения, поэтому скорость его будет уменьшаться, так что на другом конце трубки шар остановится. Затем движение начнется в обратном направлении.

Представим теперь электрон в виде пористого заряженного шара, пропускающего сквозь себя мелкую, в  $m_p/m_0 = 1836$  раз меньшую, частицу - протон. Такой электрон, двигаясь вдоль силовых линий электрического поля протона, подлетев к нему со скоростью, близкой к скорости света, пронзит протон, при этом во время движения протона внутри электрона электрическое поле протона равно нулю, так что протон и электрон будут двигаться друг относительно друга с постоянной скоростью. После пролета протона внутри электрона сила Кулона становится тормозящей и электрон начинает замедлять движение вплоть до нулевой скорости в точке противоположной начальной. Далее процесс движения повторяется уже в обратном направлении. Движение электрона будет колебательным.

Найдем решение уравнения движения электрона. Сначала, для оценки, без учета релятивистских эффектов. Уравнение движения  $m_0 \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}$ . где  $r$  – расстояние

между центрами протона и электрона. Начальные условия:  $t = 0$ ,  $r = d$ ,  $u = 0$ . Полагая  $u = \frac{dr}{dt}$ , после интегрирования получим закон сохранения энергии

$$\frac{m_0 \cdot u^2}{2} = m_0 \cdot c^2 \cdot r_0 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}\right), \quad u = \frac{dr}{dt} = -c \cdot \sqrt{2 \cdot r_0 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}\right)} \quad \text{и} \quad \int \frac{r \cdot dr}{\sqrt{r \cdot (d-r)}} = -c \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot r_0}{d}} \cdot t - C.$$

В левой части - табличный интеграл [2]. Константа интегрирования  $C = \pi/2$ . Полагая  $x = \frac{r}{d}$ , получаем окончательное уравнение движения

$$\sqrt{x \cdot (1-x)} + \frac{1}{2} \cdot [\arcsin(1-2 \cdot x) + \frac{\pi}{2}] = \sqrt{2} \cdot \frac{c}{d} \cdot \sqrt{\frac{r_0}{d}} \cdot t, \quad (2)$$

Период движения электрона  $T$  складывается из четырех четвертей периода: при  $t = 0$  и  $t = T/2$  расстояние между частицами равно  $a$  ( $x = 1$ ), а при  $t = T/4$  и  $3T/4$  расстояние между частицами равно  $0$  ( $x = 0$ ). Подставляя эти значения в (2), получим выражение для периода этого колебательного движения

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{c} \cdot \sqrt{\frac{d^3}{2 \cdot r_0}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_0 \cdot d^3}{2 \cdot e^2}}. \quad (3)$$

Видно, что период  $T$  связан с амплитудой колебаний  $d$  законом Кеплера

$$\frac{d^3}{T^2} = \frac{2 \cdot r_0 \cdot c^2}{(2 \cdot \pi)^2} = const, \quad (4)$$

$\omega^2 \cdot d^3 = 2 \cdot r_0 \cdot c^2$ , то есть так же, как и при вращательном движении.

Таким образом, закон, полученный Кеплером при рассмотрении вращательного движения планет вокруг Солнца, а затем перенесенный на планетарную модель атома, не является свойством вращательного движения, а характеризует центральное поле, в котором сила, действующая между двумя телами, обратно пропорциональна расстоянию между ними.

Уравнение движения (2) можно записать в виде

$$x(t) = \sin^2 \{ \omega \cdot t - \sqrt{x(t) \cdot [1-x(t)]} \}. \quad (5)$$

Рассмотрим движение электрона с учетом релятивистских эффектов.

Дифференциальное уравнение имеет вид

$$m_0 \cdot u \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{u}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right) = -\frac{m_0 \cdot c^2 \cdot r_0}{r^2}. \quad (6)$$

После интегрирования получим закон сохранения энергии

$$m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) = m_0 \cdot c^2 \cdot r_0 \cdot \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{d} \right).$$

При  $r = r_0$  скорость электрона равна  $u = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{(2 - \frac{r_0}{d})^2}}$ , а при  $r = 0$   $u = c$ . Поскольку

$$u = \frac{dr}{dt} \text{ и } x = \frac{r}{d}, \text{ получаем выражение } \int \frac{(x+p) \cdot dx}{\sqrt{(1-x) \cdot (x+\frac{b}{2})}} = -\frac{q \cdot c \cdot t}{d} + C, \text{ где } b = \frac{1}{a-0,5},$$

$p = \frac{1}{a-1}$ ,  $q = \frac{\sqrt{2 \cdot (a-0,5)}}{a-1}$ ,  $a = \frac{d}{r_0}$ . После преобразований с использованием начальных

условий и табличных интегралов [2], приходим к уравнению движения электрона в поле протона с учетом релятивистской зависимости массы электрона от скорости

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(x + \frac{1}{2 \cdot (a-0,5)}\right) \cdot (1-x)} + \frac{a^2}{2 \cdot (a-1) \cdot (a-0,5)} \cdot \left[ \frac{\pi}{2} + \arcsin \left( \frac{a-1}{a-0,5} - 2 \cdot x \right) \right] = \\ & = \frac{\sqrt{a \cdot (a-0,5)}}{a-1} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{c}{d} \cdot \sqrt{\frac{r_0}{d}} \cdot t, \end{aligned} \quad (7)$$

которое, как и стоило ожидать, похоже на уравнение (2) и переходит в него при  $a \gg 1$  ( $d \gg r_0$ ). Как и ранее, считаем, что полный период движения электрона  $T$  складывается из

времени движения туда и обратно, так что при  $t = T/4$  расстояние между частицами равно 0, Подставляя в (7)  $x = 0$ , находим период колебательного движения  $T = \frac{2 \cdot \pi}{c} \cdot \sqrt{\frac{d^3}{2 \cdot r_0}} \cdot f(a)$ , где  $f(a) = 1$  при  $d \gg r_0$ .

Можно показать, что для комптоновской длины электрона справедлива формула  $\lambda = \frac{\alpha^2}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty} = \sqrt{r_0 \cdot R_1}$ . Таким образом, три параметра с размерностью длины: радиус

первой боровской орбиты  $R_1 = \frac{\alpha}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty} = 5,292 \cdot 10^{-11}$  м, комптоновская длина волны

электрона  $\lambda = \frac{\alpha^2}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty} = 3,862 \cdot 10^{-13}$  м и классический радиус электрона

$r_0 = \frac{\alpha^3}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty} = 2,818 \cdot 10^{-15}$  м являются членами геометрической прогрессии со

знаменателем  $\alpha$ . Можно предположить, что в микромире имеются и другие характерные длины, меньшие  $r_0$ , продолжающие эту прогрессию, но пока не получившие широкого распространения.

При колебательном движении потенциальная энергия переходит в кинетическую и обратно, поэтому квантовое условие, накладываемое на полную энергию, можно записать

$E = \frac{m_0 \cdot c^2 \cdot r_0}{d} = \hbar \cdot n \cdot \omega$ . Отсюда  $\omega \cdot d = \frac{m_0 \cdot c^2 \cdot r_0}{\hbar \cdot n}$  и получаем  $E_n = \frac{m_0 \cdot c^2}{2 \cdot n^2} \cdot \left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^2$ , полностью

совпадающей с (1) для вращательного движения. Поэтому по изучению спектров поглощения и излучения энергии атомом водорода нельзя однозначно утверждать какое движение совершает электрон в атоме.

Таким образом, в работе показано, что:

- закон Кеплера справедлив как для вращательного, так и для колебательного движения электрона в кулоновском поле протона,
- по изучению спектров поглощения и излучения энергии атомом в принципе нельзя утверждать, вращательное или колебательное движение совершает электрон относительно протона,
- радиус первой боровской орбиты, комптоновская длина волны электрона и классический радиус электрона выражаются через две мировые константы: постоянную тонкой структуры  $\alpha$  и постоянную Ритберга и являются членами геометрической прогрессии со знаменателем  $\alpha$ ,
- комптоновская длина волны электрона равна среднему геометрическому радиуса первой боровской орбиты и классического радиуса электрона.
- величины произведения  $k \cdot e \cdot c$  и постоянной Планка по порядку совпадают, а значимые цифры отличаются на 0,08 %, но разнятся размерности.

## Литература

1. Таблицы физических величин. Справочник под ред. акад. И.К. Кикоина М.: Атомиздат. 1976.
2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: ГИФМЛ. 1963.

# СТОЛЕТИЕ МЕТОДА: ОТ ТАЛГЕНИЗМА К КОЛЛЕКТИВНОМУ ВЗАИМООБУЧЕНИЮ

Голубев Е.Б.

*ФГБОУ «Санкт-Петербургский государственный университет»,  
Санкт-Петербург, Россия, e.golubev@spbu.ru*

**Аннотация:** В статье рассматриваются истоки и пути развития метода коллективного взаимообучения, основы которого были заложены в России в начале XX века А.Г.Ривиным в форме «талгенизма». Сегодня эта технология обучения получила широкое распространение. Она применяется педагогами высшей и средней школы при обучении математике, физике, биологии, химии, русскому и иностранному языкам, логике и др.

*Ключевые слова:* талгенизм, коллективный способ обучения, Ривин, Дьяченко, Мкртчян, Архипова.

**Abstract:** In the article origin and stages of development of methodology of collective teaching are considered. The foundations for this methodology were laid down in Russia at the beginning of XX century by A.G. Rivin in the form of 'talgenism'. Nowadays this education technique is widely practiced. It is used in teaching mathematics, physics, biology, chemistry, Russian and foreign languages, logic etc. in schools and in the universities.

*Key words:* talgenism, methodology of collective teaching, Rivin, Dyachenko, Mkrтчyan, Arkhipova

Почти сто лет назад, в начале 1918 года, в истории педагогики произошло событие, значение которого специалисты сравнивают с изданием «Великой дидактики» основоположника научной педагогики Я.А.Коменского или с «экспериментом» А.С.Макаренко по формированию нового человека в колонии им. А.М.Горького и коммуне им. Ф.Э.Дзержинского. Впоследствии это событие назвали «Корнинский опыт» [1, с.8]. Суть его в том, что несколько жителей небольшого местечка Корнин (или Корнино) нашли в Киеве квалифицированного педагога, который взялся за подготовку их детей к экзаменам за среднюю школу. А.Г.Ривин пользовался репутацией педагога-эрудита. Сначала он занимался всего лишь с шестью учениками, родители которых его пригласили и платили за труд. Но вскоре он потребовал... включить в свою группу еще около тридцати ребят. Для того метода обучения, который тогда придумал Александр Григорьевич Ривин, заниматься с 30-40 учениками было легче и эффективнее, чем с шестью!

Возраст детей — от 10 до 16 лет. Состав учащихся — пестрый: были ученики на уровне нынешних семиклассников, а другие — на уровне четвероклассников. Занимались «от зари до зари» — в саду, на улице, в крестьянской избе. За 9 месяцев ученики сумели овладеть программами больше, чем за 3-4 года обычного школьного обучения. Многие из них успешно сдали экзамены за среднюю школу [3, с.6-7]. А для этого крестьянские дети изучили русский язык и литературу, иностранный язык, математику, историю, географию, логику, философскую пропедевтику. Труд — гигантский! Все школьные предметы вёл один учитель. Точнее, не вёл, а организовал взаимное обучение детей по всем предметам.

«Особенно потрясающие успехи были сделаны в развитии учеников: подростки, которые и говорить почти не умели, стали выступать с докладами, да еще какими: о творчестве А.С.Пушкина, Л.Н.Толстого, Н.В.Гоголя, на философские темы, о явлениях природы, по вопросам истории и т.д. Ученики научились рассуждать, доказывать, отстаивать свою точку зрения, участвовать в дискуссиях; они стали рассказчиками, умели правильно ставить вопросы собеседнику; у них развивалось аналитическое мышление — можно было видеть, что у всех пробуждаются преподавательские способности. Некоторые

из них стали проявлять незаурядные математические способности, другие проявили склонность писать сочинения, все продвинулись в ораторском искусстве» [1, с.9], — свидетельствует профессор В.К.Дьяченко, один из учеников А.Г.Ривина (в Корнино он не учился, познакомился с Ривиним позже. но беседовал с корнинскими учениками).

Как такое стало возможным? Благодаря новому методу, который изобрел А.Г.Ривин и назвал его «талгенизмом» (от слов «талант» и «гений»). Новая технология обучения широко применялась в 1920-30-е годы в СССР. Метод обучения, предложенный А.Г.Ривиним, обсуждался руководителями страны (Н.А.Бухариным, Кагановичем, Н.К.Крупской и др.), в том числе на съездах партии... В чем ее суть? Что нового сделал Ривин в педагогике? Что стало с ним и с его идеями?

Оказывается, кроме всем знакомой групповой системы обучения — в форме классов и уроков, или лекций и семинаров, или докладов, или обсуждения в малых группах, — существует другой, кардинально иной способ. Этот эффективный способ и открыл Александр Григорьевич РИВИН (1878-1944), крупный российский педагог, хотя и неизвестный для многих. Он сделал гигантский, принципиально новый шаг в развитии методов коллективного взаимообучения (который и позволил назвать метод — коллективным, а обучение — взаимным). Названия метода А.Г.Ривина были разные: талгенизм, сочетательный диалог (или содиалог), оргдиалог и пр. — а суть была одна. Он ввел в учебный процесс «организованное переменное диалогическое общение», т.е. общение в парах учащихся и упорядоченную сменяемость этих пар.

Значение его педагогического открытия трудно переоценить. В результате деятельности А.Г.Ривина и его учеников (и учеников его учеников...) стали возможны:

- совместное обучение людей разного возраста и разного уровня подготовки,
- изучение одновременно, в одной аудитории разных предметов (по выбору каждого учащегося),
- обучение на разных языках и в разноязыких группах,
- индивидуальный темп учебы каждого ученика,
- индивидуальный выбор последовательности изучаемых тем и предметов — своей у каждого изучающего.

А главное: А.Г.Ривин дал не просто новую теорию, а **НОВУЮ ТЕХНОЛОГИЮ** обучения. И самое важное, что всё вышеизложенное осуществимо уже сегодня!

Каким образом? Можно ли изменить традиционную технологию обучения? С чего начать — в вашей школе, гимназии, лицее, училище, колледже, вузе? Как преодолеть первые трудности?.. Об этом размышляли А.Г.Ривин и его единомышленники в далекие 20-30-е годы XX века. Делали первые шаги, преодолевали первые проблемы — и добивались успеха! Они видели, как быстро развиваются ученики, как они меняются в самом процессе обучения...

В 1960-1970-е годы ученики А.Г.Ривина (прежде всего В.К.Дьяченко и М.Д.Брейтерман) продолжали развивать идеи коллективного взаимообучения. Парно-коллективный метод, коллективная оргформа, коллективный способ обучения, диалогические методики — названия менялись. Движение КСО охватывало все больше учителей, классов, школ [3, с.9].

В середине 1980-х из Красноярска в Ленинград этот метод «привез» известный педагог М.А.Мкртчян (ныне — заместитель министра образования и науки Республики Армения). Именно его лекции и занятия с педагогами города на Неве подвигли В.В.Архипову создать Ленинградский городской семинар по проблемам КСО, который существовал больше двух лет [2, с.14]. Был пройден немалый путь: от первых робких попыток пересаживания учеников из пары в пару и организации диалога между ними — до больших процессов, включающих сотни обучающихся (для примера можно назвать хотя бы эксперимент, проведенный педагогами под руководством В.В.Архиповой в г.Лонгепасе Тюменской области в 1990/1991 учебном году)... Педагоги, обучавшиеся в семинаре, и их последователи проводят занятия по математике, физике, биологии, химии,

русскому и иностранному языкам, литературе и другим предметам в средней и высшей школе. Например, занятия по физике со студентами Политехнического университета вела доцент М.А.Бабаева, занятия по математике со студентами Морского технического университета вела доцент О.А.Скепко [4]. Число энтузиастов метода (многие из них называют себя КСОшниками) растет — не только в России, но и в других странах (Армения, Германия и др.). Возможно, руководителям школ и вузов стоит обратить более пристальное внимание на этот эффективный метод, позволяющий не только обучать, но и развивать учеников.

В начале 1990-х ученики и последователи В.В.Архиповой математик А.С.Соколов и физик К.П.Захаров подали автору статьи идею исследования по истории педагогики того времени, подвигли на поиски литературных источников в библиотеках и архивах... Тогда же была осуществлена публикация дайджеста: «ТАЛГЕНИЗМ (Метод коллективного взаимообучения), чч.1 и 2» [5]. Позднее работа была продолжена, подготовлено второе издание, существенно обновленное, переработанное и дополненное, по объему оно раза в три больше предыдущего. В нем представлена полная картина развития «талгенизма» в 1920-30-е годы. Автором статьи также разработана методика, позволяющая по материалам дайджеста изучать метод коллективного взаимообучения и его историю.

### Литература

1. Дьяченко В.К. Корнинский метод. — в кн.: Дьяченко В.К. Сотрудничество в обучении: О коллективном способе учебной работы: Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1991 (серия «Мастерство учителя: идеи, советы, предложения»)
  2. Архипова В.В. Коллективная организационная форма учебного процесса. — СПб.: Интерс, Дорваль, Эксклюзив, 1995. СС.7, 14-15.
  3. Мкртчян М.А. XX век — три этапа становления идей КСО. — Коллективный способ обучения: научно-методический журнал, 1995, №1. СС.6-10.
  4. Бабаева М.А., Скепко О.А. Самостоятельная работа студентов в парах сменного состава как элемент нетрадиционной технологии образования. — в кн.: Высокие интеллектуальные технологии образования и науки. Материалы международной научно-методической конференции. — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1994. СС.196-198.
  5. ТАЛГЕНИЗМ (Метод коллективного взаимообучения), чч.1 и 2. Составление, подготовка текста и примечания: Е.Голубев — Л.: НИФ “Элиана”, 1991, 114 с.
-

# РЕНТГЕНОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ В МОНОКРИСТАЛЛАХ Si

Дрмеян Г.Р.

*Гюмрийский государственный педагогический институт, Гюмри, Армения, drt-henrik@mail.ru*

**Аннотация.** В работе приведены экспериментальные и теоретические результаты исследования методом рентгенодифракционного муара полей деформаций, возникающих в одной из работающих частей блоков кремниевого рентгеновского интерферометра, подвергнутой механическому воздействию, в зависимости от плотности дислокаций. Предложен рентгеноинтерферометрический метод, который позволяет не только точно определить модуль упругости, но и ее компоненты для деформированных областей кристалла, вызванных дислокацией, зарожденных под воздействием внешней силы. Показано, что для кристалла, содержащего дислокации, значение модуля упругости уменьшается. Исследовано так же перераспределение напряжений, возникающих в этом участке блока интерферометра при изменении плотности дислокации.

*Ключевые слова:* рентгеноинтерферометрический метод, структурные искажения, плотность дислокации, модуль упругости.

**Abstract.** The experimental and theoretical results of investigation by means of X-Ray diffraction Moire patterns of deformation fields which appear in one of the working parts of blocks of crystal X-Ray Interferometre caused by mechanic impact depending on dislocation density are brought in the work Redistribution of stresses is also investigated which appear in this part of block of Interferometre when changing the dislocation density.

*Keywords.* X-Ray Interferometric method, structural deformation, dislocation density, modul of elasticity.

**Введение.** Создание различных вариантов рентгеновских интерферометров и расшифровка полученных интерференционных (муаровых) картин позволили решить целый ряд актуальных задач, в частности исследовать структурные дефекты в монокристаллах. Преимущество интерферометрического метода заключается в том, что на рентгеновской муаровой картине отображаются не только структурные дефекты, но и их поля напряжений вдали от дефектов.

Так как рентгеновская муаровая картина является совокупностью изофазовых линий и обусловлена установившимися структурными нарушениями в блоках интерферометра, то, если в одном из блоков интерферометра внести дефект определенного типа (например, дислокацию), тогда поле механических напряжений, возникающее вокруг данного дефекта, приведет к перераспределению фаз: появляется неоднородный фазовый сдвиг между наложенными волнами на входной поверхности анализатора, следовательно и к изменению муаровой картины. Изменение муаровой картины будет заключать в себе информацию о механических напряжениях. Такое имеет место и тогда, когда в кристалле имеются дефекты, или дислокации, зарожденные под воздействием механических повреждений, например царапина нанесенная на поверхность кристаллической пластинки.

Исследование влияния механических напряжений на рентгеноинтерференционную картину было проведено в работах [1-3], где с помощью муаровых картин исследованы поля напряжений в монокристаллах, содержащих дислокации, рассчитана модуль упругости кремния. Однако, в этих работах применяются традиционные методы определения упругих постоянных кристаллов, недостатком которых является то, что этими методами вычисляется эффективный динамический модуль упругости (усредненный модуль по всему кристаллу). Поэтому, дальнейшее более детальное

рентгено-интерферометрическое исследование структурных несовершенств кристаллов, вызванных различными внешними воздействиями, вообще, и изучение поперечных деформаций, вызываемых механическими напряжениями, в частности, являются актуальной задачей физики твердого тела, чему и посвящена настоящая работа. Практическая значимость таких исследований также очень важна, ибо изучение и контроль дефектных структур важно для производства материалов электроники и полупроводниковых приборов.

Нами предложен новый рентгеноинтерферометрический метод, который позволяет не только точно определить модуль упругости, но и ее компоненты для деформированных областей кристалла (блок интерферометра), вызванных дислокацией, зарождающихся под воздействием внешней силы [4,5], т.е. ее локальные значения для тех областей кристалла, от которых образуются муаровые полосы.

**Теоретический анализ.** Известно [6,7], что для кристалла содержащего дислокации, значение модуля упругости  $E$  уменьшается. Эффект уменьшения модуля упругости кристаллов, содержащих дислокации, объясняется следующим образом: под действием небольших напряжений дислокационный отрезок длиной  $\Delta l$  перемещался на малое расстояние  $L$  [8]. Из-за такого малого перемещения возникает дополнительная относительная деформация. Эта деформация обусловлена только дислокационной деформацией. Следовательно, внешнее механическое напряжение приводит к некоторому перемещению дислокации, что создает, помимо чисто упругой деформации, дислокационный вклад в деформацию кристалла. Поэтому вычисленные из описанных экспериментов значения деформации состоят из упругой ( $\varepsilon_0$ ) и дислокационной ( $\varepsilon_d$ ) частей, т.е.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_d \quad (1)$$

Присутствие дополнительной деформации приводит к уменьшению значения  $E$  после зарождения дислокаций в кристалле. Изменения  $\varepsilon$ , а следовательно и  $E$ , вызванные дислокационной деформацией, зависят от плотности дислокаций. Это в свою очередь означает, что в выражении (1)  $\varepsilon_d \sim \rho$ , или  $\varepsilon_d = G\rho$ , где  $\rho$  - плотность дислокации,  $G$  - коэффициент характеризующий приращение  $\rho$  вдоль плоскостей скольжения. Исходя из выше изложенного:  $G = \Delta l b L$ , где  $b$  - модуль вектора Бюргера дислокаций,  $L$  - средняя длина свободного пробега дислокации в кристалле,  $\Delta l$  - длина дислокационной петли. Таким образом, дислокационная относительная деформация определяется выражением:

$$\varepsilon_d = G\rho = \Delta l b L \rho \quad (2)$$

Поставляя (2) в (1) получим:  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta l b L \rho$  (3)

В работе [9] нами получены выражения для компонент деформации и поперечных напряжений, создаваемые имплантированными ионами:

$$\varepsilon_x = \frac{2\beta D}{t_0} \left[ \frac{1}{1-\nu_x} - \frac{\nu_x}{1-\nu_y} \right] \quad (4) \quad \varepsilon_y = \frac{2\beta D}{t_0} \left[ \frac{1}{1-\nu_y} - \frac{\nu_y}{1-\nu_x} \right] \quad (5)$$

$$\sigma_x = \frac{E_x t_0}{2(1-\nu_x) \left[ \frac{1}{1-\nu_x} - \frac{\nu_x}{1-\nu_y} \right]} \varepsilon_x \quad (6) \quad \sigma_y = \frac{E_y t_0}{2(1-\nu_y) \left[ \frac{1}{1-\nu_y} - \frac{\nu_y}{1-\nu_x} \right]} \varepsilon_y, \quad (7)$$

где  $D$  - доза облучения,  $\beta$  - решеточный коэффициент расширения,  $E_x$  и  $E_y$  - компоненты модуля Юнга,  $\nu_x$  и  $\nu_y$  - коэффициенты Пуассона для направлений  $x$  и  $y$



соответственно,  $t_0$  – толщина кристалла (блока интерферометра),  $\sigma_z = 0$ , так как предполагается отсутствие объемного напряжения.

В данной работе для определения напряжений и относительных деформаций, возникающих в блоке кремниевого рентгеновского интерферометра, подвергнутого под воздействием внешней силы, мы заменили  $\beta D$  на  $G\rho$ . Тогда вместо  $\beta D$  в (4) и (6) подставляя  $G\rho$ , и учитывая (3) получим:

$$\varepsilon_x = 2(\varepsilon_0 + \Delta\ell bL) \frac{\rho}{t_0} \left[ \frac{1}{1-\nu_x} - \frac{\nu_x}{1-\nu_y} \right] \quad (8) \quad \sigma_x = (\varepsilon_0 + \Delta\ell bL) \frac{E \cdot \rho}{1-\nu_x} \quad (9)$$

Учитывая, что  $\varepsilon_x = \left| \frac{\Delta d_x}{d_1} \right| = \frac{d_{01}}{\Lambda_{D1}}$ , где  $d_{01}$  – постоянная решетки в направлении  $[1\bar{1}0]$  до внесения дислокации, а  $d_1$  – та же постоянная после внесения дислокации,  $\Delta d_x$  – абсолютное изменение периода отражающих плоскостей по направлению X,  $\Lambda_{D1}$  – период полос параллельного (дилатационного) муара для отражений  $2\bar{2}0$ , из (8) получим:

$$\left| \frac{\Delta d_x}{d_1} \right| = \frac{d_{01}}{\Lambda_{D1}} = 2(\varepsilon_0 + \Delta\ell bL) \frac{\rho}{t_0} \left[ \frac{1}{1-\nu_x} - \frac{\nu_x}{1-\nu_y} \right], \quad (10)$$

Так как  $\left| \frac{\Delta d}{d} \right| = \frac{\sigma}{E} = \frac{d_{01}}{\Lambda_D}$ , то  $\left| \frac{\Delta d_x}{d_1} \right| = \frac{\sigma_x}{E_x}$ , следовательно, из (10) получим:

$$\frac{\sigma_x}{E_x} = (\varepsilon_0 + \Delta\ell bL) \frac{\rho}{1-\nu_x} = \frac{d_{01}}{\Lambda_{D1}} \quad (11), \quad \text{откуда} \quad \Lambda_{D1} = \frac{d_{01}(1-\nu_x)}{\rho(\varepsilon_0 + \Delta\ell bL)} \quad (12)$$

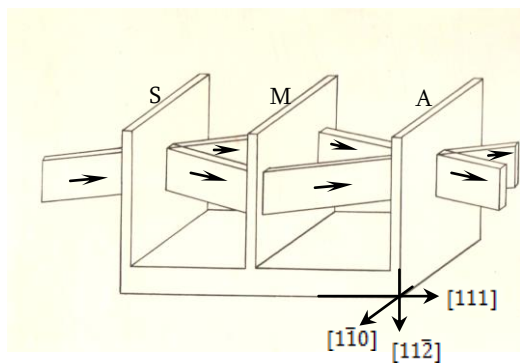


Рис. 1 Трехкристальный интерферометр с выбранной кристаллографической ориентацией.

Как видно из (11), период дилатационной муаровой картины обратно пропорционален к плотности дислокации.

**Экспериментальная часть.** С целью определения компонентов напряжений и относительных деформаций, вызванных механическими напряжениями, из высокосовершенного монокристалла кремния был изготовлен трехкристальный интерферометр (рис.1).

Кремниевые слитки, из которых должны были изготавливаться кристаллические системы, выбирались дополнительным исследованием на наличие дислокаций. В результате,

интерферометр был изготовлен из такого слитка кремния, от пластин которого на топограммах не наблюдались дислокационные петли. Затем вводились  $60^\circ$ -ные дислокации в зеркальном блоке трехкристального интерферометра. Источником для генерации дислокаций служила царапина, нанесенная на поверхность кристаллического блока. После нанесения царапины кристаллический блок интерферометра подвергался механическому нагружению, что осуществлялось при температуре  $(600-700)^\circ\text{C}$  четырехточечным изгибом.

Вначале (до внесения дислокации) снимались муаровые топограммы от интерферометра. Исходный муар (рис.2а) показывает, что в блоках интерферометра искажения кристаллической решетки очень

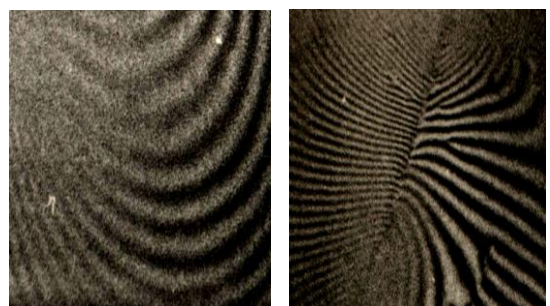


Рис. 2а. Исходная муаровая топограмма (до внесения дислокаций). (x6)

Рис.2б. Муаровая топограмма после внесения дислокаций (x6)

малы, поэтому на рентгенограмме наблюдаются только несколько муаровые линии. После нагружения снималась топограмма от кристаллического блока интерферометра, и с помощью металлографического микроскопа была зафиксирована не только группа дислокаций, выстроенная вдоль царапины, но и определена протяженность группы.

С целью исследования влияния полей напряжений  $60^\circ$ -ных дислокаций, внесенных в блок интерферометра, на муаровых картинах снималась муаровая топограмма от интерферометра (рис.2б). Из этой топограммы видно, что поле механических напряжений, генерированных дислокацией, сильно изменило муаровую картину.

**Обсуждение результатов.** После зарождения дислокации в блоке интерферометра с помощью металлографического микроскопа определена средняя плотность дислокации. Так, на центре царапины плотность дислокации приблизительно  $(1,1 \div 1,4) \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$ , при удалении от центра, на расстоянии 2 мм -  $(2,1 \div 2,4) \cdot 10^4 \text{ см}^{-2}$ , а на расстоянии 4 мм -  $\rho \sim 5,6 \cdot 10^2 \text{ см}^{-2}$ .

Далее по измеренными значениями периодов муаровых картин, вычислялись компоненты относительных деформаций до приложения механического напряжения, и после создания в кристаллическом блоке интерферометра напряженного поля (для кристаллов, содержащих дислокации).

$$\text{Имеем: } \Delta d_1 = \frac{d_{01}^2}{\Lambda_{D1}}; \Delta d_2 = \frac{d_{01}^2}{\Lambda_{D2}}, \text{ следовательно } \varepsilon_{x1} = \frac{\Delta d_1}{d_{01}} \text{ и } \varepsilon_{x2} = \frac{\Delta d_2}{d_{01}},$$

где  $\Lambda_{D1}$  и  $\Lambda_{D2}$  - периоды полос параллельного (дилатационного) муара при отсутствии и наличии дислокаций в блоке интерферометра соответственно,  $\Delta d_1$  и  $\Delta d_2$  - абсолютные изменения периодов отражающих плоскостей при отсутствии и наличии дислокаций.

С помощью выражения (2), для вычисления относительной дислокационной деформации, сначала было оценено параметр  $G$  учитывая, что  $G = \Delta \ell b L$ , где  $L$  - константа, подлежащие определению. Так, сравнение теоретических кривых упрочнения с опытными позволяет определить  $L$ , которая оказывается порядка  $10^{-4} \text{ см}$  [6]. Так как модуль вектора Бюргерса дислокации  $b = 2d_{(2\bar{2}0)}$ , а  $d_{(2\bar{2}0)} = 1,92 \text{ \AA}$  (для кремния), то  $b = 3,84 \text{ \AA}$ ,  $\Delta \ell \approx 1 \text{ см}$  (из эксперимента). После оценивания коэффициента  $G$  вычислены  $\varepsilon_d$  и  $\varepsilon$  с помощью выражений (2) и (3), соответственно.

Далее с помощью выражения (8) были вычислены компоненты относительных деформаций, статический модуль упругости и поперечные напряжения при значениях средней плотности дислокации  $(1,25 \cdot 10^6, 2,25 \cdot 10^4, 4,02 \cdot 10^3, 5,61 \cdot 10^2) \text{ см}^{-2}$ , учитывая, что  $\nu_x = \nu_{[1\bar{1}0]} = 0,262$  (для кремния), так как, ось  $X$  в нашем случае параллельна направлению  $[\bar{1}10]$ . Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1

Компоненты относительных деформаций, модуль упругости и поперечных напряжения при разных расстояниях от центра царапины ( $x$ ) и плотности дислокации ( $\rho$ )

№	$x(\text{мм})$	$\rho(\text{см}^{-2})$	$\varepsilon_0 = \left  \frac{\Delta d}{d_{01}} \right $	$\varepsilon_d = G\rho$	$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_d$	$E(\text{Па})$	$\sigma\left(\frac{\text{Н}}{\text{М}^2}\right)$
1.	0,0	$1,25 \times 10^6$	$3,81 \times 10^{-7}$	$2,63 \times 10^{-6}$	$4,073 \times 10^{-7}$	$13,92 \times 10^{10}$	$5,3 \times 10^3$
2.	0,2	$2,25 \times 10^4$	$3,53 \times 10^{-7}$	$0,47 \times 10^{-8}$	$3,577 \times 10^{-7}$	$14,41 \times 10^{10}$	$5,1 \times 10^3$
3.	0,3	$4,02 \times 10^3$	$3,18 \times 10^{-7}$	$0,084 \times 10^{-9}$	$3,1801 \times 10^{-7}$	$14,91 \times 10^{10}$	$4,7 \times 10^3$
4.	0,4	$5,61 \times 10^2$	$2,81 \times 10^{-7}$	$0,012 \times 10^{-10}$	$2,8102 \times 10^{-7}$	$16,12 \times 10^{10}$	$4,5 \times 10^3$
5.	0,6	49	$0,92 \times 10^{-7}$	$0,008 \times 10^{-10}$	$0,920008 \times 10^{-7}$	$16,79 \times 10^{10}$	$3,40 \times 10^3$

Из таблицы видно, что среднее значение  $E$  составляет  $\bar{E} = 15,23 \times 10^{10} \text{ Па}$ , которое значительно отличается от теоретического значения. Этот факт доказывает, что традиционные рентгеноинтерферометрические методы определения упругих постоянных кристаллов, дают их усредненные значения по всему кристаллу.

### Выводы

1. Метод рентгенодифракционного муара является довольно тонким и точным методом определения количественных характеристик структурных нарушений совершенных кристаллов, обусловленных различными внешними воздействиями на кристалл.
2. Приведенная нами схема эксперимента, т.е. наблюдение муаровых полос на топограмме, позволяет четко подтвердить тот факт, что поля напряжений можно визуализировать муаровыми картинками рентгеновских лучей.
3. Примененные нами рентгено-интерферометрические методы позволяют определить распределения модуля упругости в реальных кристаллах.
4. Показано, что для кристалла, содержащего дислокации, значение модуля упругости уменьшается. При этом чем больше плотность дислокации, тем больше уменьшается модуль упругости.

### Литература

1. Christiansen G., Gerward L. and Lindegaard Andersen A. A Study of the Strain Field of Grown-in Dislocations in a Silicon X-Ray Interferometer. // J. Appl. Cryst.- 1971.- 4.- P. 370.
2. Дрмеян Г.Р., Эйрамджян Ф.О. Экспериментальное исследование рентгеновских интерференционных картин. // Известия АН АрмССР. Физика.-1979.-Т. XIV, вып. 1.- С. 54-60.
3. Эйрамджян Т.О., Алумян К.В., Белубекян Э.В. Применение рентгеноинтерферометрических методов для исследования полей напряжений в монокристаллах, содержащих дислокации // Известия ЕГУАС.- 2007.- №1.- С. 65-66.

4. Drmeyer H.R. Study of Deformation Fields as a Function of the Temperature Gradient in the Mirror Block of an Interferometer // Crystallography Reports.- 2005.-V.- 50.- № 3.- pp. 363-366.
  5. Дрмеян Г.Р., Абоян А.О., Эйрамджян Ф.О. Рентгено-интерферометрическое исследования полей деформаций в ионноимплантированных кристаллах кремния // Поверхность. Рентгеновские, Синхротронные и Нейтронные исследования.-2011.- № 2.- С. 47-48.
  6. Жданов Г.С. Физика твердого тела // Изд-во московского университета.-1962.-С. 451-453.
  7. Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела //Высшая школа.-1999, Москва.- С.491.
  8. Котрелл А.Г. УФН. Теория дислокаций в кристаллах. 46, 179, 1952.
  9. Дрмеян Г.Р.// Поверхность. Рентгеновские, Синхротронные и Нейтронные исследования.-2005.- № 5.- С. 65-69.
- 

## ФИЗИКАЛИЗМ И СОВРЕМЕННАЯ НАУЧНАЯ КАРТИНА МИРА

Ильин Н.П.

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Санкт-Петербург, Россия, ilyinnp@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье рассматриваются основные черты современного физикализма и подвергаются критике попытки найти чисто физическое объяснение происхождения жизни и сознания. Анализируется стремление так называемого «биоцентризма» утвердить себя в качестве новой естественнонаучной парадигмы. Делается вывод о необходимости учитывать тенденцию к смене парадигмы в преподавании общей физики.

*Ключевые слова:* физикализм, синергетика, парадигма, биоцентризм, вселенная, сознание, время, общая физика.

**Abstract:** The article discusses the main features of modern physicalism and criticizes attempts to find a purely physical explanation of the origin of life and consciousness. The aspiration of the so-called "biocentrism" for establishing itself as a new scientific paradigm is also examined. In conclusion the necessity to take into account the trend towards a paradigm shift in the teaching of general physics is underlined.

*Keywords:* physicalism, synergetics, biocentrism, paradigm, universe, consciousness, time, general physics.

Мысль о том, что физика является единственной наукой, которую можно считать в полном смысле слова фундаментальной и на основе которой можно объяснить все явления в мире, присутствовала уже в классической физике, например, в известных рассуждениях Пьера Лапласа, получивших впоследствии название «жесткого» детерминизма [1].

Разработка специальной теории относительности и квантовой теории в начале XX века еще более укрепила представление об исключительном положении физики среди других наук. Это представление, под названием «физикализм», получило тщательное обоснование в работах Р. Карнапа, О. Нейрата и других ведущих неопозитивистов, сгруппировавшихся в т. н. «Венском кружке» (1924-1936 гг.). В статье с программным

названием «Физикалистский язык как универсальный язык науки» Карнап заявлял: «Все иные используемые в науке языки (например, в биологии, психологии, в социальных науках), как мы вскоре увидим, *можно* свести к физикалистскому языку» [2]. Таким образом, по мнению Карнапа, адекватное знание как о явлениях природы, так и о явлениях культуры, можно выразить на языке физики.

В последующие десятилетия физикализм был подвергнут всесторонней философской критике, в том числе и мыслителями, которые, подобно К. Попперу, первоначально разделяли идеи «Венского кружка». Однако влияние физикализма в среде профессиональных физиков, не слишком озабоченных дискуссиями о предмете, методе и границах их науки, не только не убывает, но явно возрастает. Это выражается в ряде тенденций, наиболее показательной среди которых является тенденция к чисто физическому рассмотрению проблем, связанных с происхождением жизни. Для правильной оценки этой тенденции необходима небольшая историческая справка.

Общеизвестно, что выдающийся французский ученый, основоположник микробиологии Луи Пастер доказал, в серии блестящих экспериментов, проделанных в начале 1860-х годов, невозможность «самозарождения жизни». Впоследствии результаты Пастера были подтверждены целым рядом других исследований, в результате чего был сформулирован так называемый закон гомогенеза, который кратко выражается в формуле «*omne vivum e vivo*», то есть «все живое (происходит) от живого» [3]. В связи с этим законом великий английский физик У. Томсон (лорд Кельвин) отмечал, что «на основании огромного количества индуктивных доказательств, невозможность самозарождения *в какое бы то ни было время* так же прочно установлена, как закон всемирного тяготения» [4]. Приводя эти слова, известный отечественный биолог С. П. Костычев (1877-1931) подчеркивал, что «жизнь только меняет свою форму, но никогда не создается из мертвой материи» [4, с. 55]. Свою солидарность с этим положением недвусмысленно выражали такие замечательные ученые, как В. И. Вернадский, Л. С. Берг и др.

Очевидно, однако, что закон гомогенеза противоречит основному догмату материализма, философского учения, до сих пор распространенного среди части естествоиспытателей. Под влиянием этого догмата, а также в связи с развитием неравновесной термодинамики (прежде всего, в работах И. Пригожина и М. Эйгена) сформировалась новая дисциплина, получившая название теории сложных систем, или синергетики. Достаточно быстро синергетика переместилась из области собственно физических проблем в область биологии и, заменив слово «самозарождение» слово «самоорганизация», стала претендовать на объяснение не только «феномена жизни» [5], но и всей совокупности социальных явлений [6]. Опираясь на очень узкую экспериментальную базу и на весьма расплывчатый смысл понятий «организация», «порядок», «сложность» и т. д., адепты синергетики пустились в откровенные спекуляции, несмотря на возражения таких крупнейших ученых, как Л. А. Блюменфельд, относивший к числу «нерешаемых проблем биологической физики» даже вопрос о «первых стадиях биологической эволюции», не говоря уж о происхождении внутренней психической жизни и сознания [7].

Сегодня пропаганда синергетики, якобы объясняющей «происхождение жизни» чисто физически, «производством отрицательной энтропии в открытых системах», приняла масштабный характер, проникнув, например, в программу курсов концепций современного естествознания и в научно-популярную литературу. Конечно, и в этой ситуации среди ученых с достаточно широким кругозором есть те, кто понимает не только чисто спекулятивный характер подобного «применения» физики в биологии, но и главную причину того, что это применение может иметь только ограниченный характер, поскольку физика «не оставляет места для понятия субъективности» [8]. Вот суть дела. Не сложность, не организация, не адаптация и проч. составляют сущность жизни, а именно субъективность, способность к переживанию, к самочувствию как простейшей форме самосознания. «Жизни столько же, сколько и субъективности, ведомости себе» [9] –

отмечал еще в конце XIX в. замечательный русский философ и психолог П. Е. Астафьев (1846-1893), и это положение должно стать аксиомой для всякого здравомыслящего ученого, какой бы ни была его научная специальность.

Стремление создать «науку о жизни» исключительно на основе физических законов является не единственным примером крайнего физикализма в современной науке. Все дальше в область откровенных спекуляций заходит и современная космология, с ее самым знаменитым, после гипотезы Большого взрыва, продуктом: гипотезой «мультивселенной», или «множественности миров» [10]. Здесь мы встречаем уже не ограниченное мышление материалистического толка, а нечто весьма близкое к буйным оккультным фантазиям. Конечно, подобные фантазии возникли не на пустом месте – к ним подталкивали двано известные парадоксы квантовой механики, вроде «квантовой запутанности» (ЭПР-парадокс) и «кота Шредингера», вынужденного существовать в одном мире и не существовать в другом. Но те же парадоксы оказались одной из причин того, что в современной науке все громче заявляет о себе *отрицание физикализма*, а вместе с ним – и господствующего положения физики в научной картине мира.

Самые решительные противники физикализма настаивают на необходимости «совершенно новой парадигма», которую они называют *биоцентризм*, заявляя: «современные физические теории не работают и просто не будут работать до тех пор, пока в них не будут учтены две важнейшие составляющие нашего мира: жизнь и сознание» [11]. На деле, однако, речь идет не только о том, чтобы «учесть» сознание при объяснение парадоксов квантовой механики, но и о том, чтобы признать сознание тем фактором, который формирует физическую реальность! Выдвигая этот радикальный тезис, биолог Роберт Ланца находит союзников в лице крупных физиков-теоретиков, таких, как Андрей Линде, Джон Уилер и др. В основе их рассуждений лежит представление о «волнах вероятности», высказанное еще в 1920-е годы Максом Борном в полемике с Луи де Бройлем, который отстаивал понятием материальных «волн вещества». Анализ многочисленных экспериментов с дифракцией всего одно фотона или электрона приводит, по мнению «биоцентристов», к неизбежному выводу, что «физическая частица или доля энергии существует в зыбком вероятностном состоянии, и определенность наступает только после коллапс волновой функции в момент наблюдения» [11, с. 64]. «Коллапс волной функции» той или иной частицы оказывается ключевым момент ее перехода из «возможного мира» в «действительный мир», и этот переход неразрывно связан с присутствием наблюдателя, который при этом «физически» никак не вмешивается в поведение частицы. Отсюда вытекает общий принцип биоцентризма: «Чтобы материя могла проявиться – в виде камешка, снежинки или даже элементарной частицы, – ее должно увидеть живое существо» (там же).

Конечно, этот принцип весьма напоминает знаменитый тезис епископа Беркли «*esse est percipi*», «быть – значит быть воспринимаемым». Уместно здесь вспомнить и учение Аристотеля о материи как чистой возможности, которая становится действительной, лишь соединяясь с идеальной «формой». Но было бы несправедливо связывать новейший «биоцентризм» (а точнее, субъективизм) только с излишним увлечением его создателей идеалистической философией (тот же Ланца вообще не упоминает о Беркли, а Аристотеля упоминает лишь мимоходом). Биоцентризм – это, на мой взгляд, закономерная реакция на явные слабости чисто объективистской (и физикалистской) парадигмы, господство которой явно затянулось.

В этом убеждают и работы известного канадского астрофизика Ли Смолина, который сосредотачивает основное внимание уже не на квантовой механике, на теории относительности. По мнению Смолина, «единственный способ преодолеть нынешний кризис в теоретической физике и космологии» состоит в том, чтобы признать *реальность времени* [12]. Между тем, считает Смолин, теория А. Эйнштейна (как СТО, так и ОТО) только завершила тенденцию к «устранению времени» из состава реального мира, которая наметилась уже в классической физике. В связи с этим Смолин делает весьма меткие

замечания о той роли в «устранении времени», которую сыграла чрезмерная математизация физики, поскольку математика оперирует с «вневременными» объектами – идеальными алгебраическими и геометрическими структурами. Что касается Эйнштейна, то в его «блочной Вселенной» вовсе нет времени, а есть только заданная раз и навсегда четырехмерная структура, в которой «время» превратилось в дополнительное квазипространственное измерение. В этой структуре нет никакого «сейчас», неразрывного связанного с «переживанием настоящего момента», составляющим самую суть реального времени [12, с. 88].

Ли Смолин энергично сражается за «возвращение времени» не только с точки зрения нашего повседневного опыта, властно говорящего о том, что между временем и пространством существует фундаментальное различие, «смазанное» классической механикой и окончательное «стертое» механикой релятивистской. По мнению Смолина, современная космология может выпутаться из затруднений (связанных в том числе и с антропным принципом), только признав, что «законы природы должны эволюционировать». Идею эволюции законов природы высказал еще в XIX в. американский философ Чарльз Пирс, а в XX столетии к ней вернулся выдающийся физик-теоретик Поль Дирак. Но эту идею постарались не заметить, настолько она противоречила привычным взглядам на законы природы, как на математические формулы. Необходимо подчеркнуть, что Ли Смолин говорит об эволюции законов природы не как об эволюции наших представлений об этих законах, а как об *эволюции самих законов*, причем в строго биологическом смысле. По мнению Смолина, среди этих законов происходит «космологический естественный отбор», который должен изучаться «методами популяционной биологии» [12, с. 157-158]. Именно благодаря этому отбору (связанному с рождением «новых Вселенных» из черных дыр) выживают лишь Вселенные, которым соответствуют физические законы (и мировые константы физики), наиболее соответствующие условиям существования *живых организмов*. Таким образом, концепция Смолина (которую мы, конечно, не имеем возможности изложить детальнее), также вполне заслуживает название «биоцентризма», хотя данный автор это название и не использует.

Вероятно, рассмотренные выше концепции выглядят не менее, если не более экстравагантными, чем уже ставшие привычными парадоксы физикализма. Но иначе и не могут восприниматься концепции, в которых выражается стремление к подлинной, а не декларативной *смене парадигмы*. Думаю, что биоцентризм может быть только этапом к всеобщей «синтетической» парадигме, в рамках которой будут сотрудничать на *равноправных началах* и физика, и биология, и математика, и, хочется верить, весь комплекс гуманитарных наук. В середине прошлого века американский биолог Энтони Стенден в блестящем памфлете «Наука – священная корова» заметил в адрес физиков-теоретиков: «они не пытаются научить, где лежат границы их науки, поскольку не признают для нее никаких границ» [13]. Бесцеремонное вторжение физики в области, где *не работает* главный элемент ее метода – *объективирующее моделирование*, должно прекратиться. Только в этом случае можно надеяться на действительно плодотворное сотрудничество физики с другими науками.

Что касается преподавания общей физики как в средней, так и в высшей школе, то здесь необходима разработка принципиально новой модели, которая видит в физике не пресловутую «теорию всего», но важный *элемент* общей культуры, развивающийся благодаря как своим внутренним ресурсам, так и взаимодействию с другими элементами [14].

## Литература

1. Laplace P. S. Essai philosophique sur les probabilités. Paris, 1814. Русский перевод: Лаплас. Опыт философии теории вероятностей. М., 1908. – С. 8-11.
2. Философия и естествознание. Журнал «Erkenntnis» (Познание). Избранное. М.: Идея-Пресс, 2010. – С. 189. Курсив Карнапа.
3. Wilson J. W. Biology attains maturity in the 19th century // Critical problems in the history of science. The University of Wisconsin Press, 1959. – P. 401-418.
4. Цит. по: Костычев С. П. О появлении жизни на Земле. Издательство З. И. Гржебина. Пермь-Берлин, 1921. – С. 46.
5. Галимов Э. М. Феномен жизни: между равновесием и нелинейностью. Происхождение и принципы эволюции. – М.: Едиториал УРСС, 2001. – 256 с.
6. Василькова В. В. Порядок и хаос в развитии социальных систем. Синергетика и теория социальной организации. СПб.: Лань, 1999. – 480 с.
7. Блюменфельд Л. А. Решаемые и нерешаемые проблемы биологической физики. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 160 с.
8. Settle T. You can't have science as your religion! // Critical Rationalism, Metaphysics and Science. – Cluver Academic Publishers. 1995. – P. 59-90.
9. Астафьев П. Е. Вера и знание в единстве мировоззрения. М., 1893. – С. 150.
10. The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics. Ed. By V. C. DeWitt and N. Graham. Princeton University Press, 1973. – 240 P.
11. Ланца Р., Берман Б. Биоцентризм. Как жизнь создает Вселенную. – СПб.: Питер, 2015. – С. 11.
12. Смолин Ли. Возвращение времени. От античной космогонии к космологии будущего. М.: АСТ, 2014. – С. 14. В оригинале подзаголовок книги звучит совсем иначе: «От кризиса в физике к будущему Вселенной». Российские физики упорно делают вид, что никакого кризиса нет.
13. Standen A. Science is a Sacred Cow. New York, 1950. – P. 32.
14. Ильин Н. П. Курс общей физики: размышления о концептуальной модели. // Труды международной научной конференции. Цахкадзор, 24-29 марта 2014. Т. 1. Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство. – Цахкадзор. 2014. С. 187-191.

---

## ФЕНОМЕНОЛОГИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ В СОВРЕМЕННОМ КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Кожевников Н.М.

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия, nkozhevnikov@mail.ru*

Общая физика в вузах все больше обращается к изучению теоретических моделей, насыщенных математическими формулами и преобразованиями. Удельный вес феноменологического описания физических явлений стремительно уменьшается. Это наносит ущерб формированию физического мышления, которое отличается от математического. Приведенные два примера иллюстрируют эту проблему. Показано, как следует начинать изучение темы «поляризация света» в курсе общей физики.



Обсуждаются вопросы, связанные с метризацией пространства и времени с помощью действительных чисел.

*Ключевые слова:* феноменология, теоретическая модель, верификация, поляризация, двулучепреломление, угол Брюстера, метризация, действительное число, детерминизм.

General physics more and more turns to theoretical models saturated with mathematical formulae and transformations. The specific weight of phenomenological description is quickly decreasing. It damages physical mentality which differs from mathematical thinking. Two examples illustrate the problem. The first one shows the way to acquaint students with polarization effects. The second one analyses the problems arising when real numbers are used for space and time metric.

*Key-words:* phenomenology, theoretical model, verification, polarization, birefringence, Brewster angle, real number, determinism.

## Введение

Одной из проблем преподавания общей физики в вузах является интенсивная математизация курса, которая началась еще в середине XX века. Сейчас в учебных пособиях по физике редко встретишь подробные описания экспериментов с обсуждением технических деталей и наблюдаемых эффектов. Вместо этого с самого начала излагаются теоретические модели, насыщенные непростой математикой. На верификацию этих моделей обычно времени не остается. В результате возникает парадоксальная ситуация: студентам рассказывают о том, чего они никогда не видели и часто даже не представляют, о чем идет речь. Так в сознании студентов складывается мнение о физике, как о схоластической дисциплине, не связанной с окружающим нас миром. Чтобы вернуть физику на феноменологический фундамент, следует отдать приоритет эксперименту и резко сократить математическое описание соответствующих моделей. Как это делать – будет показано в следующем разделе на примере поляризации света.

Еще одна проблема в преподавании физики связана с некритичным отношением к математическим идеализациям, сплошь и рядом присутствующим в теоретических моделях. В связи с этим мы обсудим, почему действительные числа в общем случае не могут быть использованы в качестве численных значений физических величин и как это сказывается на детерминизме Лапласа.

## Первичные представления о поляризации света

Традиционное изложение темы «Поляризация света» в большинстве курсов общей физики начинается с определения термина «поляризация» на основе электромагнитной теории Максвелла. Например, И. Е. Иродов [1] поляризованной называет «волну, в которой направление колебаний вектора  $\mathbf{E}$  упорядочено каким-либо образом». Сразу после этого рассматриваются форма и степень поляризации, отражение и преломление поляризованных волн на границе раздела двух диэлектриков (с выводом формул Френеля), явление двулучепреломления (с элементами кристаллооптики) и т. д. В отсутствие у студентов наглядных представлений о реальных поляризационных эффектах, такая методика изучения этой темы часто оказывается совершенно неэффективной. Студенты просто не понимают, о чем идет речь. Даже модель электромагнитной волны, изображаемой в виде двух синусоид с ортогональными направлениями колебаний векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , слишком абстрактна и трудна для первоначального восприятия. Что же говорить о волнах со стохастическими годографами этих векторов. Речь может идти, скорее, о привыкании к модели электромагнитной волны и об умении пользоваться ей в теоретических рассуждениях.

Нам кажется, что на начальном этапе изучения поляризации света более эффективен феноменологический подход, опирающийся на определение поляризации через непосредственно наблюдаемые эффекты. Вот как определяет поляризацию П. Друде [2]: «Мы говорим, что луч света поляризован, если он обладает неодинаковыми свойствами в различных направлениях, перпендикулярных к направлению его распространения. Обнаружить это можно, вращая световой луч около направления его распространения, как около оси; при этом наблюдаются изменения в световых явлениях».

Чтобы подвести студентов к сути поляризационных эффектов, рассмотрим последовательность демонстрационных экспериментов со стеклянной пластинкой и с поляризатором, принцип работы которого пока не обсуждается. Разместим по очереди эти элементы на пути светового пучка от лампы накаливания (например, от проектора) и будем вращать их в плоскости, перпендикулярной направлению пучка. При вращении как стеклянной пластинки, так и поляризатора изменения интенсивности при вращении не происходит (на изменение интенсивности за счет поглощения не обращаем внимания). Теперь сделаем то же самое с излучением жидкокристаллического монитора, на который для наглядности выведена какая-то картинка. При вращении стеклянной пластинки яркость изображения не изменяется, в то время как вращением поляризатора мы можем полностью погасить соответствующий фрагмент картинки (рис. 1). Очевидно, этот эффект связан как с особым свойством света, так и с наличием особого оптического элемента поляризатора. Это особое свойство, заключающееся в изменении интенсивности при прохождении поляризатора, и называется поляризацией. А оптический элемент – поляризатор – в этом случае называется анализатором.

Для визуализации поляризации пучка требуется специальный оптический элемент – поляризатор, с помощью которого можно менять интенсивность проходящего через него света. Поэтому в качестве феноменологического определения поляризации можно предложить следующее: свет является поляризованным, если его интенсивность меняется при прохождении через поляризатор. При этом пока не требуется даже объяснять, как устроен и на каком принципе работает этот оптический элемент. Но нужно показать хотя бы несколько примеров изменения интенсивности света при прохождении поляризатора.



Рис. 1. Гашение изображения на жидкокристаллическом мониторе с помощью пленочного поляризатора

Этот и многие другие аналогичные демонстрации должны наглядно показать суть явления поляризации, которое в дальнейшем можно будет интерпретировать в рамках волновой концепции света с привлечением модели плоских и сферических волн.

Так как большинство студентов и преподавателей физики никогда раньше не видели, как реально выглядит эффект, который называется двулучепреломлением, крайне важно показать его, наблюдая какую-нибудь картинку сквозь анизотропный кристалл (рис. 2). Наибольший эффект производит индивидуальное наблюдение двулучепреломления каждым студентом прямо на лекции.



Рис. 2. Двулучепреломление в кристалле исландского шпата.

Важнейшим событием в истории физики стало открытие эффекта полной поляризации при отражении света. В самом начале XIX века молодой лейтенант Императорского инженерного корпуса Этьен Луи Малюс впервые заметил, что свет, отраженный от воды под углом  $52^{\circ}45'$ , ведет себя подобно лучу, прошедшему через кристалл исландского шпата, который гаснет при повороте поляризатора вокруг оси, совпадающей с направлением луча. Теперь-то мы знаем, что речь здесь идет об отражении под углом полной поляризации (углом Брюстера)<sup>3</sup>. В связи с тем, что этот эффект трудно усваивается студентами, полезно сразу показать его непосредственно на лекции. Наиболее просто это сделать следующим образом.

Кусок обычного оконного стекла кладется на темную поверхность демонстрационного стола. На стекле находится хорошо освещенная лампой белая фарфоровая статуэтка (в нашем случае – «мишка»). Видеокамера отображает статуэтку и ее отражение в стекле на экране монитора. При этом видеокамера улавливает отраженные лучи света, которые идут под углом  $\sim 60^{\circ}$  к нормали. Во время проведения демонстрации перед объективом видеокамеры помещается пленочный поляроид, при вращении которого происходит исчезновение отраженного изображения «мишки» (рис. 3, а, б). Это означает, что отраженный свет полностью линейно поляризован.

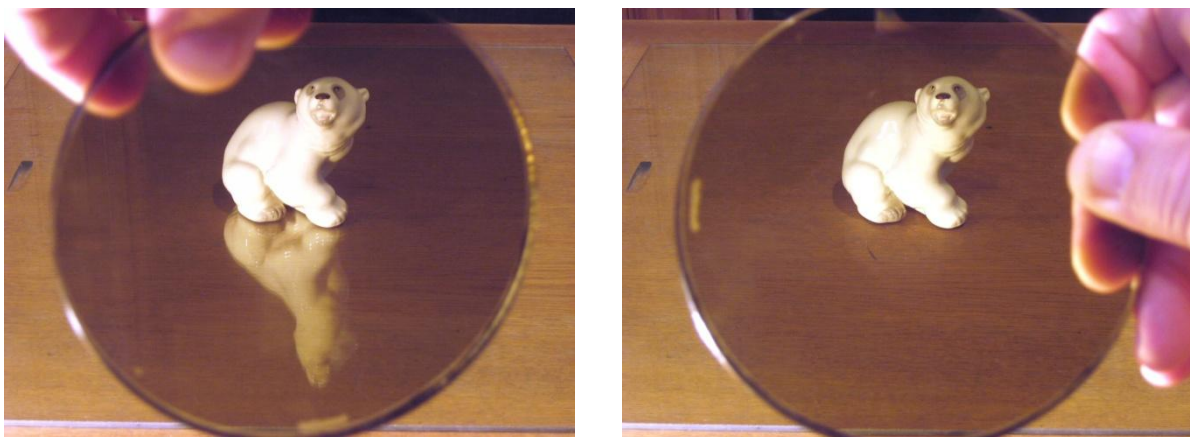


Рис. 3. Гашение отраженного изображения при наблюдении под углом Брюстера.

<sup>3</sup> Закон Брюстера, связывающий показатель преломления с тангенсом угла полной поляризации, был сформулирован в 1815 году.

Рассмотренные два эксперимента (двулучепреломление и отражение под углом Брюстера) явились началом целенаправленного изучения поляризации еще до появления электромагнитной теории Максвелла.

## Математические идеализации в физике

Формировать и развивать физическое мышление следует, не только выполняя лабораторные работы физического практикума. Это можно и нужно делать и при изложении теоретической части курса, и на упражнениях. В качестве примера в этой статье обсуждается вопрос о «физическом смысле» вещественных чисел и возникающих при использовании таких чисел проблемах интерпретации полученных теоретических результатов.

Как известно, теоретическая физика изучает модели реальных объектов и явлений, которые описываются на языке математики. К таким модельным понятиям относятся пространство и время, которые метрируются с помощью вещественных чисел.

Множество этих чисел включает в себя положительные и отрицательные рациональные и иррациональные числа и нуль. Если с физическим смыслом рациональных чисел все ясно, то с иррациональными числами не все так просто. Где находятся иррациональные числа на числовой оси? Одним из ответов на этот вопрос является определение иррационального числа с помощью, так называемого сечения Дедекинда [3, 4]. Сечением называют разбиение множества рациональных чисел на два подмножества, так называемые верхний и нижний классы. При этом возможны ситуации, когда в верхнем классе есть минимальное число, а в нижнем – нет максимального числа, или когда в нижнем классе есть максимальное число, а в верхнем – нет минимального. Эти ситуации определяют рациональные числа.

Сечения, определяющие иррациональные числа, не имеют ни максимальной верхней границы в нижнем классе, ни минимальной нижней границы в верхнем классе. Поэтому на самом деле иррациональные числа – это не числа в «рациональном» смысле, они не могут быть представлены несократимой дробью. Такие числа могут быть записаны в виде бесконечной десятичной непериодической дроби, что фактически означает возможность только приближенной записи. Примером может служить определение числа  $\pi = 3,141592\dots$

Математиков обычно не заботит, что в ответе задачи получилась длина отрезка прямой  $x = \sqrt{3}$  м или длительность интервала времени  $t = \pi$  секунд. Физика же интересуется, как связаны иррациональные числа с возможностью их измерения с целью реальной верификации полученного результата. Ясно, что в принципе иррациональные числа, в отличие от рациональных, не могут быть измерены с абсолютной точностью. Измерить можно только их рациональные приближения. Степень приближения мы выбираем сами, исходя из реальной потребности в точности результата. Для этого надо просто «отсечь» все «лишние» цифры в мантиссе десятичной дроби, представляющей данное вещественное число.

Можно назвать немало проблем в физике, связанных с идеализированной метризацией пространства и времени вещественными числами. Например, концепция детерминизма (Лапласа) в физике утверждает, что зная начальное состояние системы физических тел (материальных точек), можно абсолютно точно предсказать состояние этих тел в будущем, а также восстановить все состояния, предшествующие начальному. При этом должны быть известны все силы, действующие в системе. Если все физические величины заданы рациональными числами, то вопросов не возникает. А если начальное состояние и силы заданы иррациональными числами? Как в этом случае верифицировать теоретический результат, т. е. подтвердить его экспериментально. Если использовать рациональное приближение, то реальные траектории на большом расстоянии от начального положения или по прошествии большого времени могут сильно отличаться от



теоретических. Кроме того, рациональное приближение можно осуществить не единственным способом. Все это делает концепцию детерминизма идеализированной конструкцией с ограниченной пространственно-временной областью применения.

Другая проблема вытекает из необходимости обоснования самой возможности использования математической модели вещественных чисел для метризации реального пространства. Сейчас теоретические исследования в физике охватывают области пространства вплоть до планковских размеров ( $\sim 10^{-35}$  м). Какие свойства имеет пространство на таких расстояниях? Возможно, оно квантуется, так что его (пространство) нельзя дробить до геометрических точек, когда возникает необходимость введения иррациональных чисел? Аналогичные вопросы можно задать и про время. А если еще допустить гипотетическую возможность фрактальной топологии пространства и времени? Эти непростые вопросы сейчас занимают умы физиков-теоретиков. В курсе общей физики достаточно просто указать студентам на существование таких проблем.

## Заключение

В статье приведены два примера методических приемов преподавания физики, ориентированных на формирование физического мышления на ранних этапах обучения в вузе. Первый пример показывает, что сначала следует познакомить студентов с феноменологией явления («поляризация света»), чтобы затем обсуждать теоретическую модель (в данном случае основанную на электромагнитной концепции света).

Второй пример демонстрирует, на что надо обращать внимание студентов в теоретических разделах курса физики, чтобы избежать «ловушек», связанных с идеализированными математическими понятиями. Рассмотренное в статье различие в «математическом» и «физическом» отношении к числам полезно ненавязчиво внедрять в сознании студентов (а лучше начинать это в средней школе) с первых лекций курса общей физики. Тогда такие фразы, как «физика – наука экспериментальная», а «математика – язык физики», получают конкретный смысл и не будут восприниматься, как формальные слоганы.

## Литература

1. *Иродов И. Е.* Волновые процессы. Основные законы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999. – 256 с.
  2. *Друде П.* Оптика. - Л. – М.: ОНТИ, Главная редакция общетехнической литературы. 1935.- 468 с.
  3. *Ландау Э.* Основы анализа. – М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1947. – 182 с.
  4. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. – М.: Наука, 1966. – 608 с.
-

# СТРАТЕГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕЕМСТВЕННОГО СОДЕРЖАНИЯ КУРСА ФИЗИКИ ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ»

Леонова Н.А.

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия, n\_leonova\_72@mail.ru*

**Аннотация.** В статье рассматриваются принципы формирования содержания курса общей физики по направлению «Техносферная безопасность» в техническом вузе. Определяется стратегия курса, обеспечивающего преемственность с другими дисциплинами естественнонаучного цикла.

*Ключевые слова:* техносферная безопасность, курс физики, преемственность, дисциплины естественнонаучного цикла.

**Abstract.** The article discusses the principles of formation of the content of General physics course in the direction of technosphere safety. Define the strategy of the course ensuring continuity with other disciplines of the natural sciences cycle.

*Keywords:* technosphere safety, physics, continuity, discipline natural Sciences

В современных условиях существенно возрастает роль специалиста по техносферной безопасности, а именно, его профессиональная компетентность: умение анализировать производственную ситуацию, оценивать ее и быстро принимать правильные решения. В этом оператору помогают контрольно-измерительные приборы, дающие информацию о техническом состоянии объектов. Согласно федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования (ФГОС ВПО), выпускники данного направления должны решать профессиональные задачи в соответствии с видами профессиональной деятельности, а именно: проектно-конструкторской, сервисно-эксплуатационной, организационно-управленческой, экспертной, надзорной и инспекционно-аудиторской, научно-исследовательской. Так, например, в проектно-конструкторской деятельности предполагается решение таких задач: участие в проектных работах в составе коллектива в области создания средств обеспечения безопасности и защиты человека.

Профессиональные требования, предъявляемые бакалавру, практически не отличаются от квалификационных требований инженера. Бакалавр и инженер должны решать одинаковые производственные задачи, управлять коллективом и продолжать самостоятельно дальнейшее профессиональное образование. Однако при сравнении систем подготовки инженеров и бакалавров по данному направлению, можно выявить их существенное отличие. Время, отведенное на изучение дисциплин естественнонаучного цикла в профессиональной подготовке бакалавра, значительно сократилось. Учить физику, высшую математику, химию будущие бакалавры будут меньше по времени, но в том же объеме по содержанию. В процессе преподавания естественнонаучных дисциплин возникли следующие проблемы:

- 1) резкое сокращение часов, отводимых на изучение курсов физики, высшей математики, химии при неизменности содержания;
- 2) неравномерность изучения дисциплин по семестрам;
- 3) уменьшение лабораторного практикума или отказ от него вообще.

Таким образом, преподавателям дисциплин естественнонаучного цикла необходимо по-новому учить студентов. Курсу физики в данных условиях отводится особая роль. Он не только формирует у студентов научную картину мира, но и обеспечивает преемственность между дисциплинами. Поэтому так важно определить стратегию курса и

выработать принципы формирования его содержания, понять какие студенты придут учиться. Для этой цели в институте военно-технического образования и безопасности (ИВТОБ) Санкт-Петербургского политехнического университета был проведен педагогический мониторинг (2012-2014) [4]. Его результаты показали, что большая часть студентов (53%) первого курса не обладают мотивацией к будущей профессиональной деятельности, им не интересно учиться.

Следовательно, преподавателям физики нужно не просто учить, но и формировать у студентов будущий профессиональный образ на лекционных, практических и лабораторных занятиях. Это очень не простая задача. При решении задач у студентов должны формироваться и развиваться личностные качества, техническое мышление:

1. В решениях задач должны использоваться умения обобщать и конкретизировать физические и технические явления.

2. В основе решения задач должны быть комбинаторные умения. Они устанавливают функциональные отношения между отдельными элементами и объединяют их на основе общего замысла в единое целое.

3. При решении должны использоваться умения распознавать причинно – следственные связи между различными физическими и техническими явлениями.

4. В основе решения задач должны лежать умения оперировать пространственными образами физических и технических объектов, которые находятся в статическом или динамическом положении в пространстве.

Разрабатывая содержание практических занятий и упражнений по данному курсу, были определены следующие требования к выбору задач:

1. Задачи должны иметь техническое содержание, сопровождаться схемами, графиками, чертежами.

2. Содержание задач должно соответствовать профессиональной направленности студентов.

3. Задачи должны быть не только количественными, но качественными и иметь решения экспериментального характера.

Для организации практических занятий в курсе физики преподавателями кафедр экспериментальной физики и безопасности жизнедеятельности был подготовлен сборник примеров с профессиональным содержанием [1,2,5]. В нем физические задачи прикладного характера, направленные на проблемы, связанные с обеспечением безопасности человека в быту и на производстве. Показано, как физическими законами можно объяснить те или иные требования безопасности, предъявляемые к обслуживающему персоналу при работе на машинах, механизмах, приспособлениях. Эти знания помогут принять верное решение в экстремальной (аварийной) ситуации.

При выработке стратегии курса следует избегать излишней теоретизации, чтобы физика не превращалась в «физику без эксперимента», без лабораторного практикума. Существующие лабораторные практикумы по физике унифицированы, не отражают профессиональную направленность. С учетом этого возникает необходимость разработать тематику и содержание лабораторного практикума для курса физики по направлению «Техносферная безопасность».

В современных условиях обучения, лабораторный практикум должен быть самостоятельным учебным курсом со своими целями, задачами и формами проведения занятий. Например, кроме фронтальных лабораторных работ должны быть семинары: приборные, модельные и т.д. Традиционную методику проведения вводных и зачетных занятий необходимо изменить, сделать их более информативными. Именно использование видеофильмов и компьютерных моделей уместно на данных занятиях. В остальных случаях студенты выполняют экспериментальные работы.

Уместно вспомнить, что, одновременно с курсом физики, студенты изучают дисциплину «Метрология, стандартизация и сертификация», в которой рассматриваются

средства и методы измерений диаметров отверстий, углов, конусности наружных и внутренних поверхностей деталей, параметров резьбы и т.д [6].

Таким образом, при организации лабораторных практикумов по дисциплинам физика и метрология необходимо избегать дублирования, определять стратегию практикума в соответствии с принадлежностью дисциплине. В лабораторных работах по физике, прежде всего, необходимо раскрывать физическую модель эксперимента, а исследование класса и точности прибора, подробную теорию погрешности изучать в курсе дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификации».

Нами были определены учебные задачи лабораторного практикума для курса физики по направлению техносферной безопасности:

1) обеспечить преемственность физического лабораторного практикума со специальными курсами «Метрология, стандартизация и сертификация», «Безопасность жизнедеятельности».

2) ознакомить с основными типами приборов, методами измерения величин (временных, тепловых, электрических, магнитных, световых, ядерной и атомной физики);

3) обучить обеспечению безопасности эксперимента, его планированию и поэтапному выполнению;

4) раскрыть физическую сущность выполненного эксперимента;

5) изучить профессионально значимые явления и модели, например, работу автомата пожарной сигнализации, устройства защитного отключения.

Данный практикум включает не только лабораторные занятия, но и семинары (приборный, по безопасности, профессиональный). Отчет о выполнении лабораторного эксперимента и его защита предполагается на отдельном занятии. Студенты, выполнив всю программу лабораторного практикума, готовятся к публичным защитам работ по выбору преподавателя. Полученные результаты, сформированный вывод обсуждаются всеми участниками семинара. Организованные таким образом защиты, позволяют сформировать навыки профессионального общения, культуру, интеллект студента.

Поскольку одной из основных целей изучения дисциплины является формирование культуры безопасности, предполагающей готовность и способность выпускника использовать приобретенную совокупность знаний, умений и навыков для обеспечения безопасности в любой сфере деятельности. Тематика и содержание физического практикума должны включать изучение явлений, имеющих профессионально важное значение и включать: виброакустические явления, микроклимат, воздушную среду, электрические и электромагнитные явления, типы источников напряжений, источники ионизирующего излучения, фотометрию.

Организованный подобным образом лабораторный практикум не просто обучает студентов физике, но и формирует навыки работы с измерительной техникой и развивает умения использовать геоинформационные технологии и системы автоматизированного проектирования на уровне проектировщика-специалиста в области техносферной безопасности.

В завершение следует отметить, что современный курс физики по направлению техносферной безопасности должен быть наполнен профессиональными примерами, которые используются на лекционных, практических и лабораторных занятиях. Студенты должны не только научиться решать физические задачи, измерять физические величины, но и иметь представление о естественнонаучной картине мира и о своей будущей профессии.

Таким образом, стратегия формирования содержания современного курса физики по направлению «Техносферная безопасность» заключается в создании уникального курса, наполненного профессиональным содержанием.



## Литература

1. Зельдович Я.Б., Яглом И.М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. М.: Наука, 1982. 512 с.
  2. Каверзнева Т.Т., Леонова Н.А., Ульянов А.И. Техносферная безопасность в примерах и задачах по физике. Часть 1. Учебное пособие, Из-во Политехнического университета, Санкт – Петербург 2014 с. 58.
  3. Леонова Н.А., Бортковская М.Р. Математические понятия в примерах и задачах по физике. Учебное пособие, Из-во Политехнического университета, Санкт – Петербург 2014 с. 70/
  4. Леонова Н.А., Каверзнева Т.Т., Ульянов А.И. Междисциплинарная связь курсов физики, безопасности жизнедеятельности и техносферной безопасности. /Леонова Н.А./ Научно-технические ведомости СПбПУ.- 3(203): Научный журнал СПбГПУ, - Санкт-Петербург 2014. С.160-164.
  5. Леонова Н.А., Каверзнева Т.Т., Ульянов А.И. Техносферная безопасность в примерах и задачах по физике. Часть 2. Учебное пособие, Из-во Политехнического университета, Санкт – Петербург 2014 с. 70.
  6. Метрология, стандартизация и сертификация. Лабораторный практикум по техническим измерениям. Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп./ Под ред. засл. деятеля науки РФ, д-ра техн. наук, проф. С.Л. Мурашкина. СПб.: Из-во Политехнического ун-та, 2008.184 с.
  7. Новиков С.П. Математика на пороге XXI века (Историко-математические исследования) [www2.rsuh.ru](http://www2.rsuh.ru) (Официальный информационный ресурс Российского государственного гуманитарного университета) – РГГУ, 14.09.2006.
  8. Цацурян А.М. «Повторение курса физики с привлечением знаний учащихся по математике» / Физика в школе № 4, 1990 г.
-

## СЕКЦИЯ 5

### ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

---

#### ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Алавердян Э.С., Багдадюлян Н.Р.

*Горисский Государственный Университет, Горис, Республика Армения  
armenanna00@mail.ru, nellibagdagjuljan@rambler.ru*

**Անոտացիա.** Հոդվածում հիմնավորվում է կրթական բարեփոխումների անհրաժեշտությունը, վեր հանվում մանկավարժական բուհերում դասավանդման որակի բարձրացման և ապագա ուսուցչի մասնագիտական պատրաստվածության հիմնախնդիրները:

Հանգուցային բառեր. Կրթություն, դասավանդման որակ, կրթության ժամանակակից մոտեցումներ, հոգևոր զարգացում, սոցիալականացում, ապագա ուսուցիչ, կրթության գլոբալիզացիա, մշակույթ

**Abstract** In the article the necessity of educational amendments is based, the issues of a future teacher's professional training and those of teaching quality improvement in Universities are raised.

**Key words** Education, teaching quality, contemporary approaches of education, spiritual/mental/ development, socialization, future teacher, globalization of education, culture.

Изменились времена, изменились также требования и подходы к образованию. Образовательные реформы стали одним из самых насущных потребностей общества. Для звеньев подготавливающих профессиональные кадры (педагогических колледжей, вузов, университетов) соответствие общественным потребностям может стать единственным ключом к решению проблемы их существования.

Воспринимая учащихся, как будущее нашего общества и нации, негромогласно переоценить работу педагога, который создает это будущее. Следовательно реформа профессионального педагогического образования - императив века.

На наш взгляд, профессиональная педагогическая подготовка и повышение качества преподавания в педагогических вузах забота всего общества.

Для профессионального развития будущих учителей, преподаватели педагогического вуза, должны разработать такую педагогическую программу, которая будет направлена на.

- повышение уровня ответственности собственных знаний студентов,
- формирование ценностей и норм поведения, а также повышение морального самосознания студентов,
- развитие практических навыков,
- повышение уровня преподавания,
- развитие у будущих учителей способности критической самооценки своих профессиональных навыков,
- формирование познания и понимания психологического потенциала учеников,
- специализацию глубокого знания предмета,
- основательное теоретическое и практическое знание педагогики
- умение использовать достижения современных педагогических технологий
- знание достижений цивилизации, оценку человеческих ценностей,

- умение адекватно оценивать роль национальных традиций и ценностей в условиях глобализации образования,
- формирование педагогического общения,
- увеличение объемов педагогической практики и повышение ее эффективности,
- развитие педагогической культуры, как основы, для разработки профессионально-педагогической деятельности студентов,
- развитие студенческого научного мировоззрения,
- развитие личностных качеств и духовных ценностей,
- применение вышеуказанных знаний, умений и навыков для формирования у студентов стремления к образованию.

Невольно возникает мысль о том, что очагом формирования личных, моральных и профессиональных качеств преподавателя был и есть ВУЗ.

Разрабатывая эти программы, необходимо учесть современные достижения науки, в контексте глобализации образования.

Университетское образование следует рассматривать как активное, творческое, эффективное, познавательное взаимодействие между преподавателем и студентом, подчеркивая сущность общения на уроке, практическое решение проблемных задач. Преподаватель – талантливая, обладающая знаниями, творческая личность, воодушевленная преподаванием, готовая к сотрудничеству.

В результате обучения у будущих преподавателей формируется богатый духовный мир, способность сочувствия, сострадания ближнему, умение чувствовать сердцем, добродетельность, бескорытность и стремление к нравственному совершенству.

Вот что говорит Мишель Монтень: «Тому, кто не постиг науки добра, всякая иная наука приносит лишь вред».

Для будущего учителя важным критерием является самосовершенствование, так как творческая личность стремится к росту не останавливаясь на достигнутом. Творческие умы, способны принимать самостоятельные смелые решения. Свобода мысли, оригинальность проведения урока, педагогическая интуиция и педагогический такт, индивидуальный подход, гуманизм – все это характеризует индивидуальный стиль педагога.

В системе педагогического образования очагом профессиональной подготовки и вышеуказанных личностных качеств педагога должен стать вуз.

«Пусть наставник заставляет ученика как бы просеивать через сито все, что он ему преподносит, и пусть ничего не вдалбливает ему в голову, опираясь на свой авторитет и влияние.

...Пусть он избегает придавать себе заносчивый и надменный вид, избегает тщеславия, пусть не стремится прославиться человеком, который в поисках и пытается придумать что-то новое» [1, 177-178 ].

Выделить и осмыслить духовные нормы помогает литература, наилучшие герои которой отправляются в вечный путь поиска правды, справедливости, добра и любви. На преградах этого пути мы должны быть внимательными к нашим студентам, в руках которых будущее наших детей и нашей нации.

По Ушинскому, истоками духовного развития является родной язык, школа, природа, искусство, наука, религия. Жизненно важные целевые вопросы лежащие в основе духовного развития, которые направляют личность в поисках цели жизни. Духовное развитие постоянное стремление к совершенству, сохранению индивидуальности, оригинальности и интеллектуальных особенностей личности. Духовная сущность личности отображается стремлением к красоте, правде, гармонии путем самосовершенствования. Духовное развитие осуществляется в процессе постоянного настойчивого творческого труда.

«Вы никогда не сможете служить примером для других и воспитывать их, не исправив и не просветив себя по мере своих возможностей, но вы также не можете исправить сами себя и просветиться в одиночку, исправляя и просвещая других неизбежно исправляешься и просвещаешься сам» [2, 403 ].

Образование является частью культуры и берет на себя некоторые из функций культуры: гуманитарную, социализации, способствует усвоению общечеловеческих ценностей и передачи из поколения в поколение. Сущность гуманитарной функции в духовном мире человека – установление гармонии вокруг него, его физического и духовного здоровья, нравственной жизни. Функция социализации обеспечивает ввод человека в общественность, приобретение жизненного опыта. В результате реализации этих функций формируются цели жизни, самосознание, мировоззрение, система ценностей, которые имеют решающее значение при формировании поведения человека. Образование также способствует жизнеспособности, умению анализировать, адаптации, формированию индивидуальности.

Социализация-это процесс не только социально-психологический, но и характеризующий формирование личности: Это процесс адаптации в социальной среде, построения собственной жизни, который можно наладить путем целенаправленного образовательного процесса.

«Социализуясь ребенок приобретает индивидуальность. Воспитание- это процесс методической социализации», - отметил Дьюркейм.

В педагогике образование, сознание, личность являются самоорганизующейся системой.

При чем изменения происходящие в этих системах тесно связаны. Например, проявления личностного развития результат самосознания и качественного образования. В свою очередь развитие личности сознания, способствует развитию сознания, и обеспечивает качество образования. В самом деле, образование – это процесс самосознания и развитие личности.

Личности изначально присуще самоорганизация, саморегуляция, и процесс обучения в первую очередь должен быть направлен на выявление этого потенциала.

Если традиционные методы обучения направлены на выражение наилучших личностных качеств, то современные технологии преподавания способствуют формированию таких личностных качеств, которые способствуют умению самоорганизации и саморегуляции. Современная педагогика должна развивать новые технологии воспитания и образования, которые способствуют формированию самоорганизованной личности.

Известно, что результат системы намного больше, механической суммы компонентов составляющих систему.

Мотивация, цель, результаты деятельности, средства, которые направлены на достижение поставленной цели и конечного результата являются компонентами любой образовательной системы.

Целенаправленный и преданный труд привзойдет все ожидания.

## Литература

1. Монтень М., Опыты, Ереван, 1991.
2. Радищев А. Н., О человеке, о его смертности и бессмертии, М., 1991.

# ГУМАНИЗАЦИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ КАК ГАРАНТИЯ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГА-ГУМАНИСТА

Амирян Дж. Г.

*Армения, Ереван, Армянский государственный педагогический университет им. Х.Абовяна, gyulamiryan@mail.ru*

**Аннотация.** В статье рассматривается проблема подготовки учителя-гуманиста. Автор рассматривает эту проблему с точки зрения гуманизации содержания и методов педагогического образования, путем создания определенных условий, в частности – студентоцентрическим подходом, который побуждает будущего учителя-гуманиста к гуманистической деятельности.

*Ключевые слова:* гуманная среда, учитель гуманист, сотрудничество, высшее педагогическое образование, гуманизация общего образования, сочувствие.

**Abstract.** The basic problem of preparing a humanist teacher is observed in the article. The author examines it from the aspect of humanizing the content and forms of pedagogical education, grounding the fact that for preparing a humanist teacher the field of professional education should be student-centered so that the future teacher becomes the carrier of humanistic influences.

*Key words:* humane environment, a humanist teacher, cooperation, higher pedagogical education, humanization education, sympathy.

В современной педагогике практически доказано, что основой гуманистического образования является сотрудничество, внимание, уважение, толерантность, понимание и сочувствие, искренность, требовательность и любовь.

Педагоги–гуманисты, несмотря на разнообразность концептуальных принципов (в школе, в семье, в обществе, в политике государства), в центре воспитательного процесса ставят ребенка-его личность, потребности, отдавая предпочтение его самореализации и саморазвитию.

По теории Ф.Фребера основная суть гуманистического воспитания-любовь к ребенку, время, которое затрачивается на его воспитание и собственный пример воспитателя. «Ничего более!»-заключает педагог-гуманист. Все родители должны принять это и постараться доказать, что они так и поступают. Но реальная жизнь доказывает обратное, в ней все не так. В реальности много нечеловечности, нетерпимости, лжи, семейных разводов, педофилии и других видов человеческой эксплуатации, молодежь преследует алкоголизм, наркомания и другие негативные явления. Значит нужно делать следующий вывод-«где-то, что-то не так..!».

По всему миру сегодня обсуждается вопрос неэффективности образования, и школьного, в частности. Но то что школа находится в постоянном развитии и преобразованиях- это тоже неоспоримый факт. Дело в том, что очень часто под образованием мы подразумеваем только передачу знаний, которые человек осваивает с большим трудом, теряя в процессе этого множество ценностей, становясь борцом, трудоголиком. Он готов отказаться от всего для достижения своей цели. Вот здесь и умирает «любовь к человеку», теряется гуманизм, корни которого лежат в основе каждого компонента школьного образования. Этими компонентами являются учебные планы, учебники, методы преподавания и воспитания, воспитательная система, расписание, школьные кабинеты, классные комнаты и коридоры, стены и двор школы, словом- вся атмосфера, которая окружает ребенка в школе. Но в центре всего этого- учитель, который формируется как профессионал и получает законченный образ как педагог в высшем учебном заведении.

Всем известно, что человек формируется под воздействием той среды, в котором развивается. Доброта порождает добро, злость- зло. Мы придерживаемся того принципа, что среда педагогического образования должна быть светлым, добрым и ярким.

Сегодня вся система педагогического образования Армянского государственного педагогического университета им Х.Абовяна на всех стадиях учебного процесса имеет гуманистическую и психолого-педагогическую направленность. Оно проявляется не только в учебном процессе, но во всех направлениях работы с студентами: организованных семинарах по различным направлениям, в тематических лекциях, в создании учебных исследовательских и научных студенческих центрах и т.д.

Реконструируя учебные планы, учебные программы, предметные характеристики в соответствии с новыми требованиями, университет придает определенную педагогическую направленность содержанию, формам и методам, внедренным современным психотерапевтическим методам и вводным курсам- всему тому, что может помочь студенту как будущему учителю и поддержать его личность. Такие работы способствуют также и межличностным отношениям субъектов педагогического процесса вуза, их вежливому поведению, освоению новых правил общения преподавателей и студентов, формированию готовности к решению проблем в будущей профессии, способствовать повышению профессиональных интересов.

Гуманизация педагогического образования направлена прежде всего к основной цели образования, которая является идеалом современной педагогики- формирование человека 21-го века, где предпочтение отдается уверенности в себе, чувству собственного достоинства, созданию условий для формирования высокого самосознания, саморазвития и самоактуализации.

Для обеспечения гуманистической направленности образования необходимо «высвободить» учителя от стереотипов и определенных рамок. Таким образом, необходимо подготовить учителя, который владеет такими средствами и может противостоять давлению со стороны общества (Гамма Х., Маллентауер К., Гротьеф Х. и др.). В своей теории «Учитель гуманист» немецкий педагог Роджерс рассматривает процесс подготовки учителя как сложный, противоречивый и познающий свое собственное «Я» процесс самоактуализации, который направлен на глубокое самопознание и самооценивание. Только такой учитель сумеет противостоять диктуемым выше установкам и правилам, помочь обучающимся быть свободными, самостоятельными, распознавать самого себя, свою сущность, формировать свою личность не под диктовку других, а в процессе борьбы с самим собой.

В. Дилштейн (1833-1911) считал, что важнейшим проявлением гуманистической педагогики является сочувствие, понимание другого человека, его принятие. То есть, для того чтобы понять ученика учитель должен поставить себя на его место, понять окружающий его мир, смотреть на события и явления глазами своих учеников, понять его потребности, чувства, принимая его таким, каким он есть. Только в данном случае учитель не только поймет ученика, но и станет его идеалом, авторитетом. Это обстоятельство предъявляет новые требования к учителю- это прежде всего касается его личностных качеств, поведения, даже привлекательности и шарму.

Для подготовки учителя-гуманиста, кроме узко профессионального предметного образования, важную роль играет общая психолого-педагогическая, всесторонняя подготовка, вплоть до освоения таких предметов и специальных курсов, которые посвящены проблемам происхождения и сущности человека.

Формирование обобщенного образа гуманиста педагога направлено прежде всего на воспитание его личности, готового к самореализации, к самовыражению, самоанализу, самообразованию и самооцениванию. В подготовке учителя профессионала в процессе обучения предпочтение необходимо отдавать именно таким компонентам. Именно в этом важность педагогического образования- подготовка учителя, умеющего протянуть руку

помощи маленькому человеку, выявляя его реальное "Я", внося вклад в воспитание его нравственных качеств, поведения, формирования желаний, интересов и мотивации. Отсюда следует, что цели и содержание педагогического образования должны строиться на единстве личностных качеств и профессиональных умений учителя, на том убеждении, что образование может быть эффективно реализовано только при гуманистических отношениях между учителями и учениками. При этом, в таких взаимоотношениях главную роль играют индивидуальные качества учителя, его умения строить демократическое и взаимопонимающее общение, положительное отношение, готовность и способность избегать конфликты.

Таким образом, в основе гуманистической концепции подготовки учителя лежат не только предметные знания и навыки, но и умение познавать людей, их психологию, мотивы поведения и, в соответствии с этим, умение строить свое поведение. В этом смысле, учитель должен верить в уровень развития способностей учеников, быть позитивно настроенным, верить в успех при решении проблем, стоящих перед обучающимися, то есть демонстрировать оптимистичность как к личности ученика, так и к его возможностям. Такая подготовка будущих педагогов будет направлена на формирование базовых знаний и представлений о психических возможностях и поведении, которые будут способствовать позитивному отношению к обучающимся и их возможностям.

Профессионально-педагогическая подготовка кадров основана на точке зрения о том, что высшее учебное заведение не обеспечивает окончательное формирование будущих учителей. Оно только создает основу для реализации и развития необходимых навыков профессиональной деятельности.

Перед университетом сегодня стоит задача обеспечения научного уровня развития будущих учителей: педагогический университет по праву имеет академический статус. В таких условиях при разработке целей гуманистической подготовки учителей основной позицией станет то, что научные принципы не только на предметных знаниях, которые осваивает будущий учитель, а приоритетными станут воспитательная, организаторская функции, сотрудничество, профессиональные умения, которые формируют нравственные качества. Все это подразумевает, что процесс подготовки учителей необходимо согласовать с социальным заказом, основываясь на модернизации преподавания, корреляции педагогических и психологических идей, применении интегративных знаний (в частности, социологии, культуры, антропологии, психологии, .), которые обеспечивают полную гуманизацию образования.

Изучение методов обучения и воспитания традиционно рассматривается как основная функция педагогического образования. Тем не менее, в процессе подготовки профессиональных педагогов акцент делается на оказании помощи и поддержке каждому студенту, что подразумевает поиск различных методов, которые подходят для каждого в отдельности, для поддержания индивидуальности, «ситуативные» методы, которые помогут именно этому студенту в данной ситуации, для удовлетворения и решения объективных проблем, которые могут возникнуть перед будущими учителями в процессе работы. Контекст такого подхода в том, что студент не просто должен освоить готовые методы работы, а найти те эффективные методы, которые соответствуют как собственным индивидуальным особенностям, так и учеников, и помогут идентификации методологических принципов работы для данной группы.

Принимая во внимание современные требования к учителям, которые обусловлены гуманизацией образования и направлены прежде всего на подготовку учителя – гуманиста, АГПУ взяла курс на глобальную реформу. В центре реформ – студент, его интересы и потребности, эффективное удовлетворение которых приведет к формированию и развитию человека-гуманиста.

Например, в последние годы в университете, благодаря реформам, основательно изменились не только содержание образования и формы организации обучения, но и

обусловленные этими изменениями методы общения и сотрудничества преподавателя и студента.

Содержательные изменения в учебных планах, программах направлены прежде всего на углубление межпредметных связей, дифференциацию и индивидуализацию учебного процесса, повышение эффективности психолого-педагогической подготовки студентов. В контексте названных изменений углубляется личностноориентированность учебного процесса, расширение видов общения преподавателя и студента. Организация консультаций для поддержки студентов вне учебного процесса, различные виды поддержки студентов, сокращение лекционных часов за счет практических и лабораторных – вот ведущие тенденции организации учебного процесса вуза. Сегодня уже заметны плоды этих тенденций вуза, где приоритетность различных видов практических занятий заменили в образовательном процессе пассивные виды деятельности. Лекционные занятия заменены на такие виды, которые обеспечивают активное участие и творческий поиск студентов. В практических, лабораторных и семинарских занятиях выросла роль групповых работ, и дискуссий, которые не только повышают профессиональную самостоятельность и инициативу обучающихся при обсуждении различных педагогических проблем, но также изменили чисто информационную направленность урока на творческое мышление студентов, анализ изучаемых теорий, фактов, различных психолого-педагогических принципов, постоянное обогащение банка своих знаний, изменения точки зрения, мировоззрения и отношение на спрос образования, на профессиональную подготовку.

Основными фактором гуманизации педагогического образования является как степень информированности студентов о своем образовании, о тенденциях развития избранной ими профессии, так и учет их интересов и потребностей. До знакомства с каким-либо предметом студент получает определенную информацию о нем (информация предоставляется заранее на сайт университета): предметные учебные программы и их характеристика с подробными компонентами, изучаемые темы, методы освоения материалов, виды оценивания, критерии, веса, еженедельная нагрузка предмета, рекомендуемая и дополнительная литература, вопросы к экзаменам и текущим контрольным модулям, выходные знания, навыки, которые они должны освоить в процессе изучения данного предмета. Выше перечисленное в профессиональном образовании обеспечивает прозрачность, знание своих прав и обязанностей, дает возможность самореализации. Студенты, таким образом, имеют возможность контролировать уровень требований, предъявляемых ему в процессе освоения предмета со стороны преподавателя.

В последние десятилетия в АГПУ намечается тенденция перехода от традиционных методов к интерактивным (групповые работы, портфолио, эссе, презентации, проектные работы и их представление в виде презентаций, тренинги и т.д.). Такие пути формирования и развития профессиональных и личностных качеств будущих учителей, реализация их практической подготовки новыми эффективными способами, методами обусловлено расчетом индивидуальных особенностей каждого студента, их интересов, обеспечения психологической атмосферы в группах, а также обеспечением определенного уровня общения между студентами и преподавателями.

Таким образом, реформы, проводимые в педагогическом университете, направлены на подготовку педагога-гуманиста. В основе работ по данному направлению лежит тот концептуальный подход, что для подготовки выше названного специалиста вузовское образование само должно быть гуманистическим. Только в таких условиях в будущем педагоге сформируются гуманистические установки и он будет готов к гуманистической педагогической деятельности, которому свойственны следующие компоненты:

- доброе отношение к идеям, мнениям, чувствам и действиям учеников, внимание и поддержка обучающихся в процессе решения проблем, касающихся их,



- индивидуализация гуманистического отношения, так как внимательное отношение к отдельному ученику может не восприниматься другим учеником,
- поддержка и направление ученика к активному мышлению, ко всему что учит и делает он,
- правдивые и искренние действия, поведение, готовое к познанию самого себя, которое приведет к формированию гуманистического поведения ученика. В обратном случае, ученик может проявлять показную доброту, ведущую к неискреннему поведению и самовосхвалению, показухе, саморекламе.

### Литература

1. Թոփուզյան Ա. Օ., Հումանիստական դաստիարակության հիմնախնդիրները մանկավարժության մեջ, Եր., Լինգվա, 2009:
  2. Агеопашвили М. А., Размышление о гуманной педагогике, М., 1996.
  3. Газман О. С., Неклассическое воспитание: от авторитарной педагогики к педагогике свободы, М., МИРОС, 2002.
  4. Гершунский Б. С., Философия образования для XXI века (В поисках практикоориентированных образовательных концепций), М.: Совершенство, 1998.
-

# ВЭБ-САЙТ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ КАК ИСТОЧНИК УЧЕБНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В.И. Антонов

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия  
antonovvi@mail.ru*

**Аннотация.** В статье представлены педагогические материалы, которые являются основой для создания и размещения в Эб-сайте кафедры высшей математики лекционных практически занятия для студентов университета.

*Ключевые слова:* Эб-сайт кафедры, педагогические материалы, лекционные и практические занятия

**Abstract.** The article presents the educational materials that are the basis for the creation and placement on the website of the Department of Higher Mathematics, information on lectures and workshops with university students.

*Keywords:* Web site of the Department, teaching materials, lectures and practical classes

Огромную роль в развитии и становлении общества играют образование и наука. Важным аспектом системы образования являются фундаментальные науки. Настоящему образованный человек должен уметь донести до слушателя ясно изложенную мысль, не выходя при этом за границы нормативной лексики.

Одну из главных ролей в становлении логического мышления играет постановка математического образования. Его целью является не только выработка определенных навыков, но и развитие умения отделять главное от второстепенного, абстрагироваться от мелочей. Все эти качества должны сопровождаться тренировкой памяти, постоянными волевыми усилиями для преодоления трудностей.

К сожалению, предпринятая в последние годы реформа школьного образования существенным образом снизила уровень подготовки выпускников. Сосредоточив основное внимание на сугубо второстепенных вопросах, в основном на формах и методах объективного контроля знаний, мы перестали развивать в учениках любовь к самостоятельной творческой деятельности, основанной на знании, а не знакомстве с предметом. Однако, хотим мы того или не хотим, сама жизнь требует от граждан необходимости постоянного самосовершенствования в сочетании с активной жизненной позицией. В противном случае нам не избежать массовых катаклизмов (техногенных катастроф, дорожных аварий), связанных с непрофессиональным отношением к делу.

Изучение математики не является панацеей от всех бед. Однако математическая грамотность способствует лучшему пониманию сути различных проблем и путей их разрешения. Математическое образование в Санкт-Петербургском политехническом университете всегда находилось на высоком уровне, и мы рассматриваем это как важное наследие наших предшественников.

В своей работе сотрудники кафедры руководствуются принципами, сформировавшимися в педагогическом коллективе за время его творческого роста. Среди этих принципов хочется упомянуть следующие.

Нет четкой границы между отдельными разделами математики. Математика едина по своей сути, и это единство является её существенной чертой как науки и предмета изучения. Обучение математике как части инженерной культуры нельзя заменить рассмотрением методов решения отдельных задач без учета внутренней логики этой

науки. В противном случае специалисты, имеющие необходимость применять математические методы исследования, могут оказаться бессильными при решении задач, требующих развитого абстрактного мышления.

Важным аргументом в пользу чрезвычайной полезности знания математики служит тот факт, что язык математики, состоящий из знаков и символов, является универсальным языком всей науки. При этом запись, сделанная на языке математики, легко трансформируется в живую речь на родном языке практически без потери смысловой нагрузки.

В настоящее время в связи с введением новых образовательных стандартов, в технических университетах происходит существенное сокращение часов, выделяемых для изучения базовых дисциплин: математики, физики, теоретической механики и других. С учетом того, что подготовка школьников по этим дисциплинам в основной массе не выдерживает никакой критики, выпускающие кафедры озабочены сохранением своего педагогического контингента, а так называемое "подушевое финансирование" практически исключает возможность не поставить положительную оценку даже неуспевающим студентам, перед кафедрой математики встает проблема согласования с выпускающими кафедрами разделов курса, количества часов, выделяемых на математику при подготовке бакалавров, а также требований к результатам обучения. Все труднее становится доказать необходимость сбалансированной программы изучения математики.

Следствием этого становится то факт, что кафедра математики вынуждена готовить неоправданно большое количество программ в соответствии с требованиями различных направлений подготовки. Для обоснования своей позиции в данном вопросе мы приступили к созданию на сайте кафедры информационно-педагогического раздела. При его создании поставлены следующие основные цели:

1. Доказательство необходимости выделения нужного количества часов на изучение дисциплины.
2. Согласование разделов программы, наиболее значимых с точки зрения выпускающих кафедр.
3. Помощь студентам в освоении лекционного и практического материалов.
4. Стимулирование студенческой активности в изучении тех разделов курса, которые не вошли в основную программу.
5. Унификация требований к знаниям студентов вне зависимости от выделяемого количества часов.

Для реализации указанных целей кафедра выпускает набор задачников по всем основным разделам курса высшей математики для студентов инженерных направлений подготовки. Задачи, упражнения и образцы проверочных тестов помогают студентам лучше усвоить требования, предъявляемые к их знаниям, умениям и навыкам. По мере выхода типографских вариантов учебных пособий часть материалов мы помещаем на сайт кафедры в раздел "учебная работа".

Важным достоинством проделанной работы является то, что для согласования курса математики с методическими комиссиями различных институтов мы даем возможность оценить нашу точку зрения путем обращения к сайту кафедры, что существенно уменьшает количество итераций в процессе согласования позиций. Кроме того, при возникновении спорных ситуаций со студентами и их родителями мы всегда можем сослаться на то, что требования к знаниям студентов имеются в открытом доступе.

Работа находится в стадии развития, однако уже имеются положительные отзывы со стороны студентов, преподавателей и администрации.

## Образец экзаменационного теста за 1-й семестр

### I. Аналитическая геометрия.

1. Сформулируйте определение гиперболы и запишите ее уравнение.
2. Напишите уравнения прямой в пространстве в параметрической форме и объясните геометрический смысл величин, входящих в уравнение.

3. Составьте уравнение прямой на плоскости, составляющей с осью  $Ox$  угол  $\frac{5\pi}{6}$  и отсекающей от оси  $Oy$  отрезок, равный 1.  
4. Вычислите тангенс угла между прямыми  $x - y + 2 = 0$ ;  $2x + 3y - 1 = 0$

## II. Введение в математический анализ.

5. Сформулируйте определение элементарной функции.  
6. Сформулируйте теорему о предельном переходе в неравенстве.  
7. Сформулируйте определение предела последовательности.  
8. Сформулируйте теоремы об эквивалентных бесконечно малых.  
9. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке  $x_0$  с помощью понятий пределов слева и справа в этой точке.

10. Вычислите  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{3x + 5}$

11. Вычислите  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{\ln(1 + x^3)}$

12. Укажите точку разрыва функции  $y = \frac{x}{x+2}$  и укажите ее род, вычислив пределы функции слева и справа в этой точке.

## III. Производная и дифференциал функции.

13. Сформулируйте определение дифференциала функции.  
14. Укажите геометрический смысл производной.  
15. Запишите формулу, связывающую дифференциал  $n$ -го порядка функции и ее производную  $n$ -го порядка.

16.  $Y = \frac{\operatorname{tg}^3 \ln x}{\cos \sqrt{x}}$ ;  $y' = ?$

17. Функция задана параметрически:  $x = 5 \cos t$ ;  $y = 3 \sin t$ ;  $y'_x = ?$

18.  $y = x^5 + x^3 + 1$  Вычислите  $dy$  при  $x = 1$ ;  $dx = 0, 2$ ;

## IV. Приложения дифференциального исчисления.

19. Сформулируйте 1-й достаточный признак экстремума функции (с помощью 1-й производной).  
20. Сформулируйте правило Лопиталю раскрытия неопределенностей.
-

# ЗНАЧЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТАХ

Анфиногентов В.И., Дараган М.А., Дорощева С.И.

*Казанский национальный исследовательский технический университет  
им. А.Н. Туполева-КАИ, г.Казань, Россия, v.anfinogentov@yandex.ru*

**Аннотация.** Рассматриваются проблемы преподавания математики и математического моделирования в техническом университете. Отмечается, что решение прикладных задач в курсах математики и математического моделирования не только повышают мотивацию к изучению математики, но и способствуют освоению дисциплин профессионального цикла.

*Ключевые слова: преподавание математики, прикладные задачи, математическое моделирование*

**Abstract.** Discusses the problems of teaching mathematics and mathematical modelling at the technical University. It is noted that the solution of applied tasks in the courses of mathematics and mathematical modeling not only enhance their motivation to study mathematics, but also contribute to the development of the disciplines of a professional cycle.

*Key words: teaching mathematics, applied problems, mathematical modeling*

Проблема высшей школы состоит в том, что она не обеспечивает такую глубину и широту в первую очередь фундаментальных знаний, которые необходимы выпускнику для оперативного реагирования на постоянно происходящие изменения в практической и научной деятельности. Особенно это касается направлений, связанных с технологиями оптических систем телекоммуникаций, волоконно-оптическими линиями связи, инфокоммуникационными технологиями, нано-технологиями, нано-материалами и т.д.

При формировании содержания образования в техническом университете важное значение имеет установление соответствия между фундаментальными и профессиональными знаниями в программах подготовки бакалавров и магистров.

Требования, предъявляемые к объему изучаемого материала по фундаментальным дисциплинам, к которым в технических вузах относится и высшая математика, и времени, отводимому для усвоения этого материала, противоречивы: объем материала растет, количество же часов, отводимое на его изучение, не только не увеличивается, но даже неоправданно уменьшается. При этом не учитывается ни дидактическая нецелесообразность уменьшения аудиторных часов, ни важность материала при дальнейшей подготовке конкурентоспособных специалистов. Неоправданно мало внимания уделяется формированию мотивации изучения математики. Не случайно говорят, что степень научности той или иной дисциплины измеряется тем, насколько в ней применяется математика.

Возникновение, например, дифференциального и интегрального исчисления у Ньютона было непрерывно связано с созданием тем же Ньютоном начал теоретической (можно также сказать – математической) физики: понятия высшей математики он воспринимал как (дословный !) перевод на математический язык основных понятий механики.

У студентов первого курса до 90% времени уделяется базовым дисциплинам математического и естественнонаучного цикла. Для усиления мотивации овладения фундаментальными знаниями, в частности это особенно касается математики и физики, повышения качества и сохраняемости полученных знаний, целесообразно с первых недель обучения включать примеры и задачи, иллюстрирующие применение изучаемых разделов математики в дисциплинах профессионального цикла.

Не вызывает сомнения, что примеры и задачи, профессионально ориентированные на выбранное студентами направление смогут повысить качество обучения, усилить или сформировать мотивацию к изучению математики. Проблемы возникают при реализации такого подхода, так как примеры и задачи должны быть:

- краткими;
- не содержать большого количества профессиональной терминологии;
- быть доступными для понимания первокурсников;
- составители должны ориентироваться и в математических и в специальных дисциплинах.

Л.Д. Кудрявцев [1, стр.63] писал о роли математики: «Математизация – это характерная черта современной науки и техники. Человечество ныне как никогда осознало, что знание, уж во всяком случае в области естественных наук, делается точным только тогда, когда, для его описания удастся использовать математическую модель (уже известную, либо специально созданную)».

Эффективно и продуктивно использовать полученные математические знания можно научить студентов только при совместной работе математических и специальных кафедр: математические кафедры учат основам математики и знакомят с математическими методами; специальные кафедры определяют значимость разделов математики для конкретных дисциплин профессионального цикла, дают примеры применения изучаемых математических методов к решению профессиональных задач.

Для эффективного применения математики в образовании и в научных исследованиях необходимо не только знание теоретического материала и умение решать типовые задачи по математике, но и умение формулировать и решать прикладные задачи, т.е. умение использовать математическое моделирование в образовании и научных исследованиях [2].

К реализации симбиоза математика – дисциплины профессионального цикла нами приложено много усилий: только за последние годы собраны примеры и задачи, иллюстрирующие применение математических понятий и методов в дисциплинах профессионального цикла, обсуждены результаты работы на методических конференциях различного уровня, написаны и изданы учебные пособия [3-8].

Наша цель – показать на конкретных примерах из дисциплин профессионального цикла применение математических разделов, изучаемых студентами первого и второго курсов и, таким образом, обратить внимание студентов младших курсов на необходимость иметь прочные математические знания.

Каждая наука в своем развитии проходит так называемый этап "математизации", когда для дальнейшего развития необходимо осуществить обобщение накопленных сведений, их формализацию, параметризацию и установление связей и зависимостей между введенными параметрами.

Если в физике и технических науках язык математики является общепринятым языком, то относительно таких наук как, например, социология, политология, медицина, экология, и др., в полной мере этого сказать нельзя. Зачастую в этих дисциплинах наблюдаемые процессы описываются в словесной форме, однако для осмысления накопленных сведений и абстрагирования необходимо использовать математический аппарат. Таким образом, возникает задача перевода вербальной, содержательной модели в математическую форму.

Можно схематически выделить основные этапы процесса математического моделирования [2]:

1. Выбор объекта моделирования и сбор относящейся к нему информации. Определение цели моделирования в терминах и понятиях той науки, к которой относится объект моделирования.

2. Построение математической модели на основе имеющейся информации об объекте и известных зависимостей, связей и законов из конкретной прикладной науки.

3. Исследование математической модели – решение поставленной задачи математическими методами, путем разработки алгоритмов, программ и проведения вычислительных экспериментов.

4. Интерпретация результатов исследования математической модели – анализ решения математической задачи и его осмысление в понятиях и терминах конкретной науки.

5. Проверка адекватности математической модели, путем, например, сравнения с известными экспериментальными данными, а также, при необходимости сбор дополнительной информации, уточнение или изменение параметров, построение уточненной, усложненной математической модели или наоборот ее упрощение, в случае, когда ее исследование сопряжено с определенными трудностями, и переход к этапу 2.

Очевидно, что процесс построения и исследования математической модели имеет итерационный характер, причем внесение изменений в процесс моделирования возможно на любом этапе.

Если преподаватель на лекциях и практических занятиях по математике уделяет в основном внимание грамотному и доступному изложению математической теории и математических методов, то математическое моделирование способствует неформальному изложению и усвоению изучаемых понятий и методов математики.

Математическое моделирование является тем средством, которое связывает изучение математики с дисциплинами профессионального цикла и способствует формированию у студентов профессионально ориентированного подхода к изучению математической теории и математических методов.

Таким образом, преподавание математики в техническом вузе должно быть направлено не только на формирование у обучающихся математической культуры за счет доступного и грамотного изложения изучаемого материала, объективной оценки знаний с анализом ошибок, но и на решение прикладных задач математического моделирования, способствующих изучению дисциплин профессионального цикла.

### Литература

1. Кудрявцев Л.Д. Избранные труды. т.3 Мысли о современной математике и ее преподавании. М.:Физматлит,2008.-434с.
2. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. 3-е изд., испр. М.: КомКнига, 2007.-192 с.
3. Теоретические основы математического моделирования. Учеб. пособие./Анфиногентов В.И., Гараев К.Г., Егоров Г.А., Овчинников В.А., Чернявский С.М. Казань: изд-во. Гос. техн. ун-та, 2001. - 126с.
4. Анфиногентов В.И., Овчинников В.А. Теоретические основы математического моделирования. Учебно-метод. пособие /Под ред. К .Г. Гараева, Казань: Изд-во Казан.гос. ун-та, 2004г. - 52 с.
5. Данилаев П.Г., Дорофеева С.И. Взаимосвязь непрерывного математического образования и уровня общекультурной компетентности. С.131-137 // Математика в образовании: сб. статей. Вып.9 / Под ред. И.С.Емельяновой. Чебоксары: Изд-во Чуваш. Ун-та, 2013. -248 с.
6. Адигамова Э.Б., Данилаев П.Г., Дорофеева С.И. Методы принятия управленческих решений. Учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. Гос. технич. ун-та, 2012.-152с.
7. Анфиногентов В.И., Дараган М.А., Дорофеева С.И. Математика в задачах радиосвязи и телекоммуникаций. Учеб. Пособие. Казань: Изд-во Казан.Гос.технич. ун-та, 2013.-128с.
8. Данилаев П.Г., Дорофеева С.И. Сборник задач по теории вероятностей для менеджеров. Учеб. Пособие. / Под ред. К.Г.Гараева. Казань: Изд-во Казан.гос.технич.ун-та,2010.-184с.

# НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Арутюнян А. А.

*Армянский государственный педагогический университет имени Хачатура  
Абовяна (АГПУ), Ереван, Республика Армения*

**Анотация:** В статье обсуждается вопрос целесообразности включения понятия группы в программу курса «Математика» для будущих учителей начальной школы. Обосновывается, что специально построенное изложение этого понятия может углубить понимание студентами алгебраических структурах.

*Ключевые слова:* будущий учитель начальной школы, группа, алгебраическая структура.

**Abstract:** This paper examines the question of including one of the basic notions of algebraic structures, namely the group, into a course for pre-service school teacher's programme. It argues that a specially designed course can enrich their mathematical knowledge.

*Key words:* pre-service primary teachers, group, algebraic structure.

Новый государственный стандарт высшего профессионального образования РА определяет требования к минимуму содержания и уровню подготовки выпускника образовательной программы бакалавра «011301. 00.06 – Педагогика и методика (начальное образование)» -ПМНО (в РФ – это специальность «031200 – Педагогика и методика начального образования»).

В нем существенно изменены цели и содержание современной профессиональной методико-математической подготовки студентов факультета начального образования (в РФ – это педагогические факультеты).

Методико-математическая подготовка студентов по образовательной программе бакалавра ПМНО в основном осуществляется изучением двух дисциплин: «Математика» и «Методика обучения математике».

Вопросу об отборе содержания этих курсов посвящены многочисленные исследования и в РФ, и в остальном мире (смотри, например, [1], [2], [3] и многочисленные ссылки в [4]). Отметим только, что содержание этих (и подобных) курсов резко разнится на Западе и в РФ. Конечно, есть некоторые темы, которые сближают позиции исследователей на Западе, Востоке и в РФ. И цель нашего доклада - подробное рассмотрение одной из таких тем.



Речь идет о преподавании элементов абстрактной алгебры, более конкретно - алгебраических структур.

Абстрактная алгебра является обязательной частью программ для подготовки будущих учителей основной и старшей школы и нет ничего удивительного в том, что литература, относящаяся к преподаванию абстрактной алгебры, сфокусирована на студентах, которые специализируются на учителя основной (или старшей) школы (смотри, например, [5], [6], [7]). Тем не менее, данная тема является «трудной» и для математиков: «Обучение абстрактной алгебре сушая катастрофа и полагается только на качества преподавателя» [6 с.227] (курсив мой: А.А.).

Тогда возникает естественный вопрос: почему мы должны включать элементы абстрактной алгебры в программы подготовки будущих учителей начальной школы? Не вдаваясь в жаркие споры вокруг этого вопроса, приведем слова Дейвиса и Смита [8, с.294]: «Вопрос не в том, что математические знания будущих учителей должна быть «больше чем» или «пространнее», а в другом качестве: «Новые математические знания должны побуждать будущих учителей понимать математику в широком и целоностном смысле, чтобы он (она) понимал(а) связи между различными областями математики».

В другом исследовании, которое сравнивает знания по математике будущих учителей начальной школы в США и в Китае, мы используем термин «глубокое понимание фундамента математики» [9].

Исследователь из РФ А.П.Тонких замечает: «Изложение одной из фундаментальных конструкции современной математики – математической структуры – углубит и расширит знания студентов об аксиоматическом методе и станет логическим завершением курса математики. Приобретенные знания позволят будущим учителям на качественно ином уровне осуществлять математическую подготовку школьников ...» [10, с.83].

Мы полагаем, что методико – математическая подготовка будущего учителя начальных классов должна рассматриваться как сложная динамическая система, которая отвечает требованиям фундаментальности, преемственности и перспективности.

В этом контексте отметим, что на кафедре математики и методики начального обучения АГПУ за последние пять лет была создана новая программа по курсу «Математика» и учебно-методический комплекс по этому курсу, где достойное место занимает модуль «Алгебраические структуры».

Цель данного доклада привести фрагменты преподавания одной из тем этого модуля, а именно понятие группы. Методика преподавания этой темы основывается на следующих принципах:

1. Изучение алгебраических структур ведется по схеме «Практическая работа – самостоятельная работа – лекция – практическая работа (семинар)» в отличии от классической схемы «лекция – практическая работа [11].
2. «Обучение абстрактной алгебры полагается только на качество преподавателя».

Из-за ограниченности объема мы приведем фрагменты (сценарии) реализации практической работы схемы 1.

**Практическая работа** (основывается на том, что в курсе «Математика» изучение понятия группы предшествует понятию двуместной алгебраической операции).

Рассматривается множество  $E_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ . На множестве  $E_n$  задаются алгебраические операции  $\oplus$  и  $\otimes$  по следующим формулам:

$$1. \quad y = x + y - n \left[ \frac{x+y-1}{n} \right] \quad (x, y \in E_n - \text{целая часть числа } a) \quad (1)$$

$$2. \quad \otimes y = x \cdot y - n \left[ \frac{x \cdot y - 1}{n} \right] \quad (2)$$

**Задание 1.** Составить таблицы для операции  $\oplus$  и  $\otimes$  при  $n = 4, n = 7$ .

Студенты легко составляют эти таблицы. Если  $n = 4$ , то  $x \oplus y = x + y - 4 \left[ \frac{x+y-1}{4} \right]$ ,  $x \otimes y = x \cdot y - 4 \left[ \frac{x \cdot y - 1}{4} \right]$  и таблицы имеют вид:

	1	2	3	4
1	2	3	3	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

таблица 1.

$\otimes$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	2	4
3	3	2	2	4
4	4	4	4	4

таблица 1'

Если  $n = 7$ , то  $x \oplus y = x + y - 7 \left[ \frac{x+y-1}{7} \right]$ ,  $x \otimes y = x \cdot y - 7 \left[ \frac{x \cdot y - 1}{7} \right]$  и таблицы имеют вид:

	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	1
2	3	4	5	6	7	1	2
3	4	5	6	7	1	2	3
4	5	6	7	1	2	3	4
5	6	7	1	2	3	4	5
6	7	1	2	3	4	5	6
7	1	2	3	4	5	6	7

таблица 2.

$\otimes$	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	1	3	5	7
3	3	6	2	5	1	4	7
4	4	1	5	2	6	3	7
5	5	3	1	6	4	2	7
6	6	5	4	3	2	1	7
7	7	7	7	7	7	7	7

таблица 2'

**Задание 2.** Проверить, что операция  $\oplus$  обладает следующими свойствами: Для любых чисел  $x, y, z$  из множества  $E_n = \{1, 2, 3, 4\}$  ( $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ) верны равенства:

а)  $x \oplus y = y \oplus x$  (операция  $\oplus$  коммутативна),

б)  $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$  (операция  $\oplus$  ассоциативна),

б) существует такой элемент  $e$  из множества  $E_n$  (это число  $e=4$ ) и существует такой элемент из множества  $E_7$  (это число  $e=7$ ), что для любого  $x \in E_4$  ( $x \in E_7$ )

$$e \oplus x = x \oplus e = x$$

г) для любых элементов  $a, b$  из  $E_4$  ( $E_7$ ) уравнения  $a \oplus x = b$  и  $x \oplus a = b$  имеют одно и то же единственное решение.

Студенты легко справляются с этим заданием.

**Задание 3.** Проверьте, что операция  $\otimes$  на  $E_4 = \{1, 2, 3, 4\}$  обладает следующими свойствами ( $x, y, z$  - любые числа из  $E_4$ ).

а)  $x \otimes y = y \otimes x$  (операция  $\otimes$  коммутативна),

б)  $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$  (операция  $\otimes$  ассоциативна),

б) существует такой элемент  $e$  из множества  $E_n$  ( $E_7$ ) (это число  $e=1$ ), что для любого  $x$  из  $E_4$  ( $E_7$ )

$$e \otimes x = x \otimes e = x$$

г) уравнения  $x \otimes y = b$  и  $x \otimes a = b$  не для любых  $a$  и  $b$  из  $E_4$  ( $E_7$ ) имеют решения (или единственное решение).

г') уравнения  $a \otimes x = b$  и  $x \otimes a = b$   $a, b \in G=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  с  $E_7$ , имеют совпадающие единственные решения.

После этих вводных примеров студенты разделяются на группы и самостоятельно (или с легкой помощи преподавателя) выполняют такие же задания (например, для  $n=3, 6, 8, 10, 11, \dots$ ). Важно, чтобы они рефлексировали на эти задания, например, когда  $n$  простое число и т.д.

### Литература

1. Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 20, 163-183.
2. Ball, D., Thames, M., & Pheleps, G. (2008). Content knowledge for Teaching: What Makes it Special. *Journal of Teacher Education* (59), 389-407.
3. Sierpinska, A. (2011). Research into pre-service elementary teacher education courses. *Paper presented at the plenary lecture of CERME 7. RZESZO'W, Poland.*
4. Борзенкова, О.А. Формирование методико-математической компетентности будущего учителя начальных классов: *Дисс. канд. пед. наук.* – Самара, 2007. – 224с.
5. Leron U. & Dubinsky, E. (1995). An Abstract Algebra Story. *The American Mathematical Monthly*, 102 (3), 227-242.
6. Simpson, A & Stehlikova, V. (2006). Apprehending Mathematical Structure: A C Case Study of Coming to Understand a Commutative Ring. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3) < 347-371.
7. Луканкин Г.Л.
8. Davis B. & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61(3), 293-319.
9. Ma. L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
10. Тонких А.П. Математические структуры в курсе математики факультетов подготовки учителей начальных классов// *Начальная школа.* 2003 N7 – с 83-88.
11. Нагапетян А.А., Арутюнян А.А.. Математические структуры в курсе «Математика» и методическая система его профессионально – ориентированного обучения/ *Современные педагогические технологии преподавания математики: сборник статей.* – Ереван: 200- с. (на армянском языке).

# ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ В ИНФОРМАЦИОННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Артюхин О.И.

*Арзамасский филиал Нижегородского государственного университета  
им. Н.И. Лобачевского, Арзамас, Россия, ota\_net@mail.ru*

**Аннотация.** В статье выделены особенности организации самостоятельной работы обучающихся в вузе. Предложено внедрение Интернет-технологий для организации самостоятельной работы студентов педагогического вуза.

*Ключевые слова:* самостоятельная работа, курсы по выбору, Интернет-технологии.

**Abstract** In article features of the organization of independent work trained in higher education institution are marked out. Introduction of Internet technologies for the organization of independent work of students of pedagogical higher education institution is offered.

*Key words:* independent work, elective courses, Internet technologies.

Повышение роли самостоятельной работы студентов в учебном процессе требует внедрения новых методов обучения, основанных на активном использовании современных информационных технологий, совершенствования методики проведения педагогической и учебной практик, научно-исследовательской работы, так как именно здесь студенты готовятся к выполнению своих профессиональных задач. Данные виды учебной работы позволяют студентам самостоятельно подбирать, анализировать и перерабатывать необходимый материал, выделять главное в содержании, выбирать наиболее оптимальный путь решения поставленной задачи.

Существует множество определений понятия самостоятельной работы студентов, но мы остановимся на мнении Л.С. Пичковой, полагающей, что «самостоятельная работа студентов – это планируемая индивидуальная или коллективная учебная и научная работа, выполняемая в рамках образовательного процесса под методическим и научным руководством и контролем со стороны преподавателя» [1]. Таким образом, самостоятельная работа рассматривается как основная форма образовательного процесса, направленная на формирование профессиональной самостоятельности, готовности к самообразованию и непрерывному обучению.

На эффективность самостоятельной работы влияют следующие факторы [2]:

- обеспечение правильного сочетания объемов аудиторной и самостоятельной работы;
- методически правильная организация аудиторной и внеаудиторной работы студента;
- обеспечение студента соответствующей учебно-методической литературой;
- контроль организации и хода самостоятельной работы.

Следовательно, перед преподавателем стоит задача четко и грамотно формулировать цели заданий для самостоятельной работы. Каждое задание должно быть логически связано друг с другом и направлено на формирование соответствующих компетенций. Уровень сформированности компетенций преподаватель должен отслеживать посредством контроля, с помощью которого студенты могут корректировать и приобретать новые знания, развивать такие личностные качества, как самоконтроль и самооценка.

Существует большое разнообразие форм и видов контроля (по видам и формам, по характеру исполнения, по методике проведения). Все это многообразие можно представить в виде трёх групп контроля:

– текущий контроль осуществляется еженедельно при изучении отдельных тем и проводится методом программированных или письменных заданий, а также устного опроса;

– промежуточный (или блочный) контроль осуществляется по мере прохождения блоков материала в виде собеседований или коллоквиумов;

– итоговый контроль рассчитан на проверку усвоения материала всей дисциплины и проводится в виде зачёта или экзамена (в устной или письменной форме) [3].

Анализируя ФГОС нового поколения для подготовки бакалавров направления «Педагогическое образование», отметим, что его структура имеет наличие инвариантной и вариативной частей, причем доля вариативной составляющей возросла по сравнению со стандартами предыдущих поколений.

Это объясняется тем, что основной целью вариативной части является расширение и углубление знаний, умений, навыков и компетенций, определяемых содержанием базовых дисциплин для успешной профессиональной деятельности и продолжения профессионального обучения в магистратуре. Только увеличение количества учебного времени, отводимого на вариативную часть, позволяет полноценно решить поставленную задачу. Правильно сформированная вариативная часть позволяет учитывать современные требования опережающего профессионального образования и осуществлять оперативную корректировку содержания образовательных программ с учётом изменяющихся требований рынка труда. Это происходит, главным образом, через вариативность, при которой отражается специфика подготовки специалиста именно в каждом конкретном образовательном учреждении. Вариативная часть делится на две составляющие: обязательные дисциплины и дисциплины по выбору (курсы по выбору). Отличием курсов по выбору от обязательных дисциплин является более углубленное и расширенное изучение учебного материала, подробное, обстоятельное, максимально обоснованное изложение того или иного вопроса.

Выделяют курсы информационно-обзорного характера и углубленные курсы по выбору. Курсы информационно-обзорного характера направлены на расширение базы для самообразования, введение студентов в суть определенных теорий, специфики задач и используемых методов, которые могут найти применение для профессионалов. Курсы по выбору углубленного характера вводятся на более высоких уровнях обучения, позволяя дополнять вопросы, связанные с общеобразовательными курсами (физика, химия, математика, информатика), и получать знания из новых областей.

Возможности дисциплин по выбору позволяют построить курс, направленный на формирование у бакалавров направления «Педагогическое образование» готовности к организации самостоятельной работы учащихся. Здесь наиболее эффективной реализацией самостоятельной работы студентов будет использование Интернет-технологий, характеризующихся повышенной степенью интерактивности [4].

Интернет-технологии, согласно Н.Н. Василук [5], представляют собой «...сервисы сети Интернет, но при этом толкуются как более широкое понятие: не только как сами услуги, но и способы использования этих услуг в различных отраслях человеческой деятельности, а также разработка и обслуживание этих услуг...».

Применительно к обучению можно выделить следующие Интернет-технологии [6]:

- компьютерные обучающие программы;
- обучающие системы на базе мультимедийных технологий;
- интеллектуальные и обучающие экспертные системы, используемые в различных предметных областях;
- распределенные базы данных по отраслям знаний;
- средства телекоммуникации;
- электронные библиотеки, распределенные и централизованные издательские системы.

В условиях увеличения объема самостоятельной работы студентов Интернет-технологии позволяют эффективно организовать учебный процесс и построить личностно-значимое обучение.

Стремительное изменение рынка труда с появлением новых педагогических технологий требует от будущих учителей способности оперативно реагировать на его изменение, проявлять умение работать с большим объемом информации, быть готовым к профессиональному обсуждению и решению проблем и задач. Предложенный нами курс по выбору «Организация самостоятельной работы учащихся в школе» позволяет формировать у будущего учителя готовность к организации самостоятельной работы учащихся и решать следующие учебно-методические задачи:

- подготовить бакалавра, понимающего значимость организации самостоятельной деятельности учащихся, умеющего организовывать собственную самостоятельную деятельность;

- подготовить бакалавра, знающего различные виды самостоятельной деятельности учащихся, знающих методические и психолого-педагогические основы организации различных видов самостоятельной деятельности учащихся;

- подготовить бакалавра, умеющего формулировать цель самостоятельной работы учащихся, умеющего подбирать дифференцированные и личностно-ориентированные задания и задачи; умеющего стимулировать интерес и инициативу учащихся;

- подготовить бакалавра, умеющего осуществлять текущий контроль самостоятельной деятельности учащихся, умеющего организовывать проверку работы учащихся разными способами.

В своей работе мы предлагаем использовать одно из продуктивных направлений Интернет-технологий – облачные технологии и вычисления. Облачные технологии (облачные вычисления Cloud Computing) - это новый сервис, который подразумевает удаленное использование средств обработки и хранения данных. С помощью «облачных» сервисов можно получить доступ к информационным ресурсам любого уровня и любой мощности, с разделением прав различных групп пользователей по отношению к ресурсам, используя только подключение к Интернету и веб-браузер. Преимуществами облачных технологий являются управление большими инфраструктурами, обеспечение безопасности, отсутствие зависимости от модификаций компьютеров и программного обеспечения. К недостаткам относятся зависимость от наличия и качества канала связи, риски технических сбоев и правовые вопросы [7].

Для организации самостоятельной работы студентов активно применяются облачные технологии, на которых представлены личный кабинет для студентов и преподавателей, электронный журнал, интерактивная приемная и тематический форум, где студенты могут осуществлять обмен информацией или поиск информации, решение определенных учебных задач, даже в отсутствии педагога или под его руководством.

В результате изучения данного курса по выбору бакалавры направления «Педагогическое образование» приобретают следующие знания и умения, позволяющие повысить их уровень готовности к организации самостоятельной работы учащихся:

- знание о различных видах самостоятельной работы;
- знание о теоретических основах организации самостоятельной работы с помощью облачных технологий;

- умение проводить содержательный анализ деятельности по организации самостоятельной работы учащихся;

- умение планировать и проектировать деятельность по организации самостоятельной работы учащихся с помощью облачных технологий;

- умение производить мысленную рефлекссию, то есть, анализируя собственные действия, раскрывать их внутренние взаимоотношения.

Таким образом, реализация данного курса по выбору предусматривает усиление роли и постоянной оптимизации самостоятельной работы студентов. Использование Интернет-технологий обеспечивает реализацию принципов индивидуализации и профессиональной направленности обучения; способствует гибкости и разноуровневости процесса обучения.

### Литература

1. Пичкова Л.С. Организация самостоятельной работы студентов как фактор формирования профессионально значимых компетенций // Пути повышения конкурентоспособности экономики России в условиях глобализации. Материалы конференции. МГИМО (У) МИД РФ. - М.: МГИМО -Университет, 2008.
  2. Молнар Я.Ф. и др. Организация самостоятельной работы студентов. – Архангельск: изд-во Арханг. гос. техн. ун-та, 2005.
  3. Санина Е.И., Помелова М.С., Ням Н. Оптимизация самообразования средствами коммуникативных и информационных технологий: Монография / Под общ. ред. Саниной Е.И. – М.: РУДН, 2012.
  4. Артюхина М.С. Интерактивные средства обучения: теория и практика применения: Монография. – Барнаул: ИГ «Си-пресс», 2014.
  5. Василюк Н.Н. Блог–технологии как средство формирования сетевой компетентности при обучении информатике студентов вузов: диссертация ... кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Василюк Надежда Николаевна; [Место защиты: ФГБОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет»]. – Екатеринбург, 2014.
  6. Буланова–Топоркова М.В. Педагогика и психология высшей школы: Учебное пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2002.
  7. Алексанян Г.А. Педагогические условия использования облачных технологий в обучении математике студентов СПО // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 1;  
URL: [www.science-education.ru/115-11860](http://www.science-education.ru/115-11860) (дата обращения: 16.06.2015).
- 

## САМОАКТУАЛИЗАЦИЯ ЛИЧНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ В ВУЗЕ

Артюхина М.С.

*Арзамасский филиал Нижегородского государственного университета  
им. Н.И. Лобачевского, Арзамас, Россия, [marimari07@mail.ru](mailto:marimari07@mail.ru)*

**Аннотация.** В статье раскрыта сущность интерактивного обучения. Предложены пути самоактуализации личности студента посредством применения интерактивных технологий обучения.

*Ключевые слова:* высшее профессиональное образование, самоактуализация, интерактивное обучение.

**Abstract** In article the essence of concept of a self-fulfillment of the personality is opened. Ways of a self-fulfillment of the identity of the student on means of application of interactive technologies of training are offered.

*Key words:* higher education, self-fulfillment, interactive training.

Модернизация российского образования, в соответствии с требованиями национального проекта «Образование» и положениями Бо-лонского процесса, побуждает педагогическую науку рассматривать в качестве центральных моментов утверждение гуманистической парадигмы образования и теорию самоактуализации личности. Оптимальный подход к всестороннему развитию духовно-нравственного потенциала, творческих возможностей взрослеющего человека при адекватном восприятии себя в окружающем мире. Растет значимость разработки образовательных технологий, ориентирующих студентов на процесс создания индивидуального образовательного маршрута саморазвития. Необходима реализация личностного потенциала обучающихся в учебной и в профессиональной деятельности, внедрение их в личностно-развивающее пространство высшей школы.

Термин «самоактуализация» предполагает наличие у человека «самости» - человеческого потенциала, который нуждается в «актуализации» (раскрытии, осуществлении) путем систематической целенаправленной работы над собой, над своим развитием. Результатом процесса самоактуализации является человек, максимально раскрывший и использующий свой человеческий потенциал в общественно значимой деятельности или самоактуализировавшаяся личность. Процесс самоактуализации - это деятельность, осуществляемая человеком, обладающим рациональным типом мышления, направленная на самого себя как объект, приносящая позитивный социально значимый результат и производимая в социально приемлемых формах. Поэтому под определение самоактуализации не попадает деятельность, направленная на революционное (радикальное) преобразование общества или реализацию иррациональных идей. Нижняя возрастная граница самоактуализации обусловлена достижением понятийного уровня мышления, зрелостью механизмов центрального торможения, наличием накопленного в предшествующий период развития положительного опыта решения ситуационно обусловленных проблем, наличием тенденции к саморазвитию в мотивационной сфере. Главным результатом самоактуализации человека для общества является приобретение и повышение им уровня компетентности (специфической способности, позволяющей эффективно решать типичные проблемы, задачи, возникающие в реальных ситуациях повседневной жизни, производственной и общественной деятельности) [1].

До сих пор в некоторых случаях понятие «самоактуализация» неоправданно подменяется понятием «самореализация». На семантическом уровне самоактуализация означает, что человек осуществляет переход с уровня возможности на уровень действительности, т.е. развивается на содержательном уровне. Таким образом, самоактуализация это в большей степени внутренний механизм развития человека. Самореализация означает, как человек воплощает самого себя, свою сущность в предметной форме. То есть самоактуализация всегда предшествует самореализации и является ее обязательным условием [2].

Опираясь на вышесказанное, считаем, что наиболее целесообразным для решения проблемы самоактуализации обучающихся является фрагментарное или целостное внедрение интерактивных технологий обучения, поскольку цели, формы и методы интерактивного обучения тесно переплетаются с сущностью и принципами самоактуализации.

На наш взгляд, интерактивное обучение – это обучение в активном диалоговом взаимодействии всех субъектов учебного процесса в информационной образовательной среде, направленное на самоактуализацию личности обучающихся, критерием которой выступают базовые интеллектуальные качества личности.



Интерактивные модели обучения в значительной степени отличаются от традиционных, особенно в области взаимодействия обучающихся как между собой, так и с педагогом. Активность обучающего уступает место активности обучающихся, его задачей становится создание условий для активности и инициативы. Педагог должен побуждать обучающихся к самостоятельному поиску знаний, а опыт обучающихся является ключевым. Обучающимся, опираясь на свои имеющиеся знания и опыт, необходимо влиться в процесс познания и постоянно рефлексировать по поводу того, что они знают, умеют и думают. Все обучающиеся должны быть вовлечены в учебный процесс, их совместная деятельность в процессе усвоения учебного материала представлена как обмен знаниями, идеями и способами деятельности. Каждый обучающийся на основе своего опыта вносит свой индивидуальный вклад в процессе познания. Роль педагога создать благоприятную, доброжелательную атмосферу, помочь выстроить отношения взаимной поддержки и сотрудничества. Он наравне с другими участниками учебного процесса является помощником в работе и в то же время источником знаний. На первый план выходит не отдельный обучающийся, а группа взаимодействующих обучающихся, которые активизируют друг друга. Здесь пассивное потребление и заучивание учебной информации обучающимися меняется на производство знаний, творческое осмысление полученной информации и применение новых знаний в реальных практических ситуациях. Деятельность обучающихся на разных стадиях интерактивного обучения имеет либо репродуктивный или поисковый характер, либо творческий. Основными принципами интерактивного обучения являются диалогическое взаимодействие; работа в малых группах на основе кооперации и сотрудничества; активно-ролевая (игровая) деятельность; тренинговая организация обучения. Такие условия позволяют не только получать и закреплять новые знания, но и развивать познавательную деятельность, повышать мотивацию и интерес, переводить обучающихся на более высокие формы взаимодействия.

Методы интерактивного обучения тесно взаимосвязаны с групповыми формами работы обучающихся, поскольку предполагают активное взаимодействие, коммуникацию и обсуждение конкретного вопроса среди большого числа участников.

Интерактивные методы целесообразно применять на занятиях усвоения или закрепления учебного материала, после того как произошло изложение новой темы. Эффективно использование интерактивных технологий обучения на занятиях по применению знаний. Например, технология «парная работа», показала свою эффективность на начальных этапах обучения.

Рассматривая аспекты интерактивных форм обучения, следует отметить, что понятие формы можно рассматривать как характер коммуникативного взаимодействия между субъектами учебного процесса (индивидуальные, парные, групповые, фронтальные), так и вид занятия, т.е. формы организации обучения (лекция, лабораторная работа).

Выделим основные интерактивные организационные формы обучения, их особенности и возможности для самоактуализации личности обучающихся.

Лекционная форма обучения является одной из основных в высшей школе. Интерактивная лекция отличается от традиционной тем, что лектор в ходе изложения учебного материала должен организовать многокомпонентное обучение: ценностно-целевое, информационно-знаниевое, технологическое и результативное. Организация работы может осуществляться как в условиях большой аудитории, так и малой. За счет функционирования обратной связи лектора и обучающихся происходит стимулирование познавательной активности и повышении мотивации к обучению. Различают несколько видов интерактивных лекций за счет различных способов подачи учебного материала. Например, это может быть создание проблемной ситуации, которая требует от обучающихся обнаружения и разрешения возникших противоречий. Можно организовать диалог двух преподавателей или обучающегося и педагога – «лекция вдвоем». Возможно

использование различных видов визуализации: схемы, таблицы и пр. Можно построить лекцию с заранее запланированными ошибками или лекции-пресс-конференции и т.д. [3].

Интерактивная лекция обладает характерными особенностями, перед традиционной:

- монологическое повествование материала сочетается с вопросами к студентам (например, дискуссионная или вопросно-ответная форма);
- использование большого количества примеров из реальной жизни;
- организация проблемных мини-ситуаций, а также их краткое обсуждение (познавательно-коллективная деятельность);
- оперативные ответы лектора или лекторов на возникающие вопросы аудитории;
- анализ различных точек зрения (например, в науке или высказанных студентами во время лекции);
- постоянное обращение к имеющемуся опыту студентов (практическому, учебному);
- использование средств наглядности;
- рассмотрение любого изученного учебного материала, способов его объяснения с ориентацией на его применение в последующей профессиональной деятельности;
- использование различных форм экспресс-контроля (например, с использованием систем оперативного контроля) [4].

Таким образом, интерактивная лекция позволяет сформировать такие базовые интеллектуальные качества личности, как профессиональную компетентность, творческую активность и коммуникационную деятельность. Например, проведение интерактивных лекций в педагогическом вузе не только направлено на получение предметных знаний, но и подготавливает будущих педагогов к их последующей профессиональной деятельности. Студенты получают опыт и знание для проведения различных видов занятий в различных педагогических условиях.

Наряду с лекционными занятиями в учебном процессе значительное место занимают практические и лабораторные работы. Организация лабораторных работ предусматривает работу обучающихся в малых группах, возможно переменного состава. Именно в групповом взаимодействии появляется возможность развития личностных и межличностных навыков, способности обосновывать решения, распределять и выполнять определенные роли. Практические и лабораторные формы аудиторных занятий допускают более разнообразное использование интерактивных методов обучения.

Остановимся на концептуальных позициях интерактивного обучения:

1. Учебная информация должна усваиваться не в пассивном режиме, а в активном с использованием проблемных ситуаций и интерактивных циклов.

2. Интерактивное общение во время учебного процесса способствует как умственному развитию, так и формированию ключевых интеллектуальных качеств личности.

3. Интерактивное обучение должно рассматриваться в системе с интерактивными технологиями или современными интерактивными средствами обучения, на основе микропроцессорной вычислительной техники [4].

Таким образом, интерактивное обучение, обучение в активном диалоговом взаимодействии всех субъектов учебного процесса, направлено на самоактуализацию личности.

## Литература

1. Вахромов Е.Е. Концепция самоактуализации в решении задач Федеральной целевой программы развития образования на 2006-10г. URL: <http://hpsy.ru/public/x2727.htm> (дата обращения: 10.05.2015).
  2. Баженова Н.И. Самоактуализация как психолого-педагогическое понятие: историко-логический обзор // Педагогическое образование в России . 2012. №4. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/samoaktualizatsiya> (дата обращения: 19.05.2015).
  3. Помелова М.С., Артюхин О.И. Интерактивные формы обучения в системе курсов по выбору // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – №3 (34). – С. 59 – 61.
  4. Артюхина М.С. Интеллектуальное воспитание обучающихся в контексте интерактивных технологий обучения // Педагогика и просвещение. – 2014. - №4. – С. 42-50.
  5. Артюхин О.И. Интерактивные методы обучения при подготовке студентов педагогического вуза для профессионального развития личности // Педагогика и просвещение. – 2014. - №4. – С. 74-81.
- 

## О МАГИСТЕРСКОЙ ПРОГРАММЕ ПО ПЕДАГОГИЧЕСКОМУ ОБРАЗОВАНИЮ КАФЕДРЫ ГЕОМЕТРИИ МПГУ

Атанасян С.Л., Чуйкова Н.В.

*Московский педагогический университет, Москва, Россия, [atnsian@yandex.ru](mailto:atnsian@yandex.ru),  
[chuikovanv@yandex.ru](mailto:chuikovanv@yandex.ru)*

**Аннотация.** В статье рассматриваются вопросы обоснования основных подходов к разработке ведущих положений подготовки магистров педагогического образования. Анализируются целевые установки отбора содержания математических и методических дисциплин. Уточняются возможности формирования и развития исследовательской компетентности обучающихся.

*Ключевые слова:* компетентностный подход, магистр образования, инновационная подготовка, содержание подготовки, целевые установки магистра педагогического образования, исследовательская деятельность, исследовательская компетентность, задачный, ФГОС ВО.

**Abstract** In the article the questions of the justification of the main approaches to the development of the leading positions of master teacher training. Analyze the targets of selection of the content and mathematical methods-ical disciplines. Specified the opportunities of formation and development of research competence of students.

*Keywords* competence approach, master of education, innovation training, content of training, target setting of master of pedagogical education, research activity, research competence, task, GEF.

На современном этапе развития высшего образования отчетливо прослеживаются изменения в целевой и содержательной направленности магистерской подготовки. Актуальными являются такие вопросы: В чем специфика условий и требований в

подготовке магистров образования? Каким должно быть содержание обеспечивающее достижение требований и выполнение условий? Как отобразить такое содержание? Как обеспечить обновление содержания подготовки, способствующее развитию профессиональных компетенций выпускников?

Если раньше при реализации программ высшего профессионального образования на основе стандартов первого и второго поколений магистерские программы были нацелены на подготовку исследователя для научно-исследовательской и научно-педагогической деятельности с перспективой трудоустройства в научно-исследовательские институты и университеты. В настоящее время, в соответствии со стандартами третьего поколения, магистра готовят как исследователя для решения задач практики. Такая подготовка осуществляется в логике компетентного подхода, то есть в контексте будущей профессиональной деятельности, ориентирована на формирование деятельностной позиции как в процессе обучения, так и профессиональной деятельности, целостного опыта решения новых проблем и задач практики.

Перечень возможных видов и областей профессиональной деятельности магистра существенно расширился. Востребована подготовка «инновационного» выпускника, готового к преобразованиям в профессиональной деятельности, способного видеть проблемы практики и решать ее, используя свои компетентности в области исследовательской деятельности. При этом при обучении магистра учитываются практические региональные проблемы в соответствующей области деятельности.

Таким образом, если рассматривать магистратуру в области педагогического образования, то она должна представлять собой гибкую образовательную программу, специализированная подготовка в которой, в отличие от «широкого профиля» бакалавриата, способна претворить в жизнь современные потребности в сфере образования.

Отметим следующее. Магистерские программы по математике по направлению «Педагогическое образование» становятся все более и более востребованы практическими учителями. Им необходимы более углубленные теоретические знания по всем направлениям подготовки, но в приложениях к решению реальных задач. Очевидно, мы должны готовить специалиста, который обладает широкими возможностями. На высоком профессиональном уровне ему необходимо реализовывать образовательные программы разного уровня сложности, обладать психолого-педагогическими, методическими, математическими теоретическими и практическими знаниями и компетенциями.

В результате реализации магистерской программы по математике по направлению «Педагогическое образование» обучающийся должен:

- получить специализированное знание, находящееся в передовой области сферы обучения и профессиональной деятельности;
- выработать критическое понимание основных вопросов, связанных со знанием в данной области обучения и профессиональной деятельности;
- сформировать специальные навыки решения проблем, необходимые для выполнения научно-исследовательской и инновационной деятельности;
- управлять и преобразовывать сложные трудовые и учебные процессы, требующие новых стратегических подходов;
- быть способным принимать на себя ответственность за развитие собственного профессионального знания и профессиональных практик, а также и за развитие педагогического коллектива.

Кратко цели и задачи подготовки магистрантов можно сформулировать следующим образом: углубление фундаментальной математической подготовки; освоение инновационных методик обучения, включая освоение ее новых форм и средств; формирование учебно-исследовательской деятельности, в том числе разработка новых

инновационных методик, форм и средств обучения; применение полученных знаний и опыта деятельности в практической деятельности.

Остановимся подробнее на модуле, включающем в себя математические дисциплины и направленный на освоение магистрантами математических знаний, на основе которых можно подготовить и преподавать в профильной школе элективные курсы по математике.

Модуль включает в себя:

1. Избранные вопросы алгебры в профильной школе.
2. Избранные вопросы математического анализа в профильной школе.
3. Избранные вопросы геометрии в профильной школе.
4. Практикум по решению олимпиадных задач по геометрии.
5. 2 курса по выбору.

Общая трудоемкость модуля - 25 зачетных единиц.

В качестве примера рассмотрим рабочую программу дисциплины «Избранные вопросы геометрии в профильной школе». Цели ее освоения состоят в следующем. Предоставить студенту современное обоснование разделов курса геометрии, приводящих к неевклидовым пространствам, изучению их проективных интерпретаций. Изучить взаимосвязь алгебраических структур и геометрии евклидова и неевклидовых пространств. Сформировать навыки активного применения теоретических знаний к практическим приложениям, в особенности, к обобщению понятий и утверждений элементарной геометрии. Изучить теоретические положения дополнительных разделов геометрии, необходимых для построения элективных и факультативных курсов, организации дополнительных занятий с учениками профильной школы. Сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по математике и, в частности, по геометрии для школьников. Ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов образования.

Дисциплина состоит из следующих основных разделов: основания геометрии; проективные модели неевклидовых геометрий; геометрии над алгебрами комплексных, двойных и дуальных чисел.

В результате освоения дисциплины магистрант должен знать:

- роль и место аксиомы параллельности в построении школьного курса геометрии, утверждения, равносильные аксиоме параллельности, аксиоматику плоскости Лобачевского, основные свойства фигур на плоскости Лобачевского;
- проективные интерпретации аффинной и евклидовой геометрий, изоморфность стационарной подгруппы группе аффинных преобразований плоскости, а стационарной подгруппы прямой с двумя комплексно-сопряженными точками - группе подобий евклидовой плоскости; проективную интерпретацию геометрических свойств прямых, треугольников и четырехугольников евклидовой плоскости (перпендикулярность и параллельность прямых, свойства ромба, прямоугольника и квадрата);
- модель Келли – Клейна плоскости Лобачевского на проективной плоскости. Перпендикулярность прямых в модели Келли – Клейна плоскости Лобачевского, вычисление расстояний между точками;
- свойства фигур на псевдоевклидовой плоскости; вычисление расстояний и углов на псевдоевклидовой плоскости; проективная интерпретация псевдоевклидовой плоскости; перпендикулярность прямых вычисление углов и расстояний в проективной интерпретации псевдоевклидовой плоскости;
- проективную интерпретацию эллиптической геометрии Римана, вычисление расстояний и углов на эллиптической плоскости; вычисление расстояний и углов в проективной интерпретации;

- свойства плоскостей комплексных, двойных и дуальных чисел, вычисление расстояний и углов между прямыми, простые и двойные отношения точек на комплексной плоскости, уравнения прямых и окружностей, евклидова геометрия как геометрия плоскости комплексных чисел, галилеева как плоскость дуальных чисел и псевдоевклидова как плоскость двойных чисел.

Остановимся подробнее на модуле, включающем в себя методические дисциплины и направленный на освоение магистрантами методических знаний и компетенций, на основе которых можно подготовить и преподавать в профильной школе элективные курсы по геометрии. Модуль включает в себя:

1. Теория и методика обучения геометрии в основной и профильной школах.
2. Научно-исследовательская работа учащихся по геометрии в основной и старшей школах.
3. Организация проектной деятельности по геометрии в основной и старшей школах.
4. Разработка и проектирование элективных курсов по геометрии для профильной школы.
5. Использование математических пакетов при обучении геометрии в основной и старшей школах.
6. Методика решения задач повышенной трудности.
7. Курсы по выбору: 3 курса по выбору по 3 зачетных единицы.

Общая трудоемкость модуля - 24 зачетные единицы.

Следует отметить, что выбор и сочетание целевых установок и содержания зависит и от частных целей подготовки каждого магистранта в отдельности, однако, во всех дисциплинах модуля обучающиеся:

- 1) работают над реальными профессиональными задачами, а не над искусственными ситуациями,
- 2) учатся в процессе анализа реальных проблем, участвуя в их обсуждении и поиске решения,
- 3) работают с различными базами информации для обоснованного выбора и аргументированного принятия решений, в контексте реальных профессиональных ситуаций,
- 4) учатся мыслить критически и нести ответственность за выбор своего решения.

Особая роль при реализации данного модуля отводится исследовательской деятельности, которая предполагает активное познание педагогической действительности, выработку оригинальных стратегий профессионального поведения, успешное преобразование исходной ситуации. Подчеркнем, что формируемая исследовательская компетентность обладает универсальностью и может проявляться в любой области деятельности магистра образования, ориентирована на исследовательское видение и профессиональной деятельности.

Современные исследователи полагают, что методическая подготовка магистров образования опирается на методологические знания (в том числе, связанные с самостоятельным переструктурированием знания для решения конкретных задач, способами и методами обновления знаний), деятельность, которая позволяет решать конкретные задачи в известных и новых ситуациях профессиональной реальности и целостную личность (особое внимание уделяется когнитивной сфере обучающегося).

Основными целями базовых курсов методического модуля является овладение магистрантами:

- фундаментальными знаниями по элементарной математике,

- целостным представлением о математике как науке и ее месте в современном мире и в системе наук, умением донести это представление до обучающихся,
- способностью использовать математический аппарат при изучении процессов и явлений реального мира и обучить этому учащихся,
- способностью решать все виды школьных математических задач и обучить этому умению все категории учащихся,
- способностью проектировать и осуществлять процесс обучения с ориентацией на цели обучения, воспитания и развития личности обучающегося в основной и профильной школе средствами математики на уроке и во внеурочной деятельности (исследовательской и проектной),
- способностью планировать, осуществлять научно-исследовательскую и методическую деятельность в составе различных проектных групп коллективов,
- способностью анализировать собственную профессиональную деятельность с целью ее совершенствования и оптимизации.

Для достижения поставленных целей изучение дисциплин методического модуля решает следующие ключевые задачи:

1. Изучение основ теории и методики обучения геометрии с позиций дидактики, теории учебной деятельности и методов математики,
2. Формирование представлений о педагогической технологии обучения геометрии,
3. Развитие и совершенствование умений решать математические, учебные, методические задачи, связанные со школьным курсом геометрии в основной и профильной школах,
4. Формирование интеллектуальных умений, умений и навыков самостоятельной математической деятельности и методической проектной деятельности на уровне требований Концепции развития математического образования,
5. Формирование умений учитывать индивидуальные особенности и способности обучающихся разных профилей подготовки в процессе обучения геометрии и осуществлять на этой основе личностно ориентированное обучение и педагогическую коррекцию.

Например, рабочая программа дисциплины «Теория и методика обучения геометрии в основной и профильной школах» включает такие темы: общие вопросы теории и методики обучения геометрии в основной школе; пропедевтический курс геометрии и методика его изучения; геометрические фигуры и их свойства и методика изучения; геометрические построения на плоскости и методика их изучения; геометрические величины в курсе планиметрии и методика их изучения; геометрические преобразования фигур на плоскости и методика их изучения; координаты и векторы на плоскости и методика их изучения; методические особенности изучения курса стереометрии; взаимное расположение прямых, точек и плоскостей в пространстве и методика их изучения; геометрические построения в пространстве и методика их изучения; методика изучения геометрических фигур и их свойств в курсе стереометрии; многогранники и методика их изучения; тела вращения и методика их изучения; геометрические величины в курсе стереометрии и методика их изучения.

В результате освоения дисциплины магистрант должен знать и понимать:

- определения, свойства и взаимное расположение плоских геометрических фигур, их классификации, формулы вычисления геометрических величин

плоских фигур, методы доказательства; координатный, векторный и метод геометрических преобразований для доказательства теорем и решения геометрических задач на плоскости; методические приемы их изучения;

- методы доказательства теорем и логическое строение курса планиметрии;
- приемы изображения и построения фигур на плоскости, приемы дополнительных построений и чтения чертежей; методические приемы обучения учащихся;

- место геометрического материала в школьной программе основной школы, цели и преобладающие методы его изучения на разных ступенях и уровнях, в классах различного профиля, и идею фузионизма в изучении геометрии в средней школе;

- основные типы геометрических задач на плоскости, основные методы и приемы их решения;

- общие и специальные приемы поиска решения планиметрических задач на вычисление, доказательство, построение и методику обучения обучающихся поиску их решения;

- особенности методики обучения учащихся планиметрии и обучения решению основных типов геометрических задач;

- возможности и методику развития, воспитания всех групп учащихся средствами планиметрии.

- определения, свойства и взаимное расположение геометрических фигур в пространстве, их классификации; методические приемы их изучения;

- приемы изображения и построения фигур в стереометрии, приемы дополнительных построений и чтения чертежей; методические приемы обучения учащихся;

- методы доказательства теорем и логическое строение курса стереометрии;

- формулы вычисления геометрических величин (длин, площадей поверхностей, объемов) и доказательство их различными методами;

- общие и специальные приемы поиска решения стереометрических задач на вычисление, доказательство, построение и методику обучения обучающихся поиску их решения; методические приемы их изучения с учащимися разного уровня подготовки и выбранного профиля;

- место стереометрического материала в школьной программе профильной школы, цели и преобладающие методы его изучения на разных ступенях и уровнях, в классах различного профиля подготовки;

- общие и специальные приемы поиска решения стереометрических задач, методику обучения учащихся поиску их решения;

- особенности методики обучения учащихся стереометрии в профильной школе и обучения решению основных типов задач;

- возможности и методику развития, воспитания всех групп учащихся средствами стереометрии.

Уметь:

- определять, классифицировать, сравнивать и обобщать плоские геометрические фигуры; формулировать, символически записывать и доказывать их свойства различными методами, изучаемыми в школьном курсе геометрии основной школы;

- изображать и строить геометрические фигуры на плоскости, выбирать необходимые дополнительные построения и осуществлять их, грамотно читать чертеж;



- использовать общие и специальные приемы поиска и решения геометрических задач на вычисление, доказательство и построение плоских фигур; правильно записывать и оформлять решение геометрических задач;
- проверять, исследовать и обобщать решение;
- использовать геометрические представления при решении задач алгебры, тригонометрии, прикладных задач;
- проектировать процесс обучения планиметрии в основной школе;
- выделять, описывать, анализировать ошибки учащихся при изучении планиметрии, осуществлять на этой основе коррекционную работу;
- методически грамотно пользоваться различными школьными и вузовскими учебниками и пособиями по геометрии, научно-популярной литературой для учащихся.
- определять, классифицировать, сравнивать и обобщать геометрические фигуры в пространстве; формулировать, символически записывать и доказывать их свойства различными методами, изучаемыми в школьном курсе геометрии профильной школы;
- изображать и строить геометрические пространственные фигуры на чертеже, выбирать необходимые дополнительные построения и осуществлять их, грамотно читать чертеж;
- использовать общие и специальные приемы поиска решения стереометрических задач на вычисление, доказательство и построение пространственных фигур; правильно записывать и оформлять решение стереометрических задач;
- использовать геометрические представления при решении задач алгебры и начал анализа, тригонометрии, прикладных задач;
- проектировать процесс обучения стереометрии в профильной школе;
- выделять, описывать, анализировать ошибки учащихся при изучении стереометрии и решении стереометрических задач, осуществлять на этой основе коррекционную работу;
- использовать различные методические подходы и технологии обучения стереометрии на разных уровнях и в классах различного профиля.

Таким образом, обучение по программе магистратуры «Теория и методика обучения геометрии в основной и профильной школе» позволит магистрантам:

- Получить специализированное знание, находящееся в передовой области сферы обучения и профессиональной деятельности, как основу оригинального мышления.
- Выработать критическое понимание основных вопросов, связанных со знанием в данной области обучения и профессиональной деятельности и на стыке разных областей.
- Сформировать специальные навыки решения проблем, необходимое для выполнения научно-исследовательской и инновационной деятельности в целях развития нового знания и процедур (технологий) и интеграции знаний из различных междисциплинарных областей.
- Демонстрировать способности управлять и преобразовывать трудовой и учебный контексты, являющиеся сложными, непредсказуемыми и требующими новых стратегических подходов.
- Принимать ответственность за развитие профессионального знания и профессиональных практик и(или) за оценку потенциала профессионального развития команды.

## Литература

1. Геометрия 1 : учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский ; под ред. С.Л. Атанасяна . – М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 331 с.
  2. Геометрия 2 : учебное пособие для вузов / С.Л. Атанасян, В.Г. Покровский, А.В. Ушаков ; под ред. С.Л. Атанасяна . – М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 544 с.
  3. Геометрия : в 2 ч. – Ч. 1 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М. : КНОРУС, 2011. – 400 с.
  4. Геометрия : в 2 ч. – Ч. 2 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М. : КНОРУС, 2011. – 424 с.
  5. Сборник задач по геометрии : учебное пособие для студентов I-III курсов физико-математических факультетов педагогических вузов. В 2-х ч. / С.Л. Атанасян, В.И. Глизбург. – Часть I. – М. : ЭКСМО, 2007. – 336 с. (Образовательный стандарт XXI).
  6. Сборник задач по геометрии : учебное пособие для студентов III-V курсов физико-математических факультетов педагогических вузов. В 2-х ч. / С.Л. Атанасян, Н.В. Шевелева, В.Г. Покровский. – Часть II. – М. : ЭКСМО, 2008. – 320 с. (Образовательный стандарт XXI).
  7. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (Уровень высшего образования (магистратура)) (утв. Приказом Министерства образования и науки РФ от 21 ноября 2014 года № 1505).
  8. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». Одобрен Советом Федерации 26 декабря 2012 года.
  9. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1980.
  10. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика / Сост. В.И.Мишин. – М.: Просвещение, 1987.
  11. Методика преподавания математики в средней школе: Частные методики / Ю.М.Колягин, Г.Л.Лукашкин, Е.Л.Мокрушин и др. – М.: Просвещение, 1977.
  12. Методика преподавания математики: Общая методика / Сост. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. – М.: Просвещение, 1985.
  13. Саранцев Г.И. Методология методики обучения математике. – Саранск: Красный Октябрь, 2001.
  14. Элективные курсы для предпрофильной подготовки и профильного обучения // Математика. – 2007. – № 2.
-

# СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ВУЗА

Багдагюлян Н.Р., Алавердян Э.С.

*Горисский Государственный Университет, Горис, Республика Армения,  
nellibagdagjuljan@rambler.ru, armenanna00@mail.ru*

**Անոտացիա.** Հոդվածում արաջ են քաշվում մանկավարժական բուհում սովորողների արդի հիմնախնդիրներ, որոնք կապված են ուսանողի տախրիքի կենսաբանական, հոգեբանական, սոցիալական գործոններից արաջացած հակասությունների հետ:

*Հանգուցային բառեր.* Բարձրագույն մանկավարժական կրթություն, հիմնախնդիր, ուսանող, դասավանդող, արժեհամակարգ, գործիմացություն, մասնագիտական պատրաստվածություն:

**Abstract** The article focuses on issues of students studying in a Pedagogical University which are related to biological, psychological and social contradictions of students age.

**Key words** High Pedagogical Education, issue, student, professor, value system, professionalism, professional training.

Глобальные изменения в мире привели к необходимости реформ в различных сферах жизни, что не обошло стороной и сферу высшего образования. Цель последнего заключается в подготовке квалифицированных специалистов, которые в состоянии адекватно реагировать на постоянно меняющиеся требования рынка труда. Преподаватели высших учебных заведений должны подготовить разумного и конкурентоспособного специалиста, который будет готов независимо от постоянно меняющихся условий, самостоятельно и творчески решать профессиональные проблемы.

На наш взгляд, в педагогическом вузе актуально задача формирования профессиональной компетентности будущего учителя, что в свою очередь приводит к многим противоречиям в связи с психологическими, социальными, биологическими новообразованиями у студентов. Вышеуказанные противоречия являются движущей силой для формирования будущего педагога-специалиста.

Исследование личности будущего педагога с психологической точки зрения, позволит понять его психологические индивидуальные особенности. Описание с социальной стороны включает в себя культуру межличностных отношений, принадлежность к той или иной нации, социальной группе и т.д. Описание с биологической стороны включает в себя тип высшей нервной системы, физическую силу, цвет кожи, рост, черты лица и т.д.

Изучая вышеуказанные стороны можно выявить возрастные возможности студента, индивидуальные особенности.

Студенческий возраст совпадает со вторым периодом в подростковом возрасте или с первым периодом зрелости, что и определяет осложнения индивидуальных особенностей.

Эти возрастные периоды отражены в работах Б.Г.Ананева, И.С.Кона, Л.И.Божовича и др., где отмечено наличие инстинктивного поведения в области нравственного развития. Явно усиливаются такие свойства как целеустремленность, решительность, настойчивость, самостоятельность, инициативность, самоконтроль и способность к саморегуляции.

Повышается интерес социально-моральных ценностей (цель, образ жизни, долг и ответственность, любовь, уважение, и т.д.).

Вместе с тем специалисты в области возрастной психологии и физиологии отмечают, что способность человека к сознательной регуляции своего поведения в 17-19 лет развита не в полной мере. Нередки немотивированный риск, неумение предвидеть последствия своих поступков, в основе которых могут быть не всегда достойные мотивы. Так, В. Т. Лисовский отмечает, что 19-20 лет - это возраст бескорыстных жертв и полной самоотдачи, но и нередких отрицательных проявлений.

Юность - пора самоанализа и самооенок. Самооценка осуществляется путем сравнения идеального "я" с реальным. Но идеальное "я" еще не выверено и может быть случайным, а реальное "я" еще всесторонне не оценено самой личностью. Это объективное противоречие в развитии личности молодого человека может вызвать у него внутреннюю неуверенность в себе и сопровождается иногда внешней агрессивностью, развязностью или чувством непонятости.

Факт поступления в вуз укрепляет веру молодого человека в собственные силы и способности, порождает надежду на полноценную и интересную жизнь.

«Психологическая активность данного периода развития личности связана с постоянной переоценкой ценностей, которая осуществляется в процессе общения с ближайшим социальным окружением» [2, 121].

Необходимость обучения студент связывает с решением проблем в будущем: Очевидно, что в этом возрасте формируется стабильная система ценностей.

И.С. Кон обосновал роль и значение новообразования возрастного развития исследуя мировоззрение юношеского возраста. Для студента мировоззренческие вопросы имеют не просто познавательное значение, а так же связаны с дальнейшим развитием проблем его жизненного пути. «Определение главной цели в жизни трудный процесс, который требует социальной и нравственной зрелости» [1, 132].

В поисках жизненного пути студенты становятся перед необходимостью понять смысл жизни. На наш взгляд, возникают разногласия, которые являются источником переоценки ценностей, тем не менее весьма необходимые для нормального процесса развития. То есть, вопросы мировоззрения не решаются раз и навсегда, в течении каждого переломного момент жизни личность снова и снова возвращается к этим вопросам, пересматривая принятые решения.

Переоценка вышеуказанных ценностей приводит студентов к другим проблемам. Верно ли был сделан выбор профессии? В этом отношении негативное воздействие имеет отдаленность студенческой жизни от общественных идеалов, вымышленной студенческой жизни, которая вызывает скуку у студента, неопределенность, бесперспективность.

Не секрет, что многие студенты поступая в вуз, недостаточно проинформированы о выбранной профессии. В процессе обучения глубоко осознавая содержание выбранной профессии (нередко при организации практики), посвящают себя учебно-познавательному процессу или относятся с безразличием.

В связи с этим становится актуальным вопрос оптимизация профессиональной ориентации в старших классах, профессиональное обучение преподавателей, необходимо, чтобы основной задачей соответствующих органов являлся компетентность преподавателей в вузе, постоянное динамичное повышение содержания педагогического образования, учебные стандарты, планы, программы, наличие необходимой учебно-методической литературы. В педагогическом вузе формирование компетентности будущего специалиста осуществляется в учебной, научно-исследовательской, воспитательной работе и в оптимальном сочетании педагогической практики.

Здесь самое главное педагогическая деятельность, сущность, цель, задачи, четкое осознание студентами всех учебных дисциплин, плата за обучение, обеспечение творческой деятельности, создание условий для различных работ. Изначально для учащегося поступление в вуз кризисный этап, потому что знаменует начало новых

знакомств, межличностных новых взаимоотношений, формируется новый коллектив, в котором, очевидно, проявляются различные социальные слои.

По словам М.М. Рыбаковой: «Формирование студенческого коллектива происходит медленно и нередко болезненно, поэтому необходимо создать благоприятную психологическую обстановку, особенно в процессе обучения на первых курсах. Недостаточная мудрость и зрелость личности, неумение соответствовать требованиям коллектива может привести к возникновению в группе различных конфликтов, особенно если в одной группе оказываются два или более явных лидера, которые не смогли или не захотели поделить приоритеты» [2,121].

В этом периоде у некоторых учащихся проявляется снижение самооценки, они чувствительны ко всему происходящему в окружении, болезненно переносят критику, даже шутку, прозвучавшую по отношению к ним.

Они больше руководствуются негативным мнением окружения по отношению к ним, находятся в тяжелом психологическом состоянии в конечном итоге они ошибаются при решении различных проблем. В результате у учащихся возникает крайнее чувство стыдливости, неуверенность в своих силах, психологическая депрессия, переносятся из реальности в мир мечты, изолируется от окружающих. На наш взгляд вышеуказанные новообразования могут бросить серьезный вызов адаптации личности в социальном процессе.

Несомненно, не у всех студентов процесс адаптации может протекать сложно. Все это имеет биологический фактор, то есть связано с высшей нервной системой личности, а также оставляют свой след социальные и педагогические факторы.

На наш взгляд, зная индивидуальные и психологические особенности студента, включая его в новую среду общения, новые виды деятельности, создавая здоровую морально-психологическую атмосферу в системе образования, можно избежать проблем дезадаптации. Таким образом, считаем, что взяв на себя миссию формирования специалиста, высшее учебное заведение решает различные проблемы, возникшие у учащихся.

### Литература

1. Кон И. С., Психология старшеклассника, М., 1990.
  2. Рыбакова М.М. Конфликт и взаимодействие в педагогическом процессе. М, 2000.
-

# ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ СТУДЕНЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД

Белецкая Н.В.

Московский государственный университет информационных технологий,  
радиотехники и электроники, Москва, Россия, beletskaya@mirea.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается несколько примеров применения известных свойств определенного интеграла к решению задач повышенной трудности.

*Ключевые слова:* интеграл от нечетной функции, интеграл периодической функции, геометрический смысл определенного интеграла, инверсия.

**Abstract.** The article discusses several examples of application of the known properties of the definite integral to solve advanced problems in calculus.

*Key words:* the integral of an odd function, the integral of a periodic function, the geometric meaning of the definite integral, inversion.

При вычислении определенного интеграла в случае, когда подынтегральная функция имеет элементарную первообразную, используется основная теорема интегрального исчисления – теорема Ньютона-Лейбница.

Однако, определенный интеграл может быть вычислен и без непосредственного отыскания первообразной в тех случаях, когда имеется в наличии «удачное» сочетание свойств подынтегральной функции и пределов интегрирования. Некоторые способы таких вычислений основаны на дифференцировании или интегрировании по параметру, на применении теории вычетов. Но существуют и более простые приемы, основанные только на материале общего курса математического анализа.

Ниже рассматриваются некоторые примеры таких приемов.

1. Интегрирование нечетной функции на симметричном интервале.

Применим известное свойство

$$\int_{-a}^{+a} f(x) dx = 0, \quad f(-x) = -f(x)$$

к следующей задаче:

Доказать, что  $\int_{-1}^{+1} \ln \frac{\sin e^x}{\sin e^{-x}} dx = 0$ .

Решение: Действительно, подынтегральная функция является нечетной:

$$f(-x) = \ln \frac{\sin e^{-x}}{\sin e^x} = \ln \left( \frac{\sin e^x}{\sin e^{-x}} \right)^{-1} = -\ln \frac{\sin e^x}{\sin e^{-x}} = -f(x).$$

Отрезок интегрирования – симметричен относительно нуля. Таким образом, доказано, что интеграл равен нулю.

2. Применение равенства

$$\int_{-a}^{+a} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} (f(x) + f(-x)) dx.$$

Докажем это равенство: С одной стороны

$$\int_{-a}^{+a} f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^{+a} f(x)dx = -\int_a^0 f(-u)du + \int_0^{+a} f(x)dx = \int_0^{+a} (f(-x) + f(x))dx = A.$$

С другой стороны:

$$\int_{-a}^{+a} f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^{+a} f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx - \int_0^{-a} f(-v)dv = \int_{-a}^0 (f(x) + f(-x))dx = B.$$

Тогда  $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = A + B$ , и тем самым равенство доказано.

Проиллюстрируем применение этого равенства к следующей задаче:

Вычислить  $I = \int_{-1}^{+1} \log_2 \left( \arcsin x + \sqrt{8^{|x|} + \arcsin^2 x} \right) dx$ .

Решение: С использованием указанного свойства представим интеграл в виде:

$$I = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \left( \log_2 \left( \arcsin x + \sqrt{8^{|x|} + \arcsin^2 x} \right) + \log_2 \left( -\arcsin x + \sqrt{8^{|x|} + \arcsin^2 x} \right) \right) dx$$

Складывая логарифмы и упрощая подынтегральное выражение, получим, что:

$$I = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \log_2 \left( 8^{|x|} + \arcsin^2 x - \arcsin^2 x \right) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \log_2 \left( 2^{3|x|} \right) dx = \frac{3}{2} \int_{-1}^{+1} |x| dx = \frac{3}{2}.$$

3. Использование геометрического смысла определенного интеграла.  
Рассмотрим следующую задачу: вычислить сумму интегралов

$$I_1 + I_2 = \int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{1-x^2}} + \int_1^e \arcsin \ln x dx$$

Решение: используем свойства взаимно обратных функций и смысл интеграла, как площади криволинейной трапеции.

Рассмотрим первое слагаемое  $I_1 = \int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{1-x^2}}$  и выполним в нем замену переменной  $x = \sin t$ .

Тогда  $I_1 = \int_0^{\pi/2} e^{\sin t} dt$  или  $I_1 = \int_0^{\pi/2} e^{\sin x} dx$ . Обратим внимание на то, что функция

$x = \arcsin(\ln y)$ , являющаяся подынтегральной функцией во втором слагаемом, является обратной к  $y = e^{\sin x}$ . Таким образом объединение двух криволинейных трапеций, соответствующих первому и второму интегралу, это прямоугольник, сторонами которого являются отрезок  $[0; \pi/2]$  на оси  $Ox$  и отрезок  $[0; e]$  на оси  $Oy$ . Соответственно, общая площадь равна площади этого прямоугольника:

$$I_1 + I_2 = S = \frac{\pi e}{2}$$

4. Инверсия.

Назовем инверсией замену переменной:  $x = \frac{1}{t}$ . С помощью такой подстановки вычислить интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$ .

Решение: Разобьем интеграл на два слагаемых, пользуясь свойством аддитивности:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = \int_0^1 \frac{\ln x}{1+x^2} dx + \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx.$$

Теперь проведем инверсию во втором слагаемом:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = \int_0^1 \frac{\ln \frac{1}{t}}{1+\frac{1}{t^2}} dx = -\int_0^1 \frac{\ln t}{1+t^2} dt = -\int_0^1 \frac{\ln x}{1+x^2} dx.$$

Таким образом, мы получим разность двух одинаковых величин. Исходный интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = 0$ .

#### 5. Использование свойства периодичности.

Если подынтегральная функция – периодическая с периодом  $T$ , то интеграл от этой функции по любому отрезку длиной, равной периоду, будет одинаков. Используем это свойство для вычисления следующего интеграла:  $I = \int_0^{\pi} \frac{\cos^{2n} x dx}{\sin^{2n} x + \cos^{2n} x}$ . Произведем замену

переменной  $x = t + \frac{\pi}{2}$  и воспользуемся тем фактом, что период подынтегральной функции  $T = \pi$ . Тогда  $I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin^{2n} t dt}{\sin^{2n} t + \cos^{2n} t}$ . И с учетом  $f(x) = f(x + \pi)$  получим:  $I = \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n} t dt}{\sin^{2n} t + \cos^{2n} t}$ .

Следовательно, можем утверждать, что

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n} t dt}{\sin^{2n} t + \cos^{2n} t} + \int_0^{\pi} \frac{\cos^{2n} t dt}{\sin^{2n} t + \cos^{2n} t} = \int_0^{\pi} dt = \pi.$$

Таким образом, исходный интеграл  $I = \frac{\pi}{2}$ .

В качестве примеров в данном докладе рассмотрены задачи, предлагавшиеся студентам, участвовавшим в Московской городской студенческой олимпиаде, Тульском Турнире математических боев, а также на различных семинарах по подготовке студентов к участию в математических соревнованиях различных уровней.



# О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ КУБАНСКОГО ГОСУНИВЕРСИТЕТА (заметки к истории математического образования на Кубани)

Боровик О.Г., Грушевский С.П., Колчанов А.В.

*ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, Россия*

**Аннотация:** Статья посвящена 45-летию факультета математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета. Рассмотрены основные исторические события и развитие факультета.

*Ключевые слова:* математика, математическое образование, наука, научные связи, развитие, Кубанский государственный университет, ученые.

**Abstract:** The article is devoted to the 45 anniversary of the faculty of mathematics and computer-related Sciences, Kuban state University. The main historical events and the development of the faculty.

*Keywords:* mathematics, math education, science, scientific communication, development, Kuban state University, scientists.

В 2015 году факультету математики и компьютерных наук Кубанского государственного университета исполняется 45-лет.

Его история неразрывно связана с историей математического образования на Кубани.

Математический факультет был образован в 1970 году на базе физико-математического факультета Краснодарского государственного педагогического института, а в 2007 году переименован в факультет математики и компьютерных наук. С момента своего основания он становится научно-педагогическим центром математического образования на Юге России.

В разные годы факультет возглавляли известные ученые и организаторы математической науки и образования: А.Л.Бондарев, А.М.Скряго, Митюк И.П., Е.А.Щербаков, В.А.Лазарев, В.А.Дербенев, Г.Ф.Сокол.

В настоящее время образовательный процесс на факультете математики и компьютерных наук осуществляют 5 кафедр: функционального анализа и алгебры, вычислительной математики и информатики, теории функций, информационных образовательных технологий, математических и компьютерных методов. Все кафедры являются выпускающими. Факультет готовит высококвалифицированных специалистов математиков, получающих необходимые и востребованные на рынке услуг компетенции, связанные со знанием и применением математических методов и компьютерных технологий. Важно подчеркнуть, что наши выпускники составляют основу педагогического корпуса преподавателей математики и информатики в общеобразовательных учреждениях, вузах и колледжах Краснодарского края и других регионов России.

Воспитательные задачи на факультете реализуются в совместной учебной, научной, творческой, производственной деятельности студентов, преподавателей и сотрудников с учетом стратегии и программы развития факультета и университета.

Факультет поддерживает научные связи с вузами России, Австрии, Германии, Греции и др. Ведущие ученые страны приглашаются для участия в работе научных семинаров, для чтения лекций для студентов, магистрантов и преподавателей

На факультете ведется подготовка специалистов по двухуровневой системе подготовки бакалавриат-магистратура по направлениям «Математика» и «Математика и компьютерные науки». В магистратуре реализуется восемь магистерских программ как по

теоретическим, так и по прикладным направлениям математики и компьютерных наук, в том числе ведется магистерская подготовка, ориентированная на преподавателей математики и информатики. Кроме того, на факультете реализуется образовательная программа подготовки по специальности «Фундаментальная математика и механика».

История создания факультета восходит к весне 1920 года, когда в городе Краснодаре была развернута работа по созданию высшего учебного заведения, поскольку на Кубани были нужны работники дошкольных учреждений, врачи и учителя. Пятого сентября 1920 года Кубанский государственный университет был объявлен открытым. Он размещался в здании первой женской гимназии (ныне СОШ № 36 г. Краснодара).

Первым его ректором стал Никандр Александрович Маркс – крупный ученый, педагог, военный деятель. В 20-х годах заведующим математическим кабинетом был И.А. Шевцов – профессор, заведующий кафедрой математики. В 1920-21 учебном году преподавательский коллектив насчитывал всего 58 человек. Из них: 13 профессоров, 33 преподавателя, 12 научных работников. Среди них были талантливые ученые, глубоко преданные математике. Евгений Федорович Сумеркин – блестящий лектор, преподаватель математики, теоретической механики и астрономии. Валентин Афанасьевич Польский – кандидат наук, доцент, преподаватель математического анализа, аналитической геометрии, высшей алгебры и других математических дисциплин, начавший работу с 1921 года (с 15.02.33 по 20.09.55 заведующий кафедрой математического анализа). Любовь Николаевна Запольская доктор математических наук, профессор, крупный специалист по теории комплексного переменного. Помимо учебной работы она осуществляла научное руководство аспирантами и математическим кружком, председателем которого был студент первого курса физико-математического факультета С. Сedyхов. Р.И. Тихомиров – один из старейших преподавателей вуза. В памяти его бывших коллег Ростислав Иванович остался человеком необыкновенно одаренным и разносторонним. Он с одинаковым увлечением читал лекции, беседовал со студентами, рисовал, играл в шахматы и писал стихи.

Кубанский госуниверситет сразу стал научным и образовательным центром Северного Кавказа и начал многогранную учебную и научную работу.

В течение ряда лет в силу ряда причин университет реорганизовывался, объединялся с другими вузами, переименовывался.

В 1933 году, в год 15-летия Комсомола, был сформирован Краснодарский Государственный педагогический институт имени 15-летия ВЛКСМ. В 1970 году на его базе был организован Кубанский государственный университет. Александр Лазаревич Бондарев кандидат физико-математических наук, доцент (1970–1971гг.), ветеран ВОВ стал первым деканом математического факультета – человек, вся жизнь и деятельность которого тесно связана с историей математического факультета.

История вуза и факультета неотделима от истории страны.

Многие преподаватели и научные сотрудники сражались в боях во время Великой Отечественной войны за освобождение Родины. Были среди них и те, кто отдал жизнь за ~~свободное будущее~~ на фронте.

Несмотря на тяжелое послевоенное время, институт продолжал готовить и выпускать специалистов, в том числе и учителей математики.

В 1947 году в Краснодарский пединститут приезжает кандидат физико-математических наук, доцент Валентин Юлианович Бурьян. С 1949 по 1970 г. В.Ю.Бурьян заведовал кафедрой алгебры, а с 1955 года, сформированной на её базе, кафедрой алгебры и геометрии. После образования Кубанского государственного университета он работал доцентом кафедры высшей алгебры и геометрии. За плодотворную научную и педагогическую деятельность Валентин Юлианович был награжден медалью «Ветеран труда», юбилейными медалями, а также нагрудным знаком «Отличник народного просвещения». Валентин Юлианович оказал большое влияние на формирование и

развитие Кубанской алгебраической школы, подготовил немало талантливых учеников, среди них Ю.Г. Ёлкин, О.Н. Осипян, Э.А. Сергеев, Л.Г. Манукян, А.Ф. Бачурская и др.

В 1966 году для активизации научной работы на физико-математическом факультете ректором Краснодарского госпединститута был приглашен доктор физико-математических наук, профессор Зиновий Борисович Цалюк. С его приездом активно заработала аспирантура. Исследования З.Б. Цалюка охватывают все разделы теории уравнений Вольтерра. Полученные им результаты по интегральным неравенствам, единственности решений интегральных уравнений, нелокальных теорем существования, сходимости последовательных приближений являются основополагающими для этих теорий. Диапазон его исследований достаточно широк: ему принадлежат работы по функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и уравнениям с запаздывающим аргументом, численным методам. Созданная им школа по теории интегральных уравнений Вольтерра получила признание, как в стране, так и за рубежом. С 1967 г. З.Б. Цалюк руководит организованным им научным семинаром по интегральным уравнениям, в работе которого принимают участие и ученые из других вузов. Является членом ряда редколлегии научных изданий. З.Б. Цалюк много сил и энергии потратил на становление и развитие факультета. Профессор З.Б. Цалюк – опытный педагог. Все преподаватели кафедры дифференциальных уравнений прошли у профессора З.Б. Цалюка незабываемую школу лектора. Многочисленные ученики Зиновия Борисовича ценили и ценят его талант, научно обоснованные, четкие и в то же время доступные и глубокие объяснения сложного материала во время чтения лекций и комментарии к научным статьям. Совместно с В.Ф. Пуляевым был издан сборник «Задачи по функциональному анализу», получивший широкое признание.

Василий Федорович Пуляев был одним из ведущих специалистов в области линейных интегральных уравнений с периодическими и почти периодическими ядрами – эрудированный, талантливый ученый и математик по призванию. Он всегда был в курсе всех последних достижений отечественной и зарубежной науки, активно и успешно работал с аспирантами и студентами. Под его руководством защитили кандидатские диссертации Н. Зимина, В.Ю. Барсукова, Е.Ю. Савчиц, М.В. Цалюк, Д.Г. Сокол и др. Будучи принципиальным, интеллигентным, порядочным человеком, он с чуткостью и заботой относился к коллегам и студентам. С 1991 г. и до последних дней жизни был заместителем декана по учебной и научной работе математического факультета. В этот период зафиксировано наибольшее количество участников научных студенческих конференций. Он в течение ряда лет являлся председателем экспертной комиссии ЕГЭ по математике. В.Ф. Пуляев имел звание почетного работника высшего профессионального образования РФ и многочисленные грамоты.

Являлся заместителем декана по учебной и научной работе математического факультета. Имел награды: почетный работник высшего профессионального образования РФ и многочисленные грамоты.

В 1969 году в Кубанский госуниверситет был приглашен на должность проректора по научной работе доктор физико-математических наук, профессор Митюк Игорь Петрович. Благодаря его усилиям в университете определился научный профиль вуза, университет начал подготовку собственных научных кадров. В качестве проректора по научной работе и декана Игорь Петрович много сделал для становления математического факультета. Научные исследования И.П. Митюка – в области геометрической теории функций. Он первым в нашей стране начал разрабатывать и применять новые симметризационные методы и очень скоро заслуженно возглавил отечественную школу теории симметризации. Научный и организационный талант Игоря Петровича был залогом успеха проводившихся под его руководством школ-конференций по геометрической теории функций, участниками которых были ведущие специалисты со всей страны. Десятки молодых участников этих школ стали кандидатами и докторами

наук. В должности декана факультета и заведующего кафедрой теории функций снискал к себе глубокое и заслуженное уважение своих коллег и студентов.

При активной созидательной деятельности И.П.Митюка в университет были приглашены многие ученые математики, такие как профессор Говоров Н.В., профессор Гуревич Ю.Ш., молодые кандидаты наук, доценты В.А.Лазарев, Е.А.Щербаков, В.Г. Лежнев, Б.Е.Левицкий, Г.К.Антонюк и многие другие.

На факультете были открыты новые кафедры: кафедра теории функций (профессор Митюк И.П.), кафедра математического анализа (профессор Н.В.Говоров), кафедра дифференциальных уравнений (профессор Цалюк З.Б.), кафедра высшей алгебры и геометрии (профессор Ю.Ш.Гуревич), кафедра общей математики доцент Бондарев А.М.

Антонюк Георгий Константинович в 1970 г. был приглашен И.П. Митюком на кафедру теории функций. Он был прекрасным лектором, долгие годы был бессменным председателем методической комиссии факультета, постоянным председателем жюри краевых олимпиад, лучшим наставником для студентов и молодых преподавателей. Среди его многочисленных учеников есть призеры российских и международных олимпиад, кандидаты и доктора наук.

Г.К. Антонюк – лауреат Премии комсомола Кубани» в области педагогической деятельности, он награжден знаком «Отличник просвещения РФ».

В 1970 году профессор Говоров Николай Васильевич создал кафедру математического анализа. Один из выдающихся математиков Кубани. В 1965 г. он представил в качестве кандидатской работы диссертацию «Краевая задача Римана с бесконечным индексом». Ее признали выдающейся и рекомендовали к опубликованию в виде монографии. Работа была разделена на две: кандидатскую и докторскую, и они были успешно защищены соответственно в 1966 г. и 1968 г. С сообщениями по результатам диссертаций Н.В. Говоров выступил на Международном математическом конгрессе в Москве. В 1969 г. им была решена гипотеза Р. Пейли о сравнении основных характеристик роста целых функций, не поддававшаяся усилиям математиков в течение 37 лет. Работы Н.В. Говорова имели большой резонанс и в СССР, и за рубежом, они изучались, обобщались и усиливались в различных направлениях. Очень быстро на кафедре сложился творческий и амбициозный коллектив: доценты В.А. Гусаков и В.Г. Лежнёв (ныне доктор физико-математических наук, профессор, и. о. зав. кафедрой математических и компьютерных методов). Преподаватели и аспиранты – Н.К. Кузнецов, Н.М. Черных, Г. А. Зеленков, С.П. Грушевский, Е.А. Данилов и др. У всех этих молодых людей в качестве образца служения науки был профессор Говоров Н.В. Его трудолюбие и выносливость поражали. От учеников он требовал ещё большего. На кафедре регулярно работал семинар, куда приглашались студенты старших курсов факультета.

Сергеев Э.А. в 1963 году окончил физико-математический факультет Краснодарского педагогического института по направлению «Математика» и поступил в аспирантуру к В.Ю. Бурьяну. В 1967 году, после окончания аспирантуры Э.А. Сергеев был назначен ассистентом кафедры алгебры и геометрии Краснодарского госпединститута, а в 1970 году избран по конкурсу и назначен старшим преподавателем кафедры высшей алгебры и геометрии. В 1974 году в КубГУ защитил кандидатскую диссертацию «Некоторые вопросы арифметики алгебраических полей», в которой обобщил некоторые результаты немецкого математика Х.Хассе, относящиеся к арифметике кубических полей, на случай полей родственных кубическому. С этого времени теория Галуа, теория алгебраических чисел и теория полей в центре научных интересов Э.А. Сергеева. В 1976 году он избран доцентом кафедры высшей алгебры и геометрии, на которой работал вплоть до её реорганизации в 2013 году. А с 2013 года избран доцентом кафедры функционального анализа и алгебры. С 2010 года Эдуард Александрович является заслуженным доцентом Кубанского госуниверситета.

В 1973 году на должность заведующего кафедрой высшей алгебры и геометрии был приглашен известный ученый в области теории групп доктор физико-математических

наук, профессор Горчаков Юрий Михайлович, который являлся представителем Новосибирской математической школы, основанной академиком А.И. Мальцевым. Через два года, в 1975 году, кафедра организует проведение в Кубанском госуниверситете Всесоюзной конференции по алгебре.

Кафедрами в 70-е годы заведовали: профессор Зиновий Борисович Цалюк (кафедра математического анализа), профессор Игорь Петрович Митюк (кафедра теории функций), доцент Валериан Юлианович Бурьян (кафедра высшей алгебры и геометрии), доцент Лидия Ивановна Жогина (кафедра общей математики).

Приглашенные вскоре доктора физико-математических наук: Н.В.Говоров, Ю.Ш.Гуревич, И.Д.Черкасов возглавили соответственно кафедры: математического анализа, высшей алгебры и геометрии, общей математики. Профессор З.Б.Цалюк был назначен заведующим новой кафедрой - дифференциальных уравнений.

Позже кафедрой математического анализа заведовали: В.А.Гусаков, А.А.Красовский; кафедрой высшей алгебры и геометрии: Ю.Ш.Гуревич, Ю.М.Горчаков, А.М.Скряго, Е.А.Семенчин; кафедрой общей математики: А.Л.Бондарев (первый декан математического факультета университета), Л.М.Кабехова, В.А.Лазарев, В.А.Гусаков.

В разное время на факультете работали: А.С.Тихомирова, Г.В.Каймакчи, Ф.Р.Бурсук, Е.М.Чистякова, В.Л.Кривенко, М.М.Лиман, И.И.Калюжка, Е.Г.Масалова, Ю.Г.Ёлкин, В.К.Баранов, Г.А.Зеленков, В.Г.Шеретов, В.А.Шлык, О.Н.Осипян, Л.Б.Кандаурова, А.М.Талда, Г.А.Борисова, Л.М.Кузнецова, Н.К.Кузнецов, А.Т.Франтовский, П.И.Гурджи, А.П.Стаценко, В.Г.Аксютенкова, В.А.Гаврилин, А.А.Пашевский, А.С.Хуаде, А.А.Прокопьев, Б.А.Панферов, Д.Лянгузов, Ю.В.Черных, Н.М.Черных, А.Ю.Солынин, В.Н.Дубинин, А.Ф.Бачурская, В.В.Подгорнов, М.М.Шамсутдинов, И.В.Федоренко, А.Л.Березовский, З.С.Крамаренко, Е.А.Данилов, С.В.Нагорный, О.В.Гаркуша, Ю.В.Кольцов, А.В.Смирнова, А.А.Евдокимов, Рубцов, С.Л.Крупецкий, В.С.Нитиевский, В.Г.Дорошенко Е.А.Семенко, Е.Г.Завалей, Е.Ю.Савчиц, Ф.А.Скряго и другие.

На протяжении всей истории факультете профессорско-преподавательский коллектив, сотрудники факультета все свои силы отдавали на благо развития математической науки и математического образования на Кубани.

В связи с развитием вычислительной техники, её широким проникновением ее в практику в 1972 году на факультете организуется отделение прикладной математики и кафедра с тем же названием, заведующим которой, стал И.Д.Черкасов. В 1980 году на этом отделении была открыта кафедра математического моделирования. Ее возглавил доктор физико-математических наук Ион Иванович Ефремов. В 1983 году отделение прикладной математики пополнилось группой учеников члена-корреспондента (а в настоящее время действительного члена) Академии наук, профессора Владимира Андреевича Бабешко, который возглавил кафедру математического моделирования и был ректором КубГУ с 1982 по 2008 годы. В 1988 году на базе этих двух кафедр был организован факультет прикладной математики КубГУ.

Набор на каждое из отделений общей и прикладной математики составлял в разные годы от 50 до 100 человек (на вечернюю и дневную формы обучения). Заочная форма обучения имела только на отделении общей математики, но просуществовала недолго.

С первых лет существования факультет установил научные связи с университетами и научными центрами страны: Москва, Новосибирск, Минск, Киев, Донецк, Воронеж, Казань, Ростов, а также МГУ, ЛГУ и др.

Ученые факультета принимали участие во многих региональных, союзных и международных конференциях. Мировую известность получили труды докторов наук Н.В.Говорова, И.П.Митюка, З.Б.Цалюка, В.Ф.Пуляева, И.И.Ефремова, Е.А.Щербакова, Е.А.Семенчина, С.П.Грушевского, В.Г.Лежнева, К.А.Лебедева, С.В.Усатикова, А.В.Рожкова и др.

Специфика математического образования требовала постоянной работы со школьниками и учителями города и края. Это и проведение олимпиад всех уровней, и турниров городов, и заочных и очных математических школ, курсов повышения квалификации учителей и др. В 80-90 годы факультет стал инициатором краевой программы поиска и поддержки, одарённых в области математики детей. В этой работе принимали участие практически все преподаватели факультета, но её вдохновителем и научным руководителем стал В.А.Лазарев (кандидат физико-математических наук, доцент, ныне доктор педагогических наук, руководитель секции НМС по математике Минобрнауки РФ, Лауреат премии Правительства РФ в области образования). Формы работы с учениками со временем менялись. Большую популярность приобрели проводимые в каникулярное время физико-математические школы, где старшеклассники занимались углубленным изучением математики. У истоков этой работы были: Г.К.Антонюк (кандидат физико-математических наук, доцент), Б.Е.Левицкий (кандидат физико-математических наук, доцент), А.М.Скряго (кандидат физико-математических наук, доцент), Л.М.Кабехова (кандидат педагогических наук, доцент) и др. В дальнейшем к этой работе активно подключились З.Б.Цалюк, В.Ф.Пуляев, В.А.Дербенев, В.А.Гусаков, В.Г.Аксютенкова, С.П.Грушевский, Е.А.Семенко, Э.А.Сергеев, Г.Н.Титов, Н.Н.Мавроди и др. В 1990 году впервые в истории Краснодарского края большая группа сотрудников факультета (В.А. Лазарев, Б.Е.Левицкий, Г.К.Антонюк, С.П.Грушевский, Г.Ф.Сокол и др.) была удостоена премии комсомола Кубани в области педагогической деятельности, ряд из них были награждены медалями «Отличник народного просвещения РФ».

В последние годы традиция работы со школьниками продолжается в новых формах. Так в центре дополнительного математического образования «Малый матфак» ежегодно обучается в разных формах до 600 школьников. Для нас это подтверждение того важного обстоятельства, что у ребят не ослабевает интерес к изучению математики.

Одна из основных установок на факультете базируется на тезисе: каждый студент может успешно учиться на математическом факультете, и он по-своему талантлив. Эту его талантливость надо преподавателям обнаруживать, развивать, укреплять.

Однако, не всякий студент адаптируется к необходимости постижения ежедневного потока нетривиальной математической информации. Зачастую первые же трудности в понимании математики парализуют волю и желание студента к преодолению возникновения интеллектуальных трудностей. Поэтому на факультете постоянно ищут средства и способы для воспитания у студентов волевых качеств и умений, необходимых для постижения математики, а также для пробуждения интереса к самой Математике. Этому способствуют интересные вопросы, задачи в курсах лекций, в издаваемых на кафедрах методических пособиях и задачниках. Участие в работе математических кружков, организация и проведение воспитательных, творческих мероприятий. На старших курсах это серьезная научная работа над темами курсовых и выпускных работ студентов, а также участие в ежегодных студенческих научных конференциях и возможность публикации полученных самостоятельных результатов в материалах этих конференций.

Дополнительный положительный интеллектуальный стимул дают регулярные выставки новой и ранее изданной математической литературы, проводимые научной библиотекой КубГУ.

Вся атмосфера научной и педагогической жизни факультета направлена на воспитание грамотных, творчески мыслящих математиков, способных эффективно реализовывать свои профессиональные навыки на производстве, в науке, создавать новое в математике и ее приложениях и в свою очередь быть воспитателями, учителями.

## Литература

1. Грушевский С.П., Лазарев В.А., Сергеев Э.А. О математике и математическом образовании на Кубани // Историческая и социально-образовательная мысль. Краснодар, 2010.
2. Bocharov A.V., Grushevsky S.P., Kolchanov A.V. Experience of educational department «Maly mathematical faculty // Proceedings of the 1<sup>st</sup> European Conference on Education and Applied Psychology. «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education GmbH. Vienna. 2014. P. 220-221.
3. Грушевский С.П., Колчанов А.В., Лазарев В.А., Сергеев Э.А. К истории развития юношеских математических школ и мотивации изучения математики школьниками // Труды Международной научной конференции 24-29 марта, г. Цахкадзор, том 1: «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство», г. Цахкадзор, 2014. – С. 536-537.
4. Грушевский С.П., О работе факультета математики и компьютерных наук кубанского государственного университета по профессионально-математической ориентации школьников. Историческая и социально-образовательная мысль. 2012. № 3. С. 83-88
5. Грушевский С.П., Боровик О.Г., Бочаров А.В. О некоторых направлениях довузовской работы со школьниками на факультете математики и компьютерных наук Кубанского госуниверситета Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию "63 Герценовские чтения" РГПУ им. А.И.Герцена, Санкт-Петербург
6. Грушевский С.П., Аронова Е.Ю., Бочаров А.В. Построение процесса профессионального самоопределения старшеклассников в открытом образовательном пространстве ВУЗа Теория и практика общественного развития: электронное периодическое издание.- №7  
[www.teoria-practica.ru/-7-2011/pedagogics/grushevskiy-aronova-bocharov.pdf](http://www.teoria-practica.ru/-7-2011/pedagogics/grushevskiy-aronova-bocharov.pdf)

---

## О СИСТЕМЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ АБИТУРИЕНТОВ НА ФАКУЛЬТЕТЕ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК «КУБГУ»

Бочаров А.В., Грушевский С.П.

ФГ БОУ ВПО «КубГУ», Краснодар, Россия,  
*alvoc2000@mail.ru, spg@kubsu.ru*

**Аннотация.** В статье описывается система дополнительной математической подготовки «Малый матфак», направленной на профессионально математическую ориентацию школьников и успешно реализуемой на факультете математики и компьютерных наук КубГУ.

*Ключевые слова:* система дополнительной математической подготовки «Малый матфак»; профессионально-математическая ориентация

**Abstract** The description of the system of additional mathematical training "Small Mathfac" is presented in the article. This system is aimed at pupils' professional mathematical orientation and is successfully implemented at the Faculty of Mathematics and Computer Science in Kuban State University.

*Keywords:* additional mathematical training "Small Mathfac "; professional mathematical orientation

Как известно в последние годы современная школа сталкивается с проблемой снижения уровня математической подготовки школьников. С одной стороны, нехватка педагогических кадров увеличивает нагрузку квалифицированных учителей, что влияет на качество представляемого материала. С другой стороны, выпускники математических вузов в сложившихся конъюнктурных условиях не стремятся работать в образовательных учреждениях, что ослабляет кадровый потенциал школ. Наконец, в старших классах школы в последнее время происходит в большей степени натаскивание на определенные типы задач с целью успешного прохождения Единого Государственного Экзамена (ЕГЭ), нежели обучение новым разделам математики и закреплению пройденного материала, что отрицательно сказывается на математической подготовке абитуриентов.

В связи с этим актуализируются проблемы мотивации изучения математики и дополнительной математической подготовки абитуриентов. Одним из факторов, направленных на решение указанных проблем, является формирование на факультете математики и компьютерных наук системы дополнительной математической подготовки старшеклассников «Малый матфак», нацеленной на профессионально математическую ориентацию школьников. Такая система работы сложилась за последние годы и зарекомендовала себя как эффективное средство профессионально-математической ориентации школьников [1].

В её структуре можно выделить два направления работы. Первый – это направление, ориентированное на подготовку по стандартным разделам курса элементарной математики. Второй – направление, которое условно можно охарактеризовать как основы исследовательско-математической и олимпиадной деятельности школьников.

В рамках первого направления, реализуемого в учебном подразделении «Малый матфак», организована система интеграции очных и дистанционных форм обучения на основе встраивания в учебный процесс набора дистанционных средств учебной работы школьников [2]. Очные занятия проводятся по воскресеньям в аудиториях факультета для всех желающих школьников г. Краснодара, Краснодарского края и республики Адыгея. Для эффективной работы школьников разработан учебный web-ресурс <http://mschool.kubsu.ru/mmf/>, на котором размещена основная учебная информации (в том числе расписание занятий и их тематика) и дидактические материалы. Кроме того, учебный сайт поддерживается страничкой в социальной сети контакт. В начале учебного года на сайте организуется регистрация новых пользователей.

Учебный план структурирован в виде комплекса блоков. В процессе освоения учебного блока на сайте «Малого матфака» публикуются дидактические материалы к занятиям, сроки выполнения учебных заданий, а в конце ответы и рекомендации по решению задач и, если нужно, анализ основных ошибок. Зарегистрированным пользователям необходимая информация рассылается по электронной почте. Школьники, которые не посещают или частично посещают очные занятия «Малого матфака», все равно могут быть включены в учебный процесс путем дистанционного консультирования, задавая вопросы по задачам очередного цикла на специальном форуме и получая обобщенные ответы на свои вопросы и ссылки на дидактические материалы по этой теме.

Таким образом, с абитуриентами работают как преподаватели-лекторы, организующие работу в содержательном плане, так и студенты старших курсов, магистранты, обеспечивающие обработку материалов, поступающих от слушателей.



В качестве еще одной из подсистем можно выделить конструирование специализированных web-ресурсов образовательного назначения, встроенных в систему подготовки «Малого матфака»[3]. В результате развития информационных технологий, в сети интернет в настоящее время можно найти достаточно много разнообразных образовательных ресурсов, которые в большей степени играют роль тренажеров, нежели отвечают задачам повышения уровня математической подготовки школьников. Поэтому, электронные ресурсы, дополняющие очно-дистанционную систему подготовки, на наш взгляд, являются одной из оптимальных форм работы с абитуриентами. Здесь же надо отметить, что разработкой данных ресурсов под руководством преподавателей математического факультета занимаются студенты старших курсов нашего факультета.

Вообще, студенты факультета математики и компьютерных наук играют важную роль в работе «Малого матфака» и развитие профессионально-педагогических компетенций студентов, через участие в разнообразных формах учебного процесса дополнительного математического образования, также является одним из важных направлений работы «Малого матфака» [4]. В основном, активное участие в процессе обучения принимают студенты, в недавнем прошлом обучавшиеся в системе дополнительной подготовки. Они, с одной стороны, имеют недавний опыт обучения с позиции школьников с пониманием того, где в процессе обучения возникали определенные сложности, с другой стороны, полученный опыт на младших курсах, позволяет им взглянуть на этот процесс и содержательный материал с позиции учителя. При этом, проводя практические занятия в рамках очной формы обучения, разрабатывая web-ресурсы, обрабатывая дидактические материалы - студенты получают неоценимый педагогический опыт [5].

Еще одной ветвью системы «Малого матфака» является поддержка кружковой работы учителей школ. Факультетом разработаны и прошли апробацию дидактические материалы для внеклассной работы по математике, начиная с 5 класса. Посредством усилий профессорско-преподавательского состава факультет поддерживает на местах учителей-энтузиастов, занимающихся кружковой работой. Развитие этой системы позволяет нам выработать общие подходы к изучению дополнительных разделов математики, предложить учителям комплекс дидактических материалов. Однако, следует отметить, что в настоящее время в связи с причинами, указанными в первом абзаце, эта подсистема развита слабо и надежды возлагаются на тех, кто прошел систему «Малого матфака» и как ученик, и как студент.

Наконец, в рамках второго направления образовательного учреждения «Малый матфак» организуются математические соревнования в очно-заочной форме и математические кружки углублённого изучения математики. Важно, что учащиеся начинают заниматься научной деятельностью уже в 10-11 классе и при поступлении в вуз имеют, как определенный опыт научной работы, так и понимание того, чем они будут заниматься в дальнейшем. В 2014-2015 учебном году школьникам предлагалась следующая тематика кружков: математическое моделирование; математика, криптография, программирование; математические проблемы обработки изображений. При этом также проводятся занятия по разбору нестандартных олимпиадных задач по математике и информатике.

В заключение отметим, что система дополнительной математической подготовки «Малый матфак», реализуемая на факультете математики и компьютерных наук уже зарекомендовала себя с хорошей стороны, о чем говорят цифры многочисленных анкетирований абитуриентов и студентов, посещавших учебное подразделение. Большое количество абитуриентов (до 40%), посещавших «Малый матфак», в дальнейшем поступает на наш факультет, при этом на факультете повысилась успеваемость, что тоже говорит об эффективности работы системы.

## Литература

1. О.Г. Боровик, А.В. Бочаров, С.П. Грушевский. О некоторых направлениях до вузовской работы со школьниками на факультете математики и компьютерных наук Кубанского госуниверситета.//Сборник научных работ, представленных на Международную конференцию «63 Герценовские чтения». Санкт-Петербург, 2010
2. А.В. Бочаров, С.П. Грушевский. Технологии профессионально-математической ориентационной работы с абитуриентами.// Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ представленных на международную конференцию "67 Герценовские чтения", Санкт-Петербург, Издательство РГПУ им. Герцена, 2014
3. А.В. Бочаров, С.П. Грушевский. Электронные учебные ресурсы как средства профессиональной математической ориентации школьников.// Материалы выездного заседания научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ, посвященные конкурсу «Лучшее учебное издание по математике» (17-19 июня 2010 г.) – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2010 – 151 с.
4. Аронова Е.Ю. Грушевский С.П. Бочаров А.В. Педагогическое сопровождение процесса профессионального самоопределения старшеклассников. Анализ опыта математического образования в вузе // Историческая и социально-образовательная мысль. №1 (17), 2013г
5. Аронова Е.Ю. Грушевский С.П. Бочаров А.В. Построение процесса профессионального самоопределения старшеклассников в открытом образовательном пространстве ВУЗА.// Теория и практика общественного развития Электронное периодическое издание №7, 2011, Педагогические науки [www.teoria-practica.ru/-7-2011/pedagogics/grushevskiy-aronova-bocharov.pdf](http://www.teoria-practica.ru/-7-2011/pedagogics/grushevskiy-aronova-bocharov.pdf)

---

## ФРАКТАЛЬНЫЙ ПОДХОД В ПЕДАГОГИКЕ: ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ

Дворяткина С.Н., Кузнецова Т.И.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия*  
*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия,*  
*sobdvor@yelets.lipetsk.ru; kuzti45@gmail.com*

**Аннотация.** В статье рассматриваются возможности применения фрактального подхода в педагогике. Авторы устанавливают границы применимости фрактальных принципов к отбору и структурированию содержания учебного материала, а также к процедуре оценивания усвоения знаний студентами.

*Ключевые слова:* методология, фракталы, структурирование содержания учебного материала, квалиметрия знаний.

**Abstract.** In the article examines the possibility of using the fractal approach to pedagogy. The authors establish the limits of applicability of fractal principles for the selection and structuring of the content of educational material, also the procedure for of evaluation mastering of knowledge students.

*Key words:* methodology, fractals, structuring the content of the educational material, qualimetry knowledge.

Перед системой высшего образования всегда стоит проблема выбора между широтой и глубиной преподаваемых знаний, между подготовкой широко образованной профессиональной элиты и узкопрофильных специалистов. На современном этапе развития общества приоритетным направлением является целостная подготовка профессионалов, обеспечивающая им адаптацию к социально-экономическим реалиям, широту будущего профессионального маневра. В контексте выдвигаемого в новых стандартах требования к современной компетентностной модели выступает связь знаниевого компонента с интеллектуальным, духовно-нравственным и социальным развитием личности, с соблюдением разумного баланса между вышеперечисленными составляющими. В рамках такой связи остро встают вопросы, связанные с разрешением противоречия части и целого, дискретности (стратифицированности) учебного материала и системного, интегративного характера его представления. Существующие методологические подходы описания и понимания изучаемых педагогических явлений приводят к утрате значительной части информации о свойствах и поведении исследуемых объектов. В частности, в исследовании Н.Н. Мальцевой подробно проанализированы ограниченные возможности применения основных методологических подходов (системный, личностный, деятельностный, полисубъектный, культурологический, этнопедагогический, антропологический) к объектам педагогики, которые в свою очередь характеризуются нелинейностью, открытостью или незамкнутостью, динамической иерархичностью или эмерджентностью, гомеостатичностью [1]. Поиск новейшего методологического обоснования в качестве интегрированного образа используемых оптимальных дидактических методов, средств, форм для освоения норм профессиональной деятельности, усвоения сложного учебного материала, приобщения к профессиональной культуре, для развития интеллекта, формирования духовно-нравственных ориентиров и идеалов, — методологии как модельного способа описания и понимания изучаемых объектов и присущих этому способу ограничений, особенностей, свойственных педагогическим явлениям, составляет задачу нашего исследования. Таким решением стал фрактальный подход.

Понятие фрактала сегодня широко используется для изучения сред со сложной, иерархической структурой. Фракталоподобные структуры легко можно обнаружить не только в математических и естественных науках (физике, химии, астрономии, географии и геофизике, биологии и медицине, компьютерной графике, экологии), но и в конструктах гуманитарных теорий (лингвистике, психологии, экономике и финансах, социологии). Фрактальность таких систем, означающая существование в них структур самых разных форм, типов и уровней, обеспечивает существование самых многообразных форм взаимодействий, которые, в свою очередь, обеспечивают эволюционное развитие фракталоподобных систем.

Фрактальный подход, выросший в рамках синергетической парадигмы, в педагогику пришел недавно, но предполагается, что возникновение и образование самоподобных структур не случайно, так как это единственный путь повышения эффективности, надежности и устойчивости развития образовательных систем. Педагогика насыщена фрактальными конструкциями: от многоуровневой системы «высшая школа» до сложной подсистемы усвоения знаний обучаемыми. Применение фрактальной концепции к педагогическим наукам имеет специфические особенности. Дело в том, что попытки прямо перенести математический аппарат на процессы, протекающие в человеческом сознании, на процессы обучения и воспитания обычно не удаются. Это связано с тем, что в гуманитарных науках мы имеем дело с субъективными онтологиями, которые обладают специфической структурностью. Однако фрактальный подход, имея первоначально естественнонаучную основу, все более гуманитаризуется, при этом выделяются

принципы, позволяющие использовать данный подход в педагогических исследованиях. Остановимся на каждом из них.

1. Язык фракталов фиксирует фундаментальное свойство реальных явлений — самоподобие: инвариантность относительно изменения масштаба. Для фрактала увеличение масштаба не приводит к упрощению его структуры, то есть целое имеет ту же форму, что его отдельные части. Каждый малый участок фрактала представляет собой ключ к целой конструкции. Эту идею Б. Мандельброт обозначил как «принцип масштабирования» — «principle of scaling». Таким образом, связующей нитью всевозможных далеких областей знания, определяющей понятие фрактала, стала идея о том, что феномены нашего мира имеют одинаковую структуру при любом масштабе.

Можно утверждать, что обобщенную структуру образовательной системы можно рассматривать как сложную систему подобий, где каждый уровень состоит из сложных подсистем, имеющих свою иерархическую структуру. Сначала системой формируются границы предметных областей в виде множеств направлений подготовки и задаётся система требований к ним в виде системы общекультурных и профессиональных компетенций (высший уровень), затем на этих множествах задаются их структуры и определяется система требований к структуре знаний (ниже лежащий уровень), структуры наполняются содержанием, согласно требованиям к содержанию знаний (следующий уровень), и т.д. до уровня усвоения знаний и преобразования их в умения. Система создания образовательных стандартов предназначена для того, чтобы у обучающихся сформировать систему знаний, подобных элементам верхних уровней иерархии образовательной системы. Более того, при таком подходе структура образовательной системы, хотя и рассматривается в обобщенном виде, имеет различные уровни общности (масштаба), что исключает ее упрощение на уровне усвоения знаний и преобразования их в умения.

2. Фрактал имеет дробную размерность, превышающую топологическую, благодаря чему может выступать как способ организации взаимодействия пространства разной природы и размерности. Четкого ответа на вопрос – обладает ли образовательная система метрической или дробной размерностью, пока нет. Требуется проанализировать пространственно-временные характеристики образовательной системы, которые определяют структуру и порядок ее функционирования, необходима совокупность оценочных показателей образовательной системы на всех уровнях ее функционирования. В настоящее время существуют лишь частные методики оценки системы в целом, такие как показатели мониторинга эффективности образовательных организаций высшего образования (рейтинг Тайваньского Совета, Webometrics, шанхайский рейтинг ARWU, QS World University Rankings и др.), система показателей оценки при лицензировании и аккредитации вузов по отдельным направлениям [2]. В нашей работе [3] была предложена и аргументирована частная методика оценки знаний студентов.

Приведенная аналогия позволяет утверждать, что к образовательной системе применимы фрактальные принципы – масштабирования и наличия дробной метрической размерности. В связи с чем, нам видится возможным применение фрактального подхода как минимум в двух направлениях: к отбору, структурированию содержания учебного материала и к процедуре оценивания усвоения знаний студентов.

Анализ методологических подходов и теорий, относящихся к структурированию содержания обучения, позволяет заметить, что в настоящее время конфигурация учебного материала подразумевается простейшей, опирающейся на множества с элементарной топологией, в которых полностью игнорируется сложная внутренняя структура, а процессы образования и взаимодействия характеризуются усредненными параметрами, что не отвечает реальности. Математический аппарат фрактальных множеств открыл широкие перспективы в изучении и исследовании информационных объектов. Фрактальные множества конструктивно богаче традиционно используемых, они позволяют получить максимальную степень заполнения объёма и глубину детализации

без взаимопроникновения, однако при определённых внешних воздействиях возможно формирование единой мультифрактальной структуры на любом уровне с сохранением вышеупомянутых достоинств.

Таким образом, структуру современного учебного плана можно представить в виде фрактала, в котором осуществляется масштабирование содержания учебного материала. Единицей масштабирования является 1 зачетная единица. В терминах фрактального подхода содержание обучения масштабируется на уровне циклов учебных дисциплин (гуманитарный, социальный, экономический; математический и естественнонаучный; профессиональный), затем на уровне блоков (обязательный, вариативный), далее на уровне учебных дисциплин с заданными параметрами, их разделов, подразделов и т.д., составляя сложную структуру с многообразными видами связей (межцикловые, междисциплинарные, внутрдисциплинарные, межпонятийные). Установление границ в предметной области и ее структуре, а также разбиение на множество дисциплин, методик, методов, аналогично созданию фрактальных множеств, таких, как множество Кантора, треугольник Серпинского, ковёр Серпинского и т.д. (рис. 1).

Фрактальным является и структурирование содержания ключевых понятий, составляющих «каркас» учебного материала. Хорошо известно, что большинство междисциплинарных понятий не имеют, как правило, однозначного определения, являются так называемыми «дефинициями с нечеткими границами». При разработке их структуры с использованием базовых свойств фракталов не только устанавливаются логические связи между отдельными понятиями конкретной предметной области, но и обеспечивается широкий спектр их применения, что позволяет контролировать и оптимизировать процесс интеграции знания в целом. Установив соответствие между понятийным объемом и фрактальной структурой, мы приобретаем возможность перевести на язык геометрических образов представление о многогранности, многоаспектности изучения и теоретического осмысления понятия. Наложение фракталов позволяет сформировать объект, характеризующийся не отдельным значением, а целым спектром фрактальных размерностей.

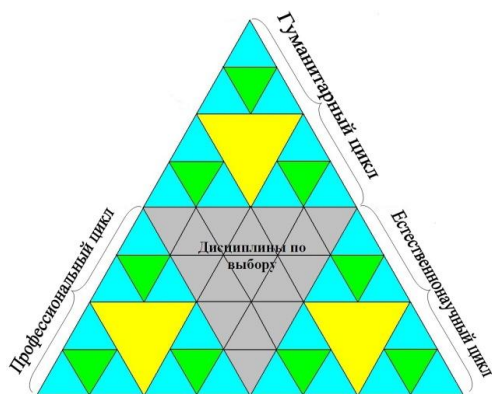


Рис. 1. Фрактальное представление учебного плана в виде треугольника Серпинского

Таким образом, отождествляя понятия не с элементами множества, а с мультифракталами, мы получаем возможность перевести на язык геометрических образов представление о степени связи понятий и рассматривать взаимную связь всех понятий между собой. Объективный отбор и корректная структуризация системы ключевых понятий могут быть достигнуты исключительно на основе сочетания анализа научной, учебной литературы и экспертной оценки. Сформированные подобным путём тезаурусы должны стать фундаментальной основой для последующего построения фрактальных иерархических структур с целью создания УМКД.

Покажем способ применения фрактального подхода на примере формирования структуры понятия «случайность». Данное ключевое понятие мы выбираем из первого

модуля «Случайные события и их вероятности» дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» базовой части математического и естественнонаучного цикла технических направлений подготовки (коды 230100.62; 230700.62; 210400.62 и др.). Глубокую методологическую экспликацию данного понятия можно получить внутри общепринятой колмогоровской науки только путем последовательного процесса познания редуцируемого до интеграции в существующее знание посредством фрактального описания. Именно во фрактале скрыт весь гигантский объем информации, плотно упакованный в его структуре. Ядро понятия случайности формируем путём: 1) отождествления его со свободой волей человека (гуманитарная трактовка); 2) трактовки случайности в современной физике (профессиональная трактовка); 3) истолкования случайности в биологии (естественнонаучная трактовка) (рис. 2).

В результате следующей итерации мы получим более мелкое деление указанных категорий. В наиболее концентрированном виде понятие «случайность» высвечивается при раскрытии представлений о свободе воли человека — согласно *религиозной, нравственно-психологической и философской трактовкам*. Религиозная компонента представлена в свою очередь *христианским толкованием, исламом и иудаизмом*. Философская интерпретация представлена *древней философией, философией Нового времени и русской религиозной философией*. Нравственно-психологическую составляющую свободы воли можно понимать как *механизм преодоления произвольных психических препятствий, как обретение контроля над поведением, как выработку волевых качеств*. В результате второй итерации получим следующее представление: случайность в современной физике покажем с позиций *статистической физики, квантовой механики и ядерной физики*; случайность в биологии триадически представим *генной теорией, теорией эволюции и экологией*, устанавливающей случайную роль экологических факторов.



Рис. 2. Фрактальное представление понятия «случайность»

Установлено, что студент-инженер лучше усваивает знания, рассматривая объективные процессы и явления, лежащие в основе изучаемых понятий, экспериментально или мысленно наблюдаемые, следующие из некоторой модели, картины действительности. Однако небольшой экскурс в философию и гуманитарные науки в ходе разъяснения вероятностных понятий студентам-инженерам будет способствовать их всестороннему развитию, формированию культуры мышления, приобщению их к методологии знания. В связи с изложенным, в качестве свободного выбора рекомендуем *рассмотреть диалектику случайности и закономерности*, в которой

понятие «случайность», трактуемое как отсутствие закономерности, далее делится в свете русской традиционной культуры — триадически — на *историческую, статистическую и культурную* закономерности.

Мы показали процесс формирования структуры рассматриваемого понятия до четвертого уровня со степенью сложности структуры равной 1,6. Принципиально можно построить структуру содержания обучения, доведя процесс итерации до высших порядков. Однако такое деление делает структуру слишком громоздкой, запутывая основное содержание образовательной области. Очевидно, что количество уровней или сложность понятийной структуры должны определяться в каждом конкретном случае, исходя из целей обучения и типологических особенностей обучаемых.

Подводя итоги, можно утверждать следующее:

1. Применение фрактального подхода в исследовании процессов и явлений в образовании и обучении позволяет переосмыслить методологические основы современной педагогики высшей школы.

2. Фрактальный подход позволяет исследовать структуры образовательной системы всех уровней, устанавливать связи и отношения в сложных структурах подсистем, а также оценивать состояние системы в целом.

3. Применение фрактального подхода к исследованию процессов обучения позволило представить учебные элементы (учебные планы, ключевые понятия) в виде фрактальных моделей и предложить на этой основе процедуру оценивания качества образовательного процесса как в целом, так и в частности, в зависимости от глубины взаимопроникновения и пересечения растущих и множащихся фрактальных структур.

**Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ, проект № 15-06-10687**

### Литература

1. Мальцева Н.Н. Синергетика в методологии гуманитарных наук: автореф. дис.... канд. фил. наук: 09.00.08. Белгород, 2009. 23 с.
2. Петропавловский М.В. Методологические основы построения информационно-аналитической системы государственной аккредитации учреждений профессионального образования: дис. док-ра техн. наук: 05.13.10. М., 2005. 335 с.
3. Дворяткина С.Н. Введение фрактальных методов в систему квалиметрии знаний студентов// Актуальные задачи математического моделирования и информационных технологий: труды международной научно-практической конференции. Сочи, 2015. С. 23-28.

# ЛОГИКО–МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОНЯТИЯ АЗАРТНАЯ ИГРА ПО ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВАМ РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ И РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Дворяткина С.Н., Лопухин А.М.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия  
Московский государственный институт международных отношений (университет)  
Министерства иностранных дел Российской Федерации, Москва, Россия  
e-mail: sobdvor@yelets.lipetsk.ru; ars4044@mail.ru*

**Аннотация.** Статья посвящена рассмотрению феномена азартной игры в контексте диалога математических и юридических наук. Анализируется понятие «азартная игра», выявляются его существенные признаки, раскрываются особенности организации и меры правового регулирования азартного бизнеса, прослеживаются изменения в определении понятия азартной игры по нормам государственного законодательства России и Армении. Предмет исследования рассматривается в широком социокультурном контексте, что позволяет оценить переориентацию мировоззренческой системы высвобождением игрового инстинкта.

*Ключевые слова:* генезис понятия азартная игра, случай, риск, существенные признаки, правовое регулирование.

**Abstract.** The article devoted to consideration of phenomenon of game of chance in a context of dialogue between juridical and Mathematical Sciences. We analyze the concept of "game of chance", reveals its essential features, features of the organization and measures of legal regulation of gambling business are disclosed, the changes in the definition of gambling on state standards legislation of Russia and Armenia are traced. Subject of research is seen in a broad socio-cultural context that allows us to estimate the ideological reorientation of the release of the game instinct.

*Key words:* the genesis of the concept of gambling case, the risk, features, legal regulation.

Окружающий мир — это неисчерпаемая бездна открытий, знаний, исследований. На познание этого сложного мира нам отводится маленькая крупица времени, поэтому необходимо дорожить каждой минуткой, каждым мгновением. Нужно научиться искать выход из лабиринтов этого сложного мира. Сколько потребуется времени, чтобы познать всю глубину и широту пространственно-временного континуума нравственно значимых явлений и ценностных отношений? Ответ очевиден. Почему же люди так непродуктивно теряют драгоценное время в пустых развлечениях и бесполезных занятиях?

В школьном и вузовском преподавании теории вероятностей часто в качестве методических моделей используют азартные игры, поскольку считается, что они наиболее удачно мотивируют обучающихся на изучение дисциплины и являются более наглядными. Обучая студентов вычислению вероятности выигрыша в любой азартной игре, необходимо объяснить все негативные стороны. Прежде всего, праздные и бесполезные занятия способствуют формированию порока корысти, в большей или меньшей степени. Стремление игрока превзойти всех, надежда на непреходящий успех в игре приводит к ещё более тяжкому пороку — самолюбию. Влечение к непреходящему выигрышу ведёт к плутовству, хитрости, обману и, как следствие, к гневу, ссоре, зависти, вспыльчивости, дерзким словам, разрушению добрых отношений между людьми.

Следующий негативный момент в азартных играх — это страсть к легкой добыче как самих игроков, так и организаторов игорного бизнеса. Азартные игры вначале заставляют человека верить в свой маловероятный выигрыш, затем хотеть его, а в



дальнейшем, когда страсть захватывает игрока, даже требовать выигрыша от Бога. Налицо духовное растрепание, направленное на самоуничтожение личности. Для человека наступает временной интервал безнравственности, который может привести в никуда.

Было бы односторонним упрощением видеть в азартных играх только отрицательное начало, как в макромире (признание иррациональных закономерностей в связи с человеческим незнанием), так и в микромире (формирование и становление отрицательных пороков, погружение в стихию страстей). Поэтому решение проблемы устранения негативных черт и устремлений должно быть комплексным, интегративным. С одной стороны, особая роль отводится правильной организации и отбору содержания дисциплины теории вероятностей. Именно эта наука, возникшая в лоне азартных игр, должна явиться нравственным ориентиром в формировании и становлении духовно-нравственной личности. Используя в качестве содержательного материала простые и доступные модели азартных игр, преподавателю следует воспользоваться биполярностью нравственно-ценностных характеристик, поменять нравственно-ориентированную позицию, мировосприятие студентов, соединив научное и религиозное мировоззрения для обретения устойчивой морально-нравственной основы. Теория вероятностей легко аргументирует низкую вероятность выигрыша в любой азартной игре, объясняет природу случайных явлений.

С другой стороны, ключевую роль играет логико-исторический анализ правовых норм отечественного и зарубежного законодательства, регулирующих игорную деятельность с целью определения негативных социально-правовых последствий при неправильной организации азартных игр.

И в первом, и во втором случае необходимо провести логико-математический анализ понятия *азартная игра*. Итак, что же такое *азартная игра*, какие виды игр попадают под её определение и каковы отношения законодателя к азартным играм?

В Большом юридическом словаре даётся следующее определение: «Азартные игры — игры со случайным, заранее непредсказуемым результатом, достижение которого не зависит от действий любой из сторон, участвующей в игре» [2]. В Энциклопедическом словаре Ф.А. Брокгауза и И.А. Эфрона отмечается, что «так называются игры, результат которых в противоположность коммерческим исключительно и главным образом зависит от случая, а не от ловкости или искусства игроков, если при том в виде ставки является предмет, к выигрышу или проигрышу которого участвующие в игре по своим средствам не могут отнестись безразлично» [3]. В Российском гуманитарном энциклопедическом словаре сказано: «Азартные игры (от франц. *hasard* — случай, риск; от испан. *azar* — случай, случайность) — игры на деньги или др. материальный интерес, в которых выигрыш зависит главным образом от случая, слепой фортуны» [4]. Таким образом, азартная игра — это рандомизированная игра (англ. *random* — случайный), игра, в которой выигрыш или проигрыш зависит от случая, а не от личных качеств участников, умений, интеллектуальных способностей и опыта. Это игра со случаем, которая представляет равные возможности выигрыша как новичкам, так и постоянным игрокам.

Как следует из приведённых определений, определяющим родовым понятием стал *случай*. В математике понятие *случай* (*случайность*) не поддаётся определению через некоторые иные, более общие понятия, поэтому чаще рассматриваются родственные с ним понятия, такие как *случайная функция*, или *случайное событие*, или *случайная величина*, или *случайный процесс* и т. д. Например, в теории вероятностей под *случайным событием* понимают событие, которое при осуществлении данных условий (т. е. при данном испытании) может как наступить, так и не наступить, и для которого имеется определённая вероятность его наступления. В юридических науках, в частности в гражданском праве, *случай* определяют как «событие, которое наступает не в силу направленных на него сознания и воли лица, и последствия которого не могли быть предусмотрены». Элемент случайности делает процесс игры независимым. Таким образом, выигрыш в азартных играх всегда зависит от случая и не зависит от умений и

способностей игрока. Мы можем только прогнозировать возможный средний выигрыш данного случайного события. Кроме азартных игр, существуют коммерческие игры, в которых результат в большей степени определяется умениями, способностями и опытом играющего, чем случайными факторами.

Аргументируем сказанное путём определения вероятности выигрыша в одной из азартных игр «Крэпс». *Игрок бросает две кости и подсчитывает сумму выпавших очков. Он оказывается в выигрыше, если выпала комбинация 7 или 11. Если выпадает крэпс (2, 3 или 12) – значит, ставка проиграла. Комбинации 4, 5, 6, 8, 9 10 — это Come point. Если в первый раз выпадет Come point, то игрок бросает кости до повторного выпадения комбинации 7, игрок выигрывает. Если этого не происходит — значит, проигрывает.*

Решение. Введем события:  $A_1$  — выигрыш игрока;  $A_2$  — набранная сумма равна 2;  $A_3$  — набранная сумма равна 3; ...;  $A_{12}$  — набранная сумма равна 12;  $B$  — выпадение Come point.

Определим вероятность выигрыша после первого бросания:

$$P(A_7) + P(A_{11}) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} \approx 0,22.$$

Вычислим условные вероятности выпадения Come point, при условии, что при первом броске выпал Come point:  $P(B/A_4) = \frac{3}{9}$ ;

$$P(B/A_5) = \frac{4}{10}; P(B/A_6) = \frac{5}{11}; P(B/A_8) = \frac{5}{11}; P(B/A_9) = \frac{4}{10}; P(B/A_{10}) = \frac{3}{9};$$

Определяем вероятность выпадения Come point:

$$P(B) = P(A_4)P(B/A_4) + P(A_5)P(B/A_5) + P(A_6)P(B/A_6) + P(A_8)P(B/A_8) + P(A_9)P(B/A_9) + P(A_{10})P(B/A_{10}) \approx 0,27.$$

Тогда искомая вероятность выигрыша равна:

$$P(A) = P(B) + P(A_7) + P(A_{11}) \approx 0,49.$$

Обратимся теперь к российскому и зарубежному законодательствам, определяющим правовые основы федеральной политики в области игорного бизнеса. Известно, что в Россию азартные игры пришли в начале XVII века. Соборное уложение 1649 года предписывало наказания за организацию и участие в играх, в частности «бить кнутом и рубить им руки и пальцы», что как бы указывает на целенаправленную борьбу государства с азартными играми. Однако запрещаемые юридически, они не были запрещены фактически.

В 1717 г. Петр I запретил в своем государстве «всякую игру в деньги», далее его приказ подтвердила Анна Иоановна в 1733 г. Запрещение играть в карты повторялось в 1743, 1747 и 1757 гг. Царица Елизавета Петровна Указом 1761 г. впервые в отечественной истории легально закрепила термин «азартные игры». В документе не определялось понятие «азартная игра», а только перечислялись запрещенные азартные игры. Законодатель провел разделение игр на азартные и дозволенные, а обязательства, возникавшие из дозволенных игр, получили не предусматривавшуюся ранее возможность судебной защиты. Дозволенными считались игры, в которых результат зависел не только от случая, но и от умственных способностей и мастерства играющего. К азартным же играм причислялись те, результат которых определялся только случаем и удачей играющего.

Екатерина II продолжила борьбу своих царственных предшественников и в 1766 г. издала Указ «О неигрании в запрещённые игры» [5]. Однако общегосударственное законодательство Екатерины II рассматривало азартную игру как противоправное деяние лишь в тесной связи с сопутствовавшими ей другими преступлениями.

В Своде уставов о предупреждении и пресечении преступлений, изданном в 1832 г. в составе Свода законов Российской империи, действовавшем с дополнениями до 1917 г. [6], так же, как и в екатерининском Уставе, запрещались игры, основанные на случае, открытие и посещение игорных домов, содействие игре, «от игры иметь единственное

пропитание» и «воровство-мошенничество». Но уголовное преследование по самому факту азартной игры отсутствовало.

Итак, в Московском государстве к числу азартных игр относились игры с простыми правилами, случайностью результата и денежным выигрышем — это, как правило, карточные игры и кости. Азартные игры, не являясь сами по себе уголовно наказуемыми, всё-таки преследовались представителями власти — по причине провокации различных общественных пороков (пьянства, драк) и правонарушений.

В советский период отношение к азартным играм было резко негативным, за исключением игр, служивших для физических развлечений, а также игр, признававшихся не азартными (кегли, бильярд и т.п.). Предусматривая различные меры имущественного характера (конфискация реквизита, закрытие игорных клубов), законодатель, постепенно ужесточая ответственность, закрепил в УК РСФСР 1960 г. различные меры уголовно-правового характера в отношении организаторов азартных игр вплоть до лишения свободы сроком на 3 года с конфискацией имущества (Статья 208.1). В КоАП РСФСР 1986 г. также предусмотрена возможность привлечения к ответственности за участие в азартных играх. Как видим, правовая политика советского государства является намного более жесткой и последовательной в отношении азартных игр, чем в Российской империи.

В настоящее время общественные отношения, связанные с организацией и проведением азартных игр, вновь попали в сферу гражданско-правового регулирования (глава 58 ГК РФ от 26.01.1996 г. № 14-ФЗ), уголовного (Статья 171.2. УК РФ от 13.06.1996 г. № 63-ФЗ) и административно-правового регулирования (Статья 14.1.1. КоАП РФ 30.12.2001 г.). В Федеральном Законе (ФЗ) от 29 декабря 2006 г. № 244-ФЗ «О государственном регулировании деятельности по организации и проведению азартных игр и о внесении изменений в некоторые законодательные акты Российской Федерации» в Статье 4 вводится следующее определение азартной игры: «Азартная игра — основанное на риске соглашение о выигрыше, заключённое двумя или несколькими участниками такого соглашения между собой либо с организатором азартной игры по правилам, установленным организатором азартной игры».

В законодательном определении понятие *случай* уже заменяется на *риск*. Правомерна ли такая подмена, являются ли данные понятия синонимами? **Чаще всего в научной литературе риск определяют как** возможность появления обстоятельств, обуславливающих неуверенность или невозможность получения ожидаемых результатов от реализации поставленной цели. Следовательно, *риск* — это субъективная предварительная оценка объективной неопределённости. Основное отличие *случая* от *риска* в том, что *случай* — это уже наступившее обстоятельство, а *риск* — это ожидаемое. Поэтому необходимо различать понятия «случай» и «риск». Тогда с гражданско-правовой точки зрения законодательное определение азартной игры следует понимать как некоторое обязательство, в силу которого организаторы обещают одному из участников получение определённого выигрыша, независимого как от случая, так и от умения, ловкости и других способностей участников игр. Таким образом, ФЗ отождествляет азартные игры с играми, основанными на риске, но не игры, основанные на случае, и уж тем более не раскрывает содержание каждого элемента понятия азартной игры!

Известно, что российским законодательством был заимствован зарубежный опыт ведения и регулирования игорного бизнеса по большинству вопросов, в том числе и многие положения Законодательства Республики Армения об организации игорных зон. Появление игорного бизнеса на легальном положении в Армении относится к 1922 году. Он активно существует и развивается на территории Армении до 1928 года, до запрета деятельности по организации и проведению азартных игр в Советском Союзе. Новая история законодательного регулирования армянской игорной деятельности начинается с 1991 года — с момента признания независимости республики и открытия первых казино. Законодательно игорный бизнес закрепляется рядом нормативных актов и постановлений: Постановление Совета Министров Республики Армения № 161 от 5.03. 1991 г.; Закон «О

налоге на прибыль» от 18.01.1992; Закон «О фиксированных платежах» от 7.07. 1998 г. Чуть позже Министерство финансов и экономики выпускает два указа об азартных играх. В 1998 году выходит Указ № 381 и в 1999 году Указ № 108, в которых впервые даются описания и правила игр казино: американская рулетка, блэкджек и покер. Во всех перечисленных играх элемент случайного представлен исключительно в виде раздачи карт и бросания шарика в сектор. В реальности эти игры больше основаны (исключительно) на опыте и интеллектуальных способностях игроков и, следовательно, не попадают под определение азартной игры, так как не являются играми, основанными на риске.

В конце 2000 года президентом Армении подписан закон «Об играх с выигрышем и игорных домах», регулирующий все вопросы, связанные с организацией азартных игр в стране. Новый этап в развитии игорного бизнеса начался с осени 2003 года. В принятом Законе Республики Армения «Об играх с выигрышем и игорных домах» в Статье 2 проводится классификация всех азартных игр. К ним относятся *игры с выигрышем, механизированная игра, живая игра*. Азартными не считаются такие игры, как шахматы, шашки, бильярд, нарды и другие спортивные или логические игры. Можно ли *игры с выигрышем* отнести к категории азартных игр? Обратимся к Закону: «Игра с выигрышем — любая механизированная либо живая игра, создающая возможность выигрыша каким-либо образом». Законодательное определение игры не отвечает на главный вопрос: «Основана ли игра на риске или исключительно на умении, ловкости?» [6].

Проведённый логико-математический анализ понятия «азартная игра» по законодательствам Российской Федерации и Республики Армения позволил сформулировать следующие выводы:

1. В определении «азартная игра» выявлены существенные признаки: случайный характер результата игры, на наступление которого стороны либо могут, либо не могут оказывать определённое влияние; рисковый характер игры.

2. Представляется, что включение в определение понятия «азартная игра» указаний на возможность и невозможность для участников игр своими действиями оказывать влияние на исход о выигрыше, будет способствовать достижению единства правового регулирования отношений в игорной сфере.

3. Очевидность приведения определения понятия «азартная игра» в соответствие с его этимологией указывает на необходимость быть единственным и уникальным. Предлагаем классификацию игр в зависимости от степени влияния случая на исход игры и возможности игроков участвовать в процессе определения победителя.

**Азартная игра** – это соглашение о выигрыше, основанное на риске и заключенное между двумя или несколькими лицами, как физическими, так и юридическими, по правилам, установленным игорным заведением, **исход которого зависит от случая, на наступление которого стороны не имеют возможность оказывать воздействие.**

Коммерческая игра – это соглашение о выигрыше, основанное на риске и заключенное между двумя или несколькими лицами, как физическими, так и юридическими, по правилам, установленным игорным заведением, соглашение о выигрыше, **исход которого зависит от случая, на наступление которого стороны имеют возможность оказывать воздействие.**

Данная классификация игр носит более чем гипотетический характер и не исключает иных вариантов.

## Литература

1. Большой юридический словарь / Под ред. А. Я. Сухарева. 3-е изд., доп. и перераб. М.: ИНФРА-М, 2007. 858 с.
  2. Энциклопедический Словарь Ф.А.Брокгауза и И.А. Ефрона/ под редакцией проф. И.Е. Андреевского, К.К. Арсеньева, Ф.Ф. Петрушевского // Электронный ресурс: <http://www.vehi.net/brokgauz/>
  3. Российский гуманитарный энциклопедический словарь: В 3 т./Гл. ред. П. А. Клубков; Рук. проекта С. И. Богданов. М.; СПб.: ВЛАДОС: Изд. филол. фак. С.-Петербург. гос. ун-та, 2002.
  4. Сенатский, о неигрании в запрещенные игры. 30.01.1766 // ПСЗ. СПб.: Тип. II Отд. Собств. Е.И.В. Канцелярии, 1830. Собрание 1-е. Т. 17.-№ 12 560.
  5. Свод законов Российской империи: В 5 кн. и 16 т. 1900. Кн. 3. Т. 10: Свод законов гражданских // Электронный ресурс: [http://www.prlib.ru/Lib/Pages/authority\\_1-2-4-2.aspx](http://www.prlib.ru/Lib/Pages/authority_1-2-4-2.aspx)
- 

## ВЗАИМОЗАВИСИМОСТЬ ВУЗОВ И РАБОТОДАТЕЛЕЙ КАК СТРАТЕГИЯ РАЗВИТИЯ

Денежкина И.Е., Посашков С.А.

*Финансовый университет при Правительстве РФ,  
idenezhkina@fa.ru*

**Аннотация:** Рассмотрены и проанализированы основные формы и методы сотрудничества финансовых организаций с учреждениями высшего образования в России. Используются материалы, опубликованные в Интернете, а также информация, предоставленная компетентными представителями ВУЗов, а также российскими рейтинговыми агентствами. Проводится анализ взаимосвязи рейтинга вуза и реальной востребованности выпускников.

*Ключевые слова:* взаимодействие с работодателями, трудоустройство выпускников, центр сотрудничества и карьеры, рейтинги вузов..

**Abstract:** Reviewed and analyzed the basic forms and methods of cooperation financial organizations with universities in Russia. We used the materials published on the Internet, as well as information provided by the competent representatives of Universities and Russian rating agencies. The analysis of the interaction of the rating of the University and real demand the release of employees.

*Key words:* interaction with employers, employment of graduates, center for collaboration and career., ranked universities/

Для студента, обучающегося в вузе, очень важным фактором является возможность трудоустройства после окончания обучения, конечно, карьерного роста. Студент заинтересован в хорошем рабочем месте, работодатель хочет получить квалифицированного работника, вуз рассматривает востребованность своих выпускников как один из важных показателей своей эффективности. Таким образом, цель у всех заинтересованных сторон общая. Добиваться ее реализации можно только при условии

взаимодействия вуза и работодателя еще в процессе обучения будущего работника. Цель такого взаимодействия – передать накопленные знания будущим специалистам и подготовить их к работе в бизнес-среде, задать ритм делового сообщества и показать возможные пути построения карьеры. Кроме того, сотрудничество вузов и бизнеса приобретает все большую актуальность еще и потому, что практическая составляющая в процессе обучения становится веским конкурентным преимуществом выпускника.

Рассмотрим формы и методы сотрудничества финансовых организаций с учреждениями высшего образования. В качестве материалов для исследования используются материалы, опубликованные в Интернете, а также информация, предоставленная компетентными представителями ВУЗов.

Было выбрано 10 лучших российских университетов (8 московских и 2 из Санкт-Петербурга) и проанализированы методы их взаимодействия с коммерческими партнёрами. Приведены также некоторые примеры из зарубежной практики.

На основе проведенного анализа можно выделить следующие основные формы сотрудничества компаний и ВУЗов:

1. Предоставление стажировок;
2. Предоставление именных стипендий;
3. Спонсорство проектов внутри учебных заведений;
4. Проведение крупных конкурсных мероприятий для студентов с ценными призами;
5. Организация базовых кафедр в ВУЗах
6. Проведение мастер-классов, лекций и др.

Отметим, что порядок приведенных в работе университетов не связан с их местом в том или ином рейтинге.

Первым мы рассмотрим наш родной Финансовый Университет при Правительстве Российской Федерации. Здесь ведётся сотрудничество с примерно 50-ю коммерческими предприятиями. Студентам предоставляется более 80 стипендий от компаний и банков. Финансовый университет был первым среди вузов, где был зарегистрирован эндаумент-фонд, это было в 2007 году. Входит в "топ-10" крупнейших российских университетских эндаумент-фондов по объему аккумулированных средств. Полученный доход направляется на развитие материально-технической базы университета. Фонд учреждён и спонсируется представителями компаний «Сбербанк России», «Внешэкономбанк», банк «Возрождение», Группа Компаний «Ташир», «Россельхозбанк», «Антанта», «Ингосстрах», «FrankResearchGroup». В среднем пожертвование составляет 54 тысячи рублей, включая физических лиц. Кстати, среди дарителей 92% -- выпускники ВУЗа.

Из интервью ректора Финансового университета М.А. Эскиндарова рейтинговому агентству «Эксперт РА»<sup>4</sup>:

«Работодатели сотрудничают с нами в основном по двум причинам. Во-первых, уже в период вузовской подготовки они могут найти будущих работников, талантливых ребят. Например, у нас имеют кафедры все компании «Большой Четверки» [аудиторов]. В год они принимают на работу до 200 выпускников. Это выгодно и нам, и им. Во-вторых, люди, которые приходят к нам читать курсы лекций и даже отдельные лекции, не могут быть неподготовленными. Тем самым они стимулируют себя заниматься самообразованием. Сейчас молодежь достаточно беспощадна в оценке работы лекторов. Студенты способны «проголосовать ногами». Вы можете себе представить, например, руководителя банка, с лекции которого уходят студенты? Если они уйдут с занятия преподавателя вуза, трагедии не будет. Если такое произойдет на лекции руководителя крупного банка, это означает, что это негодный руководитель, который не сумел ни подать материал, ни заинтересовать. По указанным причинам сотрудничество является взаимовыгодным».

---

<sup>4</sup>[http://raexpert.ru/project/vuz\\_rating/2014/discus#10](http://raexpert.ru/project/vuz_rating/2014/discus#10)

В университете только за последние два года открыто 11 базовых кафедр компаний. Среди них: «KPMG», «PwC», «Ингосстрах», «Эрнст энд Янг», «Внешэкономбанк», «Страховая компания АИЖК», «1С-Рарус», ОАО «Оборонсервис», «Ассоциация Российских Банков». Эти кафедры открывают сами работодатели за свой счет. Они оборудуют помещения, приобретают технику, сотрудники фирмы, являясь членами базовой кафедры, ведут занятия. Базовые кафедры и представители организаций, которые их создают, проводят мастер-классы, презентации своих продуктов, то есть они заинтересовывают студентов в сотрудничестве с данной компанией.

Важно, что такие занятия проводят преподаватели-практики, поскольку именно они могут донести до студентов современное реальное положение дел в той области, которая и будет будущей областью их профессиональной деятельности. При этом студенты могут напрямую общаться с представителем работодателя, сориентироваться в отношении будущей карьеры.

Цель кафедр – подготовка студентов, которые будут способны выполнять практические профессиональные задачи сразу после окончания университета. Кафедры обеспечивают стабильное участие компаний в мероприятиях Финансового Университета, проводят самостоятельные мероприятия (лекции, мастер-классы, конкурсы и т.п.), предоставляют студентам компетентных научных руководителей для дипломных работ, разрабатывают магистерские программы и, конечно, предоставляют места для практик и стажировок.

Из мероприятий базовых кафедр хотелось бы отметить наиболее значительные:

- KPMGInternationalCaseCompetition – финальный этап проходит в ОАЭ, все расходы компания берёт на себя. Призы от KPMG.
- K-Practika, TAX-Week, K-Foundation – бесплатные специализированные обучающие программы, по итогам которых предлагается стажировка в KPMG.
- 1С:Соревнования, олимпиады по программированию и конкурс 1С:Бухгалтерия – в качестве призов студенты получают квалификацию «1С:Специалист» поездки в Европу, ноутбуки, планшеты, программы 1С и другие ценные призы.
- EYFORENSICCASEBATTLE 2015 – победа позволяет попасть на стажировку в EYFIDSTeam.
- Конкурс практических работ «Страховые ситуации глазами страхователя» -- общий призовой фонд составляет 100 тыс. рублей.

Еще одна особенность Финансового университета. Чтобы приблизить практику к обучению, руководство университета попросило руководителей ряда крупных структур возглавить кафедры. На что было получено согласие. Так, председатель Внешэкономбанка В. А. Дмитриев является научным руководителем факультета международных экономических отношений, а также заведующим кафедрой «Государственно-частное партнерство». Руководитель Федерального казначейства РФ Р.Е.Артюхин является научным руководителем юридического факультета. Финансово-экономический факультет возглавляет министр финансов России А.Г.Силуанов. Гендиректор Гознака А. В. Трачук – научный руководитель факультета менеджмента. Научным руководителем кредитно-экономического факультета стал президент Ассоциации региональных банков России, председатель Комитета Госдумы по экономической политике, инновационному развитию и предпринимательству А. Г. Аксаков. Это очень помогает заинтересовать студентов и работодателей. И, конечно, повышает имидж Финансового университета.

Есть и более традиционные формы сотрудничества. Активно развивается Центр карьеры и трудоустройства. 45 вакансий на сайте – только внешняя сторона, которая открывается любому. Если же обратиться напрямую в Центр, то его сотрудники в течение недели подберут вакансию которая престижна, и где рады студенту Финансового Университета. Заметное взаимодействие с компаниями, а также предоставление специальных стипендий осуществляет Лига Выпускников Финансового Университета.

Лидером большинства рейтингов ВУЗов является Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова. Этот огромный университет, поэтому у каждого факультета свои связи, свои мероприятия, свои партнёры. Одних ассоциаций выпускников 26 единиц.<sup>5</sup>

В таблице приведены сведения по количеству стажировок и полноценных вакансий от коммерческих компаний предлагается на каждом факультете. Опубликованные на сайте МГУ.

Факультет	Стажировок	Вакансий	Крупных кон курсов	Стипен дий
Юридический	31	49	7	6
Мировая политика	5	0	0	0
Экономический	7	15	16	6 (24000р уб)
Психологический	0	0	0	0
Механико-математический	0	0	8	0
Вычислительной математики и кибернетики	8	31	3	16
Физический	0	0	0	0
Химический	0	0	13 компаний- партнёров	
Наук о материалах	0	0	0	0
Биологический	0	3	2	0
Фундаментальной медицины	0	0	0	0
Биоинженерии и биоинформатики	0	0	2	0
Почвоведения	2	4	1	0
Геологический	0	Форум 20	0	0
Географический	0	18	5	1
Исторический	0	0	0	0
Филологический	0	4	2	0
Иностранных языков и регионоведения	3	3	1	0
Философский	0	0	3	4
Социологический	0	0	0	0
Журналистики	15	20	5	0
Государственного управления	7	8	0	0
Высшая школа бизнеса	2	-	4	0
Искусств	4	2	0	0
Московская школа экономики	3	0	0	0
Глобальных процессов	0	0	2	0
В. Ш. перевода	12	0	0	0
В. Ш. государственного администрирования	0	0	2	0
В.Ш. государственного аудита	0	0	0	0
В. Ш. инновационного бизнеса	0	0	0	0
В. Ш. управления и инноваций	0	0	1	0
Фундаментальной физико-	0	0	0	0

<sup>5</sup> <http://www.msu.ru/work/>



химической инженерии				
Политологии	0	0	0	0
В. Ш. телевидения	3	5	0	0
В. Ш. современных социальных наук	6	0	1	0
В. Ш. культурной политики и управления в государственной сфере	0	0	0	0

Хочется отметить, что более 90% стажировок и вакансий строго соответствуют специальностям факультетов.

Если говорить о конкурсах, то МГУ вне конкуренции. Даже относительно небольшие мероприятия, о которых мало кто слышал, щедро спонсируются. Так, к примеру, за места в конкурсе эссе на тему «Экологические требования в сфере энергетики» студентам вручили 3500, 2500 и 1500 долларов за 1, 2 и 3 места соответственно. Первым двум также была предложена стажировка в течение 2-х недель в DLIPreg – собственно, у спонсора мероприятия.

Отметим, что, хотя все факультеты имеют большое количество конкурсов, стажировок, вакансий, многие из них (особенно на «исследовательских» факультетах) предоставляются государством, а не работодателем. Наиболее известные компании, которые сотрудничают с МГУ: «КСК Групп», «Росгосстрах», «Консультант Плюс»,

А вот Национальный Исследовательский Университет Высшая Школа Экономики – это ВУЗ, который очень тесно сотрудничает со многими компаниями. Будущие работодатели проводят для студентов очень много конкурсов. Направленность конкурсов очень разная: предпринимательство, разработка программного обеспечения, инновационная деятельность, консалтинг, финансы и искусство, конкурсы красоты. В качестве призов предлагается бесплатное профессиональное образование, как краткосрочное, так и долгосрочное, в том числе зарубежное. Денежные призы суммой от 50 до 100 тысяч рублей, стажировки в компаниях, консультации с экспертами, помощь в реализации проектов и гранты на их реализацию, техника (ноутбуки и смартфоны).

Среди наиболее активных компаний Microsoft, IT-Online, SinergyInnovation, ОАО «Российская Венчурная Компания», Intel, PayOnline, Coca-Cola, EY, МТС, EnglishFirst, CityGroup, SAP, McKinsey и многие другие.

Каждые полгода проводится день карьеры и публикуется анонс свежих стажировок и вакансий (в среднем по 50 мест). Также студенты всегда могут поинтересоваться текущими предложениями на рынке труда на сайте Центра карьеры<sup>6</sup>. Ассоциация выпускников также поддерживает almatem как финансово, так и предоставлением вакансий и участием в мероприятиях. Существует Фонд целевого капитала НИУ ВШЭ. Причём тратится только часть пожертвования, большая часть подвергается реинвестированию.

Санкт-Петербургский Государственный Экономический Университет – один из самых развитых в стране в рамках партнёрства с будущими работодателями. Нельзя не отметить открытость их сайта, на котором можно узнать обо всех возможностях, представляющихся обучающимся. В этом вузе выплачиваются весомые именные стипендии от коммерческих партнёров на сумму 150 тысяч рублей в месяц. Здесь особо активен «Альфабанк»: его доля в стипендиях равна 2/3. Банк «ВТБ» выплачивает студентам ВУЗа пособия в сумме 300 тысяч рублей, но уже единовременно. Ниже приведена таблица с перечнем именных стипендий.

<sup>6</sup> <http://career.hse.ru/>

№ №	именная стипендия	Размер, руб.	Кол-во, ед.
1	ЗАО КАБ ВИКИНГ	2 000 ежемесячно	5
2	ЗАО «Делойт и Туш СНГ»	23 000 единовременно	4
4	ООО «ВАСАБИ»	4 500 ежемесячно	4
7	ОАО «Альфабанк»	10 000 ежемесячно	10
8	ОАО «Россельхозбанк»	4 000 ежемесячно	3
9	ОАО «Газпромбанк»	3 000 ежемесячно	3
10	ОАО Банк ВТБ	30 000 единовременно	10

Центр развития карьеры<sup>7</sup> сотрудничает более чем с 35 организациями, в их числе крупные банки, консалтинговые и промышленные компании, заводы и многое другое. Студенты приглашаются на самые разные должности от официанта и оператора до менеджера и администратора.

Университет активно участвует в 3 достаточно значимых конкурсах. Так конкурс YoungTaxProfessionaloftheYear проводится консалтинговой компанией EY. Он проходит в два этапа. Победители первого Всероссийского этапа едут в Амстердам и для участия во втором международном этапе. Награда за первое место – кругосветная поездка длительностью в 30 дней. Группа компаний АКИГ поддерживает конкурс научных работ, в котором призёрам предоставляется возможность стажировки, а также оплаченные образовательные программы на сумму 50, 100 и 150 тысяч рублей в зависимости от места. Несмотря на экономическую направленность университета, он участвует в форуме «PositiveHackDays», организуемом компанией «PositiveTechnologies». Спонсоры форума: «KasperskyLab», «ICL» и «Club-Mate».

А вот Санкт-Петербургский Государственный Университет, как это ни удивительно, имеет чрезвычайно мало связей с работодателями. Наиболее видным партнёром является Motorola, компания предоставляет возможность производственной практики совместно с ExigenServices. Лучшие студенты направляются на летнюю стажировку в компанию VNBWilliton. Ведётся сотрудничество с Intel. Некоторые компании, например, Яндекс соглашаются провести тематическую лекцию.

Хорошим примером организации связей с компаниями является Российский университет дружбы народов, Департамент организации практик и трудоустройства<sup>8</sup> обладает базой стажировок и вакансий более чем в 50 компаниях. Компании проводят курсы лекций для студентов. В отличие от многих ВУЗов, предлагаются длительные стажировки. Например, сотрудничество с Альфа-Банком даёт студентам доступ к программе стажировок «IChooseAlfa» длительностью в 12 месяцев. А компания «Mars» предлагает программу «LeadershipDevelopmentProgram» (только для выпускников), которая длится 2-4 года! И чуть менее масштабная стажировка от WardHowell – TalentEquitySchool, сроком в 2 месяца, по окончании которой большая вероятность остаться в компании в качестве штатного работника. Из конкурсов особого внимания заслуживают два: «CIMAGlobalBusinessChallenge» от Barclays, где можно выиграть различную технику, например iPad или нетбук, а также конкурс «Лучший трейдер РУДН», спонсируемый банком ВТБ.

<sup>7</sup> <http://unecon.ru/career>

<sup>8</sup> <http://www.rudn.ru/?pagec=2737>

Специфика МГИМО определяется наличием трех подразделений, через которые осуществляется сотрудничество с коммерческими партнерами. Активную позицию занимают выпускники. Члены Ассоциации выпускников МГИМО<sup>9</sup> после того, как дорастают до уровня работодателя уже сами предлагают работу сегодняшним студентам. Ассоциация также помогает проводить мероприятия университета и жертвует определённые суммы на развитие ВУЗа. Также при МГИМО есть Школа бизнеса и международных компетенций<sup>10</sup>. Там преподают представители успешных предприятий: Сбербанк, Сургутнефтегаз, РЖД, Банк России, УГМК2Холдинг и некоторые другие. Центр карьеры<sup>11</sup>, также называемый «BUMP» совмещает в себе информацию о стажировках, вакансиях, семинарах, конкурсах, курсах, последних новостях на рынке труда и даже собственное тематическое телевидение. Поддерживается связь примерно с 40 компаниями.

В Московском физико-техническом институте Центр Карьеры работает через социальные сети, что необычно, но, тем не менее, исправно выполняет свою задачу: студенты получают от работодателей информацию о стажировках и вакансиях. В институте компания SAS предоставляет спецкурс для тех, кто собирается пойти туда работать. МФТИ участвует в двух крупных конкурсах: чемпионат по программированию АСМІСРС, где спонсорами являются Яндекс и Никс и Эврика 2014. Тут в качестве партнеров предстают Газпромбанк, Росэлектроника и Радио России, а призовой фонд – 1,8 млн. рублей (по 150-500 тысяч на место).

Российская академия народного хозяйства и государственной службы отличается своими стипендиями. У Академии есть видный спонсор – компания «BritishPetroleum», которая предоставляет стипендии для студентов различных категорий. Так, на долю бакалавров выделяется 10 стипендий в 10 тысяч рублей, магистров – 5 по 15 тысяч, а аспиранты получают 2 стипендии по 30 тысяч. Суммарно компания спонсирует ВУЗ на 235000 рублей. Также некоторые стипендии поступают от «КонсультантПлюс» и ООО «Газпром добыча Астрахань». HomelandGroup проводит конкурс, победителям которого оплачивается годовая образовательная программа «Новые лидеры территориального развития». Академия предоставляет студентам широкий спектр стажировок (не менее 25), группа компаний АКИГ является постоянным партнером и стабильно предоставляет ВУЗу вакансии. Примечательно, что компании чаще спонсируют конкурсы красоты, а не интеллектуальной направленности. Причём их победители и победительницы получают достаточно ценные призы: технику (среди которой iPad и iPhone), ювелирные украшения, сертификаты. Партнерами таких мероприятий являются Unilever, hi-Fun, «Облака Studio», CottonWay, GoldMaster, RenTV и многие другие.

В заключении хотелось бы обратить внимание на исследование, проведенное рейтинговым агентством «Эксперт-РА»<sup>12</sup>. Приведем здесь его краткие итоги. Более подробную информацию можно получить на сайте [http://raexpert.ru/project/vuz\\_rating](http://raexpert.ru/project/vuz_rating). Они решили проверить гипотезу о том, что наши российские университеты, при всех существующих трудностях, вполне конкурентоспособны на международном рынке образовательных услуг. И это следует не из рейтингов, а из простого и очевидного факта: их выпускников охотно берут на работу ведущие корпорации по всему миру. Было выбрано девять транснациональных компаний, которые присутствуют и в России, и проанализировано, выпускники каких вузов них работают. Вот этот список: ABB, Bayer, CiscoSystems, KPMG, Microsoft, PwC, SAP, Schlumberger, Siemens. Это международно признанные инновационные компании, их трудно заподозрить в русском ура-

<sup>9</sup> <http://alumni.mgimo.ru/page/main.seam?ssoRedirect=true>

<sup>10</sup> <http://business.mgimo.ru/>

<sup>11</sup> <http://career.mgimo.ru/>

<sup>12</sup> [http://raexpert.ru/project/vuz\\_rating/2014/discus#10](http://raexpert.ru/project/vuz_rating/2014/discus#10)

патриотизме. Чтобы получить ответ на поставленный вопрос, использовали социальную сеть для профессионалов LinkedIn. Она охватывает более 200 млн профессионалов по всему миру, что делает статистическое исследование вполне репрезентативным. Эта сеть пока не очень распространена в России, но это лишний раз гарантирует от каких-либо подтасовок в пользу российских университетов, которые в этом случае оказываются в заведомо более суровых условиях. Всего исследованием было охвачено более 708 тыс. человек из них 9217 работают в России, 40 тыс. в Великобритании и 234 тыс. — в США. Было определено, кто из них окончил университеты из топ-10 рейтинга QS (м., например, здесь <http://tass.ru/press-relizy/1447544>), а кто из топ-10 рейтинга российских вузов «Эксперт РА» ([http://raexpert.ru/rankings/vuz/vuz2014/vuz\\_rus\\_2014](http://raexpert.ru/rankings/vuz/vuz2014/vuz_rus_2014)). Выводы таковы. Первый: для своего российского офиса указанные компании однозначно предпочитают выпускников российских вузов. На наш топ-10 приходится более 15% сотрудников, в то время как на международный топ-10 — всего 0,23%. Вывод второй: выпускники ведущих российских университетов востребованы ведущими работодателями мира не меньше, чем выпускники мировой десятки лидеров. В среднем по миру на долю выпускников международного топ-10 приходится 0,85%, то есть в среднем 0,085% на каждого. А доля МГУ однозначно выше — 0,1%. Московскому университету уступают шесть университетов из топ-10. При этом, в международных рейтингах он иногда входит лишь в первую сотню. Позиции остальных университетов из российской десятки несколько ниже, но нельзя сказать, что они значительно хуже международных лидеров.

Таким образом, работодатель голосует и за наших выпускников. Спектр форм и методов организации сотрудничества с компаниями-работодателями достаточно широк. Наш Финансовый университет весьма достойно представлен среди лидеров в этой области. Но изучение опыта других ВУЗов может дать новые идеи и подтолкнуть к использованию дополнительных форм взаимодействия.

---

## ОТ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ПОТЕНЦИАЛА ШКОЛЫ – К ИННОВАЦИОННОМУ ПОТЕНЦИАЛУ ОБЩЕСТВА

Евдокимов А.А., Жаринова Т.А., Захарова В.И., Соболева И.В.

*Московский государственный университет информационных технологий,  
радиотехники и электроники, Москва, Россия, evdokimov@mirea.ru*

**Аннотация:** В статье прослеживается цепочка непрерывного обучения с использованием уникальной модели: «колледж (базовая школа) – вуз – базовая кафедра (базовое предприятие)». Освещается опыт объединенных университетов МИРЭА и МГУПИ, а также междисциплинарный подход преподавания биохимии в институте Электроники.

*Ключевые слова:* Непрерывное образование, конвергенция учебных дисциплин, переход к «экономике знаний»

**Abstract:** The article traces the chain of continuous learning with the use of unique models: "College (basic school) – University – based Department – base enterprise". The article presents the experience of the United universities MIREA and MGUPI as well as interdisciplinary approach to the teaching of biochemistry in the Institute of Electronics.

*Keywords:* Continuing education, convergence of academic disciplines, the transition to a "knowledge economy"

Объединение университетов МИРЭА и МГУПИ, ряда научных организаций, в частности, ВНИИТЭ, учреждений дополнительного образования (ИПК Госслужбы) позволило создать мощный инновационный учебно-научно-производственный комплекс, интегрирующий образовательные процессы, научные исследования, инновации, производство.

В новом объединенном Университете в настоящее время реализуется концепция «обучение в течение всей жизни», которая призвана повысить качество подготовки квалифицированных специалистов, уровень научных исследований, ускорить внедрение научных результатов в реальную экономику.

Созданная система инновационного образования включает в себя: колледж (базовую школу), все уровни высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратуру, аспирантуру), дополнительное профессиональное образование и многое другое. Сущность такого образования состоит в ориентации учебного процесса на потенциальные возможности обучающихся и их реализацию.

Сегодня, как никогда прежде, общество нуждается в талантливых кадрах, способных использовать инновации и имеющих стратегическое мышление. Этим обусловлено введение в образовательный процесс методов и технологий на основе исследовательской и проектной деятельности обучающихся. Для реализации такого масштабного замысла планируется создание новых условий для выбора индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся.

Обучение начинается с довузовского знакомства будущих абитуриентов с инновационными технологиями, усиления творческой, практической и социальной составляющих содержания общего образования школьников, в условиях взаимодействия общего, дополнительного и профессионального образования.

Обоснование необходимости проведения такой работы:

- тенденция уменьшения числа часов обязательного изучения основных технических дисциплин (физики, химии, математики, биологии) в довузовской системе образования;
- тенденция увеличения доли часов на самостоятельную подготовку студентов в высшей школе (ГОС-3);
- низкая познавательная активность и откровенное равнодушие большинства студентов и школьников России к инновационным технологиям.

Дополнительное образование проходит через систему мероприятий, направленных на выявление и поддержку технически увлеченной молодежи: клубную деятельность; организацию проектно-исследовательской деятельности учащихся под руководством студентов с широким привлечением научно-технического потенциала базовых кафедр университета; использование дистанционных образовательных технологий МИРЭА. Так, например, кафедра химии МИРЭА организует дополнительное образование в области нанотехнологий, инновационной энергетики, фотоники, нанoeлектроники, робототехники в рамках программы «университетские субботы».

ВУЗ берет на себя обязательство по организации фестивалей, олимпиад, научно-практических конференций, выездных семинаров с мастер-классами, экскурсий в научные Центры.

К работе активно привлекаются студенты МИРЭА, которые выступают в качестве волонтеров и наставников при проведении мероприятий, например, таких как конкурс проектных и исследовательских работ обучающихся «Ярмарка идей на Юго-Западе». В результате чего происходит более тесное знакомство школьников и студентов с разными специальностями институтов Университета.

Конкурс «Ярмарка идей» давно перешагнул границы Юго-Западного округа и ежегодно с большой радостью принимает ребят из других округов столицы, городов России (Киров, Ярославль, Сергиев-Посад), и стран ближнего и дальнего зарубежья

(Беларусь, Украина, Эстония, Мозамбик). Лучшим подтверждением востребованности конкурса является неугасающий интерес к нему учащихся. В этом году на конкурсе было зарегистрировано 1070 работ обучающихся 1 – 11 классов из 100 общеобразовательных комплексов (всего 1817 школьников).

Экспертная группа оценки детских конкурсных работ ежегодно формируется из специалистов различных областей знаний представителей родительской общественности, ученых, преподавателей и студентов ведущих ВУЗов Москвы и институтов РАН: МИРЭА, РУДН, МПГУ, МИФИ, РГУ нефти и газа им. Губкина, РПГУ, МГТУ им. Баумана, МФЮА, МИОО, МГППУ и др.

Представленные на Конкурс проектные и исследовательские работы выполняются в соответствии с предметными направлениями (циклами):

- социальный (история, обществознание, москвоведение, экономика, социология, психология, ОБЖ, физкультура и спорт);
- гуманитарный (литература, русский и иностранные языки, МХК, музыка, искусство);
- естественно-научный (физика, астрономия, химия, биология, экология, география, природоведение, естествознание, окружающий мир);
- информационно-математический (математика, информатика и ИКТ);
- технологический (черчение, технология и НТТМ).

Выполненные школьниками учебные проекты или исследования - это возможность максимального раскрытия творческого потенциала будущих абитуриентов. Эта деятельность, позволяет проявить себя индивидуально или в группе, попробовать свои силы, приложить свои знания, принести пользу, показать публично достигнутый результат. Она направлена на решение значимой проблемы, имеет важное прикладное значение и интересна для самих открывателей.

Конкурс «Ярмарка идей на Юго-Западе» очень перспективный проект, отвечающий всем требованиям, предъявляемым к современному инновационному образовательному проекту.

Разработка и внедрение модели взаимодействия общего и дополнительного образования в области инновационных технологий для учащихся школ и студентов ВУЗа - часть реализации междисциплинарного интеграционного подхода к обучению. В этой связи все большее значение приобретает внеурочная самостоятельная работа обучающихся, которая и является одной из форм самообразования, что способствует формированию и развитию общих и профессиональных компетенций школьников и студентов.

Говоря о конкретном опыте внедрения инноваций в новом Университете необходимо, прежде всего, отметить, что успешному осуществлению этого процесса способствует внедрение в педагогическую практику нетрадиционных педагогических технологий, универсальных по своей природе, так как их использование возможно в любой предметной области. Например, разработка творческих заданий для обучающихся, проектная деятельность и т.д.

Инновационная деятельность МИРЭА направлена на разработку, апробацию и внедрение в практику современных педагогических технологий, направленных на эффективное решение тех приоритетных задач, которые необходимо решить при модернизации системы образования. Большое внимание уделяется разработке методик организации самостоятельной работы студентов. Так, при выборе тем для реферативно-исследовательской деятельности студентов, вот главу угла ставится актуальность и конвергенция дисциплин межкафедральных (технические и общеобразовательные кафедры) и межинститутских.

Особенностью современного учебного процесса является то, что он развивается на интегративной основе, т.е. происходит синтез знаний (теорий, принципов, методов, передовых достижений различных научных областей и дисциплин их взаимопроникновение, и создание на этой основе комплексных метанаук,

аккумулирующих в себе мировые достижения в физике, биологии, медицине и экологии. Такими, например, являются психофизика, биохимия, геоэкология и другие.

Так, в группах КББ (специальность – биотехнические системы и технологии, разрабатывались темы по двум направлениям:

- нанотехнологии и биохимия
- применение новых информационных технологий в новых медицинских приборах и лечении социально-значимых заболеваний

Примерные темы работ:

1. Использование наноматериалов в современной медицине на примере графена и углеродных нанотрубок
2. Влияние электромагнитных излучений на изменение метаболизма человека
3. Применение биохимических пептидных маркеров для диагностики социально значимых заболеваний человека
4. Геморрагическая лихорадка Эбола
5. Изменения в организме человека под действием радиации
6. Нейробиология как новое направление в изучении работы мозга
7. Влияние внешних факторов на изменение наследственности человека
8. Нейрохимические основы памяти

Образование в этой области требует междисциплинарную (МД) профессионализацию, венчурные исследования по широкому спектру отраслей науки и техники, которые позволят выпускникам вуза легко адаптироваться на современном рынке труда и в бизнес-среде [1,2].

К преимуществам межпредметного (междисциплинарного) подхода в преподавании можно отнести:

- формирование системных знаний у студентов при изучении биологических феноменов и проблем.
- удовлетворение интеллектуальных потребностей обучающихся, расширение познавательного горизонта в системе естественных и гуманитарных наук.
- подготовка квалифицированных кадров для новых научно-производственных отраслей.

Следует отметить, что темы студенты выбирали самостоятельно и проявили интерес к инновационному творческому мышлению. Есть надежда на реальность обучения по новой условной модели – «модели предложения» [3], суть которой: рост инновационных инвестиций, высокая производительность труда, переход к экономике знаний – слиянию реального сектора со сферой образования и здравоохранения.

Будущее науки и производства XXI века за интеграцией и новым объединенный Университет МИРЭА в этом смысле получает четко ориентированный социальный заказ на методическую модернизацию именно в этом направлении, реализуя возможность подготовки специалистов, обладающих самым современным уровнем компетенций, востребованных на рынке труда.

## Литература

1. Сигов А.С., Евдокимов А.А. Междисциплинарная подготовка специалистов в области водородной энергетики и нанотехнологий. Материалы Международной конференции «Водородная энергетика как альтернативный источник энергии». МИТХТ им.М.В.Ломоносова, М.2009, с.13-14.
2. Евдокимов А.А., Сигов А.С., Шинкаренко В.В. Энергоэкологическое образование в России.: Журн.Энергия, т.4.2009, 59-65.
3. Кудрин А.Л. МК №114 от 4.06.2015. Выступление в Совете Федерации в часе эксперта.

# ФАКТОРНО-РЕЙТИНГОВЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ РОССИЙСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

Зироян М. А., Тинякова В. И., Потехина Е.В., Орлик Л.К.

*Российский государственный социальный университет, г. Москва, Россия,  
zirmanyu@mail.ru, tviktoria@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье предлагается методика факторно-рейтингового анализа вузов, базирующаяся на принципе дискриминации вузов на эффективные и неэффективные, реализуемая с помощью модели бинарного выбора, и предусматривающая построение модели множественного выбора с упорядоченными альтернативами, которая позволяет рассчитать предельные эффекты факторов, влияющих на рейтинг, и установить их значимость для повышения рейтинговой оценки. Приводятся результаты эмпирического исследования эффективности деятельности российских университетов за 2014 г., проведенного с использованием предложенной методики.

*Ключевые слова:* рейтинг вузов, эффективность деятельности вузов, классификация, факторно-рейтинговый анализ, предельный анализ, модели бинарного выбора, модели множественного выбора в ранговой шкале.

**Abstract.** The paper proposes a method of factor-rating analysis of universities based on the principle of discrimination at the university effective and ineffective, realized by means of a binary choice model, and provides for the construction of multiple-choice model ordered with an alternative that allows you to calculate the marginal effects of the factors influencing the rating, and set their importance to improve the rating. The results of empirical research on the effectiveness of Russian universities for 2014, conducted using the proposed method.

*Key words:* university ranking, the effectiveness of the universities, the classification factor-rating analysis, marginal analysis, binary choice model, model of multiple choice in the ranking scale.

Многokратное повышение роли национальных систем высшего образования в современных условиях глобализации сферы высшего образования, с одной стороны, и усиление конкурентоспособности на рынке образовательных услуг, с другой стороны, требует получения максимально объективных оценок соответствия потенциала того или иного вуза тем задачам, которые придется решать его выпускникам. Необходимость получения таких оценок активизирует разноаспектные исследования многосторонней деятельности высших учебных заведений, предусматривающих, в частности, формирование рейтингов.

Наиболее общее представление о рейтинге отражает следующее определение: рейтинг – это комплексная оценка состояния субъекта, которая позволяет отнести его к некоторому классу или категории. Однако данное определение, точно также как и подавляющее большинство других, правильно отражая суть рейтинга, в то же время не обеспечивают требуемый уровень формализации этого понятия, что затрудняет моделирование рейтинговых оценок и их количественный анализ. Поэтому, преследуя вполне определенную цель, в нашем случае мы будем использовать понятие «ранжированные классы», т.е. классы таких объектов, для которых одновременно устанавливается и принадлежность к классу, и порядковое отношение с объектами других классов. Иными словами, рейтинговое измерение сравниваемых субъектов осуществляется в шкале, представляющей комбинацию номинальной и ранговой шкал. Основываясь на этих рассуждениях, здесь под рейтингом мы будем понимать качественную порядковую переменную, с помощью которой объект относится к соответствующему классу. Такое понимание рейтинга позволяет применять для анализа и



прогнозирования рейтинговых оценок эконометрические модели множественного выбора в ранговой шкале, что, в свою очередь, открывает новые возможности для анализа и получения дополнительной информации о том или ином вузе, а именно: появляется возможность рассчитать предельные эффекты факторов, влияющих на рейтинг, и установить их степень влияния на повышение рейтинговой оценки [1, 2].

Ниже приводятся результаты реализации авторской методики факторного-рейтингового анализа вузов. Методика предусматривает выполнение следующих этапов (см. рис.).

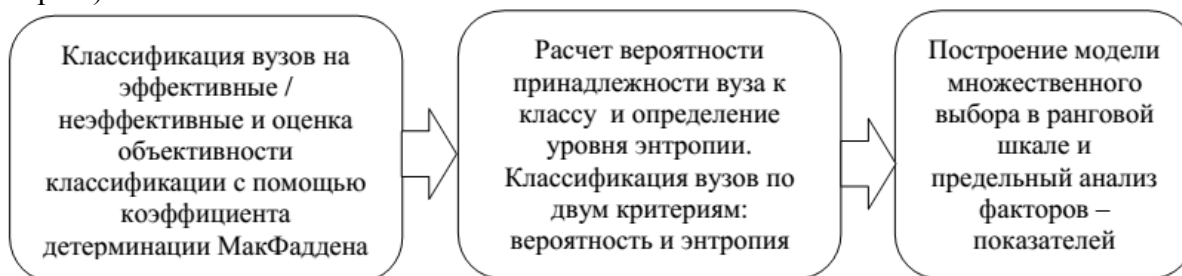


Рисунок – Авторская методика факторно-рейтингового анализа вузов

Эмпирическую базу исследования составила следующая информация: Национальный рейтинг университетов (<http://www.univer-rating.ru>), Отчеты о результатах самообследования, размещенные на официальных сайтах вузов во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации от 10 июля 2013 г. N 582 г. «Об утверждении Правил размещения на официальном сайте образовательной организации в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и обновления информации об образовательной организации» и Приказа Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки (Рособрнадзор) от 29 мая 2014 г. N 785 «Об утверждении требований к структуре официального сайта образовательной организации в информационно телекоммуникационной сети «Интернет» и формату представления на нем информации».

Отчет о результатах самообследования вузов содержит раздел «Результаты анализа показателей самообследования», включающий пять блоков показателей: «Образовательная деятельность», «Научно-исследовательская деятельность», «Международная деятельность», «Финансово-экономическая деятельность», «Инфраструктура». Преследуя такие цели, как снижение размерности решаемой задачи и изучение наиболее значимых факторов, влияющих на эффективность деятельности вузов, из каждого блока показателей экспертным путем были отобраны следующие показатели: средний балл студентов (курсантов), принятых по результатам единого государственного экзамена на первый курс на обучение по очной форме по программам бакалавриата и специалитета по договору об образовании на обучение по образовательным программам высшего образования ( $x_1$ ); количество цитирований в РИНЦ в расчете на 100 научно-педагогических работников ( $x_2$ ); удельный вес численности иностранных студентов (курсантов) (кроме стран Содружества Независимых Государств), обучающихся по образовательным программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, в общей численности студентов (курсантов),% ( $x_3$ ); отношение среднего заработка научно-педагогического работника в образовательной организации (по всем видам финансового обеспечения (деятельности)) к средней заработной плате по экономике региона ( $x_4$ ); удельный вес стоимости оборудования (не старше 5 лет) образовательной организации в общей стоимости оборудования, % ( $x_5$ ).

В формировании Национального рейтинга вузов 2014-2015 учебного года приняли участие более 200 российских вузов. Однако, поскольку не все вузы оказались добросовестными исполнителями указанных выше Постановлений Правительства и Приказа Рособрнадзора, то построить модель по всей выборке вузов не представляется возможным, поэтому из каждой ранговой «десятки» были отобраны соответствующие

представители. Баллы, которые набрали вузы, согласно методике Национального рейтинга университетов, и показатели их деятельности, представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Ранги классических вузов России и показатели эффективности их деятельности

№	Университеты	Баллы	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова	1000	69,69*	746,0 4	2,8	90,68	46,9 6
2	Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"	874	70,85	1628, 1	3,76	136,61	58,9 6
3	Санкт-Петербургский государственный университет	839	74,68	866,4	1,95	151,57	52,3 5
4	Национальный исследовательский технологический университет МИСиС	731	60,82	154,4	0,78	147,61	53,4 9
5	Санкт-Петербургский политехнический университет имени Петра Великого	681	59,02	367,2 6	3,08	138,26	64
6	Саратовский национальный исследовательский университет имени Н.Г. Чернышевского	629	57,03	134,6 6	0,56	163,38	75,3 3
7	Воронежский государственный университет	622	66,94	157,8 7	2,34	120,81	56,3 2
8	Южный федеральный университет	611	67,1	419,0 8	0,86	181,63	8,28
9	Дальневосточный федеральный университет	608	56,45	93,9	1,37	185,33	83,7 1
10	Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева	582	54,03	140,4 5	2,27	99,41	58,8 9
11	Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова	559	69,35	291,5 5	0,77	116,67	42
12	Российский государственный гуманитарный университет	541	64,33	171,0 3	1,07	112,06	33,0 2
13	Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)	530	68,2	62,08	0,3	131,51	45,4 9
14	Иркутский государственный университет	527	56,07	246,1 5	1,19	153,59	39,3 4
15	Санкт-Петербургский государственный экономический университет	513	61,84	148,5 1	1,71	127,19	62,2 3
16	Тюменский государственный нефтегазовый университет	507	52,86	93,53	0,76	156,83	59,4
17	Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения	493	71,11	86,97	1,9	135,56	48,4 6
18	Новосибирский государственный технический университет	486	56,58	155	0,3	148,79	37,4 8
19	Тульский государственный университет	469	58,75	92,76	2,49	135,01	35,5

	университет						7
20	Омский государственный университет имени Ф.М.Достоевского	458	61,24	129,4 4	0,04	148,14	16
21	Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики	439	57,54	416,5 5	0,34	136,96	67,5 2
22	Пермский национальный исследовательский политехнический университет	438	54,86	651,6 8	0,39	229,05	71,2 8
23	Дагестанский государственный технический университет	424	53,6	956,7 1	0,06	192,01	46,0 7
24	Санкт-Петербургская государственная химико-фармацевтическая академия	420	61,45	364,9 1	10,8 7	108,3	68,0 2
25	Волгоградский государственный технический университет	402	52,34	1209, 53	2,35	149,37	52,4 8
26	Башкирский государственный университет	387	63,37	147,6 9	0,59	178,11	62,1 5
27	Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет	382	54,16	37,16	0,92	127,54	12,5 7
28	Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова	376	63,32	299,2 6	2,81	142,54	44,2 1
29	Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет	376	57,4	70,88	1,15	133	19,8
30	Самарский государственный архитектурно-строительный университет	372	54,82	195,1 9	0,23	145,47	29,9 2
31	Тихоокеанский государственный медицинский университет	363	50,9	125,6 1	0,03	128,94	70,2 7
32	Волгоградский государственный медицинский университет	363	60,15	368,8 5	13,7 1	118,96	53,7
33	Уральская государственная архитектурно-художественная академия	354	60	53,39	0,09	138,36	13,5 7
34	Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова	351	51,2	230,2 3	0,58	139,14	47,3 3
35	Башкирский государственный аграрный университет	344	56,37	405,5 4	0,02	134	44,9 2
36	Чувашский государственный университет имени И.Н.Ульянова	338	59,22	115,2 4	1,5	139,5	35,5 7
37	Новосибирский государственный педагогический университет	334	54,22	123,0 8	0,2	146,64	64,6 9
38	Кубанский государственный аграрный университет	330	64,16	509,9 5	0,04	117,85	25,8 1

39	Казанский государственный аграрный университет	330	60,45	380,78	0	134,35	34,49
40	Кемеровский технологический институт пищевой промышленности	330	57,41	114,33	0	143,07	60,54
41	Воронежский Государственный Аграрный Университет им. императора Петра I	324	57,82	41,4	0,08	120,55	40,9
42	Дальневосточный государственный аграрный университет	314	47,44	268,79	1,24	126	44,97
43	Донской государственный аграрный университет	302	49,36	340,39	0,02	126,24	43,68
44	Ярославский государственный технический университет	302	52,93	101,59	0,1	147,74	36,52
45	Северо-Осетинский государственный университет имени Коста Левановича Хетагурова	302	50,06	177,21	0,89	127,33	53,99
46	Ивановский государственный университет	299	60,09	175,82	3,39	136,97	41,09
47	Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского	283	55,8	187,22	0,02	103,8	68,31
48	Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова	283	54,74	499,36	0,53	184	43,27
49	Курский государственный университет	256	61,5	90,96	0,7	104,1	58,05
50	Череповецкий государственный университет	235	61,57	92,01	0,04	139,76	33,39
51	Братский государственный университет	220	57,98*	664,32	0	159,67	57,01
52	Ленинградский государственный университет имени А.С.Пушкина	207	65,67	142,61	0,05	84,46	45,58
53	Костромской государственный университет имени Н.А. Некрасова	186	59,1	94,16	0	127,69	16,78
54	Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина	166	52,12	549,74	0,02	128,6	39,26

Согласно методике, на первом этапе были построены несколько вариантов классификаций. Для каждого варианта оценивалась модель бинарного выбора, в которой в качестве зависимой переменной использовалась дискретная переменная  $y$ , принимающая всего два значения: 1 и 0 ( $y = 1$ , если вуз в силу высокого рейтинга признан эффективным, в противном случае  $y = 0$ ), а в качестве факторных переменных – показатели деятельности вузов. В результате этих вычислительных экспериментов было установлено, что: 1) фактор  $x_3$  является незначимым; 2) согласно критерию «наибольшее значение коэффициента детерминации МакФаддена», наилучшим вариантом классификаций был признан следующий: 25 первых вузов, представленных в табл. 1, составляют группу более эффективных вузов, а оставшиеся 29 – группу менее эффективных вузов.

На втором этапе реализации методики оцененная модель бинарного выбора была использована для расчета вероятности принадлежности к эффективному классу и уровня

энтропии, характеризующей степень устойчивости принадлежности/непринадлежности вуза к эффективной группе. В результате вероятностного бинарного анализа все университеты были классифицированы в зависимости от этих двух критериев – вероятность принадлежности и уровень энтропии – следующим образом: устойчиво плохие вузы ( $y = 0$ ); вузы, неустойчивые в низком классе ( $y = 1$ ); неустойчивые в высоком классе ( $y = 2$ ); устойчивые в высоком классе ( $y = 3$ ).

На заключительном этапе методики полученная классификация была использована для построения модели множественного выбора в ранговой шкале:

$$P(y = 1|x) = \frac{e^{17,3510 - 0,1834x_1 - 0,0029x_2 - 0,0352x_3 - 0,0459x_4}}{1 + e^{17,3510 - 0,1834x_1 - 0,0029x_2 - 0,0352x_3 - 0,0459x_4}};$$

$$P(y = 2|x) = \frac{e^{18,7481 - 0,1834x_1 - 0,0029x_2 - 0,0352x_3 - 0,0459x_4}}{1 + e^{18,7481 - 0,1834x_1 - 0,0029x_2 - 0,0352x_3 - 0,0459x_4}} - P(y = 1|x);$$

$$P(y = 3|x) = \frac{e^{21,7231 - 0,1834x_1 - 0,0029x_2 - 0,0352x_3 - 0,0459x_4}}{1 + e^{21,7231 - 0,1834x_1 - 0,0029x_2 - 0,0352x_3 - 0,0459x_4}} - P(y = 1|x) - P(y = 2|x);$$

$$P(y = 4|x) = 1 - P(y = 1|x) - P(y = 2|x) - P(y = 3|x).$$

Построенная модель позволила рассчитать предельные эффекты факторов. Заметим, что предельный эффект – это величина, перераспределяемая между вероятностями полученного распределения. Предельный анализ обеспечивает понимание того, на сколько изменится вероятность присутствия вуза в эффективном классе при увеличении соответствующего фактора на единицу. Анализ факторов был проведен по всем вузам. В качестве примера представим результаты расчетов предельных эффектов, показывающие возможность перехода Воронежского государственного университета в другую рейтинговую группу (табл. 2).

Таблица 2 – Предельные эффекты факторов, формирующих рейтинговую оценку Воронежского государственного университета (расчеты авторов)

Накопленные вероятности	$F(\bar{x}\bar{b}^T)$	$F(\bar{x}\bar{b}^T)$	$F(\bar{x}\bar{b}^T)$	$1 - F(\bar{x}\bar{b}^T)$
	0,09796973	0,305156279	0,895868636	1,00000000
Плотности вероятности	$F'(\bar{x}\bar{b}^T)$	$F'(\bar{x}\bar{b}^T)$	$F'(\bar{x}\bar{b}^T)$	$F'(\bar{x}\bar{b}^T)$
	0,00959807	0,09312035	0,80258061	1,00000000
$\partial P(y = j)/\partial x_1$	-0,00176075	-0,01532205	-0,13014949	0,14723229
$\partial P(y = j)/\partial x_2$	-0,00002745	-0,00023889	-0,00202923	0,00229557
$\partial P(y = j)/\partial x_3$	-0,00033782	-0,00293972	-0,02497079	0,02824833
$\partial P(y = j)/\partial x_4$	-0,00044092	-0,00383689	-0,03259154	0,03686935

Таким образом, табл. 2 позволяет понять, что вероятность отнесения вуза в класс с более высоким рейтингом возрастает и одновременно уменьшается вероятность отнесения в классы с более низкими рейтингами. Кроме того, определяется важность факторов для повышения рейтинга. Причем в силу нелинейности модели для каждого вуза определяется собственная важность факторов. Это принципиальное отличие предложенной методики факторно-рейтингового анализа от методик, основанных на линейных моделях.

## Литература

- [1] Борисов А.Н., Воищева О.С., Давнис В.В., Тинякова В.И. Рейтинговое оценивание в условиях риска: монография. М.: Ваш Полиграфический Партнер, 2012. 243 с
- [2] Давнис В.В., Тинякова В.И. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография. Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. 248 с.

# THE ARMENIAN HIGHER EDUCATION: POST-SOVIET LEGACY, PECULIARITIES AND CHALLENGES

Karakhanyan S.Y.

PhD ANQA Accreditation Commission, Yerevan, Armenia

e-mail: s.karakhanyan@anqa.am

**Ամփոփագիր:** Հողվածում ներկայացվում են հետխորհրդային Հայաստանի բարձրագույն կրթության վրա ազդող պատմական, քաղաքական, սոցիալ-տնտեսական, և միջազգային հիմնական գործոնները: Այն փորձում է ավելի լավ հասկանալ ՀՀ բարձրագույն կրթության համակարգի էությունը, համակարգում գերակշռող տարբեր գործոններով պայմանավորված նրա զարգացումը, ինչպես նաև բարեփոխումների իրականացման հետ կապված մարտահրավերները:

Առանձնահատուկ հետաքրքրություն են ներկայացնում այն շարժիչ ուժերի վերլուծությունները, որոնք ձևավորել են հետխորհրդային Հայաստանի բարձրագույն կրթության համակարգը, փոխազդեցությունը, որը տեղի է ունեցել որպես բարձրագույն կրթության համակարգի մակրո և միկրո մակարդակներում կատարվող փոփոխությունների արդյունք, ինչպես նաև այդ փոփոխությունների ազդեցությունը ՀՀ բարձրագույն կրթության համակարգի գործունեության վրա ընդհանուր առմամբ: Առանձնացված հիմնական մարտահրավերը համակարգի մասնատվածությունն է՝ իր կառուցվածքային և ներուժի զարգացման գործունեության տեսանկյունից, որը բարձրագույն կրթության կառավարման տարբեր մակարդակներում հանգեցնում է երկընտրանքի:

*Բանալի բառեր՝ Բարձրագույն կրթության համակարգ, բարեփոխումներ, վերափոխում, դիվերսիֆիկացում, քաղաքականություն, բարձրագույն ուսումնական հաստատություն, միջազգային ծրագրեր, ապակենտրոնացում*

**Abstract:** The paper focuses on the main factors – historical, political, socio-economic, and international - influencing higher education in post-Soviet Armenia. It endeavours to better understand the nature of post-Soviet higher education in Armenia, its evolution given the diversity of factors prevailing in the system as well as challenges related to the reform implementation. Of a particular interest are the analysis of the driving forces that shaped post-Soviet Armenian higher education, the inter-influence that occurred as a result of changes taking place at the macro and micro levels as well as the impact of those changes on the performance of the Armenian HE in general. The major challenge identified is fragmentation of the system in its developmental activities – both structural and capacity building – causing dilemmas at different levels of HE management.

*Keywords: Higher Education system, reform, Transformation, Diversification, Policy, Higher Education Institution, International projects, decentralisation.*

## Transformations in the Armenian HE System

The collapse of the Soviet Union and, therefore, move from a planned economy to a market economy challenged the whole concept of higher education management in Armenia. The first attempts to change the Armenian HE system, although very meagre started in the early 1990s with the first steps taken via pilot projects conducted by some leading universities. The reform initiative actually started from the bottom – the HEIs and were aimed at the education structure, curricula, management, and modernisation of resources and management of the explosion of student demand for higher education (Heyneman, 2010).

Actually, the developments in the system were characterized by the changes, which, in their turn, caused emergence of a diversity of developmental trends. First and foremost it related to the urgency to revise the approaches to HEI governance, management and administration. Formerly, the top administrative bodies in the Soviet HEIs had very little to do with the mechanisms underlying the management of the institution because most of the activities at the institutional level were centrally planned and controlled by the government. Actually, the negative impact of such extremely centralized approach was spelled in a decrease of the system capacity to develop and innovate. The isolated system gradually turned the higher education leaders in Armenia and other Soviet republics into mere implementers, who hardly had any chance to reflect on the imperatives coming from Moscow, let alone question the approaches related to the content and methodology. Thus, as it follows, devastation of the system capacity to grow, evolve and enhance on its own was the result.

With a change of university management paradigm and decentralisation, this very authority was devolved to universities, which had little capacity to handle the situation and therefore continued with the practices familiar to them (Karakhanyan, 2011). The result was a clear lack of vision for educational reform (Zelvys, 2004) and insufficient administrative capacity for change management. Coupled with that, a lack of guidance on the part of the Ministry of Education and Science (MoES) at the outset of the endeavour resulted — in most cases — in ambiguity with regard to what should be done, in what sequence, how and why. Thus, the entire, complex change process was reduced to mere technical conversions, with the content and culture left untouched. Naturally, the lack of carefully thought through approaches brought about confusion among the direct implementers and, therefore, resistance (Karakhanyan, 2011).

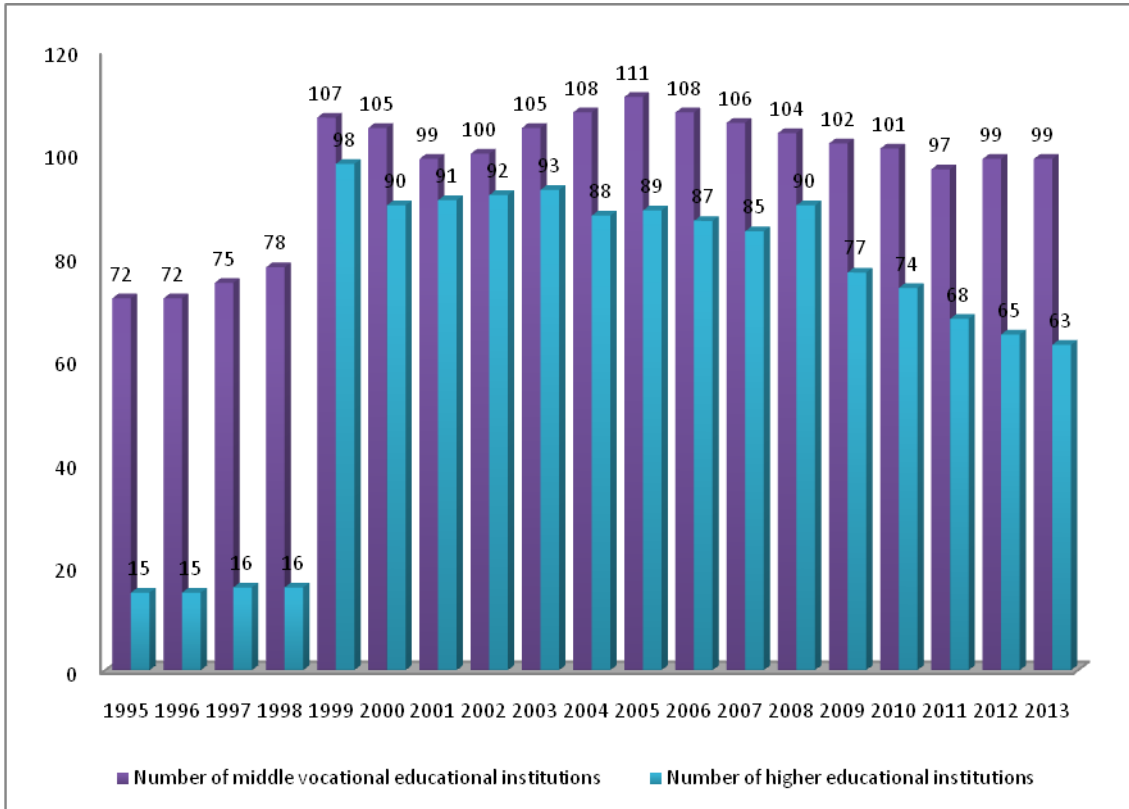
Another trend in the post-Soviet Armenia was diversification of the higher education system leading to establishment of private and inter-governmental HEIs in Armenia. In 1999 the new *Law on Education* was adopted allowing for a diversity of higher education providers to enter the market. Thus, as seen from the chart, starting from 1999 up to 2008 new types of HEIs mushroomed in Armenia, the quality of which, to a larger extent is still questioned. After 2008, with persistent efforts of the MoES the ones that failed to meet the licensing requirements were closed taking the number of HEIs from 98 in 1999 to 63 in 2013.

However, diversification of the system referred only to the legal status of the HEIs – public, private and intergovernmental – since, because of the damaged capacity in the system to innovate and think “out of the box”, all the HEIs in the territory of Armenia, apart from some inter-governmental ones, followed the same governance model, the same curriculum and offered the same programs – making the system produce more of the same rather than respond to societal needs. Late in the 1990s and in the 2000s, geared towards establishment of an independent country and a democratic society, the Armenian government embarked on reconsideration of the whole architecture of the higher education system. The reform direction had a different turn after signing the Bologna Declaration in 2005.

The MoES now took the initiatives at the major policy making level, while giving the HEIs some autonomy to make institutional and programme level changes. The changes outlined in the Declaration prompted Armenian higher education policymakers to embark on the journey of changing the structure and content of the higher education system in Armenia.



**Chart  
1:**



### **Distribution of Tertiary Education Institutions in Armenia**

The three-tier system with the bachelor, master and doctoral levels of study was introduced and became obligatory for all universities at the start of the academic year 2006-2007 (Ministry of Education and Science decree of December 14, 2004); innovative methods of teaching, management and organisation were encouraged.

Currently, among the priorities on the Republic of Armenia (RA) government agenda, among other things, are the following:

- ✓ the refinement of a national qualifications framework to take it to the next step of self-certification,
- ✓ full implementation and respective recognition by the European Network of Quality Assurance Agencies (ENQA) of the independent external quality assurance
- ✓ a move from academic standards to a learning outcome approach to the program development and delivery, revision of the funding mechanisms.

### **The Higher Education Landscape in Post-Soviet Armenia**

#### *a. Policymaking level*

The higher education system in Armenia consists of public, private, intergovernmental and transnational higher education institutions (HEIs). Higher education is provided by two major types of institutions: universities and other institutions such as institutes, academies, and a conservatorium.

At the national level the executive authority to elaborate and implement government policies is the Ministry of Education and Science (MoES), which tends to its mandate in cooperation with regional and municipal authorities. All the public HEIs are under the jurisdiction of the MoES except several specialized HEIs, which are supervised by the line ministries. The private HEIs are out of the scope of the MoES jurisdiction. As for the intergovernmental ones, these are universities established on the basis of agreement between two countries, e.g. American University of Armenia, Russian-Slavonic University of Armenia, and French University of



Armenia.

At the legal framework level the Armenian higher education is regulated by the “Law on Education” adopted in 1999 and “Law on Higher and Postgraduate Professional Education” adopted in 2004. The two documents state the vision of higher education which is aimed at international recognition and competitiveness as well as full integration into the European Higher Education Area (EHEA).

In 2003, the MoES developed the *Strategy of Higher Education Reforms*, which led Armenia to join the Bologna process in 2005. Armenia joined the Bologna Process in May 2005 (Bergen Communiqué). Since then a *Development Strategy of Education for 2008-2015* was adopted and put into practice. The document was revised and reinforced through adoption of the *Law on the Republic of Armenia Education Development Strategy in June 23, 2011*.

Thus, drawing on the *Strategy*, the shift to the two-cycle degree system is completed and almost 100 % of students below doctoral level are enrolled in the two cycles. Most universities now issue Diploma Supplements and all higher education programmes implement the European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS) as of 2008, although with some difficulties.

Furthermore, a National Centre for Professional Education Quality Assurance (ANQA) was established in 2008 and after a series of pilots of the criteria, standards and procedures for institutional and programme accreditation, the external quality assurance framework was officially adopted and put into practice by the Armenian Government in 2011.

At HEI level, with the major support from ANQA, internal quality assurance systems have been put in place and have completed the first round of self-assessments at institutional level. A move towards programme level self-assessments has been made.

In 2011 the Armenian Government adopted the National Education Qualifications Framework of the Republic of Armenia (ANQF) consisting of 8 levels, and the responsibilities for the operation and maintenance of the ANQF are within the jurisdiction of the Ministry of Education and Science (MoES). Currently, it is being revised and refined to better reflect the system and its learning paths. The revised NQF proposes 9 levels as opposed to its older version, since it takes level 8 of the European Qualifications Framework a step further by specifying two levels within the Researcher qualification – Kandidat Nauk and Doktor Nauk. Candidates having obtained the Kandidat Nauk degree may continue toward the Doktor Nauk degree. However, the degree awarding power at this level does not belong to higher education institutions. Rather, Specialized Committees on the Award of Research Degrees established at national level by the Highest Attestation Committee (HAC) of the Republic of Armenia award the degree of Kandidat Nauk. The National Academy of Sciences (NAS) is the highest state scientific self-governing organization, which unites more than 34 scientific institutions and other organizations. Another body dealing with research at the national level is the State Committee of Science (SCS), established within MoES in 2008 with a mandate to improve the science sector in Armenia. The body mainly promotes research through offering grants.

Thus, one of the major issues still prevalent throughout the system, as the result of the Soviet legacy, is again fragmentation of research in the sense that science, research and development functions are largely separated from universities, thus undermining the capacity of HEIs for research and development.

#### **b. Higher Education Governance at System Level**

Governance of higher education is at the heart of success of all the endeavours geared towards establishment of an effective higher education system. Governance is looked at from two major perspectives – system wide and institutional level governance. The former can enable HEIs to effectively exercise their rights (autonomy) and responsibilities (accountability) and promote innovations in the system provided it establishes strong governance framework and favourable regulatory conditions. The latter one, as the logic of ANQA criteria goes and has been put in place, institutional level governance, should promote ethical decision taking, efficient provision of human, material and financial resources to effectively accomplish its mission, educational,

research and service to society purposes (ANQA Accreditation Manual, 2011).

If we have an overall look at the legal framework at the national level – the Law on Education (1999) and the Law on Higher Education (2004) – the two Laws define the overall governance framework for HE in detail, but with ambiguity in favour of government’s control (WB Report, 2013). Another law that regulates HEIs is the Law on State Non-Commercial Organizations adopted in 2001 and HEIs are subject to this law by their legal status. The latter was not specifically developed for the HEIs and does not take into account governance, autonomy, and academic freedom of HEIs that are guaranteed in the education laws. The same refers to the *Law on State Governing Institutions* (SGIs) of 2001, which, also leads to major infringement of autonomy of HEIs.

Currently, a new trend to changing the legal status of HEIs has been registered and actively exercised by HEIs, to ensure the HEIs exercise more autonomy to handle academic matters, expand the funding capacity on one hand and increase their accountability on the other. It underpins the move from the SNCO status to a foundation status, although with an explicit ambiguity in its logic at the implementation level. As a result, six public HEIs have changed their status from SNCO to foundation as of the beginning of 2015. Given the current legal framework, the governance model can be defined as semi-autonomous (WB Report, 2013).

The same cannot be stated for the private, intergovernmental and transnational providers, since they are less restricted in their operations than the public ones. The former – private HEIs – depending on their status, are regulated by the Law on Education, Law on Higher Education, Law on Enterprises and Entrepreneurial Activity, Law on Foundations, Law on LLCs, Law on Cooperatives, Law on JSCs, and the like. The intergovernmental ones are regulated both by the Laws on Education and Law on Higher Education as well as respective legal frameworks of the counterparts in the other country. Since neither the private nor the intergovernmental HEIs are subject to SNCOs they enjoy more autonomy and exercise accountability towards their performance. The table below summarizes the types of Armenian HEIs by legal status as of 2015.

**Table 1: Overview of Armenian HEIs by legal status**

Types	Public				Private		
	State		Inter-governmental		Local		Foreign
	SNCOs	Foundations	Inter-governmental	Inter-state foundations	For-profit	Not-for-profit Foundations	Branches of foreign universities/Transnational providers
No. of HEIs	13	6	2	2	37	2	10
No. of Students	95000		8,700		20000		3000
Major governing laws	Law on SNCOs, Law on Education, Law on HE	Law on Foundations, Law on Education, Law on HE	Law on Foundations and Agreement between two countries, Law on Education, Law on HE	Law on Foundations, Civil Code, Law on Education, Law on HE	Law on LLCs; Law on Coops, Law on JSCs, Law on Education, Law on HE	Law on Foundations, Law on Education, Law on HE	Law on registering of Legal Entities and Records on Separate Units of Legal Entities, respective counterpart institutions and Law on Private Enterprises, Law on Education, Law on HE

*Source:* WB Report 2013, modified by the authors of current article in 2015.

Thus, a diversity of HEIs are functioning in the Armenian HE arena and the challenge of their quality assurance and validation of the degrees issued is at the forefront of the ANQA agenda.

### **c. Changes at the Institutional Level**

The changes at the institutional level actually started prior to the ones at the national level as mentioned earlier. The new Law on Higher and Postgraduate Professional Education was only adopted on 14 December 2004 whereas the changes in the system mainly targeted adoption of Anglophone and Anglo-centric traditions started already after the collapse of the Soviet regime, early in the 1990s. It evolved around introduction of strategic management, two-tier degrees, new student assessment policies (e.g. introduction of GPA system), among the rest.

Yet, as Hargreaves (1994) cautions, transfer of reforms from Anglophone and Anglo-centric traditions to developing countries can often bring about damage, as factors including scarcity of public funding and bureaucratic control over curricula and assessment still prevail. In other words, providing a solid foundation for democratic changes and compliance with Anglophone and Anglo-centric standards in a post-Soviet context can clash with the philosophies promoted by the Soviet regime and reveal problems peculiar to higher education systems with a Soviet legacy (Gvaramadze, 2010). This implies that with the introduction of the structural and content changes a serious reconsideration of the governance and management approaches was crucial to ensure coherence in the change logic. What actually took place in the Armenian HEIs with the decentralization policy, is the authority and responsibility for institutional level governance and management were devolved to the universities, which were poorly equipped to handle the changes holistically. Therefore, the ones responsible largely maintained those practices which were familiar to them, reducing the whole complex structure of change to mere cosmetic fixtures, thus causing bigger damages to the system. The result was a clear lack of vision for purposes of educational reform (Zelvys, 2004) and insufficient capacity for change management. Tough economic and political times, prevailing corruption, and the meagre salaries received by teachers only made things worse.

Next, a major change was revision in the admissions policy, which moved from the exams administered by individual HEIs to a Centralized Admission Exams (CAE) which are held at “knowledge assessment centres” set up to replace university level admission exams. However, HEIs can also apply additional exams based on the pre-requisites necessary for the given profession (e.g. fine arts, music).

Thus, starting from 2005 until academic year 2012 only state HEIs utilized a centralized admission exam process, which is organized and administered by the MOE’s State Admission Commission [hereinafter SAC]. When filling out a unified application for admission, applicants indicate their preferences for admission to up to 4 free and up to 4 tuition-based positions in one or several state universities located within the same city. Thus, by introducing the CAE the MoES has centralized the power of admissions under its jurisdiction while the role of the Admission Boards at the institutional level was diminished to reviewing application packages (WB Report, 2013). Passing scores received by each applicant are then added up, and applicants are ranked by their scores, with highest-scoring applicants given priority in admission to the university and profession of their first choice. Those who fail to get admitted to their first-choice institution continue participating in the competition based on their remaining preferences. At the end of the competition, the SAC approves the results and forwards to each state university the official list of admitted students (American Bar Association, 2008).

In the academic year 2012-2013, for the first time, the private HEIs were also subject to CAE, which was a major blow on the private sector threatening a total closure of the private ones. Now, with the CAE approach to admissions coupled with the freedom of public HEIs to enrol as many students on a tuition fee basis as possible the private providers found themselves

with a sharp decline in their admissions taking it down to 75 students admitted in 2012 as a total for all private HEIs compared to several thousands in the previous years (WB Report 2013).

Another trend was revision of the approach to HEI governance. Now the HEIs are governed by the Governing Board (GB), the composition of which according to the Law on HE, includes state employees (25%), renowned individuals from cultural, scientific, economic and education spheres (25%), faculty members from the given HEI (25%) and student representatives (25%). The composition of private and inter-governmental Governing Boards differ from those state funded ones, since the latter are not regulated by the same Law and tend to be more open and competitive. However, the quality of this change is still to be explored to better understand the roles of different stakeholders to avoid superficiality of similar structures.

#### **d. Programme Level Changes**

The Law on Education (article 28) as well as the Law on HE (articles 6, 19) set HEIs with sufficient level of autonomy and freedom to develop curriculum, syllabi, teaching and learning methods. However, the governmental decree N24 on State Standards for Higher and Vocational Education dated from January 16, 2001 requires all the state HEIs to follow the state academic standards with as little room for change at the institutional level as up to 20% of the overall curriculum. Basically, the origin of those state standards comes from leading state HEIs and other scientific organizations upon the MoES's decree, presented to the Expert Committee established by the MoES, and adopted by the MoES (WB Report, 2013).

After adoption of the National Qualifications Framework and establishment of a robust external quality assurance system implemented by ANQA, the HEIs were driven in the direction of a major revision of their approaches to development, approval, monitoring and revision of academic programs. The Ministry is also inclined to delegate the authority at programme level to HEIs while leaving national and sectorial level qualifications under its jurisdictions. A move from state standards to learning outcome (LO) approach has become visible in many HEIs and a number of EU projects (Tempus, Twinning) are promoting its operationalization (qualifications framework and program level) and measurement of achievement of the intended LOs. Still, a wider capacity building of the teaching staff is tangible. Although targeted at virtually all the EU and international project levels, capacity building of higher education faculty members is still incremental and fragmented, which does not allow for the implemented changes to demonstrate their full potentials they have been planned for.

#### **e. Internationalization agenda**

Internationalization, with all its diversity of aspects including promotion of Armenian degree recognition at and beyond the country's boundaries is at the heart of the higher education strategy. It has been promoted in multiple ways both at the national level and at the institutional level. As stated earlier, the major internationalization policy adopted by the country was adoption of the Bologna Declaration and its full implementation at the national, institutional and programme levels. The leading HEIs in Armenia pursue internationalization at such levels as HEI governance and strategic management, academic programmes, research as well as faculty and student levels trying to integrate the concept in all the affairs of the institutional life.

One of the peculiarities of the Armenian higher education system is that there is a vast diversity of international organizations and missions functioning in Armenia and affecting the development trend in higher education. Such major contributors to the HE reform promotion as the World Bank, the EU institutions, OSI-Armenian Foundation, IREX, DAAD, embassies of different countries, and many others closely cooperate with the government to support its reform initiatives. In recent years, a proactive involvement of the HEIs in Tempus, Erasmus Mundus, Erasmus+, and Twinning projects has been registered. The types of contribution evolve around consultancy on revision/development of policies at national and institutional levels, delivery of capacity building events, investments in resources.

However, while beneficial for the individuals and, to some extent for few individual institutions, all the contributions coming from the international organizations, being fragmented in their nature, have insignificant impact at the system level developments and cease to persist after the life-time of the projects. For example, the diversity of workshops and events aimed at the capacity building of the direct implementers have an incremental impact, which in most of the cases are questionable in terms of sustainability. Thus, a well-thought-through and sustainable approach to the system level capacity building to enable improvements and enhancement is still a challenge to be overcome to ensure international visibility of the Armenian higher education.

## References

- American Bar Association (2008) *Legal Education Reform Index for Armenia*, the USA
- Anweiler, O. (1992). *Some Historical Aspects of Educational Change in the Former Soviet Union and Eastern Europe*. In Phillips, D., Kaser, M. (Eds.), *Education and Economic Change in Eastern Europe and the Former Soviet Union* (pp. 29-39). Wallingford: Triangle Books.
- Fullan, M., & Scott, G. (2009). *Turnaround Leadership for Higher Education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Gvaramadze, I. (2010). Skill Formation and Utilisation in the Post-Soviet Transition: Higher Education Planning in Post-Soviet Georgia, *Higher Education Quarterly*, 64 (2), 118-132.
- Hargreaves, A., (1994) *Changing Teachers, Changing Times: Teachers' Work and Culture in the Postmodern Age*, Teachers College Press, New York: Columbia University.
- Heyneman, S. (2010). A Comment on the Changes in Higher Education in the Post-Soviet Union, *European Education*, 42 (1), 76-87.
- Karakhanyan, S., van Veen, K., Bergen, T. (2011). Higher Education Policy Transfer and Diffusion: the case of Armenia, *Higher Education Policy*, (in press)
- Kozma, T., Polonyi, T. (2004). Understanding education in Europe-East frames of interpretation and comparison, *International Journal of Educational Development*, 24(5), 467-477.
- Ministry of Education and Science (2014) *Education for All 2015, National review*, National Report for Armenia
- Ministry of Education and Science (1999) *Law on Education*
- Ministry of Education and Science (2004) *Law on Higher and Professional Education*
- National Center for Professional Education Quality Assurance (2011) *Accreditation Manual*
- Organization for Economic Cooperation and Development (2012) *Education at a Glance*, Report.
- Organization for Security and Co-operation in Europe (2008) *OSCE Annual Report*
- Statistical Yearbook of Armenia, (2001-2014), retrieved in March 2015 from <http://www.armstat.am/en/?nid=45&year=2014>
- UN Refugee Agency (2004) UNHCR *Statistical Yearbook*
- World Bank (2013) *Addressing Governance at the Center of Higher Education Reforms in Armenia*. Washington, DC. © World Bank. <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/16531> License: CC BY 3.0 IGO.
- World Bank (2011) *Public Expenditure Review*
- Zelvys, R. (2004). Development of Education Policy in Lithuania during the years of Transformations, *International Journal of Educational Development*, 24 (5), 559-571.

# АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНТЕРАКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ И КОНТРОЛЯ

Кацуба В.С., Лазарева И.М., Скрыбин А.В.

*Мурманский государственный технический университет, Мурманск, Россия,  
cazubav@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье приводится описание и качественный анализ примеров практического использования интерактивных методов в процессе обучения и контроля его результатов. Примеры относятся к направлению профессиональной подготовки «Информатика и вычислительная техника» в техническом университете.

*Ключевые слова: учебный процесс, интерактивные формы, текущий контроль, работа с заказчиком.*

**Abstract.** The article provides a description and qualitative analysis of the practical application of interactive learning and monitoring of its results. The given examples refer to the full-time program in Computer Science and Computer Engineering at technical university.

*Key words: educational process, interactive learning, ongoing monitoring, interaction with customer.*

В условиях нынешнего неустойчивого и многопроблемного состояния системы высшего профессионального образования позитивная направленность его реализации вынуждена быть нацеленной «на укрепление и развитие самостоятельности обучающегося, которая является не только целью и средством всякого образования, но и главным ресурсом повышения его качества» [1].

Современные технологии обучения, имеющие основным признаком свойство интерактивности, «благодаря которому можно управлять не личностью, а процессом её развития» [2], предлагают разнообразные формы многостороннего взаимодействия между субъектами образовательного процесса. Организованная интерактивность в звене «студент-студент» позволяет не только часто снизить объективную напряженность учебного процесса, но и помогает осуществлять некоторые этапы обучения и промежуточного контроля, а также оказывать воздействие на количественную оценку его результатов на уровне рубежного контроля. В результате заметно проявляется самостоятельность обучающихся – как индивидуальная, так и групповая – на нескольких значимых этапах процесса обучения, что несомненно влияет на формирование уровня их социализации и навыков коллективной работы.

Ниже описаны и проанализированы несколько примеров внедрения интерактивного обучения, контроля и (или) оценки на различных курсах и в рамках различных дисциплин на направлении «Информатика и вычислительная техника» (бакалавриат).

1. В рамках изучения общеобразовательных математических дисциплин имеется опыт выполнения текущей самостоятельной работы в тьютерском режиме. Такая работа организуется по одной из тем, требующей хорошей отработки практических навыков. Например, по дисциплине «Математический анализ» (1-2 курсы) такими темами могут быть: раскрытие неопределенностей, техника дифференцирования, техника интегрирования, сходимости числовых рядов и т.п.

Большой объем упражнений разбивается на несколько (3-4) блоков по возрастающему уровню их сложности. Каждый блок требуется выполнять последовательно в режиме самостоятельной работы с сильным акцентом на обучение. Проверке подвергается каждый блок задания в отдельности. Проверка осуществляется тьютором, назначенным из числа наиболее успешных студентов этой же группы; за каждым тьютором закрепляется 3-4 студента, которые выполняют общий с тьютором

вариант. Тьютор, выполнив очередной блок заданий и проверив его у преподавателя, осуществляет проверку этого блока у студентов своей малой группы и засчитывает блок с оценкой только в том случае, когда выполнено все верно или почти верно с немедленным исправлением одной-двух ошибок. Если ошибок больше или хотя бы одна из них не исправляется тут же, то блок не засчитывается, а тьютор объясняет студенту суть ошибок, почему и как их следует исправить. Неуспешный по блоку студент получает у преподавателя задания другого варианта этого же блока с последующей его проверкой у преподавателя или у другого тьютора.

По опыту проведения таких самостоятельных работ отмечаются следующие положительные моменты:

- повышается активность студентов на этапах подготовки, аудиторного выполнения и возможной доработки задания;
- происходит оперативная коррекция имеющихся знаний;
- возникает заинтересованность студентов в получении роли тьютора, успешная работа которого не только престижна, но и оценивается дополнительными баллами;
- достигается достаточная результативность в получении практических навыков;
- существенно уменьшаются трудозатраты преподавателя на проверку работ.

2. Использовать активную позицию студентов можно и при проведении экзамена, когда итоговая оценка формируется как результат накопленного рейтинга.

Правила начисления рейтинговых баллов в течение семестра могут быть довольно жесткими, например, одна форма учебной деятельности оценивается с небольшим разбросом 7-10 баллами (если балл ниже, то он не учитывается). С одной стороны, повышенные требования к прохождению текущего контроля вполне оправданы в условиях рейтинговой системы, но, с другой стороны, формальная сумма набранных баллов не всегда получается согласованной с трудозатратами конкретного студента, его усердием и его фактическим результатом освоения учебного материала. Студентов, выходящих на итоговый контроль по рейтингу, не так много (не более 50%), поэтому имеет смысл поддержать их введением некоторых элементов коллективной рефлексии. Например, следующим образом: каждый студент, вышедший на экзамен по рейтингу, получает  $n$  баллов, которые он может распределить среди других успешных в рейтинге студентов, исходя из своей оценки их коммуникативных качеств и проявленной активности относительно текущего учебного процесса.

Такой демократический элемент в духе педагогики сотрудничества получает живой отклик у студентов и положительно влияет на результативность общего дела обучения.

3. Следующим моментом, на который стоит обратить внимание, является реализация в учебном процессе курсовых работ. Данный вид деятельности позволяет не только получить новые знания по дисциплине, но и сформировать начальные профессиональные навыки. Например, в дисциплине «Программирование» (2 курс) задачей курсовой работы является разработка компьютерной программы при взаимодействии с реальным заказчиком. В 2014-2015 учебном году такими заказчиками выступали преподаватели кафедры иностранных языков МГТУ, не обладающие широкими знаниями о возможностях программных средств.

В рамках выполнения такой курсовой работы студенты-программисты, объединенные в небольшие группы, активно взаимодействуют с заказчиками: сначала – для определения списка требований к программам, а затем – для демонстрации тестовых версий программ и корректировки требований, вплоть до предоставления заказчику финальной версии. Итоговая оценка курсовой работы включает, в том числе, и оценку заказчиком полученного программного решения.

Опыт реализации данного подхода к выполнению курсовой работы по разработке программы позволяет отметить следующие достижения:

- отсутствие опыта разработки программ у заказчиков значительно развивает навыки студентов-разработчиков по определению и формулированию требований на разработку программного обеспечения;
- заинтересованность заказчиков в готовом программном продукте мотивирует студентов на наилучшее выполнение поставленной задачи, стимулирует поиск интересных решений, способов их реализации, а также изучение тонкостей различных технологий программирования;
- работа над реальным проектом превращает малую группу студентов в самоорганизующийся коллектив, в котором каждый берет на себя ответственность за ту или иную функциональную роль, развивая навыки работы в команде;
- помимо профессиональных навыков при такой разработке студенты улучшают своё знание предметной области, которой в этом учебном году выступал английский язык;
- программные решения, получаемые в результате выполнения таких курсовых работ, обладают, как минимум, практической значимостью, и могут быть представлены на различных конференциях и конкурсах; возможно развитие таких программных продуктов вплоть до представления их в качестве выпускных квалификационных работ;
- отдельным положительным моментом является повышение качества образовательного процесса за счет развития у преподавателей-заказчиков навыков работы с информационными технологиями и внедрения в учебный процесс разработанных в рамках курсовых работ программных продуктов. В частности, разработанные программы используются как вспомогательный материал на занятиях и как электронные ресурсы для самостоятельной работы при обучении английскому языку.

4. Далее, изучение многих дисциплин при подготовке студентов технического профиля включают в себя реализацию лабораторного практикума.

В процессе выполнения комплекта лабораторных работ объем получаемых знаний и навыков накапливается от задания к заданию. При этом каждая последующая работа, углубляя понимание, позволяет выполнять задание более точно и правильно. Очень часто ранее выполненные работы имеет смысл уточнить в свете вновь полученных знаний. Для приведения всех работ в согласованное и уточненное состояние имеет смысл завершить лабораторный практикум защитой проекта, который будет включать окончательный вариант всех выполненных работ. Защиту проекта можно проводить в форме так называемого круглого стола. Это позволяет обогатить опыт всех учащихся посредством публичного выступления и последующего участия в обсуждении.

Защита проекта, результирующего комплекс лабораторных работ, оценивается преподавателем как отдельная работа и входит в общую балльную оценку по дисциплине. Необходимо отметить особенную эффективность дополнения оценки преподавателя баллами, выставляемыми студентами друг другу по результатам всех выступлений. Для этих целей выделяется некоторое количество баллов, например, 10, и каждый студент распределяет эти баллы в любой пропорции между наиболее понравившимися участниками круглого стола, за исключением себя. Такое включение студентов в оценивание работ друг друга формирует у них более ответственное отношение как к своей работе, так и к работам других студентов. Даже те студенты, которые не смогли подготовить собственное выступление, например, по причине невыполнения в срок всего комплекса лабораторных работ, принимают участие в работе круглого стола, чтобы распределить выделенные им баллы и дать возможность лучшим работам получить максимальное количество баллов. Участие в оценивании работ друг друга дает студентам новое понимание своей активной роли в учебном процессе.

Опыт применения такого подхода позволяет выделить ряд позитивных моментов:

- явка на такие завершающие занятия обычно бывает очень высокой;
- у студентов появляется понимание завершенности выполненной работы;



- результаты работы фиксируются в полном и согласованном пакете документов;
- выполнение подобной учебной работы по дисциплине профессионального цикла позволяет учитывать эту деятельность в индивидуальном рейтинге студента как отдельное достижение.

Таким образом, анализ приведенных примеров использования интерактивных форм обучения и контроля позволяет сделать вывод о заметном повышении активности студентов и эффективности их подготовки как в профессиональной области, так и в области формирования общенаучных и общекультурных компетенций бакалавров.

### Литература

1. Ермаков, В. Г. Контроль в системе математического образования: проблемы и пути их разрешения /В. Г. Ермаков // Математика в высшем образовании. – 2009. – №7. – С. 95-108.
2. Интерактивные методы обучения в образовательных учреждениях высшего профессионального образования [Электронный ресурс] // Академия ФСИН России [Офф. сайт]. URI: [http://apu-fsin.ru/service/omurm/material\\_int\\_form.html](http://apu-fsin.ru/service/omurm/material_int_form.html) (дата обращения: 13.01.2014).

---

## МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Коршунов Ю.С.

*Российский университет дружбы народов,  
Москва, Россия, korschunovys@mail.ru*

**Аннотация.** В статье предлагается лекции и занятия по математике дополнять мировоззренческими вопросами, в основном, философского характера. Приведены примеры этих дополнений в различных разделах высшей математики.

*Ключевые слова.: преподавание, математика, мировоззрение, философия, алгебра, функция.*

**Abstract.** One of the main purposes of this work is to show how philosophy can be applied to the process of learning mathematics. Comprehensible examples are included.

*Key words.* Profess, mathematics, algebra, philosophy, function, world outlook

Один из известных математиков Франции А. Данжуа (член группы Бурбаки), открывая в 1937 году Международную конференцию, начал с признания, что математика есть общественное явление, которое нельзя рассматривать изолированно, что в любую эпоху в ней находят своё отражение политические и экономические условия окружающего мира.

Известное правило «когда говорят пушки, музы молчат» можно отнести и к математике, причём это зачастую приводит к необратимым последствиям. Ярким примером этого положения является построение пирамид в древнем Египте. Их строили математически образованные люди. В дальнейшем экономические, политические условия жизни привели к тому, что эти знания и умение не получили должного развития и были утеряны.

Сегодня мы достаточно быстро освободились от коммунистического прошлого вместе с его методами идейно-политического воспитания, но не создали, не предложили молодёжи ничего взамен. В результате «свято место пусто не бывает» и на процесс формирования личности студента начинают влиять меркантильные соображения, неонацистские лозунги, сектантские призывы.

Разумеется, задача каждого преподавателя – не только научить своего подопечного основам своей дисциплины, но и оградить его от влияния подобных веяний. Попытки кафедр общественных наук остановить поток инсинуаций на неокрепшее сознание молодого человека не приводят к желаемым результатам. Нужны включения мировоззренческих, философских и даже социально-политических вопросов в общетехнические дисциплины, в том числе и в математические курсы.

2

Опыт показывает, что по мере накопления знаний, расширения культурного горизонта у молодого человека обостряется интерес к мировоззренческим вопросам. И если во время изложения математической проблемы преподаватель показывает эволюцию идей математики, её роль в развитии цивилизации, умеет показать действие законов диалектики -- этим он возвышает в глазах слушателей математику, после чего её основные понятия будут освоены глубже и прочнее.

Как говорил В.А. Сухомлинский, учителю нужны качества, которые бы вызывали у учащихся уважение. Преподаватель математики, несомненно заслужит уважение студентов, если он сумеет показать и своё отношение к науке и свою позицию гражданина, включив в курс мировоззренческие философские и даже социально-политические вопросы.

Здесь уместно сказать несколько слов о том, каким приходит в ВУЗ вчерашний абитуриент, для которого мы стараемся раскрыть все привлекательные стороны изучаемых дисциплин. Согласимся с мнением проф. Л.Д. Кудрявцева, что этот молодой человек пришёл не бить баклуши, а с сознанием, что его способностей, трудолюбия хватит, чтобы преодолеть все трудности и стать квалифицированным инженером. Бывает, что в минуты раздражения мы говорим нелестные слова в адрес своих учеников, но признаем, что в ВУЗ приходит, в основном, грамотная и эрудированная молодёжь.

Недостатки современного учащегося видятся в другом. Во-первых, несмотря на то, что нынешняя молодёжь средствами рыночной экономики приучена к достижениям современной техники и с удовольствием ими пользуется, её мало интересует внутреннее содержание нынешних устройств, технология их создания.

Во-вторых, молодой человек, пришедший в вуз, имеет солидный стаж учёбы в школе и обучен не только наукам, но и умению учиться по принципу «вызовут- не вызовут». Между вызовами можно особенно не напрягаться. Сухомлинский говорил об этом процессе: «Страшная это опасность- безделье за партой... безделье месяцы и годы. Это развращает, морально калечит человека, и ничто не может возместить того, что упущено в главной сфере, где человек должен быть тружеником - в сфере мысли.»

На современном этапе действенны только такие методы преподавания, которые искореняют эти недостатки. Студент должен быть не пассивным созерцателем, а действенным участником процесса постижения истины.

Не следует принимать эти слова как призыв к очередной кампании- переделыванию учебного процесса, ломке существующих методик. Лекция как педагогический инструмент существует уже более тысячи лет и давно доказала свою состоятельность. В нынешних условиях необходимо придать лекции активно полемическую форму. Тогда процесс преподавания станет творческим, формирующим личность студента, если в нём должное место найдут мировоззренческие вопросы и методологические проблемы науки.

3

Считается общепризнанным, что математика своим проникновением в другие науки помогла их развитию. При этом отмечают три главных достоинства математики. Во-

первых, в математике, в отличие от других наук, всё доказывается. Во-вторых, в ней всё выводится из аксиом. В-третьих, математика вызывает уважительный трепет своей непостижимой уму строгостью и завершённой.

Преподаватель математики, в первую очередь, должен опровергнуть все эти сомнительные достоинства его науки и убедить слушателя в их нелепости и несостоятельности.

В первую очередь надо говорить не о возрастающей роли математики в разнообразных науках, а о математике- преобразующей силе, действительно участвующей в самом процессе зарождения и развития научно-технической революции. Многие научные открытия совершались именно в результате бурного развития математических теорий. Поэтому одной из актуальных проблем преподавания математики является разработка таких методов обучения, когда учащийся воспринимал бы эту науку не в виде окончательно сформировавшихся неизменных застывших образований, а как область знаний, внедряющуюся в ещё неизведанное.

Далее, в математике, как и в любой другой науке, всё определить невозможно. Большинство теорем, по крайней мере вузовского курса, доказываются исходя из здравого смысла и представлений о числах и геометрических фигурах, которые к непогрешимым аксиомам не относятся. Наконец, непостижимость математики часто происходит от неумения инженера построить адекватную математическую модель изучаемого им процесса.

Ниже приводятся рекомендации по мировоззренческим вопросам преподавания некоторых разделов математики, в основном, философского характера. Конечно, их следует рассматривать как рекомендации. Необходим творческий подход каждого преподавателя к изложению мировоззренческих проблем. В противном случае у студентов возникнет реакция, что их «воспитывают», и все наши усилия пойдут прахом.

Отметим, что если демонстрация законов диалектики на примерах из физики, химии могут быть систематическими и одновременно доступными, то

на занятиях по математике это сделать сложнее, поскольку эти демонстрации

должны органично войти в текст учебного материала. Вовсе нет необходимости стремиться каждую теорему облекать в философскую форму. Так, например, знание теоремы Пифагора не призвано решать мировоззренческих вопросов. Но использование этой теоремы в трудах Коперника, Галилея, Кеплера утвердило представление человечества об устройстве солнечной системы.

На лекциях и занятиях по линейной алгебре уместно обсудить вопрос об абстракции. После введения понятий линейного пространства, базиса, уместно коснуться вопроса о философском понятии абстракции как одной из сторон

4

форм познания, заключающейся в мысленном выделении какого-либо свойства, отношения.

На первом этапе введение  $n$ - мерного пространства можно рассматривать как развитие математики из внутренних её потребностей. Ведь мы живём в трёхмерном пространстве, но именно эта идея оказывается наиболее привлекательной для представителей разных наук. В механике удобно решать задачи в шестимерном пространстве (координат и импульсов). Электротехника с удовольствием взяла на вооружение весь многомерный математический аппарат.

Эти примеры можно было бы продолжить, но математика делает ещё один шаг к абстракции – переход к бесконечномерным пространствам. В результате

появляется возможность изучать электрические или механические системы, в которых элементы или массы распределены, скажем, по струне или линии электрической передачи.

Теперь нам легко проследить за механизмом, историческим ходом возникновения

самых математических абстракций. Возникая на базе своего природного прототипа и отвлекаясь от его конкретных свойств, математические абстракции могут приобрести совершенно новые и важные свойства, которыми не обладал исходный прототип. Возникающие при этом противоречия становятся стимулом для дальнейшего развития математики, приводят к появлению абстракций более высокого уровня, которые, в свою очередь, служат основой для создания новых математических теорий. Происходит диалектическое восхождение по спирали.

Основополагающее понятие математического анализа – понятие функции прошло сложный и тернистый путь, в которой усматриваются результаты познавательной и практической деятельности человека, движения от явления к сущности, от простого к сложному. Если поначалу для определения функции

использовался геометрический язык (Ньютон, Лейбниц), то сейчас функция определяется как отображение, заданное на произвольных множествах. Здесь мы видим логический процесс перехода от единичного к общему – процесс обобщения.

Дальнейшее изучение понятия функции связано с определением предела, непрерывности. И здесь легко продемонстрировать, как интуитивные, «очевидные» представления могут привести к ошибкам. Геометрически непрерывная функция имеет конечную длину и конечное число экстремумов на конечном отрезке. Оказывается, можно построить непрерывную на отрезке

функцию, имеющую бесконечное число экстремумов. Не следует думать, что подобные примеры являются экзотическими и не имеют отношения к физической реальности. Н. Винер показал, что броуновское движение частицы достаточно малого размера совершается по линии, нигде не дифференцируемой.

## 5

Здесь полезно отметить, что успехи квантовой механики, в первую очередь объясняются тем, что к тому времени, когда физики проникли в мир атома, математический аппарат для описания микропроцессов был уже готов. При этом, математическая теория, подготовившая эти успехи, строилась из внутренних побуждений математики.

Формула Тейлора позволяет продемонстрировать действие в математике перехода количественных изменений в качественные. Накопление количества в виде прибавления к значению функции в точке дифференциалов всё более высоких порядков восстанавливает функцию, процесс, на достаточно большом промежутке. Ряд Тейлора даёт функцию с новым качеством, например, периодичностью для синуса.

Изложенные выше соображения по мировоззренческим вопросам не единственны. При творческом подходе каждый преподаватель способен сам найти возможно более интересные примеры, раскрывая при этом мысль Д. Гильберта, что всякая научная область жизнеспособна, пока в ней избыток новых проблем. Недостаток новых проблем означает отмирание или прекращение самостоятельного развития.

Вообще, если речь идёт о творчестве, в этом процессе люди в большей степени руководствуются интуицией, нежели какими –либо правилами. Наверное, ни у кого не вызывает сомнения, что у выпускников вуза должны быть хороший вкус и развитая интуиция. Под развитием вкуса подразумевается, как способность воспринимать художественное произведение, так и умение оценить красивое инженерное решение технической задачи или изящество математической мысли. Разумеется, для развития этих качеств молодому инженеру необходимо получить хороший мировоззренческий базис на студенческой скамье. Вот тогда у него пробудится интерес к своей профессии, он поймёт, что занимается нужным и

красивым делом. Авиаконструктор А. Н. Туполев говорил, что хорошо летает только красивый самолёт.

# О НЕОБХОДИМОСТИ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ РАЗЛИЧНЫМ ФОРМАМ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ

Костин С. В.

*Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники, Москва, Россия e-mail: kostinsv77@mail.ru*

**Аннотация.** Отмечается необходимость обучения школьников и студентов различным модификациям метода математической индукции. Рассматриваются три «нестандартные» модификации метода математической индукции: индукция на отрезке, раздельная индукция и двусторонняя индукция.

*Ключевые слова:* преподавание математики, метод математической индукции, индукция на отрезке, раздельная индукция, двусторонняя индукция.

**Abstract.** The necessity of studying of various forms of mathematical induction is noted. Three «non-standard» forms of mathematical induction are treated: induction over the finite set, separate induction and two-sided induction.

*Key words:* teaching of mathematics, mathematical induction, induction over the finite set, separate induction, two-sided induction.

## Введение

Метод математической индукции, безусловно, является одним из самых распространенных и популярных методов решения математических задач и доказательства математических утверждений. Необходимость обучения школьников и студентов этому методу не вызывает никаких сомнений. Однако с сожалением приходится констатировать тот факт, что в подавляющем большинстве учебников и учебных пособий авторы ограничиваются рассмотрением лишь основного варианта метода математической индукции, а также (и то не всегда) рассмотрением лишь двух вариантов этого метода, которые мы предлагаем условно называть «стандартными» вариантами (речь идет о сильной индукции и об индукции глубины  $s$ ).

Это значительно обедняет метод математической индукции, ослабляет его мощь и уменьшает область его применимости. Для решения целого ряда задач и для доказательства целого ряда утверждений необходимо применять другие, более специальные и более изощренные модификации метода математической индукции. Цель данной статьи заключается в том, чтобы рассмотреть несколько «нестандартных» модификаций метода математической индукции, и на примере конкретных задач проиллюстрировать использование этих модификаций.

Для того чтобы наше изложение было логически замкнутым, начнем с того, что приведем формулировку основного варианта метода математической индукции. Сразу отметим, что в нашей статье символы  $n$ ,  $n_0$ ,  $k$ ,  $t$  везде обозначают целые числа, символ  $[p..q]$  используется для обозначения отрезка целых чисел  $\{x \in \mathbb{Z} \mid p \leq x \leq q\}$ , а символы  $(-\infty..p]$  и  $[p..+\infty)$  используются для обозначения лучей целых чисел  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq p\}$  и  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq p\}$ .

### **Метод математической индукции (основной вариант).**

Пусть дано утверждение  $P(n)$ ,  $n \in [n_0..+\infty)$ , и пусть

1) (база индукции) утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = n_0$ ;

2) (шаг индукции) при любом  $k \in [n_0 \dots + \infty)$  из предположения, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k$ , следует, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k + 1$ .  
Тогда утверждение  $P(n)$  истинно при всех  $n$ .  $\square$

### § 1. Индукция на отрезке

Метод математической индукции может быть использован для доказательства справедливости некоторого утверждения не «до бесконечности», а до некоторого фиксированного значения  $N$  параметра  $n$ . Приведем формулировку соответствующей модификации метода математической индукции.

**Модификация 1** (индукция на отрезке).

Пусть дано утверждение  $P(n)$ ,  $n \in [n_0 \dots N]$ , и пусть

- 1) (база индукции) утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = n_0$ ;
- 2) (шаг индукции) при любом  $k \in [n_0 \dots N - 1]$  из предположения, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k$ , следует, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k + 1$ .  
Тогда утверждение  $P(n)$  истинно при всех  $n$ .  $\square$

Рассмотрим задачу, которую можно решить с помощью индукции на отрезке.

**Задача 1.** Пусть  $N \in \mathbb{N}$ . Доказать, что при всех  $n \in [1 \dots N]$  имеет место неравенство

$$\left(1 + \frac{1}{N}\right)^n < 1 + \frac{n}{N} + \frac{n^2}{N^2}. \quad (1)$$

(Источник: [1], стр. 21, задача M1846, автор В. Орлов.)

**Решение.**

База индукции. При  $n = 1$  неравенство (1), очевидно, справедливо.

Шаг индукции. Предположим, что неравенство (1) справедливо при  $n = k$ , где  $k \in [1 \dots N - 1]$ , то есть

$$\left(1 + \frac{1}{N}\right)^k < 1 + \frac{k}{N} + \frac{k^2}{N^2}.$$

Тогда, используя это предположение, имеем

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{N}\right)^{k+1} &= \left(1 + \frac{1}{N}\right)^k \left(1 + \frac{1}{N}\right) < \left(1 + \frac{k}{N} + \frac{k^2}{N^2}\right) \left(1 + \frac{1}{N}\right) = \\ &= 1 + \frac{k+1}{N} + \frac{k^2+k}{N^2} + \frac{k^2}{N^3} < 1 + \frac{k+1}{N} + \frac{k^2+k}{N^2} + \frac{(k+1)N}{N^3} = \\ &= 1 + \frac{k+1}{N} + \frac{(k+1)^2}{N^2}. \end{aligned}$$

(во втором неравенстве мы использовали тот факт, что  $k < N$ ).

Итак, мы доказали справедливость неравенства (1) при  $n = k + 1$ .

Таким образом, неравенство (1) доказано при всех  $n \in [1 \dots N]$ .  $\square$

### § 2. Раздельная индукция

Пусть надо доказать справедливость некоторого утверждения  $P(n)$  при всех  $n \in [n_0 \dots + \infty)$ . Поступим следующим образом. Представим множество  $[n_0 \dots + \infty)$  в виде объединения нескольких (обычно попарно непересекающихся) множеств:

$$[n_0 \dots + \infty) = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_t, \quad (2)$$

где каждое из множеств  $A_i$ ,  $i \in [1..t]$ , является множеством значений некоторой арифметической прогрессии:

$$A_i = \{a_i + d_i m \mid m \in \mathbb{N} \cup \{0\}\} \quad (a_i \in \mathbb{Z}; d_i \in \mathbb{N}). \quad (3)$$

После этого по-отдельности применим метод математической индукции (с шагом  $d_i$  по переменной  $n$ ) для доказательства справедливости утверждения  $P(n)$  при всех  $n \in A_i$  (для каждого  $i \in [1..t]$ ). Тем самым в результате будет доказана справедливость утверждения  $P(n)$  при всех  $n \in [n_0..+\infty)$ .

Описанную модификацию метода математической индукции мы будем называть *раздельной индукцией*. Простейшим (и в то же время наиболее важным) вариантом раздельной индукции является так называемая индукция «от  $k$  к  $k+2$ », когда множество  $[n_0..+\infty)$  представляется в виде объединения двух непересекающихся множеств: множества четных чисел и множества нечетных чисел.

Перейдем к строгой формулировке рассматриваемой модификации метода математической индукции.

**Модификация 2** (раздельная индукция).

Пусть дано утверждение  $P(n)$ ,  $n \in [n_0..+\infty)$ , пусть имеют место соотношения (2) и (3) и пусть

- 1) (база индукции) утверждение  $P(n)$  истинно при любом  $n = a_i$ ,  $i \in [1..t]$ ;
- 2) (шаг индукции) при любом  $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  из предположения, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = a_i + d_i m$ , следует, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = a_i + d_i(m+1)$  (для каждого  $i \in [1..t]$ ).

Тогда утверждение  $P(n)$  истинно при всех  $n$ .  $\square$

**Модификация 2'** (индукция «от  $k$  к  $k+2$ »).

Пусть дано утверждение  $P(n)$ ,  $n \in [n_0..+\infty)$ , и пусть

- 1) (база индукции) утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = n_0$  и при  $n = n_0 + 1$ ;
- 2) (шаг индукции) при любом  $k \in [n_0..+\infty)$  из предположения, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k$ , следует, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k + 2$ .

Тогда утверждение  $P(n)$  истинно при всех  $n$ .  $\square$

Рассмотрим задачу, которую можно решить с помощью раздельной индукции.

**Задача 2.** Доказать, что при любом  $n \in \mathbb{N}$  число  $n!$  можно представить в виде произведения двух чисел, различающихся не более чем вдвое.  $\square$

(Источник: [2], стр. 26, задача 5, автор С. Конягин.)

**Решение.**

База индукции. При  $n = 1$  и при  $n = 2$  утверждение задачи справедливо, поскольку  $1! = 1 = 1 \cdot 1$  и  $2! = 2 = 1 \cdot 2$ .

Шаг индукции. Предположим, что утверждение задачи справедливо при  $n = k$ , то есть  $k! = ab$ , где  $\frac{a}{b} \leq 2$  и  $\frac{b}{a} \leq 2$ . Не ограничивая общности можно считать, что  $a \leq b$ . Имеем:

$$(k+2)! = k!(k+1)(k+2) = ab(k+1)(k+2) = a(k+2) \cdot b(k+1). \quad (4)$$

В формуле (4) мы представили число  $(k+2)!$  в виде произведения двух чисел: числа  $a(k+2)$  и числа  $b(k+1)$ . Покажем, что эти числа различаются не более чем вдвое. Имеем:

$$\frac{a(k+2)}{b(k+1)} < \frac{a(2k+2)}{b(k+1)} = 2 \frac{a}{b} \leq 2; \quad \frac{b(k+1)}{a(k+2)} < \frac{b(k+2)}{a(k+2)} = \frac{b}{a} \leq 2.$$

Итак, мы доказали справедливость утверждения задачи при  $n = k + 2$ .  
 Таким образом, утверждение задачи доказано при всех натуральных  $n$ .  $\square$

### § 3. Двусторонняя индукция

Метод математической индукции может быть использован для доказательства справедливости некоторого утверждения при всех целых значениях параметра  $n$  (а не только при  $n \in [n_0 \dots + \infty)$ ). Приведем формулировку соответствующей модификации метода математической индукции.

**Модификация 3** (двусторонняя индукция).

Пусть дано утверждение  $P(n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , и пусть

- 1) (база индукции) утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = n_0$ ;
- 2) (шаг индукции вправо) при любом  $k \in [n_0 \dots + \infty)$  из предположения, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k$ , следует, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k + 1$ ;
- 3) (шаг индукции влево) при любом  $k \in (-\infty \dots n_0]$  из предположения, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k$ , следует, что утверждение  $P(n)$  истинно при  $n = k - 1$ .

Тогда утверждение  $P(n)$  истинно при всех  $n$ .  $\square$

Рассмотрим задачу, которую можно решить с помощью двусторонней индукции.

**Задача 3.** Пусть  $a, b, c$  — корни многочлена

$$p(t) = t^3 - 3t + 1. \quad (5)$$

Доказать, что при любом  $n \in \mathbb{Z}$  число

$$x_n = a^n + b^n + c^n \quad (6)$$

является целым числом, причем это число делится на 3.  $\square$

(Источник. Задача составлена автором статьи. Исходной идеей для составления задачи послужила задача M725, [3], стр. 36.)

**Решение.** Согласно формулам Виета для корней многочлена третьей степени, имеют место следующие равенства:

$$a + b + c = 0, \quad ab + ac + bc = -3, \quad abc = -1. \quad (7)$$

Найдем числа  $x_0, x_1, x_2$  и убедимся, что они действительно являются целыми числами, делящимися на 3:

$$x_0 = a^0 + b^0 + c^0 = 1 + 1 + 1 = 3; \quad x_1 = a^1 + b^1 + c^1 = a + b + c = 0; \quad (8)$$

$$x_2 = a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + ac + bc) = 0^2 - 2(-3) = 6. \quad (9)$$

Выведем теперь рекуррентное соотношение, связывающее числа  $x_n$ .

Поскольку число  $a$  является корнем многочлена (5), то имеет место равенство  $a^3 - 3a + 1 = 0$ . Домножим это равенство на  $a^k$ , где  $k$  — произвольное целое число:

$$a^{k+3} - 3a^{k+1} + a^k = 0. \quad (10)$$

Аналогичные равенства справедливы также для чисел  $b$  и  $c$ . Записав эти равенства и сложив их почленно с равенством (10), приходим к следующему равенству:

$$x_{k+3} - 3x_{k+1} + x_k = 0. \quad (11)$$



Используем равенство (11) для того, чтобы доказать утверждение задачи с помощью двусторонней индукции глубины 3.

База индукции. При  $n = 0$ ,  $n = 1$  и  $n = 2$  утверждение задачи верно (см. формулы (8) и (9)).

Шаг индукции вправо. Предположим, что числа  $x_k, x_{k+1}, x_{k+2}$  являются целыми числами, делящимися на 3, и докажем, что тогда число  $x_{k+3}$  тоже является целым числом, делящимся на 3. Но, собственно, доказывать здесь почти нечего, так как это сразу вытекает из равенства (11), если его переписать в виде  $x_{k+3} = 3x_{k+1} - x_k$ .

Шаг индукции влево. Предположим, что числа  $x_k, x_{k-1}, x_{k-2}$  являются целыми числами, делящимися на 3, и докажем, что тогда число  $x_{k-3}$  тоже является целым числом, делящимся на 3. Но, собственно, доказывать здесь также почти нечего, так как это сразу вытекает из равенства (11), если в нем заменить  $k$  на  $k - 3$  и переписать его в виде  $x_{k-3} = 3x_{k-2} - x_k$ .

Таким образом, доказано, что при всех целых  $n$  число  $x_n$  является целым числом, причем это целое число делится на 3.  $\square$

### Заключение

В нашей статье мы рассмотрели три «нестандартные» модификации метода математической индукции: индукция по отрезку, отдельная индукция и двусторонняя индукция. Разумеется, существуют и другие модификации метода математической индукции, например, возвратная индукция, которая может быть использована, в частности, для доказательства классического неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим  $n$  положительных чисел.

Важно понимать, что метод математической индукции — это достаточно мощный и надежный инструмент решения математических задач и доказательства математических утверждений. Однако таким инструментом он становится лишь в руках подготовленного и грамотного пользователя. Поэтому крайне важно научить школьников и студентов самым разным тонкостям и нюансам метода математической индукции, самым разным модификациям этого метода.

Иногда задача допускает несколько решений: с помощью метода математической индукции и без его использования. В этом случае чрезвычайно полезно сравнить получаемые решения с различных точек зрения: быстрота, универсальность, эстетическая привлекательность, естественность и убедительность для обучающихся и т. д. При этом целесообразно как можно активнее привлекать школьников и студентов к самостоятельному составлению задач, к поиску различных путей их решения и к последующему анализу найденных решений.

И еще. Существуют задачи, в которых не удастся применить метод математической индукции, либо этот метод оказывается неэффективным или малоэффективным (например, из-за своей трудоемкости). Очень важно уметь быстро распознавать такие ситуации и применять для решения таких задач другие, более адекватные этим задачам методы и приемы решения.

Автор надеется, что данная статья заинтересовала читателей и будет очень благодарен за любые комментарии или замечания по затронутым нами вопросам.

### Литература

- [1] Квант: научно-популярный физико-математический журнал. 2003. № 4.
- [2] Квант: научно-популярный физико-математический журнал. 2001. № 2.
- [3] Квант: научно-популярный физико-математический журнал. 1982. № 8.

# О СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН ДЛЯ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Назиев А. Х.

*Рязанский государственный университет имени С. А. Есенина*

*e-mail: a.naziev@rsu.edu.ru*

**Аннотация.** В статье отмечается, что в системе математических дисциплин для подготовки школьного учителя математики отсутствуют дисциплины, формирующие представление о единстве математики, и указываются дисциплины, которыми её следует дополнить.

*Ключевые слова:* Учитель математики, подготовка, математические дисциплины

**Abstract.** We turn attention to the gap in the traditional system of mathematical subjects for preparing of mathematics teachers, namely, to the lack of disciplines forming the idea of the unity of mathematics. To remove this defect, we propose to add to the system two new discipline.

*Key words:* Mathematics teacher, preparing, mathematical subjects

## Чему учить будущего учителя математики?

Гуманитарная ориентация преподавания математики в школе с неизбежностью приводит к гуманитарной ориентации преподавания математики в педагогических университетах (а также на педагогических отделениях классических университетов; далее те и другие для краткости будем называть педвузами). В школьном образовании центр тяжести смещается с изучения математики на образование математикой. Точно так же подготовка учителя математики должна быть переориентирована с усвоения содержания математических дисциплин на обучение преподаванию математики средствами этих дисциплин.

Это приводит к следующему ответу на вопрос, поставленный в названии пункта:

*будущего учителя математики нужно учить преподаванию математики.*

Наш ответ может показаться тривиальным, однако он не настолько тривиален, насколько кажется. В нём содержится по меньшей мере три ценных указания: 1) будущего учителя математики *нужно учить*; 2) его нужно учить *преподавать* и 3) преподавать — именно *математику*. Ни одно из этих положений мы бы не назвали общепризнанным.

В справедливости первого сомневаются довольно многие студенты. Они абсолютно уверены, что учиться в педвузе нечему. Придут в школу, возьмут в руки учебник — и станут учителями.

И их трудно в этом упрекнуть, потому что, во-первых, даже Премьер говорит, что нужно смелее привлекать к преподаванию в школе лиц, не имеющих педагогического образования. А, во-вторых, немалое число преподавателей математики педвузов явно или неявно сомневается в справедливости второго и третьего положений. Чтобы убедиться в этом, достаточно заглянуть в существующие учебники основных математических курсов

для педвузов и посетить занятия по этим предметам. Мы увидим, что авторы учебников и преподаватели математических дисциплин с увлечением обучают студентов *своим предметам*: алгебре и теории чисел, геометрии, математическому анализу и т. д. Мы же утверждаем, что все они должны обучать будущего учителя математики одному и тому же — *преподаванию математики*, с той лишь разницей, что каждый из них будет делать это на материале своего курса.

Так же, как школьный учитель математики, преподавая математику, должен понимать, что главное для большинства учеников заключается отнюдь не в самой математике, а в той роли, которую она играет в их образовании, так и преподаватель того или иного раздела математики, излагая будущим учителям свой предмет, должен понимать, что главное для большинства его студентов заключается не в самом этом предмете, а в той роли, которую он сыграет в становлении их как учителей математики. По этому поводу Б. В. Гнеденко в 1989 году писал:

“Мне известны многочисленные случаи, когда с первых лекций преподавание курса математического анализа подчинено единственной цели — подготовке изложения в идейном отношении последующих глав математики — многомерного и функционального анализа. Мне кажется, что основная задача курса пединститут (а также педагогических отделений университетов) состоит в другом — подготовке увлечённого, знающего и умеющего преподавать учителя” [1].

За минувшие годы мало что изменилось. Нередко и сейчас ещё читаются в педвузах математические курсы, в которых трудно обнаружить хоть какие-нибудь указания на связь изучаемого материала со школьной математикой или её преподаванием. А нужны даже не эти указания, не просто связь преподаваемого с предстоящей деятельностью будущего учителя. Каждый математический курс педвуза должен изучаться в органическом единстве с преподаванием математики в школе, только тогда студент ощутит необходимость этого курса для его становления как учителя и увидит пользу для своей будущей работы, которую он может извлечь, затрачивая силы на его изучение.

Однако и этого при нынешнем содержании курса математики педвузов ещё не достаточно. Традиционный курс математики педвуза состоит из нескольких дисциплин, которые в силу сложившихся стереотипов преподавания почти полностью не зависят одна от другой. Это приводит к отсутствию у подавляющего большинства выпускников пединститута единого взгляда на математику (в том числе — и школьную), что со всей очевидностью демонстрируется из года в год на государственных экзаменах. Математика представляется нашим студентам и выпускникам в виде набора разрозненных теорий, которые не только не связаны между собой, но кое в чём даже противоречат друг другу (а кафедры, в ведении которых находятся эти теории, нередко ещё и враждуют между собой). Необходимы курсы общематематического характера. Таких курсов в системе математических дисциплин педвуза в настоящее время нет. Их должно быть, как минимум, два. Один — на начальном этапе обучения, обобщающий и систематизирующий курс математики средней школы, другой — на завершающем этапе обучения, обобщающий и систематизирующий весь математический багаж будущего учителя математики. Этим целям могут успешно служить разработанные автором (см. [2–5]) *Вводный курс математики* для начинающих первокурсников и *Курс оснований математики* для завершающего этапа обучения.

## Вводный курс математики

Помимо уже отмеченной выше “интегрирующей” функции *Вводный курс математики* имеет и другое важное назначение: помочь начинающему первокурснику перейти от школьного уровня математики к вузовскому и приобрести опыт и знания, необходимые для всего его последующего обучения в вузе.

То, что первый семестр обучения на физико-математическом факультете педвуза, — самый трудный, известно давно. Однако дальше констатации наличия трудностей дело обычно не идёт. Во всяком случае, нам не известны работы, в которых бы указывались причины, порождающие эти трудности. Мы видим четыре таких причины. Первая — это резкое, по сравнению со школой, увеличение недельной нагрузки по математике. Даже если бы это была прежняя “школьная” математика, скачок был бы весьма ощутим. Но это ещё и во многом “другая” математика, имеющая по меньшей мере три отличия от школьной: а) в значительной степени новый язык изложения; б) значительно бóльшая абстрактность изучаемого материала; в) значительно более высокий уровень строгости формулировок (аксиом, определений, теорем) и доказательств. Всё это обрушивается на первокурсника с первых же дней обучения, образуя своеобразный барьер:

Обилие нового материала
Новизна языка изложения
Бóльшая абстрактность материала
Более высокий уровень строгости рассуждений

,

— благополучно преодолеть который удаётся далеко не всем студентам. Чтобы помочь им в этом, мы преобразуем “барьер” в “лестницу”:

Обилие нового материала
Новизна языка изложения
Бóльшая абстрактность материала
Более высокий уровень строгости рассуждений

.

Начало основных курсов *Алгебры и теории чисел* и *Математического анализа* отодвигается на второй семестр. В первом семестре изучаются только два математических курса: *Геометрия* (4 часа в неделю) и *Вводный курс математики* (8 часов в неделю). Этим ликвидируется первая из названных выше причин — перегрузка математикой. Разделение остальных осуществляется уже в рамках ВКМ.

Изучая ВКМ, студент сначала на знакомом материале привыкает к более высокому уровню строгости рассуждений, затем, опять же с помощью знакомого материала, поднимается на более высокий уровень абстрактности изложения, потом овладевает новыми для него элементами языка, и лишь после этого переходит к изучению действительно нового материала, обладающего сразу тремя названными особенностями. При этом содержание курса: действительные числа, координаты, логика, множества, числа натуральные, целые, рациональные, комбинаторика, — и методика его преподавания не только обеспечивают достижение указанных целей, но и помогают студенту реально ощутить единство математики и получить “целостный настрой” на последующее обучение, а также приобрести знания и опыт, необходимые для его дальнейшей работы.

## Курс оснований математики

Рассматривая проблему подготовки учителей математики, А. Пуанкаре писал:

“Наряду с будущими инженерами имеются ученики, . . . которые должны стать учителями. Последние должны дойти до конца: для них прежде всего обязательно глубокое и строгое изучение основных принципов” [6, С. 360].

Глубоким и строгим изучением основных принципов математики занимается научная дисциплина, называемая основаниями математики. Она исследует содержание и методы математики, её предпосылки и конечные цели, а также отношения математики с другими областями знания и границы, отделяющие математику от этих областей в отношении содержания и методов. Важнейшая цель оснований математики — создание концепции математики и построение её в соответствии с этой концепцией исходя из простейших и наиболее достоверных предпосылок.

В течение долгого времени вопросы оснований математики изучались в педвузовском курсе разрозненно и несистематично. Общие вопросы оснований изучались (вернее, должны были бы изучаться) в курсе математической логики, основания геометрии — в курсе геометрии, основания арифметики — в курсе числовых систем. При этом основания геометрии изучались до изучения математической логики, а основания арифметики — хотя и после, но почти совершенно независимо от неё. Вопросы обоснования анализа, “спасению” которого, собственно, и были посвящены все проекты обоснования математики, в пединститутских курсах никогда даже не поднимались.

Предлагаемый курс призван исправить это положение. Он, естественно, отличается от возможных курсов с таким же названием для университетов или других вузов. Разрабатывая его, мы считали недопустимым, чтобы в него входили вопросы, пусть даже исключительно важные с точки зрения теории или её приложений, но не связанные со школьным курсом математики, и в то же время не входили темы, явно или неявно присутствующие в работе учителя математики, хотя бы они и не представляли в настоящее время особого интереса для специалистов по основаниям математики или математической логики.

На окончательный выбор тем существенно повлиял опыт чтения лекций и проведения практических занятий в пединституте и, особенно, опыт работы в институте усовершенствования учителей. Именно в общении с учителями, вникая в их затруднения, анализируя причины этих затруднений и стараясь помочь им преодолеть их, автор пришёл к выводу о необходимости единого курса оснований математики и о том, какой должна быть его программа. Благодаря этому автор может с чистой совестью сказать, что каждая тема, включённая в предлагаемый курс *Курс*, либо непосредственно связана со школьным курсом математики, либо необходима для рассмотрения какой либо темы, непосредственно связанной с ним.

Таким образом, предлагаемый курс является не просто курсом оснований математики, но курсом оснований математики *для учителей* (будущих и настоящих), причём курсом — именно *оснований математики*, а не *разговоров* о них (хотя такие разговоры, разумеется, неизбежны и занимают в курсе немало места). В этом отношении главная цель курса заключается в фактическом построении математики, начиная с оснований: от умения писать и читать до основных результатов тех математических теорий, фрагменты которых явно или неявно присутствуют в школьной математике. И делается это — в органическом единстве с обучением будущих учителей преподаванию математики.

## Система математических дисциплин педвуза

Благодаря *Вводному курсу математики* и *Курсу оснований математики* система математических дисциплин педвуза приобретает определённую, единство и равновесие.

В	Алгебра и теория чисел	К
	Геометрия	
К	Математический анализ	О
	Теория вероятностей	
М	Элементарная математика	М
	...	

“На входе” студенты изучают *Вводный курс математики* (ВКМ), который помогает им перейти от школьного обучения математике к вузовскому, формирует убеждение в единстве и целостности математики и позволяет приобрести опыт, необходимый для всего их последующего обучения. Затем они изучают, увы, разрозненные математические дисциплины, читаемые на разных математических кафедрах, а в заключение обучения, в *Курсе оснований математики* (КОМ), “собирают вместе” все приобретённые знания, приводят их в систему, и возвращаются к прежней убеждённости в единстве математики, включая всё изученное в вузе и всё то, с чем им предстоит иметь дело в их последующей работе в школе.

Опыт внедрения описанной системы в Рязанском государственном педагогическом университете показал её эффективность. Значительно снизился “отсев” студентов, повысилась их методологическая, логическая и математическая грамотность, стали более осмысленными и уверенными их ответы на вопросы, требующие устойчивых представлений о единстве математики, возросло умение применять изученное в вузе к анализу и оценке происходящего в школьной математике.

К сожалению, внедрение стандартов ВПО второго и третьего поколений с заранее предписанным перечнем наименований дисциплин привело к исчезновению предлагаемых курсов из учебных планов. С появлением стандартов поколения 3+ появляется возможность их вернуть, а ЕГЭ-изация школьной математики и её катастрофические последствия для уровня математической подготовки выпускников школы делают это возвращение не только актуальным, но и злободневным.

### Литература

- [1] Б. В. Гнеденко. Об образовании преподавателя математики средней школы // *Математика в школе*. — 1989, № 3. — С. 19–22.
- [2] А. Х. Назиев. Гуманитаризация основ специальной подготовки учителей математики в педагогических вузах: Дисс. ... докт. пед. наук. — Москва, МПГУ, 2000. (Электронный вариант размещён на персональной странице автора. Код доступа: <http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/DissB/DissB.pdf>.)
- [3] А. Х. Назиев. Гуманитарно ориентированное преподавание математики в общеобразовательной школе. — Рязань: Изд-во РИРО, 1999. (Электронный вариант размещён

на персональной странице автора. Код доступа: <http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/HumEd/HumEd.pdf>)

- [4] А. Х. Назиев. Вводный курс математики. 1: Действительные числа. Координаты. Учебное пособие // Рязань: Изд-во РГПУ, 1999. (Электронный вариант размещён на персональной странице автора. Код доступа: [http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/ICM/ICM\\_Part1.pdf](http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/ICM/ICM_Part1.pdf))
- [5] А. Х. Назиев. Вводный курс математики. 2а: Логика. Учебное пособие // Рязань: Изд-во РГПУ, 2000. (Электронный вариант размещён на персональной странице автора. Код доступа: [http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/ICM/Icm\\_ch3.pdf](http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/ICM/Icm_ch3.pdf))
- [6] А. Пуанкаре. О науке. — М.: Наука, 1983.
-

# ВОЗМОЖНЫЕ ПУТИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УЧЕБНОГО И НАУЧНОГО ПРОЦЕССОВ ВО ВТУЗЕ

Пунтус А.А.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия, artpuntus@yandex.ru*

**Аннотация.** В данном докладе рассматриваются формы активного соединения учебного и научного процессов при подготовке высококвалифицированных специалистов в высшей школе. Основная цель такого взаимодействия состоит в привитии будущим инженерам навыков научного подхода к решаемым инженерным задачам.

*Ключевые слова:* учебный процесс, научная работа студентов, индивидуальная форма обучения, современные методы преподавания математических дисциплин, прикладные задачи высшей математики, подготовка квалифицированных специалистов.

**Abstract.** In this talk we discuss forms of active combinations of educational and research processes in preparation of highly qualified specialists at universities. The fundamental goal of such combinations revolves around acquisition of skills of the scientific method for solving engineering problems.

*Key words:* the learning process, the scientific work of students, individual training form, modern methods of teaching mathematical disciplines, applied problems of higher mathematics, training of qualified specialists.

Содержанием данного доклада является накопленный автором многолетний опыт по преподаванию отдельных разделов высшей математики на факультете прикладной математики и физики Московского авиационного института (национального исследовательского университета) и одновременно активное привлечение студентов к научно-исследовательской работе. Успешная реализация цели усвоения материала курсов высшей математики достигается как автором, так и его коллегами тремя путями, а именно: использование современных методов преподавания математических дисциплин, привлечение наиболее продвинутых студентов к активной научно-исследовательской работе и, наконец, оправдавшая себя такая эффективная форма, как проведение обучения студентов по индивидуальному учебному плану. Важную роль в развитии самостоятельной научно-исследовательской деятельности студентов играют выполняемые студентами в рамках проводимого учебного процесса содержательные, ориентированные на исследование или решение прикладных задач, индивидуальные задания. Последовательное выполнение этих заданий требует от студентов самостоятельного расширения знаний и развития навыков творческой научно-практической деятельности. Основная цель такого подхода к учебному процессу состоит в привитии будущим инженерам навыков квалифицированных научных способностей к решению инженерных задач. По итогам такого практического взаимодействия учебного и научного процессов студенты имеют возможность участвовать в различных конкурсах студенческих научно-исследовательских работ, в научных или научно-практических конференциях и семинарах факультета, института и конференциях более высокого уровня и, кроме того, студенты могут представлять полученные ими законченные научные результаты к опубликованию в виде научных статей. Комплексное использование различных форм педагогического процесса, активное сочетание учебного и научного подхода в подготовке студентов, позволяют выпускать из стен вуза высококвалифицированных специалистов.

Опыт реализации процесса активного соединения учебного и научного процессов в Московском авиационном институте показал, что основной целью данного взаимодействия учебной и научной деятельности при подготовке специалистов во втузе



является привитие будущим инженерам навыков научного подхода к решаемым инженерным задачам. Этой конечной цели и должно быть подчинено всё построение соответствующего учебного процесса. Казалось бы меньше всего возможностей для взаимодействия научного и учебного процессов открывается в традиционных курсах, входящих в цикл фундаментальной общеинженерной подготовки. Однако и эти возможности не следует упускать. Здесь, прежде всего, следует использовать все возможности для иллюстрации связи учебного процесса с будущей производственной или научно-производственной деятельностью. В частности, при преподавании фундаментальных дисциплин постоянно включаются примеры приложений материала преподаваемых дисциплин в прикладных задачах физики, механики и техники. Важную роль в развитии первых навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности студентов играют задания по выполнению расчётно-графических, лабораторных и курсовых работ по учебным дисциплинам. Решение этих заданий можно получить известными традиционными методами, которые требуют от студентов самостоятельного расширения знаний на основе не только изучаемой учебной дисциплины, но и изучения дополнительной учебной или специальной литературы.

Активному взаимодействию учебного и научного процессов в значительной мере способствует такой вид самостоятельной работы студентов на базе научно-исследовательских работ, как лабораторные и курсовые работы. Это наиболее удобная форма учебных занятий, позволяющая включать в эти работы элементы исследовательской деятельности. А именно этому способствует тот факт, что элементы поиска в лабораторных и курсовых работах дают возможность каждому студенту испытать себя в качестве исследователя. В соответствующие учебные курсовые и лабораторные работы включаются различные виды исследовательского подхода к решению в работах поставленной задачи, анализ состояния вопроса, проведение расчёта, оформление его результатов, получение необходимых окончательных результатов и необходимых выводов. Чтобы в большей степени способствовать развитию у студентов исследовательских навыков в выполнении как лабораторной, так и курсовой работы, эти работы должны содержать познавательную часть, которая способствует лучшему усвоению соответствующего раздела курса. Кроме того, эти работы должны содержать также, в определенной степени, исследовательскую часть, связанную, например, с обоснованным выбором для данной задачи вычислительного алгоритма с последующим выполнением её расчётной части. Желательно, чтобы соответствующие курсовые и лабораторные работы базировались на тематике и возможно материальной части научных разработок коллектива кафедры. При выполнении таких лабораторных и курсовых работ студентам разъясняется цель соответствующих исследований при их выполнении и методика проведения в них расчётной части. Каждая группа студентов получает задание, в котором по возможности учитываются индивидуальные склонности и интересы студентов, а также их научная работа на предшествующих младших учебных курсах. При выполнении студенческих научно-исследовательских работ в рамках выполнения заданий учебных лабораторных и курсовых работ студенту задаются необходимые соответствующие условия работы исследуемой системы и указываются возможности самостоятельного выбора её структуры и элементов. Студенту рекомендуется методика исследования с подбором возможно определённой дополнительной литературы, для чего в этом случае в методические указания по соответственно лабораторным или курсовым работам включаются индивидуальные задания по тематике рекомендуемых творческих научных исследований. Таким образом, в результате выполнения учебных лабораторных и курсовых работ не только закрепляются теоретические знания, но и приобретаются навыки проведения самостоятельных научно-практических исследований. Опыт выполнения таких работ показал, что проведение лабораторных и курсовых работ наиболее рационально, когда отдельные соответствующие работы выполняются в

логической последовательности и объединяются в общий практикум с единым научным исследовательским заданием.

Особую роль играют входящие в структуру учебного плана подготовки специалистов во втузе выполняемые студентами вычислительная и исследовательская практики. Студенты выполняют по данным практикам задания, ориентированные на решение прикладных задач, причём для их решения студентам необходимо провести необходимое математическое моделирование, затем, в случае вычислительной практики, выбрать необходимый численный метод, разработать вычислительный алгоритм, сформировать блок-схему программы, реализовать программу вычисления с использованием вычислительной техники, проанализировать полученные результаты и сделать необходимые выводы. В случае же исследовательской практики, выполняемой на старших курсах обучения, соответствующее задание требует от студента помимо всех тех требований, которые он реализует в процессе вычислительной практики, более глубокого исследования полученной математической модели заданной прикладной задачи. Это исследование включает в себя не только оптимальную программную реализацию, но и, с использованием физико-математического аппарата изученных фундаментальных дисциплин, исследование свойств данной модели, таких как единственность, гладкость и устойчивость решений, сходимости и устойчивость применяемого вычислительного алгоритма, и, наконец, определение необходимой точности полученного результата и т.п. Изучая или выбирая метод решения поставленной задачи прикладного характера, студент знакомится как с отечественной, так и зарубежной литературой по данному вопросу, при этом он должен проанализировать достоинства и недостатки выбранного для решения поставленной задачи метода, сравнивая его с другими возможными методами решения задачи. Выполняя необходимое математическое обеспечение для реализации исследования поставленной задачи, студенту необходимо воспользоваться современными принципами создания математического обеспечения в аналогичных ситуациях. Кроме того, студент рассматривает различные возможные варианты построения необходимого математического обеспечения, из которых следует выбор лучшего и обоснование данного выбора. Обязательным является также построение во время практики соответствующего программного модуля для решения поставленной задачи и его реализация с использованием современной вычислительной техники.

Более широкие возможности для развития связи учебного и научного процессов открывают различные специальные курсы, которые разрабатываются на выпускающих кафедрах по направлению специализации подготовки её выпускников и включаются решением Совета факультета в учебный план. Лекции по предметам спецкурсов, с одной стороны, предоставляют возможность преподавателю разработать актуальную область научных и прикладных знаний. С другой стороны, это позволяет реализовать по данным спецкурсам подготовку специалистов кафедрой с учётом возможности проведения соответствующих научных исследований. Разрабатывая соответствующий специальный курс, его автор, преподаватель не только добавляет в учебный процесс новую область знаний, но обучая студентов, привлекает их к освоению данной учебной дисциплины и способствует реализации их практических навыков в этой новой для них области знаний. В таких лекционных специальных курсах часто находят отражение результаты выполненных, а иногда и только ещё проводимых на кафедре научно-исследовательских работ по актуальной научно-прикладной тематике. Таким образом, студенты оказываются вовлеченными в святая святых науки – «кухню» научных исследований. При этом одновременно открываются возможности для привлечения желающих студентов к проводимым научно-прикладным исследованиям. Всегда полезно, чтобы, если не по каждому специальному курсу, то хотя бы по двум-трем родственным специальным курсам, проводились специальные семинары для студентов, на которых бы как студенты, так и преподаватели, участвующие в данном семинаре, делали научные доклады или

выступления как реферативного плана, так и по результатам выполненных или, в порядке обсуждения, выполняемых научно-исследовательских работ.

Индивидуальная форма обучения студентов в Московском авиационном институте является реализацией развития всех существовавших к этому времени эффективных учебно-научных форм подготовки квалифицированных специалистов на реальной базе научно-исследовательских работ. С другой стороны, данная форма соответствует требованиям времени по индивидуализации и интенсификации процесса обучения, органичному использованию возможности развития навыков научно-практической работы в учебном процессе. Подключение студентов к такой форме проводится на основе конкурсного целевого отбора по рекомендации профилирующих кафедр, с утверждением на Учёном Совете факультета и с последующим приказом по институту. К конкурсному отбору допускаются только студенты, успешно справляющиеся с учебным планом и имеющие существенные достижения в личной научно-исследовательской творческой деятельности. К конкурсному отбору допускаются только студенты, которые успешно справляются с учебным планом и имеют существенные достижения в научно-исследовательской творческой деятельности. Данная индивидуальная форма подготовки способствует своевременному выявлению наиболее талантливых и творчески одарённых студентов, требующих дополнительного внимания и обеспечения необходимых условий для наиболее эффективного творческого их развития в соответствующем направлении, воспитанию из них профессионально глубоко и всесторонне подготовленных творческих специалистов с активной жизненной позицией. Наличие в таком случае научного руководителя у студента, обучающегося по данному индивидуальному плану, является естественным, необходимым и обязательным условием. Руководитель такого студента не только является его старшим консультантом и наставником творческого роста, но и становится в итоге, как правило, в дальнейшем, по окончании студентом института, его научным руководителем как аспиранта. Реализация индивидуальной формы обучения студентов в Московском авиационном институте, как эффективной организационной формы синтеза обучения и развития навыков творческой научно-исследовательской работы студентов, является приоритетным направлением в системе подготовки студентов и характеризуется следующим показателем. Только на одном факультете прикладной математики и физики в последние годы подавляющее большинство выпускников, поступивших в аспирантуру, будучи студентами, сочетали успешную учёбу с научной работой на основе индивидуальной формы обучения.

Преддипломная практика проводится после завершения полного теоретического и практического курса обучения непосредственно перед выполнением дипломной работы. Роль преддипломной практики особенно высока, так как она играет важнейшую роль в формировании специалиста современного высокого уровня. В период преддипломной практики студенты приобретают опыт самостоятельной практической деятельности, расширяют кругозор в области применения прикладных методов освоенных учебных дисциплин и современной вычислительной техники в конкретных инженерных задачах, расширяют свой творческий научно-технический кругозор, в большей степени самостоятельно подбирают и осваивают необходимый материал для выполнения дипломной работы. Основное направление работы студента определяется как темой дипломной работы, так и соответствующим заданием на преддипломную практику. Во время преддипломной практики студент изучает литературу, осваивает необходимые для решения поставленной задачи математические методы, знакомится с математическими средствами, реализующими методы проектных и инженерно-технических расчётов, с программами для графических построений. Знакомится с системами математического обеспечения, со средствами проведения анализа этих систем и их возможной модернизации, приобретает практические навыки и умения, определяемые целями практики и квалификационной характеристикой специальности подготовки, разрабатывает блок-схемы математического обеспечения, составляет и отлаживает

сервисные программы и программные модули, входящие в пакет программ для поставленной задачи. Далее составляет и отлаживает программы решения модельной задачи, позволяющие отработать алгоритм выбранного метода, проводит расчёт с использованием вычислительной техники, получает решение модельной задачи. Наконец, творчески подбирает материалы, которые в дальнейшем используются в дипломной работе, проявляет и развивает исследовательские способности в решении поставленной задачи.

Завершением всего периода обучения является выполнение дипломного проекта или дипломной работы, основой которой, как правило, является реальная тематика института или базовой организации. Эта работа в большинстве случаев является творческим научно-исследовательским результатом, составляющим законченное исследование, основу научной статьи, конкурсной студенческой научно-исследовательской работы, которые характеризуют такого студента – дипломника – выпускника института, как сложившегося квалифицированного специалиста, способного к самостоятельной научно-практической творческой деятельности.

Итак, комплексное использование различных форм педагогического процесса, активное сочетание учебного и научного подхода в подготовке студентов, позволяют выпускать из стен вуза высококвалифицированных специалистов. При этом пополнение рядов аспирантов, а, следовательно, в последующем преподавателей и сотрудников коллективов кафедр вуза практически может полностью обеспечиваться его выпускниками.

### Литература

1. Пунтус А.А. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2014. 364 с.
  2. Пунтус А.А. О соединении учебного и научного процессов во вузе. Избранные труды Международной научной конференции «Образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство». Армения, Ереван, 26-30.09.2011. Изд-во Ереванского государственного университета, 2012. С. 245--255.
  3. Пунтус А.А. Проблемы постановки и преподавания математических дисциплин в высшей школе. Труды Международной научной конференции «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство». Армения. Цахкадзор, 24-29.03.2014. Изд-во Цахкадзор, 2014. С.315-318.
-

# АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА МАГИСТРАНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНОЙ И СТАРШЕЙ ШКОЛАХ»

Сафуанов И.С.

*Московский городской педагогический университет,  
Москва, Россия, ngris@rambler.ru*

В статье рассматриваются, как в обучении углублённым вопросам современной алгебры в магистратуре педвуза исследуются важнейшие практические приложения абстрактных понятий этой науки

*Ключевые слова:* математическое образование, педагогическое образование, высшая алгебра

In this paper, advances courses of modern algebra for master programs in pedagogical universities is considered. Important applications of abstract algebra in these courses are discussed

*Keywords:* mathematics education, teacher education, higher algebra

Алгебраическая подготовка магистрантов, обучающихся в Московском городском педагогическом университете в по направлению «Преподавание математики в основной и средней школах», ведётся в рамках курсов «Алгебра» «Общие и прикладные алгебраические структуры», дополняющего и углубляющего основной курс алгебры педагогических вузов.

В основном курсе изучаются следующие темы:

Множества и операции над ними. Мощности множеств. Континуум-гипотеза. Теорема Кантора-Бернштейна.

Операции над кардиналами и порядковыми числами.

Модели и алгебры. Отношения, отображения. Алгебраические системы и подсистемы. Порождающие совокупности. Конгруэнции. Декартовы произведения алгебраических систем.

Группоиды и полугруппы. Квазигруппы и лупы. Группы. Кольца и модули.

Решётки (структуры). Модулярные и дистрибутивные решётки. Алгебры Буля.

В курсе «Общие и прикладные алгебраические структуры» упор делается на приложениях алгебры как внутри математики, так и в других областях знания и деятельности.

Принято считать, что высшая алгебра, преподаваемая в университетах и педагогических вузах, настолько абстрактна, что не имеет никаких приложений, а если какие-то приложения и возможны, то через много поколений. Этот наивный взгляд, скорее всего, обусловлен именно трудностью и глубиной курсов абстрактной алгебры. С другой стороны, в традиционном преподавании не уделяется должного внимания показу возможных приложений предмета, кроме разве что линейной алгебры и теории многочленов, полезность которых рядовому студенту также, в общем, не очень ясна (кроме разве что полезности при решении школьных уравнений их систем).

Среди приложений, разумеется, должны быть и внутриматематические приложения - мостики к новым идеям, темам и понятиям курса. Тем самым будет осуществляться требование предвосхищения принципа концентрированного обучения. Кроме того, должен постоянно поддерживаться *интерес* студентов. Здесь хорошо приложим совет классика психологии У. Джеймса: «Предмет должен быть излагаем так, чтобы обнаруживались все новые стороны его, чтобы он вызывал все новые вопросы» [4, с. 87].

Особенно важно показывать неожиданные приложения математических понятий и результатов в новых областях, в том числе в гуманитарных науках, в искусстве. Обилие неожиданных приложений обусловлено "непостижимой эффективностью математики" [2]. Так, многие конструкции элементарной теории чисел, считавшейся ранее «чистой наукой», ныне широко используются в создании вычислительных алгоритмов и вообще в информатике [6, 9, 10].

Весьма интересны любые приложения бесконечных цепных дробей, начиная с приближений действительных чисел. Здесь можно упомянуть, например, использование подходящих дробей для составления календаря великим поэтом Омаром Хайямом еще в 11 веке (разумеется, Омар Хайям не знал теории цепных дробей, а нашел подходящую дробь, дающую наилучшее приближение, из других соображений). Можно также

отметить, что приближение для длины года в днях  $(365\frac{8}{33} \approx 365 + \frac{24}{99} \approx 365 + \frac{24\frac{1}{4}}{100})$ , что

дает високосные годы каждые четыре года, кроме тех, чей номер делится на 100, но не на 400), также является подходящей дробью к точному значению.

Все это вносит элемент *неожиданности*, стимулирует общекультурное развитие студентов.

Ряд неожиданностей заключен также в разложении квадратного корня из двух в бесконечную цепную дробь. Во-первых, все звенья, кроме первого, равного 1, оказываются равны 2, т. е. числу, из которого извлекается корень. Во-вторых, уже одна из первых подходящих дробей с небольшим знаменателем 99/70 дает приближение с точностью меньше 0,0001.

Еще удивительнее следующий пример: бесконечная цепная дробь [1,1,1,...]. Легко видеть, что ее значение  $\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$  удовлетворяет уравнению  $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$  и

равно  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618$  - это есть *золотое сечение* - число, известное с древности и применявшееся в архитектуре, в живописи и даже в музыке (в некоторых произведениях И. С. Баха). Числители же и знаменатели подходящих дробей к этой цепной дроби представляют собой знаменитые *числа Фибоначчи*.

Кроме того, удивительно приложение цепных дробей к строению музыкальной гаммы [3, 8].

Чрезвычайно интересны различные *арифметические приложения теории сравнений*. Хорошие примеры таких приложений (например, *определение дней недели* через один или несколько лет, проверка вычислений *по модулю 9*) можно найти в книге О. Оре [7] или А. П. Доморяда [5]. Важно, не жалея времени на практических занятиях, проработать на них достаточно большое число задач на эту тему, потому что они содержат много интересных находок, мини-«открытий», способных усилить мотивацию студентов к изучению предмета. Демонстрируется мощь теории сравнений в решении задач на делимость, вычисление остатков при делении огромных чисел. Доказываются признаки делимости на 9 и на 3, общий признак делимости Паскаля и как следствие из него - признак делимости на 11.

Заметим, что некоторые из задач прикладного характера могут служить мостиками к новым конструкциям и идеям. Так, рассматривая приложение теории сравнений – вычисление остатков больших степеней чисел при делении на другие числа, можно заметить, что в некоторых случаях остатки обращаются в единицу, что облегчает дальнейшее вычисление, и таким образом прийти к понятию порядка числа (класса вычетов) по данному модулю.

Богата неожиданными приложениями выросшая из аналитической геометрии и теории систем линейных уравнений *линейная алгебра*. Так, геометрические понятия ортогональности (перпендикулярности), ортогональных базисов играют важную роль в теории разложения функций в *ряды Фурье*, которые можно использовать, например, в исследовании музыкальной гармонии [3]. Теорию собственных векторов и собственных значений можно использовать, с одной стороны, для решения дифференциальных уравнений, возникающих в физико-технических приложениях, и, с другой стороны, в факторном анализе и многомерном шкалировании, применяемых в гуманитарных исследованиях – прежде всего в психологии. Рассматривая *симметрические многочлены*, мы обсуждаем разнообразные их применения для школьных алгебраических задач (для разложения многочленов на множители и даже для решения *иррациональных уравнений*).

Важное место в курсе занимает является линия «Группы – Поля – Конечные поля – Групповые коды – Полиномиальные коды – Коды Боуза-Чоудхури-Хоккенгема». Последняя из названных тем – венец этой линии. Именно при изучении кодов Боуза-Чоудхури-Хоккенгема (короче – БЧХ-кодов) можно увидеть всю мощь приложений абстрактной алгебры в сугубо практической области, пронизывающей все стороны современной жизни. Как известно, БЧХ-коды широко используются в европейских системах передачи данных. Распространённая их разновидность позволяет передавать слова длины до 231 с помощью кодовых слов длины 255 и обнаруживать до 6, а исправлять до 3 ошибок [1].

В обосновании построения БЧХ-кодов используются следующие результаты высшей алгебры:

- 1) Линейная алгебра, включая матрицы, векторы, умножение вектора на матрицу, решение систем линейных уравнений, линейную зависимость и независимость, векторные пространства, их размерность и базисы, пространства решений систем линейных уравнений, определители, включая определитель Вандермонда;
- 2) Теория групп, включая группы классов вычетов, смежные классы, теорему Лагранжа, понятия абелевой группы, нормальной подгруппы, фактор-группы, конечной циклической группы;
- 3) Теория колец, включая идеалы, теорему о гомоморфизмах и фактор-кольца;
- 4) Теория многочленов над кольцами, включая понятия неприводимых многочленов, наименьшего общего кратного многочленов и вообще теорию делимости многочленов;
- 5) Теория полей, их подполей, простых полей, расширений, алгебраических расширений, алгебраических элементов и минимальных многочленов;
- 6) Теория конечных полей, фактор-кольца колец многочленов над полями вычетов по простому модулю.

Таким образом, в теории БЧХ-кодов используется весь мощный аппарат высшей и абстрактной алгебры, разработанный к середине двадцатого века. Здесь особенного внимания заслуживает тот факт, что важнейшие приложения получили теории групп, полей и их расширений, конечных полей – теории, заложенные гениальным математиком Эваристом Галуа ещё в первой трети 19 века для совсем других целей – для исследования проблемы разрешимости уравнений любой степени.

Включение приложений алгебры к школьной математике в обучение магистрантов-математиков в педагогических вузах представляется особенно целесообразным с точки зрения прикладной направленности обучения математике.

В нашем курсе мы подробно и углублённо показываем магистрантам приложения не только теории чисел к школьной арифметике, но и теории многочленов к школьной алгебре. Так, необходимо рассматривать различные эффективные алгоритмы вычисления корней многочлена (методы нахождения рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами, методы отделения действительных корней), способы разложения многочленов на множители (например, метод Кронекера, метод симметрических многочленов), приложения симметрических многочленов для решения задач повышенной трудности (уравнений и систем уравнений).

Таким образом, алгебраическая подготовка магистрантов, обучающихся по направлению «Преподавание математики в основной и старшей школах» позволяет дать обучающимся не только глубокие знания по абстрактной алгебре, но и научить их приложениям предмета как в самой математике и в других науках, так и в школьных математических курсах.

### Литература

1. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. - М.: Мир, 1976.
2. Вигнер Е. Этюды о симметрии. - М.: Мир, 1971.
3. Волошинов А.В. Математика и искусство. - М.: Просвещение, 1992.
4. Джеймс У. Беседы с учителями о психологии. - М.: Совершенство, 1998.
5. Доморяд А.П. Математические игры и развлечения. - М.: Физматгиз, 1961.
6. Кнут Д. Искусство программирования на ЭВМ. Том 2. Получисленные алгоритмы. - М.: Мир, 1977.
7. Оре О. Приглашение в теорию чисел. - М.: Наука, 1980.
8. Шилов Г.Е. Простая гамма. - М.: Наука, 1980.
9. Gill A. Abstract algebra for the computer sciences. - Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1976.
10. Lipson, J. D. Elements of algebra and algebraic computing. Reading, MA: Addison Wesley Publishing Company, 1981

---

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ: ПРОБЛЕМА ПОНИМАНИЯ

Тестов В.А.

*Вологодский государственный университет, Вологда, Россия, vladafan@inbox.ru*

Голубев О.Б.

*Вологодский государственный университет, Вологда, Россия, oleg\_golubev@mail.ru*

*В работе рассматриваются пути достижения понимания при обучении математике и информатике в условиях применения информационных технологий.*

*Ключевые слова: проблема понимания, информационные технологии, генерализация знаний, проблемные ситуации, диалог, проектная деятельность.*

*The paper considers the ways to achieve an understanding of teaching mathematics and computer science in the conditions of use of information technology.*



*Keywords: the problem of understanding, information technologies, generalization of knowledge, problem situations, dialogue, project activity.*

Происходящий сейчас переход к «информационному обществу» несет для образования не только позитивные возможности, но и мало учитываемые негативные тенденции. Знания, получаемые от учителя, из учебника, перекрываются потоком хаотичной, несистематизированной информации, идущей из Интернета и СМИ. Знание сегодня зачастую отождествляется с информацией, а вместо понимания говорят о памяти. Между тем информация является лишь фундаментом знания, информация перерабатывается, упорядочивается, сохраняется и только после этого превращается в знание.

При использовании ИКТ в обучении часто происходит замена диалога преподавателя и учащихся на пассивное восприятие учащимися презентаций или видеолекций. Все это приводит к обострению проблемы понимания, снижению мотивации и к далеко неоднозначным результатам, которые вызывают определенную тревогу за качество обучения математике [1].

Хотя проблема понимания изучаемого материала довольно давно стоит в педагогике, общепринятого определения термина «понимание» до сих пор не выработано. Мы придерживаемся следующего определения: *понимание* – придание объекту смысла через отражение существенных свойств и связей объекта. В соответствии с этим определением понимание может быть достигнуто путем реализации следующих основных принципов.

- Принцип *генерализации знаний*, который означает, что начинать надо с выявления существенных свойств объекта и организовывать материал обучения в порядке логического развертывания соответствующих понятий по мере их конкретизаций в систему математической науки. Генерализация знаний позволяет из основных понятий как на стержнях построить скелет математики.

- Принцип *поэтапности формирования* знаний. В соответствии с этим принципом процесс обучения следует рассматривать как многоуровневую систему с обязательной опорой на нижележащие, более конкретные уровни научного познания. Весь опыт обучения математике показывает существенные преимущества спиральной структуры знаний, когда материал располагается в виде развертывающейся спирали, причем каждый виток спирали (цикл) образует внутренне целостную тему. Без опоры на предыдущие уровни познания обучение может стать формальным, дающим знание без понимания.

- Принцип *взаимосвязанности знаний* предполагает рассмотрение совокупности устойчивых связей, обеспечивающих целостность изучаемого объекта. То, чему учат, должно иметь много связей – этого требовал еще Я.А. Коменский. Этот принцип подразумевает установление связей внутри объекта и вне его, установление значимости этих связей, построение целостности изучаемого объекта. Причём установление свойств и связей студент должен выполнить самостоятельно на основе созданных условий, чаще всего в диалоге с преподавателем или однокурсниками.

При обучении с помощью компьютера необходимо особое внимание уделить тому, чтобы у учащихся (студентов) при изучении математики возникала потребность понимать. Между тем часто у них такой потребности не возникает.

Как отмечают многие ученые, понимание возникает тогда, когда есть активное обучение, есть диалог. Дело в том, что любое проявление понимания связано с двумя личностными факторами – мышлением и языком. Особое внимание надо уделить на диалог, т.к. восприятие нового материала, его понимание возникает исключительно в процессе общения (диалога). При этом не исключается и общение с самим собой (если нет собеседника). Мышление неразрывно от речи, и в этом суть диалогичности понимания. Поэтому, чтобы нацелить обучение на понимание, нужна определенная организация учебного материала.

В обучении важна не только языковая информация. Это могут быть и графические иллюстрации, и наглядные пособия, и эксперименты, и даже мимика и жесты преподавателя. Но языковая информация является преобладающей. Одну и ту же мысль можно выражать и понимать в разной языковой форме. Говорящий всегда переводит свою мысль с внутреннего, семантического языка на естественный язык, а слушающий (читающий) с естественного языка на семантический. В этом смысле под пониманием следует считать перевод с естественного языка на внутренний язык личности. Каждый человек мыслит на своем собственном внутреннем языке. Большинство же современных средств ИКТ ориентированы на некий усредненный язык.

При реализации процесса обучения, рассчитанного на понимание, может возникнуть ряд проблем: определенные ограничения дают программа обучения, регламентированное время, планируемые результаты обучения, требуются совсем другие средства обучения, формы организации процесса обучения и т.п. Образование с применением компьютера создает все условия для решения этих проблем, однако нужно правильно ими воспользоваться.

При обучении необходимо создание проблемных ситуаций, т.е. таких ситуаций, при которых происходит осознание некоторого незнания, и одновременно возникает потребность преодоления этого незнания. Такие проблемные ситуации, возникающие в процессе обучения, называются познавательными проблемными ситуациями.

Познавательные проблемные ситуации представляют собой конкретный материал (по математике, информатике или по другому предмету), представленный в целостном виде, в котором обозначено противоречие. Этот материал включает факты из изучаемого предмета, содержательные связи между фактами, способы их организации и изучения. Так как понимание по своему характеру диалогично, то разрешение таких ситуаций возможно в диалоге учащийся – преподаватель, учащийся – учащийся. Такой диалог неизбежно возникает в коллективной учебно-проектной деятельности. Поэтому очень важно правильно использовать метод проектов.

Мы будем понимать под методом проектов форму организации учебного процесса, ориентированную на творческую реализацию личности учащегося, развитие его интеллектуальных возможностей, волевых качеств и творческих способностей в процессе создания новых продуктов, обладающих объективной или субъективной новизной, имеющих практическую.

В основе каждого проекта лежит проблема. Проблема проекта обуславливает мотив деятельности, направленной на ее решение. Выбор проблемы – самый сложный и важный момент. Педагогу необходимо направить мысли учащихся на самостоятельный поиск проблемы. Следует понимать, что проблема всегда должна базироваться на противоречии. В дальнейшем стоит уточнить предмет исследования, который отражен в теме проекта и находит свое звучание в ключевом слове заголовка. Целью проектной деятельности становится поиск решения проблемы. Важен момент понимания, осмысления значимости, объема и уровня нерешенных задач. Все это готовит базу для следующих этапов работы над проектом: разработка гипотезы, определение задач, создание собственного варианта решения проблемы, конструирование модели, формирование программы и т. д. На этапе разработки гипотезы учащийся строит предположение, каким образом он будет достигать поставленную цель. Цель проекта и его гипотеза определяют задачи проекта. Задачи формулируются как определенные этапы решения общей проблемы, как достижение цели в определенных условиях. На этапе сбора и анализа информации следует обратить внимание на культуру научного поиска. Анализ материалов Интернета, научной, справочной литературы требует умения классифицировать их.

Получив результат проектирования, оформив его в виде продукта, нельзя сказать, что проект завершен. Его необходимо документально оформить и представить к оценке специалистов, заинтересованных лиц, в идеале получить поддержку (финансирование, позитивное общественное мнение) и реализовать на практике (для социальных, практико-

ориентированных, исследовательских проектов). Поэтому необходимо добавить к внутренней структуре проекта еще три внешних компонента: портфолио, презентацию, реализацию проекта [2].

Учебный проект тем и отличается от коллективно подготовленного мероприятия с представлением наглядных результатов, что демонстрируется главный результат работы над проектом – анализ деятельности, предъявление способа решения проблемы проекта, предъявление роста своей компетентности участниками проекта.

Необходимый компонент после защиты проекта – рефлексия. Ее следует провести дважды: сразу после окончания презентации, так как это остро эмоциональный момент, когда необходимо подвести первые итоги, и через некоторое время, когда произойдет переосмысление работы, угаснут эмоции. Во втором случае необходимо уже подробно разобрать достоинства и слабые стороны работы, возможности ее продолжения.

Современному школьнику сегодня необходимо владеть навыками проектирования. В проектной деятельности развиваются исследовательские умения, ребята учатся презентовать свои знания и навыки, что важно в современном информационном обществе. Вся наша жизнь представляет собой череду различных проектов, поэтому лучше уже в школе научиться их эффективно планировать и успешно реализовать.

Кроме проектной деятельности для создания познавательных учебных ситуаций можно использовать проблемные лекции и проблемные семинары. Проблемные лекции должны дополнять обзорные лекции и посвящаться отдельным, наиболее важным и трудным вопросам изучаемого модуля. Проблемные лекции и проблемные семинары должны предшествовать занятиям-тренингам, их основная цель – добиться понимания студентами узловых вопросов модуля. Проблемные лекции должны читаться наиболее квалифицированными преподавателями. Помимо хорошего владения материалом надо хорошо уметь ставить вопросы. Без вопросов невозможно усвоение новых знаний, обмен мыслями между людьми. Но поставить правильно вопрос зачастую труднее, чем на него ответить.

Подводя итог, следует подчеркнуть, что интенсивное внедрение ИКТ в образование – процесс неизбежный. Именно поэтому при проектировании и внедрении таких технологий необходимо нацелить процесс обучения на понимание. Обеспечить такую нацеленность совсем не просто, поскольку при этом обычно нарушается линейность процесса накопления знаний, сам процесс становится более объемным и трудоемким, появляются параметры глубины и т.п.

## Литература

1. Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты: монография. – Вологда, ВГПУ, 2012. – 176 с.
2. Голубев О.Б. Интернет-проект в интегрированном курсе «Математика и информатика» для студентов гуманитарных профилей // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. – 2008. –Т.14 - №3. – С. 271-274.

# ПОДГОТОВКА ВЫСОКОКВАЛИФИЦИРОВАННЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ ДЛЯ АРКТИЧЕСКОГО РЕГИОНА

Хаймина Л.Э., Хаймин Е.С.

*Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,  
Архангельск, Россия, khaimina@mail.ru, e.khaymin@narfu.ru*

**Аннотация.** В статье рассматривается опыт подготовки IT-специалистов в магистратурах института математики, информационных и космических технологий САФУ имени М.В. Ломоносова.

*Ключевые слова: магистерские программы, сетевое взаимодействие, IT-специалисты, Программа развития, проекты.*

**Abstract.** The article contains the experience of the Institute of Mathematics, Information and Space Technologies in the preparing the master level IT-specialists.

*Key words: master programs, network collaboration, IT-specialists, Development program, projects.*

Распоряжением Правительства Российской Федерации от 19 августа 2015 года № 1604-р утверждены изменения в Программе развития Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова до 2020 года. Программа развития САФУ была одобрена распоряжением Правительства Российской Федерации от 7 октября 2010 года № 1695-р. За пять лет произошли большие изменения в системе российского и международного образования. Первый этап реализации Программы развития САФУ – формирование инфраструктуры университета - успешно пройден. Определены приоритетные направления развития университета:

- судостроение и морская арктическая техника;
- комплексная безопасность в Арктике;
- добыча и переработка природных ресурсов Арктической зоны;
- сопровождение Северного морского пути;
- человек в Арктике.

Одной из стратегических задач САФУ на следующем этапе развития является подготовка высококвалифицированных специалистов для работы на территории европейского Севера России и в Арктике.

В рамках модернизации образовательной деятельности разрабатываются и реализуются новые конкурентоспособные образовательные программы, ориентированные на подготовку специалистов, способных работать в Арктическом регионе; внедряются современные средства и технологии обучения в соответствии с требованиями рынка образовательных услуг и рынка труда; реализуются образовательные программы в сетевой форме; формируется качественно новый контингент обучающихся.

В настоящее время созданы благоприятные условия для углубленного взаимодействия между отдельными вузами в образовательной и исследовательской деятельности, максимально облегченной мобильности студентов и преподавателей в пределах единого образовательного пространства. Реализация образовательных программ с использованием сетевой формы с ведущими образовательными, научными организациями и предприятиями реального сектора экономики способствует повышению качества образовательных услуг.

В институте математики, информационных и космических технологий (ИМИКТ) Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова (САФУ) имеет место сетевое сотрудничество: между институтами федеральных университетов; между институтом и факультетами педагогических университетов; между институтом и организациями и предприятиями. Так, например, сетевая магистерская программа

«Математическое моделирование социально-экономических процессов» по направлению «Прикладная математика и информатика» реализуется с сентября 2014 года. В рамках этой программы федеральные университеты-участники проекта согласовали учебные модули для обмена, осуществляется академическая мобильность преподавателей и студентов, двойное руководство магистерскими диссертациями и т.п. Положительным эффектом является объединение ресурсов участников сети, обмен современными технологиями, создание проектных групп и многое другое.

Следующее направление, которое активно развивается в ИМИКТ САФУ: это сетевое взаимодействие с ведущими педагогическими университетами и другими университетами России, а также с зарубежными университетами. Сетевая магистерская программа по направлению «Педагогическое образование» первоначально объединила отдельные модули образовательных программ САФУ и РГПУ имени А.И. Герцена. В настоящее время участником проекта стал МПГУ. Проводятся организационные мероприятия по включению в эту сеть и других педагогических университетов. В рамках сетевых образовательных программ происходит тиражирование практического опыта; активно внедряются дистанционные образовательные технологии, электронное обучение; формируются проектные комплексы.

В САФУ имени М.В. Ломоносова имеется многолетний опыт действующих международных магистерских программ. Они создавались в рамках различных международных проектов. Две магистерские программы: «Высокопроизводительные и облачные вычисления» (направление «Прикладная математика и информатика») и «Информационные технологии в медицине и социальной сфере» (направление «Прикладная информатика») успешно реализуются в институте математики, информационных и космических технологий. В частности, все дисциплины магистерской программы «Информационные технологии в медицине и социальной сфере» переведены на английский язык и могут изучаться дистанционно, что открывает возможности для обучения не только российских студентов, но и иностранных студентов. Эта магистерская программа является междисциплинарной, разрабатывалась и реализуется совместно с кафедрой социальной работы и социальной безопасности института комплексной безопасности. Все магистранты этой программы проводят исследования в научной лаборатории кафедры прикладной информатики и участвуют в работе научного семинара кафедры.

Сетевое взаимодействие между ИМИКТ САФУ и Центром телемедицины г. Тромсе (Норвегия) в рамках развития международной магистерской программы «Информационные технологии в медицине и социальной сфере» осуществляется на основании Соглашения, заключенного в этом учебном году. Согласно этому Соглашению может быть организовано проведение практик магистрантов, двойное руководство магистерскими диссертациями, совместные научные исследования.

Развитие сетевого взаимодействия с предприятиями и организациями, а также научно-исследовательскими институтами при реализации образовательных программ следует рассматривать в контексте усиления роли работодателей в разработке и реализации бакалаврских и магистерских программ. Магистерская программа «Космические информационные технологии по интерпретации спутниковых изображений ледяного покрова» (направление «Информационные системы и технологии») разрабатывалась и реализуется совместно с Центром космического мониторинга Арктики. Магистерская программа «Информационные технологии в образовании» (направление «Педагогическое образование») разрабатывалась и реализуется совместно с Институтом информатизации образования РАО.

САФУ является членом Суперкомпьютерного консорциума России. Это позволило поднять на новый качественный уровень подготовку специалистов и повышение квалификации кадров в области суперкомпьютерных технологий: в магистерской программе «Высокопроизводительные и облачные вычисления» (направление

«Прикладная математика и информатика»); на курсах повышения квалификации при Центре инновационного обучения ИМИКТ; в рамках общеуниверситетского факультатива для студентов всех институтов университета. Ежегодная международная молодежная научно-практическая школа «Высокопроизводительные вычисления на GRID-системах» объединяет более 200 студентов, магистрантов, аспирантов, молодых ученых и IT-специалистов из России, дальнего и ближнего зарубежья. Лекции и мастер-классы проводятся ведущими российскими и зарубежными специалистами. Активное участие принимают компании - разработчики программного обеспечения. Круглый стол «Суперкомпьютерные технологии и возможности их практического применения для решения актуальных задач региона» с представителями промышленных предприятий позволяет ставить задачи совместных проектов и формировать рабочие группы для их реализации.

В 2016 году международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии» (PaVT) пройдет в Архангельске, в Северном (Арктическом) федеральном университете имени М.В. Ломоносова.

Взаимодействие между вузами (использование опыта и наработок партнеров), научно-исследовательскими институтами (внедрение результатов НИР в образовательные программы) и предприятиями и организациями (усиление практико-ориентированной составляющей образовательных программ и решение региональных задач) позволяет сделать вывод, что сетевое взаимодействие – это интеграция элитных направлений участников проекта, нацеленная на подготовку высококвалифицированных специалистов для современного общества.

---

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЗАНЯТИЙ ПО УЧЕБНОМУ КУРСУ «ДЕМОГРАФИЯ»

Халафян А.А., Ракачева Я.В.

*Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация,  
statlab@kubsu.ru, jaroslava.r@mail.ru*

**Аннотация:** Развитие информационных технологий является предпосылкой использования пакетов прикладных программ в образовательном процессе студентов гуманитарных специальностей. Рассмотрено применение пакета STATISTICA при проведении занятий по анализу демографических процессов.

**Abstract:** The development of information technology is a prerequisite for use of software packages in the educational process of students of humanities. The application package STATISTICA during training on the analysis of demographic processes.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: НАЦИОНАЛЬНЫЙ СОСТАВ, СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ДЕМОГРАФИЯ, ДЕМОГРАФИЧЕСКИЙ ПРОГНОЗ, КУБАНЬ**

Keywords: national structure, statistical modeling, demography, population projection, Kuban.

Стремительный рост научных знаний в области информационных технологий приводит к естественной изменчивости образовательного процесса в высшей школе

и, как следствие, – повышению его качества и эффективности. Изменчивость образовательного процесса должна проявляться не только в использовании информационных технологий в управление вузом, но и в их активном применении в учебном процессе. Одним из направлений внедрения информационных технологий в вузовское образование является использование прикладного программного обеспечения в учебном процессе, что обеспечит более эффективное усвоение студентами научных знаний. Кроме того, само прикладное программное обеспечение является элементом научного знания, а студент, овладевший пакетом прикладных программ, будет более конкурентоспособным и успешным на рынке труда.

Для гуманитарных специальностей усовершенствование учебного процесса в соответствии с требованиями времени должно проявляться во все большем использовании таких программных продуктов как Word, Excel, статистических пакетов STATISTICA, SPSS.

Изучение базового курса «Демография», относящегося к блоку общепрофессиональных дисциплин предназначено для студентов специальности «Социология». Цель дисциплины – формирование у студентов знаний в области демографии и методов изучения и анализа демографических процессов и структур, развитие навыков применения прикладных методов и методик при исследовании демографических процессов, умений использовать полученные знания в области демографии в профессиональной деятельности.

Одной из составляющих образовательного процесса есть мотивация студентов к познавательной деятельности, в частности ознакомлению с основными приемами работы с программными продуктами. Применительно к курсу «Демография» актуально изучение возможностей вероятностно-статистического моделирования демографических процессов в среде пакета STATISTICA. Как пример, рассмотрим результаты применения пакета STATISTICA для вероятностно-статистического моделирования и анализа этнодемографических процессов на Кубани. Исследования были проведены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований совместно с Администрацией Краснодарского края, проект № 13-01-96527.

Этническая структура населения – одна из важных социально-демографических характеристик. Поскольку у разных народов существенно отличаются показатели естественного воспроизводства (рождаемости, смертности, брачности, разводимости, миграционной активности), при анализе демографических процессов необходимо учитывать этнический аспект. Изменение демографической структуры оказывает влияние на социальные политические процессы и чревато социальной напряженностью и конфликтами на этнической почве в местах, где резко меняется этнический состав населения. Все это делает актуальным анализ состояния и тенденций развития народов, их численности, половозрастного состава, характера воспроизводства и т.д. и подготовка для решения соответствующих задач студентами-социологами.

Перспективным в этом отношении является синтез гуманитарных (демографии, истории, этнологии) и математических дисциплин, позволяющий разрабатывать прогнозы и моделировать этнодемографические процессы [1], которые в свою очередь необходимы для разработки мер социальной политики. В наибольшей степени это актуально для полиэтничных регионов, к числу которых можно отнести и Краснодарский край (Кубань). Этническая карта Кубани начинает формироваться с конца XVIII в. в результате активных миграций, связанных с включение данной территории в состав Российской империи. В конце XVIII – начале XIX в. территория бассейна р. Кубани и Причерноморья были заселены различными этнографическими группами адыгов. Среди адыгов проживали также частично ассимилированные группы армян (черкесогаи) и греков (черкесские греки), но их численность была незначительна. В XIX в. регион становится зоной повышенной миграционной активности. Кавказская война и последовавшие за ней переселения: горцев в Османскую империю, крестьян из других регионов России,

иностранных колонистов, армян и греков, подвергнувшихся геноциду на территории Османской Империи, все это способствует формированию полиэтничного состава населения Кубани.

Согласно данным первой всеобщей переписи населения Российской империи 1897 г., территории Кубанская область и Черноморская губерния отличались высокой степенью полиэтничности [1]. Так, этническая карта Черноморской губернии включала более 40 народов. В числе наиболее многочисленных: русские (42,8% всего населения), украинцы (16,9%), армяне (10,9%), греки (10,4%). Значительными по численности в губернии были: черкесы (3,3%), осетины (3,3%), чехи (2,2%), евреи (1,7%), молдаване (1,6%), немцы (1,3%), поляки (1,2%), белорусы (1,2%) [2].

В кубанской области основную часть населения составляли украинцы (47,36%) и русские (42,56%). В числе других народов области были черкесы (2,01%), карачаевцы (1,4%), немцы (1,08%), греки (1,05%), армяне (0,73%), белорусы (0,65%), молдаване (0,28%), татары (0,2%), поляки (0,14%), евреи (0,1%), осетины (0,1%), цыгане (0,09%), чехи (0,08%) [2].

На протяжении XX в. полиэтничный состав населения Кубани не только сохранился, но и пополнился новыми этническими группами. По данным переписи 2010 г. этническая структура населения Кубани выглядела следующим образом. Доля русских составила 86,7%, украинцев – 2,3, белорусов – 0,3, адыгейцев – 0,3, армян – 5,4, греков – 0,44, немцев – 0,2, грузин – 0,4, татар – 0,5, молдаван – 0,1, евреев – 0,05% [3].

С целью представить дальнейшую динамику этнического состава региона в рамках учебного курса был рассчитан прогноз численности наиболее многочисленных национальностей в составе населения Краснодарского края с использованием методов статистического моделирования. В качестве объектов исследования были выбраны следующие этносы и этнические группы: русские, украинцы, белорусы, адыгейцы, армяне, греки, немцы, грузины, татары, молдаване, евреи. Исходные значения представлены данными всеобщих переписей населения 1926, 1939, 1959, 1970, 1979, 1989, 2002 и 2010 гг.

Для того, чтобы можно было использовать инструментарий временных рядов при прогнозировании возможной численности населения на 2020 г. следовало заполнить пропущенные данные по ежегодной численности населения с 1926 по 2010 гг. Для решения этой задачи использовали модуль пакета STATISTICA [4] «Множественная нелинейная регрессия». Пропущенные значения рассчитывали посредством интерполирования эмпирических данных полиномами третьей или четвертой степени. Естественно возможны при этом погрешности, но по нашим оценкам они не превосходили ошибки и искажения, которые были допущены при переписи населения. Для прогнозирования использовали метод экспоненциального сглаживания по модели временного ряда:  $X_t = \beta + E_t$ , где  $\beta$  – константа;  $E_t$  – случайная ошибка. Константа  $\beta$  относительно стабильна на каждом временном интервале, но может также медленно изменяться со временем. Один из интуитивно ясных способов выделения  $\beta$  состоит в том, чтобы использовать сглаживание скользящим средним, в котором последним наблюдениям приписывают больший вес, чем предпоследним, предпоследним – еще больший вес, чем предпредпоследним и т.д. Простое экспоненциальное сглаживание именно так и устроено. Здесь более старым наблюдениям приписывают экспоненциально убывающие веса, при этом, в отличие от скользящего среднего, учитывают все предшествующие наблюдения ряда, а не те, что попали в определенное окно. Точная формула простого экспоненциального сглаживания имеет вид:

$$S_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) S_{t-1}$$

По данной рекурсивной формуле каждое новое сглаженное значение (прогноз) вычисляют как взвешенное среднее текущего наблюдения и сглаженного ряда. Очевидно, результат сглаживания зависит от параметра  $\alpha$  (альфа). Если  $\alpha$  равно 1, то предыдущие наблюдения полностью игнорируются. Если  $\alpha$  равно 0, то игнорируются текущие



наблюдения. Значения  $\alpha$  между 0 и 1 дают промежуточные результаты. В пакете STATISTICA предусмотрен автоматический поиск оптимального значения параметрам  $\alpha$ , который обеспечивает минимальную ошибку прогноза. Также пользователь может задать начальное значение параметров сглаживания, начальное значение тренда и (если требуется) сезонные факторы [5]. Для тренда и сезонной составляющей могут быть заданы независимые параметры сглаживания. При построении прогнозов использовали демпфированную модель без сезонной составляющей при определении параметров модели методом автоматического поиска.

Прогнозные значения, полученные в результате расчетов, составили для русского населения края на 2013 г. – 4,600 млн. чел., на 2014 г. – 4,615; на 2015 г. – 4,630; на 2016 г. – 4,645; на 2017 г. – 4,659; на 2018 г. – 4,673; на 2019 г. – 4,687; на 2020 г. – 4,700 млн. чел. как видим динамика, обозначенная в прогнозе носит положительный характер, однако темпы невелики.

Прогнозные значения для украинского населения в крае составили на 2013 г. – 117074 чел., на 2014 г. – 117018; на 2015 г. – 117001; на 2016 г. – 116996; на 2017 г. – 116994; на 2018 г. – 116994; на 2019 г. – 116994; на 2020 г. – 116993 чел. здесь наблюдаем медленное сокращение численности, но к концу прогнозного периода она стабилизируется.

Прогнозные значения для адыгейцев в крае составили на 2013 г. – 17211 чел., на 2014 г. – 17030; на 2015 г. – 16854; на 2016 г. – 16682; на 2017 г. – 16514; на 2018 г. – 16350; на 2019 г. – 16191; на 2020 г. – 16036 чел. У адыгейцев наблюдается в соответствии с прогнозом стабильное на протяжении всего периода сокращение численности.

В соответствии с прогнозом значения численности армян в крае составили на 2013 г. – 298875 чел., на 2014 г. – 301460; на 2015 г. – 303999; на 2016 г. – 306492; на 2017 г. – 308940; на 2018 г. – 311345; на 2019 г. – 313705; на 2020 г. – 316024 чел. Анализ динамического ряда позволяет говорить о возможном росте численности армянского населения Кубани. Причем прогностические темпы прироста у армянского населения почти втрое выше, чем у русского населения.

Согласно полученным прогнозам численность населения Краснодарского края в перспективе до 2020 г. продолжит расти, однако темпы прироста будут невелики. Для большинства этнических групп наиболее вероятен вариант дальнейшего сокращения их численности и доли в составе населения края. Исключением являются русские, армяне, татары, у которых в соответствии с прогнозом ожидается положительная динамика общей численности. Однако темпы прироста у данных этнических групп существенно различаются.

Обосновано предположение, что рост численности населения как региона в целом, так и отдельных национальностей в его составе будет происходить за счет активного миграционного притока, обусловленного благоприятными климатическими условиями, инвестиционным климатом, наличием сложившихся и институализировавшихся национальных общин. Сокращение же численности доли представителей некоторых национальностей вероятнее всего будет результатом ассимиляционных процессов. В целом можно отметить, что согласно прогнозу радикальное изменение этнической структуры Краснодарского края в пределах прогнозного периода не произойдет.

Литература:

1. Богорсукова Н. Я., Халафян А. А., Ракачев В. Н. Применение кластерного анализа при изучении динамики численности населения районов Краснодарского края // Вестник Северо-Кавказского федерального университета: научный журнал. 2014. № 2 (41).

2. Первая Всеобщая перепись населения Российской империи 1897 г. СПб., 1905. Т. 65; Первая Всеобщая перепись населения Российской империи 1897 г. СПб., 1903. Т. 70.

Первая всеобщая перепись не содержала графы «национальность» и этническую принадлежность в этом случае определяем по графе «родной язык», признавая некоторую относительность и условность выводов.

3. Рассчитано по: Итоги Всероссийской переписи населения 2010 г. по Краснодарскому краю. Краснодар, 2013.

4. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. М.: Бином, 2010, с. 528.

5. Ракачев В.Н., Халафян А.А. Вероятностно-статистическое моделирование и прогнозирование этнодемографических процессов на Кубани // Этнос и общество в контексте межнациональных отношений: Всероссийская научно-практическая конференция. Краснодар, 10 декабря 2014 г. Краснодар: Кубанский государственный университет, 2014.

---

## УЛУЧШЕНИЕ ЗНАНИЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ – ПУТЬ К УСПЕШНОМУ ОСВОЕНИЮ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Черняева С.В., Володко И.М., Эглите И.В.

*Рижский технический университет, Рига, Латвия,  
sarmite.cernajeva@rtu.lv, inta.volodko@rtu.lv, irina.eglite@rtu.lv*

**Аннотация.** В статье рассматриваются методы повышения знаний студентов по элементарной математике с использованием дополнительных занятий до начала учебного года, видео лекций по элементарной математике, курса «Основы элементарной математики», а также проводится анализ учебных данных и опыта преподавания математики в Рижском техническом университете

*Ключевые слова:* элементарная математика, методы обучения взрослых, видео лекции

**Summary.** This article discusses methods to improve students' knowledge of elementary mathematics with additional training before the beginning of the school year, video lectures on elementary mathematics and additional course "Basics of elementary mathematics", as well as an analysis of educational data and experience of teaching mathematics at Riga Technical University

*Keywords:* elementary mathematics, methods of adults teaching, video lectures.

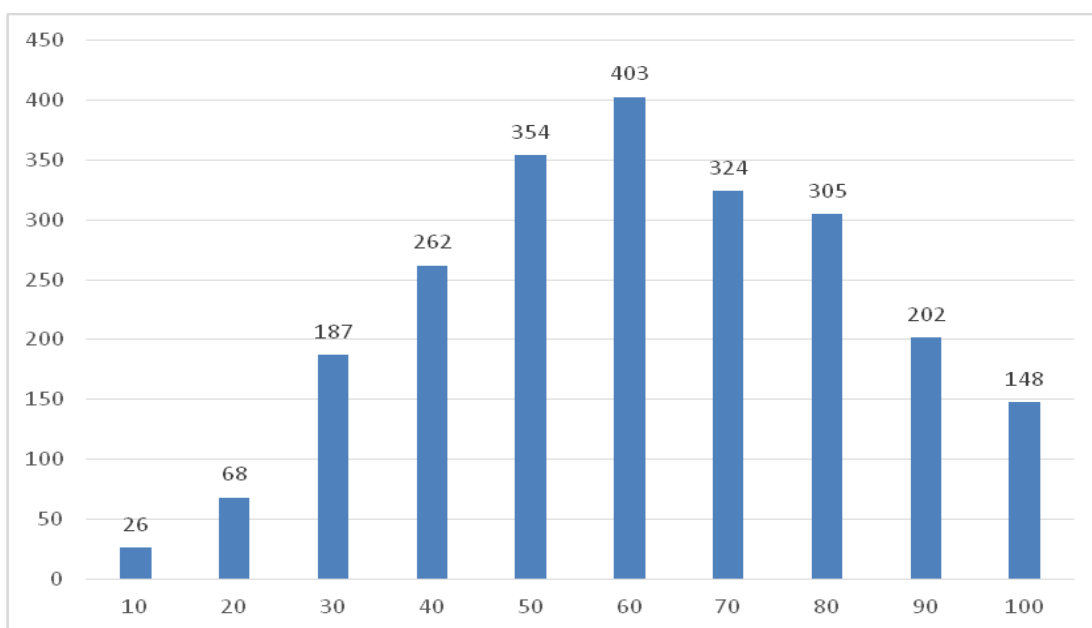
Рижский технический университет (РТУ) является старейшим техническим высшим учебным заведением в Балтии, в котором сегодня обучаются более 15000 студентов. Университет нацелен на подготовку высококвалифицированных, ответственных и творческих специалистов. Так как роль математики возрастает не только в научно-исследовательской работе, но и в связи с использованием множества различных компьютерных программ в самом процессе обучения, этот факт необходимо учитывать при составлении вузовских программ, уделяя особое внимание качеству обучения математике. Поэтому в последнее время актуальным становится вопрос, как побудить студентов к активной работе, достичь понимания студентами значения математики в повседневной жизни и роли математики, как в развитии других наук, так и в развитии общества и индивидуума.

Может ли математика стать понятной и интересной? Это во многом зависит от

личности преподавателя, которому необходимо выбирать методы обучения, развивающие как способности к обучению, так и творческое использование знаний. Чтобы обеспечить отвечающий современности учебный процесс, преподавателю в своей работе нужно использовать новейшие методы обучения и технические средства. Для этого необходимо непрерывное пополнение базовых знаний, расширение и улучшение основных навыков, постоянное их развитие, образование всюду и везде [4]. Современная педагогика считает, что главным является взаимодействие преподавателя и студента, которое включает психологическую и практическую готовность к работе, её реализации и оценке. Мастерство преподавателя заключается в способности выбирать методы обучения, вызывающие активность студентов и способствующие созданию доброжелательной атмосферы в процессе обучения. Эти постоянно изменяющиеся методы, применяемые преподавателем, более существенны, чем учебные программы и учебник.

Знания математики являются основополагающими для инженерных специальностей РТУ, поэтому все студенты изучают высшую математику в том или ином объеме в зависимости от специальности. Используя университетские статистические данные, высшая математика является одним из самых больших камней преткновения у студентов первокурсников. Только 54% студентов в первом семестре 2014/ 2015 учебного года сдали экзамен по высшей математике с первого раза, 11% - после нескольких попыток, 12% - не смогли сдать. Но наибольшую озабоченность вызывают те 23% студентов, которые не пришли на экзамен вообще. Это студенты, которые по разным причинам решили покинуть РТУ до первой сессии. Одной из самых важных причин неудовлетворительных результатов является очень низкий уровень элементарных математических знаний.

Вступительные экзамены в высшие учебные заведения Латвии уже давно отменены. Прием происходит по результатам школьных централизованных экзаменов (ЦЭ). Результаты ЦЭ измеряются в процентах - от 0% до 100%. На рис. 1 показано соответствие количества студентов первокурсников с результатами ЦЭ в 2014 / 2015 учебном году. Как видно из диаграммы, в РТУ много студентов, уровень ЦЭ по математике которых, ниже 30%. Это объясняется тем, что на платное обучение принимают практически всех желающих, хотя в РТУ достаточно много бюджетных мест. Вечернее (по рабочим дням вечером 3 раза в неделю) и заочное (по субботам) обучение только за собственные средства.



1 рис. Соответствие количества студентов первокурсников с результатами ЦЭ в 2014 / 2015 учебном году

Независимо от результатов ЦЭ, преподавателями кафедры инженерной математики РГУ на первом практическом занятии проводится проверочная работа по элементарной математике. Содержание работы следующее: 5 задач, которые включают действия с дробями, определение переменной из выражения линейной зависимости, вычисление конкретного значения алгебраической функции, экспоненциальное и логарифмическое уравнения, использующие лишь их основные свойства. Каждая задача оценивается 2 баллами. Результат работы считается положительным, если оценка 4 балла и выше. Рис. 2 показывает распределение оценок проверочной работы в 2014 / 2015 учебном году. На 3 рис. показано распределение неудовлетворительных оценок за последние 7 учебных лет.

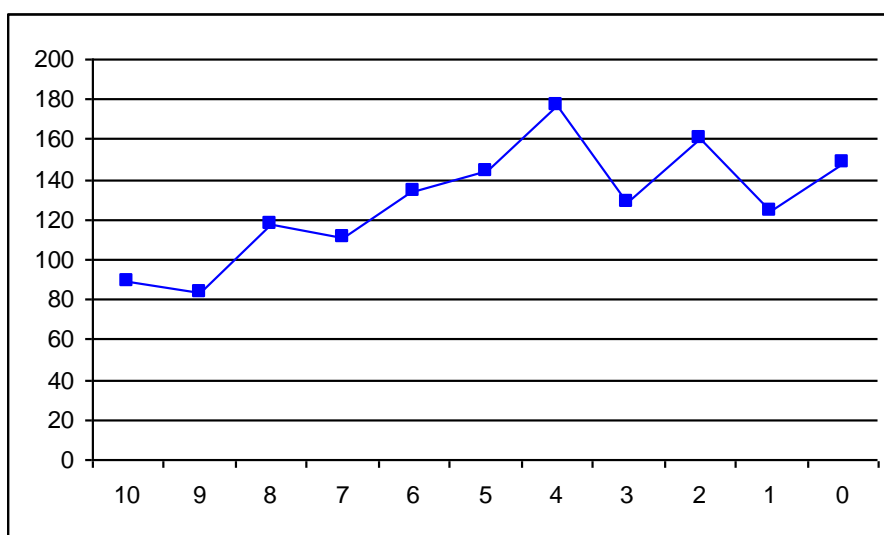


Рис. 2. Распределение оценок проверочной работы в 2014 / 2015 учебном году

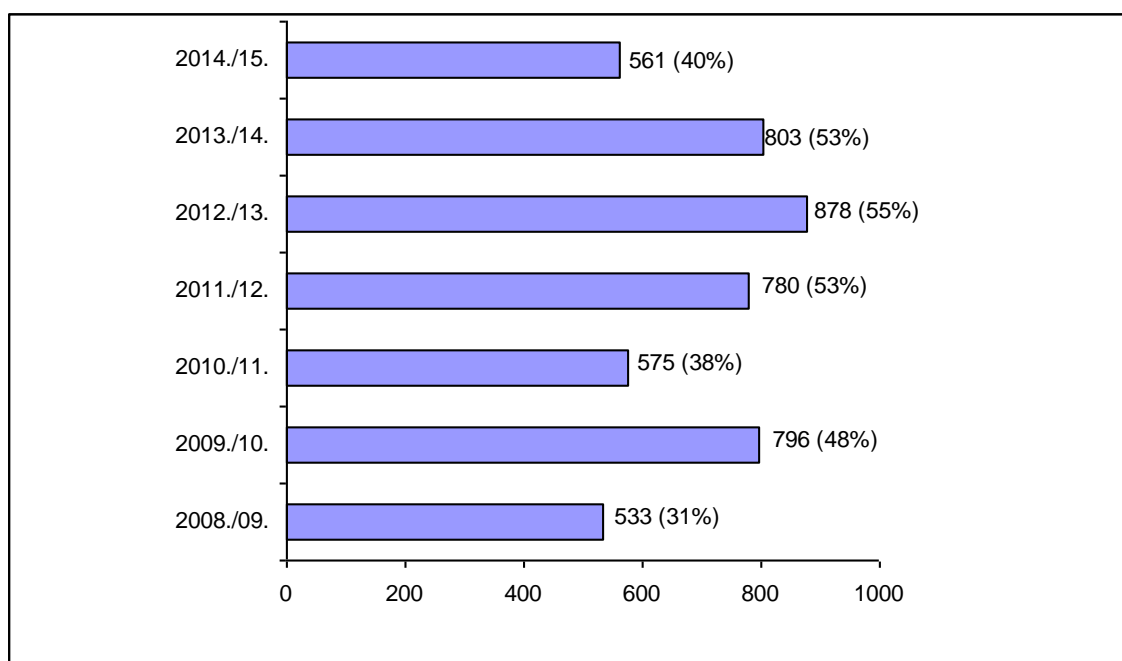


Рис. 3. Распределение неудовлетворительных оценок проверочной работы за 7 учебных лет

Наиболее серьезной проблемой является не то, что студент не способен приобрести математические знания и навыки, а отсутствие интереса к математике и нежелание учиться математике, к сожалению сформированное в средней школе. Позитивное

отношение к математике мотивирует студентов больше учиться, что в свою очередь обеспечивает лучшие успехи в математике. Этот принцип работает и в обратную сторону, так как хорошие успехи в математике в сочетании с положительным опытом в этом учебном предмете создают позитивное отношение к математике [2]. Для того чтобы повысить успеваемость по математике, необходимо сделать преподавание математики более привлекательным - доступным, а также дать возможность студентам улучшить свои базовые знания. Для этого кафедра инженерной математики в сотрудничестве с департаментом обучения РТУ:

1) организовала интенсивные курсы по элементарной математике до начала обучения (конец августа 2014 г.);

2) в сотрудничестве с информационно-вычислительным центром РТУ были созданы видео лекции по элементарной математике (лекции доступны на YouTube на латышском языке [3]);

3) разработала новый предмет "Основные части элементарной математики".

Проанализируем каждый из перечисленных выше проектов.

В августе 2014 года Учебный департамент РТУ организовал недельные курсы по элементарной математике, которые бесплатно (для будущих студентов) провела кафедра инженерной математики РТУ. Предложение о посещении данных курсов было отправлено 200 студентам, у которых оценка ЦЭ по математике была 30% и ниже. На предложение откликнулось лишь 48 студентов, причем реально регулярно посещали курсы всего 28 человек. Результаты их опроса показали полезность этих занятий, однако проверочную работу по элементарной математике успешно выполнили лишь 8 из 28. Можно сделать заключение, что недельные курсы, несомненно, полезны, но явно недостаточны для повторения всего школьного курса математики.

Опыт показывает, что учиться в ВУЗе намного легче, если накоплены хорошие базовые знания по математике. Мотивированных студентов, желающих получить высшее образование по избранной специальности, довольно быстро можно обучить основам элементарной математики. Чтобы максимально облегчить студентам процесс повторения/обучения школьного курса математики, большое внимание необходимо уделять использованию визуальных материалов. Поэтому весной 2014 года по предложению проректора по учебной части преподаватели кафедры инженерной математики разработали курс видео лекций по элементарной математике, который содержит 43 видео лекции по 5 - 18 минут каждая. Техническую часть - съемку, обработку лекций и размещение их в Интернете, обеспечили коллеги из Центра информационных технологий РТУ.

Статистика показывает, что число просмотров этих видео лекций превышает 3000 раз, причем большинство просмотров происходило в начале сентября. Вполне возможно, что наибольший интерес они вызывают сразу после проверочной работы по элементарной математике. Упомянутые видео лекции не только позволяют студентам повторить школьный курс математики, но и помогают школьникам подготовиться к учебе в ВУЗе. При разработке данных лекций была проведена практическая проверка методического материала, особое внимание было уделено развитию (пополнению) методики усвоения математики.

У студентов РТУ имеется еще одна возможность для повторения элементарной математики - выбрать учебный предмет „Основы элементарной математики”. Программа курса отвечает двум кредитным пунктам и предназначена для студентов, у которых есть необходимость повторить школьный курс математики. В настоящее время предмет „Основы элементарной математики” включен в обязательную программу лишь для студентов вечернего и заочного обучения, большинство из которых окончили среднюю школу много лет назад. Естественно, что студентам, хорошо освоившим данный курс, гораздо проще освоить и курс высшей математики.

В РТУ дважды в год (после каждого семестра) проводится анонимное анкетирование студентов. Цель - оценить качество каждого преподаваемого в РТУ предмета и качество работы преподавателя в аудитории. Эта информация позволяет оценить учебные методы, материалы, работу преподавателя и ввести необходимые улучшения в процесс преподавания. Эти данные также используются при переизбрании преподавателей.

В любой области знаний возрастает объём информации, поэтому высшая школа уже не может дать студентам весь объём нужных знаний, умений и навыков, который будет необходим в течение всей трудовой деятельности. Нужно иметь в виду и те задачи, которые придётся решать молодым специалистам: поиск работы, способность адаптироваться в новом коллективе, в необходимом случае - возможность поменять работу. Поэтому актуальной в педагогическом процессе сейчас является оптимизация соотношения между готовыми знаниями и ролью самого студента в данном процессе: чтобы студент из трёх возможных ролей - *потребитель, наблюдатель, участник* – выбрал последнюю [1].

Разработанные авторами и примененные на практике дополнительные материалы помогли студентам улучшить свои знания по отдельным разделам элементарной математики, дали толчок к самостоятельной работе при обучении математике, подготовили базу для успешного освоения курса высшей математики, тем самым усилив мотивацию активного обучения.

### Литература

1. Kangro I. Studentu matemātiskās domāšanas izpētes teorētiskie un praktiskie aspekti // LU PPI zinātniskie raksti. Vispārīgā didaktika un audzināšana. Rīga: Izglītības soļi, 2006. Lpp.115 – 128.
2. Kislenko K., Grevholm B., Lepik M. Mathematics is important but boring. Students' beliefs and attitudes towards mathematics // Proceedings of Fourth Nordic Conference on Mathematics Education. Trondheim: Tapir Academic Press, 2007. P. 349 – 360.
3. RTU eMācības  
URL: <https://www.youtube.com/channel/UCZH9osFrDQniDjDi9trT9hw/videos> (дата обращения: 12.06.2015).
4. Šmite A. Izglītības iestādes vadība I daļa. Pedagoģs. Organizācija. Pārmaiņas. Rīga: RaKa, 2004. 256 lpp.

---

## КРИТЕРИАЛЬНО-КОРРЕКТНОСТНАЯ КОМПЕТЕНТНОСТЬ БАКАЛАВРОВ И ЕЕ ФОРМИРОВАНИЕ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

Яремко Н.Н.

*Пензенский государственный университет, Пенза, Россия, yaremki@yandex.ru*

Гаврилова М.А.

*Пензенский государственный университет, Пенза, Россия, margogavr@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье определена критериально-корректностная компетентность бакалавра как интегративное свойство личности, характеризующее степень владения

системой специальных компетенций и основанное на применении понятия «математическая корректность» в качестве универсального критерия в профессиональной деятельности и реальной жизни. Формирование критериально-корректностной компетентности - это шестиэтапный процесс математической подготовки специального вида.

*Ключевые слова:* математическая подготовка бакалавров, критериально-корректностная компетентность.

**Abstract.** In the article, the bachelor's criterion-correctness competence is defined as an integrative property of the individual characterizing the degree of ownership of specific competencies and is based on the application "mathematical correctness" in professional work and real life. The formation of the criterion-correctness competence is a six-step mathematical training of a special kind.

*Key words:* bachelors' mathematical training, criterion - correctness competence.

В настоящее время социальный заказ на подготовку профессионалов, владеющих методологией действий при недостатке, переизбытке, противоречивости данных, в условиях оперирования как корректными, так и некорректными объектами, закреплён на уровне стандартов высшего образования. Действительно, в версии ФГОС ВО 2014г., для направления подготовки 010302 «Прикладная математика и информатика» *обратные и некорректные задачи* названы объектами профессиональной деятельности; для направлений подготовки 010301 «Математика», 010303 «Механика и математическое моделирование», 020301 «Математика и компьютерные науки» среди профессиональных компетенций указаны: «способность математически *корректно* ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2), способность *строго* доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3)»; для всех вышеназванных направлений среди общекультурных компетенций обозначены «способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках, способность *логически верно* строить устную и письменную речь», что особенно важно при подготовке учителей математики, [4].

В нашей работе [2] показано, что использование понятия «корректность» в качестве универсального критерия позволяет достичь поставленных обществом целей.

Понятие «корректность» многоаспектно [1], оно обладает рядом сущностных характеристик, позволяющих выделить и построить особый вид критериально-корректностной математической подготовки, где «корректность» используется в качестве ведущей идеи, а содержанием является система межпредметных понятий.

Критериально-корректностной математической подготовкой бакалавров физико-математических направлений будем называть межпредметную математическую подготовку, основанную на специальных принципах математической корректности, незавершенности знаний, спиралеобразного развития корректного знания; использующую в качестве ведущей идеи понятие «корректность», на этой основе реализующую организационно-деятельностную, содержательную межпредметную и внутрипредметную интеграцию; критериально-корректностная математическая подготовка направлена на

- формирование универсального критерия «корректность» оценки основных компонентов математического содержания, а также широкого класса объектов личностной, ценностной сферы человека, его реальной жизни;

- освоение механизмов деятельности по обоснованию корректности, распознаванию некорректности и ее преодолению; овладению деятельностью в условиях переизбытка, недостатка и противоречивости данных, т.е. в условиях некорректности.

Целью критериально-корректностной математической подготовки является формирование на математическом содержании критериально-корректностной компетентности бакалавров.

Целесообразность выделения вида межпредметной подготовки - критериально-корректностной математической подготовки - в системе профессиональной подготовки бакалавров физико-математических направлений основана на том, что математическое образование, построенное на такого сорта подготовке, обеспечивает формирование системы общекультурных, профессиональных, специальных компетенций, а также

- социальным заказом общества, на подготовку профессионала, владеющего методологией действий в условиях недостатка, переизбытка, противоречивости данных, умеющего обосновывать корректность объектов, распознавать некорректность и преобразовывать ее в корректность;

- необходимостью осуществления широкой интеграции внутри образовательного процесса, основу которой для критериально-корректностной математической подготовки составляет универсальный критерий – понятие «корректность»;

- авторитетным мнением ученых-математиков, ученых-методистов, неоднократно указывавших, что введение в содержание образования таких общих и в то же время актуальных понятий, как математическая корректность, (корректные и некорректные математические задачи, модели, определения понятия, доказательства, вопросы, применения метода и т.д.) способствует осуществлению эффективного целостного учебного процесса, направленного на развитие личности обучающегося;

- современным уровнем развития науки, в частности, теории обратных и некорректных задач, а также потребностями практической деятельности в оперировании как корректными, так и некорректными предметами деятельности.

Содержание критериально-корректностной математической подготовки мы представляем в виде ряда специальных компетенций, [2], [3]:

- способность работать с математической задачей на основе понятия «корректность»;

- способность выявлять некорректность математических объектов: математической модели, формулировок задач, доказательств, применения методов, интерпретации результатов наблюдений и т.п. - и владеть способами ее преобразования в корректность;

- способность строить устную и письменную речь, вести научную дискуссию, осуществлять мыслительный процесс в форме диалоговой последовательности корректных вопросов и ответов (в корректной вопросно-ответной форме);

- способность осуществлять анализ философских, мировоззренческих, естественно-научных и личностно значимых проблем с точки зрения понятия «корректность».

Смысл критериально-корректностных компетенций сводится к владению понятием «корректность» в терминологическом и общеупотребительном смыслах, к способности применять его в качестве универсального критерия как в профессиональной, так и в личностной сфере, реализовывать познавательный и философский потенциал, осуществлять механизмы деятельности по обоснованию корректности, распознаванию некорректности и преобразованию ее в корректность в различных видах деятельности.

Критериально-корректностная математическая подготовка осуществляется на межпредметном содержании ряда учебных предметов и дисциплин: математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения, геометрия, задачи математической физики, история математики, ТФДП, ТФКП.

Определим критериально-корректностную компетентность на основе общепринятого понимания термина «компетентность». Критериально-корректностная компетентность – это интегративное качество личности, в котором выделены три составляющие: знаниевая, деятельностная, личностная; это качество показывает степень овладения человеком критериально-корректностными компетенциями и проявляется в различных областях, т.е. критериально-корректностная компетентность - это владение



- понятием «корректность» в терминологическом и общеупотребительном смыслах;
- умениями выполнять универсальную деятельность по исследованию объектов на корректность: обоснование однозначной определенности объекта, варьирование, корректировка;
- умениями выполнять универсальную деятельность по «преодолению некорректности»: оперирование предметной областью, варьирование, декомпозиция на корректные составляющие, переход в новую предметную область, расширение объема понятий;
- общекультурным, философским смыслом понятия «корректность»;
- личностными качествами: критичностью, креативностью, высоким уровнем познавательной мотивации, математическими способностями и интуицией; целеустремленностью, настойчивостью, открытостью новому, чувствительностью к деталям.

Критериально-корректностная компетентность относится к числу профессиональных компетентностей, в то же время обладает чертами, присущими общекультурным компетентностям.

Для описания *этапов и уровней формирования* критериально-корректностной компетентности в процессе математической подготовки используем модель функционирования системы педагогических взаимодействий О.В.Красновой [5], в этом процессе можно выделить шесть качественно различных *уровней*:

- I- неопределенный, соответствующий «знаниям - знакомству»;
- II- дезорганизованный, соответствующий «знаниям – узнаванию»;
- III- манипулятивный, соответствующий «знаниям-копиям»,
- IV- прагматический, соответствующий «знаниям- умениям»;
- V- оптимальный, соответствующий «знаниям - умениям» + опыт деятельности; методы сотрудничества;
- VI- автономный, самодостаточный, соответствующий «знаниям-трансформации»;

и пять *этапов*, характеризующих переход от одного уровня, нижестоящего, к следующему, вышестоящему:

I→II ориентационный, II→III адаптационный, III→IV функционализации, IV→V оптимизации, V→VI автономизации.

Применение выбранного подхода, основанного на теории развития систем педагогических взаимодействий, потребовало разработки критериев для диагностики уровней I-VI сформированности критериально-корректностной компетентности: неопределённого, дезорганизованного, манипулятивного, прагматического, оптимального и автономного; а затем разработки на этой основе комплектов интегрированных диагностических заданий для идентификации уровней сформированности.

В основу измерения уровня сформированности критериально-корректностной компетентности положена модель критериально-корректностной компетентности, включающая три составляющие: знаниевую, деятельностную, личностную. Критерии или диагностические признаки освоенности компетенций сформулированы в терминах освоенных знаний, умений, навыков, приобретенного опыта деятельности, а также сформированных на основе понятия «корректность» личностных качеств, мировоззрения и системы ценностей. Критериально-корректностная компетентность, как интегративное качество личности, проявляется в математической деятельности и, следовательно, оценку уровня ее сформированности целесообразно осуществлять по правильности, развернутости, успешности ее выполнения, а также по проявлению тех качеств личности, благодаря которым эта деятельность может быть эффективно осуществлена. Таким образом, для определения уровня сформированности критериально-корректностной компетентности будем использовать три критерия: знаниевый, деятельностный и личностный. Показателями для знаниевого критерия служит усвоение содержания обучения по В.П.Беспалько: знания-знакомства, знания - копии, знания - умения, знания –

трансформации. В качестве показателей деятельностного критерия выступают характеристики действия по П.Я.Гальперину и Н.Ф.Талызиной: обобщенность, развернутость, освоенность, прочность, осознанность. Показатели личностного критерия характеризуют степень выраженности изменений в личностной и мировоззренческой сфере студентов: эмоции, мотивация, ценности, принятие понятия «корректность» в качестве оценочного для характеристики общественных и личностно-значимых проблем.

### Литература

1. Яремко Н.Н., Яремко О.Э. Математическая корректность. Учебное пособие. - Пенза, ПГУ, 2014. -192с.
  2. Яремко Н.Н. Теоретико-методические основания критериально-корректностной математической подготовки бакалавров физико-математических направлений: Монография – Орел: изд-во ГОУ ВПО «ОГУ», 2015. – 148 с.
  3. Gavrilova, M. A., Yaremko, N. N. & Dmitriyev, D. V. (2015). Formation of criteria-correctness mathematical competence. *European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences*, 3 (1), 61-66. Режим доступа: <http://www.idpublications.org/ejrres-vol-3-no-1-2015/>
  4. Гаврилова М.А. Система формирования методической компетентности учителей математики//Наука и школа. 2010, №5. – С.35-38.
  5. Краснова О.В. Содержание и объем понятия «система педагогических взаимодействий»//Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. 2008, №4 (8). – С.105-112.
-

КАК ПОМОЧЬ ШКОЛЬНИКУ ОБРАТИТЬ  
МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ЗАДАЧУ

Абрамова О.М.

*Арзамасский филиал Нижегородского государственного университета  
им. Н.И. Лобачевского, Арзамас, Россия, olesia144@mail.ru*

**Аннотация.** В статье предложено алгоритмическое предписание из шести шагов, облегчающее деятельность школьников по самостоятельному выполнению процедуры обращения математической задачи, которое может быть непосредственно задействовано в учебном процессе. Приводятся конкретные примеры пошагового обращения задачи.

*Ключевые слова:* математические задачи; обращение задачи; обращённые и обратные задачи; окрестность обращённых задач; процедура обращения; алгоритмическое предписание по обращению задач; гибкость мышления.

**Abstract** The article provides the algorithmic instruction from six steps that facilitates the work of students for independent performance for independent performance of procedure of the address of a mathematical task which can be directly involved in educational process is offered. Specific examples how to solve a task step by step are given.

*Key words:* mathematical tasks; the address the tasks turned and the return tasks; a vicinity of the turned tasks; address procedure; the algorithmic instruction of the address of tasks, thinking outside the box.

Рассматривая процесс обучения школьников обращению математических задач в контексте деятельностного подхода к обучению математике, утвердившемуся в последнее время в теории и практике математического образования школьников, следует понимать его как деятельность, которая, равно как и всякая другая, структурно состоит из отдельных действий, а процессуально слагается из последовательности шагов (см. рис. 1).

Проиллюстрируем, как на практике осуществляется это алгоритмическое предписание применительно к конкретным задачам [1].

**Задача 1.** *Две стороны треугольника имеют длины 6 см и 8 см. Найдите третью сторону, если известно, что его периметр равен 24 см.*

**1 шаг:** решаем задачу 1.

Решение:

- 1)  $6 + 8 = 14$  (см) – сумма длин двух сторон треугольника;
- 2)  $24 - 14 = 10$  (см) – длина третьей стороны треугольника.

Ответ: 10 см.

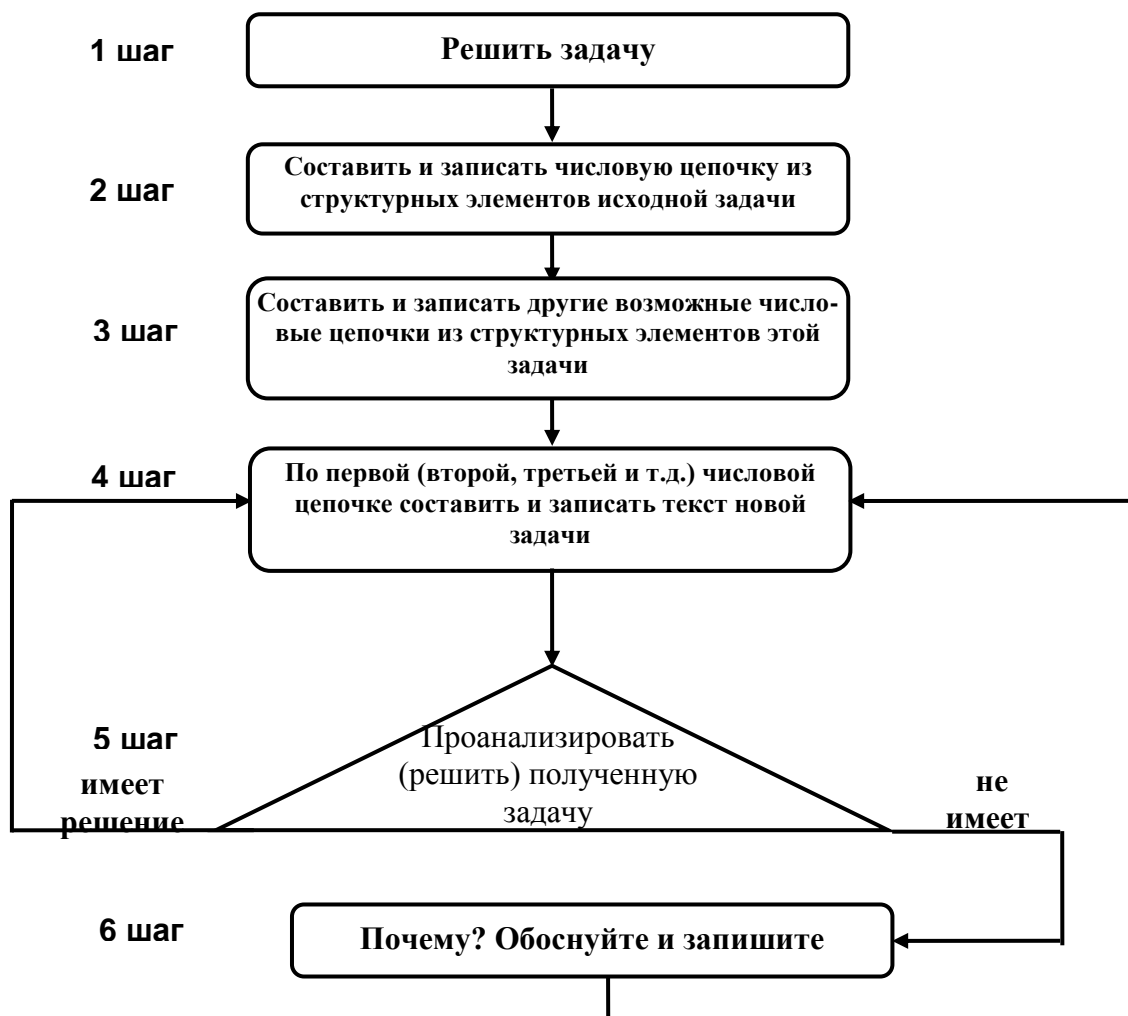


Рис. 1. Алгоритмическое предписание процесса обращения математической задачи

**2 шаг:** составляем числовую цепочку из структурных элементов решенной задачи

1.

6 см                      8 см                      24 см                      10 см

**3 шаг:** составляются всевозможные числовые цепочки обращённых задач, в которых искомым элементом последовательно выступает каждый элемент данной задачи или их комбинация.

.	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6 см</span>	8 см	24 см	10 см
.	6 см	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8 см</span>	24 см	10 см
.	6 см	8 см	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">24 см</span>	10 см
.	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6 см</span>	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8 см</span>	24 см	10 см
.	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6 см</span>	8 см	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">24 см</span>	10 см
.				10 см

6 см

8 см

24 см

10 см

Поскольку такую работу они не выполняли ранее, для проверки результатов этой части задания можно использовать взаимоконтроль. Отметим, что организация взаимопроверки в парах важна также с точки зрения формирования действий самоконтроля и самооценки. В процессе такой проверки ученик учится соотносить выполненные одноклассником действия с заранее определёнными критериями и вместе с тем, анализируя действия товарища, он непроизвольно оценивает свои действия.

**4 шаг:** по первой числовой цепочке, в которой в качестве искомого выбрана одна из длин треугольника составляем текст новой обращённой задачи 1.

Прежде чем формулировать вопрос задачи, школьникам необходимо проанализировать новые данные, связать их между собой, выяснить какие величины в принципе можно найти при таком условии, а затем уже выдвигать требование к задаче. Одним из требований, предъявляемых к формулируемым задачам это обязательная включенность всех элементов задачи в содержание её текста. Второе требование – это лаконичность вопроса. Если учащиеся затрудняются в выборе интересных вопросов, учитель может сам привести несколько вариантов требований, а ученику предложить выбрать и обосновать выбор. Затем уже целесообразно перейти к самостоятельному выдвиганию вопросов учащимися [2].

Школьники составляют такую обращённую задачу:

**Задача 1.1.** *Две стороны треугольника имеют длины 10 см и 8 см. Найдите третью сторону, если известно, что его периметр равен 24 см.*

**5 шаг:** решаем полученную задачу 1.1.

Решение:

- 1)  $10 + 8 = 18$  (см) – сумма длин двух сторон треугольника;
- 2)  $24 - 18 = 6$  (см) – длина третьей стороны треугольника.

Ответ: 6 см.

Как видно, объективно степень сложности обращённой задачи 1.1 не превосходит степени сложности прямой задачи 1, поскольку она содержит столько же данных, те же отношения и связи, только неизвестным выступает другой компонент этих отношений.

Итак, найдя ответ задачи 1.1 и сопоставив его с тем числом, которое заключено в рамочку в соответствующей этой обращённой задаче числовой цепочки, заключаем, что задача решена верно, а это позволяет нам пропустить шестой шаг алгоритмического предписания, но возвратиться к шагу 4 и проделать ту же самую последовательность действий применительно ко второй числовой цепочки структурных элементов задачи 1.

**4.1 шаг:** по второй числовой цепочке составляем и записываем текст новой задачи 1.2.

**Задача 1.2.** *Две стороны треугольника имеют длины 6 см и 10 см. Найдите третью сторону, если известно, что его периметр равен 24 см.*

**5.1 шаг:** решаем обращённую задачу 1.2.

Решение:

- 1)  $6 + 10 = 16$  (см) – сумма длин двух сторон треугольника;
- 2)  $24 - 16 = 8$  (см) – длина третьей стороны треугольника.

Ответ: 8 см.

**4.2 шаг:** по третьей числовой цепочке составляем и записываем текст обращённой задачи 1.3.

**Задача 1.3.** *Стороны треугольника имеют длины 6 см, 8 см и 10 см. Найдите его периметр.*

**5.2 шаг:** решаем полученную задачу.

Решение:

- 1)  $6 + 8 + 10 = 24$  (см) – периметр треугольника.

Ответ: 24 см.

**4.3 шаг:** по четвёртой числовой цепочке формулируем условие и требование задачи 1.4.

**Задача 1.4.** *Одна из сторон треугольника имеет длину 10 см, а его периметр равен 24 см. Найдите длины двух других сторон треугольника.*

**5.3 шаг:** проанализируем полученную задачу.

Осуществив анализ содержания обращённой задачи 1.4, учащиеся приходят к выводу, что эта задача является неопределённой, поскольку для получения ответа на поставленный вопрос не достаточно знать длину одной стороны треугольника и его периметр, т.к. в этой задаче отсутствуют некоторые данные, вследствие чего дать однозначный ответ на вопрос задачи не представляется возможным.

Отметим, что отбрасывать данную обращённую задачу 1.4 учителю не стоит, следует попытаться извлечь из неё всё возможное, потому что, даже если такая задача и не прибавит новых знаний учащимся, не окажет должного влияния на развитие их гибкости мышления, то по крайней мере, она полезна тем, что поддерживает интерес школьников к процессу обращения задачи, а также способствует развитию таких качеств мышления как логичность, критичность и др., которые, несомненно, также необходимо активно развивать у учеников в процессе их обучения и не только математике.

**6 шаг:** указать, почему невозможно однозначно решить данную задачу. На данном шаге обращения задачи учитель может нацелить учащихся на указание недостающих данных, задавая вопросы следующего плана: «Почему нельзя дать ответа на вопрос задачи?, Какого данного либо данных не хватает?, Что необходимо добавить?, А можно ли что-нибудь извлечь даже из этих данных?».

Отвечая на поставленные вопросы, школьники приходят к заключению: для того чтобы однозначно ответить на поставленный вопрос необходимо знать количественное отношение одной стороны к другой, т.е. на сколько больше или меньше первая сторона по отношению ко второй, либо количественное отношение одной из сторон по отношению к известной третьей стороне.

Аналогично обстоит дело с обращёнными задачами, формулируемыми по числовым цепочкам 5, 6 и 7, поэтому считаем не целесообразным останавливаться на шагах по работе с ними, а лишь приведём соответствующие им тексты задач.

**Задача 1.5.** *Две стороны треугольника имеют длины равные 8 см и 10 см. Найдите длину другой стороны треугольника и его периметр.*

**Задача 1.6.** *Две стороны треугольника имеют длины равные 6 см и 10 см. Найдите длину другой стороны треугольника и его периметр.*

**Задача 1.7.** *Одна из сторон треугольника имеет длину равную 10 см. Найдите периметр и длины других его сторон.*

Резюмируя сказанное выше, подчеркнём, что изложенный подход к обучению школьников обращению задач предполагает применение в учебном процессе обучения математике алгоритмического предписания процесса обращения задачи, предполагающее выполнение шести шагов, состоящих из действий, осуществляемых на каждом из них и необходимых для исполнения процедуры обращения [3].

### Литература

1. Абрамова О.М. Окрестность обращённых задач как средство достижения полноты решения задачи в процессе обучения математике школьников // *Фундаментальные исследования.* – 2014. – № 8 (часть 2). – С. 426–432.
2. Абрамова О.М. Сущность и дидактическая ценность обращения математической задачи // *Наука Красноярья.* – 2014. – № 4(15). – С. 19–38.
3. Абрамова О.М. Обращение школьной задачи как основа современных технологий обучения в математическом образовании // *Педагогика и просвещение.* – 2014. - №3. – С. 30-41.

# НЕРАВЕНСТВО ЙЕНСЕНА И ПАНОРАМНОЕ ВЕДЕНИЕ В КУРСАХ ПО ВЫБОРУ ФИЗИКОМАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СТАРШЕЙ ШКОЛЫ

Арутюнян А.А.

Армянский государственный университет им. Хачатура Абовяна,  
Ереван, Армения, hhaikuny@mail.ru

Аракелян Л.Р.

Арцахский государственный университет, Степанакерт,  
Нагорно-Карабахская Республика, lilit.rafael@yandex.com

**Ամփոփում:** Հոդվածում առաջարկվում է ՀՀ ավագ դպրոցի ֆիզիկամաթեմատիկական հոսքի կամընտրական դասընթացի ծրագրի մի մանրապատում, այն է Յանսենի անհավասարումը: Հիմնավորվում է, որ այն կարող է զարգացնել սովորողի մետաուսումնական կարողությունները, ավելի կոնկրետ՝ համայնապատկերային մտածողությունը:

*Հանգուցային բաներ.* թվերի միջիններ, ֆունկցիայի միջիններ, ուռուցիկ ֆունկցիա, Յանսենի անհավասարությունը:

**Abstract:** This paper present a part (miniature) of high school’s mathematics profile curricula, namely Jansen’s inequality. We argue that it can be put into the development of student’s metacognitive thinking.

*Key words.* Means (average) of numbers, means of function, convex (concave) function, Jansen’s inequality.

В Республике Армения переход общеобразовательной системы к трехступенчатому (*начальная школа, средняя школа, старшая школа*) можно считать завершенным фактом: в 2008-2009 учебном году начала действовать старшая школа. Но если начальная школа и средняя школа вошли в свои естественные русла, то о старшей школе нельзя сказать то же самое. Конечно, уже готовы стандарты, программы, учебники, но слишком много задач ждут своих решений. Отметим одну из них: выбор содержания курсов по выбору. По нашему мнению, в таких курсах обучения целостного предмета для учащихся может оказаться изрядно скучным: целесообразно курс построить на основе отдельных математических миниатюр. При этом, нужно выбрать такие миниатюры, которые развивают не только (и не столько) учебные умения, но и метаучебные. В метаучебных умениях особенно важна рефлексия. В случае математики важной формой рефлексии является панорамное ведение - увидеть за отдельными математическими фактами то общее, которое объединяет эти отдельные факты.

Проиллюстрируем панорамное ведение на примере доказательства неравенств.

## СРЕДНИЕ: ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФАКТЫ

Если дан набор чисел  $\hat{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ , то, как известно, *среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее гармоническое, среднее квадратичное* этих чисел определяются соответственно следующим образом:

$$A(\hat{a}) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \quad (1), \quad G(\hat{a}) = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n} \quad (2),$$

$$H(\hat{a}) = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}} \quad (3), \quad Q(\hat{a}) = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2}{n}} \quad (4).$$

Числа  $A(\hat{a}), G(\hat{a}), H(\hat{a}), Q(\hat{a})$  связаны между собой следующими неравенствами

$$H(\hat{a}) \leq G(\hat{a}) \leq A(\hat{a}) \leq Q(\hat{a}) \quad (5)$$

(в них, для определенности, каждое из чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  положительное), ставшими классическими.

Определяются средние не только для чисел, но и для функций.

Среднее арифметическое, среднее геометрическое, среднее гармоническое, среднее квадратичное для функции  $f$  ( $D(f) \subset [a, b]$ ) определяются соответственно следующим образом:

$$A(f) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \quad (6), \quad G(f) = e^{\ln A(f)} = e^{\frac{1}{b-a} \int_a^b \ln f(x) dx} \quad (7),$$

$$Q(f) = \sqrt{A(f^2)} = \left( \frac{1}{b-a} \int_a^b f^2(x) dx \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8), \quad H(f) = \frac{1}{A\left(\frac{1}{f}\right)} = \left( \frac{1}{b-a} \int_a^b \frac{dx}{f(x)} \right)^{-1} \quad (9).$$

Оказывается, что эти средние для функций связаны неравенствами:

$$H(f) \leq G(f) \leq A(f) \leq Q(f). \quad (10)$$

Неравенства (10), а также неравенства (5) мы докажем в панорамном контексте. Но сначала

### Выпуклые функции. Определения и факты.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Функция  $\varphi$  определенная на некотором интервале (конечном, бесконечном, открытом, полуоткрытом, замкнутом)  $I$ , называется выпуклой на этом интервале, если для любых точек  $x_1$  и  $x_2$  из этого интервала и для любого  $t \in [0, 1]$  имеет место неравенство

$$\varphi(tx_1 + (1-t)x_2) \begin{matrix} \leq \\ (\geq) \end{matrix} t\varphi(x_1) + (1-t)\varphi(x_2) \quad (11)$$

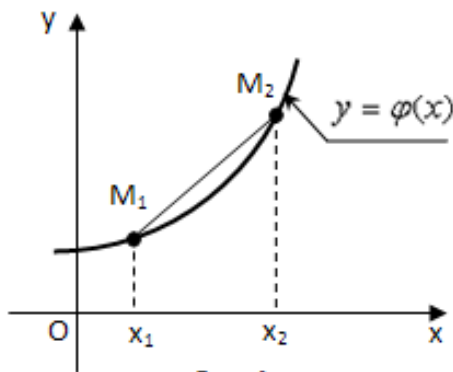


Рис. 1

$\varphi$  - выпуклая

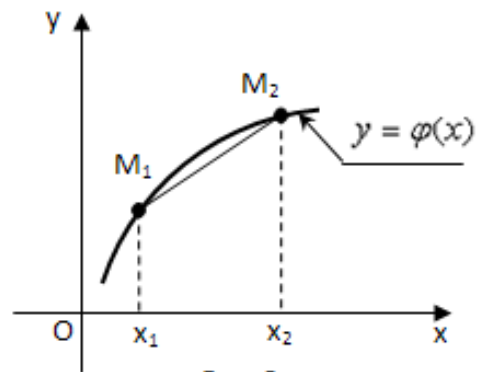


Рис. 2

$\varphi$  - вогнутая

Геометрически неравенство (1) означает, что для любых точек  $M_1(x_1, \varphi(x_1))$  и  $M_2(x_2, \varphi(x_2))$  графика функции  $\varphi$ , график функции  $\varphi$  на отрезке  $[x_1, x_2]$  лежит не выше (не ниже) отрезка  $[M_1, M_2]$ .

Если  $\varphi$  выпуклая функция на некотором интервале  $I$ , то ясно что  $-\varphi$  вогнутая на том же интервале. Поэтому мы ограничимся только выпуклыми функциями.

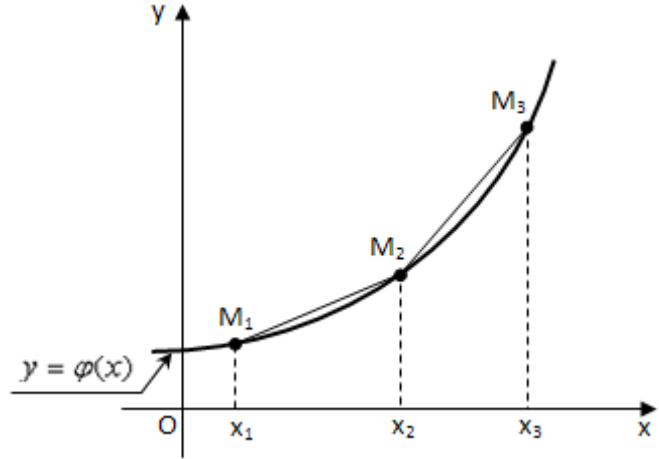


Приведем некоторые факты:

**ТЕОРЕМА 1.** Для того, чтобы функция  $\varphi$  была выпуклой на некотором интервале  $I$ , необходимо и достаточно, чтобы для любых точек  $x_1, x_2, x_3$  из этого интервала, таких что  $x_1 < x_2 < x_3$ , имело место неравенство:

$$\frac{\varphi(x_2) - \varphi(x_1)}{x_2 - x_1} \leq \frac{\varphi(x_3) - \varphi(x_2)}{x_3 - x_2}. \quad (12)$$

Геометрически (1) означает, что угол наклона прямой  $(M_1, M_2)$  не больше, чем угол наклона прямой  $(M_2, M_3)$ .



**ТЕОРЕМА 2.** Пусть функция  $\varphi$  имеет производную в любой точке из интервала  $I$ . Тогда, для того, чтобы  $\varphi$  была выпуклой на интервале  $I$  необходимо и достаточно, чтобы  $(\varphi'(x))$  была неубывающей на интервале  $I$ .

**СЛЕДСТВИЕ ТЕОРЕМЫ 2.** Пусть функция  $\varphi$  имеет вторую производную на интервале  $I$ . Тогда, для того чтобы  $\varphi$  являлась выпуклой на  $I$ , необходимо и достаточно, чтобы  $\varphi''$  была неотрицательной на  $I$

$$\varphi''(x) \geq 0 \quad \forall x \in I. \quad (13)$$

**ТЕОРЕМА 3 (НЕРАВЕНСТВО ЙЕНСЕНА).** Пусть  $f$  интегрируемая на  $[0, 1]$  функция, а  $\varphi$ -выпуклая на некотором интервале  $I$ , причем множество значений  $f$  лежит в  $I$  ( $E(f) \subset I$ ). Тогда имеет место неравенство

$$\varphi\left(\int_0^1 f(x) dx\right) \leq \int_0^1 \varphi(f(x)) dx. \quad (И)$$

**Доказательство:** Сначала докажем, что, если  $\varphi$  выпуклая на  $I$  и  $\alpha$ -некоторая (фиксированная) точка из  $I$ , то для любой точки  $x$  из  $I$ , существует число  $M$ , что

$$\varphi(x) - \varphi(\alpha) \geq M(x - \alpha). \quad (14)$$

Действительно, если  $x > \alpha$ , то из неравенства (12) ( $x_2 = \alpha, x_3 = x, x_1 < \alpha$ ) получаем

$$\frac{\varphi(x) - \varphi(\alpha)}{x - \alpha} \geq \frac{\varphi(\alpha) - \varphi(x_1)}{\alpha - x_1} \equiv M_1. \quad (15)$$

А если  $x < \alpha$ , то из неравенства (12) ( $x_1 = x, x_2 = \alpha, x_3 > \alpha$ )

$$\frac{\varphi(\alpha) - \varphi(x)}{\alpha - x} \leq \frac{\varphi(x_3) - \varphi(\alpha)}{x_3 - \alpha} \equiv M_2. \quad (16)$$

Если положить  $M = \min(M_1, M_2)$ , то из неравенства (15) и (16) получаем

$$\varphi(x) - \varphi(\alpha) \geq M(x - \alpha).$$

Теперь, обозначим:

$$\alpha = \int_0^1 f(x) dx. \quad \text{Ясно, что } \alpha \in I. \text{ Из (14) имеем}$$

$$\varphi(f(x)) - \varphi(\alpha) \geq M(f(x) - \alpha), \quad (17)$$

отсюда

$$\int_0^1 [\varphi(f(x)) - \varphi(\alpha)] dx \geq \int_0^1 [M(f(x) - \alpha)] dx, \text{ или}$$

$$\int_0^1 \varphi(f(x)) dx - \varphi(\alpha) \geq M \left[ \int_0^1 f(x) dx - \alpha \right]. \quad (18)$$

Так как  $\int_0^1 f(x) dx = \alpha$ , то из (18) следует, что  $\int_0^1 \varphi(f(x)) dx \geq \varphi(\alpha)$ , или

$$\varphi \left( \int_0^1 f(x) dx \right) \leq \int_0^1 \varphi(f(x)) dx, \text{ что и требовалось доказать.}$$

**Некоторые следствия из неравенства Йенсена (панорамное видение)**

1. Пусть  $\varphi(x) = e^x$ , тогда  $\varphi''(x) = e^x > 0$  и, следовательно,  $\varphi$ -выпуклая функция на  $I = (-\infty, \infty)$ .

Если функции  $f$  и  $\ln f$  интегрируемы (на  $[0, 1]$ ), то неравенство Йенсена (И) принимает вид:

$$e^{\int_0^1 \ln f(x) dx} \leq \int_0^1 f(x) dx. \quad (19)$$

А это неравенство между геометрической средней и арифметической средней для функций

$$G(f) \leq A(f). \quad (19')$$

Если в неравенстве (19) в качестве  $f$  взят кусочно-постоянную функцию

$$f(x) = \begin{cases} a_1, & \text{если } 0 \leq x < \frac{1}{n}, \\ a_2, & \text{если } \frac{1}{n} \leq x < \frac{2}{n}, \\ \vdots \\ a_n, & \text{если } \frac{n-1}{n} \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (\text{КП})$$

то

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = A(\hat{a}) \text{ и } e^{\int_0^1 \ln f(x) dx} = e^{\frac{\ln a_1 + \ln a_2 + \dots + \ln a_n}{n}} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} = G(\hat{a}).$$

Тогда неравенство (19) примет вид:

$$G(\hat{a}) \leq A(\hat{a}) \quad (20)$$

А это неравенство между геометрической средней и арифметической средней для набора чисел  $\hat{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  ( $a_k > 0, k = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

2. Пусть  $\varphi(x) = x^2$ , тогда  $\varphi''(x) = 2 > 0$  ( $x \in (-\infty, \infty)$ ), так что  $\varphi$ -выпуклая функция. Применяя в этом случае неравенство Йенсена (И), получаем:

$$\left( \int_0^1 f(x) dx \right)^2 \leq \int_0^1 f^2(x) dx \quad \text{или} \quad \int_0^1 f(x) dx \leq \sqrt{\int_0^1 f^2(x) dx} \quad (20)$$

Неравенство (20) связывает арифметические и квадратические средние для функций

$$A(f) \leq Q(f) \quad (21)$$

Если в (21) взять в качестве функции  $f$  кусочно-постоянную функцию (КП), то получится неравенство между арифметическим средним набора чисел  $\hat{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$

и квадратическим средним того же самого набора:

$$A(\hat{a}) = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}} = Q(\hat{a}).$$

3. Если функция  $\frac{1}{f}$  и  $\ln f$  интегрируемы на  $[0, 1]$ , то из (19) следует, что:

$$e^{\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{f(x)}\right) dx} \leq \int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx, \quad \text{или} \quad e^{\frac{1}{\int_0^1 \ln f(x) dx}} \leq \int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx, \quad i^{\int_0^1 \ln f(x) dx} \geq \frac{1}{\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx}. \quad (22)$$

(22) является неравенством между геометрическим средним и гармоническим средним функции  $f$ :

$$G(f) \geq H(f).$$

Если  $f$  - кусочно-постоянная функция (КП), то (22) принимает вид:

$$G(\hat{a}) \geq H(\hat{a}).$$

Таким образом мы получили основные неравенства, связывающие различные средние функции  $f$ :

$$H(f) \leq G(f) \leq A(f) \leq Q(f),$$

и для набора  $\hat{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ :  $H(\hat{a}) \leq G(\hat{a}) \leq A(\hat{a}) \leq Q(\hat{a})$ .

Примечательно, что они все являются следствием неравенства Йенсена (панорамное ведение):

$$\varphi\left(\int_0^1 f(x) dx\right) \leq \int_0^1 \varphi(f(x)) dx.$$

Конечно, из неравенства Йенсена, взяв разные выпуклые функции  $\varphi$ , разные функции  $f$ , можно получить другие неравенства.

## Литература

1. Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 11-րդ դասարանի դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար): Երևան, Տիգրան Մեծ, 2010: 200 էջ:
2. Գևորգյան Գ. Գ., Սահակյան Ա. Ա. Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր: Ավագ դպրոցի 12-րդ դասարանի դասագիրք (բնագիտամաթեմատիկական հոսքի համար): Երևան, Տիգրան Մեծ, 2011: 208 էջ:
3. Харди Г. Г., Литтлвуд Дж. Е., Поля Г., Неравенства, перевод с английского В. И. Левина, Государственное издательство иностранной литературы. Москва, 1948. 456 с.

# О КОРРЕКТИРУЮЩЕМ КУРСЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕРВОГО КУРСА В 2013/14 УЧЕБНОМ ГОДУ И ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ В 2014 И 2015 ГОДАХ ДЛЯ АБИТУРИЕНТОВ ФИЛИАЛА МГУ В Г. СЕВАСТОПОЛЕ

Будак А.Б.

*МГУ, факультет ВМК, кафедра общей математики, +7 (495)-939-55-91, abbudak@cs.msu.su*

**Abstract.** In the given message is spoken about the after elementary mathematician acted on first rate of faculty of computer mathematics of Branch MSU in Sevastopol per 2013/14 educational years and some conclusions from this experiment. It is told and about prepare teaching about elementary mathematics before introductory examinations of Branch MSU in Sevastopol in 2014 and 2015 years.

Для студентов севастопольского Филиала МГУ автором статьи было прочитано девять дистанционных лекций (из Москвы), на которых освящались следующие темы.

Вывод основных свойств квадратичной функции с обоснованием ее графика (кроме свойства выпуклости), был получен важный вывод о неположительности дискриминанта квадратного трехчлена с положительным коэффициентом при старшей степени, принимающем только неотрицательные значения (это свойство может применяться при доказательстве неких утверждений даже об абстрактных гильбертовых пространствах), разобраны примеры решений квадратных уравнений со сложными (иррациональными) коэффициентами, решений неравенств с дробно-линейными функциями, а также доказательства некоторых неравенств с тригонометрическими выражениями, примененными к величинам углов треугольника.

Понятие модуля действительного числа и его основные свойства, сформулированы понятия линейной, степенной, показательной и логарифмической функций.

Приведены примеры решений иррациональных уравнений и неравенств, доказательств неравенств для выражений, представляющих или сводящихся к многочленам второй степени с двумя переменными на основе применения метода выделения полных квадратов выражений, примеры решений комбинаций логарифмических и показательных неравенств, сложных показательных уравнений, решения которых основаны на свойстве строгой монотонности показательных функций, задачи на ГМТ на координатной плоскости, построение графиков суперпозиций алгебраических функций.

Некоторые вопросы тригонометрии: определения тригонометрических функций с помощью единичной окружности, вывод основных тригонометрических формул в том числе и формулы преобразования выражения  $a \sin x + b \cos x$  с помощью вспомогательного аргумента, решений простейших тригонометрических уравнений, о выражениях тригонометрических функций от аркфункций и аркфункций от тригонометрических функций и их графиках, ряд важных соотношений между аркфункциями.

Рассмотрены примеры решений тригонометрических неравенств, сводящихся к простейшим тригонометрическим неравенствам.

Некоторые вопросы планиметрии: о равенстве и подобии треугольников, о свойствах их элементов (медиан, высот, биссектрис, выражения для их длин), теорема Фалеса, о схемах доказательства теорем синусов, косинусов, о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике и круге, о квадрате длины отрезка касательной к окружности и свойствах касательных к окружности, проведенных из одной точки, об измерении вписанных в окружность углов и углов, образованных касательной и хордой,

некоторые задачи на построение, в общем, те же, о которых говорилось выше, четырехугольников, правильных многоугольников, их радиусов и формулах их выражений через длины сторон соответствующих многоугольников, о касании окружностей, в частности задача о выражении расстояния между точками касания двух окружностей их общей касательной через радиусы окружностей, доказательства некоторых геометрических неравенств, в том числе и на наибольшие и наименьшие значения.

Некоторые вопросы стереометрии: о взаимоотношении прямых и плоскостей в пространстве, пересечение прямых и плоскостей, скрещиваемость прямых, параллельность и перпендикулярность, угол между прямыми и плоскостями, наклонная и проекция, теорема о трех перпендикулярах, о двугранном угле и его измерении, линейном угле двугранного угла, многогранном угле.

Тетраэдр, правильный тетраэдр, правильная многоугольная пирамида, параллелепипед и его частные случаи, призма и ее частные случаи о вписанных в многогранники и описанных около многогранников сферах, выражении их радиусов, о цилиндре, конусе, шаре и сфере, разбор двух задач на вычисление радиуса вписанного в треугольную пирамиду шара (через длины ее высот) на основе обобщений теоремы Виета для корней многочлена четвертой степени, вычисление площади полной поверхности и объема прямоугольного параллелепипеда на основе обобщений теоремы Виета для корней многочлена третьей степени, при этом была исследована корректность постановки задачи.

Примеры решений некоторых задач, уравнений, неравенств, систем, содержащих параметры, в том числе и решение систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными и на применение тригонометрической формулы вспомогательного аргумента (о ней выше говорилось).

Под конец прослушивания этих лекций студентам Филиала МГУ были высланы по электронной почте индивидуальные задания, содержащие по 12 задач каждая (в общем, по тем же тематикам, что и в перечисленных выше трех контрольных для московских студентов, в том числе и задачи по стереометрии). Из 16 разосланных заданий их выполняли 12 человек с результатами от 10,5 решенных задач до всего 1/3 решенной задачи, наиболее успешно с заданием справились первые 6 приславших работу студентов, следующие 2 похуже, сделав примерно половину задания, и последние 4 совсем плохо (от 1/3 до 5/3 задач). Судя по всему, и тут сказывалась различная математическая подготовка студентов и их отношение к этой работе. Но в общем можно надеяться, что эти занятия не прошли даром и для севастопольских студентов, и определенные дополнительные знания и навыки решения задач по элементарной математике, важные для изучения высшей математики, они приобрели. Важно еще отметить, что для этих студентов действительно был прочитан именно корректирующий курс элементарной математики, преподавание которого, возможно, в определенном аспекте будет продолжено в последующих учебных годах.

20 декабря 2013 г. с этими студентами было проведено еще одно дистанционное занятие по результатам выполнения ими индивидуального задания. Были проанализированы наиболее распространенные ошибки и разобраны некоторые из задач, при решении которых эти ошибки в основном были сделаны.

Многие задачи были заимствованы из книги И.Ф. Шарагин, В.И. Голубев «Математика, Факультативный курс, 11 класс. Решения задач» М: 1992.

В конце июня 2014 г. во время первых предэкзаменационных (подготовительных) занятий по математике с абитуриентами Филиала МГУ в г. Севастополе 2014 г. у автора статьи состоялась первая очная встреча со студентами 1 курса отделения «Прикладная математика», с которыми и велись описанные выше занятия по корректирующему курсу элементарной математики. Впечатление у них от проведенных дистанционных занятий оказалось не в полне однозначным насчет того, можно ли было ограничиваться только

такого рода занятиями. Все же на расстоянии через экран не всегда удавалось высмотреть все, что писалось на доске, не все четко прослушивалось, бывали и технические срывы дистанционного общения, ряд других проблем. Поэтому общий вывод таков, что при преподавании какой либо математической дисциплины дистанционным образом очный контакт преподавателя и студента остается весьма важным. К тому же качественное дистанционное преподавание (чтение лекций) возможно лишь для небольшой аудитории слушателей, насчитывающей не более 15 человек.

Подготовительные занятия по математике для абитуриентов Филиала МГУ в г. Севастополе незадолго перед началом вступительных испытаний в Филиал впервые были организованы в конце июня 2014 г. по инициативе руководства учебного отдела Филиала. Тогда было проведено восемь таких занятий по 3 академических часа каждое. Первую половину этих занятий провел автор статьи, вторую половину — старший преподаватель кафедры прикладной математики Филиала С.Ю. Артамонов. На занятиях разбирались часть вариантов вступительных испытаний в Филиал за период с 1999 по 2013 годы. На занятиях присутствовало до 40 человек. Многие из них — крымчане и севастопольцы, хотя были представители как ряда российских регионов, так и некоторых областей Украины, включая Донецкую и Луганскую области. Большинство слушателей посещали эти занятия, не посещая занятия подготовительного лектория по математике во время школьных каникул (конец октября, начало января, коней марта).

Учитывая, в общем, положительный опыт этих занятий в 2014 г., руководством Филиала в июне-июле 2015 г. были организованы уже большие по количеству аналогичные занятия для абитуриентов 2015 г. Было проведено уже 12 занятий по 3 академических часа каждое из них в течение 2-х недель с 22 июня по 04 июля 2015 г.

На десятом занятии была проведена контрольная работа: слушателям было предложено решить 8 задач из вариантов вступительных испытаний в Филиал 2007 и 2008 годов. Работу писали 29 слушателей (из 32-х). Оценки за нее выставляли по 100-бальной системе в соответствии с критериями дополнительного вступительного испытания (ДВИ) по математике в Филиал в 2013 г. Были показаны, в общем, средние результаты, наблюдались как совсем нулевые результаты, так и до шести правильно решенных задач из восьми.

Проводил занятия только автор статьи. Тем не менее при активном участии С.Ю. Артамонова совместно с автором статьи как в 2014, так и в 2015 годах были подготовлены и напечатаны в Севастополе сборники задач вариантов вступительных испытаний и олимпиад по математике в Филиал МГУ в Севастополе с ответами за период с 1999 года по 2013 (в сборнике 2014 г.) и соответственно — за период с 1999 года по 2014 (в сборнике 2015 г.). В последнем сборнике были приведены варианты заочных туров олимпиады по математике «Покори Крымские горы» также с ответами. Приведены были также планы занятий по математике подготовительного лектория, в рамках которых для будущих абитуриентов Филиала во время школьных каникул (октябрь, январь, март) регулярно еще с 2002 г. проводились занятия. Большую часть из них провел автор статьи. Приведена программа по математике для поступающих в МГУ, в соответствии с которой в Московском университете проводятся вступительные испытания по математике с 1993 года по настоящее время. В обоих сборниках составители следовали терминологиям о необходимости возвращения к которым было подробно описано, например, в статье [1]. В некоторых задачах приходилось несколько изменять условия задач. Связано это было с тем, что при первоначальных постановках задач о решении уравнений, неравенств и их систем они могли иметь большее количество решений, чем указывалось к их ответам. В предисловии к сборникам указывалось участие в составлении экзаменационных задач или предоставление материалов по набору текстов задач некоторых других преподавателей Филиала МГУ в Севастополе. В общем, подобная работа планирует продолжаться и в последующие годы.

## Литература

1. А.Б. Будаков «О необходимых предварительных знаниях для изучения математического анализа и других начальных курсов высшей математики и преодолении некоторых стереотипов в изучении элементарной и высшей математики» в межвузовском сборнике научно-исследовательских работ студентов и преподавателей «На перекрестках наук», 160 с., стр.10–23, издательство Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина, Елец, 2014
2. С.Ю. Артамонов, А.Б. Будаков Сборник «Задачи вступительных экзаменов по математике в Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова», Севастополь, 2014, 116 с., 2015, 144 с.(второе издание).

---

### ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ И ПРИЗНАКОВ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ - ОДИН ИЗ ПУТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Гусев В.А., Браницкая Г.А.

*Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия,  
gusevalmat@yandex.ru, gouttiere@list.ru*

**Аннотация.** Рассмотрены понятия «свойство» и «признак», различные трактовки сути этих понятий, выявлены противоречия между различными трактовками, рассмотрены условия использования данных понятий в теории и методике обучения математике и в психологии и возникающие при использовании трудности.

*Ключевые слова:* свойства, признаки, необходимые и достаточные условия, математические понятия, теория и методика преподавания математики.

### STUDE OF PROPERTIES, AND FEATURES OF THE VARIOUS MATHEMATICAL CONCEPTS- ONE WAY OF INCREASING MOTIVATIONFOR LEARNING MATHEMATICS IN SCHOOLS

Gusev V.A., Branitskaya G.A.

**Abstract.** At this study such concepts as “properties” and “characteristics” and different treatments of these concepts are considered. Contradictions between different treatments are found out. Conditions of usage of these concepts in theory and methodology of mathematical education and in psychology and difficults, appearing during the usage, are also considered.

*Key words:* properties, characteristics, necessary and sufficient conditions, mathematical concepts, theory and methodology of mathematical education.

Есть два понятия, которые пронизывают все обучение математике в школе. Это понятия «свойство» и «признак». В использовании этих понятий во всех науках имеется много несогласованностей и противоречий, которые мешают их усвоению, что приводит к потере интереса при изучении предмета, что влечет потерю интереса к изучению.

1. Начнем с рассмотрения понятия «свойство».

В любой книге по проблемам обучения математике на каждой странице неоднократно встречается понятие «свойство». Вместе с тем методических исследований, связанных с требованиями к использованиям понятия «свойство», очень мало.

Прежде всего, следует назвать книгу известного немецкого математика Германа Вейля «Математическое мышление» [3], где этот вопрос обсуждается. Вот что писал Герман Вейль: «Суждение есть утверждение о некотором положении вещей; если это положение вещей имеет место, то суждение истинно, в противном случае оно ложно. Особенно важную категорию положений вещей (зачастую только и рассматриваемую логиками, хотя она отнюдь не является всеобъемлющей) составляют положения вещей – свойства: суждение-свойство обладает определенным свойством. Примером может служить суждение «Этот (данный мне происходящим в настоящий момент актом восприятия) лист дерева имеет определенный (также данный мне этим актом восприятия), а именно зеленый цвет». Любое свойство всегда относится к определенной категории предметов, такой, что предложение « $a$  обладает таким-то свойством» имеет смысл, т.е. выражает некоторое суждение и тем самым утверждает некоторое положение вещей, только тогда, когда  $a$  принадлежит соответствующей категории. Так, свойство «зеленый» относится к категории «видимой вещи».

Мы не будем выяснять здесь до конца сущность таких понятий, как «положение вещей», «суждение», «предмет», «свойство», ибо это завело бы нас в глубины метафизики» [3].

Приведенную цитату Г. Вейля нельзя считать определением понятия «свойство», но она объясняет, что следует понимать под этим понятием.

Посмотрим, что по поводу понятия «свойство» сказано в психолого-педагогической и математической литературе.

В «Логическом словаре-справочнике» Н.И. Кондакова написано: «Свойство – то, что присуще предметам, что отличает их от других предметов или делает их похожими на другие предметы (например, твердость, шероховатость, упругость, теплопроводность и т.д.). Каждый предмет обладает бесчисленным множеством свойств... Свойства делятся на существенные, без которых предмет существовать не может, и несущественные...

В практике различают также свойства общие и специфические, необходимые и случайные, внутренние и внешние, совместимые и несовместимые и т.д.» [4].

В теории обучения математике широко используются общие и специфические (отличительные) свойства объектов, а так же существенные свойства объектов. В каком смысле в приведенной выше цитате употребляется словосочетание «необходимые свойства», не понятно. Случайные, внутренние и внешние свойства в теории обучения математике не используются.

Прежде чем разобраться с перечисленными видами свойств, продолжим знакомство с другими существующими трактовками этого термина.

Л. М. Фридман писал: «Всякий математический объект обладает какими-то свойствами. Так, например, треугольник обладает такими свойствами: 1) имеет три стороны; 2) три внутренних угла; 3) шесть попарно равных внешних углов и т.д. Подобные утверждения о наличии или отсутствии у данного объекта какого-либо свойства называются суждениями... Среди свойств какого-либо объекта имеются существенные и несущественные для его определения» [11].

В книге «Методика преподавания математики в средней школе» написано следующее: «Мы отличаем один объект (явление) от другого, пользуясь различными качествами, признаками или особенностями объектов (и явлений). Среди различных свойств изучаемых объектов можно выделить:

- 1) единичные (индивидуальные) свойства;
- 2) общие свойства.



Для единичных свойств некоторого объекта характерно то, что они являются его отличительными свойствами. Например: а) самая большая река в Европе – Волга; б) уравнение второй степени с одной переменной – квадратное уравнение.

Общие свойства некоторого объекта могут быть как отличительными, так и неотличительными его свойствами. Например, люди – позвоночные существа (неотличительное свойство). Общее свойство объекта может быть его отличительным свойством, если оно выражает так называемые существенные свойства этого объекта, свойства, которые являются его признаками, выделяющими его из множества других объектов. Например, люди – существа с раздельной речью» [7].

В приведенной цитате присутствуют слова, которые мы полностью разделяем: «существенные свойства... объекта... являются его признаками». Таким образом, существенное свойство объекта – это его признак. К сожалению, эта четкая и ясная позиция зачастую нарушается.

2. Перейдем к рассмотрению понятия «признак».

Перед нами цитата из «Логического словаря-справочника», в котором дается следующее описание термина «признак»: «Признак – все то, в чем предметы, явления сходны друг с другом или в чем они отличаются друг от друга; показатель, сторона предмета или явления, по которой можно узнать, определить или описать предмет или явление.

Каждый предмет, каждое явление, о котором мы мыслим, обладают самыми различными признаками...

По своему значению для предмета все признаки делятся на существенные и несущественные. Признаки, принадлежащие многим предметам, называются неотличительными. Например, прямоугольность есть признак, присущий и квадрату, и прямоугольнику. Но квадрат отличается от прямоугольника тем, что у квадрата все стороны равны. Признаки, присущие только данному предмету, называются отличительными.

Значение того или иного признака определяется в зависимости от того, с какими предметами сравнивается исследуемый предмет. Один и тот же признак может выступать то общим, то отличительным. Так, чувствительность есть признак общий, если сравнивать человека с животным, и отличительный, если сравнивать человека с предметами неорганической природы.

Признаки бывают простые и сложные, положительные и отрицательные» [4].

Если в приведенной цитате заменить слово «признак» словом «свойство», то ничего не изменится, более того, в указанном словаре термин «свойство» описывается точно так же.

Если обратиться к «Психологическому словарю» [9], то в нем трактовка термина «свойство» отсутствует, но можно найти описание термина «признак», которое полностью повторяет то, что сказано выше.

Анализируя тот немногочисленный материал, который имеется в книгах по методике преподавания математики относительно признаков математических понятий, следует отметить, что он не дает возможность учителю и ученику понять, чем признак предмета отличается от его свойств. На практике всевозможные свойства объектов находить не очень сложно, а получать признаки объекта дело непростое, которое и составляет суть математической деятельности.

3. Все сказанное выше очень противоречиво отражается при изучении психологии. В курсе психологии есть хорошо известная характеристика понятий – «содержание понятия». В пособиях по психологии это понятие трактуется по-разному.

1) В «Логическом словаре-справочнике» написано: «Содержание понятия – отображенная в нашем сознании совокупность свойств, признаков и отношений предметов, ядром которой являются отличительные существенные свойства, признаки и отношения» [4].

2) В.В. Никитин и К.А. Рупасов пишут: «Каждое понятие можно охарактеризовать совокупностью признаков тех объектов, которые отображены в данном понятии. Совокупность основных признаков объектов, охватываемых понятием, называется содержанием понятия. Например, содержанием понятия «прямоугольник» является совокупность следующих признаков: 1) плоский четырехугольник, 2) параллельность противоположных сторон, 3) равенство противоположных сторон, 4) равенство углов, 5) равенство диагоналей и т.д.» [8].

3) Б.И. Крельштейн писал: «Содержание понятия – это совокупность всех существенных признаков предмета, охватываемых понятием. Содержанием понятия «шар» является часть пространства, ограниченная совокупностью точек этого пространства, отстоящих на данном расстоянии от одной точки этого же пространства» [5].

4) Л.М. Фридман давал следующую трактовку: «Содержание понятия – совокупность свойств, присущих всем объектам данного понятия» [11].

5) Г.И. Саранцев пишет: «Всякое понятие объединяет в себе... совокупность существенных свойств, присущих всем элементам этого множества, и только им (содержание понятия). Другими словами, существенные свойства – это такие, каждое из которых необходимо, а все вместе достаточны для характеристики объектов, принадлежащих понятию» [10].

6) Н.М. Бескин писал: «Совокупность всех признаков, характеризующих понятие, называется содержанием понятия. Совокупность всех отдельных объектов, входящих в понятие (т.е. обладающих всеми указанными признаками), называется объемом понятия. Так, в содержание понятия параллелограмма входят следующие признаки: 1) плоский четырехугольник, 2) противоположные стороны параллельны, 3) противоположные стороны равны между собой, 4) диагонали в точке пересечения делятся пополам, 5) противоположные углы равны между собой, 6) сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех сторон – и бесконечное множество разных других признаков. Объем же понятия параллелограмм составляется из всех отдельных параллелограммов» [1].

Приведенные трактовки не связаны между собой и являются субъективными.

4. Как на эту проблему следует взглянуть с позиций математики?

Многое можно сделать, если ввести необходимые и достаточные условия. Можно использовать материал книги В.Г. Болтянского и А.П. Савина «Беседы о математике» [2].

В математике принято формулировать теоремы, имеющие форму импликации, с помощью слов «необходимо» и «достаточно».

Вообще, если сказано, что выполнение некоторого утверждения  $P$  является достаточным для  $Q$ , то это означает, что утверждается справедливость теоремы, в которой  $P$  – условия, а  $Q$  – заключение,  $P \Rightarrow Q$ .

Если сказать, что выполнение некоторого утверждения  $Q$  является необходимым для  $P$ , то это означает, что утверждается справедливость теоремы, в которой  $P$  – условия, а  $Q$  – заключение,  $P \Rightarrow Q$ .

Если для некоторой теоремы справедлива также и обратная ей теорема, то ее формулировку можно выразить по-другому, используя слова «необходимо и достаточно».

В.Г. Болтянский и А.П. Савин в своей книге «Беседы о математике» указывают на то, что признак – это и есть необходимое и достаточное условие. Кроме этого Болтянский В.Г. и Савин А.П. писали: «Вместо того, чтобы сказать «достаточное условие», «необходимое условие», иногда говорят «достаточный признак», «необходимый признак». Иногда даже говорят просто «признак», считая ясным, о каком из признаков (достаточном или необходимым) идет речь» [2].

Этот подход нам не кажется удачным, т.к.:

- не следует убирать из всей нашей математической литературы термины «необходимое условие» и «достаточное условие».

- словосочетание «необходимый признак» и «достаточный признак» уводят нас от понимания самого понятия «признак», которое лежит в основе всех математических знаний.

5. Все сказанное выше позволяет нам сформулировать еще два определения понятий «признак» и «свойство».

Пусть  $x$  – некоторый математический объект из множества  $M$ .  $P(x)$  означает « $x$  есть  $P$ », где  $P$  – термин (имя) данного понятия (объекта).

Определение 1. Суждение  $A$ , высказанное относительно объекта  $x$ , называется признаком понятия  $P$ , если истинно высказывание:  $A(x) \Rightarrow P(x)$ .

Читается: из  $A(x)$  логически следует  $P(x)$ .

Другими словами: суждение  $A$  называется признаком понятия  $P$  тогда и только тогда, когда вследствие его выполнения для объекта  $x$  (то есть, если  $A(x)$  истинно) данный объект можно называть термином  $P$  (то есть,  $P(x)$  тоже истинно).

Приступим к рассмотрению определения понятия «свойство».

Пусть  $x$  – произвольный элемент множества  $M$ .

Определение 2. Суждение  $B$ , высказанное относительно объекта  $x$ , называется свойством понятия  $P$ , если истинно высказывание  $P(x) \Rightarrow B(x)$ .

Читается: из  $P(x)$  логически следует  $B(x)$ .

Другими словами: суждение  $B$  называется свойством понятия  $P$  тогда и только тогда, когда как только  $P(x)$  истинно (то есть, объект  $x$  можно назвать термином  $P$ ), так истинным будет и высказывание  $B(x)$  (то есть, можно утверждать, что относительно объекта  $x$  можно высказать суждение  $B$ ).

От непонимания сути свойств и признаков основных математических понятий уже в школьном курсе математики у обучаемых пропадает интерес к ее изучению; особенное отторжение вызывают «необходимые» и «достаточные» условия и доказательства теорем. Эта «нелюбовь» к предмету- математика переходит и в высшую школу: у гуманитариев – ее полное отторжение, в технических вузах- в лучшем случае механическое заучивание понятий и теорем. В настоящее время педагогическое сообщество вынуждено искать новые методики, подходы, технологии для формирования у обучаемых мотивации к изучению математики.

## Литература

1. *Бескин, Н.М.* Стереометрия: пособие для учителей средней школы. – М.: Просвещение, 1971. – 415 с.
2. *Болтянский, В.Г., Савин, А.П.* Беседы о математике. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2002. – 368 с.
3. *Вейль, Г.* Математическое мышление / под ред. Б.В. Бирюкова, А.Н. Паршина. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
4. *Кондаков, Н.И.* Логический словарь-справочник. – М.: Наука, 1975. – 720 с.
5. *Крельштейн, Б.И.* Необходимые и достаточные условия в математике. – М.: Учпедгиз, 1961. – 63 с.
6. *Метельский, Н.В.* Дидактика математики: лекции по общим вопросам. – Минск: Изд-во БГУ, 1975. – 255 с.
7. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / под ред. Ю.М. Колягина, В.А. Оганесяна и др. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.
8. *Никитин, В.В., Рупасов, К.А.* Определения математических понятий в курсе средней школы. – М.: Учпедгиз, 1963. – 150 с.
9. Психологический словарь / под ред. В.П. Зинченко, Б.Г. Мещерякова. – М.: Педагогика-Пресс, 1997. – 440 с.

10. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.
  11. Фридман, Л.М. Учитесь учиться математике: кн. для учащихся. –М.: Просвещение, 1985. – 112 с.
- 

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В РОССИЙСКОЙ ШКОЛЕ: СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Далингер В.А.

*Омский государственный педагогический университет,  
Омск, Россия, dalinger@mail.ru*

**Аннотация.** В статье рассматривается состояние геометрического образования в российской школе, анализируются типичные ошибки учащихся, допускаемые ими при решении геометрических задач, и указываются их причины, отмечаются основные направления совершенствования российского геометрического образования.

*Ключевые слова:* геометрическое образование, типичные ошибки, причины типичных ошибок, совершенствование геометрического образования.

**Abstract.** The article discusses the state of geometrical education in Russian schools, analyzes common errors students admitted by them in solving geometric problems and indicate their reasons, pointing out the main directions for improving Russian geometric formation.

*Key words:* geometric formation, typical mistakes, causes the typical mistakes, improving geometric formation.

Отечественная геометрическая школа была одной из лучших в мире. Чего стоят лишь одни эти имена: П.С. Александров, А.Д. Александров, В.И. Арнольд, И.М. Гельфанд, Д.Н. Зейлигер, В.Ф. Каган, Н.И. Лобачевский, С.П. Новиков, Г.Я. Перельман, А.В. Погорелов, А.Н. Тихонов, П.С. Урысон и др.

Но в последние десятилетия уровень геометрического образования и в школе, и в педагогическом вузе значительно понизился.

Основной государственный экзамен (9 класс) (ОГЭ) и единый государственный экзамен (11 класс) (ЕГЭ) по математике в 2014 году в очередной раз продемонстрировали, что школьное геометрическое образование переживает кризисную фазу своего развития.

Чтобы поставить тройку, «троечная планка» по математике в 2014 году была снижена с 24 баллов до 20 баллов. Было принято решение не учитывать при проверке ЕГЭ задачи по геометрии. Ученики зачастую даже не приступали к решению геометрических задач, они «пасуют» перед этими задачами.

Приведем результаты выполнения учащимися школ России заданий по геометрии в ЕГЭ 2014 года [10].

1. Найдите площадь трапеции, изображенной в координатной плоскости. *Средний процент правильных ответов – 85,6%.*

2. В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ ,  $AC = 14$ , высота  $CH$  равна 7. Найдите синус угла  $ACB$ . *Средний процент правильных ответов – 79%.*

3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $ABCDEFD_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. *Средний процент правильных ответов – 60,4%.*

4. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания равна 10, боковое ребро  $AA_1$  равно 2. Точка  $O$  принадлежит ребру  $A_1 B_1$  и делит его в отношении 4:1, считая от вершины  $A_1$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки  $A, C$  и  $O$ . *Средний процент решений, оцененных максимальным числом баллов, – 5,1%. Один балл за решение получили 4,8% выпускников.*

а) Диагонали  $AC$  и  $BD$  в трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны соответственно  $49 \text{ см}^2$  и  $36 \text{ см}^2$ : а) докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны; б) найдите площадь трапеции. *Средний процент решений, оцененных максимальным числом баллов, – 3,5%. Положительный результат, отличный от максимального (не менее одного балла за решение) – 4,7%.*

В аналитическом отчете Федерального института педагогических измерений отмечается, что многие ошибки обусловлены недостаточным развитием у учащихся пространственных представлений, а также недостаточно сформированными умениями правильно изображать геометрические фигуры, проводить дополнительные построения, применять полученные знания для решения практических задач; особые трудности вызывает решение задач на доказательство.

Падение уровня математической грамотности российских школьников по геометрии началось с отмены в 1982 году выпускного экзамена по геометрии на аттестат зрелости.

В настоящее время вопросы планиметрии и стереометрии слабо представлены в контрольно-измерительных материалах ОГЭ и ЕГЭ по математике (но надо заметить, что ситуация меняется в лучшую сторону). Ответы на эти вопросы не предполагают, например, владение учащимися умением доказывать математические рассуждения, умением решать геометрические задачи на построение и т.д.

В наше время геометрия становится все менее популярной у большинства обучающихся. Школьники отождествляют алгебру с математикой.

Задача учителя – вернуть геометрию в школу, зажечь у ребят интерес к ней, для этого следует использовать научно-популярную литературу по геометрии, занимательные геометрические задачи, методическую литературу (журнал «Математика в школе», журнал «Математика», тема одного из номеров которого (№ 21, 2010 г.) – «Птица Феникс – геометрия» и др.).

Геометрия, обладающая огромным числом интересных и наглядных приложений в самых различных областях человеческой деятельности, предоставляет широчайшие возможности демонстрации обучающимся своей практической значимости и актуальности для современной науки и техники.

Изучение геометрии не только формирует у обучающихся специальные геометрические знания, но, что еще важнее, играет значительную роль в общем развитии личности, ее умении логически мыслить и доказательно обосновывать истинность утверждений в любой сфере деятельности.

Е.В. Потоскуев отмечает: «Хорошее геометрическое образование, пространственное воображение и логическое мышление – необходимые атрибуты не только математика, но и инженера, и экономиста, и дизайнера, и юриста, и программиста, а также специалистов многих других профессий. В основе геометрического образования лежит один из самых нравственных принципов – принцип доказательности» [8, с. 3].

Следует в первую очередь поднять на должную высоту геометрическое образование будущих учителей математики, научить их обучать учащихся геометрии в

сложившихся условиях. Уместно привести высказывание французского философа К.А. Гельвеция: «Требуется больше ума, чтобы передать свои мысли, чем их иметь».

По поводу низкого уровня математической грамотности студентов разных специальностей, в том числе и будущих учителей математики, Е.П. Богомолова отмечает: «Пока на бумаге планка математического образования будущих бакалавров и магистрантов поднимается все выше, в реальности преподаватели вынуждены опускать планку требований к студентам все ниже и ниже» [1, с. 3].

Конечно, столь низкий уровень математической грамотности студентов связан с таким же низким уровнем математической грамотности абитуриентов. Школьная математическая подготовка первокурсников «неравномерна», их знания фрагментарны, а базовые навыки нестабильны. Наш многолетний опыт позволяет заключить, что математически малограмотный первокурсник вряд ли станет математически компетентным бакалавром.

Рассмотрим направленность Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) [9] и программ на формирование у учащихся компетенций, связанных с доказательством математических предложений.

Среди требований стандартов к предметным результатам освоения математики (алгебры, геометрии, начал анализа) базового уровня нет требований к обучению учащихся умению доказывать. Они есть лишь в требованиях к предметным результатам освоения математики профильного направления: «Требования должны отражать: сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знание основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач» [9].

Таким образом, ФГОС общего образования – важнейший нормативный документ образования – включает в себя требования к результатам обучения «умение делать логические выводы, проводить доказательные рассуждения» только к профильному курсу математики.

В программе по математике базового уровня в пояснительной записке отмечается среди общеучебных умений, навыков и способов деятельности такое требование: «проведение доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различение доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений»; среди умений, формируемых геометрией, отмечается: «проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач» [9].

В пояснительной записке к программе по математике для базового уровня профиля «Математика» среди умений, формируемых геометрией, отмечено «проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач, доказывать основные теоремы курса» [9].

Анализ показывает, что к учащимся классов с углубленным изучением математики предъявляются более высокие требования к умению доказывать, что требует от учителя более серьезной подготовки учащихся к проведению доказательств.

Анализ стандартов и программ по математике показывает, что проблеме обучения учащихся доказательству теорем не уделяется должного внимания. Школьная практика показывает, что учителя переключили внимание на подготовку к ГИА и ЕГЭ по математике.

В контрольно-измерительных материалах ГИА и ЕГЭ по математике нет ни одной задачи на доказательство, а потому учителя за редким исключением доказывают теоремы и не требуют этого от учащихся. Это негативно сказывается на формировании математической культуры учащихся.

Приведем перечень видов работ учителя по пропедевтике обучения учащихся доказательству теорем: формирование у учащихся умения подмечать закономерности; воспитание у учащихся понимания необходимости доказательства; обучение учащихся умению выделять условие и заключение в математических утверждениях; ознакомление

учащихся с простыми и сложными высказываниями и значениями их истинности; ознакомление школьников с понятием отрицания высказываний и с понятием противоречивых высказываний; обучение учащихся умению выделять различные конфигурации на одном и том же чертеже; обучение учащихся умению пользоваться контрпримерами; обучение учащихся умению выполнять геометрические чертежи и читать их; формирование у учащихся умения выводить следствия из заданных условий; формирование у учащихся умения проводить доказательные рассуждения, делать выводы.

Укажем также, каковы должны быть действия учителя по подготовке к уроку, на котором будет доказываться теорема: анализ формулировки теоремы и выяснение ее значения в системе других теорем; построение аналитических рассуждений, облегчающих понимание доказательства теорем; определение ведущего метода доказательства, исследование особенностей доказательства; исследование математических ситуаций, возникающих при доказательстве; поиск других методов и способов доказательства теоремы; определение рациональной записи доказательства теоремы на доске и в тетрадях учащихся; подбор задач, решение которых облегчит доказательство теоремы; подбор задач, закрепляющих доказываемую теорему; подбор материала для внеклассной работы, связанный с изученной теоремой.

Более обстоятельный разговор об обучении учащихся доказательству представлен в наших работах [6, 7].

Основными направлениями совершенствования школьного геометрического образования являются:

1. Для полноценного развития пространственных представлений учащихся следует разработать и реализовать на практике концепцию этого развития с первого года обучения до последнего.

Важную роль в развитии пространственных представлений должна играть работа по развитию пространственного воображения учащихся, которое выражается в умении мысленно выполнять различные перемещения и трансформации геометрических фигур. Этому способствуют созданные сегодня компьютерные конструкторы и виртуальные лаборатории. Формирование геометрического видения, в частности пространственного воображения, неразрывно связано с развитием творческого начала каждого человека.

2. В учебниках геометрии следует более строго дифференцировать и задачи, и теоретический материал; учебник должен в обязательном порядке, прежде всего, научить учащихся решать задачи базового уровня, а уже затем – повышенного уровня.

3. Учебник геометрии должен предлагать учащимся задания на переформулирование утверждений, на приведение примеров и контрпримеров, на применение общего утверждения к частному случаю.

4. Устранить в учебниках геометрии непоследовательность в формировании тех или иных представлений и навыков, заключающуюся в том, что в этом процессе образуются зачастую большие временные интервалы.

5. Усилить в учебниках геометрии линию прикладных и занимательных геометрических задач. Усиление в геометрии прикладных аспектов связано ещё и с тем, что в ОГЭ и ЕГЭ по математике стали включаться практико-ориентированные задачи. Занимательные геометрические задачи нужны, прежде всего, для развития у учащихся интереса к геометрии.

6. Известно, что геометрия буквально означает «землемерие». По преданию, всех входящих в Академию Платона встречал лозунг «Не геометр – да не войдёт сюда!». Геометрия здесь (вопреки буквальной семантике названия) – не умение измерять, а умение рассуждать (этот лозунг Академии означал, что рассуждения и диалоги её учеников и учителей должны соответствовать законам логики, используемым в геометрии). Следует на практике реализовать давно уже известный лозунг: «Геометрия – сплав интуиции, логики и живого воображения» – это должно стать основой обучения геометрии в школе.

7. Помня слова А. Нивена «Математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед», можно сделать вывод о том, что нужна дидактически верно организованная самостоятельная работа обучающихся по изучению геометрии. Может быть, тогда высказывание И. Канта «Учить не мыслям, а мыслить» станет реальностью на практике.

8. Не за горами время, когда в школу придет электронный учебник, который не есть оцифровка бумажного варианта. Это особый вид учебника. Отсюда вытекает одна из насущных задач подготовки будущего учителя математики – подготовка их к использованию электронных учебников в процессе обучения учащихся геометрии, а также таких систем динамической геометрии, как Математический конструктор, Живая математика, GeoGebra, Crocodile, GeoNext, Gabri Geometre, Cinderella, Geometr's, Sketchpad и др.

Использовать электронные образовательные ресурсы нужно не в угоду моде, а потому, что современный ребенок чуть ли не раньше, чем ходить, каким-то неведомым образом научается пользоваться современными электронными устройствами. Другие рекомендации по совершенствованию школьного геометрического образования читатель найдёт в наших работах [2, 3, 4, 5].

### Литература

1. Богомолова Е.П. Диагноз: математически малограмотный // Математика в школе. – 2014. – № 4. – С. 3-9.
  2. Далингер В. А. Избранные вопросы информатизации школьного математического образования: монография. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2010. – 150 с.
  3. Далингер В. А. Компьютерные технологии в обучении геометрии: методические рекомендации. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. – 28 с.
  4. Далингер В. А. Методика обучения учащихся стереометрии посредством решения задач: учебное пособие: Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. – 366 с.
  5. Далингер В. А. Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОГПИ, 1992. 96с.
  6. Далингер В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: книга для учителя. – М.: Просвещение, 2005.
  7. Далингер В.А. Обучение учащихся доказательству теорем: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2002
  8. Потоскуев Е. В. О роли геометрии и проблемах при её изучении в средней и высшей школе//Математика. – 2010. – №21. – С. 3–7.
  9. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]: URL: <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?Catalog=2629> (дата обращения: 17.06.2013).
  10. Шестаков С.А., Яценко И.В. ЕГЭ – 2014 по математике // Математика. – 2014. – №2. – С. 13-24.
-



## КУРС ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ»

Евдокимов А.А., Сагадеева Г.А.

*Московский государственный университет информационных технологий, радиотехники и электроники, г. Москва, Россия, expert@mirea.ru, sagadeeva\_g@mail.ru*

**Аннотация.** Представлена программа внеурочной (клубной) деятельности школьников 8-9 класса в области энергоэкологического образования «Альтернативные источники энергии». Программа прошла апробацию в течение 9 лет в школе № 9 г. Аши Челябинской области, Россия.

*Ключевые слова: традиционная и альтернативная энергетика, водородная энергетика, водородный клуб в школе, учебная программа*

**Abstract.** The program of extracurricular (club) activity of schoolchildren of 8-9 grades in the energy and ecological education "Alternative energy sources" is presented. The program has been tested for 9 years at school 9 of Asha, Chelyabinsk region, Russia.

*Key words: traditional and alternative energy, hydrogen energy, hydrogen club in school curriculum*

Энергия является движущей силой промышленного развития, поэтому энергоэкологическая революция во многом предопределяет формат будущего и для человечества, и для всей планеты.

В Евросоюзе формирование массового «энергоэкологического сознания» ведется с 90-х годов прошлого века. Это делается, прежде всего, путем привлечения внимания широких кругов общества к принятым в европейских странах программам экологически чистой энергетике.

Прорыв в области водородных технологий, который так необходим России сегодня, возможен только в случае вовлечения всего интеллектуального потенциала страны в обсуждения и исследования по данной теме. Только образование может подготовить будущие поколения к жизни и процветанию в водородной экономике будущего.

В Московском государственном университете информационных технологий, радиотехники и электроники (МИРЭА) в 2004 году был организован студенческий водородный клуб, основной целью которого стало ознакомление населения с основами водородной энергетике.

По инициативе водородного клуба МИРЭА подобные организации стали создаваться в вузах и школах Москвы, Санкт-Петербурга, на Урале и Крайнем Севере, а также в вузах Белоруссии и Украины.

В школе № 9 г. Аши Челябинской области в числе первых (в мае 2005 г.) был организован школьный водородный клуб. Программа клуба включала изучение экологического состояния окружающей среды Ашинского района, основ водородной энергетике. Активное увлечение и самообразование принесло плоды. Так, на международном форуме «Водородные технологии для производства энергии» в Москве диплом победителя молодежного конкурса вручили ученику 7 класса Льву Усцелемову за работу «Отходы лесохимии → энергия металлургам → экология жителям».

Учащиеся 7 класса Киселев Алексей и Зеленин Илья с проектом «ПУМА-3000, экологически чистая уборочная машина на основе водорода» заняли 2 место на муниципальном этапе Международных состязаний Лего-роботов, ученицы 11 класса Ахтарьянова Регина и Никитина Карина получили диплом 2 степени за работу по проведению биохимического анализа реки Сим Ашинского района и последствиях

потребления топлива: глобальное потепление, вымирание целых видов животных, различные заболевания человека.

Чтобы пропагандировать – надо знать. Поэтому одной из тем, развиваемых в школе №9 в качестве внеурочной деятельности (дополнительного образования), стало и энергоэкологическое образование. В ходе изучения курса в 8-9 классах учащиеся знакомятся с проблемами, возникающими в процессе развития энергетики: экономическими, социальными, экологическими.

Значительное место в данном курсе посвящено вопросам водородной энергетики, которой принадлежит ведущая роль среди возобновляемых источников энергии. Водородная энергетика в нашей стране известна пока в основном специалистам. Поэтому необходимо, чтобы школьники, которым придется в XXI в. стоять у руля развития науки и техники, познакомились с проблемами энергоэкологической безопасности и в масштабах нашей страны, и в масштабах планеты.

Курс внеурочной деятельности «Альтернативные источники энергии» направлен на вовлечение школьников к изучению и, может быть, решению некоторых проблем водородной энергетики.

Структуру курса определяют химические, психолого-педагогические и общекультурные цели.

Химические цели:

- Ознакомление с источниками энергии.
- Изучение способов получения водорода в лаборатории и промышленности.
- Знакомство с простыми правилами техники безопасности при работе с водородом.
- Формирование умений работы с моделью солнечно-водородного автомобиля по словесной и текстовой инструкциям.
- Расширение кругозора школьников: использование методов познания природы – наблюдение физических и химических явлений, простейший химический эксперимент. Умение наблюдать за физико-химическими явлениями закрепляется ответами на вопросы, заполнением таблиц и т.д.
- Моделирование самодельного химического оборудования для проведения опытов.

Психолого-педагогические цели:

- Развитие и дальнейшее формирование общенаучных, экспериментальных и интеллектуальных умений.
- Развитие творческих задатков и способностей.
- Ликвидация дискомфортных состояний учащихся.
- Обеспечение ситуаций успеха.

Общекультурные цели:

- Формировать у учащихся такие качества, как долг, ответственность, честь, достоинство, личность.
- Воспитывать любовь и уважение к достижениям Отечества.
- Продолжение формирования основ экологических знаний.
- Воспитание бережного отношения к природе и здоровью человека.

Программа ориентирована на развитие интереса к проблемам водородной энергетики, поиску альтернативных источников энергии, на развитие интеллектуальных, коммуникативных, эстетических, исследовательских сфер деятельности ребенка, формирование творческой активности, на развитие духа состязательности, трудолюбия, ответственности и честности.

Данная программа рассчитана на работу с детьми от 13 до 15 лет.

Срок реализации программы – два года – 8-9 классы.

Форма занятий – лекции, демонстрационный эксперимент, практические работы, семинары, круглый стол, научно-практические конференции

Занятия проходят – 1 раз в неделю по 1 часу.

Для поддержания познавательного интереса школьников курс внеурочной деятельности «Альтернативные источники энергии» включает в себя большое количество демонстрационных опытов и практических занятий с использованием модели солнечно-водородного автомобиля.

Особое значение приобретает развитие исследовательской и проектной деятельности учащихся. Школьников следует знакомить с основами исследовательской деятельности, учить их ставить цель исследования, пошагово выполнять всю работу и приходиться к определенному результату. Результаты исследований и проектов ребята представляют на научно-практической конференции. Лучшие проекты отбираются для участия в ученических конференциях более высокого уровня.

К концу обучения школьники имеют понятие о первичных и вторичных источниках энергии, владеют общими сведениями о водороде, способах его получения, имеют представление о видах и принципе работы топливного элемента.

Курс не ограничивается изучением основных сведений, связанных с получением, транспортировкой, хранением, применением и обеспечением безопасности водорода, он развивает проблематику, связанную с другими возобновляемыми источниками атомно-водородной, термоядерной, солнечной, ветровой, геотермальной, биологической, химической и иных видов альтернативной энергетики; раскрывается и роль экологически чистого использования невозобновляемых источников энергии (угля, нефти, газа).

Содержание программы

*Тема 1. Введение*

Энергия: формы и свойства. Единицы измерения. Современная энергетика.

*Тема 2. Невозобновляемые источники энергии*

Современные традиционные энергоресурсы. Уголь. Нефть. Природный газ. Атомная энергетика. Солнечно-ветро-водородная энергетика.

*Тема 3. Возобновляемые источники энергии*

Ветроэнергетика. Солнечная энергетика. Гидроэнергетика. Энергия мирового океана. Геотермальная энергетика. Твердые отходы и биомасса. Термоядерная энергетика.

*Тема 4. Водородная энергетика*

История развития водородной энергетики, использование водорода во время Великой Отечественной войны. Техника безопасности при работе с водородом. Получение водорода. Хранение и транспортировка водорода. Области применения.

Ракетное топливо. Топливные элементы. Различные типы ТЭ. ДВС на водороде.

Водород – источник, накопитель, передатчик энергии.

*Тема 5. Повышение эффективности энергоресурсов*

Инновационные технологии. Малые формы энергетики. Энергосбережение. Энергоэкологическая безопасность.

*Практические работы с моделью солнечно-водородного автомобиля:*

- 1) Сборка водородного автомобиля
- 2) Измерения электрических характеристик
- 3) Солнечные батареи
- 4) Расчет КПД солнечного модуля
- 5) Распад воды посредством электролиза
- 6) Тест на «хлопок» – доказательство наличия водорода
- 7) Устройство и сборка топливных элементов (ТЭ)
- 8) Разложение воды в топливном элементе
- 9) Количественные измерения полученных газов
- 10) Электрические измерения при электролизе. Определение тока и напряжения.
- 11) КПД водного электролиза
- 12) Влияние света и тени на расход воды
- 13) Измерение длины пробега автомобиля
- 14) КПД топливного элемента

*Исследовательская и проектная деятельность учащихся:*

- Исследование солнечных элементов: насколько важна яркость света?
  - Исследование солнечных элементов: каков оптимальный угол установки для солнечных элементов?
  - Исследование солнечных элементов: какое количество солнечных элементов необходимо для того, чтобы обеспечить энергией один дом?
  - Исследование диодов: солнечные элементы в темноте.
  - Исследование электролиза воды: как расщепляется вода?
  - Исследование электролизера: возрастает ли ток при увеличении напряжения?
  - Исследование топливного элемента: вырабатывает ли топливный элемент при повышении напряжения больший ток?
  - Исследование топливного элемента: влияет ли количество используемого водорода на силу тока?
  - Исследование коэффициента полезного действия системы из электролизера и топливного топлива.
- 

## **УЧЕНИК – ЧИТАТЕЛЬ (НОМО LEGENS – КОМПЛЕКСНАЯ ПРОБЛЕМА ШКОЛЫ И БИБЛИОТЕКИ)**

Коновалова Л.И.

*ГАОУ ДПО ЛОИРО Ленинградский областной институт развития образования,  
Санкт-Петербург, Россия, konovalovali@mail.ru*

**Аннотация.** В статье рассматриваются актуальные проблемы утраты интереса к чтению среди школьников, новые модели и стратегии чтения среди молодежи, чтение как педагогический и социокультурный феномен.

*Ключевые слова:* чтение, литературное образование, литературное развитие.

**Abstract.** The article deals with actual problems of loss of interest in reading among pupils, new models and strategies of reading among young people, reading as a pedagogical and socio-cultural phenomenon.

*Keywords:* reading, literary education, literary development

Литература на протяжении всей школьной жизни ученика всегда выполняла важнейшие функции: воспитания читателя, любви к чтению, «вхождения» в культуру, приобщения к эстетическим, духовным и нравственным ценностям, активизации творческого потенциала личности

В настоящее время статус учебного предмета «литература» роль литературного образования в школе, в силу социально-исторических причин, незаслуженно игнорируется, что ведет к снижению научного интереса к проблемам литературного развития читателя-школьника.

Общеизвестно, что только в процессе литературного образования в наибольшей степени формируется ценностный компонент личности, развивается диалогическое мышление, гармонизируется концептуальное и образное восприятие мира, раскрываются и развиваются творческие способности ученика. В отечественной методике преподавания

литературы понятие «литературное развитие» имеет устойчивую тенденцию наполняться новыми смыслами и значениями, поскольку неразрывно связано с духовным развитием. Литературное образование и литературное развитие специфично своей познавательной направленностью, в которой предметом познания выступает художественный текст. Говоря о большой познавательной роли искусства, мы признаем как аксиому то положение, что через искусство познается жизнь и развивается наш интеллект. «Оно дает нам прелесть переживания тех моментов жизни, которые художник вызывает силой творческой фантазии. И даже тех, которых не бывает вообще, но в которых есть основа жизни, законы жизни» [3, с. 133].

Литературное развитие читателя состоится в том случае, если прочитанная книга не останется в сознании школьника лишь информацией, обогащающей его память и знания, необходимо как можно раньше воспитывать у него читательскую восприимчивость, читательское воображение, читательскую культуру, которые позволят прочувствовать и пережить художественное произведение, задуматься о жизни.

2015 год признан годом литературы. Однако и в России и в целом в мире наблюдается общее снижение интереса к чтению, экспансия электронных средств и смена модели чтения. Долгое время мы были убеждены, что Россия — самая читающая страна в мире. Но если это так, то где плоды духовного воздействия литературы на человека? Или не было этого воздействия? Если мы читаем, то что, и как мы читаем? Социологи обращают внимание на деформации в читательских интересах, когда книга читается только потому, что она «модная». Но желание «быть в курсе» ничего не прибавляет в читательской культуре и культуре личности в целом. Увлечение просмотром телепередач и теле-шоу, сокращение чтения, ведут к росту конформизма и ограничению разумной культурной деятельности [2]. Анкетные опросы свидетельствуют о том, что наряду с 'изученным «школьным» Пушкиным читатели на первое место ставят низкопробные романы,' рассказы, повести, не представляющие эстетической ценности. Получила распространение «ложная читательская культура» (Т. Д. Полозова), когда ученики, не читая произведение, бойко о нем рассуждают. После окончания школы привычка к чтению книг у многих вообще угасает.

Таким образом, проблема чтения находится в настоящее время в зоне особо пристального внимания педагогов школы, библиотекарей, широкой общественности. Мнения столь полярны, что, с одной стороны в обществе сложилось твердое убеждение глубокого кризиса читательской культуры, с другой – утверждаются новые модели чтения в современных условиях информационного общества. Чтение становится не только средством вхождения человека в культуру, но и серьезным фактором его личной успешности в различных сферах жизнедеятельности.

В педагогической науке об обучении школьников чтению в начальной школе писали М.П. Воюшина, Т. С. Троицкая, о развитии чтения в процессе литературного образования В.Г. Маранцман, Н.М. Свирина, о расширении поля читательских ориентации В.Е. Пугач, В.П. Чудинова, о воспитании читателя в школе Л.И. Коновалова, Е.И. Целикова, о роли педагога в приобщении школьников к чтению Т.Г. Браже, В.Г. Маранцман и ученики школы В.Г. Маранцмана, о дидактической проблематике развития культуры чтения и учебной книги Е.И. Казакова, М.В. Кларин, и др.

В этих исследованиях чтение рассматривается как педагогический или социокультурный феномен и потому приобщение к чтению осуществляется совместными усилиями педагогов и библиотекарей. По мнению Галактионовой Т.Г. в научно-педагогический контекст наряду с существующими понятиями «обучение чтению», «воспитание читателя», «формирование читательской культуры» и др., необходимо ввести понятие - «приобщение школьников к чтению как социально-педагогическому феномену». [1] Педагог выявляет новый тип читателя-школьника, для которого характерны, с одной стороны, преобладание прагматического отношения к чтению, слабо выраженная потребность в «серьезном» чтении, отдаление от поэзии, низкая читательская

самостоятельность, с другой — читательская потребность в единстве многообразия мотивации, свобода выбора способов постижения и порождения текстов различной природы (открытый читатель). В настоящее время среди школьных преподавателей отмечен интенсивный поиск новых эффективных путей приобщения к чтению современных школьников. - это и школьные спецкурсы по современной зарубежной литературе, внеклассные и внешкольные мероприятия по пропаганде чтения. Швнеклассных мероприятий по литературе нон фикшн.оюзником и образования и чтения в субкультуре молодых россиян, особенно в группах учащейся молодежи и иных категорий, ориентированных на образовательную деятельность, книга начинает занимать всё более достойное место.

Однако педагогическое внимание к проблемам чтения, как правило, проявляется в попытках модернизации литературного образования, в разработке учебников нового поколения, совершенствовании форм обучения чтению на начальном этапе образования, имеются отдельные инновации по использованию образовательного потенциала различных школьных предметов. При этом в образовательной практике современной отечественной школы отсутствует понимание необходимости приобщения к чтению как общепедагогической задачи, недооценивается возможность межпредметной интеграции, а также ресурс воспитательной деятельности школы и дополнительного образования. Имеющийся позитивный опыт библиотечного сообщества недостаточно востребован в системе школьного образования. Оригинальные, нестандартные формы работы издательств и книжных магазинов в большинстве случаев носят локальный, эпизодический характер и не имеют выраженной педагогической направленности. В Петербурге, библиотеки ведут большую работу по продвижению книги среди молодежи, в период белых ночей регулярно проводят библионочи, где в скверах и садах представлены выставки новых книг, выступают писатели и поэты.

Таким образом, анализ исследований последних лет, посвященных проблемам чтения школьников, позволил зафиксировать с одной стороны, общее снижение уровня читательской активности, обеднение индивидуального речевого опыта, низкий уровень общих читательских навыков, обострение проблемы функциональной неграмотности, уменьшение доли чтения в досуговой деятельности школьников, постепенную утрату традиций семейного чтения, преобладание прагматических мотивов чтения или выбор легкого чтения. ( Галактионова Т.Г.).

Однако, одновременно с этим наблюдаются и позитивные тенденции, такие как расширение информационного пространства, в котором чтение переходит на новый уровень качества, который позволяет свободно ориентироваться в динамике и многообразии мультимедийных информационных потоков, активное освоение электронных текстов, выход за рамки традиционного обучения чтению и общих подходов к литературному образованию, в приобщении подрастающего поколения к ценностям культуры чтения. Педагоги рассматривают чтение как самостоятельный учебный предмет, где используются методы творческого чтения, творческие приемы работы с текстом, которые выступают показателем уровня грамотности, навыков чтения, способом самообразования, инструментом воспитания. В последние годы все более выраженным становится понимание чтения как универсального учебного действия, которое трактуется как ключевой атрибут образования в целом. Именно в школе происходит обучение чтению и правильно выстроенная работа с текстом. Работа с учителями и школьниками привела к пониманию, что, живя в информационном обществе, необходимо выработать новые стратегии и модели обучения чтению, когда ученики захотят читать настоящую литературу, а не только «свою литературу».

Таким образом, проблема чтения школьников в современной России остра и противоречива. Прежде всего, необходимо вспомнить и вернуть в школу прекрасный отечественный опыт по приобщению детей к чтению, работать по выявлению опыта и по стимулированию чтения педагогическими и библиотечными коллективами школы на

уроках и в процессе внеурочной деятельности. Необходим обмен библиотечными и педагогическими технологиями, направленными на повышение уровня читательской компетентности.

1. Чтение должно стать необходимым во всех сферах жизни через следующие направления - социализации личности - воспитания читателя - обучение и тьюторство по чтению - повышение квалификации учителя.

2. Важно создать читательскую среду, где воспитание читателя осуществляется через текст. Посредником в понимании читателем текста, автора должен выступать учитель, который выстраивает отношения между текстом и читателем, автором и читателем, через работу с самим текстом и восприятием его учениками.

3. Чтение – это всегда труд и творчество, это творческий процесс. Вдумчивое чтение воздействует на читателя, способствует созданию читателем новых субъективных образов на основе недосказанности художественного образа текста, которое порождает новые читательские *образы и смыслы, образы-детали, образы-символы, образы-ассоциации.*

4. В филологических, библиотековедческих трудах ученые обращаются к чтению как событию или явлению, связанному с текстом, читателем и контекстом. Чтение должно рассматриваться как двигатель и содержание литературного процесса, литературного образования и литературного развития

5. Развитию чтения в семьях можно способствовать посредством организации лекториев и практикумов для родителей, проведения в библиотечных, образовательных и книготорговых учреждениях мероприятий, предусматривающих совместное участие родителей и детей. В процессе библиотечной работы по поддержке и развитию чтения должно происходить постоянное выявление, описание и распространение новых, нестандартных подходов к стимулированию читательской активности.

### Литература

1. Галактионова Т.Г. Успешное чтение: перспектива развития// национальная программа поддержки и развития чтения: год седьмой. М., 2014
2. Коновалова Л.И. Литературное развитие читателя-школьника в процессе изучения художественного произведения в его родовой и жанровой специфике. Спб, 2012
3. Рабов В.Ф. Человек творит искусство Л., 1981

---

## РЕАЛИЗАЦИИ ПРИНЦИПА ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ МЕЖДУ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ОБРАЗОВАНИЕМ И ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛОЙ В СТАВРОПОЛЬСКОМ КРАЕ

Лобанова Н.И.

*Астраханский государственный университет, Астрахань, Россия,  
lobantchik@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье рассматривается вопрос о реализации принципа преемственности в обучении математике между дополнительным образованием и общеобразовательной школой. На примере изучения математики в Малой академии наук г.Ставрополя и научных объединениях края описан один из вариантов обеспечения

преемственности, использование которого позволит осуществить углубленное изучение материала.

*Ключевые слова: преемственность, непрерывность, дополнительное образование, исследовательская деятельность, Малая академия наук.*

**Abstract .** The article discusses the implementation of the principle of continuity in training to mathematics between additional education and secondary schools. For example, the study of mathematics in the Junior Academy of Sciences , and scientific associations of Stavropol Territory is described one of the options to ensure continuity , the use of which will allow for in-depth study of the material.

*Keywords : continuity , continuity, further education , lectures, seminars , small Academy of Sciences.*

В связи с изменением государственной образовательной политики, современная система образования характеризуется значительными преобразованиями. В данный момент, образование должно быть обеспечивающим приобретение знаний в течение всей социально активной жизни, а традиционное образование предполагает получение общих и профессиональных знаний в период обучения. Проблема непрерывности образования в связи с этим приобретает важное значение, решение которой невозможно без осуществления преемственности. Овладение обучающимися к определённым этапам такими знаниями, которые являются необходимыми и достаточными для продолжения обучения на следующем этапе, предполагает процесс образования с позиции непрерывности и преемственности. Реализация этих направлений возможна в системе дополнительного образования. Дополнительное образование понимается как целенаправленный процесс воспитания и обучения посредством реализации дополнительных образовательных программ. В связи с принятием Закона РФ «Об образовании», в начале 90-х годов появился термин «дополнительное образование».

Особый интерес представляют Малые академии наук (МАН), созданные при вузах и Дворцах детского творчества, которые предоставляют возможность пополнить контингент вузов учащимися с более высоким уровнем мотивации выбора и адаптированными к обучению в вузе. Задача МАН помочь учащимся реализовать свои способности, подготовить их к дальнейшему обучению в вузе. В Ставропольском Дворце детского творчества 25 лет назад была создана Малая академия наук, которая тесно сотрудничает с общеобразовательными школами, учреждениями дополнительного образования, при непосредственной поддержке высших учебных заведений Ставрополя. Создан коллектив высококвалифицированных педагогов и обучающихся, за многие годы работы, увлекающихся исследовательской деятельностью. В научных объединениях учащихся (НОУ) края – филиалах МАН, широко используется опыт Малой академии наук.

Взаимодействие МАН и вузов для решения проблем непрерывности и преемственности в обучении математике осуществляется по следующим направлениям:

1. Использование в учебном процессе организационных форм, принятых в университете;
2. Разработка программ курсов изучаемых предметов на основе принципа преемственности обучения;
3. Внедрение информационных технологий в процесс обучения;
4. Исследовательская деятельность учащихся;
5. Подготовка учащихся к самообразованию.



Преемственность в содержании математической подготовки выступает как непрерывный процесс развёртывания структурных компонентов содержания, плавный переход от одного этапа обучения к другому, постепенное усложнение содержания учебной информации, последовательная смена уровня требований к объёму и глубине усвоения знаний, умений и навыков [1].

Преподавание в МАН и НОУ имеет свою специфику. По сравнению с общеобразовательной школой отличительной особенностью является лекционно-семинарская система обучения и поэтапная система контроля знаний учащихся. Работа по усвоению знаний и формированию умений учащихся при проведении лекционных, практических, семинарских занятий организуется таким образом, чтобы подготовить их к восприятию и конспектированию лекций, самостоятельной познавательной деятельности, а также к работе с математической литературой.

Основной теоретический материал, общие методы и алгоритмы решения задач излагается на лекциях. Прежде всего, определяются структура курса, цель и задачи изучения математики в 10-11-х классах.

На начальном этапе обучения восприятие лекции для учащихся десятых классов представляет большую трудность, поэтому особое внимание уделяется обоснованию важности информации для жизни, развития, профессии, постановке активизирующих вопросов, приводящих к диалогу, дискуссии, выступлениям с докладами, размышлению учащихся вслух. В этом случае обучающиеся оказываются в ситуации, когда требуется активная познавательная деятельность, а не простое прослушивание.

Работа по формированию системы теоретических знаний и проверке их усвоения продолжается на семинарских занятиях. Приобщение учащихся к изучению, осмыслению, изложению теоретического материала, развитие математической речи учащихся – цель таких семинаров. Для этого используются методические пособия, разработанные преподавателями МАН, НОУ и университета по изучаемым темам. Особенностью учебных и методических пособий является то, что они стали не просто источником получения информации по теме, но и руководством по формированию умений самостоятельной работы со специальной литературой. Это достигается следующими методическими приёмами. Например, учащимся предлагается составить правило выполнения действия, вывести самостоятельно формулу, используя определённое свойство, теорему, привести пример применения теоретического положения, составить самостоятельно аналогичную задачу, проанализировать результат решения. Такая работа способствует формированию у учащихся системы обобщённых знаний и организационных умений, необходимых при обучении на следующей ступени образования, что говорит о реализации преемственности обучения при переходе из лицея в вуз.

В информатико-математических группах на семинарских занятиях используются контролируемые, обучающие, контрольно-обучающие компьютерные программы, педагогические сценарии которых разрабатывают преподаватели кафедры, МАН и НОУ, а программирование выполняют обучающиеся МАН и НОУ.

Компьютерные программы адаптированы к программе изучаемого курса математики в МАН и НОУ, они содержат теоретический материал и задания практического характера. В данный момент используется около 20 программ и электронное учебное пособие «Уравнения и неравенства». Обобщение и систематизация методов решения уравнений и неравенств является целью пособия. Его можно использовать для самостоятельного изучения темы или повторения, а так же рассматривать как компьютерную поддержку лекций, самостоятельных и контрольных работ, как тренажёр, сборник задач и упражнений.

Развитию логического мышления, формированию системы обобщённых знаний учащихся, применению теоретических знаний к решению практических задач

способствует проведение семинарских занятий различного вида, а так же готовит учащихся к работе с автоматизированными учебными курсами в процессе изучения высшей математики в вузе.

Вузовские методы обучения ориентированы на большую самостоятельность и ответственность студентов, в то время как школьные методы обучения рассчитаны на систематическом контроле учителя за их деятельностью, достижении поставленной цели за счёт организации активной работы обучающихся в классе. От поступивших система обучения в вузе требует правильно и творчески использовать имеющиеся знания для решения практических задач, определённых навыков самостоятельной работы по овладению знаниями, умениями в процессе осмысления выделять существенное. Студенты первого курса осваивают с определёнными трудностями требования, предъявляемые к ним в вузе, имея сложившийся в школе стереотип. Поэтому в процессе изучения математики в МАН и НОУ особое внимание уделяется организации внеаудиторной самостоятельной работы, исследовательской деятельности. Разрабатываются индивидуальные тематические задания (типовые расчёты) для проведения самостоятельной работы. Разработаны индивидуальные задания двух видов по всему изучаемому курсу: задания только практического характера; включающие задания теоретического характера, предшествующие решению задач.

В учебном процессе формированию организационных умений, активизации познавательной деятельности учащихся способствует использование типовых расчётов. Так как типовые расчёты при обучении студентов ряда вузов являются обязательными, то индивидуальные задания при обучении обучающихся МАН и НОУ, становятся одним из важных средств преемственности обучения.

Таким образом, основополагающим принципом обучения математике в МАН и НОУ – принцип преемственности, на основе которого разработаны программа курса, учитывающая требования технического вуза к математической подготовке выпускников, а также уровень подготовленности учащихся, поступающих в МАН и НОУ; определены методы, формы и средства обучения в соответствии с программой, направленные на адаптацию учащихся к дальнейшему обучению в вузе и ориентированные на подготовку их к самообразовательной деятельности, что способствует непрерывности и преемственности на дальнейших этапах обучения.

## Литература

1. Балакирева Э.В. Преемственность как условие обеспечения непрерывного педагогического образования // Проблемы и перспективы взаимодействия вузов Санкт-Петербурга с регионами России в контексте реформирования образования: Материалы IV межрегиональной научно-практической конференции. – СПб., 2001. – С. 181–182.

# ОРГАНИЗАЦИЯ ШАХМАТНОГО ОБРАЗОВАНИЯ КАК СПОСОБ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА ШКОЛЬНИКОВ К ИЗУЧЕНИЮ УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ

Лоскутов С. И.

*Елецкий Государственный Университет имени И. А. Бунина, Елец, Россия,  
loskutov.svyatoslav@mail.ru*

**Аннотация.** В статье заявлена проблема возможности и необходимости организации шахматного образования в общеобразовательных учреждениях России, учитывая положительный опыт некоторых стран Запада и Армении. Разобраны ключевые вопросы и предложено авторское решение.

*Ключевые слова:* организация шахматного образования, развитие познавательного интереса, государственные общеобразовательные учреждения, обязательный школьный предмет.

**Abstract.** The article declared the problem of the possibility and necessity of the organization of chess education in educational institutions of Russia, taking into account the positive experience of some countries of the West and Armenia. Key issues resolved and the author's solution offered.

*Key words:* the organization of chess education, the development of cognitive interests, the state educational institution, compulsory school subject.

## 1. Введение

Однозначного мнения о том, что такое шахматы, нет и не может быть. Многие считают, что шахматы — это всего лишь интеллектуальная игра, и проводят за шахматной доской свое время с целью отдыха и проведения досуга. Тех же, кого охватила шахматная «горячка», усматривают в этой «королевской игре» элементы спорта, искусства, науки.

Так что же роднит шахматы с вышеперечисленными элементами?

О спортивных элементах игры можно говорить, учитывая тот факт, что в 1999 году Международный Олимпийский комитет признал шахматы спортом. Как и в любом другом виде спорта, в шахматах важно физическое развитие для преодоления умственных нагрузок и интеллектуальное развитие для достижения результатов. В спорте созданы разряды и звания, показывающие уровень игры шахматиста. Проводятся соревнования и матчи, которые порой длятся несколько месяцев. Достаточно известный пример: матч Гарри Каспарова с Анатолием Карповым в 1984 году, длившейся полгода. Этот матч занесен в книгу рекордов Гиннеса, как самый продолжительный в истории шахмат.

Художественно-эстетическое взаимовлияние шахмат и искусства имеет огромное значение. Благодаря этому влиянию обогащаются литература, изобразительное искусство и музыка. В шахматах присутствует такая тема как композиция и этюды, которые создаются шахматными композиторами. Устраиваются специальные конкурсы на лучшую композицию. Отдельно стоит упомянуть о комбинации, самой интересной и увлекательной теме в шахматах для многих людей. Чаще всего начинающие называют своим кумиром гениального комбинатора и четвертого чемпиона мира по шахматам Александра Алехина, который считал шахматы искусством. Он подчеркивал: «Для меня шахматы не игра, а искусство. Да, я считаю, шахматы искусством и беру на себя все те обязанности, которое оно налагает на своих приверженцев» [1, с. 52].

Научные достижения в шахматах большей частью связаны с математикой. Сама шахматная доска, являющаяся квадратом, поделена на 64 черных и белых квадрата.

Фигуры ходят согласно законам геометрии (ладья по вертикали и горизонтали, слон только по диагонали). А методы выигрыша в шахматных эндшпилях, такие как правило квадрата и треугольник, связаны с геометрическими фигурами. Известные математики Карл Гаусс и Леонард Эйлер интересовались шахматной игрой, разработав задачи о «восьми ферзях» и «путешествие коня». Еще можно встретить и шахматное доказательство теоремы Пифагора. В шахматах огромную роль играет расчет вариантов на несколько ходов вперед, что способствует аналитическому, индуктивному и дедуктивному мышлению. Развивается логика, интуиция, оригинальность и воображение; вырабатывается упорство, терпение, работоспособность и прежде всего самостоятельность. Также шахматы связаны с педагогической деятельностью. Ведь тренерам приходится работать с детьми и юношами, учитывая индивидуальность каждого ученика.

## **2. Авторское исследование проблемы**

Итак, мы подошли к главному вопросу статьи, как организовать шахматное образование для развития познавательного интереса к изучению учебных предметов. Данная проблема очень актуальна в современном обществе и рассматривается уже в течение полувека, но предпосылки для создания и формирования шахматного образования были сделаны еще раньше. Еще в 20-х годах прошлого века советские психологи И. Дьяков, Н. Петровский и П. Рудик проводили экспериментальные исследования с подростками-шахматистами. Результаты исследований показали преимущество в формировании таких важных психологических качеств, как высокая активность интеллектуальных процессов, интенсивность внимания, сильная "шахматная" память, предметный характер мышления.

Огромное значение шахмат в системе школьного воспитания, опираясь на собственный опыт, ярко охарактеризовал В. Сухомлинский: «В воспитании культуры мышления большое место отводилось шахматам... Мальчики и девочки часто засиживались за шахматной доской. Игра в шахматы дисциплинировала мышление, воспитывала сосредоточенность. Но самое главное — это развитие памяти. Наблюдая за юными шахматистами, я видел, как дети мысленно воссоздают положение, которое было, и представляют то, что будет... Я учил их игре, и дети думали над очередными ходами. Шахматная доска помогла мне открыть математическое мышление детей. До игры в шахматы я не замечал остроты, цепкости их мысли. Без шахмат нельзя представить полноценного воспитания умственных способностей и памяти. Игра в шахматы должна войти в жизнь начальной школы как один из элементов умственной деятельности. Речь идет именно о начальной школе, где интеллектуальное воспитание занимает особое место, требует специальных форм и элементов работы» [2, с. 34].

Выдающийся советский психолог Б. Ананьев уделял внимание не только интеллектуальным функциям, но и характеру человека в целом. А. Алехин писал в свое время: «Посредством шахмат я воспитал свой характер. Шахматы, прежде всего, учат быть объективным. В шахматах можно сделаться большим мастером лишь осознав свои ошибки и недостатки. Совершенно также, как и в жизни» [1, с. 12].

Шахматные занятия проводились раньше во многих странах и городах, что способствовало интеллектуальному развитию детей. Однако существует ряд проблем, связанных с шахматным образованием. Первый и самый важный из них — это возраст учащихся. Некоторые родители отдают детей в шахматные кружки еще в дошкольном возрасте. Ярким примером может служить американский гроссмейстер Самюэль Решевский, который в пятилетнем возрасте давал сеансы одновременной игры. При этом его родители совершили ошибку, считая, что он должен заниматься только шахматами, ограничив разносторонность юного спортсмена. Бобби Фишер бросил колледж и посветил себя полностью шахматам, однако и он в скором времени осознал, что без разностороннего развития, он не сможет добиться выдающихся результатов.

Вопрос о возрасте учащихся возник сразу, как была поставлена проблема шахматного образования. И. Циов рекомендовал преподавание шахмат с первого класса. Большинство тренеров и педагогов рекомендовали занятие шахматами с 3-го класса. До какого определенного возраста стоит обучать шахматам, тоже не было решено. В некоторых школах обучение шахматам продолжалось до 10 класса, в других же рекомендовали ограничить изучение начальной школой.

Другой вопрос связан с тем, как вести занятия: должен ли это быть обязательный урок с контролем и оценкой результатов, либо факультативный курс, имеющий цель — привлечь детей и развить их интеллектуальные способности. Педагоги «подогревали» интерес детей — ставили определенные условия: «желающие участвовать в шахматных мероприятиях допускались к ним только после того, как они брали обязательство улучшить свое поведение или успеваемость; при определении результатов шахматных соревнований учитывались выполнения обязательств, а также другие показатели поведения и учебы» [2, с.35].

В преподавании шахмат в школе возникают определенные методические трудности. Для тренеров отсутствуют четкие рекомендации по количеству необходимых уроков, не разработаны программы проведения занятий, не созданы типовые учебники. При этом необходимо учитывать, что при неудачно организованных шахматных занятий возможно отрицательное влияние на учебный процесс обучения школьников в целом.

К тому же многие педагоги высказывали негативное мнение о шахматном образовании. Г. Клаус писал: «Если вы сегодня предложите какому-нибудь педагогу ввести в его класс обучение шахматам, хотя бы в течение одного часа в неделю, то он покажет вам почасовой учебный план и докажет невозможность его уплотнения. Ошибка такого педагога заключается в следующем: в наш век, век огромного потока информации, просто невозможно дать исчерпывающий обзор всех наук» [2, с.36].

Все эти проблемы актуальны и сегодня. Конечно, разработано множество методик преподавания, ориентированных, прежде всего, на кружковую форму работы. Однако в спортивных кружках занятия не ограничены определенным количеством уроков: тренер может на одну тему потратить около 10 часов, пока ее все не изучат. Написано множество книг о шахматах, учебников, но к ним надо относиться с осторожностью, многие чемпионы мира и выдающиеся гроссмейстеры предостерегают шахматиста от второсортной литературы и дают специальные рекомендации. Самым ярким примером может служить совет гроссмейстера Джона Нанна: сначала надо посмотреть партии автора книги или учебника, чтобы понять, разбирается ли сам автор в той теме, которую он хочет преподавать, применялись ли им самим рекомендуемые дебюты и определенные шахматные позиции на практике.

Профессиональные шахматисты точно не знают, сколько следует уделять времени шахматам. Мнения по этому вопросу расходятся. Например, А. Алехин рекомендовал заниматься по восемь часов в день, а первый чемпион мира Вильгельм Стейниц считал, что шахматами можно заниматься один час в неделю, лишь при условии, что ученик проявляет интерес. Доктор математических наук и второй чемпион мира Эмануил Ласкер, полагал, что за сто часов можно начинающего довести до уровня первого разряда. Есть рекомендации Михаила Ботвинника и других советских шахматистов о том, что нужно делать перерывы в шахматных занятиях, т. е. не заниматься ими несколько дней или неделю. Все это указывает на то, что данная проблема еще нуждается в обсуждении.

В наше время в современной ситуации первым государственным учреждением, в котором в качестве обязательной дисциплины преподаются шахматы, стала школа СЕИР Luis Vives в испанской провинции Аликанте. Ученики третьего и четвертого классов начальной школы посвящают еженедельно древней игре мудрецов три академических часа. Также шахматное образование стало обязательным в Китае, где существуют серьезные достижения на шахматном поприще. И в общеобразовательных учреждениях Армении, чья шахматная школа является одной из сильнейших в мире, шахматы в

качестве обязательной дисциплины изучаются учениками со второго по четвертый класс. В республиках Калмыкии, Саха, Испании и Канаде шахматное образование является обязательным.

Для обучения шахматам в школах педагог должен знать основы педагогики, быть в курсе последних достижений шахматной теории, лично совершенствоваться и регулярно участвовать в соревнованиях, иметь практический и теоретический опыт. Сложность данной работой заключается еще в том, что к каждому ученику должен быть свой подход. Ведь шахматы многообразны, и нужно учитывать психологическую подготовку и интересы воспитанников. Например, кому-то по душе позиции закрытого характера, а другому нравится атаковать. Возможно, что ученик не любит играть эндшпиль, но у него есть талант, и перед педагогом встает вопрос о мотивации обучающегося.

### **3. Авторские предложения**

На наш взгляд, сначала стоит вводить шахматы в школу как факультативный (элективный) урок для «прощупывания почвы» и постепенного введения шахмат как обязательного предмета. Стоит подумать о методах обучения. В случае преподавания шахмат только в начальной школе, педагог должен дать ученикам следующую информацию:

- 1) о доске, нотации, фигурах и их передвижениях;
- 2) о популярных дебютах в разных направлениях (открытый, полуоткрытый, закрытый);
- 3) об основных видах эндшпиля.

Самой проблематичной темой в шахматах является миттельшпиль (середина игры). Существует множество методов обучения, но какой из них является наиболее верным, до сих пор не решено. Все-таки в миттельшпиле основными направлениями считаются следующие:

- 1) знание основных пешечных структур;
- 2) тактические приемы и комбинации;
- 3) умение составлять план игры.

Конечно, все эти знания необходимо закреплять на практике, следовательно, учащиеся должны играть между собой, принимать участие в турнирах. Лучшим способом тренировки для педагога и учеников является сеанс одновременной игры, как в зрячую, так и в слепую. Педагог должен не указывать, что изучать обязательно, а советовать, предлагая ту или иную литературу. Самое главное в обучении детей — это развитие самостоятельности, умения выражать свое мнение, пусть и ошибочное. Для развития интеллектуальных способностей и формирования познавательного интереса рекомендуем применять следующие методы и приемы:

- 1) решение шахматных комбинаций, композиций, этюдов;
- 2) в качестве домашнего задания ученик должен анализировать свои или чужие партии;
- 3) изучение классической шахматной литературы не только на занятиях, но и самостоятельно.

Мотивированным ученикам педагог может посоветовать отправиться в спортивные секции по шахматам к более профессиональным тренерам.

Контроль и оценка результатов обучения игре в шахматы очень сложна, проверяться должны не только теоретические правила и названия, например, пешечных структур, но и умение использовать свои знания на практике.

Проблема может возникнуть и с родителями, поскольку многие из них будут против шахматного образования, считая, что их ребенок итак достаточно загружен основными школьными предметами. В этом случае стоит обсудить этот вопрос на родительских собраниях.

#### 4. Заключение

Данная проблема, направленная на побуждение к шахматному образованию в школах, еще требует длительного изучения и обсуждения. Многие вопросы еще не решены и нуждаются в серьезном обсуждении психологов и педагогов, специалистов в области самих шахмат, объединения их совместны усилий, организации совместных научных исследований.

#### Литература

1. Котов А.А. Шахматное наследие Александра Алехина. М.: Физкультура и спорт, 1982. 384 с.
  2. Крогиус Н.В. Психология шахматного творчества. М.: Физкультура и Спорт, 1981. 83с.
- 

## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И ПРИНЦИП ПРЕДМЕТНОСТИ

Назиев А.Х.

*Рязанский государственный университет имени С. А. Есенина, Рязань, Россия,  
a.naziev@rsu.edu.ru*

**Аннотация.** Если собрать вместе средства, применяемые при решении уравнений и неравенств, получится внушительная и далеко не простая теория. В сообщении будет показано, что эта теория в значительной мере обязана своим существованием непониманию элементарных принципов употребления языка, и, прежде всего, — принципа предметности.

*Ключевые слова:* переменная, постоянная, уравнение, неравенство, принцип предметности

**Abstract.** If you put together the funds used for solving equations and inequalities, you get impressive and not so simple theory. In our report will show that this theory is largely owes its existence to a misunderstanding of the elementary principles of the use of language, and, above all, the principle of subject matter.

*Key words:* variable, constant, equation, inequality, the principle of subject matter.

Решения уравнений и неравенств принято представлять в виде цепочек преобразований, которые задним числом оцениваются на равносильность. При этом обычно применяются тождества, нахождение ОДЗ, соображения об изменениях ОДЗ под действием преобразований, суждения относительно приобретения или потери корней, отсев лишних корней, если они были приобретены, и восстановление потерянных корней, если они были потеряны. Если собрать вместе все применяемые средства, получится внушительная и далеко не простая теория. Теория, в значительной мере обязанная своим существованием непониманию элементарных принципов употребления языка, и, прежде всего, — принципа предметности. Напомним его. Начнём с примеров.



Вот *это*:

огонь

— НЕ огонь; огонь — то, что *так* называется. А *это*:

корова

— НЕ корова; корова — то, что *так* называется. (Если Вы думаете, что то были огонь и корова, попробуйте прикурить от этого огня и подоить эту корову!)

То же — и в математике. Вот *это*:

ромб

НЕ ромб; ромб — это то, что *так* называется. А вот *это*:

$\sin x$

НЕ  $\sin x$ ;  $\sin x$  — то, что *так* обозначается.

Приведённые нами примеры иллюстрируют

#### ПРИНЦИП ПРЕДМЕТНОСТИ

Говоря о каком-либо предмете, употребляют не сам этот предмет, а его название. И обратно: употребляя название, говорят не об этом названии, а о том, что оно означает.

Не про слово ‘огонь’, а про то, что оно означает, то есть — про огонь, говорят:

Огонь может обжечь.

Не про слово ‘корова’, а про то, что оно означает, то есть — про корову говорят:

Корова даёт молоко.

То же — и в математике. Не о слове ‘ромб’, а о том, что оно означает, то есть — о ромбе, говорят: «Диагонали ромба перпендикулярны». Не о выражении ‘ $\sin x$ ’, а о том, что оно означает, то есть о числе  $\sin x$  говорят: « $\sin x$  есть ордината точки  $P_x$  единичной окружности». Не о *выражениях* ‘ $x$ ’, ‘ $\sin x$ ’ и ‘0,5’, а о том, что они означают, то есть — о *числах*  $x$ ,  $\sin x$  и 0,5, спрашивают: «При каких  $x$ ,  $\sin x = 0,5$ ?». И так далее.

Вернёмся теперь к уравнениям и неравенствам. Согласно принципу предметности каждое уравнение и каждое неравенство говорит НЕ о себе и НЕ о тех *знаках*, из которых оно состоит, а о тех *объектах*, которые обозначаются этими знаками. Не о самом себе и НЕ о *выражениях* ‘ $\sin x$ ’ и ‘0,5’, а о *числах*  $\sin x$  и 0,5 говорит уравнение

$$\sin x = 0,5.$$

И неравенство

$$x^2 - 5x + 6 < 0$$

говорит не о себе и НЕ о выражениях ‘ $x^2 - 5x + 6$ ’ и ‘0’, а о *числах*  $x^2 - 5x + 6$  и 0. И так — каждое уравнение, каждое неравенство. А это значит, что для решения уравнений или неравенств с числовыми переменными нужны свойства **не уравнений** или **неравенств**, а **чисел**.

Рассмотрим, например, уравнение

$$2x + 3 = 9. \tag{1}$$

Оно говорит, что число  $2x$  в сумме с числом 3 даёт число 6. В силу определения разности это означает, что  $2x$  есть разность чисел 6 и 3, т. е. что  $2x = 6$ . Полученное равенство говорит, что число  $x$  в произведении с (отличным от нуля) числом 2 даёт число 6. В силу определения частного это означает, что  $x$  есть частное от деления числа 6 на число 2, т. е. что  $x = 2$ .

Именно так решают уравнения в начальной школе. Однако в среднем звене от этого подхода к решению уравнений (называемого иногда «методом арифметических действий») отказываются, заменяя его другим, более совершенным, как полагают, подходом, основанным на так называемой «теории равносильности».

Основанием для отказа является распространённое мнение, что «метод арифметических действий» не годится, если переменная находится в обеих частях уравнения, например, если уравнение имеет вид

$$7x = 2x + 10. \tag{2}$$



«Здесь, говорят, нельзя сослаться на определение разности и перейти к уравнению  $7x - 2x = 10$ , потому что теперь  $x$  — не число, а переменная.»

Многим подобные доводы кажутся убедительными. При этом они как-то не замечают ни произвольности утверждений вроде отмеченного « $7x$  — не число», ни того, что в соответствии с милой их сердцам «теорией равносильности» уравнение (2) равносильно уравнению  $x = 2$ , в котором, согласно их же воззрениям,  $x$  — число, а тогда и  $x$  из уравнения (2) — тоже число.

Причина этих недоразумений одна: — непонимание принципа предметности. Рассмотрим основной довод: «теперь  $x$  — не число, а переменная». Как его понимать? О чём идёт речь? О букве ' $x$ ' — или о том, что ею обозначено? Если — о букве, то понятно, что это — не число, но тогда точно так же обстоят дела и с  $x$  из первого уравнения. Если же — о том, что буквой обозначено (а именно так и должно пониматься рассматриваемое заявление в соответствии с принципом предметности), то получается, что буквой ' $x$ ' обозначено не число, а переменная. Это — неверно. Буква ' $x$ ' (24-я буква латинского алфавита в курсивном начертании), как она обычно употребляется в школьной математике, является переменной, а обозначает — не переменную, а число.

Пониманию этого препятствуют два распространённых заблуждения, связанных с переменными.

1) Имеется немало людей, полагающих, что наряду с постоянными числами имеются ещё и переменные числа, и буква может обозначать как постоянное, так и переменное число. Готлоб Фреге убедительно продемонстрировал полную несостоятельность и нелепость подобных воззрений. Мы не станем повторять здесь его аргументы, а отошлём читателя к цитируемым далее источникам.

«Во всяком случае, никогда ещё на этой основе не была построена удовлетворительная теория, и нелегко представить себе, как это можно было бы сделать» [1, С. 22].

По этой причине никаких «переменных объектов» в математике не существует. В частности, существуют лишь «обыкновенные», «нормальные», «постоянные» числа. И *переменные* — знаки особого сорта. *Переменная* — это просто знак с предписанной ему областью значений. Он представляет в языке лишь «обыкновенные», «нормальные», «постоянные» объекты (например, числа), и НЕ представляет никаких «универсальных» или «переменных» сущностей. «Переменность и неопределённость там, где она существует, всегда есть вопрос языка и связана с символами и выражениями» [1, С. 350]. «Подразделение символов на константы и переменные не имеет никакого аналога в виде соответствующего подразделения чисел» [2, С. 33].

2) Очень многие не различают употребления и упоминания переменных. Для таких людей «является переменной» или «обозначает переменную» — одно и то же. Поясним различие.

Когда мы рубим дрова топором, топор употребляется, но не упоминается. Когда же мы говорим: «Мы рубим дрова топором», — топор упоминается, но не употребляется. Употребляется же при этом (для упоминания топора) слово 'топор'. Употребляется, но не упоминается.

В точности так же обстоят дела с числами. Когда мы говорим о числах, числа не употребляются (они вообще не могут употребляться в речи — в силу своей абстрактности), а упоминаются. Для упоминания чисел употребляются — числовые знаки: константы и переменные. Сами они при этом употребляются, но не упоминаются.

Разумеется, никто не запрещает говорить о константах, переменных и других знаках (упоминать их), только делать это следует грамотно. В соответствии с принципом предметности для упоминания знака должен использоваться не сам этот знак, а его название. Чаще всего в таких случаях используют цитаты или экспозиции. *Цитата* — это экземпляр знака с присоединёнными к нему кавычками, *экспозиция* — это отдельная

строка с помещённым посередине экземпляром знака. Выше мы пользовались обоими способами.

Покажем на примере, как правильно и как неправильно говорить о числах и о переменных. В алгебре и началах анализа буква 'x' — числовая переменная. Там, где она употребляется, речь идёт о числах, где упоминается — о ней самой. В таких ситуациях высказывание

	$x$ — число
— верное, а высказывание	
	$x$ — переменная
— неверное; высказывание	
	'x' — число
— неверное, а высказывание	
	'x' — переменная
— верное.	

После всего сказанного должно быть ясно, что цитированное выше заявление: «Теперь  $x$  — не число, а переменная», — аналогично заявлению: «Теперь корова — не животное, а существительное». И столь же нелепо, хотя эта нелепость многими и не осознаётся.

### Литература

1. А. Чёрч. Введение в математическую логику, Т. I. — М.: ИЛ, 1960.
2. А. Тарский. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. — М.: ИЛ, 1948.
3. Р. Карнап. Значение и необходимость. — М.: ИЛ, 1959.
4. А. Х. Назиев. Гуманитаризация основ специальной подготовки учителей математики в педагогических вузах: Дисс. ... докт. пед. наук. — Москва, МПГУ, 2000. (Электронный вариант размещён на персональной странице автора. Код доступа: <http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/DissB/DissB.pdf>.)
5. А. Х. Назиев. Вводный курс математики. 2а: Логика. Учебное пособие // Рязань: Изд-во РГПУ, 2000. — 125 с. (Электронный вариант размещён на персональной странице автора. Код доступа: [http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/ICM/Icm\\_ch3.pdf](http://people.rsu.edu.ru/~a.naziev/ICM/Icm_ch3.pdf).)

---

## ОБ ОДНОМ АСПЕКТЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЗАДАЧИ В ПРОЦЕССЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Никогосян Г.С.<sup>1</sup>, Манукян В.Ф.<sup>2</sup>, Серобян Е.С.<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Гюмрийский филиал АГЭУ, Гюмри, Армения,

<sup>2</sup>ГГПИ им. М.Налбандяна, Гюмри, Армения, [gagonik@mail.ru](mailto:gagonik@mail.ru), [mvardan\\_1972@mail.ru](mailto:mvardan_1972@mail.ru),  
[eserobyan56@mail.ru](mailto:eserobyan56@mail.ru)

**Аннотация.** Работа посвящена выявлению значений исследования уже решенных задач на школьном курсе физики. На конкретном примере показан суть исследования не сложной задачи и ее эффективное и качественное применение при решении олимпиадной задачи.

*Ключевые слова:* физика, аспект, задача, исследование, сложность, олимпиада, учитель.

**Abstract.** The work is devoted to revealing the importance of research of a solved problem in the school physics course. In a specific example, the essence of investigation of a not hard problem and its effective and high-quality application in solving Olympiad problems has been shown.

*Keywords: physics, aspects, problem, research, complexity, Olympiad, teacher.*

Согласно мнению американского математика Д. Пойа, основная часть нашего сознательного мышления связана с решением задач: когда мы не развлекаемся и не мечтаем, наши мысли направлены к какой-то конечной цели, мы ищем пути и средства к достижению этой цели, мы пытаемся выработать какой-то курс, следуя которому можно достичь нашей конечной цели [1].

Если при постановке проблемы сразу ясен путь её решения, то задачи не возникает, если такого пути не видно, то это – задача. Таким образом, задача предполагает необходимость сознательного поиска соответствующего средства для достижения ясно видимой, но непосредственно недоступной цели.

В методике под физической задачей понимают проблему, решаемую с помощью логических умозаключений, математических действий, эксперимента на основе законов и методов физики [2].

Полноценное физическое образование на любом уровне – от первоначального, школьного, вплоть до специального, невозможно без систематического решения задач. Решение задач относится к практическим методам обучения и как составная часть обучения физике выполняет те же функции, что и обучение физике: образовательную, воспитательную, развивающую, но, опираясь на активную мыслительную деятельность ученика. Решение задач при обучении физике является обязательным элементом учебного процесса, позволяющим надежно усвоить и закрепить изучаемый материал, а также расширить естественнонаучный кругозор учащихся посредством широкого использования знаний из области математики, физики, химии, биологии и др. Через решение качественных и количественных задач осуществляется связь теории с практикой, развивается самостоятельность и целеустремленность, а также рациональные приемы мышления. Умение уверенно решать задачи является одним из критериев глубины понимания физических законов и сознательного применения их предписаний для анализа конкретных физических явлений.

Никаких универсальных рецептов для выработки такого умения не существует. Необходимые навыки приходят только в результате упорного труда по мере накопления опыта. Как говорит Д. Пойа: чтобы научить решать задачи, надо их решать [1]. Тем не менее, некоторые методические советы здесь вполне уместны.

К настоящему времени в школьном курсе физики накоплено огромное количество задач. Все они различны по сложности, содержанию и способам решения.

По степени сложности задачи делятся на простые, сложные, задачи повышенной сложности (трудности) и творческие. Простыми считаются те задачи, которые решаются с использованием одной формулы. Они носят тренировочный характер и решаются обычно сразу же на закрепление нового материала. Сложные – с использованием нескольких формул. Эти формулы могут быть из разных тем. Повышенной сложности – связывающие в одну проблему несколько разделов. При этом, часто бывает так, что для учеников сложность вызывает не физическая, а математическая составляющая решения задачи. Чтобы решить наиболее трудные задачи, потребуется умение организовать работу над задачей (прояснить ситуацию, выявить круг идей, подобрать удобный «язык») и владеть определённой техникой. Творческие – алгоритм решения которых изначально ученику не известен.

В свою очередь, известный педагог В.Г. Разумовский делит задачи на репродуктивные (тренировочные задачи) и продуктивные (творческие задачи) [3]. По Разумовскому, продуктивная задача (творческая) – это задача, условия которой не подсказывают ученику (ни прямо, ни косвенно), какие правила или законы надо применить для нее решения. К такому типу задач можно отнести и большинство олимпиадных задач.

К настоящему времени сформирован в своем роде внушительный разрыв сложности между олимпиадными задачами и задачами, которые предлагаются в школьных учебниках физики.

Обычно на уроках решаются репродуктивные задачи, условия которых прямо или косвенно подсказывают ученику, какие правила и законы надо применить для их решения. Объясняется это, как правило, нехваткой времени. В то время, как на физических олимпиадах предлагаются продуктивные задачи, которые невозможно решить в лоб, стандартными приемами.

И как следствие всего этого большинство участников на школьных физических олимпиадах при решении задач испытывают серьёзные трудности, считают этот вид деятельности скучным и трудным, что отрицательно сказывается на качестве знаний учащихся и является одной из причин падения интереса к изучению физики в целом.

По нашему мнению существующий разрыв сложности между учебными и олимпиадными задачами физики можно смягчить не только за счет организации дополнительных внеклассных занятий, но и на уроках физики, за счет исследования уже решенной репродуктивной задачи.

Как известно, общая структура мыслительной деятельности ученика по решению задачи состоит из следующих этапов: анализ условия, поиск решения, решение, проверка результатов, исследование решения [2].

В данной работе мы будем останавливаться на одном аспекте, который желательно, чтоб на уроках физики иногда появлялся в конце выше указанной цепочки, т.е. при исследовании уже решенной задачи. Исследование решения предполагает, что задача будет немного изменена, и ученик исследует физическое явление и сделает соответствующие выводы самостоятельно. Этот очень важный этап часто опускается учителем, в то время, как его дидактические возможности огромны. Необходимо помнить, что хоть и для решения олимпиадных заданий требуются знания и умения, не выходящие за рамки школьной программы, но в то же время эти задачи не решаются по образцу или алгоритмическому предписанию. Олимпиадные задачи требуют от учащихся ясного понимания основных законов физики, подлинно творческого умения применять эти законы, развитого ассоциативного мышления и достаточной сообразительности. Для их решения учащиеся сами должны «изобрести» (составить) способ решения. А для этого необходимо, чтоб на уроках физики, исследуя уже решенные несложные, стандартные задачи, учитель создал те достаточные условия, благодаря чего при решении олимпиадных задач хоть и способ решения изначально ученику будет неизвестным, но материал этой задачи уже не будет выходить за рамки его знаний.

В качестве аргументации вышесказанного рассмотрим следующую задачу, которая предлагался на всероссийской муниципальной физической олимпиаде школьников в 2010 году [4].

**Задача 1.** Из одинаковых резисторов с электрическим сопротивлением  $R$  каждого составлена электрическая цепь (рис. 1). Каким будет электрическое сопротивление цепи между точками  $A$  и  $B$  при неограниченном увеличении числа звеньев цепи?

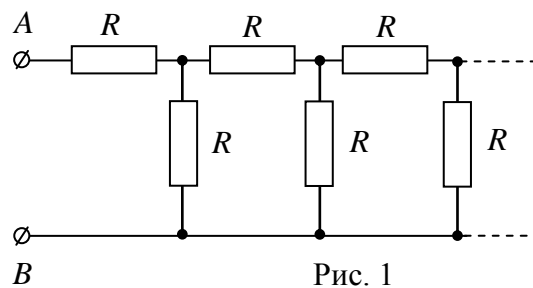


Рис. 1

Преподавательский опыт свидетельствует о том, что если данную задачу предложить учащимся после изучения темы «Параллельное и последовательное соединение проводников», то их подавляющее большинство окажется в безвыходной ситуации и не сможет найти более или менее благоразумный подход к решению задачи. Это естественно, так как учащихся пугает факт бесконечности цепи. Таким образом, предложение данной задачи приводит к тупику и возникает необходимость либо учащимся предложить известный «готовый ключ» к решению этой задачи, либо поступить иначе.

Поступаем следующим образом: учащимся предлагается стандартная задача, которая часто встречается и хорошо известна в рамках школьного курса физики.

**Задача 2.** Каким должно быть сопротивление  $r$ , чтобы общее сопротивление между точками  $A$  и  $B$  тоже было равно  $r$  (рис.2). [5]

Из схемы цепи очевидно, что резисторы 2 и 3 соединены параллельно, а обе вместе соединены последовательно с резистором 1, имеющий сопротивление

$$R. \text{ Следовательно, согласно условию задачи } r = R + \frac{rR}{r+R}.$$

Решая данное уравнение, для  $r$  получим два значения, из которых физический смысл содержит

$$\text{положительное значение } r = \frac{R(1+\sqrt{5})}{2}.$$

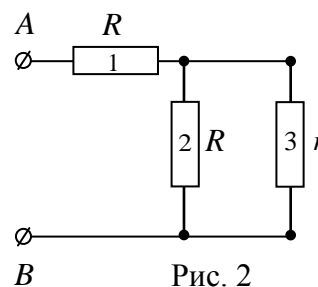


Рис. 2

Теперь, когда решена стандартная задача, внимание учащихся можно фиксировать на то обстоятельство, что постановка и решение задачи дают возможность перейти к следующему обратному утверждению: если имеется резистор с сопротивлением

$$r = \frac{R(1+\sqrt{5})}{2}, \text{ то при соединении к нему двух}$$

резисторов с сопротивлениями  $R$  (способом – изображенным на рис.2) сопротивление цепи не изменится, т.е. останется равным  $r$ . Более того, становится ясно, что сопротивление цепи не изменится и в том случае, если в цепь добавить еще одно звено, состоящее из двух резисторов с сопротивлениями  $R$  (это звено на рис.3 обведено пунктирным прямоугольником), и так далее. И тогда учащиеся приходят к выводу, что если подключить к цепи новое звено, сопротивление цепи не изменится, следовательно можно к цепи подключать все новые и новые одинаковые звенья, получив бесконечную цепь с определенным конечным значением сопротивления.

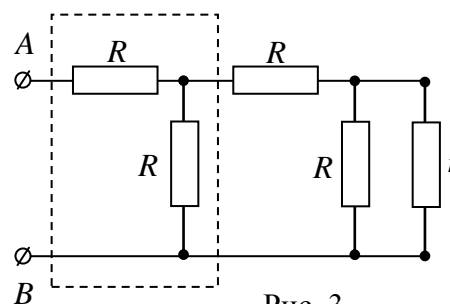


Рис. 3

Такое рассмотрение простой задачи дает возможность сделать более доступным восприятие задач с бесконечным числом повторяющихся звеньев и уменьшить «обрыв» сложности между этими и стандартными задачами. Действительно, если после этого учащийся столкнется с начальной задачей, то, определяя повторяющуюся ячейку и зная, что при добавлении в цепь еще одной подобной ячейки сопротивление цепи не изменится, он начальную бесконечную цепь заменит эквивалентным ей конечной цепью (рис.2) и, в итоге, легко справится с решением первоначально поставленной задачи.

Таким образом, на примере конкретной задачи было показано, что если учитель проявит достаточную целеустремленность во взгляде «в будущее», то даже в рамках школьного урока, проделав один – два дополнительных шага, после решения простой –

стандартной задачи, он может приблизить учащегося (особенно преклонному к творческому мышлению) к решению олимпиадной задачи.

### Литература

1. Д. Пойа, Как решать задачу, Государственное учебно-педагогическое изд-во мин. Просвещения РСФСР, Москва, 1959. 208 с.
  2. Каменецкий С.Е., Орехов В.П., Методика решения задач по физике в средней школе, М.: Просвещение, 1971. 448 с.
  3. Разумовский В.Г., Творческие задачи по физике в средней школе, М.: Просвещение, 1966. 156 с.
  4. Задания II (муниципального) этапа региональной олимпиады, Пермь, 2010. 7 с.
  5. Р. Оганисян, Г. Шархатунян, Э. Саргсян, Сборник задач по физике, Ереван, «Луйс», 2004. 223 с.
- 

## ФОРМИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МЛАДШИХ ПОДРОСТКОВ ПО ОСВОЕНИЮ ПОНЯТИЙ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ

Подаева Н.Г., Подаев М.В.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,  
podaeva@mail.ru, podaev86@rambler.ru*

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда, проект № 14-16-48007 «Обновление содержания школьного математического образования: социокультурный подход».

**Аннотация:** В статье теоретически обосновывается технология обучения основам геометрии младших подростков, ориентированная на формирование понимания и способов деятельности с геометрическими понятиями.

**Ключевые слова:** декларативные, процедурные и ценностные знания; словесно-символический, визуально-образный, предметно-практический способы кодирования математической информации; семантические структуры; понятийные психические структуры; основные фазы образования геометрических понятий; знаковая натурализация геометрического понятия; предметные действия, реальные и формальные операции.

**Abstract:** The paper is theoretically justified technique learning the basics of geometry younger adolescents, focused on the formation of understanding and ways of life with geometric concepts.

**Keywords:** declarative, procedural knowledge and values; verbal and symbolic, visual-shaped, material and practical ways of encoding mathematical information; semantic structures; conceptual mental structures; basic education phase geometric concepts; sign naturalization of geometric concepts; substantive action, real and formal operations.

По мнению многих современных педагогов и психологов, образование должно строиться не на объяснении-трансляции значений, а на построении личного, «живого»

знания (В.П. Зинченко). Наполненное личностным смыслом знание считается «живым», по-настоящему усвоенным субъектом образовательного процесса. В свою очередь, сделать содержания образования личностно-значимым для ученика можно при условии формирования эмоционально-ценностного отношения к изучаемому материалу. Решение этой крайне сложной задачи превращения отдельных элементов «чужого знания» в «мое знание» (И.С. Якиманская) является необходимым условием модернизации математического образования.

В рамках такой связи на первый план выступает *социокультурный* (культурно-ценностный) подход, позволяющий определить математическое образование как форму человеческой культуры, направленную на трансляцию и усвоение накопленного опыта, знания, как носителей культурных ценностей, и социокультурное развитие обучающихся средствами математики. С другой стороны, современная *психодидактическая* парадигма образования предполагает интеграцию дидактических и психологических аспектов процесса школьного обучения. В этой связи можно сформулировать две альтернативные позиции, которые отражают суть происходящей трансформации содержания школьного образования в направлении учета психологических механизмов интеллектуального развития личности. Позиция традиционной школы: «Как организовать учебный процесс, чтобы ученик более успешно усваивал содержание образования?» Позиция современной школы: «Как адаптировать содержание предмета к возрастным индивидуальным особенностям школьников, чтобы ученик интеллектуально развивался?» При этом предполагается (Метельский, 1989), что интеллектуальное развитие в области математики положительно коррелирует с повышением общего уровня интеллектуальных возможностей. Как свидетельствует целый ряд исследований, развитие интеллекта учащихся в свою очередь ведет за собой их личностное развитие. Учебная деятельность, связанная с активной работой интеллекта, способствует прогрессивным изменениям в характере учащихся, формированию адекватной самооценки, уверенности в себе, хорошего настроения, то есть интеллект выступает в качестве фактора, влияющего на формирование индивидуальности в целом.

В контексте социокультурного и психодидактического подходов была разработана технология обучения основам геометрии младших подростков, предполагающая средствами содержания, а именно средствами специально организованной учебной деятельности решать задачу интеллектуального развития (в частности, *формирования понятийных психических структур*) и формирования эмоционально-ценностного отношения к учебному материалу. При этом предполагается, что функция учителя заключается не в традиционной передаче опыта в виде знаний и деятельности (как в дидактической педагогике образца и в деятельностной педагогике), а в проектировании индивидуальной траектории интеллектуального развития каждого ученика (что соответствует парадигме педагогики открытого образования). Основные формы деятельности учителя – разработка индивидуальных стратегий обучения, диагностика, консультирование, методическое сопровождение.

При разработке технологии учитывались следующие теоретические положения:

1. Центральной основой выступает выделение трех типов обучения – *инструментально-ориентированное, предметно-ориентированное и ценностно-ориентированное обучение*, каждое из которых представляет определенную область математического знания (*содержательную, процессуальную или контекстную*), определенный тип знаний (*декларативный, процедурный или ценностный*).

2. Основным принципом выступает ориентация на *понимание* содержательного предметного материала, что предполагает передачу (опредмечивание и распредмечивание) не только математической информации, но ее значения и смысла с помощью предметно-символьных систем.

3. Как известно, именно формирование научных понятий выступает одной из целей обучения математике школе. Современная методика формирования математических

понятий базируется на методологических положениях, заимствованных в формальной логике и психологии.

Сущность категории понятия в следующем. В процессе изучения математических объектов и отношений между ними возникают системы взаимосвязанных, логически упорядоченных суждений о данном объекте или отношении – математические понятия. Суждения, о которых идет речь, называются *свойствами* и *признаками* данного понятия.

Процесс формирования понятий предполагает единство декларативных и процедурных знаний (знаний о том, *что*, и знаний о том, *как*). То есть происходит освоение определенных мыслительных операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование) и общих интеллектуальных умений (комбинирование, выдвижение гипотез, планирование своих действий, выбор наиболее рационального способа решения, контроль результата решения и т.д.).

При разработке технологии формирования деятельности младших подростков учитывались следующие теоретические положения о закономерностях процесса формирования понятий:

1. Было учтено, что основными звеньями процесса формирования «субъективного образа содержания понятия» являются: мотивировка, категоризация, обогащение, перенос, свертывание (Гельфман, Холодная).

2. Учитывались четыре способа кодирования информации (соответственно четыре модальности опыта): словесно-речевой (в виде знаков), визуально-пространственный (в виде образов), предметно-практический (в виде двигательных действий), сенсорно-эмоциональный (в виде ощущений и переживаний) (М.А. Холодная [7]). Причем умение взаимопереводить два основных способа кодирования – словесно-речевой и визуально-пространственный – закономерно обуславливает эффективность учения-обучения геометрии.

3. Учитывалось, что в психодидактике выделяют два уровня усвоения знаний – *уровень представлений* и *понятийный уровень*. На уровне представлений признаки объекта присутствуют ограниченно, недифференцированно, не выделяются связи между ними. В то же время в *понятийном мышлении* ключевым моментом является знание некоторого набора признаков объектов. Кроме того, понятийное мышление отличается системностью: усвоение каждого понятия предполагается в системе с другими понятиями.

Как отмечают психологи, становление системы геометрических знаний происходит в результате развития целостной психической структуры «образ восприятия (перцепт) – понятие». Схематично этапы ее развития можно представить в виде двух блоков [4, с. 146]. *Первый блок (уровень представлений)*: образ восприятия (перцепт) – представление + обобщенное представление или предпонятие (образ-концепт); *второй блок (вербально-логический уровень)*: понятие + система понятий.

4. При разработке технологии учитывалось, что освоение геометрических понятий – это, с одной стороны, умение интерпретировать идеальные объекты в реальном физическом пространстве («*натурализация геометрического чертежа*») и, с другой стороны, понимание ограничений физических тел (вещей) в интерпретации геометрических объектов (преодоление знаковой натурализации – «*денатурализация*»).

Формирование понимания и способов действия с геометрическими понятиями происходит в два этапа. Содержание этапов определяется структурой деятельностной компоненты геометрических понятий, включающей как *предметные действия*, так и *целостные операции*, которые не сводятся к действию с вещами.

Таким образом, при разработке технологии формирования деятельности по освоению геометрических понятий учитывались следующие психодидактические закономерности процесса образования понятий у младших подростков:

- формирование основных компонентов понятийных психических структур (способов кодирования информации, семантических структур, признаков понятий);
- формирование декларативных, процедурных и оценочных знаний;



- пофазовое формирование субъективного образа содержания понятия: мотивировка, категоризация, перенос, свертывание;
- поэтапное развитие целостной психической структуры «образ – представление – предпонятие – понятие – система понятий»;
- поэтапное развитие деятельностной компоненты геометрических понятий: предметные действия, реальные познавательные операции, формальные операции.

### Литература

1. Методика обучения геометрии: учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений [Текст] / В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчишина и др. // Под ред. В.А.Гусева. – М.: «Академия», 2004.
2. Устиловская А.А. Психологические механизмы преодоления знаковой натурализации идеального содержания геометрических понятий: дисс. ...канд. псих. наук. - М., 2008. - 160 с.
3. Холодная, М.А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования [Текст] / М.А. Холодная. – СПб.: Питер, 2002. 264 с.

## НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ УРОКА МАТЕМАТИКИ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС

Рябова Т.Ю.

*Муниципальное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №1 с углубленным изучением отдельных предметов города Фрязино Московской области, Россия, tamarik@inbox.ru*

**Аннотация:** Цель данной статьи - сформулировать некоторые проблемы, которые возникают у учителя математики в профильных классах в процессе конструирования урока в условиях реализации ФГОС, и наметить пути их решения.

*Ключевые слова:* конструирование урока математики, профильные классы, математическая компетентность, универсальные учебные действия, целеполагание, рефлексия.

**Abstract:** The purpose of this article is to highlight some problems which mathematics teacher may have in process of setting a lesson according the implementation of the federal educational standards and then define different solutions of the problem.

*Key words:* mathematics lesson construction (setting), specialized classes, mathematics competence, universal educational activities, setting a purpose, reflex action.

В современных условиях школьное образование в России претерпевает системные изменения в связи с реализацией ФГОС. С позиций системно-деятельностного подхода в обучении [4] главным в работе учителя становится не формирование знаний, умений и навыков, а развитие компетенций, универсальных учебных действий каждого ученика. При этом урок остается основной конструктивной единицей образовательного процесса. Конструирование урока математики в новых условиях сопровождается рядом проблем,

связанных с непривычными для учителя способами формирования целей урока, включением в структуру урока этапа рефлексии и некоторыми другими.

Рассмотрим одну из возможных схем урока по теме «Исследование функции с помощью производной. Построение графика функции». Урок проводится в течение 90 минут в ходе изучения главы «Производная. Применение производной» в 11 физико-математическом классе.

Цели урока: 1) Создать схему – алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной, реализовать алгоритм путем исследования предложенной функции. 2) Создать условия для развития математической компетентности школьников через содержание урока.

К главным проблемам, которые предстоит решить учащимся на уроке, отнесем следующие: 1) разработать единую схему-алгоритм исследования функции; 2) приобрести первичные навыки перенесения в координатную плоскость  $XOY$  результатов произведенных исследований, что свидетельствует о присвоении учеником нового образовательного продукта.

Предполагаемые результаты урока для учеников сформулируем с точки зрения компетентностного подхода[3].

**Таблица 1. Предполагаемые результаты урока для учеников.**

<b>Компетенции</b>	<b>Предполагаемые результаты</b>
<b>Личностного самосовершенствования</b>	Желание приобрести новые знания, умения, совершенствоваться имеющиеся
<b>Оргдеятельностная</b>	Развитие умения принимать и сохранять учебную задачу, планировать необходимые действия, действовать по плану
<b>Коммуникативная</b>	Развитие способности осуществлять продуктивное общение в совместной деятельности, умение представить и донести информацию до других
<b>Учебно-познавательная</b>	Развитие умения осознать познавательную задачу, извлекать самостоятельно нужную информацию из разных источников, понимать информацию, представленную в различной форме, осуществлять операции анализа, синтеза, сравнения и классификации, устанавливать причинно-следственные связи, представлять и понимать информацию в графическом виде

На данном уроке учащиеся будут осуществлять такие виды деятельности, как планирование, разбиение своих действий на последовательные этапы, применение навыков эффективного общения, анализ и представление информации в графическом виде, изучение, поиск и отбор необходимой информации, обобщение информации в виде схемы. Основные универсальные учебные действия (УУД), на развитие которых направлен данный урок, - познавательные и коммуникативные. Личное целеполагание учащихся будет обеспечено путем связи темы урока школьными предметами, как физика, экономика, биология, химия, напоминанием о мощном действии математического анализа в непростых ситуациях на экзаменах, олимпиадах, конкурсах.[2]

Смысловым итогом урока будет конкурс на лучшую схему исследования функции с помощью производной и описание метода построения ее графика. Учащиеся, создавшие лучшую схему, получат награды в виде бонусов.

Инструкция, которую учитель дает учащимся перед выполнением задания, выглядит примерно так:

1. Разбившись на группы, подберите информацию для изучения темы урока в учебнике и в сети Интернет.
2. Составьте алгоритм исследования функции с использованием первой и второй производных, который поможет вам изобразить «портрет функции на фоне системы координат».
3. Оформите результат с помощью программы Power Point или других, известных вам.
4. Приведите вашу схему в действие на примере исследования конкретной функции (предлагает учитель и учащиеся из других групп).
5. Проверьте свои результаты, используя «Математический конструктор – 6.0», «Mathcad» или другие ресурсы.
6. Представьте ваши результаты одноклассникам.
7. Оцените работу одноклассников.
8. Выберите, на ваш взгляд, лучшую схему и обоснуйте свой выбор

Образовательные продукты, которые должны быть получены учениками, - это 1) схема-алгоритм исследования функции с помощью производной, 2) график заданной функции, 3) приращение личных познавательных и коммуникативных УУД. На этапе рефлексии учитель направляет учеников, формулируя задачу: «Проанализируйте свою деятельность на уроке, выделите те моменты, которые по окончании урока вы хотели бы выполнить по-другому. Почему?» Критерии оценивания предъявляются учащимся и обсуждаются с ними до начала урока. Такие уроки по разным темам должны складываться в систему и не вызывать у учеников отторжения. С нашей точки зрения, критерии оценивания должны соответствовать структуре математической компетентности, а именно: владение математическим языком, уровень функциональной математической грамотности, уровень математической креативности, способности к исследовательской деятельности, готовность к продолжению освоения математической науки, уровень информационной культуры[5].

**Таблица 2. Этапы и виды деятельности учеников с примерной разбивкой времени.**

<b>Этапы урока, время, в мин</b>	<b>Содержание этапа</b>	<b>Виды деятельности</b>	<b>УУД, развиваемые на этапе</b>
<b>Организационный 3</b>	Учитель предлагает учащимся разделиться на группы по 4 человека, подготовить рабочее место, учебники, тетради, мультимедийную технику	Ученики делятся на группы, распределяют роли, готовятся к уроку	Регулятивные
<b>Введение в тему, целеполагание, 5</b>	Учитель объявляет тему урока как итоговую на определенном этапе, подчеркивает необходимость обобщения всей полученной ранее информации с целью создания целостной схемы исследования функции с помощью производной	Ученики слушают, актуализируют свои знания и умения, полученные на предыдущих уроках, пытаются понять, как они могут реализовать заданную учителем цель,	Регулятивные, познавательные, личностные

		разбивают ее на подзадачи, планируют время	
<b>Повторение ранее изученного материала, 5</b>	Повторение ранее изученного материала с использованием рабочих тетрадей, учебных пособий	Ученики работают с учебным пособием, собственными рабочими тетрадями, справочными пособиями, актуализируют, вспоминают те конкретные знания и умения	Познавательные
<b>Работа над схемой-алгоритмом, 15</b>	Работа над схемой-алгоритмом исследования функции, создание примерной схемы, выбор наиболее эффективной из предложенных внутри группы. Получение первого образовательного продукта	Ученики распределяют роли, планируют свою работу в группе, выбирают конкретные способы представления информации одноклассникам, обсуждают варианты схемы – алгоритма, приходят к общему мнению, готовят схему к представлению	Регулятивные, коммуникативные, познавательные, личностные
<b>Исследование функции, предложенной учителем, 10</b>	Исследование функции, предложенной учителем Получение второго образовательного продукта	Учащиеся применяют свою схему к исследованию предложенной функции, изображают ее график на листе бумаги, проверяют с помощью электронных средств, делают выводы	Познавательные коммуникативные
<b>Составление и исследование собственной оригинальной функции, 10</b>	Составление и исследование собственной оригинальной функции	Учащиеся придумывают собственную оригинальную функцию, подвергают ее исследованию по собственному алгоритму, получают график, проверяют его с помощью электронных средств.	Познавательные коммуникативные
<b>Презентация результатов, 15</b>	Представление результатов одноклассникам, защита созданной схемы	Учащиеся выбирают представителя от группы, который будет презентовать их результаты и образовательные продукты. Этот ученик	Коммуникативные

		демонстрирует схему-алгоритм, графики двух исследованных функций, сообщает классу о найденных положительных и отрицательных моментах схемы-алгоритма	
<b>Оценка схем и выбор лучшей из них, 10</b>	Оценка предложенных схем и выбор лучшей схемы-алгоритма Получение главного образовательного продукта	Учащиеся обсуждают предложенные схемы, учитывая все сделанные ранее замечания, выбирают лучшую схему или приходят к выводу создания единой обобщенной схемы – алгоритма	Регулятивные коммуникативные познавательные
<b>Анализ собственной деятельности на уроке, 10</b>	Анализ собственной деятельности на уроке	Учащиеся, по одному представителю от группы, кратко информируют весь класс о своих достижениях и неудачных моментах. Принимают решение, как в будущем устранить негативные моменты	Регулятивные Личностные
<b>Подведение итогов урока, 7</b>	Подведение итогов урока	Желающие ученики (один, два) подводят итог урока, заключительное слово говорит учитель	

Таким образом, предложенный урок разработан в соответствии с требованиями ФГОС [1]. На наш взгляд, при конструировании урока возникают серьезные проблемы, которые учителю предстоит решать.

Во-первых, проблемы возникают на этапе целеполагания. Традиционные уроки предполагают наличие трех целей: образовательной, воспитательной и развивающей. В условиях ФГОС все цели урока подчинены формированию и развитию универсальных учебных действий (УУД). Суть проблемы заключается в том, что учитель сначала формулирует цели в привычных ему терминах, а потом старается переформулировать их. Однако, полностью и однозначно сделать этого не удастся. Поэтому, как и раньше, реальный урок направлен на решение традиционных задач. Другой проблемой, возникающей на этом этапе, является следующая: в традиционной педагогике учитель сам формулировал цель урока, а теперь ему необходимо организовать урок так, чтобы каждый учащийся принял и переформулировал эту цель для себя. Как проверить, произошло это или нет? Третья проблема возникает при планировании этапа рефлексии учащихся на уроке. Мы знакомы с некоторыми планами уроков учителей математики. В них прослеживается невозможность учителя уложить данный этап в конкретные временные рамки, а также невозможность оценивания эффективности рефлексии. Четвертая проблема: при планировании урока в условиях реализации ФГОС учитель задумывается, какими методиками оценить прирост личностных, регулятивных или

коммуникативных УУД, применять ли на каждом уроке тестирование, что не представляется возможным, либо оставить этот этап в состоянии доверия к ученикам, что они сами в этом разберутся. Получается, что реально измерить и оценить на уроке математики возможно лишь познавательные УУД, сравнив навыки и умения каждого ученика до и после проведенного урока с помощью самостоятельной или практической работы. Пятая проблема: трудности с планированием временных рамок различных этапов урока. Как только роль учителя на этапах целеполагания, освоения нового материала, рефлексии и оценивания результатов урока перекладывается на плечи учеников, точное планирование временных рамок этапов урока становится невозможным, а это приводит к серьезным проблемам с выполнением всей программы обучения.

При планировании предложенного выше урока мы тоже столкнулись именно с этими проблемами. Имея достаточный опыт практической работы в профильных классах, можно сказать, что уроки, построенные по схеме приведенного, должны проводиться как обобщающие тему, как уроки-исследования. Для их проведения требуется времени больше, чем 45 минут, однако их эффективность высока, хотя и оценивается это эмпирическим путем. На наш взгляд, до тех пор, пока урок является основной организационной единицей учебного процесса, от традиционных способов его конструирования нам не уйти. Оценивание результатов урока для каждого ученика осуществляется нами в соответствии со структурой математической компетентности, предложенной нами. Все элементы математической компетентности, а именно: владение математическим языком, уровень функциональной математической грамотности, уровень математической креативности, способности к исследовательской деятельности, готовность к продолжению освоения математической науки, уровень информационной культуры, - заложены в различные этапы урока, могут быть реализованы учащимися и оценены.

## Литература

1. Поташник М.М. Требования к современному уроку, Москва, Центр педагогического образования, 2011 – 272с.
2. Рябова Т.Ю. Некоторые проблемы изучения математического анализа в профильной школе (взгляд учителя математики)// Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология: Тезисы докладов Четвертой Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Л.Д.Кудрявцева, Москва, РУДН, 2013-732с.
3. Хуторской А.В. Компетентностный подход в обучении, Москва, Издательство «Эйдос», 2013 – 73 с.
4. Хуторской А.В. Системно-деятельностный подход в обучении, Москва, Издательство «Эйдос», 2012 – 63 с.
5. Ryabova T.Yu. Problems of Teaching Mathematical Analysis in Contemporary Schools// Progress in analysis: Proceedings of the 8<sup>th</sup> Congress of the ISAAC, Moscow? 2011, V3 – 275p.

# ОБУЧЕНИЕ ЧТЕНИЮ: ИСТОРИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ПРОБЛЕМЫ

Текучева И.В., Громова Л.Ю.

*Московский педагогический государственный университет, Россия, Москва*

*ira.tekucheva@yandex.ru*

*Levkovalila@mail.ru*

**Аннотация.** В статье рассматриваются вопросы обучения чтению в общеобразовательной школе в 1917—1940 гг., представлены особенности сознательного, объяснительного, воспитательного, творческого и изучающего чтения, выделяются тенденции в развитии методики обучения чтению в данный период.

*Ключевые слова.* История методики преподавания русского языка, обучение чтению, методы обучения.

**Abstract.** In the article the questions of teaching reading in the secondary school in 1917-1940, presents conscious features, explanatory, educational, creative and learning reading, highlighted trends in the development of methods of teaching reading in the period.

*Key words.* The history of the methodology of Russian language teaching, teaching of reading, methods of teaching.

Проблема обучения школьников чтению не является новой для методики преподавания русского языка, однако, до сих пор остается актуальной. В учебной работе значимость данной проблемы особенно ощутима. О ней говорят в школе учителя старших классов, опираясь на то, что многие школьники не владеют приемами работы с книгой. О неумении учащихся правильно читать и понимать текст свидетельствуют факты снижения качества образования в российских школах, что не может не отразиться на результатах единого государственного экзамена.

В Примерной программе по русскому языку для основной школы одним из основных показателей функциональной грамотности, имеющей метапредметный статус, названы коммуникативные универсальные учебные действия. [13, с. 7]. Чтение и понимание прочитанного текста – коммуникативные универсальные умения, необходимые для успешного обучения учащихся. В Стандарте основного общего образования по русскому языку указано, что изучение предметной области «Филология» должно обеспечить совершенствование различных «видов речевой деятельности (аудирования, чтения, говорения и письма), обеспечивающих эффективное овладение разными учебными предметами и взаимодействие с окружающими людьми в ситуациях формального и неформального межличностного и межкультурного общения» [15].

В связи с этим обращение к истории развития методики обучения чтению, осознание тенденций в развитии этого направления, анализ основных механизмов чтения, рассмотрение особенностей каждого из них может помочь приблизиться к решению данной проблемы.

Проблема обучения чтению была предметом исследования методистов первой трети XX в. Об этом свидетельствуют работы Н.К. Кульмана «Методика русского языка» (1918), С.А. Золотарева «Методика русского языка» (1922), А. Попова «Методика русского языка» (1928), К.Б. Бархина «Методика тихого чтения в связи с задачами по развитию речи. Для преподавателей 1 ступени» (1930), Н.В. Попова «Методика русского языка в школе первой ступени» (1929), П.О. Афанасьева «Краткая методика русского языка» (1930).

В перечисленных исследованиях грамотное чтение считается необходимым фактором, без которого невозможно представить процесс образования, т.е. без умения правильно читать текст учащиеся будут испытывать трудности и при изучении других



предметов, а в качестве цели классного чтения отмечается формирование навыка сознательной и самостоятельной работы с книгой [11, с. 140]. Несмотря на разнородность содержания методической литературы все же можно выделить общие тенденции в развитии методики обучения чтению.

Первая тенденция заключается в том, что обучение чтению осознается как общепредметная цель. По мнению ученых, чтение 1) выполняет задачи воспитания (через получаемый читателями материал и воспринимаемые образцы); 2) приучает к логическому мышлению; 3) знакомит с современной действительностью, отраженной в тексте; 4) обогащает язык; 5) развивает память и воображение учащихся; 6) дает стимул к творческой словесной работе. [5, с. 133].

В работах этого периода представлено описание сознательного, объяснительного, воспитательного, творческого и изучающего чтения, каждое из которых имеет свои достоинства и недостатки.

С точки зрения Н.К. Кульмана, процесс чтения состоится только в том случае, если у учащихся сформировано умение хорошо читать книгу, т.е. сознательно относиться к ней и извлекать из нее как можно больше [9, с. 201]. Такой взгляд на процесс чтения способствовал появлению сознательного чтения - «чтения с надлежащим пониманием отдельных слов, понимание отдельных прочитанных фраз и предложений и чтение с должным пониманием законченных статей и произведений», т.е. написание слова, его звуковое оформление должно полностью соотноситься со значением слова [2, с. 125]. Однако сторонниками сознательного чтения не были до конца разработаны методы и приемы работы с текстом, которые привели бы к углубленному пониманию прочитанного. Усвоение содержания читаемого осуществляется в процессе анализа произведений, которому не уделялось должного внимания.

Любой текст, предложенный учащимся для прочтения, требует объяснения, которое должно быть полным и подробным. Такого подхода придерживались сторонники объяснительного чтения (Н.К. Кульман, С.А. Золотарев и А. Попов), которое предполагало подробный анализ прочитанного. Однако при таком чтении учителя слишком увлекались лексическими разборами, что приводило к затруднению понимания информации прочитанного. Кроме того при анализе использовались одни и те же приемы как для художественных, так и для научных текстов [11, с. 162]. Использование объяснительного чтения предполагало подробное объяснение всех слов, при многозначности часто рассматривались все значения. В то время как анализ «простых» слов, которые были понятны без уточнения, слишком перегружал анализ текста лишней информацией.

С появлением воспитательного чтения учителя обратили свое внимание как на методы и приемы работы с текстом, систему заданий, так и на направленность литературы, которая используется на уроках. Главной особенностью воспитательного чтения стало обращение не к отрывкам, а целым произведениям, так как только понимание идеи, проблем и темы целого текста позволяет говорить о полном понимании прочитанного. [11, с. 163]. На уроке допускается чтение отрывков только в том случае, когда они представляют собой «небольшое» законченное произведение [9, с. 213].

Творческое чтение как направление в методике сложилось к 20-м годам XX в. Сущность метода была раскрыта в книге С.И.Абакумова «Творческое чтение». Использование творческого чтения было направлено на решение следующих задач: развитие у учащихся образного мышления, обогащение сознания школьников яркими художественными образами, получение новых знаний о человеке и его месте в мире. [1, с. 11]. Многие передовые учителя на уроках чтения начали использовать активные творческие приемы работы: рисование, лепку, драматизацию и др. В Программах по русскому языку, выпущенных Наркомпросом в 1920 г., появился самостоятельный раздел «Драматизация». В этот же период появляются и методические рекомендации «Игра-драматизация в школе», составленные кружком педагогов под редакцией Е.Соловьевой.



Авторы придавали исключительное значение драматизации прочитанного детьми произведения.

Основной целью творческого чтения стало стремление активизировать деятельность детей при работе с художественным произведением. Ребенку предоставлялась возможность не только словом объяснять прочитанное, но и творческой практикой (рисованием, выпиливанием, шитьем, плетением, аппликацией) показать уровень понимания, передать свои чувства и эмоции.

Работа по передаче или воспроизведению образов прочитанного текста начиналась после чтения произведения, когда учащиеся через рисунки и поделки воплощали свое понимание образов. Школьные учителя на уроках чтения использовали музыку, словесные методы: рассказы по аналогии, словесное рисование, выразительное чтение наизусть, драматизацию.

Однако предложенные методы не давали четкого представления о том, как работать с научными текстами, так как они требуют иных методов и приемов работы с текстом и нуждаются не только в анализе, но и в усвоении. На уроках текст чаще всего читался учителем вслух, чтение не рекомендовалось прерывать вопросами или уточнениями. С.И.Абакумов считал, что выразительное чтение - это «объяснение без объяснения», чтение учителя – основа к пониманию прочитанного текста.

Появление этих трудностей ясно указало на то, что тексты художественной и научной литературы не могут читаться одинаково. Исследовательское чтение позволяло не только понять статью, но и запомнить, усвоить ее. В результате произошло четкое разделение текстов на деловые и художественные, к каждому из которых требуются свои подходы, методы и приемы работы. Был разработан ряд механизмов исследовательского чтения, каждый из которых рассчитан, прежде всего, на направленность текста, который дается для прочтения.

В рассматриваемый период исследователи активно разрабатывали содержание обучения чтению. Были определены виды чтения, которым необходимо учить в школе. В методической литературе существует несколько классификаций видов чтения, построенных на разных критериях. Так, выделяются громкое чтение (чтение вслух) и молчаливое, тихое чтение (чтение про себя).

Методика обучения тихому (про себя) чтению получила дальнейшее развитие после выхода перевода книги С. Брукса «Стандарт в школе» (были опубликованы работы Е.Е. Соловьева, П.О. Афанасьева, К.Б. Бархина и др.). Некоторые педагоги, по словам Б.О. Афанасьева, воспринимали этот вид чтения даже как единственный вид чтения [3, с. 185], другие – как неизбежное зло при необходимости работать с несколькими группами учащихся. Истина лежит, как всегда, где-то посередине. У чтения про себя есть преимущества: 1) оно значительно быстрее чтения вслух; 2) связано с менее значительной утомляемостью; 3) дает лучше сосредоточиться на читаемом; 4) способствует осознанию целого абзаца и потому крепче связывает отдельную фразу с темой абзаца; 5) ведет к легкому нахождению в тексте так называемых «ценных» слов, т.е. слов, на которых должно быть поставлено логическое или эмоциональное ударение; в «ценных» (ключевых) словах сосредоточен весь смысл абзаца; 6) дает возможность быстро выбирать все нужное в тексте, отбрасывая ненужное.[5, с. 134].

Выразительное чтение понимается учеными-методистами того времени как чтение, при котором надо понять текст и передать слушателям свое восприятие информации. Выразительное чтение ученика практически реализует понимание и толкование произведения. И если школьники читают бесстрастно, обращая внимание только на формальную сторону, то тут нельзя говорить о воздействии художественного слова на чувства слушателей. При обучении выразительному чтению предлагали использовать такие приемы, как наблюдение над интонацией, пунктуацией и смыслом текста.

Не без оснований методисты полагали, что чтение вслух не всегда позволяет учащемуся понять содержание прочитанного. Это объясняется тем, что читающий должен

преодолеть сам механизм чтения, следить за смыслом читаемого и отражать это в соответствующей интонации. Поэтому, по мнению П.О. Афанасьева, «всячески нужно избегать неподготовленного громкого чтения. [3, с.191].

В то же время чтение про себя будет эффективнее, если читатель подготовит учащихся к восприятию, свяжет текст с переживаниями и представлениями учащихся. Для чтения про себя, по мнению П.О. Афанасьева, удобнее всего использовать научные тексты. [3, с. 192] Для работы с художественным текстом предпочтительнее чтение вслух с анализом текста, т.к. при чтении про себя, как пишет П.О. Афанасьев, «не могут быть вскрыты приемы словесного творчества». [10, с. 193].

Вторая тенденция в развитии методики обучения чтению – это развитие системы работы над техникой чтения. Во многом это связано с тем, что в рассматриваемый период обучали чтению не только школьников, но и малограмотных и неграмотных взрослых людей.

По мнению И.Р. Палая, развитие техники чтения должно вестись в трех направлениях: 1) выработка правильности в чтении, 2) выработка осмысленности; 3) выработка выразительности [10, с. 272].

Для работы в этих направлениях ученый предлагал такие приемы: 1) круговое (коллективное) чтение; 2) беседа до чтения текста (с определением трудных для понимания слов, записью слов на доске, с использованием словаря); 3) самостоятельное целевое чтение (с выписками по ходу чтения, подчеркиваниями по поставленным к тексту вопросам); 4) чтение текста по данному плану; [10, с. 275-278].

Особое внимание И.Р. Палей уделял необходимости вести записи при чтении текста (выписки из прочитанного, заметки по поводу прочитанного и т. п.). Проведение данной работы способствует быстрому запоминанию информации и ее сохранению на долгое время. Учащиеся могут делать записи из прочитанного и по прочитанному, оставлять заметки (собственные мысли, которые возникают в процессе чтения), составлять план. В результате проведенной работы должен получиться конспект, который позволит затем воспроизвести прочитанный текст [10].

Третья тенденция в развитии методики обучения чтению – разработка общих вопросов, связанных с формированием умений и навыков работы с книгой. В данный период появляется множество работ, освещавших данную проблему. Это работы А.Павловича «О системе развития навыков работы с книгой» (1927), Ребельского «Азбука умственного труда» (1926), Никифорова «История работы с книгой» (1926), Невского «Как работать с книгой» (1927), Базилевича «Работа с книгой» (1926) и др.

Подводя итоги, подчеркнем следующее: многие проблемы обучения чтению в период 1917-1940 гг. были только поставлены, но на практике они так и не нашли своей полной реализации, несмотря на то что вопросы адекватного восприятия, понимания текста являются важнейшими вопросами, решение которых обуславливает эффективность обучения чтению. Тем не менее, обладая богатым методическим наследием, в настоящее время учителя используют не все эффективные методы прошлого.

## Литература

1. Абакумов С.И. Творческое чтение. Л., 1925.
2. Афанасьев П.О. Краткая методика русского языка. Л., 1930.
3. Афанасьев П.О.. Тихое чтение.// Родной язык в школе. 1927.№3.
4. Бархин К.Б. Методика тихого чтения в связи с задачами по развитию речи. Для преподавателей 1 ступени. М., 1930.
5. Бархин К.Б., Истрина Е.С. Методика русского языка в средней школе. М. 1937
6. Бархин К.Б. Развитие речи и изучение художественных произведений.М.1927.

7. Быстрова Е.А., Львова С.И., Капинос В.И. и др. Обучение русскому языку в школе: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / Под ред. Е.А. Быстровой. 2е изд., стер. М., 2007.
  8. Золоторев С.А. Методика русского языка. Петроград. 1922.
  9. Кульман Н.К. Методика русского языка. Для педагогических и учительских институтов, семинарий, для педагогических классов и для учителей низшей и средней школы. Петроград. 1918.
  10. Палей И.Р.. Работа над техникой чтения в школе взрослых. Родной язык в школе. 1927 №3
  11. Попова Н.В., Редозубов С.П., Шлепин М.А. Методика русского языка в школе первой степени. М., 1929.
  12. Попов А. Методика русского языка. М.; Л. 1928.
  13. Примерные программы основного общего образования. Русский язык. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2010.
  14. Программа ГУСа 1927 г. Вып. 2.
  15. Стандарт основного общего образования по русскому языку.[Электронный ресурс] URL: <http://xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/938> (дата обращения: 10.07.2015).
- 

## **ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ЧЕРЕЗ ОСВОЕНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ**

Удовенко Л. Н.

*Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия,  
l.udovenko@rambler.ru*

**Аннотация.** Универсальные учебные действия при обучении математике целесообразно формировать, обучая алгоритмам. В статье приведена и описана классификация алгоритмов, формируемых при обучении математике. Отмечена значимость обучения «условно простым» алгоритмам. Приведены примеры.

*Ключевые слова:* универсальные учебные действия, алгоритмические действия, алгоритм, простой алгоритм, условно простой алгоритм, условно сложный алгоритм, сложный алгоритм.

**Abstract.** Universal training actions in teaching mathematics is advisable to formed by means of algorithms. The article presents and describes the classification of algorithms that are to be formed in teaching mathematics. It was noted the significance of learning «to conditionally simple» algorithm. Examples were given.

*Key words:* universal training actions, algorithmic skills, algorithm, a simple algorithm, a conditionally simple algorithm, a conditional complex algorithm, a complex algorithm.

Перед современным образованием в ряд приоритетов поставлены серьезные задачи. Математическому образованию в решении этих задач отводится особая роль, поскольку независимо от того, станет в будущем школьник математиком или нет, знания, умения, навыки и способы деятельности, которые воспитываются при обучении

математике, потребуются каждому в последующей практической деятельности. В этой связи одной из главных задач обучения математике является задача формирования универсальных учебных действий, которые проявляются в познавательной и социальной практике, в самостоятельности планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, в способности к построению индивидуальной образовательной траектории, во владении навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности [1, С. 4].

Анализ педагогических и методических исследований, собственный опыт преподавания математики [2] показывают, что формирование универсальных учебных действий оказывается эффективным, если оно осуществляется в условиях специально организованной деятельности, «связанной с классификацией объектов, конструированием объектов с заданными свойствами из заданных частей, построением логических схем, программ деятельности, использованием при решении задач преобразований и инвариантов и т.д.» (Н.Я. Виленкин, А.Я. Блох) [3, С. 216]. Такая деятельность может быть разнообразно организована на всех этапах обучения математике через задачи: а) расчленения на части; б) классификации; в) конструирования объекта из заданных частей с заданными свойствами г) по построению логических схем; д) по составлению программ деятельности; е) на использование преобразований и инвариантов. Решения таких задач, формируют у обучаемых определенные умственные действия, способности: «1) умение планировать структуру действий, необходимых для достижения заданной цели с помощью фиксированного набора средств; 2) умение строить информационные структуры для описания объектов и систем; 3) умение организовать поиск информации, необходимой для описания объектов и систем; 4) умение правильно, четко и однозначно сформулировать мысль в понятной собеседнику форме и правильно понять текстовое сообщение» [3, С. 214]. Рассмотрение представленного выше перечня задач указывает на наличие алгоритмической составляющей в деятельности по решению математических задач. Уровень [4] и качество проводимых при решении задачи алгоритмических действий определяет образовательные возможности обучаемых.

Как показывает практика обучения школьников основной, старшей школы и студентов первых курсов образовательных организаций высшего образования, если в целом обучаемые достигли значимых результатов обучения, то в последующем они не испытывают трудностей в обучении. Они легче ориентируются и в выборе основных долгосрочных образовательных приоритетов, и в построении краткосрочных образовательных траекторий, практически безошибочно определяя ключевые. Так, у студентов первого курса можно практически безошибочно оценить их образовательные возможности, предложив на одном из первых занятий по геометрии такие задачи [5]:

1. Найти площадь треугольника, заданного вершинами  $A(2,3)$ ,  $B(4, -1)$  и  $C(6, 5)$ .
2. Выяснить, лежат ли на одной прямой точки  $A(1,3)$ ,  $B(2, 4)$  и  $C(3, 5)$ .

С помощью нехитрого алгоритма (формулы) первая задача, как правило, решается без затруднений. Со второй задачей редко кто из сегодняшних студентов справляется самостоятельно, хотя и она решается по тому же алгоритму, что и первая. Анализ затруднений выявляет отсутствие или крайне слабую предметную подготовленность и сформированность универсальных учебных действий у студентов, не решивших самостоятельно вторую задачу. Студентам сложно предположить, что решение надо искать в школьном определении понятия «треугольник», фигуры, состоящей *из трех точек, не лежащих на одной прямой*, последовательно соединенных отрезками. Из текста определения или из их попыток вольного описания треугольника, которое им предлагается попытаться сделать самостоятельно, выпадают точки – вершины, которые не должны лежать на одной прямой. Студенты вспоминают о сторонах [не идентифицируя их с отрезками], об углах, но точки как геометрические объекты, определяющие треугольник, для них оказываются потерянными. После совместного «нахождения» точек-вершин еще более тяжким для студентов оказывается выявление отношения

принадлежности, тогда как во второй задаче появляется еще и отношение «лежать между». Возможно, что именно так [одна между двумя другими] расположены данные точки, а если так, то данный треугольник «вырождается» в отрезок, на котором одна из точек оказывается в отношении «лежать между». Младший школьник не испытывает затруднений в изображении такого «треугольника» и видит, что у него «нет площади». Студент-первокурсник, теряя в определении треугольника утверждение о трех точках, не лежащих на одной прямой, но изображает треугольник, вершины которого не лежат на одной прямой.

Показателен и такой пример [6]:

3. Найти углы между каждой парой векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ , если  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $|\vec{c}| = 3$  и  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ .

Старшие школьники и студенты первого курса пытаются решать задачу, вспоминая различные свойства векторов. Попытки изобразить векторы, удовлетворяющие условию  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  делаются без учета данных в задаче длин векторов. В результате не выявляется коллинеарность данных векторов в то время, когда ученики 8 классов, недавно познакомившиеся с понятием вектора, видят, что данные векторы можно «уложить в одну прямую» и получить ответ.

Серьезные затруднения у обучаемых вызывают задачи, решения которых основываются на преобразованиях плоскости. Приведем пример.

4. Даны два различных равнобедренных треугольника, основания которых лежат на одной прямой (Рис. 1). Проведите прямую, параллельную основаниям, отсекающую внутри этих треугольников равные отрезки.

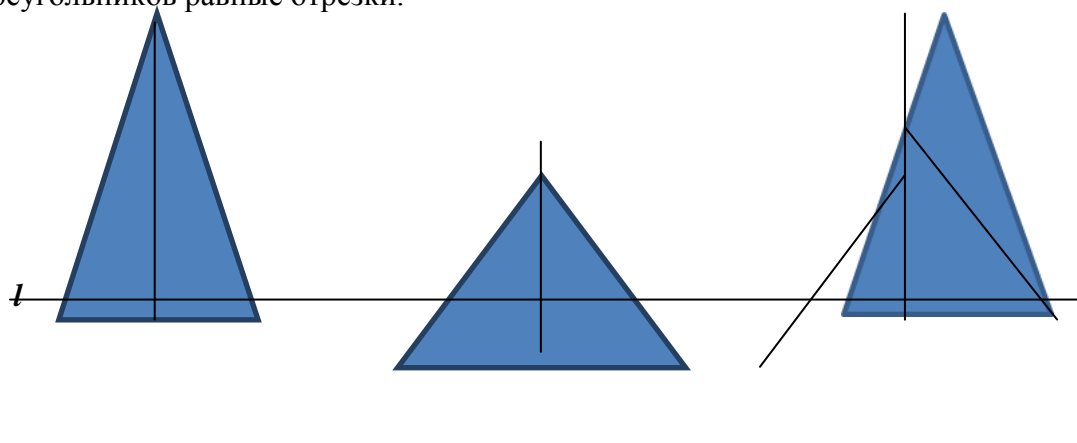


Рис. 1

Рис. 2

Не для всех обучаемых оказывается очевидным решение, состоящее в наложении этих треугольников друг на друга так, чтобы их основания по-прежнему лежали на одной прямой, а высоты, опущенные на эти основания, совпали (Рис. 2).

В современных условиях нечасто школьники и студенты проявляют гибкость в процессе поиска решения задачи, не стремятся к нахождению простого, но изящного решения, не видят красоты математических формул, геометрических фигур. Эти соображения утвердили нас в целесообразности обучения математике обучая решению задач, разумно используя алгоритмический подход, формируя последовательные, алгоритмические действия при поиске решения и при решении.

Будем считать, что алгоритмические действия учащимися проводятся, если ими выполняется некоторая последовательность действий в строго определенном порядке. Действовать по алгоритму означает не отклоняться от заданных в алгоритме - предписании указаний. Алгоритмы бывают разными и по внутренней структуре, и по количеству содержащихся в алгоритме указаний выполнить действие. По внутренней структуре бывают алгоритмы линейные, разветвляющиеся и циклические. Число

указаний, действий, которые требуется выполнить, следуя алгоритму, обычно называют числом шагов данного алгоритма. Будем называть их алгоритмическими действиями.

При решении задач обучаемые часто используют уже готовые алгоритмы. Такие задачи называют стандартными. При решении стандартных задач выбор и применение алгоритма оказывается не всегда простой проблемой для учащегося. Это зависит и от того, какой вид алгоритма нужно выбрать: линейный, разветвляющийся или циклический, и от того, сколько шагов содержит алгоритм. Самыми простыми для восприятия, понимания и применения являются линейные алгоритмы. Более сложными - разветвляющиеся, а затем циклические. Если говорить о числе шагов, содержащихся в алгоритме, то алгоритмы, состоящие из 1-2 шагов, являются для обучаемых самыми простыми - *простые* алгоритмы. Алгоритмы, содержащие 3-5 шагов - *условно простые*. Затем мы выделяем по степени сложности алгоритмы, состоящие из 5-8 шагов (*условно сложные*), из 9 шагов и более (*сложные*). Рассматривая алгоритмы и по видам (линейный, разветвляющийся, циклический), и по числу шагов, мы определили степень сложности по усвоению алгоритмов учащимися, что представлено в таблице 1.

Таблица 1.

	1-2 шага	3-5 шагов	5-8 шагов	9 шагов и более
<b>Линейные</b>	А	А	В	С
<b>Разветвляющиеся</b>	В	В	С	Д
<b>Циклические</b>	В	В	С	Д

Самыми простыми для освоения оказываются алгоритмы группы А (*простые*), более сложными оказываются алгоритмы группы В (*условно простые*), затем С (*условно сложные*) и самыми сложными - (*сложные*) алгоритмы группы Д. Линейные алгоритмы, используемые в решениях задач числовой линии, состоящие из 1-2 шагов, осваиваются школьниками на этапе дошкольного и начального обучения. Качество их усвоения определяет успешность освоения алгоритмов других содержательных линий. Деятельность по применению известного алгоритма предваряет деятельность обучаемых по выбору алгоритма их множества известных, а затем по нахождению подходящего алгоритма для решения задачи. Связывая решения задач логического конструирования с проведением алгоритмических действий, рассмотрим некоторые примеры. Уже в начальной школе учащиеся встречаются с выполнением заданий, решение которых явным образом сводится к: а) анализу условия и требования; б) поиску пути решения; в) решению и проверке; г) выделению серии заданий со сходными условием и требованием, поиском пути решения и решением; д) составлению предписания или алгоритма решения данной серии задач; е) осознанию и закреплению алгоритмического действия.

Осознанием алгоритмического действия мы считаем понимание учащимися правильности каждого шага данного предписания как наиболее рационального.

Возвращаясь к *задаче 1* видим, что ее решение состоит из трех алгоритмических действий: 1) подставить координаты точек в определитель третьего порядка; 2) вычислить полученный определитель; 3) сделать вывод о том, что абсолютное значение определителя есть искомая площадь. Алгоритм линейный, относится к группе А. Решение *задачи 2* производится практически по тому же алгоритму, за исключением третьего шага, на котором происходит ветвление (алгоритм группы В): если значение определителя равно 0, то данные точки лежат на одной прямой; если значение определителя отлично от нуля, то данные точки не лежат на одной прямой. Различие этих двух задач состоит в том, что для первой готовый алгоритм в виде формулы обучаемым предъявляется в явном виде. Вторая задача может быть безошибочно решена по той же формуле, если обучаемые обладают универсальными компетенциями, позволяющими не только пассивно

фиксировать в памяти освоенные методы решения задач, но и активно их использовать при решении сходных и иных задач. Возможно предъявление алгоритма решения *задачи 2* с целью его непосредственного использования (имеются сторонники такого подхода, в основном связанного с программированным обучением), но тогда *задача 2* потеряет свою образовательную и развивающую ценность. Для таких несложных задач предъявление готовых алгоритмов решения является не просто бессмысленным, но и вредным. *Задача 1* и подобные ей - задачи, решения которых основывается на непосредственном использовании готового алгоритма. *Задача 2* и подобные ей - задачи, требующие минимальных рассуждений, обоснований и самостоятельного выбора пути решения, из которого сложится алгоритм, некоторые шаги которого обучаемым уже известны. Опыт педагогической работы указывает на то, возникновение у обучаемого способности работать с условно простыми алгоритмами требует первоначального закрепления данной способности, а в последующем, подготовки к работе с условно сложными алгоритмами. Владение обучающимся условно простыми алгоритмами позволяет нам сделать вывод об устойчивости формируемых универсальных учебных действий. *Задача 3* - задача с векторами, но по-прежнему работаем с треугольником, который из объекта изучения превратился в средство освоения элементов векторной геометрии. В *задаче 3* помимо умения наглядно представлять образы векторов важно реализовать умение строить треугольник по трем заданным сторонам. Такой нехитрый навык, который должен отрабатываться в школе, оказывается определяющим для получения результата. Из курса аналитической геометрии нам понадобятся только сведения о нахождении углов между направленными осями. *Задачи 2* и *3* требуют от обучаемых несложных умственных усилий по нахождению пути решения и по составлению алгоритма. Сходны и наглядные модели, приводящие к изображению треугольника. В *задаче 3* явным образом требуется его построение. В *задаче 2* треугольник образуется только в случае появления подвижной точки. При этом решение *задачи 3* для студентов более затруднительно, чем решение *задачи 2*. Мы связываем это с тем, что студент, изучая теоретический курс аналитической геометрии, интуитивно стремится к нахождению среди множества формул, появившихся в теории, той, с помощью которой можно получить ответ. Попытки найти нужную формулу, подходящий алгоритм отвлекают обучаемого от проведения простых мыслительных действий, состоящих в конструировании объектов из заданных частей с заданными свойствами. Именно это мыслительное действие и лежит в основе решения *задачи 3*, более сложное по своей внутренней структуре, нежели мыслительное действие расчленения на части, лежащее в основе решения *задачи 2*. Алгоритм решения *задачи 3*, условно можно разбить на 5 шагов: 1) изобразим на плоскости три произвольных вектора, сумма которых равна 0 (Рис. 3);

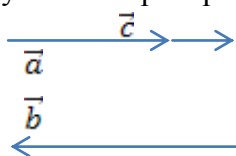


Рис. 3

- 2) условно соотнесем построенным векторам длины;
- 3) поскольку длина одного из векторов равна сумме двух других, следовательно, все три вектора должны оказаться на одной прямой; 4) строим кол-

линейные векторы. Теперь начинается ветвление для каждой пары векторов. 5.1)  $\vec{a} \uparrow \vec{c}$ , значит  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$  образуют угол в  $0^\circ$ ; 5.2)  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ , значит угол между ними  $180^\circ$ ; 5.3)  $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$ , следовательно,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  образуют угол в  $180^\circ$ . Задача может быть отнесена и к группе В, однако ее следует отнести к группе С, поскольку алгоритм ее решения лишь внешне похож на «условно простой алгоритм», в действительности он является условно сложным, так как подкреплен выводами предварительных мыслительных действий.

Решение *задачи 4* опирается на мыслительные действия, связанные с использованием преобразований и инвариантов. Алгоритм решения должен мысленно сформироваться путем догадки, направленного перебора возможностей и сопоставлений. Это задача особого уровня, демонстрирующая достаточную сформированность образного

мышления, пространственного воображения, умения к проведению мыслительных действий во внутреннем плане, завершению обоснования и созданию алгоритма под это обоснование. Окончательный алгоритм решения оказывается *простым*, но процесс получения этого алгоритма не линеен, он содержит и ветвление, и циклы. Подтверждение его «условной сложности» может быть раскрыто в проведении анализа, построения, исследования и доказательства данной задачи как задачи на построение.

### Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования / Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации . № 413 от 17.05.2012 г. - 45 с. URL: <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=6408> (дата обращения: 26.04.2015).
2. Удовенко Л.Н. Развитие логической культуры средствами логического конструирования при обучении математике в 5-6 классах [Текст] : Дис. ...канд. пед. наук. – М., 1996.- 236 с.
3. Виленкин Н.Я., Блох А.Я., Таварткиладзе Р.К. Воспитание мыслительных способностей учащихся в процессе обучения математике // Современные проблемы методики преподавания математики: Сб. статей / Сост. Н.С.Антонов, В.А.Гусев.- М.: Просвещение, 1985.- С. 201-221.
4. Удовенко Л.Н. Уровни сформированности алгоритмических компетенций школьников // Ярославский педагогический вестник. - № 1. - 2013. - Том II (психолого-педагогические науки). - С. 103-107.
5. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: Учеб. пособие для вузов. – М. : Издательство Физико-математической литературы, 2003. – 336 с.
6. Малугин В.А. Линейная алгебра для экономистов : Линейная алгебра : Задачи и упражнения : учебное пособие для вузов / В.А. Малугин. - М. : Эксмо, 2006. - 176 с.

---

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК ОДНО ИЗ СРЕДСТВ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Форкунова Л.В.

*ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет  
имени М.В. Ломоносова», Архангельск, Россия  
l.forkunova@narfu.ru*

**Аннотация.** В статье описан ход решения задачи по подбору математического содержания к курсу финансовой грамотности школьников, описана методика работы с ним, приведены примеры.

*Ключевые слова:* внеурочная деятельность, финансовая грамотность, межпредметные связи, математическое обоснование экономических решений.

**Abstract.** In this article describes the development of the mathematical content of the course of financial literacy, describes a method of working with it, provides examples.



*Key words: extracurricular activities, financial literacy, intersubject communications, mathematical basis for economic decisions.*

Мировой финансово-экономический кризис 2008 года и его затянувшиеся последствия выявили острую проблему мирового масштаба – неспособность населения грамотно распоряжаться своими финансовыми средствами, что в изменившихся социально-экономических условиях является особо важным умением. Несмотря на то, что во многих странах в течение достаточно длительного периода работает множество разнообразных проектов и программ, направленных на повышение уровня финансовой грамотности населения, уровень этот, как показали многочисленные исследования, в большинстве своем, является очень низким.

В Российской Федерации задача повышения уровня финансовой грамотности населения привела к появлению уже в 2009 году документа «Концепция Национальной программы повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации» и базирующихся на ее положениях региональных программ, направленных на решение этой задачи на местах. Одной из задач, поставленных этой Концепцией, является интеграция опыта отдельных инициатив общественных и частных организаций, наднациональных инициатив международных организаций и др. в этой области. Одной из таких инициатив, имеющих достаточно богатый опыт работы по повышению финансовой грамотности детей, является международная образовательная программа «Афлатун: социальное и финансовое образование детей». Программа работает в течение десяти лет и в настоящий момент включает более 100 стран мира, более 3 миллионов детей. Руководство ее апробацией в России взяло на себя ГБОУ ВПО «Академия социального управления» Московской области. Несколько кафедр ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова» выступают ресурсным центром для школ – пилотных площадок Архангельской области. Занятия по этой программе в школах Архангельской области, как и предусмотрено Концепцией, ведутся в рамках кружков и факультативных занятий.

С начала работы программы в Архангельской области педагогами ресурсного центра и учителями-экспериментаторами был проведен анализ предоставляемых разработчиками программы (Амстердам, Нидерланды) учебно-методических материалов. Анализ проводился с точки зрения возможности их использования в российских школах с учетом специфики нашей системы образования и уровня обученности детей. Он показал, что, учитывая основную задачу курса – подготовку учащихся к оптимальному использованию своих возможностей (как материальных, так и личностных) – в нем недостаточно материала, направленного на обучение проведению математических расчетов в различных ситуациях оперирования с финансовыми средствами. Таким образом, перед ресурсным центром программы была поставлена задача дополнения предоставленных материалов математическим содержанием.

Решение этой задачи требует выполнения следующих шагов:

- 1) выделение в материале курса тем, содержание которых предполагает проведение математических расчетов;
- 2) формулировка проблем, обсуждаемых в этих темах, как математических задач;
- 3) подбор необходимого для решения каждого вида задач математического аппарата;
- 4) определение возраста: а) овладения школьниками соответствующим математическим аппаратом, б) получения юридических возможностей для самостоятельного выполнения ребенком деятельности, соответствующей задачной ситуации, в) появления интереса ребенка к виду деятельности, описываемой в задаче.

Приведем примеры составления задач для обучения школьников выбору и использованию математического аппарата при принятии решения в конкретной проблемной ситуации.

**Пример 1**

1. Тема в рамках курса «Афлатун»: «Изучая мир работающих детей».
2. Виды задач: расчет величины чистого дохода.
3. Математический аппарат: выполнение всех операций с многозначными числами, простые проценты.
4. Возраст:
  - овладения математическим аппаратом: 10-11 лет (5 класс),
  - получения юридических возможностей: с 14 лет (с 7-8 класса).
  - появления интереса, его причины: с 14 лет, возможность официального трудоустройства.

**Шаг один – поиск практической ситуации.**

Рассмотрим следующую ситуацию. Восьмиклассник решил подрабатывать в свободное от учебы время и ищет возможные варианты на специальных сайтах по поиску работы. Одно из возможных предложений: «Требуются школьник для отправки СМС клиентам компании, в свободное от учебы время по будням с 8 до 18. Предоставляется рабочий мобильный телефон. Необходимо наличие личного компьютера или ноутбука, работа на дому. Оплата 500-1000р. в день, оплата в месяц в зависимости от объема заказов. Оплата считается по количеству отправленных СМС. 1 СМС 3р. Занятость 4-6 часов в день».

**Шаг два – формулировка математической задачи.**

Составим по описанной ситуации математическую задачу: «Восьмиклассник на сайте с предложениями работы нашел заинтересовавшее его предложение (смотри ранее). На какую зарплату в месяц может рассчитывать школьник? Считать, что трудоустройство является официальным».

**Шаг три – формулировка проблемных вопросов.**

Очевидно, формулировка этой задачи, как и любая жизненная ситуация, включает в себя не полные данные. Для правильного ее решения школьник должен провести анализ имеющихся данных с точки зрения возможностей их реализации, реалистичности предлагаемых условий, оценки границ возможного заработка. Для этого при работе с задачей можно предложить ученику выделить следующие проблемные вопросы:

1. Сколько времени можно выделить школьнику на работу по будням после уроков?
2. В каких пределах находится количество SMS, которое нужно отправить в день?
3. Каков будет чистый доход в месяц при таких условиях?

**Шаг четыре – анализ практической ситуации.**

Рассмотрим возможное решение поставленных проблемных вопросов.

1. Сколько времени можно выделить школьнику на работу по будням после уроков (таблица 1)?

Таблица 1

Затрачиваемое время	Выполняемая деятельность
14 ч 15 мин	заканчиваются уроки
15-30 мин	дорога домой
15 мин	переодеться
30 мин	пообедать
15 мин	подготовить рабочее место
15 ч 30 мин – 15 ч 45 мин	всего
<b>2 ч – 2 ч 30 мин</b>	<b>остаётся на работу</b>

2. В каких пределах будет находиться чистый доход (таблица 2)?

Таблица 2

Данные	Границы	
	min	max
Количество времени на работу в день, ч	2	2,5
Количество SMS в среднем в день, шт.	250	
Средний заработок в день, руб.	500	625
Налоговые отчисления, руб.	65	81,25
Доход в день, руб.	435	544
<b>Доход в месяц, руб.</b>	<b>13050</b>	<b>16320</b>

3. В каких пределах будет находиться чистый доход (таблица 3)?

Таблица 3

Данные	Границы	
	min	max
Количество времени на работу в день, ч	2	2,5
Количество SMS в среднем в день, шт.	250	
Средний заработок в день, руб.	500	625
Налоговые отчисления, руб.	65	81,25
Доход в день, руб.	435	544
<b>Доход в месяц, руб.</b>	<b>13050</b>	<b>16320</b>

Как видно из предложенного варианта решения, для этого вида задач школьники осваивают математический аппарат раньше получения юридических возможностей и возникновения интереса к соответствующему виду деятельности с финансами.

В этой ситуации достаточно актуализации имеющихся у школьника математических знаний.

### Пример 2

1. Тема в рамках курса «Афлатун»: «Афлатун планирует», «Урок про деньги», «Афлатун делает выбор».
2. Виды задач: расчет времени накопления нужной суммы денег; выбор товара с учетом цены единицы его измерения; какое количество товара можно купить на имеющуюся сумму; расчет бюджета на проведение совместного праздника.
3. Математический аппарат: задачи на сложение и вычитание, сравнение в пределах первого десятка; мерные величины.
4. Возраст овладения математическим аппаратом: 6-7 лет (1 класс).
5. Возраст получения юридических возможностей: с 6 лет.
6. Возраст появления интереса, его причины: с 6-8 лет, самостоятельные покупки.

В этом примере возраст освоения математического аппарата, получения юридических возможностей и возникновения интереса к соответствующему виду деятельности с финансами практически совпадают.

### Пример 3

1. Тема в рамках курса «Афлатун»: «Афлатун бережет», «Афлатун продолжает копить», «Узнаем больше о деньгах».
2. Виды задач: Выбор типа банковского вклада.
3. Математический аппарат: Сложные проценты.

4. Возраст овладения математическим аппаратом: 14-15 лет (9 класс).
5. Возраст получения юридических возможностей: с 6 лет.
6. Возраст появления интереса, его причины: с 6 лет, накопление денег на дорогую покупку.

В этом примере интерес к решению проблемы математическими методами, а также юридические возможности к соответствующим действиям с финансами ребенок получает раньше, чем необходимый для решения проблемы математическими методами аппарат. В такой ситуации вопрос о возможности пропедевтического изучения необходимого математического аппарата решается в отдельности для каждого вида задач.

В частности, для приведенного примера необходимо пропедевтическое введение понятия процент. Так как ввести понятие сложного процента для детей данного возраста затруднительно, то необходимо так составить условие задачи, чтобы накопление денег происходило только в течение одного месяца. В таком случае для решения такой задачи можно ограничиться введением понятия простого процента. Возможность ввести понятие простого процента появляется в 4 классе, так как детьми уже изучены простые дроби и основные математические операции с трехзначными числами, а по учебнику Людмилы Георгиевны Петерсон понятие процента, как одной сотой части от числа уже введено.

Таким образом, освоение школьниками необходимого математического аппарата происходит либо раньше получения юридических возможностей и возникновения интереса к соответствующему виду оперирования финансами (пример 1), либо одновременно (пример 2), либо позже (пример 3). В первом случае достаточно актуализации знаний школьника, необходимых для решения поставленной задачи математическими методами. В третьей ситуации для каждого вида задач в отдельности следует решать вопрос о возможности пропедевтического изучения необходимого математического аппарата.

В настоящий момент в рамках проекта «Афлатун» группой магистрантов и студентов нашего университета ведется работа по созданию банка таких математических задач и разработке методики работы с ними. Это будет Web-ресурс, содержащий сам банк задач, базу данных к нему, содержащую не вошедшие в формулировку проблемы данные, но которые необходимо учесть при принятии решения, а также методические рекомендации для учителей и справочник по основным терминам (рисунок 1).

## Добавление задач в базу

Книга --- ▾      Глава --- ▾      Текст задачи       Добавить

Список книг курса "Афлатун"

Книга №	Возраст	Главы
1	6-7	№ 5 Урок про деньги ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
2	7-8	№ 5 Учимся делать покупки ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
3	8-9	№ 2 Афлатун бережёт ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
4	9-10	№ 6 Афлатун наслаждается и делает план ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
5	10-11	№ 6 Афлатун планирует ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
6	11-12	№ 7 День Афлатуна ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
7	12-13	№ 5 Изучая мир работающих детей ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>
8	13-14	№ 8 Все дети умны и замечательны ▾ <span style="float: right;">Ред.</span>

Добавить

Рисунок 1

Использование этого ресурса на занятиях по курсу «Афлатун: социальное и финансовое образование детей» будет способствовать формированию у школьников следующих умений: использовать полученные в школе математические и экономические знания при решении бытовых проблем, связанных с оперированием финансами; находить не указанную напрямую информацию, влияющую на принятие решения.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА КАК СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Шабанова М.В., Ястребов А.В., Безумова О.Л., Котова С.Н.

*ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени  
М.В. Ломоносова», Архангельск, Россия, [m.shabanova@narfu.ru](mailto:m.shabanova@narfu.ru), [s.kotova@narfu.ru](mailto:s.kotova@narfu.ru),  
[o.bezumova@narfu.ru](mailto:o.bezumova@narfu.ru)*

*ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет имени  
К.Д. Ушинского», Ярославль, Россия, [a.yastrebov@yspu.org](mailto:a.yastrebov@yspu.org)*

**Аннотация.** Появление программных продуктов научного и образовательного назначения, относящихся к классу систем динамической математики, привело к усилению роли экспериментальных методов не только в науке, но и в обучении математике. Такое усиление вызывает риск экспериментально-теоретического разрыва, который может быть преодолен за счет создания в процессе обучения математике условий воспитания

мировоззрения математика – экспериментатора. Одним из таких условий, по мнению авторов, является оформление в самостоятельную содержательно-методическую линию школьного курса математики учебного материала, связанного с применением экспериментальных методов. Эту линию авторы предлагают назвать линией экспериментальной математики. В статье раскрываются теоретические основы ее проектирования, намечаются направления развертывания данной линии в содержании школьного курса математики по ступеням обучения.

*Ключевые слова: системы динамической математики, экспериментальная математика, содержательно-методическая линия, школьный курс математики.*

**Abstract:** Today, strengthening of the role of experimental methods in mathematics and mathematics education is observed. It is the result of creating and using software for science and education, which have generally named "Dynamic geometry software". One of the most dangerous risks for mathematics education is experimental - theoretical gap. We must develop not only skills of an experimentalist but worldview of a mathematician-experimentalist at students for prevention of this risk. This worldview based at conviction that any observation needs a theoretical understanding. Authors of this paper hold the position that designing the substantial-methodical line «Experimental mathematics» is a main condition for the solution of this educational problem. Goal of this paper presents a theoretical basis to construct this line.

*Key words: dynamic geometry software, experimental mathematics, substantial-methodical line, mathematics course for secondary school.*

На сайте Российско-Болгарского проекта «Методики и информационные технологии в образовании» (МИТЕ) размещен для обсуждения «Мягкий манифест экспериментальной математики» (<http://itprojects.narfu.ru/mite/manifest.php>). Англоязычная версия этого манифеста опубликована в журнале, издаваемом Болгарской академией наук [1]. Мы являемся сторонниками данного манифеста, поскольку наш авторский коллектив включает и его авторов.

В манифесте обращается внимание на то, что с появлением систем динамической математики значительно усилилась роль экспериментальных методов как в математической науке, так и в математическом образовании. Это усиление вызвало к жизни не только ряд позитивных эффектов, но серьезных рисков [2], главным из которых является экспериментально-теоретический разрыв. Предотвращение этого разрыва требует не только формирования в процессе обучения математике умений, связанных с адекватным применением экспериментальных методов, но и проведения серьезной и планомерной работы по воспитанию у учащихся мировоззрения математика – экспериментатора. Такое мировоззрение необходимо для понимания того, что любое наблюдение (с помощью каких бы совершенных средств оно не проводилось, сколь убедительными бы не казались его результаты), нуждается в теоретическом осмыслении.

Данная статья призвана наметить путь проектирования содержательной основы решения этой образовательной задачи.

### **Постановка задачи**

Мы берем на себя смелость утверждать, что для того, чтобы становление мировоззрения математика–экспериментатора не проходило стихийно и бесконтрольно, в содержании школьного курса математики должна быть выделена и специально спроектирована особая содержательно-методическая линия. Мы ее назвали *линией экспериментальной математики*.

Выделение данной линии, по нашему мнению, может быть осуществлено без каких-либо существенных расширений учебных программ по математике, а лишь за счет

«вывода из подполья» математических экспериментов, так или иначе привлекаемых к процессу обучения.

Для того чтобы пояснить суть этой идеи, позволим себе раскрыть содержание понятия «содержательно-методическая линия».

Данное понятие вошло в теорию и методику обучения математике в 50-е годы XX века в результате длительного поиска учеными (Гончаров В.Л. и др. [3]) специфической категории, при помощи которой можно было бы вводить требования к реализации внутрипредметных связей при проектировании содержания обучения математике и описывать результаты логико-дидактического анализа развертывания содержания обучения в учебниках математики разных авторов.

А.Я. Блох определил это понятие как «сечение курса школьной математики, в которое попадают тематически и идейно связанные, но композиционно разъединенные фрагменты учебников. Материал, относящийся к каждой линии, изучается длительное время, нередко на протяжении всего курса, так что ее можно рассматривать с точки зрения установления и внутрипредметных преемственных связей» ([4], С.35).

Первоначально данное понятие применялось только к раскрытию связей тех элементов содержания математического образования, которые представлены учебным материалом учебников, объединенным вокруг фундаментального понятия математики (*ведущего понятия линии*):

- определениями или, по крайней мере, описанием фундаментального понятия и видовых понятий;
- свойствами и признаками, по крайней мере, видовых понятий;
- утверждениями о связи данного понятия с другими понятиями математики.

Такое понимание позволило выделить шесть основных содержательно-методических линий школьного курса математики: 1) числа и вычисления; 2) выражения и их преобразования; 3) уравнения и неравенства; 4) функций (вершиной, развития которой часто называют начала математического анализа); 5) геометрические фигуры и измерение геометрических величин; 6) стохастическая линия.

Впоследствии стали говорить о целесообразности рассмотрения линий, которые представлены в учебниках лишь задачным материалом и описаниями образцов математической деятельности: алгоритмической (ведущее понятие «алгоритм»), прикладной (ведущее понятие «математическая модель»), логической (ведущее понятие «доказательство») и др. Далеко не все фундаментальные понятия этих линий терминологически обозначены в учебниках, а об их содержании и объеме учащиеся могут получить представление лишь в результате саморефлексии, а также рефлексивного анализа представленных в учебниках образцов деятельности.

А.Я. Блох назвал их *невыявленными*, обратив при этом внимание на относительность разделения линий на выявленные и невыявленные [4]. В подтверждение этому он привел пример функциональной линии, которая до 50-х годов XX века была представлена в учебниках лишь образцами применения линии функциональной зависимости. Е.И. Лященко назвала такие линии *содержательно-методологическими*, подчеркнув тем самым их деятельностный характер. К таким линиям она отнесла линию математического языка, доказательств, сюжетных задач [5].

Таким образом, *пол линией экспериментальной математики мы предлагаем понимать содержательно-методологическую линию школьного курса математики, ведущим понятием которой является понятие математического эксперимента.*

Для становления мировоззрения математика – экспериментатора, на наш взгляд, важно, чтобы эта линия не только установила внутрипредметные связи между имеющимися в учебниках математики образцами использования экспериментальных методов, создала условия для возникновения межпредметных связей, но и обеспечила постепенное *выявление* методологических основ применения экспериментальных методов

в математике с учетом тех изменений, к которым привело появление средств проведения компьютерных экспериментов.

### Теоретические основы проектирования

А.Я. Блох сформулировал несколько проблем проектирования линий [4], которые мы, вслед за Е.И. Ляшенко, решили называть содержательно-методологическими. Главной проблемой, по его мнению, является «выбор материала, на котором происходит формирование содержания этой линии. Этот материал может быть *специфическим* для ведущего понятия линии, характеризующим его теоретическое содержание, или *неспецифическим*, относящимся к основному содержанию курса» ([4], С.51).

Проблему проектирования неспецифического содержания данной линии мы считаем целесообразным решать, опираясь на данные о той роли, которую сыграли экспериментальные методы в получении научных результатов, составляющих сегодня содержание школьного курса математики. Специфическое содержание линии определяется нами на основе данных о методологических основах экспериментальной математики, описанных основоположниками данного направления Дж. Борвей и Д. Бейли [6].

Второй из обозначенных А.Я. Блохом проблем является определение оптимального уровня и полноты выявления специфического содержания ведущего понятия такой линии, в нашем случае, понятия «математический эксперимент».

В решении этого вопроса мы будем опираться на разработанную нами концепцию проектирования методологической составляющей школьного курса математики [7]. Главным положением этой концепции является *постепенность выявления (вербализации)* элементов специфического содержания содержательно-методологической линии, подчиняющаяся общим закономерностям процессов рационализации и генерализации методологических оснований деятельности.

### Основные этапы развития линии экспериментальной математики

Изучение математики *в начальной школе* является наиболее благоприятными для формирования умений, связанных с использованием экспериментальных методов, так как все правила математических действий формируются в этот период как индуктивные обобщения частных закономерностей, к обнаружению которых учащиеся пришли случайно или по заданию учителя. В этот период у учащихся накапливается опыт и умения, связанные с использованием сначала *натурных экспериментов бэконовского типа* (умение подмечать общие закономерности по их частным проявлениям), затем *аристотелевского типа* (умение планировать эксперименты, облегчающие обнаружение общих закономерностей).

В 5-6 классах *основной школы* начинают оформляться представления о *типовых моделях* (геометрические интерпретации чисел, арифметические и аналитические зависимости, уравнения геометрических фигур, игральная кость, монета, урна с шарами, дерево вариантов), о *методе координат* (координатная прямая, координатная плоскость), о *приближенных и точных значениях* (причины появления приближенных значений, различия точностей измерения разными инструментами, ограниченность возможностей зрительного восприятия и зрительные иллюзии, особенности выводов, основанных на приближенных значениях). Все это составляет основу не только для освоения новых типов экспериментов – *модельных, включая компьютерные*, но и *зарождения недоверия к получаемым на их основе результатам*.

С развитием в 7-9 классах знаний учащихся о дедуктивном методе и его роли в математике, месте натурных и модельных экспериментов в естественнонаучном познании, автоматизированных системах поддержки экспериментальных исследований, начинают



складываться обобщенные представления об экспериментальном и теоретическом подходах к исследованию, видах экспериментов и специфике компьютерных экспериментов.

С развитием визуального, логического и абстрактного мышления учащихся все более усложняются ситуации, в которых учащиеся могут отказаться от реального экспериментирования с вещественными или компьютерными моделями математических объектов и перейти к *мысленному экспериментированию по канторовскому типу*.

Изучение в *старшей школе* стереометрии и начал математического анализа создает условия для **распространения** мысленных экспериментов на новую область, а также развития представлений учащихся о значимости компьютерных экспериментов в расширении возможностей мысленного экспериментирования. Благоприятные условия складываются под влиянием необходимости работы с проекционными изображениями (в стереометрии), с абстракциями актуальной и потенциальной бесконечности (в курсе алгебры и начал анализа). На старшей ступени общего образования при изучении элементов математической статистики формируются также представления о специфике статистических экспериментов, об идее стохастического моделирования и методе Монте-Карло.

Важным элементом развития представлений учащихся о значении компьютерных экспериментов в современной математике является постановка задач *аналитически неразрешимых на уровне общего образования*. К числу таких задач, например, относится интересный для учащихся вопрос о раскрытии неопределенностей, который вытекает из обсуждения причин запрета деления на ноль, о сравнении бесконечно малых, скоростей изменения функций и т.п.

Представленное описание линии экспериментальной математики не претендует на полноту. Оно призвано лишь наметить основные ориентиры ее развития в содержании школьного курса математики.

## Литература

1. Yastrebov A., Shabanova M. Education of a Mathematician – Experimentalist, or Soft Manifesto of Experimental Mathematics/ «Mathematics and Informatics» Journal edited by the Bulgarian Ministry of Education and Science. Number 2. 2015. P.129-142
2. Shabanova M.V., Yastrebov A., Bezumova O., Kotova S., Pavlova M. Experimental mathematics and mathematics education // International Multidisciplinary scientific conferences on social sciences and arts: psychology and psychiatry, sociology and healthcare, education. Conference proceedings. Volume III. Sofia, Bulgaria, 2014. С. 309 – 320.
3. Гончаров В.Л. Математика как учебный предмет// Известия Академии педагогической науки РСФСР. Вопросы общей методики. Вып. 92. М., 1958. С.37-66.
4. Блох А.Я. Школьный курс алгебры: методическая разработка для слушателей ФПК. М.: МПГУ, 1985. 90 с.
5. Лященко, Е.И. Содержательно-методологические линии школьной математики // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «59 Герценовские чтения». СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2006. С. 128-132.
6. Borwein, J., Bailey, D. Mathematics by Experiment: Plausible Reasoning in the 21st Century. AK Peters, 2003. 350 p.
7. Шабанова М. В. Методология учебного познания как цель изучения математики: монография. Архангельск: Поморский госуниверситет, 2004. 401 с.

# О ТИПОЛОГИИ РЕЗУЛЬТАТОВ КОМПЬЮТЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ

Ястребов А.В., Шабанова М.В.

ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет им.  
К. Д. Ушинского», Ярославль, Россия

ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени  
М.В. Ломоносова», Архангельск, Россия, a.yastrebov@yspu.org, m.shabanova@narfu.ru

**Аннотация.** В статье приводится типология результатов тех математических компьютерных экспериментов, которые встречаются в образовании школьников. В её основу положена степень убедительности, которой обладают полученные результаты. Выявлена роль каждого из типов в процессе обучения.

*Ключевые слова:* математический компьютерный эксперимент, типы результатов эксперимента, интерактивная математическая среда

**Abstract.** The present paper is devoted to different types of experimental result, which can be obtained in mathematics education at school. We provide a typology of experimental results. Our typology is based on a force of conviction, which can have results of mathematical experiments. For each type of experimental result, we discuss its role in teaching process.

*Key words:* mathematical computer experiment, different types of experimental results, interactive mathematics software

При всём разнообразии математических компьютерных экспериментов, проводимых средствами интерактивных математических сред, у них есть общее предназначение. Оно состоит в том, чтобы помочь экспериментатору произвести наблюдение и сформулировать гипотезу, основанную на его результатах. Образно говоря, компьютер должен дать экспериментатору ту или иную «подсказку» для дальнейшего решения задачи.

Приведём типологию «подсказок», которые могут дать компьютерные эксперименты математику или ученику, изучающему математику. Сразу скажем, что она базируется на личных педагогических наблюдениях авторов, не является общепринятой, нуждается в анализе с самых разных позиций, уточнении и т.п. Тем не менее, у предлагаемой типологии есть вполне естественное основание, а именно, степень психологической убедительности той или иной «подсказки». Мы будем говорить, что «подсказки» бывают убедительными, неоднозначными, лукавыми и некорректными. Перейдём к определениям и примерам.

*Результаты компьютерного эксперимента будем называть убедительными, если на их основе можно сделать некоторый вывод, и притом только один.*

Пример убедительного результата даёт экспериментальное решение следующей задачи.

**Задача 1.** В разностороннем треугольнике  $ABC$  проведите медиану  $AM$ , высоту  $AN$  и биссектрису  $AS$ . Каково взаимное расположение точек  $M, N$  и  $S$ ?

**Обсуждение.** Проведя требуемые линии, школьник-экспериментатор обнаружит, что точка  $S$  лежит между точками  $M$  и  $N$ . Такое расположение точек сохраняется при любом перемещении точки  $A$ , поэтому возникает гипотеза, которая является единственно разумной: в разностороннем треугольнике основание биссектрисы лежит между основанием медианы и основанием высоты.

*Результаты компьютерного эксперимента будем называть неоднозначными, если на их основе могут быть сформулированы, по крайней мере, две гипотезы.*

Пример неоднозначного результата даёт экспериментальное решение следующей задачи.

**Задача 2.** Сравните центральный и вписанный углы, опирающиеся на какую-либо дугу окружности.

**Обсуждение.** Построим какую-либо окружность с центром в точке  $O$ , точки  $A, B$  и  $C$  на окружности, а также отрезки  $OA, OB, CA$  и  $CB$ . На глаз видно, что  $\angle AOB > \angle ACB$ . Ещё со времён начальной школы учащимся известно, что сравнение двух различных величин производится при помощи двух вопросов: «на сколько единиц одна величина больше другой» и «во сколько раз одна величина больше другой». Для ответа на эти вопросы придётся измерить величины углов с помощью инструмента «Угол». Вот здесь и начнётся самое интересное.

Очевидно, что мы можем варьировать положение центра, радиус окружности, величину дуги  $AB$  и положение точки  $C$ . При стандартных настройках школьник-экспериментатор сталкивается с результатами нескольких типов:  $\begin{cases} \angle AOB = 84.36^\circ \\ \angle ACB = 42.18^\circ \end{cases}$ , или

$\begin{cases} \angle AOB = 52.45^\circ \\ \angle ACB = 26.23^\circ \end{cases}$ , или  $\begin{cases} \angle AOB = 53.67^\circ \\ \angle ACB = 26.83^\circ \end{cases}$ . В первом случае центральный угол вдвое больше вписанного. Во втором и третьем случаях это неверно, причём неравенства имеют разный смысл: во втором случае  $\angle AOB - 2\angle ACB < 0$ , а в третьем случае  $\angle AOB - 2\angle ACB > 0$ . Эти результаты, определённые и неопределённые одновременно, порождают по крайней мере *две гипотезы*: 1) если центральный и вписанный угол опираются на одну и ту же дугу, то центральный угол вдвое больше вписанного; 2) если центральный и вписанный угол опираются на одну и ту же дугу, то разность  $\angle AOB - 2\angle ACB$  принадлежит интервалу  $(2 - \varepsilon, 2 + \varepsilon)$ , где положительное число  $\varepsilon$  следует найти.

*Результаты компьютерного эксперимента будем называть лукавыми, если они кажутся убедительными и если их неоднозначность может быть обнаружена только в результате специальных усилий.*

Пример лукавого результата даёт экспериментальное решение следующей задачи.

**Задача 3.** Каково взаимное расположение медиан треугольника?

**Обсуждение.** Построив все необходимое, школьник-экспериментатор увидит, что медианы треугольника пересекаются в одной точке. Такое положение будет сохраняться при любом перемещении вершин треугольника, а значит, при любой его форме и размерах. Такой результат естественным образом порождает следующую *гипотезу*: медианы треугольника пересекаются в одной точке.

Желая усилить правдоподобие гипотезы, можно найти координаты точек  $P, Q$  и  $R$ , являющихся попарными пересечениями медиан. При стандартных настройках мы получим одинаковые наборы координат у всех трёх точек, то есть подтверждение гипотезы.

Все в корне изменится, если предпринять специальное усилие, а именно, произвести округление до 15 разрядов! В этом случае точки  $P, Q$  и  $R$  могут «расклеиться», то есть мы можем получить, что они либо попарно различны, либо две совпадают, а третья отличается от них. В обоих случаях у нас появится «треугольник без центроида» со всеми вытекающими отсюда негативными последствиями.

*Результаты компьютерного эксперимента будем называть некорректными, если они содержат внутреннее противоречие.*

Пример некорректного результата даёт экспериментальное решение следующей задачи.

**Задача 4.** Найдите сумму углов треугольника.

**Обсуждение.** Измерив углы  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  с помощью инструмента «Угол» и вычислив в строке ввода их сумму  $\Delta = \alpha + \beta + \gamma$ , школьник-экспериментатор сталкивается с

результатами двух типов:  $\begin{cases} \alpha = 49.67^\circ \\ \beta = 72.69^\circ \\ \gamma = 57.64^\circ \\ \Delta = 180^\circ \end{cases}$  или  $\begin{cases} \alpha = 47.99^\circ \\ \beta = 48.67^\circ \\ \gamma = 83.33^\circ \\ \Delta = 180^\circ \end{cases}$ . В первом случае школьник,

не знающий теоремы об углах треугольника, получает интересный и красивый результат. Во втором случае результат внутренне противоречив. Действительно, если сложить «в столбик» значения углов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , то получим число  $179.99^\circ$ , а не  $180^\circ$ . Получается, что интерактивная математическая среда сообщает нам не сумму измеренных углов, а некий заранее предписанный результат.

Обсудим то педагогическое воздействие, которое оказывают на школьника экспериментальные данные упомянутых четырёх типов.

Парадоксально, но убедительные эксперименты наносят школьнику довольно большой вред, особенно на ранних этапах обучения. Они порождают иллюзию, что эксперимент даёт точный ответ на поставленный вопрос. Эта иллюзия с трудом поддаётся коррекции, потому что продолжает ту традицию экспериментального освоения теоретических знаний, которая сложилась в начальной школе и которая описана авторами в статье [3]. Если в начальной школе экспериментальное освоение теоретических фактов является неизбежным, то в основной школе, когда начинается освоение теоретического компонента математики, продолжение старой традиции представляется не вполне уместным или даже совсем неуместным. По мнению авторов, именно доминирование убедительных экспериментов в практике преподавания порождает экспериментально-теоретический разрыв и все его негативные последствия [1–3].

Неоднозначный эксперимент наиболее полезен, поскольку естественным образом порождает потребность в разрешении неоднозначности. При этом школьник имеет возможность мыслить в двух направлениях: 1) делать дальнейшие шаги по экспериментальному исследованию ситуации; 2) сразу переключиться на теоретическое исследование проблемы. Например, дальнейшее экспериментальное решение задачи 2 заставляет школьника-экспериментатора использовать всё более и более высокую точность округления, в результате чего разность  $\angle AOB - 2\angle ACB$  становится всё меньше и меньше: сначала она не превосходит 0.01, затем 0.001 и т.д. Во-первых, новые наблюдения заставляют его отказаться от гипотезы 2. Во-вторых, они *не доказывают* гипотезу 1, потому что точность вычислений имеет ограничения. В-третьих, и это главное, школьнику не удастся решить задачу о соотношении углов чисто экспериментальными методами, так что придётся переключиться на дедуктивные рассуждения. Именно такое единство эксперимента и теории представляется авторам наиболее ценным.

Лукавые эксперименты почти столь же полезны, как и неоднозначные, однако здесь педагог может столкнуться с определёнными трудностями. Дело в том, что весьма часто выявление неоднозначности экспериментальных данных связано с максимально высокой точностью округления, например, до 15-ти разрядов. Это может оказаться затруднительным для шести- или семиклассников, и в любом случае требует дополнительного времени, которого, как правило, нет. Впрочем, эти ограничения не играют большой роли в рамках дополнительных занятий.

По мнению авторов, некорректные экспериментальные данные почти бесполезны. Единственный позитивный эффект их использования состоит в обнаружении некорректности и, как следствие, в воспитании критического отношения к любым экспериментальным данным. Повторим мысль, высказанную в работе [3]: основа мировоззрения математика-экспериментатора состоит в том, что любое наблюдение, даже над самыми простыми объектами, нуждается в теоретическом осмыслении.

## Литература

1. *Shabanova M., Yastrebov A., Bezumova O., Kotova S., Pavlova M.* Experimental Mathematics and Mathematics Education // International Multidisciplinary Scientific Conferences on Social Sciences and Arts, 3–9 September 2014, Bulgaria. – Conference Proceedings, Volume III. – PP. 309–321.
  2. *Shabanova M., Yastrebov A., Shirikova T.* An approach to elimination of “experimental-theoretical GAP” in teaching mathematics with DGS: evaluation of effectiveness // Proceedings of the V Congress of Mathematicians of Macedonia. Section: History and Education of Mathematics and Informatics. September 24–27, 2014. – Ohrid, Republic of Macedonia. – pp. 136–144.
  3. *Yastrebov A., Shabanova M.* Education of a Mathematician-Experimentalist, or Soft Manifesto of Experimental Mathematics // Mathematics and Informatics: Bulgarian Journal of Educational Research and Practice. – Volume 58, Number 2, 2015. – pp. 129–142.
-

## СЕКЦИЯ 7

### ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

---

#### ОТ РАБФАКА К ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ ШКОЛАМ (ИСТОРИЯ ПОДГОТОВИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ)

Великоруссов П.В.

*Санкт-Петербургский государственный университет Санкт-Петербург, Россия,  
p.velikorussov@gmail.com*

**Аннотация:** В статье прослеживается связь, преемственность и различия в подготовке молодых людей к поступлению в высшие учебные заведения: рабочие факультеты, подготовительные курсы, факультеты довузовской подготовки, специализированные школы.

*Ключевые слова: образование, рабочие факультеты, факультеты довузовской подготовки, физико-математические школы.*

**Abstract.** The article discusses the relationship between continuity and differences in the training of young people to enroll in higher education: workers' schools, preparatory courses, Faculty of pre-university training, specialized schools.

*Key words: education, workers' schools, Faculty of pre-university training, physical and mathematical school.*

В связи с продолжающимся понижением уровня физико-математической подготовки в школах может быть стоит вспомнить исторический опыт (прошлое – это ступени, по которым мы шагаем в будущее), в частности создание рабочих факультетов. Собственно, проблема недостаточного уровня знаний абитуриентов в области физико-математических наук стояла перед высшими учебными заведениями во все времена. Но, всегда искали выход из такой ситуации. Для соответствующего отбора учащихся использовались, в первую очередь, вступительные экзамены, затем - в дореволюционный период – открывались дополнительные начальные курсы. После революции – были созданы дневные и вечерние рабочие факультеты, рабочие университеты. В послевоенные годы начали открываться различные подготовительные отделения, факультеты довузовской подготовки, а также – специализированные школы.

2 августа 1918 г. Совет Народных Комиссаров принял декрет «О правилах приема в высшие учебные заведения». В нем говорилось: «Каждое лицо, независимо от гражданства и пола, достигшие 16 лет, может вступить в число слушателей любого высшего учебного заведения без представления диплома, аттестата или свидетельства об окончании средней, или какой-либо школы. Воспрещается требовать от поступающих какие бы то ни были удостоверения, кроме удостоверения об личности и возрасте» [1, с. 689]. Указывалось, что в первую очередь должны быть приняты «лица из среды» пролетариата и беднейшего крестьянства с предоставлением им стипендии. Тем самым, предпринимались попытки заложить основы подготовки советских инженерных и научных кадров – выходцев из пролетарских слоев населения.

Весной 1919 г. VIII съезд РКП(б) утвердил предложения по реформированию системы высшего образования в стране. Суть реформы сводилась к тому, чтобы предоставить возможность получения образования всем сословиям, в первую очередь рабочим. Для этого было необходимо обеспечить материальную поддержку и помочь с получением среднего образования. С этой целью уже в 1919 году при высших учебных

заведениях стали создаваться рабочие факультеты (рабфаки). Они были созданы для того, чтобы за три года подготовить взрослых рабочих и крестьян к поступлению в высшие учебные заведения. Недаром за Рабочими факультетами закрепилось прозвище: «Кузница пролетарских кадров».

В Петрограде первые Рабочие факультеты были открыты: при Электротехническом институте - в мае 1919 года, при Технологическом институте - в сентябре 1919 года, при Университете - в ноябре 1919 года и при Политехническом институте летом 1920 года [2, с.1]. Подобный факультет был открыт в 1921 году и в институте инженеров путей сообщения. Занятия начались в декабре того же года, в списке было 237 студентов. Относительно классового состава первых студентов рабфака имеются следующие данные: 130 рабочих, 34 «земледельца», 21 служащий. В числе первых студентов было 8 женщин. Преподавателями были, в основном, студенты старших курсов.

Вскоре после учреждения первых рабочих факультетов с обучением в дневное время появилась необходимость организации вечерних рабочих факультетов, для тех, кто хотел и мог совмещать свою производственную работу с обучением по вечерам. Недельная нагрузка студентов на вечернем факультете была уменьшена по сравнению с дневным факультетом с 30-36 часов до 20-25, но при этом предполагался четырехлетний срок обучения. В 1924 году оба рабочих факультета были объединены с сохранением двух отделений – дневного и вечернего. На каждом отделении было по три предметно-методических комиссии - математическая, естественнонаучная и общественно-научная. Осенью 1924 года Рабфак института инженеров путей сообщения (ИИПС) насчитывал 716 учащихся. Обучение на рабочих факультетах давало возможность молодежи восполнить пробелы обучения в школе.

В 1927 году по распоряжению Главпрофобра Рабфак ИИПСа был закрыт, ввиду отсутствия достаточных помещений для учебных занятий. Однако он был вновь открыт в 1929 году в виде вечернего отделения.

В послевоенные годы вместо рабфаков стали открываться различные подготовительные курсы. Постепенно они стали объединяться в подготовительные отделения. Например, в 1969 году в Ленинградском институте инженеров железнодорожного транспорта было организовано подготовительное отделение, которое сыграло большую роль в подготовке к поступлению в институт молодежи, имеющей рабочий стаж, или после службы в армии. В 1975 году подобное отделение было открыто в Новосибирске

Позже подготовительные отделения трансформировались в факультеты довузовской подготовки. Так, в 1989 году решением Ученого Совета Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта был организован Факультет довузовской подготовки, который был тогда одним из первых подобных факультетов в вузах страны. Формы обучения в нем были, в основном, дневные и вечерние. За время работы факультета довузовскую подготовку прошли несколько десятков тысяч абитуриентов, ставших студентами различных вузов, а затем и специалистами.

Однако надо отметить, что с течением времени специфика работы факультетов довузовской подготовки изменилась. Рабфаки, затем подготовительные отделения занимались подготовкой к поступлению в вузы молодых людей, которые, в силу различных причин, не могли получить полноценного школьного образования. В настоящее время факультеты довузовской подготовки, увы, исправляют недостатки школьного обучения, доводят знания молодежи до того уровня, который позволит им учиться в высших учебных заведениях, то есть практически заменяют школу.

Именно поэтому, сейчас можно провести аналогию между факультетами довузовской подготовки и специализированными школами. Фактически они выполняют одинаковую роль, только, к сожалению, на разном уровне и разными методами.

Неким толчком (поводом) к созданию физико-математических школ был закон, принятый в 1958 г. Верховным Советом СССР, «Об укреплении связи школы с жизнью и



о дальнейшем развитии системы народного образования в СССР». Закон позволял каждому выпускнику школы одновременно с общим образованием получить определенную рабочую профессию. Для этого обучение в школе продлили на год: вместо десятилетки стала одиннадцатилетка. 4 дня дети учились в школе и, обычно, два дня были заняты производственной практикой. Как вариант подобных школ возникла идея создания школ с углубленным изучением наук физико-математического цикла.

Через несколько лет от идеи образования, совмещенного с производственной практикой, отказались, вернулись к десятилетнему сроку обучению, однако специализированные школы сохранились.

Первая такая школа появилась в Ленинграде (№ 239), и первый прием был произведен в 9-е классы в 1961 году, учащиеся обучались в этой школе три года: 9 – 11 классы. Конкретные причины открытия школы называют разные. Историк Лев Лурье считает, что за этим стоит военно-промышленный комплекс, директор 566 школы, выпускник первого приема 239 школы Михаил Иванов называет личные причины: нужно было дать хорошее образование определенным детям. Тем не менее, начин оказался более, чем успешным. В настоящее время только в Петербурге существуют несколько десятков подобных школ разного уровня. Самые значимые из них: 239 школа, 45 школа-интернат для одаренных детей при Санкт-петербургском государственном университете, 566 школа при Физико-техническом институте имени А.Ф.Иоффе и другие.

В настоящее время подобные школы дают полноценное, разностороннее образование, кроме того, учат тому, что знание ценно не само по себе, оно развивает чувство собственного достоинства, дает свободу, приучает анализировать ситуацию. Умный человек не поддастся на различные провокации, в критических ситуациях сможет принять правильное решение. Один из учеников 45 школы-интерната, где я преподаю физику, сказал фразу, которая подводит итог этой статьи: «В предыдущей школе нас учили решать задачи по шаблону, а Вы нас заставляете думать».

### Литература

1. Собрание указаний и распоряжений Рабоче-крестьянского Правительства, 1918 г., №57.
2. Л.А.Белявский. Рабочий факультет при Институте инженеров путей сообщения. Рукопись. Научно-техническая библиотека Петербургского государственного университета путей сообщения.



# МАЛОИЗВЕСТНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ О.И.СОМОВА В ВЫСШЕЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЕ (К 200-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

Воронина М.М., Коновалова Л.В.

*Петербургский государственный университет путей сообщения, Санкт-Петербург, Россия*

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия, margo@tv2662.spb.edu*

**Аннотация:** В статье на основе архивных документов реконструирована деятельность О.И.Сомова по преподаванию высшей математики и теоретической механики в высшей технической школе. Приведены программы этих курсов, обнаруженные в фонде Учебного комитета ведомства путей сообщения.

*Ключевые слова:* Санкт-Петербург, высшая техническая школа, образование, математика, механика.

**Abstract.** The study of archival documents has allowed to reconstruct the activities of O. Somov in higher technical school. Programs of his courses in higher mathematics and analytical mechanics have been found in the archive. They are presented in the article.

*Key words:* St. Petersburg, the higher technical school, education, mathematics, mechanics

В конце 1840-х годов в высшую техническую школу пришел известный русский математик и механик, профессор петербургского университета, впоследствии академик Осип (Иосиф) Иванович Сомов {1.(13).6.1815 - 26.4.(8.5).1876}. О.Сомов родился в Московской губернии, первоначальное образование получил в частном пансионе и в Московской губернской гимназии. После окончания Московского университета он занимался преподавательской деятельностью: в 1839 г. был учителем коммерческой арифметики и физики в Московском коммерческом училище, а в 1840 – 41 году - учителем математики в Московском дворянском институте. В 1841 г. Сомов под руководством Н.Д.Брашмана защитил магистерскую диссертацию, и в этом же году был принят в Санкт-Петербургский университет. Одновременно он занимался преподавательской деятельностью в учебных заведениях Петербурга: в Пажеском корпусе (1842–1849), в Институте горных инженеров (1849–1862), в Морской Академии (1849–1862).

Дольше всего – более 21 года - Сомов проработал в Институте инженеров путей сообщения (1848–1869). Он был принят «преподавателем математики»[1, л. 41-50] в августе 1848 г. вместо профессора В.Я.Буныковского (работал в институте с 1830 по 1848 гг.). В ноябре этого же года в ведомстве путей сообщения года был создан Учебный Комитет «для сосредоточения в оном направлении умственного образования и наблюдения за его ходом в учебных заведениях сего ведомства»[2, л.2]. В состав учебных заведений ведомства путей сообщения тогда входили: институт Корпуса инженеров путей сообщения, строительное училище и различные школы. Для Учебного Комитета была составлена специальная инструкция из 17 параграфов. В ней говорилось об обязанностях его членов, в частности, они должны:

- следить за «направлением учебной части во всех заведениях к специальной цели каждого»,

- изыскивать «все необходимые средства к усовершенствованию умственного образования»,

- «обсуждать все вопросы по части учебной»,

- рассматривать «новые методы и программы преподавания и новые руководства по всем учебным предметам»,
- «рассматривать книги и вообще все учебные пособия, для заведений приобретаемых»,
- искать «достойных преподавателей по всем предметам науки»[2, л. 7]. Главным наблюдателем за преподаванием математических наук был назначен М.В.Остроградский.

В журналах Учебного Комитета отражены все подобные вопросы. Например, О.Сомов с 1849 г. изменил программу курса высшей математики, однако учащиеся стали получать большое количество неудовлетворительных оценок. В ответ на замечания членов Комитета О.Сомов предложил немного изменить программу и добавить число часов лекций, так как 4-х лекций по математике в неделю недостаточно. Действительно, ряд вопросов был убран, например, теорема Штурма, и к расписанию добавлен один час лекций в неделю [3, л. 9]. Надо отметить, что в конце 50-х – начале 60-х годов XIX столетия на математику в институте путей сообщения отводилось 5 часов лекций и 3 часа репетиций на первом курсе и 5 часов лекций и 2 часа репетиций на втором. Вообще в институте всегда относились к математическим предметам с большим почтением. Считалось, что именно эти науки формируют специалиста. Так в отчете института за 50 лет его существования сказано: «Стремление к анализу постоянно характеризует воспитанников нашего института. Это стремление усвоено ими через изучение высших математических наук, составляющих основание специального инженерного образования» [4]. Книга О.Сомова - «Теория определенных алгебраических уравнений высших степеней» (1838 г.) была среди «учебных руководств, которые употребляются в институте Корпуса Инженеров путей сообщения»[5, л. 29].

О.Сомов не был членом Учебного Комитета, однако участвовал в его работе. Например, рецензировал книгу профессора А.Добронравова «Общая теория паровых машин» [6, л. 117]. В журналах Учебного комитета также имеются программы по аналитической геометрии и интегральному исчислению, составленные Сомовым. Они приведены в конце статьи.

О.И.Сомов уделял большое внимание созданию учебных руководств, был сторонником предметного образования, старался поддерживать интерес учащихся к математике, в частности с помощью различных исторических справок. «Начала, послужившие основанием наук, интересуют нас не менее открытий, развивающих эти науки. Весьма интересно и поучительно знать, как великие мыслители дошли до идей, в которых таились истины, послужившие началом открытий, приносящих честь человеческому уму и доставивших практическую пользу усовершенствованием цивилизации. При этом история науки всегда помогает критическому изучению ее настоящего хода»[7, с. 40].

В 1852 г. Был литографирован курс дифференциального и интегрального исчисления, который Сомов читал в Горном институте (кстати, в Горном институте О.Сомов был членом Учебного комитета), в 1857 г. – курс аналитической геометрии, который затем переиздавался еще три раза. Об этом учебнике писали М.Остроградский и В.Буняковский. «по всей очевидности (его) можно назвать сочинением образцовым как по стройности системы, по полноте при умеренном его объеме, по выбору способов и приемов доказательств, так равно и по простоте и особенной ясности изложения» [8, с. 81]. Исследователи творчества Сомова считают, что он «положил начало учебным пособиям нового типа, приспособленным для самообразования. Это было совершенно новое явление в методике преподавания математики середины XIX века» [9, с. 77].

С середины 50-х годов О.Сомов стал преподавать в институте путей сообщения аналитическую механику. Единственными прямыми источниками, по которым можно судить о курсе, являются литографированные записки по его лекциям 1855-1856 годов: «Статика твердых тел» [10] и его программа по курсу аналитической механики 1861-1862 г. [11]. Первые десять страниц «Статики твердых тел» отведены прямолинейному

движению точки, сложению скоростей и ускорений и установлению меры сил, как произведение массы на ускорение, закон инерции доказываются традиционными методами. Большое внимание Сомов уделяет теории возможных перемещений. Здесь, вероятно, как пишет профессор кафедры теоретической механики А.М.Годыцкий–Цвирко, впервые вводится в институтский курс механики важнейшие понятия и теоремы кинематики твердого тела [12]. Сомов доказывает теорему о перемещении тела, имеющего неподвижную точку, вводит понятие мгновенной оси вращения, говорит о возможности разложения перемещения на поступательное и вращательное и т.д. Заканчивает он теоремой о равновесии твердого тела. Прилагая полученные выводы к случаям равновесия несвободного тела, Сомов, фактически, использует понятия реакций связи – он их называет «сопротивлением в неподвижных точках». Последние страницы курса посвящены «простым машинам». Этим лекциям соответствует краткая программа «Статики твердых тел», составленная Сомовым в 1860 г. [13, л. 95 об.].

После кончины М.В.Остроградского преподавание аналитической механики в институте полностью перешло к О.И.Сомову. В октябре 1862 г. он представил в Учебный комитет свою программу лекций по этому предмету. После ее рассмотрения в Учебном комитете была принята резолюция: «Ввести в программу учебного курса с будущего года» [14, л. 88]. Она состоит из трех разделов: статики, динамики и гидростатики и гидродинамики. Программа близка к курсу аналитической механики М.В.Остроградского [15], однако несколько пунктов программы Сомова посвящено вращательному движению твердого тела, что отсутствует у Остроградского. Программа приведена в конце статьи. Видимо, благодаря Сомову в институте путей сообщения стали уделять внимание вопросам кинематики. Уже в 1860 году «инженер Штабс Капитан» Соколов представил в Учебный комитет «Соображения о преподавании в I-м Специальном классе Института Корпуса Инженеров Путей Сообщения Курса Синематики» [16].

Интересно отметить, что в Петербургском университете на протяжении ста лет с 1819 по 1919 кафедрой механики (прикладной математики) руководили всего три профессора – академик Д.С. Чижов, – академик О.И.Сомов и член-корреспондент Академии наук – Д.К.Бобылев [17, с. 224]. И все трое работали также в институте путей сообщения.

#### **Программа по аналитической механике.**

##### **А. Статика**

1. Свободная и несвободная точка. Система точек. Возможные перемещения. Препятствия и связи. Общий вид для условий возможных перемещений. Условия равновесия между силами и сопротивлениями. Начало возможных перемещений.
2. Разбор главных случаев, представляющихся при определении условий равновесия. Примеры.
3. Приложение общей теории равновесия к веревочному многоугольнику и цепным мостам.
4. Цепная линия.
5. Неизменяемая система. Формулы Эйлера для возможных перемещений неизменяемой системы. Главные свойства этих перемещений.
6. Условия равновесия сил, приложенных к неизменяемой системе.
7. Частичные силы. Способ вычисления их равнодействующей. Потенциал и главные его свойства при силах обратно пропорциональных квадратам расстояний. Притяжение точки сферическим однородным слоем.

##### **Б. Динамика**

8. Дифференциальные уравнения движения свободной точки. Общая формула для проекции ускорения на данной прямой. Проекция ускорения на осях координат, на касательной  $t$  на главной нормали. Сила инерции и центробежная сила.
9. Проекция ускорения на радиус-вектор и на прямую, к нему перпендикулярной, при

движении точки по плоскости, полагая, что точка определена полярными координатами. Ускорение в движении планет около солнца, выведенное из законов Кеплера.

10. Определение движения по данному ускорению. Движение точки в пустоте при действии на нее силы тяжести, как вертикальное, так и наклонное по горизонту.

11. Прямолинейное движение в сопротивляющейся среде. Частные случаи, когда точка движется от действия тяжести и сопротивление пропорционально квадрату скорости.

12. Криволинейное движение точки в воздухе при действии тяжести и сопротивлении пропорционально квадрату скорости.

13. Общая теория относительного движения точки. Начало Кориолиса.

14. Относительное движение точки по поверхности земли, принимая в расчет суточное движение земли.

15. Начало Д'Аламберта. Общая теория движения несвободной точки. Живая сила. Уравнение живой силы для одной точки.

16. Движение точки на поверхности шара. Простой маятник в пустоте. Циклоидальный маятник.

17. Весьма малые колебания простого маятника в сопротивляющейся среде.

18. Относительное движение несвободной точки. Маятник Фуко.

19. Отражение от упругих поверхностей.

20. Общая теория движения системы точек.

21. Свойства движения свободной системы. Закон центра тяжести. Закон моментов или площадей.

22. Закон живых сил. Передача работ.

23. Теория удара. Потеря живой силы при неупругих связях. Случаи упругих связей. Соударение шаров.

24. Момент инерции относительно оси. Зависимость между моментами относительно двух параллельных осей. Общее выражение для момента инерции. Центральный эллипсоид. Главные оси. Примеры на вычисление моментов инерции.

25. Вращательное движение твердого тела около оси. Сложный маятник. Центр качания.

26. Действие удара на свободное тело. Действие удара на тело, в котором есть неподвижная ось. Центр удара.

27. Вращательное движение твердого тела около точки. Движение свободного твердого тела.

С. Гидростатика и гидродинамика.

28. Условие равновесия капельных и упругих тел. Гидростатическое давление. Поверхности и слои уровня.

29. Равновесие тяжелых тел. Давление на дно и стенки сосуда.

30. Равновесие плавающих тел.

31. Барометр и приложение его к измерению высот.

32. Общие начала гидродинамики. Вытекание жидкостей из сосудов через малые отверстия.

Обратите внимание, что определенный интеграл Сомов называется междупредельным. В интегральное исчисление включен также раздел – дифференциальные уравнения.

### **Интегральное исчисление.**

1. Предмет интегрирования функции. Интеграл дифференциала первого порядка относительно одной переменной. Неопределенный и междупредельный интеграл. Знак интеграла. Изображение интеграла площадью и выражение его суммой бесконечно малых элементов.

2. Основные свойства интегралов. Постоянный множитель можно вынести за интегральный знак. Интеграл суммы равен сумме интегралов. Интегрирование по

частям. Перестановка пределов в междупредельном интеграле. Интеграл положительной функции будет сам положительный, когда верхний его предел более нижнего. Следствия. Интеграл произведения двух множителей, из которых один удерживает тот же знак между пределами интеграла. Изменение переменной независимой. Разложение определенного интеграла на произвольное число других интегралов. Замечания относительно определенных интегралов функций четных, нечетных и периодических. Непосредственное интегрирование простейших функций.

3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Интегрирование иррациональных функций.
5. Нахождение некоторых определенных интегралов. Интегрирование дифференциальных биномов. Эйлеровы интегралы первого рода.
6. Интегрирование логарифмических и показательных функций. Эйлеровы интегралы второго рода.
7. Интегрирование тригонометрических и круговых функций.
8. Интегрирование посредством рядов.
9. Способ приближительных квадратур. Способ Симпсона.
10. Спрявление дуг кривых линий. Примеры: парабола, циклоида, логарифмика, архимедова спираль.
11. Квадратура площадей. Примеры: площади сегментов и секторов параболы, эллипса, гиперболы, , архимедовой спирали и циклоиды.
12. Нахождение поверхностей и объемов тел вращения. Примеры: тела, происходящие от обращения конических сечений около диаметров и других прямых. Кольцеобразное тело. Каналовидные тела.
13. Кратные интегралы относительно одной переменной.
14. Двойной и тройной интегралы относительно различных переменных независимых. Изменения переменных. Дифференциальные определители. Преобразования прямоугольных координат в полярные.
15. Общие правила для вычисления поверхностей и объемов тел. Примеры: косая плоскость, винтовая поверхность; объемы эллипсоида и гиперболоидов с тремя неравными осями.
16. Вычисление массы тела, когда известна плотность в каждой точке. Центр тяжести: формулы для определения его координат. Центр тяжести линии поверхности и объема. Примеры: центры тяжести а) дуг и сегментов круга; параболы, циклоиды, цепной линии; б) поверхностей и объемов тел вращения; в) косой плоскости, винтовой поверхности и объемов, ограниченных этими поверхностями. Правило Гульдена.
17. Интегрирование дифференциала полного двух и трех переменных.
18. Интегрирование уравнений первого порядка. Общие и частные интегралы. Отделение переменных в уравнении первой степени – однородных и линейных. Интегрирование уравнений, в которых дифференциальные коэффициенты даны уравнениями высших степеней.
19. Множитель, обращающий дифференциальное уравнение в полный дифференциал о двух переменных. Нахождение этого множителя для некоторых простейших случаев.
20. Теория совокупных уравнений первого порядка, число произвольных постоянных в общих интегралах. Интегрирование совокупных линейных уравнений.
21. Интегрирование уравнений второго порядка в некоторых частных случаях. Однородное уравнение второго порядка. Уравнение линейное.
22. Способ конечных разностей с приложением его к интерполированию функций»

Подписано: «О.И.Сомов»

## Литература

1. РГИА, Ф.447, оп. 1, д. 48,
2. РГИА, ф.447, оп. 1, д.1,
3. РГИА, Ф.447, оп. 1, д. 273, л. 9
4. Отчет о состоянии Института Корпуса инженеров путей сообщения с 1809 по 1859 г. СПб., 1859
5. РГИА, Ф.447, оп. 1, д. 8, л. 29
6. РГИА, Ф.447, оп. 1, д. 279, л. 117
7. Журнал министерства путей сообщения, т. 31, 1861 г., с. 40
8. Сборник «Ленинградский горный институт и академия наук СССР». Л., 1978, С.81
9. Крамер Ф.Д., Молюков И.Д. О.И.Сомов (1815-1876) – математик, механик, педагог. Алма-Ата, 1965, С.77
10. Лекции профессора Сомова . Статика твердых тел. 1855г. Литографированное издание. Библиотека ПГУПС, 59 страниц.
11. РГИА. Ф.447. Оп. 1, Д.281, Л. 180 – 190
12. А.М.Годыцкий-Цвирко.»Из истории кафедры теоретической механики ЛИИЖТа. 1810-1860-1910». Рукопись начала 1950-х годов. Библиотека ПГУПС.
13. РГИА. Ф.447. Оп. 1, Д. 198. .л. 95 об.
14. РГИА. Ф.447. Оп. 1, Д. 198. .Л. 88
15. Остроградский М.В. Записка аналитической механики, составленные воспитанниками I специального класса с лекций г. академика Остроградского, 1856-1857. Литографированное издание, библиотека ПГУПС.
16. РГИА. Ф. 447. Оп. 1. Д. 198. Л. 39-41
17. А.Н.Боголюбов. Теория механизмов и машин в историческом развитии ее идей. «Наука», М., 1976.

---

## У ИСТОКОВ ВЫСШЕГО ЖЕНСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИИ К 150-летию со дня рождения Ариян П.Н.

Галанова З.С., Репникова Н.М.

*Петербургский государственный университет путей сообщения  
императора Александра Первого, г. Санкт-Петербург. Россия, bgdnvae @ yandex.ru*

**Аннотация.** Статья посвящена Ариян П.Н., составительнице и издательнице первого женского календаря, организатору Высших женских политехнических курсов. Деятельность Ариян П.Н. способствовала развитию женского высшего образования России.

*Ключевые слова:* женское образование, высшее женское образование, высшие женские политехнические курсы.

Abstract. The Articles devotes Ariyan P.N., composer and publisher of the first women's calendar, the organizer of higher women's polytechnic course. Ariyans activities develops higher women's education in Russia.

*Key word: women<sup>1</sup> s education, higher women<sup>1</sup> s education, higher women<sup>1</sup> s polytechnic course.*

Ариян (урожденная Белинская) Прасковья Наумовна (1865 – 1944) – общественная деятельница, публицистка, составительница и издательница Первого женского календаря (ПЖК), организатор ряда институтов: педологического, института мозга (вместе с Бехтеревым В.М.), женского политехнического института (1898 – 1906). Биография этой незаурядной женщины составлена по материалам [2], д. 5, 14, 35.

П.Н. Ариян в 1884г. окончила физико-математическое отделение Высших женских курсов в Петербурге. После окончания курсов слушала лекции Лесгафта П.Ф., окончила краткие курсы кооперации. Работала в яслях «Детская помощь» со Стасовой Н.В., после ее смерти со Стасовой П.С. Более 10 лет была председателем правления яслей. Сотрудничала в изданиях: «Новости», «Биржевые новости», «Спутник здоровья», «Вестник благотворительности», «Вестник знания», «Искусство и жизнь» и др. Опубликовала несколько статей в этих журналах.

Работала в женском взаимно-благотворительном обществе (товарищ председателя и член библиотечной комиссии). Состояла членом попечительского совета педологического института, в 1911г. институтом была командирована в г. Брюссель. Открыла вечернюю ежедневную школу за Нарвской заставой (1906г.) для рабочих обоего пола. Школа просуществовала 10 лет, затем была переименована в отделение Луганского университета и закрыта в 1918 – 1919г. Школа дала много учеников, которые затем стали известными специалистами. П.И. Егоров, бывший рабочий Путиловского завода, читал лекции в Университете на правовом отделении. И.Г. Волков проявил себя как кооператор.

В 1899 – 1915г. издавала Первый женский календарь. Прибыль от календаря переводилась в фонд женского медицинского института. С 1907 – 1917г. была членом кружка помощи политическим заключенным Шлиссельбургской тюрьмы. После революции П.Н. Ариян осталась без средств. Служила в различных учреждениях, которые часто закрывались из-за недостатка средств или по декрету. Работала в ЛГУ, в активе Ленинградского Совета Высшей школы. Персональный пенсионер.

П.Н. Ариян приняла деятельное участие в создании Высших женских Политехнических курсов в Петербурге (ПЖК, 1907г.). К концу 19-го века женщины России могли получить высшее образование в различных областях знания. Исключение составляла только юриспруденция и техника. Эти области женщинам были недоступны.

Идея высшего женского технического образования зародилась в России. В 1898г. П.Н. Ариян на заседании русского взаимно благотворительного общества предложила женщинам изучать (бесплатно) курс черчения под руководством инженера Мирона Исаевича Арияна (мужа П.Н. Ариян). Желающих не нашлось. Но вскоре госпожа Аргамакова открыла чертежные курсы при своей профессиональной школе. Это были первые чертежные курсы для женщин в России.

Идею Ариян поддержали Курдюмов В.И. и Белелюбский Н.А., профессора института путей сообщения. Инженером Арияном М.И. и Курдюмовым В.И. при содействии Белелюбского Н.А. была составлена учебная программа трехгодичного технико-графического института. В феврале 1902г. П.Н. Ариян выступила с этой программой на заседании комиссии по техническому образованию при Русском Техническом обществе, где получила поддержку, но не деньги.

Началась работа по созданию общества доставления средств для технического образования женщин. Заслуги Ариян П.Н. на этом этапе неопределимы [ф.117, л.14]. Она взяла на себя заботу о воплощении этого замысла в жизнь. Делала неоднократно доклады в Русском техническом обществе, принимала участие в составлении устава общества доставления средств политехническим женским курсам, проводила устав по правительственным инстанциям. Нашла и сняла на свое имя помещение на углу

Загородного проспекта и Серпуховской улицы (весь пятый этаж), подбирала профессоров, нашла директора курсов (Щукина Н), всю переписку вела на свое имя. Доставала деньги.

В процессе этой работы учебный план курсов менялся, дополнялся.

Высшие женские политехнические курсы в составе 4-х факультетов были открыты в январе 1906г., имеют свою историю. В дальнейшем курсы получили статус Политехнического женского института. Постановлением от 8 августа 1924г. институт был закрыт и его студентки переведены в учебные заведения по своей специальности.

Руководители курсов не забыли заслуги Ариян П.Н. Приводим телеграмму, адресованную Ариян П.Н. ([2], д.55): «Ввиду исполнения 10-летия Петроградских Женских Политехнических Курсов, переименованных ныне в институт, Совет института и Совет Общества в заседании от 15 января 1916г. в признание понесенных Вами трудов по учреждению и организации института постановил поздравить Вас с сим замечательным днем в жизни института и пожелать Вам здоровья и дальнейших успехов в Вашей деятельности. Директор Щукин Н., председатель Общества Белелюбский Н.»

Основной литературный труд П.Н. Ариян – ее первые женские календари. Они до сих пор поражают воображение читателя насыщенностью информацией. Здесь было все присущее бытовым справочникам, сведения календарные, юридические, медицинские, статьи об известных женщинах, об учебных заведениях разного ранга в России и за границей, сведения о стоимости жизни учащейся женщины в России и за границей, исторические сведения.

По свойственной календарю способности ежегодного возобновления совершающееся развитие женского дела было отражено в этих изданиях. **Календарь стал летописью развития общественной и экономической жизни женщин в России.**

Первый женский календарь (ПЖК) появился в 1899г. и выходил ежегодно вплоть до 1915г. Основной материал, кроме поименованных статей, которых, кстати, очень мало, составлен самой П.Н. Ариян. Это были объемные книги около 400с.

ПЖК 1899г. открывается статьей о возникновении Высших женских курсов (ВЖК) в Петербурге. К этому времени ВЖК стало стабильным высшим учебным заведением для женщин. Оно имело дом стоимостью 230000руб., имущество в виде кабинетов, лабораторий стоимостью несколько десятков тысяч руб. Первоначально же в кассе общества было несколько сотен руб.

Инициатива создания Высших женских курсов в основном принадлежит женщинам. На страницах этого календаря и неоднократно в дальнейшем подчеркивается важность различных женских и смешанных объединений, кружков, как первой школы к самостоятельному труду.

В 50 – 60х годах 19в. в Петербурге был популярен кружок женщин-благотворительниц, организованный Трубниковой М.В. (дочерью декабриста Ивашева В. и Камиллы Ле Дантю). Здесь сотрудничали видные деятельницы женского движения: Стасова Н.В., Философова А.П. и др. Силами кружка было создано «Общество дешевых квартир и других пособий нуждающимся жителям С.-Петербурга». Общество имело дом, школу, больницу, швейную мастерскую, прачечную. Трубникова М.В. и Стасова Н.В. стали прототипом главной героини романа Чернышевского Н.Г. «Что делать». Затем была издательская артель, сначала несколько человек, затем группа из 36 женщин. Организация кружка была на строго артельных началах: все делать самим, переводить, набирать, брошюровать, делать рисунки и т.д.

Издательская артель натолкнула на мысль, что прежде чем дать работу женщинам, их надо научить. Когда понадобилась для школы общества дешевых квартир учительница, долго не могли найти образованную девушку. Выяснилось, что русская женщина совсем необразованна. Не смотря на желание женщин учиться, в России получить высшее образование было невозможно.

В 1867г. женщина литератор-публицистка Евгения Ивановна Конради обратилась к участникам Первого съезда естествоиспытателей и врачей с **письменным** заявлением.



Ею был поставлен вопрос о предоставлении женщинам права на равное с мужчинами высшее образование и создания для женщин высших учебных заведений. Съезд принял обращение с сочувствием и пониманием. Это был первый толчок к борьбе женщин за высшее образование.

Началась работа по воплощению этих замыслов в жизнь: петиция за подписью 400 женщин ректору С.-Петербургского университета К.Ф. Кесслеру, открытие Аларчинских и Владимирских курсов. Эти курсы окончательно убедили общество и правительство в необходимости создания высшего учебного заведения для женщин. В 1878г были открыты в Петербурге Высшие женские курсы (Бестужевские курсы) и тесно связанное с ними Общество для доставления средств Высшим женским курсам.

На страницах календарей даются статьи о высших женских политехнических курсах, курсах Герье, Московских высших женских курсах и др.

**Особый интерес представляет отдел «женское образование».** Этот отдел освещается подробно и в динамике. В нем дана полная информация об общем, среднем, высшем, специальном женском образовании России, о женских гимназиях в губернских городах Ведомства императрицы Марии и Министерства Народного просвещения, частных гимназиях с указанием программы и правил приема и др. Дан обзор высших учебных заведений за границей, открытых для женщин. Что очень важно для учащейся женщины, описаны условия жизни за границей (в Париже, в Брюсселе, в Швейцарии, в Германии, Англии, Франции), даже даны рекомендации по устройству быта студентки за границей. Вопрос о женском образовании рассматривался в календарях как часть общего вопроса о юридическом, экономическом, правовом положении женщины.

Интересен отдел по статистике женского труда. Приводятся списки учреждений, допускающих женский труд, даны таблицы, показывающие, как расширилась сфера деятельности женщин с того времени, когда даже образованные женщины могли работать только гувернантками и акушерками.

Календарь охватывает все стороны женского вопроса в России. Так, в 1902 – 1903г.г. в Петрограде проводилось большое экономическое обследование положения ремесленниц и чиновниц. Данные внесены в календарь: статья «Из статистики женских тружениц». В календаре можно найти сведения и о предложении рабочих мест. Много места уделяется положению женщин вообще. Так, пользуясь сообщениями различных зарубежных обществ, П.Н. Ариян составила статью «Положение женщин за границей, их клубы и общества».

Во время путешествия по Японии знакомилась с постановкой вопроса о женском среднем и высшем образовании. В календарях за 1904г. и за 1905г. помещены статьи «Женский университет в Японии» и «Положение женщин в Японии». Японок и наших женщин объединяет стремление к образованию и общественно полезному труду. Японки занимаются благотворительностью, объединяются в общества, имеют свой университет. Он имеет три факультета: японского языка, английского языка, домашнего хозяйства. Это самый сложный факультет. За три года изучаются дисциплины медицинского, юридического, экономического цикла, искусство

Не менее важен для женского самосознания раздел «Из прошлого и настоящего». Здесь публикуются биографии заслуженных людей России, в основном женщин, юбилеи, некрологи. Первая биография, напечатанная в календаре (ПЖК, 1900), была биография С.В. Ковалевской. В календарях приведены биографии видных деятелей женского движения: Н.В. Стасовой, П.Ф. Лесгафта, Е.И. Лихачевой, М.В.Трубниковой, А.Н. Энгельгард , В.П Тарновской, А.П. Философовой, А.Н. Бекетова и др.

На страницах календаря есть сведения о женщинах-математиках: В.И. Шифф, Н.Н. Гернет, Е.Ф. Литвиновой.

На календари Ариян П.Н. многие газеты России откликнулись положительными рецензиями. Так, газета «Полтавский вестник» №2163, 1910г. отмечает, что это полное,

обстоятельное, серьезное справочное издание, охватывающее полезными сведениями Россию и за границу.

«Известия по литературным наукам и библиографии, 1906г.» называют календарь тщательно и добросовестно составленной книгой.

Появилась **книга**, которая обязательно должна находиться в библиотеке и на письменном столе каждой интеллигентной женщины.

Календарь за 1905г. определением Ученого Комитета допущен в бесплатные народные библиотеки и читальни. Первый женский календарь П.Н. Ариян внес существенный вклад в женское образование России.

### Литература

1. Ариян П.Н. «Первый женский календарь», 1899 – 1915г.г.
2. Архив Ариян (фонд 117, д. 1 – 84), Пушкинский дом, СПб.

---

## СТОЛЕТИЕ МЕТОДА: ОТ ТАЛГЕНИЗМА К КОЛЛЕКТИВНОМУ ВЗАИМООБУЧЕНИЮ

Голубев Е.Б.

*ФГБОУ «Санкт-Петербургский государственный университет», Санкт-Петербург,  
Россия, e.golubev@spbu.ru*

**Аннотация:** В статье рассматриваются истоки и пути развития метода коллективного взаимообучения, основы которого были заложены в России в начале XX века А.Г.Ривиним в форме «талгенизма». Сегодня эта технология обучения получила широкое распространение. Она применяется педагогами высшей и средней школы при обучении математике, физике, биологии, химии, русскому и иностранному языкам, логике и др.

*Ключевые слова:* талгенизм, коллективный способ обучения, Ривин, Дьяченко, Мкртчян, Архипова.

**Abstract:** In the article origin and stages of development of methodology of collective teaching are considered. The foundations for this methodology were laid down in Russia at the beginning of XX century by A.G. Rivin in the form of 'talgenism'. Nowadays this education technique is widely practiced. It is used in teaching mathematics, physics, biology, chemistry, Russian and foreign languages, logic etc. in schools and in the universities.

*Key words:* talgenism, methodology of collective teaching, Rivin, Dyachenko, Mkrтчyan, Arkhipova

Почти сто лет назад, в начале 1918 года, в истории педагогики произошло событие, значение которого специалисты сравнивают с изданием «Великой дидактики» основоположника научной педагогики Я.А.Коменского или с «экспериментом» А.С.Макаренко по формированию нового человека в колонии им. А.М.Горького и коммуне им. Ф.Э.Дзержинского. Впоследствии это событие назвали «Корнинский опыт» [1, с.8]. Суть его в том, что несколько жителей небольшого местечка Корнин (или Корнино) нашли в Киеве квалифицированного педагога, который взялся за подготовку их

детей к экзаменам за среднюю школу. А.Г.Ривин пользовался репутацией педагога-эрудита. Сначала он занимался всего лишь с шестью учениками, родители которых его пригласили и платили за труд. Но вскоре он потребовал... включить в свою группу еще около тридцати ребят. Для того метода обучения, который тогда придумал Александр Григорьевич Ривин, заниматься с 30-40 учениками было легче и эффективнее, чем с шестью!

Возраст детей — от 10 до 16 лет. Состав учащихся — пестрый: были ученики на уровне нынешних семиклассников, а другие — на уровне четвероклассников. Занимались «от зари до зари» — в саду, на улице, в крестьянской избе. За 9 месяцев ученики сумели овладеть программами больше, чем за 3-4 года обычного школьного обучения. Многие из них успешно сдали экзамены за среднюю школу [3, с.6-7]. А для этого крестьянские дети изучили русский язык и литературу, иностранный язык, математику, историю, географию, логику, философскую пропедевтику. Труд — гигантский! Все школьные предметы вёл один учитель. Точнее, не вёл, а организовал взаимное обучение детей по всем предметам.

«Особенно потрясающие успехи были сделаны в развитии учеников: подростки, которые и говорить почти не умели, стали выступать с докладами, да еще какими: о творчестве А.С.Пушкина, Л.Н.Толстого, Н.В.Гоголя, на философские темы, о явлениях природы, по вопросам истории и т.д. Ученики научились рассуждать, доказывать, отстаивать свою точку зрения, участвовать в дискуссиях; они стали рассказчиками, умели правильно ставить вопросы собеседнику; у них развивалось аналитическое мышление — можно было видеть, что у всех пробуждаются преподавательские способности. Некоторые из них стали проявлять незаурядные математические способности, другие проявили склонность писать сочинения, все продвинулись в ораторском искусстве» [1, с.9], — свидетельствует профессор В.К.Дьяченко, один из учеников А.Г.Ривина (в Корнино он не учился, познакомился с Ривиним позже, но беседовал с корнинскими учениками).

Как такое стало возможным? Благодаря новому методу, который изобрел А.Г.Ривин и назвал его «талгенизмом» (от слов «талант» и «гений»). Новая технология обучения широко применялась в 1920-30-е годы в СССР. Метод обучения, предложенный А.Г.Ривиним, обсуждался руководителями страны (Н.А.Бухариным, Кагановичем, Н.К.Крупской и др., в том числе на съездах партии)... В чем ее суть? Что нового сделал Ривин в педагогике? Что стало с ним и с его идеями?

Оказывается, кроме всем знакомой групповой системы обучения — в форме классов и уроков, или лекций и семинаров, или докладов, или обсуждения в малых группах, — существует другой, кардинально иной способ. Этот эффективный способ и открыл Александр Григорьевич РИВИН (1878-1944), крупный российский педагог, хотя и неизвестный для многих. Он сделал гигантский, принципиально новый шаг в развитии методов коллективного взаимообучения (который и позволил назвать метод — коллективным, а обучение — взаимным). Названия метода А.Г.Ривина были разные: талгенизм, сочетательный диалог (или содиалог), оргдиалог и пр. — а суть была одна. Он ввел в учебный процесс «организованное переменное диалогическое общение», т.е. общение в парах учащихся и упорядоченную сменяемость этих пар.

Значение его педагогического открытия трудно переоценить. В результате деятельности А.Г.Ривина и его учеников (и учеников его учеников...) стали возможны:

- совместное обучение людей разного возраста и разного уровня подготовки,
- изучение одновременно, в одной аудитории разных предметов (по выбору каждого учащегося),
- обучение на разных языках и в разноязыких группах,
- индивидуальный темп учебы каждого ученика,
- индивидуальный выбор последовательности изучаемых тем и предметов — своей у каждого изучающего.

А главное: А.Г.Ривин дал не просто новую теорию, а **НОВУЮ ТЕХНОЛОГИЮ** обучения. И самое важное, что всё вышеизложенное осуществимо уже сегодня!

Каким образом? Можно ли изменить традиционную технологию обучения? С чего начать — в вашей школе, гимназии, лицее, училище, колледже, вузе? Как преодолеть первые трудности?.. Об этом размышляли А.Г.Ривин и его единомышленники в далекие 20-30-е годы XX века. Делали первые шаги, преодолевали первые проблемы — и добивались успеха! Они видели, какие гигантские шаги в развитии делают их ученики, как они меняются в самом процессе обучения...

В 1960-1970-е годы ученики А.Г.Ривина (прежде всего В.К.Дьяченко и М.Д.Брейтерман) продолжали развивать идеи коллективного взаимообучения. Парно-коллективный метод, коллективная оргформа, коллективный способ обучения, диалогические методики — названия менялись. Движение КСО охватывало все больше учителей, классов, школ [3, с.9].

В середине 1980-х из Красноярска в Ленинград этот метод «привез» известный педагог М.А.Мкртчян (ныне — заместитель министра образования и науки Республики Армения). Именно его лекции и занятия с педагогами города на Неве подвигли В.В.Архипову создать Ленинградский городской семинар по проблемам КСО, который существовал больше двух лет [2, с.14]. Был пройден немалый путь: от первых робких попыток пересаживания учеников из пары в пару и организации диалога между ними — до больших процессов, включающих сотни обучающихся (для примера можно назвать хотя бы эксперимент, проведенный педагогами под руководством В.В.Архиповой в Лонгпассе Тюменской области в 1990/1991 учебном году)... Педагоги, обучавшиеся в семинаре, и их последователи проводят занятия по математике, физике, биологии, химии, русскому и иностранному языкам, литературе и другим предметам в средней и высшей школе. Сегодня вопрос стоит о переходе на качественно иную ступень обучения.

В начале 1990-х физик К.П.Захаров и математик А.С.Соколов подали автору статьи идею исследования по истории педагогики, подвигли меня на поиски литературных источников в библиотеках и архивах... Тогда же была осуществлена публикация дайджеста: «ТАЛГЕНИЗМ (Метод коллективного взаимообучения), чч.1 и 2». Составление, подготовка текста и примечания: Е.Голубев — Л.: НИФ «Элиана», 1991, 114 с. Позднее работа была продолжена, подготовлено второе издание, существенно обновленное, переработанное и дополненное, по объему оно раза в три больше предыдущего. В нем представлена полная картина развития «талгенизма» в 1920-30-е годы.

## Литература

1. Дьяченко В.К. Корнинский метод. — в кн.: Дьяченко В.К. Сотрудничество в обучении: О коллективном способе учебной работы: Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1991 (серия «Мастерство учителя: идеи, советы, предложения»)
  2. Архипова В.В. Коллективная организационная форма учебного процесса. — СПб.: Интерс, Дорваль, Эксклюзив, 1995. СС.7, 14-15.
  3. Мкртчян М.А. XX век — три этапа становления идей КСО. — Коллективный способ обучения: научно-методический журнал, 1995, №1. СС.6-10.
-

# ПРИМЕРЫ ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ, НАГЛЯДНО ДЕМОНСТРИРУЮЩИЕ ЕЁ ЕДИНСТВО

Назиев А.Х

*Рязанский государственный университет имени С. А. Есенина, Рязань, Россия*

*e-mail: a.naziev@rsu.edu.ru*

**Аннотация.** История математики доставляет массу примеров, позволяющих будущему учителю реально ощутить единство математики. Мы приведём три таких примера. Все они должны рассматриваться при непосредственном участии студентов. Это мы считаем обязательным. Бесплезно *сообщать* студенту, что Архимед использовал при вычислении площадей арифметические формулы, и что это является подтверждением единства математики. Студент должен сам повторить рассуждения Архимеда, только тогда он ощутит это единство, а не просто услышит о нём.

*Ключевые слова:* История математики, подготовка учителей математики, единство математики

**Abstract.** History of mathematics gives many examples that enable to future teachers really feel the unity of mathematics. We will bring these three examples. All of them should be treated with the direct participation of students. This is required. It is useless to inform the student that Archimedes used arithmetic formulas when calculating area, and it is a confirmation the unity of mathematics. The student must repeat the arguments of Archimedes, only then he will feel that unity, not just hear about it.

*Key words:* Mathematics teacher, preparing, mathematical subjects

## 1

Рассмотрим вычисление Архимедом площади, ограниченной первым витком его спирали и отрезком, соединяющим начало спирали с концом этого витка. В этом вычислении Архимед использует соотношение, которое в современных обозначениях представляет собой формулу суммы первых  $n$  квадратов натуральных чисел:

$$\sum_{\nu=1}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Изложение будем вести в современных терминах.

Свою спираль Архимед определяет кинематически как траекторию точки, равномерно движущейся по лучу, который равномерно вращается вокруг своего начала. Если обозначить скорость движения точки по лучу через  $a$ , а угловую скорость вращения луча — через

$\frac{\varphi}{2\pi}$  (знаменатель  $2\pi$  добавлен для удобства последующих вычислений), то спираль будет определяться в полярных координатах уравнением

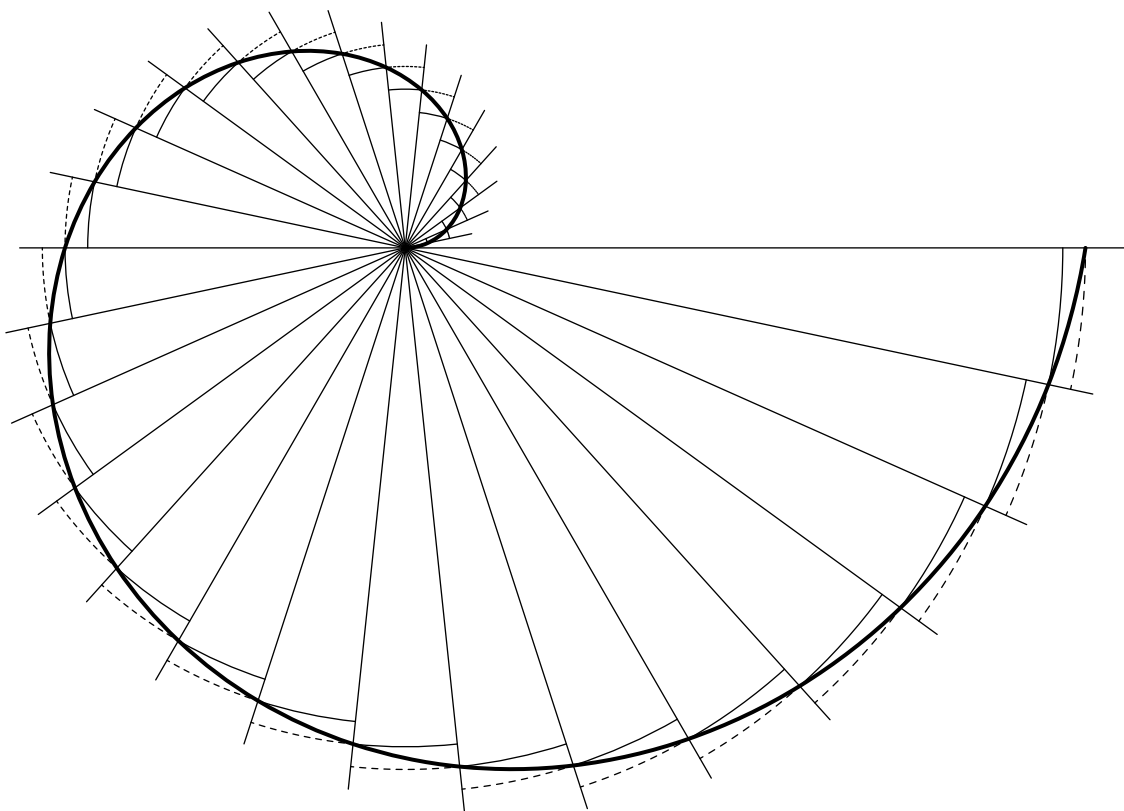
$$\rho = a \frac{\varphi}{2\pi}.$$

Архимед делит центральный угол, равный  $2\pi$ , на  $n$  частей и рассматривает вписанные и описанные круговые секторы, радиусы которых равны, соответственно:

$$0, \frac{a}{n}, \frac{2a}{n}, \dots, \frac{(n-1)a}{n}$$

и

$$\frac{a}{n}, \frac{2a}{n}, \dots, \frac{(n-1)a}{n}, \frac{na}{n} = a.$$



На этом чертеже дуги вписанных секторов показаны сплошными линиями, а описанных — разрывными.

Вписанные секторы образуют вписанную, а описанные — описанную фигуру. Площадь вписанной фигуры равна

$$\underline{S}_n = \sum_{\nu=1}^{n-1} s_{\nu},$$

площадь описанной —

$$\overline{S}_n = \sum_{\nu=1}^n s_{\nu},$$

где  $s_\nu$  — площадь сектора радиуса

$$r_\nu = a \frac{\nu(2\pi/n)}{2\pi} = a \frac{\nu}{n}.$$

Таким образом,

$$\underline{S}_n = \sum_{\nu=1}^{n-1} \frac{\pi a^2 \nu^2}{n^3} = \frac{\pi a^2}{n^3} \sum_{\nu=1}^{n-1} \nu^2,$$

а

$$\overline{S}_n = \sum_{\nu=1}^n \frac{\pi a^2 \nu^2}{n^3} = \frac{\pi a^2}{n^3} \sum_{\nu=1}^n \nu^2.$$

Ясно, что при всех  $n$

$$\underline{S}_n < S < \overline{S}_n.$$

Архимед указывает ещё одно число, заключённое в тех же пределах. Чтобы обнаружить его, он оценивает первое из найденных им выражений сверху, а второе — снизу. Для первого он замечает, что

$$\frac{1}{n^3} \sum_{\nu=1}^{n-1} \nu^2 = \frac{(n-1)n(2n-1)}{6n^3} = \frac{2n^2 - 3n + 1}{6n^2} < \frac{1}{3},$$

для второго — что

$$\frac{1}{n^3} \sum_{\nu=1}^n \nu^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3} = \frac{2n^2 + 3n + 1}{6n^2} > \frac{1}{3}.$$

Таким образом оказывается, что при всех  $n$

$$\underline{S}_n < S < \overline{S}_n \quad \text{и} \quad \underline{S}_n < \frac{\pi a^2}{3} < \overline{S}_n.$$

Но разность  $\overline{S}_n - \underline{S}_n$  равна  $s_n$ , то есть  $\frac{\pi a^2}{n}$ . Последняя величина в силу свойства, которое теперь называется архимедовостью порядка на  $\mathbb{R}$ , может быть сделана (при подходящих  $n$ ) сколь угодно малой. Отсюда и следует, что

$$S = \frac{\pi a^2}{3}.$$

Мы бы сейчас для доказательства этого рассуждали примерно так. Поскольку

$$\left| S - \frac{\pi a^2}{3} \right| < \frac{\pi a^2}{n},$$

а правая часть этого неравенства может быть сделана сколь угодно малой, то расстояние между числами  $S$  и  $\frac{\pi a^2}{3}$  меньше любого положительного числа. Но расстояние неотрицательно, а среди неотрицательных чисел имеется только одно, меньшее всех положительных чисел — это 0. Значит, расстояние между  $S$  и  $\frac{\pi a^2}{3}$  равно нулю, то есть действительно  $S = \frac{\pi a^2}{3}$ .

Но во времена Архимеда ещё не было нуля и «неотрицательных» чисел. Поэтому Архимед рассуждает иначе.

Допустим, говорит он, что  $S \neq \frac{\pi a^2}{3}$ . Тогда либо  $S < \frac{\pi a^2}{3}$ , либо  $S > \frac{\pi a^2}{3}$ .

Пусть имеет место первое неравенство. Тогда  $\frac{\pi a^2}{3} - S$  есть положительное число, и разность  $\bar{S}_n - \underline{S}_n$  при подходящем  $n$  окажется меньше этого числа. Тем более это будет верно для  $\bar{S}_n - S$  (ибо  $S > \underline{S}_n$ ). Получим неравенство

$$\bar{S}_n - S < \frac{\pi a^2}{3} - S,$$

из которого следует, что

$$\bar{S}_n < \frac{\pi a^2}{3}.$$

Последнее невозможно, так как противоречит установленному выше неравенству  $\bar{S}_n > \frac{\pi a^2}{3}$ .

Пусть имеет место второе неравенство:  $S > \frac{\pi a^2}{3}$ . Тогда  $S - \frac{\pi a^2}{3}$  есть положительное число. Опять найдётся  $n$ , для которого разность  $\bar{S}_n - \underline{S}_n$  окажется меньше этого числа. Ещё меньше будет  $S - \underline{S}_n$ . Получим неравенство

$$S - \underline{S}_n < S - \frac{\pi a^2}{3},$$

из которого следует, что

$$\underline{S}_n > \frac{\pi a^2}{3}.$$

Это противоречит другому из полученных выше неравенств.

Остаётся одно:

$$S = \frac{\pi a^2}{3}.$$

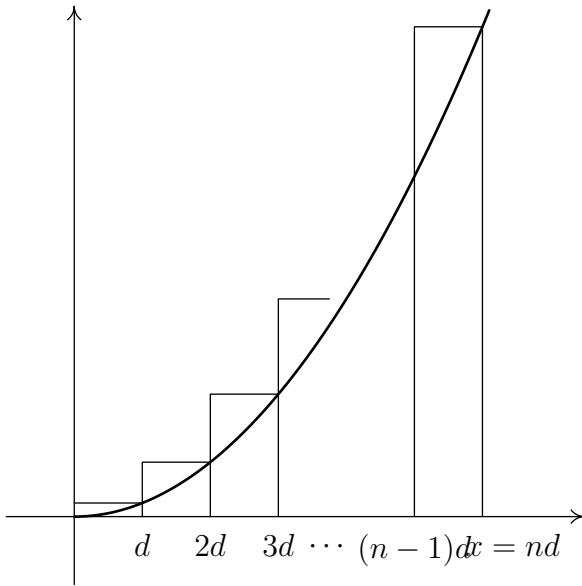
Вряд ли одного примера достаточно, чтобы студент не подумал, что это — всего лишь случайная удача. Но в истории математики подобных примеров — практически неограниченное количество. Мы рассматриваем ещё и вычисление площади под дугой параболы по Паскалю и по Ферма.

## 2

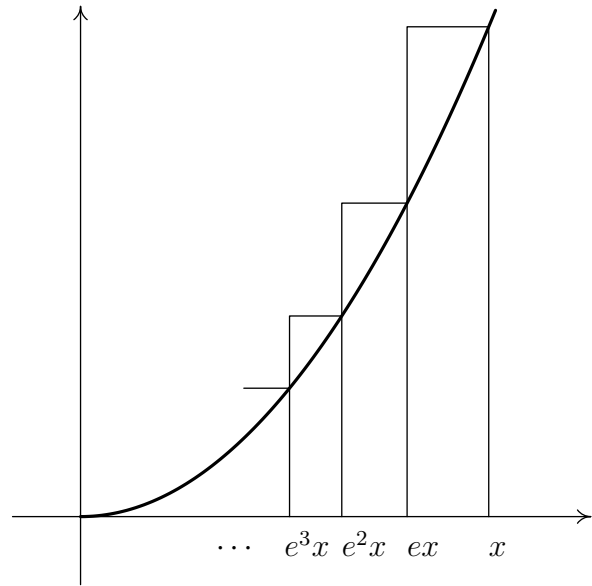
Сначала — по Паскалю. Вычислим площадь криволинейной трапеции ограниченной параболой, осью абсцисс и вертикальной прямой, проходящей через точку с абсциссой  $x$  на оси абсцисс. Паскаль разбивает отрезок  $[0, x]$  на  $n$  равных частей с интервалом  $d$  (см. левый рисунок ниже) и вычисляет площадь объемлющей ступенчатой фигуры. Он получает:

$$\begin{aligned} S_d &= d \cdot d^2 + d \cdot (2d)^2 + \dots + d \cdot (nd)^2 = d^3 \cdot (1 + 2^2 + \dots + n^2) \\ &= d^3 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = d^3 \cdot \left( \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right) \\ &= \frac{(dn)^3}{3} + d \cdot \frac{(dn)^2}{2} + d^2 \cdot \frac{dn}{6} = \frac{x^3}{3} + d \cdot \frac{x^2}{2} + d^2 \cdot \frac{x}{6}. \end{aligned}$$





Вычисление площади под параболой по Паскалю



Вычисление площади под параболой по Ферма

Чем меньше  $d$ , тем, во-первых, точнее ступенчатая фигура прилегает к рассматриваемой криволинейной трапеции, и, во-вторых, полученная сумма ближе к  $\frac{x^3}{3}$ . В пределе при  $d \rightarrow 0$  ступенчатая фигура совпадает с рассматриваемой криволинейной трапецией, а площадь её равна  $\frac{x^3}{3}$ .

### 3

То же — по Ферма. Ферма использует для вычисления площади под дугой параболы геометрическую прогрессию. Он берёт положительное число  $e < 1$ , разбивает отрезок  $[0, x]$  на части точками  $ex, e^2x, e^3x, \dots$  и рассматривает описанную ступенчатую фигуру, отвечающую этому разбиению (см. правый рисунок, приведённый выше).

Он получает:

$$\begin{aligned}
 S_e &= (x - ex)x^2 + (ex - e^2x)(ex)^2 + \dots \\
 &= (1 - e)x^3 + (1 - e)(ex)^3 + \dots \\
 &= (1 - e)x^3(1 + e^3 + e^6 + \dots) \\
 &= x^3 \cdot \frac{1 - e}{1 - e^3} = \frac{x^3}{1 + e + e^3}.
 \end{aligned}$$

Чем ближе  $e$  к единице, тем ближе ступенчатая фигура к рассматриваемой криволинейной трапеции, а результат вычислений — к  $\frac{x^3}{3}$ . Идеальная точность была бы достигнута при  $e = 1$ . Это и означает, что искомая площадь равна  $\frac{x^3}{3}$ .

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЗЕРКАЛЕ ВРЕМЕНИ

Ольнева А.Б.

*Московский государственный университет путей сообщения  
(Астраханский филиал); Россия, Астрахань, a.olneva@gmail.com*

## MATHEMATICAL EDUCATION IN THE MIRROR OF TIME

Olneva A.B.

*Moscow state University of railway engineering  
(Astrakhan branch); Russia, Astrakhan, a.olneva@gmail.com*

*«... история всякого края, города и местечка составляет  
уже звено, принадлежащее истории государства»  
Михаил Рыбушкин (Записки об Астрахани, 1841г.)*

**Аннотация.** В работе показана история становления системы образования в Астраханской губернии XIX начала XX веков. Используются фрагменты первоисточников, архивные материалы, расширяющие круг знаний о специфике школьного дела в Астраханском крае, о вкладе выдающихся деятелей, меценатов того периода в развитие просвещения указанного периода.

*Ключевые слова:* математика, математическое образование, обучение, воспитание, история педагогики, персоналии.

**Abstract.** The paper shows the history of the formation of the education system in the Astrakhan province of XIX beginning of Ghicov. Fragments of primary sources, archival materials, expanding the scope of knowledge about the specifics of school in the Astrakhan region, on the contribution of prominent figures, philanthropists of the period in the development of the enlightenment period specified.

*Keywords:* mathematics, math education, teaching, education, history of pedagogy, personalities.

Проблемы образования являются сегодня в нашей стране самыми злободневными. Образование и воспитание не существуют отдельно и вне связи с культурой и особенностями различных исторических эпох. Всякое образование – это есть своего рода зеркало, в которое время от времени надо смотреться, соотнося себя с окружающим миром и временем, в котором мы пребываем.

Отметим, что в Концепции математического образования записано: математика является важным элементом национальной культуры, национальной идеи, предметом нашей гордости и конкурентным преимуществом России.

Каждого человека следует научить культуре мысли. Так профессор Александр Яковлевич Хинчин (1894-1959) заявлял, что «первой характерной чертой математического стиля мышления является доминирование логической схемы рассуждения; второй характерной чертой является лаконизм, т.е. кратчайший путь к цели; следующей характерной чертой является точная расчлененность процесса рассуждения и соблюдение точности математической символики» [10, 129].

Известный математик, ученый, педагог мирового масштаба Лев Дмитриевич Кудрявцев (1924-2012) в своих трудах по проблемам математического образования писал, что «Качество и уровень образования, которое получают российские граждане, является одним из самых главных, а, может быть, и самым главным фактором, от которого зависит прогрессивное развитие в экономических, социальных, культурных направлениях и,

следовательно, будущее России...Государство должно решительно проводить политику нравственного воспитания населения страны, средствам же массовой информации следует активно помогать повышению уровня нравственности»[6;10,29].

Прав и академик Дмитрий Сергеевич Лихачев, который утверждал: «Мы часто забываем в последнее время о географическом факторе в человеческой истории. Но он существует, и никто никогда его не отрицал»[7,19]. Значительную роль этот фактор играет и в судьбах России.

Существующая система образования и воспитания прошла долгий и сложный путь. Умелое использование элементов краеведения в учебном и воспитательном процессе вузовского образования открывает широкие возможности в духовно-нравственном воспитании молодежи всех образовательных учреждениях.

Заметим, что самодержавие России держалось правила, сформулированного в отношении народного просвещения Екатериной II (1729- 1796гг.): «...простого народа учить не следует; если он будет иметь столько же познаний, как Вы и я, то не станет уже нам повиноваться, как повинуется теперь» [8,440].

Однако неодолимая сила экономического развития постоянно расширяла потребности в квалифицированных кадрах для промышленности, транспорта, здравоохранения, государственной службы. Самодержавие вынуждено было (даже вопреки собственной природе) время от времени проявлять интерес к просвещению, проводить периодически реформы, подчиняясь духу времени.

В качестве примера приводим краеведческий материал об Астраханской губернии. Город Астрахань, основанный в 1558 году, с самого начала занял в системе российского феодального государства особое место важного порубежного города и торгового центра. Астраханская губерния, одна из крупнейших в Европейской России, являлась с давних пор одним из центров оживленной экономической и духовной деятельности, одним из немногих культурных гнезд, не знавших средневековой замкнутости и приобщенных, к европейскому знанию и культуре.

Пестрота этнического состава населения, разнообразие его занятий и специфика исторических условий, складывавшихся в каждый временной период, самым прямым образом воздействовали на культуру и просвещение народов, проживающих в крае, придавая им черты, характерные для всей губернии.

О систематическом образовании XVI–XVII веков не шло речи. Образование, в основном, дети получали в частном порядке (используя часословие и псалтырь; букварь Кариона Истомина, который появился в 1692г.).

Необходимость открытия в Астраханском крае различных учебных заведений обоснована была в начале XVIII века ученым-просветителем Лейбницем (1646-1716), который писал Петру в 1712г.: «Москва, как столица, Астрахань, Киев и Петербург заслуживают особенного внимания относительно учреждения в них университетов, академий, школ и всего, что к этому относится» [3,19].

В 1719г. Астрахань стала губернским центром. С 1722г. начинается обучение детей и юношества, но материалов о школах того периода очень мало. Важной вехой становится XVIII- начало XX вв. Создаются уездные, сельские и городские начальные училища, средние учебные заведения, положившие начало систематическому образованию в крае. Пошел процесс создания единого образовательного пространства.

В начале XIX в. вся территория России была разделена на шесть округов. Астраханский край входил в Казанский учебный округ, все учебные заведения которого подчинялись Казанскому университету. В Астраханском крае к этому времени было всего два средних учебных заведения, одно уездное малое народное училище и частные школы. Однако, возникали они стихийно, безо всякого на то разрешения. В роли учителей выступали лица разных сословий и профессий. Так, в числе содержателей частных училищ в документах того времени названы: «канонерский мужик» (имя и прозвище неизвестны), у которого было 15 учеников, «булочник Федор Лебедев», имевший 30

учеников, «мужик Михаиле Дмитриев», имевший 10 учеников, «мужичка Пантелеиха» - 8 учеников, «девка Анна Яковлева, казакского попа внушка» - 4 ученика, «попадья Воздвиженского попа» - 2 ученика, «капитанша Феодосия Абрамовичева» - 9 учеников, «церковный сторож Антон Алексеев», три попа, несколько дьяконов[4,176]. Обучение в этих школах было поверхностным, методика - примитивной. Тем не менее в деле распространения знаний среди низших слоев населения они тоже сыграли свою положительную роль.

И все-таки, Астрахань, формально являясь провинцией, сумела избежать провинциализма в сфере духовной жизни, выдвинув немало талантливых деятелей общенациональной культуры. В Астраханской гимназии – светском среднем учебном заведении - работало немало выдающихся деятелей, всю свою жизнь, посвятивших прекраснейшему делу воспитания и образования подрастающего поколения и обучения грамоте взрослого населения. Особо следует выделить в рассматриваемый период просветительскую деятельность учителей, выпускников гимназии, энтузиастов края: И.А. Вейсгопфена, И.В.Добровольского, М.С.Рыбушкина, Н.М.Степанова, А.В.Тимофеева, И.М. Симонова и И.Н.Ульянова.

Иосиф Антонович фон Вейсгопфен (1778-1816), получив образование в Венском университете, - с 1811 года преподавал в Астраханской гимназии немецкий и французский языки. Почти при полном отсутствии учебников и учебных пособий по иностранным языкам для учащихся он составляет один за другим 4 учебника. Копии его руководства по изучению французского языка хранятся и сейчас в отделе редкой книги библиотеки им. Н.К. Крупской г. Астрахани.

Кроме того, вместе со своим соотечественником Кристианом Литке И.А. Вейсгопфен приобрел в Петербурге типографское оборудование и приступил к делу, ставшему главным в его жизни, - изданию газеты "Восточные известия". Газета, издававшаяся с 1813 года еженедельно, имела беспрецедентный успех, ее выписывали не только в Астрахани, но и в Казани, Пензе, Москве[1,110].

Издание газеты прекратилось сразу же после смерти И.А.Вейсгопфена в 1816 г. Просветительскую деятельность Вейсгопфена трудно переоценить, потому что следующая частная газета "Волга" стала выходить в городе Астрахани только в 1862 году - через 46 лет! Да и официальный орган - "Астраханские губернские ведомости" - начал печататься только с 1838 года. Полный комплект «Восточных известий» хранится в отделе редкой книги Казанского университета.

Бескорыстным и неутомимым просветителем Астраханского края был Иван Викентьевич Добровольский - просветитель, педагог, фольклорист-этнограф, композитор, изобретатель оригинального способа нотопечатания, дирижер, скрипач, виолончелист, создатель музыкальных инструментов. И.В.Добровольский работал в Астраханской гимназии с 1812 года. Изучая разнообразный фольклор, записывая звучащие вокруг него напевы многонационального города, Добровольский осуществил собственную мечту об издании музыкального сборника «Азиатский музыкальный журнал», который издавался в 1816-1818 годах литографским способом. В нем печатались песни восточных народов (калмыков, татар, персов, туркмен, ногайцев и других), тексты песен обычно приводились и в оригинале, и в переводе на русский[8,457].

Педагог-просветитель И.В.Добровольский был первым собирателем песен различных народов нашей страны. Следует подчеркнуть, что в ту пору даже мысль об издании этого журнала была смелой. Об успехе начинания И.В.Добровольского позволяет судить и тот факт, что «Азиатский музыкальный журнал» распространялся не только в провинциальной Астрахани, но высылался в Казань, Петербург, Москву, Вятку, Пензу, Томск и другие города.

Известным не только в Астраханской губернии, но и во всем Поволжье просветителем и краеведом был Михаил Самсонович Рыбушкин, выдающийся по своим

способностям человек. Первое достоверное изложение биографии этого просветителя дал казанский исследователь, зав. отделом редкой книги Казанского университета В.В.Аристов в очерке "Адъюнкт Российской словесности", напечатанном в 1975 году. М.С.Рыбушкин (1792-1849), окончивший Казанский университет в 1810 году, посвятил всю свою жизнь просветительской и краеведческой деятельности. В далекую провинциальную Астраханскую гимназию М.С.Рыбушкин был назначен директором в 1835 году. Умудренный жизненным, педагогическим и просветительским опытом, он энергично взялся за дело и много сумел достичь. За годы работы он немало сделал для развития просвещения в крае. "Восьмилетнее управление гимназией Рыбушкина преподавание не только вошло в полноту общего курса, но и умножилось еще введением изучения языков арабского и армянского; число учащихся возросло до 130, между которыми считается ныне 33 из татар и персиян; из оканчивающих курс учеников при нем только начали поступать в Казанский университет...". Кроме административной работы, М.С.Рыбушкин занимался и педагогической деятельностью, поднимал проблему обучения "инородцев" (армян, персиян, татар, калмыков)[8,458].

Значителен вклад М.С.Рыбушкина в краеведение. Книга М.С.Рыбушкина "Записки об Астрахани", изданная в Москве в 1841 г., написана на основе архивного материала и составлена из рассказов о наиболее важных исторических эпизодах: о восстаниях Разина и Пугачева, бунте стрельцов, о торговле астраханской, об армянской и индийской торговых колониях. Книга эта является библиографической редкостью и представляет собой ценный источник для исследователей, так как большинство архивных материалов того времени не сохранилось.

К числу выдающихся общественных деятелей следует отнести уроженца астраханской земли, одного из первых учащихся гимназии Ивана Михайловича Симонова (1794-1855). Учился в Казанском университете вместе с Н.И.Лобачевским. Более сорока лет руководил двумя кафедрами астрономии в университете. Удивительна жизнь этого человека. Астроном, географ, математик, магнитолог, метеоролог, литератор, этнограф, путешественник, просветитель-педагог, методист, ректор И.М. Симонов, несомненно, был незаурядной личностью, сыгравшей значительную роль в деле развития и распространения знаний в нашей стране[9,129].

Николай Михайлович Степанов (1821-1880) был выходцем из мещан Пермской губернии. Высшее образование получил в Казанском университете, где его учителями были известные ученые того времени Н.И.Лобачевский и И.М.Симонов. Н.М.Степанов преподавал математику в Астраханской гимназии в течение двадцати лет (1841-1861). Уже в 1841 г. только прибыв в гимназию, он начал вести научную работу, проводя систематические метеорологические наблюдения и отсылая результаты в Казанский университет. В "Астраханских ведомостях" в 1841 г. была напечатана статья Н.М.Степанова "О метеоре, виденном в Астрахани в 1841 г.", перепечатанная позже многими другими журналами.

В годы учебы в Астраханской гимназии Ильи Николаевича Ульянова (1843-1850) российскую словесность преподавал Александр Васильевич Тимофеев, который в 1841 году окончил с золотой медалью философский факультет Казанского университета и с января 1842 года был утвержден старшим учителем российской словесности и логики Астраханской гимназии. А.В. Тимофеев работал в гимназии 15 лет, до 1857 года[8,460]

Перечень имен и исторических явлений можно продолжать. Герои есть во все времена. И это помогает создавать нравственные идеалы.

Обращаясь к эволюции математического образования, можно обнаружить сложность и оригинальность некоторых заданий (экзаменационных, переводных и каникулярных), предлагавшихся в реальном училище во второй половине девятнадцатого века. Вот некоторые из этих заданий.

**1-ый класс:** 1) Сделать самому выбранную задачу на все 4 действия с простыми именованными числами. 2) Помещик продал землю:  $\frac{2}{5}$  этой земли было занято лесом;

4/15 – лугами, остальные 75 десятин – пахотную землёю. За сколько продан лес, если десятина лугов стоит 150 рублей, а десятина лесу дороже десятины лугов в 12/5 раза?

**2-ой класс**(Арифметика): Из двух городов, расстояние между которыми 380 верст, вышли одновременно два поезда навстречу один другому. Первый в каждый 3,1666... часа проходит 64 1/5 версты, а второй в каждый 0,24 часа проходит 4,32 версты. Через сколько часов они встретятся?

**3-ий класс**(Алгебра): 1) Определить капитал, который дает 169 рублей процентных денег по %, равным  $x$  и вовремя, равное  $y$ . Величины  $x$  и  $y$  равны корням уравнений:

$$1,5x + 5/8(y - 1) = 10,16666\dots$$

$$5, (3) \times (x - 2) - 0,75y = 22,75$$

2) Решить систему уравнений:

$$\frac{3x + 2y}{3^4} - \frac{5(z - 3)}{2^3} = x - \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + z}{y - z} = -\frac{y^2 - z^2}{5x - (3y - 2z) \times 4 = 6}$$

3) Разделить многочлен  $a^2x^2 - 60x^3 + 8a^5 - 12a^4x + 6x^3$  на многочлен  $4x^2 - 3x$  и найти численную величину частного, полагая  $a=4$ ,  $ax$  – равным значению его, полученному после решения уравнения

$$x - \frac{5 - x}{2} = 7 \frac{13}{4}x$$

**4-ый класс**(Геометрия и алгебра):1) Построить равнобедренный треугольник по данному углу при вершине.2) Дана окружность  $r=2\frac{3}{4}$  ф. и точка, лежащая вне круга на расстоянии от центра  $a=3,44\dots$ . Из этих точек провести касательную к кругу и вычислить её длину.3) Решить уравнение  $x^2 + px + g = 0$ , где  $p = -\sqrt[3]{19,683}$ ,  $g = 5,2$

**5-ый класс**(геометрия и тригонометрия): 1) Найти радиус шара, объем которого равен объему правильной шестиугольной пирамиды, имеющей сторону  $a = 0,53286$ ф. и высоту  $h=3,75643$ .2) Найти радиус круга, у которого площадь равна площади треугольника, имеющего сторону,  $a=35, 7846$ ф, а прилегающие к ней углы в  $37^\circ 52' 26''$  и  $12^\circ 38' 48''$ .

**6-ой класс:**1) Три числа, сумма которых  $a$  и произведение  $b$ , составляют арифметическую прогрессию. Найти эти числа.2) Суммы трех чисел, составляющих арифметическую прогрессию равна 108; произведение = 45360. Найти эти числа.[5]. Уровень этих предлагаемых заданий на наш взгляд достаточно высокий.

О состоянии школьного дела в городе и заботе городских властей об образовании в крае можно судить по заметке в «Астраханском справочном листке» за 1866 г.В «Заметке об участии наших городов в издержках на народное образование...» написано, что в среднем по 43 губерниям России на учебные заведения из расчета на одного жителя тратилось 6,9 коп. а по Астраханской губернии - 15,2 коп.». Хотя для тех лет эта цифра и выглядела несколько утешительно, но она не отражала реального состояния дел, так как Астрахань уступала многим городам центральной России и по количеству школ разных типов, и по количеству обучающихся в них. Следует заметить, что на народное образование в Астраханской губернии расходовалось казенных средств в 34 раза меньше, чем на все другие городские нужды[2].

Прошло около 150 лет после той заметки, но, заглядывая в зеркало времени, можно сказать, что в некотором смысле мало что изменилось.

Возвращаясь в день сегодняшний, хочется с печалью констатировать факт не отсутствия ярких, выдающихся личностей(они есть и их не мало в масштабах страны), но ситуация в целом с образованием, в том числе математическим образованием, является

удручающей: ухудшается положение в средней школе, закрываются вузы, кафедры, сокращаются часы на изучение учебных дисциплин, талантливые люди-профессионалы уходят....Место профессионалов занимают иногда случайные в профессии люди.

### Литература

1. Аристов В.В. Астраханские уникамы/ сб. «Все началось с путеводителя.» - Казань: изд-во Казанского университета,1975. -120с.
2. Астраханский справочный листок, 1866, №11
3. Герье В.И. Отношения Лейбница к России и Петру Великому по неизданным бумагам Лейбница в Ганноверской библиотеке(СПб,1871) / сб. «Венок Третьяковскому». - Волгоград: НижнеВолжское изд-во,1976. -103с.
4. Казанский Н. Народное просвещение в Астраханской губернии/Русская мысль.1898, №6 с.176
5. Краткий свод главнейших данных по Астраханскому реальному училищу за 1877 – 1887гг.-Астрахань, 1888. -52с.
6. Кудрявцев Л.Д. Проблемы образования в России. /сб. Трудов Третьей Международной конференции, посвященной 85-летию члена-корреспондента РАН, профессора Л.Д.Кудрявцева. М.: МФТИ, 2008. -356с.
7. Лихачев Д.С. Заметки о русском/М.: Советская Россия,1981. -71с.
8. Ольнева А.Б.Просвещение в Астраханском крае в XIX /История Астраханского края: монография. -Астрахань: Изд-во Астраханского гос.пед.ун-та,2000. -1122с.
9. Ольнева А.Б. Бесценные уроки прошлого: о наследии И.М. Симонова/ Сборник материалов XIX Международной конференции «Математика. Образование» - Чебоксары: Изд-во Чувашского университета. -2011, - 500 с.
10. Хинчин А.Я.О воспитательном эффекте уроков математики. /Педагогические статьи. - М.: Изд-во АПН РСФСР,1963

---

## МАРК ЯКОВЛЕВИЧ ВЫГОДСКИЙ КАК ИСТОРИК МАТЕМАТИКИ (К 50-ЛЕТИЮ СО ДНЯ СМЕРТИ)

Петрова С.С.

**Аннотация.** В статье рассматривается творчество в области истории математики известного советского математика, одного из основателей Советской историко-математической школы М.Я. Выгодского (1898 – 1965).

*Ключевые слова:* основания математического анализа, дифференциальная геометрия, математика Древнего Вавилона, «Начала» Евклида, математика в Москве

**Abstract.** The article discusses the work in the field of the history of mathematics of known Soviet mathematician, one of the founders of the Soviet school in the history of mathematics M.Ya. Vygodskii (1898 – 1965).

*Key words:* foundations of mathematical analysis, differential geometry, Babylonian mathematics, “Elements” of Euclid, mathematics in Moscow

Выдающийся историк математики и педагог, один из создателей Советской историко-математической школы, превосходный геометр и педагог Марк Яковлевич Выгодский родился 2 октября (20 сентября) 1898 г.в Минске. Отец его был инженером-химиком, мать

учительницей музыки. В 1916 г. он закончил гимназию в городе Баку и поступил в Ростовский университет, где его учителем стал Д.Д. Мордухай-Болтовской – выдающийся математик, автор первоклассных результатов в различных областях математики, её истории и философии. Человек левых убеждений Выгодский примкнул к большевикам и оказался активным участником развернувшейся гражданской войны. Оказавшись в большевистском подполье в Ростове-на-Дону, он служил стенографистом в штабе Деникина. Поселившись затем в Москве, он учился и в 1923 г. закончил математическое отделение Московского университета [1, 2]. Преподавать математику он начал сразу по окончании университета вначале в Комуниверситете им. Я.М. Свердлова, а впоследствии и в Институте красной профессуры.

История математика – одно из главных направлений его творчества. Интерес к ней мог пробудить у него Мордухай-Болтовской. Но сама его увлечённость марксизмом была достаточным основанием для появления у него желания постигнуть математику как явление историческое. В 1926 г. он поступил в аспирантуру Института математики и механики Московского университета с намерением заняться именно историей математики. Его научным руководителем стал О.Ю. Шмидт.

Оказавшись в окружении крупнейших математиков своего времени в нужное время и в нужном месте – а именно Московский университет стал тем центром, где в эти годы вызревали предпосылки для зарождения Советской математической школы – этот талантливый и энергичный человек поставил перед собой задачу разработки марксистской истории математики. В университете, где он продолжил свою работу по окончании аспирантуры вплоть до 1948 г., он встретил единомышленника – С.А. Яновскую. В 1933 г. они организовали в университете семинар по истории математики, к руководству которого привлекли человека, со временем выросшего в одного из крупнейших историков математики века – А.П. Юшкевича. Эти три человека и создали Советскую историко-математическую школу – одну из наиболее значительных в истории математики XX в.

Первой историко-математической работой Выгодского стала статья «Платон как математик», опубликованная в *Вестнике Коммунистической Академии* в 1926 г. В этой работе он попытался доказать, что распространённое в литературе мнение о Платоне, как об одном из величайших математиков в истории человечества, является «изобретением» его философских последователей и не имеет под собой никаких оснований. Для этого Марк Яковлевич использовал изощрённую аргументацию, подвергая беспощадной критике неприемлемые для его позиции факты, которые ему удавалось поставить под сомнение, при этом вовсе не используя подобного же оружия против утверждений подтверждающих его тезис. В этом «доказательстве» его вела абсолютная уверенность в порочности «враждебных идеологических установок» и непоколебимая вера в истинность марксистского подхода. В 1929 г. в журнале *Естествознание и марксизм* Выгодский опубликовал работу «Понятие числа в его развитии», в которой предложил диалектико-материалистический анализ процесса развития понятия числа. В обеих этих статьях он выступил прежде всего как идеолог. Но будучи по природе своей прежде всего исследователем, он видел своей целью построение строго научной истории развития математического знания.

Свою программу построения марксистской истории математики он изложил в докладе «Проблемы истории математики с точки зрения марксизма» на I-ом Всесоюзном съезде математиков, проходившем летом 1930 г. в Харькове. Согласно этому докладу в основу исследований должен был быть положен единственный научный взгляд на развитие математики как на процесс, определяемый практическими потребностями общества и связанный внутренней причинной связью. Он выделил следующие задачи, стоявшие перед исследователем-марксистом: 1) установление связей между историей математики и историей культуры; 2) проблему «классовой природы математики»; 3) конструирование «исторической интерполяции» в процессе развития математики в тех случаях, когда наука не располагает достаточным фактическим материалом. Проблему «классовой природы



математики», которая «существует как таковая только для марксистов», он рассматривал тогда как центральную, ибо её решение, по мнению Выгодского, позволяло выявить скрытые причины, управлявшие ходом процесса развития математики, и направить в научное русло производимую исследователем интерполяцию. Следует заметить, проблема «классовой природы математики», казавшаяся в то время столь актуальной и так отчётливо прозвучавшая в ранних работах Выгодского, мало по малу отошла на второй план, хотя оставалась в подтексте исследований не только Выгодского, но и многих советских историков математики, получивших воспитание в 30-ых – 40-ых гг.

Реализация подобной амбициозной программы предполагала целенаправленную широкомасштабную деятельность коллектива учёных, которого на тот момент ещё не существовало и который ещё нужно было создать. Такую задачу перед математическим сообществом мог выдвигать лишь человек, занимавший в сообществе достаточно серьёзные позиции. И такого положения к началу 30-ых гг. Выгодский достиг.

Московская биография Марка Яковлевича началась в период, когда советское руководство лишь начинало наводить свои порядки в научной и образовательной среде. Одним из первых объектов, на который было обращено внимание партийных идеологов, стало студенчество. Из его среды изгонялись выходцы из эксплуататорских классов: был запрещён их приём в высшие учебные заведения, постоянно проводились «чистки», целью которых было исключение из числа студентов лиц, сумевших при поступлении скрыть своё «гнилое» происхождение. Сложнее обстояло дело с преподавателями – подавляющее их большинство по своему духу было старорежимным. Сменить же в одночасье таких преподавателей на новых, преданных делу революции, было невозможно. Отстраняя от преподавания самых одиозных (таких как Д.Ф. Егоров) и до поры до времени мирясь с теми, кто был лоялен к новой власти, необходимо было воспитывать новое поколение сотрудников Советов, что было делом времени и не такого уж малого. Тем более ценными для новой власти оказывались лица, подобные Выгодскому – учёные и педагоги высшей квалификации, пользовавшиеся авторитетом в профессиональных кругах и имевшие при этом большевистские убеждения. Число таких людей в те годы было очень невелико, что и объясняет их исключительную востребованность.

В сентябре 1930 г. был арестован Егоров – недавний директор института математики и механики Московского университета, действующий президент Московского математического общества и глава редакции основного математического журнала того времени – «Математического сборника». Московское математическое сообщество вступило в эпоху кризиса, все названные московские математические институты оказались под ударом. Выгодский в тот период оказался одним из наиболее активных деятелей тогдашнего математического сообщества: он входил в состав президиума Всесоюзной математической ассоциации, в начале 30-ых руководил Институтом и являлся вице-президентом Общества. Он занимал также важное положение в Государственном технико-теоретическом издательстве, в 1932–33 гг. даже был главным его редактором. Обладая таким административным ресурсом, он был вправе выдвигать амбициозные программы и имел возможности способствовать их реализации.

Так по издательской линии он способствовал публикации переводов наиболее важных историко-математических трудов того времени. Были изданы русские переводы книг выдающегося датского математика и историка математики Г.Г. Цейтена «История математики в древности и в средние века» (1932) и «История математики в XVI и XVII веках» (1933), «Хрестоматия по истории математики» Г. Вилейтнера в четырёх выпусках (1932-1934; второе издание уже в одной книжке – 1935), первый том «Лекций по истории античных математических наук» Отто Нейгебауэра (1937), первая часть «Лекций о развитии математики в XIX столетии» Ф. Клейна (1937). К изданию каждой из этих книг он приложил руку – редактировал перевод или писал вступительную статью.

Хорошо подобранная библиотека современных книг по истории математики стала

одним из оснований для воспитания первого поколения советских историков математики. Другим важным предприятием, способствовавшим успешному становлению советской школы, стала развернутая Марком Яковлевичем работа по изданию сочинений классиков математической мысли. К этой деятельности он привлёк лучшие научные силы того времени: среди них С.Я. Лурье, Мордухай-Болтовской, П.С. и А.П. Юшкевичи. И, конечно, что было для него естественным, многое в этих трудах он взял на себя. В 1935 г. была издан перевод «Новой стереометрии винных бочек» И.Кеплера, к которому он написал вступительную статью. Труд Кеплера для Выгодского – важнейшее звено в цепочке открытий, приведших к созданию дифференциального и интегрального исчисления. Основной линией в истории создания анализа, как считал Выгодский, было развитие атомистических методов, восходящих к Демокриту. Именно этими методами, полагал он, руководствовался Архимед, именно эту архимедову традицию развивал Кеплер. В 1936 г. свет увидел выполненный под его редакцией перевод «Приложений анализа к геометрии» Г. Монжа. Выгодский выступил также автором вступительной статьи – превосходного очерка начального этапа развития дисциплины, а также обширного комментария к тексту Монжа.

Следующим шагом в изучении Выгодским истории оснований математического анализа должен был стать XVIII в., где ключевой фигурой выступал Л. Эйлер. Его творчество оставалось объектом напряжённого внимания Марка Яковлевича на протяжении всей его жизни. В 1949 г. он опубликовал свой перевод эйлеровского «Дифференциального исчисления». Этому переводу он предпослал «Вступительное слово», в котором предложил свой ответ на вопрос о том, почему математики XVIII в., в том числе Эйлер, не вступили на тот путь, который проложили в следующем столетии Гаусс, Больцано, Абель и Коши. Никому из математиков XVIII столетия, писал Выгодский, «не удалось создать *действующего* аппарата, который мог бы выдержать логическую критику» оппонентов, хотя попыток такого рода было предпринято немало. «Чтобы понять, почему упомянутые попытки не достигали цели, мы должны, – писал он, – обратить внимание на то, что математика XVIII в. имела своеобразный идеал строгости... если античный идеал строгости состоял в согласованности рассуждений с установившимися формальными нормами, то идеал строгости в XVIII в. состоял в согласованности с законами природы». В 1956 г. вышел осуществлённый им вместе с Лурье перевод первого тома эйлеровского «Интегрального исчисления», к которому он также написал предисловие. Результаты, полученные Марком Яковлевичем в изучении достижений Эйлера в области дифференциального и интегрального исчисления – его переводы, а также анализ трудов великого учёного – стали одной из вершин его творчества. Главное, что интересовало Выгодского – основания анализа в понимании Эйлера, формировавшиеся в ходе конкретных его исследований, их связь с идеями предшественников и современников, характер их зависимости от внешних (прежде всего мировоззренческих) факторов. Эти результаты стали подлинными образцами для отечественных исследователей, только приступавших к изучению истории математического анализа. Его полемика по целому ряду вопросов, связанных с творчеством Эйлера, с крупнейшим знатоком вопроса Юшкевичем составила одну из наиболее ярких страниц в отечественной историко-математической мысли.

К её наивысшим достижениям, кроме уже затронутых нами его работ следует отнести также его исследования о математике в Древности и математике в России. К изучению математики Древнего Вавилона он обратился во второй половине 30-ых гг. Именно эта тематика стала предметом его докторской диссертации, защищённой в 1940 г. и опубликованной в *Успехах математических наук* в 1940 – 41 гг. Тщательный анализ клинописных текстов стал основанием для создания оригинальной картины развития вавилонской математики, питаемой задачами, возникавшими в хозяйственной жизни древних государств. Согласно Выгодскому, именно многообразие практических задач вычислительного характера стало той питательной почвой, на которой и выросла

древнеавилонская математическая традиция. Этот цикл исследований он подытожил в монографии «Арифметика и алгебра в древнем мире» (1941; 2-е изд. 1967).

В центре внимания Выгодского всегда оставались евклидовы «Начала», переводом которых занялся его учитель – Мордухай-Болтовской. Перевод вышел при его редакционном участии в 1949 – 50 гг. Одновременно в первом выпуске *Историко-математических исследований* появилась его статья «“Начала” Евклида», в которой содержание евклидова труда ставилось в связь с философской ориентацией великого автора. Отсутствие в энциклопедическом компендиуме ряда важных античных теорий (и, конечно, восходящих к Демокриту атомистических теорий, столь высоко ценимых Марком Яковлевичем) объяснялось платонизмом Евклида.

Оказавшись в эвакуации в Алма-Ате, он начал заниматься математикой средневекового Востока. Под его руководством его среднеазиатские ученики начали разработку средневековой тематики. В диссертации М.И. Медового по коммерческой арифметике в арабских школах содержалось важное историко-математическое открытие – появление отрицательных чисел у математика IX века Абу-л-Вафы.

Будучи человеком, часть жизни которого оказалось связанной с Московским университетом, он не мог пройти мимо математических страниц его истории. В первом выпуске *Историко-математических исследований* он опубликовал работу «Математика и её деятели в Московском университете во второй половине XIX века», которая по сию пору читаема и широко используется.

История математика преломлялась в его педагогической деятельности, в его учебниках и знаменитых справочниках по элементарной и высшей математике. Характерная черта этих книг – насыщение их историческими материалами. Как считал Выгодский, правильное использование этих материалов в педагогической практике служит, во-первых, формированию у учащегося представления о связи изучаемой абстрактной теории с жизненной практикой – история понятия или метода приводит, как правило, к конкретной практической задаче, решение которой и вызвала к жизни это понятие или метод. Во-вторых, подчас, с чисто педагогической точки зрения, более оправданным начинать изложение теории не в той законченной форме, к какой её привёл длительный ход исторического развития, но приступать к рассказу о ней, следуя логике этого развития – начиная с первоначальной её формы – пусть с современной точки зрения нестройной, но более понятной учащемуся.

Если начало 30-ых гг. было для Марка Яковлевича временем расцвета не только научной, но и педагогической, издательской и общественной деятельности, то в середине десятилетия в его биографии случился перелом, причины которого крылись в общеполитических событиях тогдашней жизни. На фоне ухудшения общей политической ситуации в Европе нарастал вал политических репрессий в нашей стране. Не миновали они и науку, в частности, математику: борьба с егоровщиной, «дело академика Лузина» и др. Выгодский в начале этих событий – личность в сообществе очень заметная. Такие люди часто становятся мишенью разного рода интриг, в этот период интриг с политическим подтекстом. «Доброжелатели» обвинили Выгодского в предательстве во время его пребывания в большевистском подполье в Ростове во время гражданской войны. Впрочем, никаких доказательств у обвинителей не было и вначале ему удалось защититься, хотя положение его пошатнулось. Но радоваться было рано. В 1934 г. вышла в свет его книга «Галилей и инквизиция. Часть 1. Запрет пифагорейского учения», в которой он доказывал, что укоренившаяся в литературе легенда о борьбе Галилея с католической церковью является не более чем мифом. Что на самом деле он оставался верным сыном церкви и пытался утвердить систему Коперника не в борьбе с ней, но в сотрудничестве. Разумеется, такая трактовка известного исторического эпизода не понравилась многим из партийных идеологов, однако, и это не стало бы для Выгодского фатальным, если бы книга не получила положительную оценку папского престола, что до конца раскрыло «доброжелателям» «подлинное лицо» Выгодского. В 1935 г. он был

исключён из партии «как оторвавшийся от партийной жизни и в своих работах протаскивающий чуждые марксизму взгляды». Разумеется, он был немедленно удалён со всех руководящих постов. Отныне он был человеком, который в каждой анкете в соответствующей графе должен был указывать: исключён из партии и обозначать причину исключения. В реалиях советской жизни он становился человеком поражённым в правах. И эта «чёрная метка» преследовала его всю жизнь. Он был вынужден оставить механико-математический факультет Московского университета и в 1952 г. переехать в Тулу, где до самого выхода на пенсию в 1960 г. работал профессором Тульского педагогического института. С 1963 и до самой смерти он состоял профессором-консультантом Тульского горного института.

Умер Марк Яковлевич 26 сентября 1965 г. в Пятигорске, куда отправился на отдых. К сожалению, судьба распорядилась так, что его педагогическая деятельность, кроме 30-ых годов и короткого послевоенного промежутка протекала вдали от Московского университета и возможности выбора учеников (а преподавал он по большей части либо будущим учителям, либо инженерам) были у него очень ограничены. Тем не менее ему удалось вырастить ряд превосходных историков математики. Однако, не впадая в преувеличение, можно сказать, что все советские историки математики были его учениками. Они воспитывались на его замечательных работах и идеях Советской школы историков математики, одним из создателей и классиков которой он был.

### Литература

1. Бронштейн И.Н., Маркушевич А.И., Позняк Э.Г., Розенфельд Б.А., Юшкевич А.П. Памяти Марка Яковлевича Выгодского // Успехи математических наук. 1967. Т. 22. Вып. 5 (137). С. 203 – 206.
2. Розенфельд Б.А. Марк Яковлевич Выгодский и его работы по истории математики / Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в Древнем мире. Изд. 2. М. 1967. С. 350 – 362.

---

## КОЛИН МАКЛОРЕН (1698-1746) И МЕТОД СХОДЯЩИХСЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ В ЕГО «ТРАКТАТЕ О ФЛЮКСИЯХ» 1742 ГОДА

Синкевич Г.И.

*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,  
Санкт-Петербург, Россия  
galina.sinkevich@gmail.com*

**Аннотация.** Метод сходящихся последовательностей начал формироваться в работах Архимеда при вычислении длин, площадей и объёмов. Своё продолжение он получил в работах Б. Кавальери, Дж. Грегори; был развит Маклореном. Обоснование метода было продолжено в работах К. Гаусса, Б. Больцано, О. Коши, Г. Дарбу, и завершено Г. Кантором как метод вложенных отрезков на языке последовательностей Коши-Кантора.

*Ключевые слова:* метод сходящихся последовательностей, лемма о вложенных отрезках, Архимед, Грегори, Маклорен.

**Abstract.** The method of convergent sequences began to form in Archimedean' works when he calculated lengths, areas and volumes. The researches were continued by B. Cavalieri, J. Gregory; the method was stated by C. Maclaurin. Justification of the method has been continued in works of K.Gauss, B. Bolzano, A. Cauchy, G. Darboux, and completed by G. Cantor as a method of nested (closed) intervals in terms of Cauchy-Cantor sequences.

*Keywords:* Archimedes, Gregory, Maclaurin, method of convergent sequences, nested intervals.

Колин Маклорен (МакЛорин) родился в приходе Кильмодан области Хайленд на западе Шотландии, в семье священника. Осиротев в 8 лет, воспитывался в семье дяди, священника соседнего прихода. Мальчик овладел латынью и греческим и в 11 лет поступил в университет Глазго. Его профессором был Роберт Симсон (1687-1768), математик, переводчик и издатель античных математиков. Его любовь к чтению первоисточников передалась Маклорену, увлечшемуся Евклидом, а затем Архимедом. В 15 лет Маклорен окончил университет и получил диплом магистра, написав диссертацию о силе тяготения.

В 15 лет Маклорен получил первые математические результаты, защитив магистерскую диссертацию о силе тяготения. Последующий год был посвящён подготовке к должности пастора, но господствующий кальвинизм вызывал протест Маклорена. Он посвятил себя занятиям математикой, прожив 4 следующих года у дяди. Его математическая подготовка настолько возросла, что его пригласили занять профессорскую кафедру в Абердине (Marischal College, Aberdeen). Маклорену ещё не исполнилось 19 лет. Он выдержал 10-дневные испытания и стал самым молодым профессором<sup>1</sup>. В 1719 году Маклорен привёз в Лондон свою «Geometria organica, sive Descriptio linearum curvarum universalis» (Органическая геометрия или описание линий кривых, издана в 1720 году). Тогда же он стал членом Лондонского королевского общества за две своих работы, опубликованные в «Philosophical Transactions» в 1718 и 1719 годах, о кривых различных порядков и о построении кривых. Маклорен познакомился с Ньютоном и Галлеем. Дружбу с Ньютоном он считал величайшим счастьем своей жизни.

В 1722 году Маклорен отправился в континентальную Европу в качестве наставника сына лорда Полверса (Lord Polwarth)<sup>2</sup>. Они посетили Францию, где Маклорен познакомился с ведущими математиками Франции, и поселились в Лотарингии. Маклорен написал труд о гравитации, который в 1724 году получил приз Парижской академии наук. В Монпелье его подопечный умер от внезапной лихорадки, и Маклорен вернулся в Абердин. Вместо летних каникул они провели в Европе три года. Длительное отсутствие Маклорена вызвало недовольство Совета колледжа университета Абердина; было назначено рассмотрение его проступка, он был прощён, но вскоре перешёл в Эдинбургский университет, где сначала замещал (deputy) престарелого профессора Джеймса Грегори<sup>3</sup>, а после его ухода занял его место.

Ньютон принял горячее участие в судьбе Маклорена, рекомендовав его в Эдинбургский университет и даже выразив желание платить ему жалование, буде в университете не найдётся денег. Сохранилось письмо Ньютона к Маклорену: «Я очень рад узнать, что у вас есть перспектива совместной работы профессором математики в Эдинбурге с господином Джеймсом Грегори, не только потому, что вы мой друг, но и в силу ваших способностей и осведомлённости в последних достижениях математики, равно как и в полном знании её состояния. Сердечно желаю вам прочного успеха и буду

---

<sup>1</sup> Лагранж в 19 лет тоже стал преподавателем, но не был профессором.

<sup>2</sup> По другим источникам, он был наставником и компаньоном Джорджа Юма, сына 2-го графа Марчмонта.

<sup>3</sup> Джеймс Грегори (1666-1742), профессор математики и племянник известного математика Джеймса Грегори (1738-1675), брат астронома и математика Давида Грегори (1659-1708).

рад услышать о вашем избрании. Искренне ваш верный друг и покорный слуга И. Ньютон<sup>4</sup>» [1]. Второе письмо было адресовано Лорду Ректору Эдинбурга, без ведома Маклорена: «Я с радостью понимаю, что мастерство господина Маклорена в математике имеет по праву заслуженную хорошую репутацию в своей среде; чтобы заверить вас, что я не обольщаюсь по его поводу, а также способствовать его вхождению в должность заместителя господина Грегори, я готов (если вы позволите) ежегодно вносить двадцать фунтов в его обеспечение, пока не освободится место господина Грегори и пока я жив, я буду выплачивать это на его счёт в Лондоне<sup>5</sup>» [1].

Маклорен был принят в университет Эдинбурга, ему было назначено жалование от университета. В Абердине об этом узнали из газетных новостей. Маклорен серьёзно отнёсся к своим новым обязанностям, заявив, что «он вынужден распределить более сотни молодых джентльменов, ежегодно посещающих его лекции, и имеющих различную подготовку и навыки, на четыре или пять классов, с каждым из которых он будет работать целый час ежедневно с первого ноября по первое июня<sup>6</sup>» [1,2].

Обычно занятия начинались в семь часов утра. В первый год изучалась общая и десятичная арифметика, Евклид, плоская тригонометрия, логарифмы с приложениями к геодезии и фортификации, элементы алгебры; раз в две недели были лекции по географии.

На второй год он читал лекции по алгебре, измерению тел, сферической тригонометрии и учение о сфере и кониках, с применением к артиллерии, астрономии и оптики. На третий год он читал курс, включающий перспективу, астрономию и оптику, Начала (Евклида), прямой и обратный метод флюксий. Кроме того, с декабря по апрель трижды в неделю он давал демонстрации прикладной философии и, время от времени, практической астрономии, а также теории вероятности.

Он был блестящим лектором, и современники ценили его приятный голос и яркое воображение. «Все лекции господина Маклорена отличались такой ясностью метода и изложения, что его доказательства редко нуждались в повторении; он так заботился о ясности изложения для своих учеников, что, если в какой-то момент ему казалось, что они неполно усвоили смысл, или при тщательной проверке он обнаруживал, что они не могли легко доказать обоснованные им теоремы, он более склонялся к тому, что сам использовал неясные выражения, нежели к тому, чтобы требовать от них ума или внимания; и поэтому он повторял доказательство другим способом или пытался изложить вопрос в ином освещении для того, чтобы они получили о нём лучшее представление» [2].

В 1727 году умер Ньютон, их восьмилетняя дружба принесла свои плоды в творчестве Маклорена, в зрелом и систематическом изложении трудов Ньютона.

К 1733 году Маклорен «жил холостяком, но созрев как для общества, так и для размышлений, и, желая объединить более изысканные и тонкие наслаждения с философией, женился на Анне, дочери Вальтера Стюарта, заместителя генерального прокурора при последнем короле Шотландии. У них родилось семеро детей» [2].

Маклорен многое сделал для развития интеллектуальной жизни Эдинбурга. В 1739 году он предложил Медицинскому обществу Эдинбурга расширить тематику публикаций,

---

<sup>4</sup> "I am very glad to hear, that you have a prospect of being joined to Mr James Gregory in the Professorship of the mathematics at Edinburgh, not only because you are my friend, but principally because of your abilities, you being acquainted as well with the new improvements of mathematics, as with the former state of those sciences. I heartily wish you good success, and shall be very glad of hearing of your being elected; I am, with all sincerity, your faithful friend and most humble servant, I Newton".

<sup>5</sup> "I am glad to understand that Mr Maclaurin is in good repute amongst you for his skill in mathematics, for I think he deserves it very well; and to satisfy you that I do not flatter him, and also to encourage him to accept the place of assisting Mr Gregory, in order to succeed him, I am ready (if you please to give me leave) to contribute twenty pounds per annum towards a provision for him, till Mr Gregory's place become void, if I live so long, and I will pay it to his order in London".

<sup>6</sup> "upwards of a hundred young gentlemen attending his lectures every year, who being of different standing and proficiency he was obliged to divide them into four or five classes, in each of which he employed a full hour every day, from the first of November to the first of June".

добавив физику и историю античности, что позже, уже после его смерти, привело к созданию Королевского общества Эдинбурга. Маклорен участвовал в проектах, среди которых были организация исследований опасных участков шотландского побережья, подготовка таблиц смертности фонда вдов и сирот из семей священников и профессоров университетов, создание физической лаборатории и обсерватории в университете<sup>7</sup>; планы строительства университета, от которых пришлось отказаться из-за неустойчивости политической ситуации. В 1740 году Парижская академия наук присудила ему премию за работу о приливах и отливах («De causa physica fluxiis et refluxiis maris»). Премия была разделена между ним, Даниилом Бернулли и Леонардом Эйлером.

Известна роль Маклорена в обороне Эдинбурга. В конце августа 1745 началось Второе восстание якобитов, войска Стюартов двинулись к Эдинбургу. Маклорен, как приверженец вигов, одним из первых осознал эту опасность и в течение двух недель обороны Эдинбурга принял на себя заботы об охране городских стен, организации и вооружения добровольцев, укреплении порта и шлюзов. Работа под руководством Маклорена велась днём и ночью. Но он сталкивался со скрытым противодействием сторонников тори в руководстве города. В эти дни Маклорен вёл дневник, который сохранился и опубликован. Город был сдан 16 сентября. У Маклорена не было иного выбора, кроме как бежать из города. Ночью он отправился верхом в Англию, к архиепископу Йоркскому, который с радостью предоставил ему убежище. Как с горечью писал об этом Маклорен, «он жил там настолько счастливо, насколько может человек в неизвестности о судьбе своей семьи, который видит разорение своей страны»[2]. В декабре он счёл безопасным вернуться в Эдинбург. Зима была холодная и снежная, путешествие было трудным, к тому же Маклорен упал с лошади. В Эдинбурге он вновь начал работать, хотя обстановка была беспокойной. Как он писал 14 декабря капеллану архиепископа, «сегодня открылся колледж, но перспективы сомнительны. В умах брожение, за эти несколько дней якобитов всё больше в общественных местах города»[1]. Его жена тоже получила свою долю неприятностей. «Не менее восьми мужчин квартировали в моём доме, что намного превосходит его вместительность; повод очевиден. Моя жена, несмотря на недомогание, вынуждена их кормить, чтобы избежать грабежа»[1].

К этому времени сам Маклорен был болен, его болезнь, водянка, прогрессировала, несмотря на лечение. Он по-прежнему продолжал писать заключительные главы своего изложения философии Ньютона: «трудно сказать, насколько нужно и полезно сразу постигать знание; следует овладевать знаниями постепенно, чтобы, сравнивая новые объекты или новые открытия с уже нам известными, получить полное и систематическое представление; мудрый человек должен пройти через некое младенчество знаний, далёкое от нужд практики»<sup>8</sup>[2].

Зрение Маклорена слабело. 14 июня 1746 года в возрасте 48 лет Маклорен умер. Похоронен в Эдинбурге [3].

Другие его сочинения: «De linearum geometricarum proprietatibus generalibus tractatus», «Трактат алгебры», «Трактат флюксий» (Эдинбург, 1742), «Изложение философских открытий Ньютона» (Лондон, 1748). В «Трактате о флюксиях» Маклорен использовал ряды Тейлора<sup>9</sup> для характеристик экстремумов и точек перегибов.

Разложения функций в окрестности нуля имели более раннюю историю, ещё до Грегори и Ньютона, прежде чем они получили имя Маклорена. Некоторые разложения,

---

<sup>7</sup> Маклорен предложил финансировать обсерваторию из сборов, полученных за его лекции по практической физике.

<sup>8</sup> We know not how far it is proper or necessary that we should not be let into knowledge at once, but should advance gradually, that, by comparing new objects, or new discoveries, with what was known to us before, our improvements might be more complete and regular; or how far it may be necessary or advantageous, that intelligent beings should pass through a kind of infancy of knowledge.

<sup>9</sup> 1715 г.

например, для арктангенса, были известны ещё в Индии XIV века. Но именно изложение Маклорена как наиболее удобное в применении и педагогически понятное, сделало их популярными не только в Англии и России, но и в Европе XVIII и XIX веков, где он и Тейлор были самыми цитируемыми английскими математиками, даже у Коши, который почти никого не цитировал. В России работы Маклорена высоко ценил Эйлер, продолживший его работы, в частности, в области техники интегрирования эллиптических функций. Независимо от Маклорена и одновременно с ним Эйлер получил формулу Эйлера-Маклорена.

Маклорен занимался задачами небесной механики, в том числе проблемой притяжения эллипсоидов и равновесием сплюснутых сфероидов.

После смерти Маклорена, в 1748 г., был опубликован его «Трактат об алгебре» (*Treatise of Algebra*), где приведены правила решения линейных и квадратичных систем для 2 и 3 неизвестных, рассмотрен случай 4-х неизвестных. Эта публикация предшествовала более общей работе Крамера, появившейся 2 года спустя. В качестве приложения к этому посмертному изданию Маклорена был «*Tractatus de Linearum Geometricarum Proprietatibus generalibus*» как продолжение его «Геометрии органика».

Здесь мы рассмотрим один из аспектов, изложенный в его «Трактате флюксий», содержащем систематизированное и понятное изложение метода Ньютона. Трактат был написан с целью защитить позицию Ньютона от критики Дж. Беркли (в сочинении «Аналист», 1734).

Маклорен стремился показать близость метода Ньютона и античного метода исчерпываний. Созданный Евдоксом и изложенный в «Началах» Евклида, метод исчерпываний был гениально использован Архимедом в «Досифеевском цикле» - пяти работах, посвящённых вычислению длин, площадей и объёмов. Архимед приближал искомую величину последовательностями величин с избытком и недостатком, и показывал, что искомое значение не может быть соответственно не больше и не меньше этих величин; либо показывал, что отношение приближающих величин приближается к единице.

В XVII веке этот метод продолжил итальянский математик, ученик Галилея, Б. Кавальери (1598-1647). Его традицию перенял шотландский математик Джеймс Грегори, который во время пребывания в Италии в 1664-1667 годах учился у Стефано дельи Анджели (*Stefano degli Angeli*), ученика Кавальери. В Пизе в 1668 году вышли две книги Грегори «Истинная площадь круга и гиперболы» и «Общие разделы геометрии»[5, 6], где, как он сам пишет, применяется метод Архимеда для вычисления криволинейных площадей, но, в сочетании с более удобным и кратким методом неделимых, принадлежащим Кавальери.

Грегори, выражая все соотношения в пропорциях вписанных и описанных фигур, строил последовательности, приближающиеся к истинному значению площади гиперболического сегмента с избытком и недостатком. Таким образом, традиция Архимеда получила новое развитие на базе метода неделимых, что позволило упростить работу с пропорциональными величинами (длинами, площадями и объёмами). Грегори впервые применил термин «сходимость».

Маклорен видел трудности для начинающих понимания метода на языке пропорций<sup>10</sup>, и недостаточную обоснованность метода неделимых<sup>11</sup>. Он допускал использование бесконечно малых в геометрии, как это делал Ньютон: «Были и такие, кто допускал большее использование бесконечно больших и бесконечно малых в геометрии. Из их числа сэр Исаак Ньютон... Он рассматривал величины, образуемые потоком или движением, и показал, что скорости образуемых движений должны быть сравнимы друг с

<sup>10</sup> И в отсутствии понятия функции, возникшего впервые у Лейбница.

<sup>11</sup> Так как это учение не согласуется с принципами строгой геометрии, то вскоре оказалось, что в нём содержится опасность получения ложных выводов – Метод флюксий, с.1.



другом. В этой доктрине всё естественно и согласно античной геометрии. Но то, что он изложил этот предмет очень кратко, его лаконичность, создало повод для упреков его методам» [7, с. 2].

«Когда уверенность в любой части геометрии поставлена под сомнение, наиболее действенным способом, чтобы пролить на истину полный свет, и предотвратить споры, будет вывести её из аксиом или первичных принципов с помощью безупречного доказательства, по обычаю античных геометров. Это составляет наше намерение в этом трактате, в котором мы намерены не переделывать понятие флюксии сэра Исаака Ньютона, а объяснить и обосновать его метод путём умозаключений (дедукции) из нескольких очевидных истин, в таком строгом порядке, и интерпретируя его, абстрагироваться от всех принципов и постулатов, которые могут потребовать воображения каких-то величин, но так, чтобы легко можно было представить себе их реально существующими. Мы не будем рассматривать какую-либо часть пространства или времени как неделимую или бесконечно малую; но нам придётся рассматривать точку как предел (as a term or a limit) линии, а момент как предел (as a term or a limit) времени: и не будем разлагать кривую линию или криволинейную поверхность на прямолинейные элементы любого рода. В ходе реализации принципов этого метода мы будем лучше воспринимать это, избегая таких предположений: но после того будут продемонстрированы короткие и лаконичные способы выражения, хотя они и менее точны, но допустимы, если нет опасности появления в науке неопределённости или неясности из-за их применения, или от их употребления в диспутах. Метод обоснования, который был изобретён автором флюксий, точен и элегантен; но мы полагаем начать несколько иным способом, менее удалённым от методов древних, что позволит облегчить переход к его методу для начинающих (для кого, главным образом, и предназначен этот трактат), и устранить некоторые возражения, направленные против него» [ibid., с. 2-3].

«У них был фундаментальный принцип, что разность двух любых неравных величин, из которых большая превышает меньшую, может быть сложена сама с собой столько раз, что она превысит любую предложенную конечную величину того же рода; и так или иначе они основывали свои пропорции в отношении криволинейных фигур на этом принципе, что очевидно из доказательств и из чётко выраженных высказываний Архимеда, который признаёт, что это основа, на которой он установил свои открытия, и ссылается на это как на принятое античными авторами в доказательстве всех такого рода пропорций. Но этот принцип кажется несовместимым с допущением бесконечно малых величин или разностей, которые, будучи многократно сложены сами с собой, никогда не станут равными никакой конечной величине» [ibid., с. 4].

«Для того, чтобы эти общие рассуждения, с помощью которых они доказывали все свои теоремы такого рода, можно было бы раскрыть более лёгким способом, мы будем представлять круги и многоугольники с помощью прямых линий, таким же образом, как выражаются все величины в пятой книге Элементов» [ibid., с. 5].

Пусть отрезки прямых  $AB$  и  $AD$  представляют две круговые области, которые мы сравниваем; и пусть  $AP$ ,  $AQ$  представляют два любых многоугольника, вписанных в эти окружности. Если две переменные величины  $AP$  и  $AQ$ , находятся в неизменном отношении друг к другу, приближаясь в то же время к двум определённым величинам  $AB$  и  $AD$ , так что они могут отличаться менее, чем на любую назначенную величину, то отношение этих пределов  $AB$  и  $AD$ , должно быть таким же, как неизменное отношение величин  $AP$  и  $AQ$ : и это можно рассматривать как наиболее простую и фундаментальную пропорцию этой доктрины, с помощью которой мы получаем возможность сравнивать криволинейные пространства в некоторых более простых случаях<sup>12</sup>» [7, с. 6].

<sup>12</sup> Ссылка на изображение:

[https://ia601404.us.archive.org/BookReader/BookReaderImages.php?zip=/24/items/atreatisefluxio00conggoog/atreatisefluxio00conggoog.tif.zip&file=atreatisefluxio00conggoog.tif/atreatisefluxio00conggoog\\_0020.tif&scale=2&rotate=0](https://ia601404.us.archive.org/BookReader/BookReaderImages.php?zip=/24/items/atreatisefluxio00conggoog/atreatisefluxio00conggoog.tif.zip&file=atreatisefluxio00conggoog.tif/atreatisefluxio00conggoog_0020.tif&scale=2&rotate=0)

Маклорен усиливает это классическое положение следующим построением: «В общем, пусть любая определённая величина  $AB$  будет всегда пределом между двумя переменными величинами  $AP$ ,  $AQ$ , которые по предположению приближаются к этому пределу и друг к другу, так что разность между ними может стать меньше любой назначенной величины, или так, что отношение  $AP$  к  $AQ$  может стать меньше, чем любое заданное отношение большей величины к меньшей. Предположим также, что любая другая определённая величина  $ab$  является пределом между переменными  $ap$  и  $aq$ , и  $aq$  будет всегда равна  $AQ$ , либо меньше её, и пусть  $ap$  будет или равна  $AP$  или больше её» [7, с. 10]. Маклорен показывает, что пределы  $AB$  и  $ab$  будут равны друг другу<sup>13</sup>. При этом все величины у него расположены на отрезке, то есть наглядны. Иными словами, если

$AP < AB < AQ$ ,  $\frac{AP}{AQ}$  ограничено отношением большей величины к меньшей, и если

$AP \leq ap < ab < aq \leq AQ$ , то  $ab = AB$ .

В XIX веке, когда в математику придёт понятие функции, это построение приведёт к возникновению критерия сходящихся последовательностей Больцано (1817) и Коши (1821), к формулировке теоремы о двух последовательностях, возникшей как поризм (вспомогательный приём, впоследствии получивший статус фундаментального результата) в работах Коши 1821 и 1823 годов. Далее этот принцип будет воплощён в лемму о вложенных отрезках Кантора, войдя вместе с аксиомой Архимеда в аксиоматику действительного числа.

## Литература

1. Schlapp R. Colin Maclaurin: A Biographical Note / Edinburgh Mathematical Notes, 1946. - No 37, p.1-6.
2. Turnbull H.W. A lecture in Aberdeen on 4 February 1947 to celebrate the bi-centenary of the death of Colin Maclaurin / Электронный ресурс: Часть I [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Turnbull\\_Maclaurin\\_1.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Turnbull_Maclaurin_1.html) Часть II [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Turnbull\\_Maclaurin\\_2.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Turnbull_Maclaurin_2.html)
3. Официальный сайт истории Эдинбургского университета [http://ourhistory.is.ed.ac.uk/index.php/Main\\_Page](http://ourhistory.is.ed.ac.uk/index.php/Main_Page)
4. Гайденко П.П. Становление новоевропейского естествознания: преодоление парадоксов актуально бесконечного / Метафизика, 2011, No1, с. 65-87.
5. Gregorie J. The Universal Part of Geometry devoted to the transmutation and measurement of curved quantities. Translated by Andrew Leahy Электронный ресурс: <http://math.knox.edu/aleahy/gregory/WORKING/gpu.htm>
6. Gregorio, J. Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura// Geometria pars universalis. Padoua. – 1668. – P. 2–82.
7. MacLaurin C. A Treatise of Fluxions in two books by Colin MacLaurin, A.M., Professor of Mathematics in the Univesity of Edinburg and Fellow of the Royal Society. Edinburg: Printed by T.W. and T. Ruddmans. MDCCXLII. – 479 p.
8. Коренцова М.М. Кинематико-геометрическая модель анализа в «Трактате о флюксиях» К. Маклорена. ИМИ 22, 1977, с. 9-33.

<sup>13</sup> Ссылка на изображение:

[https://ia601404.us.archive.org/BookReader/BookReaderImages.php?zip=/24/items/atreatisefluxio00conggoog/atreatisefluxio00conggoog.tif.zip&file=atreatisefluxio00conggoog.tif/atreatisefluxio00conggoog\\_0021.tif&scale=2&rotate=0](https://ia601404.us.archive.org/BookReader/BookReaderImages.php?zip=/24/items/atreatisefluxio00conggoog/atreatisefluxio00conggoog.tif.zip&file=atreatisefluxio00conggoog.tif/atreatisefluxio00conggoog_0021.tif&scale=2&rotate=0)

## СЕКЦИЯ 9

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

---

#### КОНСТРУИРОВАНИЕ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМ В ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ ЦИКЛЕ ДИСЦИПЛИН ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ ЛИНГВИСТИКИ

Грушевский С.П., Князева Е.В.

*Кубанский государственный университет,  
Краснодар, Россия, spg@math.kubsu.ru*

**Аннотация.** В статье представлены возможности использования междисциплинарных связей для обучения студентов гуманитарных специальностей созданию обучающих программ и учебно-методических комплексов.

В системе профессиональной подготовки студентов-лингвистов много внимания уделяется разработке дисциплин, связанных с формированием системы понятий, знаний и умений в области применения информационных технологий для построения программ компьютерного обучения языкам. Это немаловажный этап для развития и совершенствования интеллектуальных систем обучения будущими специалистами в области прикладной лингвистики. Задача обучения технологии создания автоматизированных учебных курсов рассматривается как одна из основных задач применения информационных технологий студентами-лингвистами.

*Ключевые слова:* информационные технологии, прикладная лингвистика, обучающий сценарий, обучающие системы.

**Abstract.** The article introduces possibilities of using interdisciplinary connections in teaching students of the Humanities to create educative programs and educational and methodical complexes.

Much attention in the system of professional education for students of Linguistics is paid to development of disciplines connected with creation of system of concepts, knowledge and skills in applying information technologies to develop computer software for teaching foreign languages. This is an important stage for development and improvement of intellectual educational systems by future specialists in applied Linguistics. The task of teaching technology of development of automated study courses is considered one the basic tasks of applying information technologies by students of Linguistics.

*Key words:* information technologies, applied Linguistics, educational scenario, educational systems.

Интеллектуальные системы обучения являются результатом применения методов и средств искусственного интеллекта в области компьютерного обучения, представляя собой новое поколение учебных систем. В процессе обучения важно показать студентам общие принципы компьютерного обучения и построения традиционных автоматизированных систем обучения. Это и будет первый, или начальный, этап развития навыков и умений на пути создания обучающих компьютерных программ «от простого к сложному».

На кафедре информационных образовательных технологий Кубанского государственного университета разрабатываются различные междисциплинарные модули,

способствующие студентам как математических, так и филологических направлений овладевать методикой и дидактикой компьютерного обучения [1]. С другой стороны, этот процесс неразрывно связан с использованием современных информационных технологий [2]. Для решения такой сложной комплексной задачи требуется интеграция научного знания и достижений в области математики, информационных технологий и особых свойств изучаемого предмета.

Разработка методики составления учебных материалов решает задачу теоретического обоснования выбираемого метода обучения, а организация учебной деятельности средствами компьютера – задачу создания технологии обучения. Непосредственно построение обучающей программы, реализующей выбранную технологию обучения, при составлении учебных заданий по курсу или разделу должно учитывать профессиональные интересы обучаемых, возможности компьютерных средств и принципы новых информационных технологий, программного обеспечения. Специфика моделирования обучающих систем заключается в том, что информационность модели придает данному процессу широкий спектр межпредметных связей. Обучающая программа должна ориентировать обучающихся на усвоение нового знания, на повышение уровня познавательной деятельности, побуждать их к проявлению инициативы, предоставлять возможность интеллектуального саморазвития.

В системе профессиональной подготовки студентов-лингвистов много внимания уделяется разработке дисциплин, связанных с формированием системы понятий, знаний и умений в области применения информационных технологий для построения программ компьютерного обучения языкам. К таким дисциплинам относятся: «Информатика и основы программирования», позволяющая реализовывать студенческие проекты в среде языков программирования; «Информационные технологии в гуманитарных науках», развивающая навыки работы в среде электронных таблиц, СУБД и др.; «Основы Web-дизайна», совершенствующая любой визуальный эффект обучающей программы и предполагающая возможности ее размещения в сети, «Математическая статистика», статистические методы которой позволяют дать оценку результатов обучения в разработанной студентами компьютерной обучающей программе.

Обучающая программа – это, как правило, комплекс компьютерных программ, направленных на достижение различных учебных целей (формирование, систематизация, закрепление, применение или контроль знаний и умений) [3]. Именно эта особенность позволяет осуществлять групповые студенческие проекты и развивать командный стиль работы.

Первым шагом знакомства будущих бакалавров лингвистики с процессом моделирования обучающих систем может быть создание теста, что в последующем будет использовано как контрольный (основной) и результирующий (вспомогательный) обучающие кадры.

По сравнению с традиционными формами контроля компьютерное тестирование имеет ряд преимуществ:

- 1) быстрое получение результатов испытания и освобождение преподавателя от трудоемкой работы по обработке результатов тестирования;
- 2) объективность в оценке;
- 3) тестирование на компьютере представляется более интересным по сравнению с традиционными формами опроса, что создает положительную мотивацию у обучаемых.

Результаты тестирования могут выступать как оценка качества преподавания, а также как оценка самих испытательных материалов.

Самая простая компьютерная среда для создания теста – это электронные таблицы. Осуществляемая при помощи гиперссылок связь между данными, расположенными на разных листах, возможность скрывать (прятать) листы с проверкой знаний, а также

простота ввода новой информации позволяют создавать достаточно объемные, вариативные и наглядные тесты.

Результирующая оценка представляет некоторый коэффициент усвоения материала. Это может быть привычный коэффициент усвоения материала, определяемый как отношение верных ответов к общему количеству заданных вопросов. А может быть временной коэффициент – как отношение времени, которое затрачивает на выполнение заданий обучаемый, к значению времени, потраченному на выполнение работы опытным преподавателем.

Второй шаг в создании компьютерной обучающей программы знакомит с понятиями «обучающий сценарий» и «обучающие кадры» (основные и вспомогательные). Даже самая простая модель предполагает модули, реализованные в среде программирования. Для студентов нематематических специальностей это может быть среда VBA, позволяющая использовать электронные таблицы и базы данных для хранения больших объемов данных. Использование языков программирования позволяет организовать обратную связь и управление обучающимся процессом своего обучения.

VBA является языком визуального и событийно-управляемого программирования – в нем есть возможность создания форм со стандартным набором элементов управления и написания процедур, обрабатывающих события, возникающие при тех или иных действиях системы и конечного пользователя. К достоинствам языка можно отнести сравнительную лёгкость освоения, благодаря которой приложения могут создавать даже пользователи, не программирующие профессионально.

VBA имеет графическую инструментальную среду, позволяющую создавать экранные формы и управляющие элементы. В этой среде можно разрабатывать макросы, создавать собственные меню и многое другое. VBA придает электронным ресурсам элегантность и позволяет с легкостью решать многие задачи, в том числе задачи создания учебных комплексов.

Актуальным на данный момент является и то, что данная среда программирования удобна для обработки лингвистических структур, а также существенно облегчает работу, связанную с обработкой больших массивов данных. Программирование в среде VBA наилучшим образом подходит для изучения студентами-лингвистами, так как преимущество этой среды заключается в том, что она встроена во все приложения MS Office и очень удобна для первого знакомства с программированием.

Например, компьютерная программа, обучающая какому-либо аспекту языка, представляет собой некоторую совокупность более простых программ, связанных с обучением простым лингвистическим понятиям или явлениям. В процедуре разработки компьютерной технологии обучения некоторому курсу выделяют четыре основные задачи:

- 1) проектирование состава курса и его содержания;
- 2) методическая переработка учебного материала каждой задачи, входящей в состав курса, и создание ее обучающего сценария;
- 3) создание обучающей программы по данной задаче и ее экспериментальная проверка (тестирование);
- 4) объединение обучающих программ всех задач курса в единый обучающий комплекс.

PHP – это набор средств, который предназначен для обработки кода, встраиваемого в html-документы, благодаря чему появляется возможность создавать динамические Web-страницы. Знание языка разметки HTML и основ языка PHP имеет особую важность для создания компьютерных обучающих программ, так как предоставляет возможность разработки компьютерных приложений в сети Интернет.

Сегодня особенно актуальным становится конструирование образовательных ресурсов с применением флеш-технологий. Применение флеш-технологий при конструировании образовательных ресурсов способствует развитию мотивации,

коммуникативных способностей обучаемых, так как эта среда позволяет создавать эффектную анимацию, сохранять большое количество информации в векторном формате, что позволяет быстро загрузить swf-файл, отображающийся в любом Web-браузере. Внедрение новых технологий визуализации в образовательный процесс расширяет возможность наглядности обучения. Наглядность, в свою очередь, позволяет облегчить процесс усвоения сложной темы.

В связи с ростом популярности в образовательной среде такого инструмента, как Macromedia Flash, возможности по созданию анимационных кадров силами профессионалов и силами преподавателей, студентов практически сравнялись. Все это позволяет использовать данный инструмент в самых разных образовательных проектах. Сегодня Flash-технологии активно используются в образовательном процессе как студентами математических специальностей, так и студентами гуманитарных направлений.

Универсальной технологии создания электронных образовательных ресурсов не существует. Каждый автор применяет собственную технологию, следуя некоторым принципиальным положениям, которые можно адаптировать к созданию электронного учебного пособия любого типа. Так при создании обучающих кадров необходимо учитывать ряд основных требований: слайд должен содержать минимально возможное количество слов, для надписей и заголовков следует употреблять четкий крупный шрифт, ограничивать использование просто текста. Лаконичность – одно из исходных требований при разработке обучающих программ.

Следует выносить на слайд предложения, определения, слова, термины, которые обучаемые будут записывать в тетради или прочитывать вслух во время демонстрации информационного кадра.

Из двух типов моделей учебной среды мы знакомим студентов с моделью объективного типа (познание некоторого объекта, приобретение навыков работы с ним), используя методы автоматизированного обучения при бихевиористском подходе (программирование учебной деятельности, тестирование и информирование). Модели мыслительного типа представляют собой воспроизводящие инженерно-лингвистические модели, изучающие явления, процессы или динамическое изменение некоторого объекта. Такие модели широко используются в лингвистике. Их создание можно рассматривать как следующий этап моделирования обучающих систем, предполагающих свободное обучение.

Проводимые преподавателями кафедры исследования, подтвердили предположение о том, что для внедрения информационных технологий в образовательные задачи будущих лингвистов нужны специальные методики обучения. Корреляционный анализ показал умеренную стохастическую связь между успешностью изучения английского языка и языка программирования, что подтверждает как сходство между естественным языком и машинным (это структурированность), так и различие: язык программирования – более широкое понятие («английский + математика»), так как, помимо знания структуры языка, требует еще и умение логически мыслить. При этом хорошее знание естественных языков не является фактором успешности овладения языками программирования. Методические пособия для студентов-лингвистов и дидактические комплексы заданий для обработки лингвистических структур дают стабильные знания по применению информационных технологий во всех направлениях прикладной лингвистики и позволяют упростить исследовательскую работу будущим бакалаврам лингвистики.

## Литература

1. Деева С.А., Князева Е.В. Программа междисциплинарного модуля «Математические методы и информационные модели в лингвистике» / Информатика и образование, № 10 2013. Научно-методический журнал – ООО «ГЕО-Полиграф» Московская обл., Красноармейск, 2014. – 96 с. ISSN 0234-0453
  2. Грушевский С.П., Князева Е.В. Развитие навыков информационного моделирования как активный метод профессионального обучения студентов гуманитарных специальностей / Экономические и гуманитарные исследования регионов. Научно-теоретический журнал, № 1 2014 г. – ЗАО «Центр Универсальной Типографии» г. Ростов-на-Дону, 2014. – 108 с.
  3. Зубов А.В. Информационные технологии в лингвистике: Учебное пособие для студ. лингв. факультетов высших учебных заведений / А.В. Зубов, И.И. Зубова – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 208 с.
- 

## ЭЛЕКТРОННЫЕ УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС В ИКТ-НАСЫЩЕННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Каракозов С. Д.

*Московский педагогический государственный университет, г. Москва, Россия,  
skarakozov@yandex.ru*

Уваров А. Ю.

*Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, г. Москва, Россия, auvarov@mail.ru*

**Аннотация.** В сообщении обсуждаются особенности вводимых сегодня в России электронных учебников для общеобразовательных школ и связанные с ними изменения в организации учебного процесса, распространение гибридного обучения. Оно повышает вовлеченность учащихся в учебную работу, способствует развитию у них навыков собственного учения. Для успешного использования ЭУ и новых форм учебной работы, которые предоставляет гибридное обучение, подготовка преподавателей должна отвечать требованиям ЮНЕСКО к их ИКТ-компетентности.

*Ключевые слова: электронные учебники, гибридное обучение, инверсное обучение, ИКТ в образовании, хронотоп, МПГУ*

## Digital Textbooks and Learning in ICT-reach Education Environment

Karakozov S.

*Moscow State Pedagogic University, Moscow, Russia, skarakozov@yandex.ru*

Uvarov A

*Computing Center of A. Dorodnicyn, Russian Academy of Science, Moscow, Russia,  
auvarov@mail.ru*

**Abstract.** The digital textbooks for secondary schools in Russia and related changes in the organization of educational process are discussed. The spread of hybrid learning has a potential for the increase of student's engagement and promotes the development of their learning skills. The ICT competence of teachers of on the level of UNESCO recommendations is one of the important conditions for the successful use of electronic textbooks and hybrid learning.

*Key words: digital textbooks, hybrid learning, flipped learning, ICT in education, chronotope, Moscow State Pedagogic University*

## **Введение**

Прогнозы авторов книги «Российская школа и ИКТ: взгляд в следующее десятилетие» [1] продолжают сбываться. Мобильные вычислительные устройства (планшеты, ультрабуки, смартфоны, трансформеры и т.п.), постоянный широкополосный доступ в интернет, обращение к облачным сервисам становятся повседневной реальностью. Начинается массовое внедрение цифровых учебных материалов на мобильных устройствах. Минобрнауки РФ утвердило представленные в начале 2015 года [2] требования к электронным учебникам (ЭУ). Теперь учебники без электронной версии нельзя рекомендовать для использования в школе.

Появление ЭУ – значительный шаг в развитии ИКТ-насыщенной образовательной среды. Он влечёт за собой существенные изменения в работе учителя, которые должны найти отражение в программе и методах учебной работы по подготовке будущих педагогов. В сообщении обсуждаются особенности появляющихся в России ЭУ и связанные с ними изменения в организации учебного процесса.

## **Электронный учебник**

Современный ЭУ – учебно-методический комплект, который, помимо традиционных учебных текстов, включает в себя средства контроля знаний учащихся, средства самостоятельной проверки знаний, дополнительные материалы, а также методические рекомендации по применению этого комплекта в учебном процессе в ИКТ-насыщенной образовательной среде. Основная задача ЭУ – способствовать повышению эффективности образовательного процесса за счет:

- обогащения учебных материалов мультимедийным содержанием и интерактивными цифровыми образовательными ресурсами;
- активного использования в учебном процессе персональных и мобильных компьютеров, интерактивных досок, интерактивных лабораторий и т.п.;
- использования возможностей самостоятельного освоения материала учащимися, дистанционного контроля, удаленного взаимодействия между учащимися и педагогом;
- накопления и использования данных об учебных достижениях отдельных учащихся, оценки их учебных достижений и целенаправленного планирования мероприятий по их повышению.

Содержание ЭУ по сравнению с бумажным учебником не меняется, а учебные тексты дополняются интерактивными, мультимедийными и другими цифровыми образовательными ресурсами (ЦОР). ЭУ может использоваться как в режиме онлайн, с подключением к Интернет, так и в режиме офлайн.

Отличие ЭУ от электронного приложения к печатному учебнику в том, что здесь ЦОР интегрированы в содержание учебника и могут использоваться при работе с учебным текстом без обращения к другим программным инструментам. ЭУ может включать в себя:



- текстовые материалы – статьи, биографии, таблицы, дополнительные тематические материалы;
- аудиовизуальные материалы – рисунки, фотографии, слайд-шоу, статичные и интерактивные схемы, диаграммы и графики, статичные и интерактивные карты, ленты времени, аудио- и видеозаписи, интерактивные анимации и 3D модели, виртуальные лаборатории и т.п.;
- справочники – словари, глоссарии и т.п.

## **К новым формам организации учебного процесса**

Появление ЭУ – важный шаг в обновлении повседневно используемых учебных материалов. Они могут помочь заметному обновлению образовательного процесса, движению в сторону индивидуализации и личностно-ориентированного обучения школьников.

Традиционный учебник позволил организовать массовое обучение, где единые цели учебной работы, общее для всех содержание, единый способ предъявления учебного материала, общий для всех темп учебной работы используются при обучении всех без исключения учащихся.

Очевидные недостатки такой организации учебной работы привели к появлению дифференцированного обучения. Здесь единые цели учебной работы, общее для всех содержание, единый способ предъявления учебного материала, общий для всех темп учебной работы используются при обучении выделенной группы учеников (например, в специализированном классе или школе). При дифференцированном обучении традиционная модель используется для обучения более гомогенной (специально подобранной) группы учащихся. Здесь учитель занимается с гомогенной (специально подобранной) группой учащихся. В результате, содержание, способы предъявления, способы и темп учебной работы различны для разных групп обучаемых, для которых требовалось выпускать различные учебники.

ЭУ расширяет эти возможности. Его появление создаёт условия для последовательной индивидуализации обучения. Практически неограниченный объем ЭУ, его мультимедийные составляющие позволяют варьировать способы предъявления материала. Встроенные в ЭУ средства проверки усвоения открывают новые возможности для варьирования способов представления учебного материала и темпа учебной работы. Средства вычислительной техники и доступ в интернет позволяют приспособить обучение к индивидуальным особенностям отдельного ученика.

Вместе с тем, сами по себе ЭУ, как и другие средства новых информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) недостаточны для индивидуализации обучения, формирования у учащихся компетенции XXI века [3], требуемых новыми образовательными стандартами универсальных учебных действий (УУД). Это относится даже к самым совершенным на сегодня адаптивным ЭУ, выпуск которых начало издательство McGraw-Hill Education [4]. Помогая готовиться к ответу на традиционные тестовые задания, они выступают лишь одним из средств освоения способности учиться, что является одним из основных требований новых образовательных стандартов. Для этого использование ЭУ должно сопровождаться расширением спектра организационных форм образовательного процесса.

## **Гибридное и инверсное обучение**

ИКТ-насыщенная образовательная среда расширяет возможности для коммуникации, добавляя к общению в классе онлайн- и офлайн-общению через интернет. Тем самым обогащается спектр организационных форм образовательного процесса. Возникает гибридное (смешанное) обучение, когда учебная работа в учебной аудитории

комбинируются с работой в ИКТ-среде. В результате меняется хронотоп (пространство-время) учебного процесса.

Термин хронотоп традиционно используется для описания пространства-времени внутри литературного произведения. Это искусственное образование, которое конструирует автор. Пространство-время образовательного процесса (ОП) также конструируется искусственно и в определённой мере подобно хронотопу сценического действия. Поэтому, обсуждая дизайн образовательного процесса уместно использование понятия хронотоп. Анализ практики и описание принципов конструирования различных хронотопов ОП – важное направление современных педагогических исследований.

При традиционной организации образовательного процесса его организационный хронотоп представлен расписанием учебных занятий. Заметим, что самостоятельная работа учащихся за пределами учебных помещений (лекционной аудитории, класса, учебной лаборатории, компьютерного класса и т.п.) здесь в явном виде не фиксируется.

Гибридное обучение качественно обогащает учебную среду. Здесь учащиеся получают возможность активно взаимодействовать в пяти измерениях: «ученик – ученик», «ученик – учитель», «ученик – учебное сообщество», «ученик – учебный материал», «ученик – инструменты учебной деятельности». Обучаемые получают дополнительные возможности для своего учения в ходе проведения исследований, выполнения проектов, совместной работы в различных по составу и продолжительности жизни учебных группах. Вместо опыта, который ограничен условиями классной комнаты, здесь учащиеся могут получить опыт реальной работы в разнообразных виртуальных сообществах. Это позволяет говорить о качественном изменении организационного хронотопа ОП. Для его поддержания и координации требуются инструменты, которые современные ИТ корпорации используют для организации работы своего персонала.

Гибридное обучение, объединяющее педагогические возможности традиционной и цифровой образовательной среды, позволяет реализовать практически неисчерпаемое количество различных форм учебной работы. Последние несколько лет педагоги широко экспериментируют с одной из них, которая получила название «инверсивный (перевернутый) урок» или «flipped classroom» [5]. Здесь новый учебный материал, который обычно излагается на уроке, оформляют в виде небольшого видеоролика (продолжительностью до 15 минут) и предлагают учащимся познакомиться с ним дома. Таким образом, традиционное изложение нового материала превращается в домашнее задание, а выполнение обычно задаваемых на дом примеров и разбор возникающих здесь трудностей становится основным содержанием урока в классе.

Дизайн инверсного обучения не ограничен жёсткими правилами, однако его отличает несколько ключевых элементов:

- изложение нового материала осуществляется за пределами урока;
- новый учебный материал предлагается учащимся в виде учебных фильмов или видеофрагментов, которые они получают через интернет;
- в ходе самостоятельного освоения материала учащемуся предлагаются компьютерные тесты и возможность общаться с одноклассниками в интернет-форуме,
- учебное время в классе используется для организации различных форм практической работы учащихся.

Организация инверсивного обучения требует тщательной подготовки и планирования, а также дополнительного времени для:

- подготовки видеоматериалов и контрольных вопросов для домашних заданий,
- участия в тематических интернет-форумах,
- организации групповой (в том числе, поисковой) работы учащихся в классе,
- обсуждения с ними вопросов, возникающих в ходе просмотра учебного видео и т.п.

Специального внимания требует ответ на вопрос, какие составляющие курса целесообразно осваивать с использованием инверсивного обучения. Подготовка и проведение занятий с использованием инверсивного обучения – новая обязательная для освоения компетенция студентов педагогического вуза. Сегодня эта тема разрабатывается специалистами Московского педагогического государственного университета (МПГУ) в рамках федерального проекта по совершенствованию педагогического образования в России.

Инверсивное обучение, как и другие формы организации учебной работы, основанные на концепции педоцентризма, не является чем-то абсолютно новым в педагогике. Его главная особенность – использование гибридного обучения, ресурсов и инструментов ИКТ-насыщенной образовательной среды. Хорошим стимулом для распространения инверсивного обучения и всестороннего исследования его педагогического потенциала становится появление высококачественных ЭУ.

К основным достоинствам инверсивного обучения можно отнести следующее:

- образовательная работа проектируется и выстраивается вокруг процессов учения (ученик), а не вокруг процессов преподавания (учитель);
- учитель во взаимодействии с учащимися перестаёт доминировать в качестве носителя готового знания, чаще выступает как консультант, помощник учеников в процессе их учения;
- Увеличиваются возможности для индивидуализации учебного процесса, перехода к личностно-ориентированному обучению, для освоения навыков учебной работы, взаимодействия учащихся в группах переменного состава;
- поощряется самостоятельная учебная работа, улучшается текущий контроль;
- появляется больше возможностей для взаимодействия между учащимися, развития у них навыков коллективной работы;
- учащиеся могут двигаться в своем темпе (остановить, приостановить, перемотать видеоролик назад и вперед), повторно возвращаться к материалу по мере необходимости, нагнать пропущенные занятия;
- видеозаписи с изложением нового материала архивируются и постоянно доступны всем школьникам;
- учащиеся, которые быстрее осваивают материал, получают возможность осваивать его на более глубоком уровне;
- упрощается привлечение родителей к поддержке учебной работы своих детей, оказанию им возможной помощи.

Обсуждая недостатки перевернутого урока обычно указывают на следующее:

- изложение материала с помощью видео лекции имеет те же ограничения, что и его традиционное изложение на уроке. Видеолекция не заменяет освоение нового материала через самостоятельную работу школьников, их исследовательскую активность;
- не все учащиеся имеют свободный доступ к интернету и компьютеру, чтобы заниматься с видео лекциями дома;
- ключевым фактором успеха инверсивного обучения является высокая мотивация учащихся к учению, высокий уровень форсированности у них учебной деятельности. Однако, далеко не все школьники могут продемонстрировать это на практике;
- учителя должны освоить технику подготовки видеоматериалов, которые смогут действительно увлечь школьников;
- подготовка даже простейших видеоматериалов с помощью видео-захвата требует дополнительного времени, что особенно неприятно, если такие материалы приходится готовить достаточно часто;

- планирование и проведения занятий в классе усложняется, поскольку учителям приходится организовывать групповую работу, использовать творческие задания и т.п.;
- инверсивное обучение целесообразно проводить далеко не для всех тем и занятий.

Первый опыт использования инверсивного обучения в школах и в педагогическом вузе показывает их высокую педагогическую эффективность, несмотря на настороженное отношение к ним скептиков. Учителя, чья подготовка отвечает требованиям ЮНЕСКО к ИКТ-компетентности учителей [6], не испытывают заметных трудностей при подготовке видеоматериалов и организации такой учебной работы. Появление ЭУ будет способствовать распространению этой новой формы учебной работы.

## **Выводы**

Сегодня в российские школы начинают поступать новые ЭУ. Вместе с развитием ИКТ-насыщенной образовательной среды они обеспечат хорошие условия для развития образовательного процесса, его хронотопа, использования гибридных форм организации учебной работы. Одной из таких форм является инверсивное обучение. Оно позволяет увеличить вовлеченность учащихся в учебную работу, способствует развитию у них навыков собственного учения, что является одним из основных требований новых федеральных образовательных стандартов. Для успешного использования ЭУ и новых форм учебной работы, которые предоставляет гибридного обучения, подготовка преподавателей должна отвечать требованиям ЮНЕСКО к их ИКТ-компетентности.

## **Литература**

1. Асмолов А.Г., Семенов А.Л., Уваров А.Ю. Российская школа и новые информационные технологии: взгляд в следующее десятилетие. М.: НексПринт, 2010.
2. Минобрнауки представило требования к электронным учебникам. [Электронный ресурс, 20.06.2015]. URL: <http://www.interfax.ru/russia/4189>
3. Уваров А.Ю. Об описании компетенций XXI века. // Образовательная политика, №4, 2014.
4. Zah D. A New College Textbook Makes It Impossible To Cram. [Электронный ресурс, 20.06.2015]. URL: <http://www.fastcompany.com/3035251/most-creative-people/a-new-college-textbook-makes-it-impossible-to-cram>
5. Bergmann J., Sams A. Flip Your Classroom. Eugene OR: ISTE, 2012.
6. Структура ИКТ-компетентности учителей. Рекомендации ЮНЕСКО. Париж: ЮНЕСКО, 2011.

# ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Карасев В.А.

*Национальный Исследовательский Технологический Университет (МИСиС), Москва, Россия, karasev-v-a@yandex.ru*

**Аннотация.** Использование интернет-системы для подачи учебного материала и контроля знаний позволяет стимулировать самостоятельную работу студентов и повышает объективность оценок. По результатам контрольных мероприятий и систематичности выполнения учебного плана рассчитывается рейтинг студента, который учитывается в итоговой оценке по предмету.

*Ключевые слова: информационные технологии, информационно-образовательная среда, изучение математики, технический университет.*

## **Experience of use of information technologies for the organization of the information and education environment when studying the course "Probability Theory and Mathematical Statistics" at technical university.**

**Abstract.** The use of Internet systems for the delivery of educational material and the control of knowledge allows to stimulate independent work of students and increases the objectivity of assessments. By results of control actions, characteristics of the systematic implementation of the training plan is calculated student rating, which is taken into account in the final assessment on the subject.

*Key words: information technologies, informatively-educational environment, study of mathematics, technical university.*

Компетентностный подход в обучении предусматривает иную роль студента в учебном процессе. В его основе - работа с информацией, моделирование, рефлексия. Студент должен уметь не просто воспроизводить информацию, а самостоятельно мыслить и быть готовым к реальным жизненным ситуациям. Перевести образовательный процесс на этот новый качественный уровень не возможно без эффективного методического и информационного обеспечения отечественной сферы образования, внедрению в учебный процесс новейших информационных технологий.

Однако многие существующие программы не удовлетворяют потребностям преподавателей и студентов. Кроме того, в преподавании многих предметов, особенно математических и естественно – научных, преобладает традиционный подход обучения.

Важным фактором для достижения этих целей является разработанная в НИТУ МИСиС в Институте экономики и управления промышленными предприятиями программа (Internet-приложение) для обучения студентов с применением глобальной компьютерной сети Internet. Компьютерная оболочка создана в среде Microsoft Visual Studio 2010 на языке C# с использованием новейшей архитектуры (.NET), технологий объектного Web-программирования, базы данных Microsoft SQL Server Database. Это позволяет использовать её в учебном процессе как внутри университета, так и при обучении удалённых учащихся по сети Internet. В качестве клиентского приложения используется обычный браузер - Internet Explorer.

В докладе излагается опыт преподавания курса «Теории вероятностей и математической статистики» на кафедре математики в Национальном Исследовательском Технологическом Университете (МИСиС) с использованием информационных обучающих технологий. Идея таких технологий заключается в использовании различных способов подачи информации, обеспечения эффективной обратной связи между студентом и преподавателем в процессе обучения.

- применение информационных обучающих технологий дает возможность оперативно модифицировать учебные материалы
- применение информационных обучающих технологий делает учебные материалы доступными в любой момент времени
- тестовые системы предоставляют особые возможности для создания и модификации банка контрольных заданий, что позволяет максимально индивидуализировать контрольные мероприятия.
- применение компьютера существенно облегчает работу преподавателя по проверке студенческих работ, что сокращает время между этапами выполнения контрольного задания студентами, анализа его результатов и этапом коррекции.
- система проверки ответов и подробное описание каждого задания, создает возможности для студентов обучаться самостоятельно решать поставленные задачи.

Работа с электронным задачником начинается с регистрации студента. С помощью многоуровневого меню, реализованного на экране в виде оглавления, студент выбирает тему работы. Далее студент получает краткое описание задания, условие, в общепринятой математической символической форме и требуемую точность получаемого ответа.

В системе в диалоговом режиме реализуется контроль результатов. По каждому заданию студент может ввести полученный им результат (как промежуточный, так и окончательный) и получить ответ, верен его результат или нет. Тем самым, вместе с консультациями преподавателя, для студента создается обратная связь, активизирующая его самостоятельную работу.

Кроме комплекса выдачи индивидуального задания и диалоговой системы проверки расчетов, электронный задачник содержит информационный комплекс, который включает подробное описание каждого типового расчета. Оно состоит теоретической части, рекомендаций по выполнению расчета и примеров решения.

Система предусматривает указание последовательности и контроль выполнения каждого шага усвоения учебного предмета, а также сроков (т.е. задаётся так называемая траектория изучения учебной дисциплины). Для каждого учебного элемента задаются требования (срок выполнения, продолжительность и др.). Студент получает порции учебных материалов по сети Интернет. Очередной шаг становится доступным примерно за неделю до указанного преподавателем срока его выполнения.

Компьютер осуществляет контроль за работой каждого студента, выдавая очередную порцию учебного материала только после успешного прохождения предыдущего шага. Возможны также возвраты к повторному выполнению шагов. Начисляются баллы и штрафные очки с учётом оценок, сроков выполнения, числа попыток, продолжительности выполнения.

Как это реально организовано?

По каждому предмету подготовлены пособия, тесты и типовые расчеты. На основании этих материалов готовится структурированное пособие, траектория, тесты для проверочного тестирования. Траектория представляет собой последовательность подачи учебных материалов и контрольных мероприятий с указанием сроков, минимального

времени изучения. Студенты по сети Интернет получают небольшие порции учебного материала, проходят тесты, выполняют типовые расчеты в заданные периоды времени

При этом система не допускает к следующему шагу без успешного завершения предыдущего и отправляет к повторному изучению материала. Контролируются сроки выполнения, затраченное время, полученные баллы, число попыток, назначаются штрафные баллы и бонусы

Тесты могут быть различных типов от самых простых, контролирующих понимание основных вопросов курса, вплоть до сложных задач с диапазонами изменений параметров и алгоритмом расчёта. Ответ может выбираться среди нескольких заданных или быть численным и проверяться компьютером. После выполнения тестов студент допускается к выполнению типового расчета, все результаты которого компьютером проверяются. Студенты получают различные тесты и типовые расчеты, что достигается случайным выбором вопросов и задач из соответствующего заложенного банка задач и случайным выбором значений параметров из заданного диапазона их изменений.

В курсе математической статистики используются, как правило, типовые расчеты, в которых условия задач одинаково, а варианты различаются числовыми значениями. Приведем пример такого типового расчета: «Сравнение двух случайных выборок».

Содержание типового расчета: Заданы результаты двух серий измерений (две случайные выборки) объема  $n_1$  и  $n_2$ . Требуется:

- найти по каждой выборке оценку математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения;
- предполагая, что результаты измерений в каждой серии независимы и имеют нормальное распределение, найти доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения с доверительной вероятностью  $P$ ;
- с уровнем значимости  $\alpha$  проверить гипотезы о равенстве дисперсий и о равенстве математических ожиданий этих двух выборок при альтернативных гипотезах: дисперсии не равны друг другу, математические ожидания не равны друг другу;
- проверить гипотезу о нормальном распределении объединения данных двух выборок, используя интервалы равной вероятности в количестве  $L$ ;
- построить гистограмму объединения данных двух выборок.

При формировании данных этого типового расчета выбираются математические ожидания и средние квадратические отклонения для каждой выборки исходя из содержания задачи, которое определяется согласно специальностям факультета. Затем формируются случайные выборки с помощью датчика псевдослучайных чисел с нормальным законом распределения. Таким образом, получают данные, имитирующие реальные результаты эксперимента.

В докладе приводятся демонстрационные материалы, используемые на лекциях, варианты контрольных работ, демонстрируется работа электронного задачника-тренажера.

# ПРОБЛЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ВУЗАХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ КУРСАМ

Кибзун А.И., Мхитарян Г.А., Наумов А.В.

*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия, kibzun@mail.ru*

**Аннотация.** В статье обсуждаются особенности использования систем дистанционного электронного обучения (СДО) в преподавании математических дисциплин в высших учебных заведениях. Приводится опыт эксплуатации СДО МАИ CLASS.NET, разработанной на кафедре «Теория вероятностей» МАИ. Рассматриваются методические и технические аспекты использования системы, ее возможности для различных групп пользователей.

*Ключевые слова:* система дистанционного обучения, контент, архитектура системы

**Abstract.** The article discusses the features of the use of distance e-learning (LMS) in the teaching of mathematical disciplines in higher education. The experience of the use of LMS MAI CLASS.NET, developed at the Department of "Theory of Probability" MAI is demonstrated. The methodical and technical aspects of the system, its capabilities for different user groups are discussed.

*Key words:* distance learning system, content, system architecture

## 1. Введение.

Системы дистанционного обучения (СДО) в настоящее время получили широкое распространение в областях школьного и высшего образования (в частности, тема дистанционного обучения стала одним из тезисов послания президента РФ В.В.Путина Федеральному собранию РФ от 12.12.2013 [1]). Основные задачи, которые помогают решать такие системы: предоставление дистанционного доступа к учебно-методическим материалам для пользователей и возможность контролировать процесс обучения для преподавателей. СДО предлагают пользователям разнообразные возможности обучения: видео-лекции, теоретический материал в виде гипертекстовых документов (либо слайдов), выполнение заданий и контролирующих упражнений. Для преподавателей системы дистанционного обучения предоставляют возможность формирования курсов, экзаменационных билетов, контрольных и домашних заданий, администрирования студенческих групп, контроля за их успеваемостью, а так же являются инструментом общения со пользователями.

В докладе описывается система дистанционного обучения МАИ CLASS.NET [2]: её архитектура и функционал, ряд прикладных задач, возникших при создании математического обеспечения системы, и методы их решения, а также применяемые технологии.

## 2. Назначение и особенности СДО МАИ CLASS.NET.

Подробное описание СДО CLASS.NET можно найти в [3]. Она предназначена для решения широкого спектра задач, возникающих в процессе обучения: предоставление теоретического материала в удобной для пользователя форме, тестирование пользователей, генерация индивидуальных заданий (с учётом требования одинакового уровня сложности всех индивидуальных вариантов), возможность проведения рубежного и итогового контроля со стороны преподавателя и т.д. В настоящий момент в системе представлено несколько курсов: «Теория вероятностей и математическая статистика»,



«Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Инвестиционный анализ», «Дифференциальные уравнения».

СДО CLASS.NET представляет собой сочетание двух компонентов: учебно-методической части и программной части. Учебно-методическая часть - это теоретические материалы, разработанные педагогическим коллективом кафедры «Теория вероятностей» Московского авиационного института [4, 5, 6], и практическая часть: тестовые задачи, задачи для самообучения и контрольные задачи.

1) Тестовые задачи - самая простая форма контроля, которая используется в СДО, цель этих задач – оценить степень освоения пользователем основ теоретического материала, и готовность его к выполнению практических заданий. При этом пользователь сам может понять, насколько хорошо усвоена пройденная тема курса и повторить изучение пройденного материала при необходимости.

2) Задачи для самообучения позволяют пользователю самостоятельно совершенствовать навыки решения задач. В отличие от тестовых заданий, в задачах для самообучения заложена многоуровневая система подсказок, позволяющая привить пользователю логику решения задачи и совершенствовать навыки применения теорем, доказанных в теоретическом материале курса - пользователь получает несколько попыток для решения таких заданий. Задачи для самообучения предоставляют пользователю возможность тренировки перед решением контрольных задач;

3) Контрольные задания помогают оценить уровень знаний и подготовки пользователя. По результатам успешно выполненных тестовых и контрольных заданий пользователь получает оценку за весь курс, которая зависит от траектории прохождения пользователем раздела (количества решённых задач, сделанных при этом попыток и т.д.).

Одним из преимуществ системы дистанционного обучения, рассматриваемой в докладе, является гибкая система ответов на задачи – реализованы все стандартные формы для ввода ответа: выбор одного элемента из нескольких предложенных вариантов (radio), выбор нескольких вариантов из предложенных (checkbox), числовое поле для ввода. Кроме того, специфика задач в математических курсах диктует необходимость создания специальных форм для ввода ответа: например, в курсе "Линейная алгебра и аналитическая геометрия" реализована форма для ввода матриц и векторов, форма для ввода разложения вектора по базису и другие специфические формы. Также несомненным преимуществом СДО CLASS.NET является возможность ввода формульного ответа – пользователь вводит формулу, пользуясь специальным формульным калькулятором с удобным графическим интерфейсом. В системе используется алгоритм обработки формульных ответов, основанный на грамматическом разборе формул в формате LaTeX.

Другим преимуществом СДО CLASS.NET является зависимость всех заданий практического блока от случайных параметров. При каждом новом обращении пользователя к заданию случайные параметры принимают новые значения, которые генерируются согласно заданному закону распределения. Это позволяет каждому пользователю получить индивидуальное задание.

Программная часть системы реализует функционал управления контентом (отображение теоретического материала курса в виде гипертекстового документа; отображение задач; формирование индивидуальных заданий для каждого пользователя) и функционал управления пользователями (добавление и удаление пользователей в базу данных; разделение прав доступа для преподавателей, пользователей и администраторов системы; подсчёт и отображение разнообразных статистических показателей).

На рис.1 решаемые системой задачи сгруппированы по блокам: блок теории, блок практики, блок статистики («Результаты») и административный блок («Сервис»):

*Рис. 1. Функциональные блоки СДО CLASS.NET*



Обучающийся знакомится с теорией по курсу и решает задачи («Практика»), которые предлагаются системой дистанционного обучения. При решении задачи он может обратиться к соответствующему разделу теории. Прогресс прохождения пользователем курса отображается в статистическом блоке («Результаты»). По результатам работы администратор может принять ряд решений: разблокировать пользователю параграф, обеспечить дополнительные попытки для решения задач, удалить пользователя из базы данных (в случае завершения курса).

В образовательных стандартах третьего поколения большое внимание уделяется рейтинговым формам контроля и оценки знаний обучающихся. Блок статистики позволяет автоматически формировать рейтинг пользователей СДО на основе статистической информации: количество решённых заданий, общий прогресс по курсу, число неуспешных попыток и т.д.

### 3. Технология, используемая при разработке СДО

Для реализации программной части системы используются различные технологии и программные продукты, которые обеспечивают соответствие системы предъявленным к ней требованиям. Программная часть имеет клиент-серверную архитектуру: на стороне клиента отображается запрошенный курс системы дистанционного обучения (теоретическая часть, практическое задание, статистические результаты прохождения курса), на стороне сервера происходит хранение данных и обработка информации из базы данных (вычисление статистических показателей пользователя, преобразование задач из формата XML-документа к разметке HTML).

В СДО МАИ CLASS.NET разделяется формирование статического и динамического контента: статические элементы страницы (CSS-файлы, js-файлы, изображения и т.д.) хранятся на стороннем сервере. Это снижает нагрузку на систему генерации динамического контента – заданий, теоретических материалов курсов и статистической информации пользователя. Слой приложения электронной управляющей оболочки системы включает базу данных пользователей (используется СУБД MySQL), которая содержит информацию о решённых задачах и идентификационные данные пользователя. Слой приложения так же включает базу контента и содержит следующие компоненты: «Проверщик» (проверяет правильность решения задачи), «Генератор» (по информации из базы контента формулирует условия задачи, при необходимости выполняет подстановку реализации случайных параметров задачи), и «Оценщик» (программная реализация математических алгоритмов оценки сложности заданий, уровня знаний пользователя и других алгоритмов адаптивного компьютерного тестирования).

Для реализации клиентского приложения использован язык разметки HTML и js-библиотеки. Использование этих технологий позволяет пользователю приступать к использованию системы без установки дополнительных приложений – достаточно установить на рабочей машине только браузер. Для разработчика такой подход означает возможность использовать

разнообразные CSS-фреймворки и js-библиотеки, которые облегчают процесс создания качественных web-приложений. СДО CLASS.NET использует CSS-фреймворк Twitter Bootstrap.

В СДО CLASS.NET JavaScript используется для таких целей как создание интерактивного меню, генерация форм для ввода ответа, отображение формул в LaTeX. Код JavaScript исполняется на стороне пользователя, поэтому такие операции не загружают ресурсы сервера, которые могут потребоваться для выполнения других операций.

Использование современных систем дистанционного обучения требует серьезной математической поддержки, основанной на обработке статистических данных о работе пользователей СДО. В частности решены и внедрены в систему задачи: оценка уровня сложности контента СДО [7], составление статистически обоснованного рейтинга пользователей СДО [8], составление индивидуальных наборов заданий с одинаковым суммарным уровнем сложности [9].

### Литература

1. Официальный сайт компании «КонсультантПлюс» // «КонсультантПлюс», 2014 г.: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_155646/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_155646/)
2. СДО МАИ CLASS.NET // Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) 2014 г. Режим доступа свободный: <http://www.distance.mai.ru/demo/>
3. Наумов А.В., Джумурат А.С., Иноземцев А.О. Система дистанционного обучения математическим дисциплинам CLASS.NET // Вестник компьютерных и информационных технологий, 2014, №10, с. 36-40.
4. Кибзун А.И., Наумов А.В., Горяинова Е.Р. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами // Учебник под ред. Кибзуна А.И. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014, 232 стр.
5. Кочетков Е.С., Осокин А.В. Линейная алгебра: учебное пособие // Форум, 2012, 416 стр.
6. Гурова З.И., Каролинская С.И., Осипова А.П. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами // Под ред. Кибзуна А.И. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007, 352 стр.
7. Кибзун А.И., Иноземцев А.О. Оценивание уровней сложности тестов на основе метода максимального правдоподобия // Автоматика и Телемеханика. 2014. №4, С. 20-37.
8. Кибзун А.И., Панарин С.И. Формирование интегрального рейтинга с помощью статистической обработки результатов тестов // Автоматика и Телемеханика. 2012. №6. С. 119–139
9. Наумов А.В., Иноземцев А.О. Алгоритм формирования индивидуальных заданий в системах дистанционного обучения // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2013. №6. С. 35-42.

# КОНСТРУИРОВАНИЕ УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ВЫЧИСЛЯЕМЫХ ШАБЛОНОВ

Кольцов Ю.В., Добровольская Н.Ю., Харченко А.В.

*Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия, dnu10@mail.ru*

**Аннотация.** В статье предлагается технология конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов. Вычисляемые шаблоны не только позволяют генерировать множество однотипных задач, но и раскрывают структуру задачи, способствуют углубленному освоению учебного материала. Автоматизация технологии конструирования задач приводится на примере заданий по информатике.

*Ключевые слова:* Конструирование учебной задачи, информационные технологии в обучении, вычисляемые шаблоны.

**Abstract.** The article proposes a technology of construction learning tasks based on the calculated templates. Calculated templates allow to generate a lot of similar tasks and reveal the structure of the task, promote in-depth development of educational material. Computer science is an example of automation technology of the construction tasks.

*Key words:* Construction of the learning task, information technology training, calculated templates.

Одним из направлений повышения эффективности образовательного процесса является обеспечение педагогов качественными компьютерными дидактическими ресурсами. Однако на практике, кроме использования различных электронных учебников, виртуальных лабораторий и тренажеров, возникает необходимость конструировать большие наборы учебных задач, отвечающих некоторой теме. Поэтому актуализировалась проблема разработки технологии эффективного построения шаблонов задач, и на их основе генерации наборов заданий.

Основу технологии составляет так называемый вычисляемый шаблон учебной задачи. Вычисляемым шаблон мы будем считать шаблон учебного задания, в котором наряду с полями, значения которых автоматически подбираются из базы или непосредственно определяются пользователем, существуют поля, значения которых вычисляются при помощи функций. В шаблонах можно выделить два типа полей: статические и динамические. Статические поля составляют каркас задачи и не изменяются в формируемом наборе задач. Динамические поля определяют варианты задания, причем часть динамических полей является вычисляемыми. Значение таких полей определяется как результат функций, аргументами которых являются динамические поля шаблона.

При разработке учебных задач и конструировании шаблонов необходимо учитывать следующее. Конструироваться должна не одна задача, а система учебных задач. Это позволяет достичь требуемых образовательных результатов. Система учебных задач должна обеспечивать достижение не только ближайших целей (например, конкретного занятия), но и всего курса. Учебные задачи должны быть направлены на усвоение системы средств, необходимых для успешного осуществления учебной деятельности. Учебная задача должна конструироваться так, чтобы соответствующие действия, в том числе и универсальные учебные действия, усвоение которых предусматривается в процессе решения задач, выступали как прямой продукт обучения. Учебная задача должна затрагивать сферу интересов учащихся; содержать занимательные примеры, опыты, парадоксы; подразумевать современные формы и средства деятельности; обеспечивать взаимодействие учащихся; привлекать разнообразные источники информации; соответствовать учебным и возрастным возможностям учащегося; находиться в зоне его ближайшего развития.

Задача в учебной деятельности выступает как средство достижения учебной цели – усвоения определенных способов действия. Для достижения учебной цели необходим некоторый набор задач, где каждая занимает определенное место. В процессе обучения одна и та же цель требует решения ряда задач, одна и та же задача может служить достижению нескольких целей.

Рассмотрим структуру учебной задачи. Это три составляющих: учебное задание, содержательная часть и диагностическая часть. Учебное задание способствует мотивации, постановке цели и планированию. Содержательная часть включает условие, вопрос и инструкцию по выполнению. Условие направляет поиск и обработку информации. Оно может быть представлено как текст, модель, таблица, диаграмма, график, рисунок, схема, мультимедиа. Вопрос направлен на выявление и оценку конкретных знаний, учебных действий, отношение субъекта к самой задаче и способу её решения. Инструктаж по выполнению определяет способ представления в информационной образовательной среде, указания о том, какие учебные действия необходимо совершить, а также коммуникационное задание, регламентирующее индивидуальную, групповую и коллективную деятельность учащихся. Диагностическая часть это некий критериальный аппарат, который обеспечивается контрольно-корректировочными действиями.

При разработке учебных задач каждое действие педагога связано с реализацией конкретной дидактической цели. Дидактическая цель является важнейшим структурным элементом и формулируется в соответствии с реализацией основных звеньев процесса обучения и определяет тип и структуру учебного занятия. Для достижения дидактической цели необходимо решить не одну задачу, а несколько. Следовательно, требуется составить комплекс учебных задач, где каждая занимает отведенное ей место и вносит вклад в достижение цели.

Традиционно учебная задача ориентирована на формирование определенных предметных результатов, но, проектируя учебную задачу с использованием компьютерных информационных технологий, преподаватель может создать учебную ситуацию, направленную на формирование личностных, предметных и метапредметных результатов [1, 2]. Информационно-коммуникационные технологии позволяют преподавателю выйти за привычные рамки учебного процесса через творчество, сделать доминирующей информационно-аналитическую, продуктивную и исследовательскую деятельность учащихся.

Рассмотрим технологию конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов.

При разработке учебной задачи необходимо определить цель, затем выделить универсальные учебные действия, которые позволят достичь поставленных целей и определить средства деятельности, в том числе электронные образовательные ресурсы.

На кафедре информационных технологий Кубанского государственного университета разработана программа на языке программирования PHP, позволяющая на основе вычисляемых шаблонов конструировать задачи для подготовки к сдаче ЕГЭ «Информатика и ИКТ». На первом этапе учебный материал был разбит на отдельные темы в соответствии с кодификатором заданий. На последующих этапах для каждой темы выделялись типовые задания. Каждый тип задания формировал шаблон, включающий статические и динамические поля. Часть динамических полей, в том числе и ответ задачи, является вычисляемым полем. Для вычисляемых полей разработан ряд функций, которые объединены в группы по назначению и решаемой задаче. Предложена классификация типов учебных задач по использованию функций вычисляемых полей.

В программе предоставляется возможность пользователям-педагогам конструировать собственные шаблоны на основе имеющихся функций. Таким образом, педагог вовлекается в творческий процесс, без обладания знаниями в области программирования преподаватель может создавать свои собственные типы заданий.

В этом случае пользователю доступен перечень функций, которые можно применять в шаблоне. В настоящий момент в программе присутствуют следующие функции: перевод числа из одной системы счисления в другую, сложение, вычитание, умножение двух чисел в одной системе счисления, набор логических операций, вычисление кратчайшего пути в графе, поиск количества путей в графе из одной вершины в другую, вычисление пропускной способности и др. Педагог конструирует шаблон будущей задачи, задавая необходимую последовательность полей.

Рассмотрим пример построения шаблона учебной задачи по теме «Системы счисления». Одним из типов задач этой темы является задача перевода числа из одной системы счисления в другую систему.

Для этого типа задания сконструирован шаблон, содержащий статические, динамические и вычисляемые поля:

Перевести число <A> из <B> с.с. в <C> с.с. (Ответ: <D>)

Здесь А (динамическое поле) – это число в системе счисления В (динамическое поле), которое мы должны перевести в систему счисления С (динамическое поле). D (вычисляемое поле), которое после заполнения динамических полей, с помощью функций SS() и Per\_iz\_10(), определенных в программе, вычислит результат, т.е. ответ задачи. Текстовая составляющая условия задачи считается статическим полем.

Для заполнения вычисляемого поля в рассматриваемом шаблоне используются следующие функции, реализованные при помощи языка программирования PHP: функция “SS(\$a)”, которая выбирает одну из систем счисления в зависимости от значения переменной “\$a”, где значение переменной “\$a” от нуля до пятнадцати; функция “Per\_iz\_10(\$a, \$c)” переводит число “\$a” из десятичной системы счисления в “\$c” систему счисления. Аналогично в программе описываются шаблоны заданий других тем курса «Информатика и ИКТ».

Конструирование учебных задач применимо в познавательной деятельности, как педагогов, так и учащихся и студентов. Одной из основных целей системы педагогического образования является подготовка педагогов, творчески мыслящих, готовых применять в учебно-воспитательном процессе готовые информационные технологии с компьютерной поддержкой, учебные материалы в компьютеризированной среде. Однако на практике большинство педагогов используют готовые наборы учебных задач, не всегда отвечающих их образовательным запросам. Квалифицированный педагог имеет потребность в разработке собственных учебных задач. Программа работы с вычисляемыми шаблонами позволяет разрабатывать собственные шаблоны задач, выступая тем самым электронным средством инновационной компьютерной дидактики.

Цель обучения технологии конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов состоит в формировании умений у педагогов и студентов самостоятельно структурировать учебный материал, конструировать учебные задачи. Цель реализуется посредством решения следующих задач: изучение структуры учебного курса, выделение типовых заданий; практическое освоение способов конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов.

В результате практической реализации технологии конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов педагоги должны приобрести следующие компетентности: уметь структурировать учебный материал; свободно ориентироваться в типах учебных задач, относящихся к некоторому учебному курсу; использовать приёмы активной умственной работы; уметь проектировать шаблоны учебных задач, используя набор заданных функций; приобрести практические навыки работы с основными компьютерными и информационными технологиями, применяемыми для электронной поддержки формирования наборов задач; освоить приёмы работы и активно использовать в профессиональной деятельности конструктор шаблонов учебных задач.

Обучение технологии конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов реализуется поэтапно. На первом этапе обучения предусматривается

ознакомление с созданными ранее шаблонами учебных задач, в частности по курсу «Информатика и ИКТ». На втором этапе обучение строится на основе принципа предметности обучения, требующего использования контента, соответствующего профилю профессиональной деятельности педагогов.

Технология конструирования учебных задач на основе вычисляемых шаблонов предполагает следующие этапы.

1. Определение будущего шаблона по отношению к некоторой теме учебного курса. Каждая тема связана с набором запрограммированных функций. Например, к учебной теме «Системы счисления» относятся функции перевод числа из одной системы счисления в другую, сложение, вычитание, умножение двух чисел в некоторой системе счисления, сравнение двух чисел в некоторой системе счисления.

2. Построение шаблона с указанием статических, динамических и вычисляемых полей. Например, построение конструкции вида: <статполе> <динамполь> <статполе> <динамполь> <вычислполе>.

3. Заполнение значений статических полей: «Вычислить значение выражения и записать ответ в <A> системе счисления: <B> + <C>. Ответ <D>». Здесь А, В, С – динамические поля, D – вычисляемое поле. Динамические поля генерируются автоматически.

4. Выбор необходимых функций из списка, соответствующего теме, для вычисляемого поля. В качестве параметров функций указываются динамические поля из шаблона. Построение шаблона завершено. Он заносится в базу учебных заданий.

Таким образом, предложенная технология позволяет конструировать новые варианты учебных задач не из фиксированного набора, а путем заполнения значений отдельных полей и вычисления значений других полей. Особенность технологии построения задач на основе вычисляемых шаблонов состоит в возможности получения практически неограниченного числа вариантов задачи одного типа. С другой стороны эта технология позволяет педагогам формировать собственные шаблоны задач без обладания компетенциями в области программирования, обеспечивает педагогические условия для совершенствования имеющихся у педагогов компетенций в сфере новых информационно-коммуникационных технологий, а также для формирования новых, таких как создание авторских учебных материалов.

## Литература

1. Добровольская Н.Ю., Харченко А.В. Использование технологии фасетов при конструировании задач по планиметрии. Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «68 Герценовские чтения» / Под ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена, 2015.
2. Добровольская Н.Ю., Харченко А.В. Применение технологии фасетов при изучении основ программирования. Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU-2014): материалы IV Международной научной-практической конференции, посвященной 210-летию Казанского университета и Дню математики, 28-29 ноября 2014 года. – Казань: Изд-во Казан.ун-во, 2014.

# ДИСТАНЦИОННЫЙ УРОК КАК ФОРМА РЕАЛИЗАЦИИ СРЕДОВОГО ПОДХОДА В ОБРАЗОВАНИИ ЧЕРЕЗ ПРОДУКТИВНОЕ СОТРУДНИЧЕСТВО

Костенко Ю.К., Недогреева Н.Г., Нурлыгаянова М.Н.

*Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,  
г. Саратов, Россия, nata-ned@mail.ru*

**Аннотация:** Гармоничное развитие личности обеспечивается через применение средового подхода. Дистанционный урок, являясь нишей среды, служит эффективным средством организации продуктивного сотрудничества.

*Ключевые слова:* *средовый подход, продуктивное сотрудничество, дистанционный урок.*

**Abstract:** The harmonious development of the personality is ensured by the use by environmental approach. A remote lesson being an environment niche serves as the effective mean for organizing of productive collaboration.

*Key words:* *environmental approach, productive collaboration, remote lesson.*

В нормативных документах, регламентирующих реформирование всех ступеней образования, все чаще можно встретить слова, связанные с необходимостью разработки/конструирования среды образования или образовательной среды. Формирование среды обучения сегодня приобретает особую значимость не только в аспекте инструментария опосредованного управления воспитательным процессом, направленным на всестороннее формирование и гармоническое развитие личности, но и распространяется на обучение через создание особой образовательной среды, которая теперь не только приводит к формированию определённого типа личности субъекта, соответствующего спроектированной среде, но и позволяет формировать и развивать универсальные учебные действия (УУД), осуществлять продуктивное сотрудничество. Воздействие, оказываемое со стороны среды на обучающегося, носит всеобъемлющий и целостный характер, обеспечивает достижение целей образования, его высокое качество, доступность и открытость, духовно-нравственное развитие и воспитание.

Теоретическое содержание и методологические понятия «учебная (или образовательная) среда» могут быть прояснены только в контексте так называемого «средового» подхода к образованию. «Средовый» подход развивается сегодня и как практический принцип организации образовательной деятельности, и как методологический подход в педагогике как теории образования. Можно предположить, что «средовый» подход к образованию не только и не столько дань моде, сколько методологический и теоретический «шаг» на пути осознания параметров новой модели образовательной практики [1, с. 361]. Среда обучения (или образовательная среда) характеризуется как опосредованное управление, которое имеет ряд особенностей (по Ю.С. Мануйлову): 1) опосредованное управление носит скрытый характер – субъект воздействия среды не замечает того, как осуществляется воздействие, потому что не видит процесса управления; 2) управление через среду многоаспектно и масштабно – частью среды является всё окружение субъекта, вовлечённое в процесс управления; 3) управление через среду – постоянный, непрекращающийся и непрерывающийся процесс, обеспечивающий продолжительное, стойкое влияние.

Опосредованное управление позволяет формировать и развивать те требуемые ФГОС УУД, которые нуждаются в формировании и развитии у конкретного индивида. Таким образом, средовой подход – гуманистическая теория и технология опосредованного управления (через среду) процессами формирования и развития компетенций субъекта. В



инструментальном плане он представляет собой систему взаимодействия участников образовательного процесса со средой, направленного на превращение ее в средство получения результата опосредованного управления. Концептуально-теоретическую основу средового подхода составляют: понятийный аппарат (среда, ниша, стихия, образ жизни, средообразовательные действия, модель), ряд семантических утверждений (принципов) и прагматических положений (правил), касающихся средового подхода как особой функциональной системы.

Понятие «образовательная среда» содержит в себе несколько менее широких понятий: «педагогическая среда», «школьная среда», «воспитывающая среда» и подобные им, выделяющие в качестве основного один из вариантов взаимодействия участников образовательного процесса между собой и со средой. Перспективным в плане исследования представляется влияние на индивида виртуальной среды в процессе его деятельности в ней. ФГОС в качестве одного из направлений деятельности образовательного учреждения указывает не просто на возможность, а на необходимость применения информационно-коммуникационных технологий.

Если ранее понятие «виртуальная среда» в образовательном смысле ограничивалось оказанием дистанционных образовательных услуг, то в нынешнем понимании «виртуальная среда» охватывает широкий круг сфер деятельности, в том числе является неотъемлемой частью образовательного процесса в школьной практике. Следует обратить внимание, что методологической основой ФГОС стандарта является системно-деятельностный подход, что позволяет считать виртуальную среду деятельности практико-ориентированной. Таким образом, средовый подход необходимо рассматривать с позиций воздействия на обучающего в значительной степени через виртуальную практико-ориентированную образовательную среду. Реализовать такую среду можно, используя Интернет-технологии: через сайт с соответствующим наполнением.

Один из возможных вариантов использования учительского сайта – методическая копилка дистанционных уроков, необходимым условием проведения которых является осуществление продуктивного сотрудничества учителя с учащимися, учащимися друг с другом. Дистанционный урок можно охарактеризовать как новую форму обучения, как эффективный способ решения проблемы, когда «на местах часто недостаточно уже имеющихся учебных ресурсов» (А.В. Хуторской), включающую совокупность технологий, обеспечивающих доставку обучаемым основного объема изучаемого материала и интерактивное взаимодействие. Такая организация образовательного процесса хорошо удовлетворяет требованиям ФГОС по формированию УУД [4], например, таких как выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения (регулятивные), смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели, извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров; определение основной и второстепенной информации (познавательные) и пр. Выбор определенных заданий способствует формированию умения вступать в диалог, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество.

Основу проведения (организации) дистанционных уроков составляет целенаправленная и контролируемая интенсивная самостоятельная работа (саморазвитие) обучаемого, который может учиться в удобном для себя месте, по индивидуальному расписанию, имея при себе комплект специальных средств обучения и согласованную возможность контакта с преподавателем по электронной почте, в разделе «обратная связь». При планировании дистанционного урока следует учитывать, что осознание учеником изучения нового материала, его закрепление и т.д. будет происходить индивидуально, в зависимости от его подготовленности и "обученности". Если этим пренебречь, то произойдет естественное усреднение знаний и развития учеников, для

сильных учащихся участие в уроке может быть бесполезным. В связи с этим, при планировании урока, нужно предусмотреть план разноуровневого подхода к обучаемым.

В качестве примера приведем сценарий дистанционного урока на тему «Давление твердых тел, жидкостей и газов», представленный на конкурс, проводимый кафедрой физики и методико-информационных технологий физического факультета Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского для студентов выпускных курсов специалитета и бакалавриата (<https://sites.google.com/site/physkaz/kip/kdu>).

### **Давление твердых тел, жидкостей и газов**

Я приветствую вас! Представляю вашему вниманию обобщающий урок по теме: "Давление твердых тел, жидкостей и газов". Это занятие вводится в целях более глубокого изучения, повторения и закрепления ранее полученных знаний о разделе. Для того, чтобы успешно освоить данную тему необходимо выполнить предлагаемые задания.

Прежде чем приступить к уроку скачайте и откройте файл "Давление" (см. Приложение). По ходу выполнения шагов отвечайте на предложенные в файле вопросы. Результаты жду на почте.

#### **План урока:**

- актуализация знаний: давление; единицы давления; передача давления жидкостями и газами; закон Паскаля; давление в жидкости и газе; сообщающиеся сосуды; вес воздуха; атмосферное давление.

- выполнение заданий, предложенных в файле "Давление";

- выполнение домашнего задания.

#### **Давление. Единицы давления**

Изучите видеоурок и модуль "Давление. Единицы давления" ([http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b5249-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4\\_1.swf](http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b5249-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4_1.swf)). Пройдите тест в конце для самоконтроля. Чтобы убедиться, что вы усвоили материал – ответьте на вопросы в файле "Давление".

#### **Передача давления жидкостями и газами. Закон Паскаля**

Далее предлагаю Вашему вниманию модуль "Передача давления жидкостями и газами. Закон Паскаля" и демонстрацию закона Паскаля ([http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b524c-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4\\_4.swf](http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b524c-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4_4.swf)). Внимательно изучите информацию и ответьте на вопросы, содержащиеся в файле "Давление".

#### **Давление в жидкости и газе**

Просмотрите модуль "Давление в жидкости и газе" и видеоролик ([http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b524d-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4\\_5.swf](http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b524d-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4_5.swf)).

Не забывайте выполнять задания и ответить на вопросы в конце.

Выполните зарядку для глаз ([https://youtu.be/J9Gc\\_-7KM2s](https://youtu.be/J9Gc_-7KM2s)).

#### **Сообщающиеся сосуды**

Изучите видеоролик "Сообщающиеся сосуды", выполняя задания для самоконтроля ([http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b5250-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4\\_8.swf](http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b5250-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4_8.swf)).

#### **Вес воздуха. Атмосферное давление**

Пройдя по ссылке "Вес воздуха. Атмосферное давление" ([http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b5251-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4\\_9.swf](http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/669b5251-e921-11dc-95ff-0800200c9a66/4_9.swf)), изучите материал и выполните задания. И не забудьте про видео!

*Интересный факт:* по подсчетам Паскаля масса атмосферы Земли такая же, как и у медного шара диаметром 10 км - пять квадриллионов (5 000 000 000 000) тонн!

Откройте файл "Давление" и ответьте на предложенные вопросы.

#### **Историческая справка**

Давайте отвлечемся от физики и погрузимся в историю! А поговорим мы с Вами о физике, математике, философии и писателе, именем которого названа единица измерения давления – Блезе Паскале (<http://ru.wikipedia.org/?oldid=69987426>).

### Подведение итогов.

Подведите итог урока. Оцените свою деятельность на уроке и сам урок в файле "Давление".

### Домашнее задание:

Задача 1. Сухогруз получил пробоину в днище на уровне 1,5 м ниже уровня воды. С какой силой нужно прижимать пластырь для заклеивания пробоины, если её площадь 150 см<sup>2</sup>?

Задача 2. В сообщающиеся сосуды площадью поперечного сечения 10 см<sup>2</sup> налита ртуть. Затем в правый сосуд налили 80 гр керосина, а в левый – воду. Каким должна быть высота столба воды, чтобы уровень ртути не изменился?

**Спасибо за внимание!**

Приложение

Карточка для заполнения

Тема: «Давление твердых тел, жидкостей и газов»

Для вашего удобства в карточке приводится последовательность заданий, соответствующая последовательности шагов на сайте.

Фамилия, имя	
Класс	

### Шаг 1.

Что называют давлением?

Как называются единицы давления?

От чего зависит давление?

Зачем уменьшают давление? Увеличивают?

### Шаг 2.

В чем состоит закон Паскаля?

Почему закон Паскаля нельзя применить к твердым телам?

Объясните явление, продемонстрированное в видео «Закон Паскаля или «прилипчивая крышка»

### Шаг 3.

Чем создается давление в жидкости и газе?

От чего зависит давление жидкости на дно сосуда?

Заполните пропуски в тексте необходимыми словами.

Внутри жидкости существует \_\_\_\_\_ и на одном и том же уровне оно \_\_\_\_\_ по всем направлениям. С глубиной давление \_\_\_\_\_.

Имеются два сосуда, заполненные до одного уровня первый – водой, второй – маслом. В каком случае давление на дно сосуда будет больше? Почему?

### Шаг 4.

Какие сосуды называют сообщающимися?

Как располагаются поверхности однородной жидкости в сообщающихся сосудах?

Как устанавливаются поверхности неоднородных жидкостей в сообщающихся сосудах? Почему?

### Шаг 5.

Чем создается атмосферное давление?

Какими опытами можно подтвердить существование атмосферного давления?

Какой высоты должен быть столб воды, чтобы уравновесить нормальное атмосферное давление?

### Шаг 6.

В чем состоял опыт Торричелли?

### Шаг 7.

Заполните таблицу самоконтроля

Сегодня я узнал...	Было интересно...	У меня не получилось...

### **Шаг 8.**

Задача 1.

Задача 2.

Возникшие вопросы отправляйте на электронную почту: juliakostilova@gmail.com.

В заключении следует отметить, что способность использовать возможности среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечение качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого предмета, а также готовность к взаимодействию с участниками образовательного процесса и способность организовывать сотрудничество обучающихся является основой профессионально-педагогической компетенции современного учителя и эффективно реализуется через организацию и проведение дистанционных уроков.

Основной целью организации учебного процесса через дистанционный урок является развитие обучающегося посредством неограниченных возможностей сети Интернет и новейших технических средств, которые могут не только обеспечить активное вовлечение учащихся в учебный процесс, но и позволяют управлять этим процессом в отличие от большинства традиционных учебных сред. Интеграция звука, движения, образа и текста создает новую необыкновенно богатую по своим возможностям учебную среду, с развитием которой увеличивается степень вовлечения учащихся в процесс обучения. Используемые интерактивные возможности позволяют наладить и стимулировать продуктивное сотрудничество участников образовательного процесса, учителя и ученика, учеников друг с другом, обеспечить диалог и постоянную поддержку, которые невозможны в большинстве традиционных систем обучения.

### **Литература**

1. Медведев Д.Г., Медведева И.А. К вопросу о методологическом статусе «средового» подхода к образованию // Информатизация образования: интеграция информационных и педагогических технологий: Сб. материалов международной конференции. – Минск: БГУ, 2008. – С. 360-363.
2. Мануйлов Ю.С. Средовой подход в воспитании: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.01 / Мануйлов Юрий Степанович. – Москва, 1997 – 193 с.
3. Хуторской А.В. Дистанционное профильное обучение в школе [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2005/0420.htm>.
4. Фундаментально ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2011. – 79 (Стандарты второго поколения).

# ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Лёвшина Г.Д.

*Национальный Исследовательский Технологический Университет (МИСиС), Москва,  
Россия, levshina-g-d@yandex.ru*

**Аннотация.** Использование интернет-системы для подачи учебного материала и контроля знаний позволяет стимулировать самостоятельную работу студентов и повышает объективность оценок. По результатам контрольных мероприятий и систематичности выполнения учебного плана рассчитывается рейтинг студента, который учитывается в итоговой оценке по предмету.

*Ключевые слова: информационные технологии, информационно-образовательная среда, изучение математики, технический университет.*

## **Experience of use of information technologies for the organization of the information and education environment when studying the course "Mathematical Analysis" at technical university.**

**Abstract.** The use of Internet systems for the delivery of educational material and the control of knowledge allows to stimulate independent work of students and increases the objectivity of assessments. By results of control actions, characteristics of the systematic implementation of the training plan is calculated student rating, which is taken into account in the final assessment on the subject.

*Key words: information technologies, informatively-educational environment, study of mathematics, technical university.*

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи профессионального образования – “подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности; удовлетворение потребностей личности в получении соответствующего образования”.

Одним из важнейших аспектов высшего технического образования является развитие компетентностного подхода в математическом образовании. В рамках этого подхода ставится цель:

- сформировать у студентов убеждение в важности математических методов для решения профессиональных задач;
- поднять уровень использования математического аппарата при изучении общетехнических и профессиональных дисциплин;
- развить стремление к самостоятельной работе и обучению, умение находить и принимать оптимальное решение различных профессиональных задач.

Однако в последнее время мы всё чаще слышим разговоры о том, что уровень подготовки наших выпускников недостаточно высок. Как правило, причиной этого

служит не только слабые способности или низкая подготовка, а неорганизованность студентов – за учёбу они берутся только в конце семестра. Во многих случаях преподаватели вынуждены “закрывать глаза” на явное отсутствие знаний. В связи с этим необходимо приложить усилия, чтобы стимулировать и контролировать работу студентов с самого начала семестра.

Студенты много времени проводят в Интернете в бесполезных занятиях. Необходимо попытаться направить эти стремления в полезное русло. Широкое использование Интернет-системы для подачи учебного материала и контроля знаний позволило бы не только облегчить студентам поиск нужных учебных материалов, но стимулировало бы их самостоятельную работу и повысило бы объективность оценок.

Решение этих задач предусматривает повышение роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиление ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание их творческой активности и инициативы.

Важным фактором для достижения этих целей является разработанная в НИТУ МИСиС в Институте экономики и управления промышленными предприятиями программа (Internet-приложение) для обучения студентов с применением глобальной компьютерной сети Internet. Компьютерная оболочка создана в среде Microsoft Visual Studio 2010 на языке C# с использованием новейшей архитектуры (.NET), технологий объектного Web-программирования, базы данных Microsoft SQL Server Database. Это позволяет использовать её в учебном процессе как внутри университета, так и при обучении удалённых учащихся по сети Internet. В качестве клиентского приложения используется обычный браузер - Internet Explorer.

В докладе излагается опыт преподавания курса «Математического анализа» на кафедре высшей математики в Национальном Исследовательском Технологическом Университете (МИСиС) с использованием информационных технологий, то есть в использовании различных способов подачи информации, обеспечения с помощью интернета эффективной обратной связи между студентом и преподавателем в процессе обучения.

Схема изучения курса с использованием информационных технологий сводится к следующему:

1. Знакомство с теоретическим материалом на лекциях. Использование демонстрационных элементов на лекциях позволяет существенно усилить наглядность изучаемого материала, помогает студенту глубже понять сущность математических методов, заинтересовать студента.

2. Изучение методов или алгоритмов решения задач на практических занятиях на учебных примерах из стандартных задачникков, не требующих больших затрат времени и громоздких вычислений.

3. Организация и контроль самостоятельной работы студента во внеучебное время по выполнению индивидуальных тестов и заданий (типовых расчетов) с контролем выполнения и организаций обратной связи в сети Интернет. Для организации учебного процесса, стимулирования систематической самостоятельной работы студентов используется оболочка дистанционного обучения "Dist" на сайте НИТУ МИСиС **econom.misis.ru**. Основное назначение системы:

- обеспечение учебными материалами;
- автоматическое формирование и выдача тестов и заданий;
- организация и контроль самостоятельной работы студентов;
- контроль знаний;
- определение рейтинга студента;
- получение оперативной информации о состоянии учебного процесса.

Разработанная система отражает как традиционную структуру обучения в высших учебных заведениях с использованием групп студентов, специальностей и учебных

планов, так и современные тенденции перехода к дистанционному обучению, т.е. возможность обучаться в любое время и в любом месте, по индивидуальным планам и графикам.

Указанная выше программа фактически реализует систему дистанционного обучения с целью стимулирования внутри семестровой самостоятельной работы студентов. Каждый студент, попав на свою страницу на сайте, получает комплект учебных материалов по каждой учебной дисциплине, а также ссылки на дополнительную литературу и справочные материалы, что избавляет его от необходимости их поиска. Но главное - студент обязан пройти изучение учебной дисциплины по траектории. Он последовательно получает порции учебного материала и тесты для проверки усвоения. При неудовлетворительной сдаче теста компьютер возвращает его к повторному изучению соответствующих разделов. В траекторию также включены другие контрольные мероприятия, в частности выполнение индивидуальных типовых расчетов с проверкой промежуточных и окончательных результатов в той же программе, а затем предоставление преподавателю выполненного задания.

Программой контролируются сроки выполнения тестов и заданий, затраченное время. В результате накапливается информация о степени усвоения материала (оценки и баллы). Штрафные баллы за несвоевременное выполнение работ и использование дополнительных попыток стимулируют регулярность работы и внимательное изучение материала.

В соответствии с требованиями траектории предусматривалось не менее одного тестирования в месяц, но предпочтительным являлась еженедельная подача учебного материала и проверка усвоения с помощью теста. Предусматривались также подтверждающие (аудиторные) тестирования. Если в аудитории студент не подтверждает выполнение тестов данной темы, результаты его тестирования по данной теме аннулируются и он должен пройти эту часть траектории заново.

При тестировании используются вопросы различных типов, в том числе, наряду с простыми вопросами типа "да/нет", выбором правильного ответа, последовательности, даются задачи с ответом в виде одного или нескольких чисел. Студенты получают различные тесты и типовые расчеты, что достигается случайным выбором вопросов и задач из соответствующего заложенного банка задач и случайным выбором значений параметров из заданного диапазона их изменений.

Преподаватель в наглядной форме в графическом виде в любой момент может видеть продвижение каждого студента группы по траектории. Может получить информацию об усвоении материала по каждой теме, а также вопросы, на которые студент не смог дать правильный ответ для собеседования, что фактически позволяет исключить пробелы в знаниях.

Наличие протоколов тестирований с данными и правильными ответами уменьшает опасность возникновения конфликтных ситуаций.

Оценки, выставляемые преподавателями на практических и семинарских занятиях, за контрольные работы, домашние задания вводятся преподавателями в компьютер. Наряду с этим осуществляется компьютерный контроль самостоятельной работы студентов (обучение по траектории, тесты), результаты которого автоматически фиксируются в журнале преподавателя и не могут быть изменены.

Все результаты тестирований, контрольных мероприятий, оценки в аудитории, характеристики систематичности выполнения учебного плана и др. собираются в одной базе данных и рассчитывается рейтинг студента.

Текущий рейтинг рассчитывается компьютером непосредственно перед выдачей информации на экран на основании данных о работе всех студентов группы и может измениться при следующем запросе.

Рейтинг определяется как сумма произведений баллов на весовой коэффициент для каждого вида контрольных мероприятий (практические занятия, контрольные работы,

тесты самостоятельные, тесты подтверждающие, типовые расчеты, посещаемость лекций и практических занятий, ритмичность).

Для каждого контрольного мероприятия (кроме практических занятий) в расчёт принимается только последняя попытка с понижающим коэффициентом 0.95 за каждую попытку.

Балл за посещаемость (отрицательный) пропорционален числу пропущенных занятий. Максимальный отрицательный балл, заданный в весовых коэффициентах, получают студенты, пропустившие все занятия. Расчёт посещаемости лекций и практических занятий производится отдельно.

Преподаватель перед экзаменом и зачётом получает в дирекции ведомость с рейтингом. Полученный в течении семестра рейтинг учитывается при проставлении экзаменационной оценки.

В докладе приводятся материалы, используемые при построении траектории обучения по дисциплине «Математический анализ».

Многие преподаватели, использующие данную систему на практике, отмечают более серьёзное отношение студентов к учёбе и улучшение знаний.

---

## АДАПТИВНОЕ ОБУЧЕНИЕ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

Уварова А.В.

*Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Россия,  
anastasiyauvarova@gmail.com*

Кольцов Ю.В.

*Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Россия, dean@fpm.kubsu.ru*

Подколзин В.В.

*Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Россия, vvr\_35@mail.ru*

**Аннотация.** Определение модели предметной области с использованием инструментария функциональных сетей. Использование монотонных функций при моделировании ПО. Применение моделей предметной области к задаче адаптивного обучения. Недетерминированная модель предметной области. Задача принятия решения.

*Ключевые слова: предметная область; моделирование; функциональная сеть; монотонная функция, адаптивное обучение, междисциплинарный модуль, имплементация.*

**Abstract.** Definition of model of subject domain with use of tools of functional networks. Use of monotonous functions for modeling SD. Apply of domain model for adaptive learning problem. Nondetermined domain model. Decision problem.



*Keywords: subject domain; modeling; functional network; monotonous function, adaptive learning, interdisciplinary module, implementation.*

Элементы предметной области (ПО) будем называть сущностями и обозначать  $S$ . Характеристикой сущности  $S$  назовем некоторое значение  $h \in [0, \max_h]$ , которое определяется на основе свойств предметной области и решаемых в ней задач.

**Определение:** Правилom  $R$  нахождения характеристики  $h$  сущности  $S$  будем называть запись вида:

$$R: h = f(h_1, h_2, \dots, h_N), \quad (1)$$

где  $h_i$  – характеристика сущности  $S_i$  ( $i=1..N$ ), а  $f$  – функция от  $N$  переменных [1].

Если для некоторой сущности имеется правило  $R$  определяющее значение характеристики  $h$  сущности  $S$ , то данный факт обозначим как  $R \rightarrow S$  или  $R(S_1, S_2, \dots, S_N) \rightarrow S$ . Для локальных сущностей значение  $h$  может быть либо рассчитано, либо задано как исходные данные для решаемой задачи.

Если  $R \rightarrow S$  согласно (1), то будем говорить, что сущность  $S$  определяется сущностями  $S_i$  согласно правилу  $R$ , а сущности  $S_i$  определяют  $S$  ( $i=1..N$ ) (обозначим  $S_i \supset S$ ), функция  $f$  – функция характеристики  $S$  [1].

**Определение:** Детерминированной моделью предметной области (ДПО)  $D$  будем называть модель, в которой справедливо

$$\forall (R_1 \rightarrow S_1, R_2 \rightarrow S_2) \in D \Rightarrow S_1 \neq S_2.$$

Модель ДПО можно интерпретировать как ориентированный нагруженный граф с вершинами соответствующими сущностям предметной области. Каждой вершине  $S_i$  приписывается метка  $h_i$ , значение которой определяется согласно (1). Вес ребра  $(S_i, S_j)$  графа определяется согласно величины “влияния” значения  $h_i$  на  $h_j$ .

Обозначим через ДПО<sup>+</sup> детерминированную модель предметной области, значения характеристик сущностей которой неотрицательны [2].

Рассмотрим ДПО<sup>+</sup>, функции характеристики  $f$  которой определяются следующим образом:

$$h_i = f_i(h_1, h_2, \dots, h_N) = \max \left( 0, \sum_{j=1}^N \alpha_j h_j^{k_j} \right), \quad i=1..N \quad (2)$$

Согласно (2) граф такой модели будет иметь ориентированное ребро  $(S_j, S_i)$ , вес которого будем обозначать парой  $(\alpha_j, k_j)$ .

Описанную математическую модель можно использовать при адаптивном обучении для оценивания возможностей обучаемого достичь определенного уровня усвоения знаний предметной области, где значения характеристик  $h_i, i = \overline{1, n}$  определяют насколько качественно усвоен материал некоторого уровня.

**Определение:** имплементацией функциональной сети называется функциональная сеть модели предметной области, в которой определены значения некоторых характеристик.

Имплементация функциональной сети определяется на основе некоторых значений характеристик, соответствующих исходным данным.

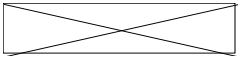
**Определение:** Максимальной имплементацией сети (ДПО<sub>max</sub><sup>+</sup>) называется сеть модели ДПО<sup>+</sup>, в которой все характеристики принимают максимально возможные значения.

Сравнение значений характеристик  $h_i$  определенного обучаемого с максимальной сетью позволяет оценивать способность освоения очередного раздела обучения, а также ожидаемый максимальный уровень знаний очередного узла соответствующей модели.

Определение нижней оценки характеристик модели, в общем случае отличной от 0, позволяет определять минимальный уровень усвоения материала, необходимый обучаемому для успешного прохождения итоговой аттестации. Следует отметить, что

модель с нижней границей позволяет проводить промежуточную аттестацию, сравнивая значения обучаемого с характеристиками определенных сущностей.

**Определение:** Минимальной имплементацией сети (ДПО<sub>min</sub>+) будем называть модель ДПО+, в которой все характеристики принимают минимально допустимые значения.

Имплементация сети ДПО<sub>1</sub>+ превосходит имплементацию сети ДПО<sub>2</sub>+, если , где  $h_i^1$ -характеристики имплементации сети ДПО<sub>1</sub>+, а  $h_i^2$ -характеристики имплементации сети ДПО<sub>2</sub>+

Успешность освоения материала обучаемым определяется имплементацией, превосходящей минимальную имплементацию ДПО<sub>min</sub>+

Наличие нижней границы у значений характеристик позволяет не только оценивать успешность изучения некоторого материала, но и выявлять «слабые места» в обучении. Последнее позволяет автоматизировать процесс обучения и тестирования, а также нахождения «проблемных» сущностей ПО, изучение которых необходимо повторить для получения положительной аттестации.

Процесс обучения на основе предложенной модели можно разбить на следующие шаги:

- 1) Оцениваются значения входных характеристик модели, соответствующие текущему уровню знаний обучаемого. Обозначим множество таких характеристик через  $\Omega^k$ ;
- 2) Если найдется хотя бы одна характеристика из  $\Omega^k$ , значение которой меньше значения минимальной сети, то обучаемый должен преодолеть минимальный порог для уровня усвоения знаний, соответствующих этой сущности. В противном случае вычисляются значения характеристик сущностей, определяемых элементами  $\Omega^k$  (обозначим такое множество  $\Omega^f = \{F_1, \dots, F_L\}$ );
- 3) Вычисляются значения характеристик сущностей, которые определяются элементами  $\Omega^k \cup \Omega^f$  (обозначим такое множество  $\Omega^o = \{O_1, \dots, O_T\}$ );
- 4) Шаг 3 повторяется до тех пор, пока не будут вычислены значения характеристик выходных сущностей сети. Обозначим множество выходных сущностей через  $\Omega^r = \Omega \setminus (\Omega^k \cup \Omega^f \cup \Omega^o)$ .

Пример разбиения сущностей (вершин графа) на множества представлен на рис. 1.

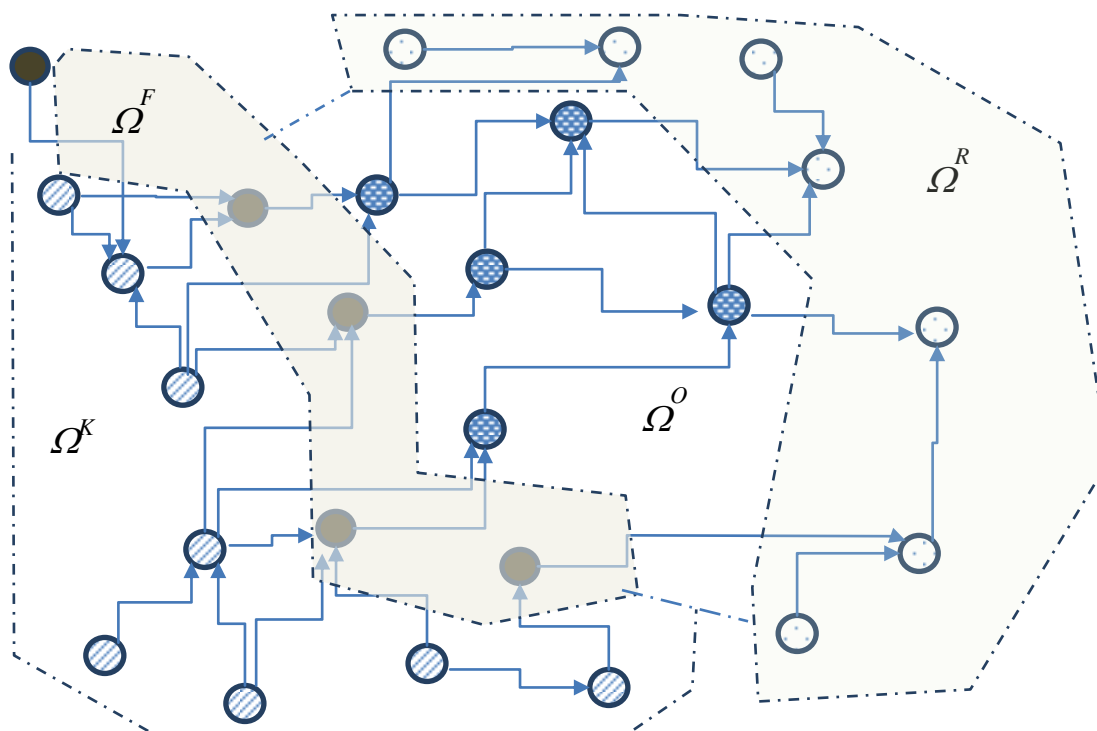


Рисунок 1. Разбиение сущностей на множества

Рассмотренную модель ДПО+ можно использовать для обучения целым модулям дисциплин. В этом случае множество выходных характеристик одной сети  $\Omega^r$  является

подмножеством множества входных характеристик другой сети  $\Omega^K$ . Такой подход позволяет объединять дисциплины в междисциплинарные модули, что особенно актуально в настоящее время, в связи с использованием новых федеральных стандартов в образовании. Модель, полученную описанным выше объединением моделей ДПО+, называется детерминированной моделью междисциплинарного модуля ДММ+.

Модель ДММ+ позволяет строить стратегии адаптивного обучения, основываясь на текущих значениях характеристик обучаемых. Возможности применения данной модели включают в себя определение профессиональной ориентации обучаемого (например, в СПО при выборе специальности или в ВПО при выборе направления обучения), а также проверку компетенций обучаемого (в рамках компетентностного подхода к оцениванию знаний и навыков, приобретенных в ходе изучения некоторой дисциплины).

**Определение:** Недетерминированной моделью предметной области (НПО) называется модель, каждой сущности  $S_i$  которой соответствует не менее одного правила (1), т.е.

$$\forall S_i \exists \{ R_j^i : h_i = f_j^i(h_{j_1}, h_{j_2}, \dots, h_{j_N}) \}$$

При условии (2) будем обозначать такую модель НПО+.

Выбор следующего узла графа модели НПО+ для перехода можно рассматривать как задачу принятия решения T. Формально она определяется следующим образом:

$$T = \langle F, A, D, C, P \rangle, \text{ где}$$

F – формулировка задачи, т.е. определение глобальной цели обучения.

A – множество возможных вариантов решения (все вершины графа, достижимые из текущей вершины  $S_j$ ).

D – совокупность атрибутов, по которым описываются элементы множества A.

C – совокупность условий, которые задают некие ограничения на значения атрибутов совокупности D.

P – предпочтения для принятия решения.

Формулировка задачи F задается учителем или обучаемым, в зависимости от схемы и задач обучения.

Множество A можно получить, используя один из известных методов обхода графов. Обозначим множество достижимых вершин из вершины  $S_j$  через  $\Omega^{A_j}$ .

Совокупность D – это множество правил  $\{R^j\}, j \in \Omega^{A_j}$ , по которым вычисляется множество значений характеристик  $h^j$  для узла  $S_j$ .

Совокупность C позволяет определить минимальные и максимальные пороговые значения  $(h_{\min}^j, h_{\max}^j)$  для  $S_j, j \in \Omega^{A_j}$ . Т.о. для каждого узла  $S_j$  графа модели НПО+ существует некий набор характеристических функций

$$\mu_{S_j} = \begin{cases} 1, h^j \in [h_{\min}^j, h_{\max}^j] \\ 0, h^j \notin [h_{\min}^j, h_{\max}^j] \end{cases}$$

Предпочтения P можно применять для задания общей направленности вектора обучения (например, направления подготовки).

Актуальность применения данной модели обусловлена повсеместным внедрением дистанционного обучения и тестирования. Главным преимуществом рассмотренной модели является возможность адаптивного обучения, т.е. определения вектора дальнейшего обучения на основе значений текущих характеристик и отслеживания всей траектории обучения посредством объединения дисциплин в междисциплинарные модули.

## Литература

1. Уварова А.В., Подколзин В.В. Построение монотонно-детерминированной модели предметной области // Ежемесячный научный журнал «Prospero», №4. сс.73-75 М. – 2014.
  2. Подколзин В.В., Уварова А.В., Широглазова К.Н., Гудза В.А. Нахождение значений характеристик сущностей ДПО+ на основе заданного множества // Ежемесячный научный журнал «Инновации в науке: применение и результаты», №3. сс.77-81 Новосибирск – 2015.
- 

## ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

Пушкарь Е.А., Берков Н.А.

*ФГБОУ ВПО Московский государственный индустриальный университет, Москва,  
Россия, pushkar@msiu.ru*

**Аннотация.** Рассмотрены проблемы, возникающие при обучении математике студентов инженерных специальностей технических высших учебных заведений. Обосновывается необходимость использования пакетов прикладных программ и компьютерной алгебры. Приведены примеры использования пакета **Maxima** для решения задач математического анализа и обыкновенных дифференциальных уравнений.

*Ключевые слова:* компьютерная алгебра, пакеты прикладных программ, программное обеспечение, численные методы, преподавание математики, инженерные специальности.

**Abstract.** In the present stage of the development of computers and software oriented to solution of mathematical problems, teaching mathematics in a technical university, in particular, that aimed to students of engineering professions, cannot be implemented without using computer mathematics. In our opinion, graduates of technological higher schools must be able to carry the solution to a real number; however, in complex cases this is impossible to be made without using modern numerical methods and software packages. The students must begin actively to make the acquaintance of these questions already in the mathematics course.

*Key words:* computer algebra, program packages, software, numerical methods, teaching mathematics, technical university, engineering professions.

На данном этапе развития компьютерной техники и программного обеспечения, ориентированного на решение математических задач, преподавание математики, в особенности студентам инженерных специальностей, практически невозможно без использования систем компьютерной математики. По нашему мнению, выпускники технических высших учебных заведений должны уметь доводить решение до числа, или представлять решение в графическом виде, что невозможно сделать без использования

численных методов и пакетов прикладных программ. С этими вопросами студенты должны начать активно знакомиться на базе учебных задач в курсе математики начиная с первого семестра.

Начиная с 1980-х годов, компьютерная техника активно используется на кафедре Прикладной математики ФГБОУ ВПО МГИУ для обучения студентов математике. В те годы численно решались нелинейные уравнения, системы линейных и нелинейных уравнений, численно вычислялись интегралы, решались задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, краевая задача для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами решалась методом прогонки, а также краевые задачи для одномерных уравнений колебаний и теплопроводности решались численно, используя метод сеток. Для решения этих задач студенты писали вычислительные программы, вначале на алгоритмическом языке Fortran, а затем на Visual Basic for Application.

В последнее время появились мощные системы компьютерной алгебры, простые в использовании и ориентированные на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением различных математических задач. К таким системам относятся: **Mathcad**, **Mathematica**, **Maple**, **Mathlab**, **Maxima** и т.д.

В нашем университете решено обучать студентов с использованием систем компьютерной математики свободного доступа. Это позволяет студентам использовать данные пакеты на домашних компьютерах. К таким пакетам относится пакет **Maxima** и отчасти пакет **Wolfram Mathematica**, в котором в свободном доступе находятся многочисленные ресурсы, вполне достаточные для решения учебных заданий. Кроме того, студент имеет право использовать другие пакеты. В работе [1] более подробно рассмотрены возможности применения пакета **Maxima**. Преподавателями кафедры прикладной математики ФГБОУ ВПО МГИУ разработан комплекс учебных пособий по математике для технических высших учебных заведений [2-7], с использованием которых студенты изучают теорию [2-5] и выполняют индивидуальные задания, применяя пакеты компьютерной математики. В этих учебных пособиях даются примеры решения задач с использованием двух пакетов: **Mathcad** и **Maxima**. Подробное описание команд и функций этих пакетов приведены в учебных пособиях [8, 9].

Приведем основные темы курса математики, в которых используются системы компьютерной алгебры.

1. Решение задач линейной алгебры: Действия над матрицами. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений матричным способом по формулам Крамера, с нахождением обратной матрицы и методом Гаусса.
2. Исследование функций одной и двух переменных: Построение графиков функций, заданных параметрически и в полярных координатах. Исследование функций с помощью производных на монотонность, скорость изменения, выпуклость и вогнутость. Асимптотическое поведение функций. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена и исследование их сходимости.
3. Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат с помощью определенного интеграла. Вычисление длин дуг плоских фигур в различных системах координат с помощью определенного интеграла. Вычисление объёмов тел вращения с помощью определенного интеграла. Приложение определенного интеграла к решению задач физики и механики.
4. Решение задачи Коши и краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Гармонический анализ.
6. Решение задач математической физики аналитическими и численными методами.

7. Решение задач математической статистики: определение доверительных интервалов, проверка статистических гипотез, проведение регрессионного анализа.

Например, при выполнении индивидуального домашнего задания по числовым последовательностям, студент должен задать последовательность с помощью дискретной функции, построить ее график и найти ее предел.

В заданиях на исследование функции студенту предлагается два типа заданий. Первое задание состоит из простой функции, на примере которой студент проводит стандартное классическое исследование функции вручную при помощи теории пределов и производных первого и второго порядков, но при этом строит, используя пакет **Maxima** или любой другой пакет, графики исследуемой функции с изображением полученных асимптот и отдельно графики производной первого и второго порядков. Визуализация полученных графиков позволяет студенту разобраться в геометрическом смысле асимптот и производных, а также сохранить полученную визуальную информацию на более продолжительное время.

При изучении темы обыкновенные дифференциальные уравнения трудно обойтись без численных методов решения прикладных дифференциальных задач. Большинство таких задач сводятся к дифференциальным уравнениям, которые не удастся решить аналитически и необходимо применять различные численные методы решения. Наши студенты решают задачу Коши методами Эйлера и Рунге-Кутты различного порядка точности по соответствующим формулам и графически сравнивают полученные результаты с помощью встроенной в пакет **Maxima** функции `rk`. Производится исследование сходимости и ее графическое отображение для различных численных методов.

С использованием пакетов компьютерной алгебры очень удобно проводить исследование сходимости степенных рядов и рядов Фурье. Студенты пишут простейшие программы, кодирующие частичную сумму первых  $n$  членов ряда, и строят графики для нескольких значений параметра  $n$ .

Как правило, решение задач уравнений математической физики, сводящихся к дифференциальным уравнениям в частных производных, требуют применения вычислительной техники. Уже при исследовании простейших однородных задач теплопроводности или задач о колебательных процессах, в которых можно применить метод разделения переменных, решение сводится к рядам Фурье и для обработки полученных результатов нужно использовать программирование или стандартные функции. Учебные задачи со сложными краевыми условиями решаются методом сеток. Полученное решение выводится в графическом виде, иллюстрирующем развитие физического процесса при изменении временного параметра. На базе полученных графических результатов решения простейших заданий, студенты должны научиться анализировать физический смысл коэффициентов уравнений, граничных и начальных условий поставленной задачи.

Проиллюстрируем на конкретных примерах применение пакета **Maxima** в решении задач математического анализа.

*Пример 1.* Численно вычислить определённый интеграл:  $\int_0^2 e^{0,25x^4} dx$ . Использовать различные численные методы. Исследовать их сходимость.

Студент должен применить три простейшие формулы для приближённого вычисления интеграла:

1. Формулу прямоугольников  $\int_a^b f(x)dx \approx h \sum_{i=1}^N y_{i-0,5}$ .
2. Формулу трапеций  $\int_a^b f(x)dx \approx h \left( \frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} y_i \right)$ .
3. Формулу Симпсона  $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} \left( y_0 + y_{2n} + 4 \sum_{k=1}^n y_{2k-1} + 2 \sum_{k=1}^{n-1} y_{2k} \right)$ .

Написать простейшие программы для реализации этих формул.

```
(%i1) numer:true$ f(x):=exp(0.25*x^4); a:0$ b:2$ /* Это встроенная в пакет функция для
численного интегрирования */
```

```
(%i5) int_maxima(a,b):=quad_qag(f(x),x,a,b,5)[1];
```

```
/*Это подпрограмма реализующая формулы прямоугольников. */
```

```
(%i6) int_pr(a,b,N) := (h:(b-a)/N,mx:makelist(a-h/2+h*i,i,1,N),h*sum(f(mx[i]),i,1,N));
```

```
/*Это подпрограмма реализующая формулы трапеций. */
```

```
(%i7) int_tr(a,b,N) :=
```

```
(h:(b-a)/N,mx:makelist(a+h*i,i,1,N),h*(sum(f(mx[i]),i,1,N-1)+(f(a)+f(b))/2));
```

```
/*Это подпрограмма реализующая формулы Симпсона. */
```

```
(%i8) int_simp(a,b,N) := (n2:N/2, h:(b-a)/N2, mx:makelist(a-h/2+h*k,k,1,N2),
```

```
h/6*(4*sum(f(mx[k]),k,1,N2)+2*sum(f(mx[k]+h/2),k,1,N2-1)+f(a)+f(b)))
```

Вызываем на выполнения всех подпрограмм при  $N=4$ .

```
(%i9) int_maxima(a,b)
```

```
(%o9) 9.924010006680119
```

```
(%i10) N:4 $
```

```
(%i11) int_pr(a,b,N)
```

```
(%o11) 7.177395043627158
```

```
(%i12) int_tr(a,b,N)
```

```
(%o12) 16.82207800153504
```

```
(%i13) int_simp(a,b,N)
```

```
(%o13) 12.73507052429344
```

Далее можно построить график подынтегральной функции и рассмотреть геометрический смысл интеграла, методов интегрирования и указать геометрический смысл погрешности. Затем удваивая параметр  $N$ , студент должен добиться сходимости всех методов.

$|I_{2N} - I_N| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная точность вычисления.

Еще один достаточно трудоемкий пример, демонстрирующий необходимость использования компьютерных математических пакетов в учебном процессе.

*Пример 2.* Рассмотрим решение задачи Коши  $y' = 0,5e^x y^2$ ,  $x \in [0, 1]$ ,  $y(0) = 1$ , имеющей аналитическое решение. При помощи функций `ode2` и `ic1`, используя пакет `Maxima`, получим аналитическое решение.

```
(%i1) ode2('diff(y, x)=1/2*exp(x)*y^2, y, x);
```

```
(%o1) -2/y=%e^x+%c
```

```
(%i2) ic1(%o1, x=0, y=1);
```

```
(%o2) -2/y=%e^x-3
```

Ответ можно записать в явном виде:  $y = \frac{2}{e^x - 3}$ .

Используя формулы Эйлера и Рунге-Кутты четвертого порядка точности, получаем численное решение и сравниваем его с аналитическим.

```
(%i1) kill(all)$ numer:true$ fpprintprec : 4$
```

```
a:0$ b:1$ y0:1$ N:5$ h:(b-a)/N$
```

```
f(x,y):=0.5*exp(x)*y^2;
```

```
(%i10) array(x,N)$ array(yE,N)$ array(y4,N)$
```

```
(%i13) fillarray(x,makelist(a+h*i,i,0,N));
```

```
(%i14) yE[0]:y0$ y4[0]:y0$
```

```
for i:0 while i<N do(
```

```
  yE[i+1]:yE[i]+h*f(x[i],yE[i]),
```

```
  k1:f(x[i], y4[i]), d:h/2, k2:f(x[i]+d,y4[i]+d*k1),
```

```
  k3:f(x[i]+d,y4[i]+d*k2), k4:f(x[i]+h, y4[i]+h*k3),
```

```
  y4[i+1]:y4[i]+(k1+2*(k2+k3)+k4)*h/6);
```

```
(%i17) xy1:makelist([x[k],yE[k]],k,0,N);
```

```
(%o17) [[0,1],[0.2,1.1],[0.4,1.248],[0.6,1.48],[0.8,1.879],[1.0,2.665]]
```

```
(%i18) xy4:makelist([x[k],y4[k]],k,0,N);
```

```
(%o18) [[0,1],[0.2,1.124],[0.4,1.326],[0.6,1.698],[0.8,2.581],[1.0,6.857]]
```

```
(%i19) wxplot2d([[discrete,xy1], [discrete,xy4],2/(3-exp(x))],[x,0,1],
```

```
  [style,[linespoints,4,1,5], [lines,2,3]],
```

```
  [legend,"YE","Y4","YT"], [gnuplot_preamble, "set grid;"]);
```



Затем, удваивая параметр  $N$ , студент должен добиться сходимости обоих методов к аналитическому решению. В качестве критерия сходимости выбираем условие:  $\|y_{2N} - y_N\| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданная точность решения.

## Литература

1. Пушкарь Е.А., Миносцев В.Б., Мартыненко А.И., Берков Н.А. Об использовании пакетов компьютерной алгебры в курсе математики для технических высших учебных заведений. *Труды Международной научной конференции 24-29 марта 2014, Цахкадзор, Армения, 2014. Том 1. Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство*. С. 506-510
2. Зубков В.Г., Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 544 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Ляховский В.А., Мартыненко А.И., Миносцев В.Б. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 2. Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 432 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
4. Берков Н.А., Зубков В.Г., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 528 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
5. Берков Н.А., Мартыненко А.И., Пушкарь Е.А., Шишанин О.Е. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 4. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 304 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
6. Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра. Интегрирование. Теория поля: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 608 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
7. Сборник индивидуальных заданий по математике для технических высших учебных заведений. Часть 2. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Задачи оптимизации. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. Под ред. В.Б. Миносцева и Е.А. Пушкаря. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство "Лань", 2013. – 320 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
8. Берков Н.А. Применением пакета Maxima: Математический практикум. – М.: МГИУ, 2009. – 188 с.
9. Берков Н.А., Елисеева Н.Н. Применение пакета MathCad: практикум. – М.: МГИУ, 2006. – 132 с.

# WEBINAR КАК НЕОБХОДИМЫЙ КОМПОНЕНТ ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ (НА ПРИМЕРЕ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ)<sup>1</sup>

Щербатых С.В., Рогачёва А.Ю.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия,  
shcherserg@mail.ru, ancka.rogacheva@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье рассмотрены некоторые аспекты применения технологии webinar-ов в современном дистанционном образовании школьников. На конкретном примере данная технология реализуется при обучении элементам теории вероятностей.

*Ключевые слова:* общеобразовательная школа, дистанционное обучение, web-конференция, webinar, педагогическое проектирование, теория вероятностей.

**Abstract.** The article touches upon some aspects of the application of technology of webinars in the modern distance education of pupils. As a specific example, this technology is implemented in teaching the elements of the theory of probability.

*Key words:* secondary school, distance learning, web-conference, webinar, pedagogical planning, the theory of probability.

Система образования предполагает обязательным компонентом обучения использование персонального компьютера (ПК) на уроках в школе. Механизм создания новой интернет-среды для чтения и письма гарантирует учащимся свободу выражения своих мыслей, закрепление полученных знаний, неограниченную возможность поиска нужной информации. Новая учебно-методическая литература в сети Интернет, сопровождаемая подробными алгоритмами и указаниями по решению задач, содействует развитию обучающихся и даёт определённый опыт в работе с Интернет-ресурсами.

По мнению Е.Д. Патаракина, усвоение знаний происходит с помощью нового стиля, который даёт дальнейший потенциал для их представления и оформления в сетевой форме [3, с. 44]. Творческая деятельность учащихся в работе с ПК формирует хорошую основу обращения с различными элементами медиакультуры. Доктрина современной школы меняется за счет постоянного подключения учеников к компьютерной сети. Стены школы становятся всё более «прозрачными», и целесообразным становится говорить уже об обучении, производимом «на расстоянии», виртуальном, или дистанционном.

Так А.Е. Петров в пособии под редакцией профессора Е.С. Полат обозначает главные направления услуг Интернета: вещательные, поисковые и интерактивные услуги [4, с. 166].

*Вещательные услуги* включают электронные библиотеки с широкими возможностями доступа к редким источникам информации.

*Поисковые услуги* получили следующее подразделение: поисковые системы, каталоги, метапоисковые системы.

*Среди интерактивных услуг* выделяют электронную почту и электронные конференции.

Технологии Интернет (по И.Г. Захаровой) предоставляют и обучающимся, и учителям большие возможности предпочтения источников информации для использования в образовательном процессе [1, с. 42-43].

Дистанционная форма обучения реализуется благодаря следующим широчайшим возможностям: оперативной передаче информации любого объёма и различного вида на

---

<sup>1</sup> Издание статьи осуществлено при финансовой поддержке РГНФ, проект № 15-16-48002.

любые расстояния; интерактивности и оперативности обратной связи; доступу к различным источникам информации; организации групповых телекоммуникационных программ; запросу информации по любому вопросу в режиме электронных конференций.

Электронная конференция в настоящее время становится неотъемлемой частью дистанционного обучения. Ниже будет рассматриваться технология Webinar-ов, предполагающая внедрение инновационных методик, средств и форм обучения в виртуальном взаимодействии участников образовательного процесса на примере обучения элементам теории вероятностей в общеобразовательной школе.

**Webinar** – разновидность web-конференций, обычно имеющая образовательный характер и позволяющая организовывать двухстороннюю связь со слушателями в процессе виртуального мероприятия.

Система проведения таких конференций предполагает наличие ПК с доступом в сеть, а также программное обеспечение (ПО) для аудио- и видеотрансляции, необходимое техническое оснащение (микрофон, наушники и web-камеру).

Проведение конференции осуществляют: администратор, преподаватель, модератор, учащиеся.

*Администратор* берёт на себя задачу по назначению вебинара и его регистрации, задачу об оповещении слушателей.

*Преподаватель*, имеющий доступ ко всем функциям, проводит занятия. У преподавателя должен быть собственный кабинет, где он вправе планировать и создавать свои мероприятия. Оснащение кабинета предполагает отображение и статистику расписания проведённых занятий, видеоматериалы и учебные пособия.

*Модератору* предоставлено право на выполнение технологических и организационных действий, право на помощь преподавателю в случае затруднения работы. Модератор отвечает на вопросы в чате, осуществляет регулирование прав слушателей.

*Учащиеся (слушатели)* инициативно должны подходить к учебному занятию: отвечать на поставленные вопросы педагога или задавать их при малейшем непонимании изучаемого материала.

Существует множество Интернет-платформ с системой администрирования, позволяющей рассылать приглашения на участие в вебинарах, а также показывающей приближение событий по электронной почте. Пользователям, незарегистрированным на сайте, для идентификации предложено пройти по единой ссылке. Система проводимых видеоконференций (вебинаров) является одной из главных перспектив развития единой информационной образовательной среды (ЕИОС). Интернет-конференция – одна из интересных дидактических возможностей коммуникационных средств, применяющихся для улучшения качества научных разработок, для межличностного и международного общения.

Выявлено, что технологии видеоконференций позволяют осуществлять разработку:

- 1) методологий сетевых и мультимедиа технологий;
- 2) режимов организационных мероприятий, мероприятий по созданию программно-методических разработок;
- 3) проведения лекционных и семинарских занятий посредством внесения новых методик в образовательный процесс [2, с. 180-181].

*Технологии видеоконференций* совершенствуют систему заинтересованности в увеличении числа подготовленных и одарённых учеников через web вещание, а также через устойчивое развитие дистанционного и открытого обучения.

Из большого числа методов создания вебинаров стоит отметить педагогическое проектирование (ПП), или педагогический дизайн. Процесс ПП предполагает пять основных стадий развития:

- 1) проведение анализа потребностей в обучении и формулировку желаемого результата;

- 2) разработку программ проектных решений, которые будут направлены на достижение поставленных педагогических целей;
- 3) разработку учебных материалов (методических, презентационных) на основе утверждённых планов и проектов;
- 4) реализацию программ, использование различных материалов на каждом этапе обучения;
- 5) оценку эффективности обучения, педагогическую коррекцию.

Освоение методов ПП требует от педагога тщательную разработку проведения учебных занятий, пошаговое конструирование презентации; высокой степени профессионализма и компетенций.

Выделяют отдельные методики и приёмы, закладывающие основу ПП. Этими компонентами стали: содержательная часть обучения, комбинирование теоретического и практического элементов, методы мотивации и её формирования, желание продолжать обучение.

Характерная черта ПП – искусство подготовки электронного курса по предмету. Особенно необходимо акцентировать внимание на организации проводимого занятия, динамике его проведения, заинтересованности обучающихся, а также на ряде важных психосоциальных показателей (утомляемости учеников, скорости восприятия информации и т.д.).

Проведение вебинаров предполагает набор медиа- и интерактивных компонент, необходимых для эффективной проектной деятельности. Будущий проект должен включать цели, содержание обучения, педагогические методы и педтехнологии, средства информационного обучения, стратегии оценок (вопросы, тестовые задания и т.д.).

*ПП дистанционных образовательных технологий предполагает наличие информационных, дополнительных информационных, диагностических, рефлексивных и коммуникативных материалов.*

*Информационные материалы* заключают в себе основную информацию, предназначенную для урока.

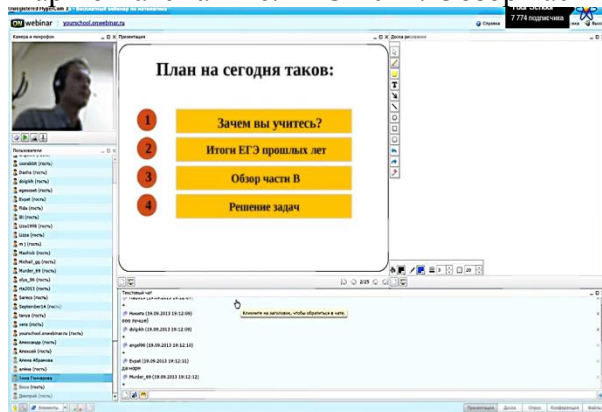
*Дополнительные информационные материалы* – это глоссарии, исторические справки, энциклопедии и т.д.

*Диагностические материалы* – тесты и другие виды практических занятий.

*К рефлексивным материалам* относят анкеты.

*Коммуникативные материалы* – различные форумы и чаты.

В качестве примера на рис.1 представлен фрагмент начального этапа бесплатного семинара по теме «Вебинар по математике. ЕГЭ 2014. Обзор части В».



**Рис. 1.** [<http://www.youtube.com/watch?v=2xhiKQ3VKEY>]

Общая продолжительность вебинара составила 90 минут. По плану необходимо было рассмотреть четыре основных пункта. Первый представлял вводную лекцию для выпускников общеобразовательных школ, второй характеризовал предыдущие результаты проведения ЕГЭ по математике. Основная часть, объединяющая третий и четвёртый пункты, выражала обзор и основные алгоритмы решения типовых заданий В1-В14.

Задание В10 – типовое задание из раздела «Элементы теории вероятностей». На рис.2 показано оформление онлайн-конференции, которое мы будем видеть на экранах своих мониторов. В левом верхнем углу настроено окно видеосвязи (камера и микрофон) лектора с учениками, под ним – список пользователей (обучающихся). Два главных поля представляют собой формулировку задачи (презентация) и её решение на доске рисования. Под ними находится текстовый чат, позволяющий налаживать связь с преподавателем.

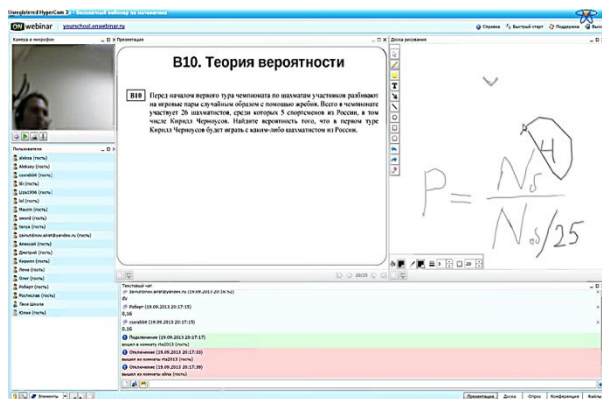


Рис. 2.

На вебинаре предлагается решить следующую задачу по теории вероятностей:

*«В шахматном турнире участвуют 26 человек, которые с помощью жребия разбиваются на игровые пары. Среди них – 5 шахматистов из России. Определить вероятность игры Кирилла Черноусова со своим земляком в первом туре».*

На доске рисования лектор оформляет решение данной задачи:

$N_{об}$  – общее количество спортсменов (общее количество исходов).

$N_{\delta}$  – количество спортсменов из России, которые будут играть с Кириллом Черноусовым (количество благоприятных исходов).

Таким образом, получаем, что  $N_{об} = 25$  (т.к. Кирилл не входит в число участников, которые могут составить ему пару). Вследствие того, что Кирилл исключается и из пяти русских шахматистов,  $N_{\delta} = 4$ . Получаем, вероятность объединения в первом туре Кирилла Черноусова в пару с земляком вычисляется по известной формуле:

$$P = \frac{N_{\delta}}{N_{об}} = \frac{4}{25} = 0,16.$$

Полученный правильный результат: 0,16.

Рассмотрев наглядный пример проводимого вебинара, следует обозначить плюсы и минусы осуществляемых таким образом учебных конференций.

*К положительным сторонам организуемых занятий стоит отнести с методической точки зрения:* реализацию индивидуальной траектории обучения; переход к новым формам обучения, позволяющим экономить время педагогов; стремительное развитие компетенций преподавателей.

*Отрицательным фактором* выступает не всеобщая оснащённость школ средствами современных ИТ, а также отсутствие «живого» общения с преподавателем.

Тем не менее, реализуется компенсация этих недостатков за счёт насыщенного образовательного онлайн-обучения в сети Интернет с применением технологии вебинаров.

При дистанционном обучении стохастике в общеобразовательной школе возможно использование не только технологии по проведению вебинаров, но и многих социальных сервисов. *Особо значимыми являются:* средства для хранения ссылок на просмотренные ранее страницы и мультимедийных ресурсов; блоги или сетевые дневники; сервисы, позволяющие осуществлять редактирование текста созданного сайта; интегрированные сервисы, разрешающие работать с всевозможными типами документов,

редактирующимися несколькими пользователями; педагогические Интернет-сообщества; социальные сети.

Наиболее выгодную систему опций предоставляет международная организация Google (с позиции современного образовательного процесса), располагающая большим набором полезных инструментов:

- Возможностью веб доступа через электронную почту (gmail.com);
- Планировщиком событий (www.google.com/calendar/);
- Хранением документов и таблиц с правом их редактирования (docs.google.ru);
- Созданием блока сайтов с единым паролем (groups.google.ru);
- Формированием своего рабочего стола с включёнными сервисами веб 2.0. (symbaloo.com).

Общепринято, ИОС – информационно-образовательная среда рассчитывает на хорошее программно-технологическое обеспечение учебных организаций; запрашивает высококвалифицированный кадровый состав; требует методических разработок и навыков педагогов в инфо-коммуникационной сфере, стабильного материально-технического обеспечения, социально-педагогического обоснования формирования данной высокоуровневой среды.

В заключение следует обозначить неординарность сетевого обучения. Во-первых, оно позволяет охватить широкий диапазон слушателей, что немаловажно в работе преподавателей. Во-вторых, обеспечивает доступ к огромному числу образовательных ресурсов, среди которых доступные нам электронные библиотеки, медиатеки, подкасты, вебкасты, описанные выше технологии вебинаров, множество тематических учебных видеофильмов.

### Литература

1. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 192с.
2. Красильникова В.А. Информационные и коммуникационные технологии в образовании. – М.: Директ-Медиа, 2013 – 231с.
3. Патаракин Е.Д. Социальные взаимодействия и сетевое обучение 2.0. – М.: НП «Современные технологии в образовании и культуре», 2009. – 176 с.
4. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров; Под ред. Е.С. Полат. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 272 с.

**СЕКЦИЯ 10**  
**РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И**  
**ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК В УСЛОВИЯХ РЕФОРМИРОВАНИЯ**  
**ОБРАЗОВАНИЯ: ШКОЛЫ, ВУЗЫ, ОБЩЕСТВО**

---

**К ВОПРОСУ О МЕТОДЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ С ЦЕЛЬЮ**  
**ПОВЫШЕНИЯ УЧЕБНОЙ МОТИВАЦИИ УЧАЩИХСЯ**

Арутюнян А.А., Оганисян К.А.

*Армянский Государственный Университет им.Хачатура Абовяна, Ереван,  
Армения*

*e-mail: hhaykuni@hotmail.com,  
gha.ok@mail.ru.*

**Аннотация:** В статье рассматривается проблема формирования мотивации обучения математике путем введения в канву (без изменения фабулы) школьных задач реального (взятого из жизни) компонента. Обосновывается, что решение таких задач приводит к большей мотивации и лучшему пониманию математики.

*Ключевые слова:* потребность, мотив, цели, прикладная математика, моделирование.

**Abstract:** This paper considers a mathematical model for solving real-world problems by 8 grade students. We argue that dealing with up-to-date mathematical problems can lead to greater motivation and understanding of mathematics.

*Key words:* needs, goals, applied mathematics, modeling.

Феномен мотивации, являющейся источником активности личности, начал интенсивно исследоваться с начала 20-го века. Однако интерес к ее изучению не ослабевает и в настоящее время.

Проблема исследования мотивации является трудноразрешимой задачей. Дело в том, что мотивация не может наблюдаться напрямую, она может проявляться в когниции, аффектах и в поведении.

Разные психологические теории дают разные определения мотивации. Например, в [1] приводится общее определение (вернее, описание) мотивации как процесса:

« ... мотивация включает в себя создание готовности к действию, выбор направленности, целей, средств, способов, места и времени действия, оценку вероятности успеха, формирование уверенности в правильности и необходимости действия и т.д.» [1, с. 122].

Вот другое определение: «Мотивация – это потенциал, который направляет поведение и который встроен в системы по контролю эмоций. Этот потенциал может проявляться в когниции, эмоции и/или в поведении» [2, с.3].

В деятельностной теории А.Н.Леонтьева можно найти следующее определение: «Мотивация может пониматься как «самоустойчивое» личностное образование, характеризующееся наличием сложной комбинации в психике человека потребностей, эмоциональных переживаний и интересов, изнутри побуждающих человека к совершению определенных действий» [3, с. 32-33].

Существуют разные психологические теории, объясняющие сущность мотивации: бихевиористическая, когнитивная, гуманитарная, деятельностная, социально-культурная, целеполагания, персональных конструкторов, самоопределения и т.д.

Применительно к школьному математическому образованию положение усложняется по причине сравнительно высокого уровня абстракции понятийного аппарата математики и логической структуры определений и теорем.

В нашем докладе мы концентрируем внимание на развитии мотивации обучения математике в основной школе (8-ой класс) путем проектного обучения. При этом мы основываемся на некоторые известные результаты.

В работе [4] исследуется вопрос о развитии мотивации обучения математике школьников (15-16-ти лет) в терминах потребности и целей. Результаты показывают, что существует положительная корреляция между компетенциональным чувством школьников и их удовлетворенностью математической активностью. Эти результаты показывают, что можно выделить три основные формы обучения, которые положительно влияют на эмоции школьников касательно их компетенции:

1. ***Выполнение проектов, решение задач по реальным жизненным ситуациям,***
2. ***Работа школьников в сотрудничестве,***
3. ***Поощрение школьников, а также одобрение выбора ими метода решения задач.***

Эти результаты показывают также, что вышеупомянутые формы обучения положительно влияют на чувство удовлетворенности математикой у школьников, потому что они реализуют свои ***потребности*** в компетенции, а сами компетенции транслируются на более специфические ***цели*** – использование своих идей и генерирование собственных решений задач.

Проблема оптимизации размещения новых стоянок для автобусов в данном квартале города является одной из реальных, жизненных математических задач, которую можно изучать в школе. Интегрируя такую задачу в канву школьного математического образования, мы преследовали следующие цели:

- Не меняя фабулу задач школьного курса геометрии, имплантировать в него элементы прикладной математики.

- Обосновать, что такая имплантация может использоваться для повторения стандартных тем геометрии, а также по-новому рассмотреть эти темы.

- Обосновать, что такая имплантация в контексте вышеупомянутых форм обучения (1, 2, 3) повышает уровень мотивации обучения математике.

Но сначала мы коротко представим математическую сторону прикладной задачи об оптимизации размещения новых стоянок для автобусов. Это поможет нам легче понять его дидактическую адаптацию.

Имеется плоский неориентированный граф  $G = (V, E)$ . Его стороны  $e = (V_i, V_j) \in E$  представляют возможные маршруты автобусов между вершинами графа, а  $V$  состоит из важных остановок и перекрестков. Дано также конечное множество размещения людей  $P = \{P_i \in R^2, i = 1, 2, \dots, m\}$  и радиус покрытия  $r > 0$ .

Задача состоит в том, чтобы найти минимальное число автобусных стоянок, которое может «покрыть» данное количество людей в радиусе  $r$ . Для решения этой проблемы Шибел предложили подходящий алгоритм [5]. Алгоритм можно резюмировать так. Сначала проводим круги  $B_{r_i}^2(p_i \in P, i = 1, 2, \dots, m)$  вокруг скопления людей. Тогда точки пересечения этих кругов являются «кандидатами» на автобусные стоянки. Эти кандидаты избираются в порядке убывания: количество убывания скопления людей. Как только места скопления людей окончательно покрываются, алгоритм останавливается.

На уроке по геометрии в 8-ом классе мы раздали школьникам стилизованную карту района Шенгавит города Еревана (в этом районе находится школа N137, где работает один из авторов доклада).



Школьникам объяснили задачу ( $r = 400\text{m}$ ) и позволили в одиночку или в группе обсудить задачу и предложить идеи. Вмешательство учителя было минимальным. Потом школьникам было предложено продолжить работу дома. На следующем уроке обсуждались результаты. Они были очень впечатляющие. Большинство школьников угадали алгоритм решения задачи, конечно, без обоснований и доказательств. Некоторые умудрились адаптировать задачу и поменять радиусы (но оставаясь в рамках  $r \leq 400\text{m}$ ) по важности мест скопления людей (рынок, супермаркет).

В конце урока школьникам раздали карточки по оценке проекта. Вопросы оценивались по 10-ти бальной шкале. Ниже приводится среднее значение этих оценок.

<b>Вопрос</b>	<b>Среднее значение</b>
Ваше общее впечатление	8,2
Нравится ли Вам тема	7,5
Могли ли Вы идентифицировать связь между математикой и реальной жизненной задачей	7,8
Поняли ли Вы, что математика полезна вне стен школы	8,2
Вам понравилась работа над проектом	9,3

### **Литература**

1. Иванников В.А. Психологические механизмы волевой регуляции. – М.: УРАО, 1998-144с.
2. Hannule, M.S. (2004). Regulation motivation in mathematics. Paper presented at the 10th International Congress on Mathematical Education. <http://www.icme10.dk/>, TSG24, Copenhagen, Denmark.
3. Леонтьев В.Т. Психологические механизмы мотивации учебной деятельности: Учебное пособие. – Новосибирск: НГПИ, 1987-92с.
4. Voeje, K. (2010). Pupils' motivation for learning mathematics. Research in Norway. In B. Sriraman (Ed.), The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education (PP. 239-258): Information Age Publishing.
5. Schobel, A., Hamacher, H.W., Liebres, A. & Wagner, D. (2009). The Continuous Stop Location Problem in Public Transportation Networks. Asia-Pacific Journal of Operational Research, vol. 26, N 1, PP13-30

# ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ УЧЕБНОЙ МОТИВАЦИИ УЧАЩИХСЯ

Арутюнян А.А., Оганисян К.А.

Армянский Государственный Университет им.Хачатуря Абовяна, Ереван,  
Армения

e:mail:hhaykuni@hotmail.com,  
gha.ok@mail.ru.

**Аннотация:** В статье рассматривается вопрос о формировании мотивации учения математике путем введения в канву (без изменения фабулы) школьных задач реальный (взятый из жизни) компонент. Обосновывается, что решение таких задач приводит к большой мотивации и пониманию математике.

*Ключевые слова:* потребность, мотив, цели, прикладная математика, моделирование.

**Abstract:** This paper consider a mathematical model for solving real-world problem by 8th grade students. We argue, that dealing with up-to-date mathematical problemes can lead to greater motivation and understanding of mathematics.

*Key words:* needs, goals, applied mathematics, modelling.

Феномен мотивации, являющегося источником активности личности, начал интенсивно исследоваться в науке с начала 20-го века. Однако интерес к ее изучению не ослабевает и в настоящее время.

Проблема исследования мотивации является трудноразрешаемым. Дело в том, что мотивация не может наблюдаться прямо, она может проявляться в когниции, аффектах и в поведении.

Разные психологические теории дают разные определения мотивации. Например в [1] приводится общее определение (вернее описание) мотивации как процесса:

«... мотивация включает в себя создание готовности к действию, выбор направленности, целей, средств, способов, места и времени действия, оценку вероятности успеха, формирование уверенности в правильности и необходимости действия и т.д.» [1, с. 122].

Вот другое определение: «Мотивация – это потенциал, который направляет поведение и который встроен в системы по контролю эмоций. Этот потенциал может проявляться в когниции, эмоции и/или в поведении» [2, с.3].

В деятельностной теории А.Н.Леонтева можно найти следующее определение: «Мотивация может пониматься как «самоустойчивое» личностное образование, характеризующееся наличием сложной комбинации в психике человека потребностей, эмоциональных переживаний и интересов, изнутри побуждающих человека к совершению определенных действий» [3, с. 32-33].

Существуют разные психологические теории объясняющие сущность мотивации: бихевиористическая, когнитивная, гуманитарная, деятельностная, социально-культурная, целоположения, персональных конструктов, самоопределение и т.д.

Применительно к школьному математическому образованию положение усложняется по причинам сравнительно высокого уровня абстракции понятийного аппарата математики и логической структурой определений и теорем.

В нашем докладе мы концентрируем наше внимание на развитие мотивации учения математике в основной школе (8-ой класс) путем проектного обучения. При этом мы основываемся на некоторые известные результаты.

В работе [4] исследуется вопрос о развитии мотивации учения математике школьников (15-16-и лет) в терминах потребности и целей. Результаты показывают, что существует положительная корреляция между компетенциональным чувством школьников и их удовлетворенностью математической активности. Эти результаты показывают, что можно выделить три основные формы обучения, которые положительно влияют на эмоции школьников касательно их компетенции:

1. **Выполнение проектов, решение задач на реальные жизненные ситуации,**
2. **Работа школьников в сотрудничестве,**
3. **Поощрение школьников, а также одобрение выбора их метода решение задач.**

Эти результаты также показывают, что вышеупомянутые формы обучения положительно влияют на чувство удовлетворенности математикой у школьников, потому что они реализуют свои *потребности* в компетенции, а сами компетенции транслируются на более специфические *цели* – использовать свои идеи и генерировать собственные решение задач.

Проблема оптимизации размещения новых стоянок для автобусов в данном квартале города является одним из реально-жизненных математических задач, которое можно изучать в школе. Интегрируя такую задачу в канву школьного математического образования мы преследовали следующие цели:

Не меняя фабулу задач школьного курса геометрии имплантировать в нее элементы прикладной математики.

Обосновать, что такая имплантация можно использовать для повторения стандартных тем геометрии, а также по новому рассмотреть на эти темы.

Обосновать, что такая имплантация в контексте вышеупомянутыми формами обучения (1, 2, 3) повышает уровень мотивации учения математике.

Но сначала мы коротко представим математическую сторону прикладной задачи об оптимизации размещения новых стоянок для автобусов. Это поможет нам легче понять его дидактическую адаптацию.

Имеется плоский неориентированный граф  $G = (V, E)$ . Его стороны  $e = (V_i, V_j) \in E$  представляют возможные маршруты автобусов между вершинами графа, а  $V$  состоит из важных остановок и перекрестков. Дано также конечное множество размещения людей  $P = \{P_i \in R^2, i = 1, 2, \dots, m\}$  и радиус покрытия  $r > 0$ .

Задача состоит в том, чтобы найти минимальное число автобусных стоянок, которое может «покрыть» данное количество людей в радиусе  $r$ . Для решения этой проблемы Шебел (и другие) предложили подходящий алгоритм [5]. Алгоритм можно резюмировать так. Сначала проводим круги  $B_{p_i}^2 (p_i \in P, i = 1, 2, \dots, m)$  вокруг скопления людей. Тогда точки пересечения этих кругов являются «кандидатами» для автобусных стоянок. Эти кандидаты избираются в порядке убывания: количества убывания скопления людей. Как только места скопления людей окончательно покрывается, алгоритм останавливается.

На одном уроке по геометрии в 8-ом классе, мы раздали школьникам стилизованную карту района Шенгавит города Еревана (в этом районе находится школа N137, где работает один из авторов доклада).

Школьникам объяснили задачу ( $r = 400\text{m}$ ) и дали свободу по одному или в группе обсуждать задачу и предлагать идеи. Вмешательство учительницы была минимальной. Потом школьникам предлагалось продолжать работу дома. На следующем уроке обсуждались результаты. Они были очень впечатляющие. Большинство школьников угадали алгоритм решения задачи, конечно без обоснований и доказательств. Некоторые умудрялись адаптировать задачу и менять радиусы (но оставаясь в рамках  $r \leq 400\text{m}$ ) по важности мест скопления людей (рынок, супермаркет).

В конце урока школьникам раздали карточки по оценке проекта: Вопросы оценивались по 10-и бальной шкале. Ниже приводится среднее этих оценок.

Вопрос	Среднее
Ваше общее впечатление	8,2
Нравится ли Вам тема	7,5
Могли ли Вы идентифицировать связь между математикой и реально-жизненной задачей	7,8
Поняли ли Вы что математика полезна вне стен школы	8,2
Вам нравилась работа над проектом	9,3

### Литература

1. Иванников В.А. Психологические механизмы волевой регуляции. – М.: УРАО, 1998-144с.
2. Hannule, M.S. (2004). Regulation motivation in mathematics. Paper presented at the 10th International Congress on Mathematical Education. <http://www.icme10.dk/>, TSG24, Copenhagen, Denmark.
3. Леонтьев В.Т. Психологические механизмы мотивации учебной деятельности: Учебное пособие. – Новосибирск: НГПИ, 1987-92с.
4. Voeje, K. (2010). Pupils motivation for learning mathematics. Research in Norway. In B. Sriraman (Ed.), The First sourcebook on Nordic research in Mathematics Education (PP. 239-258): Information Age Publishing.
5. Schobel, A., Hamacher, H.W., Liebres, A. & Wagner, D. (2009). The Continuous Stop location Problem in Public Transportation Networks. Asia-Pacific Journal of Operational Research, vol. 26, N 1, PP13-30

# АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ И ТЕОРИЯ МУЗЫКИ.

Благовещенская Е.А.

*Петербургский государственный университет путей сообщения, Санкт-Петербург, Россия, kblag2002@yahoo.com*

Подобно тому как все искусства тяготеют к музыке, все науки стремятся к математике.

Д. Сантаяна

**Аннотация:** Описывается способ формального введения алгебраической структуры на множестве музыкальных фрагментов.

*Ключевые слова:* алгебраические структуры, кольцо, полугруппа, теория музыки .

**Abstract.** An algebraic formal structure is constructed on the set of musical pieces.

*Key words:* algebraic structures, ring, semigroup, theory of music.

Присутствие алгебры в структурах, присущих музыке, давно замечено и не вызывает удивления. В представленной работе рассматривается один из вариантов формализации музыкальных построений.

Музыкальное предложение можно рассматривать как последовательность звуков, характеризующихся их высотой и длительностью. У любого музыкального произведения есть свое время звучания. Теория музыки включает арифметику тактов. Согласно этой теории, все время звучания произведения разделено на равные такты, которые содержат определенное число долей, задающих ритм. В музыкальных обозначениях ритм определяется дробями, в числителе которых указывается количество долей, а в знаменателе — их относительная длительность (фиксированная часть некоторого

эталонного временного промежутка). Например,  $\frac{6}{8}$  означает, что каждый такт состоит из шести долей и продолжительность каждой равна  $\frac{1}{8}$  части стандартного временного промежутка.

Пусть  $d$  - наименьшая длительность звука, которая имеет место в рассматриваемом музыкальном произведении. Тогда мы можем задать аддитивную полугруппу  $T$ , порожденную  $d$ , которая состоит из временных интервалов, кратных  $d$ . Операция сложения интервалов обладает свойством коммутативности и будет обозначаться  $(+)$ .

Пусть  $N$  – множество всех нот, соответствующих фортепианным клавишам, и пусть нулевой элемент, обозначенный как  $0$ , является отсутствием какого-либо звука и тоже принадлежит множеству  $N$  подобно тому, как пустое множество является подмножеством любого множества. Зададим операцию сложения для конечного числа звуков (нот) следующим образом. Сумма  $g+n$  означает, что звуки  $g$  и  $n$  звучат одновременно. Таким образом, в результате сложения звуков получается аккорд, и мы видим, что операция сложения является ассоциативной и коммутативной, т.к. сумма не зависит от порядка сложения слагаемых.

Пусть  $M$ - это полугруппа всех аккордов. Тогда множество  $M$  включает в себя множество всех элементов из  $N$ , если считать, что отдельно взятая нота — это частный случай аккорда, более того,  $M$  аддитивно порождается множеством  $N$ .

Для любых  $m \in M$  и  $t \in T$  введем элемент  $(m, t)$  прямой суммы  $M \oplus T$ , который может рассматриваться как аккорд  $m$ , звучащий в течение временного промежутка  $t$ . Если  $m = 0$ ,

то  $(m, t)$  естественно означает паузу длительностью  $t$ . Заметим, что  $M \oplus T$  также является полугруппой как прямая сумма полугрупп.

Для любых двух элементов  $x$  и  $y$  из  $M \oplus T$  определим произведение  $x \bullet y$  как последовательность  $(x, y)$  и, используя ассоциативность, распространим эту (некоммутативную) операцию на любое конечное число сомножителей. Смысл умножения элементов из  $M \oplus T$  очень прост и означает последовательное звучание аккордов.

Пусть  $P$  является множеством всех конечных произведений элементов из  $M \oplus T$ , то есть всех их конечных последовательностей, очевидно,  $P$  содержит  $M \oplus T$ . Естественным образом распространим операцию сложения с  $M \oplus T$  на все  $P$ , складывая последовательности поэлементно. Таким образом,  $P$  замкнуто относительно двух ассоциативных операций, сложения (которое еще и коммутативно) и умножения. Следовательно, музыкальный фрагмент (произведение) может рассматриваться как элемент множества  $P$  с двумя алгебраическими операциями.

Самым значимым множеством с двумя операциями в классической алгебре является кольцо. Множество  $P$  не удовлетворяет всем аксиомам кольца. Этот факт объясняется следующим образом: если звучит нота некоторой длительности, то нельзя найти другую ноту, одновременное звучание которой с заданной нотой создаст впечатление отсутствия звуков. Это значит, что для любого элемента  $p$  из  $P$  не существует противоположного элемента  $-p$ , удовлетворяющего условию  $p + (-p) = O$ , где  $O$  является нейтральным элементом по сложению. Однако  $P$  является полугруппой относительно введенных операций сложения (+) и умножения ( $\bullet$ ). Заметим, что множество всех натуральных целых чисел тоже является полугруппой относительно сложения и полугруппой относительно умножения целых чисел, и оно возникло так же естественно, как и музыка (ритмы, песни), на заре развития человечества.

Мы обсудили алгебраическую структуру музыкального произведения, ничего не сказав о его гармонии. Как музыкальные шедевры, так и абсолютно дисгармоничные наборы звуков могут быть представлены элементами из  $P$ . В этом смысле некоторые элементы  $P$  оказываются благозвучными, в то время как другие нельзя назвать музыкальными произведениями, если мы предполагаем, что музыка не должна быть хаосом звуков. Это приводит нас к эмоциональному восприятию элементов алгебраических структур. Известно, что некоторые люди с выдающимися способностями, у кого хорошо развит устный счет, воспринимают целые числа по-разному окрашенными. Это делает арифметические операции с целыми числами видимыми их внутренним зрением. Наши построения, возможно, показывают возможность слушания “мелодии алгебры”, которая иногда звучит в душе математика, даже если эта связь не совсем ясна. Я всегда помню слова замечательного педагога и ученого Д.К. Фаддеева о том, что, если алгебраическая гипотеза кажется красивой, очень вероятно, что она верна. Так или иначе, поиск красоты в алгебре зачастую совпадает с поиском истины.

## Литература

1. Юрий Чугунов. Гармония джаза, Москва, 1985.
2. E. Blagoveshchenskaya. Some Links between Music and Mathematics-Algebraic Aspects. Meuser, Michael (Ed.):Papers of the Essen Collegium of Gender Studies. Vol.2, 2004.

# РАЗВИТИЕ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ И ПРАКТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РАЗЛИЧНЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Богун В. В.

*ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет  
им. К.Д. Ушинского»*

*Адрес: 150000, Россия, г. Ярославль, ул. Республиканская, д. 108,  
телефон: 8(4852)72-62-35, vvvital@mail.ru*

## DEVELOPMENT OF MOTIVATION TO STUDYING OF MATHEMATICS AND PRACTICAL THINKING OF PUPILS OF VARIOUS EDUCATIONAL INSTITUTIONS WHEN USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES

Bogun Vitaly

*Yaroslavl State Pedagogical University im. KD Ushinsky  
Address: 150000, Russia, Yaroslavl, st. Republicanskaya, 108,  
phone: 8 (4852 ) 72-62-35, e-mail: vvvital@mail.ru*

**Аннотация:** В предлагаемой статье рассматриваются основные компоненты успешной реализации учащимися процесса обучения математике различных видов учебных заведений при использовании информационно-коммуникационных технологий через призму развития мотивации обучаемых к учебной деятельности и формирования практического мышления учащихся.

*Ключевые слова:* мотивация, практическое мышление, информационно-коммуникационные технологии, методика преподавания математики.

**Abstract:** In the offered article the main components of successful realization by pupils of process of training in mathematics of different types of educational institutions when using information and communication technologies through a prism of development of motivation of trainees to educational activity are considered and formations of practical thinking of pupils.

*Keywords:* motivation, practical thinking, information and communication technologies, technique of teaching mathematics.

Проблема успешной реализации учащимися процесса обучения математике различных учебных заведений неразрывно связана с формированием у обучаемых мотивов обучения, поскольку именно мотив является источником активности и побудителем направленной деятельности [1]. Эффективная мотивированная учебная деятельность возможна только при условии активности и интереса учащегося к обучению математике в процессе решения поставленных перед ним дидактических задач с применением различных методических подходов. Развитие мотивации к изучению математике связано с формированием у обучаемых практического мышления [2] в силу решения учащимися математических и прикладных задач с использованием различных алгоритмов с применением арифметических и логических операций. Поставив перед

собой цель, обучаемый, выступая в качестве субъекта деятельности, должен определить ее компонентный состав, способы выполнения действий и их последовательность.

Для повышения мотивации учащихся к изучению математики в начальной школе им необходимо реализовывать, в основном, решение прикладных математических задач, имеющих применение в реальной жизни с использованием наглядного представления информации. При этом основной упор должен быть направлен на реализацию учащимися математических операций с целью формирования необходимых умений и навыков. Учителю с применением различных информационно-коммуникационных технологий [3] необходимо показать ученикам полный цикл решения прикладных задач, который должен заключаться в корректном математическом моделировании рассматриваемого процесса или явления. Процесс решения задачи должен быть представлен в виде алгоритма, демонстрирующего перевод словесной формулировки задачи на математический язык с целью создания математической модели. Необходимо далее найти решение полученной математической задачи с применением блок-схем или иных визуальных конструкций, а также механизм перевода полученных результатов обратно в словесный вид с целью корректной интерпретации значений.

Реализация учащимися начальных классов решения прикладных задач осуществляется согласно представленным учителем образцам с реализацией аналогичных этапов решения задач. Оценивание результатов решения обучаемыми задач заключается в комплексной проверке всех необходимых этапов, при этом в качестве параметров оценки могут выступать стандартные оценочные шкалы (пятибалльная, десятибалльная и т.д.) и шкалы с применением различных наглядных образов, которые в итоге преобразуются в аналогичные оценки (например, звездочки, значки, персонажи и т.д.).

Для повышения мотивации учащихся младших классов к обучению математике и формирования их практического мышления рекомендуется применять интерактивные занятия, в рамках которых ученики готовят презентации или мультимедийные компоненты в сопровождении сообщений или рефератов согласно выбранной теме. Рекомендуется также реализация ресурсных занятий по математике, на которых учащиеся разделяются на определенное количество малых групп, каждой из которых предлагается для решения определенная прикладная задача. В процессе решения задачи обучаемым требуется наглядное представление процесса или явления, перевод задачи на математический язык для создания математической модели с последующим математическим анализом с применением определенных информационно-коммуникационных технологий, а также обратный перевод полученных результатов в реальные характеристики процесса или явления.

При реализации процесса обучения математике в рамках средней школы необходимо смещать образовательный вектор от рассмотрения процесса решения простых прикладных математических задач в сторону рассмотрения более абстрактных математических задач. Решение обучаемыми подобных задач основывается на использовании аксиом, правил, свойств и теорем и подразумевает оперирование комплексом из интегрированных арифметических и логических операций. Суть решения задач заключается в последовательном получении значений необходимых промежуточных и итоговых результирующих расчетных параметров на основе имеющихся значений исходных данных в процессе реализации относительно сложного алгоритма решения задач. Прикладные задачи в рамках средней школы рассматриваются достаточно редко, уступая место сугубо абстрактным математическим задачам.

При изучении учащимися математики в рамках средней школы использование информационно-коммуникационных технологий должно быть направлено на повышение мотивации к обучению и формирование практического мышления через призму проведения обучаемыми сравнительного математического анализа получаемых результатов решения задач при условиях варьирования значений исходных данных с



применением определенных алгоритмов. Необходимо отметить, что в процессе решения подобных задач у учащихся формируются начальные навыки реализации научно-исследовательской деятельности.

Проверка получаемых учениками знаний, умений и навыков учащихся средней школы по аналогии с начальной школой может осуществляться в дистанционном режиме с применением стандартных тестовых систем и систем непосредственной загрузки решения предлагаемой задачи в словесно-формульном виде.

Образовательный процесс обучения математике студентов техникумов и вузов по состоянию на настоящее время должен осуществляться по принципу получения ими определенного взаимосвязанного набора знаний, умений и навыков, который позволит им в дальнейшем успешно реализовывать последующую образовательную деятельность. Эта деятельность должна быть направлена на получение прикладных аспектов учебных дисциплин, или решение стоящих перед ними профессионально-ориентированных задач при реализации трудовой деятельности.

В процессе обучения у студентов происходит развитие и преобразование мотивационной сферы, так как общие мотивы личности трансформируются в профессионально-ориентированные, при этом с изменением уровня профессионализации меняется и система профессиональных мотивов.

При использовании различных информационно-коммуникационных технологий при обучении математике в средних и высших учебных заведениях необходима реализация следующих образовательных задач [4]:

4) Формирование и последующее развитие мотивационной сферы студентов техникумов и вузов.

5) Получение навыков интегрированного мышления, направленного на решение математических и прикладных учебных задач с применением информационно-коммуникационных технологий.

6) Развитие алгоритмического и творческого мышления учащихся при решении математических и прикладных задач.

7) Формирование понятия о математическом моделировании, рассмотрение его роли в природе и науке при изучении различных процессов и явлений.

8) Получение навыков самостоятельной деятельности, интереса к научно-исследовательской работе при решении математических задач в рамках изучения различных учебных дисциплин прикладного характера.

9) Формирование и развитие теоретического и практического мышлений учащихся через призму применения различных информационных средств в процессе решения обучаемыми математических и прикладных задач с реализацией необходимых программных структур при решении задач, базирующихся на интеграции соответствующих арифметических и логических операций.

Данный подход наиболее соответствует современным методологическим тенденциям в дидактике, направленным на центрирование учащегося, расширение приоритета индивидуальных различий, интегративное единство предметных, информационных и профессионально-ориентированных знаний, фундирование личностного опыта, свойств и качеств индивидуума. Подобным целям несомненно служат различные системы электронного обучения (e-learning, адаптивные обучающие системы (АОС), пакеты символьных вычислений и компьютерной алгебры (MathLab, MathCad, Maple, Mathematica и др.), современные пакеты динамической геометрии (Aftograph, Geogebra и др.).

Реализация обучения математике в вузах подразумевает полноценную реализацию студентами научно-исследовательской деятельности, направленной на глубокое и всестороннее изучение рассматриваемых в учебном процессе математических объектов с применением различных информационно-коммуникационных технологий на пользовательском и программных уровнях. В частности, необходимо рассмотрение

применения численных методов для приближенных решений математических задач с проведением сравнительного анализа вычислительных процедур с применением необходимых программных составляющих. Также в рамках вузовского изучения студентами математики целесообразно использовать расчетные проекты, подразумевающие реализацию взаимосвязанных комплексных вычислительных процедур на основе интеграции арифметических и логических операций с целью получения корректных значений определенного количества параметров промежуточных и итоговых результатов на основе комбинации значений исходных данных расчетного проекта.

Дидактическая интегративная система математического и информационного образования студентов техникумов и вузов с использованием различных информационно-коммуникационных технологий должна основываться на успешной реализации следующих принципов [4-8]:

1. Принцип эффективного интегративного взаимодействия математических и информационных знаний на основе информационной насыщенности образовательной среды.

2. Принцип оперативного включения различных категорий информационных знаний (разработка алгоритмов, использование необходимых программных языков и сред в рамках различных информационно-коммуникационных технологий) в решение проблем понимания, коммуникации и освоения математических знаний и на основе имитационного моделирования реальных процессов и явлений.

3. Принцип наглядного моделирования математических объектов, реальных процессов и явлений посредством оперативного и интегративного взаимодействия математических и информационных знаний.

4. Принцип фундирования и становления личностного опыта студента на основе поэтапного развертывания знаниевых, процедурных и компетентностных структур.

5. Принцип реализации исследовательского подхода в формировании творческой активности студентов в процессе освоения математических и информационных структур через призму рефлексивного подхода.

6. Принцип реализации дистанционного обучения для решения студентами математических и прикладных задач.

7. Принцип реализации учащимися проектной деятельности при решении математических и прикладных задач.

8. Принцип объектно-ориентированного подхода.

Для формирования и последующего развития у студентов мотивации и интереса к изучению математики, а также практического мышления, необходимо применение в процессе обучения различных средств информационно-коммуникационных технологий при проведении, как аудиторных учебных занятий, так и при реализации дистанционного обучения. Проведение лекционных занятий по математике должно сопровождаться наглядным представлением учебного материала с использованием презентаций. Практические занятия по математике целесообразно осуществлять с применением имеющегося на рынке программного обеспечения (например, компьютерные математические системы), для реализации лабораторного практикума с применением графического калькулятора или локального компьютера предлагается использовать разработанное автором прикладное программное обеспечение [5-8]. Для реализации дистанционного обучения математике предлагается использовать как стандартные системы дистанционного обучения, базирующиеся на применении стандартных тестовых систем, так и разработанную автором дистанционную систему динамических расчетных проектов [9-11].

Суть последней работы состоит в выполнении студентами динамических расчетных проектов, базирующихся на использовании различных алгоритмических модулей, при этом студенты по сгенерированным информационной системой комбинациям значений исходных данных осуществляют многократное последовательное указание значений промежуточных и итоговых результатов

вычислений. Оценивание результатов обучения студентов техникумов и вузов может осуществляться, как с использованием стандартных оценочных шкал (пятибалльная или десятибалльная), так и с применением балльно-рейтинговой системы проверки знаний, умений и навыков учащихся.

### Литература

1. Маркова А.К. и др. Формирование мотивации учения: Кн. для учителя/А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б.Орлов. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.
  2. Теплов, Б.М. Ум полководца [Текст]. – М.: Педагогика, 1990. – 208 с.
  3. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: учеб.-метод. пособие / Роберт И. В., Панюкова С. В., Кузнецов А. А., Кривцова А.Ю. – М.: Дрофа, 2008 – 312 с.
  4. Богун, В.В., Смирнов, Е.И. Проблемы и перспективы реализации единой среды дистанционного обучения студентов педагогических вузов [Текст] / В.В. Богун, Е.И. Смирнов, А.А. Кузнецов // Информатика и образование. – 2010. – 7. – с. 74-82.
  5. Богун, В.В., Смирнов, Е.И. Лабораторный практикум по математике с графическим калькулятором [Текст]: учеб. пособие. – Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2010. – 272 с.
  6. Богун, В.В. Организация учебного процесса по математике с применением графического калькулятора / В.В. Богун // Монография. – LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Germany, 2012. – 380 с.
  7. Богун В. В. Исследование предельных процессов для числовых последовательностей с применением графического калькулятора [Текст] / В.В. Богун // Ярославский педагогический вестник. – 2004. – 4. – с. 179-188.
  8. Богун В.В. Лабораторный практикум по исследованию функций вещественного переменного с применением программ для ЭВМ [Текст]: учебное пособие. – Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2014. – 84 с.
  9. Богун В.В. Реализация расчетных проектов при организации дистанционного обучения математике [Текст] // Компьютерные инструменты в образовании. – 2011. – 6. – с. 33-37.
  10. Богун В. В. Применение дистанционных расчетных проектов при обучении математике [Текст] В.В. Богун // Высшее образование в России. – 2013. – 5. – с. 114-119.
  11. Богун В.В. Дистанционные динамические расчетные проекты по исследованию функций вещественного переменного [Текст] / В.В. Богун : учебное пособие. – Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2014. – 143 с.
-

# ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Вельмисов П.А., Дегтярева Н.А.

*Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Средняя школа № 19 имени Героя Советского Союза Ивана Петровича Мытарева города Димитровграда Ульяновской области», [degnadezhda@yandex.ru](mailto:degnadezhda@yandex.ru)*

**Аннотация.** На основании проведенных исследований психо-физических особенностей школьников и опыта руководства учебно-исследовательской деятельностью обучающихся приведены рекомендации по эффективной организации исследовательской деятельности обучающихся.

*Ключевые слова:* исследовательская деятельность, творческие способности, системный подход.

**Abstract.** . Based on studies of psycho-physical characteristics of pupils and leadership experience of teaching and research activities of the students are given advice on the effective organization of research activity of students.

*Key words:* research, creativity, systematic approach.

Современные ориентиры развития общего образования определили новые требования к конечному результату обучения – современный выпускник должен быть готов и способен сам добывать знания, находить нестандартные решения, мыслить творчески, проявлять инициативу, быть ответственным и настойчивым, уметь работать в коллективе.

В этих условиях особую значимость приобретает учебно-исследовательская деятельность обучающихся, направленная на творческое их развитие, формирование мобильности, гибкости мышления и способности оценивания качественных характеристик используемых средств, приобретение опыта в области технологий проектирования и т.д.

Учебно-исследовательская деятельность – процесс приобретения исследовательских и сопутствующих исследованию умений, приобретаемых в процессе взаимодействия учащихся и педагога, по выявлению сущности той или иной проблемы, актуальной для всех субъектов деятельности [1, С. 361].

Исследовательская работа в школе в настоящее время переживает новый этап своего развития, поскольку представляет собой одно из важнейших направлений модернизации образования. При этом чаще всего научно-исследовательская работа ведется по инициативе учителя. Именно учитель выступает как организатор и руководитель ученических исследований и соответственно несет ответственность за результаты работы.

Все это приводит к тому, что именно подготовка детей к исследовательской деятельности – одна из важнейших задач современной школы, поскольку самые ценные знания добываются детьми в ходе собственных творческих поисков.

Безусловно, развитие творческих способностей детей именно в процессе обучения имеет первостепенное значение. Поскольку, именно у школы, имеются все возможности и ресурсы, для формирования креативных качеств у обучающихся, посредством проведения олимпиад, участия в работе научных кружков, участия во всевозможных творческих конкурсах, выставках, поисково-исследовательской работе и т.д. Это, в свою очередь, требует развития мотивационно-ценностного отношения к исследовательской деятельности.

Как показывает практика, в настоящее время у большинства детей отмечается

тенденция к снижению мотивации учения, а у некоторых и полная её утрата. У современных детей достаточно других увлекательных, интересных и занимательных дел, помимо учебы. Поэтому создание мотивации и творческий подход к процессу получения знаний способствует становлению научно-исследовательской работы в школе.

Большое значение придается формированию творческих способностей посредством участия в учебно-исследовательской работе с активным применением средств вычислительной техники и программного обеспечения, так как исследовательская работа занимает ведущее место в формировании креативного мышления у обучающихся.

Крайне важно именно в школе формировать первоначальные навыки и умения выполнения исследовательской работы (этапы проведения исследовательской работы, работа с научной литературой, проведение эксперимента, первичная обработка результатов эксперимента, формулировка выводов и рекомендаций по итогам исследования и т.д.). Однако, необходимо чётко понимать, что основной целью исследования, проводимого в школе является не получение новых знаний, как при научных исследованиях, а развитие личности обучаемого, активизации его личностной позиции в образовательном процессе посредством приобретения им субъективно новых знаний: знаний, полученных самостоятельно и являющихся новыми и личностно значимыми для определенного учащегося в конкретный момент времени, привитие ему функционального навыка исследования и развитие способности к исследовательскому типу мышления.

Кроме того, педагоги-руководители исследовательской деятельности, обязательно должны учитывать особенности возрастной психологии при подборе тем, характера, объема и методики исследований. Для детского и юношеского возраста характерными особенностями являются: невысокий уровень образования, слабая концентрация внимания, не сформированность мировоззрения, неразвитая способность к поиску необходимой информации и самостоятельному анализу условия задачи и разработке алгоритма ее решения. Большой объем работы или отсутствие чётких инструкций способны отбить у ребенка желание заниматься исследовательской деятельностью, и, как следствие, нанести общий вред развитию и образованию. Поэтому не каждая задача, заимствованная в науке подходит для ее реализации в образовательном учреждении.

Кроме того, учителю крайне важно, особенно на начальном этапе исследования, заинтересовать ребенка, помочь определить ту тему, которая будет интересна не ему, а ребенку. Для этого необходима подготовительная работа именно учителя, при этом учитель должен и сам быть творческой личностью, заниматься самообразованием, уметь общаться с ребенком, направлять его в нужном русле исследовательской деятельности. Ребенок должен и сам обладать эрудицией, чтобы ответить на поставленные перед ним вопросы при защите своей работы, грамотно говорить, быть тактичным и находчивым.

Правильно организованная учебно-исследовательская деятельность школьников помогает самореализации ученика, поскольку позволяет объективно оценить свои возможности, развивать самостоятельность обучающихся, необходимой для правильной социальной адаптации, коммуникативные способности (исследовательская деятельность способствует развитию образного мышления, памяти, логики, заставляет ученика учиться четко излагать свою точку зрения, мысли, что несомненно развивает и творческие способности ребенка).

При этом процесс обучения необходимо осуществлять посредством реализации принципов систематичности и системности, фундаментальности, а также междисциплинарных связей. Такой подход оптимизирует процесс обучения, происходит уплотнение знаний, что в свою очередь, способствует формированию системных обобщенных знаний.

Именно системный подход к организации исследовательской деятельности учащихся способствует повышению качественной подготовки выпускников школы, ориентированных на продолжение исследовательской деятельности в вузе, владеющих

методами научного познания, что в свою очередь является одним из ответов на вопрос о путях решения задач национальной образовательной инициативы.

Такой подход к организации учебно-исследовательской деятельности обучающихся несомненно дает свои результаты. Только за последний год, проекты выполненные нашими учениками занимали призовые места в конкурсах различного уровня: в рамках проекта «Школа Росатома» конкурс проектов «С квестом в Интернет» (г. Озерск Челябинской области) Диплом 2 степени, в рамках проекта «Школа Росатома» конкурс проектов «Дети. Творчество. Атом» (г. Волгодонск) Диплом 3 степени, региональный конкурс компьютерного творчества «Мастер информационных технологий 2015» (г. Ульяновск) Диплом призера, третий региональный форум научных и творческих достижений учащихся районов и городов Ульяновской области «Море талантов 2015» Диплом победителя и призера, региональный конкурс школьных проектов по информатике «ИТ-Форсаж» Диплом за 2 место и др.

Подводя итог вышесказанному, хочется отметить, что самостоятельная, учебно-исследовательская деятельность обучающихся в образовательном учреждении, построенная как целенаправленный, систематический процесс, выполняемый на всех ступенях образования, с учетом возрастных и психологических способностей обучаемого, способна развить самостоятельность, креативность мышления, ответственность, настойчивость в достижении поставленной цели и как следствие повысить уровень образованности будущих выпускников.

### Литература

1. Антонова С.Ю. Учебно-исследовательская деятельность учащихся в школе: управленческий аспект // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2008. – №65. С. 361-364.

---

## МОТИВАЦИЯ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ СТАРШЕКЛАСНИКА СРЕДСТВАМИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ДИЗАЙНА

Грецова А.П., Недогреева Н.Г

*Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,  
г. Саратов, Россия, nata-ned@mail.ru*

**Аннотация:** Современный образовательный процесс требует поиска новых возможностей формирования мотивации учения и познавательной деятельности. Показана возможность использования педагогического дизайна как наиболее современного и эффективного средства формирования мотивационной основы развития познавательных способностей старшеклассников.

*Ключевые слова: мотивация, познавательные способности, педагогический дизайн, развитие, старшеклассники.*

**Abstract:** The modern educational process requires a search for new opportunities of learning motivation and cognitive activity formation. It is shown the possibility of use of

pedagogical design as the most modern and effective means of the formation of the motivational basis of senior pupils cognitive abilities development.

*Key words: motivation, cognitive abilities, pedagogical design, development, high school students.*

В настоящее время система школьного образования претерпевает изменения, пересматриваются цели обучения и их реализация. По Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС) обучение должно быть ориентировано на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов при освоении программы основного или среднего (полного) образования. Подготовка выпускников школы к решению различных организационных, познавательных и коммуникативных проблем – является актуальной задачей.

Впервые планируемые результаты обучения представляются через универсальные учебные действия (УУД), которыми овладеют обучающиеся в ходе образовательного процесса. Среди личностных УУД у выпускника школы должна быть сформирована мотивационная основа учебной деятельности, включающая социальные, учебно-познавательные и внешние ее аспекты, что соответствует требованию освоения образовательной программы, сформированности мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности [1, с. 6].

Мотивация учения и интереса к учебному труду, познавательной деятельности, учебному предмету занимает ведущее место среди факторов, определяющих продуктивность дидактического процесса, поскольку влияет на интенсивность внимания, качество запоминания, понимание прочитанного материала, результаты мыслительной деятельности, т.е. на развитие познавательных способностей учащихся.

Основой успешной учебной деятельности в любом случае является высокий уровень мотивации к данному виду деятельности. Готовность и желание обучаться – один из ключевых факторов успеха образовательного процесса. Механическое принуждение к обучению не может дать высокого положительного результата. Если хорошо знать и понимать, что движет человеком, что побуждает его к действиям, к чему он стремится – можно так выстроить обучение, что учащийся сам будет стремиться выполнять свою работу наилучшим образом и наиболее результативно.

Кратко остановимся на определяющих понятиях нашего исследования.

Мотивации как одному из ведущих факторов любой деятельности придавалось огромное значение с древних времен. Свидетельством могут служить работы Аристотеля, Демокрита, Платона, которые изучали потребность как основу получения знаний и опыта и рассматривали ее как основную движущую силу познания. Пытаясь объяснить, что и как заставляет человека действовать, уже в то время ученые пытались выяснить структуру мотивации, условия формирования и механизмы ее действия. Современные концепции и теории мотивации начали появляться в психологической науке, начиная с 20-х годов XX века. Первой из них была теория мотивации К. Левина (1926), вслед за ней были опубликованы работы представителей гуманистической психологии – А. Маслоу, Г. Олпорта, К. Роджерса.

В педагогике мотивация рассматривается как совокупность стойких мотивов и внутреннего побуждения личности к тому или иному виду активности, связанной с удовлетворением определенной потребности, определяющих содержание, направленность и характер деятельности и поведения личности [2., с. 196, 198].

В современном образовательном процессе школы основополагающей является познавательная деятельность, которая непосредственным образом зависит от способностей обучающихся. Анализ работ Б.Г. Ананьева, Л.С. Выготского, С.Л. Рубинштейна, В.А. Сухомлинского, Б.М. Теплова и др. позволяет сделать вывод, что способности – это индивидуально-психологические особенности личности, определяющие

и проявляющиеся как успешное познание окружающего мира через индивидуальное своеобразие осуществления продуктивной деятельности и проявления творческого применения знаний, самостоятельности и сознательности.

Так как способности формируются и развиваются в определенной деятельности, то естественно было бы отметить, что познавательные способности школьников, в частности, учащихся старших классов, развиваются в условиях учебно-воспитательного процесса, а именно в условиях учебно-исследовательской деятельности, которая выступает как внешнее условие развития познавательных процессов [3, с. 71]. Изучение различных литературных источников привело нас к пониманию познавательных способностей как индивидуально-психологических особенностей личности, проявляющихся в успешном познании окружающего мира через осуществление продуктивной учебно-исследовательской деятельности в соответствии с определенными целями и задачами, творческим, самостоятельным и сознательным применением знаний и умений.

Здесь уместно сделать вывод, что развитие, как усовершенствование познавательных способностей, непосредственно связано с четкой мотивацией учебной деятельности, в результате чего возникает качественно новое состояние. Повышение мотивации процесса развития познавательных способностей обучающихся всецело зависит от организации учебного процесса, т.е. от правильно выбранных форм, методов и средств обучения.

Исследование американских ученых показало, что применение информационных технологий в учебном процессе приносит максимальную пользу обучающимся с высокими показателями успеваемости и мотивации [4]. Уже само по себе применение компьютеров выступает достаточно сильным фактором повышения мотивов учения. Однако начальные условия работы с информационными технологиями (цифровыми и электронными образовательными ресурсами, обучающими программами и пр.) всегда характеризуются разнонаправленностью мотивационных векторов обучаемых, следовательно, начальный этап работы должен быть направлен на приведение их в соподправленное состояние [5].

Информатизация до сих пор остается приоритетным направлением развития и модернизации отечественной системы образования. Но успешная информатизация – это не только и не столько насыщение образовательных учреждений оборудованием и программно-педагогическими средствами, сколько значительные изменения в организационной и учебно-воспитательной деятельности, затрагивающие всех участников процесса обучения.

Современная образовательная парадигма определяет сущность образовательного процесса не как простую передачу ученику имеющихся у учителя знаний, умений и навыков, а как процесс «добывания» знаний в учении с помощью учителя, во взаимодействии и взаимообщении. Сегодня роль учителя сводится не к тому, чтобы научить чему-либо, а к тому, чтобы сопроводить к поиску и усвоению необходимой информации.

Во все времена главным помощником учителя являются учебники, учебные пособия и дидактические материалы, эффективность которых значительно повышается за счет возможностей современных информационных технологий. Электронные учебники, обучающие интернет-ресурсы, компьютерные обучающие программы, разнообразные тестовые комплексы и т.д. существенно облегчают деятельность педагогов. Достоинства образовательных электронных (цифровых) ресурсов сегодня уже ни у кого не вызывает сомнения. Однако до сих пор ключевым аспектом их эффективности в конкретном обучающем процессе является уровень культуры, грамотности и профессиональности авторов и разработчиков электронного материала (пособия, учебника, урока и т.д.). Напрашивается вывод, что для создания «настоящего» ресурса, позволяющего осуществлять эффективное, грамотное, интересное и результативное обучение, недостаточно только компьютерной грамотности, требуется еще что-то, учет которого



позволяет создавать полноценные компьютерные дидактические материалы или осуществлять мультимедийное сопровождение деятельности учащихся.

В работе мы используем термин «педагогический дизайн», который, по нашему мнению, в полной мере отражает описание конкретных педагогических действий для достижения желаемых педагогических результатов. Это еще и процесс принятия решений о наилучших педагогических методах для осуществления желаемых изменений в знаниях и навыках с учетом конкретного содержания и целевой аудитории.

Основой для формирования данного термина послужил его аналог в зарубежной практике – «instructional design». Если обратиться к англо-русскому словарю, то слово «instructional» переводится как образовательный, воспитательный, учебный [6, с. 722], а слово «design» – как план, замысел, намерение; это творческий замысел, планирование, конструирование; чертеж, эскиз, модель, конструкция, рисунок; композиция, искусство композиции; внешний вид, исполнение; произведение искусства [там же, с. 367].

Впервые термин «педагогический дизайн» появился в зарубежной литературе во времена 2-й мировой войны, а спустя несколько лет стал по-настоящему популярен, найдя свое место в корпоративном обучении и в учебных заведениях, его начали активно использовать при создании учебников, а затем и при разработке онлайн-обучения. В основе педагогического дизайна лежат исследования в области познания, образовательной психологии и подходов к разрешению проблем.

В отечественной литературе понятие «педагогический дизайн» стал все чаще встречаться в последнее десятилетие в работах М.Н. Краснянского, К.Г. Кречетникова, М.В. Моисеевой, И.М. Радченко, А.Ю. Уварова и других авторов. Изучение их работ позволило сформулировать некоторые теоретические положения относительно понятия и сущности педагогического дизайна:

1) с помощью педагогического дизайна можно создавать и поддерживать среду, в которой на основе наиболее рационального представления о взаимосвязи и сочетании различных типов ресурсов обеспечивается психологически комфортное и педагогически обоснованное их развитие. Развивающая среда представляется как система развивающих занятий, условий и средств, направленных на развитие познавательных процессов (памяти, воображения, мышления, внимания) и опыта самопознания. Педагогический дизайн в широком значении получает свое содержательное раскрытие как процесс формирования учебного пространства;

2) сущность педагогического дизайна заключается в том, что на основании определенных целей и желаемых результатов «педагогический дизайнер» (учитель, педагог) разрабатывает наиболее эффективные методы обучения посредством планируемого учебного материала. В целом педагогический дизайн можно представить как процесс, состоящий из совокупности определенных процедур, которые в итоге обеспечивают педагогическую эффективность учебных дидактических материалов, в том числе электронных образовательных ресурсов, компьютерных дидактических материалов с использованием современных информационных технологий;

3) использование педагогического дизайна направлено на повышение эффективности и результативности учебных материалов, расширение когнитивных возможностей учащихся, способствует увеличению объема и качества усваиваемой учащимися информации, обучение при этом становится системно спланированным;

4) выделяют две важнейшие концепции педагогического дизайна: тщательную проработку материала в соответствии с целями обучения и выстраивание системы постоянного анализа результатов обучения, оценки и усовершенствования, причем как процесса усвоения знаний, так и собственно учебного материала. Другими словами, основной целью педагогического дизайна является выстраивание последовательности учебного материала и мероприятий для эффективного достижения целей обучения.

Использование педагогического дизайна для повышения мотивации развития познавательных способностей предполагает знание и учет общих и специфических

возрастных и индивидуальных особенностей развития учащихся. В нашем исследовании не случайно выбраны старшеклассники, так как этот возраст характеризуется наступлением физической и психической зрелости, когда возрастает работоспособность, происходит интенсивное формирование свойств личности. Это время самоутверждения, бурного роста самосознания, активного осмысления будущего, пора поисков, надежд, мечтаний. В этом возрасте происходят качественные изменения всех сторон психической деятельности, включаются различные формы сознания.

Восприятие характеризуется целенаправленностью, внимание становится более устойчивым. Память становится более специализированной, т.е. связанной с интересами и намерениями в отношении выбора будущей профессии. Развивается способность длительно сосредоточиваться на познавательных объектах, не отвлекаясь на сторонние раздражители, удается распределять и переключать внимание. Преобладающее значение в познавательной деятельности занимает абстрактное мышление, а также стремление понять не только сущность изучаемых предметов и явлений, но и причинно-следственные связи.

Такие особенности мышления и познавательной деятельности формируются под определяющим влиянием обучения. В большинстве случаев у старшеклассников уже имеются устойчивые познавательные интересы. Они требовательны к себе и своей работе, стремятся развить в себе те черты, которые должны способствовать намеченным целям и планам. Обычно ученики в этом возрасте избирательно относятся к учебным предметам, так как начинают рассматривать их как источник знаний, необходимый для жизненного успеха. Для старшеклассников приобретает особый характер та деятельность, которая способствует формированию общественно-полезных и профессиональных интересов личности. Старшеклассники, в силу специфики познавательной (учебной и трудовой) деятельности, включаются в поиск межнаучных связей, переносят знания из одного предмета в другой и комплексно их применяют [7, с. 9]. Возрастные особенности на стадиях развития, через которые проходят все дети – вот та почва, на которой вырастают и развиваются индивидуальные познавательные способности. При формировании личных качеств старшеклассник выходит из состояния наблюдателя реальной жизни и становится непосредственным ее участником. Выбирая средства обучения старшеклассников, необходимо обращать внимание на психофизиологические особенности учащихся (лево- и правополушарность, визуальность, аудиальность, кинестетичность).

Анализ основополагающих понятий нашего исследования (мотивации, познавательных способностей, педагогического дизайна) позволяет утверждать, что использование именно педагогического дизайна, с четким выстраиванием последовательности учебного материала и мероприятий для эффективного достижения целей обучения, позволяет учесть индивидуальные особенности как мышления, так и восприятия информации учащимися, и существенно повысить эффективность развития познавательных способностей старшеклассников и сформировать у них положительную мотивацию учения.

## Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/2365>.
2. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Словарь по педагогике. – М.: ИКЦ «МарТ»; Ростов-н/Д: Издательский центр «МарТ», 2005. – 448 с.
3. *Кадырова Е.П. Современные проблемы педагогической науки и образования // Успехи современного естествознания, 2010. – № 3. – С. 69-71.*

4. Flowers L., Pascarella E.T., Pierson C.T. Information technology use and cognitive outcomes in the first year of college // The journal of higher education. Columbus. – 2000. – V. 71. – № 6. – P. 637 – 667.
  5. Коган А.Ф. Диагностика целеполагания в педагогике: общие требования к построению компьютерных тестов целеполагания // Практическая психология и социальная работа. – 2000. – № 2. – С. 22 – 26.
  6. Большой англо-русский словарь. В 2 т. / под общ. рук. И.Р. Гальперина. – М.: Русский язык, 1979. – Т.1. – 822 с.
  7. Чурилин Н.А. Межпредметные связи как фактор формирования познавательных интересов старшеклассников в учебной деятельности (на материале гуманитарных предметов): дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Чурилин Николай Анатольевич. – Л., 1984. – 178 с.
- 

## ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНОГО МЕТОДА «КВЕСТ» В ШКОЛЕ

Дегтярева Н.А., Нехожина Е.П.

*Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Средняя школа № 19 имени Героя Советского Союза Ивана Петровича Мытарева города Димитровграда Ульяновской области», degnadezhda@yandex.ru*

**Аннотация.** В данной статье рассмотрены вопросы применения квест-проектов в школе при изучении естественно-научных дисциплин: обоснована необходимость применения квест-проектов в школе, проанализированы особенности образовательных квест-проектов, приведена примерная структура квест-проекта, опыт использования квест-проектов при изучении дисциплин в средней школе.

*Ключевые слова:* квест-проект, информационно-компьютерные технологии, Интернет, веб-квест.

**Abstract.** This article describes how to use quest-projects in the school in the study of natural-science disciplines: the necessity of application quest-projects in school, analyzed the features of the educational quest- project, shows an exemplary structure of the quest-project, experience with quest-projects in the study disciplines high school.

*Key words:* quest-project, information and computer technology, Internet, web-quest.

Глобальная информатизация общества так и останется основной тенденцией развития цивилизации XXI века. Перед системой образования встает проблема подготовки подрастающего поколения к самостоятельному принятию решений и ответственному действию, к жизни и профессиональной деятельности в высокоразвитой информационной среде, эффективному использованию ее возможностей и защиты от негативных воздействий.

Обучение в школе должно обеспечить формирование у людей информационных компетенций, знаний и умений, способов информационной деятельности, которые потребуются им в новой информационной среде обитания.

Включение в образовательный процесс компьютерных квест-проектов позволит:  
– развивать навыки информационной деятельности человека;

- формировать положительное эмоциональное отношение к процессу познания, повысить мотивацию обучения, качество усвоения знаний по изучаемому предмету;
- развивать творческий потенциал школьников;
- формировать общеучебные умения овладения стратегией усвоения учебного материала.

Quest в переводе с английского языка - продолжительный целенаправленный поиск, который может быть связан с приключениями или игрой; также служит для обозначения одной из разновидностей компьютерных игр [5].

Веб-квест (webquest) в педагогике - проблемное задание с элементами ролевой игры, для выполнения которого используются информационные ресурсы интернета. Разработчиками веб-квеста как учебного задания являются Bernie Dodge и Tom March [4].

Однако, термин «квест-проект» в смысловом значении выступает не только как метод, этим термином обозначают еще и среду (файлы конкретных программ, веб-сайт если речь идет о веб-квесте, содержащие интригу, цели, выбор героя, задания и т. д.), в которой действует учащийся.

Веб-квест – это сайт в Интернете, с которым работают учащиеся, выполняя ту или иную учебную задачу. Разрабатываются такие веб-квесты для максимальной интеграции Интернета в различные учебные предметы на разных уровнях обучения в учебном процессе. Они охватывают отдельную проблему, учебный предмет, тему, могут быть и межпредметными. Особенностью образовательных веб-квестов является то, что часть или вся информация для самостоятельной или групповой работы учащихся с ним находится на различных веб-сайтах. Кроме того, результатом работы с веб-квестом является публикация работ учащихся в виде веб-страниц и веб-сайтов (локально или в Интернет)».

К основным требованиям к образовательному квест-проекту, предназначенному для самостоятельной работы с ним учащегося, можно отнести следующие [3].

1. Ясное вступление, где четко описаны главные роли участников (например, "Ты - детектив, пытающийся разгадать загадку таинственного происшествия" и пр.) или сценарий квеста, предварительный план работы, обзор всего квеста.

2. Центральное задание, которое понятно, интересно и выполнимо. Четко определен итоговый результат самостоятельной работы учащегося (например, задана серия вопросов, на которые нужно найти ответы, прописана проблема, которую нужно решить, и указана другая деятельность, которая направлена на переработку и представление результатов, исходя из собранной информации).

3. Список информационных ресурсов (в электронном виде - на компакт-дисках, видео и аудио носителях, в бумажном виде, ссылки на ресурсы в Интернет, адреса веб-сайтов по теме), необходимых для выполнения учащимся задания. Этот список должен быть аннотированным.

4. Описание процедуры работы, которую необходимо выполнить каждому учащемуся при самостоятельном выполнении задания (этапы).

5. Руководство к действиям (как организовать и представить собранную информацию), которое может быть представлено в виде направляющих вопросов, организующих учебную работу (например, связанных с определением временных рамок, общей концепцией, рекомендациями по использованию электронных источников, представлением «заготовок» отчетов), в виде вопросов с вариантами ответов (для кратковременных квестов).

6. Заключение, в котором суммируется опыт, полученный учащимися при выполнении самостоятельной работы над квест-проектом.

Учащийся в процессе работы над таким квест-проектом постигает реальные процессы, проживает конкретные ситуации, приобщается к проникновению вглубь явлений, конструированию новых процессов, объектов и т.д. С точки зрения информационной деятельности при работе над квест-проектом его участнику требуются

навыки поиска, анализа информации, умения хранить, передавать, сравнивать и на основе сравнения синтезировать новую информацию.

Выполняя квест-проект, школьник учится критически мыслить, решать сложные проблемы на основе анализа обстоятельств и соответствующей информации, взвешивать альтернативные мнения, самостоятельно принимать продуманные решения, брать на себя ответственность за их реализацию, часто оказывается в ситуации выбора. Он сам анализирует каждый шаг своего учения, ищет причины возникших затруднений, находит пути исправления ошибок. Ему предоставляется право выбора способов деятельности, выдвижения предложений, гипотез. Чувство свободы выбора делает деятельность осмысленной, сознательной, продуктивной и более результативной.

Квест-проект можно использовать для контроля знаний, тогда к вопросам предлагаются варианты ответов. Если ответы выбраны верно, то результат легко будет проверить по его достижению. Такой квест-проект предполагает два вида проверки: проверка знаний (собственно «прохождение квеста») и проверка навыков информационной деятельности (после прохождения квеста учащийся так же должен представить некоторое заключение, либо выполнить задание, соответствующее сюжету квеста), умения адекватно представить информацию.

Обычно на последних этапах работы над квест-проектом и учащийся, и педагог анализируют и оценивают результаты деятельности, которые часто отождествляются лишь с выполненным квест-проектом.

Оценивание выполненных квест-проектов немного отличаются от оценивания обычных проектов, но основные критерии те же. Даже неудачно выполненный квест-проект также имеет большое положительное педагогическое значение. Понимание ошибок создает мотивацию к повторной деятельности, формирует личный интерес к новому знанию. Подобная рефлексия позволяет сформировать адекватную оценку (самооценку) окружающего мира и себя. Это способствует развитию у учащихся навыков длительного поиска необходимой информации, ее анализа, структурирования.

При использовании компьютерных квест-проектов существуют, по крайней мере, два результата [2]. Первая составляющая оценки результата это, собственно, та видимая часть, которая и является выполненным квест-проектом. Причем оценивается не объем освоенной информации (что изучено), а ее применение в деятельности (как применено) для достижения поставленной цели. Второй же результат – это педагогический эффект от включения школьников в «добывание знаний» и их логическое применение, то есть включение их в информационную деятельность [1].

Квест-проекты могут быть использованы для кратковременной и долговременной работы. Кратковременный квест-проект преследует простые образовательные цели – расширение, углубление знаний и их интеграцию, они обычно рассчитаны на одно - три занятия и могут быть легко использованы на школьных уроках.

В долговременных квест-проектах образовательная цель другого уровня: учащиеся расширяют и преобразуют свои знания, получаемые из информационных источников, Интернет и реальной жизни. Они рассчитаны на длительный срок – может быть, на четверть или даже учебный год.

Так веб-квест разработанный учеником нашей школы занял 2 место в конкурсе проектов «С квестом в Интернет» в рамках проекта «Школа Росатома» в г. Озерск Челябинской области (апрель, 2015).

Использование проектного метода делает учащегося самостоятельным, приспособленным к жизни, умеющим ориентироваться в разнообразных ситуациях, способствует развитию познавательных, творческих навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания, умений ориентироваться в информационном пространстве; развитию критического мышления, навыков информационной деятельности. С использованием игровых технологий учитель получает действенный способ формирования мотивации учения, творческого осмысления материала,

тщательного закрепления знаний. Игровые методы необходимы в рамках преподавания предметов, имеющих «практическую составляющую», таких, например, как математика или информатика.

### Литература

1. Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / под ред. Е. С. Полат – М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 272 с.
  2. И. Д. Чечель Метод проектов: Субъективная и объективная оценка результатов // Директор школы. – 1998. - № 4. – С. 3
  3. <http://ito.bitpro.ru/1999/III/1/15.html>
  4. <http://schools.keldysh.ru/labmro/do2003/lib/v1-4.htm>
  5. <http://www.itlt.edu.nstu.ru/webquest.php>
-

# ОЦЕНКА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НАЧИНАЮЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ НА УРОВНЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Карапетян В.С., Макичян С.А.

*Армянский государственный педагогический университет им. Х.Абовяна  
vskarapetyan@mail.ru, sona\_makichyan@mail.ru*

**Аннотация:** В статье рассматриваются суждения утвердительного характера, которые по представлению экспертов важны для оценки предметной и психолого-педагогической подготовки учителя математики. В результате эмпирического исследования деятельности молодых учителей математики (стаж работы от 1 года до 5 лет) были выявлены ряд особенностей, которые должны учитываться в профессиональной деятельности при работе с молодыми учителями математики

*Ключевые слова и словосочетания: педагогическая деятельность, общение, административные способности, взаимоотношения и отношение, общие способности, мотивация педагогической деятельности, психолого-педагогические знания и умения*

Известно, что первые шаги самостоятельной работы начинающего учителя математики наиболее актуальны в становлении его как педагога и могут играть профессионально-ориентировочную роль в его дальнейшей педагогической деятельности. По этой причине адекватная и комплексная оценка педагогической деятельности имеет огромное значение в практической жизни. Оценка деятельности учителя математики будет иметь также психологическое значение, как для учащихся, так и для коллег-учителей и родителей школьников. Всесторонняя оценка общеобразовательной деятельности учителя математики в первую очередь проблема обеспечения качества образования, необходимость решения которой особенно ощущается в системе нашего образования, связанная с профессиональной ориентацией учащихся, осознанием роли и значения математики и математизацией в любой сфере знаний.

Данные в начале деятельности учителю математики оценки „плохой“, „средний“, „хороший“ или „отличный“ не только субъективны, но и создают такие установки, в результате которых предварительные оценки начинающим учителям могут быть не только односторонними, но и не выражать множество глубинных свойств педагога. В этом причина того, что в противовес мы принимаем другие подходы оценки знаний и умений начинающего учителя математики и с данными им оценками. Естественно, это означает, что в структуре деятельности учителя математики необходимо четко отделять наиболее значимые действия, взаимоотношения, выражения отношения и т.д.

В основу нашего исследования положена та простая логика научно-экспериментального подхода, которая исходит из жизни общеобразовательной школы, реальных убеждений опытных учителей математики, из педагогических представлений о своей деятельности. Опытные учителя математики (в том числе директора и завучи школ) сферы образования, у которых 10-15-летний стаж педагогической работы, должны были утвердительно суждениями описательной формы оценить педагогическую деятельность преподающих математику своих коллег, работающих в той же школе, по разным направлениям и любым компонентом. Например, они должны были утвердить а) кто плохой учитель, б) как можно его охарактеризовать, в) какие профессиональные личностные качества считаются преобладающими в деятельности „плохого“ учителя и прочие подобные вопросы. Какими качествами административного, коммуникационного и исследовательского характера могут охарактеризоваться так называемые в повседневной жизни и в разговорной речи „хорошие“ и „плохие“ учителя. В экспериментах 1995-2015 годов принимали участие 64 директора, 121 завучей, 231 опытных учителей разных

регионов республики и Еревана, которые постоянно общались с молодыми учителями математики с 1-5-летним стажем и могли понять и оценить профессиональные тонкости их педагогической деятельности.

В результате исследований были выделены более 1800 „утвердительных утверждений” о самых разных сферах психолого-педагогической деятельности учителя математики. Разработка (систематизация) этих утверждений показала, что имеем дело с наиболее примечательными 6-ю сторонами деятельности молодого учителя математики, которые впоследствии будем просто называть „базовыми характеристиками”. По анализу экспертов были выделены: 1) профессиональная и личностная коммуникативность, 2) взаимоотношения с коллегами, 3) административные способности, 4) система мотивов (мотивация), 5) психолого-педагогические знания и способности, 6) самостоятельность (в том числе и сопротивляемость давлению и стрессам, сохранение психологического равновесия, принятие самостоятельных решений по вопросам, которые касаются работы и проявление мужества). Вышеперечисленные характеристики касаются также профессиональных и личностных компетенций, как коммуникация, взаимоотношения и отношение, общие способности, мотивация педагогической деятельности, психолого-педагогические знания и умения, самостоятельность (сопротивляемость давлению и стрессам, сохранение равновесия, принятие самостоятельных решений).

Остановимся отдельно на каждой базовой характеристике: В качестве материала для анализа цитируем 10 утвердительных утверждений, которые касаются каждой характеристики. Вес (оценка) каждого описательного утверждения определен на эмпирическом уровне. Средние оценки, данные экспертами, рассматривались за основу описательных утверждений.

#### 1. Общительность

(описательные суждения)

- 1.1 Пишет так, что любой может легко прочитать и понять его. (Вес 0,39)
- 1.2 Составленные им учебно-методические материалы редко исправляются, подвергаются изменениям. (Вес 0,36)
- 1.3 Важнейшую информацию в письменном виде в нужное время. (Вес 0,30)
- 1.4 Его предметные и методические доклады умны и заслуживают внимания. (Вес 0,28)
- 1.5 Его рабочие и учебные заметки к месту, правильно составлены. (Вес 0,27)
- 1.6 В его отчетах всегда выделяется главное, он не останавливается на тех деталях, которые не существенны. (Вес 0,25)
- 1.7 Может разговаривать с людьми также на другие темы, не будучи специалистом в этой сфере. (Вес 0,25)
- 1.8 Может обсуждать результаты своей работы довольно коротко, просто и цельно. (Вес 0,23)
- 1.9 Может объяснить своим коллегам и учителям математики других школ наиболее главные аспекты психолого-педагогической проблемы, выявить существенное и значительное. (Вес 0,22)
- 1.10 Может так сформулировать вопрос, от ответа которого однозначно получит необходимую ему информацию. (Вес 0,21)



Полученные данные покажем в виде диаграммы.

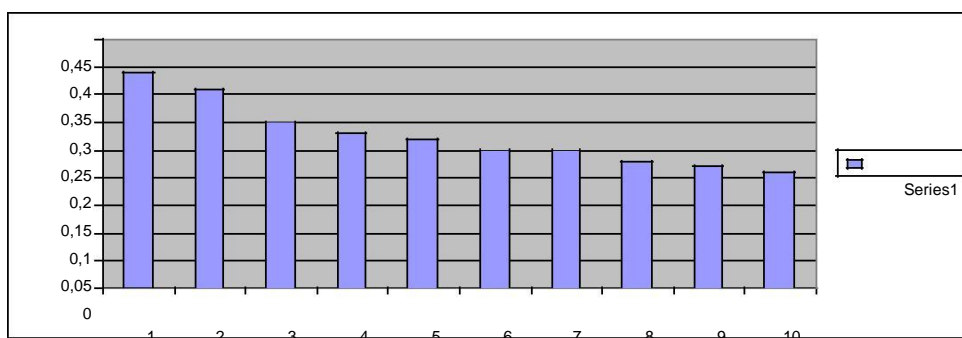


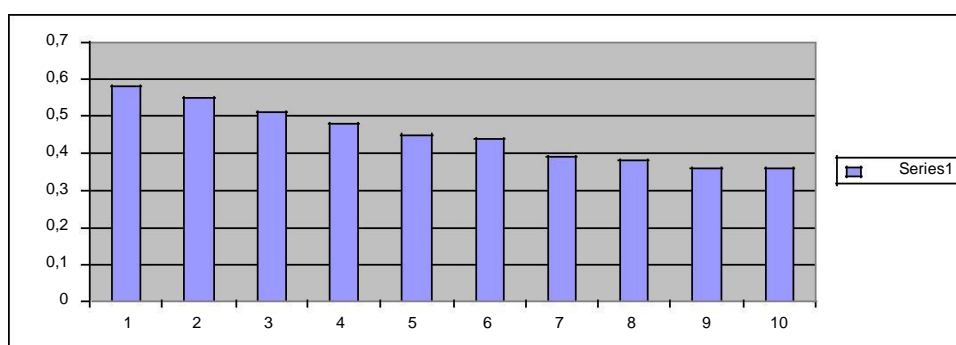
Диаграмма 1. Распределение компонентов общительности

Как мы видим, наиболее много баллов даны 1-му пункту коммуникации (0,39). Писать разборчиво и понятно, как ни странно, один из главных компонентов коммуникации. Действительно, необязательно ведь, чтобы коммуникативность обеспечивалась только в процессах разговора, беседы или рассказа. Грамотно и понятно писать для учителя математики помимо общительности предполагает также возможность „умственно общаться" в виде письменной речи. Если диапазон баллов  $[0,21; 0,39]$  разделим на 3 уровня, то получим а) низкие баллы -  $[0,21; 0,27]$ , средние баллы -  $[0,27; 0,33]$ , высокие баллы -  $[0,33; 0,39]$ : Как видно, на низком уровне вес утверждений 1.5-1.10. Следовательно, для устранения указанных замечаний в этом направлении должна вестись серьезная и последовательная работа с начинающими учителями математики.

## 2. Взаимоотношения с коллегами (описательные суждения)

- 2.1 Не обижает коллег. (Вес 0,58)
- 2.2 Не раздражает других своими комментированием, возражениями, замечаниями и т.д. (Вес 0,55)
- 2.3 Не увольняет с работы людей, наиболее стремящихся к завоеванию своей позиции (для административных работников). (Вес 0,51)
- 2.4 Полностью принят коллегами. (Вес 0,48)
- 2.5 Выносит только тех учителей, у которых меньше знаний, чем у него. (Вес 0,45)
- 2.6 Может хорошо работать также с учителями других предметов. (Вес 0,44)
- 2.7 Уважает суждения и способности других людей. (Вес 0,39)
- 2.8 Терпеливо относится к мнению чужих людей. (Вес 0,38)
- 2.9 Готов принять советы. (Вес 0,36)
- 2.10 Уважает чужое мнение. (Вес 0,36)

Полученные данные покажем в виде диаграммы.



## Диаграмма 2. Взаимоотношения с коллегами

В суждениях этой группы самый большой балл приходится на пункт „Не обижат коллег" (0,58). Если диапазон баллов [0,36; 0,58] разделим на 3 уровня, то получим а) низкие баллы - [0,36; 0,43], средние баллы - [0,44; 0,51], высокие баллы - [0,51; 0,58]: Так как диапазону [0,36; 0,43] соответствуют пункты 2.7-2.10, то именно они и нуждаются в специальном формировании.

### 3. Административные способности (описательные суждения)

- 3.1 Хочет больше узнать об административных обязанностях. (Вес 0,48)
- 3.2 Интересуется также проблемами, которые лежат за пределами педагогики (например, планирование, стоимость, цена и т.д.). (Вес 0,44)
- 3.3 Может заменить руководителя по части выполнения некоторых обязанностей. (Вес 0,41)
- 3.4 Хорошо относится к коллегам. (Вес 0,40)
- 3.5 Опыттно руководит работу других. (Вес 0,39)
- 3.6 Предпочитает вести за собой других. (Вес 0,36)
- 3.7 Не отстает в своем образовании, развитии и успеваемости. (Вес 0,30)
- 3.8 Осознает необходимость делать „бумажную работу". (Вес 0,30)

Полученные данные покажем в виде диаграммы:

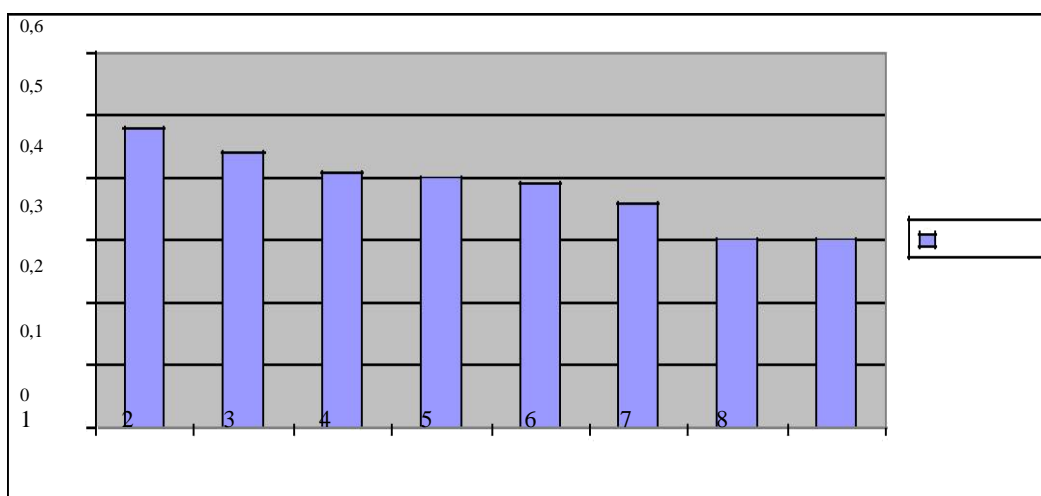


Диаграмма 3. Распределение компонентов административных способностей

Сравнение количественного состава суждений „административных способностей" показывает, что самый большой удельный вес у „Хочет больше узнать об административных обязанностях (0.48). При аналогичном делении диапазонов можем сказать, что необходимость в развитии есть у пунктов 3.6-3.8 (диапазон 0.30; 0.36).

### 4. Компонент мотивации (описательные суждения)

- 4.1 При необходимости готов делать больше (Вес 0,46)
- 4.2 Заинтересован в успешном выполнении целого задания, а не только своей части. (Вес 0,40)

- 4.3 Дает все силы и внедряет все способности для решения стоящих перед ним задач. (Вес 0,36)
- 4.4 Если есть свободное время или когда ему предоставляется свободное время, он активно ищет работу. (Вес 0,31)
- 4.5 Часто делает работу сверх нормы. (Вес 0,36)
- 4.6 Сердечно заинтересован в работе. (Вес 0,31)
- 4.7 Делает больше, чем требуют прямые обязанности. (Вес 0,29)
- 4.8 Не покидает работу, пока она не сделана. (Вес 0,28)
- 4.9 Работу делает целиком, без существенных упущений. (Вес 0,27)

Полученные данные показаны в виде диаграммы

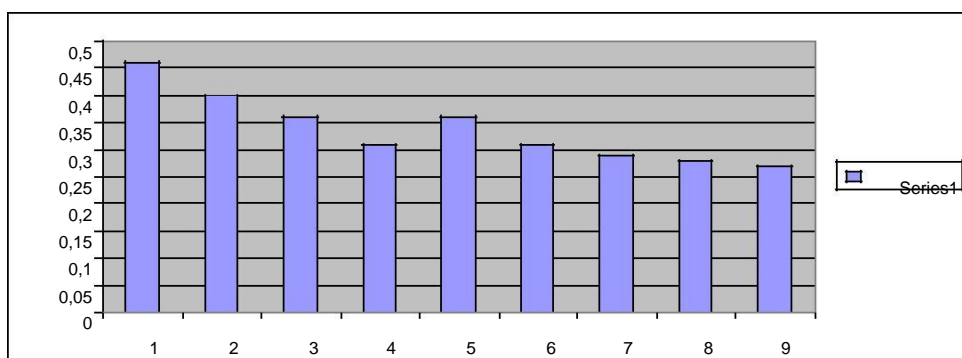


Диаграмма 4. Распределение компонента мотивации

## 5. Педагогические знания и способности (описательные суждения)

- 5.1 Часто проявляет такие знания, которые помогают коллегам при решении педагогических проблем. (Вес 0,38)
- 5.2 Знает базовые принципы, подходы своей специальности. (Вес 0,28)
- 5.3 Коллеги обращаются к нему по педагогическим вопросам. (Вес 0,35)
- 5.4 Некоторую часть времени затрачивает на чтение журналов. (Вес 0,31)
- 5.5 Владеет запасом информации для решения разных вопросов. (Вес 0,30)
- 5.6 Перед принятием предложения педагогического характера требует педагогические и психологические обоснования. (Вес 0,29)
- 5.7 Его педагогические идеи грамотны. (Вес 0,28)
- 5.8 В работе может применять свои теоретические знания. (Вес 0,24)
- 5.9 При решении вопросов может применять другие пути. (Вес 0,24)
- 5.10 Может сложный вопрос раздробить на необходимое количество сравнительно простых частей, найти „самостоятельный компонент“. (Вес 0,19)

Полученные данные показаны в виде диаграммы

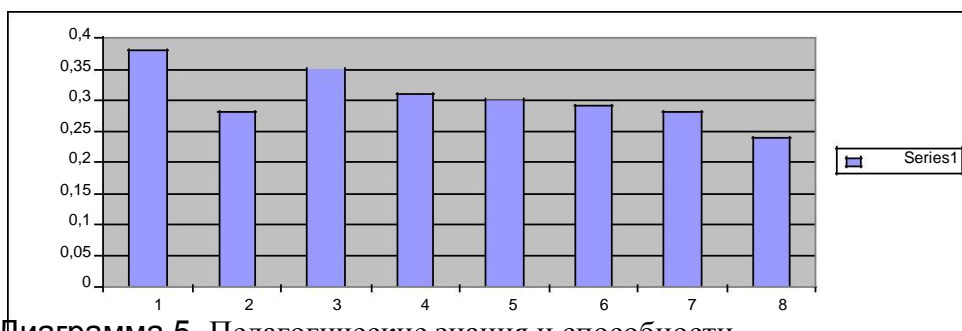


Диаграмма 5. Педагогические знания и способности

#### 6. Компонент самостоятельности (описательные суждения)

- 6.1. Не теряется от неожиданности, внезапности. (Вес 0.37)
- 6.2. Не выходит из равновесия даже под воздействием таких факторов, как рабочее неудобство, жесткие сроки и т.д. (Вес 0.37)
- 6.3. Хорошо работает, несмотря на препятствия сроки, рабочие изменения, недостаточное финансирование. (Вес 0.27)
- 6.4. Хорошо восстанавливается после неожиданных, внеочередных работ. (Вес 0.27)
- 6.5. Не избегает решений и не колеблется при их принятии. (Вес 0.25)
- 6.6. Он сам решает вопрос, не прося ничьей помощи. (Вес 0.22)
- 6.7. Замечания и несерьезные слова переносит с легкостью. (Вес 0.22)
- 6.8. Не боится задавать вопросы. (Вес 0.21)
- 6.9. Основывается на собственные суждения по возможности и рациональности. (Вес 0.19)
- 6.10. Готов принять свою ошибку, если она имела место. (Вес 0.15)

Полученные данные показаны в виде диаграммы

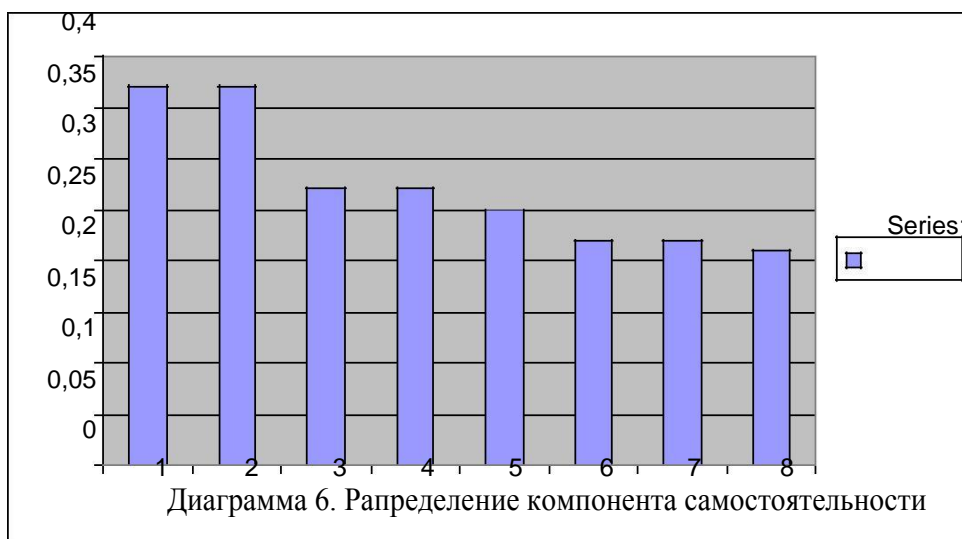


Диаграмма 6. Распределение компонента самостоятельности

Данные всех 1-6 суждений показаны в виде диаграммы

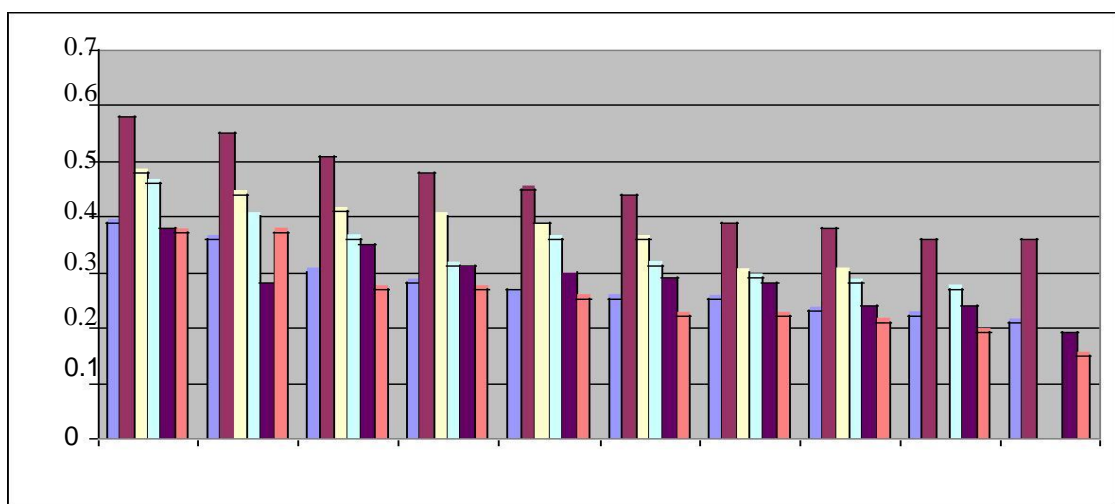


Диаграмма 7. Оценка деятельности учителя по основным суждениям

Хорошо видно, что по всем основным суждениям есть количественные снижения, ряд компонентов, которые обязательно должны по возможности развиваться в педагогической деятельности молодых учителей математики.

Можно респондентам предлагать специальную карту (со шкалами) для оценки работы молодых учителей. Сравнивая эти результаты с результатами карты, постепенно можем выявить основные недостатки начинающего учителя и разработать мероприятия для постепенного их преодоления.

### Литература

1. Карапетян В.С. Психологические приемы развития словесно-логического мышления. Семья и школа, Научно-методический журнал мин. образования и науки РА, Номер 2, 2008 г., с.13 (на арм. языке)
2. Карапетян В.С. Опыт построения парадигмы реформирования образования в структуре высшего педагогического образования. Психологические проблемы модернизации образования, материалы международной конференции, Ереван, 2008, с. 128-131 (на арм. языке)
3. Карапетян В.С. Оценивание педагогической деятельности начинающих учителей. Семья и школа. Научно-методический журнал, номер 2, 2009 г., с. 4-15, (на арм. языке)
4. Карапетян В.С., Макичян С.А. Проблема новой методологии исследования мышления в современной психологии. Материалы международной конференции, посвященной 40-летию основания АрГУ, часть 1, Степанакерт-2009, с.200-202
5. Кашицына Ю.Н. Инновационные технологии в методической работе начинающего учителя математики. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук, Москва – 2006/<http://nauka-pedagogika.com/pedagogika-13-00-02/dissertaciya-innovatsionnye-tehnologii-v-metodicheskoy-rabote-nachinayuschego-uchitelya-matematiki#ixzz3kTjIMYZk/>
6. Аржакаева Т. А. Психологические трудности общения начинающих учителей: дис. кан. пс. н.:19.00.07/РАОПИ. – М., 2005.-177с.

# АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ КАК СРЕДСТВО ВОВЛЕЧЕНИЯ СЕМЬИ И БИЗНЕС-СТРУКТУР В СИСТЕМУ ОБРАЗОВАНИЯ

Лазарев В.А.

*директор НОУ «Центр современного образования»,  
Москва, victor\_lazarev@mail.ru*

Кузнецова О.К.

*преподаватель математики ЧУДО «Маткласс»,  
Москва, olga.intelekt@gmail.com*

**Аннотация.** В статье даётся информация о реализуемых образовательных проектах по развитию мотивации к изучению математики в российском обществе.

Annotation. The article provides the information about realizable educational projects on development of the motivation to study mathematics in the Russian society.

Основными направлениями Концепции развития математического образования предусмотрен широкий спектр математической активности обучающихся как на аудиторных занятиях, так и в системе дополнительного образования. Это предполагает необходимые материальное, информационное и кадровое обеспечение, без которых невозможна подготовка, успешного школьника, современного специалиста и выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализации долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации.

«Вывод российского математического образования на лидирующее положение в мире» потребует также развития таких новых форм работы, как получение математического образования в дистанционной форме, математические проекты на интернет-порталах и в социальных сетях, профессиональные математические интернет-сообщества и т. д.

Образование и обучение в течение всей жизни становятся необходимостью, а способность к постоянному обучению и приобретению новых компетенций рассматривается в качестве самой важной характеристики человека. Всё это ставит проблему повышения индивидуальной ответственности сторон образовательного процесса (учащегося и образовательного учреждения) за его результаты, а также роста вклада в образование населения (семьи, бизнес-структур) как основного получателя результатов и выгод от образования.

В настоящей работе кратко приводится информация о некоторых образовательных проектах, различной организационной формы и находящихся в разной степени реализации, но затрагивающих базовые интересы обучающихся, их родителей, педагогов, образовательных учреждений, бизнес-структур.

В качестве первого примера приведём успешно реализуемый в последние годы инновационный проект «Международный конкурс: математика и проектирование» ([www.asou-mo.ru](http://www.asou-mo.ru)).

**Проект** организован ГБОУ ВПО МО «Академия социального управления» (инициатор конкурса Т.Ф. Сергеева, профессор, член НМС по математике) в целях выявления и развития одаренных школьников – одной из важнейших проблем образования и всего общества. Наряду с АСУ участие в работе конкурса принимают факультет педагогического образования Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Институт математики и информатики Болгарской Академии наук. Конкурс проходит в два этапа, на втором этапе в работе принимает участие представители Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ.

К участию в конкурсе приглашаются учащиеся 7-11 классов общеобразовательных школ, соответствующих курсов средних профессиональных учебных заведений

Российской Федерации и соответствующих классов (курсов) учебных заведений Болгарии, Белоруссии, Казахстана и др. стран.

На Конкурсе представляются проекты, выполненные учащимися в номинациях: Математические модели реальных процессов в природе и обществе; Геометрические миниатюры; Математика и искусство; История математики; Наука математика; Электронный тематический журнал; Использование математических методов для решения профессионально-ориентированных задач (для обучающихся в системе профессионального образования).

На первом, региональном этапе Конкурса, который проводится заочно в период с 15 октября по 31 января следующего года отбираются лучшие работы. Авторы лучших работ приглашаются на второй, очный международный этап, который проходит в мае. Программа очного этапа Конкурса включает публичную защиту проектов финалистами, торжественное подведение итогов Конкурса, обучающие занятия для участников и научно-методические семинары для сопровождающих их учителей и преподавателей учреждений НПО и СПО, культурно - досуговые мероприятия.

На Конкурсе рассматриваются проекты в электронном виде в соответствии с предложенными номинациями. Для разработки проекта участник вправе использовать различные программные средства, но оформляется проект в виде мультимедийной презентации.

Регистрация участников ведётся на сайте ГБОУ ВПО МО «Академия социального управления». Всем участникам Конкурса выдаются сертификаты участника международного конкурса «Математика и проектирование».

В рамках заключительного этапа международного конкурса проводится фестиваль авторских методических разработок учителей и преподавателей учреждений НПО и СПО по организации проектной и исследовательской деятельности учащихся.

Созданный как инициативный, проект развивается и получил международное признание, привлекательность конкурса позволяет включить в процесс учащихся и педагогов, находить поддержку ректората Академии социального управления и Министерства образования и науки Московской области, привлекать бизнес-структуры для оплаты проезда и призов, СМИ соответствующих стран и десятков регионов РФ.

**Второй проект** относится к столичному региону и крупному бизнесу (<http://pedagog.msk.ru/konkurs/>)

В рамках реализации концепции государственно-частного партнёрства в сфере образования Департамент образования города Москвы совместно с частной компанией «Масштаб» в 2012 году объявил всероссийский конкурс руководителей для сферы образования.

Первая задача конкурса – выявление и поощрение профессиональных управленцев для сферы образования, поэтому участникам конкурса предлагалось выбрать любую российскую школу, расположенную в любом городе или селе страны, которая, в случае победы представляющего её участника, получит грант от компании «Масштаб» на развитие в размере 10 млн руб. – за первое место, за второе место – 5 млн руб., за третье место – 3 млн руб. Ярко проявившие себя в ходе конкурса участники будут включены в кадровый резерв Департамента образования Москвы.

Вторая задача, которую планируют решать организаторы конкурса, – подбор высококвалифицированных управленческих кадров для строящейся на новых территориях Москвы школы мирового уровня.

Деятельность создаваемой некоммерческой школы будет направлена на выявление и развитие талантов учеников, формирование мотивации к достижениям как обучающихся, так и педагогов, формирование высочайшего уровня знаний по школьным дисциплинам, целенаправленное развитие личности учащегося, открывающее двери в лучшие университеты мира. Победителям конкурса будет предложена возможность претендовать на должности президента, директора и их заместителей в создаваемой школе.

Конкурс открыт для всех, заинтересованных в развитии системы общего образования, как действующих руководителей образовательных учреждений: директоров, заведующих, их заместителей, руководителей структурных подразделений образовательных учреждений, - так и управленцев из других сфер (не образовательных учреждений), научных и научно-педагогических сотрудников: преподавателей колледжей и вузов, научных сотрудников, аспирантов и докторантов, методистов.

Конкурс был рассчитан на несколько туров.

Задание первого тура связано с разработкой авторского подхода к созданию школы мирового уровня, которая сможет отвечать самым высоким требованиям в части содержания и организации учебного процесса, образовательных результатов, материально-технической базы. Первый тур планировалось провести заочно через сайт конкурса до 1 октября 2012 года.

Участники, вышедшие во второй тур, получают задание подробнее описать предлагаемый ими подход, раскрыть организационные и содержательные направления деятельности по созданию школы мирового уровня. Тур проводится заочно через сайт конкурса в октябре – ноябре 2012 года.

Вышедших в третий тур участников планировалось пригласить в Москву на очный этап. Здесь участники должны были презентовать свой подход к созданию школы мирового уровня, в рамках конкурсных мероприятий продемонстрировать управленческие навыки и личные качества, необходимые для руководства школой высокого уровня.

По второму проекту конкурсные мероприятия продолжаются и поэтому рано пока говорить о каких-то результатах. Можно сказать только то, что проявляется интерес крупного бизнеса к поиску и развитию талантливой молодёжи, талантливых педагогов и руководителей образования. Это очень важно. В современных условиях сфера образования стала характеризоваться как сфера производства и инвестирования со стороны заинтересованных в её продукте субъектов, приносящая доход в форме более высокого дохода (для семьи), повышения прибыли (для бизнеса), ускорения темпов роста и решения актуальных социальных проблем общества (для государства).

**Третий** проект относится к Фонду инфраструктурных и образовательных программ РОСНАНО ([www.schoolnano.ru](http://www.schoolnano.ru)), который создан в 2010 году в соответствии с Федеральным законом № 211-ФЗ «О реорганизации Российской корпорации нанотехнологий». Целью деятельности Фонда является развитие инновационной инфраструктуры в сфере нанотехнологий, включая реализацию уже начатых РОСНАНО образовательных и инфраструктурных программ.

Председателем высшего коллегиального органа управления Фонда — наблюдательного совета — является Министр образования и науки Российской Федерации Дмитрий Ливанов. Согласно уставу Фонда, к компетенции совета, в частности, относятся вопросы определения приоритетных направлений деятельности Фонда, его стратегии и бюджета. Председателем Правления Фонда, являющегося коллегиальным органом управления, является Председатель Правления ООО «Управляющая компания "РОСНАНО"» Анатолий Чубайс, генеральным директором Фонда — Андрей Свинаренко».

«Школьная лига РОСНАНО» — Программа, целью которой является продвижение в школах Российской Федерации идей, направленных на развитие современного образования, в первую очередь – естественнонаучного образования.

Объединяя, с одной стороны, школы и учителей, учёных и преподавателей ВУЗов, представителей индустрии и бизнеса, с другой, Лига организует их взаимодействие для достижения своей основной цели. Достигается и другая важная цель – следование общей тенденции развития совместного инвестирования в образование со стороны населения, бизнеса и государства, внедряются косвенные методы государственного финансирования, идущие на смену менее эффективным механизмам прямого бюджетного финансирования.



Отметим, что участниками Школьной лиги только в 2010-2013 учебном году стали 100 учебных заведения из 24 регионов страны, выдержавшие конкурсный отбор и отвечающие требованиям, указанным в Положении о Конкурсе по отбору школ-участниц Школьной лиги РОСНАНО.

**Четвёртый проект.** Сегодня большое внимание уделяется работе с одаренными детьми: творческие конкурсы, олимпиады, выездные математические летние и зимние школы и т.п.

А что делать с остальными?

По данным Национальных исследований качества образования (НИКО), которые проводились в 2014 и 2015 годах, младшие школьники имеют достаточно хорошие знаниями по математике и русскому языку. А на вопрос, что нравится в школе, большинство выбрало ответ "узнавать на уроках что-нибудь новое.

Но уже, в средней школе, у детей ухудшаются показатели учебы, и падает мотивация. Как выявить и удержать интерес детей к обучению, в частности, к обучению математике?

В качестве примера привития и поддержания интереса к математике приведем работу частного учреждения дополнительного образования (ЧУДО) «Маткласс».

Этот проект создан при участии творческих педагогов и равнодушных родителей и существует уже 4 года ([www.matclass.ru](http://www.matclass.ru)). Одна из задач его - развитие интереса к математике. Работа начиналась с трех групп, теперь их уже около 50 в разных районах Москвы и Московской области. В этом учебном году, открываются площадки в Калининграде, Сыктывкаре. Группы небольшие: 7-12 человек.

Занятия проводятся для дошкольников 5-6 лет и для школьников 7-12 лет один раз в неделю по полтора часа. В одной группе могут быть дети разного возраста и разного уровня подготовки. Причем, как показывает опыт, это положительно сказывается на эффективности освоении материала группы в целом, при условии использовании индивидуальной образовательной траектории каждого ребенка.

Что же привлекает в Маткласс детей и их родителей?

В первую очередь – «занимательность». На уроках решается большое количество *наглядных* задач: разрезания на равные части; расстановка знаков действий между числами; проставление чисел между знаками действий; поиск многоугольников на заданном чертеже; делимость чисел; разрезание заданных фигур на фигурки тетрамино, пентамино; построение объектов симметричных данному; построение сечения; задачи на поиск и размещение многоугольников на точечных квадратах; разрезание фигур на многоугольники с заданным числом вершин; перечеркивание ребер чертежа и т.п.

Почему именно наглядные?

Такие задачи не требуют хорошего навыка чтения и понимания текста, что является обязательным условием для успешного решения текстовых задач. Если ребенок плохо освоил эти навыки, то решение текстовых задач будет вызывать трудности и, как следствие, падение его интереса к математике.

Здесь же происходит обратная ситуация. Предлагая, в первую очередь, наглядные задачи, педагоги опираются на сильную сторону детского мышления – образную. И дети достаточно быстро получают и закрепляют успех при решении нестандартных задач.

Решая разные типы наглядных задач, педагоги стимулируют интерес к математике, ведь если ребенку не нравится решать некоторые из задач, найдутся другие, которые его обязательно заинтересуют. Наглядные задачи – часто имеют несколько вариантов ответов, и это позволяет искать каждому ребенку свое решение, даже если кто-то уже нашел, и испытать чувство гордости за найденное лично новое решение предложенной задачи.

Предлагаются и текстовые задачи, но здесь уделяется больше внимание работе с текстом задачи. Педагоги учат понимать условия, рисуя схемы, меняя условия; учат выделять важную для решения информацию, убирая лишние слова из текста, или размышляя над ошибками в условии задачи; учат ставить свои вопросы к задаче и, исходя из этого, изменять решения. Тем самым, на примере решения одной задачи, активно развиваются

исследовательские навыки учеников: самостоятельно размышлять над условием, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, доказывать или опровергать свои или чужие утверждения. Особое внимание на каждом занятии уделяется сочинению задач. Этому, к сожалению, в наших школах не учат. Ведь когда ребенок сочиняет задачи, он включается в процесс творчества, что вызывает «бурю восторга» и начинает понимать логику рассуждений автора, а это практика важна при самостоятельном решении задач: ребенку не надо объяснять, как «до такого решения» можно было додуматься, он сам «выдает» неожиданные решения.

Большая работа ведется с родителями: еженедельные обучающие вебинары, направленные на популяризацию математики и естественных наук; выездные образовательные программы выходного дня; летние семейные лагеря – все это позволяет создать заинтересованную образовательную среду детей, родителей и педагогов, активно сотрудничающих в процессе обучения.

Педагоги «Маткласса» начали передавать свой опыт учителям разных школ, желающим использовать новинки в своей практике.

В заключение подведем небольшой итог по этому проекту.

В развитии мотивации к обучению, в частности, к обучению математике, может и должно принимать активное участие дополнительное образование, которое имеет больше «свободы», чем школьное. Накопленный опыт творческих педагогических коллективов дополнительного образования надо изучать и активно популяризировать. В нашем случае вся работа отражается на сайте.

**Пятый проект ([www.чоусош1.рф](http://www.чоусош1.рф)).** Факт почти 25-и летнего существования какой бы - то ни было частной школы, учитывая ситуацию в стране, заслуживает всестороннего исследования, тем более - сельской частной школы (СЧШ). Что двигало людьми, которые создали школу, чем руководствовались родители, отдавая своих детей в частную школу, каковы социально-экономические условия функционирования СЧШ – все эти вопросы взаимосвязаны.

Чтобы частная школа функционировала, нужен спрос на её услуги. Теоретически спрос на хорошее альтернативное образование существует всегда. Но реализованным на практике он может быть лишь при одном условии: если имеется платёжеспособность. Для негосударственного образовательного учреждения (НОУ) это условие приобретает основополагающее значение, без которого оно не может состояться. Следовательно, спрос на НОУ может быть удовлетворён только в том случае, если у людей есть доход. «Запущенный» в эпоху «перестройки» процесс первоначального накопления капитала, на рубеже десятилетий начал приносить свои первые плоды: у предприимчивых граждан появились некоторые сбережения. Сбережения требуют выгодного вложения. Один из способов – это возможность «вложить деньги в образование детей».

Остановимся на роли родителей. Имущественная дифференциация, начавшаяся вполне официально в 90-х г, явилась в определённой степени одной из причин возникновения частных школ. Наиболее ярко это проявилось в больших городах, в меньшей степени – в сельской местности. В селе меньше возможностей быстрой наживы, меньше (в абсолютном исчислении) инициативных людей, квалифицированных специалистов, сфер приложения действий.

Учитывая эту ситуацию, инициативная группа работала с родителями по нескольким направлениям. Проводилась работа с родителями, которые являлись учителями в школах станицы. Вопросы ставились косвенные: каким образом можно было бы развивать способности детей в школьный период; что необходимо предпринять, чтобы способные сельские ребята выдерживали экзамены в высшие учебные заведения; как реализовывать индивидуализацию и дифференциацию в обучении; и др. Проводилась работа с родителями, дети которых – школьники. Важно было узнать, найдутся ли среди этих родителей такие, которые были бы готовы понести определённые финансовые затраты, если бы представилась возможность их детям получать дополнительные знания, особенно

по естественно-математическим дисциплинам. Выяснилось, что для многих вложение средств в образование детей являлось приоритетным.

Следующая категория родителей – родители дошкольников, потенциальных клиентов частной школы. В процессе общения удалось установить, что родители этой категории в возрасте 25 – 35 лет, у которых один или более детей, трудоспособные, как правило, имеющие постоянную гарантированную работу, ведущие домашнее хозяйство. Часть из них – активно включившиеся в самообеспечение через предпринимательство.

В самом начале организационного периода одним из главных вопросов был кадровый вопрос. То, что в частной школе должны быть очень квалифицированные педагоги, это очевидно, иначе спроса на частную школу не будет. Это особенно актуально в селе, где всем обо всём известно, и первые же недоработки будут известны. Важно подчеркнуть, что дирекция частной школы хорошо осведомлена о наличии очень хороших учителей в станице и, думая о кадровых потребностях на следующий год или отдалённую перспективу, целенаправленно действует, чтобы вовремя получить того или иного специалиста. Таким образом, начиная с первого класса, идёт обучение английскому языку, физвоспитанию, выделены дополнительные часы на математику с 5-го класса.

Такая ситуация – определённое достижение дирекции школы, от которого есть выигрыш как для СЧШ, так и для соседней общеобразовательной средней школы. Это - наиболее продуктивное использование интеллектуального потенциала лучших учителей, предоставление им возможности трудиться и зарабатывать в сфере их интересов и отказываться от поиска заработка в других сферах; наличие конкуренции, предполагающей необходимость постоянного самосовершенствования и повышения квалификации педагогов; наличие потребности в квалифицированных педагогах формирует в определённой степени культ профессионализма, культ знаний; дополнительный заработок учителей в СЧШ позволяет им более качественно содержать свои семьи; знания, информация, методические новинки, получаемые учителями СЧШ на специально организуемых встречах с университетскими преподавателями, становятся достоянием педагогического коллектива СЧШ и средней общеобразовательной школы.

Кого учить? Перед государственной школой этот вопрос не стоит: принимают и учат всех. Организаторы СЧШ с самого начала заявили, что будут отбирать по способностям. Реально отбор идёт не по способностям, а по уровню развития ребёнка. Было решено попросить воспитателей дошкольных групп обратить внимание на детей и дать им характеристики по уровню развития, указать склонности детей, ранжировать по трудолюбию, физическому развитию и т.п. Изучались характеристики родителей этих детей и, наконец, собеседование во время набора. Так решалась и эта проблема. Школа сделала уже более 10-и выпусков, среди выпускников есть победители олимпиад разного уровня, медалисты. Все выпускники при желании продолжают обучение в вузах, что, безусловно, способствует росту авторитета СЧШ и её конкурентоспособности.

Частное инвестирование в образование, когда оно осуществляется не за счёт сверхприбыли, а за счёт выкраивания необходимых средств из семейного бюджета, обеспечивает увеличение заинтересованности учащихся в самом процессе обучения, а также рост требовательности к реализуемым образовательным программам. Это способствует повышению эффективности образования за счёт чёткого исполнения учебных программ, совершенствования учебного процесса, роста отдачи от преподавателей и активизации самих учащихся. Механизм государственного контроля над качеством образования и эффективностью использования ресурсов дополняется контролем непосредственного потребителя (учащегося).

# О РАЗВИТИИ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ В НЕСТАНДАРТНЫХ УСЛОВИЯХ

Лазарев В.А.

директор НОУ «Центр современного образования», д.п. н.,  
victor\_lazarev@mail.ru

## ABOUT DEVELOPMENT OF INTEREST TO MATHEMATICS IN SOLVING NON-STANDARD TASKS IN NON-STANDARD CONDITIONS

Lazarev V.A.

director of the educational institution "Centre of modern education»  
victor\_lazarev@mail.ru

**Аннотация:** в статье рассмотрены оригинальные математические задачи, развивающие творческий интерес у учащихся в процессе их решения

*Ключевые слова:* творческие задачи, мотивация, школьники, интерес к обучению математики, творческое развитие

**Abstract:** The article considers the original mathematical problems, developing creative interest of students in the course of their decision

*Keywords:* creative tasks, motivation, students, the interest in learning mathematics, creative development.

Статья подготовлена по материалам работы со школьниками 4-х - 8 -х классов в системе дополнительного образования при групповых и индивидуальных занятиях. Уже на первом ознакомительном занятии, где присутствовали школьники и их родители, была объявлена основная цель занятий математического кружка: развивать интерес к математике в процессе решения занимательных нестандартных задач. Так получалось, что групповые занятия в течении 8 месяцев два раза в неделю посещали от 3-х до 8-и школьников разного возраста и разного уровня подготовки, но с заметным интересом самих ребят к математике и с заинтересованностью к подобной работе их родителей.

Мы здесь приведём только три задачи из небольшого множества, рассмотренных нами, которые позволяют сформировать некоторые серии задач разного уровня сложности, учитывая контингент учащихся, и понять идею вовлечения ребят в творческий процесс составления и решения задач.

Первая задача взята из книги российского математика Данияра Хамидовича Муштари (1945-2013) «Подготовка к математическим олимпиадам. Казань. 2000 г. Данияр, будучи школьником, стал победителем международной математической олимпиады, впоследствии, став профессором, многие годы участвовал в организации и проведении школьных математических олимпиад в России и Татарстане.

Отметим, что с целью популяризации математики на занятиях приводились некоторые биографические данные российских и зарубежных учёных, чьи задачи нами рассматривались.

**Задача 1.** В круговом турнире два шахматиста выбыли из соревнований после пятого тура. В результате в турнире было сыграно всего 38 партий. Выяснить игралась ли партия между выбывшими шахматистами?

Здесь следует заметить, что важными, с нашей точки зрения, являются попутные требования чётко формулировать условия задачи, проговаривать вслух данные исходной задачи. К сожалению, большинство ребят не могут правильно сформулировать условие,

даже после нескольких прочтений. Это говорит, в частности, о том, что на уроках не достаточно развивается речь, внимание и память. Этим трём составляющим нами уделялось особое внимание. Учиться говорить, стремиться видеть и слышать, запоминать – первые необходимые требования.

Как показывает практика, Задача 1. «сходу» не решается. Неизвестно начальное количество шахматистов и требуются дальнейшие логические рассуждения. Поэтому ребятам делаются некоторые намёки с помощью более простых задач, которые формулируются самими школьниками с некоторым «подталкиванием» со стороны преподавателя.

Целесообразно с помощью графа или таблицы посмотреть сколько партий может быть сыграно при трёх, четырёх, пяти и т.д. участниках турнира и как меняется количество сыгранных партий в случае выбытия по каким-то причинам одного, двух или трёх и т.д. шахматистов.

Далее можно перейти к формулировке и решению наводящих задач 1.1- 1.3 и уже после переходить к Задаче 1.

**Задача 1.1** В круговом турнире один шахматист выбыл из турнира, не доиграв до конца турнир. В результате было сыграно всего 25 партий. Сколько шахматистов участвовало в турнире и сколько партий сыграл выбывший?

**Задача 1.2** Два шахматиста выбыли из турнира, причём оба не сыграли половины партий. Всего в турнире состоялось 84 партии. Сколько было участников турнира?

**Задача 1.3** Три участника выбыли в первой половине турнира. Всего в турнире было сыграно 120 партий. Сколько было участников турнира?

Изменять условия задач мы можем сколько угодно, при этом школьники исключительно активно предлагают разумные варианты, заинтригованные процессом самостоятельного формулирования задач и нахождением их решений.

Замечено, что подобные занимательные задачи решаются не только на занятиях, но и в семье, т.о. формируется внутренняя среда процесса обучения, которая предполагает наличие хорошего самочувствия ребёнка, развитой познавательной сферы, сформированных навыков общения со сверстниками, сформированной мотивации к образованию, а также понимания и принятия родителями эмоциональных и интеллектуальных особенностей своего ребёнка.

Следующая серия задач, которые также вызывают большой интерес у школьников позаимствована у доцента МЭИ Юрия Сергеевича Коробкова (р. 1938), который, в своё время, исходную задачу позаимствовал из книг «Физики шутят» и «Физики продолжают шутить» / авторы: Ю. Конобеев, В. Павлинчук, Н. Работнов, В. Турчин. М.: Мир, 1966 и 1968 г.г./

Ю.С. Коробков закончил электромеханический факультет Московского Энергетического Института (МЭИ), он автор или соавтор ряда монографий, учебников, справочников, задачник, учебных и методических пособий для студентов.

Исходная задача носит название «Задача о трёх рыбаках». Как говорит Ю.С. Коробков «Все предлагаемые головоломки требуют повышенной сосредоточенности и внимания, некоторых основополагающих знаний, большого терпения, игры воображения, хорошего настроения и весёлой, тёплой, радостной улыбки». Последние слова особенно важны и здесь уместно привести слова академика П.А. Ребиндер: «Науку делают люди весёлые, нытики и пессимисты, как правило, неудачники, ибо они неспособны к творчеству» ( Ж. Знание – сила, 1970, № 8, с.1)

**Задача 2** Три приятеля: Андрей, Борис и Влас пошли вечером на рыбалку. У них очень хорошо пошёл клёв. Всю пойманную рыбу они складывали в одно ведро. Время летело быстро, рыба клевала всё чаще и чаще. Уходить домой не хотелось. Друзья решили заночевать у реки, чтобы с первыми лучами солнца продолжить удачную рыбалку. Но они просчитались: ночью сильно похолодало, начал моросить дождь. Первым от холода

проснулся Андрей и собирался разбудить остальных, но, увидев, как сладко они спят, раздумал. Он решил идти домой один. Мальчик надумал взять одну треть улова. Он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 3 не делится. Тогда он выпустил одну рыбку в речку, забрал третью часть улова и ушёл домой.

Затем проснулся Борис, обратил внимание на непогоду и решил идти домой. Он не заметил, что один из их компании уже ушёл. Он решил взять одну треть улова. Для этого он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 3 не делится. Тогда он выпустил одну рыбку в речку забрал третью часть улова и ушёл домой.

Через некоторое время проснулся Влас. Он не заметил, что двое его приятелей уже ушли. Он лишь обратил внимание на ухудшение погоды, не решился будить приятелей, а собрался идти домой один. Он, как и другие, решил взять одну треть улова. Для этого он подсчитал количество рыб в ведёрке. Оказалось, что их число на 3 не делится. Тогда он выпустил одну рыбку в речку, забрал третью часть улова и ушёл домой.

Необходимо ответить:

- a. сколько же рыбок первоначально было в ведре?
- b. сколько рыбок взял каждый из друзей?
- c. остались ли после этого рыбки в ведре? Если да, то сколько?

Задача имеет множество решений. Найдите первые три числа, удовлетворяющие условиям задачи.

Держайте! Пробуйте свои силы! Ответы: 25; 52; 79; 106; 133; 160; 187 и т.д. (всегда +27)

Задача 2.1 Она является некоторой модификацией предыдущей задачи. На этот раз на рыбалку отправились Антип, Болеслав и Валерий. У них очень хорошо пошёл клёв. Всю пойманную рыбу они складывали в одно ведро. Время летело быстро, рыба клевала всё чаще и чаще. Уходить домой не хотелось. Друзья решили заночевать у реки, чтобы с первыми лучами солнца продолжить удачную рыбалку. Ночью сильно похолодало, начал моросить дождь.

Первым от непогоды проснулся Антип и собирался разбудить остальных, но, увидев, как сладко они спят, раздумал. Он решил идти домой один. Мальчик надумал взять одну треть улова. Он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 3 не делится. Тогда он мысленно добавил одну рыбку к имеющемуся в наличии числу рыб, забрал третью часть улова и ушёл домой.

Затем проснулся Болеслав, обратил внимание на ухудшение погоды и решил идти домой. Он не заметил, что один из их компании уже ушёл. Он решил забрать одну треть улова. Для этого он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 3 не делится. Тогда он мысленно добавил одну рыбку к имеющемуся в ведре числу рыб, забрал третью часть улова и ушёл домой.

Через некоторое время проснулся Валерий. Он не заметил, что двое его приятелей уже ушли. Он лишь обратил внимание на похолодание, приятелей будить не решился, а надумал идти домой один. Он, как и другие, решил взять одну треть улова. Для этого он подсчитал количество рыб в ведёрке. Оказалось, что их число на 3 не делится. Он мысленно добавил одну рыбку к имеющемуся в наличии числу рыб в ведре, забрал третью часть улова и ушёл домой.

Некоторые решающие не обращают внимания на слово "мысленно".

Необходимо ответить:

- a. сколько же рыбок первоначально было в ведре?
- b. сколько рыбок взял каждый из друзей?
- c. остались ли после этого рыбки в ведре? Если да, то сколько?

Задача имеет множество решений. Найдите первые три числа, удовлетворяющие условиям задачи.

Ответы: 26; 53; 80; 107 и т.д. (всегда + 27)

## Задача 2.2

Предлагаемая задача опять является некоторой модификацией первой задачи. На этот раз на рыбалку отправились Архип, Богумил и Виталий. У них очень хорошо пошёл клёв. Всю пойманную рыбу они складывали в одно ведро. Время летело быстро, рыба клевала всё чаще и чаще. Уходить домой не хотелось. Друзья решили заночевать у реки, чтобы с первыми лучами солнца продолжить удачную рыбалку.

Ночью сильно похолодало, начал моросить дождь. Первым от холода проснулся Архип и собирался разбудить остальных, но, увидев, как сладко они спят, раздумал. Он решил идти домой один, забрав одну треть улова. Он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 3 не делится.

Тогда он выкинул в воду две рыбки, забрал третью часть улова и ушёл домой.

Как и в первой задаче, мальчики просыпались не одновременно. Каждый рыболов, прежде чем взять третью часть улова, пересчитывал количество рыб в ведёрке и выпускал две из них в речку.

Вопросы к задаче остаются неизменными:

- a. сколько же рыбок первоначально было в ведре?
- b. сколько рыбок взял каждый из друзей?
- c. остались ли после этого рыбки в ведре? Если да, то сколько?

Как и первые задачи, эта задача опять имеет множество решений. Найдите первые три числа, удовлетворяющие условиям задачи.

Не скучайте! Попробуйте решить задачу. Она Вам по силам. (решение: 23, 50, 77 и т.д. (всегда + 27))

Задача 2.3 И на этот раз предлагаемая задача вновь является некоторым усложнением первой задачи. Теперь на рыбалку пошли четыре рыболова: Амос, Братолюб, Виссарион и их четвёртый товарищ Гордей.

Ночью каждый из них, прежде чем взять четвёртую часть улова, выкидывал одну рыбку в воду.

Вопросы к задаче остаются теми же:

- a. сколько же рыбок первоначально было в ведре?
- b. сколько рыбок взял каждый из друзей?
- c. остались ли после этого рыбки в ведре? Если да, то сколько?

Задача опять имеет множество решений. Найдите первые три числа, удовлетворяющие условиям задачи.

Задача 2.4 Пятеро приятелей: Анисим, Балтазар, Варсонуфий, Гурий и Демьян пошли вечером на рыбалку. У них очень хорошо пошёл клёв. Друзья решили заночевать у реки, чтобы утром продолжить удачную рыбалку. Но погода их подвела: ночью сильно похолодало. Первым от холода проснулся Анисим. Он собирался разбудить остальных, но, увидев, как сладко они спят, раздумал. Он решил идти домой один, захватив одну пятую часть общего улова. Он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 5 не делится. Тогда он выпустил две рыбки в воду, забрал пятую часть улова и ушёл домой.

Затем проснулся Балтазар, обратил внимание на непогоду и решил идти домой. Он не заметил, что один из их компании уже ушёл. Он решил взять одну пятую часть улова. Для этого он подсчитал количество рыб в ведре. Оказалось, что их число на 5 не делится. Тогда он выпустил две рыбки в речку, забрал пятую часть улова и ушёл домой.

Через некоторое время проснулся Варсонуфий. Он не заметил, что двое его приятелей уже ушли. Он лишь почувствовал ухудшение погоды, но не решился будить крепко спящих

товарищей, а собрался идти домой один. Он, как и другие, решил взять одну пятую часть улова. Для этого он подсчитал количество рыб в ведёрке. Оказалось, что их число на 5 не делится. Тогда он выпустил две рыбки в речку, забрал пятую часть улова и ушёл домой. Так же поступили Гурий и Демьян: каждый из них, прежде чем взять пятую часть улова, пересчитывал

количество рыб в ведёрке и выпускал две из них в речку.

Необходимо ответить:

а. сколько же рыбок первоначально было в ведре?

б. сколько рыбок взял каждый из друзей?

с. остались ли после этого рыбки в ведре? Если да, то сколько?

Задача имеет множество решений. Найдите первые три числа, удовлетворяющие условиям задачи.

Дерзайте! Пробуйте свои силы! Не сдавайтесь! Вы с этим справитесь!

Задача 2.5 (повышенной трудности, для особо увлечённых)

Пока рыбаков мало, ответ легко получить простым перебором чисел. Если же рыбаки много друзей, скажем, 15 или 16, а то и больше, и каждый, перед тем, как забрать свою часть улова, выкидывал более одной рыбки в воду, простой перебор чисел для решения поставленной задачи мало что даст.

**Примечание Ю. С. Коробкова.** «Первоначально некоторые мои знакомые, родные и близкие, которым я задавал подобные задачи, попытались составить универсальную программу, позволяющую решать любую из представленных задач, однако они быстро убедились, что это непросто. Особо самоуверенным из них я предлагал найти ответ на компьютере для случая, когда на рыбалку отправилось 99 человек, причём каждый, прежде чем взять свою долю (1/99 часть имеющихся в наличии рыб), выкидывал в воду 19 из них. Ответа от них я так пока и не получил. Я же им подчёркивал, что возможности ЭВМ велики, но возможности человеческого разума безграничны. При решении поставленной задачи их компьютер захлёбывался, так как при расчёте получались слишком большие числа.

Попробуйте найти общую формулу, позволяющую быстро находить ответ для любого числа рыбаков, причём каждый из них мог выкидывать не только по одной рыбе, но и по две, а в некоторых случаях и три, и четыре.

Рассмотрите вариант, когда каждый участник мысленно добавляет одну или несколько рыб.

Эта задача является логическим обобщением рассмотренных выше задач, но она более трудоёмка. Она требует работы мысли. Для тех, кто понял и усвоил принципы решения первых задач, не составит особого труда найти ответ и для этой задачи.

В случае 8 рыбаков, каждый из которых перед тем, как забрать свою долю улова, выбрасывал в воду 7 рыбок, первоначальное количество пойманных рыбок составляло 16.777.167 штук (какое же невероятно большое "ведёрко" было у рыбаков, или же насколько маленькие были рыбки). Выше приведён один из возможных ответов (имеются ответы с меньшим и с большим числом пойманных рыб).

Первый рыболов забрал 2.097.145 рыбок; второй – 1.835.001; третий – 1.605.625; четвёртый – 1.404.921;

пятый – 1.229.305; шестой – 1.075.641; седьмой – 941.185; восьмой – 823.536. После этого в "ведёрке" осталось ещё 5.764.752 рыбки».

При решении задач Ю.С. Коробкова на занятиях или в семье, учитывая всякий раз изменение условий, мы вновь делаем акцент на речь, внимание и память.

Овладение речью даёт ребёнку возможность выразить свои собственные чувства и мысли, уметь связно, последовательно, понятно для окружающих описать проблему, событие, объяснить то или иное явление, правило.

От работы внимания зависит вся картина воспринимаемого события. Внимательный человек – это человек наблюдательный, он полно и точно воспринимает окружающее, и



учение и трудовая деятельность у него протекают успешнее, чем у человека, не обладающего этим свойством личности. Развитая произвольность внимания (происшедшая из воли) позволяет человеку длительное время удерживать свое внимание на тех или иных предметах, на их деталях и свойствах.

Все мы знаем, что учиться бывает не всегда увлекательно - и в учении (как и в любом деле) есть "скучные", но обязательные моменты, нужно себя заставлять. Ученику приходится включать произвольное внимание и произвольную память, прилагать усилие. Задача состоит в том, чтобы упражнять произвольную память, помочь сформировать навыки сознательного запоминания, способствовать увеличению объема памяти для обогащения ее необходимыми и полезными знаниями.

**Задача 3.** Задача Баше де Мезириака (1581-1638). Баше де Мезириак Клод Гаспар (Bachet de Méziriac Claude Gaspar, 1581-1638), автор популярного сборника математических головоломок. (Задача была решена еще Фибоначчи в 1202 г.).

Каким наименьшим числом гирь и какого веса можно отвесить на весах любое целое число фунтов от 1 до 40 при условии, что гири можно класть на обе чашки весов? Чтобы найти решение задачи Баше можно попробовать метод перебора. Громоздко, но можно. Многие ребята начинают именно таким способом.

Попробуем сначала определить какое число гирь может быть наименьшим. Если гири можно класть на обе чаши весов, то двумя гирями можно сделать 4 веса. А если есть 3 гири, то сколько можно сделать отвесов? Причём всякий раз разных. После размышлений убеждаемся, что для числа 40 наименьшее число гирь должно быть 4.

Интересна также задача, когда нужно взвесить любое целое число килограмм от 1 до 120, например, какого-то груза, помещая его на одну чашу весов и ставя на другую комбинации гирь. Логические рассуждения приводят к выводу, что необходимо иметь 7 гирь: 1, 2, 4, 8, 16, 32 и 64 килограмм. Действительно, такой набор гирь позволяет взвесить любой груз от 1 до 120 кг. Очевидно, что до 40 кг любой отвес получится, используя только 6 первых гирь.

В задаче Баше грузы можно взвешивать и по-другому, а именно: располагая гири на обеих чашах весов, т.е. не только на чаше, свободной в начале взвешивания, но и на чаше с грузом. При таком способе взвешивания мы убедились, что минимальное число гирь будет 4. Какого же веса эти гири?

Интересен вариант, предложенный ребятами, который мы назвали «метод последовательного исключения»: очевидно, что не могут быть гири весом 39, 38 и т.д. до 28. Почему? Почему число 27 допустимо? Приняв, что 27 допустимо, видим, что на оставшиеся 13 килограмм приходятся 3 гири. Тогда такие же рассуждения приводят к выводу, что следующее допустимое число -9. Далее такими же рассуждениями приходим к числам 4 и 1.

Итак, ответ: 1, 3, 9, 27.

Ещё одно решение, предложенное школьниками, названное нами «метод целесообразности». Начав с числа 1, мы видим, предпочтительность такого выбора, ибо, отняв единицу от любого целого числа и прибавив к нему единицу, мы получим непрерывную последовательность трёх чисел. Чтобы получить последовательность четырёх чисел без пропусков, начинающуюся с 1, напрашивается вторым числом взять 3. Итак, гири 1 и 3 позволяют отвесить грузы от 1 до 4. Для получения отвесов в 5, 6, ..., 9, ..., 13 килограмм на двух чашах напрашивается следующая гиря в 9 килограмм. Итак, тремя гирями 1, 3, 9 можно сделать 13 разных отвесов. Такими же рассуждениями получается четвёртая гиря в 27 килограмм.

Отметим, что увлечённые математикой ребята 5-го класса уже стремятся к обобщению задач и находят их решения, в усложнённых вариантах: 81, 243 и т.д., т.е. степень 3-х увеличивается.

В заключение подведём, некоторый итог. Работая со школьниками в системе дополнительного образования, общаясь с их родителями, приходишь к одному из

основных запросов в системе образования и воспитания – необходимость развития мотивации к обучению, в частности, к обучению математике. Большую роль в этом играет дополнительная внешкольная работа, где у ребят создаётся эмоциональный контакт с себе подобными, формируется понимание своей деятельности, практикуется вовлечение в работу родителей, отсутствует формальный подход к оценке знаний, вырабатывается своя система поощрений, организуется интересная внеучебная деятельность, применяются разумные требовательность и контроль, поощряется конструктивная критика.

Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 14-26-20004

---

## РАЗРАБОТКА УЧЕБНОЙ ИГРЫ ПО ТЕМЕ “ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ” ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Прокофьева С.И.

Санкт-Петербургский Государственный Архитектурно-Строительный Университет  
Адрес: Санкт-Петербург, 2-ая Красноармейская ул., д.4, каф. Математики,  
*svetlanaprokof@yandex.ru*

**Аннотация.** В данной работе автор разрабатывает новую форму проведения занятий по математике для студентов младших курсов в техническом вузе. Предлагается сценарий учебной игры по теме “Теория вероятностей”.

*Ключевые слова:* учебная игра, командные соревнования, теория вероятностей.

**Abstract.** In her essay the author offers a new form of teaching mathematics to the first- and second-year students of technical universities. It refers to the game-based method used as a learning tool for teaching the part of mathematic “The theory of probability”.

*Key words:* the game-based method, teams, the theory of probability.

В педагогических журналах, на конференциях слышен призыв преподавателей математики поделиться опытом по разработке новых форм обучения, форм выработки у студентов требуемых профессиональных навыков и компетенций. Новые методы обучения математике продолжают создаваться педагогами – энтузиастами: командные соревнования, олимпиады, лекции - презентации, учебные игры, деловые игры, методы проблемного обучения и т. п. Олимпиады по математике проводились еще в 19-ом веке. Математические бои в школах и вузах известны с 60-ых годов прошлого века. В них участвуют команды как правило не более, чем из 6 специально подготовленных человек. Цель боев – выявить самого лучшего математика или команду.

Учебные игры (или командные соревнования) в студенческих группах по математике в вузе преследуют другие цели: студенты должны во время игры за 1,5 часа усвоить определенную тему; отработать навыки решения задач за короткое время и в команде.

Игровые технологии, как форма обучения студентов младших курсов технического вуза, автором разрабатывается уже 3 года [1]. В Санкт – Петербургском Архитектурно – строительном Университете для студентов первого и второго курсов были организованы учебные игры по темам “Определенный интеграл”, “Теория игр для экономистов” и “Теория вероятностей”. Последняя тема – одна из самых интересных для командных

соревнований в студенческой группе. Она многообразна и актуальна в наши дни, текстовые задачи можно формулировать для разных специальностей в разных терминах.

Организовать и провести даже одну учебную игру по математике - дело непростое и непривычное. Нужна тщательная подготовка и творчество преподавателя и студентов. Но в условиях постоянного сокращения аудиторных часов по нашему предмету большинство преподавателей только отмахнутся - где взять время? Поверьте – оно того стоит. Результаты анализа анкет участвовавших в играх студентов говорят следующее. Все до одного сочли интересными, полезными и запомнившимися именно те темы, по которым проводились игры. Даже по прошествии долгого времени они вспоминают это игровое занятие, где они много узнали нового, много смеялись и получили большое удовольствие от совместного обсуждения и общения друг с другом. Сейчас в современном обществе дети, и студенты в том числе, подвергаются тенденциям разобщения из-за их увлечения индивидуальными гаджетами. “Учиться можно только весело. Чтобы переварить знания, надо поглощать их с аппетитом.” (А. Франс).

По новым учебным стандартам знание вероятностных методов и методов математической статистики уже стало обязательным не только для инженеров различных профилей, но даже для экономистов и юристов. Количество часов на изучение этих методов не велико. Поэтому далее предлагается готовая разработка игры на эту тему. При такой форме занятия можно за 1,5 часа успеть обсудить в несколько раз больше, чем на обычном практическом занятии. Дело в том, что внимание студентов на пределе. Никто не отвлекается и не скучает. Каждый – на виду, никто не хочет быть хуже других. Приветствуются любые идеи, даже очень нестандартные. Мы обязательно игры записываем на видеокамеру, поэтому это стимулирует всех хотя бы что-нибудь ответить. Не забудьте пообещать какие-либо бонусы команде – победительнице.

Подготовку к игре должны проводить обязательно и студенты. Примерно за две недели им были выданы теоретические вопросы, которые они должны подготовить. Также им были предложены задачи для домашнего решения. К игре все хорошо готовились. Этот факт все указали в анкетах. Капитаны в командах сами за этим следили. Лучше организовать 3 или 4 команды. Тогда все будут на виду, и никому не удастся отсидеться молча. Ну а самым неактивным студентам было дано задание: дома оформить подробно и письменно решения всех обсужденных задач и ответы на вопросы преподавателя.

Система выработки компетентностных навыков у будущих специалистов включает в себя умение применять математические методы решения проблемы: составление математической модели, использование теории по разным разделам математики, применение вычислительной техники, например, калькулятора и, конечно, применение компьютерных технологий, современных специальных программ. Все стороны этого процесса должны дополнять друг друга. Во время учебных игр и происходит отработка навыков принятия правильного, оптимального решения задачи в условиях сжатых сроков и в условиях командной игры.

Профессиональная направленность обсуждаемых задач – обязательный момент данного мероприятия. “Выбор содержания математического образования на всех уровнях образования продолжает устаревать и остается формальным и оторванным от жизни, нарушена его преемственность между уровнями образования.”[2]. Можно на такое занятие пригласить преподавателей с выпускающей кафедры, включить их вопросы в список обсуждаемых проблем. Или хотя бы обсудить с ними терминологию и темы задач, необходимые для дальнейшего развития их профессиональных навыков. Бесспорно, так организованная игра на математическую тему повышает у студентов мотивацию к изучению “царицы наук” - математики. Далее приводится сценарий игры для студентов, обучающихся по специальности “Техносферная безопасность”.

На лекциях и практических занятиях обычно не уделяется время на обсуждение качества составленной математической модели. Чаще всего, на это нет времени. По мнению автора, это большой недостаток, так как мы готовим в техническом вузе

инженеров, прикладников. Они четко должны понимать, насколько хорошо используемая ими в практической работе модель отражает реальную ситуацию. Важность этого момента была подчеркнута в игре. Сначала “парадокс Бертрана” был предложен студентам как обычная задача. Два ответа из хорошо известных трех были ими найдены. После указания третьего ответа проблема качества составления математической модели, проблема корректности поставленной задачи была обсуждена. “Парадокс Бертрана” так заинтересовал студентов, что они решили разобраться в нем, и потом участвовали в научной студенческой конференции. [3].

Нельзя не упомянуть еще об одном достоинстве такой формы занятий. Из-за развития электронных средств общения во весь рост встала проблема контроля знаний во время экзаменов и зачетов. Преподаватель выступает на экзамене в роли Цербера, следя, чтобы студенты не пользовались телефонами или планшетами. Это неприятная роль. Предлагаю обсуждать эту проблему и делиться своими находками. Во время игры студенты у нас сидели на стульях в кругу или напротив друг друга. Решались задачи у всех на виду и в быстром темпе. Не нужно никакого тщательного контроля. Можно оценивать усвоение курса во время игры и ставить оценки сразу после игры. Если преподаватель проводит игру один, то можно за каждый правильный ответ бросать в коробку каждой команде конфетку или что-нибудь другое. Для подведения итогов нам достаточно было посчитать количество конфет в коробках. Студентам очень понравились такие “итоги”.

Несколько тем для дополнительного самостоятельного освоения были предложены хорошим студентам из каждой команды для пятиминутных сообщений на игре, например, “Вероятность в страховом деле”, “Применение вероятностей в судебно-медицинских экспертизах” и др.

В конце мероприятия или на следующем занятии не забудьте дать студентам заполнить анкеты, предложите ответить на вопросы о проведенной игре, можно анонимно. Это поможет далее совершенствовать игровую методику.

*Задачи для самостоятельной подготовки к игре дома*

1. Игроки бросают три кости. Выигрывает тот, кто больше в сумме наберет очков. Кто имеет больше шансов на победу: кто ставит на 9 или кто ставит на 10?
2. Средняя плотность болезнетворных микробов в 1 кубометре воздуха равна 100. На пробу берут  $2 \text{ дм}^3$  воздуха. Найти вероятность того, что в этой пробе воздуха будет обнаружен хотя бы один микроб.
3. Вы попали в финал телеконкурса, перед вами – три закрытых двери. За одной из них – главный приз (автомобиль), за двумя другими – ничего ценного. Нужно выбрать одну из этих трех дверей. Когда вы указали на одну из дверей, ведущий решил подогреть интерес публики. Он открыл одну из двух оставшихся дверей, за которой не оказалось ничего, и дал вам шанс выбрать дверь снова. Разумеется, можно остановиться на той двери, которую вы уже выбрали, но можно изменить выбор и указать на другую закрытую дверь. Как следует поступить? Изменится ли результат при перемене выбора, то есть изменится ли вероятность выигрыша автомобиля?
4. Груз сбрасывается для терпящих бедствие людей с самолета с большой высоты на лесной массив прямоугольной формы, на котором имеется небольшое болото произвольной формы (в виде области на плоскости). Если предположить возможность падения груза в любую точку участка в безветренную погоду, то какова вероятность, что груз утонет в болоте?
5. Во многих вопросах естествознания результат эксперимента считается случайной величиной с нормальным распределением. Результат называется достоверным, если отличается от среднего значения не более, чем на  $2\sigma$ . Найти вероятность этого события.

*Сценарий учебной игры по теме "Теория вероятностей"*

В создание теории вероятностей внесли вклад многие ученые. Но почти единодушно историки математики считают, что она родилась в переписке между Паскалем и Ферма, которые пытались решить задачи, предложенные Паскалю шевалье де Мере примерно в 1652 году. Шевалье де Мере был очень образованным и умным человеком своего времени, игроком. Одна из его задач была предложена для домашнего решения. Это задача №1. Кто решил эту задачу? Ответы  $p(9) = 25/216$ ,  $p(10) = 27/216$ . Хотя разница между этими числами очень мала, но она имеет большое значение для игроков, если играть часто. Какая формула использовалась вами для решения? (1балл)

Пьер – Симон Лаплас (французский астроном и математик 1749 – 1827) писал: “Замечательно, что наука, которая началась с рассмотрения азартных игр, стала важнейшим объектом человеческого знания.” С тех пор прошло почти 200 лет и его слова подтверждает сама жизнь.

Задача 1. *Рассмотрим схему Бернулли проведения опытов. Событие A (успех) наступает с вероятностью 0,7 в каждом опыте. Какова вероятность, что при проведении 10 опытов событие A наступит впервые в 8-ом опыте?* Выбрать верное решение. Объяснить выбор. Ответ дать с точностью до десятых. А)  $p = 0,3^7$ ; Б)

$$p = 0,3^7 \cdot 0,7; \quad \text{В) } p = C_{10}^8 0,7^8 0,3^2;$$

$$\Gamma) p \approx \frac{e^{-10 \cdot 0,7} (10 \cdot 0,7)^7}{7!} \approx \frac{(8-10 \cdot 0,7)^2}{10 \cdot 0,7 \cdot 0,3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 10 \cdot 0,7 \cdot 0,3}} \quad (2\text{балла})$$

Задача 2. *Дается только одна попытка выиграть автомобиль. Вероятность выигрыша 0,01. Найти  $MX$ ,  $DX$ ,  $\sigma X$  числа выигрышей.* (2 балла). Что характеризует дисперсия случайной величины  $X$ , математическое ожидание  $X$ ? (1 балл)

Задача 3. *При проведении зачета методом тестирования знаний студентов используется 5 вопросов. На каждый вопрос предлагается 5 вариантов ответов, среди которых только один верный, а остальные правдоподобные. Студент получит зачет, если даст не менее трех правильных ответов. Какова вероятность получения зачета студентом, совершенно ничего не знающим, который выбирает ответы наугад?* (2 балла)

Задача 4. *Два человека договорились встретиться в определенном месте между 12 часами и 1 часом дня и ждать друг друга ровно 20 минут. Чему равна вероятность их встречи, если приход каждого из них происходит случайно и моменты прихода независимы?* (4 балла)

В этой задаче надо вспомнить геометрическое понятие вероятности. С этим понятием была связана домашняя задача № 4. Здесь мы вспомнили, как на игре по теме “Определенный интеграл” измеряли площадь фигуры произвольной формы с заданной точностью. Понятие вероятности надо связывать с геометрией, с геометрическими свойствами объектов очень осторожно, сначала освоить понятие “равномерности” распределения. Неосторожность в составлении математической модели эксперимента может привести к парадоксам. Например, известен парадокс Бертрана, описанный в 1888 году в его работе как пример того, что вероятность не может быть четко определена, пока не определен механизм или метод выбора случайной величины.

Задача 5. *Для проведения праздника необходима исправность двух независимо работающих приборов. Надежности приборов имеют показательное распределение с*

функциями распределения соответственно:  $F_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}$ ,  $F_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$ , где  $t$  - время в часах,  $\lambda_1 = 0,02$ ,  $\lambda_2 = 0,03$ . Найти вероятность того, что а) праздник пройдет удачно (в теч. 12 часов приборы будут исправны); б) праздник будет сорван (хотя бы один прибор откажет). (3 балла)

В заключении студенты должны назвать те области нашей жизни, где используется вероятность (азартные игры, лотереи, жеребьевки, методы начисления пенсий, страховок, в суд. мед. экспертизах при установлении родства, отцовства, определении вины подозреваемых, установлении личностей жертв в военных конфликтах и катастрофах, в теории игр, изучающей методы решения конфликтов, и т. д.). Если останется время, то интересно выслушать маленькие сообщения (5 мин.), например, на темы о начислении пенсий или страховок и т. п. от каждой команды.

### Литература

1. Прокофьева С. И. Разработка игровых технологий при обучении математике студентов технического вуза. Труды международной научной конференции 24-29 марта, Цахкадзор 2014.- Том 1: «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство» - 594 с.
2. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. 24 дек. 2013г.
3. Г. Секей. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике.- М.: Мир, 1990. - 50с.

---

## РЕТРОСПЕКТИВНОЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ – КАК СПОСОБ МОТИВАЦИИ К ПОЗНАНИЮ ПРИКЛАДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ СТУДЕНТАМИ ГУМАНИТАРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Ракачев В.Н., Халафян И.С

*Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация  
midav.sf@rambler.ru, statlab@kubsu.ru,*

**Аннотация:** Как пример мотивации к изучению статистических методов рассмотрена оценка гипотетической численности населения Кубани в 1930–1940 гг. с учетом сложившихся тенденций динамики населения региона.

**Ключевые слова:** Вероятностно-статистическое моделирование, демография, историческая демография, северо-западный Кавказ, Кубань

**Abstract:** As an example of motivation to study statistical methods considered assessment of the possible population in the Kuban region of 1930-1940. taking into account the current trends of population dynamics in the region.

**Keywords:** probabilistic and statistical modeling, demography, historical demography, Northwest Caucasus, Kuban.

Не всегда обращение к историческим источникам позволяет определить истину, так как одной из острых дискуссионных тем является их достоверность и соответственно возможность использования для анализа исторических событий. Этот вопрос уже давно дает тему для дискуссий в научном сообществе историков.

Реформа образования, одной из составных частей которой – сближение точных и гуманитарных наук путем увеличения соответствующих курсов на непрофильных специальностях, привела к более позитивному восприятию математики гуманитариями. Возросло количество работ использующих методы вероятностно-статистического моделирования для анализа исторических процессов. Вместе с тем все еще присутствуют элементы скептицизма как студентов и магистрантов обучающихся на гуманитарных специальностях, так и их преподавателей к возможности и необходимости применения математических методов для решения исторических задач. «Гуманитарное мышление» плохо работает на теоретических задачах, но достаточно действенно для понимания и анализа конкретной исторической ситуации.

К числу «белых пятен» в исторической науке отнесена демографическая статистика 1930–1950-х гг., т.е. статистика так называемого «сталинского периода», так как на протяжении нескольких десятилетий статистическая информация в стране рассматривалась как важный идеологический инструмент, способный оказать влияние на сознание масс. Это создавало довольно обширную почву для фальсификации демографических данных.

Переписи населения СССР 1937 и 1939 годов были проведены в сложных социально-экономических и политических условиях, что в свою очередь неизбежно ставит вопрос о достоверности полученных в ходе их проведения данных. Если с точки зрения статистики реальные данные Всесоюзной переписи 1937 г. отличала высокая степень достоверности, то власть поставила их под сомнение, так как перепись раскрыла сложную демографическую ситуацию в стране в результате форсированного строительства «нового общества». Поэтому, перепись 1939 г. предоставила результаты удовлетворившие власть, что было достигнуто за счет приписок и целенаправленной фальсификации данных.

Фальсификации, сокрытие от общественности и научного сообщества демографических данных делает целесообразным применение вероятностно-статистических методов, позволяющих моделировать демографические процессы и структуры в ретроспективе, а значит и, оценить масштабы демографических потерь. Такого рода исследования наглядно показывают возможность применения математических моделей для изучения конкретной исторической ситуации.

Теперь обратимся к самому исследованию выполненному преподавателями и студентами Кубанского государственного университета при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований совместно с Администрацией Краснодарского края, проект № 13-01-96527. Цель исследования – посредством различных вероятностно-статистических моделей вычислить прогнозное (гипотетическое) значение численности населения Кубани за 1939 г., если бы не было потерь населения, связанных с голодом, репрессиями в 1920–1930-х гг.

Для построения вероятностно-статистической модели зависимости общей численности населения региона от исторического года наблюдения и оценки потерь, связанных с пертурбационными процессами первой трети XX века в России были применены методы регрессионного анализа и аппарат временных рядов. Статистико-временной ряд представлен данными о численности населения региона за следующие годы: 1870–1916, 1920, 1923, 1926, 1937 гг., а так же данными о численности населения Северо-Кавказского края в 1926, 1928, 1931, 1933, 1934, 1940 гг. [1]. Предварительно исходные данные были пересчитаны в границах Краснодарского края с учетом всех имевших место административно-территориальных изменений. В качестве инструментария вероятностно-статистического моделирования численности населения

использовали статистический пакет прикладных программ STATISTICA [2]. Регрессионные модели строили по историческим данным общей численности населения Кубанской и Черноморской областей с 1870 по 1916 г. В качестве предиктора был выбран условный год, равный разности текущего года и начального года наблюдений (1870 г.). Полиномиальными регрессионными моделями 2-й и 3-й степени были предсказаны гипотетические значения общей численности населения в 1939 г., соответственно равные 4227,0 и 4538,4 тыс. чел.

По известным статистическим данным и предсказанным кубической моделью значениям численности населения, был составлен временной ряд и использован мощный математический аппарат временных рядов для построения прогноза общей численности населения Краснодарского края на 1939 г. Методом авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) был получен прогноз на 1939 г. – 4043,977 при 95%-м доверительном интервале (2404,7; 6800,7). Это означает, что с вероятностью 0,95 истинное значение численности населения в 1939 г. принадлежит указанному интервалу.

Экспериментально по критериям качества модели удалось подобрать параметры модели экспоненциального сглаживания. Метод экспоненциального сглаживания реализовали посредством процедуры автоматического поиска оптимальных параметров модели. Прогноз на 1939 г. составил 3952,539, что несколько меньше чем прогноз, сделанный методом АРПСС.

Посредством среднего процента годового прироста населения Северо-Кавказского края также была оценена общая численность населения Краснодарского края на 1939 г., в состав которого вошли Кубанский, Майкопский, Армавирский, Черноморский округа и отдельные территории, ранее находившиеся в составе Северо-Кавказского края. Оценка, равная 3619 тыс.чел. достаточно грубая, так как основана на не вполне очевидных предположениях.

Таким образом, посредством различных статистических методов при различных уровнях достоверности и степени приближения, было получено пять предсказанных значений общей численности населения Краснодарского края на 1939 г.: 4227,0; 4538,4; 4044,0; 3952,5; 3619 (тыс. человек). Не будет ошибкой, если в качестве предполагаемого гипотетического значения численности населения в 1939 г. использовать среднюю арифметическую, которая равна:

$$(4227,0 + 4538,4 + 4044,0 + 3952,5 + 3619,0) / 5 = 4082,18 \text{ (тыс. человек).}$$

Следовательно, справедливым будет утверждение, что общая численность населения Краснодарского края к 1939 г. при сложившихся темпах прироста и в условиях отсутствия катастроф должна была составить величину не менее 4 млн. человек.

Фактическая численность населения Краснодарского края, показанная переписью 1939 г., составила 3172,674 тыс. чел. [4], исключая приписки 3102,757 тыс. чел. [5]. Такой значительный разрыв между гипотетической ( $\approx 4$  млн) и фактической численностью населения ( $\approx 3,1$  млн) в Краснодарском крае позволяет говорить о значительных масштабах прямых и косвенных потерь населения региона вследствие голода начала 1920-х гг. и 1932–1933 гг., индустриализации и коллективизации, раскулачивания, принудительного переселения сотен тысяч кубанских семей за пределы края, репрессиями и депортациями представителей отдельных народов с территории края. Данные полученные в результате математического моделирования в большинстве своем подтвердили предположения историков о масштабах репрессий, приписках при подсчете численности населения.

Опыт проведения занятий со студентами показал, что анализ демографических данных посредством методов вероятностно-статистического моделирования, пример которого приведен выше, позитивно воспринимается студенческим сообществом, помогает выстроить четкую логическую базу, способствует большей заинтересованности студентов-гуманитариев в применении прикладных математических методов при изучении исторических событий.



## Литература

1. Кабузан В.М. Население Северного Кавказа в XIX–XX веках: этностатистическое исследование. СПб, 1996. С. 192–193; . Рассчитано по: Первая всеобщая перепись населения Российской империи 1897 г. Кубанская область. Т. 65; Рассчитано по: Первая всеобщая перепись населения Российской империи 1897 г. Черноморская губерния. Т. 70; Рассчитано по: Статистический справочник по Северо-Кавказскому краю. Ростов н/Д, 1925; Кубанский статистический сборник за 1929–1930 год. Краснодар, 1930; Население и хозяйство Кубано-Черноморской области (Таблицы к отчету СТО Кубчероблэко на 1 апреля 1922 г.). Краснодар, 1922; Рассчитано по: Всесоюзная перепись населения 1926 г. М., 1928. Т. 5; Жиромская В.Б., Киселев И.Н., Поляков Ю.А. Полвека под грифом секретно: Всесоюзная перепись населения 1937 года. М., 1996; Всесоюзная перепись населения 1939 г. М., 1940; Российский государственный архив экономики (РГАЭ). Ф. 1562. Оп. 336. Д. 268. Всесоюзная перепись населения 1939 г. Краснодарский край.
2. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. Второе издание. М.: Бином, 2010.
3. Ракачев В.Н., Халафян А.А. Оценка численности населения Кубани в 1930–1940-е гг. с использованием методов статистического моделирования // Историческая и социально-образовательная мысль: научный журнал. 2012. № 5 (15).
4. РГАЭ. Ф. 1562. Оп. 336. Д. 268. Всесоюзная перепись населения 1939 г. Краснодарский край.
5. Ракачев В.Н., Ракачева Я.В. Народонаселение Кубани в XX веке: историко-демографическое исследование. В 4-х т. Т. 2. 1930–1950-е гг. Краснодар, 2007.

---

## ОСОБЕННОСТИ КУРСОВ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ВЫСШЕЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

Розанова С.А., Кузнецова Т.А.

*Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и  
автоматики, Москва, Россия*

## FEATURES OF TRAINING COURSES OF TEACHERS OF MATHEMATICS OF THE HIGHER TECHNICAL SCHOOL

Rozanova S.A., Kuznetsova T.A.

*Moscow State University of Radio Engineering, Electronics and Automatics,  
Moscow, Russia*

*srozanova@mail.ru, kuzta@yandex.ru*

**Аннотация.** Рассмотрены особенности курсов повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы. Выделены компоненты их профессиональных компетенций. На этой основе предложена модель курсов, интегрирующая компоненты в виде блочно-модульной системы.

*Ключевые слова: Особенности курсов, повышение квалификации, преподаватели математики, высшая техническая школа, блоки, программа, модули.*

**Abstract.** The features of training courses of teachers of mathematics the higher technical school are reviewed. A component of their professional competence are selected. On this basis the model of the courses which integrates components in the form of a modular system are proposed.

*Key words: features of courses, training, teachers of mathematics, higher technical school, blocks, program, modules*

Готовность профессорско-преподавательского состава соответствовать требованиям развивающегося современного общества является важнейшим фактором обеспечения качества высшего образования. Поэтому повышение квалификации преподавателей, способствующее дальнейшему развитию их профессиональных компетенций, становится ключевым звеном данного процесса. В равной степени это касается преподавателей математики высшей технической школы.

Будем исходить из того, что основными составляющими профессиональных компетенций преподавателей высшей технической школы являются: предметная, межпредметная, психолого-педагогическая, общекультурная, духовно-нравственная, инновационная. В силу того, что математика – язык всех наук, она в межпредметных связях играет более значительную роль по сравнению с другими предметами. Из этого вытекают особенности курсов повышения квалификации для математиков технических вузов. Следует отметить, что большинство существующих курсов построены на реализации двух составляющих - предметной и инновационной. Некоторые курсы еще учитывают (часто в незначительной степени) психолого-педагогическую составляющую. Остальные компоненты профессиональных компетенций остаются за пределами курсов.

**Целью** повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы является интегрирование всех компонент выделенных профессиональных компетенций педагога-математика в предлагаемой модели курсов.

**Задачами курсов** повышения квалификации является:

- **повышение знаний слушателей в предметной области в двух направлениях:** углубление математических курсов, преподаваемых в данном вузе; ознакомление с новейшими математическими курсами (фракталы, бифуркации, математика и суперкомпьютеры и др.);
- **повышение знаний слушателей в межпредметной области,** в том числе овладение инструментарием решения профессионально-прикладных задач по профилям вузов (в инженерии, экономике, биологии, медицине, химии, социологии и т.д.) ;
- **ознакомление с новыми технологиями** преподавания математики в вузах (индивидуализация обучения, деловая игра, технология дистанционного обучения и использование ИПК в учебном процессе);
- **актуализация необходимости включения** в свои учебно-методические комплексы (УМК) **мотивационной, общекультурной и духовно-нравственной составляющих.**

**Особенности курсов:**

- **структура курсов является блочно-модульной, состоит из двух основных блоков: организационного и программного;** программный блок включает в себя 7 модулей; организационный блок состоит их трех модулей;
- **реализация главных составляющих профессиональных компетенций слушателей осуществляется в программном блоке через 7 модулей;**
- **в силу универсальных свойств математики особенно значимым становится мотивационный модуль.**

## **ПРОГРАММНЫЙ БЛОК**

Блок предметной области представлен по двум направлениям: углубление знаний, новые знания и современные технологии.

### **Примерная программа**

#### Модуль 1. Нормативно-правовой модуль

Тема 1. Основные положения концепции государственной политики РФ в области математического и технического образования

Тема 2. Особенности ФГОС высшего образования

Тема 3. Примерные программы по математике для бакалавров и магистров, разработанные НМС по математике

#### Модуль 2. Психолого-педагогический модуль

Тема 1. Философские и психолого-педагогические аспекты математической культуры в образовании

Тема 2. «Математика, структура, музыка»

Тема 3. Концепция формирования математической культуры студентов в вузах технического профиля

Тема 4 Психолого-педагогические основы развития мотивации студентов к изучению математики в технических вузах, механизмы ее повышения

#### Модуль 3 Модуль предметной области (по выбору 4 темы из 8)

Тема 1. Углубление основ теории вероятностей, математической статистики, случайных процессов

Тема 2. Углубление основ математической логики и теории алгоритмов

Тема 3. Элементы теории нечетких множеств и нечеткой логики, их приложения

Тема 4. Углубление основ дискретной математики

Тема 5. Некорректно поставленные задачи с априорной информацией

Тема 6. Теоретико-вероятностные модели в исследовании инженерно-технических и социально-экономических процессов

Тема 7 Фракталы вокруг нас

Тема 8 Элементы теории бифуркаций

#### Модуль 4. Мотивационный модуль

Тема 1. Развитие мотивации к изучению математики в современном мире.

Тема 2. Профессионально-прикладные задачи как эффективный механизм повышения мотивации студентов

Тема 3. Повышение внутренней мотивации личности к изучению математики через творческие рефераты, эссе, курсовые с общекультурной, духовно-нравственной и историко-философской тематикой

#### Модуль 5. Инновационный модуль

Тема 1. Методики использования ИКТ в процессе преподавания математики

Тема 2. Актуальные вопросы суперкомпьютерных технологий.

Тема 3. Фундирование опыта и единство математики в задачах на основе математического моделирования

#### Модуль 6. Практический модуль

1. Доклады слушателей по выбору на темы модулей:

- предметного;
- психолого-педагогического;
- мотивационного;
- инновационного

2. Круглый стол по актуальным проблемам преподавания математики в высшей технической школе

Модуль 7. Итоговая работа по различным темам предыдущих модулей

## **ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ БЛОК**

Модуль 1 Создание информационной базы курсов повышения квалификации преподавателей математики : страница на сайте технического университета – организатора курсов, постеры; обеспечение контингента слушателей, в частности, через региональные отделения НМС по математике.

Модуль 2. Обеспечение курсов лекторскими кадрами высшей категории.

Модуль 3. Корректировка программы по заявкам слушателей

В 2013 году программа, составленная этими же авторами, была утверждена на заседании НМС по математике. В соответствии с приказом №1098 Министерства образования и науки РФ "Об организации повышения квалификации научно-педагогических работников федеральных государственных образовательных учреждений высшего профессионального образования в 2013 году", эта программа, представленная Российским университетом дружбы народов, получила одобрение Министерства. В апреле того же года на базе РУДН успешно повысили свою квалификацию по предложенной программе преподаватели математики вузов различных профилей из многих регионов нашей страны. Успешность курсов повышения квалификации была обеспечена четкой организацией курсов и высокой квалификацией лекторов – профессоров ведущих вузов страны: среди них - Воеводин В.В. (МГУ), Тихомиров В.М., (МГУ), Самыловский А.И. (МГУ), Ягола А.Г. (МГУ), Сенашенко В.С. (РУДН), Скубачевский А.,Л. (РУДН), Кириллов А.И. (МЭИ), Секованов В.С. (КГУ), Смирнов Е.И. (ЯрПГУ).

## **Литература**

1. С.А. Розанова, Т.А. Кузнецова и др. Сборник примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения. Москва, РУДН, 2009, с. 1-166.
2. С.А. Розанова, Т.А. Кузнецова О программе повышения квалификации преподавателей математики высшей школы. Тезисы Четвертой международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. Москва, РУДН, 24-29 марта 2013, с.596-597.
3. С.А. Розанова, Т.А. Кузнецова Проект программы повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы. Труды международной конференции. Армения, Цахкадзор, март 2014, с.554-561.

Работа выполнена в рамках проекта РГНФ 14-26-20004

# ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ В ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Розанова С.А., Кузнецова Т.А.

*Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и  
автоматики, Москва, Россия, l.srozanova@mail.ru, ;kuzta@yandex.ru*

## THE PROBLEMS OF MOTIVATION TO STUDY MATHEMATICS IN ENGINEERING AND NATURAL-SCIENCE SPECIALIZED CLASSES OF SECONDARY SCHOOL

S.A. Rozanova, T.A. Kuznetsova

*Moscow State University of Radio Engineering, Electronics and Automatics, Moscow, Russia*

**Аннотация.** В статье отмечены общие проблемы, возникающие при преподавании математики в профильных классах, и специфические проблемы для профильных классов с инженерно-техническим и естественнонаучным уклоном. Намечены некоторые пути их преодоления. Актуализировано, что ключевую роль при этом играет сформированность мотивации к изучению математики.

*Ключевые слова:* Мотивация, профильные классы, математическая культура, фундаментальность, логические и прикладные задачи.

**Abstract.** In the article are marked the common problems encountered in the teaching of mathematics in the specialized classes, and specific problems for specialized classes with the engineering and natural science bias. some of the ways to overcome them are planned. Actualized that the key role is played by Maturity of motivation to study mathematics.

*Key words:* Motivation, specialized classes, mathematical culture, fundamental, logical and applied problems.

В последние 20–30 лет наметился разрыв между уровнем математических знаний выпускников школы и требованиями вузов. Введение ЕГЭ кардинально изменило характер обучения в школе. Содержание обучения в старших классах стало определяться, прежде всего, не школьной программой по математике, а содержанием заданий ЕГЭ. Это порождает трудности в вузе. Студенты стали хуже осваивать теоретический материал. Многие примеры на вычисление пределов, интегралов и т.д., традиционные для вуза, для нынешних студентов часто непосильны (или выполняются с ошибками) из-за отсутствия вычислительных навыков, навыков преобразований (в частности, примеры, содержащие радикалы, тригонометрические функции и т.п.). Активное использование гаджетов, серьезно влияющих на высшие психические функции (память, мышление, восприятие), выработало у школьников привычку, что нужную информацию можно легко получить из устройства и поэтому нет необходимости осмысливать и запоминать саму информацию. (С.Г. Кальней, Материалы в отчет НМС по математике). Анализ сложившейся ситуации позволил нам выделить следующие проблемы, возникшие при изучении математики в средней школе/

## **Общие проблемы:**

1. Недостаточное понимание сути и роли математического образования, его социальной значимости.
2. Сложность математики как предмета и трудность её усвоения массовым школьником и студентом.
3. Несформированность мотивации к изучению математики в обществе в целом.
4. Качество преподавания математики.
5. Качество подготовки учителей и преподавателей. [1], [2].

Большинству выпускников школ (и, следовательно, первокурсников) присуще:

1. Неумение отличить то, что они понимают, от того, что они не понимают;
2. Неумение логически мыслить, отличать истинное рассуждение от ложного, необходимые условия от достаточных;
3. Неправильное представление о главном и второстепенном;
4. Неумение вести диалог: понять вопрос и ответить именно на него, сформулировать свой вопрос. [3], [4].

## **Специфические проблемы (для рассматриваемых профильных классов):**

1. Недостаточная иллюстрация использования математических методов при решении прикладных задач в смежных дисциплинах естественнонаучного цикла: физика, химия, биология, информатика и др.;
2. Недостаточная дифференциация при выполнении самостоятельной работы учащимися;
3. Мало внимания уделяется историческим вопросам развития математики и механики (кроме биографий известных ученых целесообразно рассказывать и о некоторых решенных ими задачах).

## **Пути решения поставленных проблем:**

Решение многих указанных выше проблем может быть осуществлено при сформированной у учащихся (и в обществе в целом) мотивации к изучению математики (математика развивает логику, точность и критичность мышления, является универсальным языком практически всех наук).

Проблема развития мотивации к изучению математики тесно связана с оптимальным решением проблемы содержания образования. Качество и целостность содержания обучения математике достигается при оптимальной сбалансированности компонент триады: фундаментальной, гуманитарной и профессионально-прикладной. Отмеченные выше проблемы в средней школе, в том числе, с профильными инженерно-техническими и естественнонаучными классами, во многом возникают из-за нарушения этого баланса (например, «натаскивание» на задачи ЕГЭ за счет нарушения фундаментальности).

В условиях профессиональной дифференциации процесс обучения математике может быть организован так, чтобы наряду с фундаментальной математической подготовкой происходило развитие у учащихся профильных классов личностных качеств, значимых в будущей учебной и профессиональной деятельности, формирование положительной мотивации учения, приобретение опыта разнообразной деятельности.

С этой целью

### **1. Необходимо способствовать повышению общей и математической культуры учащихся профильных классов:**

а) акцентировать внимание учащихся на различии определения математического понятия и условий его существования; б) учить формулированию необходимых и достаточных условий, больше рассматривать задач (особенно по геометрии) на доказательства; в) при формировании математических понятий рассматривать задачи, приводящие к этому понятию, устанавливать их механический смысл там, где это возможно, и приводить примеры использования этого математического понятия в различных науках; г) для

повышения мотивации к изучению математики (в рамках дополнительных занятий, заседаний математических кружков, докладов, подготовленных самими учащимися и т. д.), чаще рассказывать о значимых математических открытиях, об интересных и доступных для понимания слушателями задач из разных областей знаний, решаемых математическими методами;

д) побуждать учащихся решать логические задачи, поощрять участие их в олимпиадах различного уровня (использовать соревновательный дух в такого рода занятиях индивидуальных и групповых).

Приведем примеры некоторых задач.

Задача 1. (задачи на доказательство)

Сформулируйте для каждой из приведенных ниже теорем обратную. Верна ли она? Если считаете, что верна, то докажите ее, а если считаете, что неверна, то опровергните ее:

а) если стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого, то соответственные углы у этих треугольников равны,

б) теорема Пифагора,

в) диагонали параллелограмма точкой их пересечения делятся пополам,

г) диагонали ромба взаимно перпендикулярны,

д) сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна двум прямым.

Задача 2. (логические задачи)

а) В XIX веке один учитель задал своим ученикам вычислить сумму всех целых чисел от единицы до ста. Компьютеров и калькуляторов тогда еще не было, и ученики принялись добросовестно складывать числа. И только один ученик нашел правильный ответ всего за несколько секунд. Им оказался Карл Фридрих Гаусс - будущий великий математик. Как он это сделал?

б) На столе лежат девять монет. Одна из них — фальшивая. Как при помощи двух взвешиваний можно найти фальшивую монету? (Фальшивая монета легче настоящих.)

**2. Необходимо развивать интерес к использованию математических методов при решении профессиональных задач из различных областей техники и естественных наук:**

а) для каждого раздела математики собрать комплекс прикладных задач, использующих базовые понятия и методы математики; б) учить созданию математических моделей профессиональных задач (разъясняя смысл этого понятия) и, наоборот, искать конкретный смысл из различных областей знаний при рассмотрении классической математической задачи; в) создать инновационные пособия по математике, в том числе и электронные, обеспечивающие наглядность математических идей и их приложений, содержащие исторические факты, задачи практического содержания, занимательные задачи и т.п. г) разработать методические материалы для повышения научного уровня учебников, учебных пособий и методических рекомендаций учителям математики; д) проводить творческие семинары для преподавателей средних школ, НПО и СПО с целью внедрения новых методик преподавания математики, повышающих мотивацию к ее изучению.

Приведем примеры некоторых простых профессиональных задач из различных областей науки и техники, которые можно предложить учащимся профильных классов.

Задача 1. (из области физики) Точка движется прямолинейно по закону  $s = \sqrt{t}$ . Докажите, что движение замедленное.

Задача 2. (из области математики) Площадь прямоугольника 36 см<sup>2</sup>. Какую длину должны иметь стороны этого прямоугольника, чтобы его периметр был наибольшим?

Задача 3. (из области экономики) Потребление электроэнергии предприятиями и населением города с 8 ч до 18 ч описывается формулой  $y = 10000 - 8t^2 + 15t$ , где  $t$  - время в часах. В какой момент времени потребление энергии будет наибольшим?

Задача 4. (из области химии) Процент  $X$  электропроводности раствора кислоты при комнатной температуре зависит от процента ее концентрации  $\rho$  в соответствии с

формулой  $X = \frac{1}{5} \sin \frac{\pi \rho}{100} + \frac{1}{10} \sin \frac{\pi \rho}{50}$ , где  $X$  и  $\rho$  измеряются в процентах. При каком значении  $\rho$  процент электропроводности  $X$  достигает наибольшего значения?

Задача 5. (из области биологии) В условиях экологического равновесия популяция хищников меняется по закону  $m = 100 + 50 \cos \pi t$ , где  $t$  - время в годах. Найдите моменты времени, когда популяция хищников будет наибольшей и наименьшей?

Традиционно практическое приложение интеграла иллюстрируется вычислением площадей различных фигур, нахождением объемов геометрических тел и некоторыми приложениями в физике и технике.

Пример 1. Какую работу необходимо затратить для того, чтобы тело массы  $m$  поднять с поверхности Земли, радиус которой  $R$ , на высоту  $H$ ? Чему равна работа, если тело удаляется в бесконечность?

Вместе с тем, интегральное исчисление дает богатый математический аппарат для моделирования и исследования процессов, происходящих в экономике.

Пример 2. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией  $f(q) = 4 - q^2$ , где  $q$  - количество товара (в шт.),  $p$  - цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при  $p^* = q^* = 1$ . Определите величину потребительского излишка  $CS$

$$CS = \int_0^{q^*} f(q) dq - p^* q^* = \int_0^1 (4 - q^2) dq - 1 \cdot 1 =$$

$$= \left( 4q - \frac{q^3}{3} \right) \Big|_0^1 - 1 = 4 - \frac{1}{3} - 1 = 2\frac{2}{3} \text{ (руб.)}.$$

### 3. Внедрение информационных технологий в процесс обучения математике:

а) шире использовать наглядность при разъяснении математических понятий; б) активнее сотрудничать с преподавателями информатики, использовать пакеты готовых программ для построения графиков функций, изображения поверхностей в пространстве, демонстрации изменения поведения функции при изменении параметров и т.д.

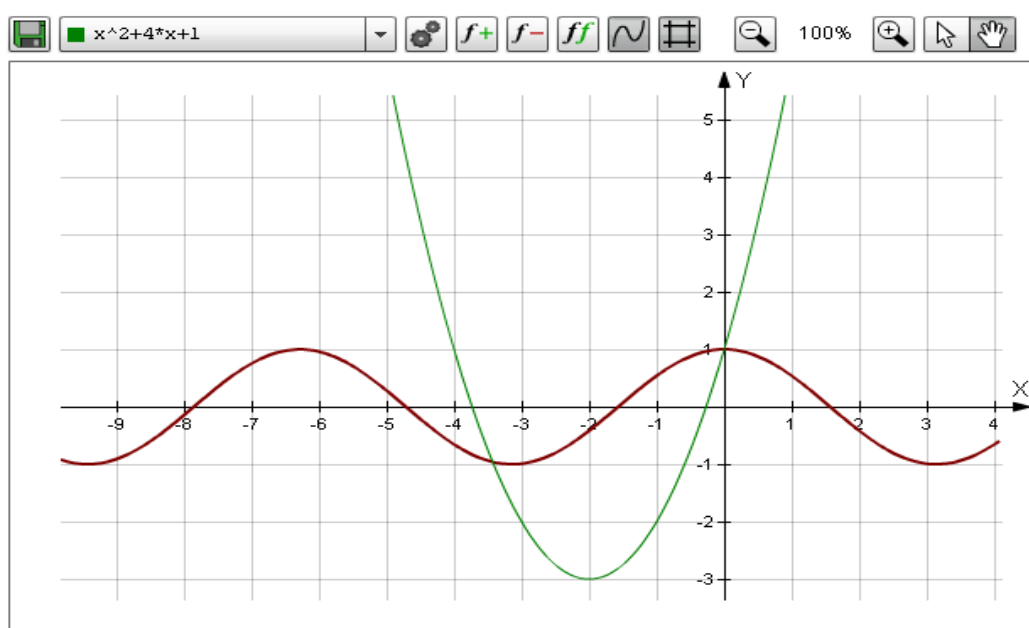


Современные школьники активно пользуются интернетом. Существует много доступных бесплатных серверов в интернете, которые могут учащиеся самостоятельно использовать для решения различных вычислительных задач, получения графического изображения функций, исследования поведения функций при изменении параметров.

Например, с помощью такой программы можно онлайн построить графики функций. Для её работы нужен только установленный [Adobe Flash Player](#) версии 11.1.0 или выше.

Возможности программы: можно строить несколько графиков в одном окне; менять цвет и толщину линии построения графика; скрывать и отображать как сетку, так и графики; изменять масштаб отображения; трассировать графики; сохранять построение графиков в виде картинки.

На рисунке приведены графики функций  $f(x)=\cos x$ ,  $g(x)=x^2+4x+1$



### Литература

1. С.А. Розанова Проблема развития мотивации к изучению математики в современном обществе и некоторые пути ее решения, Сборник статей Международной конференции, Москва, РУДН, 2015г., стр.314-324.
2. С.А. Розанова Математическая культура студентов технических университетов, - М.: Физматлит, 2003г.
3. Л.Д. Кудрявцев Современная математика и ее преподавание. – М.:Наука, 1985г.
4. А.С.Зеленский Проблемы преподавания математики в профильных классах, работающих в системе «школа-вуз». Фундаментальные исследования. – М.: РАЕ №5, 2008

Работа выполнена в рамках проекта РГНФ 14-26-20004

# ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ-ГУМАНИТАРИЯМ И В ШКОЛАХ С ПРОФИЛЬНЫМИ ГУМАНИТАРНЫМИ КЛАССАМИ

Розанова С.А.

*Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия*  
srozanova@mail.ru

Смирнов Е.И.

*Ярославский государственный педагогический университет (ЯГПУ), Ярославль, Россия*  
e.smirnov@yspu.org

**Аннотация.** В статье выделены психолого-педагогические проблемы, возникающие при изучении математики школьниками гуманитарных профильных классов и студентами-гуманитариями. Актуализированы некоторые моменты, направленные на повышение мотивации к обучению математике.

*Ключевые слова:* профильные гуманитарные классы, студенты-гуманитарии, психолого-педагогические проблемы, нелюбовь к математике, мотивация к изучению математики.

**Abstract.** The article highlights the psychological and pedagogical problems arising in the study of mathematics by students humanitarian profile classes and by students in the humanities. Some moments were actualized to improve the motivation for learning mathematics.

*Keywords:* profile humanitarian classes, students in the humanities, psychological and pedagogical problems, a dislike of mathematics, motivation to study mathematics.

Анализ состояния проблем в обучении математике студентов гуманитарных направлений и специальностей показывает нам, что более 83 % студентов воспринимают математику как чисто абстрактную дисциплину, не испытывают потребности в углублении и расширении математических знаний и не умеют самостоятельно использовать их при изучении специальных дисциплин, которые ориентируются на будущую профессию. На констатирующем этапе эксперимента результаты анкетирования в начале первого года обучения математике студентов-гуманитариев подтвердили, что большинство опрошенных учащихся еще не убеждены в необходимости использования математических знаний в их будущей профессиональной деятельности, у большинства студентов-гуманитариев отмечен низкий и средний уровень (70 %) мотивации к развитию познавательной самостоятельности в изучении математики.

Более того, выявлены неготовность студентов к развитию познавательной самостоятельности, недостаточная сформированность умений и навыков организации и осуществления самостоятельной деятельности. Действительно, более половины из 500 опрошенных студентов-гуманитариев первого курса на факультете гуманитарных и социальных наук Российского университета дружбы народов (РУДН) и в институте Тханг Лонг Вьетнама не проявили познавательного интереса к изучению математики, три четверти студентов-гуманитариев показали недостаточную сформированность приемов познавательной самостоятельности, более четверти студентов совсем не владели умениями самоконтроля. В области обеспечения качества профессиональной подготовки состояние познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев показывает, что успешность обучения математике зависит от уровня развития самостоятельной деятельности: чем выше уровень познавательной самостоятельности выпускника-гуманитария, тем выше его профессиональная компетентность.

Тем самым, изучение факторов, которые способствуют развитию познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике, является актуальной проблемой дидактики. Курс высшей математики для гуманитарных направлений и специальностей традиционно изложен в действующих учебниках, однако связь с будущей профессиональной деятельностью выпускников в данной литературе выражена неявно. Таким образом, формирование математического аспекта готовности выпускника-гуманитария к профессиональной деятельности в процессе интеграции и наглядного моделирования математических знаний является основополагающей целью развития познавательной самостоятельности на основе коммуникаций.

Особенность профессиональной подготовки студентов гуманитарного профиля состоит не только в получении новых математических знаний, но и в воспитании готовности и потребности к развитию познавательной самостоятельности и повышению креативности в профессиональной деятельности, применению математических методов. Следствием данного утверждения является потребность в научении студентов-гуманитариев решать профессионально-ориентированные задачи, моделировать их сущность средствами математики, интерпретировать результат решения языком реальной ситуации, проверять соответствие полученных данных. В контексте повышения познавательной самостоятельности будущих гуманитариев это возможно при условии актуализации связей между гуманитарными проблемами и математическими методами на основе наглядного моделирования в коммуникативной деятельности.

В различных психолого-педагогических и экспериментальных исследованиях показано, что будущие гуманитарии теряются, столкнувшись с комплексом профессионально-ориентированных задач и проектов, что нередко приводит к отказу от попыток решать задачу. Студенты-гуманитарии недостаточно владеют различными приемами активизации познавательной самостоятельности средствами математического моделирования, которые определяют тактику и стратегию действий при решении различных задач, в частности, умением самостоятельно разрабатывать программу действий, соотносить ее с полученными результатами, осуществлять контроль и самоконтроль, оценку и самооценку выполнения исходной программы действий, обобщать полученные результаты.

В психологических и методических работах рассмотрены приемы поиска решения задач, при этом остается малоизученной проблема взаимосвязи между подобными приемами и формированием и развитием познавательной и творческой самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике, в том числе, на основе коммуникаций и наглядного моделирования.

Поэтому в процессе дидактического анализа, поисково-констатирующего эксперимента выделены и обоснованы педагогические условия развития мотивационной сферы обучающихся — гуманитариев.

В ходе психолого-педагогического и эмпирического анализа выявлены следующие **проблемные направления** в математическом образовании студентов-гуманитариев:

- студенты-гуманитарии часто имеют “недостаточно” высокую мотивацию к изучению математики, потому что математика не является профессионально-ориентированной дисциплиной и, следовательно, не расценивается ими как необходимый элемент образовательного процесса;

- в традиционных математических учебниках для студентов-гуманитариев содержание, продолжающее эту линию «развивающих задач», недостаточно;

- отмечается недостаточная разработанность вопросов реализации профессиональной направленности обучения математике на гуманитарных специальностях, а также отсутствие целостного исследования по построению профессионально-направленного обучения математике обучающихся гуманитариев;

- традиционные методы обучения математике, не позволяют обучать решению задач в должной степени; так же можно сказать про обучение решению математических задач студентов-гуманитариев, где ситуация еще хуже;

- методическое обеспечение не всегда обосновывает мировоззренческое значение математики; функции и роль математики в гуманитарной науке и реальной жизни; не всегда прослеживается аксиоматическое построение математики как науки и значимость логической и информационной культуры; не обосновывается необходимость актуализации обобщенных конструкций в математике, важности количественных оценок, правильном употреблении общенаучных терминов;

- инновационные и информационные технологии обучения в преподавании математики студентам гуманитарных специальностей недостаточно используются. Необходима четкая нацеленность на активное освоение содержания учебного курса с профессиональной направленностью .

Эти выделенные проблемные направления, конечно, берут свое начало в средней школе, в том числе, в профильных гуманитарных классах. Непривитые еще в школе любовь к математике или, хотя бы, сознание необходимости владения элементами математической культуры в современном высокоразвитом и высокотехнологичном мире, переходят в вуз и тормозят обучение математике.

**Методология, модели и методы.** Отражая подходы Г.В.Гегеля, М.Хайдегера, Э.Эриксона, М. Фрома, В.И.Слободчикова и др. о сущности модусов бытия и обладания, времени и служения, сознания и ментальности и их роли в развитии личности, выделим педагогический аспект данной категории. Именно, будем считать, что фундирующие конструкты модуса развития личности – это способы проявления и выраженности поэтапного становления сущности личностных качеств в результате взаимодействия внешней управляющей среды и внутреннего состояния личности. Предметом настоящего исследования является состояние мотивационной сферы учебной деятельности обучающегося в ходе формирования и развития познавательной самостоятельности как педагогического феномена. Анализ различных работ [4-6] позволяет сформулировать сущность мотивационного компонента познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в коммуникативной деятельности как направленность личности, которая проявляется в потребности и умении без посторонней помощи приобретать , применять и преобразовывать различные знания личностной значимости на основе обобщающего раскрытия их сущности в ходе интерактивной коммуникации с реальной жизнью и сообществом в направлении самоактуализации и творческого раскрытия личностного гуманитарного потенциала.

Выделим следующую структурную характеристику мотивационного компонента познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике: побуждение к познавательной самостоятельности в контексте интерактивного общения , возникающее на основе осознания противоречия между познавательной гуманитарной потребностью с возможностью ее удовлетворения своими силами и необходимостью коммуникации с другими участниками решения познавательных задач на основе фундаментальности и практико - ориентируемости. Данный компонент познавательной самостоятельности включает мотивы достижения (Дж.Аткинсон, Г.Мюррей, К.Левин, Г.Олпорт, В.Д.Шадриков и др.), самоопределения ( А.Маслоу, Ю.П.Повааенков, Д.А.Леонтьев, К.А.Абульханова-Славская и др. ) и интеллектуальной напряженности в обучении математике ( А.К.Маркова, Х.Хекхаузен, Дж.Роттер и др.) и актуализируется посредством раскрытия личностного смысла когнитивной деятельности как трехкомпонентный вектор интереса [7 ]:

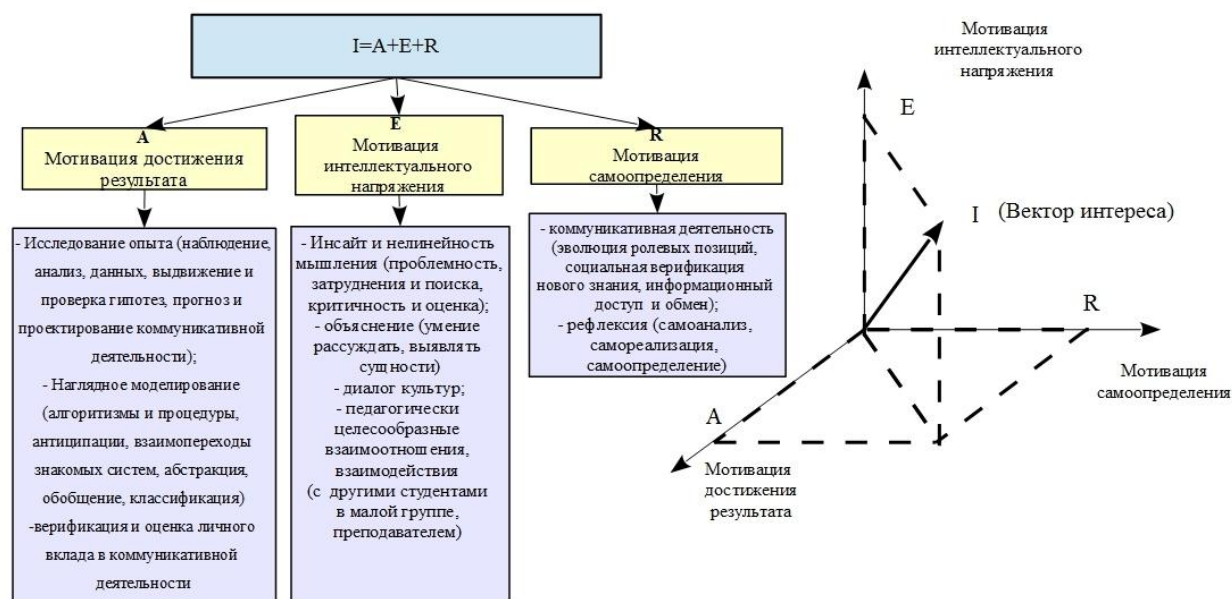


Рис. 1. Трехкомпонентный вектор интереса и его характеристики

Критерии для определения уровней развития познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике:

- самостоятельная активность - требует активности студентов в обучении математике на основе коммуникаций, желание самостоятельно решать поставленные задачи в русле общей проблемы, стремления к выяснению личного смысла содержания высшей математики;
- самоорганизация требует достаточно высокой мотивации к познавательной самостоятельности, осознанного принятия цели и направлена на решение учебных задач. Студенты не просто самостоятельно решают поставленную учебную задачу, они самостоятельно планируют свою работу по достижению поставленной цели с учетом социального взаимодействия, умеют вести целенаправленный поиск и отбор информации, чтобы решить учебную задачу как часть общей. Используя свободно поисковые и исследовательские методы, студенты - гуманитарии совместно находят эффективное решение стоящей задачи при эффективной актуализации самостоятельности. Характерным показателем этого критерия является высокая устойчивость волевых усилий, проявляющаяся в стремлении студентов самостоятельно довести до конечного результата выделенный фрагмент общей проблемы. При возникновении затруднений они совместно ищут другие пути решения. Консультативная деятельность преподавателя носит характер рекомендаций по использованию различных источников информации;
- самоопределение требует того, чтобы студенты самостоятельно ставили цель деятельности по решению учебной задачи, разрабатывали план, проникали глубоко в сущность явлений и их взаимосвязей, находили новые способы действий, создали новые, оригинальные продукты деятельности. Основными методами решения учебных задач в этом случае выступают поисковые и исследовательские. Показателями данного критерия студентов-гуманитариев являются теоретическое осмысление изучаемого учебного материала, интерес к процессу решения задачи, умение провести презентацию полученного результата или выполненного задания. Студенты отстаивают собственную точку зрения или предложенный вариант решения учебной задачи, проводят рефлексию образовательного процесса и результата познавательной самостоятельности и в соответствии с этим планируют самостоятельную деятельность, помогают в организации познавательной самостоятельности другим студентам. Деятельность преподавателя

заключается в сотрудничестве со студентом на отдельных этапах решения учебной задачи или выполнения задания.

На основе теоретического анализа сущности познавательной самостоятельности и ее структуры, выделяем ее четыре уровня: воспроизводящая деятельность; вариативная деятельность; частично-поисковая деятельность; творческая деятельность, которая дифференцируется с учетом познавательных интересов и потребностей и профессиональной ориентации каждого [8].

Справедливости ради, следует отметить, что и среди абитуриентов и поступивших на инженерно-технические, естественнонаучные специальности есть значительная доля студентов, испытывающих, так же, как и гуманитарии, «нелюбовь к математике» . Актуализируем некоторые направления, позволяющие повысить мотивацию к изучению математики: учебники, УМК, банк профессиональных задач, эссе с эстетической, мировоззренческой, исторической, нравственно-философской тематикой и др.

Хорошим примером, как надо преподавать математику гуманитариям, какое содержание положить в основу, могут служить работы с [9-13]. Приведем в качестве примера одну лекцию и одно упражнение из УМК РУДН [11], две профессиональные задачи из УМК [12], вызывающие большой интерес у студентов филологов [11] и социально-экономических направлений [12].

*Лекция 1. Математика как часть общечеловеческой культуры. Геометрия Евклида и неевклидовы геометрии. Взгляды на математику выдающихся деятелей прошлого и настоящего, их оценка роли и места математики, информатики и их методов в решении интеллектуальных задач из различных сфер человеческой деятельности.*

«Начала» Евклида как первая (из дошедших до нас) естественнонаучных теорий. Значение «Начал» Евклида для общечеловеческой культуры. Аксиоматический подход. Математические доказательства. Примеры "правдоподобных" рассуждений, приводящих к ложным результатам. Истоки неевклидовой геометрии и развитие геометрической интуиции. Роль Гаусса, Лобачевского и Бояи в становлении неевклидовой геометрии. Геометрия Лобачевского и Римана. Геометрия макро- и микромиров.

*Упражнение 1.* Выработка общего языка. Экскурс в довузовскую математику. Обсуждение задачи Дидоны. Развитие геометрической интуиции. [11]

Микро-тесты из УМК для магистров социально-экономических направлений [12]

*1. Имеются следующие результаты «по-недельных» замеров рейтинга политической партии в определенном регионе РФ в течение определенного предвыборного периода (в процентах): 9, 14, 14, 8, 15, 17, 17, 10, 14, 22.*

Требуется исследовать (наиболее простым, но научно обоснованным методом) вопрос о наличии положительной временной динамики рейтинга данной политической партии в данном регионе, охарактеризовать источники погрешностей в выводах.

*2.* В целях исследования взаимосвязи между уровнем образования и уровнем самооценки человека проведен социологический опрос 100 респондентов. Выяснилось, что из 50 респондентов, имеющих законченное высшее образование, 44 имеют высокую самооценку, а 6 – низкую самооценку, а из 50 других респондентов, не имеющих законченного высшего образования, 8 имеют высокую самооценку, а 42 – низкую самооценку.

Требуется построить таблицу сопряженности, произвести измерение силы взаимосвязи уровня образования и уровня самооценки, обобщить выборочный результат на генеральную совокупность, охарактеризовать источники погрешностей в выводах.

Темы эссе, курсовых работ, предлагаемые в работе [13,с.104-105] для инженерно-технических специальностей, представляют несомненный интерес и для гуманитариев;

они могут быть использованы для самостоятельной работы, как в профильных гуманитарных классах, так и для студенческой гуманитарной аудитории.

Например, **эстетическая тематика**: математика и искусство; математика и музыка; математика и живопись; математика и архитектура; математика и скульптура; математика как средство компьютерного моделирования красивых объектов; пифагорейская теория пропорций и искусства; спираль Архимеда в искусстве и вне искусства.

**Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 14-26-20004.**

## Литература

- [1] Смирнов Е.И., Афанасьев В.В. Экспериментальное исследование творческой активности студентов в процессе обучения математике // Ярославский педагогический вестник.-1996.-№3.-С.110-115
- [2] Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. М.: АН СССР, 1958
- [3] Смирнов, Е. И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога: монография / Е. И. Смирнов. – Ярославль, 2012. – 646 с.
- [4] Абатурова, В. С. Формирование познавательной самостоятельности учащихся старших классов средствами математического моделирования / В. С. Абатурова// Ярославский педагогический вестник – 2013 – № 1 – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 108-116 .
- [5] Монахов, В.М. Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса. Волгоград: Перемена, 1995.- 152 с.
- [6] Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под ред. Е. И. Смирнова. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. -454 с.
- [7] Смирнов Е.И., Ням Н.Т. Наглядное моделирование как средство развития познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев при изучении математики / Е.И.Смирнов, Н.Т.Ням // Ярославский педагогический вестник – 2014 – № 4 – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 90-97 .
- [8] Ням Н.Т. Развитие познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике средствами наглядного моделирования. Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук // Ярославль, 2015
- [9] Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Гуманитариям о математике. –М.:АГАР,1999
- [10] Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении.- М.:Дело,2000
- [11] Сидоров С.В. УМК по математике для филологов; победитель конкурса РУДН «Лучшее УМК для непрофильных специальностей» май 2015
- [12] Сборник программ по математике для магистров, подготовленный НМС по математике Минобрнауки России, под редакцией С.А. Розановой. Раздел: УМК по математике для социально-экономических направлений, автор А.И. Самыловский. В печати
- [13] Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. Монография. –М.: Физматлит, 2003

# ИЗУЧЕНИЕ ГОЛОМОРФНОЙ ДИНАМИКИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КРЕАТИВНОСТИ И КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ

Секованов В. С.

*Костромской государственной университет им. Н.А. Некрасова, Кострома, Россия,  
sekovanovvs@yandex.ru*

Смирнов Е. И.

*Ярославский государственный университет им. К. Д. Ушинского, Ярославль, Россия,  
Южный математический институт ВНЦ РАН, Владикавказ, Россия, e.smirnov@yspu.org*

Уваров А. Д.

*Ярославский государственный университет им. К. Д. Ушинского, Ярославль, Россия,  
artiom\_uvarov@inbox.ru*

Елкин Д. В.

*Костромской государственной университет им. Н.А. Некрасова, Кострома, Россия*

**Аннотация.** В данной статье рассматривается множество Мандельброта и Жюлиа для данной функции при различных значениях параметра . Указана связь с сопутствующими заполняющими множествами Жюлиа, в зависимости от принадлежности точки (соответственно не принадлежит ). Множество Мандельброта и множества Жюлиа визуализируются на мониторе, описывается алгоритм их построения на основе наглядного моделирования. Проводятся компьютерные эксперименты, связанные с исследованием множества Мандельброта и сопутствующих множеств Жюлиа при различной параметризации. Данный подход изучения широкие возможности формирования креативности студентов. В исследовательской деятельности.

*Ключевые слова.* Множество Мандельброта, множества Жюлиа, заполняющие множества Жюлиа, неподвижная притягивающая точка, орбита точки, креативность, фрактал, компьютерный эксперимент, гибкость мышления, оригинальность мышления.

**Abstract.** This article discusses the Mandelbrot set and Julia sets for this function for different values. The relation with the accompanying filling Julia sets, depending on the membership of (respectively does not belong). Mandelbrot set and Julia sets are visualized on the monitor, we describe an algorithm for constructing them based on visual simulation. Conducted computer experiments related to the study of the Mandelbrot set and Julia sets associated with different parameterization. This approach is studying opportunities of forming creative students. The research activity.

*Keywords.* The Mandelbrot set, Julia set, filling the Julia set, fixed attracting point, the point of the orbit, creativity, fractal, computer experiment, flexible thinking, original thinking.

Теория голоморфной динамики в настоящее время интенсивно развивается. Разрабатываются новые математические методы, создаются компьютерные алгоритмы (см. [1 – 4]). Произошла интеграция голоморфной динамики с новой ветвью современной математики фрактальной геометрией. Важной составляющей голоморфной динамики являются множество Мандельброта, полученное впервые на компьютере в 70-х годах прошлого века для функции  $f(z)=z^2+c$ . Конфигурация данного множества поразила весь математический мир. Как оказалось, граница множества Мандельброта имеет фрактальную структуру (является фракталом).



Следует отметить, что и для других функций существуют множества Мандельброта, интерес к которым только начинает проявляться. Строятся множества Мандельброта с помощью компьютерных программ и являются одними из самых красивых математических объектов, что благотворно влияет на развитие креативности и компетентности студентов и аспирантов. Кроме того, выявление неожиданных связей между множеством Мандельброта и сопутствующими множествами Жюлиа позитивно влияет на развитие креативных качеств и исследовательских компетенций студентов.

В различных изданиях достаточно подробно изучаются математические свойства множества Мандельброта и алгоритмы его построения для функции  $f_c(z) = z^2 + c$ . Исследование множества Мандельброта для функции  $f_c(z) = z^3 + c$  практически отсутствует (см., например, [1], [2], [3]). В данной статье мы восполним данный пробел.

Обозначим множество Мандельброта для функции  $f_c(z) = z^3 + c$  через  $M_3$ , где  $z = x + iy$ ,  $c = p + qi$ .

Под множеством Мандельброта мы будем понимать множество тех точек  $c \in C$ , для которых орбиты нуля относительно функции  $f_c(z) = z^3 + c$  ограничены. То есть последовательность  $\{0, c, c^3 + c, \dots\}$  ограничена.

Выделяя вещественную и мнимую части функции  $f(z) = z^3 + c$ , получим  $f(z) = f(x, y) = P(x, y) + iQ(x, y)$ , где  $P(x, y) = x^3 - 3xy^2 + p$ ,  $Q(x, y) = 3x^2y - y^3 + q$ . Далее заметим, что  $f^{(n)}(z) = f^{(n)}(x, y) = P^{(n)}(x, y) + iQ^{(n)}(x, y)$ . Таким образом, для нахождения  $n$ -й итерации функции комплексной переменной  $f(z) = z^3 + c$  нужно найти  $n$ -е итерации функций вещественной переменной  $P(x, y)$  и  $Q(x, y)$ . Положим  $x_{n+1} = P^{(n)}(x, y)$ ,  $y_{n+1} = Q^{(n)}(x, y)$ . Далее исследуется процесс  $(0, 0) \rightarrow (x_1, y_1) \rightarrow \dots \rightarrow (x_n, y_n) \rightarrow \dots$ .

На комплексной плоскости (которую имитирует монитор компьютера) отметим точку  $(p, q)$ , где  $c = p + qi$ . черным цветом, если орбита нулевой точки  $(0, 0) \rightarrow (x_1, y_1) \rightarrow \dots \rightarrow (x_n, y_n) \rightarrow \dots$  ограничена. В противном случае, данная точка пропускается и исследуется следующая точка с координатами  $(p, q + h)$ , где  $h$  – шаг, с которым изменяется переменная величина  $q$ . Когда переменная  $q$  достигнет нижней видимой части монитора переменная  $p$  получит приращение  $h$  и будет исследоваться орбита точки  $(p + h, q)$  и т. д. Данный процесс закончится тогда, когда будет исследована орбита каждой точки (пикселя) видимой части экрана.

В результате множество, закрашенное в черный цвет, будет множеством Мандельброта (Рис. 1).

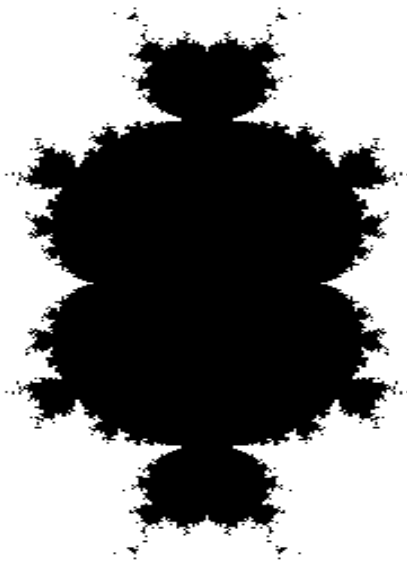


Рис. 1. Множество Мандельброта для функции  $f(z) = z^3 + c$

Для развития креативных качеств и исследовательских компетенций обучаемым полезно предложить следующие задачи:

- 1) принадлежит ли точка  $z = 1$  множеству  $M_3$ ;
- 2) принадлежит ли точка  $z = i$  множеству  $M_3$ ;
- 3) будет ли множество  $M_3$  симметрично относительно мнимой оси;
- 4) будет ли множество  $M_3$  симметрично относительно вещественной оси;
- 5) будет ли множество  $M_3$  центрально симметрично относительно начала координат.

Для развития креативных качеств и развития исследовательских компетенций обучаемых укажем множество точек  $c$  комплексной плоскости, для которых сопутствующие заполняющие множества Жюлиа содержат неподвижную притягивающую точку для функции  $f_c(z) = z^3 + c$ .

Пусть  $z$  – притягивающая неподвижная точка данной функции. Тогда выполняются два условия:

$$1) f_c(z) = z^3 + c = z; \quad 2) \left| f'_c(z) \right| = \left| 3z^2 \right| < 1.$$

Из условия 2) следует, что граница таких точек удовлетворяет соотношению  $3|z|^2 = 1$ . Или же  $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Тогда переменную  $z$  можно записать в виде  $z = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{it}$  (\*), где  $t \in [0; 2\pi]$ .

Учитывая условия 1) (\*) и то, что  $z^3 = \frac{e^{i3t}}{\sqrt{3}^3} = \frac{e^{i3t}}{3\sqrt{3}}$ , получим выражение

$$c = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{it} - \frac{1}{3\sqrt{3}} e^{3it} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( e^{it} - \frac{e^{3it}}{3} \right) \text{ (где } t \in [0; 2\pi]), \text{ которое является уравнением границы}$$

основной области множества Мандельброта, которое мы обозначим через  $M_3$ .

Положив  $c = c_1 + ic_2$ , получим параметрическое уравнение данной линии:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \cos t - \frac{\cos 3t}{3} \right) \\ c_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \sin t - \frac{\sin 3t}{3} \right) \end{cases}, \text{ где } t \in [0; 2\pi].$$

Компьютерные эксперименты показывают, что  $M_3$ , порожденное многочленом  $f_c(z) = z^3 + c$ , состоит из доминирующей области, состоящей из двух примыкающих областей (см. Рис. 1 и [4]).

Как оказалось, обрамление множества  $M_3$ , у которого в сопутствующем заполняющем множестве Жюлиа будет неподвижная притягивающая точка, заполнит внутренность доминирующей области множества Мандельброта.

С помощью компьютерной программы продемонстрируем вид сопутствующих множеств Жюлиа в зависимости от принадлежности точки  $c$  множеству  $M_3$ .

С помощью данной программы воспроизводится заполняющее множество Жюлиа по выбранным точкам из множества  $M_3$  (Рис. 2) или выбранным точкам, находящимся за пределами множества  $M_3$  (Рис. 3).

Работа программы разбивается на ряд этапов:

- 1) определение размеров области построения;
- 2) проверка на принадлежность точки  $c$  множеству Мандельброта;
- 3) построение множества Мандельброта;
- 4) по выбранной точке (параметр  $c$ ) в множестве Мандельброта или вне его, происходит построение заполняющего множества Жюлиа для функции  $f(z) = z^3 + c$ .

Отметим, что граница заполняющего множества Жюлиа будет представлять настоящее множество Жюлиа (см. [1]).

На рисунке 2 стрелки указывают, какие сопутствующие заполняющие множества Жюлиа соответствуют выделенным точкам, находящимся в множестве Мандельброта.



Рис. 2. Множество Мандельброта и соответствующие связанные множества Жюлиа

На рисунке 3 стрелки указывают, какие сопутствующие заполняющие множества Жюлиа соответствуют выделенным точкам, находящимся за пределами множества

Мандельброта.

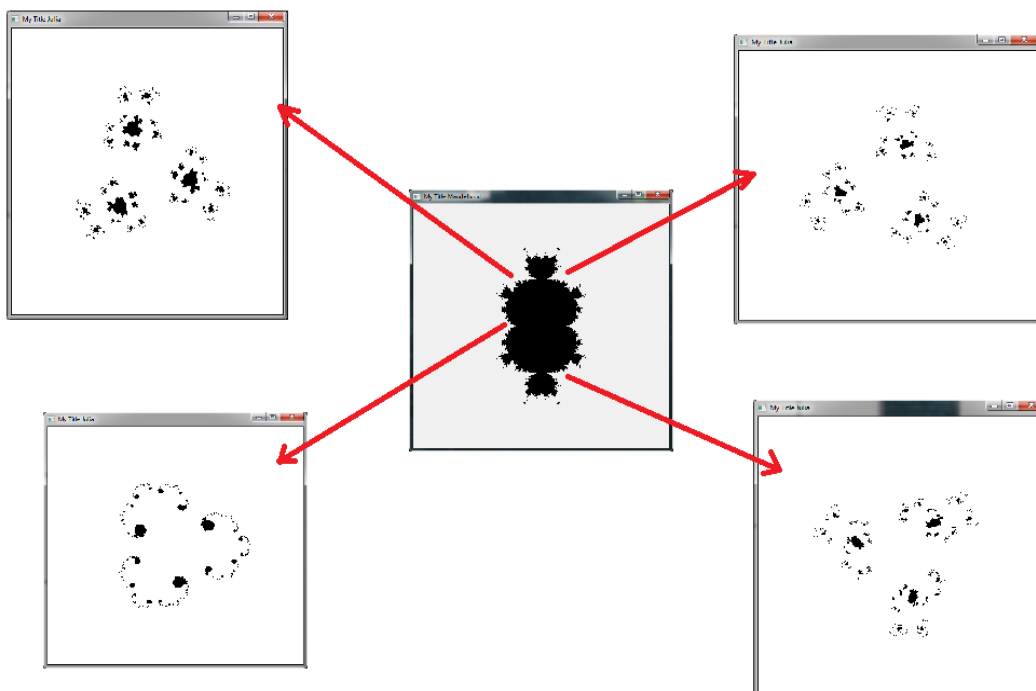


Рис. 3. Множество Мандельброта и соответствующие вполне несвязные множества Жюлиа

Компьютерные эксперименты наглядно демонстрируем связь между множеством Мандельброта и сопутствующими множествами Жюлиа.

Действительно, если точка  $c \in M_3$ , то сопутствующее множество Жюлиа (граница сопутствующего заполняющего множества Жюлиа) является монолитным связным множеством (Рис.2), а при  $c \notin M_3$  множество Жюлиа (граница сопутствующего заполняющего множества Жюлиа) рассыпается в пыль и становится множеством вполне несвязным (Рис. 3).

Данные компьютерные эксперименты развивают интуицию обучаемых, прививают исследовательские навыки, что позитивно влияет на развитие их креативности и компетентности

### Литература

1. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах / Р. М. Кроновер ; пер. с англ. под ред. Т. Э. Крэнкеля. – М. : Постмаркет, 2000.
2. Морозов А. Д. Введение в теорию фракталов / А. Д. Морозов. – М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2002. – 159 с.
3. Пайтген Х. О. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Х. О. Пайтген, П. Х. Рихтер; пер. с англ. под ред. А. Н. Шарковского. – М. : Мир, 1993.
4. Секованов В. С. Элементы теории фрактальных множеств: Учебное пособие. Изд. 5-е переработ. и доп. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013.
5. Афанасьев В.В., Смирнов Е.И. Экспериментальное исследование творческой активности студентов в процессе обучения математике вузе // В.В.Афанасьев, Е.И.Смирнов / Ярославский педагогический вестник. -1996. - №3. - С.110-115
6. Секованов В. С., Уваров А. Д. , Елкин Д. В. Изучение гладких множеств Жюлиа как средство развития креативности и компетентности студентов // В. С. Секованов, А. Д. Уваров, Д. В. Елкин / Ярославский педагогический вестник. - 2015. - №3. - С.56-61

**СЕКЦИИ 11 И 12**  
**ЭКОНОМИКА В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ**  
**МЕТОДЫ В ФИНАНСОВОЙ ЭКОНОМИКЕ**

---

**ЭКОНОМИКА ОБРАЗОВАНИЯ**

Геворкян Н. П.

*Московский Государственный Университет им. М.В.*

*Ломоносова, Москва, Россия*

*21nara15@gmail.com*

**Аннотация.** В статье рассматривается место экономики в системе образования. Даются развёрнутые определения таким понятиям, как «образование», «экономика» и «экономика образования». Проводится параллель отечественной модели экономики образования с другими моделями, в частности, действующей в США. Формулируются задачи, которые ставит перед собой наука экономика образования. Делается вывод о том, что ключевым источником экономического роста служит возрастающее значение образования.

*Ключевые слова:* экономика, образование, экономика в системе образования, задачи экономики образования, вклад образования в экономику, теория человеческого капитала, отраслевая экономическая наука.

**Abstract.** The article discusses the place of the economy in the educational system. It is given the definitions of "education", "economy" and "economics of education". This writing will provide valuable information regarding domestic economic model of education and other models, in particular, the one that operates in the United States. In here it is also formulated tasks that are set by the economics of education science. The goal is to show that the main source of economic growth is the increasing importance of education.

*Key words:* economy, education, economy in the educational system, economics of education objectives, the contribution of education to the economy, the theory of human capital, sectoral economic science.

Место образования в жизни общества во многом определяется той ролью, которую играют в общественном развитии знания людей, их опыт, умения, навыки, возможности развития профессиональных и личностных качеств. Эта роль стала

возрастать во второй половине XX века, принципиально изменившись в его последние десятилетия. Информационная революция и формирование нового типа общественного устройства - информационного общества - выдвигают информацию и знание на передовой план социального и экономического развития. Несомненно, образовательная отрасль становится одной из ведущих в экономике развитых государств, внося непосредственный вклад в валовый национальный продукт (ВНП) страны, её человеческий капитал и национальное богатство в целом. Однако, этим вклад высшего образования в экономику не исчерпывается. Он материализуется в стоимость косвенно, через работу более высокого качества и производительности, которую приобретает возможность выполнять более образованный специалист на своём рабочем месте. Необходимо подчеркнуть тот факт, что возрастающее значение образования является важнейшим источником экономического роста, социальной стабильности, а также, одним из показателей качества жизни населения.

Для того, чтобы понять, что же есть экономика образования, сначала разберём по отдельности термины «образование» и «экономика». Как правило, термин «образование» кроет в себе несколько ключевых значений – это «процесс», «результат», «ценность», «система». В Законе "Об образовании" Российской Федерации даётся следующее определение вышеупомянутого термина – "целенаправленный процесс воспитания и обучения в интересах человека, общества, государства, сопровождающийся констатацией достижения гражданином (обучающимся) установленных государством образовательных уровней (образовательных цензов)" [1]. В свою очередь, на 20-й сессии Генеральной конференции ЮНЕСКО, было принято следующее определение термина «образование»: процесс и результат совершенствования способностей и поведения личности, при котором она достигает социальной зрелости и индивидуального роста [2]. Из всего вышесказанного, можно утверждать, что результатом образования является совокупность определённых качеств личности, а также знаний умений и навыков, удостоверенных соответствующим документом.

Термин «экономика» имеет бесчисленное множество определений. В Большой Советской Энциклопедии он определяется в трёх основных формах его применения:

- 1) совокупность отношений по поводу производства, распределения, обмена и потребления, сложившихся в том или ином обществе, на том или ином историческом этапе;

- 2) народное хозяйство данной страны или его часть, включающая соответствующие отрасли и виды производства;
- 3) отрасль науки, изучающая производственные отношения или их специфические стороны в определенной сфере общественного производства и обмена.

Помимо этого, существуют также и другие определения этого термина. В частности, экономика рассматривается как дисциплина, изучающая, каким образом общество с ограниченными дефицитными ресурсами решает, что, как и для чего производить. Также, этот термин трактуют, как поведенческую науку, то есть науку о том, что определяет поведение домашних хозяйств, фирм и государства, когда они принимают экономические решения. Все эти определения, в конечном счёте, базируются на первоначальном значении этого термина, а именно: "искусство ведения домашнего хозяйства" (перевод с греческого), иными словами – изучение того, как некий субъект ведёт хозяйство с наибольшей пользой для себя.

Итак, из разобранных выше определений, можно сформулировать значение термина «экономика образования». Стало быть, экономика образования есть ни что иное, как наука, которая изучает отношения, связанные с производством, распределением, обменом и потреблением благ, создаваемых в сфере образования. С. Л. Костанян, автор учебных пособий на темы народное образование, экономика образования, выпущенных в период с 1973 по 1980 годы, определяет термин «экономика образования» весьма лаконично. По его мнению, экономика образования – это «наука, которая изучает характер проявления и специфику действия экономических законов в образовании» [3]. Интересно отметить, что впервые в истории отечественного законодательства термин «экономика образования» появился в законе «Об образовании» (1992 год), где глава 4 названа «Экономика системы образования». Отечественная модель экономики образования в пореформенные годы формировалась под влиянием двух концепций: экономики образования как отраслевой экономической науки и теории человеческого капитала. Главный смысл основных положений теории «экономики образования как отраслевой экономической науки» сводился к обоснованию необходимости доминирующего государственного участия в экономике образовательной отрасли [4]. Другими словами, традиционный для нашей страны отраслевой подход (макроуровень), предполагает изучение народнохозяйственных вопросов образования, как объекта управления государства. Заметим, что в существующей в советский период социально – экономической системе это являлось

неотъемлемой чертой организации экономических отношений во всех сферах жизнедеятельности.

Что касается второй концепции (теория человеческого капитала), то она появилась в результате приложения принципов экономической теории к проблемам экономики образования. Данная теория сформировалась в США, в шестидесятых годах XX века, где, как известно, всё высшее образование является платным и у потребителей возникает необходимость сопоставления затрат, связанных с получением образования и последующих выгод. Иначе говоря, теория человеческого капитала позволяет оценить эффективность затрат на образование прежде всего с позиции конкретного потребителя (микроуровень), не исключая впрочем, возможности такой оценки и на уровне отрасли, в масштабах целой страны [5]. Сторонники теории рассматривают её в узком и широком ракурсе. В узком смысле одной из форм капитала является образование, тогда как в широком смысле человеческий капитал формируется за счёт инвестиций в человека путём затрат на образование и подготовку рабочей силы. Любопытно также, что хотя ключевые идеи этой теории были высказаны ещё Адамом Смитом, но строгое оформление и бурное развитие она получила в 60-е годы в работах Г. Беккера, Т. Шульца, Я. Минсера, М. Вейсборда, и других. Очевидно, что в целом, оба подхода к изучению экономики образования являются взаимодополняющими.

Какие же задачи ставит перед собой наука «экономика образования»? Известно, что первоначальной задачей всякой теории является выделение и изучение объекта на предмет определения его свойств. Соответственно, исходной задачей экономики образования можно считать выделение сферы образования в качестве объекта и изучение (исследование) его свойств на предмет определения их общих и специфических черт, признаков, отличий. Под предметом экономики образования как науки, понимают теоретические и практические проблемы, связанные с управлением, планированием, финансированием, оплатой труда, структурой, системой организации этой сферы. Объектом же изучения экономики образования является сфера образования, то есть процессы, происходящие в ней: проблемы формирования механизма устойчивого развития системы, её соответствия вызовам XXI века, социальным и экономическим потребностям развития страны, запросам личности. Возвращаясь к вопросу о задачах экономики образования, стоит отметить, что помимо исходной, имеются также большое количество иных, немаловажных задач, а именно:

- 1) необходимость систематизации знаний об образовании;



- 2) установление экономических закономерностей и причинно-следственных связей между экономическими процессами и явлениями в сфере образования;
- 3) исследование особенностей действия экономических законов в сфере образования;
- 4) поиск и анализ факторов, способствующих росту эффективности функционирования образовательных учреждений, а также повышению качества образовательных наук.

Как показывает мировой опыт, сегодня темпы экономического роста в решающей мере определяются темпами и масштабами развития приоритетных направлений развития науки и техники, уровнем подготовки и квалификационным составом работников всех уровней, а также степенью прогрессивности средств научно-производственного труда. Иными словами, всем тем, что обеспечивает ускоренную реализацию инновационных проектов, объём и качество инвестиций, направляемых на эти цели. Стало быть, развитие системы образования должно служить подъёму национальной экономики.

### **Литература**

- [1]. Федеральный закон РФ «Об образовании в Российской Федерации», N 273-ФЗ от 29.12.2012.
  - [2]. Акты генеральной конференции  
<http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002261/226162r.pdf>.
  - [3]. Костанян С. Л. Предмет и метод экономики образования М. : МГПИ, 1976.
  - [4]. Научно-методический журнал «Экономика образования».
  - [5]. Капелюшников Р. И. Современные буржуазные концепции формирования рабочей силы: критический анализ. М.: Наука, 1981.
-

**ТРУДЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
28 сентября- 2 октября 2015**

**Том I**

**PUBLICATIONS  
INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE  
28 September – 2 October 2015**

**Part I**

**«Образование, наука и экономика в вузах и школах.  
Интеграция в международное образовательное пространство»**

**“Education, science and economics at universities and schools.  
Integration to international educational area”**