МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ

Международная школа – конференция молодых ученых

MATHEMATICS, PHYSICS, INFORMATICS AND THEIR APPLICATIONS IN SCIENCE AND EDUCATION

International school-conference for young scientists

СБОРНИК ТЕЗИСОВ ДОКЛАДОВ

Москва, Московский технологический университет (МИРЭА)
12-15 декабря 2016г.

Москва – 2016

УДК 51-7
ББК 22.16/19
М34

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) по проекту № 16-31-10546

М34 **Математика, физика, информатика и их приложения в науке и образовании** : сборник тезисов докладов Международной школы-конференции молодых ученых. Москва, Московский технологический университет (МИРЭА), 12-15 декабря 2016 г. / под ред. А.Г. Яголы, С.А. Розановой. – М.: Московский технологический университет (МИРЭА), 2016. – 280 с. : ил.
ISBN 978-5-7339-1374-2

Mathematics, physics, informatics and their applications in science and education
International school-conference for young scientists:
The book of Abstracts. Moscow, Moscow Technological University (MIREA), 12-15 December, 2016 /A.G. Yagola, S.A. Rozanova editors. Moscow: Moscow Technological University (MIREA), 2016.

В сборнике содержатся материалы докладов по широкому спектру научных результатов в области математики, физики, информатики. Представлены также материалы, содержащие результаты научных исследований в области истории математики и естествознания, педагогики, в том числе методики преподавания математики, физики и информатики в школах и вузах, а также некоторые результаты исследования актуальной проблемы синергии математического образования в школе и вузе на основе научных достижений.

Volume contains abstracts of talks on wide spectrum of results in mathematics, physics and informatics. Topics include also investigations in history of mathematics and science so as methods of teaching mathematics, physics and informatics at high schools and Universities. In addition, actual problems of mathematical education synergy are considered.

УДК 51-7
ББК 22.16/19

ISBN 978-5-7339-1374-2

Международный организационный комитет

Председатель **А.С. Сигов**, президент МИРЭА, академик РАН (Россия)

Сопредседатели: **С.А. Кудж**, ректор МИРЭА, **В.М. Филиппов**, ректор РУДН, академик РАО (Россия); **С.В. Емельянов**, академик РАН, председатель НМС по математике (Россия); **Ю. И. Журавлев**, академик РАН, председатель НМС по информатике.

Заместители председателей: **В.Л. Панков**, профессор, первый проректор по учебной работе МИРЭА (Россия); **А.Г. Ягола**, профессор МГУ, заместитель председателя НМС по математике (Россия); **Ю.И. Худак**, профессор МИРЭА (Россия); **Н.С. Чекалкин**, профессор МИРЭА (Россия); **С.А. Розанова**, профессор МИРЭА, учёный секретарь НМС по математике (Россия)

Члены международного Оргкомитета: **В.И. Буренков**, профессор РУДН (Россия); **П.С. Геворкян**, профессор МПГУ (Россия); **Е.И. Казакова**, профессор (Украина); **В.А. Лазарев**, профессор КГУ (Россия); **М.А. Мкртчян**, заместитель министра образования и науки РА (Армения); **П. Павлов**, проректор ВСУ (Болгария)**; В.М. Савчин**, профессор РУДН (Россия); **В.С. Сенашенко,** профессор РУДН (Россия), **Е.И. Смирнов**, профессор ЯГПУ (Россия); **В.В. Тихомиров**, ученый секретарь НМС по информатике, профессор (Россия)

Международный программный комитет

Председатель **А.Г. Ягола,** профессор МГУ, заместитель председателя НМС по математике (Россия)

Члены международного программного комитета

Р.М. Асланов, профессор (Азербайджан); **Б. Баймуханов**, профессор (Казахстан); **С.Н. Асхабов**, профессор Чеченского государственного университета (Россия); **С.Н. Дворяткина**, профессор ЕГУ им И.А.Бунина (Россия); **С.И. Кабанихин,** член-корреспондент РАН, профессор НГУ (Россия); **З. Каденова**, заместитель министра труда и миграции (Киргизия); **В.С. Карапетян**, профессор (Армения); **А.И. Кибзун**, профессор (Россия); **М.В.Клибанов,** профессор (США); **Н.Н. Нефедов,** профессор МГУ (Россия); **Н.Х. Розов,** член-корреспондент РАО, профессор МГУ (Россия); **А.Л. Семенов,** академик РАН и РАО, профессор МПГУ (Россия); **В.С. Серов,** профессор (Финляндия); **Е.Е. Тыртышников,** академик РАН, директор ИВМ РАН (Россия); **Д.Р.Хохлов,** член-корреспондент РАН, профессор МГУ, **А.М. Черепащук,** академик РАН, директор ГАИШ, МГУ (Россия); **В.Н. Чубариков,** профессор МГУ (Россия).

Локальный комитет

Сопредседатели: **М.А. Назаренко,** советник ректора, **Н.С. Чекалкин,** профессор МИРЭА

***Члены* локального *комитета*: Г.Г. Битнер**, доцент МИРЭА(Россия); **Т.А. Кузнецова,** доцент МИРЭА (Россия); **О.А. Малыгина,** доцент МИРЭА (Россия); **И.С. Пулькин**, доцент МИРЭА (Россия); И.А. Баранова, документовед МИРЭА Россия)

Введение

В Московском технологическом университете (МИРЭА) с 12 по 15 декабря 2016г. пройдет Международная школа - конференция **«Математика, физика, информатика и их приложения в науке и образовании».** Эта школа-конференция проводится в рамках серии конференций «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство», организуемых регулярно Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ с 1999г. по настоящее время в сотрудничестве с НМС по физике и информатике.

Организаторы научной школы-конференции:

Московский государственный технологический университет (МИРЭА),
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ)
Российский университет дружбы народов (РУДН)
Научно-методические советы по математике, физике, информатике Министерства образования и науки РФ (НМС)
Проведение конференции поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ)

Цель конференции:

- ознакомление студентов, аспирантов, молодых ученых и преподавателей с новейшими достижениями в области математики, физики, информатики, истории математики и естествознания, педагогики, в том числе методики преподавания этих наук в школе и вузе;
- совместное выявление новых научных задач в этих областях и привлечение молодых ученых к их решению;
- обсуждение возможности адаптации новых научных достижений в учебный процесс школ и вузов.

Для выступления с пленарными докладами приглашены известные ученые:

Вступительное слово: **А.С. Сигов**, академик РАН, Президент МИРЭА; **В.Я. Панченко**, академик РАН, Председатель Совета РФФИ (Россия); **С.А. Кудж**, ректор МИРЭА (Россия); **Ю.И. Журавлев**, Председатель НМС по информатике, академик РАН, **П. Павлов**, проректор ВСУ (Болгария)

Пленарные доклады: **В.И. Буренков**, профессор РУДН (Россия); **С.С. Демидов**, профессор МГУ (Россия); **Е.И. Казакова**, профессор ДТУ (Украина); **А.И. Кириллов,** профессор (Россия); **М.А. Мкртчян**, заместитель министра образования и науки РА (Армения); **В.Я. Панченко**, академик РАН, Председатель Совета РФФИ (Россия); **И.Б. Петров**, член-корреспондент РАО, профессор МФТИ (Россия); **В.М. Савчин**, профессор РУДН (Россия); **А.Л. Семенов,** академик РАН и РАО, профессор МПГУ (Россия); **А.Г. Сергеев,** профессор, ведущий научный сотрудник МИРАН (Россия); **А.С. Сигов,** президент МИРЭА, академик РАН (Россия); **А.Л. Скубачевский**, профессор РУДН (Россия); **Е.Е. Тыртышников,** академик РАН, директор ИВМ РАН (Россия); **Д.Р.Хохлов,** член-корреспондент РАН, профессор МГУ (Россия); **Ю.И. Худак,** профессор МИРЭА (Россия); **А.М. Черепащук,** академик РАН, директор ГАИШ (Россия); **В.Н. Чубариков**, декан МГУ, профессор (Россия); **А.Г. Ягола,** профессор МГУ (Россия)

В ходе конференции будут сделаны и обсуждены пленарные доклады и доклады по следующим семи секциям:

Секция 1. Математическое моделирование
Сопредседатели: **Н.Н. Нефедов,** профессор МГУ**; Ю.И. Худак,** профессор МИРЭА

Секция 2. Информационные технологии и их приложения
Сопредседатели **В.В. Тихомиров**, профессор МГУ, **В.А. Соколов**, профессор ЯрГУ
Секция 3. Прикладные обратные и некорректно поставленные задачи

Сопредседатели: **С.И. Кабанихин**, член-корр. РАН, **А.Г. Ягола**, профессор МГУ.

Секция 4. Научные и научно-педагогические исследования в физике
Со*председатели*: **А.С. Сигов**, академик РАН, **В.С. Сенашенко**, профессор РУДН, МГУ
Секция 5. Развитие математики и математического естествознания

Сопредседатели: **С.С. Демидов**, профессор МГУ, **В.М. Тихомиров**, профессор МГУ
Секция 6. Синергия математического образования в школе и вузе на основе адаптации современных достижений в науке
Со*председатели*: **Е.И. Смирнов**, профессор ЯГПУ; **С.А. Розанова**, профессор МИРЭА

Секция 7. Проблемы научных исследований и математического образования в технических вузах
Сопредседатели: **Н.Х. Розов,** декан МГУ, член-корреспондент РАО; **Н.С. Чекалкин,** профессор МИРЭА

Итоги конференции будут способствовать дальнейшему развитию научных школ математики, физики, информатики и педагогических научных школ, совершенствованию фундаментального образования в средней школе и вузе.

Оргкомитет

ВАРНЕНСКИ СВОБОДЕН УНИВЕРСИТЕТ
Черноризец Храбър

Александру Сигову,
академику, президенту МИРЭА
Председателю Оргкомитета
Международной школы-конференции
«Математика, физика, информатика и их приложения в науке и образовании»

Глубокоуважаемый академик Сигов,

Руководство Варненского свободного университета имени Черноризца Храбра, сердечно поздравляет организаторов и участников Международной школы-конференции «Математика, физика, информатика и их приложения в науке и образовании».
В экономике, основанной на знаниях, мы становимся свидетелями формирования глобального образовательного пространства через последовательное распространение трансграничного и дистанционного образования, расширение свободы доступа к информации, знаниям и передовым технологиям, развитие академической и студенческой мобильности.

Мы высоко оцениваем достижения российской науки и высшего образования и выражаем нашу готовность к партнерству с такими авторитетными академическими учреждениями, как Московский государственный технологический университет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Российский университет дружбы народов и Научно-методические советы по математике, физике, информатике Министерства образования и науки РФ.
Мы уверены, что организованный Вами форум внесет свой вклад в учебный и научно-исследовательский процессы, раскроет новые горизонты для плодотворного академического сотрудничества.
Желаем успешной работы участникам школы-конференции!

Анна Недялкова
д.экон.н., профессор
ПРЕЗИДЕНТ

Содержание

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

ПРОЦЕССЫ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ ПЕРЕХОДА В МОДЕЛЯХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В.И. Богачев
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
e-mail: vibogach@mail.ru
А.И. Кириллов
Российский фонд фундаментальных исследований, Москва, Россия
e-mail: academiaxxi@mail.ru
С.В. Шапошников
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
e-mail: starticle@mail.ru

Аннотация. Сообщается, что существуют случайные процессы с нелинейными операторами перехода, которые за конечное время останавливаются в некоторых точках фазового пространства, притом, что их коэффициенты сноса и диффузии не имеют явной зависимости от времени. Эти процессы можно использовать для моделирования стохастических систем, управление которыми имеет целью привести их в заданное состояние. Теории таких процессов нет, и неизвестно, чтобы кто-то ранее исследовал хотя бы их конкретные примеры.

Ключевые слова: процессы с нелинейными операторами перехода, нелинейные уравнения Колмогорова, гладкость вероятностных распределений случайных процессов, нелокальные стохастические уравнения, стабилизация случайных процессов.

PROCESSES WITH NONLINEAR TRANSITION OPERATORS IN MODELS OF COMPLEX SYSTEMS

Abstract. We show that there are stochastic processes with nonlinear transition operators that end at some points of phase space during a finite time, but their drift and diffusion coefficients do not depend on time explicitly. Such processes can be used for modeling the stochastic systems under control whose aim is to bring the system into a given state. A theory of the processes does not exist and their examples were not described.

Key words: processes with nonlinear transition operators, nonlinear Kolmogorov equations, smoothness of probability distributions of stochastic processes, non-local stochastic equations, stabilization of stochastic systems.

МАТЕМАТИКА В ПОТОКЕ СОВЕТСКОЙ ИСТОРИИ 30-х – 50-х ГОДОВ

С.С. Демидов

Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН, Москва, Россия

e-mail: serd42@mail.ru

Аннотация. Рассматривается развитие математики и математических институтов в СССР в 30-е – 50-е годы XX века.

Ключевые слова: Советская математическая школа, Математический институт им. В.А. Стеклова, механико-математический факультет МГУ, Московское математическое общество

MATHEMATICS IN THE TORRENT OF THE SOVIET HISTORY OF THE YEARS 30-s – 50-s

Abstract. We consider the development of the mathematics and the mathematical institutes in the USSR in the 30s - 50s of the twentieth century
Key words: Soviet mathematical school, V.A. Steklov Mathematical Institute, Faculty of mechanics and mathematics of the Moscow University, Moscow mathematical society

1. 30-е гг. для математики в Советском Союзе – время необычайного подъёма. Политическая атмосфера в стране во многом определялась дыханием приближавшейся мировой войны. Её приближение определяло ту поспешность, с которой проводилась индустриализация страны, потребовавшая многочисленных исполнителей от квалифицированных рабочих до подготовленного к решению сложных технических задач инженерного корпуса. Начатое во второй половине 20-ых годов строительство в области образования и науки обнаружило в стране достаточно зрелое математическое сообщество: в значительной мере восстановившую после тяжёлых лет революции и гражданской войны свой творческий потенциал знаменитую Петербургскую (теперь уже Ленинградскую) школу, выдвинувшуюся в первые десятилетия века в число ведущих в Европе Московскую школу, а также сильно выросшую вчерашнюю «математическую провинцию» – традиционные математические центры в Казани, Харькове, Киеве, Одессе, а также новые в Ростове-на-Дону, Воронеже, Иваново и др. городах, куда волнами прошедшей войны оказались заброшенными преподаватели западных российских высших учебных заведений – из Варшавы, Юрьева (Дерпта) , Риги и др. городов бывшей Российской империи. Особое значение в этом подъёме имел переезд в 1934 г. в Москву Президиума Академии наук СССР и Математического института им. В.А. Стеклова. Этой акцией был положен конец ставшей уже традиционной конфронтации двух ведущих математических центров страны, на протяжении более полувека во многом определявшей обстановку в российском математическом сообществе. Синтез идей математиков этих школ, усиленный вкладом учёных из других математических центров страны (а в новую столицу приехало немало крупных математиков из других городов), заложил основу Советской математической школы.

Характер международных контактов советских математиков в период между двумя мировыми войнами зависел от изменений общей политической ситуации в Европе. По окончании Первой мировой войны российские математики (вскоре превратившиеся в советских) начали налаживать связи, порушенные войной. Существенную роль в этом играли международные конгрессы математиков. Первым таким истинно международным съездом стал конгресс, собранный в 1924 г. не в Европе, из которой ещё не выветрился военный угар, а на нейтральной территории – в канадском Торонто. В нём принимала участие представительная советская делегация во главе сВ.А. Стекловым. Советские математики участвовали и в последующих конгрессах – в Италии (Болонья,1928) и в Швейцарии (Цюрих, 1932). Другим определяющим фактором развития международного сотрудничества стали поддерживаемые властями в 20-ые – в начале 30-ых гг. командировки советских математиков на Запад, прежде всего во Францию и Германию. Особо прочными поначалу оказались связи с математиками Франции. Во время Первой мировой войны российские математики активно печатались в тамошних журналах. Так, начавшийся ещё до войны выход в мир через посредство французских Comptes Rendus работ Московской школы теории множеств и функций, продолжался и во время войны и поеё окончании – статьи Н.Н. Лузина, Д.Е. Меньшова, А.Я. Хинчина, П.С. Александрова, М.Я. Суслина. Во Франции выходили книги С.Н. Бернштейна (1926) и Н.Н. Лузина (1930). Однако, уже к концу 20-х гг. вектор интересов молодых советских математиков стал смещается в германском направлении. Всё больше они начали ездить в Гёттинген и Берлин, печататься в немецких журналах (Mathematische-Annallen, MathematischeZeitschriftи др.). В Германии выходят книги П.С. Александрова (1932, 1935), А.Н. Колмогорова (1933) и А.Я. Хинчина (1933). Особо отметим также связи советских математиков того времени с коллегами из Польши, Италии и США. Тон взаимоотношениям с поляками задали В. Серпинский и Н.Н. Лузин. Сотрудничество возглавляемых ими школ и публикации статей советских математиков (самого Н.Н. Лузина, А.Н. Колмогорова, Г.М. Фихтенгольца, Л.В. Канторовича и др.) в польских журналах Studiamathematica и Fundamentamathematicae сыграли важную роль в развитии в нашей стране исследований по теории множеств, теории функций действительного переменного и функциональному анализу. В развитии связей с итальянскими математиками (прежде всего в области дифференциальной геометрии и теории функций) особую роль сыграл Математический кружок в Палермо и издаваемый им журнал – Rendicontidel Circolomatematico di Palermo, в котором активно печатались советские математики. В налаживании контактов с американскими математиками большое значение имела деятельность выходца из России американского математика С. Лефшеца.

Возобновляя в 1924 г. прерванное войной издание «Математического сборника», Д.Ф. Егоров превратил его в международный – в нём начали печатать статьи не только на русском, но и на немецком, французском, итальянском и английском языках. Среди авторов, опубликовавших там свои работы в 1924 – 35 гг., мы видим имена таких известных зарубежных математиков как Э. Картан, М. Фреше, Ж. Адамар, Г. Хопф, С. Лефшец, Р. Мизес, Э. Нётер, В. Серпинский, Л. Тонелли. В Первом Всесоюзном съезде математиков, собранном в 1930 г. в Харькове, прошедшем в 1934 г. в Ленинграде, участвовало 14 иностранных математиков, в их числе и такие известные специалисты как П. Монтель, Л. Лихтенштейн, Ж. Адамар, А. Данжуа, В. Бляшке, Э. Картан, О. Блюменталь. На съезде у них завязались плодотворные связи с советскими исследователями. Так Ж. Адамар обратил внимание на делавшего первые шаги в большую математику С.Л. Соболева. В дальнейшем он внимательно следил за его исследованиями и обратил на них внимание молодого Л. Шварца, что сыграло замечательную роль в истории теории обобщённых функций. В 1934 в Москве была проведена Первая международная конференция по тензорной дифференциальной геометрии и её приложениям, в которой участвовали 22 зарубежных математика, в их числе – Э. Картан, В. Бляшке, Э. Келлер, Д. Стройк, а в 1935 г. в Московском университете прошла Первая международная топологическая конференция, собравшая крупнейших топологов мира и талантливую молодёжь. На её открытии выступил уже упоминавшийся С. Лефшец (1884 –

1972). Приведём фрагмент речи замечательного математика в так, как её услышала стенографистка [1, с. 387 – 388], раскрывающий человека необычайно проницательного и правильно угадывавшего и, что для нас особо важно, правильно оценивавшего мощный потенциал советской математики того времени. Он говорил о том, что Советский Союз нужно «поздравить за то, что он делает для науки со всех сторон, за выдающиеся усилия, которые мы видим во всех областях науки и особенно в математике. Об этом я могу говорить, как человек знающий особенно это дело. У Вас в Москве такой центр, что мы с трудом думаем о конкуренции. С тех пор, как сюда прибыла Академия наук, здесь образовался центр, на который обращено внимание всех стран.

Мне кажется, что вся деятельность Московского университета во всех отраслях знания может служить примером; это уже не только Московский университет, но мировой центр; мы все за ним следим.

Мне особенно нравится, что здесь особенно шаг задают молодые. Этим я любуюсь каждый раз, когда приезжаю сюда. Молодые люди преобладают… мне …кажется, что это настоящий метод, так можно действительно идти вперёд. Мы сами молодеем при соприкосновении с таким духом. Я это тем более чувствую, что в нашей далёкой Америке пока преобладает тот же самый дух. Мы ещё не потеряли значения молодёжи и хотим им по возможности всегда дать шаг вперёд». Далее, он произнёс слова об особом значении для самой математики и её приложений двух направлений – алгебраического и топологического. «У нас теперь, можно сказать, два полюса: алгебра и топология. Так как вся математика к этому стремится, то выходит, что как для теоретической математики, так и для прикладной, а также для физики, химии и других наук – эти две науки оказываются самыми важными, они просто в центре всего математического мышления. Это говорит не тополог, а просто математик; это можно доказать, беря всю математику теорему за теоремой. В физике в отношении топологии до этого ещё не дошли (до этого дойдут, но уже во второй половине XX в. – С.Д.), но насчёт алгебры они это очень хорошо заметили. Всё значение этих двух наук, особенно топологии, нигде так не понято, как в наших двух молодых странах: в СССР и в США. У нас создались самые яркие школы топологии. Они просто в центре дела. Нигде это лучше не поняли и не работают так успешно, как здесь, в Москве».

Далеко не все так ясно представляли себе в то время перспективы развития математики – достаточно вспомнить о позиции, занимаемой тогда Н.Н. Лузиным или тогдашними мэтрами французской математики. Немногие правильно оценивали тогдаи действительную значимость двух поднимавшихся – советской и американской – школ, которым ещё предстояло наряду с французской определить лицо математики второй половины XX в. (Превратности новейшей истории повернули дело так, что великая германская математическая школа во второй половине XX века потеряла свою былую мощь.). В заключении своей приветственной речи С. Лефшец заметил: «Для людей науки недостаточно читать в печати и невозможно, так как слишком много печатается; но очень важно войти в соприкосновение друг с другом. И важно, чтобы такое соприкосновение было чаще». К сожалению, это пожелание оказалось нереализованным – в жизнь науки вмешалась большая политика. Надвигалась вторая мировая война. В её преддверии медленно, но верно сворачивались контакты учёных разных стран. Прошедший в 1936 году в Осло очередной Международный математический конгресс собрал уже меньше участников, чем предыдущий цюрихский. Советская делегация на нём уже отсутствовала – политика СССР в отношении международных связей советских учёных начала меняться.

Лишь 487 участников из 27 стран (против, соответственно, 667 и 40 на предшествовавшем конгрессе 1932 года в Цюрихе). Следующий конгресс вместо планировавшегося 1940 года удалось собрать лишь после войны – в 1950 году!

2. Вторая мировая война прервала естественный ход развития научных исследований во всём мире. Советское государство приняло энергичные меры для сохранения научного потенциала страны. Ведущие академические учреждения и учебные заведения Украины, Белоруссии и запада России, в том числе большая их часть из Москвы и Ленинграда, были эвакуированы на Восток (в Казань, Свердловск, Уфу, Тбилиси, Баку, Алма-Ату, Ташкент, Фрунзе, Ашхабад и др.). Президиум Академии наук переехал сначала в Казань, а затем в Свердловск. Математический институт им. В.А. Стеклова оказался в Казани, механико-математический факультет МГУ по большей части в Ташкенте и Ашхабаде, Ленинградский университет квартировал частью в Елабуге, частью в Саратове. Президиум и институты АН УССР были эвакуированы в Уфу, Киевский и Харьковский университеты в Кзыл-Орду. Несмотря на тяжёлые условия, в которых очутились все эти учреждения, в них продолжалась научная работа и не прерывался педагогический процесс. Московское математическое общество разделилось на два – на Казанское, которое возглавил П.С. Александров, проводившее свои заседания совместно с математической секцией Казанского физико-математического общества, и Ташкентское, в котором председательствовал В.В. Степанов. Одним из результатов этого «великого переселения» стало значительное расширение географии исследовательских центров и учебных заведений: наука и образование шагнули на Восток. Так в 1942 году были открыты Омский машиностроительный и Куйбышевский авиационный институты, а в 1943 году Пензенский политехнический институт. В 1941 году была основана Академия наук Грузинской ССР, в 1943 – Академии наук Армянской ССР и Узбекской ССР, а также Киргизский филиал АН СССР, в 1944 – Западно-Сибирский филиал АН СССР в Иркутске и Научно-исследовательская база АН СССР в Сыктывкаре, в 1945 – Академия наук Азербайджанской ССР. Математические исследования (и это самое удивительное !), которые велись в сложных «эвакуационных» условиях, не только не прекратились, но были отмечены целым рядом первоклассных достижений С.Н. Бернштейна, И.М. Виноградова, Д.Е. Меньшова, А.Я. Хинчина, Н.Г. Чеботарёва, П.С. Александрова, М.А. Лаврентьева, П.С. Новикова, И.Г. Петровского, А.Н. Колмогорова, С.М. Никольского, А.Н. Тихонова, М.Г. Крейна, Л.С. Понтрягина, С.Л. Соболева, Н.Н. Боголюбова, А.И. Мальцева, Л.В. Канторовича, И.М. Гельфанда и др. Некоторые из их исследований, что естественно, были направлены на решение вопросов прикладного характера, непосредственно связанных с оборонными задачами – например, с оценками эффективности стрельбы (А.Н. Колмогоров), некоторые носили сугубо теоретический характер. Конечно, в этом можно усматривать и специфику математических исследований, для которых не нужны солидные капиталовложения – были бы бумага и карандаш, да неплохо бы ещё хорошая библиотека и, конечно, исследовательский энтузиазм, который во многом определяется творческим потенциалом сообщества. Такой потенциал, к счастью, сохранялся в отечественном математическом сообществе, ориентированном на дальнейшее развитие. Замечательным свидетельством ощущения мощи этого потенциала и веры в его будущую успешную реализацию служит письмо А.Н. Колмогорова П.С. Александрову, написанное в июне 1942 года из Москвы в Казань [2, с. 528]. Среди прочего в этом письме содержится сюжет, который В.М. Тихомиров обозначил как «мечтание о собственном Гёттингене» [3, с. 15]. В обстановке трудно выносимых реалий тогдашней жизни великий математик размышляет о создании в стране нового Гёттингена, в котором удастся «совершить скачок … к математическому центру, определяющему стиль целого периода развития математики» [2, с. 528]. И он даже думает об интеллектуальном ядре этого центра, который мог бы возглавить он

сам вместе с Павлом Сергеевичем, образовав этакого коллективного (здесь он восклицает – «о, нахальство !») Д. Гильберта. В роли Э. Ландау мог бы выступить тогда, фантазирует Колмогоров, Л.С. Понтрягин, в роли Э. Нётер – И.Г. Петровский, Р. Куранта – Л.В. Канторович. Всё это подаётся в манере некой шутки. Но, как говорится, в каждой шутке… Таков был настрой. Лидеры (при этом и обличённые властными полномочиями – не будем забывать, что Колмогоров в тот момент академик-секретарь Физико-математического отделения АН СССР – именно поэтому он оказался вынужденным, оставив своих тётушек и друга в Казани, вернуться для организации академических дел в Москву) сообщества верили, что война скоро кончится, а затем нужно будет строить Новый Гёттинген, создавать великую математику. Замечательный математик и историк математики С.А. Яновская, уезжая в эвакуацию в Пермь, захватила с собой рукопись аспирантского реферата по истории и философии математики Б.В. Гнеденко, вернулась с ним в Москву и отдала автору – из этой рукописи выросли его известные «Очерки по истории математики в России», впервые опубликованные в 1946 году [4]. Сообщество начинало осознавать себя важной частью мировой математики (Новым Гёттингеном !) и определять своё место в истории. Это обострённое чувство истории проявилось и в проведённой в ноябре 1943 года Казанским университетом совместно с Отделением физико-математических наук АН СССР научной конференции, посвящённой 150-летию со дня рождения Н.И. Лобачевского, и в приуроченном к этой дате сборнике «Николай Иванович Лобачевский» (М.-Л., 1943), содержавшем замечательную статью А.Н. Колмогорова «Лобачевский и математическое мышление девятнадцатого века», и в торжественных мероприятиях по случаю 300-летия Исаака Ньютона (одним из них стал сборник «Московский университет – памяти Ньютона», появившийся в 1946 году и включавший другую классическую работу Андрея Николаевича «Ньютон и современное математическое мышление»). Наконец, математики громко заявили о себе на организованной Московским университетом в июне 1944 года конференции «Роль русской науки в развитии мировой науки и культуры»: это и доклад П.С. Александрова «Русская и советская математика и её влияние на мировую науку», и доклады С.Н. Бернштейна, В.В. Голубева, А.Н. Колмогорова («Роль русской науки в теории вероятностей»), А.А. Космодемьянского, Л.С. Понтрягина, В.В. Степанова. Атмосфера духовного подъёма, рождённая победой в страшной войне, придавала дополнительные силы процессу роста советской математической школы. И даже развернувшаяся после её окончания следующая уже «холодная война» не стала препятствием стремительному развитию математических исследований, хотя и происходило оно в относительно автономном режиме (изоляция, в которой оказалась страна после того, как опустился «железный занавес», для математиков не стала абсолютной, хотя реальные научные контакты были сведены к минимуму).

3. Победа в Великой Отечественной войне вызвала в народе необычайный прилив творческих сил. Чрезвычайно интенсивно начала развиваться научная мысль, в том числе и в математике.Летом 1945 г. на Юбилейной сессии АН СССР, посвящённой 220-летию Академии, с докладами о достижениях отечественных математиков, прошлых и настоящих, выступили Б.Н. Делоне, Александров, Бернштейн, И.М. Виноградов, Голубев, М.В. Келдыш, Н.Д. Папалекси, И.Г. Петровский. В 1947 г. Московский университет и Московское математическое общество организовали ряд докладов, посвящённых достижениям в области математики, механики и астрономии за 30 лет советской власти, а в 1949. 1950, 1951, 1952, 1956 гг. в Москве собирали носившие всесоюзный характер конференции по теории вероятностей, топологии, алгебре и теории чисел, дифференциальным уравнениям, функциональному анализу и его приложениям соответственно [5]. География конференций по различным вопросам чистой и прикладной математики не ограничивалась Москвой. Здесь и Ленинград (конференция

1947 г. по аналитической теории чисел, юбилейная сессия АН СССР 1957 г, посвящённая 250-летию Л. Эйлера), и Горький (конференции 1946 и 1947 годов по теории колебаний, организованные А.А. Андроновым), и Ташкент (Второе всесоюзное совещание по теории вероятностей и математической статистике 1948 г.), и Киев (конференция 1949 г. по математической физике, Третье Всесоюзное совещание 1953 г. по теории вероятностей и математической статистике, конференция 1955 г. по асимптотическим методам в теории дифференциальных уравнений), и Тбилиси (сессия 1950 г. по математической физике), и Казань (конференция 1951 г., посвящённая 125-летию открытия Н.И. Лобачевским его геометрии), и Алма-Ата (конференция 1954 г. по математике и механике). Эту активность венчал собранный летом 1956 г. в Москве 3-й Всесоюзный математический съезд, собравший более двух с половиной тысяч участников. Интенсивный рост математических исследований СССР в послевоенные годы сопровождался и усилением внимания к исследованиям в области истории математики, в частности, истории отечественной математики, обусловленного ростом самосознания советского математического сообщества. В 1946 г. вышло в свет замечательное сочинение Гнеденко «История математики в России», а в 1948 Г.Ф. Рыбкиным и Юшкевичем начинается издание «Историко-математических исследований», в которых значительное место составили публикации, посвящённые отечественной математике. Так уже в первом выпуске мы находим материалы, посвящённые математике в Московском университете в 19 – 20 вв. (статьи Александрова, Гнеденко и Степанова, М.Я. Выгодского, В.Е. Прудникова, Юшкевича), значительная часть второго и третьего выпусков (1949, 1950) посвящена творчеству Н.И. Лобачевского (работы И.Г. Башмаковой и Юшкевича, Гнеденко, Н.Д. Беспамятных, И.Н. Бронштейна, И.Я. Депмана, Г.Л. Лунца, В.М. Нагаевой, Рыбкина, Г.К. Хилькевича), математике в Древней Руси (В.П. Зубов), творчеству В.В. Бобынина (А.М. Лукомская, К.А. Рыбников), Ю.В. Сохоцкого (А.И. Маркушевич), М.В. Остроградского (И.А. Марон). В ряду этих исследований особую роль сыграли труды Юшкевича , завершённые в 1968 г. монументальной «Историей математики в России до 1917 года», работы В.Ф. Кагана, В.И. Смирнова, П.Я. Полубариновой-Кочиной, Колмогорова, Б.Л. Лаптева, Юшкевича, Гнеденко, Б.А. Розенфельда и др. о творчестве выдающихся российских математиков Л. Эйлера, Н.И. Лобачевского, П.Л. Чебышева, С.В. Ковалевской и др., наконец, о недавнем прошлом – о рождении Московской школы теории функций Д.Ф. Егорова – Н.Н. Лузина. В итоге этих исследований уже в 60-е годы оказалось возможным создание многотомной «Истории отечественной математики», изданной в 1966 – 1970 Академией наук УССР и Институтом истории естествознания и техники АН СССР, отмеченной медалью Александра Койре Международной академии истории науки. Выражением крепнущего самосознания Советского математического сообщества стали фундаментальные труды «Математика в СССР за 30 лет» (1948) и двухтомная «Математика в СССР за 40 лет» (1959). В редакционном предисловии к последней читаем [6, с. 11]: «Десятилетие, прошедшее после выхода сборника «Математика в СССР за 30 лет», явилось блестящим периодом в развитии советской математики. Интенсивность творческой деятельности математиков нашей страны характеризуется хотя бы тем, что они за эти десять лет опубликовали значительно больше работ, чем за всё предшествующее тридцатилетие. За эти годы у нас сделано очень много открытий выдающегося научного значения. Произошло дальнейшее расширение круга творческих интересов советских математиков, причём можно указать ряд областей математики, в которых исследования советских учёных именно за эти годы стали играть ведущую роль. Исключительно отрадно появление большого числа молодых математиков, имён которых ещё нельзя было встретить в предшествующих сборниках; некоторые из них достигли больших творческих успехов и приобрели широкую международную известность». Слова эти уже дышат уверенностью в том, что советская математическая школа вышла на передовые рубежи современной науки и представляет собой яркое самостоятельное явление. Начавшееся в середине 50-ых годов постепенное поднятие железного занавеса открывало Западу великую математическую школу. На 3-ий Всесоюзный математический съезд, собравшийся в Москве летом 1956 г., приехало 70 зарубежных гостей как из стран социалистического лагеря, так и из капиталистических стран, в частности, из Франции и США, а также из Италии, Великобритании и ФРГ и др. В 1958 г. Колмогоров отправился в длительную командировку в Париж, где в Институте Анри Пуанкаре выступил с серией лекций, посвящённых собственным результатам, а также достижениям своих учеников, полученным за последние 10 лет. Это были результаты по теории динамических систем (о теории, названной впоследствии по именам её создателей – Колмогорова, его гениального ученика В.И. Арнольда и американского математика К. Мозера – КАМ-теория), по теории вероятностей, суперпозиции функций, теории приближений, теории вероятностей. Советская математика открывалась миру во всём своём блеске. Вершиной развития Советской школы стали 60-егг., очередной Международный конгресс математиков, собравшийся в 1966 г. в Москве [7]. Так в деятельности Советской математической школы, ставшей наряду с французской и американской, одной из величайших математических школ второй половины XX века, можно увидеть реализацию мечты А.Н. Колмогорова о «российском Гёттингене».

Литература

1.Савицкайте В.С. О первой международной топологической конференции // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годичная научная конференция. 2004. М. 2004. С. 385 – 388

2. Колмогоров. Юбилейное издание в 3-х книгах. Т. 2 / Редактор-составитель А.Н. Ширяев. М.: Физматлит, 2003.

3 *Тихомиров В.М.* О двух письмах А.Н. Колмогорова П.С. Александрову // Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 8(43). 2003. С. 11 – 17.

4.*Королюк В.С., Гнеденко Д.Б., Демидов С.С.* Страница жизни Бориса Владимировича Гнеденко (постскриптум к выходу второго издания книги «Очерки истории математики в России» // Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 10(45). 2005. С. 126 – 142.

5. *Токарева Т.А.* Математическая жизнь в СССР: послевоенное десятилетие // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годичная научная конференция (2013). Т. 1. М. 2013. С. 403 – 406.

6. Математика в СССР за 40 лет. 1917 – 1957. М. 1959. Т. 1.

7. *Демидов С.С.* Москва математическая в 60-е годы XX столетия // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годичная научная конференция (2013). Т. 1. М.2012. С. 421 – 424.

ОСОБЕННОСТИ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД ВЗРЫВОМ

Е.И. Казакова

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»

ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР

+380958452800, kazakova_donetsk@mail.ru

Аннотация. Функционирование реального процесса взрывания горных пород описано с помощью стохастической модели, которая была апробирована в условиях Каранского и Кальчикского карьеров.

Ключевые слова: процесс взрывания, стохастическая модель, вероятности перехода, граф смены состояний.

FEATURES PROBABILISTIC MODEL OF FRACTURE OF ROCKS BY EXPLOSION

Abstract. The functioning of the real process of blasting rocks described by a stochastic model that was tested in conditions Karanskogo and Kalchikskogo quarries.

Keywords: blasting process, stochastic model, transition probabilities, state graph change.

Математические модели технологических процессов основаны на аппроксимации экспериментальных данных аналитическими функциями с использованием метода наименьших квадратов, который применим для обработки данных активных и пассивных экспериментов, а в ряде случаев (нормальные законы распределения нормальных величин) совпадает с методом максимума правдоподобия. Этот метод в комбинации с некоторыми другими может быть использован для получения математической модели процесса разрушения.

Математическая модель представляет собой оператор, преобразующий функцию $n(Э_{взр})$ в функцию $n(Д)$. Параметры этого оператора зависят от остальных величин, которые являются управляющими при дроблении горных пород взрывом (удельный расход ВВ, параметры сетки скважин, их диаметры и др.).

Получение математической модели целесообразно осуществлять в два этапа: на первом этапе найти вид оператора, преобразующего функцию $n(Э_{взр})$, описывающую свойства массива, в функцию $n(Д)$, которая характеризует результат взрыва, а на втором этапе – найти зависимость параметров оператора $Ф$ от остальных величин (управляющих воздействий при взрыве).

Первому этапу соответствует структурная схема

$$f(x) \to Ф(x, y) \to f(y).$$

Оператор связи определяется по известным законам изменения входных и выходных функций, полученных в результате эксперимента. Связь между входом и выходом можно представить в виде уравнения

$$f(y) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} Ф(x, y) f(x) dx . \qquad (1)$$

Для обоснования этого выражения рассмотрим физическую сущность искомого оператора связи *Ф(x,y)*. Пусть имеется некоторый однородный массив объемом V_1, для которого справедливо условие

$$V(x) = V(x_1) = const, \qquad f(x_i) = 0 \;\; при \;\; i = 1 \tag{2}$$

В результате взрыва распределение объема по кускам различных размеров будет описываться некоторой функцией $V_1(Д)$, для которой, в свою очередь, будет соблюдаться условие

$$\int_{Д_{\min}}^{Д_{\max}} V_1(Д)dД = V(x_1). \tag{3}$$

Для участка массива с другой дробимостью, также однородного, будет получена другая функция распределения кусков по размерам $V_2(Д)$ (рис. 1):

$$\int_{Д_{\min}}^{Д_{\max}} V_2(Д)dД = V(x_2) \;. \tag{4}$$

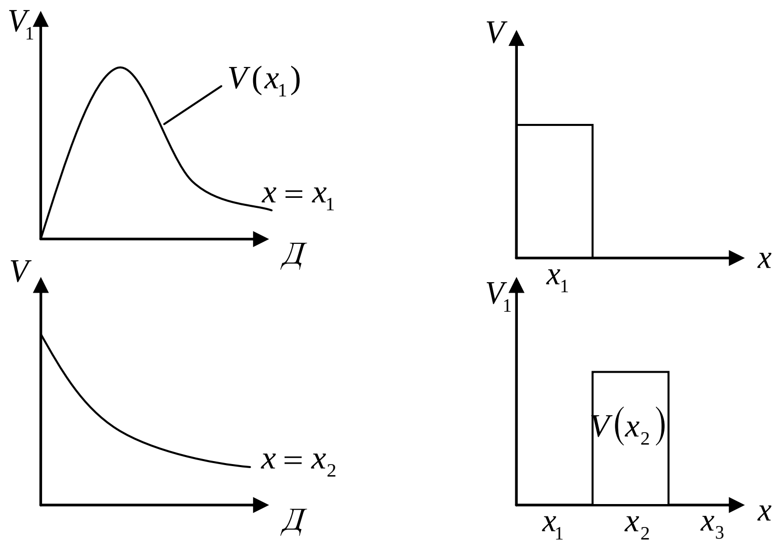


Рис. 1. Преобразование входных переменных в выходные.

Продолжая рассмотрение всех возможных значений дробимости, определим результирующий закон распределения кусков по размерам как сумму функций $V_1(Д), V_2(Д), ..., V_k(Д)$:

$$\int_{Д_{\min}}^{Д_{\max}} V_1(Д)dД = V(x_1), \qquad V(Д) = \sum_{i=1}^{k} V_i(Д), \tag{5}$$

где $\sum_{i=1}^{k} V(x_i) = V$ - объем взрываемого массива.

Разделив и умножив правую часть выражения (5) на $V(x_i)$, получим

$$V(Д) = \sum_{i=1}^{k} Ф(x_i, Д)V(x_i). \tag{6}$$

Переходя к пределу при $i \to \infty$, а $\Delta x = x_i - x_{i-1}$ к нулю, имеем:

$$V(Д) = \int\limits_{x_{\min}}^{x_{\max}} Φ(x, Д)V(x)dx. \qquad (7)$$

что совпадает с выражением (1). Следовательно, нахождение математической модели в таком виде отвечает физической сущности процесса разрушения.

Установленные закономерности технологических процессов участка буровзрывных работ обнаруживают общую тенденцию в функционировании горных процессов. Общность закономерностей горных процессов позволяет разработать стохастическую (вероятностную) модель их функционирования.

Функционирование процесса представляет собой последовательную смену его состояний во времени. На любой производственный процесс воздействует большое число возмущений, имеющих статистический характер и приводящих процесс к сбоям. Источником таких возмущений, с одной стороны, является внешняя среда, с другой, – механизмы, машины, технологические и организационные факторы. Представим всю совокупность действующих на процесс факторов в качестве его входов. Тогда выходами будут его состояния из множества $\{E_n\}$. Выделим из множества всевозможных состояний, в которых может находиться процесс, систему s несовместимых классов $\{E_s\}, s = 1,2,...,n$. Основу такого разбиения в каждом конкретном случае определяют требования к задачам.

Процесс смены состояний характеризуется временными параметрами. Для реального производственного процесса имеет место конечная длительность состояний и переходов из одного состояния в другое. Но по сравнению с длительностью состояний временем перехода пренебрегаем. При таком допущении смена состояний процесса осуществляется скачком. Моменты появления состояний общей последовательности являются случайным процессом с непрерывным временем. В качестве первого приближения будем рассматривать схему функционирования процесса, базирующуюся на использовании дискретного времени.

К основным свойствам потока состояний, образующегося в результате функционирования процесса относятся:

а) состояния E_s являются эргодическими, т.е. они все возвратные и непериодические;

б) состояния E_s образуют замкнутое множество, любое состояние которого достижимо из каждого другого состояния;

в) в последовательности отсутствуют одноименные состояния, стоящие рядом;

г) каждое состояние характеризуется распределением времени возвращения (длительности промежутков) $f(T_{Ei})$ и распределением продолжительности состояния $f(\tau_{Ei})$.

Важнейшей характеристикой потока состояний производственного процесса является то, что каждое состояние этой последовательности зависит только от непосредственного предшествующего состояния и почти не зависит от более ранних состояний. Учитывая закономерности реальных процессов, последовательность состояний (E_i) можно интерпретировать как однородную цепь Маркова.

Исходя из марковского свойства процессов функционирования и вводя квантование времени по Δt, будем характеризовать поведение процесса в последующие моменты с помощью множества вероятностей. Знание предыдущего состояния позволяет только с определенной вероятностью предсказывать последующее его состояние. Если процесс в момент t находится в состоянии E_i, то в момент времени $t+\Delta t$ он может или остаться в том же состоянии с вероятностью P_{ii} или перейти в одно из состояний E_i $(i \neq j)$ с вероятностью P_{ij}.

При принятых допущениях функционирование реального процесса взрывания горных пород можно описать с помощью стохастической модели. Удобным способом задания функционирования процесса является квадратная матрица, у которой номера строк и столбцов соответствуют принятым состояниям процесса. В дальнейшем будем придерживаться модели марковской цепи, считая, что она полностью определяет функционирование процесса, если заданы n - мерный вероятностный вектор – строка начальных состояний процесса при n=1,2,...,5 $P^{(0)} = \{p_n^0\}$ и стохастическая квадратная матрица n-го порядка условных вероятностей переходов $\|P\|$ при n=1,2,...,5.

$$\|P\| = \begin{Vmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ p_{31} & p_{32} & \cdots & p_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{Vmatrix}$$

Так как процесс должен находиться в одном из n - состояний, то очевидно, что матрица $\|P\|$ должна удовлетворять следующим условиям:

а) элементы матрицы не должны быть отрицательными, $p_{ij} \geq 0$;

б) сумма элементов каждой строки должна быть равна единице.

Эти условия справедливы для любой стохастической модели матрицы, так как элементы i - й строки представляют собой вероятностную меру логических возможностей процесса, находящегося в состоянии E_i.

Для непосредственного подтверждения приемлемости модели марковской цепи при описании поведения процесса взрывания воспользуемся экспериментальными данными, полученными при взрывании в условиях Каранского и Кальчикского карьеров. Покажем на основании этих данных, что процесс переходов из E_i в E_j является стационарным и эргодическим.

Если за конечное число шагов возможен переход из одного состояния в любое другое, то матрица $\|P\|^n$ стремится к матрице $\|Q\|$, элементы которой определяются как

$$\lim_{n\to\infty} \|p_{ij}\|^n = q_{ij}$$

Следовательно, можно найти предельное распределение вероятностей из уравнения

$$\|t\| \cdot \|P\| = \|t\|, \tag{8}$$

где $\|t\|$ – вероятностный вектор, называемый неподвижным вектором преобразования $\|P\|$.

Если принять вектор $\|t\|$ в качестве вектора начальных вероятностей $P^{(0)}$, то получим

$$P^{(n)} = P^{(0)} \cdot P^{(n)} = \|t\| P^{(n)} = \|t\| P^{(0)} \tag{9}$$

где $P^{(n)}$ - вектор вероятностей на *n*-м шаге.

В этом случае вероятность перехода в любое данное состояние является одинаковой на всех ступенях процесса, и такой процесс является стационарным марковским процессом. С целью установления стационарности процесса дробления горных пород, найдем матрицу вероятностей переходов процесса дробления в условиях Каранского карьера при шаге $\Delta t = 1$ мин. и определим ее неподвижный вектор $\|t\|$.

Подсчитав вероятность появления пар состояния $P(E_i E_j)$, вычислим вероятности появления каждого состояния $P(E_i)$ и условные вероятности появления состояния E_j, если предшествующим было состояние E_i, по формулам:

$$P(E_i) = \sum_j P(E_i E_j) \tag{10}$$

$$P(E_j / E_i) = \frac{P(E_i E_j)}{P(E_i)} = P_{ij} \tag{11}$$

В результате вычислений получаем матрицу вероятностей переходов:

$$\|P\| = \begin{Vmatrix} 0.979 & 0.016 & 0.003 & 0.002 \\ 0.050 & 0.919 & 0.026 & 0.005 \\ 0.030 & 0.070 & 0.959 & 0.004 \\ 0.007 & 0.002 & 0.003 & 0.988 \end{Vmatrix} \tag{12}$$

Найдем неподвижный вектор $\|t\|$ для полученной матрицы вероятностей переходов из уравнения (8)

$$\|t\| \cdot \begin{Vmatrix} 0.979 & 0.016 & 0.003 & 0.002 \\ 0.050 & 0.919 & 0.026 & 0.005 \\ 0.030 & 0.070 & 0.959 & 0.004 \\ 0.007 & 0.002 & 0.003 & 0.988 \end{Vmatrix} = \|t\| \tag{13}$$

Учитывая, что $\sum_{i=1}^{n} t = 1$, получаем следующую систему уравнений для компонент вектора $\|t\|$:

$$\begin{cases} 0.979t_1 & + & 0{,}016t_2 & + & 0.003t_3 & + & 0.002t_4 & = & t_1 \\ 0.050t_1 & + & 0.919t_2 & + & 0.026t_3 & + & 0.005t_4 & = & t_2 \\ 0.030t_1 & + & 0.070t_2 & + & 0.959t_3 & + & 0.004t_4 & = & t_3 \\ 0.007t_1 & + & 0.002t_2 & + & 0.003t_3 & + & 0.988t_4 & = & t_4 \\ & & & & t_1+t_2+t_3+t_4=1 \end{cases}, \qquad (14)$$

которая имеет единственное решение:

$$t_1 = 0{,}552; \qquad t_2 = 0{,}125; \qquad t_3 = 0{,}134; \qquad t_4 = 0{,}189,$$

т.е. в пределе

$$\lim_{n\to\infty} P^{(n)} = \left\| 0.552 \quad 0.125 \quad 0.134 \quad 0.189 \right\| \qquad (15)$$

Аналогичными вычислениями получена матрица вероятностей переходов для процесса дробления в условиях Кальчикского карьера:

$$\|P\| = \begin{Vmatrix} 0.929 & 0.038 & 0.019 & 0.014 \\ 0.285 & 0.543 & 0.105 & 0.067 \\ 0.011 & 0.084 & 0.878 & 0.027 \\ 0.018 & 0.134 & 0.021 & 0.827 \end{Vmatrix} \qquad (16)$$

а неподвижный вектор

$$\|t\| = \left\| 0.54461 \quad 0.1206 \quad 0.2098 \quad 0.1235 \right\| \qquad (17)$$

Соответствующий матрице (16) граф состояния изображен на рис. 2, где стрелки указывают направления возможных переходов из состояния E_i в состояние E_j, а цифры соответствуют вероятностям этих переходов.

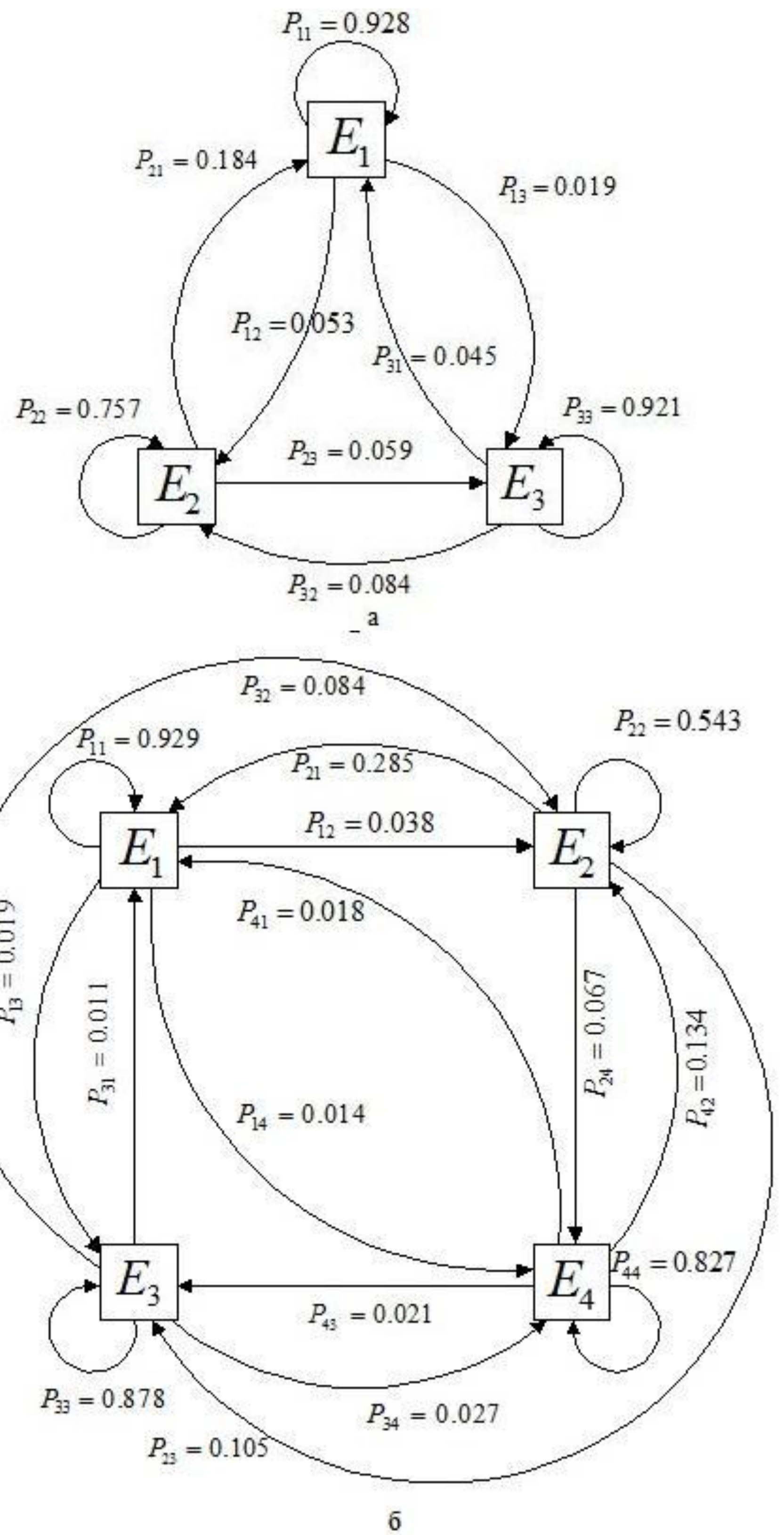


Рис. 2. Граф смены состояний процесса взрывания
а – Кальчикского; б – Каранского карьеров

Таким образом, рассматриваемые процессы являются процессами стационарными и разработанная математическая модель функционирования производственных процессов имеет хорошую сходимость с опытными данными и может использоваться для целей прогнозирования и оперативного управления процессами дробления.

ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ЗНАЧИМОСТЬ ПРЕДМЕТОВ ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА

М. А. Мкртчян

Министерство образования и науки РА, Ереван, Армения
acf2004@yandex.ru

Аннотация. Обсуждается проблема реализации общеобразовательных целей предметов математического цикла. Решение этой проблемы предполагает принципиально другую структуру содержания математического образования и другой способ организации учебного процесса.
Ключевые слова: Общеобразовательная значимость, индивидуализация обучения, качество усвоения, способ организации обучения.

Abstract. The problem of the realization of educational purposes for the subjects of mathematical cycle is being discussed. The solution of this problem presupposes a fundamentally different structural content of mathematical education and a different method of organizing the educational process.
*Key words:*General educational significance, individualization of education, quality of mastering, method of organizing education

Предисловие

Практика образования находится в стадии перехода от одного общественно-исторического способа организации обучения к другому [1]. Нынешний общественно-исторический способ организации обучения проявляется в общеобразовательном звене в виде классно-урочной (более точно – предметно-классно-урочной) систе1мы и в вузовской звене в виде лекционно-семинарской системы. Необходимость и неизбежность перехода к новому общественно-историческому способу организации обучения обусловлена рядом обстоятельств, главный из которых – приоритетность таких образовательных целей, которые приобретают значимость общеобразовательного характера. В конце XX века многие стали замечать, что классно-урочная система имеет существенные ограничения для реализации целей общего образования. Например, И.К. Журавлев, И.Я. Лернер пишут: «… нужно отдавать себе отчет в том, что в условиях классно-урочной системы индивидуализация обучения как принцип его эффективной организации не может получить своего идеального воплощения. Поэтому реально индивидуализация обучения осуществляется через дифференцированный подход к организации обучения различных групп учащихся. Чем больше таких групп оказывается в поле зрения учителя в каждый момент времени урока, тем выше достигаемый ими уровень индивидуализации обучения» [2; 293].

Общее образование

Общее образование как общественное явление – действительность достаточно позднего периода человеческой истории. Общественное сознание в своих представлениях уже выделило **образовательный уровень каждого члена общества и всего общества в целом** как одно из главных условий существования человеческого общества и упорядочения со-бытийных отношений. Именно это и придаёт учебно-воспитательным процессам **общеобразовательный** смысл.

Учебные предметы

В средние века стал проявляться отличительный признак достижения обществом своего важного этапа зрелости: мировоззренческие представления возникали не из эмпирических обобщений и здравых рассуждений, как раньше, а формировались как результат научно-исследовательского экспериментирования и теоретического обобщения.

С освоением теоретического способа мышления было положено начало появлению и развитию науки и научных предметов. Постепенно наука и научное мышление становились приоритетными в вопросах организации общественной жизни, прогнозирования, преобразования и управления явлениями природы и общества.

Научное мышление оказалось более эффективным и плодотворным при изучении и объяснении явлений природы, при выяснении, оформлении и интерпретации законов и закономерностей природы. В итоге этот период человеческой истории ознаменовался открытиями многочисленных тайн природы и уже в наши дни крупными научно-техническими достижениями.

Всё это сильно отразилось на определении целей и задач обучения и на проблеме организации сферы образования в целом. На этом уровне зрелости общества и развития мыследеятельности образование переориентировалось на решение задач усвоения знаний и формирования научного мировоззрения.

Таким образом, основной единицей содержания образования становилось знание, а содержание образования конструировалось через представителей научных областей – через учебные предметы.

Общеобразовательная значимость учебных предметов

Когда мы говорим о **предназначении** учебного предмета, например математики, то затрагиваем вопрос о том, что может освоить ребенок, который изучает этот предмет. А когда говорим об **общеобразовательном предназначении** учебного предмета, то затрагиваем вопрос о том, что необходимо **каждому** ребенку, каким качеством должен обладать **каждый** ребенок.

В РА приняты закон об образовании, закон об общем образовании, в свое время разработан и принят так называемый “крдакарг” – своеобразный документ о концептуальных основах организации общего образования [3], недавно утверждены новые госстандарты об общем образовании. Примерно такая ситуация и в других странах бывшего Советского Союза. Во всех этих документах, явно или неявно, акцентируется общеобразовательная значимость образовательных программ и процессов. При этом определяются компоненты содержания образования, среди которых только один компонент относится к предметным знаниям и умениям. Фактически обозначается приоритетность общеобразовательной значимости учебных предметов. По-иному говоря, учебные предметы объявляются своеобразными инструментами (тренажерами) реализации общеобразовательных целей.

Общеобразовательность выдвигает на первый план такие понятия как *система ценностей, качество мышления, универсальные способы мышления, деятельностные умения, общие умения коммуникации* и другие качественные характеристики, которые включаются в структуру содержания образования как надпредметные компоненты. При этом речь идёт и о качестве общества в целом, и о качестве каждого члена общества.

Проблема реализации общеобразовательных целей учебных предметов

Складывается любопытная картина. При обозначении целей и задач образования, а также при определении стандартов, касающихся содержания учебных предметов, на первый план в качестве результатов обучения и условий образовательных процессов выдвигаются надпредметные компоненты содержания обучения и общеобразовательный смысл образовательных процессов. А способ реализации, в частности, учебные программы, содержание и структура учебников, характер учебного процесса остаются прежними и имеют предметно-знаниевую ориентацию.

Общеобразовательная значимость предметов математического цикла

Проблема целей и содержания математического образования всегда инициировали многочисленные дискуссии и споры. Особо значимым для нынешнего периода является проблема соотношений математических методов, математических знаний и математического типа мышления. Литературы по этим вопросам больше, чем достаточно (см., например, [4]), однако здесь очень важно развести общеобразовательное предназначение учебного предмета “Математика”, от значимости математики как научного предмета.

Математика свою общеобразовательную значимость приобретает не столько за счет математических знаний, сколько за счет математического подхода, математических методов и математического типа мышления.

Проблема содержания математического образования

Исторически сложившийся подход таков, что осваивая математические знания и решая математические задачи, ученики усваивают также некоторые математические методы. При этом предполагается, что регулярное и систематическое занятие математикой естественным образом формирует математический тип мышления.

Нынешняя ситуация нуждается в такой реорганизации содержания математического образования, которая выдвинула бы на первый план математические методы. Т. е. ученики, осваивая математические методы, усваивают также и математические знания.

Сохранение классической структуры содержания математического образования снижает мотивацию включения предметов математического цикла в состав обязательных предметов общего образования.

Проблема качества усвоения

В общеобразовательных задачах принципиальное значение имеет вопрос о том, на каком качественном уровне усваивается учебный материал. Существуют разные варианты классификации, позволяющие характеризовать качество усвоения учебного материала . При этом, во всех этих вариантах для обеспечения усвоения высоких качественных уровней необходимо обеспечение усвоения учебного материала, как минимум, на уровне понимания ([5]), Понимание есть сугубо индивидуальный процесс и зависит от индивидуальных особенностей учащихся. Поэтому задача обеспечения возможности для каждого учащегося усвоить учебный материал на уровне понимания неизбежно приводит к необходимости индивидуализации процесса обучения. Заметим также, что именно понимающий уровень усвоения способствует усилению эмоционального компонента мотивации к изучению математических дисциплин.

Проблемы индивидуализации математического образования

Нам неоднократно приходилось отмечать, что исходная проблема нынешней общеобразовательной практики это проблема обеспечения деятельностной включенности каждого члена учебной группы в учебный процесс (см. [6]; а также [7], стр. 22). Она исходная потому, что её прямым следствием являются другие трудности и проблемы общего образования. Это относится и к проблеме индивидуализации математического образования.

Фактически актуализируется задача создания такой технологии организации учебного процесса, которая позволила бы реализовать индивидуальные образовательные программы обучающихся в условиях их совместной деятельности.

Позволим себе отметить еще раз, что способ организации учебного процесса, практикуемый во всех образовательных учреждениях, характеризуется наличием так называемого общего фронта - ситуация, когда все члены учебной группы в каждый конкретный момент времени делают одно и то же, одним и тем же способом, одними и теми же средствами за одно и то же отведённое на это дело время. Именно это обстоятельство препятствует тому, чтобы при организации учебного процесса ориентироваться на индивидуальные особенности каждого ученика, именно оно является главной помехой обеспечения деятельностной включенности каждого ученика в учебный процесс. Фактически, решение исходной проблемы обусловлено отказом от принципа соблюдения общего фронта при организации учебного процесса. Более точно, решение этой проблемы связано с соблюдением принципа отсутствия общего фронта при организации учебного процесса.

Заключение

Фактически, проблема реализации общеобразовательных целей учебных предметов это проблема создания нового типа учебного процесса. Создание нового типа учебного процесса будет инициировать становление нового общественно-исторического способа организации обучения. По сути дела, педагогическое сообщество стоит перед выбором. Либо в рамках существующего способа организации обучения заниматься решением отдельных проблем практики образования., в надежде на спонтанный ход становления новой образовательной практики. Либо взяться за целенаправленное построение принципиально нового способа организации обучения (см. [8]).

Приложение. Некоторые примеры к вопросу о понимающем уровне усвоения математических фактов и явлений

Безусловно, можно вызубрить формулу корней квадратного уравнения и успешно решать задачи на нахождения корней разных квадратных уравнений, при этом не понимая почему эти формулы именно такие. Доказательство можно осуществить путем прямой подстановки. Мы склонны считать, что вывод этих формул более ценен не ради доказательства, а ради их понимания и ради самого метода получения таких формул.

Рассмотрим другой пример – теорема Пифагора. Ее восприятие как “сумма квадратов катетов равняется квадрату гипотенузы” позволяет решить много интересных геометрических задач, а разнообразные доказательства этой теоремы позволяют почувствовать красоту математической действительности и безусловно способствует развитию логического мышления учащегося. Однако ее переосмысление как “соотношение между сторонами в прямоугольном треугольнике” характеризует глубину понимания теоремы Пифагора, вызывает интерес к поиску других соотношений между сторонами в прямоугольном треугольнике и выводит на более широкое представление об этих соотношениях. А именно: “ сумма катетов больше гипотенузы, сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, а сумма кубов катетов меньше куба гипотенузы”.

Еще один пример. Хорошо известно, что если у двух многочленов одного комплексного переменного совпадают прообразы единицы и прообразы нуля, то эти многочлены тождественно равны. Известно очень изящное доказательство этого явления (см. [9]). Однако это доказательство убеждая в справедливости самого явления, не обнаруживает его причину. Причина же становится понятна за счет другого факта. Дело в том, что количество разных точек, где многочлен принимает значение ноль или один больше, чем степень этого многочлена (см. [10]).

Литература

1. Кларин М. В. Инновационные модели обучения. Исследование мирового опыта. Монография. – М.: Луч. 2016. – 640 с.
2. Теоретические основы процесса обучения в советской школе / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера; Научн.-исслед. ин-т общей педагогики АПН СССР. – М.: Педагогика, 1989. – 320 с.
3. Мкртчян М. А. О государственных образовательных стандартах Армении // ж. «Русский язык в Армении», 4 (22), 2004 г., с. 48-52.
4. Кудрявцев Л. Д. Современная математика и ее преподавание.// М., «Наука», 1980.
5. Парсамян В. Г. Проблема обеспечения права на качественное образование каждого ребенка // Армянский педагодический журнал “Манкажаржутюн” (Педагогика), 6, 2014 г, стр.
6. Мкртчян М. А. Исходная проблема практики школьного образования // Наука в вузах: математика, физика, информатика. Проблемы высшего и среднего профессионального образования : тезисы докладов Международной научно-образовательной конференции. – М. : РУДН, 2009. – с. 714-716.
7. Мкртчян М. А. Становление коллективного способа обучения // Красноярск, 2010 г. – 228 с.
8. Мкртчян М. А. Проблематика и основные направления исследований и разработок в области методики преподавания математики // Образование в техническом вузе в XXI веке : международный межвузовский науч.-метод. сборник. – М., 2008. – с. 52-54.
9. Adams W., Straus E. Non-archimedian analytic fanctions taking the same values at the same points. – Ill. J. Math., 1971, v. 15, pp 418 – 424.
10. Мкртчян М. А. Об одной задаче Янга // в кн. Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа, Красноярск, 1980 г.. стр. 237-242.

ДИГИТАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

проф. д.-р экон.н Недялкова, А.М, проф. д-р Павлов, П.Г., проф. д-р Бакърджиева Т.П

Варненский свободный университет имени Черноризца Храбра, Варна, Болгария
vfu_president@vfu.bg;pavlov_p@vfu.bg; bakardjieva@vfu.bg

Аннотация: В статье рассматривается актуальные проблемы функционирования и управления университетом в условиях дигитализации всех основных направлений его деятельности на основе современных информационных и коммуникационных технологий.

Конкретно рассматриваются такие актуальные вопросы как: рациональное управление больших объемов данных (BigData); развитие облачных технологий и услуг применительно не только к учебному процессу, но и к прикладной научно-исследовательской деятельности в университетах; развитие феномена „дигитальных ассистентов” для всех и для каждого; клиент-центризм в обучении; игровые (гемификационные) методы.

На этой основе рассматривается разработанная в университете концептуальная модель „Дигитализация всей академической деятельности” и продукт этой модели – платформа Smart Future, проект с международным участием для получения грантов по Европейским программам.

Ключевые слова: дигитализация, дигитальные ассистенты, клиент-центризм, гемификационные (игровые) методы, облачные технологии и услуги, краудсорсинг, университетская дигитализация, проект Smart Future

THE DIGITAL UNIVERSITY

Prof. DSc. Anna Nedyalkova, Prof. Pavel Pavlov, PhD, Prof. Teodora Bakardzhieva, PhD

Varna Free University Chernorizets Hrabar, Varna, Bulgaria
vfu_president@vfu.bg; pavlov_p@vfu.bg; bakar, djieva@vfu.bg

Abstract: The article deals with important problems of functioning and management of the University in terms of digitalization of all the main directions of its activities based on modern information and communication technologies.

A special attention is paid to such topical issues as: the management of large amounts of data (BigData); the development of cloud technology and services related not only to the educational process, but also to the applied research activities at universities; development of the phenomenon of "digital assistants" for everyone; the client-oriented training; gamification methods.

On this basis, a conceptual model of the "Digitalization of all academic activities" has been developed at the University and the product of this model, the Smart Future platform, is a project with international participation used for receiving grants from European programs.

Keywords: digitalization, digital assistants, client-oriented, gamification (game) methods, cloud technology and services, crowdsourcing, University digitalization, project Smart Future

1. 21 век – эра всеобщей связанности и дигитализации

За свою 25-летнию историю Варненский свободный университет утвердился как гибкий и современный университет, ориентированный на студентов и их успешную профессиональную реализацию. Его стратегическая ориентация на интернационализацию образовательного и научного продукта превратил его в модель академического партнерства в международном контексте. Университет утвердился и как генератор новых политик и подходов для повышения качества и эффективности высшего образования с помощью новых образовательных технологий.

Технологии изменяют все сферы нашей жизни, но их влияние наиболее ощутимо в образованиикак области, которая определяет будущее развитие любого общества. Мы входим в эру всеобщей связанности (от Internet of things к Internet of Everything)[1].

Чтобы сохранить конкурентоспособность в эру мобильных технологий и социальных сетей, организации должны найти новые способы привлечения клиентов, которые соответствовали бы сегодняшней дигитальной реальности. Компании, которые хотят быть несколько шагов вперед своих конкурентов, ставят свое потребительское ощущение в центр своей технологической стратегии. [2]. Модернизация приложений и веб сайтов с тем, чтобы они соответствовали новым технологическим стандартам и тенденциям, становится обязательным элементом успеха любой организации. Веб страницы уже не в состоянии выполнять роль рекламного корпоративного баннера. Компании должны их трансформировать в интерактивный и динамический источник информации на основе софтверных решений последнего поколения [3].

- **Большие объемы данных (BigData) становятся мейнстримом [4]**

В 2016 году компании связывают BigData не только с хранилищами /накопителями/ для сохранения огромных массивов данных, но и с маркетинг приложениями для анализа данных, которые автоматически предоставляют самое подходящее содержание потребителям и повышают уровень ангажированности [5].

- **Дигитальные ассистенты для каждого и для всего**

Важной тенденцией является растущее использовании „умных“, интуитивных решений, работающих с контекстуальными данными. Дигитальные ассистенты и приложения Apple, Microsoft, Android и др., которые предоставляет информацию и исполняют задачи на основе голосовых команд становятся все более популярными. Они быстро входит в нашу повседневную жизнь, превращаясь в незаменимого помощника, как для крайних потребителей, так и для бизнеса. [6], [7].

- **Клиент-центризм и обучение, направленное на обучаемого**

Существует богатый арсенал инструментов, предоставляющие возможности для персонального обучения в индивидуальном онлайн пространстве. Как продолжение нарастающей тенденции дигитализации образования и бизнеса, все большее число организаций внедряют технологии, связывающие онлайн потребителей с самыми релевантными продуктами и услугами – в подходящее для них время и на любом устройстве. Существуют предпосылки для более активного подхода, основываясь на направления искусственного интеллекта, предлагающего лучшие действия для разных типов аудитории.

- **Гемификационные методы**

Игровизация – это подход для мотивирования студентов посредством внедрения дизайна, механик и элементов видео игр в образовательную среду. Цель – максимизировать удовольствие и включенность путем захвата интереса учащихся, чтобы вдохновить их обучаться. Внедряются системы, поощряющие студентов к мотивации и заинтересованности учебным материалом с помощью ряда вызовов, таких как очки, беджи, награды и т.д. При применении элементов игровизации, обучаемые достигают более высоких результатов и число отчисленных студентов уменьшается.

- **Умные машины будут новой реальностью**

Мир, которым управляют алгоритмы и умные машины, работающее в гармонии с людьми. Робо-тренд и массовое введение искусственного интеллекта [8].

В эпоху дигитального бизнеса, когда границы физического и дигитального становятся все более неопределенными, компании должны начать рассматривать «вещи» (из „Интернет вещей“) как потребителей услуг и относится к ним соответствующим образом. Механизмы должны быть развиты так, чтобы могли обслуживать значительно большее число заявок о поддержке и общаться напрямую с устройствами. Должны развиваться и соответствующие стратегии, кардинально отличающиеся от тех, направленных на традиционных потребителей – людей. Обслуживание „вещей“ приведет к созданию новых индустрий, а инновационные решения будут увеличивать эффективность компаний.

- **Облачные технологии и услуги – SaaS (Software as a Service), PaaS (Platform as a Service), IaaS (Infrastructure as a Service)**

В реальности, в которой каждый потребитель в состоянии создавать содержание и опубликовать содержание, делиться ресурсами и услугами и пользоваться такими, разрабатывать и применять софтвер с открытом кодом и пользоваться многочисленными применениями мобильных устройств, которые касаются всей эго повседневной деятельности, изменен способ доступа к образованию и, следовательно, надо изменить и способ преподавания, оптимально используя потенциал интеллигентных платформ. [9].

2. Технологические вызовы в обучении

Технологические вызовы создали пространство, которое никогда до этого не существовало и в котором осуществляется взаимодействие вне возможностей и представлений о коммуникации [10].

Как развитие технологий способствует преодолению неравенства в социальной жизни, в нашей повседневной жизни? Появились такие новые услуги как Uber, Airbnb, Carsharing и т.д., чье совместное использование делает их доступными для большого числа потребителей в любое время и в любой точке.

Появление платформ для crowdfunding (группового финансирования) создают возможности для обучения и старта бизнеса, crowdsourcing используется для нахождения трудных решений с помощью т.н. подхода „мудрость толпы“. Работа в сети создает предпосылки для более быстрого генерирования инновационного решения.

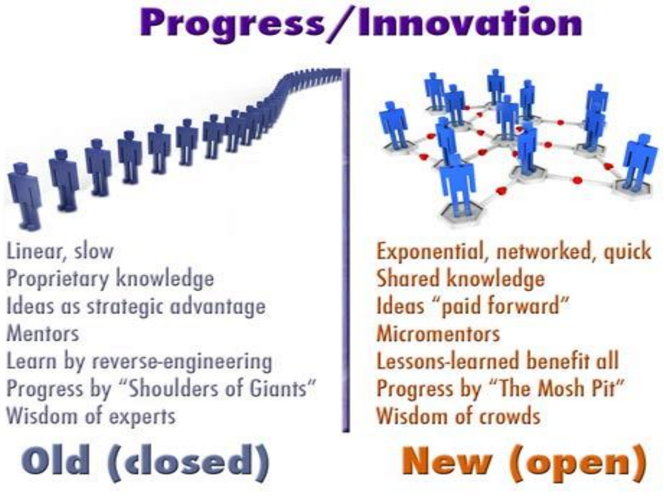


Рис. 1 Инновационный подход в обучении

Существует необходимость и в изменении образовательных процессов: преподаватели в университетах должны обучать по-новому, потому что, если преподавать вчерашними методами, это значит, что обучаемые будут ущемлены завтра. Учебный процесс может основываться на применении веб платформ и реализоваться в любое время, причем роль преподавателя будет ролью ментора, содействующего обучаемым ориентироваться в информационной галактике. Преподаватели уже не являются основным источником информации, а медиаторами, которые делятся знанием и опытом с тем, чтобы обучаемый сделал свой выбор, думал критично и работал самостоятельно, развивая аналитические способности [11].

3. Дигитализация университетской деятельности

Дигитальная трансформация является обязательным элементом для всех компаний, в частности для учреждений в сфере образования, так как если не предпринимать ряд технологических инициатив, организация потеряет от т.н. расходов от бездействия.

Процессы дигитализации включают:

- Образовательную деятельность;
- НИД и проектную деятельность;
- Административное обслуживание и документооборот
- управление электронными документами за время их жизненного цикла;
- создание и управление электронного архива;
- сотрудничество в команде, работа в локальной сети или удаленно через WEB.

Дигитализация создает возможность проследить и управлять задачами в рабочих процессах посредством описания отдельных этапов их исполнения, конкретных исполнителей и действий, которые они могут осуществить, как и сроки окончания работы на данном этапе. Важным элементом является определение потребительских ролей с четкими уровнями доступа для ввода, изменения и просмотра введения информации, гарантированный необходимый уровень защищенности и элиминирование возможности нерегламентированного доступа. В электронном менеджменте получается детальная информация обо всех протекающих в данный момент процессах, как об их состоянии в целом (законченный/незаконченный), так и о каждом отдельном этапе – текущем этапе исполнения (исполнитель, действие, срок), состоянии текущего этапа (просроченный/непросроченный) и других. Система безопасности и контроля доступа позволяет определить строго права каждого потребителя и условия доступа к каждому отдельному документу.

Рис. 2. Концептуальная модель дигитализации

/Перевод рисунка: 1. Компьютерная технология; 2. Коммуникационные технологии; 3. Информационная технология; 4. Сетевая технология; Электронные технологии – Вход; Интегрирование е-ресурсов – е-услуг; Трансформирование; Электронное образование – Электронный менеджмент – Выход/

2. Основными целями дигитализации являются:

- Создание современной среды управления.
- Интегрирование электронного обучения, исследований и проектов, административного обслуживания.
- Ускорение существования и движения информационных потоков.
- Стратегические шаги к электронному кампусу.
- Упрощение и уточнение рабочих процессов.

Рисунок 3. Сферы дигитализации

/Перевод рисунка: Управление качеством; Обучение; Финансовый менеджмент; МТБ; Архив; НИД; Проектная деятельность; Академический персонал; Административное обслуживание; Электронный менеджмент; Нормативная база/

3. Проект Smart Futute

По понятным причинам, осуществление проекта Smart Future для создания и использования инновационных образовательных продуктов становится обязательным шагом к **дигитальный трансформации** ВСУ для приобретения ведущих позиций на международном образовательным рынке. Smart Future характеризует роль интернационализации высшего образования для формирования профессиональной пригодности молодых людей для работы в глобальной среде на основе информированности о мировом опыте и хороших практиках. Проект соответствует основным приоритетам Варненского свободного университета для его развития как инновационное, конкурентоспособное и социально-ответственное образовательное учреждение. Он представляет собой новый этап в системной работе университета для внедрения высоких технологий в обучение и создание конвертируемых образовательных продуктов, а также для создания устойчивой эффективной связи между университетом и рынком труда посредством применения платформ для обучения на протяжении всей жизни.

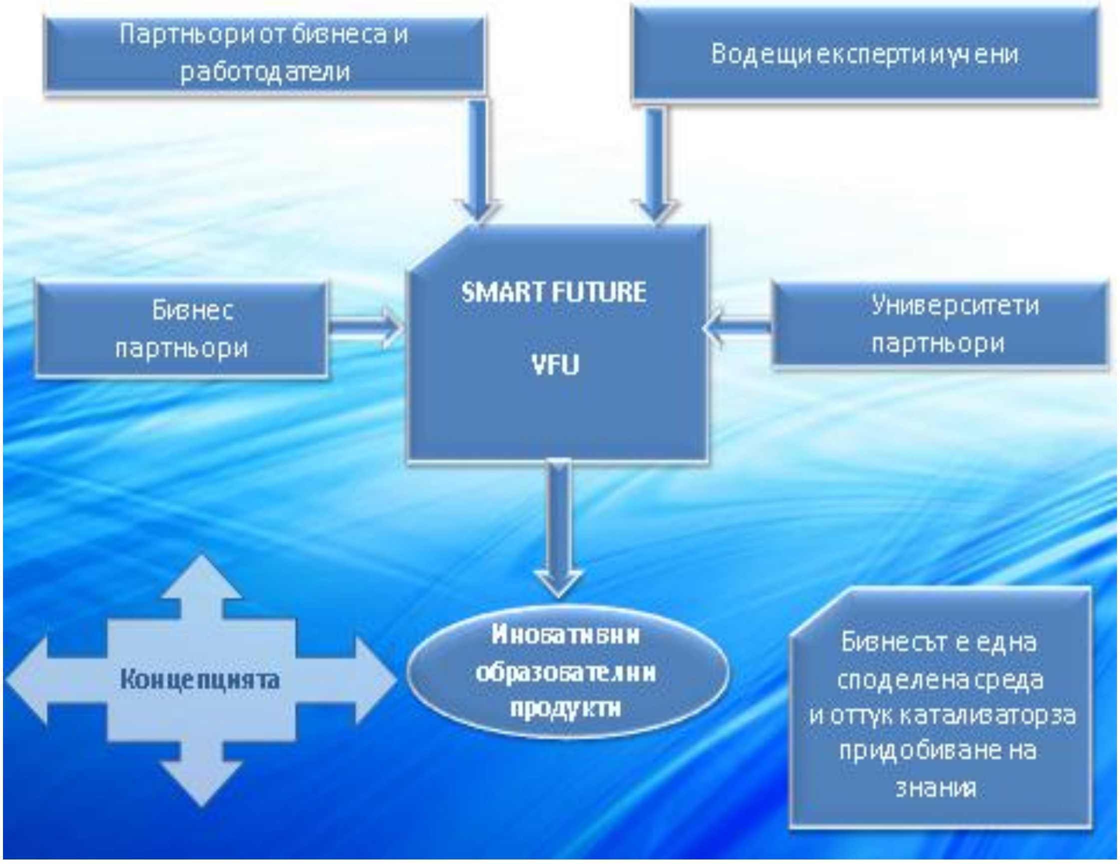


Рис.4. Элементы проекта Smart Future

/Перевод рисунка: Партнеры из бизнеса и работодатели; Бизнес партнеры; Концепция; Ведущие эксперты и ученые; Университеты-партнеры; Инновационные образовательные продукты; Бизнес–среда для совместного использования и, следовательно, катализатор приобретения знаний/

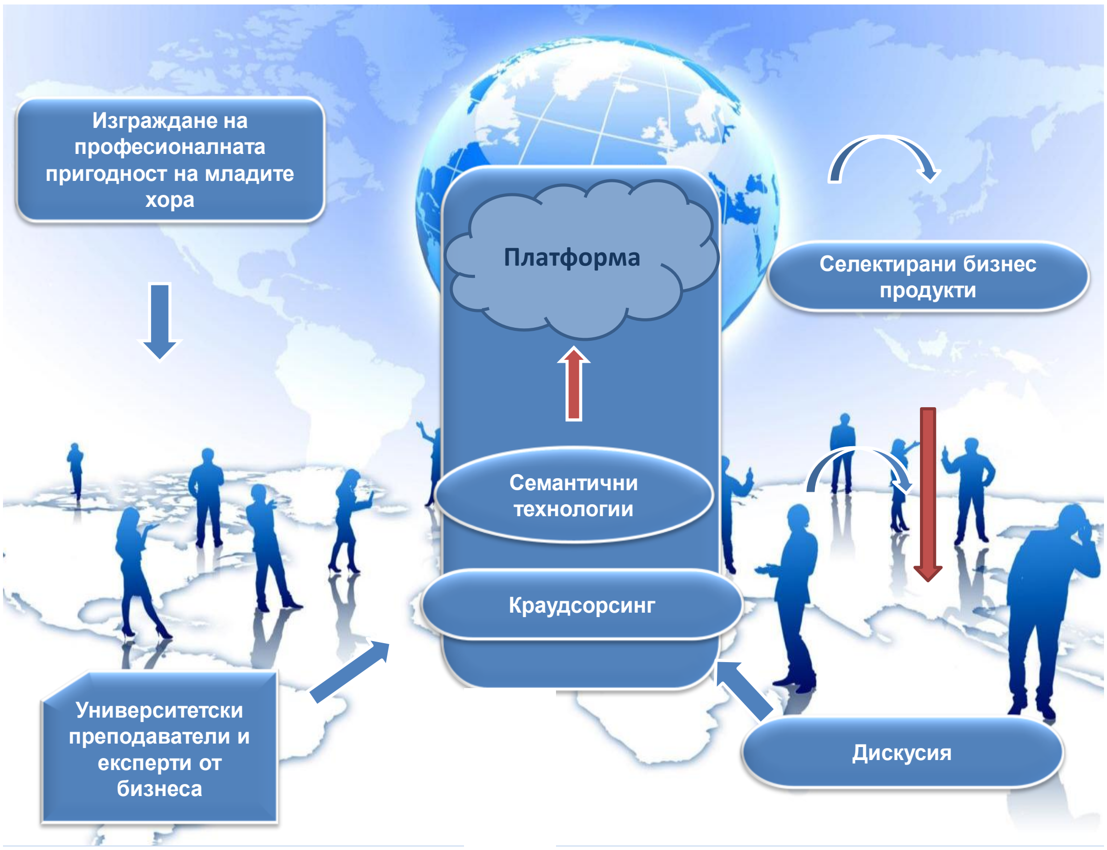


Рис. 5 Модель проекта Smart Future

/Перевод рисунка: Созидание профессиональной пригодности молодых людей; Университетские преподаватели и эксперты из бизнеса; Платформа; Семантические технологии; Краудсорсинг; Отобранные бизнес продукты; Дискуссия /

Дигитальная платформа направлена на использование преимуществ дуального образования как средства повышения профессиональной подготовки, поэтому проект использует опыт известных компаний. К тому же, мы обогащаем подход, реализуя проект о дуальном образовании в веб среде, предоставляя возможность студентам получить практические знания от мирового бизнеса посредством отобранных образовательных ресурсов.

В платформе представлены интегрированные образовательные ресурсы, представляющие собой набор интерактивных учебных материалов, университетских преподавателей, научных статей и комментариев экспертов со всего мира, а также и казусы из практики. Она предоставляет возможность для самостоятельной подготовки и проверки знаний посредством решения задач и тестов.

Платформа Smart Future будет непрерывно обогащаться развитием ее интеллигентных элементов, специфических для технологии WEB 3.0 семантических сетей.

Литература:

1. Dorothy Shamonsky, **Internet of Things vs. Internet of Everything** http://www.ics.com/blog/internet-things-vs-internet-everything - Last visited October 2016

2. Julie Kantor, Get Ready: What You Need to Know About the Internet of Things http://www.huffingtonpost.com/julie-kantor/get-ready-what-you-need-t_b_12387194.html - Last visited October 2016

3. Bernard Marr,Why the Internet of Things Will Change Every Job (Even Yours)

http://www.huffingtonpost.com/bernard-marr/why-the-internet-of-thing_b_9310048.html - Last visited November 2016
4. George Leopold, Survey: Big Data Goes Mainstream, January 11, 2016 https://www.datanami.com/2016/01/11/survey-big-data-goes-mainstream/ - Last visited November 2016
5. Jessica Davis, Big Data Goes Mainstream: What Now? http://www.informationweek.com/big-data/big-data-analytics/big-data-goes-mainstream-what-now/d/d-id/1323874 - Last visited November 2016
6. http://www.intelligenthq.com/innovation-management/innovation-creativity-and-cities/ - Last visited November 2016
7. http://www.bccresearch.com/pressroom/ias/as-smart-machine-technologies-evolve-market-charges-forward - Last visited November 2016
8. Sanjiv Ranjan Das, Computing power is driving machine learning and transforming business and finance, Finance & Development September 2016, p. 26-28 https://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/2016/09/pdf/fd0916.pdf - Last visited November 2016
9. Understanding the Cloud Computing Stack: SaaS, PaaS, IaaS, https://support.rackspace.com/white-paper/understanding-the-cloud-computing-stack-saas-paas-iaas/
10. Cătălin MAICAN, Radu LIXANDROIU, Rapid application development for a research information system: a case study, Bulletin of the Transilvania University of Braşov Series V: Economic Sciences • Vol. 8 (57) No. 1 - 2015 https://www.researchgate.net/publication/291806293_Rapid_application_development_for_a_research_information_system_a_case_study - Last visited October 2016
11. Ashok B Kulkarni &Valeri Pougatchev, ONLINE OPERATIONALISATION OF PROCESSES IN E-MANAGEMENT SYSTEM FOR A UNIVERSITY, International Journal of Information Technology and Knowledge Management, July-December 2011, Volume 4, No. 2, pp. 329-337 https://www.researchgate.net/publication/268359922_ONLINE_OPERATIONALISATION_OF_PROCESSES_IN_E-MANAGEMENT_SYSTEM_FOR_A_UNIVERSITY - Last visited November 2016

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОСВОЕНИЯ АРКТИЧЕСКИХ ЗОН

И.Б. Петров

Московский физико-технический институт (государственный университет), г.Долгопрудный, Россия
petrov@mipt.ru

Аннотация. В статье рассматривается программный комплекс, предназначенный для моделирования задач геомеханики и сейсмики на высокопроизводительных вычислительных системах. Программный комплекс разработан с использованием высокоточных вычислительных алгоритмов для решения пространственных задач сейсморазведки месторождений углеводородов, в том числе в шельфовых и арктических зонах, на высокопроизводительных вычислительных системах. Разрабатываемые методы позволят корректно описывать волновые процессы, происходящие в земной коре с

учетом многочисленных неоднородных включений (трещины, слоистость, карстовые образования и др.). Используются модели трещиноватых, слоистых, пористых геологических сред и предлагаются методы решения соответствующих многомерных динамических задач сейсморазведки в полноволновом приближении. Использование иерархических сеток с кратным шагом по времени и высокопроизводительных систем позволит описывать геометрии, максимально приближенные к реальным. Также разработаны распараллеленные алгоритмы для численного решения динамических пространственных задач на высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных системах.

Использование сеточно-характеристических методов с интерполяцией высоких порядков позволяет применять наиболее корректные вычислительные алгоритмы на границах и контактных границах области интегрирования, учитывать физику задачи (распространение разрывов вдоль характеристик). Использование полной замкнутой системы уравнений механики сплошных сред и характеристических методов позволит получить все характеристики сейсмических процессов (поля скоростей, поля напряжений, деформаций) и сопоставить расчетные и полевые сейсмограммы для последующего решения обратных задач, выявить закономерности поведения гетерогенных сред на основе численных экспериментов.

Отметим, что все вычислительные методы и программные комплексы ориентированы на решение прикладных задач газовой и нефтяной индустрии России.

Ключевые слова: сейсморазведка, вычислительная математика, сеточно-характеристический метод

COMPUTATIONAL PROBLEMS OF DEVELOPMENT OF THE ARCTIC

Abstract. In the paper, a software package designed for simulating problems of geomechanics and seismic methods for high-performance computing systems. The software complex is developed using high-precision computational algorithms for the solution of spatial problems of seismic prospecting of hydrocarbon deposits, including offshore and Arctic zones, in high-performance computing systems. The developed methods allow to describe correctly the wave processes occurring in the earth's crust with multiple inhomogeneous inclusions (cracks, laminations, karst formations, etc.). The models of the fractured, layered, porous geologic media and suggests methods of solving the corresponding multidimensional dynamic problems of seismic prospecting in full wave approximation. The use of hierarchical meshes with a multiple time step and high-performance systems will allow us to describe the geometry as close to real life. Also developed threaded algorithms for the numerical solution of dynamic spatial tasks on high-performance multiprocessor computer systems.

The use of grid-characteristic methods in interpolation of high order allows you to apply the most correct computational algorithms on the borders, and contact borders of the region of integration, to take into account the physics of the problem (propagation of discontinuities along characteristics). The use of full closed system of equations of continuum mechanics and characteristic of methods will allow all features of seismic processes, velocity field, stress field, deformation) and to compare the calculated and field seismograms for the subsequent solution of the inverse problem, to identify patterns of behavior of heterogeneous media on the basis of numerical experiments.

Note that all numerical methods and software complexes aimed at solving applied problems of gas and oil industry in Russia.

Key words: seismic exploration, computational mathematics, grid-characteristic method.

Многие природные воздействия на индустриальные объекты в Арктических зонах могут быть с высокой степенью достоверности численно промоделированы с помощью моделей механики сплошных сред, современных численных методов решения соответствующих систем уравнений в частных производных и корректно поставленных задач, а также с использованием высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных алгоритмов. Поскольку натурные эксперименты при изучении арктических процессов являются дорогостоящими, а порой труднодоступными, компьютерное моделирование представляется единственным реальным подходом. Внимание к освоению Арктического шельфа Российской Федерации объясняется серьезной необходимостью разведки и разработки месторождений нефти и газа, а также возможностью международного использования Северного морского пути. Так, на Арктическом шельфе России находятся восемь месторождений, открытых в 1983-1992гг. с оценками запасов, приблизительно в 2.7 трлн. $м^3$. Пять из восьми, наиболее крупных объектов, относится к объектам федерального значения: Ледовое. Лудловское, Мурманское в Баренцевом море, Поморское, Северо-Гуляевское в Печерском. Ленинградское, Русановское в Карском. Для добычи нефти в Печерском море установлена ледостойкая платформа Приразломная, для добычи газа разрабатывается проект Штокмановского месторождения в Баренцовом море. Для указанных месторождений требуется и уточнение выполненных ранее оценок запасов углеводородов. Существенным фактором, осложняющим добычу углеводородов в Северных морях, являются ледовые образования. Так, в Карском море почти круглогодично имеются дрейфующие льды, в Печерском и Баренцевом — айсберги и торосы, глубины этих северных морей в индустриальных зонах достигают 300 м [1]. Для транспортировки углеводородов делаются трубопроводы в северных районах России, в том числе, и в донных зонах. Очевидно, что для длительной эксплуатации промышленных газогидротехнических сооружений в сложной ледовой обстановке, необходимо уметь рассчитывать разные типы воздействий ледовых образований на объекты (платформа, трубопроводы, корабли ледового класса, причалы). Создание трассы Северного морского пути для транспортировки грузов из Европы в Америку, а также на дальний Восток, сокращает расстояние на 30-60%, а время транспортировки — приблизительно на 10 дней, если сравнивать с традиционными морскими путями (через Панамский и Суэцкий каналы). На сегодняшний день основной грузовой поток на этой трассе связан с доставкой никеля из порта Дудинка и составляет примерно 1,2 млн. тонн в год. Основные проблемы освоения Северного морского пути с протяженностью (2200-2900) морских миль) от Новой Земли до Берингова пролива) связаны со сложными ледовыми условиями и использованием мощных ледоколов, которые могут двигаться в условиях ледового покрова толщиной до 2 м (сейчас на трассе работают 7 ледоколов и дизель-электрические ледоколы) и судов ледового класса. Крупные ледовые образования зачастую представляет собой серьезные препятствия для этих кораблей. Крупные ледовые образования представляют также опасность для стационарных ледостойких платформ и поддонных трубопроводов [2,3]. Движение ледовых масс происходит под действием сил ветра и течений, ледяной покров характеризуется наличием айсбергов, торосов, дрейфующих льдов, трещин во льдах, разводьях [4-6]. Присутствие торосов существенно влияет на шероховатость поверхности льда и приводит к увеличению сил трения ветра и течений. Среднее расстояние между парусами торосов в различных районах Арктики составляет примерно 200-300 м, высота паруса тороса может достигать нескольких метров глубина — несколько десятков метров [7-9]. Задачам торошения льдов посвящены работы [10-12]. Характерные размеры айсбергов в несколько раз могут превышать характерные размеры торосов. Большую часть года, например, Печерское и Карское море покрыты дрейфующими льдами, скорость движения которых может превышать -,5 м/с, толщина ровного льда достигает 2 м, осадка торосов —

20 м. Таким образом, структура и параметры ледяного покрова Северных морей являются значимыми параметрами, определяющими экстремальные нагрузки на шельфовые стационарные и плавающие объекты нефтегазовой промышленности [13,14]. В связи с этим становится понятным важность решения проблемы моделирования динамических процессов, происходящих в водных и воздушных бассейнах Арктики с обработкой данных наблюдений и прогнозирование на этой основе динамики ледовой обстановки и дальнейшей оценки устойчивости стационарных платформ, поддонных трубопроводов, степени безопасности ледоколов и судов ледового класса [13,15]. Свою специфику в условиях Арктики имеет разведка углеводородов. В частности, одним из акустических слоев, через которые распространяются сейсмические сигналы, является море [15-16], другим — ледяной покров. Айсберги, торосы, дрейфующие льды, ледяной покров также вносят вклад в измеряемые или вычисляемые акустические отклики при сейсморазведке. При проведении геологоразведочных работ на суше необходимо учитывать влияние вечно мерзлоты. Кроме сейсморазведки, эффективный технологией представляется электроразведка углеводородов; обзор работ по этой тематике приведен в [13].

Таким образом, можно выделить некоторые важнейшие классы задач Арктической тематики, которые могут быть решены с помощью численного моделирования на высокопроизводительных вычислительных системах:

- моделирование взаимодействия различных ледяных образований (айсберги, торосы, дрейфующие льдины) со стационарными ледостойкими платформами, взаимодействия ледоколов и судов ледового класса с ледовыми образованиями, воздействия ледовых образований на поддонные трубопроводы; нейтрализация опасных, для стационарных и подвижных шельфовых индустриальных объектов, ледовых образований; моделирование процессов заторашивания стационарных ледостойких платформ, моделирование процессов образования крупных айсбергов, торосов, больших ледяных платформ
- расчет на прочность наземных трубопроводов, транспортировка углеводородов по трубопроводам, расчет стационарных платформ на устойчивость, расчет динамических процессов в водных и воздушных бассейнах Арктики с обработкой данных и их использования для прогнозирования динамики ледовой обстановки, расчет торошения в задачах динамики морского ледяного покров; задачи миграции крупных ледовых образований;
- прямые и обратные задачи сейсморазведки и электроразведки в условиях Арктики.

Определяющей системой уравнений для моделирования рассматриваемых процессов является система уравнений механики сплошных сред, в частности, твердого тела, акустики, гидрогазодинамики. Для численного решения соответствующих задач необходимо разрабатывать или применять адекватные современные вычислительные методы и алгоритмы для высокопроизводительных ЭВМ.

Литература

1.Новиков, Ю.Н., Гажула, С.В. Особенности оценки месторождений углеводородного сырья арктического шельфа России и их переоценки в соответствии с новой классификацией запасов // Нефтегазовая геология Теория и практика. 2008г., 3. С. 1-19.

2.Lee, S.G., Lun, S.H., Kong, G.Y. Modeling and simulation system for marine accident cause investigation. Collision and Graunding of Ships and Offsore Structure-Amdahl, Ehlers and Leira (Eds) // Taylor and France Group, London, ISBN 978-1-138-00059-9. – P. 39-47.

3.Bekker, A.T., Sabobash, O.A., Seliverstov, V.I., Koff, G.I., Pipko E.N. // Estimation of Lomit Loads on Engeneering Offshore Structures Proceeding of the Nineteenth International Offshore and Polar Engeneering Conference. Osaka, Japan, June 21-26, 2009. – PP. 574-579.

4.Jerome, Weiss. Drift, Deformation and Fracture of Sea Ise. // A perspective Across Scales. Springer 2013. – 83 p.

5.Pavlov, V., Pavlova, O., Korsnes, R. Sea ice fluxes and drift trajectories from potential pollution sources, computed with a statistical sea ice model of the Arctic Ocean // 2004. Journal of marine Systems, 48. – P. 133-157.

6.Konneth, E. Iseberg drift modeling and validation of applied metocean hindcust data // Cold Region Science and Technologhy. – 57 (2009). – PP. 67-90.

7.Бородачев, В.Е. Льды Карского моря // СПб. – Гидрометиздат,1998г. – 182с.

8.Garbrecht, T., Luphes, C., Augstein E., Wamser, C. Influence of a sea ice ridge on low-level airflow // J. Geophysics. Res. 1999y. Vol.104. PP. 2449-24507.

9.Shinohara, Y. A redistribution function applicable to a dynamic sea ice model. J. Geophysics // Res. 1999y. Vol.95. PP. 13423-13431.

10.Марченко, А.В. Модели торошения морских льдов // Успехи механики 2002г. №3. С. 67-129.

11.Shinohara, Y. A redistribution foundation ice model // J. Geophysics. Res. 1990y. Vol.95. PP. 13423-14431.

12.Gray, J. MTM, Killworth, P.D. Sea ice ridging schemes // J. Physics. Oceanogr. 1996y. Vol. 26. PP. 2420-2428.

13.Левченко, Д.Г., Закиров, А.В., Левченко, В.Д. Динамическое моделирование распространения низкочастотных сейсмоакустических полей в океанической среде // Доклады Академии Наук. 2010г. Т. 435. №4. — С. 544-547.

14.Жданов, М.С. Теория обратных задач и регуляризация геофизики. М. Научный мир. 2007г. — 710с.

15.Гольдштейн, Р.В., Осипенко, Н.М. Трещиностойкость и разрушения ледяного покрова ледоколами // Труды ААНИИ. 1986г. Т. 391. – С. 137-156.

16.Гольдштейн, Р.В., Осипенко, Н.М. Вопросы механики разрушения льда и ледяного покрова при анализе ледяных нагрузок // В сб. Вести газовой науки. Современные подходы и перспективные технологии в проектах освоения нефтегазовых месторождений российского шельфа. М. – Газпром. ВННИГАЗ, 2013г. №3 (4). – С. 104-112.

17.Петров, И.Б., Миряха, В.А., Санников А.В. Численное моделирование динамических процессов в твердых деформируемых телах разрывным методом Галёркина // Математическое моделирование. 2015г., Т.27. — С. 17-23.

18.Петров, И.Б., Фаворская, А.В., Санников, А.В., Муратов, М.В. Сеточно-характеристический метод на неструктурированных тетраэдральных сетках // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014г. Т.54. №5. – С. 85-96.

НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

В. М. Савчин

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия,
e-mail: vsavchin@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются вопросы численной реализации прямого вариационного метода для заданных задач с непотенциальными операторами.
Ключевые слова: вариационные методы, непотенциальные операторы

NONCLASSICAL VARIATIONAL PROBLEMS AND APPROXIMATE SOLUTIONS

V.M.Savchin
Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
e-mail: vsavchin@yandex.ru
Abstracts. There are considered some aspects of numerical realization of the direct variational method for the given problems with nonpotential operators.
Key words: *variational methods, nonpotential operators*

Постановки многих прикладных задач приводят к краевым задачам с непотенциальными операторами. За последние годы получили развитие методы решения обратных задач вариационного исчисления (ОЗВИ) для различных классов дифференциальных уравнений [1,2]. При этом в терминах необходимых и достаточных условий было доказано, что в рамках общепринятых функционалов Эйлера решения ОЗВИ могут не существовать. Однако, если расширить класс функционалов, то становится возможным получение вариационной формулировки исходной краевой задачи. При этом, естественно, возникает вопрос об отыскании таких функционалов.

Для заданного уравнения

$$N(u) = 0, \quad u \in D(N),$$

где $N: D(N) \subseteq U \to V$ - дифференцируемый по Гато оператор; U, V - действительные линейные пространства, задача может быть сведена к нахождению, вообще говоря, локальной билинейной формы $\langle \cdot,\cdot \rangle_u : V \times U \to R$ и вспомогательного линейного оператора B таких, чтобы выполнялось условие потенциальности вида

$$\langle N'_u h, Bg \rangle_u + \langle h;\, N(u), Bg \rangle_u = \langle N'_u g,\, Bh \rangle + \langle g;\, N(u),\, Bh \rangle_u$$
$$\forall u \in D(N),\ \forall g,h \in D(N'_u, B) = D(N'_u) \cap D(B).$$

Здесь $\langle g;\, v,\, h \rangle_u = \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\varepsilon}\left[\langle v,\, h \rangle_{u+\varepsilon g} - \langle v,\, h \rangle_u \right]$, N'_u — производная Гато оператора N в точке $u \in D(N)$.

В этой связи представляет значительный практический интерес применение найденных функционалов для отыскания приближенных решений поставленных задач. Этот вопрос оставался не исследованным. Поэтому вполне логично было начать серию численных экспериментов в этом направлении, причем для сравнительного анализа естественно было начать с задачи с непотенциальным оператором, но допускающей вариационную формулировку с помощью отыскиваемого вариационного множителя, и, в то же время, для которой можно получить вариационную формулировку с использованием неэйлерового функционала.

В докладе приводится также одна численная реализация вариационного метода для простейшего линейного обыкновенного дифференциоального уравнения с непотенциальным оператором, подтверждающая возможность эффективного применения таких функционалов для получения приближенных решений с высокой степенью точности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00450-а).

Литература

1. Филиппов В.М., Савчин В.М., Шорохов С.Г. Вариационные принципы для непотенциальных операторов// Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Новейшие достижения. М.: ВИНИТИ, 1992. Т.40.
2.Budotchkina S.A., Savchin V.M. Indirect variational formulations for operator equations// Journal of Function Spaces and Applications, 2007. Vol.5, №3. P.231-242.
3.Савчин В.М., Будочкина С.А.Об инвариантности функционалов и соответствующих им уравнений Эйлера-Лагранжа // Известия вузов. Математика, 2017, №2, с. 58-64. (в печати).

О РЕАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Семенов А.Л.

МГУ, Москва, Россия

e-mail: alsemenov@mpgu.edu

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации, принятой в конце 2013 г. В частности, рассматриваются тенденции в развитии нормативной базы, ЕГЭ, подготовке учителей, создании научно-образовательных математических центров.

Ключевые слова: математическое образование, образовательные стандарты, ЕГЭ, подготовка учителей, научно-образовательные математические центры

IMPLEMENTATION OF THE CONCEPTUAL FRAMEWORK FOR RUSSIAN MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract. In December 2013 the conceptual framework for Russian mathematical education was approved by the Federal Government. Major developments based on the framework are outlined and discussed in the paper, including these of unified examination, pre-service training of teachers, etc.

Key words: mathematical education, educational standards, teacher training, centers of excellence in math research and education

Концепция развития математического образования в Российской Федерации (далее – Концепция, [1]) утверждена распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. №

2506-р. В последующие годы эта концепция задала формат, использованный в ряде концептуальных документов для других образовательных областей.

Концепция разрабатывалась в соответствии с Указом Президента РФ (майским 2012 г.) в период, когда в стране начали действовать Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) для разных уровней образования. ФГОС, задавая прогрессивный в целом вектор развития образования, были сформулированы весьма общим образом. В этот период создание концепции, которая, не противореча ФГОС, задает более четкие ориентиры, было особенно важным.

Также важно, что в обсуждении Концепции приняли участие сотни учителей, преподавателей вузов, управленцев. Проект документа неоднократно обсуждался на заседаниях НМС по математике при Минобрнауки России.

На следующем, после принятия ФГОС и Концепции, этапе уточнения содержания образования, в стране прошло широкое обсуждение примерных программ по различным предметам, охватившее тысячи участников и по математике. Это обсуждение было организовано по заданию Минобрнауки России Московским городским педагогическим университетом. При этом участники учитывали положения Концепции. Одним из итогов обсуждения было принятие двухуровневой примерной программы по математике для основной школы. Данное решение имеет принципиальную важность. Дело в том, что до этого официально считалось, что содержание образования и требования к уровню подготовки выпускников основной школы одни и те же для всех школ. Стандарт был единым для всех основных школ. При этом, де факто, существовали школы с углубленным изучением отдельных предметов, например, в 7-9-ом классах. Принятие двух примерных программ по математике (базовой и углубленной) создало важный прецедент.

Еще один важный прецедент был создан в результате принятия двух вариантов экзамена для ЕГЭ по математике, что в течение ряда лет предлагали и вузовские математики и школьные. (Еще более естественно было бы наличие этих двух вариантов для экзамена по русскому языку.) Профильный (углубленный) вариант экзамена по математике важен еще и по причине, которую мы сейчас поясним.

Совершенно ясно, что ЕГЭ не только объективный измеритель результатов обучения по данному предмету, и даже не, что было бы лучше, компетентности в данном предмете, которая достигнута выпускником, благодаря всей его учебе в школе и не в школе. Важность ЕГЭ (со знаком + или -) для общества, в не меньшей степени – это влияние экзамена на содержание образования. При этом, под содержанием мы понимаем, конечно, не просто список тем, а и то, что именно требуется и проверяется в качестве результата, например, подробное доказательство в решении новой для студента геометрической задачи, или знание, «близко к тексту» доказательства теоремы из учебника, или умение выбрать правильный числовой ответ из вариантов, предложенных в задании. Так вот, хотим мы этого, или не хотим, учить будут тому, «что спрашивают на экзамене». Одним из основных дефектов ЕГЭ, как экзамен был построен с самого начала, было игнорирование данного очевидного обстоятельства. Результаты, в области математики, не заставили себя долго ждать. ЕГЭ был спроектирован по «алгебре и началам анализа» и включал значительной количество заданий «с выбором ответа». Реально преподаваемая в школах математика немедленно начала перестраиваться. В частности, начал резко снижаться объем геометрии и т. д. Благодаря, в частности, усилиям автора настоящих строк, этот процесс удалось остановить, геометрия вернулась и т.д. Однако не вся проблема решена.

С самого начала одним из элементов системы ЕГЭ была публикация (в интернете) в начале учебного года т. н. «демонстрационной версии ЕГЭ». Такая публикация полезна, она дает представление выпускникам и учителям о том, как выглядит «реальный ЕГЭ», какой сложности в нем задания и т. д. Однако, учителя немедленно обнаружили, что задания в реальном ЕГЭ очень похожи на эту «демоверсию». Это значило, что надо сосредоточиться на решении именно задач из демоверсии и похожих на них задач из многочисленных тренировочных «пособий по ЕГЭ», отложив в сторону обычные школьные учебники (задачники). Происходило то, что в просторечии называется «натаскиванием». Конечно, такая ситуация определяется не тем, что составителям вариантов «лень придумывать» разнообразные задачи, и даже не желанием гарантировать равную сложность заданий в одной и той же позиции – «равноправие вариантов». Причина в том, что реальное разнообразие приводило бы к значительному падению результатов ЕГЭ. А экзамен и так постоянно критикуется за чрезмерную простоту заданий и низкое число задач, достаточных для преодоления минимального порога. (Удивительно, что за это ругают именно ЕГЭ, а не преподавание математики в школе, как оно сложилось независимо от ЕГЭ.)

В профильном (повышенной сложности) ЕГЭ по математике наметился существенный отход от данной практики. Здесь задания в ряде позиций обладают разумным разнообразием. Естественно, что это привело к критике со стороны учителей. Эта критика будет учтена, но не в направлении снижения разнообразия, а в направлении снижения технической сложности экзаменационного варианта.

ЕГЭ по математике будет совершенствоваться и дальше. При этом все существенные изменения будут планироваться и обсуждаться за 4-5 лет до своей реализации. Одним из желательных направлений, опробованных в 9 классе, была бы система оценивания, существенным образом стимулирующая подготовку по всем разделам (в 9-ом классе – это арифметика и алгебра, геометрия, реальная математика). Будет осуществлен и постепенный уход от демоверсии в направлении разнообразия реальных вариантов. О других проблемах и перспективах см. [2].

ЕГЭ – лишь один элемент, обеспечивающий качество образования. Но ключевым элементом является подготовка учителя. В трех направлениях Концепции, от направления «Кадры» зависит улучшение ситуация и в направлении «Мотивация» и в направлении «Содержание». Сегодня в стране идет процесс модернизации педагогического образования. Одним из основных принципов модернизации является сближение педагогического образования со школой. В частности, практическая работа в школе, включая ведение кружков, занятия с отстающими, проверка домашних заданий, и, конечно, самостоятельное проведение уроков – необходимый элемент подготовки учителя. Сегодня практика особенно эффективна, поскольку работа студента и отдельные элементы работы учителя, учащихся записываются с помощью портативной видео-камеры с микрофоном или качественного мобильного телефона. Потом эти записи служат материалом для анализа, на них строится изучение педагогики, психологии, методики. Более того, не только работа в основной и старшей школе, но и практика в детском саду и в начальной школе для будущего учителя математики очень полезна для понимая того, откуда берутся проблемы в дальнейшем обучении ребенка. Не менее важно постоянное решение задач, прежде всего – из школьной математики, в зоне ближайшего развития студента. Такое решение и его анализ, рефлексия необходимы для будущего учителя и должны составлять, вместе с практикой, основную часть предметной подготовки.

Естественно спросить: «А как же с университетской математикой?». Где же высшая алгебра, математический анализ и т. д.? Отвечу. Мы против того, чтобы требовать от студентов изложения выученных (часто – списанных) плохо усвоенных доказательств теорем из курсов классических университетов, закрывая глаза на то, что они не могут решить несложные задачи школьного курса (пусть, даже, и из ЕГЭ). Мы за то, чтобы все то, что считается освоенным студентом, было им *реально* освоено. Это требование академической честности выглядит тривиальным, но выполняется не так уж часто.

При этом необходимо обеспечить возможность для способных студентов получать помощь в освоении интересующих их разделов математики. Это может быть сделано с использованием открытых образовательных ресурсов интернета в сочетании с индивидуальным консультированием, которое могут обеспечить работники педагогического университета, а, при необходимости и (дистанционно) работники других вузов в рамках сетевых программ.

Особую важность приобретает математическая подготовка учителей начальной школы. Мы часто слышим от учителей математики, что именно там лежит корень проблем. Именно там появляются существенные пробелы в элементарной математической грамотности, порождающие представления о наличии детей, «не способных к математике» (именно – к математике), которые отрицаются Концепцией, навешивается «научный» ярлык «дискалькулии». Внимание к такой подготовке отнюдь не означает, что будущим учителям начальной школы нужно преподавать аналитическую геометрию, или тренировать их на решение тригонометрических неравенств. Важнейшим элементом их подготовки является формирование умения определять, в чем именно состоит трудность в решении данной задачи данным ребенком и в чем общие проблемы данного ребенка в математике. Одним из элементов такого формирования является решение студентом широкого круга задач начальной школы, включая «олимпиадные» (например, «Кенгуру», «Квантик») и наблюдение за реальными или моделируемыми трудностями в таком решении.

В работе, которую мы ведем по заданию Минобрнауки России, будущее содержание математического образования строится как значимое вне математики. Это значит, что стратегии решения задач, вырабатываемые на математическом материале, будут применяться в широком круге ситуаций. При этом мы опираемся на российскую и мировую традицию и практику, выраженную в афоризме, приписываемом Ломоносову: «Математику для того учить стоит, что она ум в порядок приводит.», и где следует упомянуть и Пуанкаре, Фрейденталя, Лакатоша, Пойя и т. д.

Как подчеркивается в Концепции, существенная доля математической деятельности человечества – это работа в сфере IT. Интеграция математики и информатики в начальной школе, реализованная в ФГОС, и часто осуществляемая в реальном образовании, служит основой для соответствующей ориентации учащихся. В частности, возможен подход, где учащиеся постоянно включены в решение учебных программистских задач, постепенно становящихся уже производственными, одновременно в изучение новых элементов программирования и в обучение информатике младших. Эта идея активно продвигается в различных странах союзом World Information Technology and Services Alliance (WITSA) [3]. С другой стороны, в РФ принята Новая технологическая инициатива (НТИ) [4]. Сейчас разрабатывается Концепция изучения технологии в школе, где последовательно реализуется связь современных технологий, прежде всего – информационных с основными предметами естественно-математического цикла.

Говоря о необходимости лидеров, Концепция предлагает создание ряда научно-образовательных центров высшего уровня, реально не уступающих ни в каком отношении лучшим мировым. Последнее означает соответствующий уровень оплаты и условий жизни для ведущих мировых математиков, их коллег и российских специалистов различных категорий, инфраструктуру и т. д. Эти центры будут работать в определенной степени подобно Принстонскому институту перспективных исследований, аналогичным центрам Европы, Индии, Китая и т.д. Такие центры будут созданы, при участии федерального бюджета, в Санкт-Петербурге, Москве, Новосибирске, Казани. За счет средств регионов они будут создаваться также в Уфе и Екатеринбурге.

Литература

1. Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р, Концепция развития математического образования в Российской Федерации; http://минобрнауки.рф/документы/3894
2. Алексей Семенов, ЕГЭ по математике. Перезагрузка// «Учительская газета», №49 от 9 декабря 2014, http://www.ug.ru/archive/58474

3. Формирование инновационного подхода к обучению программированию для мобильных устройств на платформе Androidx, http://elib.bsu.by/handle/123456789/100064
4. Национальная технологическая инициатива, http://asi.ru/nti/

ТОНКИЕ ПЛЕНКИ АКТИВНЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЙ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ: МЕТОД ХИМИЧЕСКОГО ОСАЖДЕНИЯ ИЗ РАСТВОРОВ

А. С. Сигов

Московский технологический университет (МИРЭА)

Аннотация. Представлен обзор методов получения результатов исследования структуры и свойств тонких пленок диэлектрических материалов, используемых в качестве активных элементов гетероструктур в современной микро-, наноэлектронике. Показано, что по ряду параметров предпочтение может быть отдано получению пленок с помощью метода химического осаждения из растворов. Рассмотрены разные типы ячеек памяти на основе сегнетоэлектриков и мультиферроиков, а также микроэлектромеханические устройства. Выделены сегнетоэлектрические материалы, обладающие наибольшими перспективами для использования в микроэлектронике. Описаны сегнетоэлектрические наноструктуры, приготовленные на базе матриц пористого кремния и оксида алюминия. Продемонстрированы возможности золь-гель метода для получения диэлектрических пленок с низкой диэлектрической проницаемостью и рассмотрено использование таких материалов для межслойной планаризации в многослойных интегральных схемах.
Ключевые слова: тонкие пленки, диэлектрики, сегнетоэлектрики.
Abstract. Results of investigations go as methods for preparation thin films of dielectric materials are considered.
Key words: thin films, dielectrics, ferroelectrics, multiferrous.

VLASOV-POISSON EQUATIONS IN KINETIC THEORY OF HIGH TEMPERATURE PLASMA

A.L. Skubachevskii

RUDN University, Moscow, Russia
e-mail: skub@lector.ru

A mathematical model of high temperature rarefied plasma in thermonuclear fusion reactor is described by the Vlasov-Poisson equation. If considerable number of charged particles reach the wall of the vacuum chamber of the reactor, then either the reactor wall will be destroyed, or the high-temperature plasma will be cooled. To obtain plasma confinement an external magnetic field is used. We consider a two-component rarefied plasma with external magnetic field in infinite cylinder. It is proved that for sufficiently strong magnetic field and sufficiently small initial density distribution functions the Vlasov-Poisson system has a unique classical solution with support being at some distance from the boundary.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project No. 16-01-00450A.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМАХ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ СЛОИСТЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Ю.И. Худак
Московский технологический университет, Москва, Россия
e-mail: hudak@mirea.ru

Аннотация. Представлена система математических понятий, позволяющая с единых позиций теории почти-периодических функций рассматривать прямые, оптимизационные и обратные задачи электродинамики слоистых диэлектриков.

Ключевые слова: Прямая задача, электродинамические параметры системы, матрица передачи, представление элементов матрицы передачи, спектральные характеристики, почти-периодическая функция, точные оценки, задачи просветления, обратные задачи.

ON THE MATHEMATICS PROBLEM OF MULTILAYERED DIELECTRIC SYSTEMS IN THE CLASSICAL ELECTRODYNAMIC

Abstract. The system of mathematical notions enabling uniform representation and solution of direct, optimization and inverse problems in electrodynamics of layered dielectric media using quasi-periodic functions is proposed.

Key words: Direct problem, electrodynamics parameters of systems, transfer matrix, representation of elements for transfer matrix, spectrum characteristics, almost periodic function, precise estimation, antireflection coating problems, inverse problems.

0. Введение. Современное прикладное ***математическое***[1] исследование, предполагает наличие нескольких компонент:

1°. ***Математической постановки*** задачи.
2°. ***Фиксации классов функций***, оптимальных для рассматриваемой проблемы.
3°. ***Фиксации*** зависящих от задачи математических ***методов*** ее решения.
4°. ***Фиксации*** достигнутых ***результатов***.

По теме доклада будут рассмотрены ***три класса*** задач и результатов:

А. ***Прямые*** (одна задача, разобранная так подробно, как это ***необходимо*** для исследования других классов задач).
Б. ***Обратные*** (одна задача, демонстрирующая базовый ***подход***).
В. ***Оптимизационные*** (набор задач, принципиальных для теории и практики).

Теперь — о заявленных принципах:

1°. ***Математические постановки*** задач ***даны*** там, где используются.
2°. Класс функций, ***связанный*** с задачами МДС, — ***почти-периодические функции частоты*** и его подкласс — ***тригонометрических полиномов***.
3°. ***Предъявлены методы*** решения задач оптимизации и обратной задачи.
4°. Основные ***результаты указаны*** в конце доклада.[2]

---

[1] Выделенные жирным курсивом слова относятся к ***базовым*** понятиям.

[2] Настаивать на абсолютной новизне ***всех*** приводимых результатов невозможно (ввиду огромного объема литературы), но достаточным основанием для утверждения о новизне ***большинства*** вводимых понятий и теорем могут служить последние версии ***учебников*** по оптике, в которых подобные подходы отсутствуют.

1. Определение. Электромагнитное поле (**ЭМП**) ***гармонически*** зависит от времени, если: $\vec{E} = \vec{u} \cdot \exp(-i\hat{\omega}t)$, $\vec{H} = \vec{v} \cdot \exp(-i\hat{\omega}t)$, где $\vec{u}, \vec{v}$ комплексные ***амплитуды*** полей $\vec{E}, \vec{H}$ зависят от точки $M \in \mathbb{R}^3$, определяемой радиус-вектором $\vec{r}$.

Уравнения Максвелла для $\vec{u}, \vec{v}$ имеет вид: $\mathbf{rot}\vec{u} = i\omega \cdot \mu\vec{v}$, $\mathbf{rot}\vec{v} = -i\omega \cdot \varepsilon\vec{u}$.

Определение. Рассматриваемое во всем $\mathbb{R}^3$ ***решение*** уравнений Максвелла вида: $\vec{u} = \vec{a}\exp i\omega(\vec{k}, \vec{r})$, $\vec{v} = \vec{b}\exp i\omega(\vec{k}, \vec{r})$, где $(\vec{k}, \vec{r})$ – скалярное произведение в $\mathbb{R}^3$, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{k}$ — ненулевые постоянные векторы, назовем ***плоской волной*** (**ПВ**), а $\vec{k}$ — ее ***волновым вектором***.

Определение. Система N магнитодиэлектрических слоев (**МДС**), задается вектором ***физических*** параметров: $\vec{z} \stackrel{def}{=} (\varepsilon_0, \mu_0; \ldots; \varepsilon_j, \mu_j, h_j; \ldots; \varepsilon_{N+1}, \mu_{N+1})$, куда под номерами 0 и $N+1$ "включены" — левое и правое полупространства.

Подвекторы $\vec{z}$ – $\vec{\varepsilon} \stackrel{def}{=} \{\varepsilon_j\}$ — ***диэлектрической*** и $\vec{\mu} \stackrel{def}{=} \{\mu_j\}$ — ***магнитной проницаемостей*** $(j = 0, \ldots, N+1)$ определяют кусочно-постоянные функции в направлении нормали к слоям, а подвектор – $\vec{h} \stackrel{def}{=} \{h_j\}$ — ***толщины*** N слоев.

2. Прямая задача (физическая постановка). Считая, что в **МДС** существует плоское электромагнитное поле (**ПЭМП**), параллельное плоскостям системы, зависящее от времени, как $e^{-i\omega t}$, **найти** "распределение" **ПЭМП** в каждом из слоев.

В слоях **МДС** уравнения Максвелла ***эквивалентны*** дифференциальным уравнениям: $u_j{}'_x(x) = i\omega\mu_j v_j(x)$, $v_j{}'_x(x) = i\omega\varepsilon_j u_j(x)$, где $\vec{u}_j^\top \stackrel{def}{=} (u_j(x), v_j(x))$ – ***амплитуды*** напряженностей электрического и магнитного полей.

Для $\vec{u}_j$ должны выполняться ***электродинамические*** "граничные" условия:

$$\vec{u}_j(a_j - 0) = \vec{u}_{j+1}(a_j + 0), \quad j = 0, 1, \ldots, N \tag{1}$$

Математическая постановка прямой задачи состоит в нахождении решений уравнений Максвелла, удовлетворяющих условиям (1).

3. Решение прямой задачи.

Подставляя ***общее*** решение дифференциальных уравнений в (1), получим ***основную*** систему $2(N+1)$ линейных уравнений относительно $2(N+2)$ неизвестных – $\vec{c}_j$:

$$B_j\vec{c}_j = B_{j+1}\hat{C}_{j+1}\vec{c}_{j+1}, \quad B_j \stackrel{def}{=} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p_j & -p_j \end{pmatrix}, \quad \hat{C}_j \stackrel{def}{=} \begin{pmatrix} \exp[-i\omega\nu_j] & 0 \\ 0 & \exp[i\omega\nu_j] \end{pmatrix},$$

которая с использованием ***матриц передачи*** j-го слоя **МДС**: $T_j = B_j^{-1}B_{j+1}\hat{C}_{j+1}$ приводится к ***эквивалентному*** виду:

$$\vec{c}_j = T_{j+1}\vec{c}_{j+1}, \quad (j = 0, 1, \ldots, N), \quad T_{N+1} \equiv B_{N+1}. \tag{2}$$

Решение системы (2) ***двухпараметрическое***, т.к. зависит от вектора $\vec{c}_{N+1}$ и получается подстановкой решения каждого последующего уравнения в предыдущее.

Выражение $\vec{c}_0$ имеет вид:

$$\vec{c}_0 = T\vec{c}_{N+1}, \quad T \stackrel{def}{=} \prod_{j=1}^{N+1} T_j \text{ — \textbf{\textit{матрица передачи системы}} слоев} \tag{3}$$

Замечание. В записи решения прямой задачи участвуют только вполне определенные комбинации физических параметров **МДС**.

Определение. Вектор $\vec{w} \overset{def}{=} (\theta_1, \nu_1; \ldots; \theta_N, \nu_N; \theta_{N+1})$ будем называть вектором ***электродинамических*** параметров **МДС**, где подвектор $\vec{\theta} \overset{def}{=} \{\theta_j\}$, $\theta_j \overset{def}{=} \frac{p_j}{p_{j-1}}$ $(j = 1, 2, \ldots, N{+}1)$ (а, иногда, $\vec{q} \overset{def}{=} \{q_j\}$ $q_j \overset{def}{=} \frac{1-\theta_j}{1+\theta_j}$, $|q_j| < 1$), — ***параметры Френеля* МДС**, $\vec{p} \overset{def}{=} \{p_j\}$, $p_j \overset{def}{=} \left(\frac{\varepsilon_j}{\mu_j}\right)^{1/2}$, $p_j > 0$ — вектор ***материалов*** и $\vec{\nu} \overset{def}{=} \{\nu_j\}$, $\nu_j \overset{def}{=} n_j \cdot h_j$, $n_j \cdot h_j > 0$ — ***электрических толщин*** слоев, где $n_j \overset{def}{=} (\varepsilon_j \cdot \mu_j)^{1/2}$ — коэффициент преломления j-ой среды $(j = 1, 2, \ldots, N)$.

Замечание. При ***дополнительных*** условиях: $c_1^{(N+1)} = 0$ – ***отсутствия отражения*** на $+\infty$ и $c_0^{(N+1)} = 1$ – ***нормировки*** решения ***по прохождению***, решение (2) ***единственно***. При этом $\vec{c}_0$ совпадает с первым столбцом матрицы передачи T.

4. ***Экспоненциальные представления*** для элементов $\boldsymbol{\tau}_{j_0 j_{N+1}}(\omega; \vec{p}, \vec{\nu})$ матрицы передачи T, дают выражения комплексных амплитуд прямой $(j_0 = 0)$ и отраженной $(j_0 = 1)$ волн в левом полупространстве в виде тригонометрических ***полиномов***:

$$c_{j_0}(\omega) = \sum_J Q_J(\vec{\theta}) \exp\left(-\, i\Lambda_J \omega\right), \tag{4}$$

где суммирование идет по двоичным подвекторам $J = (j_0; j_1, \ldots, j_N; j_{N+1})$, $j_k = 0, 1$, $k = 1, \ldots, N$ при фиксированных значениях координат: $j_0 = 0, 1$, $j_{N+1} = 0$.

Показатели Фурье – $\Lambda_J(\vec{\nu})$ в (4) зависят от $\vec{\nu} = (\nu_1, \ldots, \nu_N)$:

$$\Lambda_J(\vec{\nu}) = \sum_{k=1}^{N} (-1)^{j_k} \nu_k\,. \tag{5}$$

А ***коэффициенты Фурье*** – $Q_J(\vec{\theta})$ в (4) зависят $\vec{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_{N+1})$:

$$Q_J(\vec{\theta}) = \prod_{k=1}^{N+1} \frac{1 + (-1)^{j_{k-1} \oplus j_k}\, \theta_k}{2}. \tag{6}$$

Определение. Формулы (4) позволяют ввести выражения для ***амплитудного коэффициента отражения*** $r_j(\omega) \overset{def}{=} \frac{c_1(\omega)}{c_0(\omega)}$ и ***энергетического коэффициента отражения*** $R_j(\omega) \overset{def}{=} |r_j(\omega)|^2$ j-го слоя системы.

Замечание. Обоснованием математической ***корректности*** предыдущего определения является нижеследующая лемма.

Лемма. Свойство ***инвариантности*** матриц T_j: $T_j^* J T_j = \theta_j J$, $J = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{smallmatrix}\right)$ дает ***энергетические*** соотношения: $|C_0^{(k)}(\omega)|^2 - |C_1^{(k)}(\omega)|^2 = \Theta_k$, $\Theta_k = p_{N+1}/p_{N-k}$, $k = 0, \ldots, N$, $\left(\Theta_N = \Theta \overset{\mathrm{def}}{=} p_{N+1}/p_0\right)$, а при $k = N$ — закон сохранения энергии:

$$\mathbf{R}_N(\omega) + \mathbf{T}_N(\omega) = 1\,, \quad \text{где} \quad \mathbf{R}_N(\omega) = \frac{|C_1^{(N)}(\omega)|^2}{|C_0^{(N)}(\omega)|^2}\,, \quad \mathbf{T}_N(\omega) = \frac{\Theta}{|C_0^{(N)}(\omega)|^2}\,, \tag{7}$$

— энергетические коэффициенты отражения и пропускания N-слойной системы.

5. Порождающие функции. ***Преобразование***:

$$\vec{t} = \boldsymbol{\vec{\nu}} \cdot \omega\,, \quad \boldsymbol{\vec{\nu}} - \textit{\textbf{порождающий}}\ \text{вектор}\ \textbf{МДС} \tag{8}$$

приводит (4) к 2π-периодическим по каждой переменной $t_k,\ k = 1, \ldots, N$ ***порождающим функциям***, N-мерный куб периодов которых обозначим — T^N:

$$\boldsymbol{\tau}_{j_0 j_{N+1}}(\vec{t}) = \sum_J Q_J(\vec{\theta}) \exp\left(-i\Lambda_J(\vec{t})\right), — \text{"}\mathbf{exp}\text{" представление} \tag{9}$$

Выражения (9) имеют ***алгебраическую форму*** $\boxed{\boldsymbol{\tau}_{j_0}(\vec{t}) = u_{j_0}(\vec{t}) - iv_{j_0}(\vec{t})}$:

$$\boldsymbol{\tau}_{j_0}(\vec{t}) = \sum_L (-i)^{\|L\|} \boldsymbol{\alpha}_L \Psi_L,\ \Psi_L = \prod_{k=1}^{N} x_k^{\bar{l}_k} y_k^{l_k},\ x_k = \cos t_k, y_k = \sin t_k, \|L\| = \sum_{k=1}^{N} l_k, \tag{10}$$

сумма в (10) по двоичным векторам $L = (l_1, \ldots, l_N)$, а $\boldsymbol{\alpha}_L$ определяются формулой:

$$\boldsymbol{\vec{\alpha}} = \boldsymbol{\mathcal{H}}\boldsymbol{\vec{Q}},\ \boldsymbol{\mathcal{H}} - \text{матрица Адамара и векторы } \boldsymbol{\vec{\alpha}}, \boldsymbol{\vec{Q}} \text{ имеют размерность } 2^N \tag{11}$$

Определение. Коэффициенты $\boldsymbol{\alpha}_L$ в (10), (11) будем называть ***вычислительными параметрами*** **МДС**.

Для ***вычислительных параметров*** справедливы формулы:

$$\begin{gathered} \alpha_I = 1/2\left(\tau_{L_0} + (-1)^{j_0}\tau_{\bar{L}_0}\right), \qquad \tau_{L_0} = \prod_{k=1}^{N} \theta_k^{l_k^{(0)}}, \\ L_0 \overset{def}{=} \vec{L}_0 = \left(l_1^{(0)}, \ldots, l_N^{(0)}\right),\ \ l_s^{(0)} \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{s} i_k, \quad s = 1, \ldots, N, \quad I \overset{def}{=} \vec{I} = (i_1, \ldots, i_N) \end{gathered} \tag{12}$$

7. Профилирующие функции

Определение. Назовем ***профилирующими функциями*** **МДС** квадраты модулей элементов первого столбца матрицы T: $F_{\vec{p}}^{(l)}(\vec{t}) \overset{\text{def}}{=} |C_{(l)}^{(0)}(\vec{t})|^2,\ l = 0, 1.$

В силу (7) $F_{\vec{p}}^{(0)}(\vec{t}) = F^{(1)}\,\vec{p}(\vec{t}) + \Theta.$

***Точные, неулучшаемые на классе* МДС,** оценки $F_{\vec{p}}^{(l)}(\vec{t})$ дают неравенства:

$\boxed{\max\limits_{\vec{t}} F_{\vec{p}}^{(l)}(\vec{t}) \leqslant \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\left[\mathbf{A} + (-\mathbf{1})^{\mathbf{j_0}}\mathbf{B}\right] = \max\limits_{0 \leqslant k \leqslant 2^N} \left\{\left[\alpha_k^{(l)}\right]^2\right\},\ l = 0, 1,}$ где $\mathbf{A} = \prod\limits_{\{\theta_\mathbf{k} > \mathbf{1}\}} \theta_\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = \prod\limits_{\{\theta_\mathbf{k} < \mathbf{1}\}} \theta_\mathbf{k}$, которые влекут ***равномерные*** оценки коэффициента отражения $\mathbf{R}(\omega)$.

8. Математическая постановка и решение обратной задачи.

По заданному ***амплитудному коэффициенту*** отражения $\boldsymbol{r} \overset{\text{def}}{=} \boldsymbol{r}\,(\omega)$ найти ***электродинамические*** параметры **МДС**: $\vec{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_{N+1})$ и $\vec{\nu} = (\nu_1, \ldots, \nu_N)$.

Из (3), (4) легко получаются рекуррентные формулы Власова для решения ***прямой*** задачи[3], которые последовательно используются при $j = N+1, N, \ldots, 2, 1$:

$\boldsymbol{r}\,(\omega) \overset{\text{def}}{=} r_0(\omega), \quad r_{j-1}(\omega) = \frac{q_j + r_j(\omega)\exp(2i\nu_j\omega)}{1 + q_j r_j(\omega)\exp(2i\nu_j\omega)}, \quad r_{N+1}(\omega) \equiv 0,$ где q_j – параметры Френеля **МДС**.

Последовательно повторяя разложение каждого из коэффициентов отражения $r_j(\omega)$, $j = N+1, N, \ldots, 2, 1$, по формуле геометрической прогрессии относительно

[3]Расширенный аналог значительно более ранней формулы Эйри.

$z = q_j r_j(\omega)\exp(2i\nu_j\omega)$, $|z| < 1$, получается разложение ***почти-периодической*** функции частоты ω $r_{\vec\theta,\vec\nu}(\omega)$ в ряд Фурье.

Разложения $r_{j-1}(\omega)$ обладают важными свойствами:

1°. Имеют "линейчатый" ***спектр*** (множество показателей Фурье таких функций) состоит из целых кратных "толщин" ν_j с номерами j большими текущего $j-1$.

2°. $\forall j$ нуль является точкой ***спектра*** функции $r_{j-1}(\omega)$.

3°. Ближайшей к 0 точкой ***спектра*** $r_{j-1}(\omega)$ будет $2\nu_j > 0$.

В силу указанных свойств функций $r_j(\omega)$ $j = N, \ldots, 2, 1, 0$ справедливы формулы:

Среднее: $M[r_0(\omega)] \overset{\text{def}}{=} \lim\limits_{\Omega\to+\infty} \int\limits_0^\Omega r_0(\omega)d\omega = q_1$, — значение ***первого*** электродинамического параметра q_1 первого слоя.

Среднее: $M[r_0(\omega)\exp(-i\lambda\omega)] \overset{\text{def}}{=} \lim\limits_{\Omega\to+\infty} \int\limits_0^\Omega r_0(\omega)\exp(-i\lambda\omega)d\omega = 0, \forall\lambda : 0 < \lambda < 2\nu_1$,

Среднее: $M[r_0(\omega)\exp(-i2\nu_1\omega)] \overset{\text{def}}{=} \lim\limits_{\Omega\to+\infty} \int\limits_0^\Omega r_0(\omega)\exp(-i2\nu_1\omega)d\omega = (1-q_1^2)q_2 \neq 0$
— определяет ***второй*** параметр $\nu_1 > 0$ для 1-го слоя.

По полученным $\boxed{(q_1, \nu_1)}$, из обращенной при $j = 1$ рекуррентной формулы Власова: $r_1(\omega) = \frac{r_0(\omega)-q_1}{1-q_1 r_0(\omega)}\exp(-2i\nu_1\omega)$, найдем $\boxed{r_1(\omega)}$.

Далее ***процедура*** повторяется с заменой $j = 0$ на $j = 1, 2, \ldots, N$.

Теорема. По амплитудному коэффициенту отражения $\boldsymbol{r}(\omega) \overset{\text{def}}{=} \boldsymbol{r}(\omega)$ ***однозначно*** находятся ***электродинамические*** параметры **МДС**: $\vec q$ и $\vec\nu$.

Замечания. **1**. ***Физические*** параметры $\vec z$ определяются по $\boldsymbol{r}(\omega)$, вообще говоря, ***неоднозначно***.

2. Установленные общие свойства решений прямой задачи позволяют исследовать и решать обратные задачи нахождения параметров **МДС** по их спектральным характеристикам в других постановках.

9. Просветление и антипросветление

Определение. **МДС** дает ***просветление*** (***антипросветление***) на частоте ω, если:

$$\mathbf{R}(\omega; \vec p, \vec\nu) < \mathbf{R_F}\,, \quad (\mathbf{R}(\omega; \vec p, \vec\nu) > \mathbf{R_F}) \quad \text{— \textbf{\textit{Основные неравенства}}} \tag{13}$$

МДС дает ***окно просветления*** (***антипросветления***) (Ω_1, Ω_2), если (13) справедливо $\forall\,\omega \in (\Omega_1, \Omega_2)$, где R_F — коэффициент отражения Френеля на границе полупространств без **МДС**.

Упрощенное неравенство просветления (антипросветления):

$$F_{\vec p;\vec\nu}(\omega) \overset{\text{def}}{=} |C_1(\omega)|^2 < \alpha_0^2, \quad \left(F_{\vec p;\vec\nu}(\omega) \overset{\text{def}}{=} |C_1(\omega)|^2 > \alpha_0^2\right) \tag{14}$$

МДС дает ***гарантированное просветление*** (***антипросветление***)

на частоте ω, если: $$\mathbf{R}(\omega; \vec p, \vec\nu) < \delta_0 \cdot \mathbf{R_F}, \quad 0 < \delta_0 < 1, \tag{15}$$

$$\left(\, \mathbf{R}(\omega; \vec p, \vec\nu) > \delta_1 \cdot \mathbf{R_F}, \quad 1 < \delta_1 < \mathbf{const} < {R_F}^{-1} \,\right) \tag{16}$$

$\exists$ ***окно*** гарантированного ***просветления*** (***антипросветления***) **МДС** (Ω_1, Ω_2), если (15) или (16) справедливо $\forall\,\omega \in (\Omega_1, \Omega_2)$.

Лемма о гарантированном просветлении (антипросветлении)

Лемма. Неравенства для ***гарантированного*** просветления или антипросветления на частоте ω (15), (16) эквивалентны ***упрощенным***:

$$F_{\vec{p};\vec{\nu}}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} |C_1(\omega)|^2 < h_0 \cdot \alpha_0^2, \quad F_{\vec{p};\vec{\nu}}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} |C_1(\omega)|^2 > h_1 \cdot \alpha_0^2 \tag{17}$$

где $\quad 0 < h_0 = \frac{\delta_0 \cdot \Theta}{(1-\delta_0)\alpha_0^2+\Theta} < 1 \quad$ и $\quad 1 < h_1 = \frac{\delta_1 \cdot \Theta}{(1-\delta_1)\alpha_0^2+\Theta} < \frac{\max_{0\leqslant j\leqslant 2^N-1}\{\alpha_j^2\}}{\alpha_0^2}$

Определение. ***Областью просветления*** (***антипросветления***) (локальной) для $F^{(1)}_{\vec{p}}(\vec{t})$ называется множество $\vec{t} \in T_N$, удовлетворяющих неравенству $\mathbf{R}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) < \mathbf{R_F} \quad (\mathbf{R}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) > \mathbf{R_F})$.

Граница области просветления (антипросветления) (в j-ом периоде) — $\Gamma^j_{G_{\vec{p}}}$ (без индекса j, если период основной T_{00}).

Одномерные локальные области просветления (антипросветления) будем называть ***окнами просветления*** (***антипросветления***).

10. Математические постановки задач просветления и антипросветления[4]

Постановка задач просветления

1°. ***Классическая*** (на фиксированной частоте ω_0):

$$R(\vec{p};\, \vec{\nu}; \omega_0) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min \quad \Longleftrightarrow \quad F(\vec{p};\, \vec{\nu}; \omega_0) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min$$

2°. Просветление ***в смысле Чебышева*** (для фиксированного интервала частот $[\Omega_1, \Omega_2]$):

$$\max_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{R}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min \quad \Longleftrightarrow \quad \max_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{F}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min$$

3°. ***Ослабленная*** задача в смысле Чебышева (для фиксированного интервала частот $[\Omega_1, \Omega_2]$):

$$\max_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{R}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min \quad \Longleftrightarrow \quad \max_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{F}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min$$

Постановки задач антипросветления принципиально отличаются от аналогичных задач просветления дополнительным условием ограниченности $\vec{p}$:

$$\exists \;\; \text{const} \quad \mathbf{p}_0, \mathbf{P}_0 \text{такие, что:} \quad 0 < \mathbf{p}_0 \leqslant \min_{1\leqslant k\leqslant N} p_k \leqslant \max_{1\leqslant k\leqslant N} p_k \leqslant \mathbf{P}_0 < +\infty \tag{18}$$

Это условие мы будем предполагать выполненным всюду ниже.

Постановки задач антипросветления

1°. ***Классическая*** (на фиксированной частоте ω_0):

$$R(\vec{p};\, \vec{\nu}; \omega_0) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \max \quad \Longleftrightarrow \quad F(\vec{p};\, \vec{\nu}; \omega_0) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \max,$$

2°. Антипросветление ***в смысле Чебышева*** (для фиксированного интервала частот $[\Omega_1, \Omega_2]$):

$$\min_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{R}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \max \quad \Longleftrightarrow \quad \min_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{F}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \max,$$

3°. ***Ослабленная*** задача в смысле Чебышева (для фиксированного интервала частот $[\Omega_1, \Omega_2]$):

$$\min_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{R}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{\nu}}{\longrightarrow} \max \quad \Longleftrightarrow \quad \min_{\Omega_1\leqslant\omega\leqslant\Omega_2} \mathbf{F}(\omega;\, \vec{p},\, \vec{\nu}) \underset{\vec{\nu}}{\longrightarrow} \max,$$

[4] Ниже приведены три постановки задач просветления (антипросветления). В каждом случае слева исходная постановка задачи, а справа эквивалентная ей ***упрощенная*** постановка.

11. Решение классической задачи просветления

(в случае N слоев с использованием периодичности профилирующей функции)

В каждом замкнутом периоде T_N $\exists \vec{t}_0 \in T^N$ такой, что $F^{(1)}_{\vec{p}}(\vec{t}_0) = \min\limits_{\vec{t} \in T^N} F^{(1)}_{\vec{p}}(\vec{t})$.

Если $F^{(1)}_{\vec{p}}(\vec{t}_0) < \alpha_0^2$, то для $\omega_0 \neq 0$ достаточно выбрать направляющий вектор системы $\vec{\nu}_0 = \frac{\vec{t}_0}{\omega_0}$. Если же $F^{(1)}_{\vec{p}}(\vec{t}_0) \geqslant \alpha_0^2$, то решений задачи не существует.

Замечание. В силу периодичности функции $F^{(1)}_{\vec{p}}(\vec{t})$ будет существовать счетное множество равносильных решений задачи просветления на заданной частоте ω_0.

12. Решение задачи Чебышева $(N = 1)$

В случае $N = 1$ профилирующая функция $F_{p;\nu}(t) - F_{p;\nu}(t) = \alpha_0^2 \cos^2 t + \alpha_1^2 \sin^2 t$.

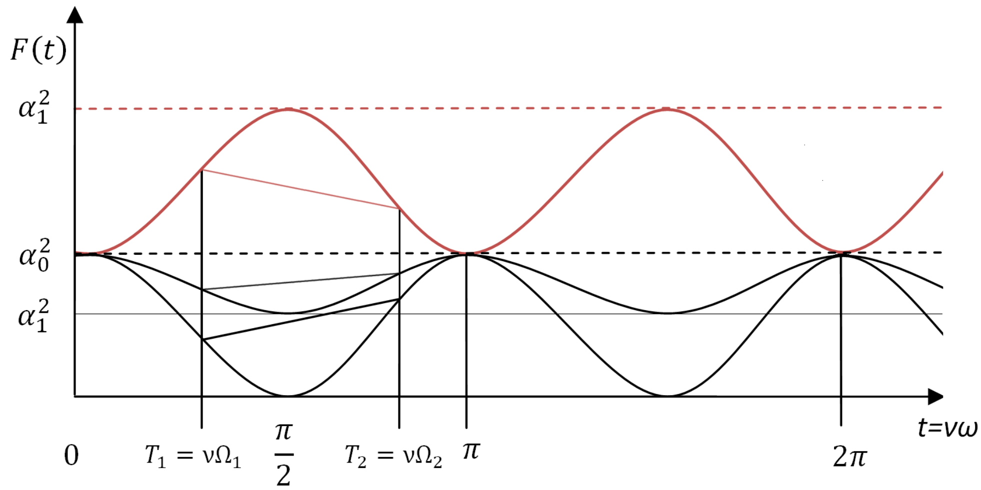


Рис. 1: К задаче просветления Чебышева при $N = 1$.

Необходимые и ***достаточные*** условия ***существования*** окон просветления, ***подходящих*** для интервала частот $[\Omega_1, \Omega_2]$:

1°. $t \neq k\pi$. **2°**. $\alpha_1 < \alpha_0$.

3°. Условие ***погружения*** интервала $[\Omega_1, \Omega_2]$ в окно просветления:

$\boxed{k\pi < \nu\Omega_1 < \nu\Omega_2 < (k+1)\pi}$ или $\boxed{\frac{\Omega_2}{\Omega_1} < 1 + \frac{1}{k}}$

Конечность множества "подходящих" окон просветления: $k = 0, \ldots, K$, где $0 \leqslant K < +\infty$ — наибольшее k, для которого выполнено условие ***погружения***.

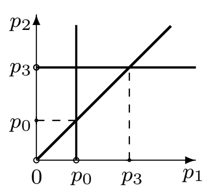
4°. Метод ***подвижного отрезка*** (для оптимизации).

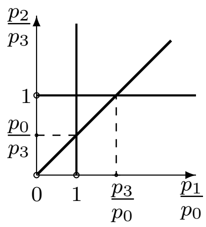
5°. Решение общей задачи Чебышева при $N = 1$.

$\exists$ единственного глобального минимума и конечного числа локальных.

13. Подготовка к решению задач просветления $(N = 2)$

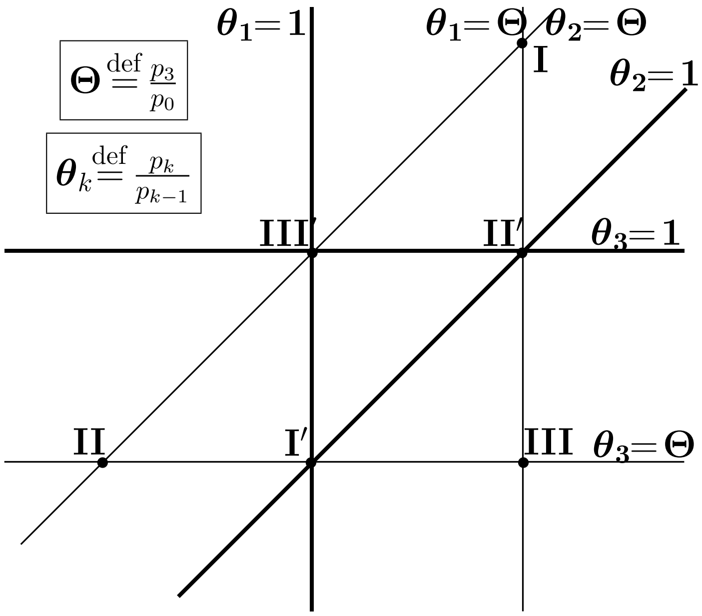
Пространство ***материалов*** $\mathcal{P}_2 = \{\vec{p}\}$





$\mathcal{P}_2$ в ***абсолютных*** единицах $\qquad$ $\mathcal{P}_2$ в ***относительных*** единицах

Пространство ***материалов*** $\mathcal{P}_2 = \{\vec{p}\}$ в ***показательных*** единицах



14. Структура пространства материалов $\mathcal{P}_2$ (описание) и нули для $N = 2$

1°. ***Показательные координаты*** в пространстве "материалов" $\mathcal{P}_2$.

Координаты : $\theta_1 \stackrel{\text{def}}{=} \Theta^{s_1+1/2}, \theta_3 \stackrel{\text{def}}{=} \Theta^{-s_2+1/2}, \theta_2 \stackrel{\text{def}}{=} \Theta^{s_2-s_1}$.

Три линии ***вырождения*** $\theta_j = 1$ — ***средний*** треугольник $\mathbf{I}', \mathbf{II}', \mathbf{III}'$. Три линии $\theta_j = \Theta$ $(\alpha_j^2 = \alpha_0^2)$ — ***большой*** треугольник $\mathbf{I}, \mathbf{II}, \mathbf{III}$. Три линии $\theta_j = \Theta^{1/2}$ $(\alpha_j = 0)$ — ***малый*** треугольник $\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}$. Три медианы $(\alpha_j^2 = \alpha_k^2)$ треугольников.

2°. ***Упорядочивающие неравенства*** и их ***код***. Наборы $(ijkl)$ — 24 области, для которых $\boxed{\alpha_i^2 < \alpha_j^2 < \alpha_k^2 < \alpha_l^2}$ и условие $\exists$ ***нулей***. Наборы $(\overline{ijkl})$ — 24 области, для которых выполнены неравенства, а условие $\exists$ ***нулей*** – нет.

3°.Графовая структура $\mathcal{P}_2$ – карта свойств $F_{\vec{p}}(t_1, t_2)$. 19 "вершинных" классов функций, 66 "реберных" и 48 "граневых" классов функций $F_{\vec{p}}(t_1, t_2)$.

Группировка областей $(ijkl)$ ***по доминированию***, — состоит в фиксации числа $0, 1, 2, 3$ в "старшей" позиции l. Тогда плоскость (s_1, s_2) разбита на 4 ***зоны*** с номером l, но "римским" — $\mathbf{I}, \mathbf{II}, \mathbf{III}, \mathbf{O}$.

4°. Уравнения для нулей коэффициента отражения:
$\boxed{\alpha_0 x_1 x_2 - \alpha_3 y_1 y_2 = 0,\ \alpha_1 x_1 y_2 + \alpha_2 y_1 x_2 = 0}$. Для $\exists$ решений ***необходимо*** и ***достаточно***: $\boxed{\alpha_0\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \leqslant 0}$.

Если неравенство строгое, то $\exists$ "внутренние" решения.

1°. Внутренние решения при изменении (s_1, s_2) ***внутри*** зон $(\mathbf{ijkl})$ в $\mathbf{I}, \mathbf{II}, \mathbf{III}, \mathbf{O}$ – $\exists$, ***парны*** и непрерывно заполняют ***внутренние*** части двух областей $(\mathbf{ijkl})$, центрально-симметричных в T_0^2.

2°. Зоны нулей $(\mathbf{ijkl})$ целиком заполняют $\mathbf{T_{ij}}$ (за вычетом $\bar{Z}$).

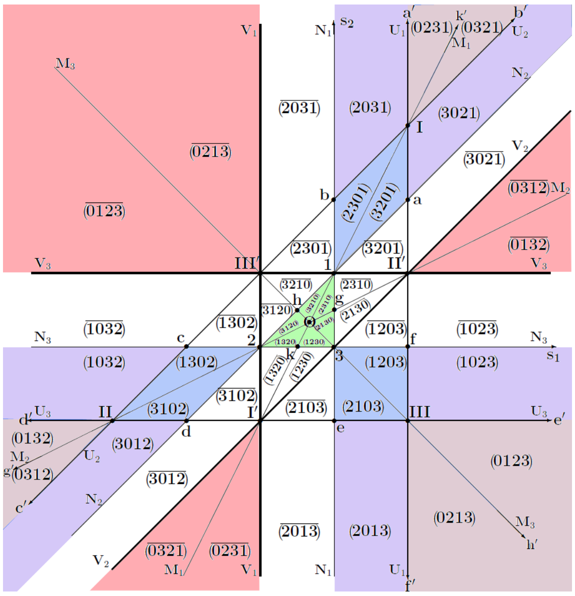
3°. Нули $F_{\vec{p}}(t_1, t_2)$, отвечающие разным значениям (s_1, s_2), различны и простые.

4°. Координаты ***внутренних*** нулей $F_{\vec{p}}(t_1, t_2)$ ***однозначно*** определяют s_1, s_2.

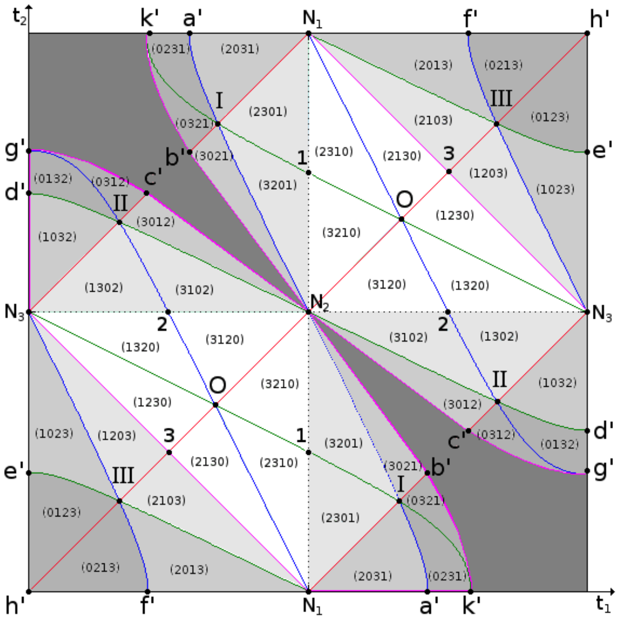
15. Области просветления $N = 2$

Уравнение границы $G_{\vec{p}}$: $\boxed{a x_1^2 y_2^2 + 2b x_1 y_1 x_2 y_2 + c y_1^2 x_2^2 + d y_1^2 y_2^2 = 0}$, где $a = \alpha_1^2 - \alpha_0^2$, $c = \alpha_2^2 - \alpha_0^2$, $d = \alpha_3^2 - \alpha_0^2$, $b = \alpha_1\alpha_2 - \alpha_0\alpha_3$.

1°. Для $\forall s_1, s_2$ из внешних углов ***большого*** треугольника область просветления

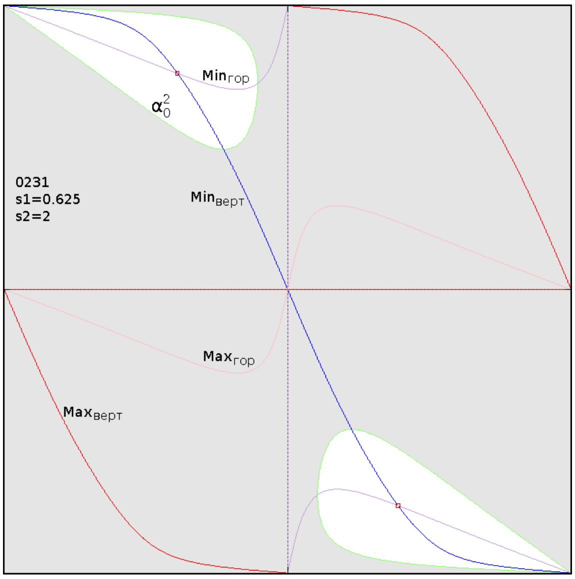


Карта свойств $F(t_1, t_2)$.

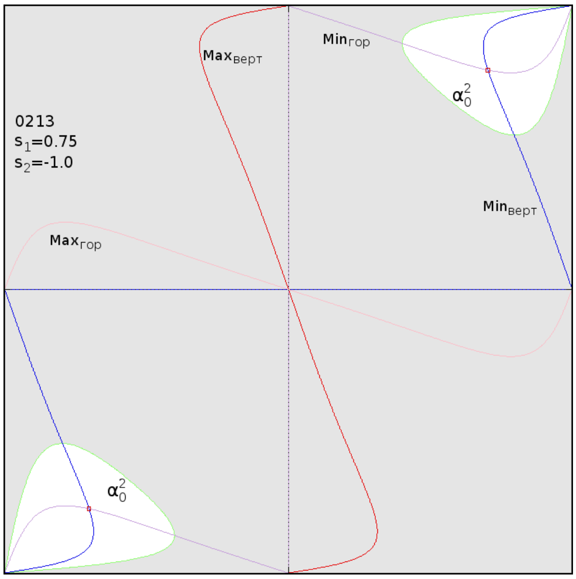


Области $\exists$ нулей $F(t_1, t_2)$ и их отсутствия.

$\exists$, ***двухсвязна*** (в T_0^2) и "каплевидна".



Просветление для $(s_1, s_2) \in \overline{(\mathbf{0231})}$.



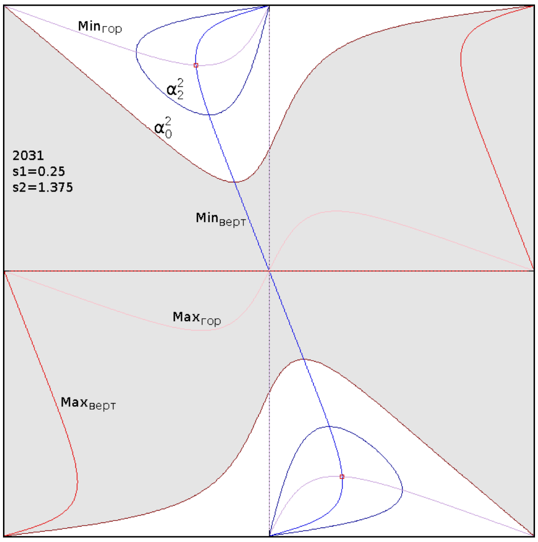
Просветление для $(s_1, s_2) \in \overline{(\mathbf{0123})}$.

2°. Для $\forall s_1, s_2$ из областей $\boxed{\overline{(\mathrm{i0kl})}}$, $i, k, l = 1, 2, 3$ область просветления $\exists$, в случаях **I**, **II** ***двухсвязна*** (в T_0^2), а в случае **III** ***односвязна***.

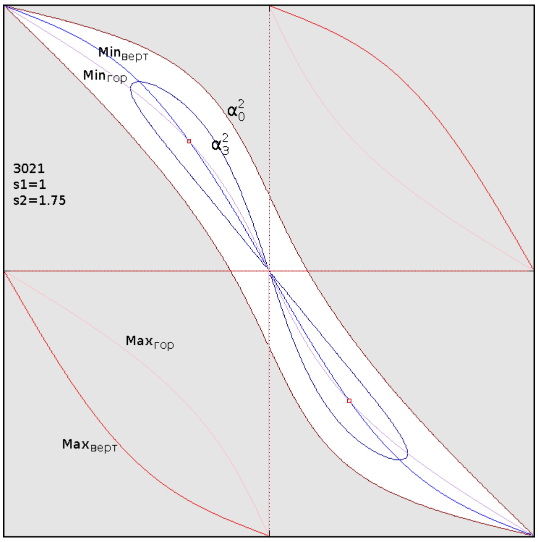
3°. Для областей $\boxed{\overline{(\mathrm{ij0l})}}$, $i, j, l = 1, 2, 3$, локальные области просветления $G_{\vec{p}}$ в T_0^2 $\exists$, в случаях **I**, **II** ***односвязна***, а в случае **III** ***двухсвязна*** (в T_0^2).

0°. **if** $\vec{p} \in \forall$ ***внешний*** угол $\triangle \mathrm{I}' \, \mathrm{II}' \, \mathrm{III}' \subset \mathcal{P}_2$, то просветление ***невозможно*** — **end**; **then:**

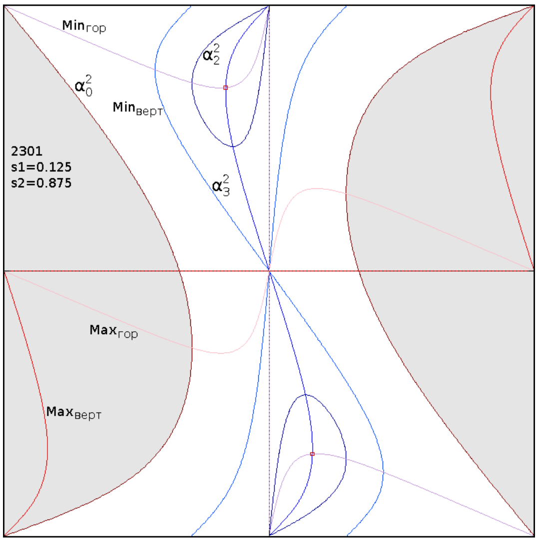
1°. Задается желаемый уровень просветления h:



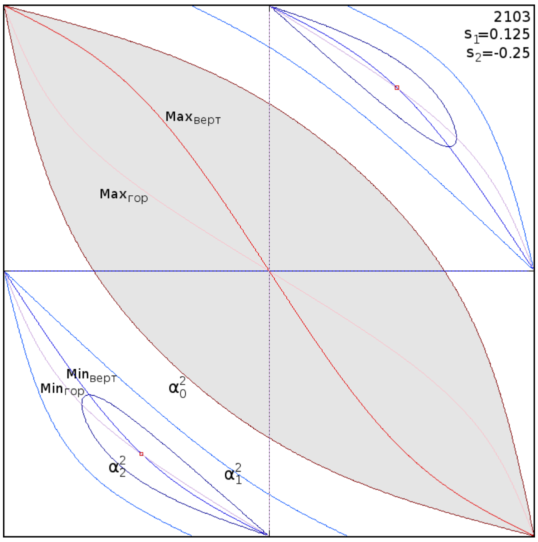
Просветление для $(s_1, s_2) \in$ (**2031**).



Просветление для $(s_1, s_2) \in$ (**3021**)



Просветление для $(s_1, s_2) \in$ (**2301**).



Просветление для $(s_1, s_2) \in$ (**2103**).

$\vec{p} \in \overline{(ijkl)}$, то $\min\limits_{0 \leqslant j \leqslant 3} \alpha_j^2 < h < \alpha_0^2$; $\vec{p} \in (ijkl)$, то $0 < h < \min\limits_{0 \leqslant j \leqslant 3} \alpha_j^2 \leqslant \alpha_0^2$.

2°. Угловое сканирование $0 \leqslant \varphi \leqslant \frac{\pi}{2}$ области просветления $G_{\vec{p}}$.

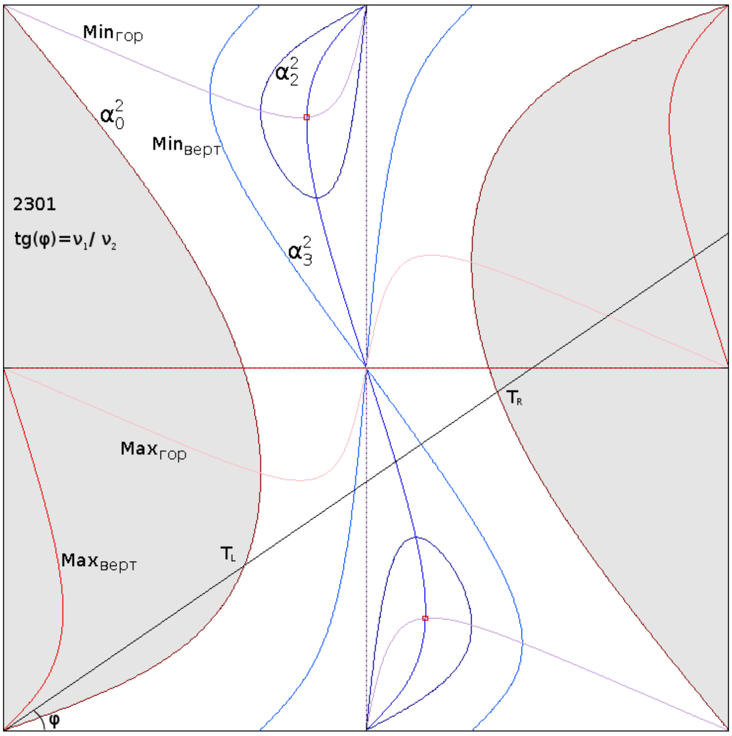
3°. Условие ***погружения*** интервала $[\Omega_1, \Omega_2]$ в окно просветления $\left[T_L^{(k;s)}, T_R^{(k;s)}\right]$, $k = 1, 2, \ldots; s = 1, \ldots, q; \Delta T^{(k;s)} = T_R^{(k;s)} - T_L^{(k;s)}$, лежащего ***внутри*** периода T:

$$T_L^{(k;s)} < \nu\Omega_1 < \nu\Omega_2 < T_R^{(k;s)}, \quad T_L^{(k;s)} = T_L^{(1;s)} + k\,T, \quad T_L^{(1;s)} \geqslant 0$$

$$\boxed{\frac{\Omega_2}{\Omega_1} < \frac{T_R^{(k;s)}}{T_L^{(k;s)}} < 1 + \frac{\Delta T^{(k;s)}}{T_L^{(k;s)}} < 1 + \frac{\Delta T^{(k;s)}}{k\,T} < 1 + \frac{1}{k}} \quad \Longrightarrow$$

Принцип "локализации" — конечность множества "подходящих" окон просветления: $k = 0, \ldots, K$, где $0 \leqslant K < +\infty$ – наибольшее k, для которого выполнено условие ***погружения***.

Условие ***погружения*** $[\Omega_1, \Omega_2]$ в $\left[T_L^{(k;s)}, T_R^{(k;s)}\right] \subset T$ эквивалентно ***ограничению***



Решение задачи просветления Чебышева при $N = 2$ совмещением методов ***углового сканирования*** и ***подвижного отрезка***.

величины ν для окна $(k; s)$:

$$0 < \nu_{\min}^{(k;s)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{T_L^{(k;s)}}{\Omega_1} < \nu < \frac{T_R^{(k;s)}}{\Omega_2} \stackrel{\text{def}}{=} \nu_{\max}^{(k;s)}$$

4°. Обобщенный метод ***подвижного отрезка*** для окна просветления $(k; s)$ состоит в изменении ν в пределах ***ограничения*** так, чтобы

$\max\limits_{[T_1 \leqslant t \leqslant T_2]} \mathbf{F}_{\vec{p}}(t; \vec{\nu}_0) \underset{\nu}{\longrightarrow} \min$, где $t = \nu\omega$, $T_i = \nu\Omega_i$, $i = 1, 2$,

$\vec{\nu}_0$ – единичный вектор, для заданного $\operatorname{tg}\varphi$.

Теорема ($\exists$ решения задачи Чебышева при $N = 2$) Для $\forall$ интервала $[\Omega_1, \Omega_2]$ $\exists$ ***единственный глобальный минимум*** функционала Чебышева при $N = 2$: $\nu_1^* = \nu_2^* = \frac{\pi}{\Omega_1+\Omega_2}$; $p_1^* = \frac{(p_0p_3)^{1/2}}{\left[(\alpha_3^2+\Theta)^{1/2}+\alpha_3\right]^{1/2}}$; $p_2^* = (p_0p_3)^{1/2}\left[(\alpha_3^2 + \Theta)^{1/2} + \alpha_3\right]^{1/2}$ и функционал Чебышева достигает своего ***максимального*** значения: $F(T_1) = F(\frac{\pi}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{\sqrt{2}}) = F(T_2) = \alpha_3^2$ при трех значениях частоты ω : Ω_1, $\frac{1}{2}(\Omega_1 + \Omega_2)$, Ω_2.

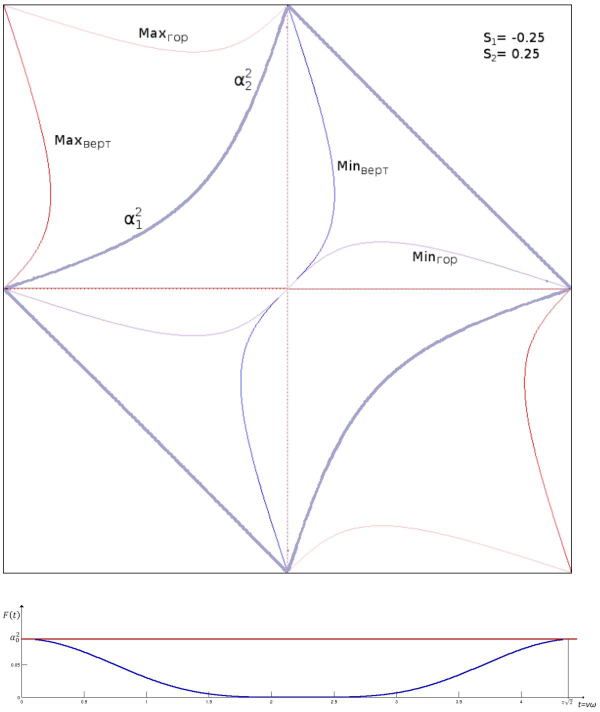
Выводы: основные результаты

1°. Теория ***прямой*** задачи доведена до уровня, позволяющего решать ***обратные*** и ***оптимизационные*** задачи. Получены "компактные" ***формулы*** для элементов матрицы передачи **МДС**. Указано на "ячеистую" структуру пространства материалов **МДС** $\mathcal{P}_N$, связанную с их возможным вырождением. В пространстве $\mathcal{P}_N$ введены показательные координаты, линеаризующие многие соотношения.

2°. Получена эффективная форма закона сохранения энергии, ***существенно*** упрощающая постановки задач просветления и других задач конструирования.

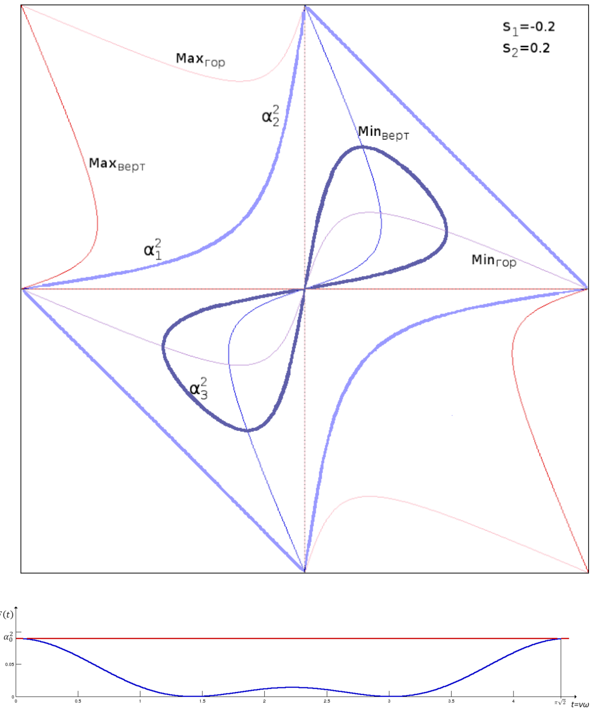
3°. Получены ***эффективные***, ***точные*** и ***неулучшаемые*** на классе **МДС** оценки энергетических коэффициентов отражения и пропускания. Эти оценки и неравенства Бернштейна дают точные ***оценки производных*** спектральных характеристик.

Случай фильтра Баттерворта



Просветление для $(s_1, s_2) \in \textcircled{\textbf{0231}}$.

Случай фильтра Чебышева



Просветление для $(s_1, s_2) \in \textcircled{\textbf{0123}}$.

Иллюстрации к решению задачи Чебышева $N = 2$

4°. Введены периодические по своим переменным ***порождающие*** и ***профилирующие*** функции **МДС**, полезные при постановке и решении спектральных задач. На базе введенных функций сформулированы понятия ***областей просветления***.

5°. Даны постановки задач просветления в смысле Чебышева. Получены ***необходимые*** и ***достаточные*** условия просветления на заданном интервале частот $[\Omega_1, \Omega_2]$. Получено фундаментальное неравенство ***погружения*** для задач Чебышева, указывающее на ***конечность*** множества "подходящих" областей просветления для интервала частот $[\Omega_1, \Omega_2]$. Предложен метод "подвижного" отрезка для эффективного решения задач Чебышева.

6°. Исследованы и систематизированы возможные расположения нулей для двухслойных **МДС** в зависимости от значений параметров s_1, s_2 материалов слоев в $\mathcal{P}_2$.

7°. Исследованы и систематизированы возможные формы и местоположения ***областей просветления*** (***антипросветления***) для двухслойных **МДС** в зависимости от значений параметров s_1, s_2 материалов слоев в $\mathcal{P}_2$.

8°. Обобщен метод ***подвижного отрезка***, решающий задачу Чебышева при $N = 1$. Дополненный методом ***углового сканирования*** он позволяет эффективно решать задачу просветления Чебышева при $N > 1$, а также локальные задачи оптимизации просветления или антипросветления.

9°. Исследована обратная задача восстановления параметров **МДС** по заданному амплитудному коэффициенту отражения. Показано, что ***электродинамические*** параметры восстанавливаются ***конструктивно*** и ***однозначно***. Полностью описана ***неоднозначность*** восстановления ***физических*** параметров **МДС**.

Литература

1. Худак Ю.И. О задаче просветления в классической постановке// Доклады РАН. 2013. т.448, N 5. С. 1–4.

2. Худак Ю.И. Составные электромагнитные волны в МДС// Доклады РАН. 2016. т.467, N 2. С. 149–153.

3. Худак Ю.И., Ахмедов И.А., Музылев Н.В., Парфенов Д.В. О структуре пространства параметров двухслойных магнитодиэлектрических систем// Электромагнитные волны и электронные системы. 2016. N 2. С. 24–32.

4. Худак Ю.И., Ахмедов И.А., Музылев Н.В., Парфенов Д.В. О решении задачи просветления Чебышева для двухслойных магнитодиэлектрических систем// Нелинейный мир. 2016. N 2. С. 38–48.

5. Худак Ю.И., И.А. Ахмедов On the Problem of Antireflection Coating for the Normal Incidence of Light// PROGRESS IN ANALYSIS, Proceedings of the 8th Congress of the International Society for Analysis, its Applications, and Computation (22-27 August 2011): Volume 1, Moscow: Peoples' Friendship University of Russia, 2012. pp. 123–128.

6. Худак Ю.И., Ахмедов И.А. О задаче гарантированного согласования одним элементом для интервала частот// Нелинейный мир. 2013. N 10. С. 12–15.

7. Худак Ю.И. О представлении коэффициента отражения слоистооднородной системы рядом Фурье.// Изв.ВУЗов, Радиофизика. 1985. т.XXУIII, N 4. С. 12–15.

8. Худак Ю.И. О локальной структуре одного класса решений однородной системы уравнений Максвелла.// Доклады АН СССР, 1985. т.282, N 1. С. 12–15.

9. Худак Ю.И. О некоторых математических вопросах теории плоских электромагнитных полей в слоистых диэлектриках.// Сб. Научный отчет кафедры за 1975 г. / Деп. ВИНИТИ, 1977. рег.N-76006097, инв. N Б461690. С. 12–15.

10. Худак Ю.И. О почти-периодичности электродинамических характеристик слоистооднородных магнитодиэлектрических систем.// Сб. Машинное проектирование устройств и систем СВЧ. М.: МИРЭА, 1980. С. 12–15.

11. Худак Ю.И. Об оценке коэффициента отражения системы диэлектрических слоев.// Журнал вычислит. матем и матем. физики АН СССР. 1986. т.26, N 7. С. 12–15.

12. Худак Ю.И. О наилучшем однослойном просветляющем покрытии для интервала частот.// Журнал вычислит. матем. и матем. физики АН СССР, 1990. т.30, N 2. С. 12–15.

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И ЧЁРНЫЕ ДЫРЫ

А.М. Черепащук
ГАИШ, МГУ (Россия)

С открытием гравитационных волн для учёных открылся новый канал информации, идущей из космоса. Получила наблюдательный базис новая наука: геометродинамика — нелинейная динамика искривлённого пространства-времени. Особенно ценны наблюдения гравитационных волн для выяснения природы чёрных дыр. Наблюдения стадии последнего затухающего звона (ring down) при слиянии чёрных дыр в двойной системе дают принципиальную возможность доказательства наличия горизонта событий у вновь образовавшейся чёрной дыры.

GRAVITATIONAL WAVES AND BLACK HOLES

A.M. Cherepashchuk

With the discovery of gravitational waves, a new space information channel has become available to scientists, and a new field of science, nonlinear dynamics of curved space-time (geometrodynamics for short) has been provided with an observational basis. The observation of gravitational waves is particularly interesting for understanding the nature of black holes. The observation of the last ring down stage during a binary black hole merger can in principle provide evidence for the existence of an event horizon for the newly formed black hole.

НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

А.Г. Ягола

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия
e-mail: yagola@physics.msu.ru

Аннотация. В статье излагаются некоторые основные элементы теории А.Н.Тихонова регуляризации некорректно поставленных задач и подходы к построению устойчивых методов их решения.

Ключевые слова: некорректно поставленные задачи, регуляризирующие алгоритмы

ILL-POSED PROBLEMS AND THEIR SOLUTION METHODS

Abstract. In the paper, basic elements of Tikhonov's theory of ill-posed problems regularization and approaches to their stable solution are described.

Key words:ill-posed problems, regularizing algorithms

Согласно Адамару математическая задача называется корректно поставленной, если: 1) задача имеет решение для любых допустимых входных данных; 2) решение единственно; 3) решение непрерывно зависит от входных данных. Если же хотя бы одно из условий нарушается, то математическая задача называется некорректно поставленной (некорректной). Некорректно поставленные задачи очень часто возникают при решении так называемых обратных задач, когда исследователь не может непосредственно измерять физические характеристики изучаемого объекта и должен делать выводы на основании косвенных измерений. Такая ситуация типична для астрономии, геофизики, ядерной физики и т.д. А.Н.Тихонов, преодолев запрет Адамара, создал теорию и методы решения некорректно поставленных задач, основанные на понятии регуляризирующего алгоритма. В докладе будут изложены начала теории А.Н.Тихонова и основные подходы к построению регуляризирующих алгоритмов.

Работа поддержана грантами РФФИ 14-01-00182-а, 16-01-00450-а.

Литература

1.Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 232 с.

2.Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука, 1995. 312 с.

3. Ягола А.Г., Степанова И.Э., Титаренко В.Н., Ван Я. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике. М.:, Бином, 2014, 216 с.

4. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск, Сибирское научное издание, 2009, 457 с.

5. Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М.: Наука, 1978. 206 с.

6. Васин В.В., Агеев А.Л. Некорректные задачи с априорной информацией. Екатеринбург: Наука, 1993, 264 с.

Секция 1. Математическое моделирование

УПРАВЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНОЙ ОПОРНОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ПЕРВИЧНОЙ ПОСАДКЕ КРОВЛИ

Д.С. Аббасов, А.В. Федорова, Е.И. Казакова
ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»
ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР
+38(050)7133888, e-mail: sad.z@mail.ru

Аннотация. Прогибающиеся в результате выемки пласта слои нагружают окружающие породы по периметру, создавая дополнительные давления к напряжениям, существующим в нетронутом массиве.Под действием максимальной величины опорного давления слой разрушается впереди очистного забоя, создавая значительные пригрузки, как на кромку угольного пласта, так и на призабойное пространство.

Ключевые слова: опорное давление, призабойное пространство, порода, пласт.

CONTROL THE AMOUNT OF THE REFERENCE PRESSURE IN THE PRIMARY PLANTING ROOF

Abstract. Flex as a result of dredging the reservoir layers loaded with rocks around the perimeter, creating additional pressure to the stresses that exist in unspoiled array. Under the influence of the maximum value of the reference pressure layer is destroyed ahead of the working face, creating significant prigruzki, as coal seam edge, and the bottom-hole space.

Keywords: reference pressure, bottomhole space, rock, formation.

Прогибающиеся в результате выемки пласта слои нагружают окружающие породы по периметру, создавая дополнительные давления к напряжениям, существующим в нетронутом массиве. Так образуется опорное давление. Проведенные исследования показывают, что развитие зоны сдвижения подработанной толщи происходит в виде последовательного отделения вышележавших слоев и прогибов их по нормали к напластованию, подобно балкам или плитам, защемленными по контуру. С увеличением площади подработки зона сдвижений распространяется вверх при достаточно больших размерах выработанного пространства достигнув поверхности. Наличие в кровли пласта пород «мостов» изменяет характер сдвижения массива в отличие от общеизвестного. Результаты моделирования показывают, что породы «мосты» способны зависать на значительных площадях, сдерживая пригрузку от вышележавших и менее прочных пород, с последующими резкими обрушениями. Наиболее интенсивное сдвижение пород происходит в период первичной посадки кровли, представленной мощным и прочным слоем. Под действием максимальной величины опорного давленияслой разрушается впереди очистного забоя, создавая значительные пригрузки, как на кромку угольного пласта, так и на призабойное пространство.

Считая, что слои, прогибаясь, передают свой вес на нижележащие слои, определяем опорное давление, как суммарное опорное давление отдельных слоев на момент первичной посадки кровли. Порядок расчета следующий. Вначале определяем предельные пролеты каждого слоя для того, чтобы установить является ли слой несущим при заданном размере выработанного пространства или же он обрушился и выступает уже в качестве пригрузки на нижележащий слой. Затем, определив графоаналитическим способом зону сдвижения пород кровли, ограниченную линиями перегибов слоев, рассчитаем давление на опору каждого слоя и просуммируем.

В случае, когда выше рассматриваемого слоя залегает менее прочный слой с меньшим предельным пролетом, который обрушаясь создает дополнительную пригрузку. Для определения предельного пролета предлагается учесть вес обрушенных слоев:

$$I'_{пр} = h\sqrt{h^2\left[\frac{\sigma_0}{7\sigma_p(h+h_i)}\right]^2 + \frac{\sigma_0 - 2\lambda pgH}{pg(h+h_i)}} - \frac{\sigma_0 h^2}{7\sigma_p(h+h_i)}\text{ ,м} \qquad (1)$$

где σ_0 - предел прочности на сжатие массива, кПа;

σ_p - предел прочности на растяжение в массиве, кПа;

h- мощность рассчитываемого слоя, м;

h_i- мощность слоя пригрузки, м;

p- плотность пород, кг/м^3

g- ускорение силы тяжести, м/с^2;

λ - коэффициент бокового распора;

H- глубина ведения работ, м.

Предложенная формула позволяет определить предельный пролет труднообрушаемой кровли, представляемой балкой с жестко защемленными сторонами.

Как известно, породный слой до обрушения, прогибаясь над выработанным пространством, работает как плита жестко защемленная с четырех, трех или двух сторон. Исследования показывают, что в случае четырехстороннего защемления, когда длинная сторона в два раза и более раз длиннее короткой, трех и двухстороннего защемления прямоугольной плиты расчет прогибов и моментов можно вести как для балки-полоски жестко защемленной на опорах.

$$P_i = \frac{1}{2}\gamma ghb, \qquad (2)$$

где P_i– давление, передаваемое слоем на опору, Н;

h- мощность слоя, м;

b – пролет слоя, м;

Используя формулу (2) можно рассчитать давление на опору любого слоя. Однако пролет каждого вышележавшего слоя будет уменьшаться. Определение пролетов вышележавших слоев удобно производить с помощью графического построения зоны сдвижения породного массива.

Построение зоны сдвижения кровли выполняем с учетом уточненного предельного пролета и углов наклона линии обрушения (7…80 град.) в обрушенных слоях. Определив таким образом размеры зоны сдвижения, рассчитаем функцию цели как максимальное опорное давление на пласт угля:

$$P_{on} = \frac{\sum P_i^{max}}{S} + \gamma gh\text{ ,кН/м}^2 \qquad (3)$$

где P_i^{max} - максимальное давление слоя на опору, кН;

S – единичная площадка, м^2.

КЛАССИФИКАЦИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЕЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРОСВЕТЛЕНИЯ

И.А. Ахмедов, Ю.И. Худак
МИРЭА, Москва, Россия
e-mail: ilzarka@gmail.com, hudak@mirea.ru

Аннотация. В докладе развиваются элементы теории МДС, важные для задач просветления, синтеза диэлектрических зеркал и фильтров. Приведена теорема, описывающая решения классической задачи просветления для двухслойных МДС. Проведены исследования локализации нулей профилирующих функций двухслойных МДС и областей просветления таких систем.

Ключевые слова: оптика, просветление, магнитодиэлектрические системы, МДС, алгоритм решения задачи просветления

CLASSIFICATION OF TWO-LAYERED DIELECTRIC SYSTEMS AND USING IT TO SOLVE THE OPTICAL PROBLEM OF ENLIGHTENMENT

Abstract. The report is devoted to the mathematical modeling of electromagnetic fields in layered media (MDS). The theorem describing the solution of the classical problem of enlightenment for a two-layered MDS. Studied the localization of zeroes of profiling functions two-layered MDS and enlightenment areas of the such systems.

Keywords: optics, enlightenment, magnetodielectrics system, MDS, the algorithm for solving the problem of enlightenment

Работа посвящена математическому моделированию электромагнитных полей в многослойных магнитодиэлектрических системах (МДС) (см., например, [1]). Многие задачи для таких систем (см., например, [2], [3]) мало изучены, даже при $N = 2, 3$.

Опираясь на [2-4], в частности, установлено, что при $N = 2$ пространство параметров (материалов) слоистых систем является плоским графом с 20 вершинами, 66 рёбрами и 48 гранями.

Показано, что относительно подходящих вспомогательных переменных всевозможные границы областей ограничения профилирующей функции по заданному уровню $h = \alpha_j^2\,, j = 0,1,2,3$, где $\alpha_j, j = 0,1,2,3$ вычислительные параметры двухслойных МДС, являются гиперболами.

Доказаны утверждения о локализации нулей профилирующих функций двухслойных МДС и областей просветления таких систем. В [2] анонсирована теорема, описывающая решения классической задачи просветления (см., например, [1]) для двухслойных МДС.

Проблема согласования (в радиотехнике) или просветления (в оптике) состоит в уменьшении величины $\mathbf{R_F}$ — коэффициента отражения Френеля между двумя полупространствами, путём "включения" между ними некоторой МДС.

Математическая постановка классической задачи просветления (см. [1]):
Для ***заданной*** частоты ω_0 минимизировать функционал: $\mathbf{R}(\omega_0; \vec{p}, \vec{\nu}) \underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\longrightarrow} \min$.

Будем говорить, что МДС даёт просветление на частоте ω, если:

$$\mathbf{R}_N(\omega) < \mathbf{R_F}\,, \tag{1}$$

МДС даёт окно просветления (Ω_1, Ω_2), если (1) справедливо $\forall \omega \in (\Omega_1, \Omega_2)$, а полное просветление возможно на частоте ω_0, если для ω_0 существуют такие значения $\vec{p}$, $\vec{\nu}$, что: $\mathbf{R}(\omega_0; \vec{p}, \vec{\nu}) = 0$.

Показано, что в классической задаче просветления в зависимости от $\vec{p}$, $\vec{\nu}$, существует счетное множество локальных минимумов $\{\omega_0\}$ для $\mathbf{R}_N(\omega)$. В точках $\{\omega_0\}$ — $\mathbf{R}_N(\omega_0)$ одно и то же. При "удачном" выборе $\vec{p}$ — $\mathbf{R}_N(\omega_0) = 0$.

Определим порождающие функции (см. [2]), сделав в элементах первого столбца матрицы передачи МДС подстановку:

$$t_1 = \nu_1 \cdot \omega\,, \ \ldots\,, \ t_N = \nu_N \cdot \omega \tag{2}$$

Показано, что в задачах просветления и синтеза по априори задаваемым энергетическим характеристикам МДС можно иметь дело только со второй из этих двух функций, которую будем называть профилирующей и обозначать $F(\vec{t})\,, \vec{t} = (t_1, \ldots, t_N)$. Согласно определению эта функция имеет период $\pi \ \forall t_j, \ j = 1, \ldots, N$, а основной N-мерный куб её периодов будем обозначать T_0^N.

Профилирующая функция при данном $\vec{p}$ имеет область просветления $G_{\vec{p}}^j$ в некотором j-ом её периоде T_j^N, если $\forall \, \vec{t} \in G_{\vec{p}}^j \subset T_j^N: \ F(\vec{t}) < \alpha_0^2$.

С учётом периодичности профилирующая функция $F(\vec{t})$ всегда имеет счётное множество областей просветления (если они вообще существуют при данном $\vec{p}$).

Для областей просветления, расположенных в одном и том же периоде профилирующей функции, но отвечающих разным значениям параметра $\vec{p}$) можно сформулировать следующий принцип предпочтения:

Будем говорить, что область просветления $G_{\vec{p}_1}$ лучше области просветления $G_{\vec{p}_0}$, если $G_{\vec{p}_0} \subset G_{\vec{p}_1}$.

Если $G_{\vec{p}}$ какая-либо область просветления, то всякая МДС, получаемая из $F(\vec{t})$ по (2) с $\vec{\nu}$ так, что пересечение луча (2) с $G_{\vec{p}}$ состоит из более чем одной точки, обязательно имеет хотя бы одно окно просветления.

В замкнутой области просветления $\overline{G}_{\vec{p}}$ функция $F(\vec{t})$ достигает своего минимума, который будет также достигаться и на каждом периоде. Поэтому существует счётное множество (зависящее от $\vec{p}$, $\vec{\nu} = \vec{\nu}(\vec{p})$) локальных минимумов $\{\omega_0\}$ $\mathbf{R}_N(\omega)$.

Литература

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М. "Физматлит 1970г.

2. Худак Ю.И. О задаче просветления в классической постановке, Доклады АН, 2013, т.448, № 5, 1-4.

3. Худак Ю.И. О наилучшем однослойном просветляющем покрытии для интервала частот, ЖВМ и МФ, 1990, т.30, №2, 325-327.

4. Akhmedov I., Hudak Yu. The Anti-reflective Coating for The Normal Incidence of Light, PROGRESS IN ANALYSIS, Proceeding of the 8th Congress of the International Sosiety for Analysis, its Applications, and Computation (ISAAC) (22-27 August 2011), Volume 1, Moskow, Peopless' Frendship University of Russia Publisher, 2012, 128-137.

УПРАВЛЕНИЕ РАЗРУШЕНИЕМ КРОВЛИ В ЗОНЕ ОПОРНОГО ДАВЛЕНИЯ

О.И. Ачкасова, А.С. Иванова, Е.И. Казакова

ГОУ ВПО «Донецкий Национальный технический университет»

ул. Артема 58, г. Донецк, 83000,ДНР

+38(066)6196167, hazzmerson@gmail.com

Аннотация. Физической причиной разрушения является возрастание в несколько раз напряжений вследствие прогиба породных слоев над выработанным пространством и давлением их на краевую часть пласта. С технологической точки зрения наибольший интерес представляет процесс разрушения непосредственной кровли, а именно время и характер разрушения.

Ключевые слова: напряжения, опорное давление, сплошность, порода.

DESTRUCTION OF ROOF MANAGEMENT IN THE AREA OF REFERENCE PRESSURE

Abstract. The physical reason for the destruction is the increase in the number of times of stress due to bending of rock layers over the open area and pressure them on the edge of the reservoir. From a technological point of view, the most interesting is the process of destruction of the immediate roof, namely the time and nature of failure.

Keywords: voltage, reference pressure, continuity, rock.

Физической причиной разрушения является возрастание в несколько раз напряжений вследствие прогиба породных слоев над выработанным пространством и давлением их на краевую часть пласта. Возникающие при этом напряжения в пласте и непосредственной кровле превышают естественные в 3..5 и более раз. Под действием повышенных напряжений происходит трещинообразование в породных слоях кровли.

С технологической точки зрения наибольший интерес представляет процесс разрушения непосредственной кровли, а именно время и характер разрушения. В статике этот вопрос рассматривается многими исследователями. Однако процесс выемки угля, обнажения кровли над выработанным пространством, прогиба слоев и как следствие рост опорного давления, время предложения повышенного давления к тому ли иному участку пласта или породы изменяются во времени. Изменения обусловлены скоростью подвигания очистного забоя. Сам процесс разрушения породного слоя по всей мощности протекает во времени и в первую очередь зависит от прочностных свойств породы, величины приложенной нагрузки и времени ее приложения, что в свою очередь неявно зависит от скорости подвигания очистного забоя.

В начальный момент времени в нетронутом массиве, на элементарную площадку в точке действуют главные напряжения $\sigma 1 = \sigma 3$. Равенство главных напряжений обусловлено тем, что на больших глубинах распределение напряжений в породах принято считать гидростатическим.

По мере выемки пласта, с ростом размера выработанного пространства 1вп у заделки происходит перераспределение напряжений. За счет прогиба слоев опорного напряжения увеличиваются вертикальные сжимающие напряжения и уменьшаются горизонтальные, т.к. в верхней части слоя возникают растягивающие напряжения.

На поверхности слоя под действием растягивающий и сжимающих напряжений процессе ползучести происходит образование микротрещин, число которых растет с течением времени, при условии, если действующие напряжения превышают предел длительно прочности породы. Изменения сплошности во времени:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\left(\frac{\sigma - B}{\psi}\right)^n, \tag{1}$$

где ψ - сплошность горной породы, характеризующая развитие трещин под действием напряжений за некоторое время;
А- реологический параметр, зависящий от типа, структуры и свойства горной породы, ее влажно и температуры 1/сут. МПа;
σ - напряжение, действующее в породе, МПа;
В- пороговое значение напряжения, после повышения которого начинают развиваться микротрещины, соответствуют пределу длительной прочности породы, МПа;
n- показатель трещинообразования.

Начало распространения трещин определяется коэффициентом концентрации касательных напряжений, при этом, распространение трещин происходит в направлении действия большего сжимающего напряжения.

Разрушение породного массива наступит в момент, когда сплошность станет равной нулю.

Время разрушения породного слоя по всей мощности под действием постоянного напряжения

$$T_0 = \frac{6}{A\cos\rho'\left[P_{\tilde{i}\ddot{i}} + \dfrac{pgl^2(h+h_i)}{2h^2} - \sigma_\infty\right]} \tag{2}$$

Изменение напряжений происходит ступенчато, поскольку выемка ведется заходками. Величина заходки равна величине захвата исполнительного органа выемочной машины. Разрушение материала наступает, когда действующие напряжения превышают некоторое пороговое значение равное пределу длительной прочности породу в массиве. Следовательно, при подвигании лавы на площадке под действием эффективного напряжения происходит накопление (суммирование) повреждений.

ЭМПИРИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Д.А. Балакин

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

balakin_d_a@physics.msu.ru

Рассмотрим типичную схему измерений, в которой на входе измерительного преобразователя (ИП) формируется (измеряемый) сигнал f, принадлежащий евклидову пространству $\mathcal{F}$, см. [1]. ИП преобразует f в сигнал

$$\xi = Af + \nu, \tag{1}$$

где $A : \mathcal{F} \to \mathcal{X}$ — оператор, моделирующий физические процессы в ИП (и далее обозначающий моделируемый им ИП), взаимодействующим с измеряемым объектом и со средой, определяющие преобразование f в сигнал Af, $\mathcal{X}$ — евклидово пространство значений ξ, ν — погрешность, шум измерения. Согласно теории измерительно-вычислительных систем [1], для достижения максимальной точности интерпретации данных измерений требования к ИП оказываются существенно различными в зависимости от того, как используется его выходной сигнал — непосредственно интерпретируется исследователем или поступает на вход вычислительного преобразователя (ВП), обрабатывающего этот сигнал. Поэтому ИП рассматривается не сам по себе, а как компонента (вместе с ВП) измерительно-вычислительного преобразователя (ИВП) — универсального средства измерения.

Результат измерения зависит от характеристик *измеряемого* объекта, взаимодействующего с ИП, а исследователя, как правило, интересуют характеристики *исследуемого* объекта, не возмущённого измерением. Связь характеристик измеряемого и исследуемого объектов моделируется идеальным ИП, заданным оператором $U : \mathcal{F} \to \mathcal{U}$. На вход идеального ИП поступает тот же сигнал, что и на вход реального ИП, но на его выходе сигнал Uf равен характеристике *исследуемого*. Далее ВП на основе сигнала ξ синтезирует наиболее точную оценку интересующей исследователя характеристики Uf. Определение способа синтеза является задачей редукции измерения результата ξ измерения (1) на ИП A к виду, свойственному измерению на идеальном ИП U. Задача редукции состоит в нахождении *оператора редукции* $R(\cdot) : \mathcal{X} \to \mathcal{U}$, для которого $R(\xi)$ — наиболее точная версия Uf.

Если в (1) f — априори произвольный вектор, принадлежащий $\mathcal{F}$, ν — случайный вектор, принимающий значения в $\mathcal{X}$, имеющий математическое ожидание $\mathbb{E}\nu = 0$ и невырожденный ковариационный оператор Σ_ν: $\forall x \in \mathcal{X}\ \Sigma_\nu x = \mathbb{E}\nu(x, \nu)$, то линейный оператор $R_*\colon \mathcal{X} \to \mathcal{U}$ редукции определяется как минимизирующий максимальную по f среднеквадратичную (с. к.) погрешность интерпретации $R\xi$ как результата Uf измерения на идеальном ИП U: $h(R, U) = \sup\limits_{f\in\mathcal{F}} \mathbb{E}\|R(\xi) - Uf\|^2 \sim \min\limits_{R:\mathcal{X}\to\mathcal{U}}$.

Эта погрешность минимальна [1] при $R_* = U(\Sigma_\nu^{-1/2}A)^-\Sigma_\nu^{-1/2}$ и равна $h(R_*, U) = \operatorname{tr}\left(U(A^*\Sigma_\nu^{-1/2}A)^{-1}U^*\right)$, где $^-$ обозначает операцию псевдообращения, если $U(I - A^-A) = 0$, и равна бесконечности, если это условие не выполнено. Если же оператор Σ_ν неизвестен, но известно ограничение на среднюю «энергию» шума $\mathbb{E}\|\nu\|^2 = \operatorname{tr}\Sigma_\nu \leqslant \delta^2$, см. [1, §1.7], то наиболее точная версия значения Uf есть $UA^-\xi$, и ее с.к. погрешность не превосходит $\delta^2\|U(A^*A)^-U^*\|$, если $U(I - A^-A) = 0$.

Пусть оператор A исследователю неизвестен, однако ему доступны результаты измерений по схеме (1) $\zeta_1, \dots, \zeta_s$ известных (тестовых) сигналов $g_1, \dots, g_s$, $\zeta_i =$

$Ag_i + \mu_i$, $i = 1, \dots, s$, где шумы $\mu_1, \dots, \mu_s$ имеют нулевое математическое ожидание, невырожденный ковариационный оператор Σ_ν и ν и $\mu_1, \dots, \mu_s$ независимы. Пусть также оптимальный оператор редукции R_*, соответствующий неизвестному A и реализуемый оптимальным ВП, допускает представление $R_* = \sum\limits_{i=1}^{K} r_i R_i$, где линейные операторы $R_1, \dots, R_K$ известны, а $r = (r_1, \dots, r_K)^T$ — нет. Если Σ_ν — невырожден, A неизвестен, то $K = \operatorname{rk} U \cdot \dim \mathcal{X}$, $R_1, \dots, R_N$ — произвольный базис $(\mathcal{X} \to \mathcal{U})$.

При этих условиях значения $Ug_1, \dots, Ug_s$ могут рассматриваться как пораженные шумами $R\mu_1, \dots R\mu_s$ отклики оптимального ВП на сигналы $\zeta_1, \dots, \zeta_s$, а $R_*\xi$ для известного A — как его отклик на сигнал ξ, аналогично прогнозированию отклика ИП в [1,§6.5]. Тестовые измерения запишем в виде измерения вектора r:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Ug_1 \\ \vdots \\ Ug_s \end{pmatrix}}_{v} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_1\zeta_1 & \cdots & R_K\zeta_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_1\zeta_s & \cdots & R_K\zeta_s \end{pmatrix}}_{S} \underbrace{\begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_K \end{pmatrix}}_{r} + \underbrace{\begin{pmatrix} R_*\mu_1 \\ \vdots \\ R_*\mu_s \end{pmatrix}}_{\theta}, \tag{2}$$

а интересующая исследователя наиболее точная версия отклика оптимального ВП — в виде $R_*\xi = \sum\limits_{k=1}^{K} r_k R_k \xi = \underbrace{(R_1\xi, \dots, R_K\xi)}_{U_\xi} r$. Поэтому наиболее точная линейная несмещённая оценка $\widehat{Uf}$ интересующей исследователя характеристики Uf есть $\widehat{Uf} = U_\xi S^- v = \widehat{R}\xi$, где $\widehat{R} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^{K} R_k (S^- v)_k$, $U_\xi \stackrel{\text{def}}{=} (R_1\xi, \dots, R_K\xi)$, $S \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} R_1\zeta_1 & \cdots & R_K\zeta_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_1\zeta_s & \cdots & R_K\zeta_s \end{pmatrix}$, $v \stackrel{\text{def}}{=} ((Ug_1)^T, \dots, (Ug_s)^T)^T$. Её с к. погрешность конечна при условиях $U_\xi(I - S^- S) = 0$ и $U(I - A^- A) = 0$, первое из которых зависит от выбора тестовых сигналов. Что же касается второго условия, исследователь должен либо априори знать, что $U(I - A^- A) = 0$ для истинного A, либо проверить это с помощью результатов тестовых измерений.

Альтернативными способами использования тестовых измерений являются слепая деконволюция [2], 3] и калибровка модели измерения [4, 5], в которых использована иная априорная информация об A и f, более полный обзор см. в презентации.

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю профессору Ю. П. Пытьеву за постоянное внимание к работе и её обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 14-07-00441.

Литература

1. Пытьев Ю. П. Методы математического моделирования измерительно–вычислительных систем. М.: Физматлит, 2012.
2. Caron J. N., Namazi N. M., Rollins C. J. Noniterative blind data restoration by use of an extracted filter function // Applied Optics. Vol. 41, №. 32. P. 6884–6889.
3. Chaudhuri S., Velmurugan R., Rameshan R. Blind Image Deconvolution: Methods and Convergence. Cham : Springer Science+Business Media, 2014.
4. Голубцов П. В., Старикова О. В. Калибровка инвариантных преобразователей информации // Информационные процессы. Т. 1, № 1. С. 78–88.
5. Голубцов П. В., Старикова О. В. Учет инвариантности в задаче калибровки измерительно–вычислительных систем // Математическое моделирование. 2002. Т. 14, № 4. С. 45–56.

ВЫБОР МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

В.А. Белоусов, Е.И. Казакова

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

ул. Артёма 58, г. Донецк, 83000, ДНР

+38(066)8498017, E-mail: sorealvladimirbel@gmail.com

Аннотация. В статье предложен метод построения математической модели на основе линейной зависимости и задания параметров. Выбор модели осуществляется методом Монте-Карло.

Ключевые слова: математическая модель, статистика, линейная зависимость,метод Монте-Карло.

CHOOSING MATHEMATICAL MODEL MONTE CARLO

Abstract. This paper proposes a method of constructing a mathematical model based on a linear relationship and setting. Model selection is performed by Monte Carlo method.

Keywords: mathematical model, statistics, linear relationship, the Monte Carlo method.

Построение математической модели явления на основе статистических данных включает в себя следующие шаги:

1. Оценка статистических данных (достоверность, полнота, репрезентативность);
2. Предположение о самой модели о характере зависимости между факторами и результативными показателями: функциональная она или стохастическая;
3. Построение модели;
4. Оценка результатов. При необходимости внесение изменений в модель и возвращение на пункт 3;
5. Использование построенной модели для практического применения.

Рассмотрим модель функциональной зависимости между факторами и одним результативным показателем. Проведенный анализ показал, что имеется небольшой выбор зависимостей, которые можно рассчитать, используя компьютер.

Пусть линейная зависимость представима в виде:

$$F(x) = a_0 + a_1 * x_1 + a_2 * x_2 + \cdots + a_i * x_i + \cdots + a_n * x_n,$$

гдеn – количество факторов

x_i – значение i-го фактора

Найдём неизвестные коэффициенты аппроксимации, используя скалярный метод. При его применении строится система нормальных уравнений, решение которой позволяет получить оценки параметров регрессии. После получения результата нет возможности улучшить модель и обработать дополнительные ограничения, которые могут присутствовать в постановке модели. Для устранения этой проблемы преобразуем зависимость в новом виде:

$$F(x) = a_0 + a_1(x_1) * x_1 + a_2(x_2) * x_2 + \cdots + a_i(x_i) * x_i + \cdots + a_n(x_n) * x_n,$$

где $a_i(x_i)$ – ступенчатая функция от x_i

Введём дополнительные обозначения:

$x_{i_{min}}$– минимальное значение параметра i, где i =1..n;

$x_{i_{\max}}$– максимальное значение параметра i, где i =1..n;

k – количество шагов разбиения диапазонов;

x_{i_s}– шаг разбиения диапазонов.

Уточним эту модель, представив коэффициенты в виде набора чисел:

$$a_i(x_i) = a_{ij}$$

$$\text{при} \begin{cases} x_i \geq x_{i_{max}} + x_{i_s} * (j-1) \\ x_i < x_{i_{min}} + x_s * (j-1) \end{cases},$$

где j= 1..k

Значения чисел a_{ij}находим методом Монте-Карло. В качестве критерия выбираем минимизацию суммы квадратов отклонений значения результативным показателем по модели от статистических данных, при выполнении следующих ограничений:

$$\begin{cases} \left|a_{ij} - a_{ij+1}\right| \leq D_1, \\ \left|a_{ij} - a_i\right| \leq D_2; \end{cases}$$

Эти ограничения обеспечат плавность изменений a_{ij} и зададут степень приближенности к первоначальной прямой.

Показатели k, D_1, D_2 тоже можно найти методом Монте-Карло, либо установить, например: k = 100, $D_1 = D_2 = 10$

Предложенный метод нахождения функциональной зависимости позволит построить более точную модель и добавляет аналитику больший выбор при манипулировании значений k, D_1,D_2.

При увеличении k, точность модели повышается.

Данная модель применима для многих условий, так как можно вводить дополнительные ограничения, связанные с характером фактора, например: $a_{ij} < 3$ или $F(x) < 3$ при $x_i > 2$.

Преимуществом данного метода построения модели является то, что метод Монте-Карло достаточно просто программируется и результаты моделирования достаточно просто интерпретировать, так как результаты представляются в виде таблиц данных.

Предложенная модель построения была применена на кирпичном заводе «Фагот» в городе Красный Луч Луганской Народной Республики, для определения производственных характеристик на участке смесеприготовления, которые влияют на качество продукции и прочность кирпича: время замеса, состав смеси, влажность сырья, вес замеса, прочность продукции, и позволила принять решение по сокращению затрат и оптимизации производственных процессов.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА С ЖИДКОСТЬЮ

П.А.Вельмисов, И.А. Дегтярев

Ульяновский государственный технический университет

4327027, Ульяновск, ул. Северный Венец 32

Тел.: 89603793195, e-mail: velmisov@ulstu.ru

Тел.: 89084727148, e-mail: iva.degtarev@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается моделирование процесса взаимодействия упругой пластины с потоком жидкости в канале.

Ключевые слова: аэрогидроупругость, динамика, устойчивость деформация, упругая пластина, идеальная жидкость, моделирование.

MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMIC INTERACTION OF ELASTIC ELEMET WITH FLUID FLOW

Velmisov P.A., Degtyarev I. A.
Ulyanovsk state technical university

4327027, Ulyanovsk, Russia 32, Severny Venetz str.

e-mail: velmisov@ulstu.ru

e-mail: iva.degtarev@gmail.com

Abstract. The article provides a simulation of the interaction of an elastic plate and fluid flowing in the channel.

Keywords: aerohydroelasticit, dynamics, stability, deformation, elastic plate, perfect fluid, modeling.

Исследуется динамическая устойчивость упругого элемента, представляющего собой деформируемую пластину, с шарнирно закрепленными концами, являющегося частью стенки прямолинейного канала, по которому протекает идеальная несжимаемая жидкость (Рис.1). На плоскости xOy недеформированной пластине соответствует отрезок $[a,b]$ прямой $y=h$. Скорость однородного потока жидкости равна V_0 и имеет направление, совпадающее с направлением оси Ox. Введем обозначения: t – время; $w(x,t)$ – прогиб упругого элемента (пластины); $\varphi(x,y,t)$ – потенциал скорости жидкости; x,y – декартовы координаты, $(x,y)\in G=\{(x,y):0\le x\le l,0\le y\le h\}$; l –

длина канала; a,b – координаты концов упругого элемента; N – сжимающее (растягивающее) воздействие на концы упругого элемента, h – ширина канала.

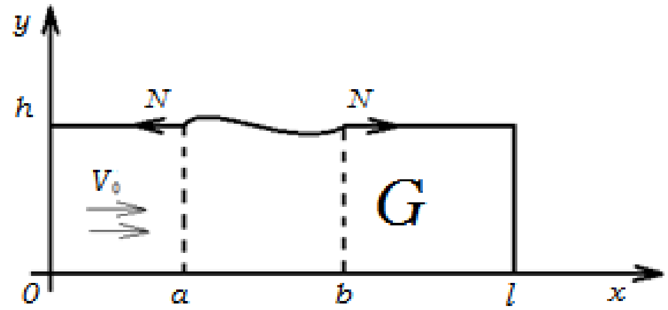


Рис. 1. Элемент стенки плоского канала.

Предлагаются две модели, описывающие динамику колебаний упругого элемента. Обе модели предполагают возмущения однородного потока жидкости и пластины малыми. При таком подходе уравнения, описывающие динамику пластины и движения жидкости, а также граничные условия, можно записать в виде:

$$mw_{tt} + Dw_{xxxx} + Nw_{xx} + \xi w_t + \theta w = P_0 - P_* - \rho\left(\varphi_t + V_0\varphi_x\right)_{y=h} \tag{1}$$

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0 \tag{2}$$

$$\varphi_y\left(x,0,t\right) = 0, x \in \left(0,l\right) \tag{3}$$

$$\varphi_y\left(x,h,t\right) = \begin{cases} 0, x \in (0,a) \cup (b,l) \\ w_t + V_0 w_x, x \in (a,b) \end{cases} \tag{4}$$

Здесь: s, ρ_0, $m = \rho_0 s$ –толщина, плотность и погонная масса материала пластины; ρ – плотность жидкости; P_0 – давление в однородном потоке; P_* – внешнее давление; (3), (4) – условия непротекания; D – изгибная жесткость пластины; ξ – коэффициент внешнего демпфирования; θ – коэффициент жесткости основания.

Для первой модели постановка задачи дополняется следующими граничными условиями:

$$\varphi\left(0,y,t\right) = 0, \varphi\left(l,y,t\right) = 0, y \in \left(0,h\right) \tag{5}$$

Решение для φ ищем в виде:

$$\varphi(x,y,t) = \sum_{i=1}^{K} \varphi_i(t)(e^{\lambda_i y} + e^{-\lambda_i y})\sin\lambda_i x, \lambda_i = \frac{i\pi}{l} \tag{6}$$

Решение исходной задачи (1)-(5) сводится к исследованию одного интегро-дифференциального уравнения для функции $w(x,t)$:

$$mw_{tt}+Dw_{xxxx}+Nw_{xx}+\xi w_t+\theta w=P_0-P_*-$$
$$-\frac{2\rho}{l}\sum_{i=1}^{K}\frac{cth(\lambda_i h)}{\lambda_i}(sin\lambda_i x\int_a^b(w_{tt}+V_0w_{tx})sin\lambda_i xdx+V_0\lambda_i cos\lambda_i x\int_a^b(w_t+V_0w_x)sin\lambda_i xdx) \qquad (7)$$

Для второй модели постановка задачи дополняется другими граничными условиями:

$$\varphi_x(0,y,t)=\varphi_x(l,y,t)=V(t),\ y\in(0,h) \qquad (8)$$

Решение φ представим в виде:

$$\varphi(x,y,t)=\varphi_0(t)+V(t)x+\sum_{i=1}^{K}\varphi_i(t)(e^{\lambda_i y}+e^{-\lambda_i y})\cos\lambda_i x,\ \lambda_i=\frac{i\pi}{l} \qquad (9)$$

Решение исходной задачи (1)-(4), (8) сводится к исследованию одного интегро-дифференциального уравнения для функции $w(x,t)$:

$$mw_{tt}+Dw_{xxxx}+Nw_{xx}+\xi w_t+\theta w=P_0-P_*-\rho(\varphi_{0t}(t)+V_0V(t)+V_t(t)x)-$$
$$-\frac{2\rho}{l}\sum_{i=1}^{K}\frac{cth(\lambda_i h)}{\lambda_i}(\cos\lambda_i x\int_a^b(w_{tt}+V_0w_{tx})\cos\lambda_i xdx-V_0\lambda_i\sin\lambda_i x\int_a^b(w_t+V_0w_x)\cos\lambda_i xdx) \qquad (10)$$

Исследование динамической устойчивости колебаний упругого элемента основано на построении функционалов типа Ляпунова для уравнений (7), (10), на численном решении этих уравнений методом Галеркина, а также на построении «смешанных» функционалов для задачи (1)-(4) с условиями (5) или (8) и решении этой задачи методом конечных разностей.

Работа выполнена в рамках государственного задания №2014/232 Минобрнауки России и при поддержке грантов РФФИ № 15-01-08599, № 15-41-02455р_поволжье_а

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И АЭРОГИДРОУПРУГОСТИ, ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

П.А. Вельмисов, Е.П. Семенова, Ю.А. Тамарова

Ульяновский государственный технический университет
432027, Ульяновск, ул. Северный Венец 32

Тел.: 89603793195, e-mail: velmisov@ulstu.ru

Аннотация. Получены асимптотические уравнения газовой динамики, на основе которых исследуются трансзвуковые и сверхзвуковые течения газа, а также динамическая устойчивость упругих элементов конструкций при различных режимах обтекания их потоком газа.
Ключевые слова: аэрогидродинамика, аэрогидроупругость, асимптотические уравнения, устойчивость.

ASYMPTOTIC EQUATIONS OF THE AERОHYDROMECHANICS AND AEROHYDROELASTICITY, THEIR APPLICATIONS

Velmisov P.A., Semenova E.P., Tamarova Yu.A.
Abstract. Asymptotic equations ofthegasdynamicsarederived. Transonic and supersonic gas flowsand also dynamic stability of elastic elements of designsat various modes of the flow their gas stream are studied on the basis of obtained equations.
Key words: aerohydromechanics, aerohydroelasticity, asymptotic equations, stability.

Предложены асимптотические разложения для потенциала скорости, на основе которых выводятся асимптотические уравнения газовой динамики для безвихревых изэнтропических течений газа. Приведем эти уравнения для первого приближения потенциала скорости $\varphi(x, y, z, t)$.

$$\varphi_{tt} + 2V\varphi_{xt} + V^2\varphi_{xx} = a^2\left(\varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz}\right) \tag{1}$$

Здесь и далее индексы снизу обозначают частные производные, V ,a – скорость газа и скорость звука в однородном потоке. Уравнение (1) – классическое уравнение линейной теории, которое применяется для описания как дозвуковых, так и сверхзвуковых течений.

$$\begin{gathered} 2\varphi_{xt} + (\gamma+1)\varphi_x\varphi_{xx} + 2\psi_y\varphi_{xy} + 2\psi_z\varphi_{xz} + \frac{\gamma-1}{2}\left(2\psi_t + \psi_y^2 + \psi_z^2\right)\varphi_{xx} - \varphi_{yy} - \varphi_{zz} = \\ = -\psi_{tt} - 2\psi_y\psi_{yt} - 2\psi_z\psi_{zt} - \psi_y^2\psi_{yy} - \psi_z^2\psi_{zz} - 2\psi_y\psi_z\psi_{yz}. \end{gathered} \tag{2}$$

Уравнение (2) – нелинейное (в т.ч. нелинейный член $\varphi_x\varphi_{xx}$), описывающее трансзвуковые течения газа (течения, содержащие как дозвуковые, так и сверхзвуковые зоны, а также звуковую поверхность – поверхность перехода скорости газа через скорость звука; в установившемся случае эта поверхность является поверхностью параболичности, разделяющей гиперболическую (сверхзвуковую) и эллиптическую (дозвуковую) области). Функция $\psi(y, z, t)$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\psi_{yy} + \psi_{zz} = 0$. В случае $\psi \equiv 0$

получим уравнение Линя-Рейсснера-Тзяна, переходящее для установившихся течений в уравнение смешанного типа Кармана-Фальковича.

$$2V\varphi_{\xi t} + 2\beta a^2\varphi_{\xi y} + \left[(\gamma+1)VM^2\varphi_\xi + (\gamma-1)M^2\psi_t - 2V\beta\psi_y\right]\ \varphi_{\xi\xi} = a^2\left(\psi_{yy} + \psi_{zz}\right) - \psi_{tt}. \qquad (3)$$

Здесь $\xi = x - \beta y$, $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$, $M = V / a$ – число Маха, γ – показатель Пуассона, функция $\psi(y, z, t)$ – произвольная. Нелинейное уравнение (3) описывает сверхзвуковое течение в окрестности ударной волны, мало отличающейся от линии Маха $\xi = const$.

Функция $\psi(y, z, t)$в (2),(3) задает поперечное аэродинамическое воздействие.

Представлены решения некоторых задач газовой динамики на основе уравнений (1)-(3).

На основе уравнений (1)-(3) исследуется также динамическая устойчивость упругих элементов конструкций при обтекании их потоком газа или жидкости в модели идеальной среды. Исследование устойчивости проводится в постановке, соответствующей малым возмущениям однородного потока и малым деформациям упругих элементов. Для исследования динамики и устойчивости упругого элемента уравнения (1)-(3) дополняются уравнением его колебаний

$$M\ddot{w} + Dw'''' + Nw'' + \beta\,\dot{w}'''' - \gamma\,\ddot{w}'' + F(t, x, w, \dot{w}) = P(\varphi) \qquad (4)$$

Для этой цели применяется также динамическая модель колебаний упругого элемента, состоящая из двух уравнений

$$\begin{cases} -\theta\left(u' + \dfrac{1}{2}w'^2\right)' + M\ddot{u} + G\left(t, x, u, \dot{u}\right) = 0 \\ -\theta\left[w'\left(u' + \dfrac{1}{2}w'^2\right)\right]' + M\ddot{w} + Dw'''' + Nw'' + \beta\,\dot{w}'''' - \gamma\,\ddot{w}'' + F(t, x, w, \dot{w}) = P(\varphi) \end{cases} \qquad (5)$$

В (4)-(5) u и w – это продольная и поперечная деформации упругого элемента; F, G – некоторые функции, определяющие внешние воздействия, например, управление; $P(\varphi)$ – аэрогидродинамическое давление, определяемое на основе уравнений (1)-(3); точка и штрих соответствуют производным по t и x.

Аналитическое исследование устойчивости основано на построении функционала типа Ляпунова для связанной системы дифференциальных уравнений в частных производных для двух или трех неизвестных функций: деформаций упругого элемента конструкции и потенциала скорости жидкости (газа), при этом получены достаточные условия устойчивости решений этой системы в аналитической форме. Условия накладывают ограничения на параметры механической системы.

Для численного исследования динамики упругого элемента использовался метод конечных разностей с последующей реализацией численного эксперимента на С++. Разработанная программа численного исследования позволяет моделировать колебания упругого элемента конструкции для разных способов закрепления концов упругого элемента при различных значениях параметров механической системы.

В качестве одного из примеров рассматривается модель вибрационного устройства, представляющего собой проточный канал, составными частями которого являются упругие элементы.

Работа выполнена в рамках государственного задания № 2014/232 Минобрнауки России и при поддержке гранта РФФИ № 15-01-08599.

Литература

1. Вельмисов П.А.Асимптотические уравнения газовой динамики. – Саратов: Изд-во ун-та, 1986. – 136 с.
2. Вельмисов П.А., Тамарова Ю.А.Математическое моделирование трансзвуковых течений// Автоматизация процессов управления. – 2014. – №1(35). – С. 47-54.

СОПОСТАВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ИХ КОНТУРОВ

Д. Е. Воронов

Московский технологический университет (МИРЭА), 119454, Россия, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78

e-mail: daily.danila@gmail.com

Аннотация. В данной статье представлен метод сопоставления двух изображений на основе вычисления инвариантных моментов Ху; рассматриваемый метод является одной из категорий дисциплины Контурного Анализа и характеризуется работой алгоритма в режиме реального времени, инвариантностью к показателям сдвига, поворота и масштабирования, а также высокой степенью точности.
Ключевые слова: распознание, сравнение, изображение, контурный анализ, Ху-моменты.

RECOGNITION OF IMAGES BASED ON THE ANALYSIS OF THEIR CONTOURS

Abstract. This article presents a method of recognition and comparison of two images based on a computing the invariant Hu-moments. This method is one of the categories of Contour Analysis and is characterized by real time working with invariance to such image's indicators as shift, rotation and scaling, as well as a high degree of accuracy.
Key words: recognition, comparison, image, contour analysis, Hu-moments.

Сравнение контуров — распространенная задача, возникающая при решении задач поиска заданного объекта на изображении. Задачи подобного рода заключается в сопоставлении шаблонов оригинального и искомого объектов. Одним из способов данного сопоставления является расчет их контурных моментов.

Момент изображения — это суммарная характеристика контура, рассчитанная путем интегрирования (суммирования) всех пикселей контура.

Пусть некоторый контур некоторого объекта (рис. 1) задан перечислением всех своих N точек-пикселей (x_i, y_i).

Алгоритм вычисления инвариантов заключается в следующем:

1. Определение центральных моментов:

$$\mu_{pq} = \frac{1}{N}\iint\limits_{D} (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q f(x,y)\,dxdy\,, \qquad p,q = 1,2,..., \tag{1}$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — средние значения, координаты центра области D или центры масс; $f(x,y)$ — функция яркости.

$$\bar{x} = \frac{\eta_{10}}{\eta_{00}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i\,;\ \bar{y} = \frac{\eta_{01}}{\eta_{00}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i, \tag{2}$$

где η_{ij} — момент, равный длине пикселей контура.

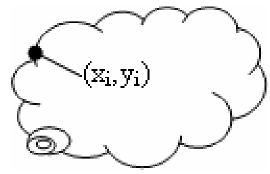


Рис. 1 Контур объекта

2. Вычисление нормализованных центральных моментов:

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}\frac{p+q}{2}+1}. \tag{3}$$

3. Получение моментов, имеющих инвариантность к операциям поворота, переноса и зеркального отображения:

$$\begin{gathered}
M_1 = \eta_{20} + \eta_{02},\\
M_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4{\eta_{11}}^2,\\
M_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (\eta_{03} - 3\eta_{21})^2,\\
M_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{03} + 3\eta_{21})^2,\\
M_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{03} + \eta_{21})^2]\\
+ (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{03} + \eta_{21})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{03} + \eta_{21})^2],\\
M_6 = (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{03} + \eta_{21})^2 + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{03} + \eta_{21})],\\
M_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{03} + \eta_{21})^2]\\
- (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{21})^2 - (\eta_{03} + \eta_{21})^2].
\end{gathered} \tag{4}$$

4. Получение моментов, имеющих инвариантность к полной группе аффинных преобразований:

$$\begin{gathered}
M_1' = r \times h,\\
M_2' = \frac{M_2}{r^4}, \qquad M_3' = \frac{M_3}{r^6}, \qquad M_4' = \frac{M_2}{r^4},\\
M_5' = \frac{M_5}{r^{12}}, \qquad M_6' = \frac{M_6}{r^8}, \qquad M_7' = \frac{M_7}{r^{12}}.
\end{gathered} \tag{5}$$

Величиной $r = \sqrt{\eta_{20} + \eta_{02}}$ характеризуется размер изображения, проецируемого на наблюдательную плоскость. Если величиной h характеризуется расстояние до объекта, то из геометрических свойств преобразований следует, что:

$$M_1' = r \times h = \text{const}. \tag{6}$$

Для распознавания объектов целесообразны любые из представленных инвариантных характеристик. Мерой сходства двух изображений A и B, как правило, назначают одну из трех функций:

$$I_1(A,B) = \sum_{i=1\ldots7} \left| \frac{1}{m_i^A} - \frac{1}{m_i^B} \right|, \tag{7}$$

$$I_2(A,B) = \sum_{i=1\ldots7} \left| m_i^A - m_i^B \right|, \tag{8}$$

$$I_3(A,B) = \sum_{i=1..7} \frac{\left| m_i^A - m_i^B \right|}{\left| m_i^A \right|}, \tag{9}$$

где $m_i^A = \mathrm{sign}(h_i^A) \log h_i^A$, $m_i^B = \mathrm{sign}(h_i^B) \lg h_i^B$,

h_i^A и h_i^b — *Ху-моменты* объектов A и B соответственно.

Литература

1. Абрамов Н. С., Хачумов В. М. Научно-технический журнал: распознавание на основе инвариантных моментов. Вестник РУДН — 2014, № 2 — С. 38 – 46.
2. Визильтер Ю. В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения / Ю. В. Визильтер, С. Ю. Желтов, А. В. Бондаренко, М. В. Ососков, А. В. Моржин — М.: Физматкнига, 2010 — 672 с.
3. Фурман Я. А. Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов — М.: Физматлит, 2003 — 592 с.
4. Фурман Я. А., Юрьев А. Н., Яншин В. В. Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений — Красноярск: Издательство красноярского университета, 1992 — 248 с.

ПОКРЫТИЕ ВЕРШИН ГРАФА В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЛОКОМОТИВОВ

Д. Н. Гайнанов, В. А Рассказова.

Уральский Федеральный Университет, Екатеринбург
Московский Авиационный Институт, Москва
damir.gainanov@gmail.com,varvara.rasskazova@mail.ru

Аннотация. В работе приводится постановка задачи о назначении и перемещении локомотивов для минимизации числа перемещений локомотивов без нагрузкина перевозку составов. Построена теоретико–графовая модель совместимых перемещений и сформулировано утверждение о двойственной природе задачи, на основании которого задача о назначении и перемещении локомотивов для минимизации числа перемещений локомотивов без нагрузки на перевозку составов может быть сведена к классической задаче теории графов о покрытии вершин графа минимальным числом ориентированных путей.

Ключевые слова: назначение локомотивов, покрытие вершин графа.

VERTICES COVER IN THE PROBLEM OF OPTIMAL ASSIGNMENTS AND TRANSPORTATIONS OF LOCOMOTIVES

Abstract. It is a statement of the problem of the assignments and transportations of locomotives, where it should be minimized a number of unloaded transportations of locomotives. Given the theoretical–graph model of compatibility of transportations and is formulated an assertion on the duality of the problem, based on which the problem of the assignments and transportations of locomotives, where it should be minimized a number of unloaded locomotives, could be reduced to the classic problem of the graph theory of the vertices cover by the minimal number of the simple directed paths.
Key words: the assignments of locomotives, vertices cover.

Рассмотрим ориентированный граф сети $\vec{\Gamma} = (\mathrm{S}, \mathrm{E})$, где $\mathrm{S} = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ – множество станций и $\mathrm{E} \subseteq \left\{ (s_i, s_j) : i, j \in \overline{1, n} \right\}$. План поездоформирования $\mathrm{P} \equiv \bigcup_{(s_i, s_j) \in \mathrm{E}} p(s_i, s_j)$ содержит все пути $p(s_i, s_j)$ ориентированного графа сети, допустимые для перевозки.

Полагая, что для каждого ориентированного перегона (s_i, s_j) выполнены тяговые расчеты и построен график движения на перегоне, соответствующий минимальным энергозатратам на перевозку, для каждого ориентированного перегона (s_i, s_j) можно построить множество $\mathrm{E}(s_i, s_j)$ энергоэффективных стратегий движения, и элементы множества $\mathrm{E} \equiv \bigcup_{(s_i, s_j) \in \mathrm{E}} \mathrm{E}(s_i, s_j)$ служат дугами ориентированного мультиграфа $\vec{\mathrm{G}} = (\mathrm{S}, \mathrm{E})$. Множество допустимых путей ориентированного мультиграфа определяет множество $\mathrm{N}(\mathrm{P})$ нормативных ниток графика движения поезда; и, в свою очередь, множество бесконфликтных наборов нормативных ниток, где отношение конфликтности вводится специальным образом, составляет основу оптимального планирования грузового железнодорожного движения. Подробное рассмотрение задачи формирования множества бесконфликтных наборов нормативных ниток представлено в работе [1].

Для заданных размеров движения $\mathrm{R} = \| r(s_i, s_j) \|,\ i, j \in \overline{1, n}$, и матрицы корреспонденций $\mathrm{R}^* = \| r^*(s_i, s_j) \|$, где $r^*(s_j, s_i) = 0$, если $r(s_i, s_j) = 0$, множество $(Z \cup D)$ содержит бесконфликтные нормативные нитки $v \in \mathrm{N}(\mathrm{P}, \mathrm{R})$, соответствующие заданиям на перевозку, и $v \in \mathrm{N}(\mathrm{P}, \mathrm{R}^*)$, соответствующие допустимым перемещениям локомотивов без нагрузки на перевозку составов, в количестве, достаточном для осуществления планируемых перевозок, и упорядочено в лексикографическом порядке относительно начала движения. Допустимое отображение $f : (Z \cup D) \to 2^{\mathrm{L} \cup \{L_0\}}$, где множество локомотивов L задано начальными условиями доступности, требует от нормативных ниток, «назначенных» на один и тот же локомотив, выполнения условий совместимости. Тогда *задача о назначении и перемещении локомотивов для минимизации числа перемещений локомотивов без нагрузки на перевозку составов* состоит в поиске допустимого отображения f, такого что последовательно выполняются условия:

$\left|f^{-1}(\mathrm{L})\cap Z\right|\to\max$, $\left|f\left(Z\cup D\right)\right|\to\min$, $\left|f^{-1}(\mathrm{L})\cap D\right|\to\min$. В [1] приводятся детальное описание процедуры построения множества $\left(Z\cup D\right)$ и формальная постановка задачи.

Множество $\left(Z\cup D\right)$ порождает ориентированный граф $\overrightarrow{\Gamma^*}=\left(\left(Z\cup D\right),\mathrm{E}^*\right)$, в котором дугами соединены совместимые задания на перевозку и допустимые перемещения локомотивов. Для каждого локомотива определено подмножество $\mathrm{W}\left(L_i\right)\subseteq\mathrm{W}$ всех простых ориентированных путей, начало которых совместимо с начальными условиями доступности локомотива $L_i\in\mathrm{L}$; и для каждого простого ориентированного пути $\mathrm{w}\in\mathrm{W}$ множество $\mathrm{vert}\left(\mathrm{w}\right)=\{v:v\in\mathrm{w}\}$ содержит вершины графа $\overrightarrow{\Gamma^*}$, входящие в состав простого ориентированного пути, и подмножество $\mathrm{W}\left(L_0\right)$ содержит вершины, соответствующие перевозкам, назначенным на «фантомный» локомотив L_0 – выполнение которых невозможно посредством имеющегося парка локомотивов.

Если $\mathrm{L}'\subseteq\mathrm{L}$ и задано отображение $\omega:\mathrm{L}'\to\bigcup_{L_i\in\mathrm{L}'}\mathrm{W}\left(L_i\right)$, такое что $\omega\left(L_i\right)\in\mathrm{W}\left(L_i\right)$ для всех $L_i\in\mathrm{L}'$, то *существует двойственная взаимосвязь между множеством решений задачи о назначении и перемещении локомотивов для минимизации числа перемещений локомотивов без нагрузки на перевозку составов и парами* $\left(\mathrm{L}',\omega:\mathrm{L}'\to\bigcup_{L_i\in\mathrm{L}'}\mathrm{W}\left(L_i\right)\right)$, *последовательно удовлетворяющими условиям*: $\left|Z\cap\bigcup_{L_i\in\mathrm{L}'}\mathrm{vert}\left(\mathrm{w}\left(L_i\right)\right)\right|\to\max$, $\left|\mathrm{L}'\right|\to\min$, $\left|D\cap\bigcup_{L_i\in\mathrm{L}'}\mathrm{vert}\left(\mathrm{w}\left(L_i\right)\right)\right|\to\min$.

Пары $\left(\mathrm{L}',\omega:\mathrm{L}'\to\bigcup_{L_i\in\mathrm{L}'}\mathrm{W}\left(L_i\right)\right)$, последовательно удовлетворяющие указанным условиям, суть множество покрытий подмножества вершин ориентированного графа $\overrightarrow{\Gamma^*}=\left(\left(Z\cup D\right),\mathrm{E}^*\right)$ минимальным числом простых ориентированных путей. Таким образом, задача о назначении и перемещении локомотивов для минимизации числа перемещений локомотивов без нагрузки на перевозку составов сводится к классической задаче теории графов о покрытии вершин подграфа минимальным числом ориентированных путей.

Литература

[1]Гайнанов Д.Н., Рассказова В. А. Алгоритм вершинного покрытия для минимизации холостого хода в задаче о назначении и перемещении локомотивов// Системный анализ, управление и навигация – Евпатория.2016. С. 133–134.

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ИНТРОПРОДОЛЖЕНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ВЫМЕТАНИЯ И КОНЦЕНТРАЦИИ МАСС

Ю.В. Гласко

Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Ленинские горы, Россия

e-mail: glaskoyv@mail.ru

Аннотация. В статье предложены модели процессов используемых при поисках углеводородов. Основной акцент сделан на трехмерный случай. На основе моделей предлагаются алгоритмы и их численная реализация. Численная реализация использует методы конечных разностей и конечных элементов.

Ключевые слова: интропродолжение, метод полного нормированного градиента В.М. Березкина, выметание, метод Д. Зидарова, концентрация масс, обратная задача.

MODELS AND ALGORITHMS OF INTROCONTINUATION OF GEOPHYSICAL FIELD, SWEEPING AND CONCENTRATION OF MASSES

Abstract. In the article considered models of the processes searching for oil. We consider 3D case. On the base of the models posed algorithms and numerical realization of the algorithms. The numerical realization uses methods of finite differences and finite elements.

Key words: introcontinuation, method of Berezkin's complete normalized gradient, sweeping, method of D. Zidarov, concentration of masses, inverse problem.

При поисках углеводородов возникают задачи интерпретации наблюденного на поверхности геофизического поля. В этой связи используется уравнение Лапласа с условием на дневной поверхности z = 0. Источники при этом определяются на основе методик продолжения поля с дневной поверхности в нижнее полупространство (интропродолжения) и применяемого к продолженному полю полного нормированного градиента В.М. Березкина [2] (фильтрации).

При сеточной реализации указанного алгоритма, область $\{x, z\}$ может представлять треугольник либо трапецию с основанием на дневной поверхности, или прямоугольник без нижней границы, либо прямоугольник, либо квадрат. В случае прямоугольника и квадрата в качестве условий на границе Γ (за исключением z=0) примем отсутствие потока. В трехмерном случае $\{x, y, z\}$ квадрат преобразуется в куб, а прямоугольник в параллелепипед. Условия на их границах–отсутствие потока $\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\Gamma} = 0$. Проведена серия вычислительных экспериментов касательно указанного метода.

В случае задания поля гравитирующих масс на границах куба V расположенного на определенной глубине, можно применить методику концентрации [3], [4]. В данном случае, рассматриваемая нами модель процесса выметания представляет краевую задачу 2-го рода с подвижной границей для параболического уравнения. Начальное условие определяет область-источник и ее плотность. Условие на границе Γ куба - отсутствие потока, как и в задаче интропродолжения. Численная реализация модели осуществляется методом выметания Д. Зидарова для 3D случая. Обратная задача концентрации выметенных масс дополняет модель выметания условием цели в конечный момент процесса, которая заключается в выметании всей массы из области источника на ее границу. Проведено ряд новых вычислительных экспериментов для апробирования метода.

Литература

1. Ягола А.Г., Ван Янфей, Степанова И.Э., Титаренко В.Н. Обратные задачи и методы их решения. Приложения в геофизике.М.: Бином, 2014.
2. Березкин В.М. Метод полного градиента при геофизической разведке. М.: Недра, 1988.
3. Филатов В.Г. Устойчивые способы обработки и интерпретации потенциальных полей на основе регуляризации и концентрации источников. Автореферат на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Киев: ИГ АН УССР. 1988.
4. Страхов В.Н. О выметании масс по Пуанкаре и его использовании при решении прямых и обратных задач гравиметрии // ДАН СССР. 1977. Т.236. №1. С. 54-57.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛИМЕРИЗАЦИИ СТИРОЛА С МАЛЕИНОВЫМ АНГИДРИДОМ

И.В. Григорьев, С.А. Мустафина

Стерлитамакский филиал «Башкирского государственного университета», Стерлитамак, Россия
e-mail: grigoryevgiv@gmail.com

Аннотация.В работе построена математическая модель, основанная на кинетической схеме процесса полимеризации стирола с малеиновым ангидридом. Математическая модель представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, размерность которой стремится к бесконечности, ввиду бесконечного числа реакционных компонентов. Применяя метод статистических моментов, бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений сводится к системе с конечным числом уравнений и становится разрешимой. Численное решение конечной системы позволяет определить усредненные молекулярные характеристики процесса.

Ключевые слова: кинетическая схема, математическая модель, процесс сополимеризации, стирол, малеиновый ангидрид, стиромаль, метод моментов.

SIMULATION OF POLYMERIZATION OF STYRENE AND MALEIC ANHYDRIDE

Abstract. In this paper, a mathematical model based on the kinetic scheme of the polymerization of styrene and maleic anhydride. The mathematical model is a system of ordinary differential equations whose dimension tends to infinity, because of the infinite number of the reaction components. Applying the method of statistical moments, infinite system of ordinary differential equations is reduced to a system with a finite number of equations and becomes soluble. Numerical solution of the target system to determine the average molecular properties.

Key words: kinetic scheme, mathematical model, copolymerizationprocess, styrene, maleic anhydride, stiromal, the method of moments.

Сополимер стирола с малеиновым ангидридом (стиромаль) является важным коммерческим продуктом и используется в различных отраслях промышленности: в нефтяной – входит в состав буровых растворов, в лакокрасочной – в качестве пленкообразователя, в роли стабилизатора при производстве полимеров, в качестве флокулянта при очистке промышленных и сточных води т.д.

В работе построена математическая модель процесса синтеза полимера с низким молекулярным весом на основе стирола (винилбензол) и малеинового ангидрида (ангидрид малеиновой кислоты, ангидрид*цис*-этилен-1,2-дикарбоновой кислоты, 2,5-фурандион).

При составлении математической модели процесса сополимеризации использовался кинетический метод. Данный метод моделирования полимеризационных процессов заключается в составлении и численном решении кинетических уравнений для концентрации всех типов частиц, участвующих в процессе (молекул, свободных радикалов, макромолекул, макромолекулярных свободных радикалов) [1,2].

Система дифференциальных уравнений относительно моментов молекулярно-массового распределения сополимера примет вид:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d[I]}{dt} = -k_i[I],\\
&\frac{d[R]}{dt} = 2fk_i[I] - k_{i1}[M][R] - k_r[P_1][R],\\
&\frac{d[M]}{dt} = -[M]k_p\mu_0 - [M]k_{i1}[R],\\
&\frac{d[P_1]}{dt} = k_{i1}[M][R] - k_p[M][P_1] - k_r[R][P_1] - (k_{rec} + k_{dis})[P_1]^2\mu_0,\\
&\frac{d[Q_1]}{dt} = k_r[R][P_1] + \frac{1}{2}k_{rec}[P_1][R] + k_{dis}[P_1]^2\mu_0,\\
&\frac{d\mu_0}{dt} = k_p[M][P_1] - k_r[R]\mu_0 - (k_{rec} + k_{dis})[P_1]\mu_0^2,\\
&\frac{d\mu_1}{dt} = k_p[M][P_1] + k_p[M][P_1]\mu_0 - k_r[R]\mu_1 - (k_{rec} + k_{dis})[P_1]\mu_1\mu_0,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$\frac{d\mu_2}{dt} = k_p[M][P_1]\mu_2 + 2k_p[M][P_1]\mu_1 + k_p[M][P_1]\mu_0 - k_p[M]\mu_2 - k_r[R]\mu_2 - (k_{rec} + k_{dis})[P_1]\mu_2\mu_0,$$

$$\frac{d\eta_0}{dt} = k_r[R]\mu_0 + k_{rec}[P_1]^2\mu_0^2 + k_{dis}[P_1]\mu_0^2,$$

$$\frac{d\eta_1}{dt} = k_r[R]\mu_1 + k_{rec}[P_1]^2\mu_1\mu_0 + k_{dis}[P_1]\mu_1\mu_0,$$

$$\frac{d\eta_2}{dt} = k_r[R]\mu_2 + k_{rec}[P_1]^2\left(\mu_2\mu_0 + \mu_1^2\right) + k_{dis}[P_1]\mu_2\mu_0.$$

где $[\ldots]$ – концентрации соответствующих веществ ($[M]$ – мономера, $[R]$ – свободного радикала, $[I]$ – инициатора, $[P_n],[Q_n]$ – активных («растущих») и неактивных («мертвых») цепей сополимера длиной n, соответственно, содержащие n звеньев M мономера), *f*– эффективность инициирования..

Начальные условия для системы (1) имеют вид:

$$\left[I^{(0)}\right] = [I(0)],\ \left[M^{(0)}\right] = [M(0)],$$

$$\left[R^{(0)}\right] = 0,\ \left[P_1^{(0)}\right] = 0,\ \left[Q_1^{(0)}\right] = 0, \qquad (2)$$

$$\mu_k(0) = 0,\ \eta_k(0) = 0,\ k = 0{,}1{,}2.$$

Найденные значения моментов используются для нахождения средних молекулярных масс M_n, M_ω.

Таким образом, в работе описан процесс получения сополимера стирола и малеинового ангидрида в среде неароматического растворителя с применением азоинициатора. Подобраны условия полимеризации. На основе математической модели построены следующие зависимости: значений концентраций инициатора, значений концентраций мономера от времени полимеризации, а также получены значения среднечисленных и среднемассовых молекулярных масс.

Литература

1. Григорьев И.В., Мифтахов Э.Н., Мустафина С.А. Математическое моделирование процесса полимеризации стирола с малеиновым ангидридом // Вестник технологического университета. 2015. Т.18, №15. С. 211-217.

2. Михайлова Т.А., Григорьев И.В., Мустафина С.А. Исследование синтеза бутадиен-стирольного сополимера на основе метода Монте-Карло с учетом распределения по времени пребывания // Фундаментальные исследования. 2015. № 5-3. С. 517-520.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОЙ АБЛЯЦИИ МЕТАЛЛОВ ФЕМТОСЕКУНДНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

Р.В. Давыдов, В.И. Антонов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, институт прикладной математики и механики, Санкт-Петербург, Россия

E–mail: romanvproze@gmail.com

Аннотация. В работе предложена математическая модель абляции фемтосекундными лазерными импульсами на основе двухтемпературной гидродинамической модели с использованием нового разработанного широкодиапазонного уравнения состояния металлов. Результаты моделирования глубины абляции меди и алюминия хорошо согласуется с экспериментальными данными для обоих металлов, что может позволить использовать эту модель для подбора оптимальных параметров лазерного излучения при абляции металлов.
Ключевые слова: абляция, фемтосекундные лазеры, моделирование, наночастицы

SIMULATIONOFMETAL ABLATION BYFEMTOSECONDLASERPULSES

Abstract. In this paper a mathematical model for femtosecond laser ablation of metals is proposed, based on standard two-temperature model connected with 1D hydrodynamic equations. Wide-range equation of state for metalshas been developed. The simulation results are compared with experimental data for aluminium and copper. A good agreement for both metals with numerical results and experiment shows that this model can be employed for choosing laser parameters to better accuracy in nanoparticles production by ablation of metals
Key words: ablation, femtosecond laser, simulation, nanoparticles

Одним из наиболее распространённых лазерных методов получения наночастиц и наноструктур является импульсная лазерная абляция твердых мишеней, находящихся в вакууме или в окружающем их газе жидкости или газе [1]. Лазерная абляция – довольно простой, прямой и быстрый способ синтеза наночастиц, который позволяет получать частицы различного типа. В этом методе не требуются большие времена для проведения химических реакций, а также высокие температуры и давления, характерные для химического синтеза. Кроме того, нет необходимости использовать токсичные или взрывоопасные химические исходные вещества. Метод применим практически с неограниченной комбинацией материалов мишеней и жидкостей, что позволяет осуществлять синтез наночастиц в подобранной среде. Свойства генерируемых наночастиц – распределение по размерам, форма, состав и структура для каждого материала мишени зависят от параметров лазера, используемого для абляции (длины волны излучения, длительности и частоты импульса, энергии в импульсе). В связи с этим большой интерес представляет математическое моделирование этого метода для расчета оптимальных параметров лазерного излучения для генерации наночастиц определенного размера с учетом свойств материала, из которого они будут получены [2].

В настоящее время для математического моделирования лазерной абляции пытаются применять молекулярно-динамические модели, в которых численно интегрируются уравнения движения для систем атомов с выбранным потенциалом взаимодействия, что требует значительных вычислительных ресурсов. Это существенно ограничивает размеры исследуемой области абляции металла, так, например, при расширении области абляции (в зависимости от площади воздействия лазерного излучения) в 3 - 4 раза, число процессоров, выполняющих вычисления, которые необходимо задействовать для решения поставленной задачи, требуется увеличить от нескольких раз до порядка. Поэтому часто для моделирования используют различные двухтемпературные модели, в том числе гидродинамические. При этом расчет термодинамических свойств металла в широком диапазоне плотностей и температур при воздействии на него лазерного излучения представляет собой сложную задачу, которая не всегда хорошо решена в различных уравнениях состояния, нужных для решения уравнений гидродинамики, что значительно снижает точность решений, а в некоторых случаях делает её неприемлемой.

Поэтому для проведения моделирования фемтосекундной лазерной абляции в нашей работе предложена одномерная двухтемпературная гидродинамическая модель с использованием широкодиапазонной модели теплопроводности [3] и нового разработанного полуэмпирического уравнения состояния [4].

Предложенная модель была апробирована для моделирования лазерной абляции алюминия и меди в вакууме. Использование нового разработанного уравнения состояния позволило существенно повысить точность расчета глубины абляции в широком диапазоне плотностей энергий излучения и различных длительностях импульса для обоих металлов. В дальнейшем планируется модифицировать модель для исследований лазерной абляции металлов в различных средах.

Литература

1. Макаров Г.Н. Применение лазеров в нанотехнологии: получение наночастиц и наноструктур методами лазерной абляции и лазерной нанолитографии // УФН. 2013. Т. 183, № 7. с. 673-718.
2. Zhang J., Chen Y., Hu M., Chen X. An improved three-dimensional two-temperature model for multi-pulse femtosecond laser ablation of aluminum // J. Appl. Phys. 2015. Vol. 117, 063104.
3. Inogamov N.A., Zhakhovskii V.V., Ashitkov S.I. Two-temperature relaxation and melting after absorption of femtosecond laser pulse // Appl. Surf. Sci. 2009. Vol. 255, p. 9712-9716.
4. Антонов В.И., Давыдов Р.В., Калинин Н.В. Широкодиапазонные уравнения состояния алюминия и меди для моделирования воздействия лазерного излучения на вещество // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2014. 1(190), с. 198 – 203.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕД МЕТОДОМ FDTD

Ж.О. Домбровская

МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

e-mail: dombrovskaya@physics.msu.ru

Аннотация.Построена кусочная квазиравномерная сетка, детально передающая все характерные участки решения нестационарной сингулярно возмущенной задачио падении электромагнитного импульсана границу «воздух – диэлектрик». Проведены вычисления с построением апостериорной асимптотически точной оценки погрешности исповышением порядка точности.

Ключевые слова: метод FDTD, диэлектрические границы раздела, квазиравномерные сетки

FDTD MODELLING OF PIECEWISE HOMOGENEOUS DIELECTRIC MEDIA

Abstract. We propose a piecewise quasi-uniform mesh which resolves in details all characteristic solution parts of non-stationary singularly perturbed problemfor the incidence of electromagnetic pulse on “air – insulator” interface.Calculations with obtaining a posteriori asymptotically precise error estimate and with increasing the order of accuracy are carried out.

Key words: FDTD method, dielectric interfaces, quasi-uniform meshes

Особую трудность для конечно-разностных методов представляют задачи в слоистых средах, когда один из материальных параметров (диэлектрическая проницаемость ε или магнитная восприимчивость μ) или оба являются кусочно-непрерывными. Сходимости в норме C удается добиться только тогда, когда точки разрывов не попадают внутрь шаблона разностной схемы.

Диэлектрические среды с большим значением относительной диэлектрической проницаемости ведут себя практически как идеальные проводники. Глубина проникновения высокочастотного электромагнитного поля в него невелика. Внутри скин-слоя решение резко изменяется, то есть возникает контрастная структура. При правильном выборе расположения узлов такие сингулярно возмущенные задачи можно решать на равномерных сетках, однако это крайне невыгодно из-за избыточно подробного шага в регулярных участках решения. Целесообразно использовать сетки, адаптированные к ширине погранслоя $\sim 1/(k_0\sqrt{\varepsilon})$, где k_0 − волновое число в вакууме.

Рассматривается одномерная нестационарная начально-краевая задача для системы вихревых уравнений Максвелла с кусочно-постоянным коэффициентом, задающим границу раздела двух диэлектрических сред с сильно различающимися значениями проницаемости. Для численного решения методом конечных разностей во временной области(FDTD−Finite-DifferenceTime-Domain) предлагается в качестве сеток по пространству для электрического $\mathbf{E}$ имагнитного $\mathbf{H}$ полей использовать кусочные квазиравномерные сетки, смещенные по отношению друг к другу на половину шага.

Для их построения применяется производящая функция, предложенная в[1]. Она содержит в каждом из трех участков решения (регулярная часть, переходная область и пограничный слой) примерно одинаковое число узлов, что позволяет детально передавать все характерные особенности решения задачи. Сетки задаются кусочно следующим образом[2]:

$$x(\xi)=\begin{cases} a\left(\operatorname{th}[c(\xi-1)(1+(\xi-1)^2)/3]+1\right), & \xi\in[0;1], \\ a\left(\operatorname{th}[c(\xi+1)(1+(\xi+1)^2)/3]-1\right), & \xi\in[-1;0], \end{cases}. \qquad (1)$$

где a и c − управляющие параметры. Шаги сеток для $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ определяются через $x'(\xi)$ в целых и полуцелых узлах, соответственно.

Поскольку схема явная, то шаги сетки по времени должны удовлетворять условию Куранта. Необходимо использовать равномерную сетку, шаг которой пропорционален наименьшему шагу по пространству. В качестве итоговой сетки выбирается декартово произведение пространственных сеток для $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и сетки по времени.

Расчеты на квазиравномерных сетках, как и на равномерных [3], [4], можно проводить с многократным сгущением, применяя метод Ричардсона. В данной работе была получена апостериорная асимптотически точная оценка погрешности, произведено исследование фактического порядка точности и рекуррентно повышено его значение со второго до шестого.

Классическая схема Йе является консервативной, поэтому на границе раздела не возникает нефизичных фиктивных источников излучения. В нашем случае диэлектрическую границу необходимо поставить в узел электрического поля, то есть ε вычисляется в полуцелых узлах сетки. Такой подход удобен, единообразен и позволяет экономично решать задачи рассматриваемого типа. Он без труда обобщается на случай неидеальных диэлектриков: точка разрыва удельной диэлектрической проводимости σ^e ставится в тот же узел, что и точка разрыва диэлектрической проницаемости ε.

Аналогичным образом можно поступать и в задачах с магнитными границами раздела, когда ε непрерывна, а магнитная восприимчивость μ и удельная магнитная проводимость σ^m являются кусочно-непрерывными. Тогда в точки разрыва μ и σ^m нужно поставить узел сетки, относящейся к магнитному полю.

В случае слоистой среды сетка, аналогичная (1), составляется из необходимого числа «кусков». Более того, предложенный метод можно непосредственно применять к многомерным задачам, так как многомерные сетки для полей строятся как декартово произведение одномерных.

Литература

1. Белов А.А., Калиткин Н.Н. Численное моделирование задач с пограничным слоем // Математическое моделирование. 2015. Т. 27, № 1. С. 47–55. (English transl.: Belov A.A., Kalitin N.N. Numerical simulations of boundary layer problems // Mathematical Models and Computer Simulations. 2016. V. 8, N 4. P. 341–347).

2. Домбровская Ж.О. Метод конечных разностей во временной области для кусочно-однородных диэлектрических сред//Моделирование и анализ информационных систем. 2016. Т. 23, № 5. [в печати]

3. Домбровская Ж.О., Боголюбов А.Н. Повышение точности одномерной схемы Йе методом сгущения сеток // ИзвестияРАН. Серия физическая. [в редакции]

4. Домбровская Ж.О., Боголюбов А.Н. Анализ точности и сходимости одномерной схемы Йе методом сгущения сеток// Ученые записки физического факультетаМГУ. 2016. № 3. С. 163112-1–163112-3.http://uzmu.phys.msu.ru/file/2016/3/163112.pdf

ФОРСАЙТ-МОДЕЛЬ АДАПТИВНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ БЮДЖЕТА РЕГИОНАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОГРАММ

Т.О. Загорная

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

ул. Артема, 58, г. Донецк, 83000, ДНР

+380953185851, e-mail:tanya-z@meta.ua

Аннотация. В статье представлена математическая модель форсайт-прогноза бюджетной эффективности инвестиционной программы, предусматривающая адаптивный контур регулирования основных параметров управления на основе пересмотра и корректировки предыдущих управленческих решений по трем стратегиям: оптимистической, умеренной и пессимистической.

Ключевые слова: дорожная карта, форсайт-прогноз, драйверы цели, функция активация цели, бюджетная эффективность, инвестиционная программа.

FORESIGHT MODEL ADAPTIVE CONTROL BUDGET OF REGIONAL INVESTMENT PROGRAMME

Abstract. The paper presents a mathematical model of foresight forecast budget efficiency investment program, providing an adaptive control loop main control parameters based on the review and adjustment of previous administrative decisions on three strategies: optimistic, moderate and pessimistic.

Key words: Roadmap, foresight forecast, target drivers, feature activation targets, budgetary efficiency investment program.

Государственное участие в финансировании инвестиционных проектов направлено в основном на поддержку проектов, имеющих важное значение для экономики, а также на сохранение государственного контроля над соответствующими секторами экономики. Указанное участие осуществляется в пределах государственных бюджетных ассигнований на инвестиционные цели и в рамках государственных инвестиционных программ.В данном исследовании предполагается реализация целого комплекса мер адаптивного регулирования финансовых активов государственных инвестиционных программ, которые предусматривают в том числе и последующую корректировку основных действий по распределению инвестиционных активов, т.е их возможный пересмотр и сопоставление в динамике требуемых уровней финансовых показателей с их фактическими значениями. В этом случае предлагается дорожная карта прогноза бюджетной эффективности инвестиционной программы, предполагающая следующую последовательность действий.

1. Формирования последовательности управленческих решений направленных на соблюдение требований бюджетной эффективности программы DT_{ij} (*драйверы цели*).
2. Определения момента активации предложенной последовательности финансовых решений (*функция активации целиDT$_{ij}$*) в котором по принципу адаптивного управления возможна корректировка и пересмотр принятых решений особенно для случаев, где отклонений прогнозных и фактических оценок финансовых показателей очень значительное.

$$DT_{ij}(t) = \int_{t_o}^{t_r} f(t_{ij}^n, t_{ij}^k, t)dt + DT_{ij}(t_o) \tag{1}$$

где $DT_{ij}(t)$ - динамика активации *i*-цели($i = \overline{1,m}$) для j-го драйвера ($j = \overline{1,n_i}$) соответственно в начальный t_{ij}^n и конечный t_{ij}^k моменты времени определяющие условия выполнения цели DT_{ij};

$DT_{ij}(t_o)$ - начальное значение (базовый уровень) бюджетной эффективности по*j*-му драйверу*i*-й цели DT_{ij};тогдафункция активации целиопределяющая параметры выполнения условия бюджетной эффективности для цели DT_{ij}определяется как:

$$f_{ij}(t_{ij}^n, t_{ij}^k, t) = \begin{cases} 1, t \in \left[t_{ij}^n, t_{ij}^k\right] \\ 0, t \in \left[(t_o, t_{ij}^n) \cup (t_{ij}^k, t_k)\right] \end{cases} \tag{2}$$

где t_o, t_k, t - начальный, конечный и текущий моменты времени в которых производится активации *i*-цели ($i = \overline{1,m}$) для j-го драйвера ($j = \overline{1,n_i}$);

Достижение высокой степени адекватности полученных прогнозных оценок инвестиционной эффективности достигается посредствам ввода некоторого количества стратегий (оптимистической, умеренной, и пессимистической) для которых корректируются условия соблюдения требований бюджетной эффективности инвестиционной программы. Тогда получение точечных оценок результативности активации цели DT_{ij}, как параметра бюджетной эффективности программы для нескольких стратегий в заданный момент времени контуре принимаемых управленческих решений определяется следующим образом:

$$P_B^{eff}(t) = \frac{m^s}{m} \times \sum_{i=1}^{m^s} \left[r_i \times \sum_{j=1}^{n_i^s} \frac{DT_{ij}(t)}{t_{ij}^k - t_{ij}^n} \right] \div 100 \text{ ,при условиях } m^s \le m, n_i^s \le n_i \tag{3}$$

где P_B^{eff} - результат активации i-цели ($i = \overline{1,m}$) для j-го драйвера ($j = \overline{1,n_i}$) t- го периода по параметру $DT_{ij}(t)$;

r_i - рейтинг j-го драйвера i-й цели установленный в пределах границ бюджетной эффективности инвестиционной программы;

m^s - количество драйверов в сценарии дорожной карты реализации финансовых решений по инвестиционной программе;

n_i^s - набор i- целей по j-му драйверу сценария дорожной карты реализации финансовых решений по инвестиционной программе.

Формулы (1-3) представляют собой математическую модель прогноза бюджетной эффективности инвестиционной программы в адаптивном контуре регулирования ее основных финансовых параметров. Полученные прогнозные оценки и анализ характера изменения уровня бюджетной эффективности во времени для нескольких стратегий позволят пошагово корректировать результативность выполнения инвестиционной программы, что положительно отразится на ключевых аспектах ее непосредственной реализации.

ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДА ЭНЕРГИИ ЗАРЯДА В ЭНЕРГИЮ ВОЛНЫ НАПРЯЖЕНИЙ

Е.С. Кожевникова, А.И. Фатова, Е.И. Казакова

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»

ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР

+38(066)5157888,e-mail:katerinka.kozhevnikova.97@mail.ru

Аннотация. Установлено влияние параметров начального импульса на переход энергии заряда в энергию напряжений. Для исследования характера изменения импульса в неидеально упругой среде применено преобразование Фурье.

Ключевые слова: энергия, заряд, импульс, волна, напряжение.

FEATURES OF TRANSITION ENERGY CHARGE IN STRESS WAVE ENERGY

Abstract. The influence of the initial pulse parameters in the transition charge energy into voltages. To investigate the nature of the change of momentum in elastic medium imperfectly applied Fourier transform.

Keywords: energy, momentum, wave, power.

Для установления влияния параметров начального импульса на переход энергии заряда а энергию волны предположим, что давление в полости заряда изменяется по экспонентному закону $P_o\, e^{-\delta 1}$.Время действия положительной фазы волны определяется как наименьший корень уравнения:

$$\frac{C}{r} f''\left(1-\frac{r-r_o}{C}\right) + \frac{C^2}{r^2} f'\left(1-\frac{r-r_o}{C}\right) = 0 \qquad (1)$$

Распространение волнового импульса в горных породах сопровождается необратимыми потерями энергии волны напряжений, в результате чего происходит не только поглощение энергии волны, но и изменение формы импульса.Для облегчения исследования характера изменения импульса в неидеально упругой среде воспользуемся преобразованием Фурье. Комплексный спектр функции определяется по формуле:

$$S(r,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(r,t) e^{-i\omega t}\, dt \qquad (2)$$

где f_1 (r, t) – функция, описывающая форму импульса волны напряжения в заданной точке среды. Амплитудный спектр является модулем комплексного спектра

$$\Phi(\mathrm{r},\omega) = |\mathrm{S}(\mathrm{r},\omega)|. \qquad (3)$$

В результате поглощения амплитуда каждой гармонической составляющей, будет затухать по закону $e^{-\alpha\omega^2 r}$ на расстоянии r от источника взрыва действительная плотность спектра будет равна:

$$\mathrm{S}(\mathrm{r},\omega) = \mathrm{S}_o(\omega, r_o)\, e^{-\alpha\omega^2 r}, \qquad (4)$$

где $\mathrm{S}_o(\omega, r_o)$ – комплексный спектр на контакте заряд – порода.

С помощью обратного преобразования Фурье с учетом поглощения получим форму колебаний на расстоянии r от источника:

$$f_1(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(r,\omega) e^{-i\omega t} dt\ , \qquad (5)$$

Из выражения (5) следует, что по мере распространения волны в результате более интенсивного поглощения высокочастотных составляющих импульс становится более низким и растянутым.Определим комплексный спектр колебания, вызванного взрывом сферического заряда. Плотность спектра на контакте заряд – порода рассчитываем по формуле:

$$\mathrm{S}(\mathrm{r},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{C_o}{r_o} f''(t) + \frac{C_o^2}{r_0^2} f'(t)\right] e^{-i\omega t} dt \qquad (6)$$

Из выражений (2) и (6) следует, что при распространении импульса в неидеально упругой среде комплексный спектр его состоит из двух частей. С учетом поглощения комплексный спектр в каждой точке среды при взрыве сферического заряда преобразуется к виду:

$$\mathrm{S}(\mathrm{r},\omega) = e^{-\alpha\omega^2 r}\left[\frac{1}{r} S_1(\omega, r_0) + \frac{1}{r^2} S_2(\omega, r_0)\right], \qquad (7)$$

где

$$S_1(\omega, r_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C}{r_o} f''(t) e^{-i\omega t} dt \quad (8)$$

- спектральная плотность динамической составляющей:

$$S_2(\omega, r_0) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_o^2}{r_0^2} f'(t) e^{-i\omega t} dt \quad (9)$$

- спектральная плотность квазигидродинамической составляющей.

В породах с большим коэффициентом поглощения динамическая составляющая волны затухает более интенсивно по сравнению с квазигидродинамической. Поэтому для пород с большим коэффициентом поглощения начальный импульс необходимо формировать таким образом, чтобы в нем преобладала статическая составляющая волны напряжении, а в энергию волны переходил минимум энергии заряда. В породах с малым коэффициентом поглощения, где основное разрушение происходит под действием динамической составляющей волны напряжений начальный импульс необходимо формировать так, чтобы в энергию волны переходил максимум энергии взрыва.

МОДЕЛЬ СИСТЕМНОЙ ДИНАМИКИ ПРОГНОЗА ЭФФЕКТОВ СЕТЕВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УНИВЕРСИТЕТОВ

А.О. Коломыцева

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»

ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР

+38(066)3382859, e-mail: anniris21@rambler.ru

Аннотация. В статье представлен методический подход к оценке параметров и характеристик системно-динамической имитационной модели, которая в рамках реализации стратегии сетевого взаимодействия университетов на основе прогнозной оценки интегрального эффекта сетевизации, позволяет более эффективно и основательно организовать совместные образовательные программы.

Ключевые слова: сетевое взаимодействие, эффект сетевизации, системная динамика, образовательное пространство, имитационное моделирование.

MODEL OF SYSTEMIC-DYNAMIC OF THE PROSPECTS AND EFFECTS NETWORK INTERACTIONS OF UNIVERSITIES

Abstract. The paper presents a methodical approach to the estimation of parameters and characteristics of the system dynamics simulation model, which is part of the strategy network interaction of universities on the basis of forecast evaluation of the integral network effect, it allows for more efficient and thoroughly to organize joint training programs.

*Key words:*networking effect, system dynamics, educational environment,simulation.

Предлагаемая системно-динамическая модель будет оценивать перспективность реализации концепции сетевого взаимодействия после вступления в сеть (корпорацию) по основным составляющим динамика которых выражена уравнениями (1-7).

1. Уровень изменения репутации и статуса университета: $LEV1 = \int_{t0}^{tn}(KRn(t) - (KRn(t) - KR(t_0))dt$.

Темп изменения репутация в ходе взаимодействия: $\Delta KR_n(t) = KR_n(t) - KR(t)$,где $KR_n(t)$ - изменение репутации и статуса университета в условиях реализации сетевых образовательных программ, $KR(t)$ - текущий статус и репутация университета при отсутствии программ сетевого взаимодействия.

1. Уровень изменения информационного обмена в основных источниках информации: $LEV2 = \int_{t0}^{tn}(C_n(t) - C(t_0))dt$.

Темп изменения интенсивности транзакционных операций и издержек на поиск и обработку информации: $\Delta C_n(t) = C_n(t) - C(t)$,где $C_n(t)$ - издержки на поиск и обработку информации после вхождения университета в сеть; $C(t)$ - текущие издержки на поиск и обработку информации до вхождения в сеть.

2. Уровень изменения коммуникационных форм взаимодействия (функциональных связей): $LEV3 = \int_{t0}^{tn}(A_n(t) - A(t_0))dt$.

Темп изменения издержек обращения, в условиях противодействию взаимодействиям: $\Delta A_n(t) = A_n(t) - A(t)$, где $A_n(t)$ - издержки обращения базового университета после вхождения в сеть; $A(t)$ - текущие издержки обращения базового университета до вхождения в сеть.

3. Уровень изменения затрат от реорганизации внутренней структуры управления: $LEV4 = \int_{t0}^{tn}(Q_n(t) * ((C_{ex}(t) - C_{in}(t)))dt$.

Темп изменения эффекта систематического обмена ресурсами, приводящего к оптимизации внутриорганизационной структуры: $\Delta E_x R_n(t) = C_{ex}(t) - C_{in}(t)$,где - $Q_n(t)$ - адаптивный коэффициент оценки степени вовлеченности ресурсов образовательных организаций; $C_{ex}(t)$ - объем внешних ресурсов, вовлеченных в сетевое взаимодействие; $C_{in}(t)$ - объем внутренних ресурсов, вовлеченных в сетевое взаимодействие.

4. Уровень перспектив создания цепочки стоимости НИР: «инновация-коммерциализация»: $LEV6 = \int_{t0}^{tn}(C_{inn}(t) - C_{ndr}(t))dt$.

Темп изменения затрат на разработку и внедрение совместных инновационных проектов: $\Delta S_n(t) = C_{inn}(t) - C_{ndr}(t)$, где $C_{inn}(t)$ - расходы на оплату совместных инновационных исследований при условии вхождения в сеть; $C_{ndr}(t)$ - расходы, связанные с выполнением переданного или полученного в рамках сети объема НИР.

5. **Уровень** конкурентоспособности университета на глобальном образовательном рынке: $LEV7 = \int_{t0}^{tn} (K_{global}(t) - K_i(t))dt$.

Темп изменения конкурентного статуса университета: $\Delta K_n(t) = K^{global}{}_n(t) - K_i(t)$, где - $K^{global}{}_n(t)$ - изменение уровня конкурентоспособности в условиях глобального рынка; $K_i(t)$ - текущий уровень конкурентоспособности до вхождения в сеть.

6. **Уровень** изменения количества потенциальных абитуриентов (эффект синергии): $LEV8 = \int_{t0}^{tn} (R_n(t) - R(t))dt$.

Темп изменения количества студентов, как основного образовательного ресурса сети: $\Delta R_n(t) = R_n(t) - R(t)$, где $R_n(t)$ -изменение количества зачисленных абитуриентов (выпускников) после вхождения в сеть; $R(t)$ - изменение количества зачисленных абитуриентов (выпускников) после вхождения в сеть.

Таким образом, интегральный эффект сетевизации складывается из суммы всех его составляющих, которые обусловлены действием статусного, информационного, коммуникационного, организационного и инновационного рычагов управления. Оптимальные варианты сетевого взаимодействия можно выявить с помощью, разработанной системно-динамической адаптивной модели выбора стратегического партнера на основе оценки экономической эффективности взаимодействия во времени всех образовательных единиц.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЫ, ВБЛИЗИ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ НЕПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЫ, В АНИЗОТРОПНОМ ГРУНТЕ

Д. Г. Лекомцев

Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева, Орел, Россия

e-mail: lekomtcevdg@yandex.ru

Аннотация. В работе рассмотрена задача о работе совершенной скважины в анизотропном пласте грунта в случае прямолинейной непроницаемой границы. Исследование существенно упрощается, если преобразовать уравнение к каноническому виду (уравнению Лапласа). Для этого осуществляется переход на вспомогательную плоскость с использованием гомеоморфных (аффинных) преобразований. Анизотропия грунта сильно сказывается на дебите скважины.

Ключевые слова: скважина, пористая среда, дебит, тензор проницаемости

MATHEMATICAL MODELING OF PERFECT WELL, NEAR A RECTILINEAR IMPENETRABLE BOUNDARY, IN AN ANISOTROPIC GROUND

Abstract. The problem is to work the well in an anisotropic formation of soil in the case of a rectilinear impenetrable boundary of reservoir. The research will be simplified if the equation transforms into the Laplace equation. To do this, turn on the auxiliary plane using homeomorphic (affine) transformation. The anisotropy of soil greatly effects the production rate.

Key words: well, porous medium, production, permeability tensor

Работу совершенной эксплуатационной скважины моделируем стоком мощности Q, который расположен в начале координат физической плоскости Oxy. Грунт пласта характеризуется коэффициентом проницаемости K – тензором второго ранга $K=(K_{ij})$, $i,j=1,2$. Компоненты (K_{ij}) – постоянные. Рассмотрим работу скважины в случае, когда в среде имеется прямолинейная бесконечная непроницаемая граница (геологический сброс) σ: $x=-d$, где d - кратчайшее расстояние от непроницаемой границы σ до центра скважины. Контур скважины – окружность σ_C: $x^2+y^2=R_C^2$. Обобщенный потенциал $\phi(M)$ удовлетворяют всюду в области D, уравнению [1]:

$$\nabla\cdot(K\cdot\nabla\phi(M))=0,\ M\in D. \tag{1}$$

Полагаем, что давления на контурах σ_Π, и σ_C постоянные, то есть для $\phi(M)$ имеем условия:

$$\phi(M)=\phi_\Pi,\ M\in\sigma_\Pi,\ \phi(M)=\phi_C,\ M\in\sigma_C\ , \tag{2}$$

где $\phi_П$ и ϕ_C - константы ($\phi_П \neq \phi_C$). Для исследования влияния на дебит Q различных компонентов тензора проницаемости грунта K введем коэффициенты [2]:

$$\alpha = K_{22} / K_{11} > 0\,,\; \beta = K_S / K_{11} > 0\,,\; \gamma = K_a / K_{11}\,,\, (\beta^2 < \alpha),$$

где $K_S = (K_{12} + K_{21}) / 2$, $K_a = (K_{12} - K_{21}) / 2$. Перейдем на вспомогательную плоскость $\zeta = \xi + i\eta$, используя гомеоморфные (аффинные) преобразования координат.

$$\xi = (1+a)x + by\,,\;\; \eta = bx + (1-a)y\,,$$

где $a = (\alpha - 1) / (\alpha + 1 + 2\sqrt{\alpha - \beta^2})$, $b = -2\beta / (\alpha + 1 + 2\sqrt{\alpha - \beta^2})$, $\mu_0^2 = a^2 + b^2$.

С целью изучения влияния анизотропии грунта на дебит введем относительный дебит $\varepsilon = Q / Q_0 - 1$ [2]. Q_0 - дебит скважины радиуса R_C вблизи прямолинейной непроницаемой границы в случае изотропного грунта. Контур питания удален на расстояние $R_П$, причем $R_П >> d$. Рассчитаем Q_0 по формуле [3]

$$Q_0 = (2\pi(C - C_0)) / (\ln(R_П^2 / (2dR_C))) \quad , \tag{3}$$

где C и C_0 - постоянные давления на контурах скважины и питания. Далее выбираем $C = 1, C_0 = 0$. Следуя [2] рассчитаем Q по формуле

$$Q = (2\pi\sqrt{D(K_S)}(C - C_0)) / (\ln(2d'R'_C))\,, \tag{4}$$

где $R'_C = R_C\sqrt{1 - |\mu_0|^2}$ - «эффективный» радиус скважины на вспомогательной плоскости ζ [4], $d' = (d(1 - |\mu_0|^2)) / \sqrt{b^2 + (1-a)^2}$ - расстояние от центра скважины до непроницаемой границы на плоскости ζ [2], $D(K_S) = K_{11}K_{22} - (K_{12} + K_{21})^2 / 4 > 0$ - определитель симметричной части K_S тензора проницаемости K.

Анизотропия грунта может сильно увеличивать или уменьшать дебите Q по отношению к Q_0. Данная математическая модель может использоваться в качестве тестовой при исследовании более сложных задач [4-6].

Литература

1. Пивень В.Ф. Математические модели фильтрации жидкости. Орёл: Издательство ФГБОУ ВПО Орловский государственный университет, 2015. 408 с.

2. Пивень В.Ф., Лекомцев Д.Г. Математическое моделирование работы совершенной скважины с прямолинейным контуром питания в анизотропном пласте грунта// Ученые записки Орловского государственного университета. 2012. №3. С. 69-74.

3. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 488 с.

4. Пивень В.Ф., Лекомцев Д.Г. Исследование работы совершенной скважины в анизотропном однородном пласте грунта// Ученые записки Орловского государственного университета. 2014. №3. С. 83-87.

5. Лекомцев Д.Г. Математическое моделирование работы батареи совершенных скважин в анизотропном грунте// Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2015. № 1. С. 94-102.

6. Крыштопин Д.В., Федяев Ю.С. Исследование эволюции трехмерной границы раздела «разноцветных» жидкостей к точечному стоку в однородном ортотропном грунте, ограниченном непроницаемой плоскостью// Избранные труды физико-математического факультета Орловского государственного университета: сб. науч. тр. Орел: Картуш, 2015. С. 67-73.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ СЕТКИ СКВАЖИН В БЛОКАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ НА ОТКРЫТЫХ ГОРНЫХ РАЗРАБОТКАХ

Э.А. Маншилин, Ю.И. Задилски, Е.И. Казакова

ГОУ ВПО "Донецкий национальный технический университет"
ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР
+38(066)1608335, e-mail: edik.manshilin98@yandex.ru

Аннотация. В данной статье разработан локальный критерий управления при этом исходная задача представлена в виде канонической задачи нелинейного программирования с целевой функцией, выражающей суммарный расход ВВ, затрачиваемый на качественное дробление пород взрывом для блоков произвольной формы при системе нелинейных ограничений. Разработан метод "блуждающего вектора" построения сетки скважин в блоках произвольной конфигурации фронта отбойки.

Ключевые слова: взрывной блок, фронт отбойки, дробление, ЭВМ, рельеф, «блуждающий вектор», метод сопряженных градиентов, буровзрывные работы.

MATHEMATICAL MODEL OF OPTIMAL LOCATION WELLS IN BLOCKS MESH ARBITRARY SHAPE IN OPEN MINING

Abstract. This article is designed local control criterion for this initial task is presented as a canonical nonlinear programming problem with the objective function, which expresses the overall consumption of explosives expended on quality crushing rock explosion for freeform blocks if the system of non-linear constraints. The method of "wandering vector" meshing wells in blocks of arbitrary configuration breaking front.

Keywords: explosive unit, breaking the front, crushing, computers, relief, "wandering vector", conjugate gradient method, blasting.

Круг задач, решаемых в управлении буровзрывными работами включает в себя: перебор множества вариантов ведения буровзрывных работ с различной степенью дробления и выбор оптимальной степени дробления; расположение сетки скважин, расчет необходимого количества взрывчатого вещества, а также его размещения в блоках произвольной конфигурации; поиск рациональной схемы взрывания, расчет необходимых средств взрывания, вспомогательных материалов и безопасных расстояний для выбранной схемы взрывания. Операция разметки и бурение скважин управляется техническим расчетом параметров буровзрывных работ. Локальная цель этой операции выражается в оптимальном распределении необходимого количества взрывчатого вещества по объему взрываемых пород, а локальная цель операции заряжания и взрывания – оптимальная размещение необходимого взрывчатого вещества в условиях фиксированной фактической сетки скважин. Глобальная цель всего процесса буровзрывных работ – получение взорванной горной массы оптимальной кусковатости. В результате выполненных исследований установлена, что для управления качеством дробления горной массы необходима разработка локального критерия управления. При этом исходная задача представлена в виде канонической задачи нелинейного программирования с целевой функцией, выражающей суммарный расход взрывчатых веществ, затрачиваемый на качественное дробление парод взрывом для блоков произвольной форме при системе ограничений. Но функцию цели нельзя вычислить аналитически, а можно только смоделировать на ЭВМ процесс пространственного расположения взрывных скважин в блоках произвольной формы. Так как функция цели имеет сложный вид то для ее минимизации использован метод сопряженных градиентов, но только при наличии не линейных ограничений для переменных (в сочетании с нелинейностью и многомерностью процесса буровзрывных работ). Предложена специальная процедура построения такого вектора направления минимизации, который не выводит поиск из допустимой области.

В основу математической модели оптимального расположения скважин во взрывных блоках с произвольной конфигурацией фронта отбойки пород положен метод “блуждающего” вектора, суть которого состоит в следующем. Так как определение параметров размещения скважин в блоке сводится к определению размещения зарядов колонковой формы (сосредоточенных и рассредоточенных) относительно обнаженных поверхностей, то они в значительной степени зависят от высоты уступа. Если уступ переменной высоты, то, естественно, переменными становятся величина заряда по подошве, расстояние между скважинами в ряду, расстояние между рядами скважин. На основании информации, включающей сведения о рельефе поверхности уступа, в точке предполагаемого расположения данной скважины определяется высота уступа и величина линии сопротивления по подошве. Рассчитанная величина линия распределения по подошве должна удовлетворять во-первых условию безопасности ведения горных работ(расстояния от верхней бровки уступа до места расположения гусениц бурового станка, принимается равным не менее трех метров); во-вторых удовлетворять условию вместимости зарядов в скважине.

Из фиксированной точки на проектной линии отрыва с шагом, равным радиус-вектору построенному по величине линия сопротивления по подошве происходит "обход" вырываемого блока, с целью поиска подходящих выступов для расположения первых скважин. Размещение скважины в предполагаемой точке происходит тогда и только тогда, когда количество обнаженных поверхностей при условии расположения скважины в данной точке будет предельно максимальной. Так как регулирования степени дробления достигается так же созданием и в дальнейшем постоянным поддержанием после взрыва каждого заряда свободных поверхностей, что обуславливает отражение от них волн растяжения, и способствует дополнительному дроблению. Кроме того, точка считается подходящей, если угол между вектором начальным и последующим отличен от нуля и положителен. Все подходящие точки формируются в массив для дальнейшего анализа. Определяются коэффициенты уравнений отрезков прямых, образующих линию выступа. Через начальную скважину строится направляющая отрезка для определения расстояния от этой точки до планируемой линии отрыва. Анализируется возможность возникновения ситуаций, когда подходящий выступ начинается сразу; либо два соседних выступа приемлемы для расположения в них начальных скважин. “Блуждание” радиус-вектора происходит до тех пор, пока не будут сформулированы все линии разрыва, и не будут выполнены все основные положения математической модели расположения взрываемых скважин в блоках произвольной формы на карьере.

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ВЗРЫВНОГО ДЕЛА

С. Михайлович, Ф. Михайлович, Е.И. Казакова

ГОУ ВПО ”Донецкий национальный технический университет”
ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР
+38(050)1794791, e-mail: smihajlovic95@bk.ru

Аннотация.В статье предложена модель, позволяющая оценивать действие взрыва на среду: параметрами зоны разрушения, определяемой геометрическим местом точек, в которых плотность энергии равна удельной работе разрушения; воронкой рыхления.

Ключевые слова: взрыв, модель, энергия, разрушение, комплексный потенциал.

PECULIARITIES OF CONSTRUCTING MATHEMATICAL MODELS IN SOLVING THE PROBLEM OF BLASTING WORK

Abstract. The paper proposes a model that allows to assess the effects of the explosion on the environment parameters fracture zone defined by the locus of points at which the energy density is the specific work of destruction funnel loosening.

*Keywords :*explosion, model, power, destruction, complex potential.

При ведении буровзрывных работ для добычи полезного ископаемого неправильно подобранные параметры оказывают существенное влияние на эффективность взрыва. Неправильно подобранные параметры оказывают существенное влияние на эффективность взрыва. Существует много теорий действия взрыва на среду, каждая из которых дополняет или уточняет другие. Однако единой общепринятой теории еще не создано.Так как в практике ведения взрывных работ действие взрыва на среду характеризуется его конечным результатом, то для практических расчетов целесообразно применять упрощенные модели, позволяющие получить приближенное решение поставленной задачи.

Упрощенные модели, основанные на учете основных факторов, определяющих рассматриваемые процессы, позволяют установить некоторые закономерности действия взрыва в среде. Известно, что во многих случаях однородную, находящуюся в твердом состоянии среду можно рассматривать как абсолютно несжимаемую жидкость, пренебрегая незначительным фактическим изменением объема. При таких допущениях энергия взрыва передается среде и распространяется в ней мгновенно (в действительности же скорость волны конечна), однако это упрощение вполне приемлемо для установления общих закономерностей действия взрыва в среде. При этом разрушаемая среда от полученной энергии приходит в движение и в местах, где скорость этого движения превысит критическую, происходит разрушение массива и его дробление. Заметим, что применяемая модель не является универсальной, т.к. она не позволяет последовательно рассматривать процессы, протекающие в среде под действием взрыва, а лишь дает возможность судить о конечных результатах. До сих пор нет аналитических решений задач для данной модели, которые учитывали бы влияние свободной поверхности на конечные результаты взрыва, за исключением сферического заряда.

Определив потенциал на поверхности заряда, определим потенциал в любой точке поля. Пусть состояние среды после взрыва описывается уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial \mathrm{z}^2}=0.$$

При взрыве заряда в среде возникает сложное поле напряжений, которое аналитически описать очень трудно, поэтому будем рассматривать плоскую задачу. В такой постановке решение уравнения упрощается, если учесть, что значения потенциала на поверхности заряда и свободной поверхности постоянны.

Применим метод конформных отображений. Суть его использования в данном случае заключается в том, чтобы сложную область напряжений, возникающих при взрыве заряда в среде, отобразить на простую каноническую с помощью комплексного потенциала. Изображая контуры заряда и свободной поверхности некоторыми линиями в плоскости, на которых потенциал принимает постоянные значения, подбираем аналитическую функцию комплексного переменного z таким образом, чтобы $\varphi(x,y)$ принимало заданное постоянное значение на поверхности заряда, а на свободной поверхности равнялось нулю. При таких условиях $\varphi(x,y)$можно принять за потенциал поля начальных скоростей

$$\mathrm{w}=\mathrm{f(z)}=\psi(x,y)+\mathrm{i}\varphi(x,y), \text{где } \mathrm{z}=x+\mathrm{i}y.$$

Мнимая часть комплексного потенциала будет являться истинным потенциалом поля начальных скоростей. Линии равного потенциала будут определяться уравнением$\varphi(x,y)=\mathrm{C}$,а линии тока – уравнением$\psi(x,y)=\mathrm{C}'$

Величина вектора начальной скорости в каждой точке взрываемой среды будет равна модулю производной комплексного потенциала:

$$v = |V| = \left|\frac{dw}{dz}\right| = |f'(z)|,$$

т.е. вектор начальной скорости есть отрицательный градиент потенциала, который определяется как: $V = -\acute{\imath}f'(z)$. Плотность энергии в каждой точке среды определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{\rho}{2}|f'(z)|^2.$$

Принятая модель позволяет оценивать действие взрыва на среду: параметрами зоны разрушения, определяемой геометрическим местом точек, в которых плотность энергии равна удельной работе разрушения; воронкой рыхления. Она определяется линией тока, проходящей через край воронки разрушения на свободной поверхности; величиной вероятно возможного куска, который может образоваться в данной области взрываемой среды. С помощью комплексного потенциала можно определить верхний предел времени разрушения вдоль указанной линии полученные результаты позволяют производить сравнительный анализ при выборе параметров буровзрывных работ для обеспечения требуемой степени дробления взрывом, хотя не дают возможности получить точные количественные величины.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ КОНТРОЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ф. Михайлович, С. Михайлович, Е.И. Казакова

ГОУ ВПО ”Донецкий национальный технический университет”
ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР
+38(050)1794791, e-mail: smihajlovic95@bk.ru

Аннотация. В статье предложена оценка влияния дисперсии времени обслуживания продукции контролирующей ячейкой на производительность системы в целом при условии, что функция распределения времен обслуживания продукции на технологических ячейках и ячейках контроля соответствуют равномерному закону распределения.

Ключевые слова: технологическая ячейка, ячейки контроля, полумарковские модели, функции распределения общего вида, случайные величины.

STOCHASTIC ASPECTS OF TECHNOLOGICAL SYSTEMS

Abstract. In the article the evaluation of the influence of the dispersion time of service product controls cell performance of the system as a whole, provided that the distribution function of the time of production services in the process cells and control cells comply with uniform distribution law.

Keywords: cell technology, control cells, semi-Markov model, the general form of the distribution function, random variables.

При оценке производительности производственной системы, состоящей, из двух технологических ячееки последовательно соединенной с ними ячейки контроля возникает ряд проблем, связанных с наличием стохастичности при работе указанных агрегатов, то есть возникает необходимость аппроксимировать реальные законы распределения известными. В случае использования полумарковских моделей наиболее удобными для аппроксимации являются законы Эрланга как простые, так и обобщенные. Они представляют собой композицию экспонент и удобны для интегрирования. В большинстве работ по данному направлению используются марковские модели, предполагающие экспоненциальное распределение времени обслуживания, как на технологических ячейках, так и на ячейках контроля. Однако данное предположение значительно снижает точность моделей и сужает рамки их применимости. Поэтому предлагается использовать полумарковские модели с общим фазовым пространством, оперирующие с функциями распределения общего вида, что позволяет значительно повысить точность оценок производительности рассматриваемой системы.

В машино-приборостроении технологические ячейки, входящие в состав синхронной линии, непосредственно соединены друг с другом и не разделены между собой межоперационными накопителями. Существуют три стратегии управления синхронных автоматизированных линий: линии с жестким циклом передачи продукции от ячейки к ячейке, с рефлекторным управлением, со свободным ритмом. В автоматизированных линиях с жестким циклом передача продукции от ячейки к ячейке производится через детерминированный, строго определенный отрезок времени, гарантированно обеспечивающий выполнение операций всеми технологическими ячейками с учетом стохастичности времени обслуживания на них продукции. Это наиболее простой способ управления, имеющий недостаток: наличие гарантированного запаса времени (простое) для завершения выполнения всех операций в каждом цикле, снижает производительность.

Целью данной работы является оценка влияния дисперсии времени обслуживания продукции контролирующей ячейкой на производительность системы в целом при условии, что функция распределения времен обслуживания продукции на технологических ячейках и ячейках контроля соответствуют равномерному закону распределения.

В ходе выполнения исследований была использованаполумарковская модель синхронной автоматизированной линии. Конкретным предметом исследований являлся анализ модели при распределении случайных величин по равномерному закону.

Необходимо отметить, что основная сложность заключается в моделировании функции распределения случайной величины $\alpha = [\beta - \gamma]^+$. Случайная величина α имеет следующий смысл: она равна разности случайных величин β и γ при условии, что $\beta > \gamma$, а ее функция распределения$F_\alpha(t)$ определяется из формулы:

$$F_\alpha(t) = \frac{\int_0^\infty [F_\beta(t+y) - F_\beta(y)] f_\gamma(y)dy}{\int_0^\infty \bar{F}_\beta\,(y) f_\gamma(y)dy} = \frac{\int_0^\infty F_\beta(t+y) f_\gamma(y)dy - \int_0^\infty F_\beta(y) f_\gamma(y)dy}{1 - \int_0^\infty \bar{F}_\beta\,(y) f_\gamma(y)dy},$$

где $F_\beta(t)$ и $f_\gamma(t)$ функция и плотность распределения случайных величин β и γ, соответственно.

Случайные величины β и γ ограничены конечными пределами $[a_1 - a_2]$, и $[b_1 - b_2]$, а общий вид их функций распределения следующий

$$F_\beta(y) = \begin{cases} 0, y > a_1; \\ \frac{t-a_1}{a_2-a_1}, a_1 < y < a_2; \\ 1, y > a_2; \end{cases}$$

$$f_\gamma(y) = \begin{cases} \frac{1}{b_2-b_1}; \\ 0, y \notin (b_1, b_2); \end{cases}$$

Проведенные исследования с использованием указанной модели позволили оценить влияние дисперсии времени послеоперационного контроля на производительность трехфазной синхронной технической системы.

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА РАДОНА В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

А.Р. Нафикова

Стерлитамакский филиал БашГУ, Стерлитамак, Россия
e-mail: albinabikbaeva@gmail.com

Аннотация. В работе представлены результаты построения математической модели трехмерной задачи диффузии-адвекции радона в кусочно-постоянных слоистых средах с включениями, разработки численных алгоритмов ее решения и проведения вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: диффузия-адвекция радона, анизотропная среда.

TO THE QUESTION OF MATHEMATICAL MODELLING OF PROCESSES OF TRANSFER OF RADON IN ANISOTROPIC MEDIA

Abstract. In work results of creation of mathematical model of a three-dimensional problem of diffusion advection of radon in piecewise and constant layered media with inclusions, developments of numerical algorithms of her decision and carrying out computing experiments are presented.

Key words: radon diffusion advection, anisotropic medium.

Математическое моделирование процессов распределения радона в грунте и его стока в приземный слой атмосферы связано с решением параболических краевых задач математической физики. Разработка математических моделей, алгоритмов решения и программ расчета процессов распространения радона – актуальная задача, имеющая практическое значение во многих научных направлениях и областях.

В работе [1] построена математическая модель трехмерной задачи диффузии-адвекции радона в кусочно-постоянных слоистых средах с включениями, учитывающая анизотропию диффузионных свойств подобластей геологической среды (1):

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial A_{i.j}(P,t)}{\partial t} = div\,(D_{i.j}\,\overline{\nabla} A_{i.j}(P,t)) + \nu_{i.j}\,\frac{\partial A_{i.j}(P,t)}{\partial z} - \lambda(A_{i.j}(P,t) - A_{i.\infty}),\\
P = P(x,y,z) \in \Omega_{i.j},\, i = \overline{0,N},\ j = \overline{0,M_i};\\
\left(\left(D_{i.0}\,\overline{\nabla} A_{i.0}(P,t), \overline{n}\right) + \nu_{i.0} A_{i.0}(P,t)\right)\Big|_{\gamma_{i.0}} =\\
= \left(\left(D_{i+1.0}\,\overline{\nabla} A_{i+1.0}(P,t), \overline{n}\right) + \nu_{i+1.0} A_{i+1.0}(P,t)\right)\Big|_{\gamma_{i.0}},\, i = \overline{0, N-1};\\
A_{i.0}(P,t)\Big|_{\gamma_{i.0}} = A_{i+1.0}(P,t)\Big|_{\gamma_{i.0}},\, i = \overline{0, N-1};\\
\left(\left(D_{i.j}\,\overline{\nabla} A_{i.j}(P,t), \overline{n}\right) + \nu_{i.j} A_{i.j}(P,t)\right)\Big|_{\gamma_{i.j}} =\\
= \left(\left(D_{i.0}\,\overline{\nabla} A_{i.0}(P,t), \overline{n}\right) + \nu_{i.0} A_{i.0}(P,t)\right)\Big|_{\gamma_{i.j}},\, i = \overline{0,N},\ j = \overline{1,M_i};\\
A_{i.j}(P,t)\Big|_{\gamma_{i.j}} = A_{i.0}(P,t)\Big|_{\gamma_{i.j}},\, i = \overline{0,N},\ j = \overline{1,M_i};\\
\lim_{z\to\infty} A_{N.0}\,(P,t) = A_{N.\infty},\ \lim_{z\to-\infty} A_{0.0}\,(P,t) = 0;\\
\lim_{P\in\Omega_{i.0},\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} A_{i.0}\,(P,t) = A_i\,(P,t),\, i = \overline{0,N};\\
A_{i.j}(P,0) = 0,\, i = \overline{0,N},\ j = \overline{0,M_i}.
\end{gathered}
\tag{1}
$$

Здесь $A_{i.j}\,(P,t)$ – объемная активность радона в грунте; λ – постоянная распада радона; $A_{i.\infty}$ – объемная активность радона, находящегося в радиоактивном равновесии с радием $\left({}^{226}Ra\right)$ в грунте i-го слоя, которая равна $A_{i.\infty} = K_{i.em} A_{i.Ra} \rho_{i.s} (1-\eta_i)$; $K_{i.em}$ – коэффициент эманирования радона; $A_{i.Ra}$ – удельная активность ${}^{226}Ra$; $\rho_{i.s}$ – плотность твердых частиц; η_i – пористость грунта; $A_i\,(P,t)$ – нормальное поле радона, описывающее диффузию-адвекцию радона в слоистой среде в предположении отсутствия включений; $\gamma_{i.0} = \left\{\gamma_{i.0}\,(x,y)\,\middle|\,\gamma_{i.0} \to z_i \text{ при } \sqrt{x^2+y^2} \to \infty\right\}\left(i = \overline{0,N}\right)$ - гладкие параметрические заданные границы горизонтально-слоистой среды разделенной ими на горизонтальные слои $\Omega_{0.0}, \Omega_{1.0}, \ldots, \Omega_{N.0}$, заполненные веществом, диффузионные свойства которого описываются постоянными симметричными тензорами $D_{i.0} = \begin{pmatrix} d_{xx}^{i.0} & d_{xy}^{i.0} & d_{xz}^{i.0} \\ d_{xy}^{i.0} & d_{yy}^{i.0} & d_{yz}^{i.0} \\ d_{xz}^{i.0} & d_{yz}^{i.0} & d_{zz}^{i.0} \end{pmatrix}$ и скоростями адвекции $\nu_{0.0}, \nu_{1.0}, \ldots, \nu_{N.0}$ соответственно.

Каждый слой $\Omega_{i.0}$ содержит M_i локальных включений $\Omega_{i.j}$ $(j=\overline{1,M_i})$ с границами $\gamma_{i.j}$, заполненных веществом, физические свойства которого описываются постоянными симметричными тензорами диффузии $D_{i.j}=\begin{pmatrix} d_{xx}^{i.j} & d_{xy}^{i.j} & d_{xz}^{i.j} \\ d_{xy}^{i.j} & d_{yy}^{i.j} & d_{yz}^{i.j} \\ d_{xz}^{i.j} & d_{yz}^{i.j} & d_{zz}^{i.j} \end{pmatrix}$ и скоростями адвекции $v_{i.j}, i=\overline{0,N}, j=\overline{1,M_i}$. Если область $\Omega_{0.0}$ – приземный слой атмосферы, то в задаче (1) следует положить $A_{0.\infty}=0$. При $M_0>0$ включения $\Omega_{0.1},\ldots,\Omega_{0.M_0}$ могут описывать жилые и производственные сооружения. Переменная $t\geq 0$ – время.

Описан способ решения, основанный на сочетании методов интегральных пре-образований Лапласа, интегральных представлений с построением функцииГрина слоистой среды и интегральных уравнений Фредгольма II рода, возникающих по границам локальных включений. Разработаны численные алгоритмы нахождения функции нормального поля радона, функции Грина в горизонтально-слоистой среде с плоскопараллельными границами, обращения интегрального преобразования Лапласа и функции аномального поля радона, реализованные в виде программного комплекса.

Проведены сравнения с известными моделями и натурными экспериментами для случая однородных кусочно-постоянных сред и вычислительные эксперименты по исследованию процессов диффузии-адвекции радона в кусочно-постоянных анизотропных слоистых средах с включениями и взаимному влиянию параметров математической модели.

Литература

1. Кризский В.Н., Нафикова А.Р. Математическое моделирование процессов диффузии-адвекции радона в кусочно-постоянных анизотропных слоистых средах с включениями // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Математическое моделирование и программирование. 2014. Т.7, №2. С. 38-45.

МЕТОД ОЦЕНКИ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ КООРДИНАТ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

Т.В. Никитина

Международная гимназия «Сколково»,143026, Россия, г. Москва, территория инновационного центра «Сколково», ул. Нобеля, д. 7
e-mail: tatiana.v.nikitina@mail.ru
С.Ф.Свистова

Московский технологический университет (МИРЭА), 119454, Россия г. Москва, пр-кт Вернадского, д. 78
e-mail: svistova.@mail.ru
Д-М.Е. Цыганкова

Страховая компания «Альянс», 115184,Россия, г. Москва, Озерковская наб., д. 30
e-mail:dianamaria@mail.ru

Аннотация. Задача оценки ошибок измерения координат объектов радиолокационными станциями (РЛС) возникает каждый раз при проведении испытаний вновь разработанных РЛС на соответствие их характеристик требованиям, заданным при проектировании. Чаще всего эта задача решается с помощью привлечения на испытания внешних высокоточных аттестованных средств траекторных измерений и сравнения измеренных значений координат объектов радиолокационными станциями и этими высокоточными средствами с последующим статистическим анализом. Актуальность и новизна рассматриваемого метода состоят в том, что при нём оценка ошибок измерения координат объектов получается без привлечения внешних высокоточных средств траекторных измерений.

Траектория движения объекта, полученная РЛС в дискретные моменты времени, по методу наименьших квадратов аппроксимируется многочленом. Разность между измеренным значением кординаты и значением аппроксимирующего многочлена и есть ошибка измерения координаты объекта. По совокупности ошибок измерения вычисляются эмпирические среднеквадратические ошибки измерения, а для оценки среднеквадратических ошибок строятся доверительные интервалы.

Разработанные метод и алгоритм оценки ошибок измерения реализованы в виде компьютерной программы. Корректность программы и достоверность получаемых результатов продемонстрированы при решении тестовых задач. С использованием разработанной программы произведена оценка ошибки измерения координаты объекта радиолокационной станцией.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДИФИКАЦИЙ АЛГОРИТМА А* И АЛГОРИТМОВ ОБУЧЕНИЯ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ В ЗАДАЧЕ ПОИСКА ВЫХОДА ИЗ ЛАБИРИНТА

Д.А. Петрусевич

Московский технологический университет (МИРЭА)
г. Москва, Проспект Вернадского, 78/2
926-287-34-34
e-mail: petrdenis@mail.ru

Аннотация. В представленной работе рассмотрена задача поиска выхода из лабиринта. Наряду с классическим алгоритмом Дейкстры [1] для поиска пути в графе, проанализированы результаты применения модификации алгоритма А* [2] к этой задаче, предложен подход к использованию алгоритмов обучения с подкреплением [3].

Ключевые слова: алгоритм Дейкстры, алгоритм А*, поиск пути в графе, поиск выхода из лабиринта, преграды, обучение с подкреплением, TD, SARSA, Q-обучение.

MODIFIED A* ALGORITHM AND REINFORCEMENT LEARNING ALGORITHMS USAGE IN LABYRINTH PATH FINDING

Abstract. Path finding in labyrinth is observed in the present paper. Dijkstra, A* modifications are implemented to solve these tasks. Their results are analyzed. The reinforcement learning approach is proposed.

Keywords: Dijkstra algorithm, A* algorithm, path finding, path finding in graph, labyrinth path finding, hedge, reinforcement learning, temporal difference (TD), SARSA, Q-learning.

Основной способ поиска пути в графе или на плоском поле - алгоритм Дейкстры. Если маршрут между начальной и конечной точкой существует, он найдёт минимальный путь, но пройдёт все элементы поля и, возможно, несколько раз.

Вслед за алгоритмом Дейкстры появились идеи искать путь, не проходя все клетки поля. Чаще всего не нужно идти в противоположную сторону от точки, куда требуется построить путь. Вводится мера близости клетки поля к конечной точке и на каждом шаге выбирать клетку с минимальной оценкой этого расстояния. Тогда, не обходя всё поле, быстро строится «хороший» путь – в зависимости от реализации он не обязательно минимален, но зато число шагов существенно ниже, чем перебор, который делает алгоритм Дейкстры. Основной пример – алгоритм А*.

В случае поиска пути в лабиринте он встречает трудности: от функции оценки расстояния до цели тяжело добиться учёта препятствий. При этом алгоритм Дейкстры и в таком случае ищет оптимальный путь, но продолжает делать слишком много шагов.

Рассмотрена задача поиска агентом пути в лабиринте. Он представляет собой прямоугольное поле, за рамки которого агент не может выйти. Между клетками поля в случайном порядке расставлены перегородки, но существование пути от начальной к конечной точке при экспериментах гарантировано. Агент должен достичь определённую клетку на противоположном конце поля. Заранее ему известны его собственное положение и координаты выхода. В работе каждое экспериментальное поле сначала проверялось алгоритмом Дейкстры – на наличие выхода и на кратчайший путь. Затем поиск выхода осуществляла модификация алгоритма A*. Длины полученных путей затем сравнивались.

Алгоритмы поиска пути могут долго идти прямо на преграду и начнут её огибать, только уперевшись в стену. Локальную оценку клеток вокруг агента нужно улучшить: он должен «осмотреться», принять решение, в какие точки можно прийти через несколько шагов, оценить их ценность для решения задачи и трудность пути, а затем сделать выбор маршрута. Чем дальше агент просматривает маршрут, тем меньше вероятность зайти в тупик, но растёт число просмотров клеток. Поэтому следует найти баланс значений параметров.

В работе представлены результаты эксперимента при радиусе обзора агента в 3 клетки. Учитывалось количество стенок, которые могли бы преградить путь агенту. Если отношение числа преград к радиусу обзора превышало некоторый заранее установленный параметр, такой путь не рассматривался. На каждой итерации составлялся список промежуточных точек, производилась оценка пути к ним. Если оценка пути к промежуточной точке по прямой, входила в допустимый диапазон, другие варианты не рассматривались. В противном случае рассматривалось до четырёх альтернативных путей. Полученные маршруты сортировались: в первую очередь просматривался путь с наилучшей оценкой и, если он не давал результата, тестировался следующий путь и т.д.

Представленная задача хорошо подходит для алгоритмов обучения с подкреплением [3]. Для формирования поощрения агента возможны два основных способа: 1) за выход из лабиринта выдаётся поощрение 1, за любой шаг внутри лабиринта, не ведущий непосредственно к цели, – 0; 2) оценивается каждый шаг или набор шагов малыми поощрениями или штрафами – в зависимости от того, приближается или удаляется от цели агент. Отдельно штрафами наказывается хождение по кругу и заход агента в тупик. Стратегии агента – промежуточные шаги в сторону цели, осуществляемые по алгоритму A*. Направление шага должно минимизировать расстояние до цели. Величина шага – настраиваемый параметр. Его увеличение стимулирует исследование агентом окружающей среды и, возможно, построение карты лабиринта. Агент может поддерживать запоминание, какими способами он прошёл из некоторой точки x в точку y, особенно если ему приходится часто посещать определённые области лабиринта. Снижение этого параметра приближает поведение агента обычным действиям по алгоритму A* - он делает стандартные шаги без исследования окрестностей.

Эксперименты с использованием алгоритмов обучения с подкреплением запланированы на ближайшее время. Следует рассматривать задачу и на более общем поле: кроме использования непреодолимых преград, нужно перейти к клеткам с определённой ценностью пути. Например, в играх клетки с водными преградами или возвышенностью преодолимы, но фишка тратит на них больше «ресурсов перемещения», чем при движении по ровному участку без препятствий.

Литература

1. Dijkstra E. W. A note on two problems in connexion with graphs // Numer. Math — Springer Science+Business Media. 1959. Vol. 1, Iss. 1. P. 269—271. ISSN 0029-599X; 0945-3245. doi:10.1007/BF01386390.

2. Hart P. E., Nilsson, N. J., Raphael, B. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths // IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics SSC4. 1968. № 2. P. 100 — 107.

3. Саттон Р.С., Э.Г. Барто. Обучение с подкреплением. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2014. 402 с.

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРЕТО

И. С. Пулькин
Московский государственный технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия
e-mail: pulkin@mirea.ru

Аннотация. Для сгенерированных выборок, подчиняющихся распределению Парето, методом максимального правдоподобия и методом спейсингов вычисляются оценки параметров этого распределения. Исследуется качество этих оценок.

Ключевые слова: Распределение Парето, метод максимального правдоподобия, метод спейсингов..

ESTIMATION METHODS OF PARETO DISTRIBUTION PARAMETERS

Abstract. For the generated samples, which obeys Pareto distribution, by maximal likelihood method and by spacing method, are calculated estimates of parameters of this distribution. The quality of these estimates are examines.

Key words: Pareto distribution, maximal likelihood method, spacing method.

В последнее время внимание многих исследователей привлекают как природные, так и экономические процессы, описываемые степенными законами. В математике, в частности, в теории вероятностей, для описания таких закономерностей используется распределение Парето. Его функция распределения имеет вид

$$F_{Pareto}(x) = 1 - \left(\frac{\theta}{x}\right)^{\alpha} \text{ при } x > \theta.$$

Это распределения зависит от двух параметров, α и θ, и для точных предсказаний следует уметь правильно определять эти параметры по выборке.

С целью проверки того, насколько точны различные методы получения оценок, был поставлен следующий вычислительный эксперимент. Генерировалось N выборок $x_1, \ldots, x_n$, подчиненных распределению Парето с заранее известными α и θ, после чего различными методами вычислялись оценки этих параметров. Вычислялись среднее и разброс, а также строились гистограммы. В вычислительном эксперименте генерировались $N = 5000$ выборок объемами $n = 10, 20$ и 50 чисел. Были проведены расчеты с $\alpha = 0,8$ и $\alpha = 2,5$ при $\theta = 1$.

Наиболее частым методом получения оценок неизвестных параметров распределения является метод максимального правдоподобия ([1]). Этот метод дает следующую оценку параметра α

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\ln(x_1 \cdot \ldots \cdot x_n) - n \ln \theta}.$$

Для параметра θ соответствующая частная производная функционала максимального правдоподобия в ноль не обращается, что приводит к заведомо смещенной оценке

$$\hat{\theta} = \min(x_1, \ldots, x_n).$$

Вычислительный эксперимент показал, что метод максимального правдоподобия дает смещенную, хотя и состоятельную оценку для параметра α даже в том случае, когда для получения этой оценки используется истинное значение параметра θ. Для получения несмещенной оценки $\tilde{\alpha}$, основываясь на результатах численного эксперимента, можно предложить формулу

$$\tilde{\alpha} = \frac{n-1}{n}\hat{\alpha}.$$

Для параметра θ указанная выше оценка также является смещенной, но состоятельной. При этом смещение оказывается меньшим, чем для параметра α. Для несмещенной оценки можно предложить формулу

$$\tilde{\theta} = \frac{2n-1}{2n}\hat{\theta}.$$

Другим методом получения оценок является метод спейсингов ([2]). Если числа $x_1, \ldots, x_n$ подчиняются распределению Парето, то числа $z_i = F_{Pareto}(x_i)$ равномерно распределены на отрезке $[0, 1]$. Можно считать, что z_i упорядочены по возрастанию. Спейсингами называют промежутки между этими числами:
$D_0 = z_1$;
$D_i = z_{i+1} - z_i, i = 1, \ldots, n-1$;
$D_n = 1 - z_n$.
Метод спейсингов предлагает принять за оценки неизвестных параметров такие значения $\hat{\alpha}$ и $\hat{\theta}$, которые максимизируют произведение $S(\alpha, \theta) = D_0 \cdot D_1 \cdot \ldots \cdot D_n$.

В вычислительном эксперименте была предпринята попытка нахождения этой пары значений параметров с помощью метода касательных Ньютона. Эксперимент показал, что приблизительно в 20% случаев этот метод расходится, то есть не дает вообще никакой оценки. Вероятнеее всего, это связано с тем, что график функции $S(\alpha, \theta)$ для некоторых выборок устроен достаточно сложно, несмотря на то, что это дифференцируемая и даже аналитическая функция. В этой ситуации можно предложить испробовать другие методы поиска экстремума, например, градиентные.

Вместо этого был использован другой, упрощенный подход. Значение функции $S(\alpha, \theta)$ вычислялось в конечном множестве точек. Интервал от $0,01$ до $2,4\alpha$ разбивался на 30 равных отрезков, и полученные точки деления, включая границы, и были теми точками, для которых вычислялось значение функции. Аналогично строились точки и для параметра θ.

Таким образом, значение функции $S(\alpha, \theta)$ вычислялось в 961 построенной точке. Та точка, где функция достигала максимального значения, и принималось за оценку по методу спейсингов.

Вычислительный эксперимент, проведенный на тех же 5000 выборках, показал, что полученные таким образом оценки не только смещенные, но и не являются состоятельными: погрешность растет с увеличением объема выборки как для параметра α, так и для параметра θ,

Литература

1. Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. М.: ИЛ, 1960.434с.
2. Лагутин М. Б. Наглядная математическая статистика. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. 472с.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, ОСНОВАННЫЕ НА ВЕРОЯТНОСТНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЭТИХ РЕШЕНИЙ

А.О. Степанова
СПбГАСУ(Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: asya_grigor@mail.ru

Аннотация. Для системы нелинейных параболических уравнений, моделирующих физические системы с переключениями на основе вероятностных представлений решения задачи Коши построен алгоритм ее численного решения.

Ключевые слова: система нелинейных параболических уравнений, задача Коши, марковские процессы.

NUMERICAL SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR A SYSTEM OF NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS BASED ON THE PROBABILISTIC REPRESENTATION OF THESE SOLUTIONS

Abstract. For systems of non-linear parabolic equations used as models of physical systems with switching we construct an algorithm for numerical solution of the Cauchy problem based on a probabilistic representation of this solution.

Key words: Nonlinear parabolic equations system, Cauchy problem, Markov process.

Системы нелинейных параболических уравнений с диагональным вхождением членов первого и второго порядка с различными коэффициентами и недиагональным вхождением членов нулевого порядка возникают при описании физических систем, работающих в режимах с переключениями. Вероятностный подход к построению классических решений задачи Коши для этих систем развит в работах Фрейдлина (см. [1]), Мао и Юана (см. [2]) и других.

В докладе приведен численный алгоритм решения задачи Коши для семилинейной параболической системы вида:

$$\frac{\partial u_l}{\partial s}+\frac{1}{2}TrA_l(x,u)\bigtriangledown^2 u_l A_l^*(x,u)+<a_l(x,u),\bigtriangledown u_l>+\sum_{m\neq l=1}^{M}c_{lm}u_m=0, \qquad (1)$$

$$u_l(T,x)=u_{0l}(x), l=1..M,$$

где $a_l(x,u)=a(x,u,l)$, $A_l(x,u)=A(x,u,l), x\in R^d, u\in R^M, l=1,\dots M$. Чтобы построить вероятностное представление решения задачи (1), рассмотрим стохастические уравнения

$$d\xi(\theta)=a^u(\xi(\theta),\gamma(\theta))d\theta+A^u(\xi(\theta),\gamma(\theta))dw(\theta),\xi(s)=x,x\in R^d, \qquad (2)$$

$$\gamma(t)=l+\int_s^t\int_V zN(dt,dz),\gamma(s)=l,l\in V=1,..,M \qquad (3)$$

где $w(t)\in R^d$ - это винеровский процесс, $N(dt,dz)$ - пуассоновская случайная мера,а $\gamma(t)$-марковская цепь с непрерывным временем и переходной вероятностью $P(\gamma(t+\triangle t)=j|\gamma(t)=i)=c_{ij}\triangle t+o(\triangle t), i\neq j, p_{ij}\geq 0, \sum_j p_{ij}=1$

Используя формулу Ито нетрудно проверить, что классическое решение задачи (1) допускает вероятностное представление вида:

$$u_l(s,x) = u(s,x,l) = E[u_0(\xi_{s,x}(T), \gamma_{s,l}(T))], \tag{4}$$

где $\xi(t)$ и $\gamma(t)$ удовлетворяют СДУ (2)-(4) соответственно.

Поскольку система (2)-(4) замкнутая, то можно показать, что при достаточной регулярности ее коэффициентов и функции u_0 решения этой системы существует, единственно и функция $u_l(s,x)$ вида (4) является классическим (возможно локальным по времени) решением (1).

Воспользуемся стохастической системой (2)-(4) для разработки численного метода для решения (1). Для этого введем дискретизацию по пространству положив $x_j = x_0 + jh_x$, где $j = \overline{1,M}$, h_x шаг по x и по времени $t_{k+1} - t_k = \frac{T}{n} = \Delta_k t, k = 1,\ldots,N$. Марковский процесс γ изменяется в случайные моменты времени τ_{ij}, причем $P(\tau_{ij} \le t) = 1 - e^{c_{ij}t}$ если $i \ne j$ и 0, если $i = j$. Величины τ_{ij} будем симулировать с помощью равномерной случайной величины (с.в.) U, $U \in [0,1]$ по формуле $\tau_{ij} = -\frac{1}{c_{ij}} lnU$.

Пусть ε_k - независимые с.в. с распределением $N(0,1)$. Воспользовавшись методом последовательных приближений и схемой Эйлера, построим приближенное решение системы (2)-(4) с помощью соотношений

$$u^0(s,x,l) = u_0(x,l),$$

$$\xi^q_{t_k,x}(t) \approx \bar\xi^q_{t_k,x}(t_{k+1}) = x + a^{u_q}(x,l)\Delta_k t + A^{u_q}(x,l)\varepsilon_k\sqrt{\Delta_k t}, q = 1,2,...$$

$$\gamma(t_k) = l, min_m \tau_{lm} > t_k$$

$$\xi^q_{t_k,x}(t) \approx \bar\xi^q_{t_k,x}(t) = x + a^{u_q}(x,m^*)\Delta_k t + A^{u_q}(x,m^*)\varepsilon_k\sqrt{\Delta_k t},$$

$$\gamma(t_k) = m^*, \text{ если } min_m \tau_{lm} = \tau_{lm^*}, t_k < \tau_{lm^*} \le t_{k+1}$$

$$u^{q+1}(t_k,x,l) = E[u_0(\xi^q(t_{k+1}), \gamma(t_{k+1}))|\xi^q(t_k) = x, \gamma(t_k) = l].$$

Полученная система сходится при $q \to \infty, n \to \infty$ и для того, чтобы на каждом шаге получить ошибку не больше $[\Delta t]^{1+\alpha}, \alpha \in (0,1)$ достаточно воспользоваться одной итерацией $q = 1$.

Для упрощения вычисления математического ожидания заменим приращения $\triangle_k w$ с.в. $\widetilde{\varepsilon_k}\sqrt{\triangle_k t}$, где $\widetilde{\varepsilon_k} \in \{-1,1\}$ – независимые с. в. с распределением $P(\varepsilon = -1) = P(\varepsilon = 1) = \frac{1}{2}$. Алгоритм построения численного решения имеет следующий вид:

$$\bar u(t_N,x,l) = \phi(x,l)$$

$$\bar u(t_k,x,i) = \sum_{m=1}^{M}[\frac{1}{2}u(t_{k+1}, x + a(x,m,u(t_k,x,i+m))\triangle_k t + A(x,m,u(t_k,x,i+m))\widetilde{\varepsilon_k}\sqrt{\triangle_k t} +$$

$$+\frac{1}{2}u(t_{k+1}, x + a(x,m,u(t_k,x,i+m))\triangle_k t - A(x,m,u(t_k,x,i+m))\widetilde{\varepsilon_k}\sqrt{\triangle_k t}]$$

Литература

1. Freidlin M. Functional Integration and Partial Differential Equations. Princeton Univ. Press 1985

2. Mao X., Yuan C. Stochastic Differential Equations with Markovian Switching. World Scientific 2006

ОСОБЕННОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ИЗМЕРЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПОЛУМАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

И.В. Тамерлан, Е.И. Казакова

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет»
ул. Артема 58, г. Донецк, 83000, ДНР
+38(066)3240121,*e-mail: ivantamerlan@gmail.com*

Аннотация. В данной статье рассмотрена модель управления процессом измерений, определяющая функцию распределения времени пребывания в состояниях с учетом возврата на повторное обслуживание. На основе теории полумарковских процессов было составлено интегральное уравнение.

Ключевые слова: цепь Маркова, случайное время, математическое ожидание, функция распределения, технологическая ячейка.

FEATURE MODELS CONSTRUCTION PROCESS CONTROL MEASUREMENTS USING SEMI-MARKOV PROCESSES

Abstract. In this paper, the model of control measurement process, which determines the time of the distribution function in the host states with regard to the return repeated service. integral equation has been compiled on the basis of the theory of semi-Markov processes.

Keywords: Markov chain, random time, the expectation of the distribution function, the cell technology.

Модель управления процессом измерений обосновывает случайный характер продолжительности его выполнения, что предполагает необходимость исследования времени проведения многократных измерений. Рассматривается математическое ожидание времени выполнения задания, состоящего из n этапов. Предположим, что время выполнения задания на i-ом этапе есть случайная величина η с функцией распределения $F_i(x)$. Если на некотором этапе k, (1≤k≤n) время выполнения превышает предельно допустимое h_k, то система возвращается к выполнению задания на данный k-тый этап. Рассмотрим процесс поэтапного функционирования системы полумарковским случайным процессом, заданным на конечном фазовом пространстве $E = \{1,2,\dots,n-1,n\}$. Функционирование системы состоит в следующем:

- в начальный момент времени система находится в первом этапе функционирования (состояние E_1) в течении некоторого случайного времени η_1, после чего переходит на второй этап функционирования E_2, если $\eta_1 < h_1$ или вновь выполняет задание первого этапа E_1, если $\eta_1 \geq h_1$;
- переход системы с этапа k на этап (k+1), либо снова на этап (k) происходит с вероятностями $p_{k,k+1}$ и $p_{k,k-1}$, $(k = \overline{1,n})$;
- если происходит переход системы с этапа k на этап (k+1), то задание на этапе kвыполняется в течение некоторого случайного времени h_k с функцией распределения $G_{k,k+1}(t)$.

Граф состояний данной системы представлен на рисунке 1.

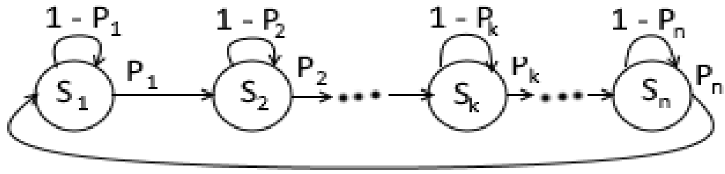


Рисунок 1 – Граф состояний технологической схемы измерений с ограниченным фондом времени на каждом этапе.

Вероятности переходов вложенной цепи Маркова:

$$\begin{cases} P\{\xi_{i+1} = k+1 | \xi_i = k\} = P\{\eta_k \le h_k\} = F_k(h_k) = p_k, \\ P\{\xi_{i+1} = k | \xi_i = k\} = P\{\eta_k > h_k\} = 1 - F_k(h_k) = \overline{F_k}(h_k) = 1 - p_k, \\ P\{\xi_{i+1} = 2 | \xi_i = 1\} = P\{\eta_1 \le h_1\} = F_1(h_1) = p_1, \\ P\{\xi_{i+1} = 1 | \xi_i = 1\} = P\{\eta_1 > h_1\} = \overline{F_1}(h_1) = 1 - p_1, \\ P\{\xi_{i+1} = 1 | \xi_i = n\} = P\{\eta_n \le h_n\} = F_n(h_n) = p_n, \\ P\{\xi_{i+1} = n | \xi_i = n\} = P\{\eta_n > h_n\} = \overline{F_n}(h_n) = 1 - p_n, \end{cases}$$

Времена пребывания в состояниях:

$\theta_k = \min\{h_k, \eta_k\} = h_k \wedge \eta_k, k = \overline{1,n}.$

С учетом последнего функция распределения времен пребывая в состояниях равны:

$$F_{\theta_k} = 1 - \overline{F}_{h_k}\overline{F}_k, \quad \text{где} \overline{F}_{h_k} = \begin{cases} 1, t < h_k \\ 0, t \ge h_k \end{cases}.$$

В ходе выполнения исследований была определена функция распределения $G_k(t)$ времен пребывания в состояниях с учетом возврата на повторное обслуживание.После контроля деталь уходит на следующую операцию с вероятностью p, либо по обратной связи поступает на повторное обслуживание с вероятностью (1-p). Предполагается, что на технологическую ячейку постоянно поступает поток заявок. Время их обслуживания на данной операции распределено по закону $F(t) = F_{\theta_k}(t)$, имеющему плотность *f(t)*, а также конечное математическое ожидание и дисперсию. Для определения $G_k(t)$ на основе теории полумарковских процессов было составлено интегральное уравнение. Его решение получено методом последовательных приближений и имеет вид: $G_k(t) = pF(t) + p\sum_{n=1}^{\infty}(1-p)^n F_{\theta_k}^{*(n)}(t)$.

Функция распределения по этой формуле описывает истинное время выполнения k-го этапа. Математические ожидания времен выполнения k-го этапа равны $m_k = \int_0^{\infty}[1 - G_k(t)]dt$.

Тогда математическое ожидание времени выполнения задания, состоящего из N этапов $t_{1,N}$ равно:$t_{1,N} = \sum_{k=1}^{N} m_k$,

где m_k определяется по предыдущей формуле.

МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ РИСКОВ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С УЧЕТОМ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ФАКТОРА

Е.Н.Трофимец, М.А. Калашникова

Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы

МЧС РФ, Россия, г. Санкт-Петербург

89112530972, ezemifort@inbox.ru

В статье предложена модель оценки рисков инвестиционных проектов с учетом экологического фактора. Кратко рассмотрены каждые из этапов модели.

Ключевые слова: модель, инвестиционный проект, стоимостная оценка, критерий эффективности, экологический фактор.

THE MODEL OF RISK ASSESSMENT OF INVESTMENT PROJECTSTAKING INTO ACCOUNT THE ECOLOGICAL FACTOR

E.N. Trophimets, M.A. Kalashnickova

Saint-Petersburg university of state fire service Emercom of Russia,

Russia, Saint-Petersburg

The paper proposes a model of risk assessment of investment projects, taking into account environmental factors. Brief look at each of the stages of the model.

Key words: model, investment project, cost assessment, efficiency criteria, the environmental factor.

В настоящее время существуют методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов, утвержденные Министерством экономики РФ и Министерством финансов РФ. Однако в данном документе не уделяется особого внимания экологическому фактору, если не брать в расчёт оценку эффективности общественно значимых проектов. В методике предлагается проводить количественную оценку показателей, отражающих только коммерческую эффективность инвестиционных проектов [1, 2].

В работе предложена модель оценки финансово-экономической устойчивости инвестиционного проекта с учетом экологического фактора. Модель включает в себя четыре основных этапа по оценки рисков инвестиционных проектов с учетом экологического фактора.

Рассмотрим каждый из этапов оценки проекта.

1. Анализ эколого-экономических взаимосвязей. На данном этапе необходимо выявить связь между социальными, природными, техногенными, экономическими элементами и тем, какое влияние они могут оказать на проект и какое влияние может оказать на них сам проект.

2. Стоимостная оценка выгод и потерь при реализации проекта.Стоимостная оценка должна включать в себя денежные потоки и оттоки в ходе реализации проекта.

Причём наряду с потоками от инвестиционной и операционной деятельности должны быть учтены так называемые экопотоки. В качестве показателя комплексной стоимостной оценки потерь и выгод при реализации проекта выступает индекс эффективности интегральных затрат $I_{э.з}$ по проекту [2]. Критерием эффективности затрат является соотношение $I_{э.з.}>1$.

3. Анализ чувствительности критерия эффективности инвестиционного проекта.

Как известно, существуют различные критерии эффективности проекта, в нашем случае целесообразно использовать такой критерий, как *NPV*. Так как в нём удобней всего учесть денежные потоки от экологической деятельности.

Типовая процедура анализа чувствительности предполагает изменение одного исходного параметра, в то время как значения остальных считаются постоянными величинами [3]. Как правило, проведение подобного анализа предполагает выполнение следующих этапов:

a. В виде математического уравнения задается взаимосвязь между исходными параметрами проекта и его критерием эффективности.

b. Определяются наиболее вероятные значения для исходных параметров проекта и возможные диапазоны их изменений.

c. Путем изменения значений исходных параметров проекта исследуется их влияние на критерий эффективности.

Рассмотрим один из возможных подходов практической реализации перечисленных выше этапов метода анализа чувствительности критериев эффективности проекта.

Как было отмечено выше, наиболее распространённым в практике инвестиционного проектирования является показатель *NPV*.

4. Анализ сценариев развития проекта. На следующем этапе для определения экономической устойчивости проекта необходимо проанализировать вероятностные оценки каждого из возможных сценариев проекта (пессимистический, оптимистический, вероятный).

Предлагаемая методика обработки инвестиционных проектов имеет ряд новых аспектов, прежде всего практический учет экологического фактора. И в то же время, ведущую роль играет показатель чувствительности критерия эффективности инвестиционного проекта (который является показателем экономической устойчивости), в расчёте которого должны быть отражены экологические аспекты денежных потоков. В этом плане предлагаемая схема принципиальным образом отличается от традиционных подходов к разработке и оценкам инвестиционных проектов.

Литература

1. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (третья редакция) / Министерство экономики РФ. Министерство финансов РФ. М., 2008. 221 с.

2. Борлакова А. К. Оценка инвестиционных проектов с учетом экологического фактора/ А. К. Борлакова // Журнал «Эффективное антикризисное управление» - Москва, 2012. №6 – 34-39 с.

3. Трофимец Е.Н. Интегральный подход в обучении математике студентов-экономистов: монография / Е. Н. Трофимец; Федеральное агентство по образованию, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования " Ярославский гос. технический ун-т – Ярославль, 2009. 170 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПЛАТЫ КОМПЬЮТЕРА В СРЕДЕ MATHCAD

Е.Н.Трофимец, В.Я. Трофимец

Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы МЧС РФ, Россия, г. Санкт-Петербург
89112530972, ezemifort@inbox.ru

В статье рассматривается процесс моделирования температурного поля платы компьютера с тремя микросхемами. В качестве моделирующей среды выбрана компьютерная система MathCad.

Ключевые слова: математическая модель, компьютерная система Mathcad, плата компьютера, уравнения эллиптического типа, уравнение Пуассона.

MATHEMATICAL MODELING OF THE TEMPERATURE FIELD CARD FOR THE COMPUTER IN MATHCAD

E.N. Trophimets, V.Y.Trophimets

Saint-Petersburg university of state fire service Emercom of Russia, Russia, Saint-Petersburg

The article discusses the modeling process of temperature field of computer circuit Board with three chips. As a simulation environment of the selected computer system MathCad.

Key words: mathematical model, computer system Mathcad, Board computer, equations of elliptic type, the Poisson equation.

Современные интегрированные пакеты прикладных программ (ППП) позволяют получать оптимальные решения по математическим моделям ситуационных задач [1]. Например, моделирование различных тепловых нагрузок, процессов турбулентной диффузии, волновых процессов в твердых телах после ударного воздействия, дифракции сфокусированного светового пучка и др. Как правило, математические модели таких ситуаций связаны с краевыми задачами математической физики.

Фокус внимания сместим на тепловое моделирование температурного поля платы компьютера.

Не исключено, что вследствие температурного расширения области платы с повышенной температурой будут претерпевать различные деформации, вспучиваться и коробиться. При многократном нагревании и охлаждении это может привести к выходу из строя, как самой платы, так и расположенных на ней элементов, отслаиванию печатных проводников и нарушению контактов. Своевременная идентификация таких областей позволит избежать разрушительных последствий в ходе испытаний и эксплуатации готовых изделий.

Поэтому рассмотрение вопроса о тепловом моделировании компьютера является актуальным и своевременным. Решения по математической модели температурного поля платы компьютера проведем в компьютерной системе MathCad.

Рассчитаем в MathCad и сделаем видимым температурное поле компьютерной платы, т.е. распределение температуры по всей поверхности, включая различные микросхемы и сильно греющийся микропроцессор.

Будем рассматривать упрощенное представление компьютерной платы с тремя микросхемами.

В микросхемах выделяется теплота, которая распространяется вдоль платы посредством теплопроводности. С верхней и нижней поверхностей происходит теплоотдача в окружающую среду.

При включении питания компьютерная плата будет разогреваться, но затем температура установится на некотором уровне, а внутреннее тепловыделение будет полностью компенсироваться теплоотводом в окружающую среду. Такой режим называется стационарным, не меняющимся во времени.

Стационарное поле температуры можно описать дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка эллиптического типа. Поэтому математическая модель температурного поля платы компьютера будет представлена уравнением Пуассона.

Для решения уравнения Пуассона в MathCad с произвольными граничными условиями следует использовать функцию relax.

Использование данной функции подразумевает следующую последовательность действий:

1. Задаем пять квадратных матриц a, b, c, d, e. Эти матрицы будут содержать коэффициенты в формуле приближенного вычисления оператора Лапласа:

$$(\Delta u)_{ij} = a_{ij} \cdot u_{i+1\,j} + b_{ij} \cdot u_{i-1\,j} + c_{ij} \cdot u_{i+1\,j} + d_{ij} \cdot u_{i-1\,j} + e_{ij} \cdot u_{ij}.$$

Стандартные значения для элементов этих матриц:

$a_{ij} = b_{ij} = c_{ij} = d_{ij} = 1$, $e_{ij} = 4a_{ij}$.

Размер этих матриц может быть выбран любой. Главное, чтобы все матрицы, задаваемые для функции relax, были одинакового размера.

2. Задаем матрицу F, задающую интенсивность источника в каждой точке квадратной области. Если все элементы этой матрицы имеют нулевые значения, то полученный результат будет решением уравнения Лапласа.

3. Задаем матрицу v. Первый и последний столбцы и первая и последняя строки этой матрицы задают граничные условия для решения уравнения. Значения внутренних элементов матрицы не играют особой роли, а используются лишь как начальное приближение при поиске решения.

4. Теперь можно использовать функцию relax. Это делается следующим образом:

U :=relax(a,b,c,d,e,F,v,r).

Здесь r — так называемый спектральный радиус Якоби. Это число в диапазоне от 0 до 1. Если функция relax не может решить уравнение, то надо попробовать уменьшить значение спектрального радиуса.

MathCadпозволяет представить графические модели температурного поля в виде линий уровня и поверхности в цветном изображении.

Цвет изображений на графиках воспроизводит различные значения температуры. Области с высокой температурой – это три микросхемы.

Процессор компьютера (самая большая микросхема) нагрет наиболее сильно.

Причин перегрева может быть достаточно много. Большую часть из них пользователь может устранить самостоятельно.

Используя компьютерную систему Mathcad по тепловому моделированию компьютерной платы можно своевременно избежать поломок ПК.

Литература

1. Трофимец Е.Н. Информационные технологии математического моделирования в экономических вузах / Образовательные технологии и общество. 2012. Т. 15. № 1. С. 414-423.

МОДЕЛИРОВАНИЕ*М*-ВЫПУКЛЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Н. В. Филимоненкова[1], П. А. Бакусов[2]

[1]*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*
e-mail: nf33@yandex.ru

[2]*Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия*
e-mail: bakusovpavel@gmail.com

Аннотация. Работа посвящена изучению *n*-мерных *m*-выпуклых гиперповерхностей и построению конкретных примеров при помощи математического пакета Maple.

Ключевые слова:m-кривизна, m-выпуклая гиперповерхность.

MODELS OF THE M-CONVEX SURFACES

Abstract. This work is devoted to studying the*n*-dimention *m*-convex hypersurfaces and construction of examples using Maple.

Key words: m-curvature, m-convex hypersurface.

Объектом исследования является сравнительно новое понятие в дифференциальной геометрии: *m*-выпуклая поверхность. Пусть $\Gamma \subset \mathbf{R}^{n+1}$ – C^2 -гладкая ориентированная гиперповерхность. Как известно, классическими инструментами анализа кривизны являются первая и вторая квадратичные формы поверхности с $n \times n$ -матрицами gиbсоответственно.Главными кривизнами поверхности называются собственные числа $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$ матрицы $g^{-1}b$.

Определение 1. Пусть $p \in \mathbf{N}$ и $1 \le p \le n$, ***p*-кривизной** поверхности Γ называют элементарную симметрическую функцию от ее главных кривизн. Обозначим

$$\mathbf{k}_p[\Gamma] = \sum_{i_1 < i_2 < ... < i_p} \lambda_{i_1} \lambda_{i_2} ... \lambda_{i_p}.$$

Частными случаями *p*-кривизны являются средняя кривизна $\mathbf{k}_1[\Gamma] = \lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_n$ и гауссова кривизна $\mathbf{k}_n[\Gamma] = \lambda_1 \lambda_2 ... \lambda_n$. Все *p*-кривизны, как и главные кривизны, инварианты относительно выбора параметризации поверхности Γ.

Имеется альтернативная форма представления *p*-кривизны:

$$\mathbf{k}_p[\Gamma] = \mathrm{tr}_p(g^{-1}b), \qquad (1)$$

где символом $\mathrm{tr}_p(g^{-1}b)$ обозначен*p*-след матрицы $g^{-1}b$, т. е. сумма всех главных миноров порядка *p*этой матрицы. В последнее время для представления *p*-кривизны вместо несимметричной неинвариантной матрицы $g^{-1}b$ используетсяновый дифференциально-геометрический инвариант – симметричная матрица K, называемая матрицей кривизны поверхности (см. работы [2]– [4]).

Определение 2.Пусть $1 \le m \le n$.Поверхность Γ называется***m*-выпуклой**, если $\mathbf{k}_p[\Gamma] > 0$ для всех $p = 1, 2, ..., m$.

Свойство m-выпуклости локальное: поверхность может быть m-выпуклой в данной точке, а также в каждой точке некоторой области или всюду.

Согласно определению 2, если поверхность m-выпуклая, то она является l-выпуклой для любого $1 \le l < m$.Все гладкие поверхности распределяются по системе вложенных друг и друга классов m-выпуклости: от 1-выпуклых (поверхностей положительной средней кривизны) до n-выпуклых (строго выпуклых в классическом смысле) поверхностей.

Описанные в определениях 1 и 2 характеристики поверхности были по существу введены в математику в 1980-х, [1], хотя свои названия приобрели позднее. Они появились в теории полностью нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, конкретно – в теории m-гессиановских уравнений. Исходя из потребностей этой теории, в ряде работ был проведен качественный анализm-выпуклых гиперповерхностей, [2]– [4]. Однако численный анализ (иными словами моделирование конкретныхпримеров m-выпуклых поверхностей) до сих не был в поле внимания специалистов.

Целью данного исследования является поиск m-выпуклых поверхностей среди квадрик – гиперболоидов и параболоидов. Для квадрик малой размерности выявление области m-выпуклости осуществлялось численно, в прикладном математическом пакете Maple.

Например, рассматривался трехмерный гиперболоид

$$y = \sqrt{ax_1^2 + bx_2^2 + cx_3^2 - R^2}\ , a, b, c > 0\,. \tag{2}$$

Гиперболоид (2) ни в одной точке не является 3-выпуклым (строго выпуклым). Численно было получено, он является 2-выпуклым в области

$$\left(a+1\right)x_1^2 + \left(b+1\right)x_2^2 + \left(c+1\right)x_3^2 > \frac{R^2\left(ab+bc+ac\right)}{abc}$$

и является 1-выпуклым в более широкой области

$$a\left(ab+ac+b+c\right)x_1^2 + b\left(ab+bc+a+c\right)x_2^2 + c\left(ac+bc+a+b\right)x_3^2 > R^2\left(a+b+c\right).$$

Если для коэффициентов гиперболоида (2) выполнены условия $b+c>1, a+c>1$, $a+b>1$, то он является всюду 1-выпуклым, а если дополнительно выполняются неравенства $bc > b+c$, $ac > a+c$, $ab > a+b$, то он является всюду 2-выпуклым.

На основании подобных частных случаев были выдвинуты гипотезы об устройстве области m-выпуклости для n-мерных гиперболоидов и параболоидов при произвольных nи $1 \le m \le n$.Гипотезы проверены теоретически с использованием алгебраических свойств формулы (1). Полученные результаты являются новыми.

Литература

1. Caffarelly L., Nirenberg L., Spruck J. The Dirichlet problem for nonlinear second order elliptic equations III. Functions of the eigenvalues of the Hessian// Acta Math. – 1985. – Vol. 155. – P. 261–301.
2. Ивочкина Н. М. От конусов Гординга к p-выпуклым гиперповерхностям// Современная математика. Фундаментальныенаправления. – 2012. – Т. 45. – С.94–104.
3. IvochkinaN.M., FilimonenkovaN.V. On algebraic and geometric conditions in the theory of Hessian equations// Journal of Fixed Point Theory and Applications., JFPTA. – 2015. – v.16, №.1. – P. 11–25.
4. Ивочкина Н. М., Филимоненкова Н. В. Геометрическиме модели в теории полностью нелинейных уравнений. Препринты Санкт-Петербургского математического общества. – 2016. – №6.

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ДВУМЯ ПАРАМЕТРАМИ УПРАВЛЕНИЯ

Г.Р. Шангареева

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета,
Стерлитамак, Россия
e-mail: shangareeva.gulnaz@gmail.com

Аннотация.В статьеописан алгоритм решения задач оптимального управления с двумя управляющими параметрами, основанный на методе последовательных приближений.

Ключевые слова: метод последовательных приближений, оптимальное управление, управляющие параметры.

NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLVING PROBLEMS OF OPTIMAL CONTROL WITH TWO CONTROL PARAMETERS

Abstract. This article describes an algorithm for solving optimal control problems with two control parameters, based on the method of successive approximations.

Key words:method of successive approximations, optimal control, control parameters.

Математическая теория оптимального управления изучает явления, процессы и системы, на которые можно воздействовать. Основная цель теории — создать методы и способы выбора управляющего воздействия для получения наилучшего результата.На данный момент не разработано единого универсального метода решения этой задачи, что в основном объясняется трудностью решения задач оптимального управления.

На практике часто встречаются задачи с несколькими управляющими параметрами, что осложняет процесс решения задачи оптимального управления. Поэтому представляют интерес методы решения задач оптимального управления, позволяющие обойти эти трудности.

Пусть поведение модели объекта управления описывается системой обыкновенных уравнений:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u_1(t), u_2(t)),\ 0 \le t \le T\ , \tag{1}$$

где $x(t)$ — фазовый вектор; $u_1(t), u_2(t)$ — управляющие параметры, t — время. На управляемый процесс (1) наложены ограничения типа равенства и неравенства:

$$\Gamma^1\left(x(t), u_1(t), u_2(t), t\right) = 0, \quad \Gamma^2\left(x(t), u_1(t), u_2(t), t\right) \le 0. \tag{2}$$

Заданы также терминальные ограничения:

$$\Gamma^3\left(x(T), T\right) = 0, \quad \Gamma^4\left(x(T), T\right) \le 0. \tag{3}$$

Пусть функционал имеет вид:

$$I = \int_0^T F(x(t), u_1(t), u_2(t), t)dt + F_T(x(T), T). \tag{4}$$

Тогда задачу оптимального управления можно сформулировать следующим образом: на интервале $[0,T]$ среди всевозможных измеримых управлений $u_1(t), u_2(t)$, таких, что для $u_1(t), u_2(t)$ и $x(t)$ — соответствующих им решений (1) — выполнены условия (2) и (3), выбрать управления так, чтобы функционал (4) принимал наименьшее возможное значение [2].

Предполагаем, что задача (1)-(4) имеет решение. Алгоритм вычисления оптимального управления можно описать поэтапно:

1. В рассмотрение вводится сопряженная система функций:

$$\dot{\psi}_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \psi_j, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $\psi(t) = (\psi_1(t), \dots, \psi_2(t))$ n – мерный вспомогательный вектор. Отыскиваются недостающие краевые условия для уравнений составленной системы.

2. На основе введенной системы уравнений строится гамильтониан:

$$H(t, x, u_1, u_2, \psi) = \sum_{j=1}^{n} \psi_j f_j(t, x, u_1, u_2).$$

3. Решается краевая задача методом последовательных приближений.

Суть метода последовательных приближений состоит в построении последовательных итераций для управлений [3]. Пусть известно приближение $u^k(t)$. Следующее приближение $u^{k+1}(t)$ строится с помощью процедуры, включающей 3 этапа:

1. Интегрируется управляемая система с управлением $u = u^k(t)$ до момента $t = T$. При этом определяется траектория $x = x^k(t)$ и граничные условия для сопряженной системы.

2. Интегрируется сопряженная система «справа налево» (т.е. от $t = T$ до $t = 0$) при $u = u^k(t)$ и $x = x^k(t)$. При этом определяются сопряженные переменные $\psi = \psi^k(t)$.

3. Определяем новое приближение $u = u^{k+1}(t)$ из принципа максимума:

$$H\left(t, \psi^k, x^k, u^{k+1}\right) = \max_{u \in U} H\left(t, \psi^k, x^k, u\right), \quad t \in [0, T].$$

Затем переходим к новой итерации.

На основе предложенного алгоритма реализована программа на языке ObjectPascal в среде Delphi. Данный метод апробирован на различных тестовых примерах.

Литература

1. Быков В.В. Моделирование химико-технологических процессов. Красноярск: ИПЦКГТУ. - 2002. — 298 с.

2. Грачев Н.И., Евтушенко Ю.Г. Библиотека программ для решения задач оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1979. — № 2. — с. 367–387.

3. Шангареева Г.Р., Григорьев И.В., Мустафина С.А. Сравнительный анализ численных алгоритмов решения задач оптимального управления // Вестник технологического университета. 2016. Т.19, №8. С. 119-122.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО РЕЗОНАНСНОГО ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА

А.В. Шатина, Е.В. Садовникова

Московский технологический университет, МИРЭА, Москва, Россия

e-mail: shatina_av@mail.ru

Аннотация. Изучается плоское вращательное движение спутника в центральном ньютоновском поле сил на эллиптической орбите. Спутник моделируется динамически симметричным твердым телом с жестко прикрепленными по оси симметрии гибкими вязкоупругими стержнями. Получена усредненная система уравнений возмущенного движения вблизи резонанса 1:1 при малых значениях эксцентриситетов. Обоснован захват в спин-орбитальный резонанс 1:1.

Ключевые слова: спутник, центральное ньютоновское поле сил, орбита, диссипация, резонанс.

MATHEMATICAL MODEL OF THE SPIN-ORBIT RESONANCE MOTION OF THE SATELLITE

Abstract. Plane rotatory motion of satellite is studied in the central Newtonian field of forces on an elliptic orbit. The satellite is simulated dynamically symmetric rigid body with two flexible viscoelastic rods disposed along its axis of symmetry. The averaged system of equations of perturbed motion near resonance 1: 1 for small eccentricities is obtained. The capture to the spin-orbital resonance 1:1 is substantiated.

Keywords: satellite, central Newtonian force field, orbit, dissipation, resonance.

Как известно, большинство крупных естественных спутников планет Солнечной системы, согласно наблюдениям, находятся в синхронном вращении, когда угловая скорость собственного вращения совпадает со средним движением по орбите (тогда спутник обращен к планете одной стороной). Однако, когда спутник движется по эллиптической орбите, то для сферически симметричного спутника синхронное состояние является неустойчивым и ведет к ускорению вращения спутника. Синхронное вращение спутников планет можно объяснить тем, что большинство из них имеют постоянные квадрупольные моменты, т.е. постоянные горбы (отклонения от сферичности).

Для изучения спин-орбитального взаимодействия рассмотрим модель спутника в виде твердого осесимметричного тела с жестко прикрепленными по оси симметрии вязкоупругими стержнями. Предполагается, что при отсутствии деформаций в стержнях главные центральные моменты инерции спутника равны между собой, т.е. его центральный эллипсоид инерции – сфера. Такая модель учитывает и отклонения от сферичности, и диссипативный аспект.

Рассмотрим движение спутника в центральном ньютоновском гравитационном поле. Так как линейные размера спутника малы по сравнению с характерным размером орбиты, то движение спутника относительно центра масс не влияет на движение центра масс [1].

Введем инерциальную систему координат $OXYZ$ с началом в притягивающем центре, совпадающем с одним из фокусов эллипса. Ось OX направим по радиус-вектору перигея.Для описания вращательного движения спутника введем подвижную систему координат $C_0x_1x_2x_3$, жестко связанную со спутником, и систему осей Кенига $C_0\xi_1\xi_2\xi_3$. Точка C_0 − центр масс спутника при отсутствии деформации стержней, когда стержни прямолинейны и расположены вдоль оси C_0x_1. Рассмотрим плоский случай когда центр масс спутника C_0 движется по эллиптической орбите в плоскости OXY, ось C_0x_3 перпендикулярна плоскости орбиты, точки стержней перемещаются в плоскости $C_0x_1x_2$, совпадающей с плоскостью орбиты.

Пусть $\mathbf{R}$ − радиус-вектор точки C_0. Тогда в системе координат $OXYZ$

$$\mathbf{R} = R(\cos\vartheta;\sin\vartheta;0),\; R = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\vartheta},$$

где ϑ − истинная аномалия, a − большая полуось орбиты, e − эксцентриситет. При этом истинная аномалия является заданной функцией времени:

$$\dot{\vartheta} = \frac{\partial\vartheta}{\partial l}\dot{l} = \frac{(1+e\cos\vartheta)^2}{(1-e^2)^{3/2}}n,\; n = \sqrt{\frac{\gamma}{a^3}},\; l = n(t-t_0).$$

Здесь n − среднее движение центра масс спутника C_0 по орбите, l − средняя аномалия, γ − гравитационная постоянная, t, t_0 − текущий и начальный моменты времени.

Система уравнений возмущенного движения спутника в плоском случае на эллиптической орбитебыла получена в работе [2]. В данной работедля проведения процедуры усреднения возмущенной системы уравнений вблизи резонанса 1:1 при малых значениях эксцентриситета орбиты была введена полу-быстраяпеременная $\psi = \varphi - l$, где φ − угол между осями $C_0\xi_1$ и C_0x_1. Далее проводилось усреднение только по одной быстрой угловой переменной – средней аномалии. Полученная в результате указанных преобразований система уравнений движения спутника имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{k} = \dfrac{3\varepsilon_1 n}{4}\left\{\left(1-\dfrac{17}{2}e^2\right)\sin 4\psi - 2\chi n\left[(k-1)\left(1-\dfrac{17}{2}e^2\right)\cos 4\psi + (k-1) + \dfrac{3}{2}e^2(5k-9)\right]\right\} \\ \dot{\psi} = n(k-1) + \varepsilon_1 n(k-1)\{\cos 2\psi + 2\chi n(k-1)\sin 2\psi\}\left(1-\dfrac{5}{2}e^2\right) \end{cases} \quad (1)$$

где k − безразмерная переменная, равная отношению собственной угловой скорости вращения спутника к среднему движению по орбите, $\varepsilon_1 << 1$,− безразмерный параметр, характеризующий упругие свойства стержней, $\chi > 0$ − постоянная, характеризующая рассеяние энергии в стержнях при изгибе.

Система (1) имеет две серии стационарных решений:

1) $k=1,\ \psi=-\frac{\alpha}{4}+\frac{\pi m}{2},\ m\in Z$, 2) $k=1,\ \psi=\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{4}+\frac{\pi m}{2},\ m\in Z$,

$\alpha=\arcsin\frac{12\chi ne^2}{1-17e^2/2},\ 0<\alpha<<1$.

Стационарные решения первой серии являются неустойчивыми, а второй −асимптотически устойчивыми.

Литература

1. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс. М: Наука, 1965. 416 с.

2. Шатина А.В., Семенова Н.А. Математическая модель движения спутника с гибкими вязкоупругими стержнями // Электронный сетевой научно-методический журнал «Вестник МГТУ МИРЭА», декабрь 2015, №4 (9), том 2, с. 386-397.

ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПЛАНЕТЫ НА ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОРБИТЕ

А.В. Шатина, А.В. Старостина

Московский технологический университет, МИРЭА, Москва, Россия

e-mail: shatina_av@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена исследованию эволюции вращательного движения планеты, которая моделируется телом, состоящим из твердого ядра и жестко прикрепленной к нему вязкоупругой оболочки. Рассматривается ограниченная постановка, когда центр масс планеты движется по заданной эллиптической орбите.

Ключевые слова: центральное ньютоновское поле сил, приливы, эволюция вращательного движения, вязкоупругое тело.

EVOLUTIONOFROTARY MOTION OF A PLANET IN AN ELLIPTICAL ORBIT

Abstract. The work is devoted to the study of the evolution of the rotational motion of the planets, which is modeled by a body composed of a solid core and firmly attached thereto a viscoelastic shell. We consider the limited production when the center of mass of the planet moves in an elliptical orbit given.

Keywords: central Newtonian force field, tides, the evolution of the rotational motion, the viscoelastic body.

Движение абсолютно твердого сферически симметричного тела относительно центра масс, движущегося по кеплеровской орбите, представляет собой равномерное вращение вокруг оси, неизменно ориентированной в инерциальной системе координат. Так как ни одно из тел, составляющих Солнечную систему, не является абсолютно твердым, то центральное тело, вокруг которого движется планета, создает горбы в вязкоупругом теле планеты. Эти горбы стремятся расположиться по линии планета – центральное тело. Но из-за наличия внутреннего вязкого трения приливные горбы запаздывают и смещаются на некоторый угол относительно указанной линии. Это приводит к возникновению гравитационного момента сил. Кроме того, происходит сжатие планеты вдоль оси вращения. Все это влияет на изменение скорости вращения планеты.

Итак, рассмотрим движение планеты относительно центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле. Планету будем моделировать телом, состоящим из твердого ядра и жестко прикрепленной к нему вязкоупругой оболочки. При отсутствии деформаций планета занимает область V в трехмерном евклидовом пространстве:

$$V = V_0 \cup V_1, \ \ V_0 = \left\{ \mathbf{r} \in E^3 : |\mathbf{r}| \le r_0 \right\}, V_1 = \left\{ \mathbf{r} \in E^3 : r_0 < |\mathbf{r}| \le r_1 \right\},$$

где $r_0, r_1 -$ внутренний и внешний радиусы оболочки.

Рассмотрим ограниченную постановку задачи, когда центр масс планеты движется по фиксированной эллиптической орбите. В инерциальной системе координат $OXYZ$ с началом в притягивающем центре, совпадающим с одним из фокусов эллипса, и осью OZ, перпендикулярной плоскости орбиты, радиус-вектор центра масс планеты имеет вид:

$$\mathbf{R} = R(\cos\vartheta; \sin\vartheta; 0),$$

$$R = \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e\cos\vartheta}, \ \dot{\vartheta} = \frac{\partial\vartheta}{\partial l}\dot{l} = \frac{(1+e\cos\vartheta)^2}{\left(1-e^2\right)^{3/2}} n, \ n = \sqrt{\frac{\gamma}{a^3}}, \ l = n(t-t_0).$$

Здесь $\vartheta -$ истинная аномалия, $a -$ большая полуось орбиты, $e -$ эксцентриситет, $n -$ среднее движение центра масс C планеты по орбите, $l -$ средняя аномалия, $\gamma -$ гравитационная постоянная, $t, \ t_0$ $-$ текущий и начальный моменты времени.

Вектор кинетического момента вращательного движения планеты представляется равенством:

$$\mathbf{L} = \int\limits_V \Gamma(\mathbf{r}+\mathbf{u}) \times \frac{d}{dt}[\Gamma(\mathbf{r}+\mathbf{u})]\rho d\mathrm{v},$$

где $\Gamma -$ оператор перехода от подвижной системы координат $Cx_1x_2x_3$, связанной с ядром, к системе осей Кенига $C\xi_1\xi_2\xi_3$, $\mathbf{u}(\mathbf{r},t) -$ вектор упругого смещения.

Вращательное движение планеты описывается с помощью переменных Андуайе [1] $I_1, I_2, I_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_2$, которые являются переменными действие-угол для невозмущенной задачи (когда деформации отсутствуют). Методом разделения движений и усреднения [2] была получена возмущенная система уравнений, описывающая эволюцию вращательного движения планеты в канонической форме в нерезонансном случае. При этом использовалось выражение для вектора упругого смещения $\mathbf{u}$, полученное ранее [3,4].

В безразмерных переменных $x = \cos\delta_1$, ω_0, где δ_1 − угол между вектором кинетического момента $\mathbf{L}$ и осью $C\xi_3$, ω_0 − отношение модуля угловой скорости собственного вращения планеты к среднему движению по орбите, эволюционная система уравнений имеет вид:

$$\dot{x} = -\frac{\Delta}{\left(1-e^2\right)^{9/2}} \cdot \frac{\left(1-x^2\right)}{\omega_0} \cdot \left\{\omega_0 \cdot x \cdot F_1(e) - \frac{2F_2(e)}{\left(1-e^2\right)^{3/2}}\right\},$$
$$\dot{\omega}_0 = -\frac{\Delta}{\left(1-e^2\right)^{9/2}} \cdot \left\{\omega_0 \cdot \left(1+x^2\right) \cdot F_1(e) - \frac{2xF_2(e)}{\left(1-e^2\right)^{3/2}}\right\}. \quad (1)$$

Здесь $F_1(e) = 1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4$, $F_2(e) = 1 + \frac{15}{2}e^2 + \frac{45}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6$, а коэффициент Δ характеризует упругие, диссипативные, геометрические свойства планеты.

Система (1) имеет асимптотически устойчивое стационарное решение: $x = 1$,. $\omega_0^* = F_2(e)F_1^{-1}(e)\left(1-e^2\right)^{-3/2}$.Такое стационарное решение было получено ранее в работах Белецкого В.В. [5], где планета моделировалась твердым телом, а для приливного момента сил использовалась феноменологическая формула.

Литература

1. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 268 с.

2. Вильке В.Г., Копылов С.А., Марков Ю.Г. Эволюция вращательного движения вязкоупругого шара в центральном ньютоновском поле сил // Прикладная математика и механика, 1985, т.49, вып. 1, с. 25-34.

3. Шатина А.В. О деформациях планеты, содержащей подвижное внутреннее ядро, в гравитационном поле центрального тела и спутника // Известия АН, Механика твердого тела, №1, 2005, с. 3-12.

4. Шатина А.В., Шерстнев Е.В. Движение спутника в гравитационном поле вязкоупругой планеты с ядром. // Космические исследования, 2015, том 53, №2, стр.173-180.

5. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М. Изд-воМГУ, 1975. 308 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЛИВНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПЛАНЕТЫ

А.В. Шатина, П.П. Тихомирова, Е.В. Шерстнев

Московский технологический университет, МИРЭА, Москва, Россия

e-mail: shatina_av@mail.ru

Аннотация.В статье изучаются приливные деформации вязкоупругой планеты в гравитационном поле притягивающего центра и спутника. Получена в явном виде функция, описывающая зависимость величины приливного горба в фиксированной точке поверхности планеты от координаты этой точки и времени.

Ключевые слова: приливы, гравитация, приливные деформации, вязкоупругая планета.

MATHEMATICAL MODELING OF THE TIDAL DEFORMATIONS OF A VISCOELASTIC PLANET

Abstract. We study the tidal deformations of a viscoelastic planet in a gravitational field of the center of attraction and the satellite. We obtain the explicit function describing the dependence of the tidal hump at a fixed point on the surface of the planet from the coordinates of this point and time.

Keywords: tides, gravity, tidal deformation, viscoelastic planet.

Рассмотрим задачу о движении механической системы планета-спутник в гравитационном поле притягивающего центра. Планета моделируется однородным изотропным вязкоупругим телом с массой mи плотностью ρ . В естественном недеформированном состоянии планета занимает область $V = \left\{ \mathbf{r} \in \mathrm{E}^3,\ |\mathbf{r}| \le r_0 \right\}$ в трехмерном евклидовом пространстве, т.е. имеет форму шара с радиусом r_0. Спутник моделируется материальной точкой F с массой m_2. Система планета-спутник движется относительно общего центра масс C_0, который в свою очередь совершает движение по кеплеровской орбите относительно неподвижного притягивающего центра O с массой m_1. Предполагается, что $m_2 << m << m_1$, $|\mathbf{R}_2| << |\mathbf{R}_1|$. Здесь $\mathbf{R}_1 = \mathbf{OC}_0$ – радиус-вектор центра масс системы планета-спутник, $\mathbf{R}_2 = \mathbf{CF}$ – вектор с началом в центре масс шара и концом в точке F .

Для решения поставленной задачи вводятся следующие системы координат:

$OXYZ$ – инерциальная система координат с началом в притягивающем центре; $Cx_1x_2x_3$ – подвижная система координат, связанная с вязкоупругим шаром; $CX'Y'Z'$ – система осей Кенига [1].Радиус-вектор фиксированной точки M вязкоупругой планеты имеет вид:

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_1 - \frac{m_2}{m+m_2}\mathbf{R}_2 + \Gamma(\mathbf{r} + \mathbf{u}(\mathbf{r},t)),$$

где Γ – оператор перехода от подвижной системы координат $Cx_1x_2x_3$ к системе осей Кенига $CX'Y'Z'$, $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ – вектор упругого смещения.

В работе [2] на основе метода разделения движений было получено решение квазистатической задачи теории упругости для рассматриваемой задачи. Это решение строится на невозмущенном движении, когда центр масс C_0 системы планета-спутник движется по кеплеровской эллиптической орбите относительно притягивающего центра O , а точки C, F движутся согласно классической задаче двух тел. При этом планета вращается с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг оси, неизменно ориентированной в инерциальной системе координат $OXYZ$.

Для упрощения задачи будем считать, что движение точек C, F происходит в плоскости OXY . В инерциальной системе $OXYZ$ координаты векторов $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ имеют вид: $\mathbf{R}_i = a_i\left(1-e_i^2\right)\left(1+e_i\cos\vartheta_i\right)^{-1}\left(\cos(g_i+\vartheta_i), \sin(g_i+\vartheta_i), 0\right)$ $(i=1,2)$, a_1 - большая полуось, e_1 - эксцентриситет, g_1 - долгота перигелия, ϑ_1 - истинная аномалия орбиты точки C_0 относительно неподвижного центра O ; a_2 - большая полуось, e_2 - эксцентриситет, g_2 - долгота перигелия, ϑ_2 - истинная аномалия орбиты точки F относительно точки C . Величины a_1, e_1, g_1, a_2, e_2 являются постоянными. Истинные аномалии являются функциями времени: $\dot{\vartheta}_i = n_i\left(1+e_i\cos\vartheta_i\right)^2 \Big/ \left(1-e_i^2\right)^{3/2}$, $n_i = 2\pi/T_i$ $(i=1,2)$.Через T_i обозначены соответствующие периоды обращения.

Если направить ось Cx_3 по вектору $\boldsymbol{\omega}$, то оператор Γ и обратный к нему будут представляться соответственно равенствами:

$$\Gamma = \Gamma_1(\theta_0)\Gamma_3(\varphi),\ \Gamma^{-1} = \Gamma_3(-\varphi)\Gamma_1(-\theta_0),\ \ \theta = \theta_0, \varphi = \omega t + \varphi(0).$$

Для планеты Земля $\theta_0 = 23{,}45^\circ$.Точку M поверхности планеты в подвижной системе координат $Cx_1x_2x_3$ можно задать с помощью параметров λ, μ (долготы и широты): $\mathbf{r}_M = \mathbf{e}_M r_0$, $\mathbf{e}_M = (\cos\lambda\cos\mu; \sin\lambda\cos\mu; \sin\mu)$.

В данной работе была получена в явном виде скалярная функция $F(\mathbf{r}_M, t) = (\mathbf{e}_M, \mathbf{u}(\mathbf{r}_M, t))$,описывающая приливные деформации в фиксированной точке M поверхности планеты. Эта функция имеет вид:

$$F(\mathbf{r}_M, t) = k_0 + k_1\left(\frac{1}{3} - \sin^2\mu\right) + k_2(1 + e_1\cos\vartheta_1)^3 \times$$

$$\times\left(1 + 3h_{12}\cos(g_1 + \vartheta_1 - g_2 - \vartheta_2)\right)\left(3p_1^2 - 1\right) + k_3(1 + e_2\cos\vartheta_2)^3\left(3q_2^2 - 1\right),$$

$$h_{12} = k_4\frac{(1 + e_1\cos\vartheta_1)}{(1 + e_2\cos\vartheta_2)},\ p_1 = q_1\left(1 + h_{12}\cos(g_1 + \vartheta_1 - g_2 - \vartheta_2)\right) - h_{12}\cdot q_2,$$

$$q_i = \cos\mu\cos(g_i + \vartheta_i)\cos(\varphi + \lambda) + \cos\mu\cos\theta_0\sin(g_i + \vartheta_i)\sin(\varphi + \lambda) -$$

$$-\sin\theta_0\sin(g_i + \vartheta_i)\sin\mu \quad (i = 1,2).$$

Для планеты Земля получим следующие значения коэффициентов $k_j\,(j = 0,1,..,4)$ [3,4]: $k_0 = 5.072\cdot10^3\,м$, $k_1 = 2.092\cdot10^3\,м$, $k_2 = 1.561\cdot10^{-1}\,м$, $k_3 = 3.428\cdot10^{-1}\,м$, $k_4 = 3.114\cdot10^{-5}\,м$

Литература

1) Вильке В.Г. Теоретическая механика. СПб.: Лань, 2003. 304 с.

2) Вильке В.Г., Шатина А.В. О поступательно-вращательном движении вязкоупругого шара в гравитационном поле притягивающего центра и спутника // Космические исследования, 2004, т. 42, №1, с 95-106.

3) Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: Физматлит, 2010. 588 с.

4) Куликовский П.Г. Справочник любителя астрономии. М.:ЛИБРОКОМ, 2009. 704с.

Секция 2. Информационные технологии и их приложения

СООТНОШЕНИЕ ПРОЦЕССОВ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ЗНАНИЙ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Антонова Е.В., Лебедева А.П.
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, Россия
e-mail: lebedeva@fpm.kubsu.ru

Аннотация. Рассмотрены процессы извлечения знаний интеллектуальной информационной системой из различных информационных источников, включая слабо формализованные знания, их последующей формализации и анализа, что позволяет моделировать когнитивные операции при решении профессиональных задач.

Ключевые слова: Когнитивная цель, извлечение знаний, синтез знаний, элементарное знание, структура сложного знания, правило синтеза.

CORRELATIONOF KNOWLEDGE ANALYSIS AND SYNTHESIS PROCESSES FOR INTELLIGENT INFORMATION SYSTEMS

Abstract. Knowledge elicitation processes from various informational sources, including weakly formalized knowledge, their subsequent formalization and the analysis are considered for intelligent information system. That allows simulating cognitive operations for searching the solution of professional tasks.

Key words: Cognitive goal, knowledge elicitation, knowledge synthesis, elementary knowledge, complex knowledge structure, synthesis rule.

Основой интеллектуальных информационных систем является моделирование операций и процессов человеческого мышления. Исходными данными таких операций являются многообразия формализованных знаний, основанных на многочисленных форматах представления и принципах формирования и применения знаний. Одним из принципов онтологического подхода к моделированию содержания областей знаний является использование точных определений понятий. Практическая реализация указанного принципа обычно осуществляется индуктивно через обобщение и анализ опыта специалистов и массивов эмпирических данных. Для этого применяются разнообразные инструменты и технологии. Они основаны на формальных системах, близких к дескрипционным логикам. Конструкты таких логик позволяют автоматизировать интеллектуальные операции и процессы человеческого мышления, объединяемые концептом анализа. Базу знаний предметной области в формате онтологии составляют структуры классов сущностей и связей между ними. Для построения такой базы применяются операции извлечения сущностей связей, а также классификация сущностей, как результат анализа содержания области знаний. Источниками извлекаемых знаний являются разнообразные информационные ресурсы, значительная часть которых содержит неявные представления знаний [1].

С помощью операций извлечения знаний формируются базы элементарных и простых знаний, используемые для нахождения решений профессиональных задач. Элементарным знаниям соответствуют имена отдельных сущностей, свойства которых представляются через принадлежность разным классам. Для представления простых знаний применяются пары таких имён, связанные конкретными семантическими отношениями. Такие знания являются результатом процесса анализа содержания области знаний. Базы элементарных и простых знаний составляют основу моделирования разных аспектов мышления. Синтез знаний реализуется конструированием семантических структур, составляемых из простых и элементарных знаний, являющихся описаниями содержания имён [2]. Синтез таких структур связан с достижением когнитивных целей разных типов. Конкретизация целей реализуется в форме задач, решения которых составляются из содержимого баз элементарных и простых знаний. Для автоматизации процесса синтеза и решения задач, относящихся к конкретным когнитивным целям, применяются унифицированные структуры сложных знаний в этой области, составляемые с помощью специальных операций. Решения задач извлекаются из синтезированных фрагментов сложных знаний.

Построение правил синтеза сложных знаний осуществляется с использованием визуальных инструментов, позволяющих изображать структурные и семантические свойства исходных данных таких правил, в том числе извлекаемых из баз элементарных и простых знаний, или фрагментов сложных знаний, синтезированных для решаемых или связанных с ними задач. Визуальное представление структур сложных знаний и правил сохраняется в специальных базах знаний в виде иерархических структур. Иерархические структуры составляют основу баз знаний типовых задач, когнитивных целей, правил синтеза фрагментов сложных знаний и типовых структур таких фрагментов [3].

Синтез является когнитивным процессом, который наряду с анализом применяется для решения профессиональных задач. Его реализуют правила конструирования сложных семантических структур из простых и элементарных знаний. Синтез дополняет операции анализа, позволяя получать структуры знаний, из которых можно извлекать точные решения соответствующих когнитивных задач. В применяемом формате правил синтеза каждое такое правило состоит из блоков описания образцов. Для них задаются структурные и семантические свойства именованных множеств и вершин для конфигураций, которые через механизм унификации сопоставляются с конкретными узлами, функциями, свойствами (если правило относится к нескольким фрагментам конфигураций).

Синтезируемые иерархические структуры сложных знаний удобны для моделирования направленных обходов при обработке. Последовательное применение правил синтеза представляется итерационным процессом, на каждом этапе которого выполняется конкретизация целей. Для этого правила, моделирующие соответствующие когнитивные процессы, используют уже синтезированные фрагменты знаний. Применение правила регулируется другими правилами, связанными с шаблонами решения профессиональных задач, что позволяет сократить поиск при нахождении решений задач синтеза.

Система синтезируемых сложных знаний расширяет онтологическую модель области знаний, дополняя последнюю гносеологической компонентой, содержащей базы когнитивных целей, операций и структур, вместе с правилами и операциями их достижения, реализации и построения. Система операций над базами знаний гносеологической компоненты интеллектуальной информационной системы обеспечивает формирование, развитие и применение содержимого для достижения разнообразных когнитивных целей.

Литература

1. Костенко К.И., Лебедева А.П. О формализованных описаниях пространств знаний // Программная инженерия, 2013, № 8.– С. 25-34.
2. А. Чёрч Введение в математическую логику т. 1, М.: И.Л. 1960.– 478 с.
3. Костенко К. И. Моделирование оператора вывода для иерархических формализмов знаний // Программная инженерия, 2016, т. 7, № 9. − С. 424-431.

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

О.Б. Голубев

Вологодский государственный университет, г. Вологда, Россия

e-mail: oleg_golubev@mail.ru

Аннотация. В статье затронуты вопросы организации исследовательской деятельности обучающихся с использованием современных информационных технологий. Отдельное внимание уделено web-квесту, в рамках которого может быть проведено научное исследование.

Ключевые слова: учебное исследование, исследовательская деятельность, web-квест, сервис WikiWall, сервисы Google, Wiki-стенгазета.

ORGANIZATION OF RESEARCH ACTIVITY OF STUDENTS ON THE BASIS OF MODERN INFORMATION TECHNOLOGY

O.B. Golubev

Vologda State University, Vologda, Russia

Abstract. The article touched upon the organization of research activity of students with the use of modern information technologies. Special attention is given to web-quest in which scientific research can be conducted.

Key words: educational research, research, web-quest, service WikiWall, Google services, Wiki-wall newspaper.

Современный этап развития общества предполагает активное использование в системе образования информационно-коммуникативных, в том числе Web-технологий. Данные технологии достаточно востребованы среди педагогов различных предметов. В последнее время активно используют web-квест как метод проектного обучения, в рамках которого может быть проведено научное исследование. Для реализации web-квеста нам потребуется сайт, который можно создать с помощью сервисов Google [1].

Сегодня в профильных классах старшей школы учащиеся должны обладать основами научной грамотности, т.е. способностью понимать и использовать научные знания. Три главные составляющие, объединенные вместе, определяют научную грамотность: научное мировоззрение, научные методы и характер научной деятельности. Современный школьник должен уметь обсуждать научные вопросы, демонстрировать понимание, выражать аргументированное мнение о научных проблемах, оценивать правдоподобность научных доводов.

Участие в научных исследованиях обогащает эрудицию и формирует научную картину мира. Благодаря исследованиям ученики овладевают важными интеллектуальными навыками, такими как критическое мышление и умение решать проблемы. Эти навыки формируются в процессе анализа и оценки фактов и доказательств, интерпретации данных и формулирования выводов. В процессе исследовательской работы находят применения такие навыки успешного мышления, как упорство и гибкость. Научное исследование способствует сотрудничеству учащихся и учителей, учащихся друг с другом, а также учащихся и других людей или экспертов. Во время научного исследования роль учителя меняется: тот, кто читает лекции и распространяет знания, становится тем, кто облегчает изучение. Научное исследование неразрывно от других научных подходов, таких как научный метод и проектная работа.

Научное исследование может опираться на разные методы по выбору ученого. Процесс научного исследования складывается из: постановки проверяемого вопроса или формулирования гипотезы, которая может быть подтверждена посредством исследований; планирования и проведения исследований; осмысления результатов с целью установить связь между фактами и объяснениями; создания отчета о методах и результатах исследования. Учебное исследование – это динамический процесс осмысления мира и приобретения знаний. Нужно быть готовым открывать новое и находить ответы на самые занимательные вопросы. Когда мы задаем себе вопросы и ищем на них ответы, мы тем самым удовлетворяем свое любопытство. Исследование представляет собой изучение какого-либо важного вопроса, проблемы или идеи. В образовании исследование – это подход, состоящий в изучении природы (материального мира), в рамках которого задаются вопросы и делаются открытия в стремлении к новому пониманию. Научное исследование начинается тогда, когда учащиеся сталкиваются с вопросами, проблемами или явлениями, которые значимы для них, соответствуют стандартам обучения и могут стать предметом исследования для настоящих ученых. Учащиеся осуществляют исследования, используя различные методы и источники, зачастую требующие проведения полевых работ, лабораторных опытов и построения моделей.

Web-квест в учебном процессе несет в себе проблемные вопросы с элементами ролевой игры. Web-квест предполагает групповую форму обучения, что способствует развитию навыка работы в команде. Итогом квеста могут быть презентации, web-сайт, буклет, газета и т.д. Такая организация учебного процесса развивает навык публичных выступлений. Для организации исследовательской деятельности можно активно использовать среду WikiWall. Сервис WikiWall – это электронная стенгазета, позволяющая группе обучаемых рисовать, размещать и редактировать на странице блоки с текстами, картинками и видео. Wiki-стенгазета поддерживает вики-синтаксис (используется диалект WackoWiki) при просмотре страницы. Достоинства WikiWall: интуитивно понятный и простой интерфейс, который позволяет быстро освоить сервис; для работы не нужно проходить процедуру регистрации пользователей; для организации совместной работы над созданием стенгазеты достаточно отправить ссылку другим участникам, например, по электронной почте; ссылки на созданную газету можно размещать на сайтах, в блогах и т.п.

Литература

1. Голубев О.Б. Сетевые проекты в обучении информатике и математике: монография. Вологда: ВГПУ, 2011. – 138 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ВЕБ-КВЕСТОВ В ФОРМИРОВАНИИ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЫ БУДУЩИХ СПЕЦИАЛИСТОВ

Г. С. Исакова

ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет»
Москва, ул. Малая Пироговская, д. 1, стр. 1
Тел.: 8-964-794-43-20, e-mail:isakovags@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается педагогический потенциал веб-квестов как эффективной технологии формирования организационной культуры будущих специалистов. Автор описывает реализацию данной технологии на примере разработанного им веб-квеста для организации самостоятельной работы студентов.

Ключевые слова: организационная культура студента, самостоятельная работа, технология веб-квеста.

Abstract. The article deals with the pedagogical opportunities of webquestas effective technology of forming organizational cultureof future specialists. The author describes implementation of this technology on the example of the webquesthe created.

Key words: student's organizational culture, independent work, webquest technology.

Процессы модернизации системы образования обусловливают актуальность поиска новых подходов к профессиональной подготовке будущих специалистов, в качестве системообразующего фактора которой выступает организационная культура [3].Возникает необходимость корректировки образовательного процесса с позиции развития преемственности между образовательнымучреждением исферой будущей деятельности выпускника. Такая корректировка, на наш взгляд,может быть достигнута за счет формирования организационной культуры студентовв период обучения в вузе.

Мы определяем организационную культуру студента как исторически сложившуюся совокупность формальных и неформальных правил и норм, коллективно разделяемых ценностей, моральных принципов, ритуалов и традиций, согласующихся с целями и задачами образовательной деятельности. Эти правила, нормы и ценности принимаются студентамии активно реализуются в их поведении, как в образовательной организации, так и вне ее.

На наш взгляд, особая эффективность в формировании организационной культуры студентовдостигается путем применения технологии веб-квестов для организации самостоятельной работы обучающихся. Исследователи определяют образовательный веб-квест (webquest) как проблемное задание с элементами ролевой игры, для выполнения которого используются информационные ресурсы Интернет. Особенностью образовательных веб-квестов является то, что часть или вся информация для коллективной работы обучающихся находится на различных веб-сайтах [1].

Студентам предлагается найти решение задачи на тематических сайтах и порталах в рамках изучаемого материала, используя поисковые системы и каталоги. Задачей педагога становится распределение ролей среди обучающихся и формирование заданий в соответствии с ролями.

В ходе решения веб-квеста через изучение материала и его обсуждение обучающиеся должны ответить на определенный вопрос дискуссионного характера. Результаты выполнения веб-квеста могут быть представлены в виде устного выступления, компьютерной презентации, эссе, веб-страницы и т.п.

На наш взгляд, наиболее эффективным результатом работы с веб-квестом является публикация работ студентов в виде веб-страниц и веб-сайтов. Речь идет о совместном создании проекта членами команды удаленно в режиме онлайн с помощью облачных или вики-технологий. Это сокращает временные затраты на поиск материала для проекта и повышает продуктивность работы каждого участника команды, что приводит к улучшению конечного продукта. Кроме того, названные Интернет-технологии позволяют не только решать, но и защищать веб-квест дистанционно.

В качестве примера веб-квеста, направленного на формирование организационной культуры студентов, приведемквест «*Этика служебных взаимоотношений*», разработанный нами на основе сайтов Googleдля организации самостоятельной работы студентов специальности «Документационное обеспечение управления и архивоведение» (https://sites.google.com/site/orgkultura1/).

Он содержит три основных пункта меню: «*Главная», «Задачи» и «Полезные ссылки»*. На главнойстранице расположены такие элементы веб-квеста, как вступление, руководство к действиям, описание конечного продукта, критерии оценки.

Студентам предлагается разделиться на команды по 4 человека. Затем каждый член команды должен выбрать себе одну из четырех задач, исходя из их описания:

1. Задача заключается в выборе подарка сотруднику фирмы. Следует продумать детали подарка, его уместность к конкретному случаю и получателю. Необходимо рассмотреть варианты: подарок предназначается шефу; коллеге; подчиненному; подарок дарите Вы лично; подарок корпоративный - от всех сотрудников.

2. Вам поручено организовать официальный деловой приём. Необходимо продумать все детали, чтобы мероприятие прошло на высоком уровне. Следует соотнести форму приёма со временем его проведения: приём проводится до 12.00; в промежуток с 12.00 до 16.00; в промежуток с 16.00. до 18.00; в промежуток с 20.00 до 21.00; приём проводится после 21.00.

3. Необходимо встретить в аэропорту иностранных партнеров компании, устроить их в гостиницу и организовать развлекательную программу. При этом следует учесть национальные культурные особенности гостей. Необходимо рассмотреть варианты: Ваши гости - англичане; немцы; японцы; американцы; французы; арабы.

4. Вам предстоит отправиться в командировку с одним из сотрудников фирмы. Поездка включает в себя проживание в одном отеле, посещение деловых мероприятий и решение рабочих вопросов. Следует продумать правила поведения в соответствии со статусом Вашего спутника и условиями поездки: Вы отправляетесь в командировку с коллегой; Ваш спутник - босс; Ваш спутник ниже Вас по должности.

Для выполнения заданий необходимо изучить литературу из пункта *«Полезные ссылки»*.Решение задач оформляется в виде памяток поведения в деловых ситуациях. Результат выполнения веб-квеста команда должна разместить в сети Интернет - на вики-сайте или в виде презентации в Google-облаке. При оценке веб-квеста учитывается: содержательность памяток, техническая грамотность сайта или презентации, оригинальность оформления и творческий подход. Творческий процесс преобразования информации из разных источников ведет к ее осмыслению, способствует развитию мышления и дает основу прочных знаний.

Таким образом, использование такого типа самостоятельной работы студентов, как решение веб-квестов профессиональной направленности, способствует формированию у них организационной культуры.

Литература

1. Быховский, Я. С. Образовательные веб-квесты [Электронный ресурс] // Материалы международной конференции «Информационные технологии в образовании. ИТО-99». - 2009. - Режим доступа: http://ito.edu.ru/1999/III/1/30015.html.

2. Воинова, О.И. Методическое обеспечение самостоятельной работы студентов на основе современных компьютерных технологий // Образовательная и социокультурная среда региона: сб. науч. трудов. – Норильск: НИИ, 2010. – С. 143-146.
3. Резник, С. Д. Управление развитием организационной культуры в студенческой среде высшего учебного заведения // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион, 2012. - № 2 (22). - С. 127–136.

ОБ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ТЕРМИНОВ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

М.С. Каряева, В.А. Соколов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова Россия, Ярославль, ул. Советская, д.14
e-mail:mari.karyaeva.gmail.com; valery-sokolov@yandex.ru

Аннотация. Данная работа посвящена краткому анализу информационных технологий в задаче автоматического извлечения терминов предметной области. В качестве информационных технологий в данном контексте следует понимать ряд применяемых алгоритмов, которые представляют собой информационную систему в совокупности с информацией или источниками, из которых извлекаются требуемые факты.
Ключевые слова: извлечение знаний, компьютерная лингвистика,word2vec

AN INFORMATION TECHNOLOGY AS A TOOL FOR DOMAIN-SPECIFIC TERM EXTRACTION

Abstract. The research is devoted to a brief description of an Information Technology in the problem of domain-specific term extraction. From the Information Technology point of view the set of the applied algorithms presents an Information System combined with some information, in particular, data collection for extraction required facts.
Keywords: knowledge extraction, computationallinguistics,word2vec

Введение

Для решения задач по компьютерной лингвистике, в частности таких, как информационный поиск, машинный перевод, классификация документов и др., требуется создание сложных информационных систем. На данный момент не существует универсальных решений для задачи автоматического извлечения терминов по рядупричин, например, языковых различий (грамматика, морфология), особенностей предметной области, длины терминов, универсальной оценки качества. В данной работе рассмотрен метод использования Википедии для извлечения терминов предметной области.

Связанные работы

Данные Википедии широко применяются в современных работах, посвященных созданию информационных систем. В работе [1]описан метод кластеризации, в котором представление документа расширено за счет информации из Википедии. Результат исследования подтверждает, что использование категорий может улучшить качество кластеризации документов. Работа [2] посвящена анализу категорий Википедии для извлечения семантической информации и улучшения поисковых запросов.

Описание информационной системы

Данные Википедии уникальны с точки зрения разнообразия подходов работы с ними. Сложная структура статей в сочетании с вариантами их группировки по категориям позволяет использовать данный ресурс и для извлечениятерминов предметной области. В работе применялся дамп Википедии от 27.10.2015 размером 16 гигабайт.Википедия имеет древовидную структуру; в качестве узлов выступают понятия, которым посвящена статья. Статьи формируют структуру за счет указания категорий с помощью общепринятой вики-разметки.

Категория -> Стихосложение -> (Метрика -> (Античная метрика, Метрическое стихосложение -> (Античная метрика -> (Силлабо-метрическое стихосложение)), Силлабическое стихосложение))

Следовательно, достаточно указать главную категорию для извлечения всех заголовков статей, входящих в граф, узлами которого будут подкатегории и статьи выбранной тематики.

Использование библиотеки PyMystem, разработанной на основе инструмента Mystem(https://tech.yandex.ru/mystem/), позволило выделить заголовки статей в виде однословных существительных.

Для расширения количества терминов предметной области используется алгоритм векторного представления слов word2vec[3], активно применяемый,в том числе и для русского языка[4].Идея заключается в том, чтобы для каждого заголовка статьи строить вектор ассоциативных слов. Далее из основного текста статьи Википедии извлекаются термины предметной области, которые встретились в ассоциативном ряду.Таким образом, мы получаем пересечение терминов-кандидатов из статьи и слов из ассоциативного ряда заголовка статьи.

Обучение модели word2vec на текстах Флибусты показало следующие результаты: сгенерировано 931 896 векторных представлений в виде главного слова и слов-ассоциатов с оценкой близости, которая представлена косинусной мерой между векторами главного слова и рассматриваемого ассоциата. Среди слов-ассоциатов встречаются как слова-окружения, характеризующие главное слово, так и слова, имеющие семантические отношения с главным словом.

В таблице 1 представлены примеры ассоциатов с указанием метрики близости. Жирным выделены слова-ассоциаты, которые связаны с главным словом предметной области и тоже могут считаться терминами предметной области.

Таблица 1

Стих		**строфика**		**ударение**		**стихосложение**	
Утих	0.61	четырехстопный	0.71	**слог**	**0.76**	силлабическое	0.66
Алкеев	0.56	**силлабика**	**0.69**	**слово**	**0.66**	**стиховедение**	**0.64**
Безрифменный	0.53	**рифмовка**	**0.68**	сверхсхемное	0.54	**просодии**	0.62
Строфа	**0.52**	подстрочия	0.67	**гласная**	**0.53**	**поэзия**	0.61
Полноударность	**0.49**	**тактовик**	**0.66**	**акцент**	**0.52**	версификация	0.58

Заключение

В работе представлена информационная система, позволяющая автоматически извлекать термины предметной области на основе Википедии.

Литература

1. Hu X. et al. Exploiting Wikipedia as external knowledge for document clustering //Proceedings of the 15th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining. – ACM, 2009. – С. 389-396.
2. Chernov S. et al. Extracting Semantics Relationships between Wikipedia Categories

//SemWiki. – 2006. – Т. 206.
3. Mikolov T., Yih W., Zweig G. Linguistic Regularities in Continuous Space Word Representations //HLT-NAACL. – 2013. – С. 746-751.
4. Panchenko, A., et al. "Russe: The first workshop on russian semantic similarity." Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Papers from the Annual Conference. Dialogue. Vol. 2. 2015.

SMART - ТЕХНОЛОГИЯ КАК УНИКАЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СРЕДА

К. Г. Лыкова
Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина
e-mail: ksli1024@mail.ru

Аннотация. На сегодняшний день Smart - одна из лидирующих технологий обучения в мире. Технология Smart обучения основывается на принципах интерактивности и быстрого реагирования на факторы окружающей среды. Наличие обновляющегося программного обеспечения позволяет достичь высокой производительности и результативности. Работа со Smart технологиями проста. Содержание разнообразных визуальных средств расширяет объем учебного материала и раскрывает творческий потенциал учащихся.

Ключевые слова: Smart технология, информационные технологии, интерактивная Smart доска, теория вероятностей.

SMART TECHNOLOGY AS a UNIQUE EDUCATIONAL ENVIRONMENT

Abstract. Today is Smart one of the leading learning technologies in the world. Smart technology training is based on the principles of interactivity and rapid responses to the factors environmental. The presence of the updated software allows to achieve high performance and efficiency. Working with Smart technology is easy. The content of various Visual Tools expands the volume of teaching material and reveals the creative potential of the students.

Keywords: Smart technology, information technology, interactive Smart Board, probability theory.

С каждым годом все большим спросом в обучении пользуются различные интерактивные технологии, являющиеся уже неотъемлемыми составляющими современного образовательного процесса. Их стремительное развитие и совершенствование напрямую связано с постоянно обновляющимся программным обеспечением, характеризующимся конструированием сложнейших процессов в трехмерном пространстве.

Все разнообразие применяемых в учебном процессе всевозможных средств информационных технологий: обучающих и моделирующих программ; информационных ресурсов; интерактивных модулей; программ познавательного характера; социальных сервисов Web 2.0; дистанционных технологий и т.д., является проявлением их в виде частных отдельных сред. Поэтому наиболее актуальная задача на сегодняшний день — это проектирование единой и многофункциональной системы, охватывающей разнообразные отрасли научных знаний, т. е. такой уникальной образовательной среды, включающей все перечисленные средства как её составляющие компоненты, обеспечивающие функционирование её в качестве неповторимой «образовательной конструкции». При этом данная образовательная среда должна характеризоваться не только особенностями, составляющих её информационных технологий, но и качественно изменённой инновационной структурой, включающей интеграцию технических и естественнонаучных знаний.

Одной из тенденций образования на сегодняшний день является обращение особого внимания не только на результат от обучения, но и на сам учебный процесс, т.е. переход от знаниецентрического типа обучения к творческому, развивающему. От того, насколько успешным, запоминающимся и грамотно продуманным будет процесс обучения, на прямую зависит результат всего учебного взаимодействия учителя и ученика.

Именно технология Smart-обучения может быть представлена в качестве примера уникальной образовательной среды. Smart технологию характеризует то, что она не только может содержать различные информационные средства обучения, но и адаптировать их в зависимости от изменений, происходящих в окружающей действительности.

Наиболее распространённым в образовательной сфере технологическим решением Smart является интерактивная доска Smart. Она представляет собой сенсорный экран как составной элемент системы, включающей также компьютер и проектор. С помощью Smart доски можно одним касанием управлять открытыми на компьютере программами или же самостоятельно работать с системой.

Интерактивная панель Smart предоставляет огромные образовательные возможности для организации эффективного обучения: мгновенный доступ к подготовленным учебным приложениям; в случае необходимости синхронизация с мобильными телефонами учеников; экономия времени на выполнение заданий; доступ быстрого внесения поправок или дополнения в учебный контент; возможность применения разнообразных визуальных средств обучения; а для ученика, пропустившего урок, удобный случай предоставить в полноценном виде учебный материал для ознакомления на дому; возможности разнообразных манипуляций учеников с объектами, открытых на дисплеи и т. д.

Среди многочисленных функций Smart доски можно выделить восстановление записей и изображений и «умное перо», совместимое со многими программами, позволяющими вносить коррективы в любой открытый на интерактивной панели файл.

Пример интерактивного урока математики на тему: «Вероятность события» с программой Smart Notebook (включающий презентацию с объектами Macromedia Flash).

Опыт применения интерактивных панелей Smart показал, что их применение характеризуется наглядностью и интерактивность; позволяет перейти ученику от пассивного созидателя учебного материала к активному участнику учебного взаимодействия; способствует не только зрительному восприятию, но и организации проблемно-поисковой деятельности; повышает мотивацию; развивает мелкую моторику; активизирует познавательный интерес к предмету; увеличивает эффективность обучения.

Smart технология несет в себе огромным образовательный потенциал. А так как её отличительным свойством является мгновенная адаптация к постоянно изменяющимся условиях окружающей среды, то она существенно выделяться среди прочих современных информационных технологий, не всегда успевающих столь быстро развиваться.

Литература

1. Днепровская Н. В., Шевцова И. В., Янковская Е. А. Понятийные основы концепции смарт-образования // Открытое образование, 2015. - № 6. - с. 43-52.
2. Новикова Е. В. Умные уроки Smart. Сборник методических рекомендаций по работе со Smart-устройствами. — Полимедиа. —2012. - 180 с.

ВНЕДРЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ПРОЦЕСС ОБУЧЕНИЯДИСЦИПЛИНЕ«КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ»

Одинцова Е.Е.

Российский университет дружбы народов, УНИГК

117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

e-mail: odintsova_ee@pfur.ru

Аннотация. В статье представлен опыт организации самостоятельной работы студентов с использованием средств телекоммуникационной учебно-информационной системы (ТУИС) российского университета дружбы народов.

Ключевые слова: электронные образовательные ресурсы, ТУИС, концепции современного естествознания

APPLICATIONOFDIGITALTECHNOLOGIES FORTEACHINGANDLEARNINGOF THE DISCIPLINE“CONCEPTS OF MODERN NATURAL SCIENCE”

Odintsova E.E.

Peoples Friendship University of Russia, УНИГК

117198, MoscowMiklukho-Maklayastr. 6

e-mail: odintsova_ee@pfur.ru

Abstract. The experience of the organization of individual work of students utilizing resources of the telecommunicational system for training and informationof the Peoples' Friendship University of Russia is presented.

Keywords: digital technologies for teaching and learning, concepts of modern natural science

В настоящее время учебная дисциплина «Концепции современного естествознания» закреплена во ФГОС в качестве обязательного учебного предмета по значительному числу гуманитарных и социально-экономических направлений. К сожалению, количество часов, отводимых на эту дисциплину, бывает весьма скудным, а это означает, что большая часть работы по освоению нового материала ложится на плечи студентов. В этой связи на первый план выходит задача организации самостоятельной работы учащихся. Электронные образовательные ресурсы позволяют эффективно организовать эту работу и значительно упростить ее проверку и оценку преподавателем.

Реализация дистанционных технологий в образовательной деятельности РУДН проводится посредством телекоммуникационной учебно-информационной системы (ТУИС) [1]. Эта система предоставляет широкий спектр электронных инструментов, при этом содержательное наполнение курса и непосредственное использование тех или иных ресурсов в учебном процессе - задача преподавателя.В ходе преподавания дисциплины «Концепции современного естествознания» бакалаврам ряда гуманитарных и социально-экономических специальностей, были апробированы следующие электронные образовательные средства:

- Текущий, промежуточный и итоговый контроль знаний проводятся с помощью тестовых заданий из банка вопросов, составленного преподавателем по всем разделам курса.
- Каждой теме дисциплины соответствует раздел электронного курса, включающий в себя краткое содержание лекции, ссылку на страницы учебника для самостоятельной проработки, а так же слайдыпрезентации.
- Выбор тем рефератов и докладов осуществляется посредством совместного редактирования таблицы ресурса «Вики». При этом преподаватель выступает в качестве модератора.
- Ссылки на тексты для выполнения рефератов и докладов, а также требования к их выполнению и представлению, собраны в таблице на странице электронного курса, доступной каждому из студентов.
- Студенты сдают рефераты в электронном виде, при чем организована взаимная анонимная проверка.Это позволяет частично снять нагрузку по проверке рефератов с преподавателя. Дополнительная проверка работы студента требуется только в некоторых случаях.

Кроме того, электронные ресурсы оказались удобны для назначения консультаций, дат зачетов для студентов иобщих объявлений, которые не всегда удается донести через старост. В ходе внедрения ТУИСв преподавание дисциплины Концепции современного естествознания» показала себя как удобный инструмент организации самостоятельной работы студентов и их коммуникации с преподавателем.

Литература

[1]. http://esystem.pfur.ru/

ОБНАРУЖЕНИЕ СЕТЕВЫХ АТТАК ПО АНАЛИЗУ СТАТИСТИКИ ПРОХОДЯЩЕГО ТРАФИКА

М.С. Рыжов
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
e-mail: ryzhov@phystech.edu
А.П. Овсянников
Межведомственный суперкомпьютерный центр РАН, Москва, Россия
e-mail: apo@jscc.ru

Аннотация. В работе исследованы возможности статистических анализаторов детектировать сетевые атаки. Данная тема особенно актуальна в связи с их большим числом и разнообразием, их доступностью для широкого круга лиц. К тому же статистический анализ атак и его результаты могут быть легко улучшены и способны детектировать новые типы атак без предварительной подготовки.
Ключевые слова: машинное обучение, сетевые атаки, статистический анализатор

DETECTION OF NETWORK ATTACKS BY ANALYSING OF TRAFFIC STATISTICS

Abstract. Advantages of statistical tools to detect network attacks are studied. This topic is particularly relevant due to large number and variety of network attacks, their availability for a wide range of people. Moreover, statistical analysis of attacks and results can easily be improved to detect new types of attacks without pretreatment.
Key words: machine learning, network attacks, statistical analyzer

Постановка задачи

Была поставлена задача реализовать программу, всесторонне исследующую проходящий сетевой траффик, и создать штатную систему обнаружения активных атак и несанкционированного доступа к сетевым ресурсам на основе анализа статистики удалённого доступа методами машинного обучения. Традиционно выделяются 3 типа задач машинного обучения, и для того, чтобы провести качественный анализ свойств, были реализованы самые популярные представители каждого типа:

- обучение с учителем — *Логистическая регрессия*, *Градиентный бустинг*
- обучение без учителя — *K-Means*, *Агломеративная кластеризация*
- частичное обучение — *LabelPropagation*, *LabelSpreading*

Характеристикой качества построенного анализатора принята доля верно определённых вредоносных сетевых данных среди их полного числа на известной атаке подбора пароля.

Характеристики качества

Метод логистической регрессии строит линейный алгоритм классификации $a:\ X \to Y$ вида:

$$a(x,w) = sign(\sum_{j=1}^{n} w_j x_j - w_0) = sign < x, w >$$

где w_j — вес j-го признака, w_0 - порог принятия решения, $w = (w_1, ..., w_n)$ - вектор весов, $f_i(x)$ - i-ый признак объекта, $< x, w >$ - скалярное произведение признакового описания объекта на вектор весов. Вектор весов выбирается из условия минимизации полинома ошибки на обучающей выборке, с известным набором результатов [1]. Алгоритм градиентного бустинга является последовательным объединением базовых алгоритмов, линейных классификаторов в данном случае, каждый из которых строится так, чтобы уменьшить ошибку предыдущего [1]. Полученные результаты, показали, что обучаемые методы были недостаточно точны (50%).

Метод K-Means оптимизирует среднее внутриклассовое расстояние, меняя состав кластеров на каждой своей итерации [1, 2]. Метод показал следующие результаты, при разных количествах итераций алгоритма: при количестве итераций меньше, чем 70, то алгоритм выдает 70% точность предсказания, при количестве итераций 70 – точность может достигать 90%, при количестве итераций от 70 до 100 – точности не будет хуже, чем 57%, при 100 итерациях – 87%, при прочих – 80%. Это говорит о том, что данные имеют чётко выраженные центры кластеризации.

Агломеративная кластеризация также определяет заданное количество кластеров, объединяя на каждом шаге самые близкие из классов в новые [1]. Необходимые параметры – тип нормы и способ подсчёта расстояния между кластерами, результаты точности при их разных комбинациях приведены в таблице.

Норма/Расстояние	L1	L2	Манхэттенская	Косинусное сходство	Евклидова
Расстояние Уорда	-	-	-	-	0.85
Между всеми объектами класса	0.5005	0.5005	0.5005	0.805	-
Среднее расстояние	0.5005	0.5005	0.5005	0.691	-

Перечисленные результаты показывают, что кластеризация даёт хороший результат и может предсказывать атаки с большой точностью.

В теории алгоритмы LabelPropagation и LabelSpreading – графовые алгоритмы, для которых не важны зависимости по данным и расположение центров кластеров, определяющими факторами являются типы соседних объектов выборки в пространстве признаков [1,3]. Исслдования показали, что увеличивая число соседей, можно достигать точности 96%, что делает их идеальными методами для анализаторов.

Заключение

В данной работе показано, что обнаружение отдельных видов сетевых атак может быть выполнено и по статистике трафика. Таким образом, в ситуациях, когда невозможно организовать проверку каждого проходящего в сеть пакета, но имеется статистика трафика, собранная по стандартному протоколу, можно повысить уровень защиты сети, используя предложенный метод.

Литература

1. Рыжов М.С., Овсянников А.П. Обнаружение вторжений по статистике проходящего трафика, 2016.

2. E.M. Mirkes - K-means and K-medoids applet. - University of Leicester, 2011.

3. Usha Nandini Raghavan, Reka Albert, Soundar Kumara - Near linear time algorithm to detect community structures in large-scale networks, 19 Sep 2007.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ У ШКОЛЬНИКОВ МЛАДШИХ КЛАССОВ

Е.С. Хаймин, Л.Э. Хаймина

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова

e-mail: e.khaymin@narfu.ru, l.khaimina@narfu.ru

Аннотация. В статье рассмотрены результаты научного исследования по развитию экологической культуры младших школьников средствами информационных технологий.

Ключевые слова: информационные технологии, экологическая культура, социальный проект, младшие школьники.

DEVELOPMENT ECOLOGICAL CULTURE OF PRIMARY SCHOOLCHILDREN USING INFORMATION TECHNOLOGIES

Abstract. The article describes the results of scientific research on the development of ecological culture of primary school children by means of information technology.

Keywords: information technology, ecological culture, social project, primary school children

В настоящее время проблема взаимодействия человека и природы, а также проблема воздействия человека на окружающую среду стала более острой. Поэтому распространение в массовом сознании граждан экологических ценностей, перестройка образа жизни, активная защита окружающей среды – необходимые условия дальнейшего существования общества, а также обязательное условие качества жизни населения.

Решение этой задачи связано с организацией процесса информирования людей для того, чтобы обеспечить население научно обоснованными знаниями и рекомендациями экологического характера.

Одним из требований нового государственного образовательного стандарта начального общего образования является введение информационно-коммуникационных технологий в образовательный процесс. В связи с этим возникла необходимость в новой модели обучения, построенной на основе современных информационных технологий.

Цель нашего исследования – развитие экологической культуры у школьников младших классов средствами информационных технологий при реализации социального проекта «Создание серии комиксов для детей 6-9 лет о глобальных экологических проблемах».

Для реализации поставленной цели необходимо было выполнить ряд задач:

- рассмотреть экологическую культуру как часть социальной деятельности человека;
- изучить педагогические условия развития экологической культуры в младшем школьном возрасте;

- применить метод социального проектирования для конструирования и реализации исследовательского проекта по созданию ИТ-продукта;
- проанализировать необходимое программное обеспечение для подготовки бумажной и электронной версии издания комикса;
- разработать серию комиксов для формирования экологической культуры с апробацией ее в начальной школе;
- реализовать выпуск издания комикса и провести презентацию с использованием информационных технологий для учеников младшей школы.

В реализации проекта выделяем пятьосновных этапов. На первом этапа проекта было проведено исследование прикладной области и изучение методов повышения экологической культуры. Второй этап включал подготовку сценария комикса и выбор средств информационных технологий для реализации. Третий этапзаключался в оцифровке подготовленных изображений с использованием специализированных программ. Во время четвёртого этапа происходило завершение процесса подготовки дизайн-макета и печать изданий комикса. Пятый этап – апробация результатов в МБОУ СОШ №35 с презентацией и последующий анализ результатов обратной связи школьников.

В результате проделанной работы мы получили 35 экземпляров бумажной версии комикса типографского качества и дизайн-макет в формате pdf в качестве электронной версии. В дальнейшем на его основе планируется подготовить интерактивную электронную версию для размещения в магазинах iBooks и Google Книги. Основным инструментом для формата iOS будет специализированное приложение подготовки электронных книг iBooksAuthor.

Использование комплекса из дружественных образов героев комикса и контента, представленного в презентации, значительно усилило эффект восприятия нового материала, который благоприятно сказался на повышении экологической культуры школьников младших классов. Дети заинтересованы, приобщены к творческому поиску; активизирована мыслительная деятельность каждого. Полученные с применением информационных технологий навыки и опыт благоприятно скажутся в данном возрасте на поведении и отношении к природе у будущих поколений.

Секция 3. Прикладные обратные и некорректно поставленные задачи

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЯДРОМ КОШИ И МОНОТОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

С.Н. Асхабов
Чеченский государственный университет, Грозный, Россия
e-mail: askhabov@yandex.ru

Аннотация. Применяя методы теории максимальных монотонных операторов, в вещественном пространстве Лебега со степенным весом доказаны теоремы о существовании и единственности решения для трех различных классов нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений с произвольным положительным параметром.

Ключевые слова: Нелинейные нтегро-дифференциальные уравнения, сингулярный оператор, метод максимальных монотонных операторов.

INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH CAUCHY KERNEL AND MONOTONE NONLINEARITY

Abstract. By method of maximal monotone operators in a real weight Lebesgue spaces three different classes of nonlinear singular integro-differential equations with arbitrary positive parameter are investigated.

Key words: Nonlinear integro-differential equations, singular operator, maximal monotone operator method.

Применяя методы теории максимальных монотонных операторов [1], в вещественном пространстве Лебега $L_p(\varrho)$ со степенным весом $\varrho(x) = (1-x^2)^{-1/2}$ при достаточно легко обозримых ограничениях на нелинейность доказаны теоремы о существовании и единственности решения для трех различных классов нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений с произвольным положительным параметром. При этом, в отличие от работ [2] и [3], где рассмотрены другие классы нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений, не используются формулы обращения сингулярных интегральных операторов.

Полученные в данной работе результаты при $p = 2$ охватывают, в частности, и случай линейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений.

Пусть $1 < p < \infty$ и $p' = p/(p-1)$. Обозначим через $L_p(\varrho)$ множество всех измеримых по Лебегу на отрезке $[-1,1]$ вещественных функций с конечной нормой $\|u\|_{p,\varrho} = \left(\int\limits_{-1}^{1} \varrho(x) \cdot |u(x)|^p dx \right)^{1/p}$, где вес $\varrho(x) = (1-x^2)^{-1/2}$. Известно (см., например, [4]), что $L_p(\varrho)$ есть рефлексивное банахово пространство и сопряженным с ним является пространство $L_{p'}(\sigma)$, где $\sigma(x) = (1-x^2)^{(p'-1)/2}$. Обозначим через $L_p^+(\varrho)$ множество всех неотрицательных функций из $L_p(\varrho)$, а через $C^1[-1,1]$ – множество всех вещественных непрерывно дифференцируемых на отрезке $[-1,1]$ функций.

Пусть вещественнозначная функция $F(x,u)$ определена при $x \in [-1,1]$, $u \in (-\infty, \infty)$ и удовлетворяет условиям Каратеодори: она измерима по x при каждом фиксированном $u \in (-\infty,\infty)$ и непрерывна по u почти для всех $x \in [-1,1]$.

Справедливы следующие теоремы.

Teorema 1. Пусть $p \geq 2$, $\varrho(x) = (1-x^2)^{-1/2}$, $b(x) \in C^1[-1,1]$ и $f(x) \in L_{p'}(\sigma)$. Если для почти всех $x \in [-1,1]$ и всех $u \in (-\infty, \infty)$ выполняются условия:
1) $|F(x,u)| \leq a(x) + d_1 \cdot \varrho(x)\,|u|^{p-1}$, где $a(x) \in L^+_{p'}(\sigma)$, $d_1 > 0$;
2) $F(x,u)$ не убывает по u почти при каждом фиксированном $x \in [-1,1]$;
3) $F(x,u) \cdot u \geq d_2 \cdot \varrho(x)\,|u|^p - D(x)$, где $D(x) \in L^+_1(-1,1)$, $d_2 > 0$,
то при любых значениях параметра $\lambda > 0$ уравнение

$$\lambda \cdot F(x, u(x)) - \frac{b(x)}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{[b(s) \cdot u(s)]'}{s-x}\, ds = f(x)$$

имеет решение $u(x) \in L_p(\varrho)$ с $u'(x) \in L_{p'}(\sigma)$ и $u(\pm 1) = 0$. Это решение единственно, если $b(x) \neq 0$ почти всюду на отрезке $[-1,1]$ или если в условии 2.2) $F(x,u)$ строго возрастает по u.

Teorema 2. Пусть $p \geq 2$, $\varrho(x) = (1-x^2)^{-1/2}$ и $f(x) \in L_p(\varrho)$. Если для почти всех $x \in [-1,1]$ и всех $u \in (-\infty,\infty)$ выполняются условия:
4) $|F(x,u)| \leq g(x) + d_3 \cdot \left(\varrho^{-1}(x)\,|u|\right)^{1/(p-1)}$, где $g(x) \in L^+_p(\varrho^{-1})$, $d_3 > 0$;
5) $F(x,u)$ не убывает по u почти при каждом фиксированном $x \in [-1,1]$;
6) $F(x,u) \cdot u \geq d_4 \cdot \left(\varrho^{-1}(x)\,|u|\right)^{1/(p-1)} |u| - D(x)$, где $D(x) \in L^+_1(-1,1)$, $d_4 > 0$,
то при любых значениях параметра $\lambda > 0$ уравнение

$$\lambda \cdot F(x, u'(x)) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{u(s)}{s-x}\, ds = f(x)$$

имеет единственное решение $u(x) \in L_p(\varrho)$ с $u'(x) \in L_{p'}(\sigma)$ и $u(\pm 1) = 0$.

Teorema 3. Пусть $p \geq 2$, $\varrho(x) = (1-x^2)^{-1/2}$, функция $f(x) \in L_p(\varrho)$ определена в точках ± 1 и $f'(x) \in L_{p'}(\sigma)$. Если для почти всех $x \in [-1,1]$ и всех $u \in (-\infty,\infty)$ выполняются условия 4)–6) теоремы 2, причем в условии 4) $g(\pm 1) = 0$, а в условии 5) $F(x,u)$ строго возрастает по u, то при любых значениях параметра $\lambda \geq 0$ уравнение

$$u(x) + \lambda \cdot F\left(x, -\frac{b(x)}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{[b(s) \cdot u(s)]'\, ds}{s-x}\right) = f(x)$$

имеет единственное решение $u(x) \in L_p(\varrho)$ с $u'(x) \in L_{p'}(\sigma)$ и $u(\pm 1) = f(\pm 1)$.

Заметим, что функция $F(x,u) = \left(\sqrt{1-x^2} \cdot u\right)^{1/(p-1)}$, где $p \geq 2$ – любое четное число, удовлетворяет всем требованиям теорем 2 и 3.

Литература

1. Гаевский Х., Грегер К., Захариас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1978. 336 с.

2. Магомедов Г. М. Метод монотонности в теории нелинейных сингулярных интегральных и интегро-дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения.1977.Т. 13, N 6. С. 1106–1112.

3. Wolfersdorf L.v. Monotonicity methods for nonlinear singular integral and integro-differential equations // Z. angew. Math. u. Mech. 1983. Bd. 63, N 6. C. 249–259.

4. Асхабов С. Н. Нелинейные сингулярные интегральные уравнения в пространствах Лебега. Грозный: Чеченский государственный университет, 2013. 136 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕИВАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОТРАЖАЮЩЕГО ЭКРАНА КОГЕРЕНТНЫМ И НЕКОГЕРЕНТНЫМ СПОСОБАМИ

Белов С.Ю.[1], Белова И.Н.[2]

[1]МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия,
[2]Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Россия
[1]119991, Россия, Москва, ГСП 1, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр. 2,
[2]119017, г. Москва, Пыжевский переулок, д. 3

[1]E-mail: Belov_Sergej@Mail.Ru, [2]E-mail: Belova_Ija@Mail.Ru, 84955928077

Аннотация. Предложен новый некогерентный метод оценки параметра сигнал/шум β_K. Выполнен сравнительный анализ и показано, что по аналитической (относительной) точности определения параметра β_K новый метод на порядок превосходит широко используемый стандартный и одного порядка с известной когерентной методикой.

Ключевые слова: дистанционное зондирование, рассеяние радиоволн поверхностью, методика измерения, КВ-диапазон, параметр рассеяния сигнал/шум, ионосфера.

MATHEMATICAL METHODS FOR DETERMINING THE CHARACTERISTICS OF THE SCATTERING ABILITY OF THE REFLECTING SCREEN COHERENT AND INCOHERENT IN THE WAYS

Abstract. In this paper, we propose a new method for estimating the parameters of incoherent signal/noise ratio β_K. The paper presents the results of comparison of the measurement method from the point of view of their admissible relative analytical errors. The new method is suggested. A comparative analysis and shows that the analytical (relative) accuracy of the determination of this parameter β_K new method on the order exceeds the widely-used standard method. It has the same order as the well-known coherent methodology.

Key words: remote sensing, scattering of radio waves by surface, measurement technique, SW-range, the scattering parameter signal/noise ratio, Ionosphere.

В фиксированной точке приёма на поверхности земли (в скалярном приближении) ионосферный сигнал, узкополосный случайный процесс $\mathcal{E}(t)$ представляет собой суперпозицию “зеркальной” $\mathcal{E}_0(t)$ и рассеянной $\mathcal{E}_P(t)$ по нормальному закону компонент [2]:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0(t) \; + \; \mathcal{E}_P(t) &= E_{00} \cdot e^{i\cdot\left(\omega_0 \cdot t - \varphi(t)\right)} + \mathcal{E}_P(t) = \\ &= R(t) \cdot e^{i\cdot\left(\omega_0 \cdot t - \Phi(t)\right)} = \left[E_C(t) + i \cdot E_S(t)\right] \cdot e^{i\cdot\omega_0\cdot t}, \end{aligned} \tag{1}$$

где φ(t), Φ(t), R(t), $E_m(t)$, m=c,s – медленные на периоде $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0}$ случайные процессы; E_{00} = Const. Параметр рассеяния определяется отношением [3]:

$$\beta_k^2 = \frac{\text{мощность зеркальной компоненты}}{\text{мощность рассеянной компоненты}} = \frac{E_{00}^2}{2 \cdot \overline{\mathcal{E}_P^2}} \ . \tag{2}$$

Здесь и ниже черта “ — ” означает статистическое усреднение. $E_C(t) = R(t) \cdot \cos \Phi(t)$ и $E_S(t) = R(t) \cdot \sin \Phi(t)$ – низкочастотные квадратуры, R(t) – огибающая, Φ(t) – суммарная фаза, K = E4, R2, R4 – метод регистрации: E4 – когерентный; R2, R4 – некогерентные амплитудные. Стандартный R2-метод основан на соотношении [1]:

$$\frac{\overline{R^2}}{\left(\overline{R}\right)^2} = f\left(\beta_{R2}\right) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\left(1+\beta_{R2}^2\right) \cdot \exp\left(\beta_{R2}^2\right)}{\left[\left(1+\beta_{R2}^2\right) \cdot I_0\left(\beta_{R2}^2/2\right) + \beta_{R2}^2 \cdot I_1\left(\beta_{R2}^2/2\right)\right]^2} \ . \tag{3}$$

$I_n(x)$ –функция Бесселя n-го порядка от чисто мнимого аргумента.

Используя когерентный E4-метод, β_{E4} оценивается по эксцессу γ_{E4} квадратур:

$$\gamma_{E4}\left(\beta_{E4}\right) = \frac{\overline{E_m^4}}{\left(\overline{E_m^2}\right)^2} - 3 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\beta_{E4}^4}{\left(1+\beta_{E4}^2\right)^2} \ ; \quad m=c,s. \tag{4}$$

Предлагается новый некогерентный R4-метод определения β_{R4} по эксцессу γ_{R4} огибающей:

$$\gamma_{R4}\left(\beta_{R4}\right) = \frac{\overline{R^4}}{\left(\overline{R^2}\right)^2} - 3 = \gamma_{R4}\left(\beta_{R4}\right) = -1 - \frac{\beta_{R4}^4}{\left(1+\beta_{R4}^2\right)^2} \ . \tag{5}$$

Для сопоставления приведённых методов в смысле относительных погрешностей, допускаемых при вычислении β_K, обусловленных видом функциональных зависимостей $f(\beta)$, $\gamma_{E4}(\beta)$ и $\gamma_{R4}(\beta)$, получим выражения (6) [4]:

$$\varepsilon_k = \left|\frac{\Delta\beta_K}{\beta_K}\right| = \left|\frac{1}{\beta_K} \cdot \frac{dG_K}{dZ_K} \cdot \Delta\left(Z_K\right)\right| \ , \qquad Z_K = \frac{\overline{R^2}}{\left(\overline{R}\right)^2}, \ \frac{\overline{E_m^4}}{\left(\overline{E_m^2}\right)^2}, \ \frac{\overline{R^4}}{\left(\overline{R^2}\right)^2} \ , \tag{6}$$

где $G_K = f$, γ_{E4}, γ_{R4} ; $\Delta(Z_K)$ – абсолютные статистические ошибки измеряемых величин.

Графики сопоставления аналитических (относительных) погрешностей методов за счёт различия функциональных зависимостей (3) – (5), приведены на рис. 1.

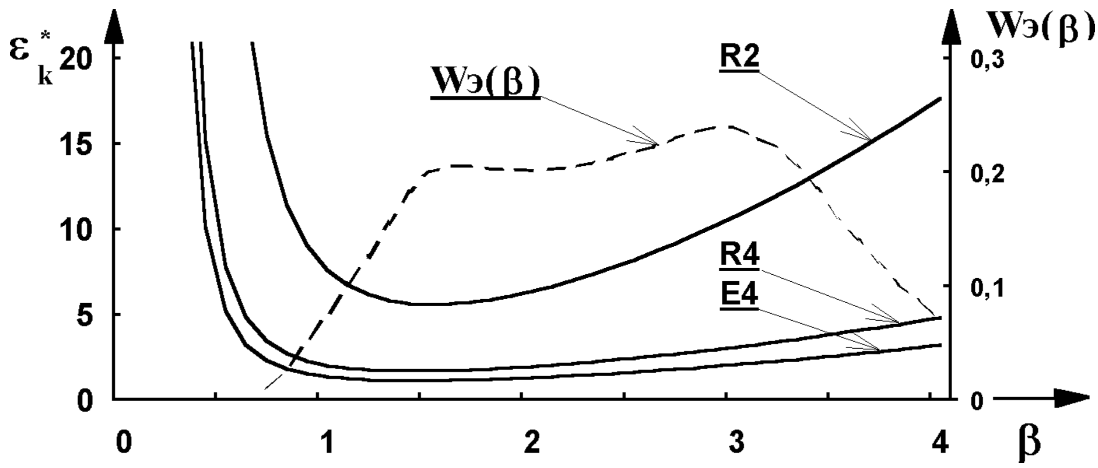


Рис. 1. Графики зависимостей ε_K^*, (сплошные линии)

Экспериментальное распределение Wэ(β) определяет диапазон изменения β.

Из выражений (4) – (6) следует, что ε_K^* методов E4 и R4 – одного порядка и существенно (на порядок) превосходят точность измерения стандартной R2-методики. В итоге, анализ аналитических погрешностей оценки параметра β_K позволил рекомендовать метод R4 вместо стандартного R2. При этом достаточно высокая аналитическая (относительная) точность оценки параметра β_K может быть достигнута с помощью некогерентной аппаратуры, используя выражение (5) метода R4 [5].

Литература

1. Альперт, Я.Л. Распространение радиоволн в ионосфере. АН СССР, М, 1960.
2. Belov, S.Yu., Belova, I.N. The analysis of methods of determination the scattering parameter of the inhomogeneous fluctuating ionospheric screen. // Proceedings of V International conference "Atmosphere, ionosphere, safety" (AIS-2016). / Ed. I.V.Karpov. — Kaliningrad, 2016. — 549 p. ISBN 978-5-9971-0412-2. P. 435-440.
3. Belov, S.Yu. The analysis of monitoring data of the parameter scattering power the earth's surface in the short-wave range of radio waves. // "Data Intensive System Analysis for Geohazard Studies", Geoinformatics research papers, Vol.4, BS4002, doi:10.2205/2016BS08Sochi, 2016. P. 2.
4. Белов, С.Ю., Белова, И.Н. Исследование характеристик когерентной и некогерентной обработки информации при дистанционном зондировании атмосферы и "шероховатой" земной поверхности в коротковолновом диапазоне радиоволн. // Распространение радиоволн РРВ-25, Томск, 2016. Т. 3. ISBN 978-5-86889-736-8. С.94-97.
5. Белов, С.Ю. Программа регистрации квадратурных компонент n-кратного отражённого от земной поверхности радиосигнала. Свидетельство о регистрации права на программное обеспечение № RU.2016612172 от 19.02.2016 г.

МНОГОКАНАЛЬНЫЙ СИНГУЛЯРНЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ РЯДОВ

Л.В. Зотов[1,2] , М.В. Пастушенкова[2]

[1] *Московский институт электроники и математики Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, Москва, Россия*

[2] *Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга Московский государственный университет им. М.В. Ломонсова, Москва, Россия*

e-mail: wolftempus@gmail.com, maria.pastushenkova@gmail.com

Аннотация. В эпоху космических средств наблюдений за Землей существенно возрос объем данных, требующих анализа. Зачастую искомые геофизические параметры, к примеру коэффициенты Стокса разложения гравитационного поля, оцениваются в ходе решения обратных задач и могут быть отягчены шумами. Для фильтрации этих шумов, разделения спектральных компонент сигнала и выделения трендов мы применяем многоканальный сингулярный спектральный анализ (МССА). Этот метод может быть полезен для улучшения качества решения обратной задачи.

Возможности МССА иллюстрируются на примере анализа перераспределений масс на суше и в океане по данным спутников GRACE, на примере глобальных рядов коэффициентов гравитационного потенциала J_2 и смещений геоцентра по данным лазерной локации спутников. МССА примененный к рядам по глобальной температуре и уровню моря, а также к параметрам вращения Земли позволяет выявить удивительные сходства, в частности, наличие синхронного квази-60-летнего колебания.

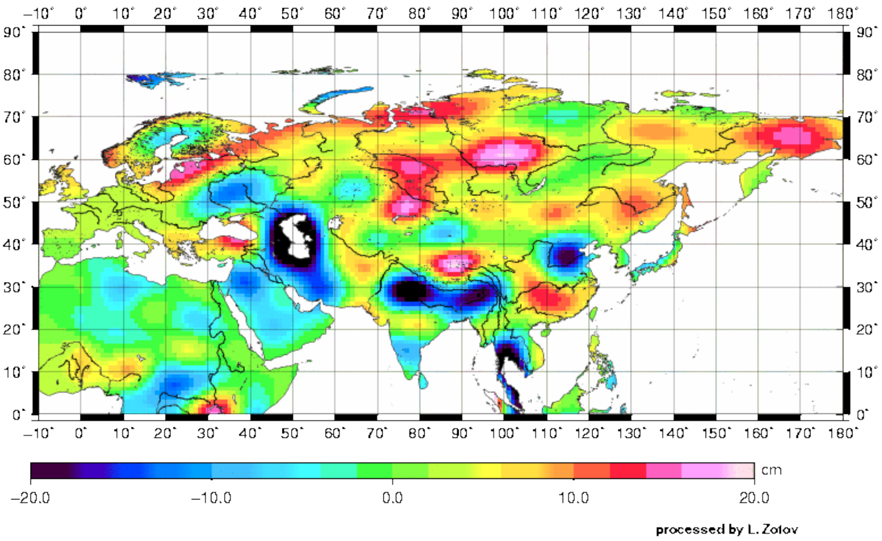


Рис 1. Тренд в изменениях масс на территории России с 2003 по 2016 г. по результатам МССА-обработки данных гравиметрических спутников GRACE.

Ключевые слова: МССА, спутники GRACE, гравитационное поле Земли, изменения климата, вращение Земли

MULTICHANNEL SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS OF GEOPHYSICAL TIME SERIES

L. V. Zotov[1,2], M. V. Pastushenkova[2]

[1] *National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia*
[2] *Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

e-mail: wolftempus@gmail.com, maria.pastushenkova@gmail.com

Abstract. The amount of data that have to be analyzed has dramatically increased at epoch of satellite observations of the Earth. It often happens that the geophysical parameters, for example Stokes coefficients of gravity field decomposition are to be estimated from the inverse problem solving and they are influenced by noise. To filter out that noise and to decompose spectral components and trends we use Multichannel Singular Spectral Analysis (MSSA). This method can be useful for the improvement of the inverse problem solution.
The abilities of MSSA are illustrated on examples of analysis of mass redistribution on land and in the ocean from GRACE satellites, global gravity coefficient J_2 time series and geocentric motion from satellite laser ranging data. MSSA applied to the global Earth temperature and sea level as well as to the Earth orientation parameters helped to reveal interesting similarities, such as synchronous 60-year cycle.

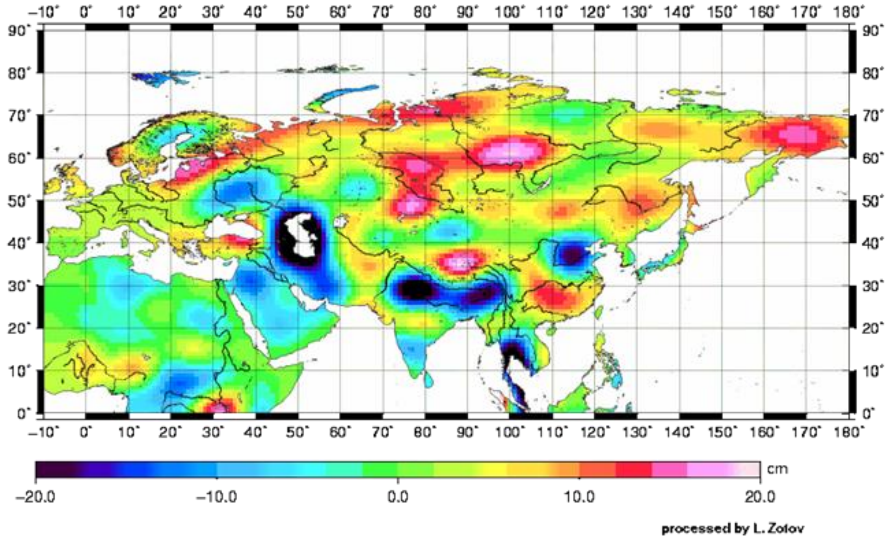


Figure 1: The trend of the mass changes over Russia since 2003 till 2016 obtained by MSSA-processing of gravity field from GRACE satellites.

Keywords: MSSA, GRACE, Earth's gravity field, climate changes, Earth's rotation

Литература

1. Zotov L., Bizouard C., Shum C.K. A possible interrelation between Earth rotation and climatic variability at decadal time-scale , Geodesy and Geodynamics, Volume 7, Issue 3, May 2016, Pages 216-222, KeAi, China, doi:10.1016/j.geog.2016.05.005, 2016.
2. Зотов Л.В., Фролова Н.Л., Шам С.К. Гравитационные аномалии в бассейнах крупных рек России, Природа, РАН N 5, 2016 стр. 3-8.
3. Пантелеев В.Л. Физика Земли и планет. Курс лекций. МГУ, М. 2001

СОГЛАСОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ В ТОЧКЕ

Р.И. Кучеров, А.Ю. Щеглов
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия
e-mail: kr.vip.93@mail.ru, shcheg@cs.msu.su

Аннотация. В докладе рассмотрена обратная задача на основе линейной модели популяционной динамики с неоднородным уравнением переноса, правая часть которого зависит от разделенных переменных. Исследованы обратные задачи раздельного восстановления функций правой части уравнения. Представлены алгоритмы для численного решения обратных задач с выделением условий разрешимости, а также оценки погрешностей на отдельных этапах алгоритма, что позволяет согласовать общую погрешность и улучшить быстродействие.

Ключевые слова: обратная задача, модель популяционной динамики, уравнение переноса.

RECONCILIATION OF ERRORS IN A INVERSE PROBLEM FOR A LINEAR POPULATION DYNAMICS MODEL WITH AN ADDITIONAL MEASUREMENT AT A POINT

Abstract. The article presents a linear model of population dynamics with heterogeneous transfer equation, the right hand side which depends on split variables. Investigated the inverse problem of separate recovery functions that comprise the right side of the equation. The presented algorithms for the numerical solution of inverse problems with the allocation of solvability conditions.

Key words: inverse problem, model of population dynamics, transfer equation.

Разноструктурные модели популяций применяются для описания жизнедеятельности как простых однородных групп объектов так и сложных сообществ. При этом часто возникает интерес к постановкам и решению обратных задач [1–2]. Сама модель, состоящая даже в простейшем варианте, как правило, из уравнения в частных производных с краевым условием интегрального вида, уже требует отдельного внимания при исследовании условий разрешимости и численного решения. Основное уравнение модели и краевое условие интегрального вида часто рассматриваются в виде системы. Эта особенность, связанная с присутствием в системе нескольких разнотипных уравнений, учитывается и при анализе обратных задач как при популяционном моделировании, так и в постановках обратных задач для других моделей [3–6].

Пусть линейная модель популяционной динамики имеет следующий вид:

$$u_t(x,t) + u_x(x,t) = -f(x)g(t),\ 0 < x < 1,\ 0 < t < 1, \tag{1}$$

$$u(0,t) = \int\limits_0^1 \rho(x)u(x,t)dx,\ 0 < t < 1, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \varphi(x),\ 0 < x < 1, \tag{3}$$

где $u(x,t)$ - плотность распределения по выбранному признаку особей в популяции с возрастом x и по времени t, $f(x)$, $g(t)$ - коэффициенты, определяющие смертность в популяции, $\rho(x)$ - коэффициент, определяющий рождаемость, $\varphi(x)$ - начальное распределение особей.

Пусть функции $f(x)$, $g(t)$, $\rho(x)$ и $\varphi(x)$ непрерывны и неотрицательны, а также само решение $u(x,t)$ и начальное распределение $\varphi(x)$ непрерывно дифференцируемы на областях определения. Пусть также выполняется условие согласования начальных данных в точке $(x,t) = (0,0)$, которое имеет следующий вид:

$$\varphi(0) = \int_0^1 \rho(x)\varphi(x)\,dx.$$

В рамках прямой задачи необходимо по известным $f(x)$, $g(t)$, $\rho(x)$ и $\varphi(x)$ найти плотность распределения особей популяции $u(x,t)$ на всей заданной области.

Целью решения обратной задачи является восстановление одного из коэффициентов правой части уравнения по известным значениям других коэффициентов, а также дополнительно заданной функции

$$c(t) = u(x_0,t),\ 0 < t < 1,$$

где x_0 - некоторая внутренняя точка отрезка $[0,1]$, то есть области изменения аргумента x. Предполагается, что дополнительная информация $c(t)$ дана с некоторой погрешностью, регламентировано заданной в одном из функциональных пространств.

Интерес представляют выделение условий на внутреннюю точку x_0, информация в которой будет достаточной для однозначного решения обратной задачи, и предложение для численного определения искомых в рамках обратных задач функций таких алгоритмов, которые отличаются согласованием оценок погрешности.

Литература

1. Denisov A.M., Makeev A.S. Numerical method for solving an inverse problem for a population model // Computational mathematics and mathematical physics. 2006. V. 46. N 3. P. 470–480.

2. Чурбанов Д.В. Единственность определения коэффициента при производной в нелинейном уравнении первого порядка // Вестн. Моск. ун-та. Серия 15. Вычисл. матем. и киберн. 2013. №1. С. 9–14.

3. Pavel'chak I.A., Tuikina S.R. Numerical solution of an inverse problem for the modified aliev–panfilov model // Computational Mathematics and Modeling. 2013. V. 24, N 1, P. 14–21.

4. Denisov A.M., Zakharov E.V., Kalinin A.V. Numerical solution of the localized inverse problem of electrocardiography // Computational Mathematics and Modeling. 2015. V. 26. N 2. P. 168–174.

5. Baev A.V. On t-Local Solvability of Inverse Scattering Problems in Two Dimensional Layered Media // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2015. V. 55. N 6. P. 1033–1050.

6. Golovina S.G., Razborov A.G. Reconstruction of the Discontinuity Line of a Piecewise-Constant Coefficient in the Two-Dimensional Internal Initial–Boundary Value Problem for the Homogeneous Heat Equation // Computational Mathematics and Modeling. 2014. V. 25. N 1. P. 49–56.

ПАРАБОЛИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА НА КРУГЕ

В.А. Лукьяненко, Ю.А. Хазова
Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Российская Федерация
e-mail: hazova.yuliya@hotmail.com

Аннотация. Исследуется смешанная краевая задача на круге с преобразованием поворота пространственной переменной. Анализируется структура приближенных решений.

Ключевые слова: бифуркация, параболическая задача

PARABOLIC PROBLEM ON THE CIRCLE

Abstract. The mixed problem investigate with the rotation transformation of the spatial variable in the circle. Analyzed the structure of approximate solutions.

Key words: parabolic problem, bifurcation

На круге рассматривается смешанная краевая задача для нелинейного параболического уравнения

$$u_t + u = D\triangle u + K(1 + \gamma \cos Qu), 0 < r < r_1,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ t > 0, \tag{4}$$

$$Qu(r, \varphi, t) = u(r, \pi - \varphi, t)$$

с условиями Неймана

$$\frac{\partial u(r_1, \varphi, t)}{\partial r} = 0, \tag{5}$$

периодичности

$$u(r, \varphi + 2\pi, t) = u(r, \varphi, t), \tag{6}$$

и начальным условием

$$u(r, \varphi, 0) = q_0(r, \varphi), \tag{7}$$

где $\triangle u = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}$ — оператор Лапласа в полярной системе координат. Задача (4)– (7) моделирует динамику фазовой модуляции $u(r, \varphi, t)$, $0 < r < r_1$, $\varphi \in (0, 2\pi)$, $t > 0$, световой волны, прошедшей тонкий слой нелинейной среды керровского типа с преобразованием отражения координат в двумерной обратной связи. Здесь D — коэффициент диффузии нелинейной среды, положительный коэффициент K пропорционален интенсивности светового потока, γ — видность (контрастность) интерференционной картины, $0 < \gamma < 1$.

Линеаризованное уравнение имеет вид

$$v_t = D\triangle v - v - K\gamma \sin \omega Qv$$

или

$$v_t + Lv = 0,$$

где $Lv = v - D\triangle v + K\gamma \sin wQv$, $\Lambda = \Lambda(K, \gamma) = -K\gamma \sin \omega$. Оператор L представим в виде суммы двух операторов

$$Lv = (L_0 + L_1)v,\ \ L_0 = I - D\triangle,\ \ L_1 = -\Lambda Q,$$

где оператор сдвига Q определен согласно равенству $Qv(\varphi, r) = v(\pi - \varphi, r)$.

Лемма 1: Задача Штурма-Лиувилля имеет собственные функции

$$X_{km}(r, \varphi) = \{J_k(\lambda^c_{km} r) \cos k\varphi, J_k(\lambda^s_{km} r) \sin k\varphi\},$$

им соответствуют собственные значения

$$\lambda^c_{km} = D\left(\frac{\mu_{km}}{r_1}\right)^2 + (-1)^k K\gamma \cos\omega,$$

$$\lambda^s_{km} = D\left(\frac{\mu_{km}}{r_1}\right)^2 + (-1)^{k+1} K\gamma \sin\omega, \;\; k = 0, 1, 2, \ldots, \;\; m = 1, 2, \ldots,$$

где $J_k(x)$ — функция Бесселя, μ_{km} — корни уравнения $J'_k(\mu_{km}) = 0$, $k = 0, 1, 2, \ldots,$, $m = 1, 2, \ldots$.

Для анализа устойчивости структуры решения в зависимости от параметра D необходимо оценить собственные значения λ^c_{km} и λ^s_{km}

$$\lambda^c_{km} = D\left(\frac{\mu_{km}}{r_1}\right)^2 + (-1)^k K\gamma \sin\omega + 1, \;\; \lambda^s_{km} = D\left(\frac{\mu_{km}}{r_1}\right)^2 + (-1)^{k+1} K\gamma \sin\omega + 1,$$

где ω есть корень уравнения $\omega = K(1+\gamma\cos\omega)$ при условии, что $1+K\gamma\sin\omega(K,\gamma) \neq 0$, а μ_{km} корни уравнения $J'_k(\mu_{km}) = 0$, $k = 0, 1 \ldots$, $m = 1, 2 \ldots$.

Как правило фиксируется K и выбирается $D \gg 1$, так чтобы при выполнения условия 1: $\Lambda = \Lambda(K, \gamma) < -1$, $\Lambda = -K\gamma\sin\omega$ решение было асимптотически устойчивым.

Пусть $k = 1$. Тогда

$$\lambda^c_{1m} = D\left(\frac{\mu_{1m}}{r_1}\right)^2 - K\gamma \sin\omega + 1, \;\; \lambda^s_{1m} = D\left(\frac{\mu_{1m}}{r_1}\right)^2 - (-K\gamma \sin\omega) + 1.$$

λ^c_{1m} может менять знак при уменьшении D. При

$$D_1 = \frac{K\gamma\sin\omega}{\left(\frac{\mu^c_{1m}}{r_1}\right)^2}, \;\; \lambda^c_{1m} = 0,$$

$$D < D_1, \;\; \lambda^c_{1m} < 0,$$

$$D > D_1, \;\; \lambda^c_{1m} > 0.$$

Критическим собственным значениям

$$\lambda^c_{2l+1,m} = Dk^2_{2l+1,m} + (-1)^{2(l+1)}\Lambda + 1,$$

$$\lambda^s_{2l,m} = Dk^2_{2l,m} + (-1)^{2l}\Lambda + 1,$$

отвечают критические собственные функции

$$\cos(2l+1)\varphi, \;\; l = 0, 1, 2, \ldots,$$

$$\sin(2l)\varphi, \;\; l = 1, 2, \ldots,$$

собственные значения которых могут менять знак.

Литература

1. Абрамовиц М. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.

2. Хазова Ю.А. Динамика бегущих волн в параболической задаче с преобразованием поворота // Метод функции Ляпунова и его приложения: материалы меж. науч. конф., Алушта, 15-18 сентября 2016 г. С. 27.

О ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫМ ЛАМИНАРНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

И.Р. Мухаметзянов

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, филиал «Восток», Чистополь, Россия
e-mail: m.ilshat@mail.ru

Аннотация. Рассматривается вариационная задача типа Майера по построению неразрушающейся тепловой защиты цилиндрической поверхности, обтекаемой потоком вязкого газа при любой зависимости вязкости газа от температуры, произвольном числе Прандтля и произвольной температуре обтекаемой поверхности при заданных ограничениях на мощность системы управления вдувом и суммарный расход охладителя.
Ключевые слова: ламинарный пограничный слой, сверхзвуковое обтекание, оптимальное управление, тепловой поток, цилиндр.

ABOUT THE CONTROL PROBLEM OF SUPERSONIC LAMINARY BOUNDARY LAYER

I.R. Mukhametzyanov

Kazan National Research Technical University named after A.N.Tupolev - KAI, branch "Vostok", Chistopol, Russia

Abstract. This paper deals with the calculus of variations problem of Mayer type on constructing nonvolatile thermal guard of cylindrical surface , being streamlined with viscous flotation at any viscosity-temperature relation, arbitrary number of Prandtl and arbitrary temperature of surface given limitations on blow control system and heat exchanger total consumption.
Key words : laminary boundary layer ,supersonic flow, optimal control, heat flow, cylinder.

Уравнения ламинарного пограничного слоя на цилиндрическом теле при обтекании его совершенным газом под нулевым углом атаки возьмем в виде [1]:

$$\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{s}}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{t}}-\beta\left(1-\psi-\bar{u}^2\right)-\frac{\partial R_1}{\partial\bar{t}}=0;\quad \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{s}}+\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{t}}=0;\tag{1}$$

$$\bar{u}\frac{\partial\psi}{\partial\bar{s}}+\bar{w}\frac{\partial\psi}{\partial\bar{t}}-\frac{1}{\Pr}\frac{\partial R_2}{\partial\bar{t}}-2\alpha_e^2\left(\frac{1}{\Pr}-1\right)\left[R_1\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{t}}+\bar{u}\frac{\partial R_1}{\partial\bar{t}}\right]=0;\quad b(\bar{T})\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{t}}-R_1=0;\quad b(\bar{T})\frac{\partial\psi}{\partial\bar{t}}-R_2=0.$$

Здесь $R_1=b(\bar{T})\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{t}}$, $R_2=b(\bar{T})\dfrac{\partial\psi}{\partial\bar{t}}$, $\bar{s}=\dfrac{1}{V_{\max}l}\displaystyle\int_0^{\xi}U_e d\xi$, $\bar{t}=\dfrac{U_e\eta}{\sqrt{V_{\max}l\nu_0}}$, $\bar{u}=\dfrac{u}{U_e}$, $\psi=1-\vartheta$,

$$\xi=\int_0^x\left(1-\alpha_e^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}dx,\quad \eta=\int_0^y\frac{(1-\alpha_e^2)^{\gamma/(\gamma-1)}}{\bar{T}}dy,\quad \bar{w}=\bar{u}\,\bar{t}\frac{\dot{U}_e}{U_e}+\bar{\vartheta}\sqrt{lV_{\max}},\quad \bar{T}=1-\psi-\alpha^2,$$

$$\beta=\frac{\dot{\alpha}_e}{\alpha_e\left(1-\alpha_e^2\right)},\quad w=(1-\alpha_e^2)^{\gamma/(\gamma-1)}u\frac{\partial\eta}{\partial x}+\frac{\vartheta}{\bar{\bar{T}}},\quad \vartheta=\bar{T}+\alpha^2,\quad \bar{T}_e=1-\alpha_e^2,\quad \bar{\vartheta}=\frac{w}{U_e\sqrt{\nu_0}},\quad \bar{T}=\frac{T}{T_0},$$

$$\alpha=\frac{u}{V_{\max}},\quad \alpha_e=\frac{U_e}{V_{\max}},\quad V_{\max}=V_\infty\sqrt{1+\frac{2}{(\gamma-1)\mathrm{M}_\infty^2}},\quad m=\frac{(\rho\vartheta)_w}{\rho_0}\sqrt{\frac{l}{\nu_0V_{\max}}},\quad \beta=\frac{\dot{\alpha}_e}{\alpha_e\left(1-\alpha_e^2\right)},$$

$$q=\alpha_e\left(1-\alpha_e^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)},\ \dot{\alpha}_e=\frac{d\alpha_e}{d\bar{s}},\ \dot{U}_e=\frac{dU_e}{d\bar{s}};$$

ось x направлена вдоль контура тела, ось y – перпендикулярна оси x по направлению внешней нормали; u, ϑ – проекции вектора скорости на координатные оси; ρ – плотность; T – температура газа; Pr – число Прандтля; ν – коэффициент кинематической вязкости; $b(\bar{T})$ – известная функция безразмерной температуры; индекс «e» – соответствует параметрам газа на внешней границе пограничного слоя; индекс «w» – параметрам газа на стенке; индекс «0» – параметрам газа в точке полного торможения потока; l – некоторый характерный размер (например, радиус кругового цилиндра в случае его обтекания сверхзвуковым потоком); γ – показатель адиабаты.

Граничные условия к системе (1) имеют вид [2, 3]:

$$\bar{u}=0, \quad \bar{w}=\frac{m(\bar{s})}{q(\bar{s})}, \quad \psi=1-\bar{T}_w \quad (\bar{t}=0);$$

$$\bar{u}\to 1, \quad \psi\to 0 \quad (\bar{t}\to\infty); \qquad \bar{u}=1, \quad \psi=0 \quad (\bar{s}=0). \tag{2}$$

Мощность, затрачиваемую системой охлаждения на вдув газа через пористую стенку единичной ширины на участке $[0;\ \bar{s}_k]$, оценим функционалом:

$$\bar{N}=\int_0^{\bar{s}_k} m^2 f\left(1-\psi_w\right)^2 d\bar{s}\text{, где } f=\frac{1}{\alpha_e\left(1-\alpha_e^2\right)^{3\gamma/(\gamma-1)}}. \tag{3}$$

Массовый расход вдуваемого газа (того же состава, что и в набегающем потоке) через единицу площади поверхности в единицу времени с точностью до постоянного множителя запишется в виде:

$$\bar{P}=\int_0^{\bar{s}_k} m d\bar{s}. \tag{4}$$

Вариационную задачу поставим следующим образом [1, 4]. Среди непрерывных управлений $m(\bar{s})$ требуется найти такое, которое реализует минимальное значение интегрального теплового потока

$$\bar{Q}=-\int_0^{\bar{s}_k} b\left(\bar{T}\right)\left.\frac{\partial\psi}{\partial\bar{t}}\right|_{\bar{t}=0} d\bar{s} \tag{5}$$

передаваемого от горячего газа к обтекаемой поверхности, при связях (1), (2) и изопериметрических условиях (3), (4).

Для решения задачи в соответствии с идеей метода множителей Лагранжа записывается вспомогательный функционал. Конструируются уравнения Эйлера-Лагранжа-Остроградского. Используя свойство аддитивности криволинейного интеграла относительно пути интегрирования, выводятся условия трансверсальности. Оптимальное управление находится по методу наискорейшего спуска

$$m^{(n+1)}\left(\bar{x}\right)=m^{(n)}\left(\bar{x}\right)+\delta m^{(n)}, \quad \left(n=0,1,2,\ldots\right).$$

Итерационный процесс заканчивается при обнаружении практической сходимости функционала интегрального теплового потока (5).

Литература

1. Гараев К.Г., Мухаметзянов И.Р. Необходимое условие экстремума и первый интеграл в задаче оптимального управления ламинарным пограничным слоем в сверхзвуковом потоке// Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева, 2016. №1. С. 119-123.
2. Гараев К.Г., Мухаметзянов И.Р. К задаче оптимального управления турбулентным пограничным слоем на проницаемой сфере в сверхзвуковом потоке // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева, 2014. №2. С. 160-167.

3. Мухаметзянов И.Р. Расчёт трения и теплового потока на сфере в турбулентном сверхзвуковом потоке // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2013. № 2. С. 43-46.
4. Гараев К.Г., Мухаметзянов И.Р. Аэродинамический критерий «слабого» вдува в задачах оптимального управления ламинарным пограничным слоем в сверхзвуковых потоках на проницаемых поверхностях // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника, 2014. № 4. С. 30-32.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛАСТОГРАФИИ НА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КЛАССАХ РЕШЕНИЙ

А.Н.Шаров
МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, Москва, Россия
e-mail: scharov.aleksandr@physics.msu.ru

Аннотация. В работе представлено решение специальной обратной задачи эластографии: по известным значения смещений тканей тела в рассматриваемой области определить распределение там модуля Юнга, предполагая, что модуль Юнга – постоянная функция внутри и вне искомых включений, геометрия которых задана параметрически. Проведена апостериорная оценка точности полученного численного решения.
Ключевые слова: эластография, восстановление модуля Юнга, обратная задача, апостериорная оценка точности.

NUMERICAL SOLUTIONS OF INVERSE ELASTOGRAPHY PROBLEM TO PARAMETRIC CLASSES OF SOLUTIONS

Abstract. The article presents a solution ofspecial inverseelastography problem: knowing displacement of tissuein the investigated specimen find distribution of Young’s modulus assuming that the Young’smodulus is the constant inside and outside of the required inclusions, the geometry of which is given parametrically. Performed a posteriory accuracy estimates for obtained numerical solution.
Key words: elastography, Young modulus reconstructions, inverse problem, a posteriory accuracy estimates.

Эластография – новая, активно развивающаяся технология диагностикив онкологии (см., например, [1]). При эластографических процедурах на изучаемуюбиологическую ткань дополнительно к ультразвуковому исследованию (УЗИ) накладывается низкочастотное давление. Известно, что здоровые и опухолевые ткани сокращаются по-разному. Это позволяет определить по смещениям ткани наличие и форму опухоли, даже если плотность опухоли мало отличается от плотности здоровой ткани – случай, в котором обычный ультразвук бессилен.

Рассматриваемая математическая прямая задача в двумерной постановке состоит в определении смещений$u(x,y)$, $v(x,y)$ вдоль оси x и y в прямоугольной области Ω из системы уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}((\frac{E}{1+\nu}+\frac{E\cdot\nu}{(1+\nu)(1-\nu)})\frac{\partial u}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial x}(\frac{E\cdot\nu}{(1+\nu)(1-\nu)}\frac{\partial v}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial y}(\frac{E}{2(1+\nu)}\frac{\partial u}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial y}(\frac{E}{2(1+\nu)}\frac{\partial v}{\partial x})=-K_x, \\ \frac{\partial}{\partial x}(\frac{E}{2(1+\nu)}\frac{\partial u}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial x}(\frac{E}{2(1+\nu)}\frac{\partial v}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(\frac{E\cdot\nu}{(1+\nu)(1-\nu)}\frac{\partial u}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}((\frac{E}{1+\nu}+\frac{E\cdot\nu}{(1+\nu)(1-\nu)})\frac{\partial v}{\partial y})=-K_y, \end{cases} \quad (1)$$

где *u(x,y), v(x,y)* – функции, принадлежащие пространству $W_2^2(\Omega)$, K_x, K_y - компоненты объемной силы, $\nu = 0,495$ - коэффициент Пуассона, *E(x,y)*– модуль Юнга.

Граничные условия имеют следующий вид:

$$\begin{cases} (\frac{1}{2}-\nu)(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x})\Big|_1 = \frac{(1+\nu)(1-\nu)}{E} f_x, \; \nu\frac{\partial u}{\partial x}+(1-\nu)\frac{\partial v}{\partial y}\Big|_1 = \frac{(1+\nu)(1-\nu)}{E} f_y, \\ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{2,3}=0, \frac{\partial v}{\partial n}\Big|_{2,3}=0, u\big|_4=0, v\big|_4=0, \end{cases} \quad (2)$$

где 1,2,3 и 4 – соответственно верхняя, левая, правая и нижняя границы области Ω, f_x, f_y - функции, пропорциональные давлению на поверхность.

Обратная задача состоит в определении модуля Юнга $E(x,y)$ из некоторого функционального класса $Z(\Omega)$ по экспериментальным значениям смещений $v_\delta(x,y)$, где δ – ошибка экспериментальных данных, такая, что $\|v-v_\delta\|_{L^2} \le \delta$.

В данной работе предполагается, что модуль Юнга в рассматриваемой области имеет следующий вид:

$$E(x,y) = E_0 + \sum_{k=1}^{N} E_k \chi_k(x,y),$$

где $\chi_k(x,y)$ - характеристические функции эллипсов, заданных параметрически (центр *k*-го эллипса (x_k, y_k), большая и малая полуоси *k*-го эллипса a_k, b_k, угол поворота φ_k *k*-го эллипса относительно оси*x*, *N*–число неоднородностей в виде эллипсов, E_0 - фоновое значение модуля Юнга (значение вне эллипсов), E_k - постоянное значение модуля Юнга внутри *k* – го эллипса. Далее неизвестные параметры эллипса будем обозначать как $\vec{a}$.

Таким образом, решается параметрическая обратная задача, состоящая в определении числа неоднородностей в виде эллипсов *N*, параметров эллипсов $\vec{a}$ и значения модуля Юнга внутри каждого эллипса E_k.

В общем виде задачу можно записать следующим образом:

$$F(E(x,y;\vec{a})) = v,$$

где $F(E)$ - оператор определения смещений $v(x,y)$ вдоль оси y посредством решения задачи (1).

Метод решения задачи состоит в следующем:

- Решаем обратную задачу для одного эллипса ($N=1$). В процессе решения находятся оптимальные параметры $\vec{a}^*$ и получается (относительная) невязка

$$\Delta(\vec{a}^*) = \|F(E(x,y;\vec{a}^*)) - v_\delta\| / \|v_\delta\|.$$

Если $\Delta(\vec{a}^*) \le \delta$, то задача решена, и решение имеет вид

$$E(x,y) = E(x,y;\vec{a}^*) = E_0 + E_1\chi_1(x,y).$$

- Если $\Delta(\vec{a}^*) > \delta$, то решаем обратную задачу для двух эллипсов ($N = 2$). Решение обозначим $\vec{a}^{**}$. Если для новой невязки оказывается, что $\Delta(\vec{a}^{**}) \le \delta$, то задача решена, и решение имеет вид

$$E(x,y) = E(x,y;\vec{a}^{**}) = E_0 + E_1\chi_1(x,y) + E_2\chi_2(x,y).$$

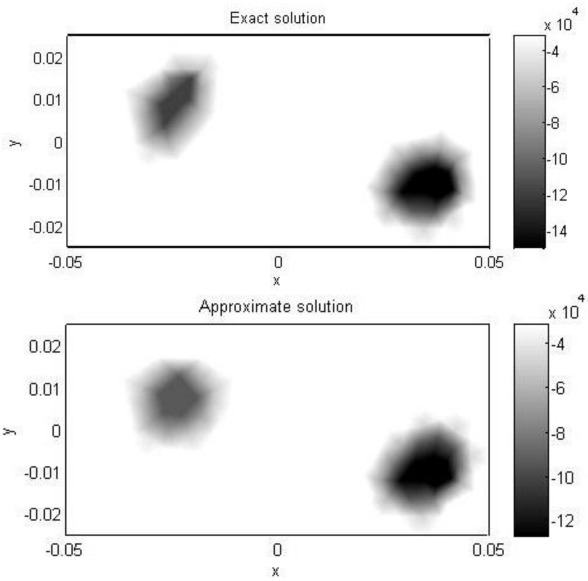
- Если $\Delta(\vec{a}^{**}) > \delta$, то решаем обратную задачу для трех эллипсов ($N = 3$). И т.д.

При этом предполагается, что искомое параметрическое решение задачи существует. Дополнительно критерием остановки увеличения числа *N*является увеличение относительной невязки.

Обратная задача для каждого N решается путем минимизации невязки $\Delta(\vec{a}) = \|F(E(x,y;\vec{a})) - v_\delta\| / \|v_\delta\|$ по параметрам решения $\vec{a}$ при имеющихся ограничениях $\vec{a} \in A$.

Решалась модельная задача, в которой Ω = {[-0,05;0,05)]x[-0,025;0,025]}, K_x=0, K_y=0, величины f_x, f_y из граничных условий имеют вид (2) с f_x=0, f_y=-10 *kPa*.

Приведем результаты решения модельной задачис неоднородностью в виде двух эллипсов. Слева представлено точное решение задачи, справа – найденное приближенное решение.



Для найденных приближенных решений задачи проведена апостериорная оценка точности решений. Приведена зависимость погрешности решений от ошибки входных данных.

Литература

1. Oberai A. A., Gokhale N. H. and Feijoo G. R. Solution of inverse problem sinelastic ityimaging using the adjoint method. 2003. *Inverse Problems*, V.19, pp. 297–313

2. Leonov A.S. Numerical piecewise-uniform regularization for two-dimensional ill-posedproblems. *Inverse Problems*, 1999, V.15, pp.1165–1176.

3. Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука, 1995.

4. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач. Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. М.: УРСС, 2010. 326 с.

5. Leonov A.S. 2012 A posteriori accuracy estimations of solutions of ill-posed inverse problems and extra-optimal regularizing algorithms for their solution *Num. Anal. and Appl.* 5 no.l 68-83

МЕТОДОЛОГИЯ НЕЙРОСЕТЕВОЙ ИНВЕРСИИ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ ГЕОЭЛЕКТРИКИ

М.И. Шимелевич[1], Е.А. Оборнев[1], И.Е. Оборнев[2], Е.А. Родионов[1]

[1] Российский государственный геологоразведочный университет им. С. Орджоникидзе, МГРИ-РГГРУ, Москва, Россия

[2] Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

e-mail: shimelevich-m@yandex.ru, eugenyo@mail.ru, o_ivano@mail.ru, evgeny_980@list.ru

Аннотация. В статье рассматривается нейросетевой метод решения обратных задач геофизики, которые сводятся к нелинейным операторным уравнения I рода. Приводятся численные примеры решения обратных задач геоэлектрики на модельных данных.

Ключевые слова: нелинейная обратная задача, нейронные сети, степень неоднозначности решения, модуль непрерывности обратного оператора.

METHODOLOGY OF NEURONET INVERSION OF MULTIDIMENSIONAL GEOPHYSICAL DATA

Abstract. Theneural network method for solving inverse problems of geophysics, which are reduced to non-linear operator equations I kind,is considered in the work. Numerical examples of the solution of geoelectric inverse problems, using the model data, are shown.

Key words: nonlinear inverse problem, neural networks, ambiguity degree of the solution, the modulus of continuity of the inverse operator.

Многие практические обратные задачи геофизики могут быть сведены к численному решению нелинейного операторного уравнения вида:

$$\begin{aligned} &A_N s = e, \quad s \in S_N \subset R^N, \quad e \in R^M \\ &S_N: \quad [s_{\min} \le s^n \le s_{\max}], \quad n = 1, \ldots, N \end{aligned}, \tag{1}$$

где $s = (s_1, \ldots, s_N)$ - искомый вектор параметров среды, определяемый значениями искомой характеристики среды в ячейках *регуляризованнойсетки* θ_N *обратной задачи* размерности N, S_N - множество априорных ограничений, $e = (e_1, \ldots, e_M)$ - вектор измеренных данных, A_N - заданный оператор *прямой параметризованной* задачи. Регуляризованная сетка θ_N, на которой ищется решение обратной задачи (1), строится путем объединения ячеек исходной конечно-разностной сетки прямой задачи θ_{N_0} размерности $N_0 > N$ таким образом, чтобы ее размерность N была максимальной при условии, что степень неоднозначности $\beta_N(2\delta_0)$ решений уравнения (1) не превышала заданной желаемой величины ε_0, при заданном уровне погрешности данных δ_0 [3]:

$$\beta_N(2\delta_0) \le \varepsilon_0, \tag{2}$$

где $\beta_N(x)$ - модуль непрерывности обратного оператора A_N для уравнения (1), определяемый выражением, не требующим знания обратного оператора A^{-1}, вида [1,2]:

$$\beta_N(x) = \sup_{s,s'\in S_N} \| s' - s \|_{R^N} \qquad \text{при} \qquad \| A_N s' - A_N s \|_{R^M} \le x , \tag{3}$$

При этом прямая задача решается на исходной конечно-разностной сетке θ_{N_0}, на которую предварительно проектируется параметризованная модель среды, заданная на *регуляризованной* сеткой θ_N.

В работе рассматривается аппроксимационный нейросетевой метод инверсии, при котором приближенное решение (1) ищется в виде заданной функции Ψ от входных данных $e_1,...,e_N$, называемой*нейросетью* или *нейросетевым (НС) аппроксиматором* [4]:

$$s \approx \Psi(V,W,e) , \tag{4}$$

или в развернутом виде:

$$s_n = \sum\nolimits_{l=1}^{L} v_{nl} g(\sum\nolimits_{m=1}^{M} w_{lm} e_m), \quad n = 1,..., N , \tag{5}$$

где g - заданная монотонная функция, например, $g(x) = 1/(1+e^{-x})$, $V = \{v_{nl}\}$, $W = \{w_{lm}\}$- матрицы свободных коэффициентов НС аппроксиматора Ψ, определяемые в процессе обучения нейросети на множествеопорных решений прямых задач (банке решений), L - параметр, который характеризует сложность аппроксимационной конструкции (5). Если матрицы коэффициентов нейросети определены, то приближенное решение уравнения (1) может быть получено в аналитическом виде по формуле (5) для любых данных $e \in R^M$.

Для численного расчета матриц $V = \{v_{nl}\}$, $W = \{w_{lm}\}$свободных коэффициентов НС апроксиматора (5) и модуля непрерывности обратного оператора (3) решаются соответствующие нелинейные оптимизационные задачи с использованием методов группы Монте-Карло. В работе представлены примеры численных решений 3D обратных задач геоэлектрики для модельных данных.

В работе использовались ресурсы суперкомпьютерных кластеров МВС-100К МСЦ РАН, «Ломоносов» и «Чебышев» НИВЦ МГУ. Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ (проект №14-11-00579, И.Е.Оборнев, НИИЯФ МГУ).

Литература

1. Иванов В. К. О некорректно поставленных задачах // Математический сборник. —1963. — № 61(103):2. — С. 211-223.
2. Лаврентьев М.М., РомановВ.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математического анализа. — М.: Наука, 1980. — 288 с.
3. Шимелевич М.И. Методы повышения устойчивости инверсии данных геоэлектрики на основе нейросетевого моделирования // Геофизика.—2013.—№4.—С. 49-55.
4. Шимелевич М.И., Оборнев Е.А.Аппроксимационный метод решения обратной задачи МТЗ с использованием нейронных сетей //Физика Земли.—2009.—№ 12.— С. 22-38.
5. Численные методы оценки степени практической устойчивости обратных задач геоэлектрики / М.И. Шимелевич, Е.А. Оборнев, И.Е. Оборнев, Е.А. Родионов // Физика Земли. — 2013. — № 3. — С. 58–64.

Секция 4. Научные и научно-педагогические исследования в физике

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В АЛЬФА-СПИРАЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЕ БЕЛКА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ОКРУЖЕНИЕМ

В.Н. Каданцев

Московский технологический университет (МИРЭА),Москва, Россия
e-mail:appl.synergy@yandex.ru

Аннотация. Теоретически в квазиклассическом приближении исследуется динамика альфа-спиральной белковой структуры при наличии внешнего окружения. α-спиральные молекулы белка являются динамически-организованными системами, свойства и биологические функции которых определяются как особенностями их строения, так и особенностями динамического поведения. Показано, что в результате взаимодействия с окружением (внутриклеточной средой) в альфа-спиральных молекулах могут возбуждаться как акустические колебания (Фрелиховский режим), так и возбуждения типа уединенных волн – солитонов (Давыдовский режим).
Ключевые слова :α-спиральные белки, солитоны, фононы, коллективные возбуждения, флуктуации .

COLLECTIVE EXITATIONS IN α-HELICAL PROTEIN MOLECULE INTERACTING WITH ENVIRONVENT

Abstract. This paper is aimed at analysing of the cooperative processes in α- helical protein macromolecule interacting with environment. We have presented a macromolecule as two subsystem: the chain of peptid groups combined by hydrogen bonds and underground wich consists of radicals of amino acid residues. Proceeding from the Heisenberg equations for dynamical variables of the examined system and some additional assumptions the Langevin equation has been received. This equation represents the nonlinear Schrodinger equation with fluctuating force and dissipation. The result was obtained by the continual limit. It was shown that the discussed molecular structure can be in different dynamical regimes: Frochlich regime wich characterized the existence of strong exitation phonon modes and Davydov regime characterized the existance of autolocalization states.
Key words:α-helical protein, autolocalization states ,hydrogen bonds, phonon, dynamical regimes, soliton.

Как известно, белковые молекулы - самые сложные из всех молекул, входящих в состав клеток, включают сотни тысяч различных атомов. Вследствие этого у белков появляются новые коллективные свойства, присущие всей макромолекуле в целом и ее окружению. В белковых молекулах могут возникать звуковые волны (фононы) и другие элементарные коллективные возбуждения.Важная роль в биосистемах определенных коллективных колебаний, возбужденных гораздо выше порога теплового равновесия, исследовалась Фрелихом[1]. Представления о коллективных возбуждениях в биомакромолекулах широко используются при исследовании одного из центральных вопросов биоэнергетики - выяснении причин высокой эффективности переноса энергии, электронов и протонов в пределах одной макромолекулы и между молекулами. Теория солитонного транспорта в α-спиральных белках развитав работах А.С. Давыдова [2]. В данной работе рассматриваются теоретические представления о коллективных возбуждениях в альфа-спиральной белковой макромолекуле, взаимодействующей с окружающей средой при отличной от нуля температуре ис учетом диссипации и флуктуаций [3]. Получено уравнение Ланжевена для фононных амплитуд:

$$\frac{\partial\beta_k(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_k + e_k)\beta_k + \frac{iN^2|V_k|^2}{\hbar^2\Omega_t}\sum_{g,k}\beta_{k-g}(t)\beta_{k^{`}-g}(t)\beta^*_{k^{`}}(t) - \frac{1}{2}\lambda_k\beta_k + iF_k(t)$$

Окружение биологических молекул в общем случае может представлять собой систему резервуаров, имеющих различные температуры. Для простоты изложения рассмотренвариант с одним резервуаром, при том, что развиваемый подход можно обобщить на случай с несколькими резервуарами. Исследованы возможные при различных параметрах внешней среды динамические режимы альфа-спирального белка (цепочки водородосвязанных ПГ). В длинноволновом приближении исследованы уравнения для незатухающих мод, нарастающих до макроскопических значений и определяющих динамику системы в окрестности точки неустойчивости.Уравнение для фононных мод в континуальном пределе имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\beta_s(z,t)}{\partial t} + \hbar a^2 I_s\frac{\partial^2\beta_s(z,t)}{\partial z^2} - E_s\beta_s(z,t) + Q_s|\beta_s(z,t)|^2\beta_s(z,t) = F_s(z,t)$$

,где $E_s = \varepsilon_{0s} - e_{0s} - \frac{i\hbar\gamma_s}{2} = E_{s0} - \frac{i\hbar\gamma_s}{2}$ и $Q_s = \frac{N^2|V_s|^2}{\Omega_t}$.Решение этого уравнения может быть представлено в виде $\beta_s(z,t) = \Phi_s(\rho)\exp\left\{i(q_s z - \omega_s t) - \frac{\gamma_s}{2}t\right\}$

При условии малого затухания, когда флуктуации также малы, ими можно пренебречь иуравнение для фононных мод принимает следующий вид:

$\left[\Xi_s + \hbar a^2 I_s\frac{\partial^2}{\partial z^2} + Q_s|\Phi_s(\rho)|^2\right]\Phi_s(\rho) = 0$, где - спектральный параметр, связанный с энергией фонона соотношением $\hbar\omega_s = \Xi_s + E_s + \hbar q^2 a^2 I_s$.Это уравнение представляет собой нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) и имеет решение в виде уединенной волны (солитона):

$$\Phi(\rho) = \left\{\frac{a\Theta_0 N_0}{2}\right\}^{1/2}\frac{1}{ch\left[\Theta_0(z - z_0 - V_{sol}t)\right]}$$

Анализ решений уравнений для фононов в молекулярной структуре, показывает, что они являются уравнениями для параметров порядка, допускающими возможность появления бифуркаций. При этом, система может находиться в различных динамических режимах, которые определяются поведением параметров порядка. Переключение происходит при изменении параметров, приводящих к изменению знака величиныуправляющего параметраλ_s, определяемого, в том числе, "накачкой" фононов в макромолекулу из резервуара. Динамика макромолекулы определяется как интенсивностью флуктуаций, так и "переключениями", вызванными воздействием резервуара.

Благодаря этому, внутри белковых макромолекул могут возникать устойчивые к тепловым колебаниям пространственно-временные структуры и автолокализованные состояния, что подтверждается и результатами численного моделирования[3].С возможностью образования "осциллирующих диполей" связывают такие явления в молекулярной биологии, как селективные силы, молекулярное узнавание и каталитическую активность белков-ферментов, а образованиесолитонов может приводить к переносу ими энергии (информации) и заряженных частиц (электронов) по α-спиральным белкам.

Литература

1. 1.FrohlichH. The Biological Effects of Microwaves and Related Questions//Advannces in electronics and electron physics. 1981. V. 53.P. 85.
2. Давыдов А.С. Солитоны в молекулярных системах. - Киев: Наукова Думка, 1984. - 288 с.
3. Lupichev L. N.,Savin A.V., Kadantsev V. N. Synergetics of Molecular Systems.- Springer International Publishing Switzerland, 2015, VIII, 332 p. 135 illus.

ОСОБЕННОСТИ ЧЕРЕНКОВСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ ГЕЛИКОНОВ В УЗКОМ КАНАЛЕ

В.Н. Каданцев

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия
e-mail: appl.synergy@yandex.ru

Аннотация. На основе обобщенной теоремы взаимности для оптически активных сред рассматриваются особенности в черенковском излучении точечных образований, обладающих дипольным электрическим моментом, движущихся вдоль узкого цилиндрического канала в магнитоактивной среде.

Ключевые слова: теорема взаимности, магнитоактивная среда, черенковское излучение, геликон

FEATURES OF THE CHERENKOV GENERATION OF HELICONS IN A NARROW CHANNEL

Abstract. On the basis of the generalized reciprocity theorem for optical active media discusses the features in Cherenkov radiation of point formations, with electric dipole moment moving along a narrow cylindrical channel in a magnetized environment.

Keywords: reciprocity theorem, magnetic medium, Cherenkov radiation, helikon

Излучение Вавилова-Черенкова сгустками зарядов, обладающими собственным электрическим и/или магнитным моментом имеет ряд особенностей. Например, при движении диполя в узком канале диэлектрика энергия излучения существенно отличается от соответствующей величины в неограниченном пространстве, если момент диполя ориентирован перпендикулярно границе раздела. В случае, когда диэлектрик обладает тензорными свойствами, естественно ожидать, что имеют место аналогичные эффекты. С помощью обобщенной теоремы взаимности для сред, характеризуемых эрмитовым тензором диэлектрической проницаемости:

$$\int\{\boldsymbol{j}_{e1}\boldsymbol{E}_2^* + \boldsymbol{j}_{e2}\boldsymbol{E}_1^*\}\,dV = 0\,,$$

рассмотрим поля, возбуждаемые сторонними токами[1]. Подставляя поле $\boldsymbol{E}$ диполя $\boldsymbol{p}$, движущегося в канале с постоянной скоростью $\boldsymbol{v}$ и поле $\boldsymbol{E_1}$, создаваемое в канале точечным гармоническим осциллятором $\boldsymbol{p_1}\,e^{-i\omega t}$, помещенным в точку $M_0(x_0,y_0,z_0)$, получим: $\int \boldsymbol{p}\boldsymbol{E}_{1\omega}^*\,exp(i\frac{\omega}{v}\boldsymbol{sr})ds=\boldsymbol{p}_1^*\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\omega}}$, где для полей используется Фурье-представление. Особенности в излучении диполя возникают в случае, когда его момент ориентирован перпендикулярно границе полости. Рассмотрим их на примере генерации *геликонов* при скорости движения диполя $\boldsymbol{v}>\boldsymbol{v_f}$.

Константинов и Перель [2] показали, что в чистых щелочных металлах, помещенных в сильное магнитное поле, перпендикулярное их поверхности, при гелиевой температуре могут распространяться электромагнитные волны с круговой поляризацией. Эти волны получили название *геликонов.* В 1961 г. Бауэрс, Ледженди и Роуз [3] экспериментально обнаружили геликоны в натрии. Если металл помещен в постоянное магнитное поле $\boldsymbol{H_0}$, то появляется новая важная характеристика движения электрона — *циклотронная частота* $\omega_c = eH_0/m^* c$. При условии $\omega_c\tau >> 1$ электроны совершают много витков спирали вокруг магнитного поля до столкновения. Такое упорядоченное движение изменяет отклик металла на низкочастотное ($\omega << \omega_c$) электромагнитное возмущение.

Если ось z направлена вдоль магнитного поля, то компонента диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega(\omega + i/\tau)$ не зависит от этого поля. Диэлектрическая проницаемость относительно циркулярно поляризованной волны с волновым вектором, направленным вдоль магнитного поля, в длинноволновом приближении ($\boldsymbol{k}\approx 0$) в области малых частот ($\omega << \omega_p$) принимает вид

$$\varepsilon\pm(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega(\omega \mp \omega_p + i/\tau).$$

При условии $\omega << \omega_c$ диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_+ > 0$ и определяет электромагнитные волны, распространяющиеся в кристалле. Поведение этого поля в кристалле определяется сингулярностями диэлектрической проницаемости ε_+ (ω).В длинноволновом приближении диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_+(\omega, \boldsymbol{k})$ не зависит от $\boldsymbol{k}$ и уравнение $k_l^2 = \omega^2\ \varepsilon_+(\omega, k_l)/c^2$ определяет единственное значение комплексного волнового вектора возбуждаемой в кристалле циркулярной волны — *геликона*. Фазовая скорость геликона $v_f = c\sqrt{\omega\omega_c}/\omega_p$. При движении диполя $\boldsymbol{p}$ вдоль оси Oz диэлектрического канала с ε_0, прорезанного в магнитоактивной среде, в постоянном магнитном поле, параллельном оси канала, нормальная составляющая электрического поля вне канала больше составляющей напряженности поля внутри его в

$$E/_{E_1} = \frac{2\varepsilon_1\left[(\varepsilon_0+\varepsilon_1)^2+\varepsilon_+^2\right]^{1/2}}{(\varepsilon_0+\varepsilon_1)^2-\varepsilon_+^2} \text{ раз.}$$

Данное отношение получено при условии, что радиус канала a много меньше длины волны излучения. Знаменатель этого соотношения может, вообще говоря, обращаться в нуль на частотах $\omega_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{\left(\omega_c^2 + 2\omega_p^2\right)^{\frac{1}{2}} \pm \omega_c\right\}$. В этом случае в разложении функции $(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)^2 - \varepsilon_+^2$ по параметру $\left({}^{a\omega}/_{c}\right) \ll 1$ необходимо учитывать члены более высокого порядка малости. Следовательно, полученные формулы имеют смысл для всех частот, на которых выполняются условия для излучения Вавилова-Черенкова за исключением узких областей $\omega_{1,2} = \omega_{1,2} \pm \Delta\omega_{1,2}$. Наличие особенностей вблизи частот $\omega_{1,2}$ указывает на возрастание мощности излучения и отражает резонансные свойства узких каналов в магнитоактивных средах.

Литература

1. В.Л. Гинзбург, В.Я. Эйдман. ЖЭТФ, 1958, т.35, С.1508

2.О.В.Константинов, В.И. Перель. О возможности прохождения электромагнитных волн через металл в сильном магнитном поле, ЖЭТФ, 1960, т. **38, С.**161

3. R. Bowers, C. Legendy, F. Rose. Oscilatorygalvanomagnetic effect in metallic Sodium // Phys. Rev. Letts **7**,1961, P339

СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЕ В ТОНКОМ СЛОЕ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ И ВЛИЯНИЕ НА НЕГО РАЗМЕРНОГО ФАКТОРА ЭЛЕКТРОДА

Т.С. Лобанов

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»
Ставрополь, Ставропольский край, Российская Федерация

e-mail:t-90sm@mail.ru

Аннотация. В работе исследовано структурообразование в слое магнитной жидкости при помещении его в матричную систему электродов. На слой магнитной жидкости воздействовали постоянным магнитным полем, переменным, а также постоянным электрическими полями.
Ключевые слова: слой магнитной жидкости, структурообразование, магнитное поле, электрическое поле.

PATTERN FORMATION IN A THIN LAYER MAGNETIC FLUID AND EFFECT ON HIM SIZE FACTOR ELECTRODE

Abstract. We have investigated the structure formation in the layer of magnetic fluid when placed in a matrix electrode system. On the layer of magnetic fluid exposed to a constant magnetic field, AC and DC electric fields.
Keywords: a layer of magnetic fluid, structure, magnetic field, electric field.

Явления поляризации, структурирования и переноса в магнитной жидкости, как высокодисперсной коллоидной системы, взаимосвязаны. Поляризационные процессы являются основным механизмом структурирования в магнитной жидкости под воздействием электрического поля. В работе исследуется влияние на тонкий слой магнитной жидкости (МЖ) размерного фактора электрода при воздействии переменного или постоянного электрических полей низкой частоты и совместного с ними действия магнитного поля, а также структурообразование в тонком слое МЖ.

Установлено, что действие постоянного электрического поля, направленного перпендикулярно плоскости слоя первоначально однородной МЖ приводит при некотором пороговом значении напряжения на электродах к возникновению в приэлектродной области новой, более концентрированной фазы жидкости – микрокапельных структурных образований [1 – 3].

В тонком слое магнитной жидкости при действии постоянного или низкочастотного переменного электрических полей появляются периодические концентрационные структурные образования. Процессы трансформации, формирования и разрушения концентрационных структур зависят от скорости изменения электрического поля, размерного фактора электродов и величины напряжённости. В неоднородном электрическом поле возрастает концентрация частиц магнетитана границе электрода, что указывает на диполофорез частиц твёрдой фазы.Аналогично процессу выталкивания из магнитного поля сверхпроводников II рода происходит вытеснение частиц магнетита из области электрического поля, где пересекаются два электрода. В неоднородном электрическом поле формирование полосчатой структуры возникает в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля и границе электрода.

Литература

1. Kozhevnikov V.M., Obtaining the structured magnetic fluids in an electric field and their technical applications [Текст] / V.M.Kozhevnikov, Yu.A. Larionov, I.YuChuenkova., M.I.Danilov // Magnetohydrodynamics, 2004. – Vol. 40. – №. 3. – P. 269 – 280.
2. Диканский Ю.И. Структурные превращения в магнитной жидкости в электрическом и магнитном полях [Текст] / Ю.И. Диканский, О.А Нечаева. // Коллоидный журнал, 2003. – Т.65. – № 3. – С. 1 – 5.
3. Кожевников В.М. Структурная неустойчивость тонкого слоя магнитной жидкости в постоянном и переменном электрических полях [Текст] / В.М.Кожевников, Ю.А. Ларионов, И. Ю. Чуенкова, Т.Ф. Морозова. – Сборник трудов 15-й Международной Плеской конференции по магнитным жидкостям, Иваново: ИЭГУ, 2012. – С. 99 – 103.

АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРОЕКЦИОННОЙ ФОТОЛИТОГРАФИИ

Ю.В. Рыжикова

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991, Москва, ул. Ленинские горы, д.1, стр. 2.

e-mail: ryzhikovaju@physics.msu.ru

Аннотация. Разработаны программные и аналитические средства, позволяющие существенно упростить геометрический анализ фотошаблона. Полученные аналитические соотношения могут быть использованы для анализа изображений апериодических объектов, границы которых строятся как замкнутые ломаные линии.
Ключевые слова: фотолитография, фотошаблон, фракталы

ANALYSIS IMAGING OF OPTICAL ELEMENTS IN THE PROJECTION PHOTOLITHOGRAPHY

Abstract. Programmatic and analytical tools to greatly simplify the analysis of the mask geometry are developed. The analytical expressions can be used to analyze images of aperiodic objects with boundaries as closed polylines.
Key words: photolithography, mask, fractals

В настоящее время элементы с фракталоподобной геометрией широко используются в различных оптических устройствах. Большой интерес к фрактальным структурам объясняется тем, что они гораздо лучше обеспечивают представление многих природных объектов и явлений по сравнению с их аналогами классической геометрии [1]. Для создания фрактальных элементов успешно применяются современные нанотехнологии, в частности, литографические процессы [2].

Разработка новых эффективных алгоритмов получения малых размеров элементов и их точных изображений в фотолитографии остается по-прежнему актуальной. В настоящей работе рассматриваются возможности, позволяющие получать размеры элементов на фоторезисте меньше дифракционного предела. В качестве примеров таких элементов приводятся данные для перспективных мезоскопических систем [3], сформированных из расщепленных колец и П-образных компонент [4]. Приводятся быстрые алгоритмы анализа и синтеза оптических изображений разной геометрии при варьировании параметров источника освещения, конденсорной и проекционных систем, а также типа фотошаблона (бинарный, фазовый, фазово-растровый) в скалярном приближении теории дифракции [5]. При этом скорость и точность вычисления интенсивности от пространственных координат лимитируется, главным образом, тем, как определен спектр функции пропускания заданной геометрической конфигурации на фотошаблоне. Разработанный алгоритм синтеза фазово-растровых масок позволил в общем случае рассчитать произвольное распределение комплексной функции пропускания объекта. Предложенная схема анализа оптических изображений обобщается на случай применения фотошаблонов с апериодическим законом распределения функции пропускания, в частности, соответствующих оптическим элементам с фрактальной геометрией.

Работа выполнена *при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта* № 16-32-00386 мол_а.

Литература

1. Korolenko P.V., Ryzhikov S.B., Ryzhikova Yu.V. Pattern stability in diffraction of light from structures with self-similarity symmetry. // Physics of Wave Phenomena. 2013. V. 21(4). P. 256-260.

2. Марголин В.И., Жабрев В.А., Тупик В.А. Физические основы микроэлектроники. М.: Издательский центр «Академия», 2008. 400 с.

3. Боголюбов Н.А., Буткарев И.А., Мухартова Ю.В. Синтез слоистого кирально-диэлектрического волновода. // Журнал радиоэлектроники. 2015. №3. С. 1-9.

4. Рыжикова Ю.В., Рыжиков С.Б. Формирование изображения наноструктур в оптической литографии. // Сборник научных трудов II Всероссийской конференции по фотонике и информационной оптике. М.: НИЯУ МИФИ. 2013. С. 52-53.

5. Белокопытов Г.В., Рыжикова Ю.В. Дифракция Фраунгофера на многоугольнике и расчет изображений бинарных масок. // Вестник Моск. Ун-та. Серия 3. Физика, астрон. 2009. №2. С. 41-43.

Секция 5. Развитие математики и математического естествознания

ПРОБЛЕМА ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В МЕХАНИКЕ XVI ВЕКЕ

Е.А. Зайцев

Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН, Москва, Россия
125315, Москва, ул. Балтийская, д.14
e-mail: e_zaitsev@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается вопрос о предпосылках математизации понятия движения в механике XVIв. В частности, обсуждается проблема преодоления аристотелевского представления о «промежуточном покое», которое служило препятствием для применения математических методов. Показано, что отказ от аристотелевского тезиса стал возможен благодаря анализу движения сложных механизмов, в частности, базирующихся на кривошипе,получившихширокое распространение в XVI в.

Ключевые слова: история доклассической механики; аристотелевская натурфилософия; математическое описание движения; развитие технической механики в XVI в.

THE PROBLEM OF APPLICATION OF MATHEMATICS IN MECHANICS IN THE 16TH C.

Abstract. This paper deals with the historical prerequisites for mathematical description of motion in the 16thcentury. In particular, the problem of the refutation of an Aristotelian idea of “quies media” is discussed, which was a major impediment for the application of mathematical methods to motion. It is shown that the rejection of this idea was made possible by the analysis of motionsinvolved in complex mechanisms designed in the 16th century, in particular, the crank.

Keywords: history of Pre-classical mechanics; Aristotelian natural philosophy; mathematical description of motion; development of technical mechanics in the 16th century.

В восьмой книге «Физики» Аристотель сформулировал тезис, согласно которому между двумя перемещениями, осуществляющимися в противоположных направлениях, обязательно наступает состояние «промежуточного покоя» (quies media): тело на некоторое время «замирает», после чего начинается его движение в обратном направлении. Так, согласно Аристотелю, брошенное вверх тяжелое тело, достигнув высшей точки, сначала покоится вней некоторое время и лишь затем начинает падать вниз. Представление о quiesmedia, очевидно, противоречит точке зрения классической механики, сформулированной в XVII в., согласно которой между последовательными перемещениями тела в противоположных направлениях возможно наличие непротяженного мгновения покоя. Так, брошенное вверх тяжелое тело, достигнув высшей точки, не покоится в ней, но сразу начинает падение вниз. Отсутствие «промежуточного покоя» даетвозможность математического описания полета снаряда, выпущенного из пушки под углом к горизонту. Нахождение параболической траектории движения является ключевым научным результатом, полученным на начальном этапенаучной революции XVII в. (Г. Галилейи математики его круга).

Тезис о наличии «промежуточного покоя» является следствием общего натурфилософского положения Аристотеля о том, что движениеи покой обладают определенной длительностью, т.е.не могут быть мгновенными. Средневековаясхоластика активно обсуждала обе стороны этого положения (относительно движения и относительно покоя). Представление о том, что движение необходимо происходит в течении определенного интервала временине подвергалось сомнению. Схоласты даже отказались от подведения под понятие движениярождения и уничтожения, в силу ихмгновенного характера. Чтобы отличать их от движения в собственном смысле (motus), реализуемого в категориях места, качества и количества, был даже введенспециальный термин – mutatio.

Что же касается представления о длительности покоя, то схоластика,в целом, отнеслась к нему более критично. И. Буридан и его последователи в XIV в.указали на существование таких противоположных движений, при которых «промежуточный покой» является проблематичным. В качестве примера анализировали, в частности, столкновение падающего вниз мельничного жернова с подброшенной вверх горошиной. Наличие «промежуточного покоя» для горошины, разумеется, ставилось под сомнение (этот пример рассматривал еще Ричард Мидлтаунский в кон. XIII в.). «Мысленные эксперименты»с жерновами и горошинами не могли, однако,поколебать точку зрения Аристотеля; они лишь сеяли сомнение в общезначимом характере «промежуточного покоя», т.е. в его наступлении во всякой ситуации, связанной с противоположными движениями.

Настоящее опровержение аристотелевского положения стало возможным только в XVI в., когда на смену примитивным «экспериментам», не выходившим за рамки естественных движений, пришли качественно иные эксперименты, которые опирались на искусственные движения механизмов. Так, в одном из наиболее ярких опровержений аристотелевского quies media, принадлежащем Дж. Бенедетти (1585), существенно использовалась технологическая особенность кривошипно-шатунного механизма, применяемого для преобразования поступательного движения во вращательное. Получивший широкое распространение в XVI в. этот механизм сыграл ключевую роль в реализации так называемых «идеальных движений»,основной характеристикой которых является возможность регулировкискорости посредством махового колеса. Появление «идеальныхдвижений» в практической механике XVI в. стало также той конкретной исторической предпосылкой, которая сделала возможной применение математических методов для описания пространственныхперемещений(подробнее об «идеальном движении» и его регулировке см. [1, 2]; о проблеме математизации механики в более широкой исторической перспективе см. [3]).

Литература

1. Зайцев Е.А. Искусственное и природное: концепция идеального Ильенкова и история механики // Философия Э.В. Ильенкова и современность. Материалы XVIII Международной конференция «Ильенковские чтения». Белгород, 2016. С. 42-46.

2. Зайцев Е.А. Идеальное движение // Научный результат. Социальные и гуманитарные исследования. 2016. Т. 2, № 2(8). С.34-42.
http://research-result.ru/journal/humanities/article/645/

3. Зайцев Е.А. У истоков теоретической механики: история превращения технического искусства в научную дисциплину (античность, средневековье, начало Нового времени) // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН. Годичная научная конференция 2015. Т.1. М., 2015. С. 132-141.
http://ihst.ru/files/pdfs/year-k-2015-1.pdf

О ПОИСКЕ П.А. НЕКРАСОВЫМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СОЦИАЛЬНЫХ ЯВЛЕНИЙ

И.В. Исак

МГУ им. М.В. Ломоносова

e-mail: ygrek75@mail.ru

Аннотация. В докладе приводится пример демографической проблемы, решаемой Д.И. Менделеевым, идеи которой П.А. Некрасов, ссылаясь на Менделеева, использовал для построения геометрических моделей «жизни» человеческого сообщества.

Ключевые слова: геометрическая модель, социальные науки, статистика, центр поверхности

ON NEKRASOV'S APPROACHES TO DEVELOPMENT GEOMETRIC MODELS FOR RESEARCH AND ANALYSIS OF SOCIAL EVENTS

Abstract. There is an example of demographic problem, solved by Mendeleev in the report. The principles of this problem solution (with a reference to Mendeleev) Nekrasov used for the creation of geometric model of human society

Key words: geometrical model, social sciences, statistic, center of surface

В своих методологических установках П.А. Некрасов неизменно следовал идее применения математических методов не только в естественных, но и в общественных и гуманитарных науках. Он полагал, что использование математических моделей является одним из наиболее эффективных методов. Он проводил поиск таких моделей в различных разделах математики, в частности, пытался строить геометрические модели. Например, он высказывает и в общих чертах набрасывает идею построения некоторого многомерного пространства, - модели, представляющей существенные «параметры жизни» социума, см. [1, с. 44 - 46].

Некрасов неизменно высказывался о необходимости улучшать условия жизни народа (см., например, [2]). В числе мер, которые ему представлялись целесообразными, он имел в виду, прежде всего, активное участие государства в социальном строительстве. Под этим он понимал кардинальное улучшение структуры образования, тесно связанное с этим увеличение доли вероятностных и статистических исследований в хозяйственной деятельности и, в частности, тесно связанные с этой задачей регулярные переписи населения. Он полагал, что необходимо централизованно получать информацию о плотности населения, собранную на местах и размышлял о применении математических методов для выявления так называемых центров населенности. Некрасов охотно воспринимал и пытался применять идеи его современников, решавших аналогичные задачи. Так он стремился усовершенствовать методы, обозначенные Д.И.Менделеевым в работе «К познанию России», в которой предлагаются способы усовершенствования хозяйственной деятельности государства, требующие целесообразного распределения центров промышленности. Некрасов, видимо, особенно заинтересовала глава «О центре России», как близкая ему по методам и духу. Она начинается словами: «Не только страна, но даже и каждое отдельное имение имеет свой центр» [3, с. 123]. Автор выделяет такие понятия, как центр административный, центр местности и центр населенности. Наиболее важной для хозяйственной деятельности задачей, Менделеев полагает определение центров населенности. Прежде всего, вычисляются центры мелких административных единиц (уездов), затем более крупных, и в конечном итоге определяется центр населенности всей Российской Империи:

«Когда центры поверхности и населенности всех губерний были найдены, тогда для отыскания общего центра всей Империи должно было рассуждать, как в механике рассуждают при нахождении центра тяжести суммы точек, связанных между собой невесовыми связями как планеты в солнечной системе» [3, с. 138].

Методы Менделеева оказались близки к попыткам Некрасова найти геометрические модели для решения хозяйственных и социальных проблем. Развитием этих идей Некрасов занимался до последних дней своей жизни, в том числе, представляя их в «Антропологическом очерке». Само стремление найти возможность применения математических методов к общественным наукам представляется интересным, а над оценкой значимости предложенных моделей работает автор тезисов.

Литература

1. Некрасов П.А. Московская философско-математическаяшкола и ее основатели // Мат.сборн. М.1904 Т.XXV.№1 Стр.3-249
2. Некрасов П.А. «Математическая статистика, хозяйственное право и финансовые обороты» (Известия Русского Географического Общества. СПб, 1909).
3. Менделеев Д.И. К познанию России. Изд. 2-е. СПб, 1906

ДВА ФОРМАЛИЗМА КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

С.Н.Колесников

Механико-математический факультет МГУ им М.В. Ломоносов, Москва, Россия

*e-mail:*wiseacre@inbox.ru

Аннотация. Одним из важнейших результатов научной революции 16-17 веков было создание классической механики. С тех пор ее привычно называют «Классическая механика Ньютона». Однако верно ли это? Оказывается – нет! То, что мы сейчас обычно понимаем под классической механикой – это механика – Эйлера! И эти два формализма – Ньютона и Эйлера, принципиально отличны.

Ключевые слова: *Ньютон, Эйлер, классическая механика, Начала, мгновенная скорость, формализм, теория флюксий*

VARIOUS FORMALISM OF CLASSICAL MECHANICS

S.N.Kolesnikov

Faculty of Mechanics and Mathematics ,Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

*e-mail:*wiseacre@inbox.ru

Abstract. One of the most important results of the scientific revolution was the creation classical mechanics in 16-17 centuries. Since then, its usually called "classical mechanics of Newton ." However, if this is true ? It turns out - no! What we are now usually mean by classical mechanics - it is mechanics ofEuler ! And these two formalism - Newton and Euler , fundamentally different.

Keywords: *Newton, Euler, classical mechanics, Beginnings, instant velocity, the formalism,* Method of Fluxions

Рассмотрим понимание Ньютоном основных понятий механики. Ниже приведен блок цитат из «Математических начал натуральной философии»[1], включая цитату из примечаний академика А.Н. Крылова к книге.

«Ускорительная * величина центростремительной силы есть мера, пропорциональная той скорости, которую она производит в течение данного времени.

Так, действие того же магнита более сильно на близком расстоянии, слабее—на дальнем, или сила тяжести больше в долинах, слабее на вершинах высоких гор и еще меньше (как впоследствии будет показано) на еще больших расстояниях от земного шара; в равных же расстояниях она везде одна и та же, ибо, при отсутствии сопротивления воздуха, все падающие тела (большие или малые, тяжелые или легкие) ускоряются ею одинаково.

Если две величины, разность которых задана, будут обе увеличиваться до бесконечности, то между ними существует предельное отношение, которое равно единице, однако нет предельных значений для самих величин, т. е. таких наибольших их значений, отношение которых как раз было бы равно единице. Поэтому, если в последующем для простоты речи я буду говорить о величинах весьма малых, или исчезающих, или зарождающихся, то не следует под этими словами разуметь количества определенной величины, но надо их рассматривать как уменьшающиеся бесконечно.

«В Введении к трактату «О квадратуре кривых», изданному в 1704 г., Ньютон излагает сущность метода флюксий. «Я рассматриваю здесь математические количества не как состоящие из очень малых постоянных частей а как производимые непрерывным движением. Линии описываются, и по мере описания образуются не приложением частей, а непрерывным движением точек, поверхности— движением линий, объемы — движением поверхностей, углы — вращением сторон, времена — непрерывным течением и т. и.»

«Замечая, что нарастающие количества, образующиеся по мере нарастания в равные- времена, сообразно большей или меньшей скорости их нарастания, оказываются большими или меньшими, я изыскивал способы определения самих количеств по той скорости движения или нарастания, с которою они образуются.»

Таким образом Ньютон считает, что:

1) Силы действуют не мгновенно, силы действуют непрерывно.
2) Движение под действием непрерывной силы происходит по непрерывным кривым.
3) Для определения скорости (или силы) нужно не менее двух точек, скорости в точке по природе нет, мгновенная скорость – это математическая абстракция.

А теперь дадим слово Эйлеру[2].

«23. Скорость, которую имеет движущееся неравномерно тело в какой-либо точке проходимого пути,должна измеряться тем расстоянием, которое могло бы пройти в Данное время тело, движущееся равномерно с этой же скоростью.»

«33. *При каком угодно неравномерном движении можно допустить, что самые маленькие элементы пути проходятся равномерным движением.»*

«34. Значит, можно считать, что всякое изменение скорости при неравномерном движении происходит в начале каждого отдельного элемента, так как мы полагаем, что весь элемент пути проходится равномерным движением»

«149. Приведенное выше доказательство основывается на том, что силы предполагаются действующими лишь в течение бесконечно малого промежуточка времени, так что тельце имеет лишь столь бесконечно малое движение, что его можно принять равным нулю. Хотя и может случиться, что тот же самый толчок, который при покоящемся тельце указывает насилу, равную p, в случае движущегося тельца укажет на Другую силу, но это исключение к нашей теореме не имеет отношения.»

То есть Эйлер, в отличие от Ньютона, полагает:

1) Силы действуют мгновенно
2) Движение описывается, по сути – многоугольником, а не непрерывной кривой
3) Скорости нарастают и действуют мгновенно, и существует скорость в точке, после чего движение полагается равномерным.

Получается, что в некотором смысле представления Ньютона и Эйлера прямо противоположны, и они представляют два направления в механике, давая два разных описания формализма, ныне называемого классической механикой. Не удивительно, что Эйлер (как и его последователи до настоящего времени) пытался доказать законы Ньютона, что априори невозможно.

В настоящее время в учебниках и литературе наиболее распространены представления Эйлера, которые как раз и порождают парадоксы при сопоставлении классической механики и теорию относительности. Но при следовании формализму Ньютона, по видимому большинство этих «парадоксов» исчезают.

Литература

1. Ньютон И.,Математические начала натуральной философии, пер. с латин., в кн. : Крылов А. Н., Собр. трудов, т. 7, М.-Л.,1936;

2. Эйлер Л., Основы динамики точки, пер. с латин., М.-Л., 1938.

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ТЕОРИИ КОРАБЛЕСТРОЕНИЯ В ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЕ XVIII СТОЛЕТИЯ

Л.В. Коновалова

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт- Петербург, Россия

e-mail: larisavkon@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается вклад великого математика Леонарда Эйлера в решение теоретических проблем кораблестроения. Изучена роль Эйлера в становлении теории статической устойчивости и теории малых колебаний.

Ключевые слова: кораблестроение, теория устойчивости, теория малых колебаний.

Теоретические проблемы кораблестроения на протяжении многих веков привлекали внимание выдающихся учёных, начиная с Архимеда. В связи со стремительным развитием судостроения и мореплавания в XVIII в. на первый план выдвинулось решение задач гидромеханики. Достаточно сказать, что Парижская академия наук с середины XVIII в. регулярно проводила конкурсы и присуждала премии за исследования посвященные теории корабля, тем самым привлекая лучшие умы к решению проблем кораблестроения.

Россия, став в первой половине XVIII в. первоклассной морской державой, так же проявляла живой интерес к теории кораблестроения и судовождения. Выдающийся вклад в решение этих проблем внёс величайший математик XVIII столетия Леонард Эйлер (1707-1783). Один из первых трудов Эйлера был посвящен вопросу о наилучшем размещении мачт на корабле на основе математических расчётов. Эту работу Эйлер представил на конкурс Парижской академии наук, получил почётный отзыв, и работа была опубликована в сборнике премированных работ.

В 1727 году Эйлер приехал в Россию. Свою деятельность в Петербургской академии наук он начал с должности адьюнкта по математике с окладом в триста рублей в год. Ему была предоставлена казённая квартира с отоплением и освещением. Уже через четыре года Эйлер занял должность профессора. Молодой учёный сразу включился в научную деятельность академии наук. Его работы, опубликованные в «Комментариях Петербургской императорской академии наук», быстро снискали ему почётное место среди математиков. Известность Эйлера росла, повышалось и его жалование.

С первых же лет работы в России Эйлер интенсивно занимался вопросами теории корабля по прямому указанию академии наук. В контракте Эйлера с Петербургской академией наук содержалось его обязательство написать трактат по морской науке. Над этим трудом Эйлер начал работу в 1737 году [1].

Первый вариант «Морской науки» был готов уже к концу 1738 года, о чём свидетельствует письмо Эйлера Иоганну Бернулли от 20 декабря 1738 года. «Теперь я закончил трактат о положении и движении плавающих на воде тел, которому следовало бы дать название «Морской науки», ибо я направлял все помыслы на корабль» [2]. Полностью работа была завершена Эйлером в 1743 году уже в Берлине, куда он переехал в 1741 году по приглашению Прусского короля Фридриха. Однако, издать книгу долго не удавалось, и лишь в 1749 году в Петербурге была издана «Морская наука» [3]. Отметим, что трактат Эйлера написан так, что в нём теория строится с непосредственной ориентацией на приложения и доводится до числовых конструктивных рекомендаций.

«Морская наука» состоит из двух томов. В первом томе изложена общая теория равновесия и устойчивости плавающих тел, во втором томе теория применяется к анализу вопросов, связанных с конструкцией и нагрузкой кораблей. В своём фундаментальном труде Эйлер заложил основы теории статической устойчивости и теории малых колебаний, двух важнейших разделов теории устойчивости. Причём, теорию малых колебаний он строил как теорию определения простого маятника, который имел бы период колебаний такой же, какой имеет рассматриваемое тело. Таким образом, это был первый шаг на пути создания аппарата линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, с помощью которого последователи Эйлера – великие французские математики Ж. Л. Даламбер (1717-1783) и Ж.Л. Лагранж (1736-1813) развили теорию малых колебаний.

Отметим, что Эйлер впервые в истории науки сформулировал строгое определение устойчивости. В методологическом отношении трактат Эйлера даёт аналитическую разработку способа расчёта момента восстанавливающих сил и тем самым завершает труд, начатый Архимедом.

Заметим, что Эйлер, глубоко сознавая ценность математических исследований для общества, не жалел сил на то, чтобы представить свои достижения в наиболее простой и понятной форме, дабы можно было применить его результаты на практике. В связи с этим он существенно сократил и упростил свой трактат и в 1773 г. ,опубликовал в Париже на французском языке «Theoriecomletedelaconsructionet delamanoeuvredevaisseaux». Этот труд был уже написан для тех, кто занимался кораблестроением и навигацией. Книга имела огромный успех. Французский король по представлению Даламбера и Кондорсе распорядился выдать Эйлеру премию в размере 6000 ливров. Книга была переведена на итальянский, английский и русский языки. В русском переводе работа Эйлера вышла в свет в 1778. под названием « Полное умозрение строения и вождения кораблей».

Литература

1. Пекарский П. История Императорской академии наук в Петербурге. Т. 1. СПб, 1870.
2. Bibliotheca mathematica.6 Folge, Bd. 5, 1904, S. 287.
3. Eeuler L. Scietitianavalis sou tractatas de constnien dis ac dirigendis navibus. Petropoli, 1749.

КЛАССИФИКАЦИЯ НАУК АЛ-ФАРАБИ И КОММЕНТАРИЙ АЛ-ХАЙСАМА К ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ ЕВКЛИДА

И.О. Лютер

Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН,Москва, Россия

e-mail: bastet_13@list.ru

Аннотация. Прослеживается влияние классификации наук ал-Фараби на геометрические исследования Ибн ал-Хайсама. Отмечается значение этой системы наук в предыстории математизации натурфилософии.

Ключевые слова: ал-Хайсам, теория отношений, Аристотель, метабазис, классификация наук, ал-Фараби, математизация натурфилософии.

AL-FARABI'S CLASSIFICATION OF SCIENCES AND AL-HAYTHAM'S COMMENTARY ON THE THEORY OF RATIOS BY EUCLID

Abstract.The impact of al-Farabi's classification of sciences on Ibn al-Haytham's investigations is traced. The significance of this hierarchy of sciencesin the prehistory of mathematization of natural philosophy is noted.

Key words: al-Haytham, theory of ratios, Aristotle, metabasis, classification of sciences, al-Farabi, mathematization of natural philosophy

В трактате «Комментарий к введениям [к книгам «Начал»] Евклида» выдающийся арабо-мусульманский математик и философ Ибн ал-Хайсам (965–1040) утверждает возможность приложения геометрической теории отношений величин Евклида ко «всем» физическим величинам[1, лл.192–192 об.]. Рассматривая отличительную черту последних – изменчивость – как главный фактор, препятствующий применению к ним геометрических методов, ал-Хайсам обосновывает свой тезис, лишь кратко отмечая несущественность изменения отношения таких «подверженных возникновению и уничтожению» величин за короткий промежуток времени. Таким образом, по существу высказывается некоторое основание для математизации натурфилософии.

С одной стороны, это утверждение противоречит аристотелевскому запрету метабазиса(запрет перехода от одной науки к другой в процессе доказательства: Аристотель, Вторая аналитика I.7), определяемому его же классификацией наук. Именно с позиций запрета метабазиса введение ал-Хайсамом движения (параллельного переноса) в доказательство пятого постулата Евклида критиковалось Омаром Хайямом(1048–1131)и Насир ад-Дином ат-Туси (1201–1274).

С другой стороны, «все» физические величины, приводимые ал-Хайсамом в качестве примеров (среди которых, в частности, величины весов тяжелых тел), больше соответствуют предметной области математических наук в классификации наук ал-Фараби (872–950), отличной от аристотелевской системы наук.Ал-Фараби, известный в средневековой арабской философской традиции как «Второй учитель» после Аристотеля, изложил свою иерархию наукв трактате «Перечисление наук», органично объединив в ней греческие науки и исламские дисциплины. Позднейшие арабомусульманские философы Ибн Сина (ок. 980–1037) и Ибн Рушд (1126–1198) приспособили ее и к новым дисциплинам и к тем, что были упущены ал-Фараби. ВXII в. это сочинение ал-Фараби было переведено Домиником Гундиссалином и Герардом Кремонским и стало известным в латинской Европе.

Математические или «пропедевтические» науки в построении ал-Фараби включают кроме традиционного квадривиума еще и оптику, науку о весах (включающую исследование тяжестей с точки зрения их движения или движения чего-то с их помощью, исследование элементов механизмов, с помощью которых поднимают тяжелые вещи и переносят их с места на место) и так называемую науку об «искусных приемах».

Не все нововведения ал-Фараби приводят к противоречию с тезисами Аристотеля о метабазисе. Это относится и к объединению ал-Фараби теоретической и практической арифметики в одну науку (аналогично он поступил в случаях геометрии и музыки). Напомним в этой связи утверждение Аристотеля, что «если доказательство должно перейти к другому роду, то этот род должен быть или вообще тем же или в каком-то отношении тем же» (Вторая аналитика, 75b7–9).И к «подчиненным» по Аристотелю наукам (Вторая аналитика, 75a14–16, 76a23–25), таким как астрономия, оптика, наука о весах, которые в классификации ал-Фараби приобрели статус отдельных математических наук.

Иная ситуация была обусловлена введением ал-Фараби «науки об искусных приемах» – учения, дающего«разные способы и приемы для нахождения искусственным путем применения математики на практике в естественных и ощущаемых телах». [2, с.31–33]. Это скорее совокупность дисциплин, которые в большинстве своем будут известны позднее как «смешанные науки» (математика в них совмещается с элементами физической материи), и включающая искусство руководства строительством, «искусные приемы» измерения различных видов тел, изготовления астрономических, музыкальных инструментов, оружия, приемы изготовления оптических приборов, зеркал, весов и других инструментов для многих ремесел.

Именно с введением этой науки было установлено новое инклюзивное взаимоотношение между наукой и искусством, позволившее раздвинуть границы, определенные аристотелевским запретом метабазиса между математикой и другими науками.

Отметим, что некоторые из этих наук «об искусных приемах» нашли отражение в сочинениях Ибн ал-Хайсама. Среди сохранившихся можно назвать «Об определении высоты вертикальных объектов, о долготе гор и высоте облаков», продолжающий традиции «Оптики» Евклида, «О принципах измерения» – собственно учебник, в котором устанавливаются геометрические основания и правила землемерной практики (подобные тексты не были известны в эллинистический период).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект № 15-03-00120 а).

Литература

1.Ал-Хасан ибн ал-Хайсам. Шарх мусадарат Уклидис / Рукопись Научной библиотеки им. Н.И.Лобачевского Казанского федерального университета №104 араб., л.151–222.

2.Аль-Фараби. Перечисление наук (математика) // Математические трактаты. Алма-Ата: Наука, 1972. С.17–51.

РАЗВИТИЕ МЕХАНИКИ ДО ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ XIX ВЕКА

Д.А. Мкртычян

Московский Государственный Университет им.Н.Э. Баумана
105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

e-mail: dmkrtychyan@mail.ru

Аннотация. В работе изложена история развития механики в России до середины 19 века. Разобран вклад в развитие науки и образования таких ученых как Г.Галилей, Р.Декарт, Р.Гук, И.Ньютон, Я.Бернулли, А.Д. Фархварсон, Г.Г. Скорняков-Писарев, Л.Эйлер и другие. Рассмотрен первый русский учебник механики Скорнякова-Писарева, содержащий начальные сведения о простейших машинах. Менее чем через три года после издания этой книги, в России начались исследования по механике на другом, высоком уровне, что было связано с основанием Петербургской Академии наук и академического университета. После создания Академии наук и университетов при ней, преподавание механики вышло на более высокий уровень. Главную роль в этом сыграли сотрудники и воспитанники Академии. В 1755 г. по инициативе и задумке Ломоносова М.В. был основан Московский Университет. Рассмотрен состав Университета того периода.

Ключевые слова: практическая механика, математика, Петербургская академия наук, механика, Московский Университет, наука

Механика является одной их самых древних наук и наравне с другими науками, возникла в связи с потребностями практической деятельности человека. Как теоретическая наука, механика зародилась в древней Греции. Тогда она состояла из учения о простых машинах и начала гидростатики. Особо важными были достижения Архимеда, создавшего теорию рычага, определившего положения центра тяжести тел и заложившего основы теории равновесия и остойчивости плавающих тел.

Строительство каналов, плотин и различных иных гидросооружений, развитие горного дела, артиллерийского, морского дела увеличили в XVI веке интерес к статике твердых и жидких тел и с большой остротой поставили ряд проблем динамики и небесной механики.

Переломным моментом в развитии механики оказался XVII в. В основных чертах установлены были важнейшие математические методы: аналитическая геометрия - главным образом Декартом, логарифмы-Непером, дифференциальное и интегральное исчисления-Лейбницем и, может быть, Ньютоном. То же самое можно сказать о механике твердых тел, главные законы которой были выяснены раз и навсегда. Наконец в астрономии солнечной системы Кеплер открыл законы движения планет, а Ньютон сформулировал их под углом зрения общих законов движения материи.

Начала динамики были впервые затронуты в работе Г.Галилея (1564-1642) "Беседы и математические доказательства, касающиеся новых наук, относящихся к механике и местным движениям". В этот же период была предложена Р.Декартом (1596-1650) чисто механическая картина мира, исходя из непрерывного движения заполняющих все пространство непроницаемых твердых частиц материи, перемещающихся по замкнутым траекториям.

Начало механики упругих тел было положено в 1678 г. Р.Гуком (1635-1703).

Значительным событием в развитии механики явились "Математические начала натуральной философии" (1687г.) И.Ньютона (1643-1727).

Развитие механики в России началось в петровское время. Распространение мануфактур, развитие торговли, особенно внешней, реорганизация армии, строительство военного и торгового флота - все это требовало подготовки значительного числа специалистов самых различных профессий - инженеров, геодезистов, артиллеристов, моряков, учителей, переводчиков, врачей и т.д. Одной из первоначальных задач было создание в стране нового типа школ - технически - профессиональных училищ. Большое количество молодежи направлялось для обучения за границу и из-за нехватки людей на месте, специалисты выписывались из-за рубежа.

В конце царствования Петра I появился первый русский учебник механики Скорнякова-Писарева, содержащий начальные сведения о простейших машинах. Автор первого учебника по механике проходил обучение в Италии, а затем в Берлине.

Открытие Академии наук состоялось после смерти Петра I, 27 декабря 1727 г. Вначале членами ее были приглашенные из-за рубежа ученые. Такие как Я. Герман, Г.-Б. Бюльфингер, Д. Бернулли, Н. Бернулли, Хр. Гольдбах, Ф.-Х. Майер, Л. Эйлер и Г.-В. Крафт. к началу 19 века группа академиков пополнилась такими фамилиями, как Г.-В. Рихман, М.В, Ломоносов, Х.-Г. Кратценштейн, С.К. Котельников, С.Я. Румовский, М. Софронов, И.-Э. Цейгер, И.-А. Эйлер, В.-Л. Крафт, А.-И. Лексель, Н.И. Фус, М.Е. Головин, Я. Бернулли и тд. Почти все эти ученые занимались работами и в области механики. Как и ранее, в этот период практиковались научные командировки в Европу. Так, к примеру, в сентябре 1736 г., М.В. Ломоносов, Д.И. Виноградов и Г.У. Рейзер были отправлены на обучение в Германию к Х. Вольфу.

Благодаря учреждению Петербургской Академии наук и университета при нем преподавание механики поднялось на более высокий уровень. Был внесен значительный вклад в механику точки и твердого тела, гидро- и аэромеханику, в небесную механику, теорию упругости и сопротивление материалов, в теорию корабля и теорию машин.

В 1755 г. по инициативе и задумке Ломоносова М.В. был основан Московский Университет, в состав которого входили 3 факультета- юридический, медицинский и философский. Кафедра физики, а позднее и кафедра математики входили в состав философского факультета. Курс математики был ограничен алгеброй, тригонометрией и геометрией. В составе прикладной математики читался курс механики.

В 1802 году было создано Министерство народного просвещения и при нем главное правление училищ, членами которого были ученики Эйлера Фусс Н.И. и Румовский С.Я.

С 1804 г. в состав Московского университета уже входило четыре факультета-отделений: нравственных и политических наук, медицинских наук и физико-математических наук. В состав физико-математического факультета вошли так же кафедры опытной и теоретической физики, чистой математики и прикладной математики. Преподавалась высшая математика. Большой вклад в развитие механики в Московском университете пришелся на 30-е годы 19 века, когда в нем начал преподавать Брашман Н.Д. Стоит заметить, что подъем теоретических исследований по механике в России был вызван прогрессом университетского образования в первые десятилетия 19 в., а так же тесно связан с успехами в ряде областей механики за рубежом.

Литература

1. **Боголюбов А.Н.** История механики в России., К., Наукова Думка, 1987, стр. 141
2. **Григорьян А.Т.** Очерки истории механики в России. -М.: АН СССР, 1961, стр. 24
3. **Моисеев Н.Д.**Очерки развития механики. - М.: Издательство МГУ, 1961
4. **Рахманинов И.И.**Несколько слов о введении в физико-математическиефакультеты преподавания прикладных наук//Журнал Министерстванародного просвещения. 1863 г., ч. 118, стр. 350-381.
5. **Тюлина И.А.** Развитие механики в Московском университете в VIII и XIX веках.// Историко-математические исследования. М.: Наука. Вып.8. 1955, стр.486-520.

К ИСТОРИИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В РОССИИ: Г.М. ФИХТЕНГОЛЬЦ

С.С. Петрова

Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

e-mail: sspetrova@mail.ru

Аннотация. Речь идёт о вкладе Г.М. Фихтенгольца (1888 - 1959) в преподавание математического анализа в нашей стране: о его курсах в Ленинградском университете, классических учебниках – трёхтомном «Курсе дифференциального и интегрального исчисления», двухтомных «Основах математического анализа» и др.

Ключевые слова: математический анализ, дифференциальное и интегральное исчисление, теория функций вещественной переменной, интеграл.

ON THE HISTORY OF TEACHING OF MATHEMATICAL ANALYSIS IN RUSSIA: G.M. FIKHTENGOL'TS

Abstract. We are talking about the contribution of G.M. Fikhtengol'ts (1888 - 1959) in the teaching of mathematical analysis in our country: its lectures at the Leningrad University, classical textbooks - three-volume "Treatise on the differential and integral calculus", two-volume "Fundamentals of the mathematical analysis" and others.

Key words: mathematical analysis, differential and integral calculus, theory of functions of a real variable, integral

Замечательный математик, основатель ленинградской школы теории функций вещественной переменной, положивший (вместе с Л.В. Канторовичем) начало исследованиям по функциональному анализу в Ленинграде, Г.М. Фихтенгольц известен во всём мире прежде всего своими учебниками по математическому анализу [1,2], выдержавшими бесчисленные переиздания, переведёнными на многие языки и получившими широкое распространение по всей планете. Как писали его знаменитые ученики Канторович и И.П. Натансон [3, с. 124],его трёхтомный «Курс дифференциального и интегрального исчисления»[1]представляет собой «одно из лучших по полноте, строгости, ясности и литературному мастерству изложений математического анализа во всей мировой литературе». По этим руководствам к премудростям анализа приобщилось несколько поколений советских математиков. Такой выдающийся мастер в области анализа как профессор механико-математического факультета МГУ Н.В. Ефимов всегда рекомендовал его своим студентам, желавшим разобраться в сложностях излагаемого им материала. И это при том, что в Москве существовала своя, отличная от ленинградской, традиция преподавания и публиковались свои учебники, например, вышедший в 1953 г. известный «Краткий (на 624 страницах! – С.П.) курс математического анализа» А.Я. Хинчина. Одной из основных причин такого успеха учебников Фихтенгольца в Москве, кроме уже указанных их несомненных достоинств, было то, что по своему подходу к основаниям анализа Фихтенгольц проявил себя как тонкий специалист в теории функций вещественной переменной – растения, взращивавшегося в Москве и именно усилиями Фихтенгольца привитого на почве революционного Петрограда. Именно это обстоятельство сделало его изложение близким москвичам, достаточно критически его воспринявших [4]. Курс [1] был составлен как своего рода энциклопедия математического анализа, к которой можно прибегать и для знакомства с математическими тонкостями и разделами, как правило, не входящим в обычные учебники. Так, например, во второй том включён обширный раздел о расходящихся рядах. Впрочем, для овладения основным курсом лучше подходил двухтомник [2], который содержал «меньше материала и потому лучше приспособлен для повседневного использования студентами» [3, с. 124]».Предысторию курса Фихтенгольца следует начинать с творчества его учителя по Новороссийскому университету С.И. Шатуновского, с его теоретико-множественного подхода к основам анализа, получившего своё выражение в опубликованном в 1923 г. «Введении в анализ». Именно под влиянием Шатуновского у него зародился интерес к проблематике теории функций вещественной переменной, разработке задач которой он посвятил многие годы. Существенную роль в становлении Фихтенгольца-педагога сыграл К.А. Поссе – автор самых распространённых в России конца XIX – первой трети XX вв. учебников по дифференциальному и интегральному исчислению. Сотрудничество с ним началось у него ещё в одесский период жизни ,на площадке знаменитого издательства *Mathesis*, в котором он работал по окончании университета. (Этот начальный период жизни и творчества Фихтенгольца, равно как и всей одесской школы конца XIX – начала XX вв., представляет особый интерес. И хотя в последние годы по этим вопросам появился ряд интересных работ, в частности, заметки С.С. Вороновского [5, 6], глубокой их разработке препятствуют внешние обстоятельства.) Сотрудничество с Поссе продолжилось в Петербурге, куда Фихтенгольц переехал в 1913 г. Некоторое время они вместе работали в Электротехническом институте [5, 6]. С учебников для технической школы Фихтенгольц начал своё самостоятельное творчество на ниве педагогической книги: в 1926 г. вышла его «Математика для техников», в 1931 – 33 три тома «Математики для инженеров». И лишь в 1939 увидела свет первая часть «Математического анализа», которая стала прологом к его классическому труду [1].Изучение истории создания этого курса – его зависимости от идей Шатуновского, от методических находок Поссе и других авторов, отечественных и зарубежных, наконец, от научных разработок самого Фихтенгольца – одна из важных задач, стоящих перед современным исследователем.

Литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.-Л.: Гостехиздат. Т. 1. 1947. 690 с.; Т. 2. 1948. 860 с.; Т. 3. 1949. 784 с.

2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. М.-Л.: Гостехиздат. Т. 1. 1955. 440 с.; Т. 2. 1956. 463 с.

3. Канторович Л.В., Натансон И.П. Георгий Михайлович Фихтенгольц (некролог) // Успехи математических наук. 1959, том 14, выпуск 5 (89). С. 123 – 128.

4. Немыцкий В.В. Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. Гостехиздат.М.-Л., 1947, стр. 690, тираж 25 000, цена 16 руб. (рецензия) // Успехи математических наук. 1948, том 3, выпуск 4 (26). С. 181 – 183.

5.Вороновский С.С. К научной биографии Г.М. Фихтенгольца // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН. Годичная научная конференция, 2010. М.: Янус-К, 2011. С. 297 – 299.

6. Вороновский С.С. Эволюция курса математического анализа К.А. Поссе // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годичная научная конференция, посвящённая 120-летию С.И. Вавилова, 2011. М.: Янус-К, 2011. С. 322 – 325.

ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В РАБОТАХ С. О. ШАТУНОВСКОГО

М.А. Подколзина

МГУ им. М.В. Ломоносова, механико-математический ф-т
г. Москва, Ленинские горы, д.1

e-mail: maress@mail.ru

Аннотация. В статье говорится о работах одесского математика начала двадцатого века С.О. Шатуновского, посвященных основаниям математики.

Ключевые слова: С.О. Шатуновский, Одесская математическая школа, начало двадцатого века, основания математики.

На рубеже девятнадцатого и двадцатого веков произошел кризис оснований математики, связанный прежде всего с тем, что были открыты парадоксы теории множеств. В результате чего перед научным сообществом того времени остро встала задача о переосмыслении логических средств, используемых в математических рассуждениях. Крупнейшие ученые начала двадцатого века, такие, как Д. Гильберт (1862-1943), Б. Рассел (1872-1970), Д. Пеано (1858-1932) и др. бросили свои усилия на преодоление возникшей проблемы.

В России начала двадцатого века наибольшее внимание к проблемам математической логики и оснований математики оказалось приковано в Новороссийском университете. Именно там с 1905 по 1920г., когда университет был расформирован, работал С.О. Шатуновский (1859-1929).

Самуил Осипович Шатуновский родился 13 (25) марта 1859 г. в с. Великая Знаменка. Закончил Херсонское реальное училище и дополнительный класс в Ростове, после чего переехал в Петербург, начинал учиться в Петербургском Техническом институте и Институте Путей сообщения, но, будучи увлеченным не техникой, а математикой, перешел в Петербургский университет вольнослушателем. Однако, не имея гимназического аттестата зрелости, Шатуновский не имел возможности официально стать студентом университета, и вынужден был продолжить свое обучение заграницей. В 1885-1886 гг. он жил в Швейцарии, где слушал лекции Г. Вебера (1842-1913). По возвращении в Россию, Шатуновский какое-то время перебивался частными уроками в Бессарабской и Екатеринославской губерниях, где и начал писать свои первые научные работы. В 1893 г. он переехал в Одессу, стал членом Новороссийского общества Естествоиспытателей, сделал на его заседаниях многочисленные доклады. В 1905 г. профессора и преподаватели Новороссийского университета С.П. Ярошенко (1847-1917), И.В. Слешинский (1854-1931), И.Ю. Тимченко (1863-1939) и В.Ф. Каган (1869-1953) обратились к министру народного просвещения с ходатайством о допуске Шатуновского к магистерским экзаменам. Выдержав экзамен, он был избран приват-доцентом Новороссийского университета, и стал читать там лекции. В 1917 г. Шатуновский защитил магистерскую диссертацию «Алгебра как учение о сравнениях по функциональным модулям» [1], во введении в которую целый параграф посвятил закону исключения третьего. В 1921 г. Шатуновский становится профессором одесского Института Народного образования, а с 1922 г. – первым заведующим кафедрой алгебры. Умер 27 марта 1929 года в Одессе.

Наиболее значительные работы С.О. Шатуновского относятся к основаниям математики.

В 1903 г. он пишет работу «UeberdenRauminhaltderPolyèdre»[2], целью которой ставит обосновать понятие объема, не прибегая к теории пределов.

В 1913 г. выходит статья «О постулатах, лежащих в основании понятия о величине»[3]. В ней Шатуновский подробно разбирает задачу обоснования неравенства, вводит восемь постулатов, определяющих термины «равно», «больше» и «меньше». Для этого он каждое из рассматриваемых понятий обозначает, соответственно, буквами α, β и γ. Эти постулаты:

1. По крайней мере одно из трех соотношений aαb, aβb илиaγb имеет место
2. α исключает β, то есть при наличии aαb нет aβb
3. α исключает γ
4. Имеет место aαa
5. αобратимо
6. α транзитивно
7. β транзитивно
8. γ транзитивно

Затем Шатуновский доказывает непротиворечивость и независимость этих постулатов.

Кроме того, Шатуновский активно занимается вопросами обоснования понятия площади, а также математической логикой.

В 1909г. И.В. Слешинский (1854-1931) переводит «Алгебру логики» Л. Кутюра [4], снабжая этот перевод двумя содержательными приложениями, первое из которых составил он сам, второе же написал С.О. Шатуновский.

В своем приложении Шатуновский говорит: «Книга Кутюра, несмотря на все ее достоинства, содержит, как и всякое почти сочинение, кое-какие неясности, которые могут затруднить читателя, незнакомого с предметом. В виду этого я позволю себе привести здесь более полное доказательство формул, помещенных на первых семи страницах» и, действительно, дает им красивые самостоятельные доказательства. В этом приложении С.О. Шатуновский подробно рассматривает принципы тождества и силлогизма.

В своих работах С.О. Шатуновский во многом предвосхитил появившиеся уже после него результаты, стал одним из предшественников современного интуиционизма.

Литература

1. Шатуновский С.О. Алгебра как учение о сравнениях по функциональным модулям, Одесса, 1917
2. ШатуновскийС.О. Ueber den Rauminhalt der Polyèdre, "MathematischeAnnalen", Leipzig, 1903
3. Шатуновский С.О., О постулатах, лежащих в основании понятия о величине. Труды 1 Всероссийского съезда преподавателей математики 27 декабря 1911-3 января 1912г., т.1, Петербург, 1913
4. Кутюра Луи. Алгебра логики. Одесса, Mathesis, 1909, 121 с.
5. Чеботарев Н.Г, С.О. Шатуновский (К 10-летию со дня смерти) Успехи математических наук, 1940, вып.7, 314-421

ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЕНЫЙ И ПЕДАГОГ ЮРИЙ МИХАЙЛОВИЧ КОЛЯГИН

А.А. Русаков,

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия

e-mail: vmkafedra@yandex.ru

Аннотация: Эта статья, - страница о жизненном пути необычайно плодотворного, профессионального математика-методиста Ю. М. Колягина. Его жизнь дела и поступки неизменно сильное благотворное влияние на окружающих будут сказываться еще долгие годы.

Ключевые слова: методика обучения математике, Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки Российской Федерации, педагогический талант.

OUTSTANDING SCIENTIST AND TEACHER YURY MIKHAYLOVICH KOLYAGIN

Abstract: This article, - the page about a course of life of extraordinary fruitful, professional mathematician-methodologist Yu. M. Kolyagin. His life put and acts permanently strong beneficial influence will affect people around still for many years.

Keywords: technique of training in mathematics, Scientific and methodical council for mathematics of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, pedagogical talent.

Юрий Михайлович Колягин
25.04.1927 – 7.11.2016

Старейший член Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки Российской Федерации, в течение многих лет заместитель председателя член бюро Научно-методического совета по математике Колягин Юрий Михайлович доктор педагогических наук, академик Российской академии образования, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заслуженный учитель школы Российской Федерации [1].

Как титульный редактор учебников математики для начальной школы, автор действующих в России учебников алгебры и алгебры и начал анализа для средней школы, автор учебников математики для техникумов, автор методики преподавания мате-матики – учебного пособия для пединститутов в 2-х томах, автор научно-популярных книг по математике, методических пособий для учителей и др., Юрий Михайлович известен не только в России, но и за рубежом. Работы Ю.М. Колягина переведены на английский, испанский, японский, болгарский, польский, афганский языки и языки народов ближнего зарубежья. Яркий, жизнерадостный, необычайно плодотворный, профессиональный математик-методист, так много сделавший для совершенствования образовательного пространства нашей страны, Юрий Михайлович Колягин начинал свою педагогическую деятельность учителем математики в сельской школе.

Родился Юрий Михайлович в г. Красноярске. В 1953 году по совету бабушки и деда поступил в МОПИ им. Н.К. Крупской, одновременно начал работать в сельской школе (Бутовская средняя школа рабочей молодежи) учителем математики.

Потом были первые публикации в журнале «Математика в школе», выпускные экзамены в вузе – на «отлично», аспирантура. После окончания аспирантуры Юрий Михайлович остался работать на кафедре элементарной математики и высшей алгебры МОПИ им. Н.К. Крупской.

В 1963 году Ю.М. Колягин защитил кандидатскую диссертацию по теме «К вопросу о реформе преподавания математики и новой постановки преподавания арифметики в советской школе». В 1971 году – заведующий сектором обучения математике, далее заместитель директора по научной работе НИИ школ МО РФ. В 1977 году – защитил докторскую диссертацию по методике преподавания математики «Роль и место задач в обучении математике». Один из официальных оппонентов, выступивший по докторской диссертации Ю.М. Колягина, вспоминает как мужественно, аргументировано, с огромным достоинством и в то же время интеллигентно Юрий Михайлович отстаивал на Ученом Совете НИИ содержания и методов обучения АПН СССР свою методическую концепцию. В то время это было событие союзного значения.

В течение ряда лет Юрий Михайлович Колягин работал экспертом в Совете ВАК, входил в редакционный совет журнала «Начальная школа», редколлегию журнала «Математика в школе», активно работал заместителем председателя Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки РФ [2].

Педагогическая деятельность академика Российской Академии образования Ю.М. Колягина отмечена высокими наградами: заслуженный учитель РФ (1987 г.), заслуженный деятель науки РФ (2002 г.), медаль К.Д. Ушинского, отличник народного просвещения РСФСР, отличник народного просвещения СССР, медаль «В память 850-летия г. Москвы».

В том, насколько плодотворен, сделанный им в российскую систему образования, вклад убедительно свидетельствует школьная практика. Так учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений «Алгебра и начала анализа», написанный авторским коллективом: Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Сидоров Ю. В., Федорова Н. Е., Шабунин М. И., получивший широкую апробацию и распространение, выдержал уже 14 изданий.

Блестящий педагог, Ю.М. Колягин, глубоко исследовал развитие школьного математического образования от истоков до наших дней, находя и высвечивая в своих работах стержневые моменты ее истории на фоне эволюции всей отечественной образовательной системы. Со своими учениками О.А. Саввиной и О.В. Тарасовой, реализуя свой творческий потенциал и педагогический талант, он издал замечательный трехтомник «Русская школа и математическое образование: Наша гордость и боль». Книга отражает стержневые моменты истории школьного математического образования на фоне эволюции всей отечественной образовательной системы.

Мы коснулись здесь лишь нескольких Вех жизненного пути Юрия Михайловича, но нас всегда поражала его активная жизненная позиция и человеческое обаяние.

Литература

1. Русаков А.А. Юбилей академика РАО Ю.М. Колягина, Проблемы современного образования, № 2, 2012, www.pmedu.ru, электронный ВАК журнал Российской академии образования, стр. 161-166 .
2. Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки Российской Федерации: деятельность и история / под редакцией акад. РАН С.В. Емельянова, проф. С.А. Розановой, проф. А.Г. Яголы, – Ульяновск : УаГТУ, 2014 – 275с.

РАННЯЯ ИСТОРИОГРАФИЯ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Г.И. Синкевич

Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет, СПб, Россия 190005, СПб, Вторая Красноармейская ул., д. 4

e-mail: galina.sinkevich@gmail.com

Аннотация. В статье рассмотрена историография истории математики от IV века до н. э. до первой половины XVIII века.Показано постепенноеформирование методологии истории математики.

Ключевые слова: методология истории математики

INITIAL HISTORIOGRAPHY ONTHE HISTORY OF MATHEMATICS

Abstract. The article describes the historiography of the history of mathematics from the IV century BC, Eudemus of Rhodes, till the first half of the XVIII century, before Montucla's "Histoire des mathématiques".The gradual formation of the methodology of history of mathematics was shown.

Key words: Methodology of History of Mathematics

Первыми работами по истории математики были «История геометрии», «История арифметики» и «История астрономии» Евдема Родосского, охватившие трёхвековой период греческой математики и дошедшие до нас лишь фрагментарно. По свидетельству Л.Я. Жмудя, Евдем выделял три аспекта: указывал «первооткрывателя», наличие строгого математического доказательства, и сравнивал работы нескольких учёных, работавших над одной проблемой [1, с. 277].Исторический экскурс обычно предварял математические работы античных математиков, как например, у Архимеда. Начиная с Диогена Лаэртского стали появляться биографические сборники, краткие изложения классиков с комментариями, также содержащими элементы истории математики. Эти жанры стали доминирующими в позднюю античность вплоть до начала Нового времени, предметом была не только греческая, но и индийская математика (например, трактаты Максима ПланудаXIII в.).

В арабской математической литературе переводы античных классиков на арабский язык сопровождались комментариями и справочной информацией, имевшей характер систематизации математических знаний Греции, Индии и арабского мира; историко-математические сочинения писал Бируни; составлялись сборники биографий математиков в хронологическом порядке и обширные каталоги рукописей с историческими комментариями.

В Европе начиная с XII в. переводят античных классиков, с появлением книгопечатания они широко распространяются. Переводы сопровождались комментариями, выделяется вопрос возникновения методов. Например, в 1559 году И. Бутео[2] дал обзор использования методов Архимеда в античности и средние века, исправил ошибки предшествовавших переводов, доказал, что автором доказательств в «Началах» был Теон Александрийский, который в IV издал «Начала» Евклида в своей редакции. В 1567 г. выходит 3-х томное «Вступление в математику» П. Рамуса[3], содержащее большое историческое описание развития математики. Рамус ввёл периодизацию истории математики, классифицировал математические науки, дал обзор истории преподавания. В 1615 г. выходит «Хронология математических открытий» И.Бьянкани [4], более полная по сравнению с трактатом Раме, и содержащая работы мусульманских математиков. В 1650 г. голландский филолог и историк Г.И. Фосс в 1650 издал «Книгу о природе и строениивсех математических наук с присоединением хронологии математиков» [5]. Как филолог и историк, Фосс привносит в свой очерк методы историко-филологического источниковедения.

В 1685 г. вышел «Трактат об алгебре как исторический, так и практический. Показывающий происхождение, прогресс и постепенные достижения оной; и сообразно этому развитию как достигла она тех высот, на которых сейчас находится. С некоторыми дополнительными исследованиями» Дж. Валлиса[6], во многом опирающийся на трактат Фосса, а также на богатую коллекцию рукописей Бодлианской библиотеки. Несмотря на хронологические ошибки и попытки сместить приоритеты в сторону английских авторов, книга содержит интересный анализ работ. В ней, пожалуй, впервые звучит мысль о прогрессе математики, проявляемой как в совершенствовании формы математической мысли [6, с, 121], так и в независимости развития математики от внешних причин [6, с. 198].

Аннотированием книг Бодлианской библиотеки занимался Э. Бернард, который в 1704 г. издал каталог«Обозрение старых греческих, латинских и арабских математиков»[7]. Большой проблемой для историков того времени было многообразие хронологических канонов: греческого, римского, персидского, арабского мусульманского и арабского христианского, сирийского, коптского, эфиопского. Бернард привёл их к юлианскому календарю, что облегчило датировку рукописей.

В 1707 Б. Бальди написал «Хронику математиков» [8], где все статьи о математиках, в том числе арабских и персидских, расположены в хронологическом порядке. Выходят историко-математические работы Х. Вольфа, в том числе в IV томе «Начальных оснований математических наук» раздел «Краткое рассмотрение знаменитейших математических сочинений» 1730 г. [9]. Большое внимание Вольф уделяет проблеме приоритета Лейбница в открытии дифференциального исчисления. Последняя работа, которая завершает период до Монтюкла, это «История математики» И. Хельброннера, 1742 г. [10]. Следуя Скалигеру и Петавиусу, он выстраивал хронологию по затмениям и по «Aburbecondita», приводил её к значениям «AnteChristumnatum»и «AbAnnoChristi»и упорядочивал историко-математические события по единой шкале. На его сочинение опирался Монтюкла в своей «Истории математики».

Таким образом, в течение первых двух тысячелетий своего существования история математики начала формировать научную методологию: научный анализ работ, источников (оригинальных, переводных, пересказов и комментариев), отделения фактов от интерпретации, составление каталогов и справочников; вопросы персонального и коллективного авторства (национальной школы), анализ применения и преподавания математических методов, хронология. Ещё не появился текстологический анализ, не выделялась цель написания математических работ (исследование, преподавание). Не рассматривалась роль и взаимное влияние древних цивилизаций, - историю математики, как правило, начинали с греков и рассматривали преимущественно в латинской культуре. Едва начинали входить в обиход арабские рукописи, едва упоминались китайские, почти неизвестны индийские. Вопросы национальных приоритетов решались просто, - каждый историк хорошо знал математическую литературу своей страны, отдавая приоритет соотечественникам (как, например, Валлис или Вольф). Так утверждалась историко-математическая память нации, формирование её менталитета. Вплоть до XVII века шло становление абсолютной хронологии, благодаря чему сопоставление математических достижений различных цивилизаций только начиналось. Не выделялись процессы развития, периоды упадка и подъёма, направленность эволюции математики, её самостоятельность, степень зависимости от потребностей времени.

Литература

1. Жмудь Л. Я. История математики Евдема Родосского //Hyperboreus, 3, 1997, p. 274—297.
2. Buteonis, I. De quadraturacirculilibri duo: vbimultorumquadraturaeconfutantur& ab omnium impugnationedefenditur Archimedes; eiusdemAnnotationumopuscula in erroresCampani, Zamberti, Orontij, Peletarij, Io. PenaeinterpretumEuclidis. Lyon, 1559.
3. P. Rami prooemiummathematicum in treslibrosdistributum. Paris, 1567.
4. Blancanus, J. De mathematicarum Natura dissertatio. Una cum Clarorum mathematicorum chronologia. Bologna, 1615.
5. Vossius. De universae matheseos natura et constitutione liber; cui subjungitur chronologia mathematicorum//De quatuor artibus popularibus, de philologia, et scientiis mathematicis. Cui operisubjungiturChronologiaMathematicorum. Libritres. Amsterdam, 1660.
6. Wallis J. Treatise of algebra both Historical and Practical. Shewing, the Original, Progress and Advancement thereof, from time to time; and by what Steps it hath attained to the Heighth at which now it is. With some additional Treatises. London. M.DC.LXXXV.
7. Robert Huntington (bp. of Raphoe), Edward Bernard, Thomas Smith. Epistolae: Et VeterumMathematicorum, Graecorum, Latinorum, &Arabum, Synopsis, typis G. Bowyer, impensis A. & J. Churchill, 1704.
8. Baldi, B. Cronica de matematici: overo Epitome dell' istoria delle vite loro. Urbino,1707.
9. Wolff, Ch. Elementa matheseosuniversae ..volIV, 1730.
10. Heilbronner J. Ch. Historiamatheseosuniversae: a mundoconditoadseculum P. C. N. XVI praecipuorummathematicorum vitas, dogmata, scripta et manuscriptacomplexa; Acceditrecensioelementorum, compendiorum et operummathematicorumatquehistoriaarithmetices ad nostra tempora. Lipsiae, 1742.

А. В. ВАСИЛЬЕВ И МЕЖДУНАРОДНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ СООБЩЕСТВО В КОНЦЕ XIX – НАЧАЛЕ XX ВЕКОВ

Ю. Ю. Царицанская

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

e-mail: *yulia.tsaritsanskaya@gmail.com*

Аннотация. В настоящей работе рассмотрен вклад А. В. Васильева (1853-1929) в процесс формирования международного математического сообщества в кон. XIX – нач. XXвека. Выявлены важнейшие направления его деятельности на международном уровне: популяризация результатов русских ученых за границей (прежде всего, Н. И. Лобачевского); распространение новейших европейских философских и математических теорий в России; участие в подготовке и организации научных мероприятий международного уровня (математических и философских конгрессов и т.д.).

Ключевые слова: Васильев Александр Васильевич, Казанское физико-математическое общество, премия имени Н. И. Лобачевского, международные математические конгрессы

A. V. VASSILIEV AND INTERNATIONAL MATHEMATICAL COMMUNITY AT THE END OF 19TH CENTURY AND THE BEGINNING OF THE 20TH CENTURY

Abstract. This paper is devoted to the contribution of A. V. Vassiliev to the formation process of international mathematical community at the end of 19th century and the beginning of the 20th century. The most important areas of activity were identified: popularization of the results of Russian scientists abroad (primarily, Lobatchevski); the spread of new European philosophical and mathematical theories in Russia; participate in the preparation and organization of international scientific events (mathematical and philosophical congresses, etc.).

Key words: Vassiliev Alexander Vassilievich, physical-mathematical society of Kazan, prix Lobatchevski, international congresses of mathematicians

А. В. Васильев родился 24 июля 1853 г. в Казани. По матери А. В. Васильев – внук ректора Казанского университета, астронома, члена-корреспондента Петербургской академии наук Ивана Михайловича Симонова (1794–1855). Отец А. В. Васильева, Василий Павлович Васильев (1818–1900), выдающийся китаевед, был профессором Казанского университета и членом-корреспондентом Петербургской академии наукс 1866 г.

А. В. Васильев окончил физико-математический факультет Петербургского университета (1874 г.) и был приглашен для преподавания в Казанский университет. В 1879 г. он был направлен в заграничную командировку для подготовки магистерской диссертации. Он слушает лекции К. Вейерштрасса, Э. Куммера и Л. Кронекера в Берлине, а затем – лекции Ш. Эрмита в Париже. За время этой командировки он приобретает множество знакомств с европейскими математиками, в частности, с учениками К. Вейерштрасса – С. В. Ковалевской и Г. Миттаг-Леффлером.

Вернувшись в Казань, он защищает магистерскую диссертацию «О функциях рациональных, аналогичных функциям двояко-периодическим» (1880), а в 1884 г. –

докторскую диссертацию «Теория отделения корней систем алгебраических уравнений».

В 1884 г. А. В. Васильев возглавляет Казанское физико-математическое общество, которое в 1893 г. становится центром организации празднований по случаю столетия со дня рождения Н. И. Лобачевского. По инициативе А. В. Васильева была организована денежная подписка, на средства от которой был установлен памятник Н. И. Лобачевскому (1896 г.), а также учреждена премия имени Лобачевского за лучшие результаты в области геометрии. Одними из первых лауреатов премии стали С. Ли, Д. Гильберт, Ф. Шур, Г. Вейль и др.

Торжества в 1896 г. послужили важным этапом подготовки Первого международного математического конгресса: для обсуждения организационных вопросов в Казань в 1896 г. приезжали Дж. Б. Гальстед, Ш.-А. Лезан, Э. Лемуан.

А. В. Васильев являлся активным участником международной научной жизни: он был членом Французского и Немецкого математических обществ, а также Математического кружка в Палермо, сотрудничал с несколькими научными изданиями, в частности, с 1883 по 1897 г. составлял рефераты работ русских математиков по анализу для немецкого сборника «Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik».

В 1906 г. в связи с избранием в Первую Государственную думу от Казанской губернии, а затем в 1907 году – в Государственный совет, Васильев переезжает в Петербург. Здесь он преподает в университете, в Педагогической академии, на Высших женских (бестужевских) курсах.

Работая в Петербурге, Васильев продолжает практически ежегодно ездить за границу, принимая активное участие в научной жизни Европы: посещает съезды немецких естествоиспытатей, международные конгрессы по математике (в частности, в 1908 г. на IV Международном математическом конгрессе в Риме его избирают одним из вице-президентов), международные философские конгрессы и др.

В период с 1913 по 1915 г. совместно с П. С. Юшкевичем Васильев выпускает серию сборников «Новые идеи в математике» (СПб., вып. 1–10).В сборники вошли переводы работ таких известных европейских математиков и философов науки, как Э. Мах, А. Пуанкаре, П. Ланжевен, Г. Минковский, М. Лауэ, Ф. Клейн, Г. Кантор, Б. Рассел, Г. Грассман, В. Вундт и многие другие.

Первая мировая война нарушила регулярность созыва международных конгрессов, и снова А. В. Васильев становится одним из наиболее активных деятелей в процессе восстановления разрушенных войной связей – об этом свидетельствует, в частности, его переписка с Г. Миттаг-Леффлером.

В 1923 г. А. В. Васильев переезжает в Москву, где продолжает научную и педагогическую деятельность. Кроме того, он принимает участие в работе редакционной комиссии по изданию трудов Н. И. Лобачевского под руководством Д. Ф. Егорова, которое должно было быть приурочено к столетию открытия неевклидовой геометрии. Празднование этого события проходило в Казани в 1926 г., А. В. Васильев выступил там с речью «Идеи и заветы Лобачевского».

Подводя итоги, к важнейшим направлениям научно-организационной деятельности А. В. Васильева можно отнести популяризацию результатов русских ученых за границей, распространение новейших европейских научных теорий в России, участие в подготовке и организации научных мероприятий (математических и философских конгрессов и т.д.).

БИОМЕХАНИКА ДВИЖЕНИЙ ЧЕЛОВЕКА В РАБОТАХ В.П. ГОРЯЧКИНА

Чиненова В.Н.

Московский Государственный университет им. М.В. Ломоносова

119992, Москва, Ленинские горы, МГУ, мехмат ф-т

Тел.: 89175446327, e-mail:v.chinenova@yandex.ru

(При финансовой поддержке РГНФ № 16-03-50081)

Аннотация. В статье рассматривается применение В.П. Горячкиным методов классической механики к изучению механики движений человека.

Ключевые слова: моделирование перемещения человека, теория машин и механизмов.

BIOMECHANICS OF HUMAN MOVEMENT IN THE WORKS OF V. P. GORYACHKIN

Abstract. The article discusses the use of Vasil Goryachkina methods of classical mechanics to the study of mechanics of human movement.

Key Words: simulation move the man, theory of machines and mechanisms

Академик В. П. Горячкин, основоположник новой научной дисциплины «Земледельческая механика», сформулировал концепцию «человек-машина-среда». Специфической особенностью большинства с.х. машин является то, что ими управляет человек-оператор, и Горячкин изучает его рабочие движения, при которых нагрузка на руки и ноги оператора была бы минимальной. На основе двигательных функций конечностей человека и животных им разработаны схемы механических шагающих и колесных систем, преодолевающих препятствия в различных условиях.

В конце 1927г. на годичном собрании Сельскохозяйственной Академии им. К.А.Тимирязева Василий Прохорович Горячкин выступил с докладом о применении методов классической механики к изучению механики живого организма[1]. Исследование Горячкина посвящено важному разделу теории механизмов, получившему развитие уже в наши дни в теории структуры манипуляторов и роботов.На эту же тему он написал статью «Механические тракторы и живые двигатели», которая опубликована в его Собрании сочинений [2] и брошюру «Работа живых двигателей» [3].

Вопрос оценки затрат мышечной энергии человека при ходьбе является довольно сложным. Эти соображения связаны с необратимостью действия мышц, при которой любая механическая работа, выполняемая мышцей, вызывает затраты энергии организма, независимо от того, сокращается мышца или удлиняется.

В брошюре «Работа живых двигателей» Горячкин приводит «условия наивыгоднейшей (оптимальной) работы» живых двигателей: «Maximumпродолжительности работы ограничивается необходимостью отдыха и сна.

Обыкновенно нормальными условиями работы считается: 1/3 максимального усилия, 1/3 максимальной скорости или пути и 1/3 времени суток» [3, с.3].

В разделе «Характер работы живых двигателей» (описана плоская задача) Горячкин замечает, что для работы и движения животные управляют весом своего тела, то, нарушая, то, восстанавливая его равновесие при помощи перестановки членов тела. Равновесие тела животных при движении вообще малоустойчиво, так как центр тяжести расположен высоко над опорой (например, у человека выше тазобедренного сустава).

Когда человек выставляет одну из ног вперед, туловище его перекачивается и, потеряв равновесие, начинает падать, а центр тяжести опускается. В конце падения нога снова встречается с землей, а тело, по инерции, продолжает движение вперед, причем центр тяжести его, как у опустившегося маятника, снова поднимается. Таким образом, работа при опускании тела превращается в запас работы, которая затем возвращается в виде полезной работы поднятия тела. Перестановка ног и рук достигается отчасти мускульными усилиями, отчасти подобным маятникообразным размахиванием при помощи их веса.

Анализируя работу человека шагом без груза, Горячкин пишет: «Движение человека, по крайней мере, шагом, совершается, главным образом, действием одной тяжести; участие же мышечной силы при этом, по мнению Сеченова и других, ничтожно» [3, с.10]. Туловище человека перекачивается в тазобедренном суставе подобно обращенному маятнику, причем центр тяжести последовательно поднимается и опускается на высоту нескольких сантиметров. Можно рассчитать, что работа при ходьбе по горизонтальному пути составляет около одной пятнадцатой (1/15) доли работы поднятия тела пешехода на высоту, равную пройденному пути. В соответствии с этим заключением, человек массой 75 кг на шаг длиной 0,7 м затрачивает около 35 Дж энергии.

Способ перемещения на ходулях особенно наглядно подтверждает преобладающее значение силы тяжести при движении. При подъеме в гору или по лестнице, человек при каждом простом шаге приподнимает центр тяжести на некоторую высоту. Для восхождения на Монблан в 3,76 км в течение 17-ти часов требуется затрата работы для человека весом 70 кг: 3760x70=263000кгм

Заметим, что на эту работу В.П. Горячкина ссылается А.М. Формальский в своей книге «Перемещение антропоморфных механизмов [4, с. 223-225].

Особое внимание Горячкин уделяет работе человека на рукоятке, на рычаге и работе весом. Он пишет: «По характеру такая работа невыносима, вследствие отсутствия необходимых периодических, хотя бы и кратких, перерывов в мускульном напряжении ног»[3, с.15].

Далее он оценивает работу живых двигателей: лошади, вола, коровы, верблюда, собаки и ставит вопрос о производительности полевых сельскохозяйственных машин.

Наследие, оставленное нам академиком В.П. Горячкиным, хотя и относится к прошлому теории механизмов и машин, но несет в себе те ростки, которые дали невиданную по масштабам своего развития теорию и практику создания новых, высокопроизводительных и эффективных машин и систем машин, тех новых машин, появление которых решало и будет решать проблемы народного хозяйства и исследований законов природы.

В настоящее время биомеханические задачи выдвинуты на передний план робототехники. В Институте Механики МГУ им. М.В. Ломоносова изучается проблема управления ходьбой пяти-семизвенных антропоморфных механизмов (на двух ногах) путем приложения импульсных воздействий. Исследование динамики ходьбы и проблем управления ею важно для исследования и моделирования процесса перемещения человека, для конструирования протезов, шагающих роботов. Ряд этих вопросов, имеющих и самостоятельное значение, рассматриваются и решаются в книгах В.В. Белецкого [5],А.М. Формальского [4] и др. современных исследователях.

Литература

1. Горячкин В.П. «Механика живой природы» - Речь на годичном собрании Совета Оп. Учреждении С.-Х. (б. Петровской) Академии имени К.А. Тимирязева. 4 декабря/ 21 ноября 1927 г.
2. «Механические тракторы и живые двигатели». – Собрание сочинений академика В.П.Горячкина в семи томах. Т. II. С. 224. М.: «Сельхозгиз». 1937.
3. Горячкин В.П. «Работа живых двигателей».– М.: Издание Т-ва «Агроном». 2-е изд. 1914.
4. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов.Серия: Научные основы робототехники. М.: Наука. 1982г., 368с.
5. Белецкий В.В. Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.:Наука. 1984. 288с.

Секция 6. Синергия математического образования в школе и вузе на основе адаптации современных достижений в науке

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ИНТЕРАКЦИЯ КАК СПОСОБ РЕАЛИЗАЦИИ СИНЕРГЕТИЧЕСКИХ ИДЕЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

М.С. Артюхина, О.И. Артюхин

Арзамасский филиал Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Арзамас, Россия

e-mail: marimari07@mail.ru

Аннотация. В статье раскрыто понятие педагогической интеракции. Педагогическое взаимодействие в процессе обучения математике представлено педагогическим общением опосредованным информационными технологиями.

Ключевые слова: педагогическая интеракция, взаимодействие, диалог.

PEDAGOGICAL INTERACTION AS THE WAY OF REALIZATION OF THE SYNERGETIC IDEAS IN MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract. The concept of a pedagogical interaction is presented in article. Pedagogical interaction in the course of training in mathematics is presented by pedagogical communication and information technologies.

Key words: pedagogical interaction, interaction, dialogue

В настоящее время исследователи современной педагогики осознают значимость и важность применения принципов синергетики в образовании. Основными понятиями синергетики являются открытость, нелинейность, неравновесность, которые можно применить к системе образования. Так, систему образования можно считать открытой, поскольку, во-первых, в ней постоянно идет процесс обмена информацией (знаниями) между преподавателем и обучающимся (обратная связь), целенаправленного добывания информации. Во время этого процесса появляются новые цели, методы и средства обучения. Во-вторых, меняется содержание образования, т.к. оно не соответствует системе знаний и умений обучающихся в данный момент. Возникает нелинейность, как процесса, так и результата. Результат образовательного процесса всегда отличен от замыслов его участников. В-третьих, постоянно увеличивающееся образовательное информационное пространство выводит систему из устойчивого равновесия.

Одним из направлений внедрения синергетических методов в систему образования является педагогическая интеракция или взаимодействие.

Педагогическое взаимодействие в процессе обучения математике представлено педагогическим общением как категория «отношение», основанное на следующих принципах:

- взаимосвязь организации и самоорганизации (самоорганизация выступает объективным основанием для активизации человеческой деятельности, организация является способом упорядочивания отмеченной инициативы в том или ином виде. Самоорганизация может привести и к негативным последствиям, поэтому она нуждается в корректировке и поддержке со стороны педагога. Организующая роль преподавателя должна быть направлена на инициирование и поддержку процессов развития, гибкое упорядочивание внешних факторов с использованием комплекса необходимых базовых механизмов обеспечения эффективной педагогической интеракции, без которых невозможно разрешить проблемы обеспечения развития индивидуальной активности);
- самодостраивание и самоструктурирование (осуществление воздействий на педагогическую систему для ее целенаправленного движения; планирование направленное на индивидуальную активность);
- порождение, соучастие и сотворение (порождение собственных идей и суждений, причастия к обсуждаемой проблеме; участие во всех видах педагогических взаимодействий, направленных на свое личностное развитие);
- системность, целостность и доступность (взаимосвязь и согласованность всех компонентов и средств в осуществлении педагогического взаимодействия; доступность каждому участнику взаимодействий возможности в освоение и применение всех средств педагогического взаимодействия).
- мотивирование и мягкое регулирование (совокупность управляющих механизмов педагогического взаимодействия) [1].

Соответственно, совокупность опосредующих механизмов педагогической интеракции - объединяется понятиями система, диалог, саморефлексия, творчество.

В процессуальном аспекте педагогическая интеракция – продуктивное межличностное взаимодействие педагога, студентов, которое характеризуется рядом признаков:

Педагогическое взаимодействие проявляется в добровольной и долговременной деятельности педагога и студента, на основе внутренней мотивации и желании профессионального и личностного роста. Образовательное взаимодействие направлено на развитие специфических видов деятельности: творческой, коммуникативной, самостоятельной, исследовательской, рефлексивной. Изменения, происходящие в становлении личности обучающегося, обеспечивают самоактуализацию личности, через развитие таких качеств личности как креативность, коммуникабельность, самостоятельность, саморегуляция, самооценка, саморефлексия и самоценность. Целью обучения студентов становится творческое преобразование действительности и самого себя.

Информационное взаимодействие в развивающейся образовательной среде вуза трансформирует педагогическое взаимодействие в процессе обучения математике. Диалог видоизменяется, наполняется современными информационными и коммуникационными технологиями. Информационная образовательная среда для организации педагогического взаимодействия обогащается принципиально новыми аппаратными и программными технологиями, интерактивными средствами обучения, на базе ИКТ и методическим обеспечением [2].

Таким образом, обучение математике, посредством педагогической интеракции, представляется как диалогическое взаимодействие, взаимодеяние, взаимотворение и совместное порождение нового знания, при этом субъект-объектное и субъект-

субъектное взаимодействие обеспечивают личностный рост всех участников образовательного процесса.

Литература

1. Артюхина М.С. Теоретико-методологические основы интерактивного обучения математике в информационно-образовательной среде вуза // Педагогика и просвещение. - 2016. - № 2. - С.176-185. DOI: 10.7256/2306-434X.2016.2.18997
2. Дворяткина С.Н. Модификация методов диагностики качества усвоения студентами учебного математического материала в контексте фрактального подхода на основе ИКТ // Современные информационные технологии и ИТ-образование. - 2015. - Т. 1. - № 11. - С. 239-243.

О РЕАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ В РЕСПУБЛИКЕ САХА (ЯКУТИЯ)

В.И. Афанасьева, М.С. Аммосова, Г.М. Семенова

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск, Россия

e-mail: *imidirektor@mail.ru*, *amarita@mail.ru*, *SGM.08@yandex.ru*

Аннотация. В статье приводятся некоторые из основных задач, поставленных в Северо-Восточном федеральном университете им. М.К.Аммосова по реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации.
Ключевые слова: математическое образование, Концепция развития, университет

ON REALIZATION OF RUSSSAIN FEDERATION MATHEMATICAL EDUCATION CONCEPT IN SAKHA REPUBLIC (YAKUTIA)

Abstract. The article presents some of the main problems raised in the North-Eastern Federal University in Yakutsk (NEFU) to implement the Russian Federation Mathematical Education concept.
Key words: mathematical education, development concept, university

Распоряжением Правительства Российской Федерации № 2506-р от 24 декабря 2014 года утверждена Концепция развития математического образования в Российской Федерации, Министерством образования и науки Российской Федерации разработан План мероприятий по реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации. Согласно Плану мероприятий, органы исполнительной власти субъектов Российской Федерации, осуществляющие государственное управление в области образование, должны осуществлять руководство по реализации принятых документов, взять на контроль выполнение плана мероприятий. В Республике Саха (Якутия) в целях реализации данной Концепции, Распоряжением Правительства утвержден «Комплексный план мероприятий по развитию математического образования в Республике Саха (Якутия) на 2016-2020 годы», при подготовке которого активное участие принял и Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.Аммосова (СВФУ). По плану, на университет возложены такие виды работ, как организация и проведение курсов повышения квалификации, семинаров для учителей математики по реализации ФГОС основного общего образования нового поколения и повышению качества обучения математике, систематическое проведение методической олимпиады для учителей математики и студентов, проведение семинаров для учителей математики г. Якутска. СВФУ принимает активное участие в работе регионального отделения «Ассоциации учителей математики», совместно с Малой академией наук РС(Я) участвует в организации и проведении международных, всероссийских и республиканских конкурсов, предметных олимпиад обучающихся по математике, в т.ч. в дистанционной форме, участвует в реализация проекта «Одаренный ребенок» по раннему выявлению задатков и развитию способностей детей дошкольного и младшего школьного возраста в дошкольных образовательных организациях.

В СВФУ в 2011 году разработана и на уровне университета принята к реализации Программа развития фундаментального математического образования в СВФУ, предусматривающая поддержку академического бакалавриата по направлению Математика. Целью проекта является совершенствование подготовки в современных условиях высококвалифицированных специалистов в области аналитики, имеющих фундаментальное математическое образование и способных применять математические методы для решения проблем экономики и финансов, естественнонаучных задач, анализа деятельности систем и других задач, требующих приложения математического аппарата и современных информационных технологий. Основополагающими факторами при разработке данной программы являлись приоритет фундаментального математического образования, межвузовское сотрудничество, возможность прохождения студентами учебных и научных стажировок, ежегодное обновление программы, ее индивидуализация, а также обучение с применением современных методов и технологий. В рамках данного проекта за годы реализации Программы фундаментального математического образования совместно с Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова для студентов математиков проводятся зимние и летние школы на базе механико-математического факультета МГУ, проведен международный молодежный научный семинар в Кильском университете (Великобритания). Реализация Программы фундаментального математического образования СВФУ также вошла в Комплексный план мероприятий по развитию математического образования в РС(Я).

Одним из показателей конкурентоспособности университетов не только в Российской Федерации, но и на мировом рынке образовательных услуг, является удельный вес студентов, обучающихся по образовательным программам магистратуры и аспирантуры. В СВФУ ректором поставлена задача о «создании новой группы оригинальных образовательных программ, которые обеспечат развитие следующего поколения исследователей и общественных/ социальных лидеров» (из доклада ректора СВФУ Е,И.Михайловой на активе университета 30.08.2016). В связи с чем, кроме реализуемых с 2016/2017 уч. года образовательных программ по направлению Педагогическое образование, по профилям: математическое образование в профильной школе, учитель-исследователь в области математического образования (по авторской программе профессора НГПУ А.Ж.Жафярова), математическое образование в условиях билингвального обучения, инновационные процессы и технологии в обучении математике, необходимо разработать образовательные программы по промышленной (индустриальной) математике, по финансовой математике и статистике. А для проекта по устойчивому развитию Севера необходимо разработать магистерскую программу по математическому моделированию устойчивого регионального и муниципального развития. Все это является частью Плана мероприятий СВФУ по развитию математического образования до 2020 года. Надеемся, что в ходе работы по выполнению намеченных планов, задачи, поставленные перед нами, будут реализованы, и своей работой в университете, совместной работой с Министерством образования Республики Саха (Якутия) будет внесен достойный вклад в реализацию Концепции развития математического образования в Российской Федерации.

СИНЕРГИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА. МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ

Г.Г. Битнер

Московский технологический университет (МИРЭА)
г. Москва, пр. Вернадского, д. 78,
e-mail, ggbitner@mail.ru

Аннотация. В докладе предложены методы и технологии синергии математического образования будущих инженеров
Ключевые слова: синергия, математическое образование, исследовательский метод, деятельностный подход

SYNERGY OF MATHEMATICAL EDUCATION OF STUDENTS OF TECHNICAL COLLEGE. METHODS AND TECHNOLOGIES

G. G. Bitner

Moscow technological university (MIREA), Moscow, Vernadsky Ave., 78,
ggbitner@mail.ru

Abstract. In the report methods and technologies of a synergy of mathematical education of future engineers are offered
Keywords: synergy, mathematical education, research method, activity approach

Математика является одной из важнейших дисциплин, способствующей раскрытию потенциала человека, развитию его личности. Она закладывает фундаментальные качества личности, а вместе с тем и фундамент нашего общества. Выдающийся швейцарский педагог И.Г. Песталоцци не раз отмечал, что обучение математике чрезвычайно существенно для улучшения экономического развития страны и для подъема благосостояния народа.

Одним из основных методов, генерирующих синергию математического образования будущих инженеров, является исследовательский метод на основе деятельностного подхода. Синергия – это конкретный, хорошо продуманный и организованный процесс, целью которого является эффективное развитие будущего специалиста. Поэтому проектирование учебной деятельности необходимо начинать не с формулировки некоторой системы знаний обучения, а с анализа деятельности будущих инженеров, анализа предпочтений работодателей. Только после этого могут быть определены необходимые знания, которые по отношению к деятельности играют служебную роль, объясняя практические действия [2].

Вовлечение студентов в исследовательскую деятельность позволит не только сохранить известные в мире российские научные школы, но и вырастить новое поколение исследователей, ориентированных на потребности инновационной экономики знаний. Исследовательский метод обучения, при котором обучающийся как бы ставится в положение исследователя, возник и применялся уже в двадцатых годах прошлого века. Сегодня исследовательская деятельность является не только одним из важнейших способов получения и осмысления обучающимися знаний, но и выступает как средство самореализации, самообразования, развития человека, оказывает положительное влияние не только на интеллектуальную, но и на эмоционально-волевую сферу личности. Основу концепции деятельностного подхода к обучению составляет положение: усвоение содержания обучения и развитие ученика происходит в процессе его собственной деятельности. Деятельностный подход ориентирует учащихся не только на усвоение знаний, но и на способы усвоения, на образцы и способы мышления и деятельности, на развитие познавательных сил и творческого потенциала учащегося [1].

Организация исследовательской деятельности зависит от степени самостоятельности и уровня исследовательского потенциала обучающегося, т.е. строится на основе деятельностного подхода.

1-й уровень. Обучающийся осознает сформулированную проблему, следит за последовательностью действий и контролирует степень убедительности решения проблемы. Основная цель состоит в знакомстве студентов с логикой поиска решения. Организационной формой может выступать эвристическая беседа преподавателя с группой студентов.

2-й уровень. На данном уровне осуществляется поэлементная подготовка обучающихся к самостоятельной постановке проблем и их решению. Технология может быть реализована посредством организации групповой деятельности студентов. Причем группа должна быть по возможности однородной, т. е. состоять из студентов с одинаковым исследовательским потенциалом.

3-й уровень. Обучающийся самостоятельно выполняет исследование. Одним из наиболее популярных средств организации целостного учебного исследования является выполнение обучающимися исследовательских проектов. На данном уровне формируется научное мышление обучающихся, овладение ими методами исследовательского познания. Для студентов с высоким исследовательским потенциалом возможна организация индивидуальной работы над исследовательским проектом. Тема исследовательского проекта может быть связана с углубленным изучением математического содержания.

Таким образом, получаем три основных процесса в синергетическом действии – это адекватное планирование, эффективный обмен знаниями, информацией и текущая координация работы. Соотнося и дополняя один вариант другим, можно получать синергетические эффекты.

Литература

[1] Атанов Г.А. Деятельностный подход в обучении. – Донецк: ЕАИ-пресс, 2001.–160 с.

[2] Битнер Г.Г. Деятельностный подход в формировании математической культуры будущих инженеров: Тезисы докладов Российской Школы – конференции с международным участием «Математика, информатика, их приложения и роль в образовании». Проблемы образования. М.: РУДН, 2009. С.250-256.

ПРИМЕНЕНИЕ СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ИССЛЕДОВАНИЮ ОБЪЕКТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В.В. Богун

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского
e-mail: vvvital@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы применения синергетического подхода при реализации процесса обучения математике студентов вузов с точки зрения организации учебной деятельности малых групп учащихся в рамках лабораторного практикума с применением различных информационно-коммуникационных технологий.

Ключевые слова: синергетический подход в педагогике, объекты математического анализа, информационно-коммуникационные технологии.

Работа выполнена в рамках гранта РНФ № 16-18-10304

APPLICATION SYNERGETIC APPROACH TO THE OBJECT OF STUDY MATHEMATICAL ANALYSIS USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES

Abstract. In article questions of application of synergetic approach at realization of process of training in mathematics of students of higher education institutions from the point of view of the organization of educational activity of small groups of pupils within a laboratory practical work with application of various information and communication technologies are considered.

Key words: synergetic approach in pedagogics, subjects of the mathematical analysis, information and communication technologies.

В настоящее время при реализации процесса обучения математике применяются различные средства информационно-коммуникационных технологий с целью повышения мотивации учащихся к учебной деятельности, формирования теоретического и практического мышления обучаемых, а также повышения эффективности решения учебных, прикладных, профессионально-ориентированных и научно-исследовательских задач [1–6].

Однако подобные инновации следует использовать рационально в учебном процессе и без вреда с точки зрения достижения основной цели обучения – получения учащимися взаимосвязанного набора знаний, умений и навыков, необходимого для успешной реализации дальнейшей профессиональной деятельности.

Синергетический подход является сам по себе инновационным и заключается в том, что определенное конечное множество объектов, объединяясь произвольным образом, могут создавать различные системы со своими уникальными свойствами, характеристиками и законами.

Синергетический подход может проявиться в процессе изучения студентами математики при реализации лабораторных аудиторных занятий в рамках малых групп, направленных на исследование определенных процессов и объектов.

Богуном В.В. совместно со Смирновым Е.И. разработан лабораторный практикум по математическому анализу, суть которого состоит в изучении определенных математических объектов (пределы числовых последовательностей, алгебраические уравнения, определенные интегралы, дифференциальные уравнения первого порядка) с применением различных средств информационно-коммуникационных технологий (графического калькулятора [7] и персонального компьютера [8]) на основе применения синергетического подхода.

В данном случае синергетический подход проявляется в рамках нахождения студентами определенных заранее неизвестных закономерностей с точки зрения полученных значений промежуточных и итоговых результатов в зависимости от варьируемых значений исходных данных с применением численных методов решения задач. Необходимо отметить, что при проведении лабораторного практикума по математическому анализу реализация синергетического подхода отражается как локальном, так и на глобальном уровне. Применение синергетического подхода на локальном уровне подразумевает реализацию малой группой студентов отдельной лабораторной работы с точки зрения реализации сравнительного анализа численных методов расчетных алгоритмов с выдвижением и доказательством соответствующей гипотезы. На глобальном уровне синергетический подход проявляется в проведении сравнительного анализа зависимостей параметров расчетных алгоритмов и значений результатов вычислений с точки зрения всей группы студентов.

Авторские программы для графического калькулятора и персонального компьютера при реализации рассматриваемого лабораторного практикума позволяют исследовать сложные явления и процессы с точки зрения межпредметных связей через призму построения различных концептуальных, математических и информационных моделей в сочетании с наглядностью, удобством использования и возможностями непосредственного сравнительного анализа как различных методов решения, так и значений промежуточных и итоговых результатов при условии варьирования значений исходных данных.

Перечислим названия лабораторных работ:

1. Расчет значений минимальных номеров приближения к пределу числовых последовательностей вида $x_n = \dfrac{a_2 n^2 + a_1 n + a_0}{b_2 n^2 + b_1 n + b_0}$ (для $\varepsilon > 0$, $a_2 \neq 0$, $b_2 \neq 0$, $\left| x_n - \dfrac{a_2}{b_2} \right| < \varepsilon$) с использованием методов золотой пропорции, Фибоначчи, половинного деления (дихотомии) и их сравнительный анализ.

2. Приближенные решения алгебраических и трансцендентных уравнений с использованием метода половинного деления (дихотомии), комбинированного метода хорд и касательных (Ньютона), метода золотой пропорции и их сравнительный анализ.

3. Приближенные вычисления значений определенных интегралов по формулам средних прямоугольников, прямоугольных трапеций, параболических трапеций (Симпсона) и их сравнительный анализ.

4. Приближенные решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с использованием методов Эйлера, Рунге-Кутта второго, четвертого порядков точности и их сравнительный анализ.

Необходимо отметить, что при выполнении студентами вузов лабораторных работ по математическому анализу, содержание и методика проведения которых согласуется с синергетическим подходом в педагогике, осуществляется научно-исследовательская деятельность, направленная на повышение у обучаемых мотивации к образовательному процессу и формирование необходимого уровня практического мышления.

В рамках лабораторных работ деятельность студентов подразумевает выполнение сравнительного анализа применяемых численных методов решения представленной задачи и зависимостей между варьируемыми значениями исходных данных и получаемых значений необходимых результатов с использованием программ для графического калькулятора и персонального компьютера.

Литература

1. Богун В.В., Смирнов Е. И. Использование графического калькулятора в обучении математике [Текст]: Труды III Колмогоровских чтений. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005. – с. 238-249.

2. Смирнов Е. И., Соловьев А. Ф., Буракова Г. Ю. Дидактический модуль по математическому анализу: теория и практика. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2002. – С. 181.

3. Богун В.В. Применение дистанционных учебных проектов при обучении математике // Высшее образование в России. – 2013. – № 5. – С. 114-119.

4. Маркова, А.К., Матис, Т.А., Орлов, А.Б. Формирование мотивации учения [Текст]: кн. для учителя / А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б. Орлов. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.

5. Теплов, Б.М. Ум полководца [Текст] / Б.М Теплов // учеб. пособие. – М.: Педагогика, 1990. – 208 с.

6. Богун В.В. Информационные особенности динамической системы мониторинга дистанционных расчетных проектов // Ярославский педагогический вестник. – 2011. – № 1. – С. 185-193.

7. Богун, В.В., Смирнов Е.И. Лабораторный практикум по математике с графическим калькулятором [Текст]: учеб. пособие. – Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2010. – 272 с.

8. Богун, В.В. Лабораторный практикум по исследованию функций вещественного переменного с применением программ для ЭВМ [Текст]: учеб. пособие. – Ярославль: Изд-во «Канцлер», 2014. – 84 с.

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ОРИЕНТАЦИЯ СТУДЕНТОВ-ГУМАНИТАРИЕВ И ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

С.Н. Бычков

Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия

e-mail: bytc@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы профессионально-ориентированного обучения математике студентов-гуманитариев с точки зрения синергии образования в школе и вузе на основе адаптации современных достижений науки.

Ключевые слова: математика для гуманитариев, базовый уровень, метапредметные результаты, моделирование, теория информации.

PROFESSIONAL ORIENTATION OF HUMANITIES STUDENTS AND MATHEMATICS TEACHING AT SCHOOL

Abstract. Problems of professionally oriented mathematics teaching to humanities students are considered in the article from the point of view of school and university education synergy based on the modern science achievements adaptation.

Key words: mathematics for humanities students, basic level, metasubject results, modeling, information theory.

При обсуждении вопроса о преподавании математики студентам гуманитарных специальностей указывалось на целесообразность «создания для разных гуманитарных направлений математических программ, отличающихся своей профессионально-ориентированной частью» [1, с. 569]. Поддерживая этот общий тезис авторов данной работы, следует в то же время отметить, что в новых школьных ФГОС акцент в преподавании (в том числе и математики) делается в первую очередь на личностных и метапредметных результатах, которые рассматриваются как предпосылка достижения результатов предметного характера. С формальной точки зрения это – разнонаправленные процессы. Создаются ли тем самым дополнительные трудности в преподавании математики студентам-гуманитариям или, наоборот, открываются новые возможности в учете их профессиональной ориентации?

Не секрет, что многие будущие студенты-гуманитарии избирают не углубленный, а базовый уровень изучения математики в школе. Если на углубленном уровне в качестве предметных результатов у будущих студентов предполагаются сформированными *умения моделировать* реальные ситуации, *исследовать* построенные модели, интерпретировать полученный результат, а также владение умениями составления вероятностных моделей, то на базовом уровне требования к предметным результатам отражают лишь сформированность *представлений* о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления. Достаточно ли подобных представлений для получения компетенций количественного характера, связанных со спецификой избранной «гуманитарной профес-сии»?

С подобными вопросами автору пришлось столкнуться в процессе разработки и преподавания в магистратуре одного гуманитарного вуза курса «Математическое моделирование социальных коммуникаций».

В идеале курс должен строиться вокруг исследования моделей социальных сетей. С математической точки зрения, это – стохастический анализ Big Data. С данной точки зрения, единственная законченная математическая модель в теории социальных коммуникаций – модель Шеннона–Уивера – основывается на общей идее концентрации меры [2]. Однако подобная идея не может быть реализована в рамках «математических возможностей» студентов-гуманитариев. В качестве альтернативы для изложения модели Шеннона–Уивера был выбран иной подход, восходящий к И. Канту.

Великий немецкий философ считал, что «мы не можем *мыслить* ни одного предмета иначе как с помощью категорий…» [3, с. 214]. С подобной – категориальной – точки зрения процесс математического моделирования явления представляет собой приложение категории количества к его анализу. Это, в свою очередь, предполагает предварительный анализ моделируемого явления с точки зрения категории качества. Анализ истории теории коммуникационных процессов показывает, что К. Шеннон в своих исследованиях опирался на работу Р. Хартли [4], который (не важно – осознанно или нет) как раз и выполнил предварительный анализ процесса передачи сигналов с точки зрения (философской) категории качества, выведя затем свою формулу для количества информации для частного случая, когда символы на входе появляются равновероятно и независимым образом. На практике эти условия выполняются редко. При определении количества информации необходимо учитывать не только количество разнообразных сообщений, которые можно получить от источника, но и вероятность их получения. Это и сделал Шеннон, однако к качественному анализу Хартли ему ничего не пришлось добавлять.

С точки зрения современных исследований в области математической теории информации, научный вклад К. Шеннона в теорию информации естественно проинтерпретировать при помощи теоремы Чонди–Маклеода (см. [5, с. 263]): если мера H количества информации удовлетворяет условию $H(p_1, p_2, \dots , p_n) = g(p_1) + g(p_2) + \dots + g(p_n)$ для некоторой непрерывной функции g и для независимых событий A и B $H(AB) = = H(A) + H(B)$, то единственной функцией (с точностью до постоянного множителя), удовлетворяющей данным условиям, является функция

$$H(p_1, p_2, \dots , p_n) = -\sum p_i \log p_i.$$

Данный подход к изложению модели Шеннона–Уивера четко разделяет естественный и доступный студенту-гуманитарию качественный анализ Р. Хартли и сугубо количественное обобщение его со стороны К. Шеннона, ставшее особенно прозрачным в свете современных абстрактно-математических исследований. Это дает образец студентам для построения математических моделей, эффективных с точки зрения их собственной узкопрофессиональной деятельности.

Рассмотренный пример, с другой стороны, демонстрирует полезность категории качества и для развития умения количественного моделирования процессов и явлений в школьном курсе математики.

Литература

1. Кузнецова В.А., Сенашенко В.С., Кузнецов В.С. Еще раз к вопросу о математической подготовке гуманитариев // Математика, информатика, их приложения и роль в образовании. Труды Российской школы-конференции с международным участием. М., 2010. С. 561–570.
2. Lugosi G. Concentration of measures inequalities. Barcelona, 2009 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://84.89.132.1/~lugosi/anu.pdf.
3. Кант И. Соч. Т. 3. М., 1964.
4. Hartley R.V.L. Transmission of Information // Bell System Technical Journal. 1928. V. 7. № 3. P. 535–563.
5. Csiszár I. Axiomatic Characterizations of Information Measures // Entropy. 2008. № 10. P. 261–273.

ПЕРСПЕКТИВЫ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ИНТЕГРАЦИИ В СИНЕРГИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

С.Н. Дворяткина

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

399740, Елец, ул. Коммунаров, д. 28
e-mail: sobdvor@yelets.lipetsk.ru

Аннотация. В докладе исследуется синергия математических знаний в контексте усугубляющейся проблемы диалога гуманитарной, математической и естественнонаучной культур. Актуальность проблемы определяется сменой парадигмы образования, назревшей необходимостью его глобализации при сохранении национальных особенностей и традиций. Выявлены уровни синергии, определены перспективы содержательной интеграции.

Ключевые слова: синергетический подход, синергия знаний, горизонтальная интеграция, диалог культур, математическое образование.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

PROSPECTS OF SUBSTANTIAL INTEGRATION INTO SYNERGY OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE

S.N. Dvoryatkina

Yelets State University I.A Bunin
399740, Yelets, Kommunarov str, d. 28

Annotation. The report explores the synergy of mathematical knowledge in the context of the growing problem of humanitarian dialogue, mathematical and scientific culture. Actuality of the problem is determined by the change of paradigm of education, the urgent need for its globalization while preserving national particularities and traditions. The synergy levels are revealed, the content of integration prospects is defined.

Keywords: the synergetic approach, the synergy of knowledge, horizontal integration, the dialogue of cultures, mathematical education.

Исторический генезис науки и образовании свидетельствует о постоянном поиске в решении дилеммы между выстраиванием общей целостной картины мира и углублением специализации при динамичном расширении спектра профессий, необходимых современному обществу в условиях лавинообразного роста объема научных знаний. Кроме того, существующая в последние годы тенденция к дифференциации в системе образования привела к тому, что общество фактически смирилось с наличием специалистов узкого профиля. Можно сказать, что сложились противоречия: 1) между необходимостью динамичного развития всей системы знаний о мире, человеке и обществе и переживаемым наукой и образованием кризисом; 2) между узконаправленным характером университетского образования и необходимостью осознанно вернуться к целостному знанию, но на более высокий виток его развития.

В контексте становления новой коммуникативной парадигмы современной постнеклассической науки, ориентированной на междисциплинарный подход к познанию сложноорганизованных саморазвивающихся систем данная проблема находит свое переосмысление в направлении выстраивания должного баланса между данными тенденциями. Следует отметить, что синергетический подход связан с разрешением диалектического противоречия полярно противоположных категорий: в философии — противопоставление общего и частного, рационализма и эмпиризма, части и целого, случайности и необходимости; в психологии — сознательного и бессознательного, логики и интуиции, дигитального и визуального; в педагогике — соотношение гуманизации и технологизации, открытого и закрытого образования, индивидуального и массового обучения, социального интереса и интереса личности; в математике — линейного и нелинейного, дискретного и непрерывного и т. д.

С присущей синергетике логикой следует обратиться не к бинарному, срединному, а к совершенно новым когнитивным схемам, переносимым из смежных и более отдаленных научных дисциплин, к синергии знаний и действий.

Синергия рассматривается как общенаучный феномен и означает рост эффективности деятельности в результате соединения, интеграции, слияния отдельных частей в единую систему за счет системного эффекта — эмерджентности. В философии под синергией понимают создание целостного знания на основе соединения исторически сложившихся различных подходов. Исходным совокупным онтологическим основанием процесса синергии выступают интегративность, сложносистемность, взаимосвязанность и взаимозависимость деятельности; гносеологическим основанием — научная картина мира как форма систематизации знаний, которая опосредует влияние философских категорий и принципов на конкретные научные теории.

Фундаментальное образование в целом и математическое образование в частности можно рассматривать как нелинейную систему открытого диалога, как сложную и открытую социальную систему прямой и обратной связи, которая несет в себе огромный потенциал самоорганизации и взаимодействия, образования новых структур знания, его синергию.

В настоящее время концепция синергии дает возможность качественно изменить содержание математического образования и становится мощным средством формирования научного мировоззрения обучаемых. Рассматривая синергию как инструмент повышения эффективности процессов горизонтальной интеграции — диалог математической, гуманитарной и естественнонаучной культур, мы видим возможность разработки особых интегративных методик преподавания фундаментальных дисциплин, позволяющих придать целостность процессу университетского образования.

В настоящем докладе исследуем синергию математических знаний в процессе осуществления содержательной интеграции. Идея синергии знаний реализуется постепенно, согласно выделенным уровням в направлении развертывания фундирующих дидактических процедур получения гарантированных результатов обучения [1] с нарастанием синергетических эффектов:

1. *Локальный уровень* определяет тематическую интеграцию (две-три дисциплины раскрывают одну тему), устанавливая детальное уточнение взаимосвязей между понятиями данной темы. Примером может служить синергия дискретного и непрерывного в теории вероятностей. Возможность использования δ-распределения Дирака из курса физики в теории вероятностей для задания плотностей дискретных

случайных величин позволяет пересмотреть классический подход к изложению понятия «плотность распределения», который для задания случайных величин не является общим. Применяя теорию обобщенных функций для определения функции распределения вероятностей в виде «сингулярного распределения» мы устанавливаем синергию дискретного и непрерывного [2, с. 70-80].

2. *Проблемный уровень* – решение профессиональных и прикладных проблем из различных областей знания математическими методами [3, 4]. Проблемный уровень интеграции ориентирован на проработку представлений о математических понятиях как о целостном информационном объекте.

3. *Концептуальный уровень* – определяет интеграцию, которая на данный момент развития математической науки наиболее оптимальным способом описывает, как «новые» знания могут креативно порождаться из структур уже имеющегося знания, т. е. нацелена на объяснение когнитивного механизма креативности. Фокус концептуального уровня находится в определении новых понятий предметной области и их взаимосвязь с предшествующими из предметной и междисциплинарных областей. Формой реализации является разработка интегративных курсов, например, «Методы математической статистики в психологии», «Математические методы в юриспруденции», «Новые применения математических методов в языкознании» и др.

4. *Глобальный уровень* синергии математических, гуманитарных и естественнонаучных знаний предполагает взаимопроникновение всех дисциплин с максимально выраженным синергетическим эффектом. Формой реализации является разработка интегративных программ, способствующая усилению взаимосвязи и взаимовлияния различных областей знания для достижения целей современной науки, образования и диалогов культур. Проектирование новых интегративных программ, включающих комплекс предшествующих интегрированных курсов, даёт возможность спрогнозировать будущие точки интеграции между обучающими системами. Если обучаемый умеет видеть определенную тему, проблему, концепцию в одновременном сопряжении всех аспектов, то это дает ему целостное представление о мире, свидетельствует о сформированном системном знании на основе диалога культур, нелинейном, глобально ориентированном мышлении и осознании глобальных ценностей как общем знаменателе в культурном диалоге.

Таким образом, перспективы синергии математических знаний заложены в возможности эффективного развития интегративных качеств личности на основе теории фундирования в опоре на поэтапное расширение и углубление опыта и качеств [1]:

- повышение роли образовательного потенциала (система общенаучных, профессиональных, специальных и гуманитарных знаний);

- усиление творческого интеллектуального потенциала (вероятностный стиль мышления, процессы самоактуализации и самореализации, системная математическая подготовка, широкая специализация);

- достижение высокого уровня общей и профессиональной культуры;

- результативное формирование профессиональных компетенций для эффективного использования ресурсов личностного развития в наиболее перспективных отраслях деятельности.

Литература

1. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Монография. – Ярославль, Изд-во «Канцлер», 2012. – 654 с.

2. Дворяткина С.Н., Ляхов Л.Д. Лекции по классической теории вероятностей: учебное пособие. – М.: Книжный дом «Либроком», 2012. – 181 с.

3. Dvoryatkina S.N., Dyakina A.A. On Variability of Authors’ Style under the Influence of the Socio-Cultural Environment in the Context of Dialogue of Natural Scientific and Humanitarian Cultures// Mediterranean Journal of Social Sciences MCSER Publishing, Rome-Italy. Vol 6, No 5 S4 October 2015. Special Issue. - P. 167-171.

4. Дворяткина С.Н., Розанова С.А. Математическое моделирование при решении профессиональных и прикладных проблем как важнейшее направление интегративных курсов // Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование: тезисы докладов Международной научной конференции (пос. Дивноморское, 7-14 сентября 2016 года). - Владикавказ: ЮМЦ ВМЦ РАН, 2016. С. 224-226.

ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ИГРОВОЙ ШАХМАТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАК ЭФФЕКТИВНОЕ СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

С.Н. Дворяткина, С.И. Лоскутов

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

399740, Елец, ул. Коммунаров, д. 28

e-mail: sobdvor@yelets.lipetsk.ru; loskutov.svyatoslav@mail.ru

Аннотация. В статье поднимается проблема целесообразности интеграции математической и игровой шахматной деятельности, выявляются основные аспекты этой синергии, ориентированные на эффективное развитие интеллектуальных операций обучающихся.

Ключевые слова: интеграция, математическая и шахматная игровая деятельность, развитие интеллектуальных операций.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

INTEGRATION OF MATHEMATICAL AND GAME CHESS ACTIVITY AS AN EFFECTIVE MEANS OF THE DEVELOPMENT OF MENTAL OPERATIONS OF PUPILS

S.N Dvoryatkina, S.I. Loskutov

Yelets State University I.A Bunin

399740, Yelets, Kommunarov str, d. 28

Abstract. The article raises the problem of the integration of mathematical and chess game activity identifies the main aspects of this synergy focused on the effective development of intellectual operations of students.

Keywords: integration, mathematical and chess playing activity, the development of intellectual operations.

Интеграция математической и игровой шахматной деятельности в последние годы начинает переходить из теоретической сферы рассмотрения в плоскость практической реализации. В Международной шахматной федерации более двадцати лет функционирует комитет «Шахматы в школе», который исследует роль игровой шахматной деятельности с целью успешного обучения детей в общеобразовательных школах. Во многих школах вводятся шахматные занятия, формой проведения которых является или система внеурочной деятельности по общеинтеллектуальному направлению, или элективные курсы. Таким образом, вопросы о целесообразности обучения учащихся шахмат в школе, влияние шахмат на интеллектуальное развитие детей, взаимосвязь обучения шахматной игровой деятельности и математической деятельности — выступают сегодня как теоретически, так и практически значимыми.

Вопросам установления взаимосвязей между шахматной игрой и математикой, решению математических задач на шахматной доске посвящены работы Г. Штейнгауза, Л. Я. Окунева [1], М. Гарднера [2], Е. Гика [3] и др. Однако данные исследования можно скорее отнести к серии научно-популярной литературы, чем к методической. В связи с изложенным, актуальность данной проблемы обусловлена отсутствием разработанной методической системы интеграции математического обучения и игровой шахматной деятельности, дидактических механизмов ее реализации.

Интеграция математической и игровой шахматной деятельности имеет несколько аспектов — психологический, дидактический, социальный и др. Доминирующей идеей интеграции является ориентация всего обучающего процесса на интеллектуальное развитие учащегося. В связи с этим психологический аспект возможной интеграции состоит в формировании и развитии интеллектуальных операций.

Вопросами раскрытия содержания понятия «интеллектуальные операции», установления роли и значения интеллектуальных операций в структуре способностей и интеллекта занимались такие ученые-психологи как Ж. Пиаже, Дж. Гилфорд, К. Бюлер, О. Зельц, В.Д. Шадриков и др. Согласно Пиаже, понятие интеллектуальных операций является ключевым в понятии интеллекта и «генетически операция является действием в собственном смысле этого слова» [4, с. 62-107]. К интеллектуальным операция ученый относит действия сложения, вычитания, деления, умножения и т. п. При построении модели интеллекта Дж. Гилфорд к интеллектуальным операциям относит умственные операции, содержание деятельности и разновидности конечного продукта [5]. В.Д. Шадриков, обобщая результаты предшественников, под интеллектуальными операциями понимает только те действия, которые участвуют в реализации психической функции, переводящей развитие способностей с одного уровня на более высокий. На уровне анализа высших психических функций ученый выделяет следующие операции: анализ и синтез, умение оперировать запасом знаний, сравнение, различение, абстрагирование, обобщение, классификация, систематизация, индукция и дедукция, доказательство, суждение [6].

Интеграция шахматной игровой и математической деятельности в конкретный период развития ребенка способствует более эффективному преобразованию мыслительных операций в интеллектуальные. Например, в начальной школе данный процесс приводит в формированию таких операций как аналогия, объединение, группировка, структурирование, схематизация и др. В основной школе ведущими интеллектуальными операциями выступают анализ диаграмм, синтез, обобщение, абстрагирование, классификация, суждение, умозаключение, обоснование, идентификация и др. Большинство учащихся, успешно сочетающие математическую и игровую шахматную деятельность, в данный возрастной период демонстрируют такие метаинтеллектуальные процессы и механизмы как формирование гипотез, целеполагание, умение планировать, прогнозировать, контролировать, адекватно оценивать свои возможности, осуществлять саморефлексию своей деятельности и др. Психологическую основу процесса интеграции составляет, в том числе, такой важнейший параметр развития обучаемого как уровень мотивационного развития, включающий познавательные и широкие социальные мотивы учения.

Социальная роль интеграции шахматной и математической деятельности состоит в популяризации и пропаганде шахматной игры, внедрении шахматного всеобуча в систему школьного образования через создание специальных организаций, ориентированных на дополнительное образование и способствующих гармоничному развитию школьников.

Образовательный аспект интеграции заключается в совершенствовании содержания, форм и методов обучения, направленных на развитие интеллектуальных операций учащихся. Шахматная доска и фигуры используются для иллюстрации разнообразных математических понятий и задач, например, правило квадрата, треугольника. Шахматные термины можно встретить в учебной литературе по комбинаторике, теории графов, теории чисел. Новым средством интеграции шахмат и математики являются обучающие компьютерные шахматные программы. Наиболее эффективной формой обучения, ориентированной на развитие интеллектуальных операций школьника, на наш взгляд, является элективный интегративный курс «Математика и шахматы». Тем самым становится достижимым более глубокое и полифункциональное освоение учебных предметов (математика, информатика), обогащенных новым качественным содержанием, характеристиками и формами.

Особенностью концепции общего образования является идея развития личности ребенка, его творческих и интеллектуальных способностей, формирования общей культуры. Исходя из известного положения, что для детей всякая деятельность — прежде всего игра, то сочетание игровой и математической деятельности представляется наиболее эффективной формой интеллектуального и личностного развития ребенка.

Литература

1. Окунев Л. Я. Комбинаторные задачи на шахматной доске. М.-Л.: ОНТИ, 1935.

2. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. - М., «Мир», 1971.

3. Гик Е.Я. Шахматы и математика. М.: Наука, 1983. 176 с.

4. Пиаже Ж. Избранные психологические труды: Психология интеллекта; Генезис числа у ребенка; Логика и психология. М.: Междунар. пед. академия, 1994.. 680 с.

5. Гилфорд Дж. Структурная модель интеллекта. В кн.: Психология мышления. М.: Прогресс, 1965.

6. Шадриков В.Д. О системе интеллектуальных операций в структуре способностей и интеллекта // Акмеология. 2014. № 1 (49). С. 25-36.

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ИНТЕГРИРОВАННЫЕ МАТЕРИАЛЫ КАК ЭФФЕКТИВНОЕ СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ УЧЕБНО- И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ

С.Н. Дворяткина[1], С.А. Розанова[2], А.М. Лопухин[3,]

[1]*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина*
399740, Елец, ул. Коммунаров, д. 28
e-mail: sobdvor@yelets.lipetsk.ru
[2]*Московский технологический университет (МИРЭА)*
119454, Москва, проспект Вернадского, д. 78
e-mail: srozanova@mail.ru
[3]*Московский государственный институт международных отношений (Университет) МИД России (МГИМО),*
119454, Москва, пр. Вернадского, 76
e-mail: ars4044@mail.ru

Аннотация. В докладе актуализируется проблема разработки интегративных учебных материалов, ориентированных на эффективное развитие учебно- и научно-исследовательских умений студентов. Отмечается важность и целесообразность введения в содержание математического образования задач прикладного и профессионального содержания посредством реализации концепции фундирования в условиях диалога разнообразных культур.

Ключевые слова: компетентностный подход, концепция фундирования, интегрированные учебные материалы, банк прикладных и профессиональных задач для инженеров и юристов, развитие учебно- и научно-исследовательских умений.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

INTERDISCIPLINARY INTEGRATED MATERIALS AS A MEANS OF EFFECTIVE TEACHING AND RESEARCH ABILITIES OF STUDENTS

S.N Dvoryatkina[1], S.A. Rozanova[2], A.M. Lopuchin[3]

[1]*Yelets State University I.A Bunin*
399740, Yelets, Kommunarov str, d. 28
[2]*Moscow University of Technology (MIREA)*
119454, Moscow, Vernadsky Prospekt, 78
[3]*Moscow state Institute of international relations (University) of the Ministry of foreign Affairs of the Russian Federation (MGIMO)*
119454, Moscow, Vernadsky Prospekt, 76

Abstract. The report is updated the problem of developing integrative training materials focused on the development of effective teaching and research abilities of students. The importance of introducing into the content of mathematics education the problems of applied and professional content by implementing the concept of founding in a dialogue of different cultures are presented.

Keywords: competence approach, the concept of foundation, integrated teaching materials, the bank applied and professional problems for engineers and lawyers, educational development and research skills.

В современном обществе с каждым годом возрастают требования к интеллектуальному и профессиональному саморазвитию выпускников вузов, социальной мобильности, уровню их личностного развития. Поэтому уровень высшего образования должен соответствовать потребностям общества и обеспечивать его дальнейшее совершенствование. Федеральным Законом «Об образовании в Российской Федерации», Федеральными государственными стандартами высшего образования компетентностный подход определяется в качестве практической составляющей стратегии модернизации высшего образования, устанавливая двухуровневую систему профессиональной подготовки. Одна из ведущих целей в профессиональной подготовке бакалавра, магистра и специалиста- формирование у обучаемых способности к исследовательскому поведению. Они должны решать профессиональные задачи в соответствии с видами будущей профессиональной деятельности, в том числе исследовательско-аналитической и научно-исследовательской. Вторая ступень профессионального обучения в компетентностной модели образования призвана сформировать опыт профессиональной деятельности исследовательского уровня. Магистр (и специалист) должен решать комплексные профессиональные задачи в соответствии с видами его профессиональной деятельности, включая научно-исследовательскую, научно-изыскательскую, проектную виды. Если в структуре знаний бакалавров (и специалистов первых 2-х,3-х лет обучения) весомую часть должны занимать знания с учебно-исследовательским компонентом, то для магистров (и специалистов старших лет обучения) необходимы научно-исследовательские и творческие составляющие.

Важную роль в данном процессе отводится математическому образованию по всем направлениям подготовки, ориентированному на активизацию исследовательской деятельности как необходимого атрибута современного образования. Эффективным условием развития учебно-и- научно-исследовательских умений является создание интегративной профессионально-развивающей среды обучения в контексте диалога математической, гуманитарной и естественнонаучной культур. Реализация данного условия на содержательном уровне, согласно концепции фундирования Е.И. Смирнова [1], приводит к необходимости проектирования в процессе обучения поэтапного развертывания интегративных конструктов знания и образцов деятельности в форме спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов в соответствии с наличным состоянием опыта и развития высших психических функций обучаемого. Эффективным средством для поэтапного углубления и расширения знаний в направлении профессионализации и формирования целостной системы математических и профессиональных знаний являются интегративные учебные материалы в форме прикладных и профессиональных задач.

Система прикладных и профессиональных задач, распределенных по четырем уровням сложности, была начата в [2] и продолжена в нашей работе [3] для инженерных направлений подготовки («Электроника и наноэлектроника», «Радиотехника» и др.). В настоящем докладе мы проиллюстрируем приложение математики для решения учебно-исследовательской профессиональной задачи инженерно-технического направления и научно-исследовательской проблемы в юриспруденции, выполненное студентами соответствующих профилей: Е.И. Соколовой, Ю.А. Макаровой (МИРЭА), А.М. Лопухиным (МГИМО). Следует отметить, что профессиональная задача одного профиля может служить прикладной для другого профиля. Особенно интересно, когда профессиональная и прикладная задачи решены одним и тем же математическим методом. Разрабатываемый нами банк прикладных и профессиональных задач, ориентированных на развитие учебно – и - научно-исследовательских умений, включает следующие задачи:

- исследования помехоустойчивости систем передачи сигналов, защиты информации, количественного анализа правовых явлений, оценки статистической зависимости между величинами юридической статистики, исследования количественных характеристик изменения институциональной среды;

- с применением метода математического моделирования социально-правовых процессов, в частности, регулирования правотворческого процесса на примере планирования государственных закупок.

Для будущего специалиста — инженера и юриста, важно понимать роль и место математики, как части общечеловеческой культуры, в жизни современного общества. Математика должна стать для обучающихся рассматриваемых направлений подготовки не только новым инструментом комплексного исследования инженерно-технических и юридических объектов, но и эффективным механизмом развития и саморазвития личности будущего профессионала, их ключевых и профессиональных компетенций, способствующих укреплению потенциала науки и различных сфер жизнедеятельности общества.

Литература

1. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Монография.: Ярославль, Изд-во «Канцлер», 2012.-654 с.

2. Розанова С.А. Математическая культура студентов технических вузов. Монография.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003,-175 с.

3. Дворяткина С.Н., Розанова С.А. Математическое моделирование при решении профессиональных и прикладных проблем как важнейшее направление интегративных курсов // Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование: тезисы докладов Международной научной конференции (пос. Дивноморское, 7-14 сентября 2016 года).- Владикавказ: ЮМЦ ВМЦ РАН, 2016. С. 224-226.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СИНЕРГЕТИКА

С.И. Дорофеева

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Казань, Россия

e-mail: drf-svetlana@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются вопросы взаимосвязи математической культуры и синергетики. Основное внимание уделяется формированию математической культуры выпускников технических университетов.

Ключевые слова: математическая культура, синергетика, синестезия.

THE MATHEMATICAL CULTURE AND SYNERGETICS

Abstract. This paper considers question of synergetic, synaesthesia and the mathematical culture.The main attention is given to the forming of the mathematical culture of final-year students of technical universities.

Keywords: The mathematical culture, synergetics, synaesthesia.

Математическая культура студентов технических университетов это осознанная, усвоенная система математических знаний, умений и навыков, позволяющая применять эти знания, пополнять, модернизировать как в профессиональной, так и в социальной сферах, повышающая уровень развития интеллекта и гражданской ответственности за принятые решения.Принципы и структурная схема теоретической концепции формирования математической культуры обучающихся в технических университетах приведена в работе [1].

Связи математики с другими науками, взаимодействие и взаимопроникновение математики в социально-гуманитарные и технические дисциплины подразумевает владение исследователем знаниями в различных научных областях, широту и глубину его научных интересов.

По определению [2] – синергетика – научное направление, изучающее связи между элементами структуры (подсистемами), которые образуются в открытых системах (биологической, физико-химической, социальной и других) благодаря интенсивному (потоковому) обмену веществом и энергией с окружающей средой в неравновестных условиях. В нашем случае усилия преподавателей должны быть направлены на инициирование обмена потоками информации между математикой и научными направлениями, интересующими обучающегося. Таким образом, возвращаемся к вопросу воспитания интереса к математике на всех уровнях обучения.

По утверждению Г. Малинецкого своеобразие и оригинальность синергетики связаны с тем, что она находится на пересечении трех сфер в научном пространстве – предметного знания, философской рефлексии и математического моделирования [3].

Знакомство студентов младших курсов с синергетикой целесообразно начинать с простых примеров взаимодействия математики с различными науками и формализованном описании процессов.

Уравнение $\frac{d^2 u}{dt^2} + w_o^2 u = 0$ описывает и течение химической реакции, и изменение атмосферного давления от высоты и т.д. Продолжить список должны студенты. Как пример взаимодействия математики и здравоохранения: Флоренс Найтингейл (1820 – 1910), организатор сестринского дела в военных госпиталях, награжденная Королевским красным крестом и орденом Заслуг занималась математикой. Ее интересовала математическая статистика. После тщательного изучения собранных данных и их интерпретации Флоренс доказала необходимость реформ в организации медицины. В 1858 году Найтингейл была избрана членом Королевского статистического общества, в 1874 году – членом Американской статистической ассоциации.

Частным случаем синергетики можно рассматривать синестезию – явление восприятия, когда при раздражении данного органа чувств наряду со специфическими для него ощущениями возникают и ощущения, присущие другому органу чувств, например, «цветной слух» и другие сочетания наших пяти чувств. Булатом Галеевым, основателем СКБ «Прометей» в Казанском авиационном институте (в настоящее время КНИТУ-КАИ) составлена «периодическая система искусств», в которой отражена не только структура, но и развитие семьи муз [4].

Самое сложное подобрать примеры для иллюстрации студентам взаимодействия различных областей знания, чтобы пробудить интерес к изучению наук, дать импульс, возбуждающий познавательный интерес, т.к. не обладая научным кругозором ученые не смогли бы понять, например, что поднятый с затонувшего за 100 лет до н.э. механизм (антикитерский механизм) можно назвать древнейшим компьютером, показывающим позиции Солнца, Луны и пяти известных к этому времени планет.

Литература

1. Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 176 с.
2. Словарь иностранных слов и выражений/Автор-составитель Е.С. Зенович. М.: ООО «Издательство АСТ»: Олимп, 2000. 784с.
3. Безручко Б.П., КороновскийА.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Путь в синергетику: Экскурс в десяти лекциях. /Предисл. С. Мирова, Г. Малинецкого. Изд. 3-е, испр. М. ЛЕНАНД, 2015. 304 с.
4. Галеев Б.М. Светомузыка в системе искусств. Учеб.пособие. Казань: Изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 1991. 88 с.

УСИЛЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Исмагилова Е. И., Розанова С.А.

Московский технологическийуниверситет (МИРЭА),
Москва, пр. Вернадского, 78

e-mail: eismagilova@mail.ru, srozanova@mail.ru

Аннотация.Рассматривается метод преподавания теории булевых функций в курсе дискретной математики с точки зрения их применения в схемотехнике, что способствует усилению профессиональной направленности курса в техническом вузе. Сделан упор на графическую интерпретацию некоторых аспектов этой теории:

фиктивной переменной; суперпозиции булевых функций; лемм о несамодвойственной, немонотонной и нелинейной функциях; теоремы Поста.

Ключевые слова: булева функция, графическая интерпретация, схемотехника, профессиональная направленность.

ENHANCEMENT OF PROFESSIONAL ORIENTATION OF DISCRETE MATHEMATICS TEACHING IN TECHNICAL UNIVERSITY

Ismagilova E., Rozanova S.

Moscow technological University (MIREA),

Moscow, pr. Vernadsky, 78

Abstract

The article describes the method for teaching boolean algebra in the course of discrete mathematics in terms of applying boolean functions in circuit design that enhances the professional orientation of the course ina technicaluniversity. The emphasis is on graphical interpretation ofsome theoretical terms: dummy variable; superposition of boolean functions; lemmas on a non-self-dual, nonmonotone and nonlinear functions; Post's theorem.

Keywords:booleanfunctions, graphical interpretation, circuit design, professional orientation.

Одним из эффективных средств совершенствования математической подготовки будущих специалистов в техническом вузев рамках действующих учебных программ является введение в учебный процесс профессиональной составляющей, которая позволяет учитывать потребности конкретно избранной специальности в необходимом математическом аппарате [1].

Для студентов, изучающих дисциплины схемотехнического профиля, важным разделом курса «Дискретная математика» является теория булевых функций, поскольку булевы функции традиционно используются в качестве математических моделей цифровых устройств.Поэтому при изложении данного раздела математические понятияжелательно вводить в единстве с их профессионально ориентированной интерпретацией и особенностями их использования в схемотехнике.

Для решения поставленной задачи рассмотренопонятие булевой функции как математической модели, описывающей поведение цифрового устройства(см. рис.1). При этом логический элемент, соответствующий булевой функции,определяетсякак цифровое устройство, входные полюса которого соответствуют булевым переменным, а выходной полюс - значению функции. Таким образом, каждый логический элемент становится графической интерпретацией некоторой булевой функции. Предложено рассмотреть определение логической схемы как совокупности логических элементов и связей между ними. Используя это, по мере изложения теоретического материала можно сразу давать графическую интерпретацию и практическое применение:фиктивной переменной; суперпозиции булевых функций;лемм о несамодвойственной, немонотонной и нелинейной функциях;реализацииконстант 0 и 1, отрицания, конъюнкции на логических элементах функции, представляющей функционально полный класс.

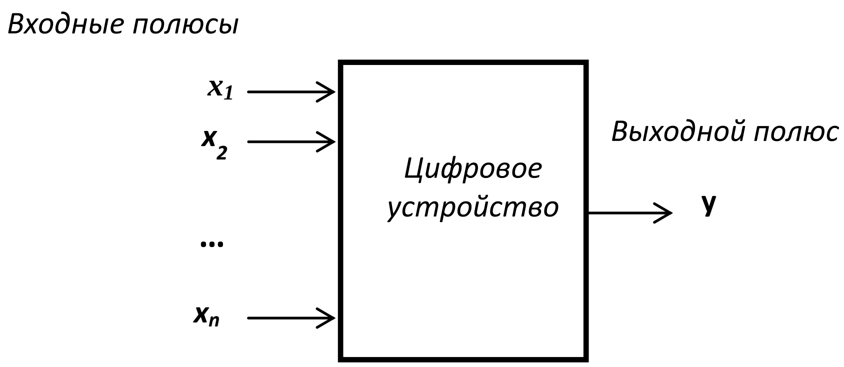


Рис.1. Обобщённая схема логического устройства

При этом достигается реализация принципа оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности в учебном процессе по математике в техническом вузе.

Литература

1. Исмагилова Е.И. Интегративно-модульный компонент профессиональной направленности обучения математике будущих инженеров радиоэлектротехнических специальностей.[Текст] / Е.И. Исмагилова, С.А. Розанова // Ярославский педагогический вестник. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009. -№1 – с. 40-48.

МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЙ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРАКТИКУМА ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

В. А. Карасев

НИТУ (МИСиС), Москва, Россия

117936, Москва, Ленинский проспект, 4

e-mail: karasev-v-a @yandex.ru

Аннотация. Разработанная автоматизированная компьютерная система обеспечения практикума по высшей математике обеспечивает произвольное число неповторяющихся вариантов заданий для студентов примерно одинаковой сложности практически по всем разделам высшей математики, изучаемым в технических вузах. В докладе рассматриваются методы генерации таких заданий и способы контроля результатов.

Ключевые слова: Самостоятельная работа студентов; типовые расчеты; электронный задачник; методы генерации заданий; разнообразие вариантов.

METHODSOFGENERATIONOFVARIANTSOFTASKSFORCOMPUTERCAS PROVIDINGPRACTICALWORKON HIGHERMATHEMATICS

Abstract. The worked out computer CAS of providing of practical work on higher mathematics provides the arbitrary number of unrepetitive variants of tasks for students approximately to identical complication practically on all divisions of higher mathematics, studied in technical institutions of higher learning. The methods of generation of such tasks and methods of control of results are examined in a lecture.

*Key words:*Independent work of students; model calculations; electronic book of problems; methods of generation of tasks; variety of variants.

В докладе излагается опыт преподавания высшей математики на кафедре математики в Национальном Исследовательском Технологическом Университете (МИСиС). Уменьшение часов аудиторных занятий и увеличение роли самостоятельной работы при изучении дисциплин математического цикла потребовало от преподавателей значительного совершенствования работы по двум направлениям:

- организации самостоятельной работы студентов;
- усиления контроля знаний студентов.

Важным фактором для достижения этих целей является разработанная в НИТУ МИСиСв Институте экономики и управления промышленными предприятиями программа (Internet-приложение) для обучения студентов с применением глобальной компьютерной сети Internet. Опытом построения электронного учебно-методического комплекса по математическим курсам с помощью этой программы мы уже делились на прошлой конференции [1].

Используя эту программу, на кафедре математики НИТУ МИСиС была разработана автоматизированная компьютерная система обеспечения практикума по высшей математике (электронный задачник). Система генерирует произвольное число неповторяющихся вариантов типовых расчетов (индивидуальных заданий) для студентов примерно одинаковой сложности практически по всем разделам высшей математики, изучаемым в технических вузах.

Количество индивидуальных заданий равно количеству студентов, проходящих обучение по данному курсу, каждый семестр все задания изменяются, что делает невозможным использование решений, выполненных другими студентами. Кроме того, система позволяет студентам в диалоговом режиме самостоятельно контролировать ход решения без участия преподавателя, содержит большое количество справочных материалов и примеров выполнения типовых расчетов.

Разнообразие вариантов типовых заданий формируется с помощью датчика псевдослучайных чисел. Последовательность таких чисел определяется заданием восьмизначного целого числа, это число включает год поступления студенческой группы в институт, номер факультета, номер группы на факультете, номер студента в группе. Тем самым обеспечивается неповторяемость вариантов у различных студентов, а также их изменение в последующие годы,

Все задания можно условно разделить на два типа.

К первому типу относятся типовые расчеты, в которых различные студенты получают задания с различными условиями. Для этого на данную тему составляется некоторое количество (как правило, 30) различных задач примерно одинаковой сложности. Исходные данные каждой задачи записывают в виде параметров. Для удобства составления программы формирования задания во всех задачах выбирают одинаковое количество параметров (например, три), хотя это и не обязательно. Затем получают решение задачи через параметры. Для каждого параметра задают интервал возможных значений, исходя из физических, геометрических или других соображений, связанных с решением задачи, а также шаг изменения параметра. Для каждой студенческой группы задачи расставляются в случайном порядке, а затем выбираются случайные значения параметров из заданного интервала с заданным шагом. Для базы данных ответов рассчитываются ответы.

Часто возникает проблема организации проверки решения задачи, если она заканчивается нахождением функции, например, при решении дифференциального уравнения. В этом случае мы просим студента вычислить значения функции при нескольких заранее заданных значениях аргумента, и компьютер проверяет эти значения.

Ко второму типу относятся типовые расчеты, в которых условия задач одинаково, а варианты различаются числовыми значениями. В этом случае программа формирования исходных данных составлена так, чтобы по возможности минимизировать для студента громоздкость расчетов при решении задач (многие задачи решаются в целых числах). Данные формируются системой подготовки таким образом, что отправной точкой является ответ, полученный с применением датчика псевдослучайных чисел, а исходные данные вычисляются. Этот метод предоставляет удобные для вычисления числа и позволяет студенту сосредоточиться на изучении заданного раздела математики.

Ко второму типу относятся также типовые расчеты в курсе математической статистики.

Литература

1. Карасев В.А. Использование информационных технологий для организации информационно-образовательной среды и построения траектории обучения при изучении математики в техническом университете // Сборник статей Международной конференции «Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. проблемы математического и естественнонаучного образования» (Москва, 15-18 декабря 2014 г. РУДН), М. РУДН. 2015, 418–422.

СИНЕРГИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ В СЕТЕВОМ СООБЩЕСТВЕ

И.В. Кузнецова

Филиал САФУ им. М.В.Ломоносова в г. Коряжме Архангельской обл., Россия

e-mail: i.kuznetsova2@narfu.ru

С.А. Тихомиров

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д.Ушинского[1]*, Россия*

e-mail:satikhomirov@mail.ru

Аннотация.Статья посвящена исследованию синергии математического образования средствами коммуникаций студентов и учителей в сетевом сообществе.

Ключевые слова: синергизм, математическое образование, сетевое образовательное сообщество, подготовка будущего учителя

SYNERGY OF MATHEMATICS EDUCATION TEACHERS IN ONLINE COMMUNITIES

Abstract. The article investigates the synergy of mathematical education means of communication students and teachers in the online community.

Key words: synergy, mathematics education, networking and education community, training future teachers

Математическое образование будущего учителя математика в вузе сводится к изучению различных типов математических структур: алгебраических, топологических, порядковых и др. Большую часть времени студенты работают с логическими, комбинаторными, алгоритмическими и образно-геометрическими схемами. Язык этих структур и схем оказывает значимую роль в фундаментализации математической подготовки студентов, подразумевающей приоритет фундаментальных знаний и придание этим знаниям значения основы или стержня для накопления множества других знаний. Осмысление и переосмысление содержания математического знания, соотнесение его сущности с актуальными значениями, установление причинно-следственных и интуитивных связей; создание условий, при которых становятся возможными процессы порождения знаний самим обучающимся позволяет говорить о значимой роли синергетического подхода в математическом образовании.

Процессы, происходящие в сфере математического образования можно описать терминами синергетики: самоорганизация, флуктуация, бифуркация, аттрактор, хаос.Самоорганизация с точки зрения образования есть самообразование, в котором главным является овладение способами пополнения знаний и быстрой ориентацией в

[1] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

разветвленных системах знания [2]. Увеличивающаяся насыщенность образовательного информационного пространства в сетевом взаимодействии студентов и его синергия выводят систему коммуникаций из устойчивого равновесия, возникают ситуации неопределенности, проблемные ситуации. Ситуативные проявления аттрактора наблюдается в виде наличия относительно устойчивых возможных состояний сетевого взаимодействия при актуализации процессов проявления единства во множественных суждениях о сущности математических проблем, бифуркация присутствует в критический момент неопределенности будущего развития личности обучаемого или преподавателя, когда появляются альтернативные развилки веера возможностей. Синергетика демонстрирует, что образовательной системе, которая является сложноорганизованной, нельзя навязывать пути развития, она имеет множество собственных путей развития.Следовательно,подготовку выпускника следует осуществлять на основе сотрудничества, использовании внутренних процессов самоорганизации обучающихся.

Методы, средства и технологии. Приобретение математического опыта самим обучающимся; взаимодействие в информационной образовательной среде по поиску нового знания о математических объектах (математических структурах), выявление свойств обобщенного характера, объединение знаний о них из различных математических курсов, выделение стержневой основы школьного курса математики возможно при выполнении совместных учебных проектов в сетевом образовательном сообществе [1], относящегося к сложным открытым нелинейным информационным системам,имеющим тенденции к самоорганизации и подчиняющимся законам синергетики.

Перечислим методические приемы, которые должен использовать преподаватель вуза для организации учебной деятельности бакалавра в сетевом сообществе в соответствии с идеями синергетики:

- содержание заданий для сетевого проекта должно быть практикоориентированным и отобрано в соответствии с принципом междисциплинарности и диалоговости на основе наглядного моделирования фундирующих конструктов [3];

- на организационно-подготовительном этапе выполнения сетевого проекта необходимо проведение содержательно-дидактической работы над математической задачей: требовать от студента анализировать условие задачи и формулировать цели; выделять теоретические знания, необходимые для ее решения и раскрывать их содержание; выбирать средства ее решения; анализировать и оценивать результаты решения задачи;

- на содержательном этапе работы над учебным сетевым проектом решать учебные задачи, направленные на усвоение студентом обобщенных приемов деятельности в сетевом сообществе [4].

Заключение. Изучение математических структур в сетевых сообществах решает одну из важнейших проблем в процессе освоения математических дисциплин будущим выпускником – проблему осознаниясмысла обучения, значимости приобретаемых научных знаний в успешном решении не только учебных, но и задач, связанных с будущей профессиональной деятельностью. В этом случае у студента формируется опыт познавательной и математической деятельности, способность к самообразовательной деятельности, актуализируется личностный потенциал в учебной деятельности.

Литература

1. Кузнецова И.В., Харитонова И.В. Проектирование самостоятельной учебной деятельности студентов на основе сетевых технологий как средство повышения профессиональной компетентности выпускника// Вестник Сургутского государственного педагогического университета. 2014. №6 (33). С. 204-210.

2. Кузнецова И.В. Самоорганизация знаний будущих учителей математики в условиях сетевого пространства // Математика в современном мире: материалы международной конференции. Вологда: «Вологодская типография», 2013. С.123-124.

3. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Ярославль: Канцлер, 2012. 656 с.

4. Буракова Г.Ю., Соловьев А.Ф., Смирнов Е.И. Дидактический модуль по математическому анализу: теория и практика. Под ред. Е.И.Смирнова. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2002. 181 с.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В СОДЕРЖАНИИ И СТРУКТУРЕ УЧЕБНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

Г.Д. Лёвшина

НИТУ (МИСиС), Москва, Россия
117936, Москва, Ленинский проспект, 4

e-mail: levshina-g-d@yandex.ru

Аннотация. Подготовлено и издано учебное пособие по математическому анализу для бакалавров технических и экономических направлений, которое совмещает традиционный учебник, практикум и задачник. В настоящее время по изложенной методике подготовлено к печати пособие «Математический анализ» для экономистов.

Ключевые слова: математический анализ; учебник; практикум; задачник; для экономистов.

MODERN TENDENCIES IN CONTENTS AND STRUCTURE OF TEXTBOOKS ONMATHEMATICS FOR STUDENTS OF TECHNICAL AND ECONOMIC DIRECTIONS

Abstract. Modern tendenciesin contents and structures of textbooks on mathematics arediscussed and realized on a mathematical analysis for the bachelors of technical and

economic directions, whichcombine a traditional textbook, practical work and book of problems.

*Key words:*mathematical analysis; textbook; practical work; book of problems; for economists.

Качественная математическая подготовка бакалавра настоятельно требует внедрения в процесс обучения математике как информационно-компьютерных технологий, так и нового типа учебных пособий. Желательно, чтобы современное учебное пособие совмещало учебник, охватывающий весь предусмотренный программой материал, с пособием по практической части курса высшей математики, содержащего руководство к решению типовых задач и примеров по всем разделам учебного курса. В нем должны быть строго и наглядно изложены все необходимые математические понятия, доказаны практически все теоремы. Но при этом следует избегать излишней детализации. Особое внимание следует уделить прикладным задачам излагаемого курса. Далее для закрепления навыков решения задач читателю следует предложить контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения с ответами. Таким образом, учебное пособие совмещает традиционный учебник, решебник и задачник. При этом оно должно быть достаточно компактным.

Основываясь на изложенных принципах, авторы подготовили учебное пособие по математическому анализу, состоящее из двух частей: «Дифференциальное исчисление» и «Интегральное исчисление», изданное в издательстве Илекса в 2011 году в серии «Библиотека бакалавра». Второе издание пособия вышло в 2015 году [1], [2]. Пособие возникло в результате многолетней работы авторов на кафедре математики НИТУ МИСиС.

Учебное пособие подготовлено в соответствии с программой по высшей математике для бакалавров технических и экономических направлений. Авторы стремились изложить материал по возможности полно, строго и доступно и стремились не просто сообщить читателю те или иные сведения по высшей математике, а развить у него математическое мышление, расширить кругозор и привить ему математическую культуру, необходимую в дальнейшем для овладения специальными дисциплинами.

Пособие имеет следующую структуру. В каждой главе с достаточной строгостью и полнотой излагается теоретический материал. Практически все теоремы даются с доказательствами, формулы с выводами. Затем подробно рассматриваются стандартные методы решения типовых примеров. Внутри каждой темы задания расположены по степени возрастания их сложности. Далее для закрепления навыков решения задач читателю предлагаются задачи для самостоятельного решения. Все задачи снабжены ответами.

Пособие имеют гриф «Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по техническим и экономическим направлениям».

Пособие является лауреатом 1-й степени Первого Всероссийского конкурса Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки Российской Федерации «Лучшее учебное пособие по математике» в номинации: «Математика в технических вузах», проводившегося в 2010 году.

В настоящее время Карасев В.А. и Лёвшина Г.Д. совместно с проф. Михиным В.Ф. по изложенной выше методике подготовили к печати в изд. «КноРус» пособие «Математический анализ» для студентов, обучающихся по экономическим направлениям[3]. В этом пособии везде, где это возможно, рассматривается экономический смысл математических понятий, приводятся простейшие приложения математического анализа к задачам экономики.

В результате изучения материалов пособия студенты приобретут следующие компетенции. Они будут

знать:– основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач и задач бизнеса;

– содержание математических положений, используемых для выбора методов решения экономических задач;

уметь:– применять методы математического анализа и моделирования для решения экономических задач;

– выбирать способы решения поставленных задач;

– интерпретировать полученные результаты;

владеть:– навыками применения современного математического аппарата;

– методикой построения и анализа математических моделей для оценки состояния и развития экономических явлений и процессов.

Пособие возникло в результате многолетней работы авторов на кафедре математики и в Институте Экономики и управления промышленными предприятиями Национального Исследовательского Технологического Университета «МИСиС».

Литература

1. **Карасев В.А., Лёвшина Г.Д.** Математический анализ. Часть 1. Дифференциальное исчисление: Учеб. пособие. – М.: Илекса, 2015. – 296с.
2. **Карасев В.А., Карасева В.В., Лёвшина Г.Д.** Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление: Учеб. пособие. – М.: Илекса, 2015. – 283с.
3. **Карасев В.А., Лёвшина Г.Д., Михин В.Ф.** Математический анализ. Серия «Бакалавриат». Учеб. пособие. – М.: КноРус, 2016 (в печати).

ОБУЧЕНИЕ СПОСОБАМ ВЫБОРА КОРНЕЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА ЗАДАННОМ ПРОМЕЖУТКЕ

Н.И. Лобанова

МУДО «Центр внешкольной работы г.Зеленокумска Советского района»

Зеленокумск, Ставропольский край, Российская Федерация

e-mail: lobantchik@yandex.ru, тел. +79064931183

Аннотация. Рассмотрена проблема обучения школьников решению тригонометрических уравнений с последующим выбором корней на заданном промежутке, описаны способы отбора корней, выявлены их преимущества и недостатки, приведены иллюстрации.

Ключевые слова: дополнительное образование, тригонометрические уравнение, способы отбора корней.

EDUCATION METHOD SELECTION ROOTS ON TRIGONOMETRIC EQUATIONS SPECIFIED INTERVALS

Abstract. The problem of teaching students solving trigonometric equations, followed by trigonometric equations in a given interval, describes how the selection of roots, identified their strengths and weaknesses, are illustrations.

Key words: additional education, trigonometric equations, methods of selection of the roots.

Переход к непрерывному образованию влечёт за собой повышение роли дополнительное образование в обучении человека. В частности, М.В. Рыжаков отмечает, что изучение основ наук и учебных предметов в значительном объёме может быть вынесено за рамки школы в параллельные структуры системы непрерывного образования (в частности в систему дополнительного образования), где они будут усвоены с полным учётом интересов и возможностей учащихся [1].

На занятия по математике в системе дополнительного образования нередко выносятся темы, которые являются для учащихся трудно усвояемыми или длительными по выполнению решения и, в силу ограниченности урочного времени, не могут быть достаточно глубоко проработаны на уроках, из-за чего у учащихся остаются пробелы в знаниях, мешающие им в будущем выдержать выпускные или вступительные экзамены и успешно продолжать учёбу. В частности, многие учащиеся испытывают затруднения при решении тригонометрических уравнений и неравенств, особенно при отборе корней уравнений на промежутках. Остановимся на обучении школьников решению тригонометрических уравнений с последующим отбором корней на заданном промежутке.

При отборе корней, принадлежащих некоторому промежутку, обычно используют один из следующих способов:

- алгебраический, состоящий в решении неравенства относительно неизвестного целочисленного параметра и вычисление корней при разных значениях этого параметра;
- геометрический, заключающийся в изображении корней на тригонометрической окружности с последующим отбором на основе учёта имеющихся ограничений;
- функционально-графический, при котором выбор корней осуществляется с помощью графика простейшей тригонометрической функции.

Для тригонометрических уравнений применимы общие методы решения (разложение на множители, замена переменной, функционально-графические и др.) и равносильные преобразования общего характера. Условия задач возьмём из [3].

Рассмотрев примеры решения тригонометрических уравнений с выбором корней на заданном промежутке тремя способами, приходим к выводу: в тех случаях, когда промежутки привязаны к четвертям тригонометрической окружности, для отбора корней удобно использовать модель тригонометрической окружности. В тех случаях, когда в процессе решения тригонометрических уравнений приходим к частным случаям, удобно производить выбор корней алгебраическим способом.

Замечено, что, познакомившись с тремя способами выбора корней, учащиеся чаще всего пользуются двумя из них: алгебраическим и графическим или алгебраическим и геометрическим, причём большинство выбирает графический способ, так как он является наглядным и наиболее отчётливым. Кроме того, развитие умений выбрать адекватный способ отбора корней и правильно провести этот отбор в силу наличия большего времени оказывается возможным и наиболее благоприятным именно в системе дополнительного образования, а такая нетривиальная умственная деятельность учащихся даёт импульс развитию творчества и исследовательских качеств учащихся.

Литература

1. Семёнова З.В., Кузнецова Л.Г. Информатико-математический кружок как средство повышения познавательного интереса учащихся к математике // Наука и школа. 1998. - №6. – С .45-48.
2. Гнеденко Б.В. Математика и жизнь. Серия «Психология, педагогика, технология обучения: математика». — Изд.3. — 2006. — 128 с.
3. Корянов А.Г. Прокофьев А.А. Пособие по решению заданий типа С1. Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней. — Брянск-М., 2012. — С. 51.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ NPS-ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ОЦЕНКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

О.А. Малыгина, И.Н. Руденская

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия

e-mail: malygina58@mail.ru

Аннотация. Одной из актуальных педагогических проблем является проблема оценки качества обучения. Исследователи связывают её решение с использованием математических методов. В работе рассматривается применение NPS-подхода при оценке результатов обучения. Разработана математическая модель на основе использования теории вероятностей, которая позволяет оценить эффективность обучения.

Ключевые слова: качество обучения, NPS-подход к обучению.

SOME ASPECTS OF NPS- TECHNOLOGY USE FOR ASSESSMENT RESULTS TRAINING

Abstract. One of the relevant pedagogical problems is the quality rating of education. Modern researchers connect the solution of this problem with mathematical methods use. In this paper is considered the application of NPS-approach to quality rating of education. The Mathematical model is described and based on probability theory use, which allows to estimate effectiveness of education.

Key words: quality of education, NPS-approach for education.

В педагогических исследованиях разрабатываются различные качественные и количественные критерии оценки результатов обучения. Использование математических методов позволяет аргументировать выводы о качестве обучения, подтверждать достоверность исследования, эффективность новых моделей обучения. Перспективным направлением в использовании математических методов при оценке результатов обучения является применение *NPS*-подхода.

Предыстория создания такого подхода описана в работе [1]. В настоящее время *NPS*-подход широко применяется в работе различных клиентоориентированных структур (банки, страховые компании, поликлиники и др.). В данной статье рассматриваются некоторые аспекты использования *NPS*-подхода для оценки качества обучения. Построение *NPS*-технологии начинается с разработки ключевого вопроса, который составляется в соответствии с целями и задачами обучения, причем ответы на данный вопрос должны допускать возможность интерпретации в терминах некоторой числовой шкалы. Предположим, что в качестве ответа на вопрос, т.е. оценки в баллах в рамках *m*-значной шкалы, субъект называет число «*j*», $j = 0,1,...,m-1$. Ответу субъекта *j*-го типа приписывается вес α_j, $-1 \le \alpha_j \le 1$. Тогда *обобщенный коэффициент* *NPS* - это величина $NPS(\alpha_0,...,\alpha_{m-1}) = \sum_{j=0}^{m-1} \alpha_j \cdot p_j$, где p_j– неизвестная вероятность появления субъекта *j*-го типа [2,3]. Заменив вероятности p_j на наблюдавшиеся частоты ω_j, получим несмещенную и состоятельную оценку $(NPS)^{\wedge}_{gen} = \sum \alpha_j \cdot \omega_j$ для обобщенного коэффициента *NPS*. Оценку для обобщенного коэффициента *NPS* удобно представлять в виде среднего значения независимых и одинаково распределенных случайных величин X_i: $(NPS)^{\wedge}_{gen} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1} X_i$, которые определяются равенствами: $X_i = \alpha_j$, если *i*-ый опрошенный – субъект *j*-го типа.

Проводя регулярные замеры обобщенного коэффициента *NPS*, можно отслеживать определенные тенденции, делать выводы и принимать управленческие решения. *NPS* служит индикатором: если динамика его отрицательна, то требуется дополнительный анализ для поиска причин проблемы. Использование *NPS*–подхода предполагает сравнение значений *NPS*, полученных в результате различных опросов. Поскольку *NPS* можно рассматривать как среднее значение, то сравнение *NPS* двух различных независимых выборок основано на использовании методов сравнения средних значений для независимых генеральных совокупностей. Основными подходами для анализа динамики обобщенного коэффициента *NPS* являются подходы, основанные на использовании распределения Стьюдента, использовании критерия Беренса - Фишера, на аппроксимации нормальным распределением. В работе авторов [4] описана модификация *NPS*–подхода с использованием распределения Стьюдента для случая конечной генеральной совокупности и аппроксимации нормальным распределением.

В педагогической практике следует сначала выбрать один из указанных подходов, затем проверить значимость отличий результатов двух различных опросов, что соответствует значимости изменения обобщенного коэффициента *NPS*. Для сравнения значений *NPS*, соответствующие двум независимым опросам *A* и *B*, будем говорить, что NPS^A_{gen} значимо отличается от NPS^B_{gen} для заданного уровня значимости $\alpha = 1-\gamma$, если разность оценок $(NPS)^{\wedge}_{A}$ и $(NPS)^{\wedge}_{B}$ не попадает в соответствующий доверительный интервал. Если NPS^A_{gen} значимо отличается от NPS^B_{gen}, то будем говорить об изменении качества обучения. Применение обобщенного коэффициента *NPS* к оценке качества обучения снижает уровень субъективности и позволяет принимать оптимальные управленческие решения. Применение *NPS*-технологии существенно экономит ресурсы. Программа вычисления *NPS* и границ доверительного интервала достаточно простая, а результатом ее выполнения является описание динамики *NPS*. Изменения данного коэффициента позволяют связать количественные данные о результатах обучения с его качественными характеристиками, быстро оценить ситуацию и внести коррективы, данная технология позволяет проводить оценку качества обучения в режиме реального времени.

Литература

1. Малыгина О.А. Формирование основ профессиональной мобильности в процессе обучения высшей математике. М.:URSS, 2009. 368 с.
2. Malygina O. A., Rudenskaya I. N., Shuhov A. G. Generalized NPS Approach for Education Quality Rate // Progress in Analysis. Proceedings of the 8th Congress of the International Society for Analysis, its Applications, and Computation. Vol. 3. M.: Peoples' Friendship University of Russia, 2012. p. 134-140.
3. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Модернизация NPS-подхода для оценки качества работы клиентоориентированных структур // Вестник Тамбовского Университета / Сер. Естественные и технические науки. 2011. т.16, Вып.4. с. 1122-1123.
4. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Методология NPS- подхода к оценке качества функционирования клиентоориентированных структур // Наукоемкие технологии. 2011. Т12, №10. с. 51-58.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА СИНЕРГИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

В.М. Михайлов

Московский технологический университет (МИРЭА), Россия,
Москва, пр. Вернадского, д.78;

тел.8-499-215-65-65, доб.24-12; *e-mail: mihajlov@mirea.ru*

Аннотация. Рассматриваются вопросы учета синергетического эффекта при обучении математике на основе согласования факторов взаимосвязи внутренних когнитивных процессов со структурными особенностями и качеством подачи учебного материала

Ключевые слова: многофакторность (системность) обучения,потенциал синергии, структурирование и восприятие учебного материала, качество обучения

METHODICAL FIATURES OF SYNERGY IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract. Problems of synergy in learning mathematics on the basis of harmonization of internal cognitive processes are discussed with structural characteristics and methodical features of the quality of training material.

Key words: the multi-level (systematic) training, potential of synergy, structuring and perception of teaching material, the quality of education

Системность образовательного процесса делает необходимым корректное совмещение психолого-педагогических факторов с предметными, что в значительной степени определяет его эффективность. Качество *исходного учебного материала* и*его подачи* учителем, а также степень *соответствия* с *усваиваемым* учеником являются *важнейшими факторами*, от которых во многом зависит и качество *проявления синергии*, как источника дополнительных позитивных эффектов такого сложного процесса. Однако их учет и согласование на необходимом уровне сопряжены с заметными затруднениями. Причина этого в трудностях полноценного учета особенностей функционирования *внутренних познавательных процессов* учеников и *недостаточным структурированием* исходного материала**.** *Т.е.* должно обеспечиваться структурно-логическое построение учебного курса, включая его, как общую компоновку и последовательность изучения разделов, так и структуризацию их содержания и в теории, и в практической части. А вот причина *первого* затруднения заключается в значительной сложности *комплексного процесса отражения изучаемого предмета* и внутренних особенностях его познания. И даже выделение отдельных составляющих *отражения*, определяемых известной в психологии, но *достаточно свернутой в учебно-предметном отношении* схемой, сохраняет отмеченные затруднения. Их действие определяется в виде последовательности процессов**:** ***Ощущение → Восприятие → Память → Представление (Воображение) → Мышление.*** Но на предметном уровне недостаточно учитываются *мера* включения и *роль* каждого из процессов в усвоении изучаемого материала в целом, а также и специфика их взаимосвязи. Проявления указанных недостатков снижает в числе прочего и так необходимые позитивные эффекты синергии. Их устранение связано с необходимой методической детализацией процедур в уже отмеченных составляющих обучения и обеспечением максимально возможного согласования связанных с ними процессов. Это относится в первую очередь к уточнению характера действия внутренних познавательных процессов. Их организацию в целом можно представить в следующем виде (рис. 1).

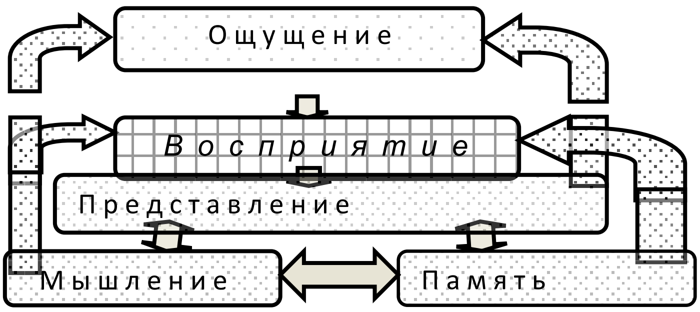


Рис. 1. Схема действия внутренних познавательных процессов

Из всех перечисенных процессов лишь ***Восприятие***, на основе первичных *Ощущений* отдельных свойств изучаемого объекта, позволяет ученику сформировать его внутренний образ. Сформированный ***Восприятием*** целостный (структурный) образ объекта переходит в новое *Представление*, контролируется *Мышлением* и остается в *Памяти*, т.е. становится уже атрибутом всего познавательного процесса. Далее это позволяет формировать новый уровень *Ощущений* уже более глубокого содержания и т.д. Т.е. в явном виде представлены цикличность, непрерывность и сбалансированность *процесса обучения*, а ***Восприятие*** по своей сути *основа информационного обеспечения* всего познавательного процесса, что говорит уже о его полной определенности как фактора. В этом случае, в математике функция ***Восприятия*** ученика – это способность распознавать: **а**) тематическую принадлежность рассматриваемого материала, его структуру и параметры; **б**) вид (тип) заданий и возможности применения теории; **в**) состав и последовательность необходимых действий по их выполнению. А в качестве меры должна быть оценка *уровня восприятия* у ученика можно осуществлять, например, при выполнении заданий с помощью многоступенчатого представления уровней их сложности (рис.2).

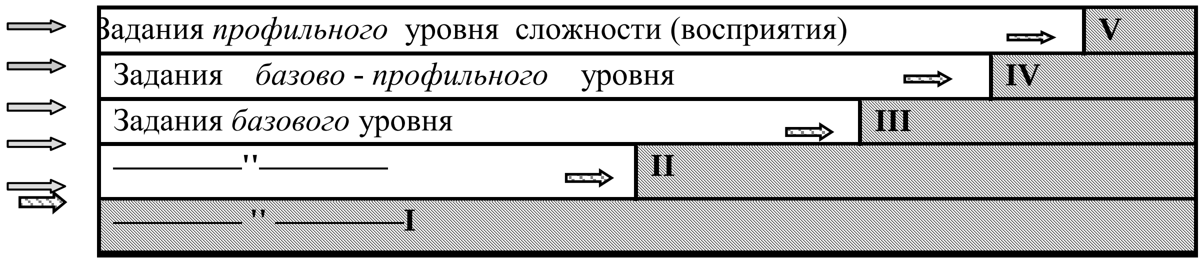


Рис. 2. Схема одно – ( ) и многоуровневого (**I ÷V**) представления сложности практических заданий.

Задания различаются по количеству затрагиваемых (например, от 1 до 5) теорем**,** законов или логических затруднений. Их решение в каждом случае оценивается соответствующими баллами. Установочные задания на первых 3-х уровнях сложности соответствуют *базовым*,на 4-м – *базово-профильному,* на 5-м – *профильному*. Различие традиционного *одноуровневого* и *многоуровневого представлений* практических заданий заключается в том, что ученик, выбравший неверную схему решения, не может самостоятельно определить причину своей ошибки за исключением, пожалуй, лишь наиболее слабых заданий I-ой и, может быть, II-ой ступеней сложности. Таким образом, на *максимальную* синергию можно рассчитывать при обучении математике лишь в случае полного раскрытия потенциала изучаемого материала на всех этапах, начиная с составления структурированного во всей полноте учебного курса, с необходимым качеством подачи, с обеспечением его усвоения на основе формального контроля уровня восприятия в качестве.

АДАПТАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ФИНАНСОВЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ К АКУТАЛЬНОМУ ЭКОНОМИЧЕСКОМУ СОСТОЯНИЮ

Е.П. Мочалина, Г.В. Иванкова, О.В. Татарников

ФБГОУ ВО « РЭУ им. Г.В. Плеханова», Москва, Россия

e-mail: *mochalina77@yandex.ru*

Аннотация: В статье изложен инновационный подход к преподаванию дисциплины «Финансовые вычисления», который базируется на динамическом блоке кейсовых заданий, формируемых на основе информации, поступающей в онлайн режиме с площадок фондового рынка.

Ключевые слова: кейс, модель, CAPM, SMA, стохастический процесс, интеграл Ито.

ADAPTATION OF THE EDUCATIONAL PROGRAM FOR FINANCIAL CALCULATIONS ACCORDING TO THE ACTUAL ECONOMIC STATE

Abstract: This paper presents an innovative approach to teaching the discipline "Financial calculations", which based on a dynamic block of case studies generated by information received online from the stock market.

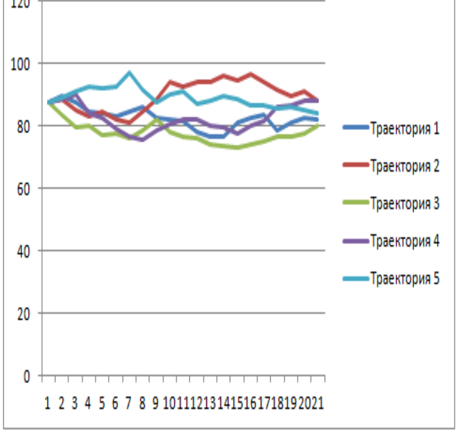
Keywords: case study, model, CAPM, SMA, stochastic process, integral Ito.

В процессе освоения дисциплины студенты должны приобрести необходимые навыки получения количественных оценок финансовых операций, научится моделировать финансовую ситуацию и интерпретировать результаты. Для того, чтобы полученные знания не были оторваны от современных реалий, необходим курс, отражающий большинство тенденций и методов, ***применяемых на практике***. Инновационный подход к проблеме состоит в создании обучающего модуля (динамический блок кейсовых заданий, основанных на реальных данных) максимально соответствующего этому требованию. Модуль, в свою очередь, разбивается на теоретико-практические задания типа «оценка финансовых активов: ожидаемая доходность и волатильность», «инвестиции в производные финансовые инструменты» и т.п. Естественно, в рамках каждой работы соблюдается основной принцип кейса: каждая последующий шаг базируется в той или иной степени на результатах предыдущего этапа. Теперь кратко покажем, как это работает. Возьмем задание «Оценка финансовых активов: ожидаемая доходность и волатильность»: требуется рассчитать ожидаемую доходность акций ***одной из реально существующих компаний, торгующихся на Московской Фондовой Бирже***, двумя способами: приближенно и точно. Также следует сравнить полученные результаты и сделать выводы. Цель работы: ознакомление с наиболее распространенной в практике финансовых вычислений моделью оценки доходности активов; приобретение навыков ее использования с помощью программы Excel. За основу возьмем CAPM ([1], Capital Asset Pricing Model) – модель оценки финансовых активов, основанную на анализе массивов информации фондового рынка и конкретно изменений доходности свободно обращающихся акций (с помощью чего и производится прогнозирование будущей доходности активов для инвесторов). Заметим, что изменение цены акции при этом описывает стохастический процесс с непрерывным временем. Точнее, для моделирования цены акции используется формула Ито [2]: $\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dZ$. Здесь σ – волатильность цены, а μ – ожидаемая доходность, а для оценки волатильности – метод SMA (Simple Moving Average).Возьмем компанию «Аэрофлот». В качестве исходного материала с сайта finam.ru берем котировки акций компании. Далее, в качестве рыночной доходности будем рассматривать изменения индекса РТС (RTSI), также это может быть индекс ММВБ (MICECX).

Табл.1 Котировки и доходности RTSI, AFLT

дата	AFLT	RTSI	доходность AFLT	доходность RTSI
01.07.2015	37,3	930,66	-0,008042895	0,001482819
….	….	…..	…..	…..
29.06.2016	83,41	905,36	0,025056948	0,028706813
30.06.2016	85,5	931,35	0,006081871	-0,000622752
01.07.2016	86,02	930,77		

Рис. 1 Траектории движения цены акции



Оценка волатильности по методу SMA и этим исходным данным и с учетом корректировки по М. Блюму дает 47%. Теперь получена вся необходимая информация для прогнозирования цены акции. Моделирование стохастического процесса при этом производится по методу Монте-Карло. Результаты представлены на графике справа. Количество траекторий зависит от требуемой точности. ***Вывод:*** Ожидаемая доходность акций «Аэрофлот» оказалась ниже, чем доходность по безрисковому активу (примерно 5% против 10%). При этом рынок показывает практически нулевую доходность. Что как раз и означает, что наблюдается кризис, которой приводит к оттоку капитала и созданию неустойчивой инвестиционной среды. Оценка волатильности составила 47%, что вписывается в стандарты (от 15% до 60%). Моделирование траекторий говорит нам о том, что ожидаемый диапазон цен – от 80 до 100□. С вероятностью 60% ожидается падение цены примерно на 5-10%, с вероятностью 40% цена акции останется на прежнем уровне. Как мы видим, на данный момент нет никаких предпосылок для роста акций «Аэрофлот».

Кейсовые задания всегда предполагают неоднозначный результат. Адекватность предоставленного решения при таком подходе проверятся непосредственно и мгновенно, что является большим преимуществом. Следовательно, мы можем сказать, что создание и защита проекта в рамках кейса поможет создать условия наиболее приближенные к реальности и тем самым такой выпускник будет наиболее конкурентоспособен. Таким образом, **актуальность** продемонстрированного подхода обусловлена тем, что современные экономические условия предъявляют повышенные требования к уровню подготовки квалифицированных кадров, что предполагает свободное владение аппаратом финансового анализа, которое приобретается только посредством решения множества реальных задач.

Литература

1. Джон. К. Халл. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. М.: Издательский дом «Вильямс», 2013, 1024 с.

2. L.B.Koralov, Y.G.Sinai. Theory of Probability and Random Processes. Springer, 2007, 358 с.

ЭФФЕКТ СИНЕРГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО, ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО И ГУМАНИТАРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ: СТРУКТУРА, ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

С.А. Розанова

Московский технологический университет (МИРЭА)

г. Москва, пр. Вернадского, д. 78

srozanova@mail.ru

Аннотация. В докладе обоснована целесообразность синергии математического, естественнонаучного, гуманитарного образования через интегративные программы и курсы. Выделены основные компоненты эффекта синергии и даны их характеристики.
Ключевые слова: интеграция, синергетический эффект, математическое, естественнонаучное, гуманитарное образование, мотивационный, профессиональный, экономический, инновационный, интеллектуальный, социальный, духовно-нравственный.

EFFECT OF SYNERGY OF MATHEMATICAL, NATURAL-SCIENCE AND HUMANITARIAN EDUCATION: STRUCTURE, MAIN CHARACTERISTICS

S. A. Rozanova

Moscow technological university (MIREA)
Moscow, Vernadsky Ave., 78
srozanova@mail.ru

Abstract. In the report feasibility of synergy of mathematical, natural-science, humanitarian education through integrative programs and courses is justified. Principal components of effect of synergy are selected and their characteristics are done.
Keywords: integration, synergy effect, mathematical, natural-science, humanitarian education, motivational, professional, economic, innovative, intellectual, social, spiritual moral.
Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-18-10304)

Повышение мотивации обучающихся к учению вообще, в том числе к изучению математики, является одной из важнейших проблем современного общества. В «Концепции развития математического образования в РФ» среди обозначенных в ней проблем на первом месте стоит проблема мотивационного характера: «Низкая учебная мотивация школьников и студентов связана с общественной недооценкой значимости математического образования…» [1].В то же время со стремительным развитием наук, производства, технологий математика становится востребованной во всех сферах человеческой деятельности, в том числе и в гуманитарных областях

Одним из путей повышения учебной и профессиональной мотивации школьников и студентов вузов различных профилей является интеграция математического, естественнонаучного и гуманитарного образования [2]. Первые два направления в образовании, в основном, развивают логическое (рациональное) мышление, а третье – образное (иррациональное). Дополняя друг друга, они способствуют гармоническому развитию личности обучаемого. Тенденция к интеграции предприятий, фирм, образовательных структур, программ математического, естественнонаучного и гуманитарного циклов особенно усилилась в середине 90-х годов прошлого века сначала за рубежом и позднее в России.

В современной науке интеграция структур понимается « не как их суммирование,а как глубокое взаимодействие на основе общих принципов познания окружающего мира, общих инвариантов, позволяющих объединить разнопредметные знания в единую целостную систему»[3]. Внутри естественных наук и даже в их синтезе с математикой найти такие инварианты (логические основания, обобщенные понятия, универсальные методы и др.) легче [4], чем в интеграции математики, естественных наук с гуманитарными. Решению этой проблемы может оказать существенную помощь математика, владеющая универсальными языком и методами для всех наук[5]. Цель любой интеграции – ожидание и получение максимально возможного положительного эффекта. Если речь идет об интеграции образовательных структур, то это, прежде всего, должно быть ожидание повышения качества образования, а затем - получение экономического эффекта. Именно в таком порядке, но не наоборот.

В связи с этим интеграцию обозначенных выше наук целесообразно рассматривать с точки зрения синергетического подхода. Синергетический подход к интеграции трех главенствующих в образовании направлений (математика, естествознание и гуманитарные науки) будем рассматривать как общенаучный подход к описанию новой сложной системы, так как он дает возможность исследовать ее поведение с точки зрения единого механизма развития.

При синергии рассматриваемых трех ветвей образования возникает синергетический эффект, который при определенных психолого-педагогических, социальных, экономических условиях может быть как положительный, так и отрицательный. В **структуре** синергетического эффекта можно выделить особенно важные компоненты: мотивационный как часть психологического; профессиональный, интеллектуальный; инновационный; социальный; экономический, духовно-нравственный.Рассмотрим **характеристики выделенных 7 компонентов синергетического эффекта**

Мотивационный эффект, как значительная часть психологического эффекта, - это система новых учебных, профессиональных, эстетических, социальных, философских и духовно-нравственных мотивов, возникающих при изучении междисциплинарных интегративных курсов и способствующих развитию мотивационной сферы личности. Математика с ее универсальным языком и методами становится живой, наглядной и интересной.

Профессиональный эффект-это система профессиональных компетенций ,сформированных благодаря новым знаниям, полученным в ходе изучения интегративных курсов, умело подобранным профессиональным задачам, расположенным по возрастающей степени сложности, решению которых способствуют методы математического моделирования.

Интеллектуальный эффект – это расширение и развитие интеллектуальнойсферы личности, наступающие в связи с дополнением знаний из других предметных областей и решением прикладных задач из этих областей с помощью тех же математических методов, что и профессиональных. Приростзнаний ведет к *знаниевому эффекту*, который можно рассматривать как часть интеллектуального эффекта.

Инновационный эффект - система новейших технологий, методов, научных достижений в интегрируемых науках, которыми овладевают студенты в процессе изучения интегративных курсов.

Социальный эффект - система знаний, умений и навыков их применения вразличных областях жизнедеятельности, обеспечивающая выпускникам вузов мобильность и конкурентоспособность на рынке труда.

Духовно-нравственный эффект - духовно-нравственное обогащениеличности. Как правило, его привносят гуманитарные науки и религия в другие науки при их интеграции. Но в истории математики и естествознания есть немало примеров нравственных поступков ученых и педагогов, которые могут быть не известны гуманитариям, и внесут свой эффективный вклад в духовно-нравственное развитие личности.

Экономический эффект – материальный (финансовый, материально-технические базы вузов) и нематериальный(профессиональный, интеллектуальный, духовно-нравственный, мотивационный) выигрыш от синергии разных направлений образования. Материальный выигрыш от синтеза разных образовательных ветвей сию минуту может и не быть, но в отдаленном времени может оказаться значительным при высоком качестве школьного и вузовского образования.

Литература

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013г. №2506-р, Москва.
2. Розанова С. А., Карапетян В.С., Смирнов Е.И. и др. Развитие мотивации к изучению математики в современном мире. Монография.-М.: РУДН, 2015, с.283
3. Межонова Л.Е. Проблемы и специфика использования теории слияния и поглощения в сфере образования. Экономика и предпринимательство. №8, 20134.
4. Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. Монография. - М.: РУДН, 2003,с.175
5. Смирнов Е.И. Единство математики в задачах на основе фундирования опыта наглядного моделирования будущего педагога. Proceedings of Global International Scientific Analytical Project “ Subject and object of cognition in a projection of educational technologies and psychological concepts”, 2014, London.-pp.34-41

МОТИВАЦИОННАЯ И ИНТЕГРАТИВНАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ В РЕАЛИЗАЦИИ КУРСОВ ПОВЫШЕНИЯКВАЛИФИКАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Розанова С.А., Кузнецова Т.А.

Московский технологический университет (МИРЭА)

Москва, Россия

srozanova@mail.ru ;kuzta@yandex.ru

Аннотация. Предложен проект программы курсов повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы. Показана целесообразность выделения мотивационной и интегративной составляющих при формировании профессиональных компетенций в процессе обучения математике будущих инженеров.

Ключевые слова: Особенности курсов, повышение квалификации, мотивационная и интегративная составляющие.

MOTIVATIONAL AND INTEGRATIVE COMPONENTS INTO THE REALIZATION OF ADVANCED TRAINING COURSES IN TECHNICAL UNIVERSITIES FOR TEACHERS OF MATHEMATICS

Rozanova S.A., Kuznetsova T.A.
Moscow Universityof Technology (MIREA)

Moscow, Russia

srozanova@mail.ru ;kuzta@yandex.ru

Abstract. A draft program of improvement qualification courses for teachers of mathematics in technical university is proposed. Expediency of allocation of motivational and integrative components of professional competences of future engineers is shown for the process of learning mathematics.

Keywords: features courses, training, motivation, integrative components.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

Бурное развитие техники и технологии в современном мире предъявляет новые требования к выпускникам образовательных учреждений. В свою очередь это требует совершенствования содержания образования, новых методик и технологий обучения студентов, что невозможно без постоянного повышения квалификации преподавателей высшей школы. Проблемы и программы курсов повышения квалификации преподавателей математики технических университетов неоднократно обсуждались авторами этого сообщения [1], [2].Мы предлагаем введение в эти курсы следующих модулей: нормативно-правовой, психолого-педагогический, профессиональный (предметной области), современных технологий, практический, контрольно-оценочный. В свете современных тенденций в образовании (дифференциации и интеграции, необходимости реализации требования ФГОС ВО по созданию междисциплинарных курсов , падения у обучаемых интереса к математике), целесообразно ввести в психолого-педагогический модуль Программы тему «Развитие мотивации к изучению математики в современном мире». Введение интегративных курсов и материалов в модуль современных технологий Программы будет способствовать актуализации и реализации требований ФГОС ВО и как следствие приведет к расширению и развитию интеллектуальной сферы студентов технических вузов

Двадцать первый век предъявляет особые требования к молодым специалистам: выпускник вуза должен быть универсальным работником, то есть он должен обладать универсальными способностями, позволяющими плодотворно работать по специальности при одновременной гибкости в решении профессиональных проблем и при необходимости овладевать смежными профессиями. А для этого в вузе нужно научить будущего специалиста самостоятельно приобретать знания в течение всей жизни. Этому также может способствовать введение в учебный процесс междисциплинарных интегративных курсов и материалов. При обсуждении современных методик преподавания математики в технических университетах следует подчеркнуть, что изложение курса высшей математики в техническом вузе постоянно должно быть увязано с решением профессиональных задач, с необходимостью использования математических понятий и методов при изучении естественнонаучных и специальных дисциплин. Примерами реализации этого подхода могут служить пособии [3] и [4].

В практическом модуле программы курсов повышения квалификации предусмотрено, что: преподаватели различных вузов могут поделиться опытом, примерами профессиональных задач, предлагаемых студентам на лекциях, практических задачах, расчетных лабораторных работах и другими интегративными материалами;с помощью слушателей курсов в дальнейшем можно создать банк подобных задач и материалов;целесообразно пригласить в качестве лекторов не только специалистов-математиков, но и специалистов смежных наук, которые познакомят слушателей с тенденциями развития науки и техники на современном этапе. В докладе авторы более подробно познакомят слушателей с примерными программами курсов повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы, которые предположительно будут организованы в Московском технологическом университете.

Литература

1. Розанова С.А., Кузнецова Т.А. Особенности курсов повышения квалификации преподавателей математики высшей технической школы. Труды Международной научной конференции «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство», Армения, г. Горис, 29 сентября-02 октября 2015г., стр.535-538.
2. Розанова С.А., Карапетян В.С., Смирнов Е.И., Кузнецова Т.А. и др. Развитие мотивации к изучению математики в современном мире. Монография.-М.: РУДН, 2015, с.283
3. Исмагилова Е.И. Комплексные числа и символический метод расчета электрических цепей переменного тока. Москва, МИРЭА, 2006г.
4. Розанова С.А., Белов П.В., Сирота А.И. и др. Линейная алгебра и теория вероятностей в приложении к исследованию систем передачи информации. Москва, МИРЭА, 1993г., с.124.

СИНЕРГИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ: МЕТОДОЛОГИЯ И ПОДХОДЫ

Е.И.Смирнов

Ярославский государственный педагогический университета им. К . Д. Ушинского

e-mail: e.smirnov@yspu.org

Аннотация. В статье предлагается реализовать возможности синергии математического образования в школе и вузе на основе диалога информационной, гуманитарной, математической и естественнонаучной культур в ходе адаптации современных достижений в науке средствами наглядного моделирования.
Ключевые слова: синергия математического образования, фундирование опыта личности, наглядное моделирование, диалог культур

SYNERGY OF MATHEMATICAL EDUCATION IN SECONDARY AND HIGHER SCHOOLS: METHODOLOGY AND APPROACHES

Abstract. In this paper opportunities of synergy of mathematical education in secondary and higher schools are realized on the base of dialogue of mathematical, science, informatics and humanities cultures by visual modeling of modern science achievements adaptation.
Key words: synergy of mathematical education, foundation of person's experience, visual modeling, dialogue of cultures

Постиндустриальное общество требует специалистов с высоким уровнем потенциала развития и саморазвития интеллектуальных способностей, духовно-нравственных, аналитических и профессионально-технологических качеств, умеющих самостоятельно оценивать ситуацию и оперативно принимать обоснованные решения в сложных экономических и производственных условиях. Эффективные образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструктов и задают ценностный императив личностного развития. В связи с этим, согласно современным требованиям, они представляют собой открытые, динамично развивающиеся, нелинейные системы и должны включать механизм самоадаптации с эффектом скачкообразного перехода на более высокие уровни реализации образовательного процесса. Развитие образовательных технологий и решение проблем индивидуализации образования в современный период может быть основано на слиянии ведущих педагогических парадигм и применении последних достижений в науке (возможно даже знаний и методов из высших образовательных ступеней). При этом реализация процесса повышения эффективности образовательных систем возможна на основе актуализации синергетических принципов и подходов. В особенности это касается математического образования, которое потенциально, в обобщенном смысле, может являться целостным интегративным конструктом на основе взаимодействия и интеграции гуманитарных, информационных и естественнонаучных культур на разных уровнях реализации форм, методов и средств. Данные тенденции проявляются на фоне лавинообразной востребованности современных математических достижений в технике и народном хозяйстве, в реальной жизни, в естественных и гуманитарных науках. Достаточно упомянуть достижения фрактальной геометрии (Б.Мандельброт, Р.М. Кроновер, Falconer K.J., Федер Е., А.Барнслоу и др.), теории хаоса и катастроф (А.Н.Колмогоров, В.И.Арнольд, К.Зиман, Р.Том, Дж. Брус и др,), fuzzy-logic (Л.Заде, А.Кофман, Н. Валландер, С.Д. Штовба и др.), теории кодирования и шифрования (К.Шеннон, Р.Хэмминг, Д.Хаффман и др.), теории обобщенных функций (Л.Шварц, Л.В.Соболев, И.М.Гельфанд, С.М.Никольский, М.Де Вильде, А.Мартино и др.) и др. А ведь именно в современных условиях интенсивного применения математических методов в естествознании, гуманитарных науках, технике и смежных науках, да еще в соединении с информационными технологиями, данные исследования должны были бы непременно находить свое отражение в изменяющихся программах школьного и вузовского математического образования. Однако весомого проявления данной тенденции не наблюдаются ни в российской , ни в зарубежных системах математического образования. При этом факторы изменений в математической образовании определяются характером и динамикой взаимодействия внешней среды (традиции, задачи и ценности общества, состав и структура образовательных институтов, использование сложных систем на основе математического моделирования в науке и технике, в живой и неживой природе и т.п.) и состоянием личностных предпочтений и самоопределения обучаемых как этапа к саморазвитию личности посредством выстраивания иерархий понимания в контексте актуализации параметров порядка образовательной системы (ценности, мотивы, широта опыта, структура и выраженность личностных качеств). Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности , упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур, исследовательская деятельность как неотъемлемый атрибут современного образования, эффективная система саморегуляции личностных черт обучающегося на основе их фундирования [1]. *Синергия при этом будет рассматриваться нами как симбиоз личностных эффектов саморазвития , предметных результатов и стохастических процессов самоорганизации сложных открытых систем (образовательные системы в полной мере соответствуют данной категории) посредством согласованных действий разных факторов и начал в трех аспектах: семиотическом , имитационном и социальном применительно к математическому образованию в школе и вузе.* Последние аспекты особенно важны в педагогических системах ввиду возможности установления дополнительных горизонтальных связей на основе диалога культур и реализации контекстного подхода А.А.Вербицкого [2]. При этом интеграция естественнонаучной, гуманитарной, математических культур актуализируется на основе наглядного моделирования [3] использованием информационных технологий и дидактические процессы приобретают новое качество: естественнонаучные знания обогащаются гуманитарным аспектом, гуманитарные знания приобретают научную основу обоснования сущности использованием естественнонаучного и математического аппарата и методов. *Поэтому одним из основных средств, генерирующих синергию математического образования и определяющих задачи и направление настоящего исследования, являются процессы адаптации современных достижений в науке к обучению математике в школе и вузе.*

Литература

1. Смирнов Е.И. Фундирование опыта личности и инновационной деятельности педагога. Ярославль: Канцлер, 2012. 656 с
2. Вербицкий А.А. Новая образовательная парадигма и контекстное обучение. М.: 1999. 75 с
3. Смирнов Е.И. Наглядно-модельное обучение математике. Ярославль.: Изд-во ЯГПУ, 1997. 323 с

СИНЕРГИЯ ДИСКРЕТНОСТИ И НЕПРЕРЫВНОСТИ В МАТЕМАТИКЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

В.А. Тестов, Н.Е. Смирнов

Вологодский госуниверситет, Ярославский гос.педуниверситет, Россия
e-mail: vladafan@inbox.ru;e.smirnov@yspu.org

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект №16-18-10304)

Аннотация. В статье показывается, что в истории математики имелись неоднократные попытки нарушения баланса между дискретностью и непрерывностью, свести математику к одной их этих компонент. Однако в этом случае становилось очевидным разрушение целостности математической картины мира. Синергию дискретности и непрерывности можно обеспечить с помощью третьего компонента – фрактальности.

Ключевые слова: дискретность, непрерывность, фрактальность, тринитарная методология, содержание обучения математике.

SYNERGY OF DISCRETENESS AND CONTINUITY IN MATHEMATICS AND MATHEMATICAL EDUCATION

Abstract. The article shows that in the history of mathematics had repeated attempts of violation of the balance between discreteness and continuity, to reduce mathematics to one of those components. However, in this case it became obvious the destruction of the integrity of the mathematical picture of the world. The synergy of discreteness and continuity can be achieved by the third component – fractal.

Keywords: discreteness, continuity, fractals, Trinitarian methodology, content of teaching mathematics.

Для формирования целостного представления о математике необходимо стремиться к синергии, единению различных взглядов на природу математики. Однако вся история математики показывает, что взгляды на соотношение между непрерывным и дискретным не раз менялись на протяжении тысячелетней истории развития науки.Первобытная математика была дискретной. В Древней Греции Демокрит придерживался дискретных, атомистических взглядов. Но большинство математиков – современников Демокрита– отвергли атомистическое истолкование геометрии. Атомистические идеи возродились снова лишь в XVII в. в работах Кеплера, Кавельери и Виета.

Идеи дискретности и непрерывности соперничали и в первый период создания дифференциального и интегрального исчисления. Лейбниц ввел величины, названные им инфинитезиальными, или бесконечно малыми, которые отличны от нуля, но меньше любого другого положительного числа. Это постоянная величина, но очень малая. Самым уязвимым местом его теории было противоречие с аксиомой Архимеда. Это противоречие было разрешено Робинсоном значительно позднее, в XX столетии.

В XIX в большинство математиков, исходя из строгого логического обоснования исчисления бесконечно малых, пошли по другому пути, фактически изгнали идеи дискретности из математического анализа, что отдалило математику от реальности. Вместе с тем даже в период господства парадигмы непрерывной математики отдельные математики высказывали идеи дискретности (Н. В. Бугаев, П. А. Флоренский и др.).

В начале XX в. происходят революционные перемены в теоретической физике, связанные с дискретными представлениями в квантовой механике. Дискретность возникла и при разработке теории информации. В связи с этим в последние десятилетия в математике наблюдается бурный рост дискретной математики и ее приложений.По словам А.Н. Колмогорова мы предпочитаем непрерывную модель лишь потому, что она проще [2, с. 15].

Все эти перемены в математике не могли не сказаться и на содержании математического образования. Соотношение дискретного и непрерывного в обучении математике также всегда было предметом обсуждения и споров. В настоящее время дискретные вопросы, несмотря на изменение их роли в математической картине мира, в школьном курсе математики затрагиваются примерно в той же мере, как и несколько десятилетий назад[3].

Как отмечалось выше, в истории развития науки имелись неоднократные попытки нарушения баланса между дискретностью и непрерывностью, свести математику к одной их этих компонент. Однако все они заканчивались неудачей, ибо становилось очевидным разрушение в этом случае целостности математической картины мира. Объяснение попыткам свести математику либо к дискретности, либо к непрерывности можно найти в том, что в основе взглядов большинства ученых лежит бинарное мышление. При этой методологии расчленение объекта или явления на две части являлось доминирующим для всей классической науки. Элементарные структуры имели вид бинарных оппозиций: вещество-поле, бытие-сознание, дифференциация-интеграция, субъект–объект, материализм–идеализми т.п. В истории науки можно проследить, как доминанты в каждой оппозиции периодически менялись. Но если противоречия сосуществуют, то должно быть нечто третье, обеспечивающее их примирение. Для объяснения синтеза, самоорганизации, целостности оказалось необходимым наличие третьего фактора.

Основой нового мышления может стать тринитарная методология, которая в последнее время все шире используется в постнеклассическом (синергетическом) мировоззрении, хотя ростки этого мышления зародились значительно раньше. В последние десятилетия Р.Г. Баранцевым рассмотрены системные (целостные) триады, единство которых создается тремя потенциально равноправными элементами одного уровня, каждый из которых может служить мерой совмещения двух других [1].

В качестве третьего элемента, необходимого для решения проблемы противоречия между дискретностью и непрерывностью в математике, как меру их компромисса можно рассматривать фрактальность. Такой взгляд имеет свои основания. Философы высказывают точку зрения, что фрактальность есть одно из всеобщих фундаментальных свойств бытия, т.е. фрактальность можно рассматривать таким же фундаментальным структурным свойством материи, как дискретность и непрерывность. С появлением фракталов со всей очевидностью стала ясна ограниченность описания природы с помощью гладких кривых, поверхностей и гиперповерхностей. Окружающий нас мир гораздо разнообразнее, и в нем оказалось немало объектов, допускающих фрактальное описание и не укладывающихся в жесткие рамки евклидовых линий и поверхностей.

Поэтому фрактальная геометрия является новым важным разделом математики, требующем своего внедрения, как в вузовскую, так и в школьную программу по математике. Самое важное при изучении фрактальной геометрии – это возможность сформировать у обучающихся целостную систему представлений о математике.

Литература

1. Баранцев Р.Г. Синергетика в современном естествознании. – М.: Книжный дом «Либроком», 2014. – 160 с.
2. Колмогоров А. Н. Научные основы школьного курса математики. Первая лекция // Математика в школе. 1969. № 3. С. 12-18.
3. Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты: монография. – Вологда, ВГПУ, 2012. – 176 с.

Секция 7. Проблемы научных исследований и математического образования в технических вузах

О ФОРМИРОВАНИИ ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО «ЧИСТОПИСАНИЯ» У ШКОЛЬНИКОВ СТАРШИХ КЛАССОВ И АБИТУРИЕНТОВ ВУЗА

И.М. Аксёненкова, Е.Н. Гущина, А.В. Татаринцев

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия

e-mail: elnikg@mail.ru, tatarintsev@mirea.ru

Аннотация. Обсуждаются вопросы совершенствования подготовки старшеклассников к решению сложных задач для более легкой адаптации их в вузе.
Ключевые слова: математическая задача, тождественные преобразования.

ON THE FOUNDATIONS OF MATHEMATICS "PENMANSHIP" IN SENIOR SCHOOLCHILDREN AND STUDENTS OF THE UNIVERSITY

Abstract. We discuss how to improve the training of students to solve complex tasks for their rapidly adaptation to the University.

Key words: mathematical problem, the identity transformation.

«Математическое чистописание» - умение чисто и грамотно выполнять математические – алгебраические, буквенные и числовые – преобразования при решении задач. Кроме этого, к данному понятию авторы относят и грамотное структурирование решения задач и связанное с ним разбиение решения на логически выстроенные шаги. Это основное условие успешного решения любой формализуемой задачи – по математике ли, по физике ли, экономике и пр.

Из опыта работы в системе непрерывного математического образования «Школа-ВУЗ» авторам хорошо известно, что первокурсники инженерных, физико-математических специальностей зачастую теряются при встрече с высшей математикой – и не в последнюю очередь из-за неумения грамотно и умело проводить математические выкладки, разбить задачу на несколько последовательных шагов. Можно выучить таблицу формул, зазубрить способ решения стандартных одноходовых задач, и не справиться с объёмом математического текста. Как сказал один студент: «Я решил задачу, но не понял как! Слишком много букв!». Студенты не умеют читать и писать математические тексты! Также плохо они владеют методами решения многоходовых задач и изложением решения на доске методами, понятными их же собратьям. Лекторы и семинаристы оказываются «страшно далеки от народа»,а задачи курса высшей математики трудны для решения. Сложно понять идею решения,особенно если для него требуется логически развернутые рассуждения и ходы, видение перспективы тех или иных математических действий. Необходимо приложить много труда для претворения осознанной идеи в доступный для понимания и усвоения математический текст.

На занятиях по подготовке к поступлению в вузы со школьниками старших классов необходимо обращать особое внимание на задачи с тождественными преобразованиями выражений: алгебраических, логарифмических, тригонометрических. Важно не только знать формулы, но и уметь грамотно применять их. Не менее важно владеть искусством не применять ненужные в данном случае формулы. Развивать навык перспективного видения для той или иной формулы, того или иного математического приема. Очень часто школьники и студенты первокурсники «тычутся как слепые котята» при решении задач не на стандартный метод, формулу или действие, а в случае, когда необходимо выбрать самим это метод. Особенно сложно решить для них задачу, если требуется подключить несколько последовательных методов или методы из других математических дисциплин (элементы алгебры или дифференциальных уравнений в математическом анализе, векторная алгебра в геометрии и стереометрии и т.п.). Важно научить детей выдерживать объёмный математических текст и не терять его смысла и общей логики решения объемной задачи. «Математики думают руками» – сказал один преподаватель. Это значит, что привычные, умелые выкладки как бы сами собой приводят задачу к правильному решению и ответу, а мелкие штрихи в условии задачи подсказывают выбор метода решения на том или ином его шаге. Но сколько труда за этими привычными действиями! Это сродни виртуозной игре пианиста на концерте – легко, просто, изящно играет Мастер! А за этой кажущейся лёгкостью - многочасовые занятия, отработка этюдов – технических упражнений для пальцев. Вот так и в математике необходимы этюды – алгебраические преобразования, технические задачи для пальчиков, доводящие навыки тождественных преобразований до степени автоматизма и развивающие предвидение результатов и перспективность того или иного действия еще до того, как оно совершено.

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ СТАРШЕКЛАСНИКОВ В ПЕРСПЕКТИВЕ ИХ ОБУЧЕНИЯ В ВУЗЕ

И.М. Аксёненкова, Е.Н. Гущина, А.В. Татаринцев

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия

e-mail: elnikg@mail.ru, tatarintsev@mirea.ru

Аннотация. Обсуждаются вопросы совершенствования подготовки старшеклассников по математическому анализу для более легкой адаптации их в вузе.

Ключевые слова: математический анализ, профильная подготовка.

PECULIARITIES OF TEACHING OF MATHEMATICAL ANALYSIS FOR SENIOR PUPILS IN THE FUTURE OF THEIR UNIVERSITY STUDIES

Abstract. We discuss how to improve the training of students in mathematical analysis for easier their adaptation to the University.

Key words: mathematical analysis, profile training.

Методы, изучаемые в математических дисциплинах и, особенно, в математическом анализе, являются основой исследовательской работы для любого типа научных, практических и технологических задач. Формализованные на языке математики задачи широко распространены не только в сфере технических и научных областей знаний, но и в сфере экономики, финансов, лингвистики и других областей. Эти области на прямую не относятся к техническим и естественнонаучным, а порой считаются настолько «гуманитарными», что чужды математике и математической логике. Однако, как показывает опыт развития научного знания, математический язык (включая логику) является универсальным инструментом научного познания и основой для серьезного исследования. Даже гармонию поэзии можно обосновать математически. Конечно, это не означает отсутствие необходимости других, чисто гуманитарных методов исследования. Математика является в таких случаях базой, фундаментом, дополняемым другими, более традиционными для этой области методами. Она хорошо дополняет их, позволяя делать более успешными и научно обоснованными выводы.

Из опыта работы в системе непрерывного математического образования «Школа-ВУЗ» авторам представляется необходимым в классах с подготовкой к профильному экзамену по математике более глубокое изучение основ математического анализа. К общим разделам математического анализа, включенным в программы профильных школ, таким, например, как дифференциальное исчисление (в рамках таблицы производных и арифметических правил дифференцирования) и изучение свойств монотонности функции, на наш взгляд нужно дополнить еще некоторыми разделами. К таковым относятся, прежде всего, обязательное более подробное изучение начал математического анализа - теория пределов, понятия бесконечно малых, эквивалентности, производная сложной функции, правило Лопиталя, многочлен Тейлора, интегрирование не только табличное, но и с заменой переменной интегрирования, формула интегрировании по частям. Также, следует включить обязательное изучение элементов линейной и векторной алгебры: скалярное и векторное произведение векторов, определители 2-го и 3-го порядка, элементы аналитической геометрии - уравнения прямой и кривых 2-го порядка на плоскости, уравнения плоскости и прямой в пространстве. Эти знания и умения порой значительно облегчают решение задач по геометрии во второй части билета ЕГЭ.

Школьники, нацеленные на профильный уровень, идут в ВУЗы, математические программы которых очень сложные для обычного школьника даже с хорошей подготовкой по элементарной математике. Мы можем и должны помочь таким школьникам встретиться с высшей математикой во всеоружии!

Из опыта преподавания в физико-математических классах или школах авторам хорошо известно, что каждый год жалобы абитуриентов: "Зачем вы нас заставляете делать то, чего нет в ЕГЭ?!" сменяются благодарностью от новоиспечённых первокурсников: "Как хорошо, что Вы нас научили тому, что сейчас проходят в институте. Мы единственные из группы, которые понимают учебный материал, сдают контрольные и т.д."

О ДИАГНОСТИЧЕСКОМ ТЕСТИРОВАНИИ СТУДЕНТОВ ПЕРВОГО КУРСА

А.Е. Березкина, И.А. Мамаева, Л.Б. Рыбина
ФГБОУ ВО Костромская ГСХА, Кострома, Россия
e-mail: anna_berezkina@mail.ru
Irina-Mamaeva@yandex.ru
larisa.rybina.2014@mail.ru

Аннотация. В статье обсуждается проблема адаптации студентов первого курса к обучению в вузе. Указывается на связь успешности освоения студентом образовательной программы и его уровнем математических знаний и умений. Приводятся методические принципы, которые могут быть использованы при организации диагностического тестирования по математике. Показано, что по результатам тестирования студенты получают информацию, какие разделы необходимо повторить, и доступ к автономному, без преподавателя, специально разработанному электронному курсу.

Ключевые слова: адаптация, студент, вуз, первый курс, диагностическое тестирование, математика, методика, прогнозирование, успешность обучения, электронный курс, информатизация

ON THE DIAGNOSTIC TESTING OF THE FIRST YEAR STUDENTS

A.E. Berezkina, I.A. Mamaeva, L.B. Rybina

FSBEI HE Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma, Russia
e-mail: anna_berezkina@mail.ru
Irina-Mamaeva@yandex.ru
larisa.rybina.2014@mail.ru

Abstract. The article deals with the problem of the first year students adaptation to high school studies. It is mentioned that the relationship exists between their successes in educational program acquisition and their level of mathematical knowledge and skills. Methodical principles are given that can be used in organization of diagnostic testing on mathematics. It is shown that testing results help students understand what section should be revised and they get access to the especially elaborated electronic course.

Key words: Adaptation, student, high school, first year, diagnostic testing, mathematics, methodic, forecasting, study success, electronic course, informatization.

Сегодня обучение студентов инженерных специальностей в вузе отличается большой интенсивностью, как по объему информации, который необходимо усвоить, так и по времени его усвоения. Однако, эффективное решение задачи приобретения студентами качественных знаний, умений, опыта (компетенций) наталкивается на проблему адаптации студентов первого курса к обучению в вузе в целом, и к обучению математике в частности [1, 2, 3 и др.]. Эти процессы оказываются связанными друг с другом. Уточним, важную роль в процессе адаптации в вузе играет знание математики: уровень освоения математики на начальном этапе обучения в вузе непосредственно связан (высоко значимая корреляционная связь) не только с успешностью дальнейшего освоения математики [4], но и с результатами обучения студентов в целом [5]. К тому же, современная ориентация на формирование компетенций, которая указывает на возможность конкретизации содержания и процедуры оценивания результатов обучения, не отменяет того факта, что образование призвано формировать не только компетенции, но и культуру мышления [6].

Очевидно, существование проблемы адаптации студентов первых курсов к обучению приводит вуз к разработке соответствующих корректирующих мероприятий. Отдельные вузы по разному подходят к решению такой задачи. Например, предлагают студентам изучить дополнительную, не входящую в образовательную программу (ОП), дисциплину, обучающую основам математики («Введение в высшую математику» [3]), или читают пропедевтические учебные курсы ([7]). Однако, не всегда удается решить задачу таким образом потому, что в условиях ограничения количества учебных часов, выделяемых на освоение ОП, и нацеленности на реализацию компетентностно-ориентированного обучения разработчики ОП жестко регламентируют часы, отводимые на все дисциплины, и отдают предпочтение профильным или специальным дисциплинам, а не математике.

Рассмотрим методические принципы, которые могут позволить успешнее организовать диагностическое тестирование на начальном этапе работы по адаптации студентов, и сравним полученные в разные годы результаты.

Первый методический принцип, реализуемый при организации диагностического тестирования, очевиден, поэтому он присутствует во всех предлагаемых исследователями методиках – *диагностика математических знаний и умений студента на входе в образовательное пространство вуза должна проводиться в обязательном порядке*. Применяя диагностическое тестирование в нашем вузе, мы пришли к выводу, что его необходимо проводить, на первой или второй учебной неделе, используя для этой цели информационные технологии.

Принцип преемственности математических знаний [3] может быть учтен на этапе разработки содержания диагностирующих заданий, чтобы не вызвать у студентов непонимания, «отторжения» на входном тестировании. Поэтому вторым методическим принципом организации диагностического тестирования будет следующий: *для диагностического тестирования могут быть созданы практико-ориентированные задания, соответствующие кодификатору математических знаний, формируемых в школе*. Результаты, полученные при реализации этого принципа в разные годы, привели к еще одному методическому принципу: *шкала дифференциации, получаемая как результат процедуры диагностики математических знаний и умений студентов на начальном этапе обучения, должна позволить осуществить прогноз успешности обучения для каждого студента*.

В качестве показателя для критерия, позволяющего прогнозировать успешность обучения студентов, может быть выбран средний балл, полученный студентами на диагностическом тестировании. Так, например, средние баллы в разные годы в нашем вузе (максимальный – 100 баллов) были: 42,5 (2011–2012 уч. год), 41,1 (2013–2014 уч. год), 47,3 (2016–2017 уч. год). Получив его, можно прогнозировать успешное освоение ОП теми студентами, чьи результаты оказались выше среднего балла. Для тех же лет процент таких студентов составил, соответственно, 52,6; 44,3; 53,8. Еще одним показателем для критерия, определяющего наиболее слабых студентов, было выбрано минимальное пороговое значение балла ЕГЭ по математике для рассматриваемого года. Это стало возможным потому, что при организации диагностического тестирования (в работе над содержанием заданий) был учтен второй предложенный выше методический принцип. В 2016 году таким порогом стало 27 баллов. Процент студентов, остаточные знания которых по математике оказались ниже этого балла, составил 25,3. Очевидно, что эти студенты требуют срочных обязательных корректирующих мероприятий, прогноз по отношению к ним указывает на большую вероятность не прохождения ими промежуточной аттестации по математике и низкие результаты по другим предметам.

Как можно решить задачу оказания оперативной помощи этим студентам? В качестве основы для корректирующих действий в нашем вузе на платформе Центра дистанционного обучения был создан электронный курс, в который были загружены специально разработанные материалы [8], отличающиеся простотой изложения и большим количеством примеров для самопроверки (не тестовой формы). В нем были представлены основные темы математики. Для расширения необходимого для освоения на первом курсе учебного материала и усиления обучающей функции самоконтроля в курс были добавлены раздел «Производная» и задания в тестовой форме для самопроверки. Полученный электронный ресурс создал условия для самостоятельной работы студентов в автономном режиме (без преподавателя). Отметим, что в результатах диагностического тестирования каждому студенту было указано, с какими заданиями он не справился, по которым далее определялись обязательные для него разделы, темы для повторения. Практика показала, что студенты использовали этот электронный ресурс в удобное для них время. Если у студента возникали вопросы, он мог задать их любому преподавателю математики на консультации.

Литература

1. Чикина, Т.Е. Адаптивное обучение первокурсников // Высшее образование в России. 2009. № 6. С. 143-145.

2. Молодцова, Т.Д. Диагностика адаптации студентов первого курса к требованиям вуза // Международный журнал экспериментального образования. 2012. № 5. С. 13-17.

3. Мамаева, Н.А. Разработка педагогической модели коррекции математических знаний первокурсников в техническом вузе // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2012. № 2 (54). С. 135-140.

4. Мамаева, И.А., Рыбина, Л.Б., Степанова, А.С. Исследование корреляционной связи между результатами диагностического тестирования и учебного рейтинга по математике // В сборнике: Образовательная деятельность вуза в современных условиях. Материалы международной научно-методической конференции. 2015. С. 21.

5. Мамаева, И.А., Рыбина, Л.Б., Степанова, А.С. Роль математики в формировании будущего специалиста // Качество. Инновации. Образование. 2016. № 2 (129). С. 19-22.

6. Розанова, С.А. Математическая культура студентов технических университетов. М.: Физматлит, 2003. 176 с.

7. Светлова, Н.И. Пропедевтические курсы по элементарной и высшей математике для студентов экономических факультетов // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. 2012. № 2. С. 146-152.

8. Марусич, А.И. Математика. Базовый курс для повторения: учеб. пособие для студентов 1 курсов всех спец. и направлений подготовки бакалавров очной и заочной форм обучения. Кострома: КГСХА, 2011. 54 с.

О ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ АБИТУРИЕНТОВ ФИЛИАЛА МГУ В Г. СЕВАСТОПОЛЕ

А.Б. Будак

МГУ, факультет ВМК, кафедра общей математики, +7 (495)-939-55-91, e-mail, abbudak@cs.msu.su

Аннотация. В данном сообщении рассказывается об особенностях подготовительных занятий по элементарной математике для абитуриентов Филиала МГУ в г. Севастополе

Abstract. In the given message is spoken about prepare teaching about elementary mathematics before introductory examinations of Branch MSU in Sevastopol in 2015 and 2016 years.

Key words: About prepare teaching about elementary mathematics before introductory examinations of Branch MSU in Sevastopol

Для студентов севастопольского Филиала МГУ в конце июня 2014 г. по инициативе руководства учебного отдела Филиала впервые непосредственно перед вступительными испытаниями по математике было проведено восемь занятий по 3 академических часа каждое. Первую половину этих занятий провел автор статьи, вторую половину ─ старший преподаватель кафедры прикладной математики Филиала С.Ю. Артамонов. На занятиях разбиралось часть вариантов вступительных испытаний в Филиал за период с 1999 по 2013 годы. На занятиях присутствовало до 40 человек. Многие из них ─ крымчане и севастопольцы, хотя были представители как ряда российских регионов, так и некоторых областей Украины, включая Донецкую и Луганскую области. Большинство слушателей посещали эти занятия, не посещая занятия подготовительного лектория по математике во время школьных каникул (конец октября, начало января, коней марта).

Учитывая, в общем, положительный опыт этих занятий в 2014 г., руководством Филиала в июне-июле 2015 и 2016 гг. были организованы уже большие по количеству аналогичные занятия для абитуриентов 2015 и 2016 гг. Было проведено уже 12 занятий по 3 академических часа каждое из них в течение 2-х недель.

На десятом занятии была проведена контрольная работа: слушателям было предложено решить 8 задач из вариантов вступительных испытаний в Филиал 2007 и 2008 годов. Работу писали 29 слушателей (из 32-х) в 2015 г. 42 слушателя из 48-ми в 2016 г. Оценки за нее выставлялись по 100-бальной системе в соответствии с критериями дополнительного вступительного испытания (ДВИ) по математике в Филиал в 2013 г. Были показаны, в общем, средние результаты, наблюдались как совсем нулевые результаты, так и до шести правильно решенных задач из восьми.

Проводил занятия только автор статьи. Тем не менее, при активном участии С.Ю. Артамонова совместно с автором статьи как в 2014, так и в 2015 годах были подготовлены и напечатаны в Севастополе сборники задач вариантов вступительных испытаний и олимпиад по математике в Филиал МГУ в Севастополе с ответами за период с 1999 года по 2013 (в сборнике 2014 г.) и соответственно ─ за период с 1999 года по 2014 (в сборнике 2015 г.). В последнем сборнике были приведены варианты заочных туров олимпиады по математике «Покори Крымские горы» также с ответами. Приведены были также планы занятий по математике подготовительного лектория, в рамках которых для будущих абитуриентов Филиала во время школьных каникул (октябрь, январь, март) регулярно еще с 2002 г. проводились занятия. Большую часть из них провел автор статьи.

Приведена программа по математике для поступающих в МГУ, в соответствии с которой в Московском университете проводятся вступительные испытания по математике с 1993 года по нынешнее время. В обоих сборниках составители следовали терминологиям, о необходимости возвращения к которым было подробно описано, например, в статье [1]. В некоторых задачах приходилось несколько изменять условия задач. Связано это было с тем, что при первоначальных постановках задач о решении уравнений, неравенств и их систем они могли иметь большее количество решений, чем указывалось к их ответам. В предисловии к сборникам указывалось участие в составлении экзаменационных задач или предоставление материалов по набору текстов задач некоторых других преподавателей Филиала МГУ в Севастополе. В общем, подобная работа планирует продолжаться и в последующие годы. В частности, планируется переиздание дополненного сборника задач вариантов вступительных испытаний и олимпиад по математике в Филиал МГУ в Севастополе с ответами за период с 1999 года по 2016 г.

Литература

1. А.Б. Будак «О необходимых предварительных знаниях для изучения математического анализа и других начальных курсов высшей математики и преодолении некоторых стереотипов в изучении элементарной и высшей математики» в межвузовском сборнике научно-исследовательских работ студентов и преподавателей «На перекрестках наук», 160 с., стр.10−23, издательство Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина, Елец, 2014

2. С.Ю. Артамонов, А.Б. Будак Сборник «Задачи вступительных экзаменов по математике в Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова», Севастополь, 2014, 116 с., 2015, 164 с. (второе издание).

ВЛИЯНИЕ ШКОЛЬНОЙ РЕФОРМЫ НА МЕТОДИКУ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

Е.Э. Булах, Е.Ю. Кузнецова, Т.А. Морозова

Московский технологический университет,
проспект Вернадского, д. 78, Москва, Россия,119454
e-mail:ele-bula@mail.ru;ek@f7.ru; morz1612@yandex.ru
+7(926)1180628; +7(926)2679519;+7(903)1253009

Аннотация.В статье рассматриваются проблемы современных студентов в освоении предмета «высшая математика», возникающие в результате «натаскивания на ЕГЭ»,и пути решения этих проблем.

*Ключевые слова:*система натаскивания, активизация мыслительной деятельности,повышение мотивации.

THE IMPACT OF SCHOOL REFORM ON TEACHING METHODS OF MATHEMATICS AT THE UNIVERSITY

Abstract. In the article we observe the problems of modern students in studding High mathematics as a result of coaching on unified state examination and try to find the ways how to solve it.

Key words: coaching at school, activation of cogitative activity,increasing motivation.

Очень актуальной проблемой на сегодняшний день является тот факт, что первокурсники, успешно сдавшие ЕГЭ, очень часто испытывают затруднения в усвоении предмета «высшая математика» в ВУЗе.Министр образования Ольга Васильева раскритиковала систему «натаскиванияшкольников» на ЕГЭ. Преподаватели Вузов давно уже видят печальные последствия этой системы.При «натаскивании»учащемуся предлагают задачи только одного типа,решение каждой из них сводится к одной и той же операции, он уверен в безошибочности своих действий. Как результат: при решении 2-й или 3-й задачи учащийся перестает вспоминать и применять изучаемые определения, теоремы, прекращает обосновывать решения задач, привыкает решать задачи механически, только по аналогии с предшествующими задачами, стремится обойтись без рассуждений, не вникает в сущность объяснений.При изучении математики студент должен научиться не просто воспроизводить знания в неизменном виде. Он должен умело применять эти знания, быстро видоизменяя свои выводы в зависимости от условия решаемой задачи.Например, вычисляя предел: $\lim_{x\to 1}(1+\frac{1}{x})^x$,студенты дают ответ «е», со ссылкой на второй замечательный предел. На самом деле$\lim_{x\to 1}(1+\frac{1}{x})^x=2$.Причина данной ошибки следующая: решение многих однотипных примеров по данной теме подряд, отсутствие необходимости делать выбор, что вызывает образование константной ассоциации.Поэтому преподавателю Вуза необходимо знать методы, которые побуждают учащихся обосновывать решения задач: если хотя бы одно из перечисленных выше условий нарушается при решении какой-то задачи, то студент начинает обосновывать решение этой и одной-двух последующих задач. Таким образом,преподаватель может в максимальной мере активизировать мыслительную деятельность студентов, прогнозировать их ошибки.

К сожалению, в последнее время все чаще нам приходится адаптироваться под сегодняшнюю действительность и под сегодняшнего студента. Мы уже не можем предложить им для домашней индивидуальной работы те задачи, которые предлагали еще год или два назад. Мы движемся в сторону упрощения и стереотипности, к которой они(студенты) уже привыкли. Например, раньше в курсе линейной алгебры и аналитической геометрии при прохождении темы «Прямая в пространстве» мы рассматривали различные способы взаимного расположения 2-х прямых: параллельность, пересечение, скрещивание. И предлагали решить задачи на нахождение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми, на выведение уравнения общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым. А теперь рассмотрение темы скрещивающихся прямых ограничивается просто проверкой условий их взаимного расположения.

Повышение мотивации студентов – тоже очень важный момент в процессе обучения в ВУЗе. И ключевым здесь является преодоление мотивационных барьеров, иначе говоря, сбоев в обучении, связанных с мотивацией[2]. С целью выявить особенности учебной мотивации мы провели анкетирование первокурсников в нескольких избранных группах, попросив ответить на вопрос: «Зачем вы пришли учиться в ВУЗ?». Анкетирование показало следующий результат: приобрести новые знания хотят примерно 32% учащихся; овладеть профессией – 25%; получить хорошую работу – 17%, заработать больше денег – 12%; самоутвердиться – 6%; затрудняются ответить – 8%. Как мы видим, большинство студентов (57%) осознанно хотят приобрести новые знания и овладеть профессией. Для таких студентов инженерно-технических вузов по мнению профессора Селеменевой Т.А, основным побудительным мотивом учебной деятельности является применение полученных знаний на практике. Таким образом, чтобы оптимизировать мотивационные барьеры, необходимо усилить прикладную направленность курса математики [2]. Больше четверти студентов (29%) получает высшее образование с целью получить хорошую работу и заработать больше денег. Ослабление познавательного интереса является одной из причин возникновения интеллектуально-познавательного мотивационного барьера, что в реальном учебном процессе обучения математике может проявиться в интеллектуальной пассивности студентов. Здесь задача педагога грамотно применить все педагогические приемы, основанные на знании закономерностей памяти и внимания, включая эмоциональный стимул. Интересны недавние исследования британских ученых: по мнению студентов, преподаватель, видящий их ограниченные способности, и из лучших побуждений, опускающийся на их уровень, предлагая упрощенные задания, вызывал у них больше дискомфорта, чем требовательный преподаватель, дающий повышенную нагрузку с целью достижения студентом более высокого результата [1].Другая группа мотивов, связанная с самоутверждением в коллективе (всего 6%), определяет статусно-мотивационные барьеры. Таких студентов нужно привлекать к участию в исследовательской работе, к написанию статей, причем об их достижениях должно быть известно на учебном курсе [2]. Понимая специфику мотивационных барьеров и грамотно используя актуальную мотивацию студентов, преподаватель может повысить уровень усвоения материала.

Литература

1) Rattan, A., Good, C., and Dweck, C. (2012). “It’s ok — Not everyone can be good at math”: Instructors with an entity theory comfort (and demotivate) students. *Journal of Experimental Social Psychology, 48* (3), 731-737 DOI: 10.1016/j.jesp.2011.12.012
2) Селеменева Т.А. Мотивационные барьеры в процессе обучения высшей математике в вузе // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения, №48/2016

АВТОМАТИЧЕСКИЕ ТЕСТИРОВЩИКИ ЗНАНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Р.Л. Гутенков, Л.В. Татаринцева

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия

e-mail: rlggut@mail.ru

Аннотация. В статье поднимается вопрос о создании программного продукта, который можно использовать в качестве тестирования студентов

Ключевые слова: алгоритм, программный продукт, обучение, тестирование

AUTOMATIC TESTERS KNOWLEDGE OF HIGHER MATHEMATICS

Abstract. The article raises the question of creating a software product that can be used as the testing of students

Keywords: algorithm, software, training, testing

В основе современного образования должны стоять современные методы, что подразумевает использование компьютерных средств. Помимо различных способов преподнесения информации, данный подход подразумевает применение электронных способов тестирования.

Отсюда возникает необходимость генерировать однотипные задачи путем компьютерных исчислений. В начале курса математического анализа чаще всего всплывают пределы (при $x \to \infty$): ∞/∞, 0/0, $\infty - \infty$, a/∞ и a/b. Значит и схемы таких задач должны проверять на понимание разницы между ними.

Пример, где ответ нуль

$$Find: \ lim_{x \to -5} \quad \frac{x+5}{x^2+5x+4}$$

Задание строится по принципу $P_1(x)/P_2(x)$ при x стремящимся к корню $P_1(x)$ (и не является корнем $P_2(x)$). $P_1(x)$ и $P_2(x)$ многочлены с корнями от 1 до 3 (иногда 4-ой) степени (случайная генерация).

Нуль в знаменателе

$$Find: \ lim_{x \to 2} \quad \frac{x-5}{x^3+x^2-4x-4}$$

Данный тип задач можно построить по принципу создания двух многочленов без общих корней. При этом x стремится к одному из корней нижнего многочлена.

Нули в числителе и знаменателе

$$Find: \ lim_{x \to -4} \quad \frac{8*x^3+74*x^2+178*x+40}{-x^4-18*x^3-94*x^2-117*x+140}$$

Взяв два многочлена с корнями так, чтобы один корень был у обоих многочленов. Тогда при x стремящемся к этому корню будет отношение $0/0$. Отсюда необходимость дифференцировать $P_1(x)$ и $P_2(x)$, чтобы найти правильный ответ.

Бесконечность минус бесконечность

$$Find:\ lim_{x\to\infty}\quad (2*x+7)^{\frac{1}{2}}-(5*x-1)^{\frac{1}{2}}$$

Задачи по принципы $\infty-\infty$ можно продемонстрировать на примере корней. Тут в основе лежит то, что $P_3(x)$ и $P_4(x)$ одной степени, а решение состоит в том, чтобы домножить и поделить на сопряженное, где $P_3(x)$ и $P_4(x)$ — многочлены первой степени под квадратным корнем.

Задачи на внимательность

$$Find\ \int cos(2*x^3+7*x^2-4*x-1)*(6*x^2+14*x-4)\,dx$$

Один из примечательных типов задач, где можно считать вручную, разбивать интеграл по частям и получить ответ. Или найти способ, которым можно сократить вычисления. Задачу можно строить различными способами. Один из них взять тригонометрическую функцию $T(P(x))$ ($P(x)$ многочлен второй или более высокой степени) и перемножить $T(P(x))$ на производную $P(x)$. Такой прием нужно уметь замечать, чтобы не использовать разложение интеграла.

Используя данные схемы задач, можно реализовать наиболее удобный и подходящий способ тестирования, такие как выбор одного ответа, нахождение значения в точке производной и так далее.

Существует большое разнообразие типовых приемов и примеров, но для минимальной оценки понимания материала студентов такой набор заданий достаточным образом гарантирует понимание задач. Разумеется, этот набор можно и нужно расширять, для большего охвата знаний.

Литература

1. https://habrahabr.ru/post/314924/
2. Конспект лекций по высшей математике. В 2 частях. Часть 1. Письменный Д.Т. Айрис-Пресс, 2015 г. 288 с.
3. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения. Часть 2: учебное пособие. Геворкян П.С. ФИЗМАТЛИТ 2007 г. 270 с.
4. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 2 Макаров Е.В., Лунгу К.Н. ФИЗМАТЛИТ 2009 г. 383 с.
5. Изучение математического анализа на основе системно-деятельностного подхода. Малыгина О. А. Издательство ЛКИ, 2008. 416 с.
6. https://habrahabr.ru/post/313488/

О НЕОБХОДИМОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ

О.А. Евсеева, Т.Р. Игонина, О.Э. Немировская-Дутчак, А.И. Новикова, О.Р. Параскевопуло, Е.В. Пронина

Московский технологический университет (МИРЭА)
119454, г. Москва, Проспект Вернадского, д. 78
89055803236, 89265385233, 89167887327, 89162301944, *89169069826*,89109482845
e-mail: ruru1001@mail.ru, t-igonina@mail.ru, olga.n@list.ru,olgarigpar@gmail.com, elenavladpronina@rambler.ru

Аннотация.В статье поднимается вопрос о сокращении объема преподавания теории вероятностей в школьной программе.

Ключевые слова: теория вероятностей, школа, ЕГЭ

THE NEED TO STUDY THE THEORY OF PROBABILITY IN THE SCHOOL COURSE

Abstract. The article raises the question of reducing the volume of teaching probability theory in the school course.

Key words: probability theory, school, Unified State Exam(USE)

Много лет назад в школьный курс алгебры включено изучение теории вероятностей. Стали появляться школьные учебники с главами, посвященными теории вероятностей. Одна из задач в ЕГЭ, а именно задача №4 является задачей по теории вероятностей. Давайте попробуем проанализировать «плюсы» и «минусы» данной ситуации.

Самым большим «плюсом» является, наверное, то, что выпускники будут знать о существовании теории вероятностей и смогут правильно понимать выражения типа «завтра с вероятностью 0.1 ожидается дождь».

Если рассмотреть задачи, которые дают на ЕГЭ по теории вероятностей, то можно увидеть, что выпускники должны знать довольно много из курса теории вероятностей, начиная с классической вероятности и до формулы полной вероятности. При этом они должны уметь отличать независимые события от несовместных и строить гипотезы, в сумме дающие все пространство событий и многое другое. На самом деле делать всего этого выпускники не умеют. Решают они с пониманием, в лучшем случае, задачи на классическую вероятность.

Например: Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя. Как известно вероятность, что Петя начнет игру равна отношению благоприятных событий ко всем возможным событиям или P=1:4=0,25. Как видно, задача решается в одно действие и опирается на одно определение.

Стоит слегка усложнить задачу на классическую вероятность(т.е. для её решения необходимо внимательно прочитать условие и немного подумать),и задача начинает вызывать большие затруднения.

Например, такая задача: За круглый стол на 201 стул в случайном порядке рассаживаются 199 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между девочками будет сидеть один мальчик. Решение задачи принципиально ничем не отличается от предыдущей, если учесть, что стол круглый и поэтому всё равно, на каком стуле сидит первая девочка. Зафиксировав место первой девочки, мы получим, что благоприятных событий у нас 2, это два места от первой девочки через один стул, налево и направо; всего событий у нас 200, так как один стул на котором сидит первая девочка, уже занят и свободных стульев остается

201-1, т.е.200. Искомая вероятность равна отношения благоприятных событий, т.е.2 к возможным, т.е. 200 и получаем Р=2:200=0,01.

Так же как предыдущая, задача решается в одно действие, но требует некоторых рассуждений.

Для решения более трудных задач, например, для задач на формулу полной вероятности и попадания в интервал во многих школах просто не хватает времени. Решение таких задач для школьников представляет большие трудности, как правило, решение угадывается с использованием соображений здравого смысла, а не находится используя определения и теоремы курса теории вероятностей.

Примером таких задач могут служить следующие задачи, взятые из типового варианта подготовки к ЕГЭ:

1. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 35 этих стекол, вторая – 65. Первая фабрика выпускает 3 бракованных стекол, а вторая – 5. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

2. При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 67,99 мм, или больше, чем 68,01 мм.

В результате в ВУЗе обучение теории вероятности начинается фактически с нуля, что усугубляется тем, что студенты считают, что теорию вероятностей они знают, поскольку изучали её в школе.

Встает вопрос о целесообразности преподавания в старших классах школы теории вероятностей в том объеме, который есть сейчас. Кроме того задачи по теории вероятности для школьников не равноценны по трудности, что само по себе вызывает вопросы к составителям задач для ЕГЭ и дезориентирует учителей школ. Чаще всего знаний полученных на уроках в школе, не хватает для решения задачи по теории вероятностей на ЕГЭ. Может быть, стоит ограничиться изучением понятий и определений теории вероятностей, которые входят в программу ОГЭ. И может быть стоит убрать задачу по теории вероятностей из ЕГЭ, тем самым облегчив тестовую часть, так как, экзамен по математике перегружен. Тогда появится возможность действительно проверить только те знания, которыми точно должны владеть выпускники школ для обучения в ВУЗах.

Курс теории вероятностей и статистики на сегодняшний день читается в ВУЗах для естественно-научных, инженерных специальностей, а так же для некоторых гуманитарных направлений (например: психологии и социологии).

Если мы оставим те знания, которые необходимы для сдачи ОГЭ (комбинаторика, элементы статистики) этого будет достаточно, чтобы школьники освоили вузовский курс теории вероятностей.

Литература:

1.А.Р. Рязановский, Д.Г. Мухин ГИА. Математика. Теория вероятностей и элементы статистики, М: «Экзамен», 2014. 47 с.

2. Т.А. Корешкова, Н.В. Шевелева ЕГЭ. Математика. Тренировочные задания. М: ЭКСМО 2015.149с.

3.https://ege.sdamgia.ru/« Решу ЕГЭ»: Математика.

4. alexlarin.net/ Математика.

НЕОБХОДИМОСТЬ ЗНАНИЙ ЧЕРЧЕНИЯ СТУДЕНТАМИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

О.А.Евсеева, Т.Р.Игонина, А.И.Новикова, Е.В.Пронина

Московский технологический университет (МИРЭА)
119454, г. Москва, Проспект Вернадского, д. 78
89055803236, 89265385233, 89162301944, 89109482845
e-mail: ruru1001@mail.ru, t-igonina@mail.ru, elenavladpronina@rambler.ru

Аннотация. В статье поднимается вопрос о необходимости умения чтения и построения чертежей школьниками и студентами.

Ключевые слова*: логическое, пространственное и творческое мышление, геометрия, чертеж.*

DRAWING THE NECESSARY KNOWLEDGE OF STUDENTS AT STUDYING OF HIGHER MATHEMATICS

Abstract. The article raises the question of the necessity of reading and a drawing schoolchildren and students skills.

Key words:*logical , spatial and creative thinking , geometry, drawing*

В настоящее время трудно назвать область человеческой деятельности, которая не требовала бы умения читать, а зачастую и выполнять графические построения. Решение многих прикладных задач высшей математики требует от будущих инженеров навыков и умений чтений готовых чертежей, самостоятельного построений чертежей, выполнения набросков геометрических фигур, тел и их взаимного расположения. К сожалению, практика преподавания показывает, что зачастую, даже такие элементарные операции, как посторенние двух параллельных плоскостей, задание точки пересечением прямой и плоскости, построение куба вызывают у учащихся немалые затруднения. А ведь речь идет о студенте технического ВУЗа, который испытывает затруднение при «чтении» с доски или из учебника выполненного преподавателем чертежа. Большинство ошибок связано с недостаточно развитым пространственным представлением учащихся.

Корень проблемы кроется в отсутствии в современном школьном курсе такой дисциплины, как черчение и в катастрофически малом количестве часов, отводимом на геометрию. А ведь наиболее эффективным средством развития пространственного представления учащихся являются демонстрация, моделирование, самостоятельное изображение взаимного расположения геометрических фигур, тел и их комбинаций относительно друг друга на плоскости и в пространстве, чтение готовых чертежей, построение проекций и сечений. Все эти средства приводят к наилучшим результатам, если они используются систематически, что вновь возвращает нас к необходимости возвращения в школьный курс предмета черчение или, хотя бы, создание факультативов на базе предмета геометрия, где будут рассматриваться затронутые выше вопросы.

Анализ учебных программ прошлого столетия, включающих в школьный курс черчение, содержащий гораздо большее количество часов по геометрии, показал, что геометрическим задачам, задачам на построение уделялось гораздо большее внимание. В силу чего, математическая подготовка уровня студентов была гораздо выше. Освоение технических, математических, инженерных дисциплин давалось им легче, поскольку они имели для этого хорошую базу. В условиях же существующей школьной программы у учащихся не успевают сформироваться даже самые элементарные навыки построения чертежа, культура его выполнения, определенные каноны построения, практические умения и навыки, связанные с использованием чертежных инструментов. Наличие рабочих тетрадей по геометрии может и экономит, в условиях дефицита, преподавателю время, но является на наш взгляд большим злом и идет скорее не на пользу, а во вред! У ученика нет необходимости строить чертеж к изучаемой теореме, делать наброски к рассматриваемым свойствам – у него есть готовый рисунок, куда он послушно переписывает из учебника буквы и числа. Тогда как самостоятельное выполнение чертежа к теореме или задаче, построение и изображение сопутствующих изучаемому материалу рисунков, схем, чертежей и проекций способствует развитию у учащихся логического, пространственного и творческого мышления, влечет более глубокое усвоение теоретического материала, помогает исключить формальность запоминания формулировок определений и теорем.

Психологами доказано, что уяснение смысла любого утверждения или процесса и явления на уровне наглядных представлений составляют стержень понимания сущности доносимой до человека идеи. Автоматизация процессов запоминания формулировок теорем с использованием рабочих тетрадей привела к деградации школьного курса геометрии, что не может не влиять на качество выпускаемых нами специалистов технических специальностей.

В настоящее время существуют мощные средства разработки и построения чертежей, но современные компьютерные технологии не могут заменить практику построения «живого» чертежа. Ибо, только взяв в руки карандаш, линейку и циркуль можно понять, как взаимодействуют между собой окружающие нас объекты. На основе полученных таким путем практических навыков студенты, а затем и будущие специалисты, смогут в дальнейшем эффективно использовать современные информационные технологии и расширять области их применения, как в учебном процессе, так и для автоматизации многих задач в своей профессиональной деятельности.

Прелесть геометрии состоит в том, что она использует логику и интуицию, а потому геометрия может быть доступна и «технарю», и гуманитарию. И не просто доступна, а просто необходима. Ведь геометрия – это, по сути, описание окружающих нас объектов посредством форм с использованием логических рассуждений и доказательств. Согласитесь, это необходимо любому специалисту.

Цель данной статьи- привлечь внимание к существующей проблеме и попробовать решить ее, если уж не сообща, то каждому педагогу в отдельности путем добавления в задания студентов и учащихся как можно большего количества задач на построения или с использованием чертежей, следя при этом за качеством выполнения построений.

Литература

1.Школьник К. А. Графическая грамота.— М.: Детская литература, 1977 г.

2. Гольдберг Я.Е. С чего начинается решение стереометрической задачи. Пособие для учителя. – Киев, Радянска школа, 1990.

3.Бобровская А.В. Наглядная стереометрия в теории, задачах, чертежах.- Феникс, 2013.

4.Балаян Э.Н. Геометрия задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ- Феникс, 2015.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В КУРСЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

О.А. Евсеева, О.Э. Немировская-Дутчак, О.Р. Параскевопуло, Е.В. Пронина

Московский технологический университет (МИРЭА)
119454, г. Москва, Проспект Вернадского, д. 78
89055803236, 89167887327, *89169069826*, 89109482845
e-mail:ruru1001@mail.ru,
olga.n@list.ru,olgarigpar@gmail.com,elenavladpronina@rambler.ru

Аннотация. В статье поднимается вопрос о внедрении программного продукта, реализующего видеоролики, содержащие пошаговое объяснение учебного материала.
Ключевые слова: алгоритм, программный продукт, видеоролик.

USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN THE COURSE OF TEACHING DISCRETE MATHEMATICS

Abstract. The article raises the question of the implementation of software that implements video containing a step by step explanation of the teaching material.
*Key**words:**algorithm, software, video.*

Современный уровень развития общества и информационной культуры требует от преподавателя поиска новых идей в представлении и изложении учебного материала. Современный квалифицированный специалист, выпускаемый ВУЗом, должен быть конкурентоспособным на рынке труда, свободно владеть своей профессией и полученными в ходе ее освоения практическими навыками, способным к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готовым к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности.

К сожалению, сегодня вчерашнему школьнику, а ныне – студенту технического университета зачастую бывает очень сложно представить себе многие изучаемые процессы и явления. Трудность овладения информацией порождает отторжение нового материала еще на самой ранней стадии его изучения. Тогда как заинтересованный студент способен быстро овладеть новой информацией и приобрести и прочно закрепить новые знания и навыки.

Конечно, тяжело учесть все этапы учебного процесса при создании некоего универсального учебного пособия или его фрагмента по конкретной предметной области знаний и предмет «Дискретная математика» не является здесь исключением. А ведь достаточное понимание особенностей использования алгоритмов, изучаемых в курсе данной дисциплины, лежит в основе дальнейшего успешного овладения дисциплинами информационного и физического цикла, которые, в свою очередь, являются фундаментом специальностей.

Таким образом, задача преподавателя состоит в том, чтобы доступно и наглядно объяснить студенту основные алгоритмы, изучаемые в курсе дискретной математики. Показать их практическое применение. Проанализировав строение учебных курсов, названных специальностей, после многолетней практики традиционного преподавания дисциплины авторами были выделены основные, на наш взгляд алгоритмы, требующие при изложении наглядного представления.

Речь идет о следующих алгоритмах: «Алгоритм поиска кратчайшего пути во взвешенном графе», «Задача об оптимальном назначении» и «Алгоритм поиска максимального потока в транспортной сети». По каждому алгоритму нами разработаны программные продукты, позволяющие создавать видеоролики, содержащие пошаговое объяснение и наглядное представление работы алгоритма на конкретных примерах. Для каждого алгоритма нами реализованы 3 задачи по возрастанию сложности. Просмотреть работу алгоритма можно в пошаговом режиме или непрерывно. Также, при необходимости можно установить паузу. Заметим, что помимо наглядности, эффективность процесса обучения достигается здесь также за счет того, что использование информационных технологий позволяет каждому студенту овладеть информацией с комфортной для него скоростью, обусловленной его психологическими особенностями.

Автоматизация данной части учебного процесса, реализованная в наших видеороликах, не только обеспечивает ряд общеизвестных преимуществ, но частично изменяет саму методику преподавания дисциплины дискретная математика, позволяя преподавателю более детально остановиться на отдельных частях алгоритма, более дифференцированно подойти к студентам.

Нельзя не затронуть и вопрос о дистанционном обучении. Очевидно, что просмотр и разбор материала представленного в наших программных продуктах позволит значительно облегчить преподавателю и студенту процесс «передачи-получения» учебного материала.

Рассмотрим, для начала алгоритм Дейкстры. Не секрет, что студенты на начальном этапе его изучения часто путаются в назначении, какую вершину выбрать постоянной и не всегда до конца понимают, почему именно «ту, которую говорит учитель». Эффективность усвоения этого алгоритма напрямую связана с количеством повторений алгоритма при решении однотипных задач. Визуализация позволяет значительно увеличить количество этих повторений. Конечно, каждый преподаватель, объясняя данный алгоритм изображает его действие на доске, но… мы не совершенны, качество рисунка не всегда может нравится даже нам самим, на это уходит много времени и потом, доску с рисунком преподавателя студент не может взять с собой домой, дабы разобраться в работе алгоритма. Использование программного продукта позволяет нам использовать уже готовые качественно выполненные рисунки, а использование анимации дает нам возможность многократно просматривать их в действии, сменяя одни другим.

Подводя итог всему вышеизложенному, можно утверждать, что использование подобных видеороликов позволит:

1.Повысить степень усвоения учебного материала.

2.Систематизировать и автоматизировать труд преподавателя при разработке учебного курса.

3.Эффективно организовать самостоятельную работу учащихся, предоставляя им возможность проектировать собственную учебную деятельность.

4.Вывести на новый качественный уровень процесс преподавания учебных дисциплин.

Литература

1.http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/99b1a646-a5cc-c976-bde6-2fc832c48e1e/euler.html Окружность девяти точек и прямая Эйлера.

2. Окулов С.М. Программирование в алгоритмах. – М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006.

3.Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.Р. Лекции по теории графов. – М.Наука, 1990

4.G.Strang. Introduction to Linear Algebra. – Wellesley-Cambridge Press, 2009.

5.http://www.cs.sunysb.edu/~skiena/combinatorica/animations/dijkstra.html.

СЛЕДЫ ОПЕРАТОРОВ, АССОЦИИРОВАННЫХ С КОМПАКТНЫМИ ГРУППАМИ ЛИ, И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ К ЗАДАЧЕ СОБОЛЕВА

Д.А. Лощенова

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
e-mail: darya.loshhenova.90@bk.ru

Аннотация. Работа посвящена изучению следов G - операторов на подмногообразиях в терминах действия группы. Получены условия, при выполнении которых рассматриваемые операторы называются операторами Фурье-Меллина, являются фредгольмовыми в подходящих функциональных пространствах. Получена теорема об индексе для операторов Фурье-Меллина. Рассмотрена задача Соболева, ассоциированная с действием компактной группы Ли. Также предъявлены ее свойства фредгольмовости и формула индекса.
Ключевые слова: эллиптический оператор, индекс, след оператора, псевдодифференциальный оператор

TRACES OF OPERATORS, ASSOCIATED WITH COMPACT LIE GROUPS AND THEIR APPLICATION TO SOBOLEV PROBLEM

Abstract. The work is devoted to the study of the traces of G - operators on the submanifolds in terms of group actions. We obtain conditions, called the ellipticity conditions, under which considered the operators - operators of Fourier-Mellin, are Fredholm in appropriate function spaces. We obtain an index theorem for operators of Fourier-Mellin. We study the Sobolev problem, associated with compact Lie group. Besides, obtain Fredholm properties and index formula in this situation.

Key words: elliptic operator, the index, the trace operator, pseudodifferential operator

Изучаются следы G-операторов на подмногообразии в терминах действия группы, именно следы операторов вида:

$$B = B_0 + \int_G B_g T_g dg \colon H^s(M) \to H^{s-b}(M),$$

где G — компактная группа Ли, действующая на многообразии M, B_0— псевдодифференциальный оператор порядка b, B_g — семейство псевдодифференциальных операторов порядка b, гладко зависящее от $g \in G$, T_g— операторы сдвига, индуцированные действием группы G:

$$T_g u(x) = u(g^{-1}x).$$

Следом [1],[2] оператора B на многообразии M называется оператор

$$i^!(B) = i^* B i_*,$$

действующий на подмногообразии X. Здесь $i^* -$ оператор *ограничения* функций на подмногообразие X, $i_* -$ оператор *коограничения*, сопряженный оператору ограничения i^*.

Основной результат работы состоит в получении теоремы фредгольмовости, т. е. предъявлении условий, называемыми условиями эллиптичности, при выполнении которых рассматриваемые следы G-операторов являются фредгольмовыми. Оказывается, следы G-операторов на подмногообразии X, являются операторами Фурье-Меллина [3]. Также получена теорема об индексе оператора Фурье-Меллина, рассмотрена задача Соболева, ассоциированная с действием компактной группы Ли.

Я благодарна профессору Б.Ю. Стернину за помощь при подготовке данной работы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00176 мол_а.

Литература

1. Новиков С.П., Стернин Б. Ю. Следы эллиптических операторов на подмногообразиях и *K*-теория. Докл. АН СССР, 170(6), 1966. С. 1265-1268.
2. Новиков С.П., Стернин Б. Ю. Эллиптические операторы и подмногообразия. Докл. АН СССР , 171(3), 1966, 525-528.
3. Лощенова Д.А., Задачи Соболева, ассоциированные с действиями групп Ли // Дифференциальные уравнения. 2015. Т.51, №8. С.1056–1069.

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ПРИ РАЗРАБОТКЕ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

О.А. Малыгина, И.Н. Руденская, Л.М. Таланова, Н.С. Чекалкин

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия

e-mail:malygina58@mail.ru

Аннотация. Обсуждаются вопросы совершенствования содержания математических курсов технического университета в направлении усиления прикладной направленности, что находит отражение в подготовке методических пособий.

Ключевые слова: пособие, прикладные задачи, модернизированный NPS-подход.

THE QUESTIONS OF APPLIED FOCUS TRAINING WITHIN THE METHODICAL TUTORIALS DEVELOPMENT FORTECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS

Abstract. The questions of technical university mathematical courses content improvement are discussed in the direction of applied focus strengthening which finds its reflection in methodical tutorial training.

Key words: tutorial, applied problems, modernized NPS-approach.

Успешное решение многих профессиональных проблем предполагает наличие у работника глубоких математических знаний и умений. К сожалению, подчас выпускник технического университета испытывает трудности в процессе применения математического аппарата в своей профессиональной деятельности. Дело в том, что традиционные курсы по высшей математике ограничиваются рассмотрением только теоретических конструкций и учебных задач, не затрагивающих профессиональные аспекты, а методические пособия включают справочный материал и перечень стандартных задач. Авторы предлагают, во-первых, включить в пособие помимо типовых задач по высшей математике задачи прикладного характера, раскрывающие межпредметные связи. Во-вторых, необходимо расширить содержание традиционных курсов, соответственно, и методических материалов, путем введения ряда профессиональных задач, решение которых актуально в современных условиях при работе в страховых компаниях, банках, телекоммуникационных и иных организациях. При таком подходе, с одной стороны, меняется теоретическая часть курса: вводятся новые теоремы, проводится анализ различных подходов к решению задач, обосновывается эффективность того или иного подхода в зависимости от исходных данных, с другой стороны, выделяются взаимосвязи высшей математики с общепрофессиональными и специальными дисциплинами, с профессиональными задачами.

Предложенные идеи реализованы авторами в ряде пособий для студентов технического университета по курсам математического анализа (теория рядов), высшей алгебры, теории вероятностей. Например, в курсе математического анализа помимо традиционных задач на исследование свойств числовых, функциональных рядов рассматриваются прикладные задачи радиотехники, теории электрических цепей, математической физики. Методические материалы по теории рядов раскрывают студентам взаимосвязи математического анализа с теорией вероятностей, курсом дифференциальных уравнений, с физикой, механикой, теорией управления [1,2]. Методическое пособие по высшей алгебре содержит задачи на использование комплексных чисел для расчета электрических цепей, задачи на использование алгебры матриц и теории линейных систем уравнений при изучении некоторых экономических проблем. В теорию вероятностей помимо традиционных разделов (определения вероятности; теоремы сложения и умножения вероятностей; схемы гипотез и повторных независимых испытаний; дискретные и непрерывные случайные величины и др.) включен материал, описывающий один из современных подходов к оценке качества работы клиенториентированных структур - модернизированный NPS-подход, а также обзор прикладных задач по математической теории риска [3,4,5].

Внедрение описанных пособий и методических материалов в учебный процесс осуществляется на кафедре высшей математики-2 Московского технологического университета (МИРЭА). Прикладная направленность обучения высшей математики осуществляется не за счёт уменьшения теоретической части курса, а путем расширения спектра задач – введением прикладных задач, задач с элементами профессионального содержания, задач, раскрывающих актуальную проблематику. При этом существенно меняется мотивация учащихся к усвоению математических дисциплин.

Литература

1. Аксененкова И.М., Малыгина О.А. Чекалкин Н.С., Шухов А.Г. Ряды. Интеграл Фурье и преобразование Фурье. Приложения. М.: URSS, 2009. 208 с.

2. Малыгина О.А. Изучение рядов Фурье и преобразования Фурье в процессе подготовки специалистов наукоемких технических направлений (принцип интеграции современных технологий обучения) // Нелинейный мир. 2010. №1. т. 8. с.57-61.

3. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Совершенствование курса теории вероятностей и математической статистики для технического университета//EuropeanSocialScienceJournal №3(31). М., 2013. С.92-98.

4. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Совершенствование содержания курса теории вероятностей технического вуза на основе расширения типологии задач// International conference "Education, science and economics at universities and schools. Integration to international educational area". Tsaghkadzor, Armenia, 2014.Трудымеждународнойконференции, том 1, С. 268-272.

5. Малыгина О.А., Руденская И.Н., Шухов А.Г. Методология NPS- подхода к оценке качества функционирования клиентоориентированных структур // Наукоемкие технологии. 2011. Т12, №10. с. 51-58.

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ

Б.П. Осиленкер

НИУ «Московский государственный строительный университет»,Москва, Россия

E-mail:b_osilenker@mail.ru

Аннотация: В статье рассматриваются ряд задач, связанных с ортогональными полиномами. Основное внимание уделяется новым решенным задачам. Будут сформулированы нерешенные задачи.
Ключевые слова: ортогональные полиномы, дискретный оператор Штурма-Лиувилля, ряды Фурье, методы суммирования, формула следа, определитель Турана

ON SOME PROBLEMS IN THE THEORY OF ORTHOGONAL POLYNOMIALS

Abstract: Some problems in the theory of orthogonal polynomialswere considered. The main notice gives to new solved problems. Unsolved problems will be formulate.

Key words: orthogonal polynomials, discrete Sturm-Liouville operator, Fourier series, summation methods, trace formula, Turan's determinant.

Пусть

$$J = \begin{pmatrix} b_0 a_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ a_1 b_1 a_2 & 0 & 0 & \dots & \\ 0 & a_2 b_2 a_3 & 0 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} (1)$$

бесконечная якобиева симметричная матрица с$a_{n+1} > 0, b_n \in \mathbb{R}(n = 0,1,\dots)$. Обозначим через $\mathcal{L}$ дискретный оператор Штурма-Лиувилля, порожденный разностным выражением $(\mathcal{L}u)_n = a_{n+1}u_{n+1} + b_n u_n + a_n u_{n-1}(n \in \mathbb{Z}_+; u_{-1} = 0), u = \{u_n\}_{n=0}^{\infty} \in l^2$.

Задача на собственные значения определяет систему полиномов $\{p_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$, заданных трехчленным рекуррентным соотношением

$$xp_n(x) = a_{n+1}p_{n+1}(x) + b_n p_n(x) + a_n p_{n-1}(x), n \in \mathbb{Z}_+, p_0(x) = 1, p_{-1}(x) = 0.$$

При этом, если элементы якобиевой матрицы (1) ограничены, то существует единственная конечная положительная борелевская мера μ, такая, что $\mathrm{Supp}(\mu)$ есть компакт в $\mathbb{R}$ и $p_n(x)$ образуют ортонормированную по мере μ систему полиномов. Если

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2}, \quad \lim_{n\to\infty} b_n = 0. \qquad (2)$$

то $\mathrm{Supp}(\mu) = [-1,1] \cup S, S -$ конечное или счетное множество действительных чисел, лежащих вне отрезка [-1,1], которые могут накапливаться лишь к концам отрезка. Будем говорить, что матрица Якоби (1) принадлежит классу $\mathcal{B}$, если выполняются соотношения (2) и $\sum_{n=0}^{\infty}(|a_n - a_{n+1}| + |b_n - b_{n+1}|) < \infty$.

Этот класс включает как классические полиномы (например, полиномы Якоби), так и ряд неклассических (например, полиномы Поллачека).

1. **Дискретные методы суммирования рядов Фурье.**

Каждой функции $f \in L_\mu^1[-1,1]$по ее ряду Фурье$f \sim \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f)p_k, c_k(f) = \int_{-1}^{1} f(t)p_k(t)d\mu(t)(k = 0,1,2,\dots)$с помощью треугольной матрицы чисел

$$\Lambda = \left\{\lambda_k^{(n)}, k = 0,1,2,\dots,n,n+1;\ \lambda_0^{(n)} = 1, \lambda_{n+1}^{(n)} = 0, n = 0,1,2,\dots\right\}. \qquad (3)$$

образуем последовательностьΛ-средних$U_n(f) \equiv U_n(f;x;\Lambda) = \sum_{k=0}^{n} \lambda_k^{(n)} c_k(f)p_k(x)$.

Для полиномов класса $\mathcal{B}$получен следующий результат:При условиях С.Надя на элементы матрицы (3) почти всюду или равномерно выполняется соотношение

$$\lim_{n\to\infty} U_n(f;x;\Lambda) = f(x).$$

2. **Экспоненциальные средние рядов Фурье**.

Если $\{\tau_n\}_{n=0}^{\infty}$ -последовательность вещественных чисел, $\lim_{n\to\infty}\tau_n = +\infty, h > 0$,то построим экспоненциальные средние по формуле

$$V(f;x;T;h) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\tau_k h} c_k(f)p_k(x)$$

При определенных условиях на последовательность $\{\tau_n\}_{n=0}^{\infty}$для полиномов класса $\mathcal{B}$ получены результаты о поведении $V(f;x;T;h)$ при $h \to 0$.

3.**Обобщенная формула следа и асимптотика определителя Турана**.

Теорема. Пусть полиномы принадлежат классу $\mathcal{B}$, тогда равномерно на всех компактных множествах в (-1,1) справедливы

А) формула следа: $\sum_{k=0}^{\infty}[(a_{k+1}^2 - a_k^2)p_k^2(x) + a_k(b_k - b_{k-1})p_k(x)p_{k-1}(x)] = \frac{1}{2\pi}\frac{\sqrt{1-x^2}}{\mu'(x)}$;

В) асимптотика определителя Турана $\lim_{n\to\infty} a_{n+1}^2[p_n^2(x) - \frac{a_{n+1}}{a_n}p_{n+1}(x)p_{n-1}(x)] = \frac{1}{2\pi}\frac{\sqrt{1-x^2}}{\mu'(x)}$

Удалось получить семейство признаков, из которых вытекает теорема и ее обобщения и доказать что для класса $\mathcal{B}$ утверждения А и В эквивалентны.

О ФОРМАХ СОЕДИНЕНИЯ УЧЕБНОГО И НАУЧНОГО ПРОЦЕССОВ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

А.А. Пунтус

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

e-mail: artpuntus@yandex.ru

Аннотация. В данном докладе рассматриваются формы активного соединения учебного и научного процессов при подготовке специалистов и бакалавров в техническом вузе. Основная цель такого взаимодействия состоит в привитии будущим выпускникам навыков научного подхода к решаемым прикладным задачам. Реализации такой цели способствует включение примеров приложений материала преподаваемых дисциплин в прикладных задачах физики, механики и техники. Важную роль в развитии самостоятельной научно-исследовательской деятельности студентов играют выполняемые студентами в рамках учебного процесса содержательные, ориентированные на исследование или решение прикладных задач, индивидуальные задания. Последовательное выполнение этих заданий требует от студентов самостоятельного расширения знаний и развития навыков творческой научно–практической деятельности.

Ключевые слова: Технический вуз, учебный и научный процессы, подготовка специалистов и бакалавров, развитие навыков творческой деятельности студентов, научно-исследовательская работа студентов.

APPROACHES TO CONNECT EDUCATIONAL AND SCIENTIFIC PROCESSES AT AN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

Abstract. In this talk, we discuss approaches to connect educational and research processes in training specialists and bachelors at an Institute of Technology. The fundamental goal is to develop skills of scientific approach to solving applied engineering problems. To realize this goal we should incorporate different examples illustrating applications of the studied material to physics, mechanics and engineering. Individual assignments aimed at investigation and solution of applied problems play an important role in the development of skills of independent research work. Consecutive implementation of these assignments requires that students study related topics and develop research and creative skills.
Key words: Institute of Technology, educational and scientific processes, training of specialists and bachelors, development research and creative skills, students' research projects.

Опыт реализации процесса активного взаимодействия учебного и научного процессов на факультете прикладной математики и физики в Московском авиационном институте показал, что весьма эффективным средством улучшения качества подготовки как специалистов так и бакалавров стало широкое привлечение студентов к творческой деятельности – научно-исследовательской работе, что безусловно способствует более глубокому освоению традиционных учебных курсов, входящих в цикл фундаментальной общеинженерной подготовки. Привлечение наиболее продвинутых студентов к активной научно-исследовательской работе на данном факультете показывает, что главной целью является привитие будущим выпускникам навыков научного подхода к решаемым инженерным задачам. Этому взаимодействию учебного и научного процессов в значительной мере способствует в рамках различных видов самостоятельной работы учебного плана активное привлечение студентов к выполнению заданий прикладной научной направленности. Важную роль в развитии первых навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности студентов играют индивидуальные задания по учебным дисциплинам. Эти задания включают в себя как вопросы, ответ на которые можно получить известными традиционными методами, так и вопросы, которые требуют от студентов самостоятельного расширения знаний, что можно реализовать на основе не только изучаемой учебной дисциплины, но и изучения дополнительной учебной или специальной литературы. Используются для этого последовательно выполняемые студентами задания по вычислительной и исследовательской практикам, а также по курсовыми другим видам самостоятельной работы, входящим в структуру учебного плана втуза. Для выполнения ряда таких заданий студентам необходимо провести математическое моделирование, затем, в случае вычислительной практики, выбрать необходимый численный метод, разработать вычислительный алгоритм, реализовать программу вычисления с использованием вычислительной техники, проанализировать полученные результаты и сделать необходимые выводы. В случае же исследовательской практики и другим видам самостоятельной работы, выполняемым на следующих старших курсах обучения, соответствующие задания требуют от студента помимо требований, которые он реализует в процессе вычислительной практики, более глубокого исследования полученной математической модели, которое включает в себя не только её оптимальную программную реализацию, но и анализ свойств модели с использованием физико–математического аппарата изученных фундаментальных дисциплин. По завершении полного теоретического и практического курса обучения непосредственно перед выполнением дипломной работы специалистами и выпускной квалификационной работы бакалаврами проводится преддипломная практика, играющая важнейшую роль в формировании выпускника современного высокого уровня. В период данной практики студенты приобретают опыт самостоятельной творческой деятельности в области применения прикладных математических методов в конкретных прикладных задачах. Итогом такой деятельности студентов, кроме успешной учёбы, является участие в конкурсах студенческих научных работ, выступления на научных конференциях, выполнение высокого уровня дипломных или выпускных квалификационных работ и поступление специалистов в аспирантуру, а бакалавров – в магистратуру.

Студент, как правило, имеет научного руководителя – куратора из числа преподавателей, сотрудников и аспирантов коллектива данной кафедры, обеспечивающего целенаправленную творческую учебно-научную исследовательскую работу студента в определенном научном или прикладном направлении в рамках данной специализации, по которой проводится подготовка выпускников этой кафедрой.

В качестве иллюстрации уровня такой подготовки за последнее пятилетие на этапе выпуска специалистов и бакалавров, занимавшихся активной творческой научной работой в период обучения на факультете прикладной математики и физики под моим руководством, привожу лишь названия их выпускных работ.

Специалисты: Разработка упрощённой динамической модели самолёта для использования в бортовом функциональном программном обеспечении в целях прогнозирования траектории самолёта (Глебов И.А.); Построение управлений движения летательных аппаратов на основе решения обратной задачи динамики полёта (Марушин А.А.); Влияние неоднородности локальных магнитных полей на форму линии ЯМР в твёрдом теле (Андрианов С.А.).

Бакалавры: Колебания связки спутников при движении центра масс по эллиптической орбите (Комраков А.В.); Период равновесия частиц в системе Земля-Луна-Солнце с учётом светового давления (Яценко О.Г.); Численное моделирование движения жидкости при вибрационном воздействии (Рухлов Н.А.); Сжатие отображений при помощи дифференциальных уравнений (Брусова А.Н.).

ОБ ОПЫТЕ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ, МЕХАНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК ИМЕНИ И.И. ВОРОВИЧА

О.Г. Пустовалова

Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: ogpustovalova@gmail.com

Аннотация. Изложен опыт преподавания курса «Вычислительная механика» для студентов Института математики, механики и компьютерных наукимени И.И. Воровича Южного федерального университета. Рассматривается ряд известных модельных задач, анализ и решение которых, проводится численно с применением конечно-элементных пакетов Ansys и FlexPDE.

Ключевые слова: Вычислительная механика, FlexPDE, Ansys.

ON THE EXPERIENCE OF TEACHING OF THE COURSE "COMPUTATIONAL MECHANICS" FOR STUDENTS I.I. VOROVICH INSTITUTE OF MATHEMATICS, MECHANICS AND COMPUTER SCIENCE

Abstract. The experience of teaching computational mechanics is described for the students of I.I. Vorovich Institute mathematics, mechanics and computer science,Southern federal university. We are consider a series of well known model problems, analysis and solution is carried out numerically using finite element packages Ansys and FlexPDE.

*Key words :*Computational mechanics,FlexPDE, Ansys.

В докладе изложен опыт преподавания курса «Вычислительная механика» для студентов Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ. Рассматривается ряд известных модельных задач, анализ и решение которых, проводится численно с применением конечно-элементных пакетов Ansys и FlexPDE.

Данные пакеты привлекательны для учебных целей тем, что имеют свободно-распространяемые студенческие версии. С точки зрения наглядности и эффективности процесса обучения важно, чтобы теоретические принципы подтверждались экспериментами. Используемые конечно-элементные пакеты являются удобными инструментами для реализации вычислительных экспериментов. Особое внимание уделяется анализу численных решений и их сравнению с решением, полученным иными путями, и аналитическим решением, если оно существует.

Хорошими иллюстративными примерами решаемых задач на практических занятиях по курсу вычислительная механика являются, например, задачи, демонстрирующие эффективность перехода от 3d постановки к 2d, например, для случаев плоского напряжённого и плоского деформированного состояния. Показательны решение и анализ задачи Кирша о растяжении полосы с круглым отверстием. Различные варианты постановок данной задачи, например, усиление отверстия кантом, плавное изменение формы отверстия, позволяют получить множество качественных результатов и выводов, и наглядно демонстрируют преимущества численного эксперимента перед натурным. При рассмотрении темы теплопроводности, решаются стационарные и нестационарные задачи, выполняется их анализ, проводится построение графиков зависимости от параметров задачи. Интересными задачами для студентов являются задачи по определению резонансных частот и форм колебаний, особенно если, численный расчет подтверждается проведенным в лаборатории экспериментом. Хорошими источниками для практических заданий курса вычислительной механики могут служить ресурсы [1,2] и книги [3,4].

Более сложными задачами, для решения, которых необходимо привлекать дополнительный математический аппарат и пакеты компьютерной алгебры [5], являются задачи в нелинейной постановке. В этом случае темами студенческого исследования могут стать следующие: вывод уравнений, определяющих задачу, в нелинейной постановке, автоматизация получения членов уравнения для новых нелинейных определяющих соотношений, задание граничных условий, влияние геометрических и материальных параметров, использование тонких методов расчета для получения лучшей сходимости решения.

Отличительной особенностью пакета FlexPDE является то, что он ориентирован на решение краевых задач, дифференциальные уравнения и краевые условия не скрыты от пользователя, как во многих конечно-элементных пакетах. Студенты самостоятельно записывают скрипт программы, содержащий команды построения геометрии рассматриваемой области, дифференциальные уравнения, граничные условия и команды вывода результатов. Хорошо организованная система справки позволяет быстро находить нужный материал. Гибкость скриптового языка FlexPDE позволяет легко переходить к новым моделям материалов, и проводить численные эксперименты по тестированию материальных и функциональных параметров этих моделей.

Конечно-элементный пакет Ansys используется во многих инженерных фирмах в нашей стране и за рубежом, потребность в специалистах, умеющих эффективно применять данный пакет по-прежнему высока, поэтому его использование в учебных целях целесообразно. Студенты, решая одну и ту же задачу с применением указанных пакетов, сравнивая и анализируя полученные решения, глубже проникают в сущность проблемы, благодаря прозрачности FlexPDE с одной стороны и инженерной ориентированности Ansys с другой.

Литература

1. Официальный сайт компании Ansys [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.ansys.com/, свободный. — Загл. с экрана.
2. PDE solutions INC [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.pdesolutions.com/, свободный. — Загл. с экрана.
3. Backstrom, G. Deformation and Vibration by Finite Element Analysis: Problems in 2D and 3D Solved by the Free Edition of FlexPDE. Stockholm :GBPublishing, 2007. 240p.
4. Backstrom, G. Simple Fields of Physics by Finite Element Analysis. Stockholm : GB Publishing, 2005. 324p.
5. Официальный сайт Maple [Электронный ресурс]/ Режим доступа: http://www.maplesoft.com/, свободный. — Загл. с экрана.

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА КАФЕДРЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Н.С. Чекалкин

Московский технологический университет (МИРЭА), Москва, Россия
e-mail: chekalkin@mirea.ru

Аннотация. Обсуждаются вопросы организации научной деятельности на кафедре высшей математики технического вуза, связанные с системой стимулирования научной деятельности через разовые и регулярные надбавки к зарплате, а также системой минимальных требований к научной деятельности преподавателей.

Ключевые слова: научная деятельность, система стимулирования, организация научной деятельности.

ABOUT THE ORGANIZATION OF SCIENTIFIC ACTIVITY ON THE FACULTY OF HIGHER MATHEMATICS OF TECHNICAL INSTITUTE

Abstract. The questions of the organisation of scientific activity on the faculty of higher mathematics of technical institute connected with the system of stimulation of scientific activity through time and regular additive to the salary, as well as the system of minimal requirements to the teachers' scientific activity are discussed.

Key words: scientific activity, the system of stimulation, the organisation of scientific activity.

Вопросы научной работы на кафедре высшей математики в техническом вузе всегда были немного на периферии. К научной работе сотрудники призывались, но в нагрузку она практически не входила, а если входила, то в виде правой части, которую можно выполнить и гораздо более легкими способами. Научный труд был во многом личным делом преподавателя, а формальные показатели выполнялись без труда вследствие высокой профессиональной подготовки сотрудников, многие из которых являются выпускниками МГУ, МФТИ и других прекрасных вузов.

Система организации научной деятельности на кафедре непременно должна включать систему стимулирования научной деятельности и систему обязательных минимальных требований к ней. Подобные системы стимулирования и жестких требований к научной деятельности в последнее время получили развитие во многих вузах. Инструментами этих систем являются премии, дополнительные разовые выплаты, ежемесячные надбавки, а основаниями для них статьи в журналах, рецензируемых РИНЦ, ВАК, Web of Science, Scopus, индекс Хирша и другие.

Вопрос, требующий обсуждения, в том, насколько эффективно применяются инструменты и действительно ли они стимулируют к реальной научной деятельности преподавателей.

Одним из наиболее эффективных рычагов активизации научной деятельности является не применение стимулирования, а применение жестких минимальных требований к научной деятельности преподавателя. В частности таким требованием является условие написания одной научной статьи в год и участие в одной конференции в год в среднем за время избрания на преподавательскую должность. Время избрания на преподавательскую должность раньше составляло практически всегда 5 лет. Сейчас это время может быть и год, и два и вообще любое число лет от одного до пяти. Инструмент получается довольно гибкий, так как уровень требуемых статей можно менять. Например, требовать не просто статьи, а статьи, рецензируемые РИНЦ, или только статьи, рецензируемые ВАК. Можно потребовать определенное число и тех, и других за срок избрания. Участие с докладом в конференции также может предполагать определенный уровень конференции. Например, хотя бы одно участие в международной конференции за срок избрания. Невыполнение требований может означать избрание на должность на сокращенный срок , что также является гибким инструментом реагирования. Применение конкретного вида этих требований должно зависеть от текущего состояния научной работы на кафедре. На первом этапе, как это сейчас введено в некоторых вузах, требования относятся только к числу статей и конференций за год без учета их уровня. Со временем, по мере включения всех преподавателей в более активную научную деятельность, требования будут ужесточаться. При этом нужно учитывать, что хроническое невыполнение требований к научной деятельности влечет не только сокращение срока избрания, но и не избрание на должность в дальнейшем.

С другой стороны, применение только жестких требований без материального или другого вида стимулирования научной деятельности не приведет к полноценной научной работе на кафедре. Такие инструменты, как регулярные или разовые надбавки к зарплате за научные статьи вполне действенны. Вопрос в их разумном применении. Например, в некоторых вузах применяется разовая надбавка в 90 тысяч рублей за написание статьи в журнал, рецензируемый в Вэб или Скопус. Это действительно стимулирует к работе, нацеленной на такой высокий уровень. Но другие статьи, рецензируемые например в ВАК или РИНЦ не стимулируются никак. Таким образом, если преподаватель не работает еще на уровне статей Вэб или Скопус, то его научные статьи не поддерживаются, что неправильно.

Вопросы применения различных инструментов стимулирования важны, но также важны и другие способы пробуждения интереса к активной научной деятельности. Например, научно-исследовательские семинары кафедры под руководством активно действующих в науке коллег, имеющих гранты, научные темы, финансируемые из различных источников.

Литература

1. Панков В.Л. Эффективность механизма стимулирования и потенциальный уровень удовлетворения потребностей работника // Российский технологический журнал. 2015. Т. 1. № 4 (9). С. 288-291.
2. Охорзин И.В., Акимова Т.И., Назаренко М.А. Применение принципов менеджмента качества для обеспечения социальной мотивации и улучшения качества трудовой жизни // Международный журнал экспериментального образования— 2013. — No 4-2. — С. 176.
3. Фетисова М.М., Корешкова А.Б., Горшкова Е.С. и др. Современные методы управления персоналом и пути их совершенствования // Успехи современного естествознания — 2013. — No 11. — С. 195–196.

Научное издание

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ

Сборник тезисов докладов

Под редакцией А.Г. Яголы и С.А. Розановой

Оригинал-макет: И.С. Пулькин

Подписано в печать 05.12.2016. Формат 60×84 1/16.
Физ. печ. л. 17,5. Тираж 300 экз. Изд.№ 54. Заказ № 682.

Московский технологический университет (МИРЭА)
119454, Москва, пр. Вернадского, д. 78